الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur
Et de la recherche scientifique

Université M'Hamed BOUGARA de Boumerdès
Faculté Des Sciences Economiques , Commerciales
Etdes Sciences De Gestion

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة أمحمد بوقرة بومرداس
كلية العلوم الاقتصادية ، التجارية
و علوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية تحت عنوان:

أسئلة وأجوبتها مع تمارين محلولة في مقياس الإحصاء 1

موجهة لطلبة السنة الأولى

جذع مشترك في العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

من إعداد: د. سعاد بوشلوش

قسم: العلوم الاقتصاديـة

السنة الجامعية: 2022-2023

فهرس المحتويات

فهرس المحتويات

قائمة الجداول

قائمة الأشكال

مقدمة

يعرف الإحصاء بأنه العلم الذي يختص بجمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها باستخدام طرق محددة، وذلك من أجل استقراء النتائج واتخاذ القرارات السليمة بناء عليها، ويعتبر من المحاور الأساسية للرياضيات، له دور بالغ الأهمية في معالجة الكثير من الظواهر المعرفية في شتى مجالات العلوم، فهو يعد إحدى أكثر فروع المعرفة اتساقا مع الفروع العلمية الطبيعية والإنسانية والاجتماعية، لذلك، يمكن القول أن موضوع الإحصاء هو الجانب الكمي للحياة الاقتصادية والاجتماعية والعلاقات فيما بينها.

من جهة أخرى، لم يبق الإحصاء علما نظريا مجردا ينطوي ضمن النظريات والقوانين الرياضية البحتة، وإنما برزت أهميته في المجال التطبيقي في كافة نواحي الحياة، فعلم الاحصاء في الوقت الراهن له دورا كبيرا في تطور العديد الكثير من فروع العلم، مثل الهندسة والطب والزراعة والتجارة والاقتصاد والعلوم الاجتماعية والعلوم التطبيقية (الرياضيات والفيزياء والكيمياء) وغيرها من العلوم.

وفي هذا الإطار، أصبحت الأساليب الإحصائية تستخدم وبشكل أساسي في معظم الدراسات والبحوث العلمية، فأصبح الاقتصاديون يعتمدون في رسم السياسيات الاقتصادية على الأساليب الإحصائية من خلال دراسة العديد من المواضيع ذات العلاقة بالاقتصاد، كالإنفاق والاستهلاك والإنتاج بكافة أنواعه والأرقام القياسية للأسعار والاستثمارات، والبنوك، وإحصاءات القوى العاملة. كذلك يتم الاعتماد على الاحصاءات السكانية والاجتماعية بأنواعها المختلفة في رسم السياسات الاجتماعية المختلفة.

بناء على ما سبق، يعد الإحصاء أساس اتخاذ القرارات ورسم الخطط من أجل التنمية والتطور، سواء على مستوى المؤسسة أو على مستوى القطاع أو الدولة، فعلم الاحصاء يعد واحد من العلوم الهامة التي تعتمد عليها عمليات البناء والتنمية الشاملة، حيث تقوم الكثير من المشاريع والقرارات الكبرى على المستويين المحلي والعالمي على النتائج التي يقدمها علم الإحصاء، إذ أن استخدام الأساليب الإحصائية يعد من الأعمدة الاساسية التي يعتمد عليها في التوصل إلى الحلول المناسبة لكثير من المشاكل والقضايا التي تهتم بالمجتمع، كالتعليم والصحة والزراعة والصناعة والتجارة وغيرها.

ومن هنا، تبرز أهمية دراسة مادة الإحصاء للطلبة في مختلف فروع العلم، وطلبة العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير على وجه الخصوص، ذلك أن علم الإحصاء يمكنهم من اكتساب

المهارات اللازمة للتعامل مع البيانات ومعالجتها إحصائيا، بما يؤدي إلى إثراء معرفتهم بالطرق والأساليب الاحصائية المختلفة، وتحسين تطبيقها في البحوث العلمية.

وفي هذا السياق، تشمل هذه المطبوعة على أسئلة وأجوبتها وكذا على تمارين محلولة بشكل مفصل في مواضيع مقياس الإحصاء 1 المقرر لطلبة السنة الأولى في العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، وقد تم تقسيمها إلى ستة فصول، حيث يضم الفصل الأول التعريف بعلم الإحصاء وأهميته، ويختص الفصل الثاني بالعرض الجدولي والبياني للبيانات الإحصائية، ويتناول الفصل الثالث مقاييس النزعة المركزية، ويحتوي الفصل الرابع على مقاييس التشتت والشكل. بينما الفصل الخامس يتعلق بالأرقام القياسية والفصل السادس بالارتباط والانحدار.

وقد قسمت كل الفصول إلى جزأين، تضمن الأول منها أسئلة مباشرة مع أجوبتها تهدف أساسا الى مساعدة الطلبة على الفهم الجيد لمختلف جوانب مواضيع مادة الاحصاء 1، في حين خصص الجزء الثاني إلى تمارين، الغرض منها اكساب الطالب المهارات اللازمة التي تمكنه من تطوير قدراته بشكل جيد في التعامل مع البيانات الإحصائية من حيث الوصف والتنظيم والتصنيف والتلخيص والعرض وحساب المقاييس الإحصائية المختلفة لوصف المتغيرات الإحصائية، وهو ما يسمح للطالب من قياس درجة استيعابه لمحتوى مادة الإحصاء 1.

أسال الله العلي القدير أن تكون هذه المطبوعة مفيدة للطلبة، وأن تسهم في زيادة وعيهم بأهمية ودور الإحصاء في البحوث التطبيقية، وأن يكون هذا العمل من العلم الذي ينتفع به.

الفصل الأول

مفاهيم أساسية في الإحصاء

الفصل الأول

مفاهيم أساسية في الإحصاء

تمهيد

كان الإحصاء في البداية عبارة عن جمع المعلومات ووضعها في جداول، ثم تطور وأصبح مجاله عمليا أكثر من أن يكون نظريا، حيث أصبح يهتم بدراسة ما توصل إليه وطرق تطبيقها واقعيا. وتتمثل وظيفة علم الإحصاء الأساسية في تقديم المعلومات الرقمية التي تساعد على فهم جوهر الحياة الاقتصادية والاجتماعية، وبالتالي يعتبر الإحصاء أساس اتخاذ القرارات ورسم الخطط من أجل التنمية والتطور، سواء كانت هذه الخطط على مستوى المؤسسة أو على مستوى القطاع أو الدولة.

ويتناول هذا الفصل مجموعة أسئلة وأجوبتها وكذا بعض التمارين المحلولة في بعض المفاهيم الأساسية مثل الإحصاء، المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية، البيانات الإحصائية وطبيعتها، جمع البيانات الإحصائية، الثوابت والمتغيرات الإحصائية وغيرها.

أولا: أسئلة وأجوبتها في بعض المفاهيم الأساسية في الإحصاء

السؤال رقم (1):

عرف كل من: علم الإحصاء، المعلمة، الإحصائية.

الجواب:

تجمع التعاريف العديدة **لعلم الاحصاء** على أنه العلم الذي يبحث في الأساليب والطرق العلمية المناسبة لجمع البيانات، وتبويبها وتنظيمها بهدف الوصول إلى النتائج اللازمة لزيادة المعرفة أو اتخاذ القرارات لمناسبة وتعميمها وتحليلها وتفسيرها. (الدعمة، 2013، صفحة 16)، وقد وردت كلمة الإحصاء في سور عديدة من القرآن الكريم منها " لقد أحصاهم وعدهم عدا " (سورة الجن، الآية رقم 28).

المعلمة (Paramètre):

هي صفة مميزة للمجتمع الإحصائي ككل، مثل وزن الفرد في دولة ما أو متوسط الدخل الشهري للأسرة في دولة ما أو نسبة المدخنين الذكور أو الإناث في مجتمع ما...الخ.

الإحصائية (Statistique):

هي صفة مميزة للعينة الإحصائية، مثل متوسط وزن الفرد في عينة مكونة من 100 فرد في دولة ما، أو متوسط الدخل الشهري لعينة مكونة من 1000 مدخن في مجتمع ما...الخ. (صالح، 2009، صفحة 20)

السؤال رقم (2):

ما هي أقسام علم الإحصاء وبماذا يختص كل منها ؟

الجواب:

يمكن تقسيم علم الإحصاء إلى قسمين رئيسيين هما:

1- الإحصاء الوصفي:

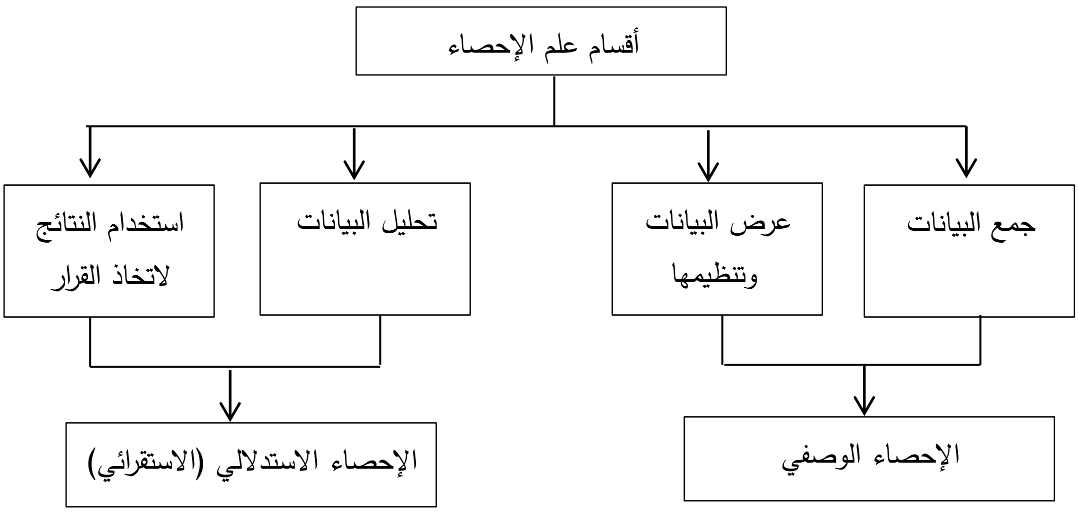
هو عبارة عن الطرق الخاصة بتنظيم وتلخيص البيانات بغرض المساعدة على فهمها، والطرق الوصفية تحتوي على توزيعات تكرارية ورسوم بيانية وطرق حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومختلف القياسات الأخرى. (محمد، 2007، صفحة 6)، بمعنى يختص الإحصاء الوصفي بتنظيم

وتلخيص وعرض البيانات الإحصائية في صورة جداول أو رسوم بيانية أو أشكال هندسية، بالإضافة إلى حساب بعض المقاييس الإحصائية مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

2- الإحصاء الاستدلالي (الاستقرائي):

هو عبارة عن الطرق العلمية التي تعمل للاستدلال عن معالم المجتمع بناء على البيانات التي تم الحصول عليها من العينة المأخوذة منه، وذلك وفق طرق احصائية معلومة. (محمد، 2007، صفحة 6)، أي أن الإحصاء الاستدلالي يختص بالتوصل إلى استنتاجات عن المجتمع قيد الدراسة، وذلك بالاعتماد على عينة مأخوذة من ذلك المجتمع، وباستخدام العديد من الطرق والنظريات الإحصائية التي تعتمد على نظرية الاحتمالات واختبار الفرضيات والتقدير وغيرها.

الشكل رقم (1): أقسام علم الإحصاء



المصدر: من إعداد الباحثة

السؤال رقم (3):

اشرح مراحل البحث الإحصائي

الجواب:

يمر البحث الإحصائي بمجموعة من الخطوات والمراحل، تتمثل في الآتي:

1- تحديد مشكلة البحث:

يتعين تحديد هدف أو مشكلة البحث بشكل واضح ودقيق للخروج بنتائج دقيقة للدراسة، ولكي نتمكن من تحديد ماهية البيانات المراد تجميعها ونوعها (بدر و عبابنة، 2007، صفحة 18) ". ويكون ذلك من خلال تحديد الظاهرة المراد دراستها والمجتمع الاحصائي الذي سيجرى عليه البحث، بالإضافة إلى توضيح طبيعة الدراسة أي ما إذا كانت تعتمد على أسلوب المعاينة أو الحصر الشامل، وأيضا تحديد طبيعة المجتمع الاحصائي من حيث تجانسه وتماثله، وتبيان طبيعة المتغير الاحصائي المدروس.

2- جمع البيانات الإحصائية:

هناك طرق وأدوات عديدة يتم من خلالها جمع البيانات الإحصائية، وتختلف هذه الأدوات باختلاف نوع الدراسة أو الموضوع المراد دراسته وطبيعته، ومن هذه الأدوات: الاختبارات والمقابلات والملاحظة وتحليل المحتوى وغيرها.

3- عرض وتبويب البيانات الإحصائية:

يتم عرض وتبويب البيانات الإحصائية بطريقة معينة بعد الحصول عليها من الميدان، وهذا العرض والتبويب يساعد على قراءتها بطريقة أفضل مما يسهل عملية إيجاد المعلمات والإحصاءات منها ومن ثم استخلاص النتائج.

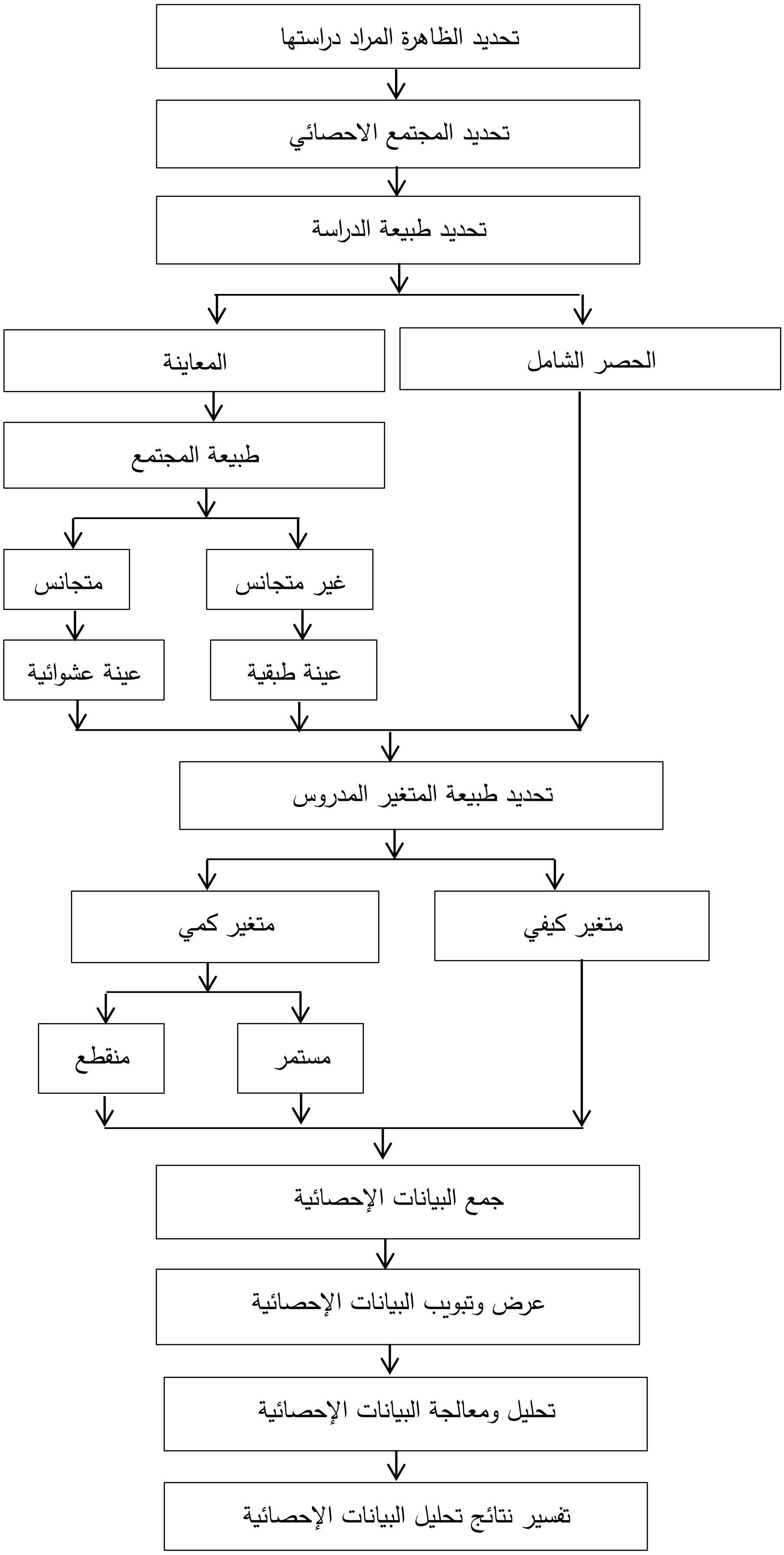
4- تحليل ومعالجة البيانات الإحصائية:

عملية معالجة البيانات عن طريق استعمال قوانين وعلاقات إحصائية لاستخراج قيم عددية لها مدلولات إحصائية معينة، ومثال ذلك، علاقة معامل الارتباط أو علاقة الانحراف المعياري.

5- تفسير نتائج تحليل البيانات الإحصائية:

يتم تفسير معنى قيم الإحصاءات والمعلمات التي تم الحصول عليها من خلال تحليل البيانات الإحصائية، وتوضيح مدلولاتها لعمل استنتاجات أو إصدار أحكام معينة. (أبو عقيل، 2012، صفحة 14) ويوضح الشكل الموالي مختلف مراحل البحث الاحصائي.

الشكل رقم (2): مراحل البحث الإحصائي



السؤال رقم (4):

ما هي علاقة علم الإحصاء بالرياضيات ؟

الجواب:

الإحصاء هو أحد فروع الرياضيات الهامة ذات التطبيقات الواسعة، وعليه فالعلاقة بين الإحصاء والرياضيات قوية، فالعديد من النظريات الإحصائية تعتمد في صياغتها على الأسلوب الرياضي، وقد تطورت واستخدمت طرق بديلة للعرض والإثبات، فنجد العديد من التوزيعات الاحتمالية توضع في شكل دوال رياضية يوجد بها العديد من المتغيرات، كما أن المعالجة الرياضية لهذه الدوال عن طريق استخدام نظريات التفاضل والتكامل قد أعطت لنا العديد من المقاييس والمؤشرات الإحصائية اللازمة لعملية التحليل والدراسة. (أكاديمية بحث)

السؤال رقم (5):

ما هي مصادر جمع البيانات الإحصائية ؟

الجواب:

يتم جمع البيانات الإحصائية من مصدرين رئيسيين هما:

1- المصادر التاريخية:

تشتمل هذه المصادر على جميع البيانات الإحصائية التي يتم استخراجها من السجلات والدوريات والنشرات المختلفة التي تصدر من مصادر رسمية، مثل الوزارات والدوائر المعنية، ويمكن أن تصدر هذه البيانات من جهات ذات طبيعة دولية مثل الأمم المتحدة وأجهزتها المتخصصة. (نجم الدين، 2000، صفحة 20)

2- المصادر الميدانية:

تعتمد هذه المصادر على البيانات التي يقوم الباحث بجمعها بنفسه من ميدان المعرفة أو الدراسة التي يهتم بها، بمعنى أن يتم جمع البيانات مباشرة عن طريق اتصال الباحث بالوحدة محل الدراسة (شخص هيئة تجربة علمية ....الخ (محمد، 2007، صفحة 8) وهناك وسائل عديدة للحصول على البيانات الميدانية من بينها: الملاحظة، المقابلة، الاستبانة.

2-1 الملاحظة:

تعتبر الملاحظة من أدوات جمع البيانات، حيث تستخدم عادة في مجال دراسات الطبيعة والسلوك الإنساني، وهناك عدة تصنيفات للملاحظة من أهمها التصنيف القائم على أساس دور الباحث، والذي يقسم الملاحظة إلى نوعين أساسيين هما: (عطوي، 2015، صفحة 120)

- **الملاحظة بالمشاركة،** حيث يشارك الباحث المبحوثين حياتهم ومشاكلهم ومناقشتهم ويتفاعل معهم، وقد لا يكشف عن هويته أو غرضه ليكون سلوك المبحوثين عفوياً.
- **الملاحظة بدون مشاركة،** وهي أكثر أنواع الملاحظات انتشارا بحيث يجلس الباحث في مكان معين ليلاحظ ويراقب سلوك المبحوثين بدون أن يشعروا بأنه يتولى مراقبتهم.

بالرغم من وجود عدة مزايا لاستخدام الملاحظة كأداة لجمع البيانات، إلا أن هناك بعض العيوب التي تصاحب عملية الملاحظة، مثل أخطاء تفسير السلوك الملاحظ، والفروقات الفردية في إدراك الأمور وتسجيلها لدى الذين يقومون بعملية الملاحظة.

2-2 المقابلة:

هي تفاعل لفظي بين شخصين أو أكثر من خلال حوار كلامي وجها لوجه أو من خلال وسائل أخرى مثل الهاتف، وهناك المقابلات الشخصية المباشرة، حيث يقابل جامع البيانات الشخص المطلوب منه البيانات وجها لوجه، ويقوم جامع البيانات بتوجيه الأسئلة ويجيب عليها الشخص المطلوب منه البيانات. وهناك المقابلات الشخصية غير المباشرة، حيث يقوم جامع البيانات بمقابلة شخص ثالث غير الشخص المطلوب منه البيانات، وذلك في حالة أن هذا الأخير لا يستطيع أو لا يرغب بإعطاء معلومات أو بيانات عن نفسه. (أبو صالح، 2007، صفحة 12)

2-3 الاستبانة:

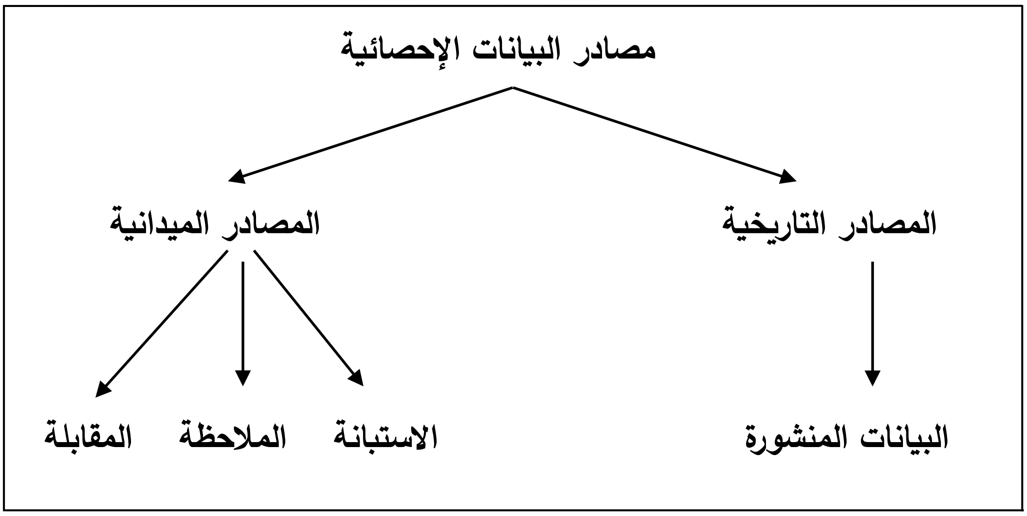
تعد الأكثر استعمالا واستخداما في البحوث الإنسانية والاجتماعية، وهي تعتبر وسيلة لجمع البيانات من خلال احتوائها على مجموعة من الأسئلة أو العبارات، والطلب من المبحوثين الإجابة عليها. يتم توزيع الاستبانة عادة من خلال التسليم باليد أو من خلال إرسالها إلى المبحوثين بالبريد. ويجب أن تتسم الاستبانة بالدقة والوضوح، السهولة واليسر، الشمولية والعمق،أسئلتها لا تحتمل التأويل. (أبو صالح،

2007، صفحة 14)، وعند وضع الاستبانة الخاصة بجمع البيانات الإحصائية لابد من مراعاة المسائل الموالية: (صالح، 2009، صفحة 22)

- أن تحتوي على أقل عدد ممكن من الأسئلة، لأن الكثير من الأشخاص لا يتوفر لديهم الوقت الكافي.
- أن تكون الأسئلة واضحة وسهلة الفهم وخالية من المصطلحات اللغوية.
- تجنب الغموض في الأسئلة.
- ألا تحتوي الاستمارة على أمر يقلق بال المستجوب.
- تجنب الأسئلة التي تتطلب أجوبة إنشائية.
- يجب أن تحتوي الاستبانة على الجهة المنفذة للدراسة الإحصائية، وتاريخ جمع البيانات الإحصائية، واسم وعنوان الوحدة الاحصائة المعنية بالدراسة.

والشكل الموالي يوضح مصادر البيانات الاحصائية.

الشكل رقم (3): مصادر البيانات الإحصائية



المصدر: من إعداد الباحثة

السؤال رقم (6):

ما هي أساليب جمع البيانات ؟ وماهي ميزاتها وعيوبها ؟

الجواب:

هناك أسلوبين لجمع البيانات هما: أسلوب المسح الشامل، أسلوب المعاينة.

1- أسلوب المسح الشامل:

يستخدم هذا الأسلوب إذا كان الغرض من البحث هو حصر جميع مفردات المجتمع الاحصائي، وفي هذه الحالة يتم جمع بيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع بلا استثناء، كحصر جميع المزارع التي تنتج التمور (خليل، صفحة 11) ، أو حصر جميع البنوك التجارية.

ميزات المسح الشامل:

- الشمول وعدم التحيز،
- دقة النتائج،
- الوضوح والتفصيل،
- المصداقية.

عيوب المسح الشامل:

- ارتفاع التكاليف،
- الحاجة الى الوقت والجهد،
- الحاجة الى عدد كبير من الباحثين . (طبيه، 2008، صفحة 14)

2- أسلوب المعاينة

يعتمد هذا الأسلوب على معاينة جزء من المجتمع محل الدراسة، يتم اختياره بطريقة علمية سليمة ودراسته ثم تعميم نتائج العينة على المجتمع.

ميزات المعاينة:

- تقليل الوقت والجهد،
- تقليل التكلفة،
- الحصول على بيانات أكثر تفصيلا وخاصة إذا جمعت البيانات من خلال استمارة استبيان.
- كما أن أسلوب المعاينة يفضل في بعض الحالات التي يصعب فيها إجراء حصر شامل مثل معاينة دم مريض أو إجراء تعداد لعدد أسماك في البحر أو معاينة المصابيح الكهربائية...الخ.

عيوب المعاينة

- النتائج التي تعتمد على هذا الأسلوب أقل دقة من نتائج أسلوب الحصر الشامل وخاصة إذا كانت العينة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيدا. (خليل، صفحة 12)

السؤال رقم (7):

اشرح الفرق بين المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية موضحا ذلك بأمثلة

الجواب:

يمكن تعريف المجتمع الإحصائي على أنه مجموعة العناصر، أو جميع الأفراد الذين ينطوون تحت لواء الدراسة الإحصائية، ويهدف تعريف المجتمع الإحصائي إلى تعيين الحدود الصريحة لعملية جمع البيانات ولعملية الاستقراء والاستنتاجات التي يمكن الحصول عليها من الدراسة. (أبو صالح، الطرق الإحصائية، 2009، صفحة 31)

ويختلف حجم المجتمع الإحصائي باختلاف عدد العناصر التي يتألف منها أو الهدف من جمع البيانات، فقد يكون كبير جدا مثل أعداد الأشجار في الجزائر، وقد يكون صغيرا مثل عدد الكليات في جامعة الجزائر، وربما يكون حجم المجتمع غير معلوم مثل أعداد متعاطي المخدرات في دولة ما، وقد يكون حجم المجتمع الإحصائي متصلا لا يمكن عده مثل مخزون الغاز الطبيعي في الجزائر.

أما العينة الإحصائية فيقصد بها ذلك الجزء من المجتمع الإحصائي والذي يتم اختياره بعدة طرق، فالعينة هي مجموعة جزئية من المجتمع الإحصائي، يتم اختيارها بحيث تكون ممثلة تمثيلاً صادقاً للمجتمع الإحصائي التي سحبت منه، لذلك أهم ما يجب أن يتوافر في العينة الاحصائية أن تحمل نفس الخصائص الخاصة بالمجتمع؛ حتى يتمكن الباحث بسهولة من تعميم النتائج الخاصة بالبحث العلمي. مثلا: عينة من طلبة السنة الثانية من إحدى أقسام كلية العلوم الاقتصادية في جامعة بومرداس.

السؤال رقم (8):

ما هو الفرق بين العينة والمعاينة ؟

الجواب:

يقصد بالعينة ذلك الجزء من المجتمع الإحصائي الذي يتم اختياره بطريقة معينة وذلك بالاعتماد على الهدف المحدد مسبقا من جمع البيانات الاحصائية، ويتم اللجوء إلى أسلوب العينات في دراسة الظواهر المختلفة وذلك لغرض توفير الجهد والوقت والتكاليف وبخاصة في حالة المجتمعات التي لا يمكن معها تطبيق أسلوب الحصر الشامل مثل مجتمع المصابيح الكهربائية لأن ذلك يعني تلف جميع هذه

المصابيح، أما المعاينة فيقصد بها الطريقة التي يتم بموجبها اختيار مفردات العينة، وهناك أنواع مختلفة للعينات مثل العينات العشوائية والعينات الطبقية والعينات الفرضية. (نجم الدين، 2000، صفحة 20)

السؤال رقم (9):

ما هي أسباب اللجوء إلى أسلوب المعاينة ؟

الجواب:

هناك حالات يتعذر فيها استخدام أسلوب المسح الشامل، ولهذا يلجا الباحث الإحصائي لاختيار العينة في الكثير من الحالات منها: (أبو عقيل، 2012، الصفحات 17-18)

- إذا كان عدد أفراد المجتمع الإحصائي كبير، فاستخدام أسلوب المسح الشامل في هذه الحالة يستغرق وقتا وجهدا كبيرين، وكلفة عالية، ولهذا يلجا الباحث إلى اختيار أسلوب المعاينة.
- فساد عناصر المجتمع الإحصائي نتيجة أخذ بيانات منه، مثلا معرفة صلاحية علب الثقاب الذي ينتجه مصنع ما.
- إذا كان حجم المجتمع الإحصائي غير محدود وغير معلوم، مثلا مخزون الغاز الطبيعي في بلد ما.
- قد يحتاج الباحث إلى نتائج سريعة تعطيه مؤشرا عن ظاهرة ما، وبالتالي فليس لديه القدرة على دراسة عناصر المجتمع كله في وقت قصير.
- قد يتطلب المسح الشامل عددا كبيرا من الأفراد المدربين لإتمام جمع البيانات، أما العينة فتحتاج إلى عدد أقل من هؤلاء.

ويمكن تلخيص أسباب اللجوء إلى أسلوب المعاينة في النقاط الموالية: (أبو صالح، مبادئ الإحصاء، 2007، الصفحات 250-251)

- اختصار الوقت والجهد بالإضافة إلى تخفيض التكلفة.
- سرعة الحصول على الإجابات في حالة استخدام العينة، وذلك بسبب قلة عدد أفراد العينة مقارنة بأفراد المجتمع.
- استحالة إجراء الدراسة على كافة عناصر المجتمع في بعض الحالات حيث أن إجراء الفحص ينطوي عليه إتلاف عناصر المجتمع مثل فحص عيدان الكبريت وفحوصات الدم.
- سرعة الوصول إلى النتائج بعد تحليل المعلومات.

السؤال رقم (10):

ما هي أنواع العينات الإحصائية ؟

الجواب:

تنقسم العينات الإحصائية إلى نوعين هما العينات الاحتمالية والعينات غير الاحتمالية:

1- العينات الاحتمالية

وتشمل العينات الاحتمالية العينة العشوائية البسيطة والعينة العشوائية المنتظمة والعينة العشوائية الطبقية، العينة العنقودية، والعينة المتعددة المراحل. (أبو عقيل، 2012، الصفحات 19-24)

1-1 العينة العشوائية البسيطة:

تتم هذه الطريقة من خلال خلط الأوراق أو البطاقات وسحب عدد منها، كما أنه يمكن استخدام الحاسوب أو جداول الأعداد العشوائية الموجودة في كتب الإحصاء.

1-2 العينة العشوائية المنتظمة:

تقوم على أساس تحديد فرق محدد بين مفردات المجتمع (مسافة الانتظام) عن طريق قسمة عدد أفراد المجتمع على عدد أفراد العينة المطلوبة، مثلا إذا كان عدد أفراد المجتمع 400 وعدد أفراد العينة المطلوبة 40، فإن مسافة الانتظام تساوي 40/400= 10، بعد ذلك نقوم باختيار المفردة الأولى من العينة بصورة عشوائية (للأرقام من 1-10)، ولنفترض أننا سجلنا الرقم 7 فتكون أرقام العينة المختارة هي (7-17-27-37-47...الخ) حتى نصل الرقم 397.

1-3 العينة الطبقية:

يستخدم هذا النوع من العينات عندما يكون المجتمع الإحصائي مؤلفا من طبقات أو فئات متباينة (غير متجانسة)، وفي هذه الحالة يتم تحديد الفئات أو الطبقات وحجم كل طبقة. بحيث يتم تقسيم المجتمع الأصلي إلى طبقات أو فئات على أساس خاصية معينة، ثم يتم اختيار عدد من الأفراد من كل طبقة عشوائيا.

1-4 العينة العنقودية:

يستخدم هذا النوع عندما يكون حجم المجتمع الإحصائي كبير جدا أو غير محدد أو في حالة وجود صعوبات فنية أو إدارية تحول دون اختيار أفراد العينة على المستوى الفردي، وفيها تكون وحدة المعاينة (وحدة الاختيار) عنقودا (مجموعة من العناصر أو الأفراد). حيث يقسم المجتمع إلى عدة أقسام أو مناطق جغرافية، ومن ثم تقسم كل منطقة جغرافية إلى وحدات أصغر كالمدن مثلا والمدن إلى أحياء والأحياء إلى مباني، ولو أراد الباحث معرفة النمط الاستهلاكي للأسر في دولة معينة، فإنه قد يقوم باختيار عينة عشوائية من المباني وإجراء البحث اللازم عليها.

2- العينات غير الاحتمالية

وتشمل العينات غير الاحتمالية العينة العمدية (القصدية)، العينة الحصصية، العينة المناسبة (الميسرة) وعينة الكرة الثلجية كما يلي: (أبو عقيل، 2012، صفحة 25)

2-1 العينة العمدية (القصدية):

يتم اللجوء إلى هذا النوع من العينات عندما يكون الهدف دراسة حالات محددة، وهنا يتم اختيار أفراد العينة بناء على الخبرة الشخصية والمعارف السابقة (مثلا اختيار أفراد العينة من كبار العملاء أو من منتجات الآلات الحديثة مثلا بشكل انتقائي).

2-2 العينة الحصصية:

تشبه هذه العينة إلى حد كبير العينة العشوائية الطبقية من حيث تقسيم المجتمع إلى طبقات، ثم اختيار عدد معين من الأفراد من كل طبقة بما يتناسب وحجم الطبقة مع حجم المجتمع الإحصائي، ولكن الفارق هو أسلوب اختيار أفراد كل طبقة، إذ لا يستعمل الأسلوب العشوائي في الاختيار، بل يتم باستعمال الأسلوب الصدفة أو ما هو متوفر عليه(عملية الاختيار تكون داخل المجموعة المتجانسة نفسها بطريقة انتقائية).

2-3 العينة المناسبة (الميسرة):

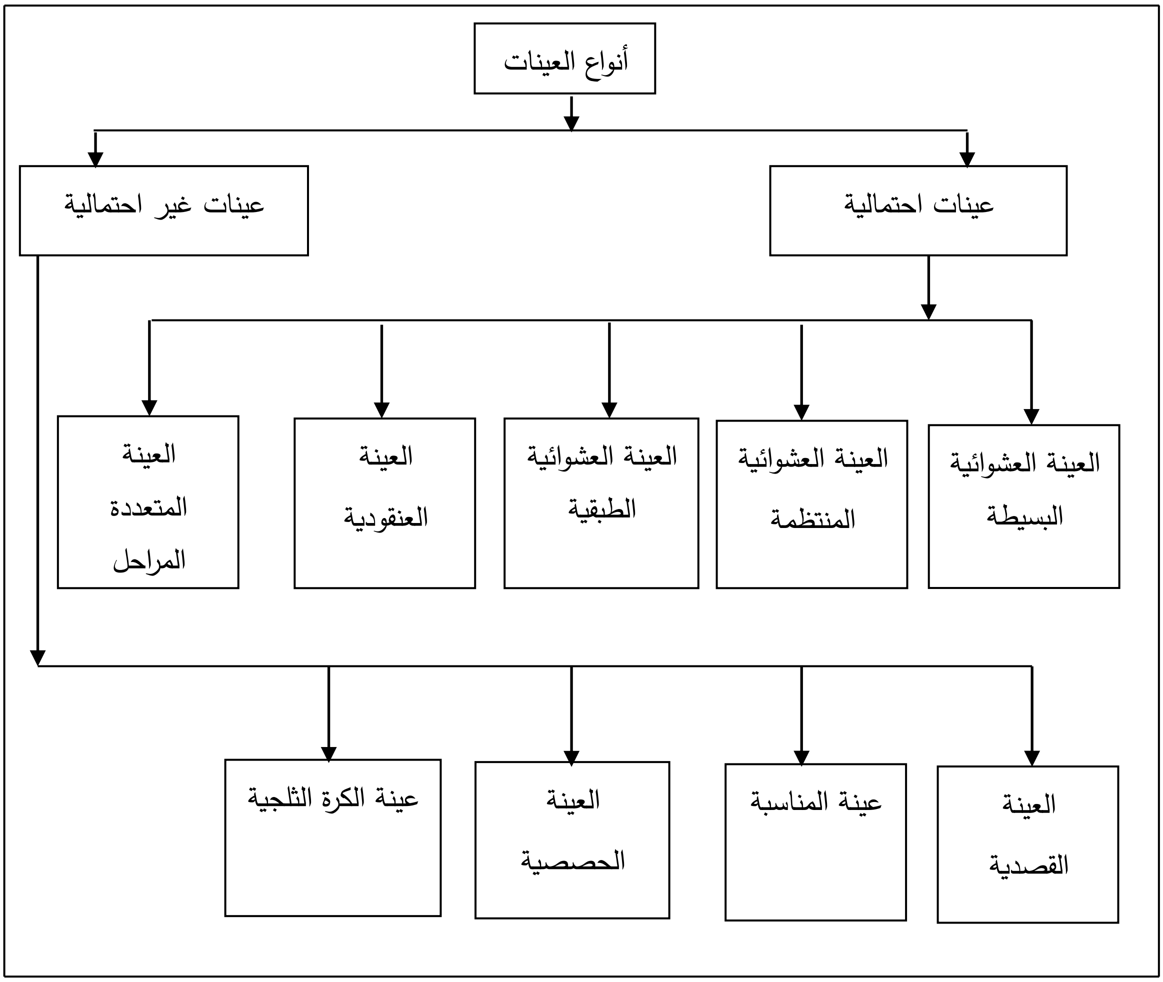
يلجا إليها عندما تكون هناك ظروف معينة، مثل قربها من مكان عمل الباحث أو سكنه، أو سهولة الوصول أو الحصول عليها، ومن سلبيات هذه الطريقة عدم كون العينة ممثلة للمجتمع بصورة واضحة جلية، وتتميز هذه الطريقة بالسهولة والسرعة وقلة التكاليف.

2-4 عينة الكرة الثلجية:

في بعض الدراسات قد لا يكون واضحا لدى الباحث من هم الأفراد الذين يجب جمع البيانات عنهم، ففي هذه الحالة يمكن أن يتبع أسلوب اختيار فرد معين وبناء على استجابته يقرر الباحث بمفرده أو الاستعانة بهذا الفرد من سيكون الفرد التالي من أجل استكمال الحصول على البيانات، ولهذا سميت بالكرة الثلجية.

ويوضح الشكل الموالي أنواع العينات الإحصائية.

الشكل رقم (4): أنواع العينات الإحصائية



المصدر: (أبو عقيل، 2012، صفحة 18)

ثانيا: تمارين محلولة في بعض المفاهيم الأساسية في الإحصاء

التمرين الأول

حدد المجتمع الاحصائي، الوحدة الاحصائية، المتغير الاحصائي ونوعه في العبارات التالية:

1- لون عيون أفراد عائلة عددهم 8.

2- الضغط الدموي للمرضى في أحد المستشفيات.

3- ترتيب الولايات حسب عدد البلديات.

4- وزن 50 طفل عند الولادة.

5- عدد السيارات المباعة لدى وكالات السيارات في الأسبوع في إحدى المناطق.

6- جنسية الزائرين لإحدى الأماكن السياحية في بلد ما.

7- مدة مكالمة هاتفية في أحد الأيام ل 100 متصل.

8- عدد الساعات التي يقضيها 50 طالب لمدة 30 يوم للتحضير لامتحان معين.

9- تصنيف الموظفين بشركة معينة حسب شهاداتهم العلمية.

الحل:

تحديد المجتمع الاحصائي، الوحدة الاحصائية، المتغير الاحصائي ونوعه في الجدول الموالي:

الجدول رقم (1): المجتمع الاحصائي، الوحدة الاحصائية، المتغير الاحصائي ونوعه

الرقم	المجتمع الاحصائي	الوحدة الاحصائية	المتغير الاحصائي	نوعه
1	8 أفراد	الفرد	لون العيون	كيفي اسمي
2	المرضى	المريض	ضغط الدم	كمي مستمر
3	الولايات	الولاية	عدد البلديات	كمي منقطع
4	50 طفل	الطفل	الوزن	كمي مستمر
5	وكالات السيارات	وكالة السيارات	عدد السيارات	كمي منقطع
6	الزائرين	الزائر	الجنسية	كيفي اسمي
7	100 متصل	المتصل	مدة المكالمة الهاتفية	كمي مستمر
8	50 طالب	الطالب	عدد الساعات	كمي مستمر
9	الموظفين	الموظف	الشهادة العلمية	كيفي رتبي

التمرين الثاني

بين نوع المتغيرات التالية:

1- عدد الهواتف النقالة في كل منزل.

2- نوع الهواتف النقالة.

3- لون عيون أفراد عائلة عددها 7.

4- رواتب 20 عاملا في إحدى الشركات.

5- عدد الساعات التي يقضيها طالب لمدة 30 يوما للتحضير للامتحان.

6- قيمة الودائع لدى أحد البنوك.

الحل:

تبيان نوع المتغيرات في الجدول الموالي:

الجدول رقم (2): نوع المتغيرات الإحصائية

الرقم	المتغير	نوعه
1	عدد الهواتف النقالة	كمي منقطع
2	نوع الهواتف النقالة	كيفي
3	لون عيون أفراد عائلة عددها 7	كيفي
4	رواتب 20 عاملا	كمي مستمر
5	عدد الساعات	كمي مستمر
6	قيمة الودائع لدى أحد البنوك	كمي مستمر

التمرين الثالث:

لغرض قياس درجة الرضا الوظيفي للعمال، تم إجراء دراسة استقصائية على 100 عامل في إحدى المؤسسات الاقتصادية من خلال جمع البيانات حول العناصر التالية: الجنس، السن، المستوى الدراسي، الرتبة الوظيفية، الحالة العائلية، الدخل الشهري، ظروف العمل، عدد الغيابات عن العمل، عدد الأفراد تحت الكفالة، الحالة الصحية، المستوى المعيشي.

المطلوب:

1- اشرح الهدف من إجراء هذه الدراسة.

2- حدد الوحدة الإحصائية والمجتمع الاحصائي.

3- بين المتغيرات الإحصائية لهذه الدراسة، واذكر نوعها .

4- وضح طرق جمع البيانات الإحصائية ومصادر البيانات الاحصائية في هذه الدراسة ؟

الحل:

1- يتمثل الهدف من إجراء هذه الدراسة في قياس درجة الرضا الوظيفي لدى 100 عامل في إحدى المؤسسات الاقتصادية.

2- تحديد الوحدة الاحصائية والمجتمع الاحصائي:

- **الوحدة الاحصائية: العامل لدى المؤسسة الاقتصادية**
- **المجتمع الاحصائي: عمال المؤسسة الاقتصادية.**

3- تبيان المتغيرات الإحصائية ونوعها.

الجدول رقم (3): المتغيرات الاحصائية ونوعها

الرقم	المتغير الاحصائي	نوعه
1	الرضا الوظيفي	كيفي ترتيبي
2	الجنس	كيفي اسمي
3	السن	كمي مستمر
4	المستوى الدراسي	كيفي ترتيبي
5	الرتبة الوظيفية	كيفي
6	الحالة العائلية	كيفي
7	الدخل الشهري	كمي مستمر
8	ظروف العمل	كيفي
9	عدد الغيابات عن العمل	كمي منقطع
10	عدد الأفراد تحت الكفالة	كمي منقطع
11	الحالة الصحية	كيفي
12	المستوى المعيشي	كيفي

4- توضيح طرق جمع البيانات الإحصائية ومصادر البيانات الإحصائية في هذه الدراسة .

– طرق جمع البيانات الاحصائية: طريقة المعاينة، حيث يبلغ حجم العينة 100 عامل في المؤسسة الاقتصادية.

– مصادر البيانات الإحصائية: المصادر المباشرة أو الميدانية، حيث يمكن الحصول عليها إما عن طريق إجراء مقابلة مع المبحوثين أو توزع عليهم استبيانات.

التمرين الرابع

يوضح الجدول التالي تطور أعداد طلبة كلية الاقتصاد عبر فترة من الزمن.

الجدول رقم (4): تطور أعداد طلبة كلية الاقتصاد عبر فترة من الزمن

العدد	السنة
600	2018
700	2019
1000	2020
1200	2021

المطلوب:

1- كيف يمكن اختيار عينة منتظمة حجمها 500 فرد ؟

2- كيف يمكن اختيار عينة طبقية حجمها 500 فرد ؟

الحل:

1- كيفية اختيار عينة منتظمة حجمها 500 فرد

يعطى لأفراد المجتمع الاحصائي أرقاما متسلسلة، ثم يتم إيجاد طول فترة الاختيار وهي قسمة حجم المجتمع على حجم العينة كما يلي:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{n}} = \frac{3500}{500} = 7$$

طول فترة الاختيار أو الفاصل العددي هو 7، وعليه يتم اختيار رقم أقل أو يساوي 7، ثم نضيف له طول فترة الاختيار (7)، والعدد المتحصل عليه نضيف له 7 وهكذا حتى اختيار حجم العينة المطلوب. فمثلا

إذا تم اختيار الرقم 5 سيكون هو أول افراد العينة، نضيف له 7 يصبح الرقم 12 هو ثاني أفراد العينة وهكذا يكون أرقام أفراد العينة:

$$5 - 12 - 19 - 26 - 33 - 40 - 47 - 54 - 61 - 68 - 75\ldots\ldots\ldots$$

2- كيفية اختيار عينة طبقية حجمها 500 فرد

- **إيجاد حجم المجتمع الإحصائي**

$$N = 600+700+1000+1200 = 3500$$

- **ايجاد عدد أفراد العينة من كل طبقة:** نستخدم القاعدة التالية:

$$n_i = \frac{N_i \,.\, n}{N}$$

أي : عدد أفراد العينة من كل طبقة = (حجم العينة × حجم الطبقة) / حجم المجتمع

$$n_1 = \frac{N_1\,.n}{N} = \frac{600.500}{3500} = 85.71 \approx 86$$

$$n_2 = \frac{N_2\,.n}{N} = \frac{700.500}{3500} = 100$$

$$n_3 = \frac{N_3\,.n}{N} = \frac{1000.500}{3500} = 142.85 \approx 143$$

$$n_4 = \frac{N_4\,.n}{N} = \frac{1200.500}{3500} = 171.42 \approx 171$$

ويكون عدد افراد العينة في كل طبقة حسب الجدول الموالي:

الجدول رقم (5): عدد أفراد العينة في كل طبقة

العدد	السنة
86	2018
100	2019
143	2020
171	2021
500	**المجموع**

الفصل الثاني

عرض البيانات الاحصائية

الفصل الثاني

عرض البيانات الإحصائية

تمهيد

بعد الانتهاء من جمع البيانات الإحصائية باستخدام أدوات جمع البيانات المناسبة، يجب مراجعتها للتأكد من صحتها ودقتها، وقد تكون هذه البيانات كمية أو كيفية، وغالبا ما تكون كبيرة مما يؤدي إلى صعوبة تناولها ودراستها، لذلك كان من الضروري القيام بتصنيف وتنظيم تلك البيانات بالشكل والأسلوب الذي يؤدي إلى فهمها جيدا والتعرف عليها ووصفها ومقارنتها بغيرها من الظواهر، ويكون ذلك من خلال عرضها في شكل جداول إحصائية ورسومات بيانية.

وسيتم من خلال هذا الفصل التعرض إلى أساليب عرض البيانات الإحصائية لما لها من فائدة كبيرة في وصف البيانات وتحليلها، وذلك من خلال مجموعة من الاسئلة والتمارين مع أجوبتها وحلولها حول العرض الجدولي والبياني للتوزيعات التكرارية.

أولا: أسئلة وأجوبتها حول طرق عرض البيانات

السؤال رقم (1):

ما هي طرق عرض البيانات الإحصائية ؟

الجواب:

بعد عملية جمع البيانات الاحصائية، تأتي خطوة عرضها بشكل يسهل عملية قراءتها ومعالجتها وتحليلها ومن ثم الوصول إلى استنتاجات أو عمل أحكام تسهم في فهم الظاهرة موضع الدراسة، ويكون ذلك من خلال طريقتين أساسيتين وهما: طريقة العرض الجدولي وطريقة العرض البياني.

1- طريقة العرض الجدولي: يمكن عرض البيانات في صورة جدول تكراري الذي يختلف شكله طبقا لنوع البيانات وحسب عدد المتغيرات والأبعاد التي تحويها، بعبارة أخرى يمكن تبويب كل من البيانات الكمية والكيفية على حد سواء، كذلك يمكن تبويب البيانات الكمية المنقطعة والمستمرة، وتتم عملية التبويب من خلال إنشاء جدول تكراري (الجمعه، 2006، صفحة 7) الذي يمكن أن يكون بسيط أو تلخيصي.

2- طريقة العرض البياني: هي أحد طرق التي يمكن استخدامها في وصف البيانات، من حيث شكل التوزيع ومدى تمركز البيانات، وغالبا ما يكون العرض البياني أسهل وأسرع في وصف الظاهرة محل الدراسة، وتختلف طرق عرض البيانات بيانيا حسب نوع البيانات (خليل، صفحة 20) ، حيث نجد من أهمها ما يلي:

- الدائرة النسبية، العمود المجزأ، الأعمدة البيانية، بالنسبة للمتغيرات الكيفية.
- المدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري، منحنى التكرار التجميعي الصاعد، منحنى التكرار التجميعي النازل بالنسبة للمتغيرات الكمية المستمرة.
- الأعمدة البسيطة، بالنسبة للمتغيرات الكمية المنقطعة.

السؤال رقم (2):

تمثل البيانات التالية تقديرات 40 طالبا في مادة الإحصاء في إحدى الجامعات:

جيد	جيد جدا	راسب	ممتاز	ممتاز	جيد	جيد	جيد جدا	مقبول	راسب
جيد جدا	جيد	مقبول	جيد	مقبول	جيد	مقبول	جيد	جيد جدا	جيد
جيد	ممتاز	جيد	راسب	جيد جدا	ممتاز	جيد	ممتاز	جيد	راسب
جيد جدا	جيد	راسب	راسب	مقبول	جيد جدا	جيد جدا	جيد	جيد	جيد

أنشأ جدول توزيع تكراري لهذه البيانات.

الجواب:

المتغير في هذا المثال هو متغير كيفي (التقديرات)، وله خمسة قيم فقط، ونكون جدول تفريغ البيانات من ثلاثة أعمدة كما يلي:

الجدول رقم (6): جدول تفريغ بيانات تقديرات الطلبة

التقدير	العلامات	التكرار
ممتاز	/////	5
جيد جدا	///// ///	8
جيد	///// ///// ///// /	16
مقبول	/////	5
راسب	///// /	6
المجموع		**40**

يمثل العمودان الأول والثالث جدول التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي (تقديرات الطلبة)، كما يبينه الجدول الموالي:

الجدول رقم (7): جدول التوزيع التكراري لتقديرات الطلبة

التقدير	التكرار n_i
ممتاز	5
جيد جدا	8
جيد	16
مقبول	5
راسب	6
المجموع	**40**

السؤال رقم (3):

البيانات التالية توضح إنتاج أحد المصانع خلال 15 شهرا:

(38، 26، 26، 23، 17، 20، 27، 32، 26، 29، 35، 56، 25، 56، 54)

أعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري.

الجواب:

لعرض البيانات في جدول توزيع تكراري نتبع الخطوات الموالية:

– تحديد المدى: المدى (E)= أكبر قيمة – أصغر قيمة = 56− 17 = 39

– تحديد طول الفئة :

$$K = \frac{E}{1+3.322Log(n)}$$

$$K = \frac{56-17}{1+3.322\log(15)} = \frac{39}{1+3.322\log(15)} = \frac{39}{4.9069} = 7.9479 \approx 8$$

الجدول رقم (8): جدول التوزيع التكراري لإنتاج أحد المصانع

فئات الإنتاج	التكرار n_i
[17 - 25 [	3
[25 - 33 [	7
[33 - 41 [	2
[41 - 49 [	0
[49 - 57 [	3
المجموع	**15**

السؤال رقم (4):

مثل البيانات الموالية باستخدام العرض الدائري.

الجدول رقم (9): جدول التوزيع التكراري لعدد الطلبة في الكليات

الكلية	العلوم	الاقتصاد	الحقوق	الآداب	**المجموع**
عدد الطلبة	800	600	500	300	**2200**

الجواب:

لمعرفة زوايا القطاعات الدائرية لكل كلية نستخدم القاعدة التالية:

الزاوية المركزية للقطاع = $\frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع}}$ x 360 ، وعليه فإن:

الزاوية المركزية لقطاع كلية العلوم هي: $\frac{800}{2200}$ x 360° = 130.90 ≈ 131°

الزاوية المركزية لقطاع كلية الاقتصاد هي: $\frac{600}{2200}$ x 360° = 98.18 ≈ 98°

الزاوية المركزية لقطاع كلية الحقوق هي: $\frac{500}{2200}$ x 360° = 81.81 ≈ 82°

الزاوية المركزية لقطاع كلية الآداب هي: $\frac{300}{2200}$ x 360° = 49.09 ≈ 49°

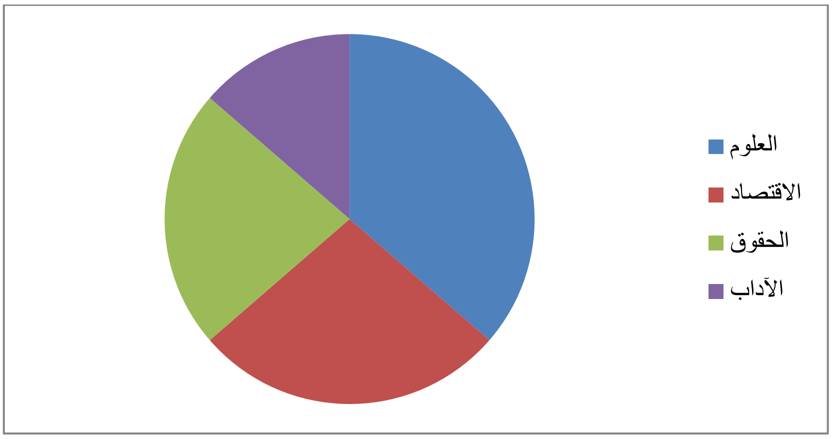
ونلاحظ أن مجموع زوايا قطاعات الكليات يساوي °360.

الجدول رقم (10): جدول يبين زوايا الدائرة البيانية لتوزيع الطلبة في الكليات

الكلية	التكرار n_i	التكرار النسبي f_i	زاوية القطاع
العلوم	800	0.3636	131°
الاقتصاد	600	0.2727	98°
الحقوق	500	0.2272	82°
الآداب	300	0.1363	49°
المجموع	**2200**	**1**	**360°**

ويتم تمثيل هذه القطاعات كما يلي:

الشكل رقم (5): العرض الدائري لعدد الطلبة في الكليات



السؤال رقم (5):

مثل بيانات السؤال رقم (4) السابق باستخدام العمود المجزأ.

الجواب:

لوضع العمود المجزأ نستعمل النسب المئوية المقابلة لكل تكرار، بحيث أن طول المستطيل يساوي 100%، كما يوضحه الجدول الموالي:

الجدول رقم (11): جدول التكرار النسبي لعدد الطلبة في الكليات

الكلية	التكرار n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i\%$
العلوم	800	%36.36
الاقتصاد	600	%27.27
الحقوق	500	%22.72
الآداب	300	%13.63
المجموع	**2200**	**%100**

ويوضح الشكل الموالي العمود المجزأ لعدد الطلبة في الكليات

الشكل رقم (6): العمود المجزأ لعدد الطلبة في الكليات

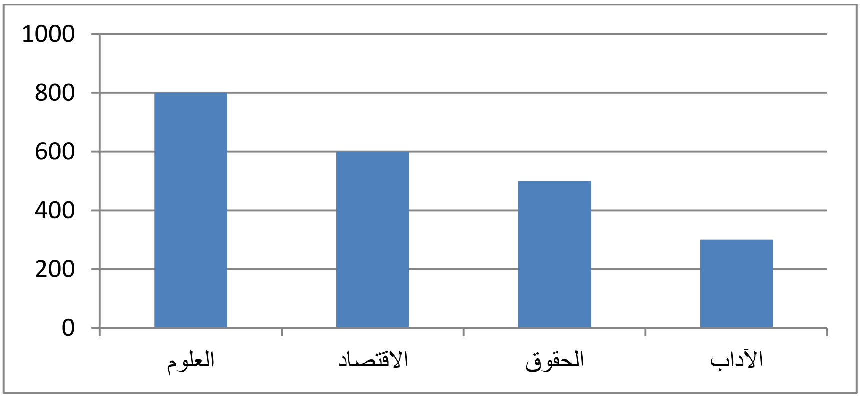
السؤال رقم (6):

مثل بيانات السؤال رقم (4) باستخدام الأعمدة البيانية.

الجواب:

تمثيل بيانات السؤال رقم (4) باستخدام الأعمدة البيانية.

الشكل رقم (7): الأعمدة البيانية لعدد الطلبة في الكليات



السؤال رقم (7):

يبين الجدول الموالي عدد العمال المشتغلين ب42 مؤسسة صغيرة في إحدى الدول.

الجدول رقم (12): جدول التوزيع التكراري لعدد العمال في المؤسسات

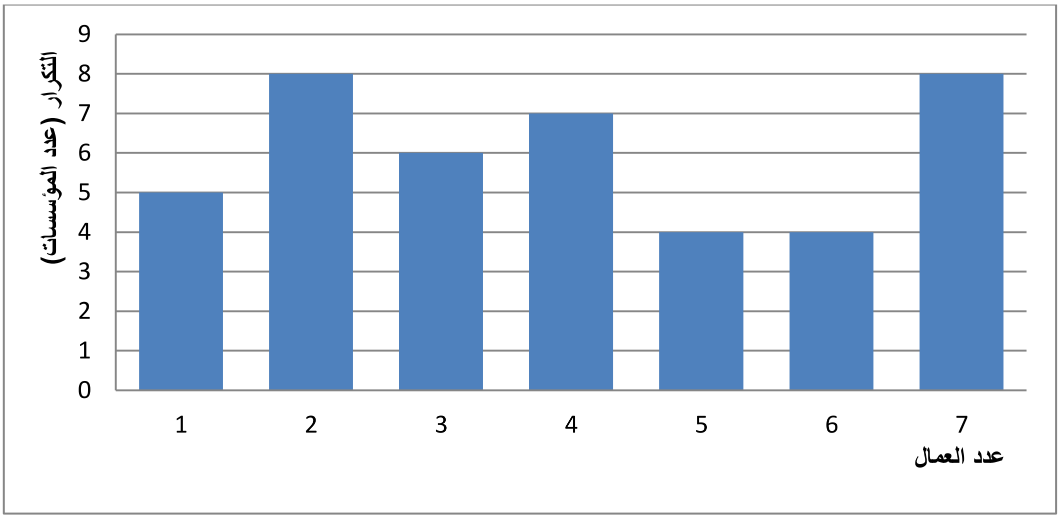
عدد العمال (x_i)	التكرار n_i (عدد المؤسسات)
1	5
2	8
3	6
4	7
5	4
6	4
7	8
المجموع	**42**

مثل هذا الجدول باستخدام الأعمدة البسيطة.

الجواب:

تمثيل الجدول رقم (12) باستخدام الأعمدة البسيطة.

الشكل رقم (8): الأعمدة البسيطة لعدد العمال في المؤسسات



السؤال رقم (8):

مثل بيانيا التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة السؤال رقم (7) السابق.

الجواب:

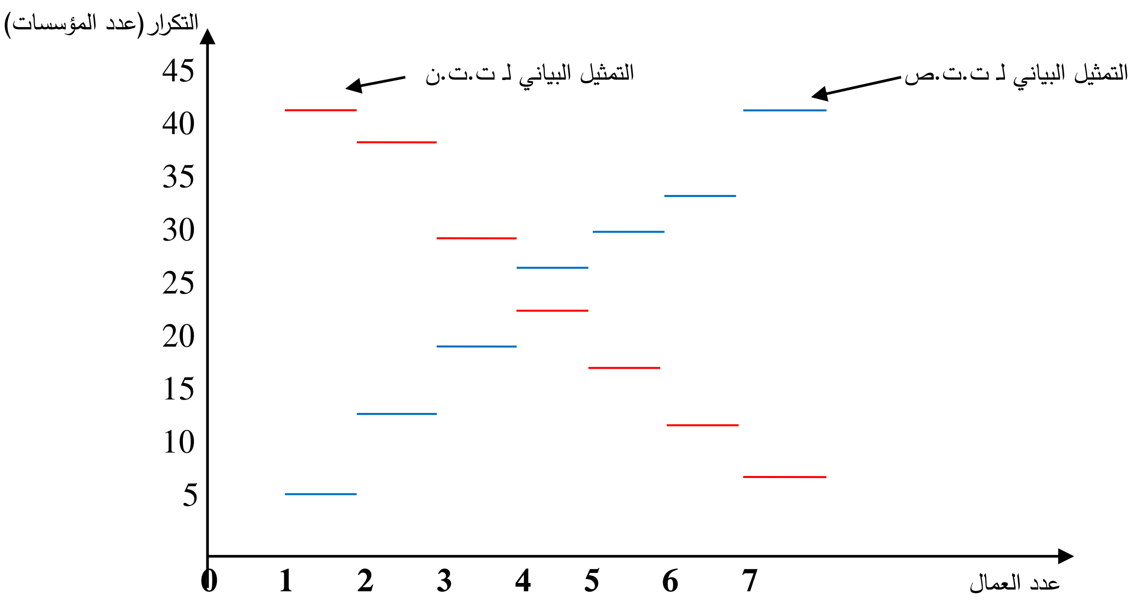
لتمثيل التكرارات التجميعية بيانيا لا بد من حساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة.

الجدول رقم (13): جدول التوزيع التكراري التجميعي لعدد العمال في المؤسسات

عدد العمال x_i	التكرار n_i	ت.ت.ص $F\uparrow$	ت.ت.ن $F\downarrow$
1	5	5	42
2	8	13	37
3	6	19	29
4	7	26	23
5	4	30	16
6	4	34	12
7	8	42	8
المجموع	**42**	–	–

تمثيل الجدول رقم (13) باستخدام القطع المستقيمة.

الشكل رقم (9): التمثيل البياني للتكرارات التجميعية لعدد العمال في المؤسسات



السؤال رقم (9):

مثل البيانات الموضحة في الجدول التكراري الآتي الذي يبين أوزان مجموعة من الأفراد.

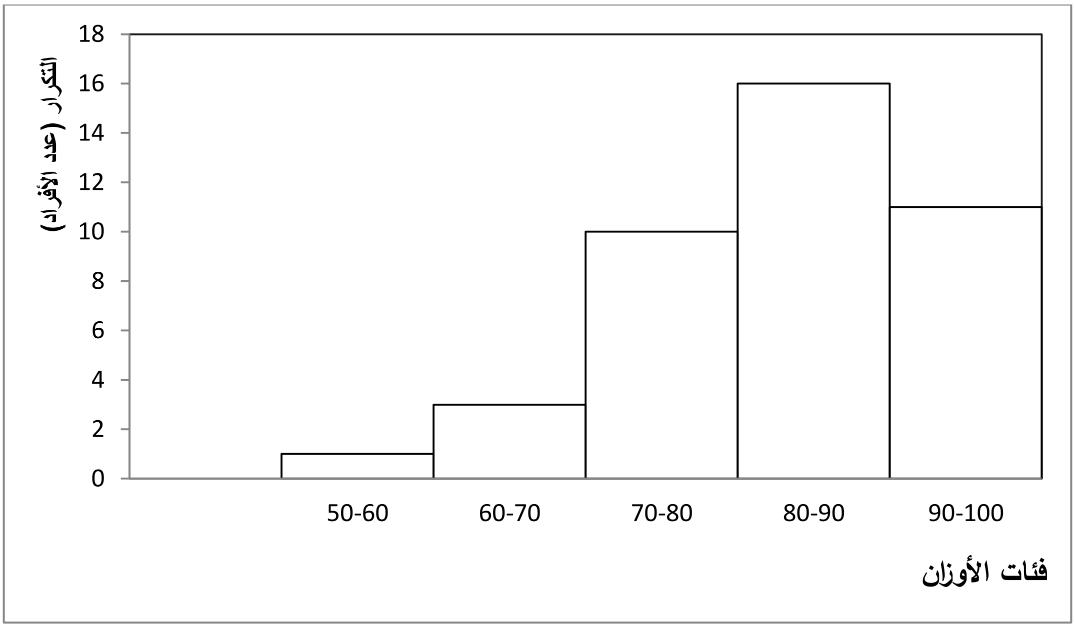
الجدول رقم (14): جدول التوزيع التكراري لأوزان مجموعة من الأفراد

فئات الأوزان	التكرار n_i (عدد الأفراد)
[50 - 60 [	1
[60 - 70 [	3
[70 - 80 [	10
[80 - 90 [	16
[90 - 100 [	11
المجموع	**41**

الجواب:

تمثيل البيانات الموضحة في الجدول التكراري في شكل مدرج تكراري.

الشكل رقم (10): المدرج التكراري لأوزان مجموعة من الأشخاص (حالة تساوي أطوال الفئات)



السؤال رقم (10):

مثل البيانات الموضحة في الجدول غير المنتظم الآتي الخاص بأعمار سكان مدينة معينة.

الجدول رقم (15): جدول يبين أعمار سكان مدينة معينة

عدد السكان	فئات السن
100	[1 -5 [
140	[5 – 10 [
170	[10 – 20 [
190	[20 – 30 [
200	[30 – 50 [
180	[50 - 60
20	[60 – 80 [
1000	**المجموع**

الجواب:

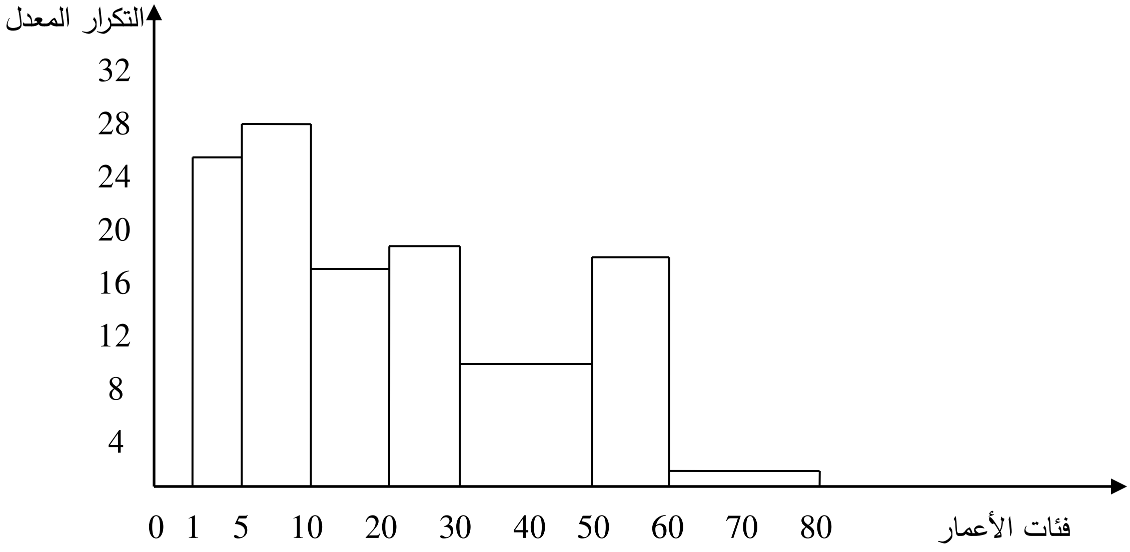
لرسم المدرج التكراري لا بد من تعديل التكرارات، حيث أطوال الفئات غير متساوية.

الجدول رقم (16): جدول التوزيع التكراري لأعمار سكان مدينة معينة

التكرار المعدل n_i^*	طول الفئة Ki	التكرار n_i (عدد السكان)	فئات السن
25	4	100	[1 -5 [
28	5	140	[5 – 10 [
17	10	170	[10 – 20 [
19	10	190	[20 – 30 [
10	20	200	[30 – 50 [
18	10	180	[50 - 60[
1	20	20	[60 – 80 [
–	–	**1000**	**المجموع**

الشكل رقم (11) يمثل المدرج التكراري لأعمار سكان مدينة معينة (حالة عدم تساوي أطوال الفئات).

الشكل رقم (11): المدرج التكراري لأعمار سكان مدينة معينة (حالة عدم تساوي أطوال الفئات)



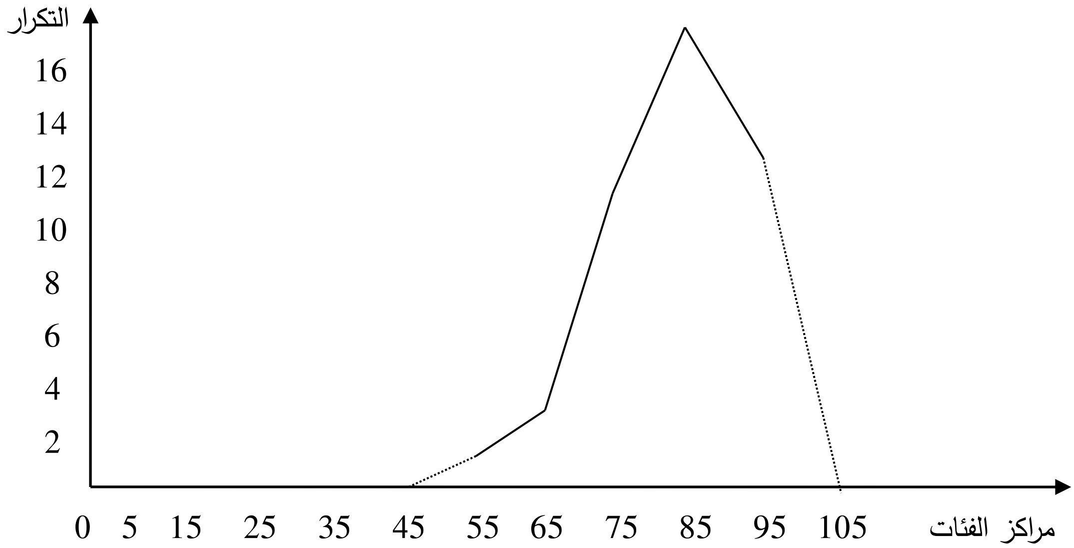
السؤال رقم (11):

أرسم المضلع التكراري لبيانات السؤال رقم (9) المتعلق بأوزان مجموعة من الأشخاص.

الجواب:

يمثل الشكل الموالي المضلع التكراري لأوزان مجموعة من الأشخاص

الشكل رقم (12): المضلع التكراري لأوزان مجموعة من الأشخاص



ملاحظة: مركز الفئة $= \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$

المساحة الكلية للبيانات تحت المدرج التكراري تساوي المساحة الكلية للبيانات تحت المضلع التكراري.

السؤال رقم (12):

مثل بيانيا التكرارات التجميعية السؤال رقم (9).

الجواب:

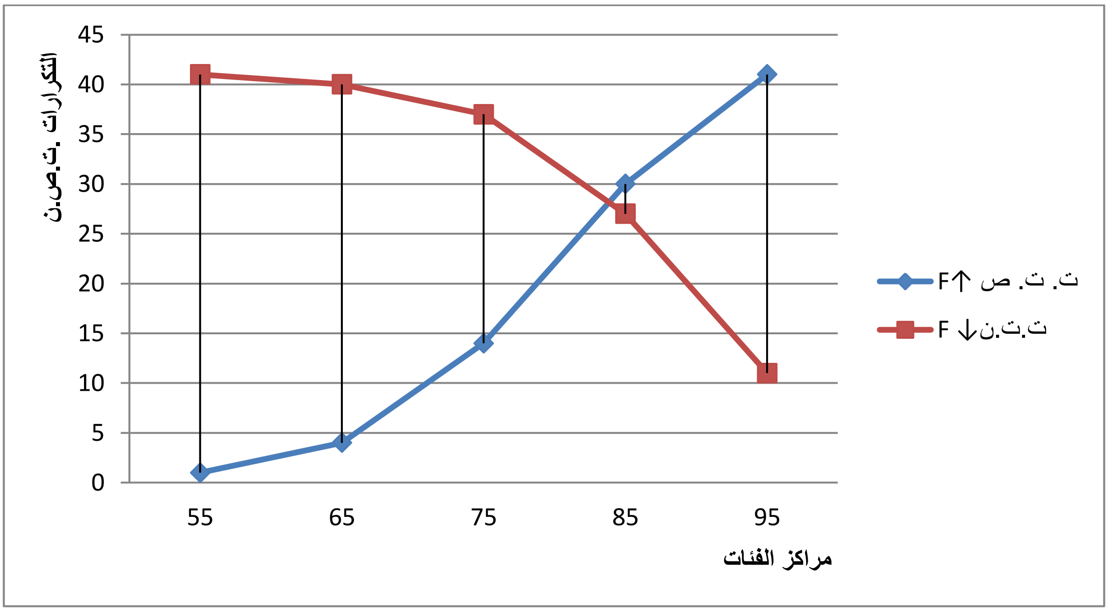
العرض البياني للتكرارات التجميعية يكون أولا بحساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة، كما يوضحه الجدول الموالي:

الجدول رقم (17): جدول التوزيع التكراري التجميعي لأوزان مجموعة من الأشخاص

فئات الأوزان	التكرار n_i (عدد الأفراد)	مراكز الفئات Xi	ت.ت.ص $F\uparrow$	ت.ت.ن $F\downarrow$
[50 - 60 [	1	55	1	41
[60 - 70 [	3	65	4	40
[70 - 80 [	10	75	14	37
[80 - 90 [	16	85	30	27
[90 - 100 [	11	95	41	11
المجموع	**41**	–	–	–

العرض البياني الموالي يوضح منحنى التكرار التجميعي الصاعد ومنحنى التكرار التجميعي النازل.

الشكل رقم (13): المنحنى التكراري التجميعي الصاعد والنازل لأوزان مجموعة من الأشخاص



ثانيا: تمارين محلولة حول طرق عرض البيانات

التمرين الأول

البيانات التالية توضح كمية المبيعات بآلاف الدينار لـ 26 محل تجاري.

51	50	50	49	48	48	47	46	45	45	44	42	40
74	65	60	59	58	58	57	55	54	54	53	53	52

المطلوب:

1- ضع جدول التوزيع التكراري المناسب لكمية مبيعات هاته المحلات التجارية، وأوجد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة المطلقة والنسبية.

2- مثل بيانيا كل من التوزيع التكراري العادي والتوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل.

الحل:

1- وضع جدول التوزيع التكراري المناسب لكمية مبيعات المحلات التجارية وإيجاد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة

- تحديد المدى: المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = 74 −40 = 34

– تحديد طول الفئة :

$$K = \frac{\mathrm{E}}{1+3.322\mathrm{Log(n)}}$$

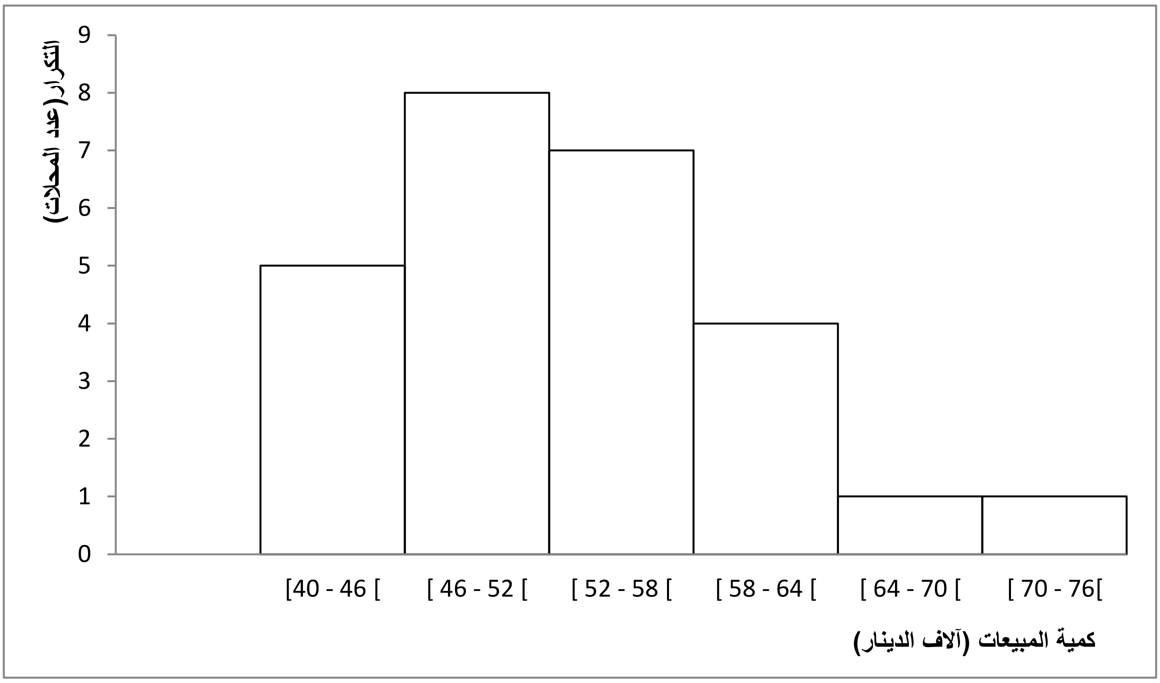
$$K = \frac{74-40}{1+3.322\mathrm{Log}(26)} = \frac{34}{1+3.322\mathrm{Log}(26)} = \frac{34}{5.7005} = 5.9643 \approx 6$$

الجدول رقم (18): جدول التوزيع التكراري لكمية المبيعات بآلاف الدينار لـ 26 محل تجاري

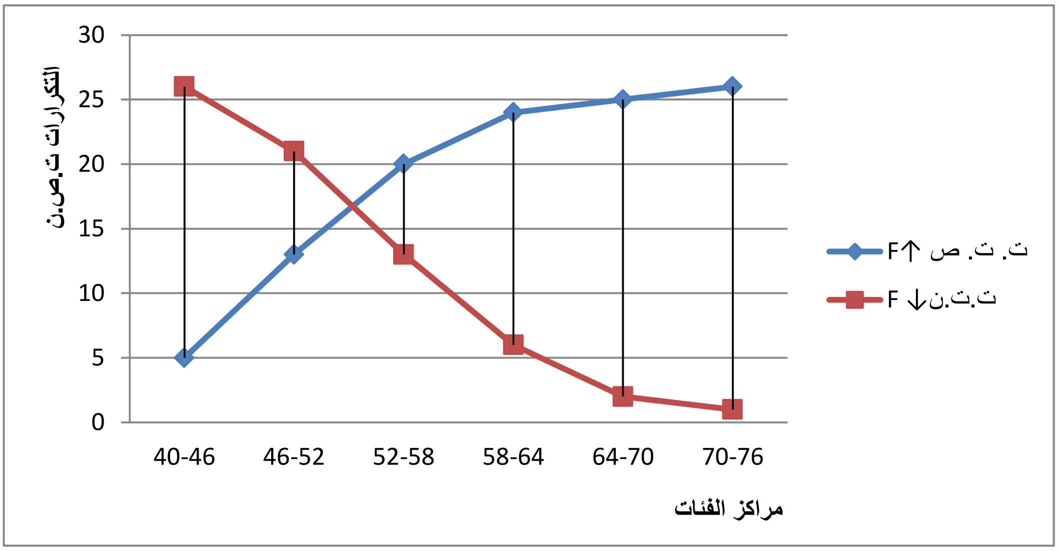
فئات المبيعات	التكرار n_i	ت.ت.ص $F\uparrow$	ت.ت.ن $F\downarrow$	ت.ن f_i	ت.ت.ص.ن $F\uparrow$	ت.ت.ن.ن $F\downarrow$
[40 - 46 [	5	5	26	0.19	0.19	1
[46 - 52 [	8	13	21	0.31	0.50	0.81
[52 - 58 [	7	20	13	0.27	0.77	0.5
[58 - 64 [	4	24	6	0.15	0.92	0.23
[64 - 70 [	1	25	2	0.04	0.96	0.08
[70 - 76[	1	26	1	0.04	1	0.04
المجموع	**26**	–	–	**1**	–	–

2- التمثيل البياني للتوزيع التكراري العادي والتوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل.

الشكل رقم (14): مدرج تكراري يمثل كمية مبيعات المحلات التجارية (آلاف الدينار)



الشكل رقم (15): المنحنى التكراري التجميعي الصاعد والنازل لكمية مبيعات المحلات التجارية



التمرين الثاني

كانت قياسات تركيز الأوزون (أجزاء لكل مائة مليون) في جو مجموعة من المدن كما يلي:

3.4	5.5	3.8	2.0	5.7	4.8	4.9	3.1	3.6	6.7
4.3	2.8	6.2	7.6	5.8	4.0	7.1	5.3	6.4	6.1

المطلوب:

1- ضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية بادئا بالفئة] 2.9 – 2.0].

2- أوجد التوزيع التكراري النسبي والتوزيع التكراري النسبي المئوي.

3- أوجد التوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل.

4- أرسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لهذا التوزيع.

الحل:

1- وضع البيانات في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية بدءا بالفئة [2.9 – 2.0].

2- إيجاد التوزيع التكراري النسبي والتوزيع التكراري النسبي المئوي.

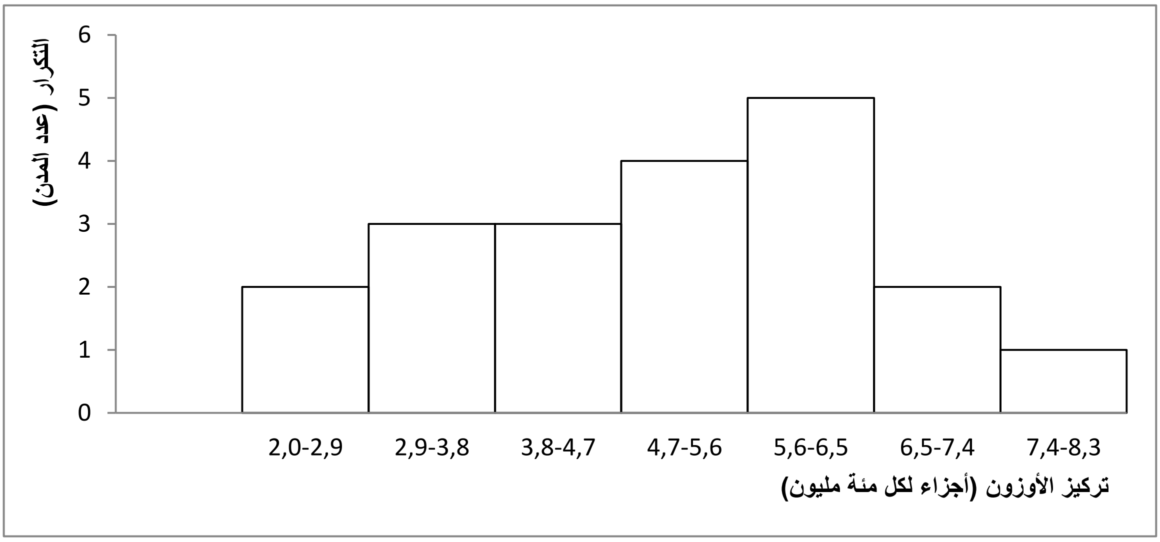
3- إيجاد التوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل.

الجدول رقم (19): جدول التوزيع التكراري لتركيز الأوزون في جو مجموعة مدن (أجزاء لكل مائة مليون)

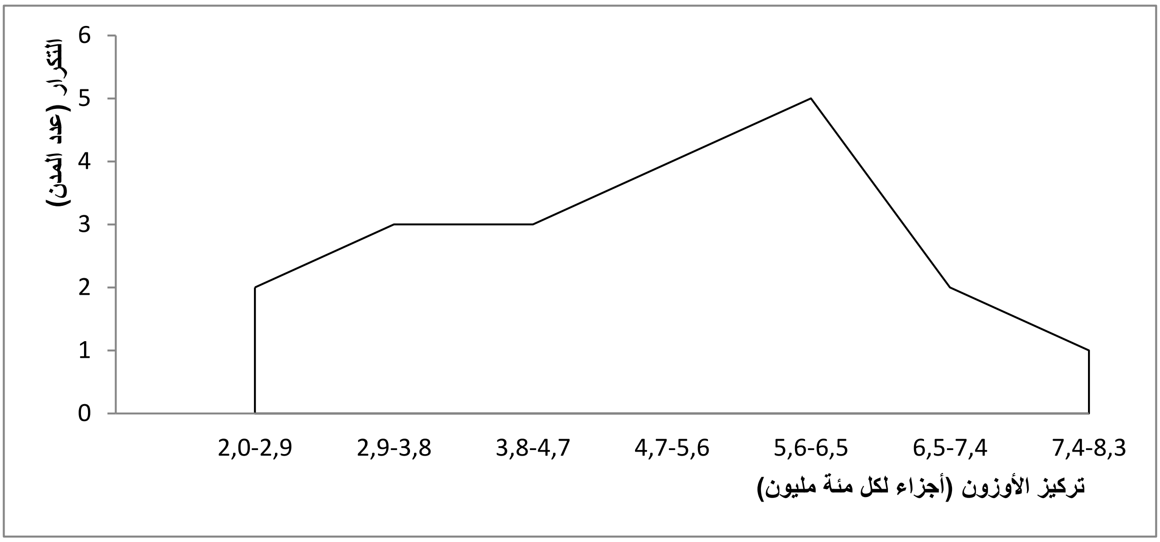
الفئات	التكرار n_i	ت.ن f_i	fi%	F↑	F↓	مراكز الفئات Xi
[2.0 – 2.9[	2	0.1	10	2	20	2.4
[2.9 – 3.8[	3	0.15	15	5	18	3.3
[3.8 – 4.7[	3	0.15	15	8	15	4.2
[4.7 – 5.6[	4	0.2	20	12	12	5.1
[5.6 – 6.5[	5	0.25	25	17	8	6.0
[6.5 – 7.4[	2	0.1	10	19	3	6.9
[7.4 – 8.3[	1	0.05	5	20	1	7.8
المجموع	**20**	**1**	**100**	–	–	–

4- رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لهذا التوزيع.

الشكل رقم (16): مدرج تكراري يمثل تركيز الأوزون في جو مجموعة من المدن (أجزاء لكل مائة مليون)



الشكل رقم (17): مضلع تكراري يمثل تركيز الأوزون في جو مجموعة من المدن (أجزاء لكل مائة مليون)



التمرين الثالث:

تمثل البيانات الموالية من أحد مخابر التحاليل الطبية فصيلة دم 40 شخص أصيب بفيروس كوفيد 19 .

O^-	A^+	A^-	O^+	O^+	O^+	A^+	A^-	O^-	AB^+
O^+	O^-	O^+	A^+	A^+	AB^+	O^+	B^+	O^+	O^-
A^-	O^+	O^-	A^+	A^+	O^+	O^-	B^+	B^+	O^+
A^+	O^-	O^+	O^+	O^+	A^-	A^+	A^+	A^+	O^+

المطلوب:

1- ما هو المتغير الاحصائي المدروس، ما هو نوعه ؟

2- كون جدول توزيع تكراري مناسب لهذه البيانات.

3- أوجد التكرارات التالية: النسبية والنسبية المئوية، التجميعية الصاعدة والتجميعية النازلة، النسبية المئوية التجميعية الصاعدة والنسبية المئوية التجميعية النازلة.

4- مثل بيانيا الجدول التكراري بطريقتين مختلفتين.

الحل:

1- المتغير الإحصائي المدروس هو: فصيلة الدم

نوع المتغير الإحصائي: متغير كيفي اسمي.

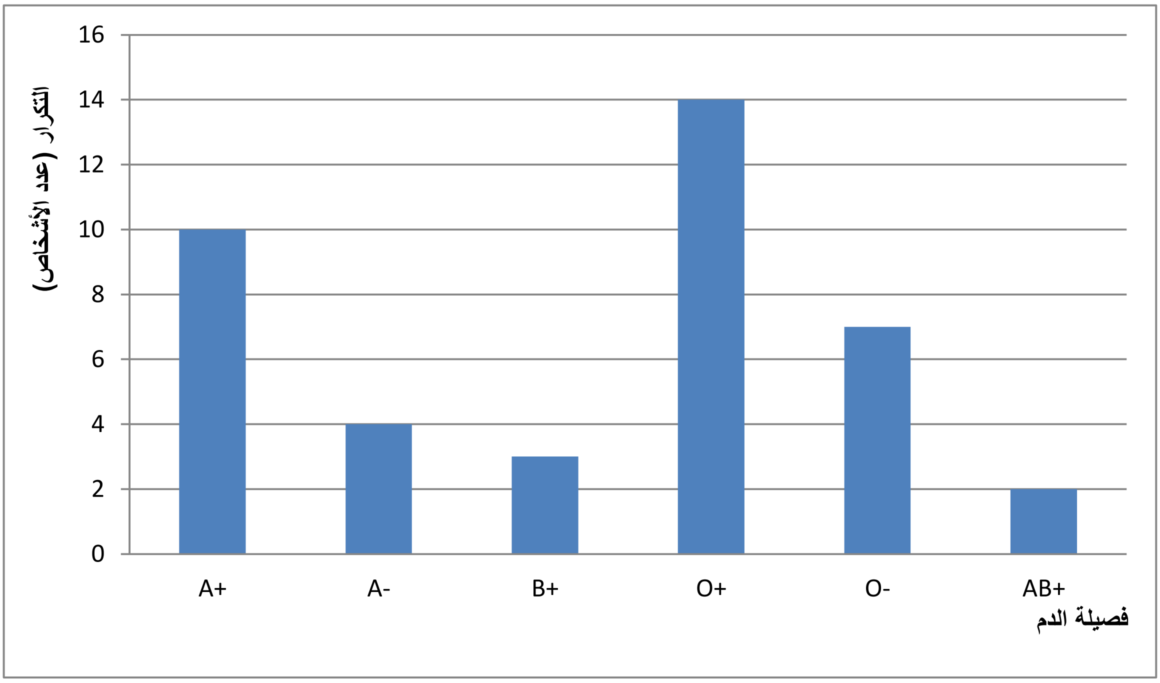
2- تكوين جدول التوزيع التكراري المناسب، وحساب التكرارات المطلوبة.

الجدول رقم (20): جدول التوزيع التكراري لفصيلة دم 40 شخص مصاب بفيروس كوفيد 19

المتغير الاحصائي (فصيلة الدم)	التكرار n_i	ت.ن f_i	ت.ن.م $f_i\%$	ت.ت.ص $F\uparrow$	ت.ت.ن $F\downarrow$	ت.ن.م.ت.ص $F\%\uparrow$	ت.ن.م.ت.ن $F\%\downarrow$
A^+	10	0.25	25	10	40	25	100
A^-	4	0.1	10	14	30	35	75
B^+	3	0.075	7.5	17	26	42.5	65
O^+	14	0.35	35	31	23	77.5	57.5
O^-	7	0.175	17.5	38	9	95	22.5
AB^+	2	0.05	5	40	2	100	5
المجموع	**40**	**1**	**100**	–	–	–	–

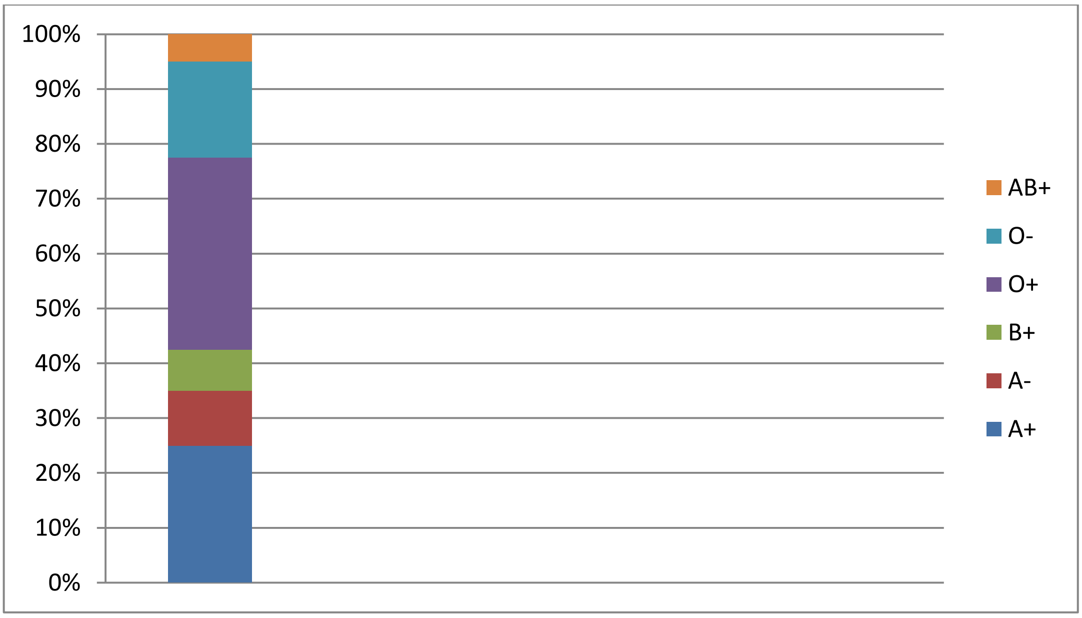
4-1 التمثيل البياني للجدول التكراري بطريقة الأعمدة البيانية

الشكل رقم (18): أعمدة بيانية لفصيلة دم 40 شخص مصاب بفيروس كوفيد 19



2-4 التمثيل البياني للجدول التكراري بطريقة العمود المجزأ

الشكل رقم (19): عمود مجزأ لفصيلة دم 40 شخص مصاب بفيروس كوفيد 19



التمرين الرابع:

يبين الجدول التالي عدد الوحدات المنتجة في أحد المصانع خلال ثمان سنوات.

الجدول رقم (21): عدد الوحدات المنتجة في أحد المصانع

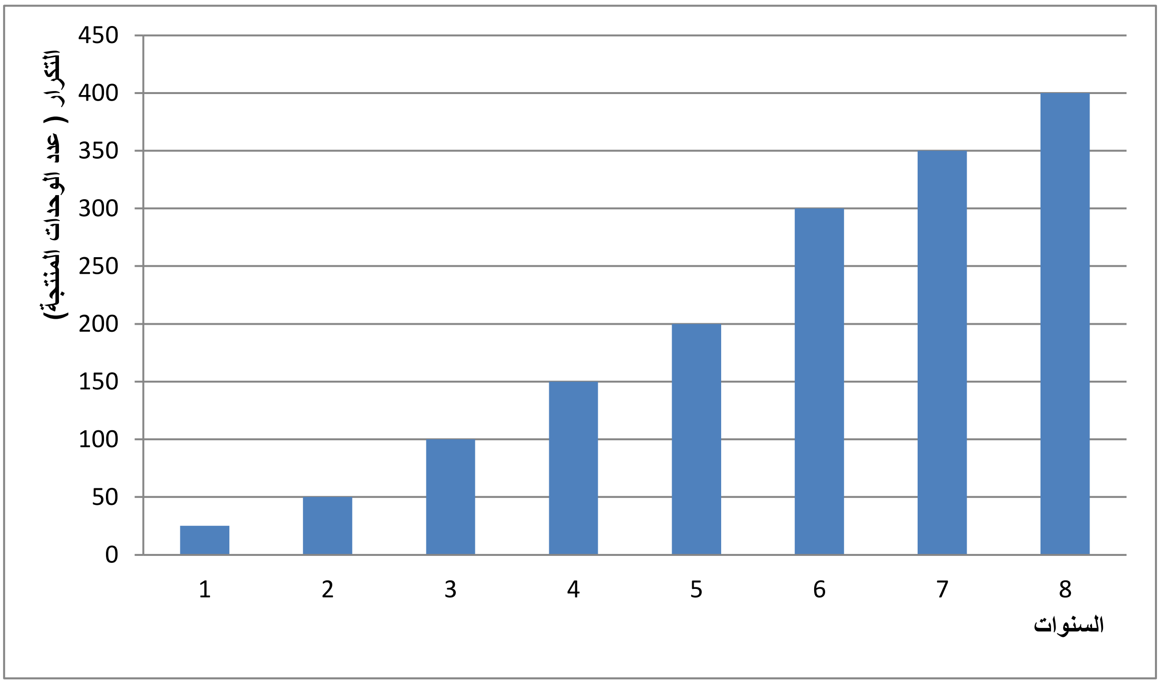
السنة	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الوحدات المنتجة	25	50	100	150	200	300	350	400

المطلوب: ضع العرض البياني المناسب لهذه البيانات.

الحل:

العرض البياني المناسب لهذا الجدول هو الأعمدة البسيطة، كما يبينه الشكل رقم (20)

الشكل رقم (20): أعمدة بسيطة لعدد الوحدات المنتجة في أحد المصانع



التمرين الخامس

يوضح الجدول الموالي عدد الأسهم المباعة في أحد الأيام في إحدى الأسواق المالية:

الجدول رقم (22): عدد الأسهم المباعة في إحدى الأسواق المالية

القطاع	البنوك	الخدمات	التأمين	الصناعة	**المجموع**
عدد الأسهم	29000	12000	6000	123000	**170000**

المطلوب:

1- أوجد التكرارات النسبية والتكرارات النسبية المئوية.

2- مثل هذا الجدول باستعمال طريقة الدائرة والعمود المجزأ.

الحل:

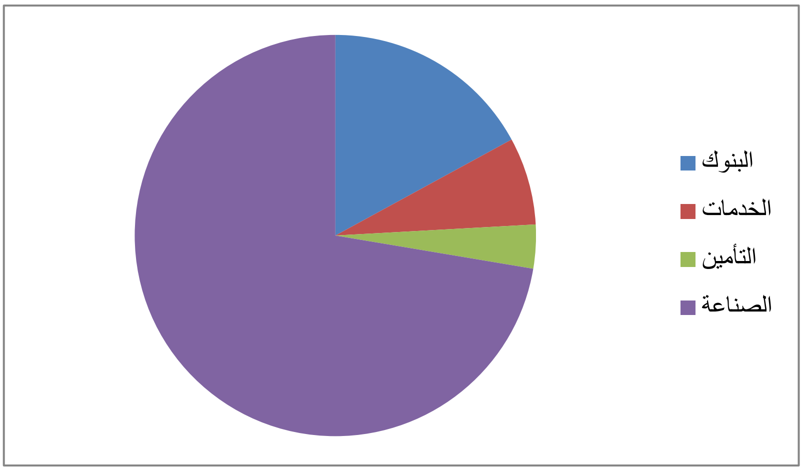
1- إيجاد التكرارات النسبية والتكرارات النسبية المئوية.

الجدول رقم (23): جدول التوزيع التكراري لعدد الأسهم المباعة في إحدى الأسواق المالية

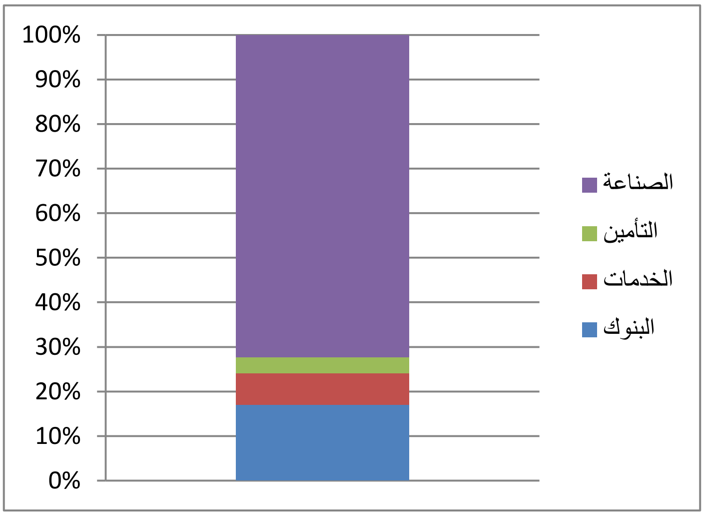
القطاع	التكرار n_i	ت.ن f_i	ت.ن.م fi%	زاوية القطاع	ت.ن.م.ت.ص F%↑
البنوك	29000	0.1706	17.06%	61°	17.06%
الخدمات	12000	0.0706	7.06%	25°	24.12%
التأمين	6000	0.0353	3.53%	13°	27.65%
الصناعة	123000	0.7235	72.35%	261°	100%
المجموع	**170000**	**1**	**100%**	**360°**	-

2- تمثيل الجدول باستعمال الدائرة والعمود المجزأ

الشكل رقم (21): العرض الدائري لعدد الأسهم المباعة لكل قطاع



الشكل رقم (22): العمود المجزأ لعدد الأسهم المباعة لكل قطاع



التمرين السادس

يمثل الجدول التالي مراكز الفئات وتكراراتها المقابلة لمتغير درجات الحرارة في مجموعة من البلدان.

الجدول رقم (24): مراكز الفئات وتكراراتها المقابلة

مراكز الفئات	4	11	18	25	32	39	46
التكرار	3	6	10	15	9	5	2

علما أن الحد الأدنى للفئة الأولى هو 2.

المطلوب:

1- أوجد حدود الفئات، ثم وضع جدول التوزيع التكراري المناسب.

2- مثل الجدول التكراري بالطرق التالية:

- المدرج التكراري
- المضلع التكراري
- المنحنى التكراري
- المنحنى التكراري التجميعي الصاعد والنازل.

الحل:

1- إيجاد حدود الفئات.

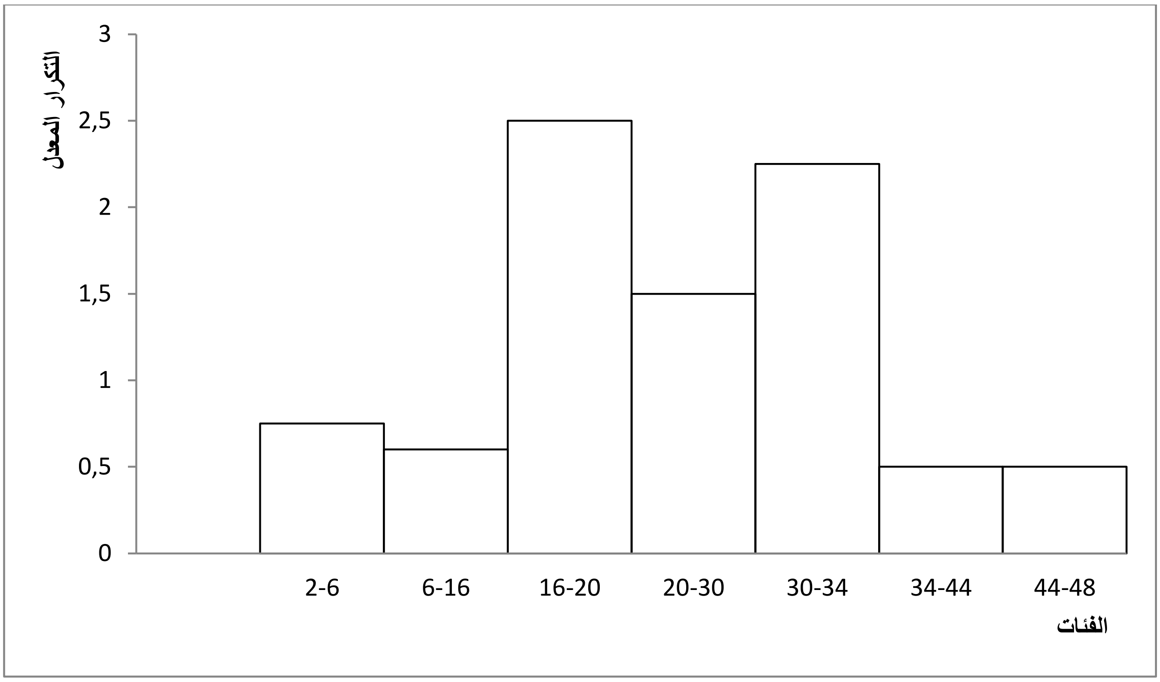
الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة = مركز الفئة × 2

الجدول رقم (25): جدول التوزيع التكراري لدرجات الحرارة في مجموعة من البلدان

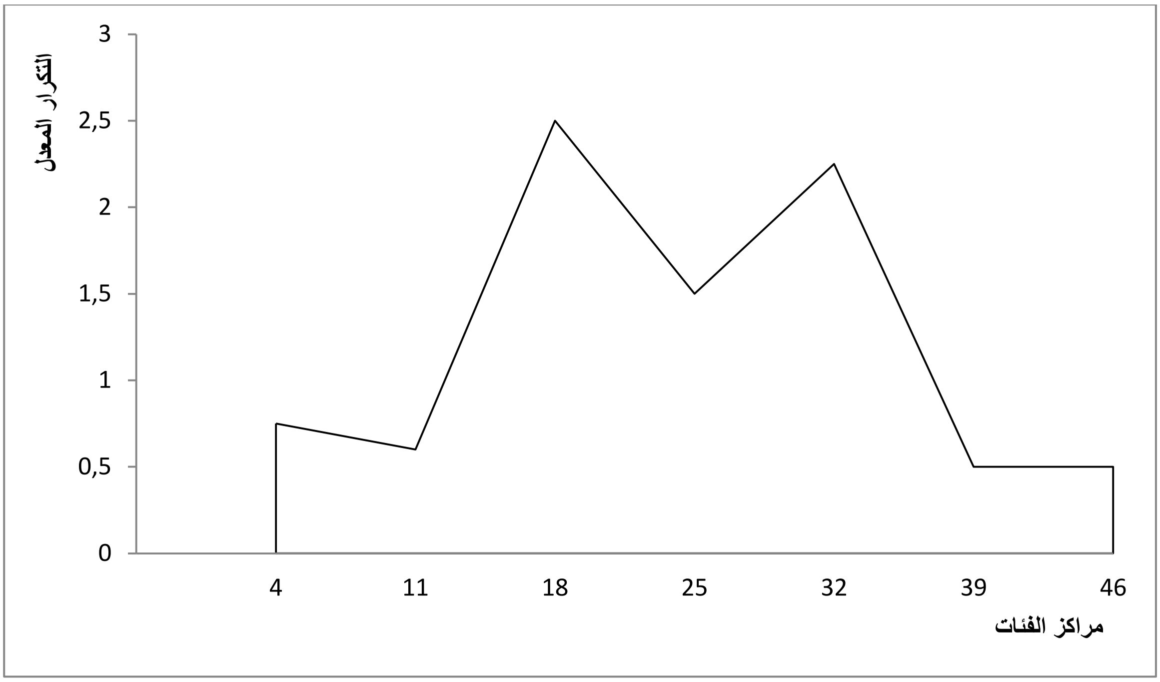
الفئات	التكرار n_i	مراكز الفئات Xi	الحد الأعلى + الحد الأدنى	F↑	F↓	طول الفئات Ki	التكرار المعدل n_i*
[2 – 6[	3	4	8	3	50	4	0.75
[6 –16 [	6	11	22	9	47	10	0.6
[16 –20 [	10	18	36	19	41	4	2.5
[20 –30 [	15	25	50	34	31	10	1.5
[30 –34 [	9	32	64	43	16	4	2.25
[34 – 44[	5	39	78	48	7	10	0.5
[44 –48 [	2	46	92	50	2	4	0.5
المجموع	**50**	–	–	–	–	–	–

2– تمثيل التوزيع التكراري بالمدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري، المنحنى التكراري التجميعي.

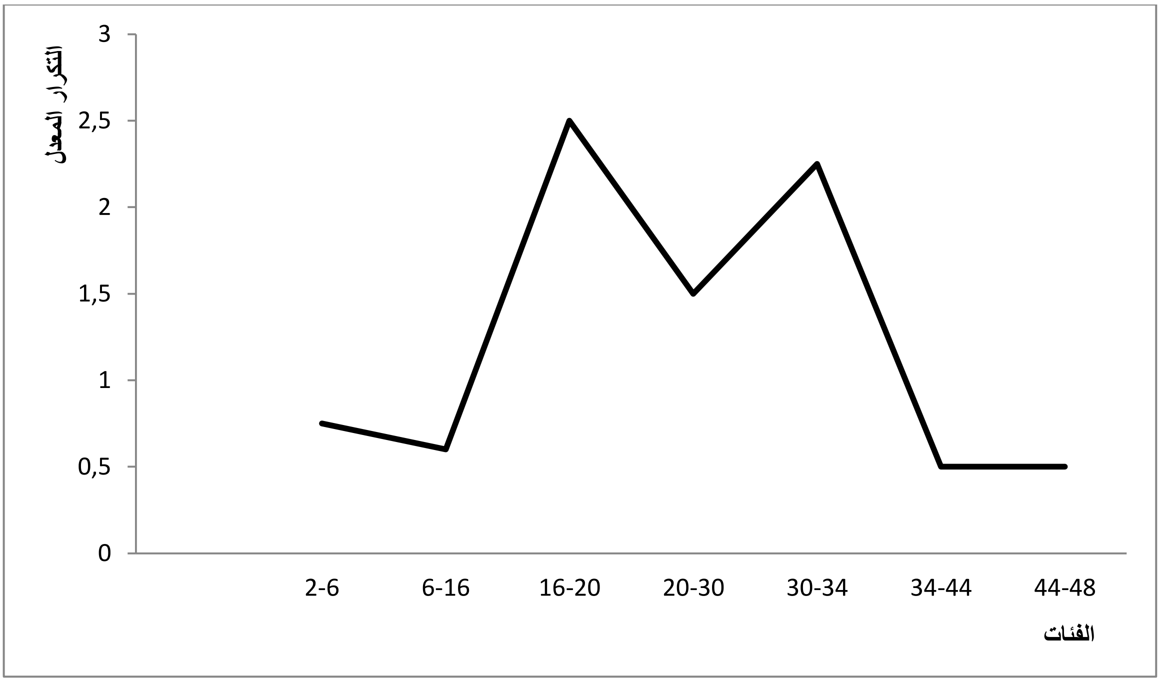
الشكل رقم (23): المدرج التكراري لدرجات الحرارة في مجموعة من البلدان



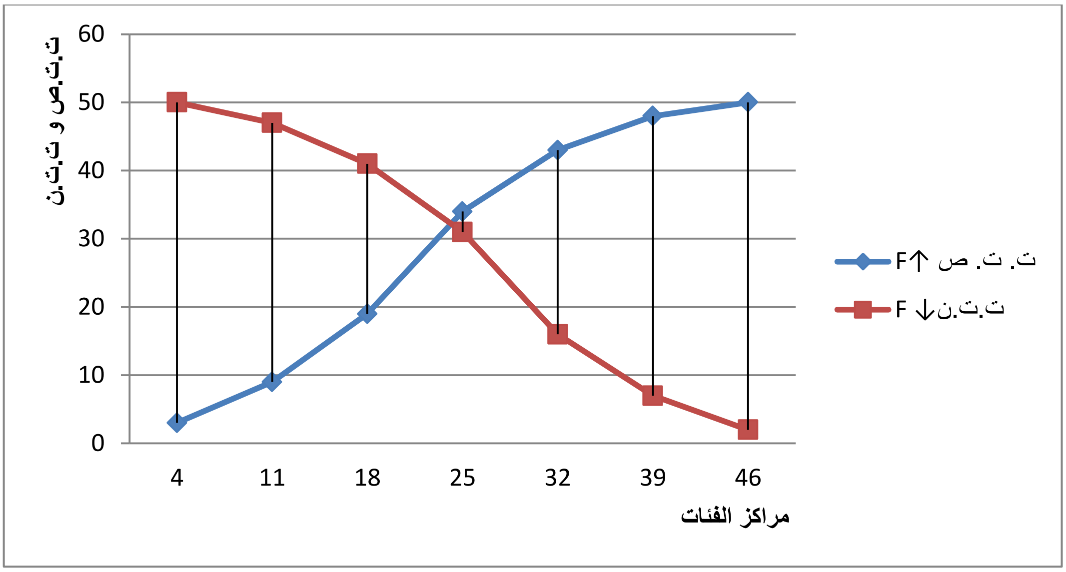
الشكل رقم (24): المضلع التكراري لدرجات الحرارة في مجموعة من البلدان



الشكل رقم (25): المنحنى التكراري لدرجات الحرارة في مجموعة من البلدان



الشكل رقم (26): منحنى التكرار التجميعي الصاعد والنازل لدرجات الحرارة



التمرين السابع

ليكن التوزيع الإحصائي التالي الخاص بأجور مجموعة من العمال في أحد المصانع:

الجدول رقم (26): أجور مجموعة من العمال في أحد المصانع

الأجور (10^2 دج)	عدد العمال
48 – 60	12
60 – 72	23
72 – 84	39
84 – 120	60
120 – 180	55
180 – 240	35

المطلوب:

1- حدد نوع الخاصية المدروسة في التوزيع الإحصائي.

2- ضع العرض البياني المناسب لهذا التوزيع.

3- أوجد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة ومثلها بيانيا، ماذا تمثل نقطة التقاطع ؟

4- أوجد عدد العمال ونسبتهم الذين يتحصلون على أجر أكبر أو يساوي 60 (10^2 دج).

5- أوجد عدد العمال ونسبتهم الذين يتحصلون على أجر يقل عن 120 (10^2 دج).

6- أوجد عدد العمال ونسبتهم الذين يتراوح أجرهم ما بين 65 (10^2 دج) و 130(10^2 دج).

الحل:

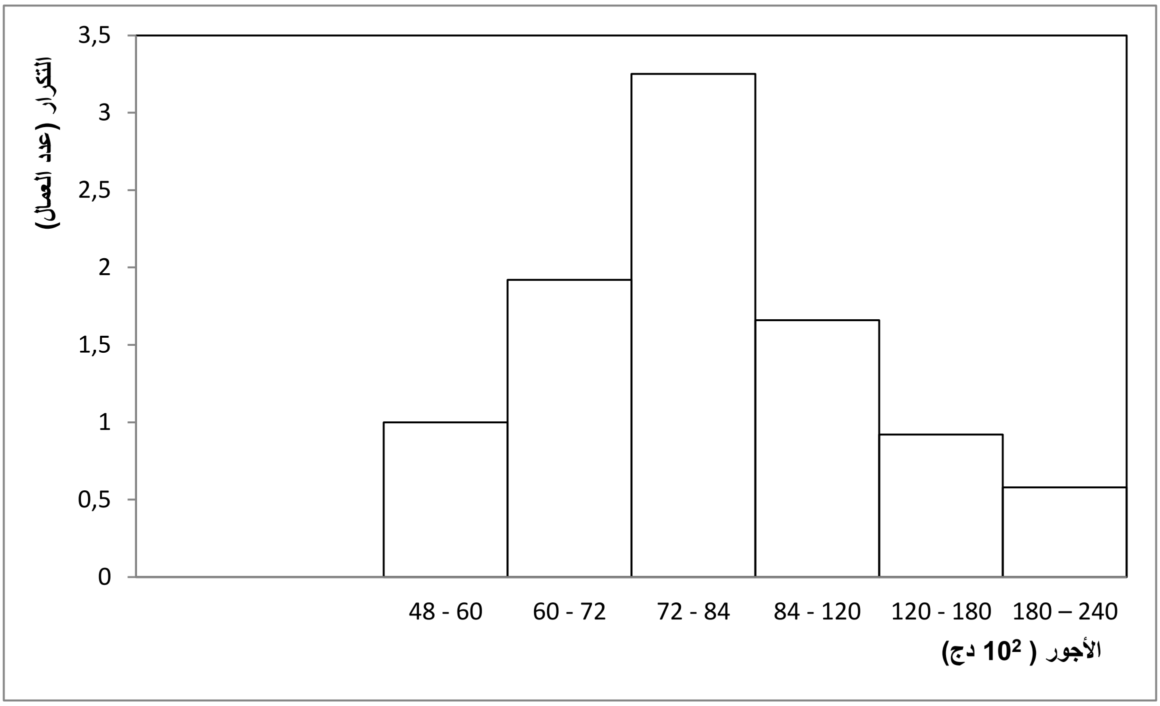
1- الخاصية المدروسة في التوزيع الإحصائي هي: أجور العمال، نوعها: كمي مستمر

2- العرض البياني المناسب لهذا التوزيع هو المدرج التكراري، ولكن يتعين أولا حساب التكرار المعدل لأن أطوال الفئات غير متساوية، كما يوضحه الجدول رقم (27).

الجدول رقم (27): جدول التوزيع التكراري لأجور مجموعة من العمال في أحد المصانع

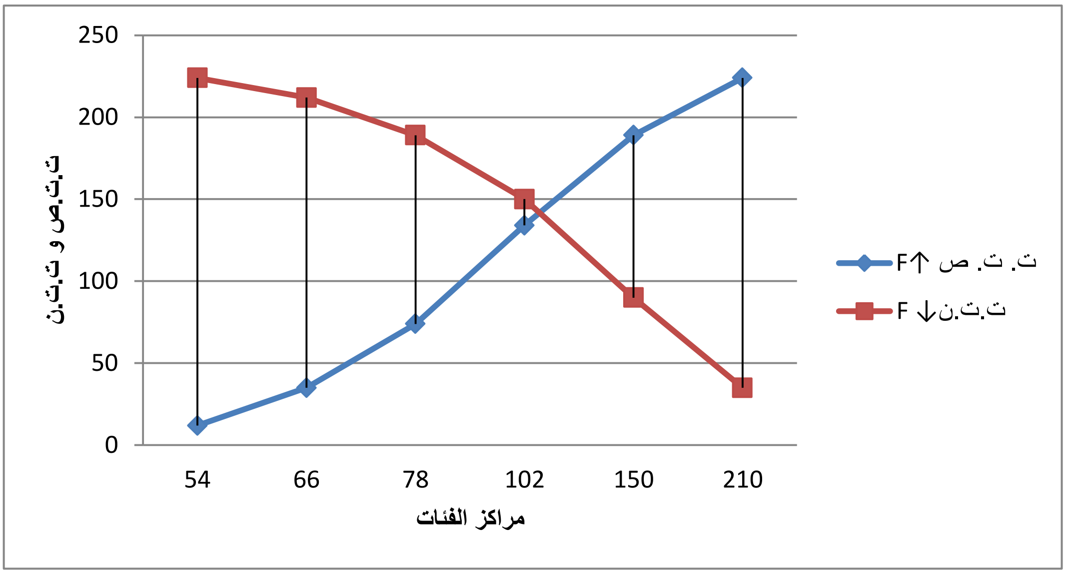
الأجور (10^2 دج)	التكرار n_i (عدد العمال)	طول الفئة K_i	التكرار المعدل n_i^*	مركز الفئة X_i	F↑	F↓
48 – 60	12	12	1	54	12	224
60 – 72	23	12	1.92	66	35	212
72 – 84	39	12	3.25	78	74	189
84 – 120	60	36	1.66	102	134	150
120 – 180	55	60	0.92	150	189	90
180 – 240	35	60	0.58	210	224	35
المجموع	**224**	–	–	–	–	–

الشكل رقم (27): المدرج التكراري لأجور العمال



2- إيجاد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة وتمثيلها بيانيا.

الشكل رقم (28): منحنى التكرار التجميعي الصاعد والنازل لأجور العمال



- تمثل نقطة تقاطع منحنيي التكرار التجميعي الصاعد والنازل: الوسيط.

4- إيجاد عدد العمال ونسبتهم الذين يتحصلون على أجر أكبر أو يساوي 60 (10^2 دج).

عدد العمال هو : 212 عامل.

$$23+39+60+55+35 = 212$$

نسبة العمال هي: %94.64

$$\frac{212}{224} \times 100 = 94.64\ \%$$

5- إيجاد عدد العمال ونسبتهم الذين يتحصلون على أجر يقل عن 120 (10^2 دج).

عدد العمال هو : 134 عامل.

$$12+23+39+60= 134$$

نسبة العمال هي: %59.82

$$\frac{134}{224} \times 100 = 59.82\ \%$$

6- إيجاد عدد العمال ونسبتهم الذين يتراوح أجرهم ما بين 65 (10^2 دج) و 130(10^2 دج).

$[\,60 - 72\,[\longrightarrow 23$

$K = 12$

$[\,65 - 72\,[\longrightarrow n$

$K = 7$

$$n = \frac{7\times 23}{12} = 13.41 \approx 13$$

$$\left.\begin{array}{l} [\,120 - 180\,[\longrightarrow 55 \\ K = 60 \\ [\,120 - 130\,[\longrightarrow n \end{array}\right] n = \frac{10\times 55}{60} = 9.16 \approx 9$$

$K = 10$

وعليه، عدد العمال هو : 39 عامل.

$$13 + 39 + 60 + 9 = 121$$

نسبة العمال هي: %54.01

$$\frac{121}{224} \times 100 = 54.01\ \%$$

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد

يعتبر استخدام الجداول التكرارية والرسوم بيانية إحدى الطرق الإحصائية في تنظيم وتلخيص البيانات، وبالإضافة إلى هاتين الطريقتين، يوجد العديد من الأساليب الإحصائية التي تزيد من دقة وصف التوزيعات التكرارية، ومن أهمها المؤشرات الدالة على النزعة المركزية، حيث تتجمع وتتمركز معظم البيانات في التوزيع حول قيمة أو نقطة معينة.

وانطلاقا مما سبق، سيتم من خلال هذا الفصل شرح وتفصيل أهم مقاييس النزعة المركزية المتمثلة في الوسط الحسابي؛ الوسط الهندسي والوسط التوافقي والوسط التربيعي؛ الوسيط؛ المنوال؛ الربيعيات والعشيريات والمئينات، وذلك من خلال مجموعة من الاسئلة المباشرة مع أجوبتها وكذلك مجموعة من التمارين المحلولة.

أولا: أسئلة وأجوبتها في مقاييس النزعة المركزية

السؤال رقم (1):

ماذا يقصد بمقاييس النزعة المركزية ؟ وما هي أهم مقاييسها ؟

الجواب:

تعبر النزعة المركزية على ميل معظم البيانات للتمركز حول نقطة أو قيمة واحدة في التوزيع. ولذلك، تهتم مقاييس النزعة المركزية بحساب القيمة التي تتمركز حولها معظم المشاهدات (طبيه، 2008، صفحة 43)، بتعبير آخر مقاييس النزعة المركزية هي تلك المؤشرات التي تبحث في تقدير هذه القيمة التي تتمركز حولها أغلبية البيانات بحيث تمثلها أفضل تمثيل، ومن أهم هذه المقاييس:

1- الوسط الحسابي 2- الوسط الهندسي 3- الوسط التوافقي 4- الوسط التربيعي
5- الوسيط 6- المنوال 7- الربيعيات والعشيريات والمئينات

السؤال رقم (2):

عرف كل من الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال.

الجواب:

يعرف **الوسط الحسابي** بأنه مركز تجمع البيانات في توزيع معين، أو هو نقطة توازن بين البيانات في التوزيع، ويعتبر من أكثر مقاييس النزعة المركزية انتشارا واستخداما لأنه يعتمد على جميع البيانات في التوزيع دون استثناء.

أما الوسيط فهو تلك القيمة التي يقل عنها 50% من البيانات المرتبة تصاعديا أو تنازليا، بعبارة أخرى هي تلك القيمة التي تتوسط مجموعة من البيانات المرتبة تصاعديا أو تنازليا، وهو مؤشر يستخدم أحيانا لوصف تجمع أو تمركز البيانات في توزيع ما.

ويعد **المنوال** من أبسط مقاييس النزعة المركزية وهو القيمة الأكثر تكرارا أي القيمة التي يقابلها أكبر تكرار، ومن الممكن وجود أكثر من منوال لمجموعة من البيانات أو لتوزيع تكراري معين، وفي هذه الحالة يسمى التوزيع متعدد المنوال، كما يمكن أن لا يوجد له منوال، ويسمى التوزيع عديم المنوال. (أبو عقيل، 2012، الصفحات 56-68)

السؤال رقم (3):

تمثل البيانات التالية النقاط التي تحصل عليها أحد الطلبة في خمسة امتحانات:

8 10 12 17 15

أحسب الوسط الحسابي بالطريقة المباشرة وبطريقة الوسط الفرضي.

الجواب:

1- حساب الوسط الحسابي بالطريقة المباشرة:

الوسط الحسابي لهذه العلامات هو مجموع هذه العلامات مقسوما على عددها.

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{8 + 10 + 12 + 17 + 15}{5} = 12.4$$

2- حساب الوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي:

نفترض أن $X_0 = 12$، إذن الوسط الحسابي هو:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum(X_i - X_0)}{N}$$

$$\bar{X} = 12 + \frac{(8-12)+(10-12)+(12-12)+(17-12)+(15-12)}{5} = 12.4$$

وهي نفس النتيجة المستخرجة بالطريقة السابقة.

السؤال رقم (4):

التوزيع التكراري الموالي يمثل أعمار 25 عامل في أحد المصانع.

الجدول رقم (28): أعمار 25 عامل في أحد المصانع

أعمار العمال (x_i)	27	29	32	34	38	40	41	44	50
عدد العمال (n_i)	2	4	2	4	3	4	2	2	2

أحسب الوسط الحسابي لأعمار العمال بالطريقة المباشرة وبطريقة الوسط الفرضي.

الجواب:

لحساب الوسط الحسابي لأعمار العمال بالطريقة المباشرة وبطريقة الوسط الفرضي نكمل الجدول التكراري كما يلي:

الجدول رقم (29): جدول التوزيع التكراري لأعمار العمال

أعمار العمال (x_i)	عدد العمال (n_i)	$x_i n_i$	$X_i - X_0$	$n_i(X_i - X_0)$
27	2	54	−11	−22
29	4	116	−9	−36
32	2	64	−6	−12
34	4	136	−4	−16
38	3	114	0	0
40	4	160	2	8
41	2	82	3	6
44	2	88	6	12
50	2	100	12	24
المجموع	**25**	**914**	−	**−36**

1− الطريقة المباشرة:

بتكملة الجدول أعلاه بالعمود $x_i n_i$ والذي يمثل حاصل ضرب قيم المتغير والتكرارات، نستطيع إيجاد الوسط الحسابي $\bar{X}$ باستخدام الصيغة الموالية:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \, n_i}{\sum n_i} = \frac{914}{25} = 36.56 \approx 36$$

2− طريقة الوسط الفرضي:

لغرض استخراج الوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي، نضع العمود $n_i(X_i - X_0)$ ، ونفترض أن $X_0 = 38$، إذن الوسط الحسابي وفق هذه العلاقة هو:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum n_i(X_i - X_0)}{\sum n_i} = 38 + \frac{-36}{25} = 36.56 \approx 36$$

السؤال رقم (5):

الجدول التكراري الموالي يمثل تصنيف عدد من الأسر حسب إنفاقهم الشهري.

الجدول رقم (30): تصنيف عدد من الأسر حسب إنفاقهم الشهري

فئات الإنفاق الشهري	0−100	100−200	200−300	300−400	400−500
عدد الأسر (n_i)	2	5	10	3	1

أحسب الوسط الحسابي للأجور.

الجواب:

لحساب الوسط الحسابي نكمل الجدول كما يلي:

الجدول رقم (31): جدول التوزيع التكراري لإنفاق الأسر

فئات الإنفاق الشهري	عدد الأسر (n_i)	مراكز الفئات (x_i)	$x_i n_i$	$X_i - X_0$	$n_i(X_i - X_0)$
0 – 100	2	50	100	−200	−400
100 – 200	5	150	750	−100	−500
200 – 300	10	250	2500	0	0
300 – 400	3	350	1050	100	300
400 – 500	1	450	450	200	200
المجموع	**21**	–	**4850**	–	**−400**

1– الطريقة المباشرة:

بتكملة الجدول أعلاه لإيجاد العمود x_i والعمود $x_i n_i$، نستطيع إيجاد الوسط الحسابي $\bar{X}$ باستخدام الصيغة الموالية: $\bar{X} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{4850}{21} = 230.95 \approx 231$

2– طريقة الوسط الفرضي:

في هذه حالة البيانات المبوبة ذات الفئات فلابد من تحديد مراكز هذه الفئات، ونفترض أن $X_0 = 250$،

إذن الوسط الحسابي هو:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum n_i (X_i - X_0)}{\sum n_i} = 250 + \frac{-400}{21} = 230.95 \approx 231$$

السؤال رقم (6):

أوجد الوسط الحسابي، الهندسي، التوافقي والوسط التربيعي للأعداد: (5،8،10،12)

الجواب:

1– إيجاد الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{12+10+8+5}{4} = \frac{35}{4} = 8.75$$

2– إيجاد الوسط الهندسي

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)\ldots\ldots(X_n)} = \sqrt[4]{(12)(10)(8)(5)} = \sqrt[4]{4800} = 8.32$$

أو $\text{Log } G = \frac{1}{N} \sum \log Xi$

$$\text{Log } G = \frac{1}{4}(log12 + log10 + log8 + log5) = 0.9203 \Rightarrow G = 10^{0.9203} = 8.32$$

3- إيجاد الوسط التوافقي

$$H = \frac{N}{\sum\frac{1}{x_i}} = \frac{4}{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}+\frac{1}{8}+\frac{1}{5}} = \frac{4}{\frac{61}{120}} = \frac{480}{61} = 7.86$$

4- إيجاد الوسط التربيعي

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{12^2+10^2+8^2+5^2}{4}} = \sqrt{\frac{333}{4}} = 9.12$$

من النتائج المحصل عليها نلاحظ أن: $Q > \overline{X} > G > H$

السؤال رقم (7):

أحسب الوسط الحسابي، الهندسي، التوافقي والوسط التربيعي للبيانات الموالية الخاصة بأعمار مجموعة أطفال خلال أحد الفحوصات الطبية.

الجدول رقم (32): أعمار مجموعة أطفال خلال أحد الفحوصات الطبية

الفئات	2-4	4-8	8-10	10-14
التكرارات (n_i)	2	3	2	1

الجواب:

لحساب الوسط الحسابي، الوسط الهندسي، الوسط التوافقي والوسط التربيعي نستعين بالجدول الموالي:

الجدول رقم (33): جدول التوزيع التكراري لأعمار مجموعة أطفال

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	$n_i x_i$	$\text{Log } X_i$	$n_i \text{ Log } X_i$	n_i / x_i	$n_i x_i^2$
2-4	2	3	6	0.4771	0.9542	0.66	18
4-8	3	6	18	0.7781	2.3343	0.5	108
8-10	2	9	18	0.9542	1.9084	0.22	162
10-14	1	12	12	1.0791	1.0791	0.083	144
المجموع	**8**	-	**54**	-	**6.276**	**1.463**	**432**

1- الوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{54}{8} = 6.75$$

2- إيجاد الوسط الهندسي

$$\text{Log } G = \frac{1}{\sum n_i} \sum n_i \log x_i = \frac{1}{8}(6.276) = 0.7845 \Rightarrow G = 10^{0.7845} = 6.09$$

3– إيجاد الوسط التوافقي

$$H = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}} = \frac{8}{\frac{2}{3}+\frac{3}{6}+\frac{2}{9}+\frac{1}{12}} = \frac{8}{1.472} = 5.43$$

4– إيجاد الوسط التربيعي

$$Q = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{432}{8}} = \sqrt{54} = 7.34$$

من النتائج المحصل عليها نلاحظ أن: $H < G < \bar{} < Q$

السؤال رقم (8):

أوجد الوسيط لأوزان مجموعة من الطلاب الآتية:

64 , 58 , 67 , 57 , 51 , 53 , 48 , 55 , 63 , 50 , 62

الجواب:

1– ترتيب البيانات (الأوزان) تصاعديا كما يلي:

67 , 64 , 63 , 62 , 58 , 57 , 55 , 53 , 51 , 50 , 48

2– إيجاد رتبة الوسيط

عدد البيانات يساوي 11 وهو عدد فردي (N=11)، ومنه رتبة الوسيط هي: $\frac{N+1}{2} = \frac{11+1}{2} = 6$

3– إيجاد قيمة الوسيط

بما أن رتبة الوسيط هي 6، فإن قيمة الوسيط هي القيمة التي تقابل الرتبة السادسة، ومنه: Me = 57

السؤال رقم (9):

أوجد الوسيط للبيانات الموالية: 4 ، 7 ، 5 ، 8 ، 9 ، 7 ، 10 ، 9

الجواب:

1– ترتيب البيانات تصاعديا كما يلي:

4 ، 5 ، 7 ، 7 ، 8 ، 9 ، 9 ، 10

2– إيجاد رتبة الوسيط

عدد البيانات يساوي 8 وهو عدد زوجي (N=8)، ومنه رتبة القيمتين المستعملتين في حساب قيمة الوسيط هما على التوالي: $\frac{N}{2} = \frac{8}{2} = 4$ و $\frac{N}{2}+1 = \frac{8}{2}+1 = 5$

3- إيجاد قيمة الوسيط

قيمة الوسيط هي الوسط الحسابي للقيمتين ذات الترتيبين ($\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$).

القيمة التي تقابل الرتبة الرابعة هي: 7، والقيمة التي تقابل الرتبة الخامسة هي: 8، ومنه قيمة الوسيط هي: $Me = \frac{7+8}{2} = 7.5$

السؤال رقم (10):

أوجد الوسيط للجدول التكراري الذي يمثل عدد ساعات المراجعة حسابيا وبيانيا.

الجدول رقم (34): عدد ساعات المراجعة

الفئات	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
التكرارات	4	8	5	3	5

الجواب:

1- إيجاد الوسيط حسابيا

نكون الجدول التكراري التجميعي ونحسب مراكز الفئات كالآتي:

الجدول رقم (35): جدول التوزيع التكراري التجميعي لعدد ساعات المراجعة

الفئات	التكرارات n_i	مراكز الفئات x_i	F↑	F↓
10-15	4	12.5	4	25
15-20	8	17.5	12	21
20-25	5	22.5	17	13
25-30	3	27.5	20	8
30-35	5	32.5	25	5
المجموع	**25**	-	-	-

- إيجاد رتبة الوسيط: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

- تحديد الفئة الوسيطية: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الوسيط هو 17، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الوسيط وهي:] 25 - 20[.

- حساب قيمة الوسيط:

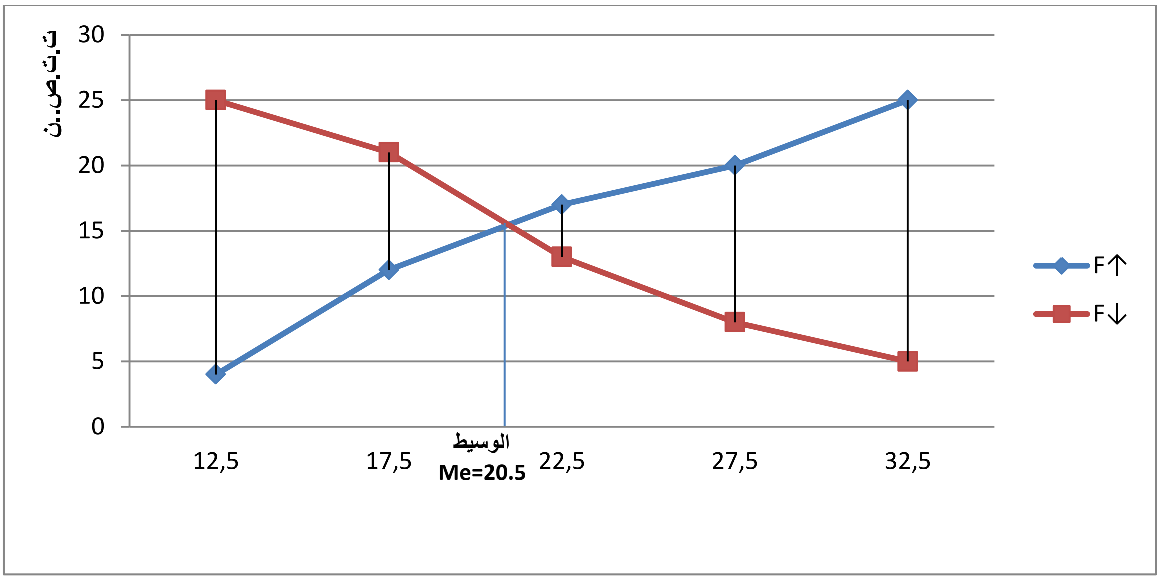
$$Me = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{2} - F_{n-1}\right)}{n_{Me}} K_{Me}$$

$$Me = 20 + \frac{(12.5 - 12)}{5} 5 = 20.5$$

2- إيجاد الوسيط بيانيا

لإيجاد الوسيط بيانيا نرسم منحنى التكرار التجميعي الصاعد والنازل، حيث تمثل نقطة تقاطعهما الوسيط.

الشكل رقم (29): منحني التكرار التجميعي الصاعد والنازل لعدد ساعات المراجعة



السؤال رقم (11):

أوجد الوسيط للتقديرات الآتية: جيد، ممتاز، جيد، جيد جدا، مقبول، ضعيف، جيد جدا.

الجواب:

التقديرات هي بيانات كيفية وقابلة للترتيب وعددها فردي (N=7)، ومنه يمكن إيجاد الوسيط.

- ترتيب البيانات : ضعيف، مقبول، جيد، جيد، جيد جدا، جيد جدا، ممتاز.
- رتبة الوسيط هي: $\frac{N+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$ ، ومنه فالوسيط هو التقدير : جيد.

السؤال رقم (12):

إذا كانت الأعداد الموالية تمثل الأجور اليومية التي يتقاضاها 11 عاملا في إحدى الدول:

(7 ، 6,5 ، 6 ، 5.5 ، 5 ، 5 ، 5 ، 5 ، 4.5 ، 4.5 ، 4 ، 4)، أوجد المنوال لهذه القيم.

الجواب:

القيمة الأكثر تكرارا هي 5 ومنه المنوال هو: (Mo = 5) .

ملاحظات:

- يعتبر المنوال أحسن مقاييس النزعة المركزية في وصف البيانات الكيفية.

– بالنسبة للبيانات غير المبوبة، لا يمكن إيجاد المنوال في حال تكررت كل القيم بنفس العدد، مثل: (5،5،7،7،3،3،2،2)، وفي حالة ما إذا لم تتكرر أي قيمة أكثر من مرة، مثل: (8،7،6،5).

السؤال رقم (13):

أوجد المنوال للجدول التكراري الآتي الذي يمثل المسافات المقطوعة من قبل مجموعة شباب حسابيا وبيانيا.

الجدول رقم (36): المسافات المقطوعة

الفئات	30−35	35−40	40−45	45−50	50−55
التكرارات	10	10	15	8	7

الجواب:

1− إيجاد المنوال حسابيا

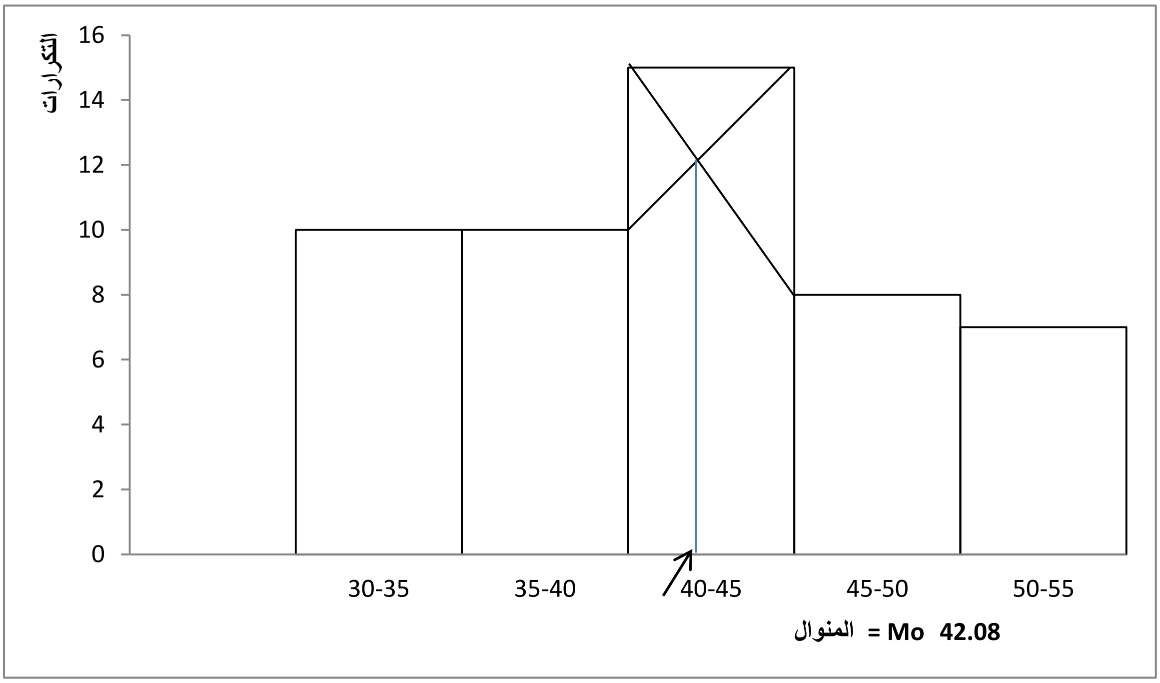
– تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة التي تقابل أكبر تكرار (بما أن الجدول منتظم)، وهي: [40−45]

– حساب قيمة المنوال: $\text{Mo} = \text{A} + \frac{d1}{d1+d2} K_{Mo}$

$$\text{Mo} = 40 + \frac{(15-10)}{(15-10)+(15-8)}5 = 40 + \frac{5}{5+7}5 = 42.08$$

2− إيجاد المنوال بيانيا

الشكل رقم (30): مدرج تكراري للمسافات المقطوعة



السؤال رقم (14):

أحسب كلا من الربيع الأول، العشير الثاني والمئين التسعين لبيانات الجدول الآتي الذي يمثل إدخار مجموعة أسر.

الجدول رقم (37): إدخار مجموعة أسر

40-45	35-40	30-35	25-30	20-25	**الفئات**
6	8	20	9	7	**التكرارات**

الجواب:

نكون الجدول التكراري التجميعي ونحسب مراكز الفئات كالآتي:

الجدول رقم (38): جدول التوزيع التكراري التجميعي لإدخار مجموعة أسر

الفئات	**التكرارات n_i**	**مراكز الفئات x_i**	**F↑**
20-25	7	22.5	7
25-30	9	27.5	16
30-35	20	32.5	36
35-40	8	37.5	44
40-45	6	42.5	50
المجموع	**50**	-	-

1- حساب الربيع الأول Q_1

- إيجاد رتبة الربيع الأول Q_1 : $\frac{\sum n_i}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$

- تحديد فئة الربيع الأول Q_1 : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الأول هو 16، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الربيع الأول Q_1 وهي:] 30 - 25].

- حساب قيمة الربيع الأول Q_1: $Q_1 = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q1}} K_{Q1}$

$$Q_1 = 25 + \frac{12.5-7}{9} 5 = 28.05$$

2- حساب العشير الثاني D_2

- إيجاد رتبة العشير الثاني D_2: $\frac{2}{10} . \sum n_i = \frac{2}{10} . 50 = 10$

- تحديد فئة العشير الثاني D_2: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة العشير الثاني هو 16، والفئة

التي تقابل هذا التكرار هي فئة العشير الثاني D_2 وهي:] 30 - 25].

- حساب قيمة العشير الثاني D_2:

$$D_2 = A + \frac{\left(\frac{2\sum n_i}{10} - F_{n-1}\right)}{n_{D2}} K_{D2}$$

$$D2 = 25 + \frac{10-7}{9} 5 = 26.66$$

3- حساب المئين التسعين P_{90}

- إيجاد رتبة المئين التسعين P_{90}:

$$\frac{90}{100} . \sum n_i = \frac{90}{100} . 50 = 45$$

- تحديد فئة P_{90}: ت.ت.ص الأكبر من رتبة P_{90} هو 50، والفئة التي تقابله هي] 45 - 40].

- حساب قيمة المئين التسعين P_{90}:

$$P_{90} = A + \frac{\left(\frac{90\sum n_i}{100} - F_{n-1}\right)}{n_{P90}} K_{P90}$$

$$P_{90} = 40 + \frac{45-44}{6} 5 = 40.83$$

ثانيا: تمارين محلولة في مقاييس النزعة المركزية

التمرين الأول

يعمل في شركة سبعة موظفين رواتبهم الشهرية كما يلي:

220 450 250 220 300 1500 320

المطلوب:

1- حساب الوسط الحسابي للرواتب الشهرية بطريقتين مختلفتين.

2- إيجاد الوسط الهندسي، الوسط التوافقي والوسط التربيعي.

3- إجراء مقارنة بين القيم المحسوبة.

الحل:

1- حساب الوسط الحسابي للرواتب الشهرية بطريقتين مختلفتين

1-1 الطريقة المباشرة:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{220 + 450 + 250 + 220 + 300 + 1500 + 320}{7} = \frac{3260}{7}$$

$$\bar{X} = 465.71 \approx 466$$

1-2 طريقة الوسط الفرضي:

نفترض أن $X_0 = 300$، إذن الوسط الحسابي هو:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum(X_i - X_0)}{N}$$

$$\bar{X} = 300 + \frac{(220-300) + (450-300) + (250-300) + (220-300) + (300-300) + (1500-300) + (320-300))}{7}$$

$$\bar{X} = 300 + \frac{1160}{7} = 300 + 165.71$$

$$\bar{X} = 465.71 \approx 466$$

2- إيجاد الوسط الهندسي، الوسط التوافقي والوسط التربيعي

2-1 إيجاد الوسط الهندسي

$$\text{Log } G = \frac{1}{N} \sum \log Xi$$

$$\text{Log } G = \frac{1}{7} (log220 + log450 + log250 + log220 + log300 + log1500 + log320)$$

$$\text{Log } G = \frac{17.89}{7} = 2.5563$$

$$G = 10^{2.5563} = 359.99 \approx 360$$

2-2 إيجاد الوسط التوافقي

$$H = \frac{N}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{7}{\frac{1}{220} + \frac{1}{450} + \frac{1}{250} + \frac{1}{220} + \frac{1}{300} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{320}}$$

$$H = \frac{7}{0.02243} = 312.08 \approx 312$$

3-2 إيجاد الوسط التربيعي

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{220^2 + 450^2 + 250^2 + 220^2 + 300^2 + 1500^2 + 320^2}{7}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2804200}{7}} = \sqrt{400600} = 632.92 \approx 633$$

4-2 إيجاد الوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{220+450+250+220+300+1500+320}{7} = \frac{3260}{7} = 465.71 \approx 466$$

3- المقارنة بين القيم: نلاحظ من النتائج أن: $Q > \overline{X} > G > H$

التمرين الثاني

البيانات التالية تمثل درجات الحرارة لمجموعة من الدول لعدد من الأيام.

6	8	10	12	14	9	8	5	7
2	4	0	3	7	3	2	1	5
5	6	4	7	8	9	10	3	4

المطلوب:

حساب كل من:

1- الوسط الحسابي

2- الوسيط

3- المنوال

4- الربيع الأدنى والربيع الأعلى

5- العشير الثاني

6- المئين الخامس والتسعين

الحل: ترتيب البيانات في جدول إحصائي.

الجدول رقم (39): جدول التوزيع التكراري لدرجات الحرارة لمجموعة من الدول

درجات الحرارة (Xi)	التكرار n_i (عدد الأيام)	$x_i n_i$	F↑
0	1	0	1
1	1	1	2
2	2	4	4
3	3	9	7
4	3	12	10
5	3	15	13
6	2	12	15
7	3	21	18
8	3	24	21
9	2	18	23
10	2	20	25
12	1	12	26
14	1	14	27
المجموع	**27**	**162**	-

1- حساب الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i\ n_i}{\sum n_i} = \frac{162}{27}$$

$$\bar{X} = 6$$

2- حساب الوسيط

- إيجاد رتبة الوسيط: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$

- تحديد قيمة الوسيط: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر مباشرة من رتبة الوسيط هو 15، والقيمة التي تقابل هذا التكرار هي قيمة الوسيط وهي: 6 أي أن: Me = 6

3- حساب المنوال:

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا أو الأكثر تكرارا، وهذا التوزيع متعدد المنوال، حيث:

$Mo_1= 3,\ Mo_2= 4,\ Mo_3= 5,\ Mo_4= 7,\ Mo_5=8$

4- حساب الربيع الأدنى Q_1

- إيجاد رتبة الربيع الأدنى Q_1 : $\frac{\sum n_i}{4} = \frac{27}{4} = 6.75$

- تحديد قيمة الربيع الأدنى Q_1 : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الأول هو 7، والقيمة التي تقابل هذا التكرار هي قيمة الربيع الأول وهي 3 أي أن: $Q_1=3$

- حساب الربيع الأعلى Q_3

- إيجاد رتبة الربيع الأعلى Q_3 : $\frac{3}{4}.\sum n_i = \frac{3}{4}.27 = 20.25$

- تحديد قيمة الربيع الأعلى Q_3 : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الأعلى هو 21، والقيمة التي تقابل هذا التكرار هي قيمة الربيع الأعلى وهي 8 أي أن: $Q_3 = 8$

5- حساب العشير الثاني D_2

- إيجاد رتبة العشير الثاني D_2: $\frac{2}{10}.\sum n_i = \frac{2}{10}.27 = 5.4$

- تحديد قيمة العشير الثاني D_2: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة العشير الثاني هو 7، والقيمة التي تقابل هذا التكرار هي قيمة العشير الثاني D_2 وهي 3 أي أن: $D_2 = 3$

6- حساب المئين الخامس والتسعين

- إيجاد رتبة المئين الخامس والتسعين P_{95} $\frac{95}{100}.\sum n_i = \frac{95}{100}.27 = 25.65$

- تحديد قيمة المئين الخامس والتسعين P_{95} : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة المئين الخامس والتسعين هو 26، والقيمة التي تقابل هذا التكرار هي قيمة المئين الخامس والتسعين وهي 12 أي أن:

$P_{95} = 12$

التمرين الثالث

ثلاث مجموعات من العمال استفادت من الزيادات الأجرية خلال الفترة (2000-2009)، وفقا للمعطيات التالية: السنوات الأربعة الأولى كانت الزيادة بنسبة 60%، أما السنتين المواليتين فقد كانت بنسبة 20%، بينما اقتصرت السنة السابعة على معدل زيادة قدره 10%، أما السنوات المتبقية فقد كانت 70%.

المطلوب:

ما هو معدل النمو السنوي المتوسط للزيادة المحققة ؟

الحل:

لإيجاد معدل النمو السنوي المتوسط للزيادة المحققة، نحسب المتوسط الهندسي فهو يفيد في حساب متوسط معدلات النمو.

$$\text{Log G} = \frac{1}{N}\sum \log Xi$$

$$\text{Log G} = \frac{1}{10}\,(log0.6 + log0.6 + log0.6 + log0.6 + log0.2 + log0.2 + log10 + log0.7 + log0.7 + log0.7)$$

$$\text{Log G} = \frac{1}{10}\,(4log0.6 + 2log0.2 + log10 + 3log0.7\ )$$

$$\text{Log G} = \frac{-3.7500}{10} = -0.3750$$

$$\text{G} = 10^{-0.3750} = 0.4216$$

$$\text{G} \approx 42\%$$

وبالتالي معدل النمو السنوي المتوسط للزيادة المحققة هو 42%

التمرين الرابع

اشترى شخص من سوق مالية 10 أسهم في إحدى الشركات بسعر 150 دولار للسهم، وبعد شهر اشترى 15 سهما أخرى بسعر 140 دولار للسهم، ثم اشترى 25 سهما بسعر 120 دولار للسهم، فما هو السعر الوسطي للسهم الواحد في هذه الصفقات الثلاث مجتمعة ؟

الحل:

السعر الوسطي للسهم الواحد في هذه الصفقات الثلاث مجتمعة هو:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i\ n_i}{\sum n_i} = \frac{(150*10)+(140*15)+(120*25)}{10+15+25} = \frac{6600}{50}$$

$$\bar{X} = 132\ \S$$

التمرين الخامس

تمثل البيانات التالية تكرارات الاستهلاك الأسبوعي لـ45 عائلة: (2 7 15 10 8 3 = ni)

فإذا علمت أن الحد الأدنى لاستهلاك العائلة الواحدة هو 10.000 دينار، والحد الأعلى لاستهلاك العائلة هو 40.000 دينار وأن الفئات متساوية، أحسب المؤشرات التالية ثم استنتج شكل التوزيع الإحصائي:

1- الوسط الحسابي بطريقتين.

2- الوسيط حسابيا ثم بيانيا.

3- المنوال حسابيا ثم بيانيا.

الحل:

- تحديد طول الفئة:

$$K = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{40000 - 10000}{6} = 5000$$

الجدول رقم (40): جدول التوزيع التكراري للاستهلاك الأسبوعي

الفئات	التكرار n_i	X_i	$x_i n_i$	$n_i(X_i - X_0)$	$F\uparrow$	$F\downarrow$
[10000−15000[	3	12500	37500	−30000	3	45
[15000−20000[	8	17500	140000	−40000	11	42
[20000−25000[	10	22500	225000	0	21	34
[25000−30000[	15	27500	412500	75000	36	24
[30000−35000[	7	32500	227500	70000	43	9
[35000−40000[	2	37500	75000	30000	45	2
المجموع	**45**	-	**1117500**	**105000**	-	-

1- حساب الوسط الحسابي بطريقتين

1-1 الطريقة المباشرة:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i\, n_i}{\sum n_i}$$

$$\bar{X} = \frac{1117500}{45} = 24833.33 \approx 24833$$

1-2 طريقة الوسط الفرضي: نفترض أن $X_0 = 22500$، إذن الوسط الحسابي هو:

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum n_i (X_i - X_0)}{\sum n_i}$$

$$\bar{X} = 22500 + \frac{105000}{45} = 24833.33 \approx 24833$$

2- إيجاد الوسيط حسابيا وبيانيا

2-1 إيجاد الوسيط حسابيا

– إيجاد رتبة الوسيط: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$

– تحديد الفئة الوسيطية: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الوسيط هو 36، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الوسيط وهي: [25000 - 30000[.

– حساب قيمة الوسيط: $Me = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{2} - F_{n-1}\right)}{n_{Me}} K_{Me}$

$$Me = 25000 + \frac{(22.5-21)}{15} 5000 = 25500$$

2-2 إيجاد الوسيط بيانيا

الشكل رقم (31): منحنى التكرار التجميعي الصاعد والنازل للاستهلاك الأسبوعي

3- إيجاد المنوال حسابيا وبيانيا

3-1 إيجاد المنوال حسابيا

– تحديد الفئة المنوالية: الفئة التي تقابل أكبر تكرار هي:] 25000-30000 [

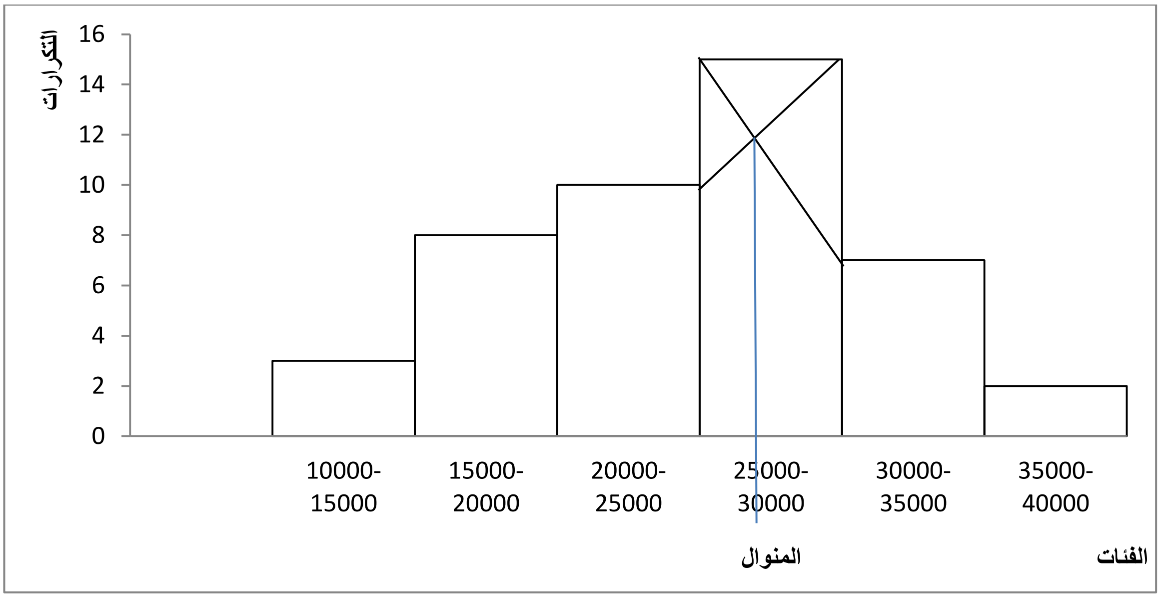
– حساب قيمة المنوال: $Mo = A + \frac{d1}{d1+d2} K_{Mo}$

$$Mo = 25000 + \frac{(15-10)}{(15-10)+(15-7)} 5000 = 25000 + \frac{5}{5+8} 5000$$

$$Mo = 26923.07 \approx 26923$$

3-2 إيجاد المنوال بيانيا

الشكل رقم (32): المدرج التكراري للاستهلاك الأسبوعي



4- استنتاج شكل التوزيع الاحصائي

$\bar{X} = 24833$, Me = 25500 , Mo = 26923

Mo > Me > $\bar{X}$

ومنه التوزيع الاحصائي غير منتظم (غير متناظر) من اليسار.

التمرين السادس

يمثل التوزيع التكراري التالي النفقات الاستهلاكية لمجموعة من العائلات.

الجدول رقم (41): النفقات الاستهلاكية لمجموعة من العائلات **الوحدة (10^3 د.ج)**

الفئات $(10)^3$	أقل من 9	9-12	12-18	18-24	24-30	أكثر من 30	المجموع
التكرار	45	75	102	96	78	39	**435**

1- ما هو مقياس النزعة المركزية المناسب لهذا التوزيع التكراري ؟ أحسبه .

2- إذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى هو 6 والحد الأعلى للفئة الأخيرة هو 33، أحسب ما يلي:

أ- الوسط الحسابي.

ب- قيمة النفقات السائدة.

ج- النفقة الاستهلاكية ذات المرتبة 80%.

د- عدد ونسبة الأسر التي نفقاتها الاستهلاكية أكبر أو يساوي 12×10^{3} .

هـ- عدد ونسبة الأسر التي نفقاتها الاستهلاكية محصورة بين 16×10^{3} و26×10^{3}.

الحل

1- مقياس النزعة المركزية المناسب لهذا التوزيع التكراري هو الوسيط، لأن الجدول مفتوح والوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

الجدول رقم (42): جدول التوزيع التكراري للنفقات الاستهلاكية لمجموعة من العائلات

الفئات 10^3	التكرار n_i	X_i	$x_i n_i$	F↑	Ki	n_i *
6-9	45	7.5	337.5	45	3	15
9-12	75	10.5	787.5	120	3	25
12-18	102	15	1530	222	6	17
18-24	96	21	2016	318	6	16
24-30	78	27	2106	396	6	13
30-33	39	31.5	1228.5	435	3	13
المجموع	**435**	-	**8005.5**	-	-	-

- حساب الوسيط

- إيجاد رتبة الوسيط: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{435}{2} = 217.5$

- تحديد الفئة الوسيطية: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الوسيط هو 222، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الوسيط وهي:] 18 - 12[.

- حساب قيمة الوسيط: $Me = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{2} - F_{n-1}\right)}{n_{Me}} K_{Me}$

$$Me = 12 + \frac{(217.5-120)}{102} 6 = 17.73529$$

النفقة الوسيطية هي :17735 دج

2- حساب:

أ - الوسط الحسابي $\bar{X} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}$

$$\bar{X} = \frac{8005.5}{435} = 18.403$$

النفقة الوسطية هي 18403 دج

ب- قيمة النفقات السائدة (حساب المنوال)

- تحديد الفئة المنوالية: الفئة التي تقابل أكبر تكرار معدل هي:]12-9 [

- حساب قيمة المنوال:

$$Mo = A + \frac{d1}{d1+d2}K_{Mo}$$

$$Mo = 9 + \frac{(25-15)}{(25-15)+(25-17)}3 = 9 + \frac{10}{10+8}.3 \ = 10.6666666$$

قيمة النفقات السائدة هي 10666 دج

ج- النفقة الاستهلاكية ذات المرتبة 80% (حساب المئين الثمانين P_{80})

- رتبة المئين الثمانين P_{80}

$$\frac{80\sum n_i}{100} = \frac{80\times 435}{100} = 348$$

- فئة المئين الثمانين P_{80} : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة المئين الثمانين هو 396، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي]30-24[

- قيمة المئين الثمانين P_{80}

$$P_{80} = A + \frac{\left(\frac{80\sum n_i}{100} - F_{n-1}\right)}{n_{P80}} K_{P80}$$

$$P_{80} = 24 + \frac{348-318}{78} 6 = 26.30769$$

ومنه قيمة النفقة الاستهلاكية ذات المرتبة 80% هي 26307 دج.

د- عدد ونسبة الأسر التي نفقاتها الاستهلاكية أكبر أو يساوي 12×10^3

عدد الأسر هو: 315 أسرة : $102 + 96 + 78 + 39 = 315$

نسبتها هي: 72.41%

$$\frac{315}{435}.100 = 72.41\%$$

هـ- عدد ونسبة الأسر التي نفقاتها الاستهلاكية محصورة بين 16×10^3 و26×10^3.

$$\left.\begin{array}{l} [\,12-18\,[\longrightarrow 102 \\ K = 6 \\ [\,16-18\,[\longrightarrow n \end{array}\right\} \quad n = \frac{2*102}{6} = 34$$

K =2

$$\left.\begin{array}{l} [\,24-30\,[\longrightarrow 78 \\ K = 6 \\ [\,24-26\,[\longrightarrow n \end{array}\right\} \quad n = \frac{2*78}{6} = 26$$

K =2

وعليه، عدد الأسر هو : 156 أسرة.

$$34 + 96 + 26 = 156$$

نسبة الأسر هي: 35.86%

$$\frac{156}{435} \times 100 = 35.86\ \%$$

التمرين السابع

أحسب المتوسط الحسابي ثم أوجد الوسيط والمنوال بيانيا ثم حسابيا لبيانات جدول التوزيع التكراري التالي الخاص بأوزان مجموعة أفراد.

الجدول رقم (43): أوزان مجموعة أفراد

الفئات	20−25	25−30	30−35	35−40	40−45	45−50	50−55	55−60	60−65	65−70
التكرار	1	2	5	20	22	42	30	10	15	6

الحل:

لحساب المتوسط الحسابي وإيجاد الوسيط والمنوال بيانيا ثم حسابيا نستعين بالجدول الموالي:

الجدول رقم (44): جدول التوزيع التكراري لأوزان مجموعة أفراد

الفئات	التكرار n_i	X_i	$x_i n_i$	$F\uparrow$	$F\downarrow$
20−25	1	22.5	22.5	1	153
25−30	2	27.5	55	3	152
30−35	5	32.5	162.5	8	150
35−40	20	37.5	750	28	145
40−45	22	42.5	935	50	125
45−50	42	47.5	1995	92	103
50−55	30	52.5	1575	122	61
55−60	10	57.5	575	132	31
60−65	15	62.5	937.5	147	21
65−70	6	67.5	405	153	6
المجموع	**153**	−	**7412.5**	−	−

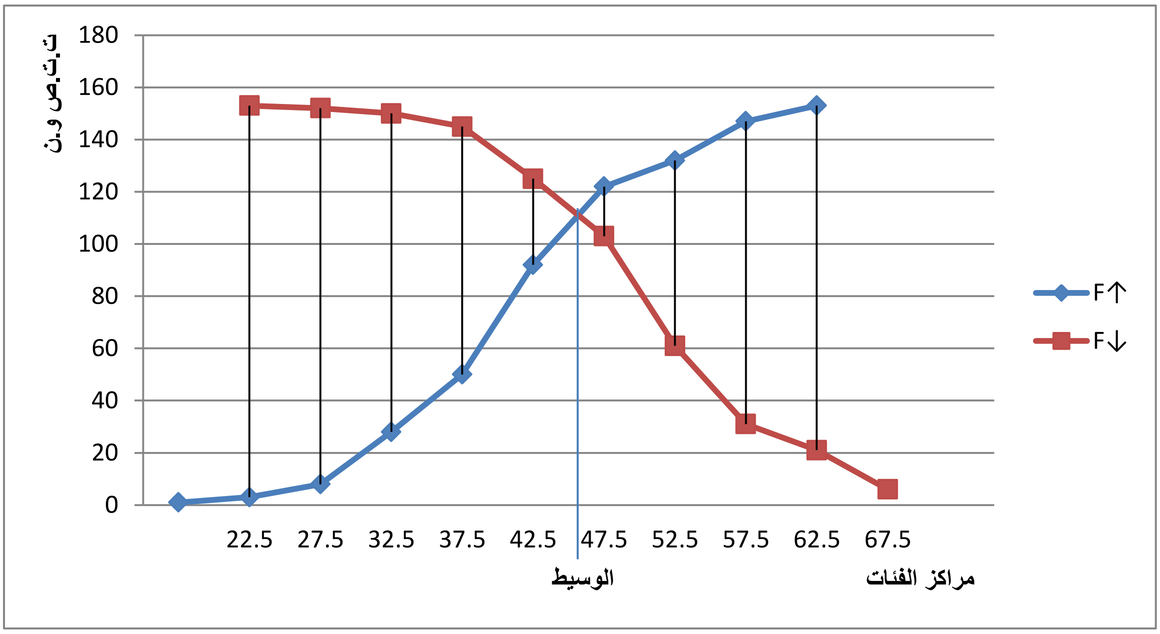
1− حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i\, n_i}{\sum n_i} = \frac{7412.5}{153} = 48.44$$

2- إيجاد الوسيط

2-1 بيانيا:

الشكل رقم (33): منحنى التكرار التجميعي الصاعد والنازل لأوزان مجموعة أفراد



2-2 حسابيا:

- إيجاد رتبة الوسيط: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{153}{2} = 76.5$

- تحديد الفئة الوسيطية: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الوسيط هو 92، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الوسيط وهي:] 50 - 45].

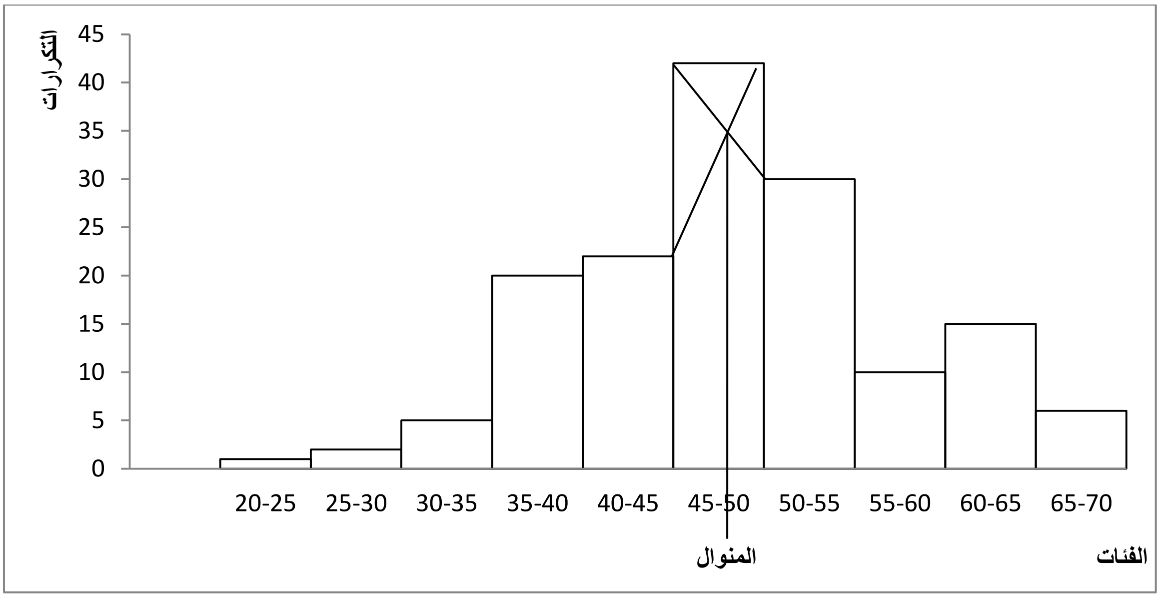
- حساب قيمة الوسيط: $Me = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{2} - F_{n-1}\right)}{n_{Me}} K_{Me}$

$$Me = 45 + \frac{(76.5 - 50)}{42} 5 = 48.15$$

3- إيجاد المنوال

3-1 بيانيا:

الشكل رقم (34): المدرج التكراري لأوزان مجموعة أفراد



2-3 حسابيا:

- تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة التي تقابل أكبر تكرار (بما أن الجدول منتظم)، وهي: [45-50 [

- حساب قيمة المنوال: $\text{Mo} = A + \frac{d1}{d1+d2} K_{Mo}$

$$\text{Mo} = 45 + \frac{(42-22)}{(42-22)+(42-30)} 5 = 45 + \frac{20}{20+12} 5 = 48.12$$

التمرين الثامن

يمثل الجدول الموالي الودائع التي وضعت في أحد البنوك في مدة شهر.

الجدول رقم (45): قيمة الودائع في أحد البنوك

الفئات (وحدة نقدية)	التكرار
200−500	15
500−800	12
800−1100	18
1100−1400	15
1400−2000	20
2000−4000	10

المطلوب: حساب كل من:

1- الوسط الحسابي للودائع

2- الربيعي الأول والثاني والثالث.

3- العشير الأول والثاني والتاسع.

4- المئين الخامس والعشرين والمئين الخامس والسبعين. ماذا تلاحظ ؟

الحل:

الجدول رقم (46): جدول التوزيع التكراري لقيمة الودائع في أحد البنوك

الفئات (وحدة نقدية)	n_i التكرار	X_i	x_in_i	$F\uparrow$	Ki	n_i *
200-500	15	350	5250	15	300	0.05
500-800	12	650	7800	27	300	0.04
800-1100	18	950	17100	45	300	0.06
1100-1400	15	1250	18750	60	300	0.05
1400-2000	20	1300	26000	80	600	0.03
2000-4000	10	3000	30000	90	2000	0.005
المجموع	**90**	-	**104900**	-	-	-

1- حساب الوسط الحسابي للودائع

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i\, n_i}{\sum n_i} = \frac{104900}{90} = 1165.55$$

2- حساب الربيعي الأول والثاني والثالث.

2-1 حساب الربيعي الأول

- إيجاد رتبة الربيع الأولQ_1 : $\frac{\sum n_i}{4} = \frac{90}{4} = 22.5$

- تحديد فئة الربيعي الأول: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الأول هو 27، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الربيع الأول وهي [500-800 [

- تحديد قيمة الربيع الأولQ_1 :

$$Q_1 = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q1}} K_{Q1}$$

$$Q_1 = 500 + \frac{(22.5 - 15)}{12}\, 300 = 687.5$$

2-2 حساب الربيعي الثاني Q_2

- إيجاد رتبة الربيع الثاني Q_2 : $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{90}{2} = 45.5$

- تحديد فئة الربيعي الثاني: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الثاني هو 60، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الربيع الثاني وهي $[1100-1400[$

- تحديد قيمة الربيع الثاني Q_2 :

$$Q_2 = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{2} - F_{n-1}\right)}{n_{Q2}} K_{Q2}$$

$$Q_2 = 1100 + \frac{(45.5 - 45)}{15} 300 = 1110$$

3-2 حساب الربيعي الثالث Q_3

- إيجاد رتبة الربيع الثالث Q_3 : $3\frac{\sum n_i}{4} = 3.\frac{90}{4} = 67.5$

- تحديد فئة الربيعي الثالث: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الثاني هو 80، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة الربيع الثاني وهي $[1400-2000[$

- تحديد قيمة الربيع الثالث Q_3 :

$$Q_3 = A + \frac{\left(3\frac{\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q3}} K_{Q3}$$

$$Q_3 = 1400 + \frac{(67.5 - 60)}{20} 600 = 1625$$

3- حساب العشير الأول والثاني والتاسع

1-3 حساب العشير الأول D_1

- إيجاد رتبة العشير الأول D_1: $\frac{\sum n_i}{10} = \frac{90}{10} = 9$

- تحديد فئة العشير الأول D_1: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة العشير الثاني هو 15، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة العشير الأول D_2 وهي $[200 - 500[$

- تحديد قيمة العشير الأول D_1:

$$D_1 = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{10} - F_{n-1}\right)}{n_{D1}} K_{D1}$$

$$D_1 = 200 + \frac{(9 - 0)}{15} 300 = 380$$

2-3 حساب العشير الثاني D_2

- إيجاد رتبة العشير الثاني D_2: $\frac{2\sum n_i}{10} = 2.\frac{90}{10} = 18$

– تحديد فئة العشير الثاني D_2: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة العشير الثاني هو 27، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة العشير الثاني D_2 وهي] 800 – 500 [

– تحديد قيمة العشير الثاني D_2

$$D_2 = A + \frac{\left(\frac{2\sum n_i}{10} - F_{n-1}\right)}{n_{D2}} K_{D2}$$

$$D_2 = 500 + \frac{(18 - 15)}{12} 300 = 575$$

3–3 حساب العشير التاسع D_9

– إيجاد رتبة العشير التاسع D_9: $\frac{9\sum n_i}{10} = 9.\frac{90}{10} = 81$

– تحديد فئة العشير التاسع D_9: التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة العشير الثاني هو 90، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة العشير التاسع D_2 وهي] 4000 – 2000 [

– تحديد قيمة العشير الثاني D_9

$$D_9 = A + \frac{\left(\frac{9\sum n_i}{10} - F_{n-1}\right)}{n_{D9}} K_{D9}$$

$$D_9 = 2000 + \frac{(81 - 80)}{10} 2000 = 2200$$

4– حساب المئين الخامس والعشرين والمئين الخامس والسبعين

4–1 حساب المئين الخامس والعشرين

– إيجاد رتبة المئين الخامس والعشرين P_{25} $\frac{25\sum n_i}{100} = 25.\frac{90}{100} = 22.5$

– تحديد فئة المئين الخامس والعشرين P_{25} : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة المئين الخامس والعشرين هو 27، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي فئة المئين الخامس والعشرين وهي] 800 – 500 [

– تحديد قيمة المئين الخامس والعشرين P_{25}

$$P_{25} = A + \frac{\left(\frac{25\sum n_i}{100} - F_{n-1}\right)}{n_{P25}} K_{p25}$$

$$P_{25} = 500 + \frac{(22.5 - 15)}{12} 300 = 687.5$$

4–2 حساب المئين الخامس والسبعين

– إيجاد رتبة المئين الخامس والسبعين P_{75} $\frac{75\sum n_i}{100} = 75.\frac{90}{100} = 67.5$

– تحديد فئة المئين الخامس والسبعين P_{75} : التكرار التجميعي الصاعد الأكبر من رتبة المئين الخامس والسبعين هو 80، والفئة التي تقابل هذا التكرار هي] 2000 – 1400 [.

– تحديد قيمة المئين الخامس والسبعين P_{75}

$$P_{75} = A + \frac{\left(\frac{75 \sum n_i}{100} - F_{n-1}\right)}{n_{P75}} K_{p75}$$

$$P_{75} = 1400 + \frac{(67.5 - 60)}{20} 600 = 1625$$

نلاحظ أن الربيع الأول يساوي المئين الخامس والعشرين، والربيع الثالث يساوي المئين الخامس والسبعين.

الفصل الرابـع

مقاييس التشتت والشكل

الفصل الرابع

مقاييس التشتت والشكل

تمهيد

على الرغم من أهمية مقاييس النزعة المركزية في وصف مجموعة من البيانات وإعطاء صورة واضحة لها، إلا أن هذه المقاييس تبقى قاصرة عن إعطاء فكرة عن كيفية أو مدى انتشار هذه البيانات مقارنة بوسطها الحسابي، ولذلك تستخدم مقاييس التشتت لوصف درجة ابتعاد أو تشتت أو تفاوت القيم عن بعضها البعض وحول وسطها الحسابي.

ويوجد بالإضافة إلى مقاييس الوضع والتشتت، مقاييس أخرى تبين شكل التوزيع الإحصائي، ومن بينها مقاييس الالتواء ومقاييس التفلطح التي تبين شكل التوزيع الإحصائي مقارنة بالتوزيع الطبيعي، وتسمى هذه المقاييس بمقاييس الشكل، وتعتمد في حسابها على العزوم. وعلى هذا الأساس، سيتم في هذا الفصل الإجابة على مجموعة من الأسئلة وحل مجموعة تمارين متعلقة بمقاييس التشتت والشكل التالية: المدى العام؛ نصف المدى الربيعي؛ الانحراف المتوسط؛ التباين؛ الانحراف المعياري؛ معامل الاختلاف؛ الالتواء؛ التفلطح.

أولا: أسئلة وأجوبتها في مقاييس التشتت والشكل

السؤال رقم (1):

ما المقصود بمقاييس التشتت وما هي أهم هذه المقاييس ؟

الجواب:

مقاييس التشتت هي مقاييس تستخدم لوصف درجة تباعد أو انتشار القيم عن بعضها البعض أو عن قيمة معينة ثابتة مثل الوسط الحسابي، كما تستخدم بغرض إجراء المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات عن ظاهرة معينة. (كرش، القزاز، و حمودي، 2014، صفحة 74) ومن أهم مقاييس التشتت:

1- المدى 2- المدى الربيعي 3- نصف المدى الربيعي 4- الانحراف المتوسط
5- التباين 6- الانحراف العياري 7- معامل الاختلاف

السؤال رقم (2):

وضح الفرق بين المدى والمدى الربيعي وبين كيف يتم حسابهما ؟

الجواب:

يعرف المدى بأنه الفرق بين أعلى قيمة وأصغر قيمة في البيانات، ويعرف المدى في التوزيع التكراري بأنه الفرق بين الحد الأعلى للفئة العليا والحد الأدنى للفئة الدنيا. فهو يمتاز بسهولة حسابه، ومن عيوبه أنه لا يعتمد على جميع البيانات بل على أكبر قيمة وأصغر قيمة فقط وهذا يقلل من أهميته.

إحدى الطرق للتخلص من هذا العيب هو حذف البيانات المتطرفة باعتبار أنها شاذة، فإذا تم حذف أعلى 25% من البيانات وأدنى25% من البيانات ثم حسبنا المدى للبيانات الجديدة، فإننا نحصل على المدى الربيعي. (أبو صالح، 2007، صفحة 96) ولذلك فالمدى الربيعي هو الفرق بين الربيعي الثالث والربيعي الأول.

السؤال رقم (3):

كيف يمكن استخراج نصف المدى الربيعي بيانيا ؟

الجواب:

من الممكن إيجاد قيمة نصف المدى الربيعي بيانيا وذلك باستخراج قيمتي الربيعين الأول والثالث بيانيا وذلك على النحو الآتي:

- نضع الجدول التكراري المتجمع الصاعد أو النازل.
- نرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو النازل.
- نعين نقطتي ترتيب كل من الربيع الأدنى والربيع الأعلى على المحور العمودي.
- نرسم من كل من هاتين النقطتين مستقيما موازيا للمحور الأفقي ثم نسقط من نقطتي التقائهما مع المنحنى عمودين على المحور الأفقي.
- تكون نقطتا تلاقي هذين العمودين مع المحور الأفقي مساويتين لقيمتي الربيع الأدنى والربيع الأعلى على التوالي.

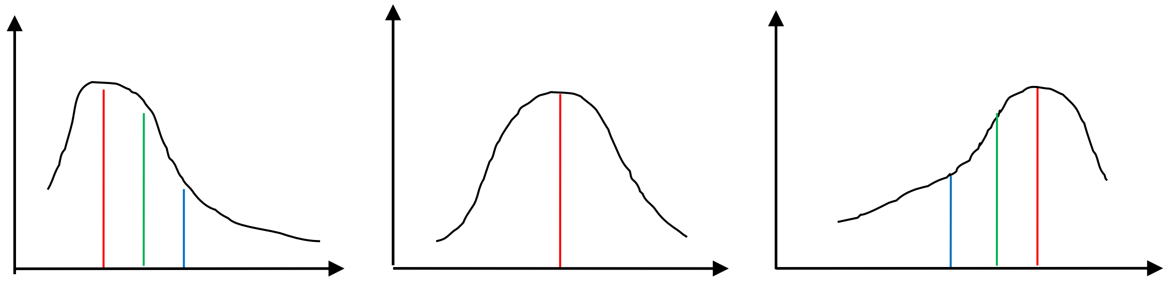
السؤال رقم (4):

ما معنى الإلتواء؟ وكيف يمكن حسابه ؟

الجواب:

يقصد بالإلتواء مدى بعد التوزيع التكراري عن حالة التماثل، ويكون التوزيع التكراري متماثلا إذا كانت التكرارات موزعة توزيعا متماثلا حول الوسط الحسابي، فتكون قيم الوسط الحسابي والوسيط والمنوال متساوية. وهو توزيع وحيد القمة ويأخذ شكل الجرس. ولذلك يسمى ابتعاد المنحنى عن حالة التماثل بالإلتواء (عامر، 2007، صفحة 81). فوجود قيم متطرفة كثيرة في الجهة اليمنى من المنحنى تجعل الوسط الحسابي في الجهة اليمنى ويكون أكبر من الوسيط والمنوال، ويسمى التوزيع ملتو إلى اليمين (موجب الإلتواء)، وكذلك فإن وجود قيم متطرفة كثيرة في الجهة اليسرى من المنحنى تجعل الوسط الحسابي والوسيط والمنوال في الجهة اليسرى، ويكون الوسط الحسابي أصغر من الوسيط والمنوال، ويسمى التوزيع ملتو إلى اليسار (سالب الإلتواء). كما يوضحه الشكل الموالي:

الشكل رقم (35): أنواع الإلتواء



يقاس الإلتواء بمعامل الإلتواء الذي يرمز له بالرمز SK ، وهو لا يتأثر بوحدات القياس، وتوجد عدة طرق لحسابه. تتمثل أهمها فيما يلي: (بيري، 2017، صفحة 100)

– **معامل بيرسون الأول للإلتواء:**

$$\boxed{SK = \frac{\bar{X} - Mo}{SD}}$$

– **معامل بيرسون الثاني للإلتواء:**

$$\boxed{SK = \frac{3(\bar{X} - Me)}{SD}}$$

– **معامل الإلتواء العزومي:** يمكن استخراجه لتوزيع تكراري أو لمجموعة من البيانات كما يلي:

في حالة البيانات غير المبوبة	في حالة البيانات المبوبة
$SK = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^3}{N(SD)^3}$	$SK = \frac{\sum n_i(X_i - \bar{X})^3}{\sum n_i(SD)^3}$

السؤال رقم (5):

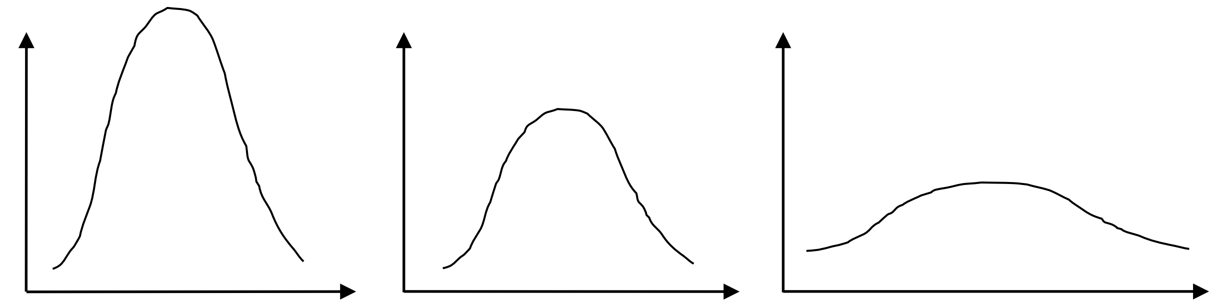
ما معنى التفلطح ؟ وكيف يمكن حسابه ؟

الجواب:

يعرف التفلطح بأنه درجة التدبدب لقمة التوزيع قياسا إلى التوزيع الطبيعي، فإذا كانت قمة منحنى التوزيع أعلى من قمة المنحنى الطبيعي فإن الشكل يكون مدببا وتكون البيانات متقاربة، وإذا كانت قمة منحنى التوزيع مساوية لقمة التوزيع الطبيعي فإن الشكل يكون معتدلا، وإذا كانت قمة منحنى التوزيع أدنى

من قمة المنحنى الطبيعي فإن التوزيع يكون مفلطحا وتكون البيانات مبعثرة (البطاينة، 2011، الصفحات 159−160). كما يوضحه الشكل الموالي:

الشكل رقم (36): أنواع التفلطح



مدبدب   معتدل   مفرطح

يرمز لمعامل التفلطح بالرمز Ku، وهناك عدة مقاييس لحسابه، أهمها طريقة العزم الرابع وهي: $\mathrm{Ku} = \frac{m_4}{(\mathrm{SD})^4}$، حيث أن العزم الرابع له صيغتان وذلك في حالة البيانات المباشرة (غير المبوبة) والبيانات المبوبة. (نجم الدين، 2000، صفحة 76)

في حالة البيانات غير المبوبة	**في حالة البيانات المبوبة**
$\mathrm{Ku} = \frac{\sum(X_i - \overline{X})^4}{N(\mathrm{SD})^4}$	$\mathrm{Ku} = \frac{\sum n_i(X_i - \overline{X})^4}{\sum n_i(\mathrm{SD})^4}$

- إذا كان معامل التفلطح (Ku = 3) ، فإن المنحنى يكون معتدلا.
- إذا كان معامل التفلطح (Ku < 3) ، فإن المنحنى يكون مفلطحا.
- إذا كان معامل التفلطح (Ku > 3) ، فإن المنحنى يكون مدببا.

السؤال رقم (6):

وضح باستخدام مقياس المدى العام أي التوزيعين الآتيين أكثر تشتتا من الآخر.

التوزيع الأول: 11 ، 16، 18 ، 23، 29، 31 ، 37

التوزيع الثاني: 18، 19، 21، 23 ، 24 ، 26، 29

الجواب:

المدى العام للتوزيع الأول هو: $E_1 = 37 - 11 = 26$

المدى العام للتوزيع الثاني هو: $E_2 = 29 - 18 = 11$

وهذا يعني أن التوزيع الأول أكثر تشتتا في قيمه من التوزيع الثاني، وهذا بالرغم من أن التوزيعين لهما نفس قيمة الوسيط. ($Me = 23$)

السؤال رقم (7):

فيما يلي علامات عدد من الطلبة في امتحان الإحصاء، والمطلوب حساب درجة التشتت باستخدام مقياس نصف المدى الربيعي.

5 16 18 20 13 14 7 8 17 15 9 11

الجواب:

تتمثل خطوات الحل فيما يلي:

– ترتيب القيم تصاعديا:

20 18 17 16 15 14 13 11 9 8 7 5

– تحديد قيمة الربيع الأول Q1:

رتبة Q1 هي: $N/4 = 12/4 = 3$، ومنه قيمة الربيع الأول هو: $Q1 = 8$

– تحديد قيمة الربيع الثالث Q3:

رتبة Q3 هي: $3N/4 = 3\times12/4 = 9$، ومنه قيمة الربيع الثالث هو: $Q1 = 16$

– حساب نصف المدى الربيعي: $\frac{IQ}{2} = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{16 - 8}{2} = 4$

السؤال رقم (8):

يتضمن الجدول التالي توزيع تكراري لأوزان عينة من الأطفال، والمطلوب حساب قيمة نصف المدى الربيعي.

الجدول رقم (47): أوزان عينة من الأطفال

الوزن	4–8	8–12	12–16	16–20	20–24	24–28	28–32
العدد	3	5	6	4	10	7	5

الجواب:

لحساب نصف المدى الربيعي لا بد من وضع جدول تجميعي صاعد للبيانات كما يلي:

الجدول رقم (48): جدول التوزيع تكراري لأوزان عينة من الأطفال

الأوزان	التكرار n_i	$F\uparrow$
4–8	3	3
8–12	5	8
12–16	6	14
16–20	4	18
20–24	10	28
24–28	7	35
28–32	5	40
المجموع	**40**	–

1– تحديد قيمة الربيع الأول Q1:

رتبة Q1 هي: $\sum n_i /4= 40/4 = 10$، ومنه فئة الربيع الأول هي: [12 - 16[

ومنه قيمة الربيع الأول هي:

$$Q_1 = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q_1}} K_{Q_1} = 12 + \frac{(10-8)}{6} 4 = 13.33$$

2– تحديد قيمة الربيع الثالث Q3:

رتبة Q3 هي: $3\sum n_i/4= 3\times 40/4 = 30$، ومنه فئة الربيع الثالث هي: [24 – 28[

ومنه قيمة الربيع الثالث هي:

$$Q_3 = A + \frac{\left(\frac{3\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q_3}} K_{Q_3} = 24 + \frac{(30-28)}{7} 4 = 25.14$$

3– حساب نصف المدى الربيعي:

$$\frac{IQ}{2} = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{25.14 - 13.33}{2} = 5.90$$

السؤال رقم (9):

فيما يلي الدخل الشهري لعدد من المشتغلين في إحدى الشركات الاستثمارية، والمطلوب حساب الانحراف المتوسط. (13 9 15 17 7 8 14 20 18 16 5 2)

الجواب:

لحل المثال نستعين بالجدول الموالي كما يلي:

الجدول رقم (49): الدخل الشهري لعدد من المشتغلين في إحدى الشركات الاستثمارية

الدخل	13	9	15	17	7	8	14	20	18	16	5	2	المجموع
$\lvert X_i - \overline{X} \rvert$	1	3	3	5	5	4	2	8	6	4	7	10	**58**

– حساب الوسط الحسابي للقيم:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{13+9+15+17+7+8+14+20+18+16+5+2}{12} = \frac{144}{12} = 12$$

– حساب الانحراف المتوسط:

$$MD = \frac{\sum \lvert X_i - \overline{X} \rvert}{N} = \frac{58}{12} = 4.83$$

السؤال رقم (10):

أوجد الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري التالي الذي يمثل أعمار مجموعة من الأفراد:

الجدول رقم (50): أعمار مجموعة من الأفراد

الفئات	5 – 10	10 – 15	15 –20	20 – 25	25 – 30	المجموع
التكرار	6	4	12	3	5	**30**

الجواب:

نجد أولا مراكز الفئات والوسط الحسابي، ثم نحسب الانحراف المتوسط بعد إكمال الجدول الموالي:

الجدول رقم (51): جدول التوزيع التكراري لأعمار مجموعة من الأفراد

الفئات	التكرار n_i	مراكز الفئات X_i	$x_i n_i$	$\lvert X_i - \overline{X} \rvert$	$n_i \lvert X_i - \overline{X} \rvert$
5 – 10	6	7.5	45	9.5	57
10 – 15	4	12.5	50	4.5	18
15 – 20	12	17.5	210	0.5	6
20 – 25	3	22.5	67.5	5.5	16.5
25 – 30	5	27.5	137.5	10.5	52.5
المجموع	**30**	–	**510**	–	**150**

– حساب الوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{510}{30} = 17$$

– حساب الانحراف المتوسط:

$$MD = \frac{\sum n_i | X_i - \overline{X} |}{\sum n_i} \;; \qquad MD = \frac{150}{30} = 5$$

السؤال رقم (11):

أحسب التباين والانحراف المعياري للبيانات التالية:(15 20 17 23 30) الخاصة بعدد المخالفات.

الجواب:

لحساب التباين والانحراف المعياري نستعين بالجدول الموالي ونحسب المتوسط الحسابي:

الجدول رقم (52): جدول لحساب التباين والانحراف المعياري

Xi	Xi − $\overline{X}$	(Xi − $\overline{X}$)^2	Xi^2
15	−6	36	225
17	−4	16	289
20	−1	1	400
23	2	4	529
30	9	81	900
المجموع	–	**138**	**2343**

الوسط الحسابي يساوي:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{15+17+20+23+30}{5} = \frac{105}{5} = 21$$

1– حساب التباين

علاقة التعريف:

$$V(X) = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{N} = \frac{138}{5} = 27.6$$

الصيغة المختصرة:

$$V(X) = \frac{\sum X_i^2}{N} - \overline{X}^2 = \frac{2343}{5} - (21)^2 = 27.6$$

2– حساب الانحراف المعياري

علاقة التعريف:

$$SD = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{138}{5}} = \sqrt{27.6} = 5.25$$

الصيغة المختصرة:

$$SD = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{N} - \overline{X}^2} = \sqrt{\frac{2343}{5} - (21)^2} = \sqrt{27.6} = 5.25$$

السؤال رقم (12):

أحسب التباين والانحراف المعياري لبيانات السؤال رقم (8).

الجواب:

لحساب التباين والانحراف المعياري ونحسب المتوسط الحسابي ونستعين بالجدول الموالي:

الجدول رقم (53): جدول التوزيع التكراري لأوزان عينة من الأطفال

الأوزان	التكرار n_i	x_i	n_ix_i	x_i^2	$n_ix_i^2$
4−8	3	6	18	36	108
8−12	5	10	50	100	500
12−16	6	14	84	196	1176
16−20	4	18	72	324	1296
20−24	10	22	220	484	4840
24−28	7	26	182	676	4732
28−32	5	30	150	900	4500
المجموع	**40**	−	**776**	**2716**	**17152**

الوسط الحسابي يساوي : $\bar{X} = \frac{\sum x_i\, n_i}{\sum n_i} = \frac{776}{40} = 19.4$

1− حساب التباين

$$V(X) = \frac{\sum n_i X_i^{\,2}}{\sum n_i} - \bar{X}^2 = \frac{17152}{40} - (19.4)^2 = 52.44$$

2− حساب الانحراف المعياري

$$SD = \sqrt{\frac{\sum n_i X_i^{\,2}}{\sum n_i} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{17152}{40} - (19.4)^2} = \sqrt{52.44} = 7.24$$

وجدير بالذكر أنه لتبسيط العمليات الحسابية يفضل استعمال الصيغة المختصرة لحساب التباين والانحراف المعياري.

السؤال رقم (13):

عند حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأعمار مجموعتين من الأشخاص وجد ما يلي:

المجموعة الأولى: $\bar{X}_1 = 24$; $SD_1 = 6.16$

المجموعة الثانية: $\bar{X}_2 = 34$; $SD_2 = 7.14$

بين أي المجموعتين أكثر تغيرا.

الجواب:

- حساب معامل الاختلاف للمجموعة الأولى: $CV_1 = \frac{SD_1}{\bar{X}_1} \times 100 = \frac{6.16}{24} \times 100 = 25.66\%$
- حساب معامل الاختلاف للمجموعة الثانية: $CV_2 = \frac{SD_2}{\bar{X}_2} \times 100 = \frac{7.14}{34} \times 100 = 21\%$

يلاحظ أن التغير (درجة التفاوت) في المجموعة الأولى أكبر منه في المجموعة الثانية بما أن($CV_1 > CV_2$).

السؤال رقم (14):

إذا كانت لدينا مجموعة من 5 أشخاص أطوالهم بالسنتيمتر هي: 190 180 175 170 160

وأوزانهم بالكلغ هي: 90 80 75 70 60

بين ما إذا كانت الأطوال أكثر أو أقل تشتتا من الأوزان.

الجواب:

تتمثل خطوات الحل في حساب:

1- الوسط الحسابي

الوسط الحسابي للأطوال هو: $\bar{X}_1 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{190+180+175+170+160}{5} = \frac{875}{5} = 175$

الوسط الحسابي للأوزان هو: $\bar{X}_2 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{90+80+75+70+60}{5} = \frac{375}{5} = 75$

2- الانحراف المعياري

الانحراف المعياري للأطوال هو:

$$SD_1 = \sqrt{\frac{\sum {X_i}^2}{n} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{(190)^2+(180)^2+(175)^2(170)^2+(160)^2}{5} - (175)^2} = \sqrt{\frac{153625}{5} - (175)^2}$$

$$SD_1 = \sqrt{30725 - (175)^2} = \sqrt{100} = 10$$

الانحراف المعياري للأوزان هو:

$$SD_2 = \sqrt{\frac{\sum {X_i}^2}{n} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{(90)^2+(80)^2+(75)^2(70)^2+(60)^2}{5} - (75)^2} = \sqrt{\frac{28625}{5} - (75)^2}$$

$$SD_2 = \sqrt{5725 - (75)^2} = \sqrt{100} = 10$$

3- معامل الاختلاف

حساب معامل الاختلاف للأطوال:

$$CV_1 = \frac{SD_1}{\bar{X}_1} \times 100 \quad = \frac{10}{175} \times 100 \quad = 5.71\%$$

حساب معامل الاختلاف للأوزان:

$$CV_2 = \frac{SD_2}{\bar{X}_2} \times 100 \quad = \frac{10}{75} \times 100 \quad = 13.33\%$$

بما أن($CV_2 > CV_1$) فإن التشتت النسبي لمجموعة الأوزان حول وسطها الحسابي أكبر من التشتت النسبي لمجموعة الأطوال حول وسطها الحسابي.

ملاحظة:

كان بإمكاننا الوصول إلى هذه النتيجة دون حساب (CV_1 و CV_2) بما أن المجموعتين لهما نفس الانحراف المعياري ولهما وسطان حسابيان مختلفان، فالمجموعة ذات الوسط الحسابي الأكبر (وهي مجموعة الأطوال) يكون معامل تشتتها أقل.

السؤال رقم (15):

إذا توفرت البيانات التالية:

$\bar{X} = 20.08$ Me $= 20.06$ Mo $= 19.98$ SD$=0.39$

استخرج مقياس الالتواء وعلق على النتيجة.

الجواب:

1- معامل بيرسون الأول للالتواء:

$$SK = \frac{\bar{X} - Mo}{SD} = \frac{20.08 - 19.98}{0.39} = 0.25$$

2- معامل بيرسون الثاني للالتواء:

$$SK = \frac{3(\bar{X} - Me)}{SD} \quad = \frac{3(20.08 - 20.06)}{0.39} = 0.15$$

مما سبق نستنتج أن التوزيع ملتو جهة اليمين (موجب الالتواء)، لأن معاملات الالتواء موجبة.

السؤال رقم (16):

للبيانات الموالية أوجد معامل التفلطح وشكله: 5 4 3 2 1

الجواب: نكون الجدول الآتي:

الدول رقم (54): جدول حساب معامل التفلطح

Xi	$Xi - \bar{X}$	$(Xi - \bar{X})^2$	$(Xi - \bar{X})^4$
1	−2	4	16
2	−1	1	1
3	0	0	0
4	1	1	1
5	2	4	16
المجموع	–	**10**	**34**

– نحسب أولا الوسط الحسابي للقيم:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

– نحسب الانحراف المعياري ثم معامل التفلطح بطريقة العزم الرابع كما يلي:

$$SD = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2} = 1.41$$

$$Ku = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^4}{N(SD)^4} = \frac{34}{5(1.41)^4} = 1.72$$

بما أن $Ku < 3$ فإن المنحنى مفرطح، أي أن منحنى هذا التوزيع ذو قمة مسطحة، أي أقل من قمة منحنى التوزيع الطبيعي.

السؤال رقم (17):

الجدول التالي يبين نسبة ذكاء 50 شخصا:

الجدول رقم (55): نسبة ذكاء 50 شخصا

الفئات	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120	120 –140
التكرار	8	12	20	8	2

1– أوجد معاملات بيرسون للالتواء وحدد شكل التوزيع.

2– احسب معامل التفلطح العزومي وعلق عليه.

الجواب:

قبل حساب معاملات الالتواء والتفلطح من الضروري حساب المقاييس التالية وإكمال الجدول.

الجدول رقم (56): جدول التوزيع التكراري لنسبة ذكاء 50 شخصا

الفئات	التكرار n_i	مراكز الفئات Xi	n_ix_i	$F\uparrow$	$n_ix_i^2$	$n_i(X_i - \overline{X})^4$
40 - 60	8	50	400	8	20000	10196405,45
60 - 80	12	70	840	20	58800	410522,41
80 - 100	20	90	1800	40	162000	33554,43
100 - 120	8	110	880	48	96800	3886025,93
120 -140	2	130	260	50	33800	9270473,52
المجموع	**50**	-	**4180**	-	**371400**	**23796981,8**

1- الوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i\, n_i}{\sum n_i} = \frac{4180}{50} = 83.6$$

2- الوسيط

- رتبة الوسيط هي: $\frac{\sum n_i}{2} = \frac{50}{2} = 25$
- الفئة الوسيطية هي:] 80-100 [
- قيمة الوسيط هي:

$$Me = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{2} - F_{n-1}\right)}{n_{Me}} K_{Me} = 80 + \frac{(25-20)}{20} 20 = 85$$

3- المنوال

الفئة المنوالية هي:] 80-100 [ومنه قيمة المنوال هي:

$$Mo = A + \frac{d1}{d1+d2} K_{Mo} = 80 + \frac{(20-12)}{(20-12)+(20-8)} 20 = 80 + \frac{8}{8+12} 20 = 88$$

4- الانحراف المعياري

$$SD = \sqrt{\frac{\sum n_i X_i^2}{\sum n_i} - \overline{X}^2} = \sqrt{\frac{371400}{50} - (83.6)^2} = \sqrt{439.04} = 20.95$$

1- إيجاد معاملات بيرسون للالتواء

1-1 معامل بيرسون الأول للالتواء:

$$SK = \frac{\overline{X} - Mo}{SD} = \frac{83.6 - 88}{20.95} = (-0.21)$$

1-2 معامل بيرسون الثاني للالتواء:

$$SK = \frac{3(\overline{X} - Me)}{SD} = \frac{3(83.6 - 85)}{20.95} = (-0.20)$$

مما سبق نستنتج أن التوزيع ملتو نحو اليسار (سالب الالتواء) لأن معاملات الالتواء سالبة.

2- حساب معامل التفلطح العزومي والتعليق عليه:

$$Ku = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^4}{\sum n_i (SD)^4} = \frac{23796981{,}8}{(50)(20.95)^4} = 2.47$$

بما أن معامل التفلطح العزومي أقل من 3 ($Ku=2.47 < 3$)، فإن التوزيع مفلطح.

ثانيا: تمارين محلولة في مقاييس التشتت والشكل

التمرين الأول

يبين الجدول الآتي بيانات عن نسبة السكان الحضر والكثافة السكانية في 5 مناطق في إحدى الدول.

الجدول رقم (57): نسبة السكان الحضر والكثافة السكانية في 5 مناطق في إحدى الدول

المنطقة	نسبة السكان الحضر (%)	الكثافة السكانية (شخص/ كلم^2)
1	90.78	206.0
2	95.28	168.3
3	32.41	7.2
4	35.35	56.6
5	78.76	13.0

المطلوب:

1- حساب كل من المدى، التباين والانحراف المعياري للسكان (الحضر وغير الحضر).

2- تبيان أي المجموعتين أكثر تشتتا حول الوسط الحسابي.

3- حساب معامل الالتواء العزومي للمجموعتين وتفسيره.

الحل:

1- حساب المدى، التباين والانحراف المعياري للسكان

1-1 بالنسبة للسكان الحضر

الجدول رقم (58): جدول لحساب المدى، التباين والانحراف المعياري للسكان الحضر

المنطقة	المتغير الاحصائي Xi الكثافة السكانية للحضر (شخص/ كلم^2)	Xi^2	$(Xi-\overline{X})^3$
1	187.00	34969	1368370.39
2	160.35	25712.12	600570.70
3	2.33	5.42	-399501.35
4	20.00	400	-175427.90
5	10.23	104.65	-284241.35
	المجموع	**61191.20**	**1109770.48**

أ- حساب المدى:

المدى = أكبر قيمة – أدنى قيمة

$$E = 187 - 2.33 = 184.67$$

ب- حساب التباين

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{187+160.35+2.33+20+10.23}{5} = \frac{379.91}{5} = 75.98$$

$$V(X) = \frac{\sum {X_i}^2}{N} - \overline{X}^2 = \frac{61191.20}{5} - (75.98)^2 = 6465.28$$

ج- حساب الانحراف المعياري

$$SD = \sqrt{V(X)} = \sqrt{6465.27} = 80.40$$

1- 2 بالنسبة للسكان غير الحضر

الجدول رقم (59): جدول لحساب المدى، التباين والانحراف المعياري للسكان غير الحضر

المنطقة	المتغير الاحصائي Xi الكثافة السكانية لغير الحضر (شخص/ كلم²)	Xi^2	$(Xi - \overline{X})^3$
1	19	361	108.53
2	7.94	63.04	−248.85
3	4.86	23.61	−822.65
4	36.59	1338.82	11179.32
5	2.76	7.61	−1509.00
	المجموع	**1794.10**	**8707.33**

أ- حساب المدى:

المدى = أكبر قيمة – أدنى قيمة

$$E = 36.59 - 2.76 = 33.83$$

ب- حساب التباين

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{19+7.94+4.86+36.59+2.76}{5} = \frac{71.15}{5} = 14.23$$

$$V(X) = \frac{\sum {X_i}^2}{N} - \overline{X}^2 = \frac{1794.10}{5} - (14.23)^2 = 156.32$$

ج- حساب الانحراف المعياري

$$SD = \sqrt{V(X)} = \sqrt{156.32} = 12.50$$

2- تبيان أي المجموعتين أكثر تشتتا حول الوسط الحسابي

حساب معامل الاختلاف

- المجموعة الأولى (الحضر): $CV_1 = \frac{SD_1}{\bar{X}_1} \times 100 = \frac{80.40}{75.98} \times 100 = 105.81\%$

- المجموعة الثانية (غير الحضر): $CV_2 = \frac{SD_2}{\bar{X}_2} \times 100 = \frac{12.50}{14.23} \times 100 = 87.84\%$

نلاحظ أن التغير (درجة التفاوت) في المجموعة الأولى أكبر منه في المجموعة الثانية بما أن($CV_1 > CV_2$). ومنه فإن السكان الحضر أكثر تشتتا حول الوسط الحسابي من السكان غير الحضر.

3- حساب معامل الالتواء العزومي للمجموعتين وتفسيره.

3-1 بالنسبة للحضر

$$SK = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^3}{N(SD)^3} = \frac{1109770.48}{5(80.40)^3} = 0.4270 > 0$$

3-2 بالنسبة لغير الحضر

$$SK = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^3}{N(SD)^3} = \frac{\mathbf{8707.33}}{5(12.50)^3} = 0.8916 > 0$$

- بما أن معامل الالتواء ($SK > 0$)، فإن التوزيع ملتو نحو اليمين (موجب الالتواء).

التمرين الثاني

إذا أعطيت المعلومات التالية عن أحد التوزيعات الإحصائية، ما رأيك في تماثله وإلتوائه ؟

$\bar{X} = 240$, Me = 210 , Mo = 166 SD = 12

الحل:

1- تماثل (شكل) التوزيع الاحصائي

$\bar{X} = 240$, Me= 210 , Mo= 166

$\bar{X}$ > Me > Mo

ومنه التوزيع الاحصائي غير منتظم (غير متناظر) من اليمين.

2- إلتواء التوزيع الاحصائي

حساب معامل بيرسون الأول للالتواء:

$$SK = \frac{\bar{X} - Mo}{SD} = \frac{240-166}{12} = \frac{74}{12} = 6.16 > 0$$

ومنه فإن التوزيع ملتو نحو اليمين (موجب الإلتواء).

التمرين الثالث

إذا كان الوسط الحسابي في عينة يساوي 20 والانحراف المعياري يساوي 3، وكان توزيع عناصر العينة على شكل جرس، فأوجد:

1- نسبة القيم التي هي أكبر من 26.

2- نسبة القيم التي تقع في المجال [26 – 17]

3- نسبة القيم التي هي أكبر من 20.

4- نسبة القيم التي هي أكبر من 14.

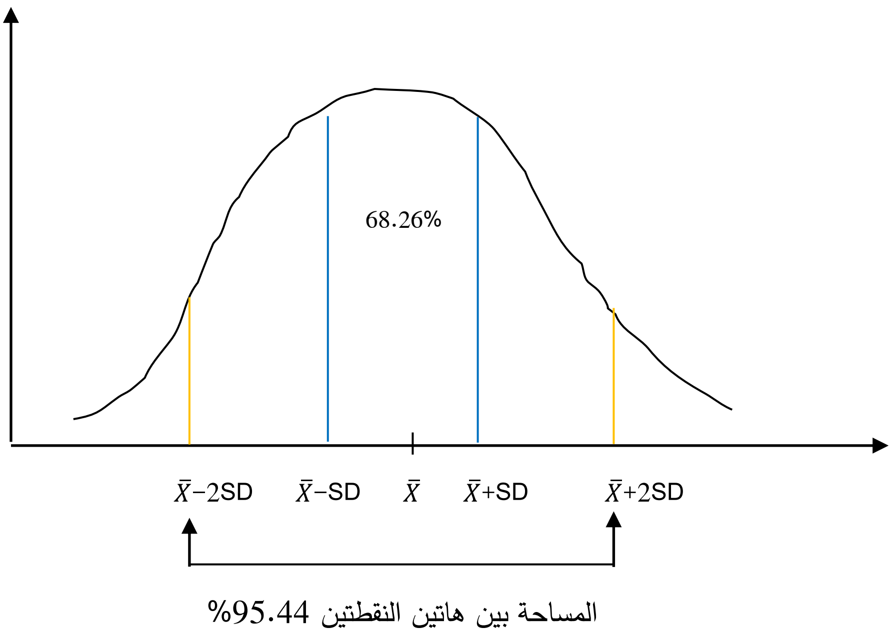
الحل:

من خواص الانحراف المعياري في حالة التوزيع الطبيعي للقيم، ما يلي:

- المجال [$\bar{X} \pm SD$] يحوي تقريبا 68.26% من قيم التوزيع.
- المجال [$\bar{X} \pm 2\ SD$] يحوي تقريبا 95.44% من قيم التوزيع.
- المجال [$\bar{X} \pm 3\ SD$] يحوي تقريبا 99.74% من القيم التوزيع.

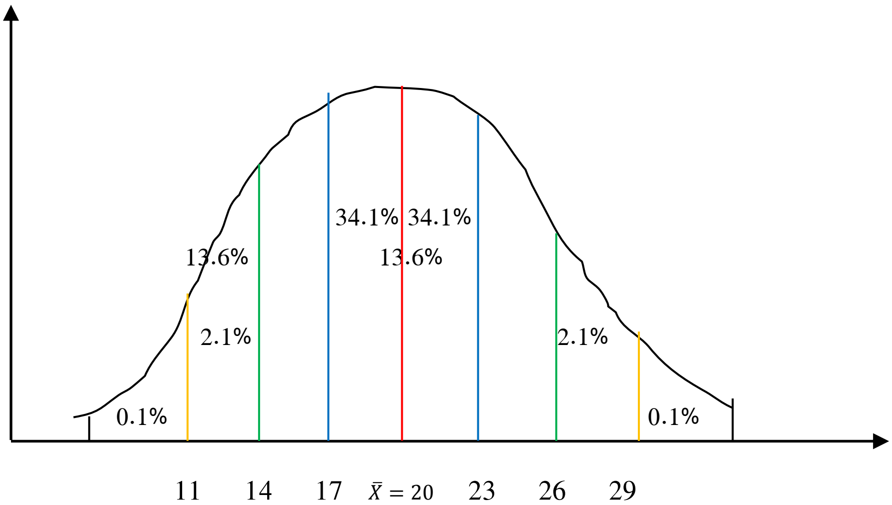
كما يوضحه الشكل الموالي:

الشكل رقم (37): المساحات تحت منحنى التوزيع الطبيعي



من معطيات التمرين يمكن وضع الشكل التالي:

الشكل رقم (38): المساحات تحت منحنى التوزيع الطبيعي ($\bar{X} = 20$، SD= 3)



1- إيجاد نسبة القيم التي هي أكبر من 26.

2.1% + 0.1% = 2.2%

2- إيجاد نسبة القيم التي تقع في المجال [26 – 17]

34.1+34.1+13.6 = 68.2+13.6 = 81.8%

3- إيجاد نسبة القيم التي هي أكبر من 20.

34.1+13.6+2.1+0.1 = 49.9%

4- إيجاد نسبة القيم التي هي أكبر من 14.

13.6+34.1+34.1+13.6+2.1+0.1 =95.4+2.1+0.1 = 97.6%

التمرين الرابع

يمثل الجدول الموالي التوزيع التكراري لأوزان أمتعة مجموعة من المسافرين جوا.

الجدول رقم (60): أوزان أمتعة مجموعة من المسافرين جوا

الفئات	أقل من 16	16 -22	22-28	28-34	34-40	40 فأكثر	**المجموع**
التكرار	20	18	16	14	12	20	**100**

المطلوب:

1- هل يمكن تحديد الانحراف المعياري لهذا التوزيع ؟

2- ما هو مقياس التشتت المناسب لهذا التوزيع ؟ أحسبه.

3- إذا كان طول الفئة الأولى والأخيرة هو 5، ما هو مقياس التشتت المناسب ؟

4- وإذا كان هناك توزيع آخر بحيث: $\sum_{i=1}^{30} Y_i^2 = 1740$, $\sum_{i=1}^{30} Y_i = 210$ ، قارن بين التوزيعين من حيث تشتتهما.

الحل:

1- لا يمكن تحديد الانحراف المعياري لهذا التوزيع، لأن الجدول مفتوح، والانحراف المعياري يتأثر بالقيم المتطرفة.

2- مقياس التشتت المناسب لهذا التوزيع هو نصف المدى الربيعي.

الجدول رقم (61): جدول التوزيع التكراري لأوزان أمتعة مجموعة من المسافرين جوا

الفئات	التكرار n_i	F↑	x_i	$x_i n_i$	$n_i {x_i}^2$
11-16	20	20	13.5	270	3645
16-22	18	38	19	342	6498
22-28	16	54	25	400	10000
28-34	14	68	31	434	13454
34-40	12	80	37	444	16428
40-45	20	100	42.5	850	36125
المجموع	**100**	-	-	**2740**	**86150**

يحسب نصف المدى الربيعي كما يلي:

$$\frac{IQ}{2} = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

- حساب الربيع الأول Q_1

- رتبة الربيع الأول Q_1 : $\frac{\sum n_i}{4} = \frac{100}{4} = 25$

- فئة الربيع الأول Q_1 : $[16 - 22[$

- قيمة الربيع الأول Q_1:

$$Q_1 = A + \frac{\left(\frac{\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q1}} K_{Q1} = 16 + \frac{25-20}{18} . 6 = 17.66$$

- حساب الربيع الثالث Q_3

- رتبة الربيع الثالث Q_3 : $\frac{3\sum n_i}{4} = 3.\frac{100}{4} = 75$

- فئة الربيع الثالث Q_3 : $[34-40[$

- حساب قيمة الربيع الثالث Q_3 :

$$Q_3 = A + \frac{\left(\frac{3\sum n_i}{4} - F_{n-1}\right)}{n_{Q3}} K_{Q3} = 34 + \frac{75-68}{12} 6 = 37.5$$

- حساب نصف المدى الربيعي $IQ/2$

$$\frac{IQ}{2} = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{37.5 - 17.66}{2} = 9.92$$

3- إذا كان طول الفئة الأولى والأخيرة هو 5، مقياس التشتت المناسب هو الانحراف المعياري.

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{2740}{100} = 27.40$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum n_i {X_i}^2}{\sum n_i} - \overline{X}^2} = \sqrt{\frac{86150}{100} - \overline{27.40}^2} = 10.5233$$

4- المقارنة بين التوزيعين من حيث تشتتهما.

نحسب معامل الاختلاف لكل توزيع.

1-4 التوزيع الأول:

$$CV_1 = \frac{SD}{\overline{X}} \times 100 = \frac{10.52}{27.40} \times 100 = 38.39\%$$

2-4 التوزيع الثاني:

$$\overline{Y} = \frac{\sum y_i}{\sum n_i} = \frac{210}{30} = 7$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum {y_i}^2}{\sum n_i} - \overline{y}^2} = \sqrt{\frac{1740}{30} - \overline{7}^2} = 3$$

$$CV_2 = \frac{SD}{\overline{Y}} \times 100 = \frac{3}{7} \times 100 = 42.85\%$$

نلاحظ أن ($CV_2 > CV_1$)، ومنه فإن التوزيع الاحصائي الثاني أكثر تشتتا من التوزيع الاحصائي الأول ولكن بدرجة قليلة.

التمرين الخامس

الجدول الموالي يعطي ملخص عن الرواتب الشهرية التي يتقاضاها العمال في إحدى الشركات.

الجدول رقم (62): ملخص الرواتب الشهرية التي يتقاضاها العمال في إحدى الشركات

الانحراف المعياري	الوسيط	الوسط الحسابي	عدد العمال
100	850	815	110

المطلوب:

1- ما هو مجموع الرواتب التي تدفعها الشركة للعمال في السنة ؟

2- إذا أعطت الشركة علاوة إضافية للنقل مقدارها 40 و.ن لكل عامل، فما هو الوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري للرواتب الجديدة مع علاوة النقل الإضافية ؟

3- أوجد معامل الاختلاف قبل علاوة النقل وبعدها.

الحل:

1- مجموع الرواتب التي تدفعها الشركة للعمال في السنة

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} \longrightarrow \sum x_i = \bar{x}\, N$$

$$\sum x_i = 815 * 110 = 89650$$

2- حساب الوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري للرواتب الجديدة مع علاوة النقل الإضافية

$$\bar{X} = 815 + 40 = 855$$

Me = 850 +40 = 890

SD = 100

3- إيجاد معامل الاختلاف قبل علاوة النقل وبعدها

3-1 قبل العلاوة:

$$CV_1 = \frac{SD}{\bar{X}} \times 100 = \frac{100}{815} \times 100 = 12.27\%$$

3-2 بعد العلاوة

$$CV_2 = \frac{SD}{\bar{X}} \times 100 = \frac{100}{855} \times 100 = 11.69\%$$

التوزيع الاحصائي للرواتب قبل العلاوة أكثر تشتتا.

التمرين السادس

تمثل البيانات التالية تكرارات أعمار 40 عامل في أحد المصانع :

$n_i = 8 \quad 6 \quad 12 \quad 9 \quad 8 \quad 7$

إذا علمت أن الحد الادنى لعمر العامل هو 30 سنة ، وأن هؤلاء العمال موزعين على فئات بطول 5 سنوات للفئة الواحدة .

المطلوب: حساب المؤشرات التالية:

1- الانحراف المتوسط

2- التباين

3- الانحراف المعياري

4- معامل الاختلاف

5- مقياس الالتواء

6- مقياس التفلطح.

الحل:

لحساب المؤشرات السابقة الذكر نستعين بالجدول الموالي:

الجدول رقم (63): جدول التوزيع التكراري لأعمار 40 عامل في أحد المصانع

الفئات	ni	X_i	$x_i n_i$	$n_i\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	$n_i\ Xi^2$	$n_i(X_i - \bar{X})^3$	$n_i(X_i - \bar{X})^4$
25-30	3	27.5	82.5	49.5	2268.75	-13476.375	222360.188
30-35	8	32.5	260	92	8450	-12167	139920.5
35-40	6	37.5	225	39	8437.5	-1647.75	10710.375
40-45	7	42.5	297.5	10.5	12643.75	-23.625	35.4375
45-50	12	47.5	570	42	27075	514.5	1800.75
50-55	9	52.5	472.5	76.5	24806.25	5527.125	46980.5625
55-60	5	57.5	287.5	67.5	16531.25	12301.875	166075.313
المجموع	**50**	-	**2195**	**377**	**100212.5**	**-8971.25**	**587883.125**

1- حساب الانحراف المتوسط

نحسب اولا المتوسط الحسابي كما يلي:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i\, n_i}{\sum n_i} = \frac{2195}{50} = 43.9 \approx 44$$

ثم نحسب الانحراف المتوسط كما يلي:

$$MD = \frac{\sum n_i |X_i - \overline{X}|}{\sum n_i} \quad ; \qquad MD = \frac{377}{50} = 7.54$$

2- حساب التباين

$$V(X) = \frac{\sum n_i X_i^2}{\sum n_i} - \overline{X}^2 = \frac{100212.5}{50} - (44)^2$$

$$V(X) = 68.25$$

3- حساب الانحراف المعياري

$$SD = \sqrt{V(X)} = \sqrt{68.25} = 8.26$$

4- حساب معامل الاختلاف

$$CV = \frac{SD}{\overline{X}} \times 100$$

$$CV = \frac{8.26}{44} \times 100 = 18.77\%$$

5- حساب مقياس الالتواء

$$SK = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^3}{\sum n_i (SD)^3}$$

$$SK = \frac{-8971.25}{50 * (8.26)^3}$$

$$SK = -0.3183$$

وهذا يشير إلى وجود إلتواء سالب نحو جهة اليسار. أي أن توزيع أعمار العمال ملتو نحو اليسار .

6- حساب مقياس التفلطح

$$Ku = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^4}{\sum n_i (SD)^4}$$

$$Ku = \frac{587883.125}{50 * (8.26)^4}$$

$$Ku = 2.5258 \quad < \quad 3$$

بما أن معامل التفلطح ($Ku < 3$) ، فإن المنحنى مفلطح.

التمرين السابع

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات قسم مكون من 60 طالب هو 14، والوسيط هو 13.5 والمنوال هو 13، حولت جميع العلامات وفق المعادلة $Y = 0.8\ X + 4$، حيث X العلامة قبل التحويل، و Y العلامة بعد التحويل.

المطلوب:

1- ما هي قيمة الوسط الحسابي بعد التحويل ؟

2- ما هي قيمة الوسيط بعد التحويل ؟

3- ما هي قيمة المنوال بعد التحويل ؟

4- ما هي قيمة مجموع علامات الطلبة بعد التحويل ؟

الحل:

1- الوسط الحسابي بعد التحويل:

$$\overline{Y} = 0.8\,\overline{X} + 4$$

$$\overline{Y} = 0.8\,(14) + 4 = 15.2$$

2- الوسيط بعد التحويل:

$$Me' = 0.8(13.5) + 4 = 14.8$$

3- المنوال بعد التحويل

$$Mo' = 0.8(13) + 4 = 14.4$$

4- مجموع العلامات بعد التحويل

مجموع العلامات بعد التحويل = عدد الطلبة × الوسط الحسابي بعد التحويل

$$15.2 \times 60 = 912$$

التمرين الثامن:

إذا كان تباين مجموعة من البيانات 36 وانحرافها المتوسط 8 وكان المدى يساوي 33 وقد تم تحويل هذه البيانات حسب المعادلة: $Y = 2X + 10$

المطلوب:

1- ما هو تباين البيانات الجديدة ؟

2- ما هو انحرافها المعياري البيانات الجديدة ؟

3- ما هو الانحراف المتوسط البيانات الجديدة ؟

4- ما هو المدى البيانات الجديدة ؟

الحل:

التباين والانحراف المعياري والانحراف المتوسط والمدى لا تتأثر من جراء جمع العدد 10 إلى البيانات الأصلية، ولكنها تتأثر بالضرب بالعدد 2 ، حيث التحويل حسب $Y = 2X + 10$ كما يلي:

1- التباين للبيانات الجديدة هو:

$$36 \times |2|^2 = 36 \times 4 = 144$$

2- الانحراف المعياري للبيانات الجديدة هو:

$$\sqrt{36} \times |2| = 6 \times 2 = 12$$

3- الانحراف المتوسط للبيانات الجديدة هو:

$$8 \times |2| = 16$$

4- المدى للبيانات الجديدة هو:

$$33 \times |2| = 66$$

الفصل الخامس

الأرقام القياسية

الفصل الخامس

الأرقام القياسية

تمهيد

تحظى دراسة الارقام القياسية بقدر كبير من الأهمية بالنسبة لجميع الباحثين في مختلف المجالات خاصة الاقتصادية، الاجتماعية والادارية وغيرها، حيث يعتبر الرقم القياسي من المؤشرات الإحصائية الهامة التي تفيد في وصف التغير في الأسعار أو الكميات أو القيم مع الزمن من خلال قياس التغير النسبي في متغير ما أو عدة متغيرات في فترة زمنية معينة بالمقارنة بفترة أخرى.

ففي مجال الدراسات الاقتصادية يمكن من خلال الأرقام القياسية التعرف الأحوال الاقتصادية للدول المختلفة من خلال دراسة التغيرات الاقتصادية في البلد أو البلدان قيد الدراسة، للمساعدة في التنبؤ بما يمكن أن يحدث للمتغيرات المختلفة في المستقبل، كما تستخدم لقياس ظواهر متعددة مثل مقارنة أسعار السلع الغذائية في سنة محددة بسنة أخرى، مقارنة إنتاج قطاع اقتصادي معين في دولة ما بنظيره في دولة أخرى، للوقوف على التطور الذي طرأ على إنتاج هذا القطاع عبر الزمن. كما يمكن ايضا استخدامها لقياس التغير في الانتاجية والبطالة ونمو الموارد ومعدلات الأجور وغيرها، كما يستفاد من معرفتها لتكاليف الحياة في تقرير الزيادة في الرواتب والأجور وحساب راتب الضمان الاجتماعي والتقاعد...الخ.

أولا: أسئلة وأجوبتها في الأرقام القياسية

السؤال رقم (1):

أعط تعريفا للرقم القياسي موضحا أهم استخداماته.

الجواب:

الرقم القياسي (Index number) هو عبارة عن مؤشر إحصائي يقيس التغير النسبي الذي يطرأ على ظاهرة معينة، كالسعر والكمية والقيمة، بالنسبة لأساس معين قد يكون فترة زمنية معينة أو مكانا جغرافيا معينا، حيث تؤخذ قيمة الظاهرة كأساس لحساب الرقم القياسي. ويسمى الوقت أو المكان الذي تنسب إليه الظاهرة بفترة أو مكان الأساس أو فترة أو مكان المقارنة (العصفور، 2003، صفحة 3).

يستخدم الرقم القياسي لقياس التغير الذي يطرأ على العديد من الظواهر الاجتماعية والاقتصادية مثل تكاليف المعيشة والتضخم وغيرها، وحتى تتم المقارنة يجب أن تكون هذه الظواهر مشتركة في صفة معينة لتكون مجموعات متجانسة وفي ظروف مستقرة لا تتضمن ظروف غير عادية كالكساد والحروب وغيرها. كما تستخدم في الرقابة على تنفيذ التخطيط ومدى تنفيذ الخطط الموضوعة ويستخدم لمعرفة القوة الشرائية لدخل الفرد، والدخل الحقيقي...الخ. (أبو عقيل، 2012، صفحة 246)

السؤال رقم (2):

كيف يحسب الرقم القياسي ؟

الجواب:

يحسب الرقم القياسي بقسمة الرقم الخاص بسنة المقارنة أي رقم الفترة او السنة الجديدة على الرقم الخاص بسنة الاساس أي الرقم الخاص بالفترة او السنة السابقة مضروبا ب 100. فإذا كان سعر سلعة ما في عام 2018 هو 100 دينار وأصبح سعرها في سنة 2022 هو 250 دينار، فإن الرقم القياسي للسعر في سنة 2022 باعتبار أن سنة 2018 هي سنة الأساس هو:

$$I_p = \frac{P_{2022}}{P_{2018}} \times 100 = \frac{250}{100} \times 100 = 250\%$$

وعادة ما نحسب:

- الرقم القياسي للأسعار: يقارن التغير في السعر من فترة لأخرى.

– الرقم القياسي للكميات: يقيس التغير في كمية أحد المتغيرات مع الزمن.

– الرقم القياسي للقيمة: يقيس التغير في القيمة المالية للمتغير. حيث يركب التغير في الاسعار والكميات ليعطي رقما اكثر دلالة ومعنى.

السؤال رقم (3):

ما هي أنواع الارقام القياسية المستخدمة في التحليل الإحصائي ؟

الجواب:

هناك ثلاثة أنواع من الأرقام القياسية التي تستخدم في التحليل الإحصائي وهي:

- الأرقام القياسية البسيطة.
- الأرقام القياسية المرجحة.
- الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك.

السؤال رقم (4):

ما معنى الرقم القياس البسيط ؟ وكيف يمكن حسابه ؟

الجواب:

يحسب الرقم القياسي البسيط اما لسلعة واحدة او لمجموعة من السلع، ويمكن حسابه بطريقتين وهما: الرقم القياسي التجميعي البسيط والرقم القياسي النسبي البسيط، فاذا اقتصرنا في حسابه على الأسعار يصبح تعريف الطريقتين كما يلي: (أبو صالح، 2007، صفحة 532)

1– الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار

وهي نسبة مجموع أسعار عدة سلع في سنة ما (سنة المقارنة) على مجموع أسعار هذه السلع في سنة أخرى (سنة الأساس)، ويمكن التعبير عليه بالصيغة التالية:

$$\mathrm{I_p}(a) = \frac{\sum \mathrm{P_n}}{\sum \mathrm{P_0}} \times 100$$

حيث: $\mathrm{P_0}$: سعر السلعة في سنة الأساس، $\mathrm{P_n}$: سعر السلعة في سنة المقارنة ، a : النسبي

2- الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار

هو الوسط الحسابي للأرقام القياسية للسلع ، أي أننا نجد الرقم القياسي لكل سلعة ثم نجد الوسط الحسابي لهذه الأرقام القياسية، ويمكن التعبير عليه بالصيغة التالية:

$$I_p(r) = \frac{1}{m}\sum \frac{P_n}{P_0} \times 100$$

حيث:

P_0: سعر السلعة في سنة الأساس، P_n: سعر السلعة في سنة المقارنة، m: عدد السلع، r : النسبي

السؤال رقم (5)

إذا كانت الأسعار بالدينار لبعض المواد الاستهلاكية كما هو مبين بالجدول التالي:

الجدول رقم (64): أسعار بعض المواد الاستهلاكية

السلعة	السعر سنة 2018	السعر سنة 2022
السكر	70	90
القهوة	600	900
الشاي	500	600
الارز	100	160
المجموع	**1270**	**1750**

أحسب الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار باعتبار عام 2018 سنة أساس.

الجواب:

الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار هو :

$$I_p(a) = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

$$I_p(a) = \frac{1750}{1270} \times 100 = 137.79\%$$

يجب أن تكون وحدة الأسعار نفسها لجميع السلع .

السؤال رقم (6):

أوجد الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار في السؤال السابق باعتبار أن سنة 2018 سنة أساس.

الجواب:

الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار في سنة 2022 هو:

$$I_p(r) = \frac{1}{m}\sum \frac{P_n}{P_0} = \frac{1}{4}\left(\frac{90}{70} + \frac{900}{600} + \frac{600}{500} + \frac{160}{100}\right) \times 100$$

$$I_p(r) = \frac{1}{4}(5.5857) \times 100 = 139.64\%$$

السؤال رقم (7):

ما معنى الرقم القياس المرجح ؟ وما هي أنواعه ؟

الجواب:

من سلبيات الأرقام القياسية البسيطة أنها تعطي جميع السلع نفس الأهمية أي أنها لا تعطي أهمية أو وزن للتغير في سعر أو كمية السلعة الأكثر استعمالا أكبر مما تعطيه للسلعة قليلة الاستعمال. لذلك فإن الترجيح يعطينا الفرصة لاستعمال معلومات إضافية زيادة عن المعلومات المتعلقة بتغير الأسعار أو الكميات (أبو صالح، 2007، صفحة 535). وتوجد أربع أنواع من الأرقام القياسية المرجحة وهي:

- رقم لاسبير القياسي المرجح،
- رقم باش القياسي المرج،
- رقم مارشال القياسي المرجح،
- رقم فيشر القياسي الأمثل.

السؤال رقم (8):

اشرح كيف يمكن حساب رقم لاسبير القياسي المرجح

الجواب:

يعتمد على الترجيح بكميات سنة الأساس (كرش، القزاز، و حمودي، 2014، صفحة 134) ، حيث تتلخص طريقة لاسبير في استعمال الكميات المستهلكة والقيمة النقدية للكميات المستهلكة في سنة الأساس كأوزان لأسعار المواد الداخلة في حساب الرقمين القياسيين التجميعي والنسبي، ويمكن حسابه بطريقتين هما على التوالي:

1- رقم لاسبير القياسي التجميعي للأسعار هو:

$$I_p(L) = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

حيث: P_n أسعار سنة المقارنة، P_0: أسعار سنة الأساس، Q_0: الكميات المستهلكة في سنة الأساس .

2- رقم لاسبير القياسي النسبي للأسعار هو:

$$I_p(rL) = \sum \left(\frac{P_n}{P_0}\right) W_0 \times 100$$

حيث:

$$W_0 = \frac{P_0 Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

السؤال رقم (9):

يبين الجدول التالي أسعار وكميات السلع في سنتي 2015 و 2022، أوجد الرقم القياسي لاسبير للأسعار في سنة 2022 باعتبار أن سنة 2015 هي سنة الأساس بطريقتين. ماذا تلاحظ؟

الجدول رقم (65):أسعار وكميات السلع في سنتي 2015 و 2022

نوع السلعة	السعر		الكمية	
	2015	2022	2015	2022
1	6	12	25	30
2	4	7	45	35
3	8	11	20	25
4	13	17	15	20

الجواب:

لحساب رقم لاسبير القياسي التجميعي والنسبي نستعين بالجدول الموالي:

نوع السلعة	السعر		الكمية		P_0Q_0	P_nQ_0	W_0	$\frac{P_n}{P_0}$	$\frac{P_n}{P_0} W_0$
	2015	2022	2015	2022					
1	6	12	25	30	150	300	0.22	2	0.4379
2	4	7	45	35	180	315	0.26	1.75	0.4598
3	8	11	20	25	160	220	0.23	1.37	0.3211
4	13	17	15	20	195	255	0.29	1.30	0.3722
المجموع					**685**	**1090**	**1**		**1.5912**

1- حساب رقم لاسبير القياسي التجميعي للأسعار

$$\mathrm{I_p}(L) = \frac{\sum \mathrm{P_n Q_0}}{\sum \mathrm{P_0 Q_0}} \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(L) = \frac{(12 \times 25) + (7 \times 45) + (11 \times 20) + (17 \times 15)}{(6 \times 25) + (4 \times 45) + (8 \times 20) + (13 \times 15)} \times 100 = \frac{1090}{685} \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(L) = 159.12\ \%$$

2- حساب رقم لاسبير القياسي النسبي للأسعار

نحسب أولا $\mathrm{W_0}$ ، حيث:

$$\mathrm{W_0} = \frac{\mathrm{P_0 Q_0}}{\sum \mathrm{P_0 Q_0}}$$

$$\mathrm{I_p}(rL) = \sum \left(\frac{\mathrm{P_n}}{\mathrm{P_0}}\right) \mathrm{W_0} \times 100$$

$$\mathrm{I_p(rL)} = \left(\frac{12}{6} \times \frac{150}{685} + \frac{7}{4} \times \frac{180}{685} + \frac{11}{8} \times \frac{160}{685} + \frac{17}{13} \times \frac{195}{685}\right) \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(rL) = 159.12\%$$

نلاحظ أن رقم لاسبير التجميعي للأسعار هو نفسه رقم لاسبير النسبي.

السؤال رقم (10):

اشرح كيف يمكن حساب رقم باش القياسي المرجح.

الجواب:

يعتمد على الترجيح بكميات سنة المقارنة (أبو عقيل، 2012، صفحة 248)، وتتلخص طريقة باش في استعمال الكميات المستهلكة (أو المنتجة) والقيمة النقدية للكميات المستهلكة في سنة المقارنة أوزانا لأسعار المواد الداخلة في حساب الرقمين القياسيين التجميعي والنسبي، ويمكن حسابه بطريقتين هما على التوالي:

1- رقم باش القياسي التجميعي للأسعار هو:

$$\mathrm{I_p}(P) = \frac{\sum \mathrm{P_n Q_n}}{\sum \mathrm{P_0 Q_n}} \times 100$$

حيث:

P_n : أسعار سنة المقارنة، P_0: أسعار سنة الأساس، Q_n: الكميات المستهلكة في سنة المقارنة .

2– رقم باش القياسي النسبي للأسعار هو:

$$I_p(rP) = \sum\left(\frac{P_n}{P_0}\right)W_n \times 100$$

حيث:

$$W_n = \frac{P_nQ_n}{\sum P_nQ_n}$$

السؤال رقم (11)

أحسب رقم باش القياسي التجميعي والنسبي لأسعار سنة 2022 باعتبار سنة 2018 سنة أساس بالنسبة لمعطيات السؤال رقم (9).

الجواب:

نعيد كتابة الجدول ونضيف إليه الأعمدة المطلوبة في الحل كما يلي:

نوع السلعة	السعر		الكمية		P_nQ_n	P_0Q_n	W_n	$\frac{P_n}{P_0}$	$\frac{P_n}{P_0}W_0$
	2015	2022	2015	2022					
1	6	12	25	30	360	180	0.29	2	0.5901
2	4	7	45	35	245	140	0.20	1.75	0.3514
3	8	11	20	25	275	200	0.23	1.37	0.3099
4	13	17	15	20	340	260	0.28	1.30	0.3644
المجموع					**1220**	**780**	**1**		**1.6159**

1– حساب رقم باش القياسي التجميعي للأسعار

$$I_p(P) = \frac{\sum P_nQ_n}{\sum P_0Q_n} \times 100$$

$$I_p(P) = \frac{(12\times 30)+(7\times 35)+(11\times 25)+(17\times 20)}{(6\times 30)+(4\times 35)+(8\times 25)+(13\times 20)} \times 100 = \frac{1220}{780} \times 100$$

$$I_p(P) = 156.41\ \%$$

2– حساب رقم باش القياسي النسبي للأسعار

نحسب أولا W_n ، حيث:

$$W_n = \frac{P_n Q_n}{\sum P_n Q_n}$$

$$I_p(rP) = \sum \left(\frac{P_n}{P_0}\right) W_n \times 100$$

$$I_p(rP) = \left(\frac{12}{6} \times \frac{360}{1220} + \frac{7}{4} \times \frac{245}{1220} + \frac{11}{8} \times \frac{275}{1220} + \frac{17}{13} \times \frac{340}{1220}\right) \times 100$$

$$I_p(rP) = 161.59\%$$

السؤال رقم (12):

اشرح كيف يمكن حساب رقم مارشال القياسي المرجح.

الجواب:

رقم مارشال القياسي المرجح هو الرقم القياسي الذي يرجح بالوسط الحسابي لكميات الأساس والمقارنة ويعطي حسب العلاقة التالية : (أبو عقيل، 2012، صفحة 249)

$$I_p(M) = \frac{\sum P_n (Q_0 + Q_n)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_n)} \times 100$$

حيث:

P_n : أسعار سنة المقارنة ، P_0: أسعار سنة الأساس

Q_n: الكميات المستهلكة في سنة المقارنة ، Q_n: الكميات المستهلكة في سنة الأساس

السؤال رقم (13):

بالنسبة للبيانات الخاصة بالسؤال رقم (9)، أحسب رقم مارشال القياسي المرجح.

الجواب

لحساب رقم مارشال القياسي المرجح نعيد كتابة الجدول ونضيف إليه الأعمدة الضرورية كما يلي:

نوع السلعة	السعر		الكمية		$Q_0 + Q_n$	$P_n (Q_0 + Q_n)$	$P_0 (Q_0 + Q_n)$
	2015	2022	2015	2022			
1	6	12	25	30	55	660	330
2	4	7	45	35	80	560	320
3	8	11	20	25	45	495	360
4	13	17	15	20	35	595	455
المجموع						**2310**	**1465**

رقم مارشال القياسي المرجح هو:

$$\mathrm{I_p}(M) = \frac{\sum \mathrm{P_n}(\mathrm{Q_0} + \mathrm{Q_n})}{\sum \mathrm{P_0}(\mathrm{Q_0} + \mathrm{Q_n})} \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(M) = \frac{2310}{1465} \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(M) = 157.67\ \%$$

السؤال رقم (14):

اشرح كيف يمكن حساب رقم فيشر القياسي الأمثل.

الجواب:

رقم فيشر القياسي الأمثل هو عبارة عن الوسط الهندسي للرقمين القياسيين لكل من لاسبير وفيشر، ويسمى الرقم القياسي الأمثل للأسعار والذي يعطى بالعلاقة التالية: (نجم الدين، 2000، صفحة 216)

$$\mathrm{I_p}(F) = \sqrt{\mathrm{I_p}(L) \times \mathrm{I_p}(P)}$$

السؤال رقم (15):

أحسب رقم فيشر القياسي المرجح للأسعار بالنسبة للبيانات الخاصة بالسؤال رقم (9).

الجواب

من السؤال السابق نجد أن الرقم الأمثل لفيشر يساوي :

$$\mathrm{I_p}(F) = \sqrt{\mathrm{I_p}(L) \times \mathrm{I_p}(P)}$$

$$\mathrm{I_p}(F) = \sqrt{(159.12) \times (156.41)} = \sqrt{24887.95} = 157.75\%$$

السؤال رقم (16):

ما معنى الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك (MPI) ؟

الجواب:

يعتبر تحديد سنة الأساس عامل مهم في تركيب الأرقام القياسية، والأنواع السابقة تعتمد على سنة أساس ثابتة، ومن عيوب هذه الطريقة أنه إذا كانت المدة بين سنة الأساس وسنة المقارنة طويلة نسبيا فإن الرقم القياسي لا يعبر تعبيرا صحيحا عن التطورات التي تنشأ خلال هذه المدة. ولعلاج هذا المشكل نستعمل طريقة غير مباشرة تؤدي للمقارنة، وذلك بتكوين أرقام قياسية للفترات المتلاحقة، بحيث تكون كل فترة أساس للفترة التي تليها مباشرة، وبضرب تلك الأرقام ببعضها البعض نحصل على الرقم القياسي المطلوب، ويسمى هذا الأسلوب بأسلوب الأساس المتحرك ويستعمل لمقارنة الحاضر بالماضي القريب وليس بالماضي البعيد. (أبو صالح، 2007، صفحة 541)

السؤال رقم (17):

الجدول التالي يبين أسعار أربع سلع استهلاكية خلال الفترة (2018-2022)، أحسب الرقم القياسي النسبي بأساس المتحرك (MPI) .

الجدول رقم (66):أسعار أربع سلع استهلاكية خلال الفترة (2018-2022)

السنة / السلعة	2018	2019	2020	2021	2022
1	25	25	30	32	35
2	22	25	38	40	42
3	10	20	20	15	15
4	20	25	30	35	40

الجواب:

نجد الأرقام القياسية النسبية لكل سنتين متتاليتين كما هو موضح فيما يلي:

$P\ \frac{2019}{2018}$	$P\ \frac{2020}{2019}$	$P\ \frac{2021}{2020}$	$P\ \frac{2022}{2021}$
25/25 = 1	30/25 = 1.2	32/30 = 1.06	35/32 = 1.09
25/22 = 1.136	38/25 = 1.52	40/38 = 1.05	42/40 = 1.05
20/10 = 2	20/20 = 1	15/20 = 0.75	15/15 = 1
25/20 = 1.25	30/25 = 1.2	35/30 = 1.16	40/35 = 1.14
5.38	**4.92**	**4.02**	**4.28**

ثم نحسب الرقم القياسي المتحرك لكل سنتين متتاليتين والذي يمثل متوسط الأرقام القياسية النسبية مضروبا ب 100 كما يلي:

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2019 باعتبار أن 2018 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2019/2018} = \frac{1}{4}(5.38) \times 100 = 134.5\%$$

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2020 باعتبار أن 2019 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2020/2019} = \frac{1}{4}(4.92) \times 100 = 123\%$$

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2021 باعتبار أن 2020 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2021/2020} = \frac{1}{4}(4.02) \times 100 = 100.5\%$$

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2022 باعتبار أن 2021 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2022/2021} = \frac{1}{4}(4.28) \times 100 = 107\%$$

فيكون الرقم القياسي لأسعار سنة 2022 بالنسبة لسنة 2018 على الأساس المتحرك هو :

$$\text{MPI}_{2022/2018} = \frac{1}{4}(1.345 + 1.23 + 1.005 + 1.07) \times 100 = 116.25\ \%$$

ثانيا: تمارين محلولة في الأرقام القياسية

التمرين الأول

إذا كان سعر سلعة ما في سنة 2015 هو 220 دينار ثم ارتفع سعرها سنة 2022 إلى 260 دينار.

المطلوب: حساب

1- الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة باعتبار أن سنة 2015 هي سنة الأساس.

2- الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة باعتبار أن سنة 2022 هي سنة الأساس.

الحل:

1- حساب الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة باعتبار أن سنة 2015 هي سنة الأساس.

$$I_p = \frac{P_n}{P_0} \times 100 = \frac{P_{2022}}{P_{2015}} \times 100 = \frac{260}{220} \times 100 = 118.18\%$$

أي أن سعر السلعة قد ازداد ب 18.18 % في سنة 2022 مقارنة بسنة 2015.

2- حساب الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة باعتبار أن سنة 2022 هي سنة الأساس.

$$I_p = \frac{P_n}{P_0} \times 100 = \frac{P_{2015}}{P_{2022}} \times 100 = \frac{220}{260} \times 100 = 84.61\%$$

أي أن سعر السلعة سنة 2015 يقل عن سعرها سنة 2022 بنسبة 15.38 % (100%-84.61%)

التمرين الثاني

إذا كانت لديك البيانات التالية حول الأسعار والكميات المقابلة لها لمجموعة من السلع.

الجدول رقم (67): أسعار وكميات مجموعة من السلع خلال (2020-2022)

البيانات / السلعة	السعر سنة 2020	الكمية سنة 2020	السعر سنة 2021	الكمية سنة 2021	السعر سنة 2022	الكمية سنة 2022
1	10	25	13	30	20	40
2	40	80	45	90	50	120
3	15	30	18	35	20	38
4	20	40	25	40	27	43

المطلوب: حساب

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2020.

2- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2020.

3- الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2020.

4- جميع المؤشرات السابقة لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2021.

الحل:

لحساب الأرقام القياسية المختلفة نستعين بالجدول التالي:

البيانات / السلعة	السعر سنة 2020	الكمية سنة 2020	السعر سنة 2021	الكمية سنة 2021	السعر سنة 2022	الكمية سنة 2022
1	10	25	13	30	20	40
2	40	80	45	90	50	120
3	15	30	18	35	20	38
4	20	40	25	40	27	43
المجموع	**85**	**175**	**101**	**195**	**117**	**241**

1- حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2020.

$$I_p(a) = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100 = \frac{\sum P_{2022}}{\sum P_{2020}} \times 100$$

$$I_p(a) = \frac{117}{85} \times 100 = 137.64\%$$

2- حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2020.

$$I_Q(a) = \frac{\sum Q_n}{\sum Q_0} \times 100 = \frac{\sum Q_{2022}}{\sum Q_{2020}} \times 100$$

$$I_Q(a) = \frac{241}{175} \times 100 = 137.71\%$$

3- حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2020.

$$I_v = \frac{V_n}{V_0} \times 100 = \frac{\sum Q_n P_n}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{\sum Q_{2022} P_{2022}}{\sum Q_{2020} P_{2020}} \times 100$$

$$I_v = \frac{(40 \times 20) + (120 \times 50) + (38 \times 20) + (43 \times 27)}{(25 \times 10) + (80 \times 40) + (30 \times 15) + (40 \times 20)} \times 100$$

$$I_v = \frac{8721}{4700} \times 100 = 185.55\%$$

4- حساب المؤشرات السابقة لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2021

أ- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2021.

$$I_p(a) = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100 = \frac{\sum P_{2022}}{\sum P_{2021}} \times 100$$

$$I_p(a) = \frac{117}{101} \times 100 = 115.84\%$$

ب- حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2021.

$$I_Q(a) = \frac{\sum Q_n}{\sum Q_0} \times 100 = \frac{\sum Q_{2022}}{\sum Q_{2021}} \times 100$$

$$I_Q(a) = \frac{241}{195} \times 100 = 123.58\%$$

ج- حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم لسنة 2022 بالنسبة لسنة 2021.

$$I_v = \frac{V_n}{V_0} \times 100 = \frac{\sum Q_n P_n}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{\sum Q_{2022} P_{2022}}{\sum Q_{2021} P_{2021}} \times 100$$

$$I_v = \frac{(40 \times 20) + (120 \times 50) + (38 \times 20) + (43 \times 27)}{(30 \times 13) + (90 \times 45) + (35 \times 18) + (40 \times 25)} \times 100$$

$$I_v = \frac{8721}{6070} \times 100 = 143.67\%$$

التمرين الثالث

يتعلق الجدول الموالي بأسعار أربع سلع مختلفة في سنتي 2015 و 2022

الجدول رقم (68): أسعار أربع سلع مختلفة في سنتي 2015 و 2022

السلعة	السعر سنة 2015	السعر سنة 2022	الكمية سنة 2015	الكمية سنة 2022
1	500	900	30	40
2	350	850	55	60
3	420	720	65	72
4	80	120	130	170

المطلوب: حساب

1- الرقم القياسي النسبي البسيط لأسعار سنة 2022 علما أن سنة الأساس هي 2015.

2- الرقم القياسي النسبي البسيط لكميات سنة 2022 علما أن سنة الأساس هي 2015.

3- الرقم القياسي البسيط لقيم سنة 2022 علما أن سنة الأساس هي 2015.

الحل:

لحساب الأرقام القياسية المختلفة نستعين بالجدول التالي:

السلعة	السعر سنة 2015	السعر سنة 2022	الكمية سنة 2015	الكمية سنة 2022
1	500	900	30	40
2	350	850	55	60
3	420	720	65	72
4	80	120	130	170
المجموع	**1350**	**2590**	**280**	**342**

1- حساب الرقم القياسي النسبي البسيط لأسعار سنة 2022 علما أن سنة الأساس هي 2015.

$$I_p(r) = \frac{1}{m}\sum \frac{P_{2022}}{P_{2015}} = \frac{1}{4}\left(\frac{900}{500} + \frac{850}{350} + \frac{720}{420} + \frac{120}{80}\right) \times 100$$

$$I_p(r) = \frac{1}{4}(7.4428) \times 100 = 186.07\%$$

2- حساب الرقم القياسي النسبي البسيط لكميات سنة 2022 علما أن سنة الأساس هي 2015.

$$I_Q(r) = \frac{1}{m}\sum \frac{Q_{2022}}{Q_{2015}} = \frac{1}{4}\left(\frac{40}{30} + \frac{60}{55} + \frac{72}{65} + \frac{170}{130}\right) \times 100$$

$$I_Q(r) = \frac{1}{4}(4.8396) \times 100 = 120.99\%$$

3- حساب الرقم القياسي البسيط لقيم سنة 2022 علما أن سنة الأساس هي 2015.

$$I_v = \frac{V_n}{V_0} \times 100 = \frac{\sum Q_n P_n}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{\sum Q_{2022} P_{2022}}{\sum Q_{2015} P_{2015}} \times 100$$

$$I_v = \frac{(40 \times 900) + (60 \times 850) + (72 \times 720) + (120 \times 170)}{(30 \times 500) + (55 \times 350) + (65 \times 420) + (130 \times 80)} \times 100$$

$$I_v = \frac{159240}{71950} \times 100 = 221.32\%$$

التمرين الرابع:

الجدول التالي يوضح أسعار وكميات أربع سلع مختلفة في سنتي 2021 و 2022.

الجدول رقم (69):أسعار وكميات سلع مختلفة في سنتي 2021 و 2022

البيانات / السلعة	السعر سنة 2021	الكمية سنة 2021	السعر سنة 2022	الكمية سنة 2022
1	250	10	400	30
2	60	40	120	90
3	200	10	320	30
4	180	20	240	40

المطلوب: حساب المؤشرات التالية، حيث سنة الأساس هي 2021 وسنة المقارنة هي 2022.

1- الرقم القياسي للأسعار للاسبير.

2- الرقم القياسي للأسعار لباش

3- الرقم القياسي للأسعار لمارشال.

4- رقم فيشر القياسي الأمثل.

الحل:

لحساب مختلف المؤشرات نستعين بالجدول التالي:

البيانات / السلعة	P_{2021}	Q_{2021}	P_{2022}	Q_{2022}	P_0Q_0	P_nQ_0	P_nQ_n	P_0Q_n
1	250	10	400	30	2500	4000	12000	7500
2	60	40	120	90	2400	4800	10800	5400
3	200	10	320	30	2000	3200	9600	6000
4	180	20	240	40	3600	4800	9600	7200
المجموع	**690**	**80**	**1080**	**190**	**10500**	**16800**	**42000**	**26100**

1- حساب رقم لاسبير القياسي للأسعار

$$\mathrm{I_p}(L) = \frac{\sum \mathrm{P_n Q_0}}{\sum \mathrm{P_0 Q_0}} \times 100 = \frac{\sum \mathrm{P_{2022} Q_{2021}}}{\sum \mathrm{P_{2021} Q_{2021}}} \times 100$$

$$I_p(L) = \frac{(400 \times 10) + (120 \times 40) + (320 \times 10) + (240 \times 20)}{(250 \times 10) + (60 \times 40) + (200 \times 10) + (180 \times 20)} \times 100$$
$$= \frac{16800}{10500} \times 100$$

$$I_p(L) = 160\ \%$$

2- حساب رقم باش القياسي للأسعار

$$I_p(P) = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_n} \times 100 = \frac{\sum P_{2022} Q_{2022}}{\sum P_{2021} Q_{2022}} \times 100$$

$$I_p(P) = \frac{(400 \times 30) + (120 \times 90) + (320 \times 30) + (240 \times 40)}{(250 \times 30) + (60 \times 90) + (200 \times 30) + (180 \times 40)} \times 100$$
$$= \frac{42000}{26100} \times 100$$

$$I_p(P) = 160.91\%$$

3- حساب رقم مارشال القياسي للأسعار

لحساب رقم مارشال القياسي المرجح نعيد كتابة الجدول ونضيف إليه الأعمدة الضرورية كما يلي:

البيانات / السلعة	P_{2021}	Q_{2021}	P_{2022}	Q_{2022}	$Q_0 + Q_n$	$P_n (Q_0 + Q_n)$	$P_0 (Q_0 + Q_n)$
1	250	10	400	30	40	16000	10000
2	60	40	120	90	130	15600	7800
3	200	10	320	30	40	12800	8000
4	180	20	240	40	60	14400	10800
المجموع	**690**	**80**	**1080**	**190**	**270**	**58800**	**36600**

$$I_p(M) = \frac{\sum P_n (Q_0 + Q_n)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_n)} \times 100 = \frac{\sum P_{2022} (Q_{2021} + Q_{2022})}{\sum P_{2021} (Q_{2021} + Q_{2022})} \times 100$$

$$I_p(M) = \frac{58800}{36600} \times 100$$

$$I_p(M) = 160.65\ \%$$

4- حساب رقم فيشر القياسي الأمثل

$$I_p(F) = \sqrt{I_p(L) \times I_p(P)}$$
$$I_p(F) = \sqrt{(160) \times (160.91)} = 160.45\%$$

التمرين الخامس

البيانات التالية توضح الأسعار والكميات لأربع منتجات بين سنتي 2019 و 2022.

الجدول رقم (70): أسعار وكميات أربع منتجات بين سنتي 2019 و 2022

السنوات / السلعة	2019		2020		2021		2022	
	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q
1	28	7	30	8	35	10	40	12
2	16	10	19	12	22	15	25	18
3	10	3	12	3	14	5	15	7
4	4	6	7	7	9	8	12	10

المطلوب: حساب ما يلي:

1- الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2022 بالنسبة لأسعار سنة 2019 بأسلوب الأساس الثابت.

2- الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2022 بالنسبة لكميات سنة 2019 بأسلوب الأساس الثابت.

3- الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2022 بالنسبة لكميات سنة 2019 بأسلوب الأساس المتحرك.

4- الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2022 بالنسبة لكميات سنة 2019 بأسلوب الأساس المتحرك.

الحل:

1- حساب الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2022 بالنسبة لأسعار سنة 2019 بأسلوب الأساس الثابت.

$$\mathrm{I_p}(r) = \frac{1}{\mathrm{m}}\sum \frac{\mathrm{P_{2022}}}{\mathrm{P_{2019}}} = \frac{1}{4}\left(\frac{40}{28} + \frac{25}{16} + \frac{15}{10} + \frac{12}{4}\right) \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(r) = \frac{1}{4}(7.4910) \times 100 = 187.27\%$$

2- حساب الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2022 بالنسبة لكميات سنة 2019 بأسلوب الأساس الثابت.

$$\mathrm{I_p}(r) = \frac{1}{\mathrm{m}}\sum \frac{\mathrm{Q_{2022}}}{\mathrm{Q_{2019}}} = \frac{1}{4}\left(\frac{12}{7} + \frac{18}{10} + \frac{7}{3} + \frac{10}{6}\right) \times 100$$

$$\mathrm{I_p}(r) = \frac{1}{4}(7.5142) \times 100 = 187.85\%$$

3- حساب الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2022 بالنسبة لكميات سنة 2019 بأسلوب الأساس المتحرك.

نجد الأرقام القياسية النسبية لكل سنتين متتاليتين كما هو موضح فيما يلي:

P $\frac{2020}{2019}$	P $\frac{2021}{2020}$	P $\frac{2022}{2021}$
30/28 = 1.07	35/30 = 1.16	40/35 = 1.14
19/16 = 1.18	22/19 = 1.15	25/22 = 1.13
12/10 = 1.2	14/12 = 1.16	15/14 = 1.07
7/4 = 1.75	9/7 = 1.28	12/9 = 1.33
5.2	**4.75**	**4.67**

ثم نحسب الرقم القياسي المتحرك لكل سنتين متتاليتين والذي يمثل متوسط الأرقام القياسية النسبية مضروبا ب 100 كما يلي:

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2020 باعتبار أن 2019 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2020/2019} = \frac{1}{4}(5.2) \times 100 = 130\%$$

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2021 باعتبار أن 2020 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2021/2020} = \frac{1}{4}(4.75) \times 100 = 118.75\%$$

الرقم القياسي النسبي لأسعار سنة 2022 باعتبار أن 2021 هي سنة الأساس هو:

$$\text{MPI}_{2022/2021} = \frac{1}{4}(4.67) \times 100 = 116.75\%$$

فيكون الرقم القياسي لأسعار سنة 2022 بالنسبة لسنة 2019 على الأساس المتحرك هو :

$$\text{MPI}_{2022/2019} = \frac{1}{3}(\ 1.3 + 1.1875 + 1.1675\ ) \times 100 = 121.83\ \%$$

4- حساب الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2022 بالنسبة لكميات سنة 2019 بأسلوب الأساس المتحرك.

نجد الارقام القياسية النسبية لكل سنتين متتاليتين كما هو موضح فيما يلي:

$Q\ \frac{2020}{2019}$	$Q\ \frac{2021}{2020}$	$Q\ \frac{2022}{2021}$
8/7 = 1.14	10/8 = 1.25	12/10 = 1.2
12/10 = 1.2	15/12 = 1.25	18/15 = 1.2
3/3 = 1	5/3 = 1.66	7/5 = 1.4
7/6 = 1.16	8/7 = 1.14	10/8 = 1.25
4.50	**5.30**	**5.05**

ثم نحسب الرقم القياسي المتحرك لكل سنتين متتاليتين والذي يمثل متوسط الأرقام القياسية النسبية مضروبا ب 100 كما يلي:

الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2020 باعتبار أن 2019 هي سنة الأساس هو:

$$MPI_{\ 2020/2019} = \frac{1}{4}(4.5) \times 100 = 112.5\%$$

الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2021 باعتبار أن 2020 هي سنة الأساس هو:

$$MPI_{\ 2021/2020} = \frac{1}{4}(5.3) \times 100 = 132.5\%$$

الرقم القياسي النسبي لكميات سنة 2022 باعتبار أن 2021 هي سنة الأساس هو:

$$MPI_{\ 2022/2021} = \frac{1}{4}(5.05) \times 100 = 126.25\%$$

فيكون الرقم القياسي لكميات سنة 2022 بالنسبة لسنة 2019 على الأساس المتحرك هو :

$$MPI_{\ 2022/2019} = \frac{1}{3}\ (\ 1.125 + 1.325 + 1.2625\ ) \times 100 = \ 123.75\ \%$$

الفصل السادس

الارتباط والانحدار

الفصل السادس

الارتباط والانحدار

تمهيد

في الفصول السابقة تم التعرض إلى بعض المقاييس الوصفية مثل مقاييس النزعة المركزية، التشتت مقاييس الالتواء والتفلطح والتي يمكن من خلالها وصف شكل التوزيعات الإحصائية للبيانات التي تم جمعها عن متغير واحد. وفي هذا الفصل ننتقل من التعامل مع متغير واحد إلى التعامل مع متغيرين أو أكثر، حيث يتناول هذا الفصل دراسة وتحليل العلاقة بين متغيرين وذلك باستخدام بعض طرق التحليل الإحصائي مثل تحليل الارتباط البسيط، والانحدار الخطي، فإذا كان الاهتمام بدراسة العلاقة بين متغيرين استخدم أسلوب تحليل الارتباط وإذا كان الاهتمام بدراسة أثر أحد المتغيرين على الآخر استخدم لذلك أسلوب تحليل الانحدار.

ويعد تحليل الانحدار أحد الأساليب الإحصائية المهمة المستخدمة على نطاق واسع لتحديد تأثيرات المتغيرات المستقلة على المتغير التابع، كما يستخدم الانحدار للتنبؤ بقيمة المتغير التابع بدلالة المتغيرات المستقلة بعد إيجاد معادلة الانحدار. ويفيد تحليل الارتباط الخطي في قياس قوة العلاقة الخطية بين متغيرين، غير أنه لا يقدم معادلة هذه العلاقة، فإذا أراد الباحث معرفة أثر المتغير المستقل في المتغير التابع عليه اللجوء إلى الانحدار الخطي البسيط.

أولا: أسئلة وأجوبتها في الارتباط والانحدار

السؤال رقم (1):

ما هو مفهوم الارتباط ؟

الجواب:

يعني الارتباط بين متغيرين وجود علاقة بينهما، وهذا يعني أنه إذا تغير أحد المتغيرين في اتجاه معين فإن المتغير الثاني يميل إلى التغير في اتجاه معين أيضا، ومثال ذلك وجود علاقة بين غياب الطالب وتحصيله العلمي، العلاقة بين الدخل والاستهلاك، العلاقة بين الكمية المطلوبة والسعر ...الخ، وقد تكون العلاقة طردية عندما تتغير المتغيرات بنفس الاتجاه وقد تكون عكسية عندما تتغير باتجاهات متعاكسة. (أبو عقيل، 2012، صفحة 136) وبالتالي فموضوع الارتباط هو معرفة مدى وجود علاقة بين المتغيرين وقياس قوة تلك العلاقة.

ومن الجدير بالذكر أن الارتباط يدل على وجود علاقة ما بين متغير وآخر، إلا أنه يجب أن ندرك بأن هذه العلاقة لا تدل على السببية أو العلية، أي أنه لا يعني حدوث أحد المتغيرين هو سبب في حدوث الآخر دائما، فقد تكون هناك علاقة طردية بين شرب القهوة ومعدلات الوفيات إلا أن شرب القهوة لا يعتبر سبباً في زيادة معدلات الوفيات بين الناس، فقد يكون هناك عامل آخر كالتدخين مثلاً ينتج عن زيادة معدلات شرب القهوة ويؤثر في معدلات الوفيات. (علوم 24)

السؤال رقم (2):

ما المقصود بمعامل الارتباط ؟

الجواب:

تقاس العلاقة بين المتغيرات بما يسمى بمعامل الإرتباط، حيث يدل هذا المعامل على مدى قوة هذه العلاقة أو ضعفها، ويستعمل هذا المعامل في مجال القياسات المتعددة كقياس ثبات الاختبار أو قياس صدقه وكذلك في دراسات الإنحدار والتنبؤ. ويعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين، حيث تتراوح قيمته بين (+1) و (−1) أي أن:

$-1 < r < 1$ ، وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية، بينما تدل إشارة المعامل السالبة على العلاقة العكسية. ويمكن اعتبار أن العلاقة ضعيفة إذا كانت قيمة معامل الارتباط أقل من 0.30، ويمكن

اعتبارها متوسطة إذا تراوحت قيمة معامل الارتباط بين 0.30 إلى 0.70 أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط أكثر من 0.70 فتعتبر العلاقة قوية بين المتغيرين. (خليل، صفحة 81)

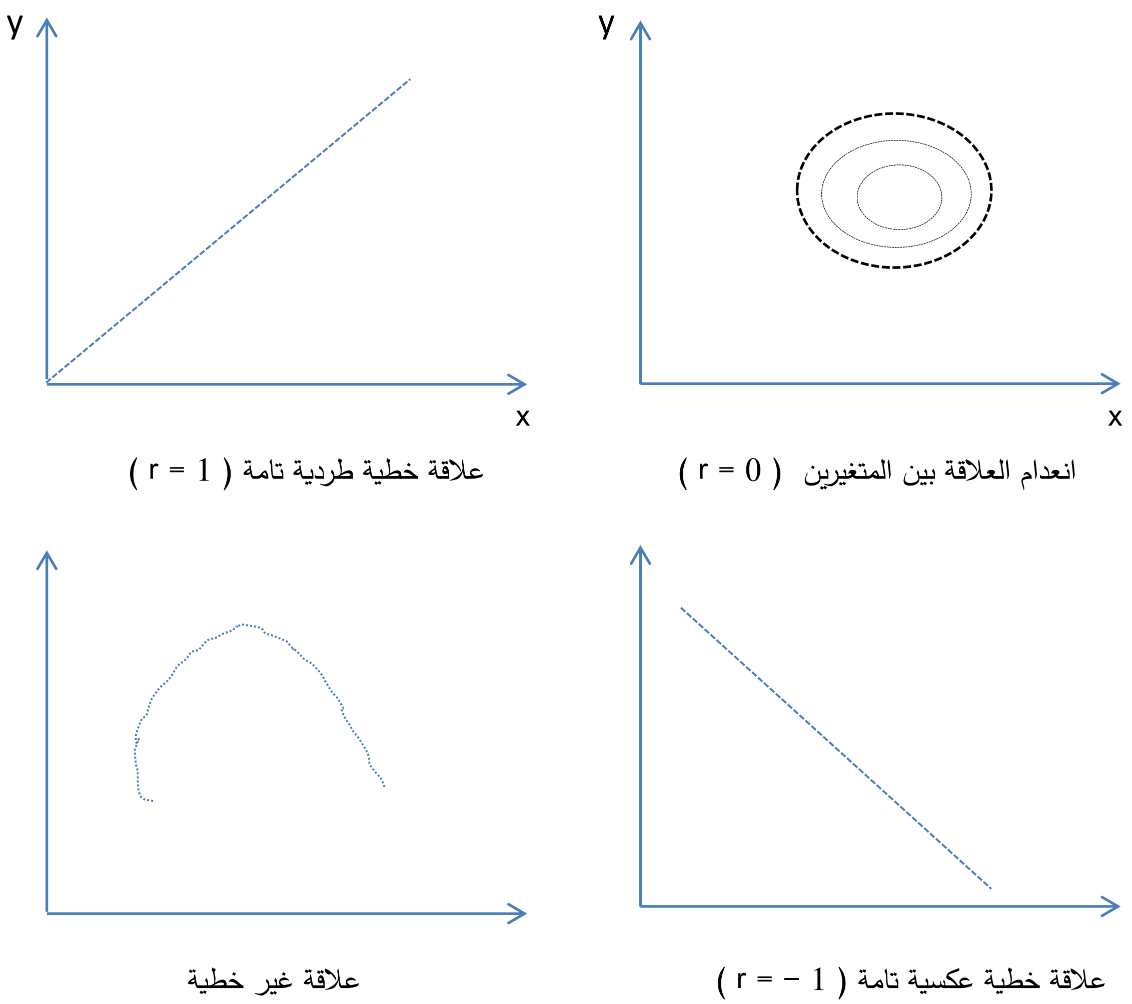
السؤال رقم (3):

ماذا تعني لوحة الانتشار، وفيما تستخدم ؟

الجواب:

الانتشار هو التمثيل البياني للعلاقة بين المتغيرين، ويكون ذلك برصد نقاط المتغيرين على المحورين الأفقي والعمودي. (طبيه، 2008، صفحة 121) ، وتستخدم لوحة الانتشار لإعطاء فكرة مبدئية عن شكل واتجاه العلاقة بين المتغيرين، فقد يرتبط المتغيرين بعلاقة خطية أو غير خطية وقد لا تكون بينهما علاقة على وجه الإطلاق. وتمثل الأشكال الموالية بعض أشكال الانتشار.

الشكل رقم (39): بعض أشكال الانتشار



علاقة خطية طردية تامة (r = 1)

انعدام العلاقة بين المتغيرين (r = 0)

علاقة غير خطية

علاقة خطية عكسية تامة (r = − 1)

السؤال رقم (4):

يبين الجدول الموالي معدلات الطلبة في شهادة البكالوريا ومعدلاتهم في السداسي الأول في إحدى الكليات. أرسم لوحة الانتشار، وبين نوع العلاقة بين معدل الطالب في شهادة البكالوريا ومعدله في السداسي الأول.

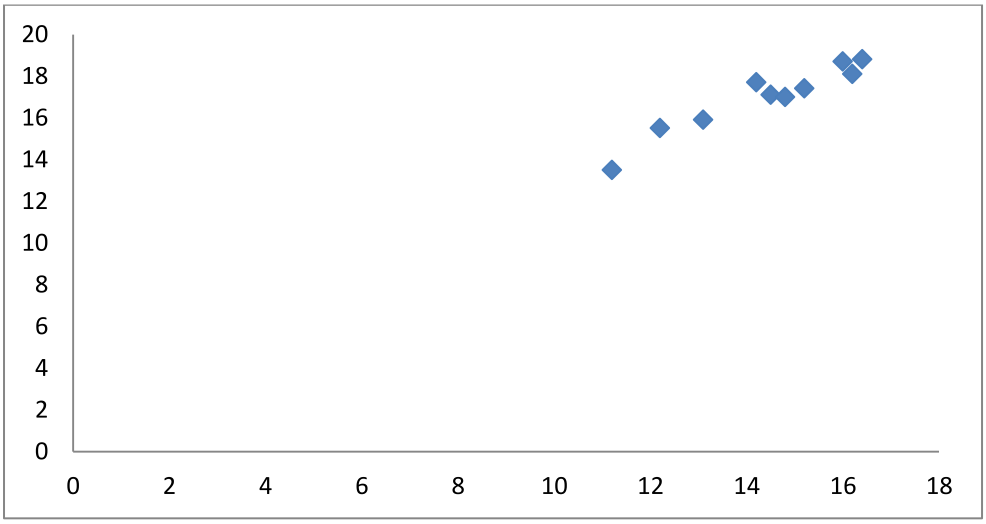
الجدول رقم (71): معدلات الطلبة في شهادة البكالوريا وفي السداسي الأول

معدل الطالب في نهاية الفصل الأول	معدل الطالب في شهادة البكالوريا
15.5	12.2
17.1	14.5
15.9	13.1
17.7	14.2
18.7	16
17	14.8
18.8	16.4
18.1	16.2
17.4	15.2

الجواب:

نفترض أن X تمثل معدل الطالب في شهادة البكالوريا و Y تمثل معدل الطالب في نهاية السداسي الأول.

الشكل رقم (40): لوحة انتشار للعلاقة بين معدل الطالب في شهادة البكالوريا وفي السداسي الأول



تظهر لوحة الانتشار بوضوح أن العلاقة بين قيم Y وقيم X هي علاقة خطية، وهي أيضا علاقة طردية، لأن معدل الطالب في السداسي الجامعي الأول يرتفع بارتفاع معدله في شهادة البكالوريا.

السؤال رقم (5):

كيف يتم قياس معامل ارتباط العزوم (بيرسون) ومعامل ارتباط الرتب سبيرمان ؟

الجواب

هناك العديد من الطرق التي يمكن حساب معامل الارتباط من خلالها ومنها: معامل الارتباط العزوم (بيرسون)، معامل ارتباط الرتب (سبيرمان).

ويعتمد **معامل الارتباط العزوم (بيرسون)** على فرضين مهمين هما: (أبو عقيل، 2012، صفحة 141)

– يقتضي أن تكون العلاقة بين المتغيرين خطية ، حيث تقع نقط الإحداثيات على خط مستقيم أو تنتشر حول خط وهمي مستقيم.

– تجانس التباين Z^2 وهو ما يدعى Homescedasticity ويعني أنه لكل قيمة من قيم المتغير X نجد عدة قيم للمتغير Y، وكل مجموعة من قيم المتغير Y لها متوسط وتباين، وعند استعمال معامل بيرسون يفترض أن تكون هذه التباينات متساوية.

ويمكن التعبير عن معامل الارتباط بيرسون بين المتغيرين X و Y بالعلاقة الرياضية التالية:

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum x^2 - n\bar{x}^2}\sqrt{\sum y^2 - n\bar{y}^2}}$$

أما **معامل ارتباط الرتب لسبيرمان** فيستخدم في حالات محددة مثل: (نجم الدين، 2000، صفحة 88)

– عدم معرفة توزيع المتغيرين قيد البحث.

– في حالة البيانات الكيفية مثل المهنة، درجة الذكاء، الذوق، النوع ...الخ.

– عند عدم توفر بيانات دقيقة لأحد المتغيرين أو كلاهما.

– في حالة المشاهدات ذات الأرقام الكبيرة.

ويمكن حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان وفق الصيغة التالية:

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث:d: الفرق في رتبة العنصرين المتناظرين في كل زوج من القيم بعد تخصيص الرتبة المتوسطة للمشاهدات ذات القيم المتشابهة.

n: عدد المشاهدات

السؤال رقم (6):

أوجد معامل الارتباط بيرسون بين المتغيرين X و Y من الجدول التالي:

X	9	2	7	5	8	8	3
Y	7	5	4	5	6	5	3

الجواب:

نحتاج في حساب معامل الارتباط r إلى المقادير التالية:

$$\sum xy \ , \ \sum y^2 \ , \ \sum x^2 \ , \ \bar{y} \ , \ \bar{x} \ , \ n$$

X	Y	XY	X^2	Y^2
9	7	63	81	49
2	5	10	4	25
7	4	28	49	16
5	5	25	25	25
8	6	48	64	36
8	5	40	64	25
3	3	9	9	9
42	**35**	**223**	**296**	**185**

نحسب أولا المتوسط الحسابي لقيم X و Y كما يلي:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{42}{7} = 6 \qquad , \qquad \bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{35}{7} = 5$$

بتعويض المقادير المحسوبة في الجدول في معادلة r نجد:

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\sum x^2 - n\bar{x}^2}\,\sqrt{\sum y^2 - n\bar{y}^2}}$$

$$r = \frac{223 - (7 \times 6 \times 5)}{\sqrt{296 - (7)(6)^2}\,\sqrt{185 - (7)(5)^2}}$$

$$r = \frac{13}{\sqrt{44}\,\sqrt{10}} = \frac{13}{(6.63)(3.16)} = \frac{13}{20.95} = 0.6205$$

وهذا يدل على وجود علاقة ارتباط إيجابية متوسطة بين المتغيرين X و Y

السؤال رقم(7):

فيما يلي تقديرات 10 طلبة في مادتي الإحصاء والاقتصاد، أحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين تقديرات الطلبة في المادتين، ووضح مدلوله.

الجدول رقم (72): تقديرات الطلبة في مادتي الإحصاء والاقتصاد

الإحصاءX	ممتاز	جيد	مقبول	مقبول	جيد جدا	جيد	ممتاز	جيد جدا	جيد جدا	جيد جدا
الاقتصاد Y	ممتاز	مقبول	جيد	جيد	ممتاز	جيد جدا	جيد جدا	جيد جدا	جيد	جيد جدا

الجواب:

1- بفرض أن X هي تقديرات الإحصاء و Y هي تقديرات الاقتصاد، يمكن حساب معامل الارتباط بينهما باستعمال الجدول التالي:

الرتب	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
تقديرات الإحصاء	ممتاز	ممتاز	جيد جدا	جيد جدا	جيد جدا	جيد جدا	جيد	جيد	مقبول	مقبول
رتب X	(1+2)/2=1.5		(3+4+5+6)/4=4.5				(7+8)/2=7.5		(9+10)/2=9.5	
تقديرات الاقتصاد	ممتاز	ممتاز	جيد جدا	جيد جدا	جيد جدا	جيد جدا	جيد	جيد	جيد	مقبول
رتبY	(1+2)/2=1.5		(3+4+5+6)/4=4.5				(7+8+9)/3=8			10

يمكن حساب المجموع $\sum d^2$ كما يلي:

di^2	**di**	**رتبY**	**رتب X**	**تقديرات الاقتصادY**	**تقديرات الإحصاءX**
0	0	1.5	1.5	ممتاز	ممتاز
0	0	4.5	4.5	جيد جدا	جيد جدا
0.25	0.5	8	7.5	جيد	جيد
0.25	0.5	10	9.5	مقبول	مقبول
0.5	–	–	–	–	**المجموع**

معامل الارتباط هو:

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(\,n^2 - 1)}$$

$$r = 1 - \frac{6(0.5)}{10(\,10^2-1)} = 1 - \frac{3}{990} = 0.9969$$

2- مدلول معامل الارتباط: بما أن $r = 0.9969$ ، فهذا يدل على وجود ارتباط طردي قوي بين تقديرات الطالب في مادة الإحصاء ومادة الاقتصاد.

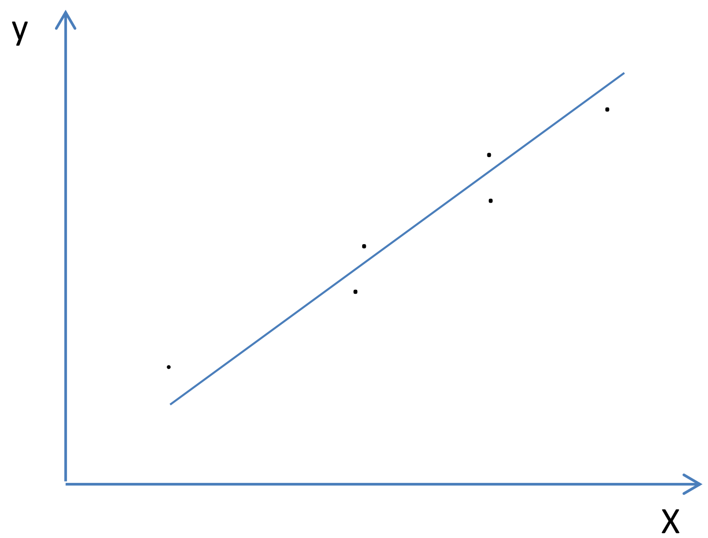
السؤال رقم (8):

ما هو مفهوم الانحدار ؟

الجواب:

معادلة خط الانحدار هي معادلة رياضية تمثل أفضل خط مستقيم يعبر عن بيانات متغيرين مثل X و Y، أو أكثر، ويستفاد من معادلة خط الانحدار في التحليل والتنبؤ بقيم أحد المتغيرات عند معرفة قيمة المتغير أو المتغيرات الأخرى، فإذا كانت لدينا عينة من الأزواج المرتبة للمتغيرين X و Y، حيث أن X هو المتغير المستقل و Y هو المتغير التابع، فإنه يمكن رصد هذه النقاط على لوحة الانتشار كما يلي: (نجم الدين، 2000، صفحة 90)

الشكل رقم (41): شكل الانتشار في حالة العلاقة الخطية



كل نقطة على الشكل تمثل زوج من القيم (X,Y)، وأن الوسطين الحسابيين لقيم X و Y يقعان على الخط المستقيم الذي يسمى بمنحنى الانحدار. ويشمل منحنى الانحدار على تقديرات لجميع قيم Y المناظرة لقيم X، ولذلك نرمز لقيم Y المقدرة ب ^Y، وعند رسم الخط المستقيم الذي يمر بجميع القيم المقدرة ^Y ، نجده بنفس الوقت يمر بأكبر عدد ممكن من قيم Y الأصلية، ولذلك نستخدم طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لهذا الغرض، لكونها تعطي تقديرا لقيم Y تكون فيه الانحرافات عن القيم الأصلية أقل ما يمكن. وعليه، يمكن الانحدار الخطي البسيط من إيجاد معادلة المستقيم الأكثر تمثيلا للعلاقة بين قيم المتغيرين (المستقل والتابع)، أي أنه يسمح بالوصول إلى الأشكال الرياضية المحددة للعلاقات أو الدوال. (ديب و الخضر، 2021، صفحة 135)

فإذا افترضنا أن معادلة الخط المستقيم الذي يمثل شكل الانتشار على الشكل: $Y = a + bX$ ، فإن طريقة المربعات الصغرى تتلخص بتقدير قيمتي a وb التي تجعل مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أصغر ما يمكن، ويتم ذلك بحل المعادلتين:

$\sum Yi = an + b\sum Xi$

$\sum Xi\ Yi = a\sum Xi + b\sum Xi^2$

وذلك للحصول على:

$$b\hat{} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$a\hat{} = \bar{y} - b\bar{x}$$

السؤال رقم (9):

يمثل الجدول الموالي أطوال وأوزان 6 طلبة في إحدى الجامعات. أوجد معادلة انحدار الوزن Y على الطول X.

الجدول رقم (73): أطوال وأوزان الطلبة في إحدى الجامعات

الطول X	174	171	166	170	165	168
الوزن Y	71	72	75	68	59	75

الجواب:

1- نرتب الحل كما هو موضح في الجدول الموالي:

	X	Y	XY	X^2
	174	71	12354	30276
	171	72	12312	29241
	166	75	12450	27556
	170	68	11560	28900
	165	59	9735	27225
	168	75	12600	28224
المجموع	**1014**	**420**	**71011**	**171422**

معادلة انحدار Y على X هي: $Y\hat{} = a + bX$

حيث :

$$b^{\hat{}} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$a^{\hat{}} = \bar{y} - b^{\hat{}}\bar{x}$$

بتعويض القيم المطلوبة في حساب a و b من الجدول السابق نجد:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{1014}{6} = 169 \qquad , \qquad \bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{420}{6} = 70$$

$$b^{\hat{}} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{71011 - (6 \times 169 \times 70)}{171422 - (6 \times 169^2)} = \frac{31}{56} = 0.5535$$

$$a^{\hat{}} = \bar{y} - b^{\hat{}}\bar{x} = 70 - (0.55 \times 169) = -22.95$$

إذن معادلة انحدار Y على X هي:

$$Y^{\hat{}} = -22.95 + 0.55\, X$$

السؤال رقم (10):

فيما يستخدم معامل الاقتران Association coefficient ؟ وكيف يمكن حسابه ؟

الجواب:

يعرف معامل الاقتران بأنه مقياس لقياس العلاقة بين متغيرين وصفيين بياناتهما مفرغة في جدول توافق ذو مرتبة 2×2، ولا يمكن اخضاع هذه البيانات للقياس الكمي (كرش، القزاز، و حمودي، 2014، صفحة 113) ، وعليه يستخدم معامل الاقتران على مستوى المتغيرات النوعية مثل الجنس، مكان السكن ...الخ، وهي متغيرات لا يمكن قياسها كميا، فإذا كان لدينا المتغيرين X الذي يأخذ الصفتين X_1 وX_2 و Y الذي يأخذ الصفتين Y_1 وY_2 ، ولقياس قوة العلاقة بين المتغيرين نكون الجدول التالي:

X / Y	X_1	X_2
Y_1	A	B
Y_2	C	D

يطلق على هذا الجدول اسم جدول الاقتران للصفات المشتركة بين المتغيرين، ويتم حساب معامل الاقتران وفق الصيغة التالية:

$$AC = \frac{AD - CB}{AD + CB}$$

السؤال رقم (11)

يمثل الجدول الموالي آراء مجموعة من العاملين حول قيامهم بساعات عمل إضافية ، وكانت الاجابات كما يلي:

الجدول رقم (74): آراء العاملين حول ساعات العمل الإضافية

الجنس / الرأي حول العمل	ذكر	أنثى	المجموع
يوافق (نعم)	16	5	**21**
لا يوافق (لا)	8	11	**19**
المجموع	24	16	**40**

أوجد معامل الاقتران بين الجنس والرأي حول القيام بالساعات الإضافية.

الجواب:

$$\text{AC} = \frac{(16 \times 11)\ - (8 \times 5)}{(16 \times 11) + (8 \times 5)} = \frac{136}{216} = 0.6296$$

أي توجد علاقة اقتران متوسطة بين الجنس والقيام بالساعات الإضافية.

السؤال رقم (12):

فيما يستخدم معامل التوافق Contingency coefficien ؟ وكيف يمكن حسابه ؟

الجواب:

يستخدم معامل التوافق في قياس العلاقة بين متغيرين أحدهما يمكن قياسه بصورة رقمية كمية والآخر يصعب قياسه ويعبر عنه بصورة وصفية، وأيضا يستخدم معامل التوافق في حالة ما إذا كان أحد المتغيرين أو كلاهما وصفيا وغير قابل للترتيب. (أبو عقيل، 2012، صفحة 163)، كما يستخدم معامل الاقتران في حالة كون الظاهرتين قيد الدراسة لها أكثر من صفتين أي ثلاث صفات فأكثر، وفي هذه الحالة لا يمكن استخدام معامل الاقتران السابق لقياس قوة الارتباط أو العلاقة بين الظاهرتين، فنلجأ إلى استخدام معامل التوافق وفق الصيغة التالية:

$$\text{CC} = \sqrt{\frac{\text{B} - 1}{\text{B}}}$$

حيث أن B تحسب من جدول الاقتران الموسع التالي:

الجدول رقم (75): جدول الاقتران

المتغير Y / المتغير X		صفات المتغير Y				المجموع
		الصفة الأولى Y_1	الصفة الثانية Y_2	………	الصفة الأخيرة Y_s	
صفات المتغير X	الصفة الأولى X_1	f_{11}	f_{12}	………	f_{1s}	$\sum_{i=1}^{s} f_{1j}$
	الصفة الثانية X_2	f_{21}	f_{22}	………	f_{2s}	$\sum_{i=1}^{s} f_{2j}$
	………	………	………	………	………	$\sum_{i=1}^{s} f_{1j}$
	الصفة الأخيرة X_r	f_{r1}	f_{r2}	………	f_{rs}	$\sum f_{rj}$
المجموع		$\sum f_{i1}$	$\sum f_{i2}$	………	$\sum f_{is}$	$\sum f_{ij}$

حيث:

$$i = 1,2,\ldots\ldots.r \quad ; \quad j = 1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots s$$

$$B = \frac{(f_{11})^2}{\sum f_{i1}\sum f_{1j}} + \frac{(f_{12})^2}{\sum f_{i2}\sum f_{2j}} + \ldots\ldots\ldots. + \frac{(f_{11})^2}{\sum f_{is}\sum f_{rj}}$$

ملاحظة:

يمكن كتابة معامل التوافق وفق الصيغة التالية:

$$CC = \sqrt{\frac{X^2}{X^2 + n}}$$

حيث X^2 هو كاي تربيع وصيغته الرياضية هي:

$$X^2 = \sum \frac{\sum(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

حيث أن:

Oij: القيمة المشاهدة أو الحقيقية

Eij: القيمة المتوقعة.

السؤال رقم (13):

يبين الجدول الموالي أعداد المترشحين لإحدى مسابقات التوظيف حسب تقديراتهم في الامتحان الكتابي وتقديراتهم في المقابلة الشفهية، أوجد معامل ارتباط التوافق بين تقديرات الامتحان الكتابي والمقابلة الشفهية.

الجدول رقم (76): أعداد المترشحين حسب تقديراتهم في الامتحان الكتابي وفي المقابلة الشفهية

التقدير في المقابلة Y / التقدير في الامتحان X	مقبول	جيد	جيد جدا	**المجموع**
مقبول	4	3	1	**9**
جيد	3	8	1	**12**
جيد جدا	2	7	4	**11**
ممتاز	1	4	2	**8**
المجموع	**10**	**22**	**8**	**40**

$$B = \frac{(f_{11})^2}{\Sigma f_{i1}\Sigma f_{1j}} + \frac{(f_{12})^2}{\Sigma f_{i2}\Sigma f_{2j}} + \dots\dots\dots\dots + \frac{(f_{11})^2}{\Sigma f_{is}\Sigma f_{rj}}$$

$$B = \frac{(4)^2}{10\times9} + \frac{(3)^2}{22\times9} + \frac{(1)^2}{8\times9} + \frac{(3)^2}{10\times12} + \frac{(8)^2}{22\times12} + \frac{(1)^2}{8\times12} + \frac{(2)^2}{10\times11} + \frac{(7)^2}{22\times11} + \frac{(4)^2}{8\times11} + \frac{(1)^2}{10\times8} + \frac{(4)^2}{22\times8} + \frac{(2)^2}{8\times8}$$

$$B = \frac{16}{90} + \frac{9}{198} + \frac{1}{72} + \frac{9}{120} + \frac{64}{264} + \frac{1}{96} + \frac{4}{110} + \frac{49}{242} + \frac{16}{88} + \frac{1}{80} + \frac{16}{176} + \frac{4}{64}$$

$$B = 1.15$$

$$CC = \sqrt{\frac{B-1}{B}} = \sqrt{\frac{1.15-1}{1.15}} = \sqrt{0.1304} = 0.3611$$

$CC=0.36$ ، وهذا يشير إلى وجود ارتباط متوسط وموجب بين التقديرات في الامتحان الكتابي والتقديرات في المقابلة الشفهية.

السؤال رقم (14):

يبين الجدول الموالي التوزيع التكراري المزدوج لعلامات 30 طالب في مقياسي الإحصاء والرياضيات، أحسب معامل الارتباط لبيرسون.

الجدول رقم (77):التوزيع التكراري المزدوج لعلامات الطلبة في مقياسي الإحصاء والرياضيات

الإحصاء Y / الرياضيات X	8−10	10−12	12−14	14−16	16−18	18−20	المجموع
8−10	2						
10−12		4					
12−14			6				
14−16			2	7			
16−18				2	4	1	
18−20					1	1	

الجواب:

لحساب معامل الارتباط في التوزيع التكراري المزدوج ، نقوم بحساب القيم التالية:

1/ f_x و f_y : يمثلان التكرارات الخاصة بالمتغير X والمتغير Y ، وتستخرج قيمهما بجمع القيم الواقعة في كل من الصفوف والأعمدة.

2/ d_x و d_y: يستخرجان بطرح وسط حسابي فرضي من مراكز الفئات، ثم نقسم الناتج على طول الفئة. المتوسط الفرضي لكل من X و Y في هذا التوزيع هو: 14، وأطوال الفئات هي 2، وعليه فإن d_x للفئة الأولى هو: $d_x = (9-14)/2 = 2.5$

3/ f_xd_x: نستخرج قيم f_xd_x وذلك بضرب قيم f_x بقيم d_x ، وكذلك قيم الصف f_yd_y وذلك بضرب قيم f_y بالقيم d_y.

4/ $f_x(d_x)^2$: نستخرج قيم العمود $f_x(d_x)^2$ وذلك بضرب قيم العمود f_x بمربعات قيم العمود d_x. وبنفس الطريقة نستخرج قيم الصف $fy(dy)2$، أي بضرب قيم العمود f_y بمربعات قيم العمود d_y.

5/ $f_{xy}d_xd_y$: نستخرج قيم العمود $f_{xy}d_xd_y$ والتي تمثل التكرار المشترك الموجود في كل من المربعات المقابلة للفئات مضروبة في القيمة المناظرة لها في العمود d_x والقيمة المناظرة لها في الصف d_y. ونضع القيم الناتجة في مربعات صغيرة في أركان المربعات الخاصة بالتكرارات المزدوجة، ثم نجمع القيم الناتجة افقيا لنكون العمود $f_{xy}d_xd_y$، ويكون مجموع قيم العمود $f_{xy}d_xd_y$ مساويا لمجموع قيم الصف $f_{xy}d_xd_y$.

وهكذا يتكون لدينا الجدول الموالي:

الإحصاء Y الرياضيات X	8−10	10−12	12−14	14−16	16−18	18−20	f_x	d_x	f_xd_x	$f_x(d_x)^2$	$f_{xy}d_xd_y$
8−10	2 $\boxed{12.5}$						2	−2.5	−5	12.5	12.5
10−12		4 $\boxed{9}$					4	−1.5	−6	9	9
12−14			6 $\boxed{1.5}$				6	−0.5	−3	1.5	1.5
14−16			2 $\boxed{0.5}$	7 $\boxed{1.75}$			9	0.5	4.5	2.25	2.25
16−18				2 $\boxed{4.5}$	4 $\boxed{9}$	1 $\boxed{2.25}$	7	1.5	10.5	15.75	14.25
18−20					1 $\boxed{6.25}$	1 $\boxed{6.25}$	2	2.5	5	12.5	10
f_y	2	4	8	9	5	2	**30**	−	**6**	**53.5**	**49.5**
d_y	−2.5	−1.5	−0.5	0.5	1.5	2.5	−				
f_yd_y	−5	−6	−4	4.5	7.5	5	**2**				
$f_y(d_y)^2$	12.5	9	2	2.25	11.25	12.5	**49.5**				
$f_{xy}d_xd_y$	12.5	9	2	3.25	12.75	10	**49.5**				

نطبق القانون الخاص بمعامل الارتباط في حالة التوزيع التكراري المزدوج كما يلي:

$$r = \frac{n\sum f_{xy}d_x\,d_y - (\sum f_xd_x)(\sum f_yd_y)}{\sqrt{[n\sum f_x(d_x)^2 - (\sum f_xd_x)^2][n\sum f_y(d_y)^2 - (\sum f_yd_y)^2]}}$$

$$r = \frac{(30)(49.5) - (6)(2)}{\sqrt{[(30)(53.5) - (6)^2][30(49.5) - (2)^2]}} = \frac{1473}{\sqrt{[(1605) - (36)][(1485) - (4)]}}$$

$$= \frac{1473}{\sqrt{(1569)\ (1481)}} = \frac{1473}{1524.36} = 0.9663$$

أي أن الارتباط بين علامات الإحصاء والرياضيات موجب (طردي) وقوي جدا.

ثانيا: تمارين محلولة في الارتباط والانحدار

التمرين الأول

يوضح الجدول عدد الطائرات X والربح المحقق Y لـ 5 شركات طيران:

الجدول رقم (78): عدد الطائرات والربح المحقق لـ 5 شركات طيران

X	10	20	60	100	210
Y	10	10	30	40	110

المطلوب :

1- أرسم كوكبة النقاط الممثلة للنتائج السابقة. ماذا تلاحظ ؟

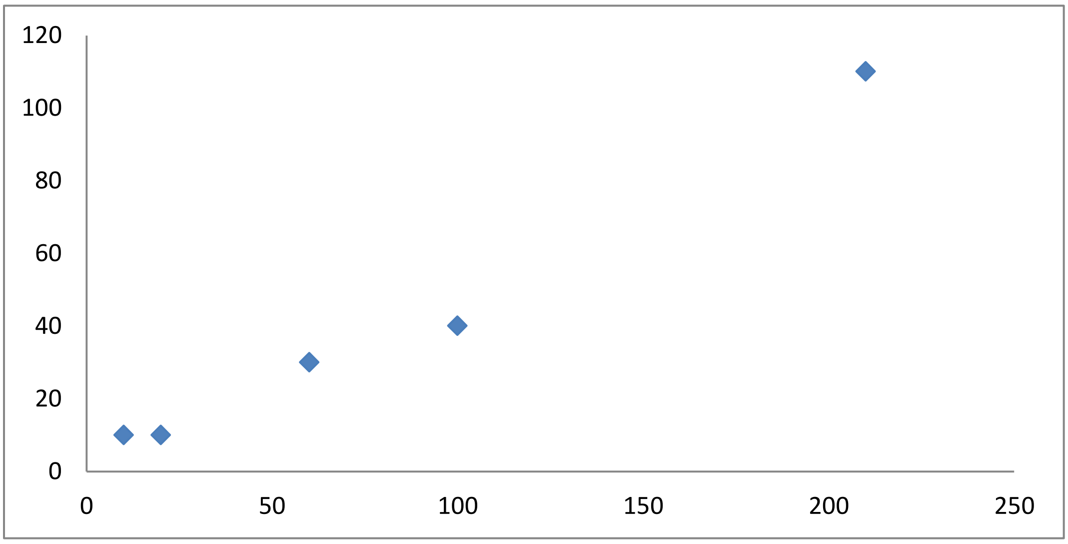
2- أحسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون.

3- أحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

الحل:

1- رسم كوكبة النقاط الممثلة للنتائج.

الشكل رقم (42): كوكبة النقاط الخاصة بعدد الطائرات والربح المحقق لـ 5 شركات طيران



نلاحظ أن كوكبة النقط تتجمع حول خط مستقيم ، وبالتالي العلاقة بين المتغيرين هي علاقة خطية.

2- حساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون.

نحتاج في حساب معامل الارتباط r الى المقادير التالية: n $\bar{x}$ $\bar{y}$ $\sum x^2$ $\sum y^2$ $\sum xy$

	X	Y	XY	X^2	Y^2
	10	10	100	100	100
	20	10	200	400	100
	60	30	1800	3600	900
	100	40	4000	10000	1600
	210	110	23100	44100	12100
المجموع	**400**	**200**	**29200**	**58200**	**14800**

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{400}{5} = 80 \qquad , \qquad \overline{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{200}{5} = 40$$

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\sum x^2 - n\bar{x}^2}\,\sqrt{\sum y^2 - n\bar{y}^2}}$$

بتعويض المقادير المحسوبة في الجدول في معادلة r نجد:

$$r = \frac{29200 - (5 \times 80 \times 40)}{\sqrt{58200 - (5)(80)^2}\,\sqrt{14800 - (5)(40)^2}}$$

$$r = \frac{13200}{\sqrt{26200}\,\sqrt{6800}} = \frac{13200}{(161.86)(82.46)} = \frac{13200}{13346.97} = 0.98$$

وهذا يدل على وجود علاقة ارتباط إيجابية قوية بين المتغيرين X و Y

3- حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

يمكن حساب معامل الارتباط بين X و Y باستعمال الجدول التالي:

الرتب	1	2	3	4	5
قيم X	210	100	60	20	10
رتب X	1	2	3	4	5
قيم Y	110	40	30	10	10
رتبY	1	2	3	(4+5)/2=4.5	

يمكن حساب المجموع $\sum d^2$ كما يلي:

قيم X	قيم Y	رتب X	رتبY	di	di^2
10	10	5	4.5	0.5	0.25
20	10	4	4.5	−0.5	0.25
60	30	3	3	0	0
100	40	2	2	0	0
210	110	1	1	0	0
المجموع	–	–	–	–	**0.5**

معامل الارتباط هو:

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(\,n^2 - 1)}$$

$$r = 1 - \frac{6(0.5)}{5(\,5^2 - 1)} = 1 - \frac{3}{120} = 0.975$$

بما أن $r = 0.975$ ، فهذا يدل على وجود ارتباط طردي قوي بين المتغيرين X و Y أي بين عدد الطائرات X والربح المحققY لشركات الطيران.

التمرين الثاني

تمثل البيانات التالية العلاقة بين الاستهلاك الشهري Yi ومستوى الدخل الشهري Xi لـ 10 أسر.

الجدول رقم (79): الاستهلاك والدخل الشهري ل 10 أسر

Yi	25	34	38	42	48	53	58	65	72	78
Xi	25	30	40	45	50	55	60	65	70	80

المطلوب:

1- حدد نوع العلاقة بين الاستهلاك الشهري والدخل الشهري للأسر إن وجدت.

2- قدر معادلة خط الانحدار بين الاستهلاك والدخل (Y على X) بطريقة المربعات الصغرى.

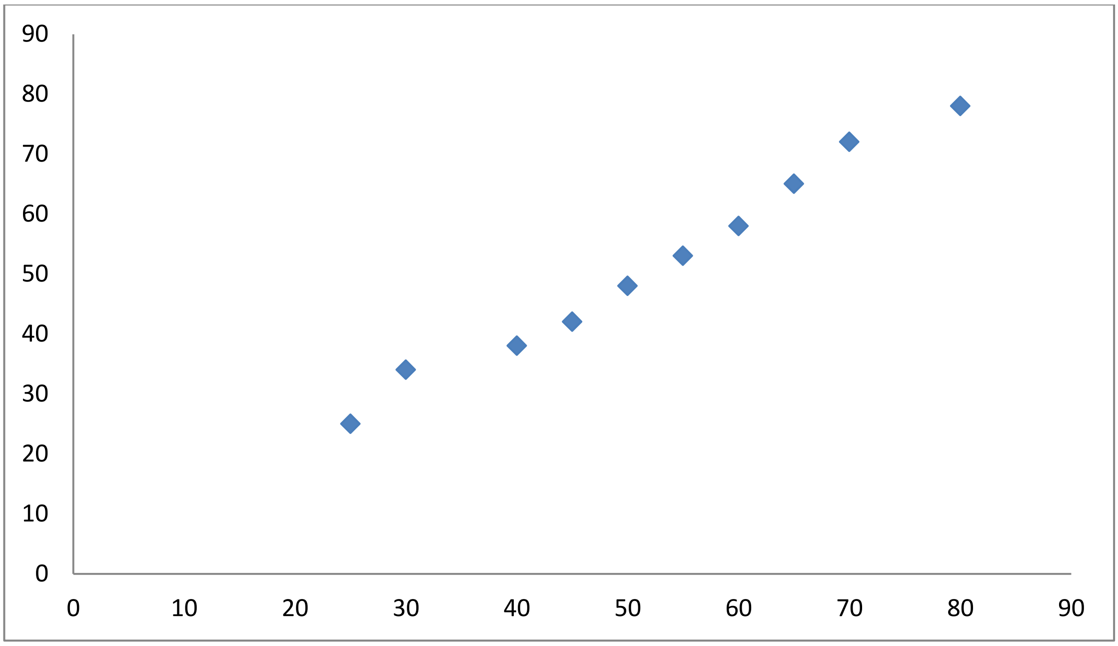
3- قس قوة العلاقة بين المتغيرين.

4- قدر قيمة الاستهلاك الشهري لأسرة يبلغ دخلها الشهري 100.

الحل:

1- تحديد نوع العلاقة بين الاستهلاك الشهري والدخل الشهري للأسر.

الشكل رقم (43): لوحة انتشار تبين العلاقة بين الاستهلاك الشهري والدخل الشهري للأسر



العلاقة بين الاستهلاك الشهري والدخل الشهري للأسر هي علاقة خطية لأن كوكبة النقط تتجمع حول خط مستقيم.

2- تقدير معادلة خط الانحدار بين الاستهلاك والدخل (Y على X) بطريقة المربعات الصغرى.

نرتب الحل كما هو موضح في الجدول الموالي:

	X	Y	XY	X^2	Y^2
	25	25	625	625	625
	30	34	1020	900	1156
	40	38	1520	1600	1444
	45	42	1890	2025	1764
	50	48	2400	2500	2304
	55	53	2915	3025	2809
	60	58	3480	3600	3364
	65	65	4225	4225	4225
	70	72	5040	4900	5184
	80	78	6240	6400	6084
المجموع	**520**	**513**	**29355**	**29800**	**28959**

معادلة انحدار Y على X هي: $\hat{Y} = a + bX$

$$\hat{b} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

بتعويض القيم المطلوبة في حساب a و b من الجدول السابق نجد:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{520}{10} = 52 \qquad , \qquad \bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{513}{10} = 51.3$$

$$\hat{b} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{29355 - (10 \times 52 \times 51.3)}{29800 - (10 \times 52^2)} = \frac{2679}{2760} = 0.97$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 51.3 - (0.97 \times 52) = 0.86$$

إذن معادلة انحدار Yعلى X هي:

$$\hat{Y} = 0.86 + 0.97\,X$$

3- قياس قوة العلاقة بين المتغيرين

نحسب معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون r كما يلي:

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\sum x^2 - n\bar{x}^2}\,\sqrt{\sum y^2 - n\bar{y}^2}}$$

$$r = \frac{29355 - (10 \times 52 \times 51.3)}{\sqrt{29800 - (10)(52)^2}\,\sqrt{28959 - (10)(51.3)^2}}$$

$$r = \frac{2679}{\sqrt{2760}\,\sqrt{2642.1}} = \frac{2679}{(52.53)(51.40)} = \frac{2679}{2700.042} = 0.9922$$

ومنه، يوجد ارتباط طردي وقوي بين المتغيرين X و Y .

4- تقدير قيمة الاستهلاك الشهري لأسرة يبلغ دخلها الشهري 100.

نعوض X=100 في معادلة الانحدار كما يلي:

$$\hat{Y} = 0.86 + (0.97 \times 100) = 97.86$$

وعليه فإن قيمة الاستهلاك الشهري لأسرة يبلغ دخلها الشهري 100 هو 97.86.

التمرين الثالث

يعطي الجدول التالي علامات 15 طالب في الامتحان الأول X وفي الامتحان الثاني Y

الجدول رقم (80):علامات 15 طالب في الامتحان الأول وفي الامتحان الثاني

X	18	9	12	14	8	8	15	9	10	18	16	10
Y	20	16	12	17	9	14	15	10	11	19	17	14

المطلوب:

1- مثل المعطيات بيانيا.

2- أوجد معادلة خط انحدار Y على X.

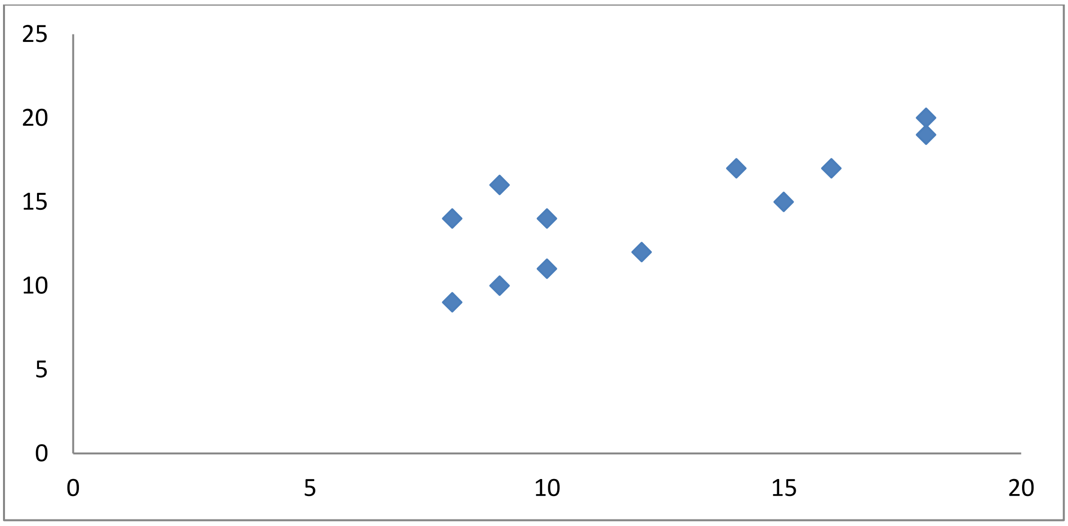
3- تغيب الطالب عن الاختبار الثاني، علما أنه أخذ العلامة 14 في الاختبار الأول، ما هي العلامة التقديرية التي سيحصل عليها الطالب في الامتحان الثاني ؟

4- ما هو الخطأ في تقديرك للعلامة في الاختبار الثاني إذا حصل الطالب على 18 في الاختبار الأول.

الحل:

1- تمثيل المعطيات بيانيا:

الشكل رقم (44): لوحة انتشار لعلامات 15 طالب في الامتحان الأول وفي الامتحان الثاني



تأخذ النقاط شكل خط مستقيم، ومنه فالعلاقة بين المتغيرين X و Y هي علاقة خطية.

2- إيجاد معادلة خط انحدار Y على X.

معادلة انحدار Y على X هي من الشكل: $Y^ = a + bX$ ، لإيجاد معاملات معادلة الانحدار نستعين بالجدول الموالي:

	X	Y	XY	X^2	Y^2
	18	20	360	324	400
	9	16	144	81	256
	12	12	144	144	144
	14	17	238	196	289
	8	9	72	64	81
	8	14	112	64	196
	15	15	225	225	225
	9	10	90	81	100
	10	11	110	100	121
	18	19	342	324	361
	16	17	272	256	289
	10	14	140	100	196
المجموع	**147**	**174**	**2249**	**1959**	**2658**

نحسب أولا قيم $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ كما يلي:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{147}{12} = 12.25 \qquad , \qquad \overline{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{174}{12} = 14.5$$

نحسب معاملات معادلة الانحدار $b^$ و $a^$ كما يلي:

$$b^ = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{2249 - (12 \times 12.25 \times 14.5)}{1959 - (12 \times 12.25^2)} = \frac{117.5}{158.25} = 0.74$$

$$a^ = \bar{y} - b^\bar{x} = 14.5 - (0.74 \times 12.25) = 5.43$$

إذن معادلة انحدار Yعلى X هي:

$$Y^ = 5.43 + 0.74\,X$$

3- العلامة التقديرية التي سيحصل عليها الطالب في الامتحان الثاني هي:

نعوض علامة الاختبار الأول أي $X = 14$ في معادلة الانحدار الخطي البسيط، فنجد القيمة التقديرية للمتغير Y، أي أن العلامة التقديرية التي سيحصل عليها الطالب في الامتحان الثاني هي:

$$\hat{Y} = 5.43 + 0.74\ (14) = 15.79 \sim 16$$

4- إيجاد الخطأ في تقدير علامة الاختبار الثاني

نعوض $X = 18$ في معادلة الانحدار الخطي البسيط فنجد:

$$\hat{Y} = 5.43 + 0.74\ (18) = 18.75$$

ويكون الخطأ في التقدير هو:

$$\hat{e} = 19 - 18.75 = 0.25$$

التمرين الرابع

أراد أحد الباحثين دراسة العلاقة بين الحالة الصحية وممارسة رياضة المشي. فأخذ عينة مكونة من 200 شخص، وكانت النتائج كما هي مدونة في الجدول الموالي:

الجدول رقم (81): العلاقة بين الحالة الصحية وممارسة رياضة المشي

الحالة الصحية / ممارسة الرياضة	يمارس	لا يمارس	المجموع
جيدة	110	25	**135**
غير جيدة	10	55	**65**
المجموع	120	80	**200**

المطلوب: حساب معامل الاقتران، مع التعليق على النتيجة

الحل:

حساب معامل الاقتران:

$$AC = \frac{AD \ - CB}{AD + CB}$$

$$AC = \frac{(110 \times 55) \ - (10 \times 25)}{(110 \times 55) + (10 \times 25)} = \frac{5800}{6300} = 0.9206$$

$AC = 0.92$ ، أي توجد علاقة اقتران قوية بين الحالة الصحية وممارسة رياضة المشي.

التمرين الخامس

بغرض دراسة العلاقة بين المستوى التعليمي ومدى استعمال بطاقة الدفع الالكترونية، أخذت عينة مكونة من 60 شخص، وكانت النتائج كما هي مدونة في الجدول:

الجدول رقم (82):العلاقة بين المستوى التعليمي ومدى استعمال بطاقة الدفع الالكترونية

المستوى التعليمي / استعمال	جامعي	ثانوي	ابتدائي	المجموع
يستعمل	20	18	2	**40**
لا يستعمل	5	7	8	**20**
المجموع	**25**	**25**	**10**	**60**

المطلوب: حساب معامل التوافق، مع التعليق على النتيجة.

الحل:

نحسب قيمة B كالتالي:

$$B = \frac{(f_{11})^2}{\Sigma f_{i1}\Sigma f_{1j}} + \frac{(f_{12})^2}{\Sigma f_{i2}\Sigma f_{2j}} + \dots\dots\dots\dots + \frac{(f_{11})^2}{\Sigma f_{is}\Sigma f_{rj}}$$

$$B = \frac{(20)^2}{40\times25} + \frac{(18)^2}{40\times25} + \frac{(2)^2}{40\times10} + \frac{(5)^2}{20\times25} + \frac{(7)^2}{20\times25} + \frac{(8)^2}{20\times10}$$

$$B = \frac{400}{1000} + \frac{324}{1000} + \frac{4}{400} + \frac{25}{500} + \frac{49}{500} + \frac{64}{200}$$

$$B = 1.202$$

$$CC = \sqrt{\frac{B-1}{B}} = \sqrt{\frac{1.202-1}{1.202}} = \sqrt{0.1680} = 0.4098$$

وهذا يشير إلى وجود ارتباط متوسط وموجب بين المستوى التعليمي واستعمال بطاقة الدفع الالكترونية.

التمرين السادس

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري المزدوج لمعدلات 30 طالب في نهاية السنة الجامعية Y، وعدد ساعات المراجعة الأسبوعية X .

الجدول رقم (83): التوزيع التكراري المزدوج لمعدلات الطلبة في نهاية السنة الجامعية وعدد ساعات المراجعة الأسبوعية

المعدلات Y / عدد ساعات المراجعة X	8–10	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20
1–3	2					
3–5	1	4				
5–7			3	2		
7–9				5		
9–11					6	
11–13					2	5

المطلوب:

حساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون ثم تفسيره.

الحل:

لحساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون نكون الجدول الموالي:

Y / X	8–10	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20	f_x	d_x	f_xd_x	$f_x(d_x)^2$	$f_{xy}d_xd_y$
1–3	2 $\boxed{8}$						2	−2	−4	8	8
3–5	1 $\boxed{1}$	4 $\boxed{4}$					5	−1	−5	5	6
5–7			3 $\boxed{0}$	2 $\boxed{0}$			5	0	0	0	0
7–9				5 $\boxed{5}$			5	1	5	5	5
9–11					6 $\boxed{24}$		6	2	12	24	24
11–13					2 $\boxed{18}$	5 $\boxed{45}$	7	3	21	63	57
f_y	3	4	3	7	8	5	**30**	–	**29**	**105**	**100**
d_y	−2	−1	0	1	2	3	–				
f_yd_y	−6	−4	0	7	16	15	**28**				
$f_y(d_y)^2$	12	4	0	7	32	45	**100**				
$f_{xy}d_xd_y$	10	4	0	5	36	45	**100**				

نفترض أن $\bar{X}=6$ و $\bar{Y}=13$

نطبق القانون الخاص بمعامل الارتباط في حالة التوزيع التكراري المزدوج كما يلي:

$$r = \frac{n\sum f_{xy} d_x\, d_y \;-(\sum f_x d_x)(\sum f_y d_y)}{\sqrt{[n\sum f_x (d_x)^2 \;-(\sum f_x d_x)^2][n\sum f_y (d_y)^2 \;-(\sum f_y d_y)^2]}}$$

$$r = \frac{(30)(100)\;-(29)(28)}{\sqrt{[(30)(105)\;-(29)^2][30(100)\;-(28)^2]}} = \frac{2188}{\sqrt{[(3150)\;-(841)][(3000)\;-(784)]}}$$

$$= \frac{2188}{\sqrt{(2309)\;(2216)}} = \frac{2188}{2262.022} = 0.9672$$

أي أن الارتباط بين معدلات الطلبة وعدد ساعات المراجعة الأسبوعية طردي وقوي جدا.

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع

- القرآن الكريم، سورة الجن، الآية رقم 28.

1- إبراهيم أبو عقيل. (2012). **مبادئ في الإحصاء**. عمان: دار أسامة للنشر والتوزيع.

2- ابراهيم محمد البطاينة. (2011). **مبادئ الإحصاء لطلبة الإدارة والاقتصاد**. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

3- ابراهيم مراد الدعمة. (2013). **أساسيات في علم الاحصاء مع تطبيقات SPSS**. الأردن: دار المناهج للنشر والتوزيع.

4- أحمد السيد عامر. (2007). **الإحصاء الوصفي والتحليلي**. القاهرة، مصر: دار الفجر للنشر والتوزيع.

5- أحمد عبد السميع طبيه. (2008). **مبادئ الإحصاء**. (الإصدار الطبعة الأولى). عمان: دار البداية ناشرون وموزعون.

6- أكاديمية بحث، **علم الإحصاء في الرياضيات**، متاح من خلال الرابط التالي:

https://www.search-academy.com/article, date de consultation (13/08/2022)

7- أماني موسى محمد. (2007). **التحليل الإحصائي للبيانات**. القاهرة: مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث - كلية الهندسة - جامعة القاهرة.

8- جودت عزة عطوي. (2015). **أساليب البحث العلمي، مفاهيمه، أدواته، طرقه الإحصائية**. عمان: دار الثقافة للنشر والتوزيع.

9- حيان ديب، و محمد الخضر. (2021). **تحليل البيانات**. سوريا: الجامعة الافتراضية السورية

10- سالم عيسى بدر، و عماد غصاب عبابنة. (2007). **مبادئ الاحصاء الوصفي والاستدلالي**. الأردن: دار الميسرة للنشر والتوزيع والطباعة.

11- شرف الدين خليل. (بلا تاريخ). **الإحصاء الوصفي**. القاهرة: شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية.

12- صالح العصفور. (2003). **الأرقام القياسية**. سلسلة دورية تعنى بقضايا التنمية في الأقطار العربية، العدد 19. يوليو 2003. تاريخ الاسترداد 2022/07/27، متاح على الرابط التالي:

(https://iefpedia.com/arab/wp- f)

13- عدنان كريم نجم الدين. (2000). **الإحصاء للاقتصاد والإدارة**. عمان: دار وائل للنشر.

14- علوم 24. (بلا تاريخ). **الارتباط والانحدار**. تاريخ الاسترداد 25 ،08, 2022، متاح على الرابط التالي: (https://sciences24.com/correlation-and-regression)

15- علي بن محمد الجمعه. (2006). **مدخل إلى علم الإحصاء**. متاح على الرابط التالي:
https://books-library.net/files/books-library.online-10151026Ot5N6.pdf

16- عماد توما كرش، ولاء أحمد القزاز، و وفاء يونس حمودي. (2014). **علم الإحصاء**. العراق: هيئة التعليم التقني .

17- محمد صبحي أبو صالح. (2007). **مبادئ الإحصاء**. عمان: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

18- محمد صبحي أبو صالح. (2009). **الطرق الإحصائية**. عمان: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

19- محمود محمد سليم صالح. (2009). **مقدمة في الإحصاء لطلاب المجتمع والعلوم الإدارية**. الأردن: مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع.

20- نورة بيري. (2017). **مطبوعة بيداغوجية في مقياس الإحصاء 1**. قالمة: جامعة 8 ماي 1945.