

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des sciences

Département des

Mathématiques

Mémoire de fin d'études présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master en
Mathématiques Financières

Sous le thème

Calcul des Provisions techniques dans une entreprise d'assurance
Dommage

Elaboré par :

Mazouni cilia bilinda

Nakib chahrazed

Encadré par :

D^r GUENANE Brahim

Devant le jury composé de :

Présidente	M ^{me} IKHLEF Massika	M.A.A	UMBB
Examineur	M ^r HANNACHE MOHAMED	M.C.A	UMBB
Encadreur	M ^r GUENANE Brahim	M.C.A	UMBB

Année universitaire 2020 - 2021

Remerciements :

En premier lieu, nous remercions le bon **Dieu**, de nous avoir donné la force de terminer ce travail. On tient à exprimer tout notre reconnaissance à notre encadreur **Dr B.Guenane**, on le remercie de nous avoir encadrés, orientés, aidés et conseillés.

On souhaite également remercier l'équipe pédagogique du département mathématique de l'**UMBB**.

En fin on remercie tous les membres de la **SAA** assurance particulièrement **Mme S.Kendil** et **Mr H.Boufedjline**, **Mr Z.Ait Salah** pour leurs générosités et leurs professionnalismes.

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail :

A ma chère maman pour son amour et sa prière, je suis très reconnaissante pour les valeurs que tu ma inculquée.

A mon cher père, qui voulait être avec moi pour ces moments heureux, merci pour votre amour et votre soutien, que dieu ait pitié de vous.

A mes sœurs dalya, Karima, Amina, hadjer, cherifa, A mes frères, pour votre soutien moral. A mes neveux, ISHAK, Safia, zineb, anes, marya, hela, insaf,, je vous aime.

A mes amies surtout Rina, noudjoud, Meriem, lydia, zahra, selma, fatma et mon binôme Célia.

A toutes les personnes auxquelles je réserve une place dans mon cœur.

Chahrazed

Je dédie ce modeste travail :

A **mes chers parents**, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.

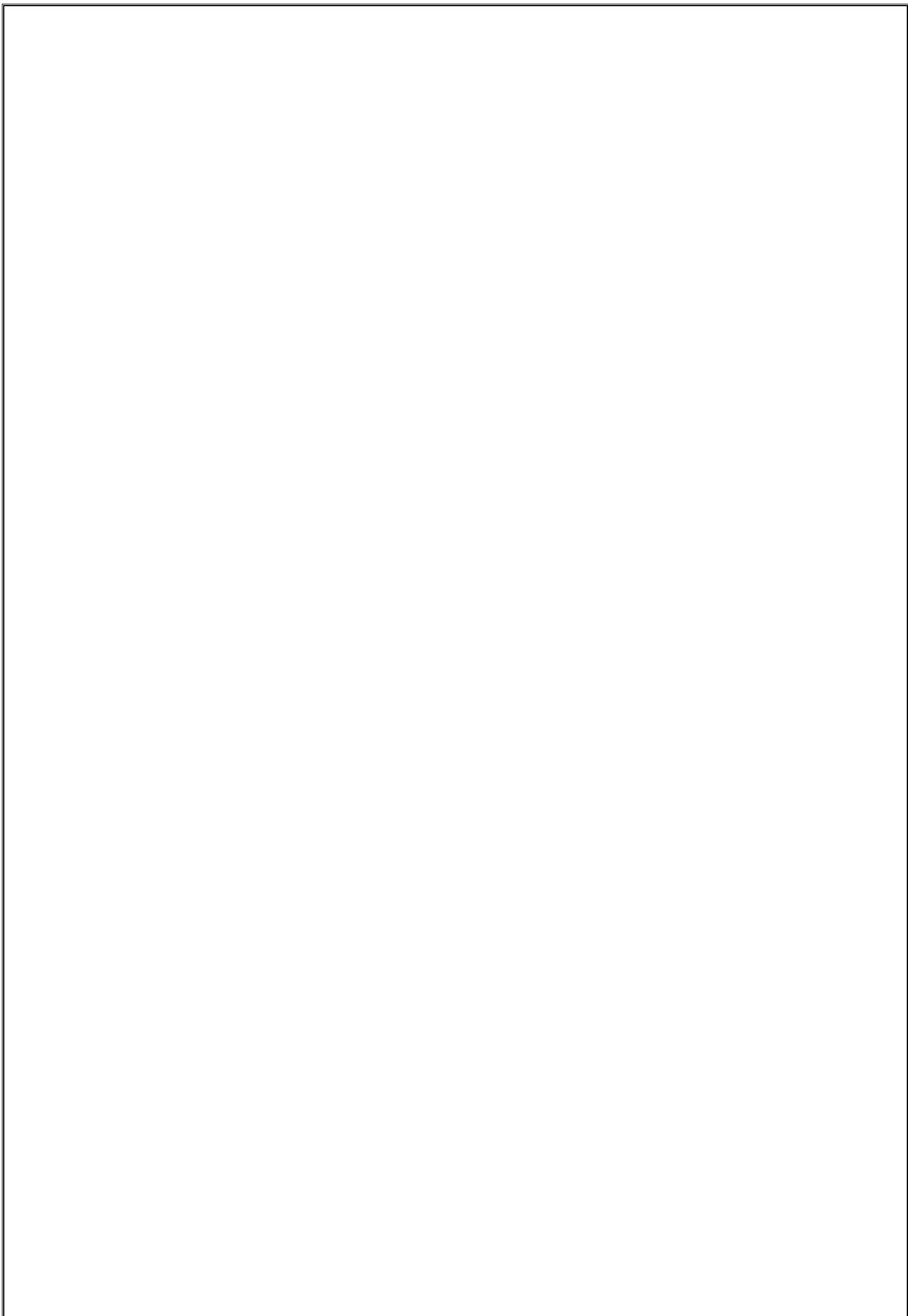
A ma chère sœur **Amélia** pour son encouragement permanent, et son soutien moral.

A mon cher mari **Abdrrahman** qui m'a soutenu durant tout le parcours universitaire.

A mes adorables copines : **Nadine, Imene, Amira, Sarah, Sabrina, Amel, Noudjoud, Meriem.**

A **ma belle famille** qui a été présente pour m'encourager, ainsi que toute personne à qui je réserve une place dans mon cœur.

Cilia



Sommaire

Table des figures	7
Liste des tableaux	8
Introduction générale	9
Chapitre 1 : Cadre réglementaire des assurances en Algérie.	
Introduction	19
Première Section 1 : Le Marché des assurances en Algérie	19
1.1/ Histoire de l'assurance en Algérie.....	20
1.2 /Définition de l'assurance.....	21
1.2.1/ Le risque.....	22
1.2.2/ La prime.....	22
1.2.3/ Le sinistre.....	22
1.3/ Les provisions techniques.....	23
1.4/Classification des branches d'assurances.....	26
1.4.1/ Assurance vie.....	26
1.4.2/ Assurance non vie.....	26
1.5/ Activité du marché des assurances au 31/12/2020.....	28
1.5.1/Production globale au 31/12/2020.....	28
1.5.2/Sinistre au 31/12/2020.....	29
1.6/Assurance de dommage.....	29
1.6.1/ Analyse par branches.....	29
1.6.2/Sinistre des assurances de dommage au 31/12/2020.....	29
Deuxième Section 2 : les règles prudentielles	30
2.1/ Cadre juridique et technique de l'assurance automobile.....	31
2.1.1/ Textes législatifs régissant l'assurance automobile.....	31
2.1.2/ Textes réglementaires régissant l'assurance automobile.....	31
2.2/ Aspect réglementaire de la solvabilité des compagnies d'assurance.....	31
2.3/ La directive « solvabilité I».....	32
2.3.1/ Présentation.....	32
2.3.2/ Critique qualitative de Solvabilité I.....	32
2.3.3/ Critique quantitative de Solvabilité I.....	33
2.3.4/ Bilan Solvabilité I.....	33
2.4/ Solvabilité II : une réforme radicale pour le secteur de l'assurance.....	34
2.4.1/ Présentation de la réforme, objectifs et enjeux.....	34
2.4.2/ Les piliers de solvabilité II.....	35
2.4.2.1/ Le premier pilier : les exigences quantitatives.....	35
2.4.2.2/ Le deuxième pilier : la surveillance prudentielle.....	35
2.4.2.3/ Le troisième pilier : l'information publique.....	35
2.5/ Bilan d'une compagnie d'assurance dans solvabilité II.....	36
Conclusion	37
Chapitre 2 : Méthodes de provisionnement en assurance dommage.	
Introduction	39
Première section : Les méthodes déterministes	40
1.1/ Méthode de Chain-Ladder.....	40
1.1.1/ Hypothèse de la méthode.....	42
1.1.2/ Avantage et limites de Chain-Ladder.....	43
1.2/ Méthode de London-Chain.....	44
1.2.1/Hypothèse de la méthode.....	44
1.2.2/ Limite de la méthode de London-Chain.....	45

Deuxième section : Les méthodes stochastiques.....	45
2.1/Méthode de Mack.....	45
2.1.1/ Hypothèse de la méthode.....	45
2.1.2/ Limite de la méthode.....	47
2.2/ Méthode de Bootstrap.....	48
2.2.1/ Hypothèse de la méthode.....	49
2.2.2/ Limite de la méthode.....	51
Conclusion.....	51
Chapitre 3 : Applications sur des données réelles de la compagnie nationale d'assurance SAA	
Introduction	53
Première section : Principaux indicateurs de la branche automobile dans le portefeuille de la SAA.....	53
1.1/ Spécificités et importance de la branche « assurance automobile ».....	53
1.2/ Cadre juridique et technique de l'assurance automobile.....	54
1.2.1/ Textes législatifs régissant l'assurance automobile.....	54
1.2.2/ Textes règlementaires régissant l'assurance automobile.....	54
1.2.3/ Les garanties du contrat « ASSURANCE AUTOMOBILE ».....	55
1.3/ Note de conjoncture de la branche automobile.....	56
1.3.1/ Evolution du Chiffre d'affaires de la branche automobile.....	56
1.3.2/ La place de la branche automobile comparativement aux autres branches.....	58
1.3.3/ La Structure des indemnisations de la SAA.....	58
1.4/ Motivation du choix de la branche à analyser.....	60
Deuxième section : Mise en pratique des méthodes déterministes et stochastiques.....	60
• Présentation des données de la garantie « RC matériel » de la branche automobile	
2.1/ Application de la méthode Chain Ladder au triangle des données.....	62
2.1.1/Estimations des paramètres de « Chain Ladder ».....	62
2.1.2/ Triangle des règlements cumulés.....	62
2.1.3/ Détermination des facteurs de développement.....	63
2.1.4/ Evolution du montant des provisions « Chain Ladder » par année de survenance.....	65
2.1.5/ Validation des hypothèses de « Chain Ladder ».....	66
2.2/ Méthode de Mack.....	67
2.2.1/ Mise en pratique de la méthode stochastique « Mack ».....	68
2.2.2/ Vérifications des hypothèses de Mack.....	68
2.2.3/ Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack.....	69
2.2.4/ Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack.....	70
2.2.5/ Construction d'un intervalle de confiance.....	71
Conclusion.....	72
Conclusion générale.....	73
ANNEXE.....	81

Table des figures

1.1/ La Pyramide de Maslow	22
1.2/Structure de la production des assurances de dommages au 31/12/2020.....	22
1.3/ Bilan comptable selon la norme solvabilité I.....	33
1.4/ Les piliers de la solvabilité II.....	36
1.5/ Bilan d'une compagnie d'assurance en solvabilité II.....	37
3.1/ Evolution du chiffre d'affaires de la SAA.....	57
3.2/ La structure du portefeuille de la SAA en 2020.....	58
3.3/ La structure des indemnisations de la SAA en 2020.....	59
3.4/ Evolution des règlements.....	62
3.5/ L'évolution des règlements cumulés.....	63
3.6/ Evolution des facteurs de développement.....	64
3.7/ Evolution des PSAP « Chain Ladder ».....	66
3.8/Hypothèse H2 –Alignements des couples.....	67
3.9/ Résidus $r(i,1 \dots 3)$ générés par $D(i,1 \dots 3)$	69
3.10/ Evolution de l'erreur standard par année de survenance.....	71

Liste des tableaux

1.1/ Production du marché des assurances au 31/12/2020.....	29
2.1/ Triangle des incréments (non cumulés) : $Y = (Y_{i, j})$	41
2.2/ Triangle des paiements cumulés : $D = (D_{i, j})$	41
2.3/ Rectangle des $D_{i, j}$ complétés.....	42
3.1/ Evolutions du chiffre d'affaires de la SAA (2019/2020).....	57
3.2/ Structure des indemnisations de la SAA en 2019 et 2020.....	59
3.3/ Les règlements non cumulés.....	61
3.4/ Les règlements cumulés.....	63
3.5/ Les règlements cumulés.....	64
3.6/ Rectangle des paiements cumulés complété selon la méthode Chain Ladder.....	64
3.7/ Charges futures et des provisions « Chain Ladder ».....	65
3.8/ Estimation des coefficients de développement et la variance des provisions.....	70
3.9/ Rectangle des paiements des sinistres.....	70
3.10/ Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack.....	70
3.11/ Construction d'un intervalle de confiance pour la loi normale.....	72

Introduction générale

Les humains sont confrontés à de nombreux risques dans leur vie quotidienne, c'est-à-dire qu'il ya un risque sur leur vie, leurs biens..., nous ne pouvons pas savoir quand cela arrivera malheureusement et ce n'est pas toujours possible d'empêcher des situations pareilles, comme par exemple, on ne peut pas empêcher un tremblement de terre, un accident ou la mort d'une personne, c'est pour cela l'être humain à penser à se protéger en cas de sinistre par l'assurance.

L'assurance est le résultat de la recherche constante de la sécurité et de moyens pour faire face aux difficultés découlant des incertitudes de l'avenir, une assurance généralement décrite comme "l'organisation rationnelle d'une mutualité de personnes soumises à l'éventualité de la réalisation d'un même risque qui, par leurs contributions financières permettent l'indemnisation des dommages subis par certain d'entre eux qui sont effectivement frappés par ce risque." en échange de cette "protection", chaque assuré s'engage à verser auprès de l'assureur, et selon des modalités bien définies, une cotisation ou prime qui lui permettra d'effectuer son provisionnement.

La problématique du provisionnement est liée à la nature même de l'activité d'assurance à savoir, l'inversion du cycle de production. Les assureurs ayant pris l'engagement d'indemniser tous les sinistres survenus pendant la période de couverture, il convient de constituer des provisions pour indemniser les victimes d'un sinistre, même si celui-ci n'est déclaré, puis clôturé que des années plus tard.

L'assureur doit être en mesure d'évaluer correctement ses dettes probables, appelées provisions techniques, c'est-à-dire être en mesure d'estimer à tout moment le montant des engagements qu'il a pris vis-à-vis de ses assurés.

L'évolution de l'économie dans lequel baignent les compagnies d'assurance a rendu nécessaire une évolution des normes réglementaires au travers du passage de « Solvabilité I » à « Solvabilité II ». La commission européenne a voulu améliorer les normes actuelles en choisissant la « Solvabilité II ». Le but de celle-ci étant la prise en compte des risques tant du point de vue quantitatif que qualitatif.

L'estimation du montant des provisions pour sinistres à payer (PSAP), est l'un des travaux importants de l'actuaire en assurance dommage, c'est-à-dire déterminer le montant à mettre en réserve pour faire payer la totalité des sinistres survenus.

Pour cette raison, il est intéressant de se poser la problématique suivante :

- Quelles sont les méthodes permettant de mesurer l'incertitude liée au montant estimé de la provision pour sinistres à payer?
- Quelle est l'impact de la nouvelle approche prudentielle « Solvabilité II » sur l'estimation des provisions techniques.
- Quelle est la nécessité de passage des méthodes déterministes vers les méthodes stochastiques dans l'estimation des provisions pour sinistres à payer en assurances dommage?

Pour répondre à ces questions, nous utilisons des données de la Société Nationale D'assurances (**SAA**), présentées sous forme d'un triangle de paiement de la garantie « Responsabilité Civile Matériel » de la branche automobile, sur une durée de temps allant de **2016** à **2020**. Nous allons utiliser l'ensemble de ces méthodes afin de déterminer les montants des provisions pour sinistres à payer en utilisant le langage de programmation **R**.

Ainsi, nous allons scinder notre mémoire en trois chapitres :

Le premier chapitre, Il aura pour objet de donner un éclairage sur le marché des assurances en Algérie et les règles prudentielles.

Le deuxième chapitre sera consacré à donner les différents modèles de provisionnement (déterministes et stochastiques).

Nous consacrerons **le troisième chapitre** pour l'exécution d'une application sur des données réelles issues d'une branche d'assurance automobile particulière, par la mise en pratique des différentes méthodes de provision, suivie d'une analyse comparative des résultats obtenus.

CHAPITRE 1 :
CADRE
RÉGLEMENTAIRE DES
ASSURANCES EN
ALGÉRIE

Introduction

Dans ce premier chapitre, on a rassemblé des informations sur l'aspect essentiel de l'assurance pour mieux cerner le domaine et bien comprendre son fonctionnement.

En raison de sa particularité et de sa position importante dans l'économie, l'assurance est soumise à une réglementation supervisée par les autorités de contrôle, les assurances doivent avoir un capital suffisant pour faire face à leurs engagements envers les assurés.

Pour avoir un bon fonctionnement l'Europe a mis une première réglementation « **solvabilité I** » Elle s'organise autour des provisions techniques et des exigences en fonds propres, mais a présenté quelques faiblesses (le régime n'est pas harmonisé au niveau Européen), pour cela la commission Européenne a mis une nouvelle réglementation « **solvabilité II** » (surnom de la directive 2009/138/CE du parlement européen et du conseil du 25 novembre 2009) son objectif est de corriger les défauts de la précédente pour avoir un meilleur aspect quantitatif et qualitatif, donc son aspect le plus fort est d'avoir un capital suffisant pour que la probabilité de ruine a horizon 1 an soit inférieure à 0.5%.

1/Première Section 1 : le marché des assurances en Algérie.

1.1/ Histoire de l'assurance en Algérie¹ :

L'assurance en Algérie a commencé pendant la période du colonialisme pour cela l'évolution de l'assurance en Algérie s'est confondue avec l'évolution de l'assurance en France. Cela a provoqué après l'indépendance l'héritage des lois françaises et leurs réglementations qui n'ont été annulées qu'en 1975, l'assurance en Algérie a mis des nouvelles lois juste après cette période et elle a connu un nouveau développement.

Durant la période après l'indépendance, l'assurance algérienne a connu cinq étapes :

*** première étape 1962_1966 :**

Cette étape est caractérisée par :

- ✓ L'Institution de la réassurance obligatoire pour les opérations d'assurance effectuées en Algérie à travers la création de la Caisse Algérienne d'Assurance et de Réassurance (CAAR) par la loi n° 63-197 du 8 juin 1963, obligeant toutes les sociétés d'assurance de céder une part de 10% des primes encaissées.
- ✓ La loi n° 63-201 du 8 juin 1963 exigeant des entreprises d'assurance, sans distinction de nationalité, des garanties qui se traduisaient par :
 - Le contrôle et la surveillance par le Ministère des Finances de toutes les compagnies d'assurance.
 - Création de la Société Algérienne d'Assurance (SAA) par l'arrêté du 12 décembre 1963 dont 39% du capital détenu par les Égyptiens.
 - L'agrément par l'arrêté de janvier 1964 de 14 compagnies étrangères, dont 6 françaises, 3 britanniques, 1 italienne, 1 américaine, 1 indienne, 1 zélandaise, 1 tunisienne, la STAR qui parvient à contrôler 25 à 30% du marché.

*** deuxième étape 1966_1975 :**

C'est durant cette période que le monopole de l'État a été institué; l'exploitation de toutes les opérations d'assurance est désormais réservée à l'État par l'intermédiaire des entreprises nationales.

Parmi les 17 sociétés qui existaient en 1966, une seule a été nationalisée, à savoir la SAA, par l'ordonnance n° 66-129 du 27 mai 1966, alors que toutes les autres entreprises ont été liquidées

*** troisième étape 1975_1988 :**

Cette période se décrit par :

La spécialisation des entreprises d'assurance, en indiquant pour chacune d'elles les risques à couvrir :

- ✓ La CAAR, spécialisée dans les assurances des gros risques et de transport.
- ✓ La SAA, spécialisée dans les petits risques, qui sont cependant générateurs d'une épargne importante, à savoir : l'automobile, le vol, les bris de glaces, les dégâts des eaux, les multirisques d'habitation, les assurances de personnes, l'incendie et l'explosion.

¹ B.CHEIKH.L'histoire de l'assurance en Algérie.2003.disponible sur www.revueassurances.ca.

La loi 80-07 qui propose essentiellement l'amélioration de la protection de l'assuré et autres bénéficiaires de l'assurance et l'assouplissement de la procédure d'indemnisation

*** quatrième étape 1988_1995 :**

Elle se caractérise par :

Les transformations ou les réformes apportées au secteur des assurances en 1988 entraînent la concurrence entre les compagnies existantes : la SAA, CAAR, CAAT, MAATEC et la CNMA.

La promulgation de la loi 90-10 relative à la monnaie et au crédit constitue un dispositif législatif pour la transition vers l'économie de marché.

*** cinquième étape 1995 a nos jours :**

- ✓ L'ordonnance n° 95-07 du 25 janvier 1995 supprime le monopole de l'État sur le marché d'assurance, permettant la naissance des compagnies privées. Cette ordonnance a aussi entraîné la réduction de nombre de garanties dont la souscription est obligatoire.
- ✓ Une assurance obligatoire (Cat-Nat) contre les catastrophes naturelles a été mise en application au début de septembre 2004, conformément à l'ordonnance présidentielle n° 03-12 du 26 octobre 2003 adoptée le 7 octobre 2003

L'assurance en Algérie s'est élargie d'une assurance étatique à une assurance privée qui réalise un chiffre d'affaire qui contribue dans l'évolution de l'économie en Algérie. On trouve plusieurs sociétés d'assurances publiques ou bien privées par exemple la CAAR, la SAA, la MAATEC, la CNMA, la CNR, la CIAR.....

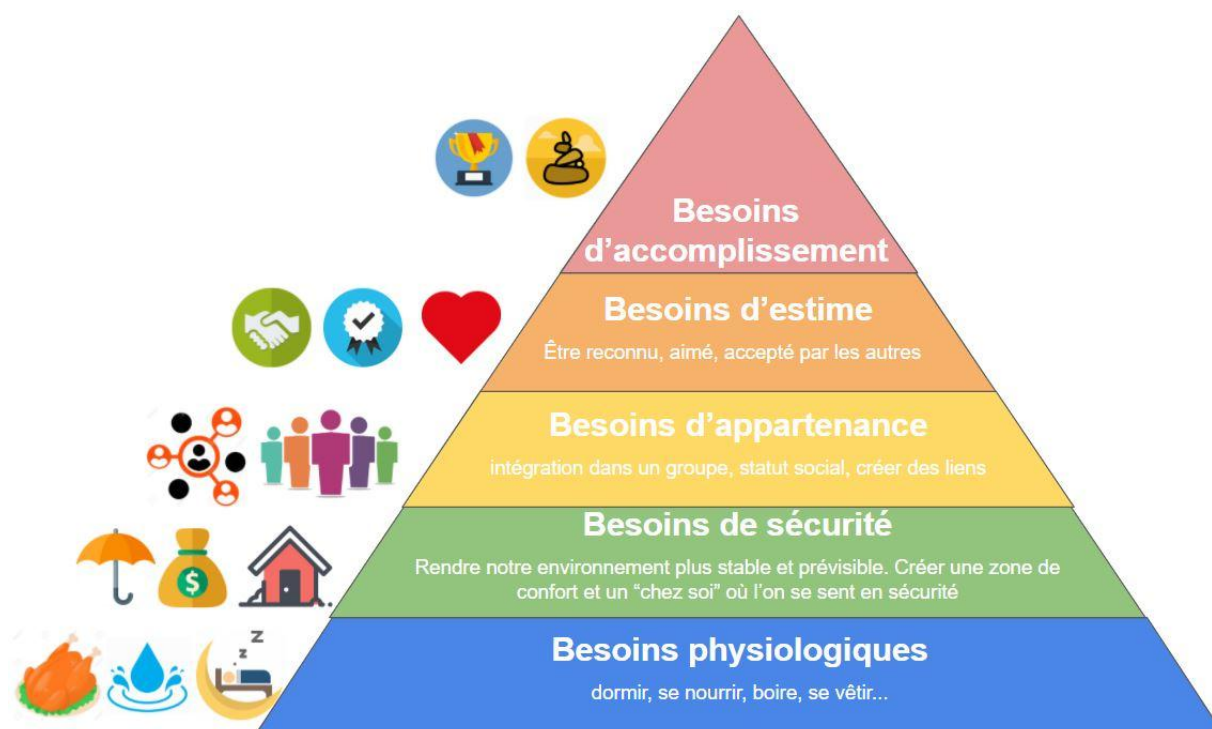
1.2/ Définition de l'assurance ²:

L'assurance est un contrat synallagmatique : ou une partie « l'assureur » paye une somme à une autre partie « l'assuré » en cas de survenance d'un sinistre prévu dans le contrat, en retour, l'assureur reçoit une cotisation payée par l'assuré à la date fixée par le contrat.

L'activité d'assurance doit passer par une inspection précisée par l'Etat, dans l'intérêt des assurés, l'assurance travaille avec l'argent des autres dans des projets bien précis, pour le bon fonctionnement financier dans une assurance qui doit garantir la solvabilité de l'entreprise, cette solvabilité est certifiée, entre autres, par la constitution de provision ou réserves techniques.

²Mme A. KERDALI. « Modélisation stochastique des provisions technique en assurance non vie » juin 2017 ; ENSSEA. Algérie.
Page 20

Figure N° 1 : La Pyramide de Maslow



Source : H. BOUFIDJELINE division automobile SAA. « Les Bases Techniques de l'Assurance ». Mars 2021. Algérie. Page 10.

1.2.1/ Le risque :

Le risque dans une assurance est un dommage ou bien un accident survenu qui est imprévu, ne peut dépendre de la volonté d'une partie.

1.2.2/ La prime ³:

Une prime d'assurance est la somme que paie le signataire d'un contrat (l'assuré) à un assureur ou bien c'est le montant du sinistre moyen que l'assureur doit prendre en charge chaque année en échange des garanties définies, donc la prime est annuelle.

1.2.3/ Le sinistre :

Le sinistre est la réalisation de l'événement dommageable prévu par le contrat, le sinistre est composé de :

- un fait générateur qui est l'événement garanti.
- un préjudice qui peut être matériel, immatériel, corporel.
- une réclamation RC (responsabilité civile).

L'activité de l'assurance consiste à couvrir un risque aléatoire contre une prime, la survenance du risque s'appelle un sinistre.

Trois notions de date sont importantes en matière de sinistre :

- Date de survenance : La date à laquelle le sinistre a lieu.

³ A.FrUCHARD La prime.10/07/2020. Disponible sur www.reassurez-moi.fr.

- Date de déclaration : La date à laquelle le sinistre est déclaré.
- Date de règlement : Les dates auxquelles il est remboursé.

1.3/ Les provisions ⁴:

Les provisions correspondent à toutes les épargnes établies par les entreprises d'assurances et respectent leurs promesses : capital décès, rente et capitaux garantis en cas de vie, autrement dit c'est des charges à prévoir pour faire face à un sinistre déclaré et elles sont inscrites au passif du bilan de l'assurance.

Les provisions techniques sont réglementées en Algérie par l'article 224 de l'ordonnance 95-07 du 25 Janvier 1995 modifiée par la loi 06-04 du 20 Février 2006 et son décret exécutif 95-342 du 30 Octobre 1995 relatif aux engagements réglementés.

De manière plus détaillée, les provisions techniques correspondent :

- aux charges à prévoir pour faire face aux prestations non encore versées mais prévisibles des contrats en cours. Par exemple, dans le cas d'un sinistre automobile déjà déclaré à l'assureur, aux sommes qui seront probablement versées aux bénéficiaires. Ces prestations concernent à la fois les sinistres déclarés à l'assureur (sinistres « ouverts ») et les sinistres déjà survenus mais pas encore notifiés à l'assureur (sinistres « tardifs ») ;
 - à une anticipation des prestations futures auxquelles l'assureur devra faire face lorsqu'un engagement prendra effet : par exemple, une partie des primes d'assurance payée au cours d'une période comptable peut être destinée à couvrir des risques de la période comptable suivante
- ❖ Il existe différentes catégories des provisions techniques selon la nature des activités de l'entreprise. Les principales sont les suivantes :

- **La provision pour prime non acquise (PPNA) :**

La provision pour prime non acquise (PPNA) est la part des primes que l'assureur doit conserver pour faire face aux risques à venir. Les PPNA se calculent par différence entre les primes émises et les primes acquises⁵.

La provision pour prime non acquise s'articule autour de deux natures de primes :

- ✓ **Les primes émises (PE) :** À la souscription ou au renouvellement du contrat liant l'assureur à l'assuré, les primes sont émises pour toute la période de couverture du contrat. Il s'agit de l'engagement de l'assuré envers l'assureur. La prime émise peut coïncider avec l'encaissement de celle-ci si elle est intégralement payée dès la signature.

⁴ H. BOUFIDJELINE « L'ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES: ENTRE LES METHODES REGLEMENTEES ET LES METHODES DETERMINISTES EN ASSURANCES DOMMAGE ». Octobre 2015. Algérie. Page 35.

⁵ Joachim LEMAIRE, Impacts du provisionnement en norme actuelle et en norme Solvabilité II - Mémoire, Centre d'études actuarielles, France 2012, page 43.

- ✓ **Les primes acquises (PA) :** c'est la part de prime acquise à l'assureur au fur et à mesure de l'exécution du contrat. elle consiste le principal produit du compte de résultat d'une assurance non vie.

La provision pour prime non acquises se calcule comme suit :

$$\text{PPNA} = \text{PE} - \text{PA}.$$

- **La provision pour risque en cours(PREC) :**

La provision pour risque en cours(PREC) a pour objectif de compléter la provision pour primes non acquises lorsque cette dernière s'avère insuffisante, c'est à-dire en cas de sous-tarifification⁶.

Elle se calcule par catégorie ministérielle, à partir de ratio combiné observé sur les deux derniers exercices et de la provision pour primes non acquises :

$$\text{Ratio} = \frac{(\text{charge sin-N} + \text{Facq-N} + \text{fadm-N}) + (\text{charge sin-N-1} + \text{Fadm N-1})}{\text{primes Acquise N} + \text{prime Acquise N-1}}$$

$$\text{PREC} = \text{Max} (\text{Ratio} - 1 ; 0) * \text{PPNA}$$

Avec :

- Charge sin-N & Charge sin-N-1 : respectivement, la charge de l'exercice inventorié et la charge sinistre de l'exercice précédent ;
- Facq-N & Facq-N-1 : respectivement, les frais d'acquisition de l'exercice inventorié et les frais d'acquisition de l'exercice précédent ;
- Fadm-N & Fadm-N-1 : respectivement, les frais administratifs de l'exercice inventorié et les frais administratifs de l'exercice précédent, en dehors des frais immédiatement engagés.

- **La Provision pour sinistre à payer (PSAP) :**

La provision pour sinistres à payer est la provision la plus importante en termes de volumétrie. C'est une valeur estimative des dépenses pour sinistres non réglés et montant des dépenses pour sinistres réglés restant à payer à la date d'inventaire⁷.

⁶ Joachim LEMAIRE, Impacts du provisionnement en norme actuelle et en norme Solvabilité II - Mémoire, Centre d'études actuarielles, France 2012, page 45

⁷ Nicolas Jacob ; 1980 « Les assurances », 2ème édition Dalloz (paris).page 576.

1.3.1/ Les méthodes réglementées de provisionnement (PSAP) :

La réglementation algérienne prévoit des différentes méthodes d'évaluation des provisions des sinistres à payer, définies par le décret exécutif N° 95-342 du 30/10/1995 relatif aux engagements réglementés, ces méthodes se présentent comme suit:

- **La méthode de base : « Dossier par Dossier » :**

Cette méthode est la plus utilisée pour sa simplicité où chaque sinistre numéroté en continue dès que l'assureur en a connaissance, fait l'objet d'une évaluation basée sur les documents en sa possession (déclaration de l'assuré ; procès-verbal gendarmerie, rapport d'expertise, jugement,.....etc.) et lorsqu'une indemnité a été fixée par une décision de justice définitive, la provision doit être au moins égale à cette indemnité. Au moment de l'inventaire, tous les sinistres survenus et déclarés sont évalués individuellement⁸.

- **La méthode des coûts moyens :**

Elle est basée sur les coûts moyens des sinistres des exercices précédents. Il suffit de diviser le montant des sinistres payés, augmenté de l'évaluation des sinistres à payer, par le nombre de sinistres survenus dans chaque exercice.

$$\text{Coût moyen} = \frac{\text{coût total des sinistres cloturés au cours des trois derniers exercices}}{\text{dossiers réglés et fermés pendant ce temps}}$$

Le calcul de la provision est effectué comme suit :

$$\text{Provisions pour sinistre à payer} = (\text{coût moyen} * \text{nombre de dossiers déclarés}) - \text{règlements cumulés}$$

- **La méthode de blocage des primes :**

Elle est basée sur le tarif. La provision pour sinistre à payer au titre d'un exercice de survenance déterminée est obtenue par différence entre les primes de l'exercice d'une part et les dépenses correspondantes déjà effectuées d'autre part.

Cette méthode s'applique aux deux derniers exercices de survenance à la date de l'inventaire considéré : n-1 et 31/12/n.

La provision ne sera suffisante que si le tarif est suffisant. Cette méthode suppose la permanence du taux de sinistres, elle reporte dans le futur tout jugement de résultat, ce qui constitue ses limites, mais elle peut être un palliatif en l'absence des données⁹.

⁸ Michel DENUIT Arthur CHARPENTIER, mathématiques de l'assurance non-vie, Tome I : principes fondamentaux de théorie du risque, Economica

⁹ 8 Michel DENUIT Arthur CHARPENTIER, mathématiques de l'assurance non-vie, Tome I : principes fondamentaux de théorie du risque, Economica

- **La méthode de la cadence de règlements:**

Elle consiste à évaluer la charge de sinistre survenu au cours d'un exercice en partant des paiements effectués et de la cadence de règlement. Cette dernière est le rapport entre les sinistres déjà payés et la charge total de sinistre.

1.4/ Classification des branches d'assurance :

L'assurance est partagée en différentes branches, il y a deux essentiels types de classification des branches d'assurance.

1.4.1/ Assurance vie :

C'est un contrat par lequel l'assureur verse un capital a un assuré, c'est une assurance dont le paiement dépend de la question de savoir si l'assuré est mort ou vivant (dépend de l'état de santé de l'assuré).

1.4.2/ Assurance non vie :

Elle concerne les conventions prudentielles qui n'ont pas de relation avec la vie de l'assuré, elle regroupe les contrats IARD (Incendie, Accident et Risque Divers) par exemple : assurance automobile, assurance habitation, mutuelle santé, assurance responsabilité.

Enfin, elle protège financièrement une personne physique ou morale et ses biens contre les risques.

1.4.3/ Produit d'assurance :¹⁰

❖ Les assurances liées aux biens et activités de la vie privée :

- L'assurance multirisque habitation :

Ce contrat protège les propriétaires ou locataire d'appartement ou de maison individuelle, il garantit les biens immobiliers comme les villas, appartements et aussi les biens mobiliers : tout ce que contient votre demeure comme meubles, appareils, électroménager ...

- L'assurance automobile :

Cet acte est proposé a tout propriétaire ou conducteur d'un véhicule terrestre a moteur, il permet de garantir le remboursement des dommages en cas de collision avec un autre véhicule, choc contre un coup fixe ou mobile, hautes d'eaux, inondation, grêle, glissement de terre et en cas de vols.

¹⁰Le Conseil National des Assurance "CNA".Les produit d'assurance .le 15/07/2008.disponible sur www.cna.dz.

- Assurance incendie :

Une assurance incendie ou une assurance habitation est l'assurance non-vie la plus populaire auprès des propriétaires et des locataires car l'assurance incendie protège votre maison contre les dommages directs et indirects de l'intérieur et de l'extérieur. De plus, vous pouvez également faire intervenir votre assurance incendie en cas de dommages causés par le feu, mais aussi par la tempête, le vandalisme, la neige et la grêle¹¹.

- Assurance entreprise :

L'entreprise n'est pas à l'abri du danger. Pour pouvoir faire face à n'importe quel risque, celle-ci doit, dans certains cas, avoir recours à des assurances. La loi exige de l'entreprise la souscription à certaines assurances en cas de survenance des risques prévus, et puisse faire face sans grande difficulté, Il peut s'agir d'une cessation temporaire ou d'une réduction d'activité, de dommages matériels, L'assurance de responsabilité civile qui couvre les dommages subis par l'entourage en relation directe ou indirecte avec l'entreprise en cas de sinistre. La couverture couvre aussi bien les personnes que les biens¹².

- Assurance agricole :

L'assurance multirisques agricole couvre les dommages causés a l'ensemble de l'exploitation, les événements pris en charge par le contrat d'assurance multirisques agricole : l'incendie, l'explosion, la chute de foudre, la tempête, la grêle, le poids de la neige sur les toitures, le dégât des eaux, le vol, les catastrophes naturelles, les attentats et les actes de terrorisme¹³.

❖ Assurances de personnes :

- L'Assurance voyage et assistance :

Elle garantit l'assuré en cas d'accident corporel ou maladie survenu en cours de voyage, en cas d'hospitalisation, maladies et blessures...

- l'assurance retraite et prévoyance :

Elle permet de bénéficier a partir de 60 ans d'une pension de la retraite de base pour l'assureur qui a épargné de l'argent chaque mois ou chaque année selon le contrat signé.

- L'assurance individuelle accident :

C'est un contrat classé parmi les assurances de personnes, les accidents couverts dans ce contrat :

- Accidents survenant au cours de l'usage et de la conduite des véhicules automobiles et cycle à pédales
- Les accidents survenus en cas de légitime défense ou tentative de sauvetage de personnes en danger.

¹¹ Définition de l'assurance incendie ?en 2021. Disponible sur www.assurances.be.

¹² Qu'est ce que l'assurance d'entreprise. En 2021. disponible sur www.assurance-et-mutuelle.com.

¹³ Qu'est ce qu'une assurance agricole. Disponible sur www.ffa-assurance.fr.

- Accident survenu à l'assuré lorsqu'il est transporté à titre de passager par tous moyens de transport public de voyageur.
- Accident résultant de la pratique des sports en qualité d'amateur.
- Les accidents causés par la foudre.
- Les conséquences d'actes médicaux ou chirurgicaux, consécutifs à un accident garanti.

- Assurance vie :

C'est la catégorie maîtresse des assurances de personnes y sont incluses les assurances en cas de décès, les assurances en cas de vie, les assurances mixtes et toute forme d'assurance comportant des garanties liées à la durée de vie humaine¹⁴

- Assurance santé¹⁵ :

L'assurance santé fait, par **définition**, partie des assurances de personnes. Une **assurance santé** a pour but de préserver l'assuré contre les risques liés à la maladie ou, plus précisément, contre tous les événements entraînant une intervention médicale.¹⁶

❖ Risques liés aux activités professionnelles :

- L'assurance multirisque professionnelle :
Cette assurance couvre l'assuré dans l'exercice de son activité pour des dommages touchant les locaux, bien professionnels et les responsabilités.

1.5 /Activité du marché des assurances au 31/12/2020 :

1.5.1/ Production globale au 31/12/2020¹⁷ :

Les sociétés d'assurance n'ont pas été épargnées par la crise sanitaire et les effets induits par les mesures de prévention et de lutte contre l'épidémie du coronavirus. C'est un département qui assiste à une baisse de ses revenus. Cela affecte le déclin de presque toutes les branches.

Au terme de l'exercice 2020, le marché d'assurance recule de 6.1%, ainsi, Le chiffre d'affaire enregistrée (hors acceptations internationales) est proche de 137.5 milliards de DA, contre 146.3 Milliards de DA sur la même période de l'exercice 2019.

Quant à l'acceptation internationale, elle a augmenté de 64.8% par rapport 31/12/2019, une augmentation de 3.8 milliards de DA chiffres d'affaires.

¹⁴ M.DOUBAKH,« Mécanisme de la réassurance vie »,EHEA, Alger, 2018

¹⁵ Qu'est ce que l'assurance santé? En 2021. disponible sur www.assurance-et-mutuelle.com.

¹⁶ Qu'est ce que l'assurance santé? En 2021. disponible sur www.assurance-et-mutuelle.com.

¹⁷ CNA – Note de conjoncture .en 2020, Activité du marché des assurances au 31/12/2020.page 4.Algérie .disponible sur www.CNA.DZ.

Tableau 1: PRODUCTION DU MARCHÉ DES ASSURANCES AU 31/12/2020

EN DA	CHIFFRE D'AFFAIRES		STRUCTURE DU MARCHÉ		ÉVOLUTION	
	31/12/2019	31/12/2020	2019	2020	En %	En valeur
Assurances dommages	132 239 190 311	125 509 890 228	86,9%	85,28%	-5,1%	-6 729 300 083
Assurances personnes	14 101 889 300	11 957 011 743	9,3%	8,12%	-15,2%	-2 144 877 557
Marché direct	146 341 079 611	137 466 901 971	96,1%	93,4%	-6,1%	-8 874 177 640
Acceptations internationales	5 888 465 865	9 701 807 498	3,9%	6,6%	64,8%	3 813 341 633
Total	152 229 545 476	147 168 709 469	100%	100%	-3,3%	-5 060 836 007

Source : CNA– Note de conjoncture. en 2020. Disponible sur www.CNA.DZ page 4.

1.5.2/ Sinistre au 31/12/2020 :

Le total des sinistres du secteur des assurances s'élève a 70.2 milliards de DA au 31/12/2020 le montant au 31 décembre 2019 est de prés de 84.8 milliards de DA, 17.2% de réduction au 31/12/2020 le montant total des indemnités versées s'élevait a prés de 60.8 milliards de DA.

En outre, le montant de la provision pour sinistre aux 31/12/2020, il a augmenté de 5% par rapport a la fin de l'exercice 2019, atteignant prés de 85 milliards de DA.

1.6 /Assurance de dommage :

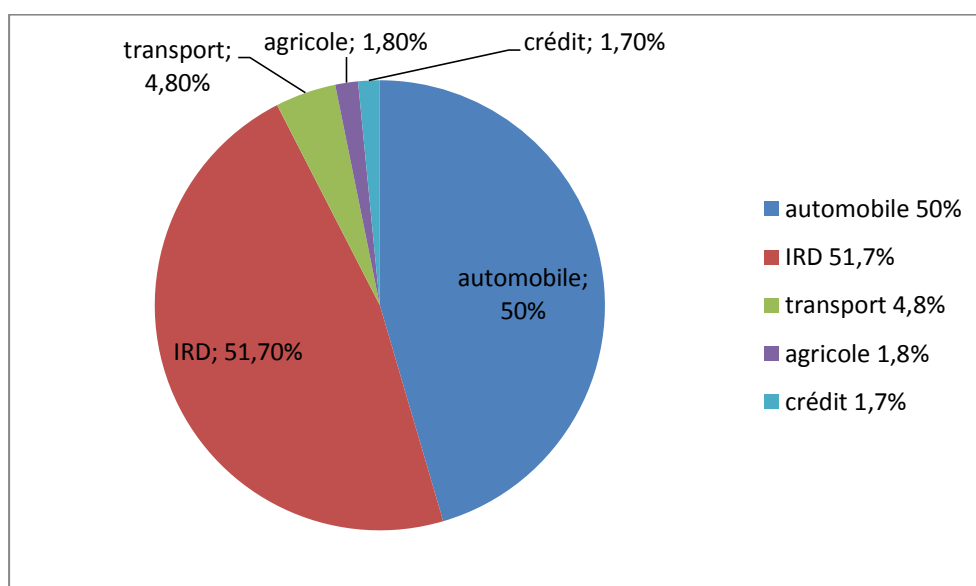
Au 31/12/2020, les assurances de dommages totalisent un chiffre d'affaires de 125,5 milliards de DA, en baisse de 5,1% par rapport à la même période de 2019. Cela est le résultat de la baisse observée dans toutes les branches, à l'exception d'une timide progression de la branche « IRD ». On va faire une analyse par branche pour voir les augmentations ou bien les baisses des chiffres d'affaires.

1.6.1/ Analyse par branche :

- **Automobile** : l'automobile a enregistré un chiffre d'affaires de 62.8 milliards DA comparant avec l'année 2019. Cette branche enregistre une baisse de 9.2% a cause du confinement imposé par les pouvoir public, suite a la crise sanitaire qui a provoqué la fermeture des points de vente.
- **IRD** : la branche incendie et risques divers « IRD» marque une légère augmentation de 1.3% par rapport a 2019, le chiffre d'affaires avoisinait les 51.7 milliards de DA en 2020.
- **Agricole** : les assurances agricoles représentent aux 31/12/2020 1.8% du chiffre d'affaires des assurances de dommage.

- **Transport** : la production cumulée du secteur « transport » est un peu plus de 6 milliard de DA, alors qu'à la fin 2019 la production avoisinait les 6.4 milliards de DA, elle détient une participation de 4.8% dans le portefeuille d'assurance de biens et d'accidents, en 2020 le niveau de prime de souscription « branche transport ferroviaire » un chiffre d'affaires 17.8 milliards de DA par rapport à l'année précédente a marqué 8.8 milliards de DA par contre « transport aérien, maritime, terrestre » ont été sanctionnées par la suspension des activités liées aux transports à cause du confinement.
- **Crédit** : par rapport à l'exercice de 2019, les primes émises réalisées, au titre de l'assurance « crédit » en 2020, diminution de 9% à cause de la baisse dans les sous-branches « vente à tempérament – crédit à la consommation », « crédit à l'exportation », « crédit hypothécaire – crédit immobilier » et « insolvabilité générale – crédit domestique » avec un taux respectifs de 60.3%, 11.8%, 7.7%, 7.2%.

Figure N°2 : Structure de la production des assurances de dommages au 31/12/2020



Source : CNA – Note de conjoncture .en 2020. PRODUCTION DES ASSURANCES DE DOMMAGES AU 31/12/2020 PAR BRANCHE. Page 12 .Algérie .disponible sur www.CNA.DZ

2/Deuxième section : Les règles prudentielles.

2.1/Cadre juridique et technique de l'assurance automobile.¹⁸

2.1.1/Textes législatifs régissant l'assurance automobile :

- L'ordonnance N° 74-15, du 30 janvier 1974, relative à l'obligation d'assurance des véhicules automobiles et au régime d'indemnisation. - La loi N° 88-31 du 19 juillet 1988 modifiant et complétant l'ordonnance 74-15: cette loi a amélioré les indemnités à verser aux victimes des accidents de la circulation routière.
- L'ordonnance N° 95-07, du 25/01/1995, relative aux assurances : par ce texte, le législateur avait abrogé la loi 80-07 relative aux assurances ainsi que certains textes subséquents, notamment ceux relatifs au monopole de l'Etat sur les opérations d'assurance (ouverture du marché aux privés).
- La loi 06/04, du 20 février 2006, modifiant et complétant l'ordonnance 95-07 relative aux assurances : cette loi a porté essentiellement sur le renforcement du rôle de l'Etat sur les opérations d'assurance. En matière d'indemnisation, ce texte a donné la faculté aux compagnies d'assurance de fournir des prestations en nature « assistance » (article 02 de la loi 06-04).

2.1.2/ Textes règlementaires régissant l'assurance automobile :

- Le décret N° 80-34 du 16 février 1980 fixant les conditions d'application de l'article 07 de l'ordonnance 74-15: ce texte a fixé : l'étendu de l'obligation d'assurance automobile, les exclusions et les déchéances applicables dans le cadre de la garantie RC automobile. - Le décret N°80-35 du 16 février 1980 fixant, en ce qui concerne les procédures relatives à l'enquête et à la constatation des dommages.
- Le décret N°80-36 du 16 février 1980 fixant, en ce qui concerne le mode d'évaluation et de révision des taux d'incapacité, de l'article 20 de l'ordonnance 74-15.
- Le décret N°80-37 du 16 février 1980 fixant les conditions d'application des articles 32 et 34 de l'ordonnance 74-15 et relatifs aux règles de fonctionnement et aux mécanismes d'intervention du fonds spécial d'indemnisation (Ex-FSI, actuellement FGA).

2.2/ Aspect règlementaires de la solvabilité des compagnies d'assurance :

Une compagnie d'assurance doit être solvable, c'est-à-dire de disposer d'un niveau de passif (fonds propres et réserves techniques) pour couvrir ses engagements envers les assurés et les bénéficiaires de contrats. Cette importance a incité le pays à développer des normes permettant de contrôler la solvabilité de la compagnie d'assurance. Ces questions ont été traitées au premier niveau. L'Europe vise à harmoniser les systèmes des différents États membres¹⁹, pour remplacer le système de solvabilité commun.

Dans un premier temps, il a coordonné le système de marge Solvabilité (Solvabilité I), puis elle a commencé à développer un projet appelé « Solvabilité II » qui vise à mieux évaluer les risques et à les intégrer dans les contraintes imposées aux compagnies d'assurance pour assurer des niveaux de

¹⁸H. BOUFIDJELINE division automobile SAA. « Les Bases Techniques de l'Assurance ». Mars 2021. Algérie. page 26

¹⁹Hélène Compain, Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II, Université Paris Dauphine, Paris, 2009/2010, page 08.

capital suffisants pour couvrir tous les risques liés aux activités de l'entreprise (risques de souscription, risques opération, risque de marché,...)

2.3/ La directive « Solvabilité I » :

2.3.1/ Présentation :

Chaque pays a son propre texte sur ces exigences financières, même s'il existe des directives cadres. Pour que les assurés soient toujours bien protégés une harmonisation au niveau de L'Europe est incontournable. La première tentative de coordination a été faite pour passer l'assurance non-vie dans les années 1970 (1973) et assurance-vie (1979) et qui a été suivie de la mise à jour de la directive Solvabilité I en 2002.

Solvabilité I correspond à trois règles principales²⁰

- doit évaluer correctement les règlements techniques et avoir une réserve d'argent suffisante.
- représenter un engagement réglementé, la société des compagnies d'assurance doivent détenir des actifs sûrs, liquides et rentables
- La valeur des actifs doit toujours être supérieure au passif.

L'avantage de cette directive est l'utilisation d'un calcul d'exigence de marge de solvabilité (SME) bon marché, facilement comparable au niveau national. Le système Solvabilité I a fait l'objet de diverses critiques, et elles se divisent en deux types quantitatif et qualitatif²¹.

2.3.2/ Critique qualitative de Solvabilité I :

Solvabilité I ignore les aspects qualitatifs et n'encadre pas le contrôle interne et la gestion des risques. Solvabilité I s'est avérée moins complète que d'autres systèmes, ce qui a incité l'UE à la remettre en Question.

Cela passe par la modernisation et la coordination interne de ces derniers.

Avec le renversement du cycle de production, l'asymétrie d'information et l'asymétrie de solvabilité, la Solvabilité I ne peut pas imaginer une supervision prudentielle, c'est-à-dire sans supervision financière stricte, elle peut garantir que la bonne gestion de l'entreprise qui respecte les intérêts des assurés. Le système n'est pas conforme aux normes internationales telles que IAS ou US-GAPP.

2.3.3/ Critique quantitative de solvabilité I :

Solvabilité I repose sur une perspective plutôt que prospective : on suppose que le passé reflète l'avenir, mais la réalité n'est pas le cas.

Solvabilité I pénalise les entreprises en sur approvisionnement, ce qui est différent des entreprises en sous approvisionnement ou sous-tarifées, ce qui est contradictoire.

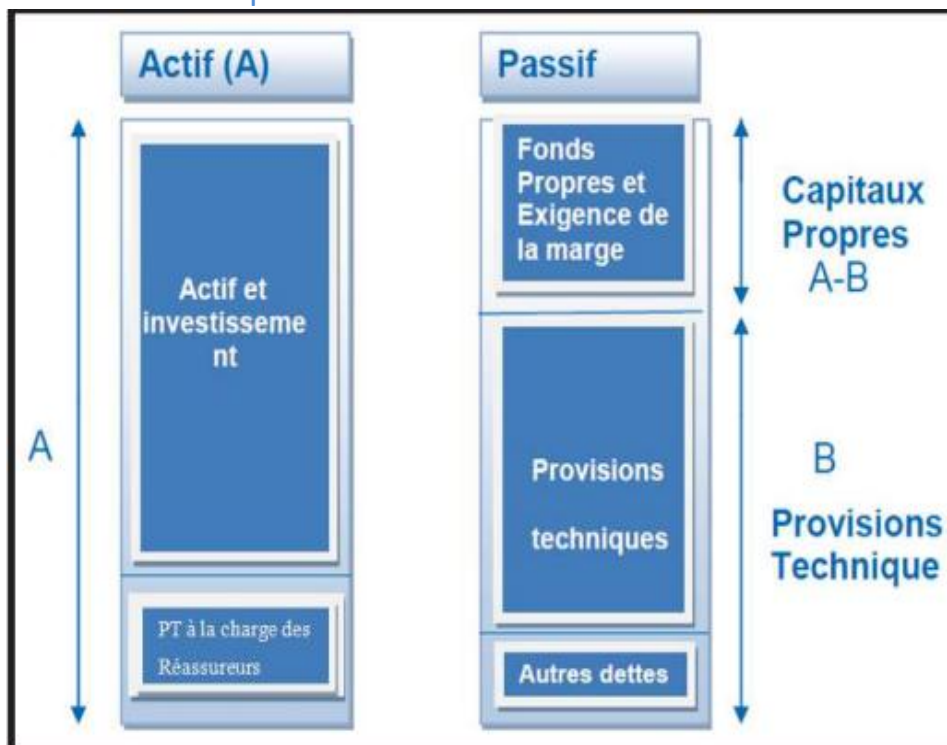
2.3.4/ Bilan Solvabilité I :

Cette réforme a conduit à la création d'un indicateur de marge de solvabilité requise. Cependant, cet indicateur ne prend pas en compte les exigences des compagnies d'assurance en matière d'options de contrat et de garanties implicites. C'est l'une des faiblesses de solvabilité I.

²⁰ EvraBenro 2008 « Solvabilité II » : Calibrage des MCR/SCR dans le contexte QIS4, Université de Pierre et Marie Curie, France, 2008.

²¹ Hélène Compain, Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II, Université Paris Dauphine, Paris, 2009/2010, page 08

Figure N° 3: Bilan comptable selon la norme solvabilité I.



Source : Jaffal Moussa Hanan, Impact du risque de mortalité dans Solvabilité 2 Cabinet MOEGLIN, Cabinet d'Actuaires consultants, France, 2012, page17

*Afin de corriger la Solvabilité I, de nouveaux points ont été mis à jour pour qu'ils correspondent au critère, donc la Solvabilité II s'est mis en développement car elle nécessite une harmonisation et modernisation des règles prudentielles.

2.4/ Solvabilité II : Une réforme radicale pour le secteur de l'assurance²² :

2.4.1/ Présentation de la réforme, objectifs et enjeux :

Le projet **Solvabilité II** mené par la commission européenne vise spécifiquement à consolider toutes les directives existantes et approfondir les réformes et les règles de solvabilité auxquelles les compagnies d'assurance doivent se conformer. L'objectif est de créer un système mieux coordonné qui gère mieux les risques assumés par les institutions d'assurance en vigueur en 2010 dans ce cadre actualisé. C'est une activité d'une compagnie d'assurance européenne et un ensemble de règles doit être mis à jour et évoluer avec le temps. Par conséquent, toutes les instructions existantes doivent être remplacées par une seule instruction. L'objectif affiché de **Solvabilité II** est d'encourager les organisations à mieux comprendre et évaluer leurs risques, notamment grâce à l'ajustement des exigences réglementaires pour les risques encourus par l'entreprise dans ses activités²³.

²² H.BOUFIDJELINE « L'ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES: ENTRE LES METHODES REGLEMENTEES ET LES METHODES DETERMINISTES EN ASSURANCES DOMMAGE». Octobre 2015. Algérie. Page30.

²³ MARKT/2095/99-FR « Révision de la position financière globale d'une entreprise d'assurance, exercice de Solvabilité II ».

* Les principaux objectifs de « Solvabilité II » sont les suivants²⁴ :

- éviter la complexité inutile.
- protéger les assurés.
- établir des exigences de capital de solvabilité qui reflètent mieux le risque encouru.
- réduire le risque de défaut de paiement.
- réduire le risque de non-indemnisation du preneur d'assurance dans le cas où l'assureur n'a pas pu tenir sa promesse.
- permettre de mieux prévoir et d'intervenir plus rapidement.
- renforcer la confiance dans la stabilité financière.
- assurer la compétitivité, la transparence et la cohérence.
- mettre en place une marge de solvabilité plus adaptée aux risques réels
- le système est basé sur des méthodes comptables générales

Ce nouveau système devrait offrir des possibilités aux régulateurs et d'évaluer au mieux la solvabilité des compagnies d'assurance approche prospective.

C'est pour cette raison que le principal défi de cette réforme est ce qui suit :

- assurer une mise en œuvre uniforme des réformes dans tous les pays Espace Economique Européen.
- renforcer la compétitivité des compagnies d'assurance pour mieux protéger ses assurés.
- accompagner les entreprises pour mieux comprendre et gérer les risques.

1.3.2/ Les piliers de Solvabilité II ²⁵:

Le cadre général de **Solvabilité II** comprend les points suivants :

- calculer la solvabilité de la compagnie d'assurance.
- gouvernance et contrôle de gestion des risques au niveau des compagnies d'assurance.
- échange d'informations, notamment avec le marché et les autorités. Le contrôle de l'État permet d'apprécier la situation financière de l'entreprise.

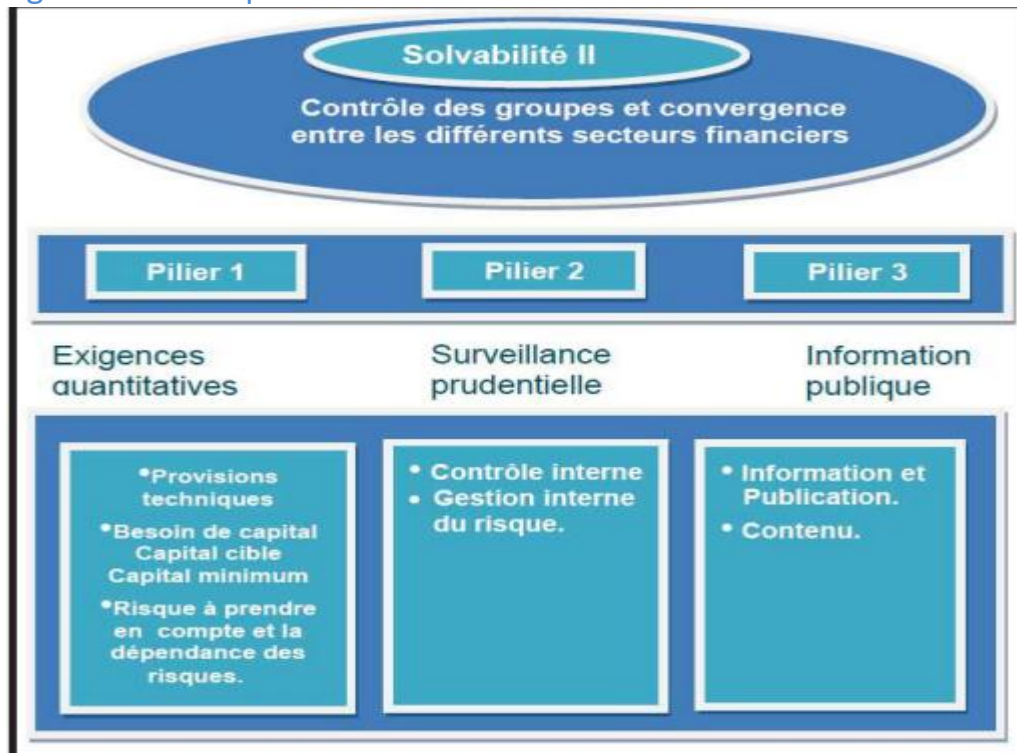
L'approche structurelle de **Solvabilité II** repose sur trois piliers²⁶, exactement tout comme dans le cas du système bancaire Bale 2 Principal : Contrôle et gestion des risques, qui est le cœur du risque équipement.

²⁴ Mehdi Chellouche, solvabilité et maîtrise des risques des compagnies d'assurance, EHEA, ALGER 2012, page 34.

²⁵ H.BOUFIDJELINE « L'ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES: ENTRE LES METHODES REGLEMENTEES ET LES METHODES DETERMINISTES EN ASSURANCES DOMMAGE». Octobre 2015. Algérie. Page 31.

²⁶ Jaffal Moussa Hanan, Impact du risque de mortalité dans Solvabilité 2 Cabinet MOEGLIN, Cabinet d'Actuaires consultants, France, page 18.

Figure N° 4 : les piliers de la Solvabilité II



Source : ibid

2.4.2.1/ Le premier pilier : les exigences quantitatives :

C'est « la pierre angulaire » du projet **Solvabilité II** son objectif est d'être sûr que les provisions techniques sont suffisantes et bien calculées suivant des principes harmonisés entre les compagnies européennes.

Des seuils quantitatifs aussi bien pour les provisions techniques que pour les fonds propres sont mis en place. Ces seuils deviendront des seuils réglementaires qui se présenteront par deux niveaux sur les fonds propres :

- MCR (Minimum Capital Requirement ou Capital Minimum Requis) représente le niveau minimum de fonds propres en-dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique.
- SCR (Solvency Capital Requirement ou Capital Cible) représente le capital cible nécessaire pour absorber le choc provoqué par une sinistralité exceptionnelle.

2.4.2.2/ Le deuxième pilier : la surveillance prudentielle :

Un autre aspect du contenu du projet **Solvabilité II** est de fournir aux régulateurs la possibilité d'identifier les entreprises présentant des risques financiers ou organisationnels importants.

Ce pilier concerne le contrôle prudentiel ou la surveillance financière. Il a pour objectif d'établir des normes qualitatives pour le suivi interne des risques de l'entreprise et de définir comment l'autorité de surveillance doit exercer ses pouvoirs de surveillance dans ce cadre (gestion interne et externe).

L'identification des entreprises « les plus risquées » est l'un des objectifs de la réforme.

Les régulateurs auront le droit d'exiger de ces sociétés qu'elles détiennent plus que le montant recommandé par le calcul du SCR et/ou de réduire la possibilité de leur exposition au risque.

2.4.2.3/ Le troisième pilier : l'information publique :

C'est le "dernier point du projet". Il traite des problèmes d'harmonisation signalés par les compagnies d'assurance aux régulateurs européens.

L'information diffusée par la compagnie d'assurance est de la « discipline de marché » :

- information publique dans le but d'améliorer la discipline de marché.
- information utilisée par les autorités de contrôle.
- information des assurés règle.

2.5/ Bilan d'une compagnie d'assurance dans Solvabilité II ²⁷:

En comptabilité Chaque entreprise a un bilan fiche : c'est un récapitulatif de ce que l'entreprise possède (terrains, bâtiments... : actifs) et de toutes ses ressources (capital, réserves, crédit, etc. : passif) à un moment donné. Il en est de même pour les compagnies d'assurances dont les bilans sont les suivants :

***Pour l'actif :**

Investissements et autres actifs représentent : les obligations, les actions, les options, les immeubles.

PT à la charge des réassureurs : Il s'agit des montants de provisions techniques à charge des réassureurs. C'est la part associée au réassureur qu'il doit payer en cas de sinistre inattendue.

***Pour le passif :**

On note seulement les éléments qui seront ensuite détaillés dans les paragraphes suivants :

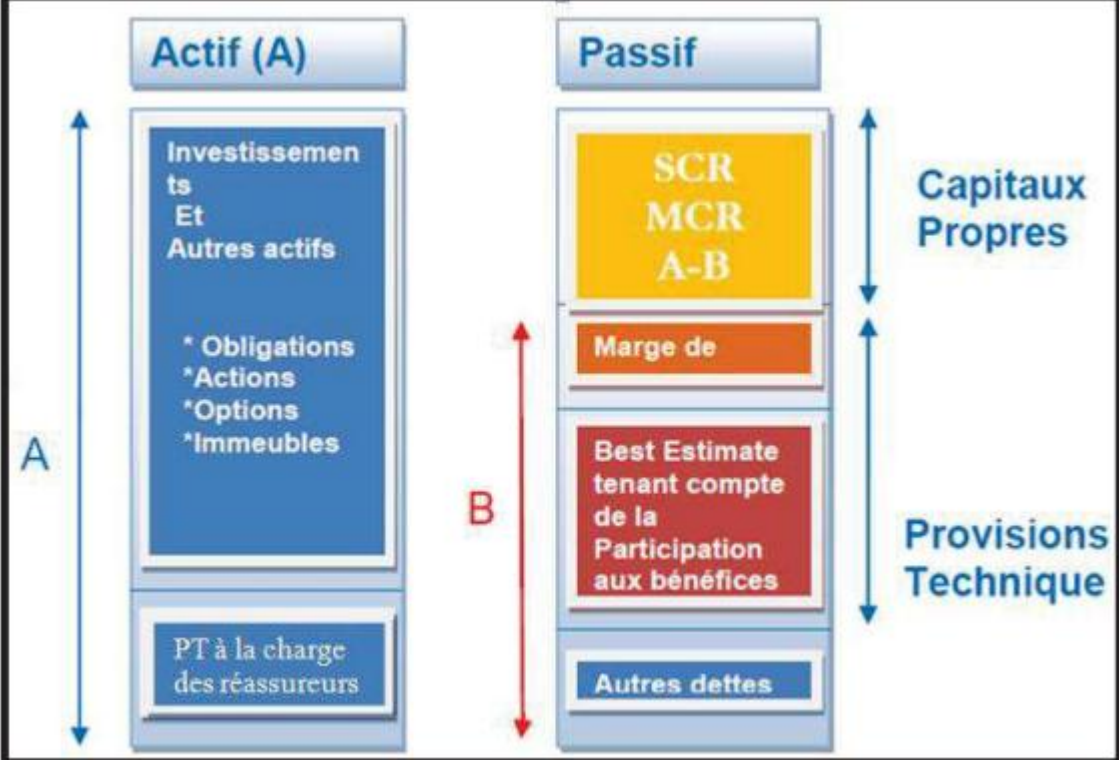
Les fonds propres : sont constitués par le SCR (Solvency capital Requirement), le MCR (minimum capital Requirement), A-B (actifs-provisions techniques– SCR/MCR)²⁸.

Les provisions techniques : sont constituées de la Marge de risque, du Best Estimate et de la participation aux bénéfices. Autres dettes : dettes fournisseurs, emprunts et découverts...

²⁷⁻²⁷ H. BOUFIDJELINE « L'ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES: ENTRE LES METHODES REGLEMENTEES ET LES METHODES DETERMINISTES EN ASSURANCES DOMMAGE ». Octobre 2015. Algérie. Page 33.

²⁸ Idem page 20.

Figure n° 4 : Bilan d'une compagnie d'assurance en Solvabilité II



Source : idem, page 20.

Conclusion :

Dans ce chapitre on a donné des définitions liées au thème « assurance », on a parlé sur les réglementations en Algérie en premier lieu, sur le marché des assurances d'après le compte rendu de la CNA (conseil national des assurances), ensuite on a évoqué l'évolution des règles prudentielles de **solvabilité I** vers **solvabilité II** en prenant en compte les règles prudentielles des assurances, on a fait une analyse par branche pour voir la croissance ou la diminution des chiffres d'affaires pendant la période du 31/12/2019 jusqu'à 31/12/2020.

C'est pour cela l'assurance est importante car elle peut couvrir des risques extrêmement variés et elle est susceptible d'apporter une protection complète en cas du sinistre, elle joue un rôle économique et social de première grandeur.

Dans le prochain chapitre on va exposer les étapes de la vie d'un sinistre, afin d'avoir une idée précise des informations qui seront disponibles dans les techniques de triangulation et nous allons décrire les méthodes de provisionnement déterministes et leurs extensions stochastiques.

CHAPITRE 2 :
MÉTHODES DE
PROVISIONNEMENT
EN ASSURANCE
DOMMAGE.

Introduction :

Il est essentiel que la compagnie d'assurance soit toujours en mesure de payer ses engagements envers les assurés. Pour cela, elle devra constituer une provision technique correspondant à son engagement et disposant des fonds propres lui garantissant sa solvabilité. Parmi les méthodes reconnues par les autorités de contrôles, les plus classiques sont basées sur les cadences de paiements. On raisonne pour cela par année de survenance de sinistre, et on suppose une certaine régularité dans la cadence de paiement.

Dans ce chapitre nous étudierons des anciennes techniques d'estimations des réserves de sinistre, telles que la méthode de Chain-Ladder, London Chain dites déterministes, cette méthode repose sur l'hypothèse du délai s'écoulant entre la survenance d'un sinistre et les règlements en absence d'inflation, et aussi les méthodes stochastiques qui sont utilisées pour le calcul du montant des provisions pour sinistres à payer, plus particulièrement permettant de quantifier la marge d'erreur, se basant sur les données historiques pour la détermination des espérances connaissant le passé.

Le recours aux modèles stochastiques est justifié par le besoin de mesure de l'incertitude présente dans le triangle et les résultats issus des méthodes déterministes, ces dernières ne possèdent pas le cadre probabiliste permettant de calculer l'erreur, nous allons exposer quelques méthodes stochastiques qui ont été proposées dans les années 70 et 90, commençant par la méthode de Mack (méthode récursive) et aussi la méthode de Bootstrap qui permettent d'avoir des indicateurs sur la distribution de la charge ultime.

1/ Première section : Les méthodes déterministes.

1.1/ Méthode de Chain-Ladder :

C'est la méthode la plus couramment utilisée depuis très longtemps par les sociétés d'assurance car c'est une méthode simple à utiliser. Le principe de cette méthode est d'utiliser le facteur de développement (Link ratios) présenté sous forme de tableau triangulaire de liquidation.

❖ Triangle de liquidation :

Pour permettre l'évaluation actuarielle de la PSAP, les modèles que nous utiliserons s'appuient sur l'étude des triangles de liquidation et plus particulièrement dans le cadre de cette thèse sur les triangles de paiements.

Il s'agit des triangles où :

- les lignes représentent les années de survenance des sinistres.
- Les colonnes (année de développement) permettent de prendre en compte le fait que les risques ont une cadence de règlement plus ou moins lente.
- Les diagonales indiquent l'ensemble des paiements effectués pour les sinistres des différentes années de survenance durant un exercice donné.
- Les données du triangle, ce sont les quantités analysées représentant des règlements de sinistres survenus, qui sont rapportés à des périodes généralement annuelles. L'année récurrente n se déroule du 01/01/ n au 31/12/ n .

❖ Structure du triangle de développement :

Toutes les méthodes de provisionnement sont basées sur les triangles. Le triangle de développement est un tableau à double entrée représente les paiements des sinistres, il permet de décrire comment la charge de sinistre Y_{ij} de chaque année de survenance i (en ligne) se liquide dans le temps par année de développement j (en colonnes). La partie grisée correspond à la partie déjà observée, notre objectif est alors de compléter la partie inférieure du triangle. (La partie non grisée qui représente les flux non encore observés. Autrement dit : pour obtenir le montant des provisions, on doit estimer les montants de la partie inférieure du triangle de liquidation à partir de l'information disponible dans la partie supérieure de celui-ci²⁹.

²⁹ Mme A. KERDALI. « Modélisation stochastique des provisions technique en assurance non vie » juin 2017 ; ENSSEA. Algérie. Page43.

Tableau 1 : triangle des incréments (non cumulés) : $Y = (Y_{i,j})$

Année	Développement					
	1	2	...	J	...	n
1	$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$...	$Y_{1,j}$...	$Y_{1,n}$
2	$Y_{2,1}$	$Y_{2,2}$		$Y_{2,j}$...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		
I	$Y_{i,1}$	$Y_{i,2}$...			
⋮	⋮	⋮				
N	$Y_{n,1}$					

Source : élaboré par nos soins

- En ligne l'année de survenance, $i = 0, 1, \dots, n$
- En colonne l'année de développement, $j = 0, 1, \dots, n$
- Y_{ij} Montant total des paiements effectués au cours de l'année $i+j$ pour des sinistres survenus au cours de l'année i .

D_{ij} : Montant des paiements cumulés des j premières années de développement de l'année de survenance i . c'est-à-dire : $D_{ij} = Y_{i1} + Y_{i2} + \dots + Y_{ij}$

Ainsi, à partir de ces notations nous pouvons d'ores et déjà établir le triangle de paiement et le triangle des paiements cumulés des incréments associés.

❖ Le triangle de liquidation cumulé :

Les montants $D_{i,j} = \sum_1^j Y_{i,j}$ correspondent aux paiements cumulés des sinistres présentés sous la forme suivante :

Tableau 2: triangle des paiements cumulés : $D = (D_{i,j})$

Année d'origine Exercice	Développement					
	1	2	...	J	...	n
1	$D_{1,1}$	$D_{1,2}$...	$D_{1,j}$...	$D_{1,n}$
2	$D_{2,1}$	$D_{2,2}$		$D_{2,j}$...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		
I	$D_{i,1}$	$D_{i,2}$...			
⋮	⋮	⋮				
N	$D_{n,1}$					

Source : élaboré par nos soins.

Ayant estimé ces paiements futurs, le montant de provisions pour l'année de survenance i est alors donné par :

$$R_i = \hat{D}_{i,n} - D_{i,n-i+1} \quad i \geq 2$$

La provision pour sinistre à payer (PSAP) total est la somme des provisions pour sinistres à payer de chacune des années de survenance a réglées :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Le tableau ci-dessous nous donne la complétassions du triangle de paiement et l'estimation des provisions à constituer :

Tableau 3 : rectangle des $D_{i,j}$ complétés :

Année d'origine Exer	Développement						provisions
	1	2	...	J	...	N	
1	$D_{1,1}$	$D_{1,2}$...	$D_{1,j}$...	$D_{1,n}$	$R_1=0$
2	$D_{2,1}$	$D_{2,2}$		$D_{2,j}$...	$\widehat{D}_{2,n}$	R_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
I	$D_{i,1}$	$D_{i,2}$...	$\widehat{D}_{i,j}$...	$\widehat{D}_{i,n}$	R_i
⋮	⋮	⋮	⋮			⋮	⋮
N	$D_{n,1}$	$\widehat{D}_{n,2}$...	$\widehat{D}_{n,j}$...	$\widehat{D}_{n,n}$	R_n

Source : élaboré par nos soins

1.1.1/ Hypothèse de la méthode :

La méthode Chain-Ladder est fondée sur l'hypothèse de proportionnalité entre les années de règlements.

- Ce modèle se base sur deux hypothèses essentielles

➤ Première hypothèse :

$$H1 : \{D_{i,1} \dots D_{i,n}\}, \{D_{j,1} \dots D_{j,n}\} \text{ avec } i \neq j$$

C'est-à-dire que les années de survenance sont indépendantes entre elles. Cette hypothèse signifie que les sinistres survenus au cours d'une année de survenance donnée n'ont aucune influence sur les sinistres pouvant survenir dans l'année suivante. Cette hypothèse est vérifiée dans la plupart des branches d'assurance.

➤ Deuxième hypothèse :

$$H2 : E \{D_{i,j+1} / D_{i,1} \dots D_{j,n}\} = \lambda_j * D_{i,j}$$

Cette hypothèse signifie, que l'évolution du montant des sinistres au cours des années de développement est la durée de ce développement.

Les coefficients λ_j sont appelées Link ratios, λ_j est calculé par la formule suivante :

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=n}^{n-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j}} \text{ pour } j=1 \dots n$$

La méthode de Chain-Ladder est fondée sur l'utilisation des facteurs de développement appelés coefficients de passage, alors nous complétons le triangle inférieur des paiements, cumulés $\forall (i,j) \in (1,n)$.

$$D_{i,n} = D_{i,n-i+1} * \lambda_{n-i+1} \dots \lambda_{j-1} = D_{i,n-i+1} * \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_{n-i+k}$$

1.1.2/ Avantages et limites de la méthode :³⁰

➤ **Avantage :**

- Elle est facilement paramétrable, un paramètre adéquat permet de respecter les hypothèses sous-jacentes à la méthode dans nombreux cas de figures.
- Elle permet d'obtenir des résultats par année de rattachement (survenance, souscription,...), nécessaire notamment pour remplir les états réglementaires et répondre aux contraintes fiscales.
- Elle est très largement utilisée à l'international, les groupes multinationaux peuvent ainsi facilement s'appliquer à de nombreux types de données : règlement, charges sinistres, recours, nombres des sinistres, coût moyen des sinistres etc. Dans tous ces cas, l'objectif est de déterminer les valeurs ultimes à partir des valeurs observées.
- Elle est simple à appliquer et très utilisée par les services techniques des sociétés.

➤ **Limites de la méthode de Chain-Ladder ³¹:**

L'hypothèse d'indépendance utilisée dans la méthode Chain-Ladder est assez restrictive. En effet, les conditions suivantes doivent être réunies pour qu'elle soit valide :

- Le passé doit être suffisamment régulier. Par exemple, il ne doit pas y avoir des changements importants dans la gestion des sinistres ou dans le taux d'inflation spécifique de la branche ;
- La branche doit être peu volatile : il est compliqué de traiter les sinistres graves, en particulier s'ils sont ponctuels, par cette méthode ;
- Les données du portefeuille doivent être nombreuses et fiables.

Parmi les autres méthodes agrégées déterministes utilisées, nous retrouvons par exemple :

1.2/ Méthode de London Chain ³²:

C'est une méthode déterministe, elle a été introduite par « Benjamin et Eagles » en 1986 pour le calcul des réserves au Lloyds.

³⁰ H. BOUFIDJELINE « L'ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES: ENTRE LES METHODES REGLEMENTEES ET LES METHODES DETERMINISTES EN ASSURANCES DOMMAGE ». Octobre 2015. Algérie. Page 67.

³¹ Christian Partrat, Eric Lecoœur, Jean-Marie Nessi, Ecaterina Nisipasu et Olivier Reiz : Provisionnement Technique en Assurance Non Vie : Perspectives actuarielles modernes. Assurance, Audit, Actuariat. Economica, 2007.

³² Méthode de London-Chain. Disponible sur www.coursehero.com.

1.2.1/ Hypothèse de la méthode :

C'est une hypothèse moins contraignante que la méthode de Chain-Ladder, pour le calcul des réserves la méthode supposée pour j fixé l'existence des paramètres λ_j, α_j tels que :

$$D_{i, j+1} = \lambda_j * D_{ij} + \alpha_j$$

Tels que λ_j et α_j sont des paramètres réels.

Il s'agit donc d'estimer $2n$ paramètres, à savoir λ_j et α_j pour $j=0 \dots n-1$. Le couple (λ_j, α_j) est estimé par la méthode des moindres carrés ordinaire, en minimisant la fonction suivante³³ :

$$(\lambda_j, \alpha_j) = \arg \min (\sum_{i=0}^{n-j-1} (D_{i, j+1} - \alpha_j - \lambda_j * D_{ij})^2)$$

Alors on obtient :

$$\lambda_j^{LC} = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} D_{i, j} * \bar{D}_{j+1} - \bar{D}_j * \bar{D}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} D_{i, j}^2 * \bar{D}_j^2}$$

$$\alpha_j^{LC} = \bar{D}_{j+1} - \lambda_j^{LC} * \bar{D}_j$$

- Tels que :

$$\bar{D}_j = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} D_{i, j}$$

$$\bar{D}_{j+1} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} D_{i, j}$$

Remarque : on rappelle que l'expression de λ_j^{LC} est aussi égale à :

$$\lambda_j^{LC} = \frac{\text{covariance}(col j, col j+1)}{\text{var}(col j)}$$

Dans cette modélisation, le montant cumulé de la colonne $(j+1)$ du triangle inférieur se déduira de celui de j par :

$$\bar{D}_{j+1} = \lambda_j^{LC} * \bar{D}_j + \alpha_j^{LC} \text{ pour } i \geq n-j$$

³³ Etienne Busson, Évaluation du risque de provisionnement à 1 an : Adaptation de la méthode de Merz & Wuthrich à des cas non standards Université de Strasbourg, 2008, page 26

1.2.2/ Limite de la méthode « London Chain » :

- Etant une régression linéaire simple, la méthode « London Chain » ne présente aucune difficulté de mise en œuvre. Cependant la retenir à priori pour l'ensemble des délais de règlement conduit à estimer $2n$ paramètres à partir de $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ données soit un risque de sur-paramétrisation rendant les estimations moins robustes.
- Il est recommandé d'utiliser cette méthode que pour les colonnes où l'hypothèse sous-jacente aux méthodes « Chain Ladder » n'est manifestement pas vérifiée³⁴

On peut citer d'autres méthodes déterministes moins utilisées : Bornhuetter Ferguson, Cape Code, London-pivot, etc, mais la méthode Chain Ladder est ainsi retenue comme « centrale ».

2/ Deuxième section : les méthodes stochastiques.

2.1 /Méthode de Mack :

La version stochastique de Chain Ladder a été introduite par Thomas Mack en 1993³⁵. Cette méthode permet notamment une estimation des erreurs commises lors de l'évaluation de l'espoir de recouvrement par la méthode de Chain Ladder.

Cette méthode s'applique sur le triangle des montants cumulés. Il permet de dégager une estimation de la volatilité de l'estimateur des provisions techniques. Il détermine les espérances connaissant les réalisations du triangle supérieur. Il s'agit d'un modèle non paramétrique dans la mesure où aucune hypothèse de distribution n'y est adoptée sur les composantes du triangle³⁶.

2.1.1/ Hypothèse de la méthode :

Ce modèle non paramétrique repose sur trois hypothèses :

➤ Première hypothèse :

H1 : Il y a indépendance des montants cumulés pour deux années de survenance différentes ; les vecteurs

$$\{ D_{i, 1} \dots, D_{i, n} \} , \{ D_{j, 1} \dots , D_{j, n} \}$$

Sont indépendent pour $i \neq j$

➤ Deuxième hypothèse :

H2 : les estimateurs conditionnels sont sans biais :

$$E (D_{i, j + 1} / D_{i, 1} \dots , D_{i, j}) = D_{i, j} * \lambda_j$$

Pour $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n - 1$

³⁴ Christian Partrat, Eric Lecoeur, Jean-Marie Nessi, Ecaterina Nisipasu et Olivier Reiz : Provisionnement Technique en Assurance Non Vie : Perspectives actuarielles modernes. Assurance Audit Actuariat. Economica, 2007, page 51 à 52.

³⁵ T. Mack, Distribution-free calculation of standard error of Chain Ladder reserve estimates, (1993) – ASTIN Bulletin 23, 213-22.

³⁶ Arnaud Lacoue 2008 : « Mesure du risque de réserve sur un horizon de un an », université Claude Bern rd Lyon 1, ISFA. Page 12.

A partir de ces deux hypothèses il est possible d'étudier l'erreur de prévision (i.e. (i.e. l'écart entre l'estimateur des réserves et la vraie valeur des réserves). L'erreur quadratique moyenne (mean square error) du montant des provisions pour l'année i est estimé par :

$$\text{mse}(\widehat{R}_L) = \widehat{D_{L,n}}^2 \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\sigma_j^2}{\lambda^2} \left(\frac{1}{D_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} D_{i,k}} \right)$$

$$\widehat{\sigma_j^2} = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-1} D_{i,j} \left(\frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}} - \widehat{\lambda_j} \right)^2$$

➤ **Troisième hypothèse:**

H3 : la variance conditionnelle de $D_{i,j}$ est donnée par :

$$\text{Var} \left(\frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}}, D_{i,1}, \dots, D_{i,j} \right) = D_{i,j} * \sigma^2$$

Pour $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n-1$

On peut également en déduire l'erreur quadratique moyenne du montant total des provisions.

❖ **Estimation de la variance des provisions:**

Parmi les mesures de risque les plus connues figure la variance, comme mesure de dispersion elle est facile à calculer et prend en considération l'ensemble des données. La variance de la réserve est une mesure de la fluctuation de la réserve qui peut être causée par un ensemble d'erreurs. Le paramètre de la variance est exprimé par :

$$\widehat{\sigma_j^2} = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-1} D_{i,j} \left(\frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}} - \widehat{\lambda_j} \right)^2$$

Cet estimateur représente la variabilité du triangle des paiements par année de développement j .

❖ **Erreur quadratique moyenne (MSE)³⁷ :**

Elle représente la distance moyenne entre l'estimateur et la vraie valeur de R_i . L'erreur quadratique moyenne : « MSE » mesure l'incertitude présente dans la prévision du montant ultime des provisions ; il est défini par :

$$R_i = \widehat{D}_{i,n} - D_{i,j} \quad ; \quad \text{mse}(\widehat{R}_i) = E[(\widehat{R}_i - R_i)^2 / F] \text{ avec } F = \{D_{i,j} / i + j < n\}.$$

qui représente ensemble des données observables.

Sous les hypothèses (H1), (H2), (H3), $\text{MSE}(\widehat{R}_i)$ peut être estimé par :

$$\widehat{\text{mse}}(\widehat{R}_i) = \widehat{D}_{i,j} \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma_j^2}}{\lambda^2} \left[\frac{1}{D_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} D_{i,k}} \right]$$

³⁷ Mme A. KERDALI. « Modélisation stochastique des provisions technique en assurance non vie » juin 2017 ; ENSSEA. Algérie. Page 66.

Pour définir un intervalle de confiance autour de la provision pour sinistre à payer pour chaque année de survenance, il est nécessaire de définir l'écart type des R_i celui-ci est donné par le calcul de l'erreur standard.

$$Se(\widehat{R}_i) = \sqrt{mse(\widehat{R}_i)}$$

Cependant il devient nécessaire de poser une hypothèse paramétrique sur la forme de la distribution des R_i afin de définir les intervalles de confiance autour de ceux-ci. Classiquement, on utilise la loi normale de moyenne valeur estimée notée (\widehat{R}_i) et écart type (\widehat{R}_i) L'intervalle de confiance à 95% est donné par :

$$[\widehat{R}_i - 1,96 (\widehat{R}_i), \widehat{R}_i + 1,96 se(\widehat{R}_i)]$$

Cependant, il est possible de remettre en cause l'utilisation de la loi normale étant donné la symétrie de sa distribution qui ne semble pas se vérifier en pratique et la possibilité d'obtenir une borne inférieure négative en dépit du fait que le montant de provision espéré ne peut être négatif. Dans cette optique, il est préférable de considérer une modélisation log-normale de paramètre μ, σ^2 .

Les paramètres μ_i, σ_i^2 sont estimés par :

$$\widehat{R}_i = \exp\left(\mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}\right)$$

$$(se(\widehat{R}_i))^2 = \exp(2\mu_i + \sigma_i^2) * (\exp(\sigma_i^2) - 1)$$

D'où :

$$\sigma_i^2 = \ln\left(1 + \frac{(se(\widehat{R}_i))^2}{\widehat{R}_i}\right)$$

$$\mu_i = \ln(\widehat{R}_i) - \frac{\sigma_i^2}{2}$$

L'intervalle de confiance à 95% est donné par :

$$IC = [\widehat{R}_i * \exp\left(-\frac{\sigma_i^2}{2} - 1,96 \sigma_i^2\right), \widehat{R}_i \exp\left(-\frac{\sigma_i^2}{2} + 1,96 \sigma_i^2\right)]$$

2.1.2/ Limite de la méthode de Mack³⁸ :

- Le modèle de Mack a notamment été adapté afin de tenir compte de l'application de la contrainte. L'hypothèse d'une distribution log-normale des recouvrements a permis de construire un intervalle de confiance autour de la provision de recours. Néanmoins, l'application de la contrainte rend difficile le calcul de l'erreur quadratique moyenne et de ce fait la généralisation de cette méthode pour un usage régulier.
- L'une des principales limites de cette méthode est la sous-estimation de la perte finale du MSEF dans le cas où le nombre de données exclues est important. L'une des solutions possibles pour surmonter cette difficulté est de mettre dans la mesure de l'approche existante proposée par Mack (1999).

³⁸ Przemyslaw Sloma. Mai 2016. Disponible sur www.variancejournal.org

- Les modélisations par une loi normale et par une loi log normale fournissent des résultats peu différents. Par mesure de prudence, on calculera la marge de risque à l'aide des deux modélisations, et on retiendra la plus élevée.

Si les hypothèses du modèle de Mack ne sont pas vérifiées, on peut mettre en œuvre la méthode du Bootstrap.

2.2/ Méthode de Bootstrap :³⁹

Le bootstrap est une théorie assez récente introduite par Bradley Efron en 1979. La méthode consiste à fabriquer de l'information à partir de rien. Elle permet de fournir des réponses là où d'autres méthodes ne sont pas applicables (manque d'informations, calculs impossibles, ...). Elle se base sur le principe du ré-échantillonnage.

Soit $X = (X_1, \dots, X_n)$ un échantillon initial de variables aléatoires réelles indépendantes et identiquement distribuées. On note θ la variable aléatoire dont on veut déterminer un intervalle de confiance, et $\hat{\theta} = f(X_1, \dots, X_n)$ l'estimation de θ à partir de l'échantillon initial.

A partir de cet échantillon initial, on construit un échantillon bootstrap. On effectue un tirage au sort avec remise de n éléments parmi les n variables de l'échantillon initial, où chaque réalisation a la même probabilité de tirage, qui est donc $\frac{1}{n}$. Cet échantillon bootstrap généré est noté $X^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)$. On peut alors estimer une nouvelle fois θ , mais cette fois à partir de l'échantillon bootstrap : $\hat{\theta}^* = f(X_1^*, \dots, X_n^*)$.

On renouvelle cette procédure B fois afin d'obtenir B échantillons bootstrap, $X^{*(K)} = (X_1^{*(K)}, \dots, X_n^{*(K)})$ pour $k \in \{1, \dots, B\}$, à partir desquels on estime B fois la variable θ : $\hat{\theta}^{*(K)} = f(X_1^{*(K)}, \dots, X_n^{*(K)})$ pour $k \in \{1, \dots, B\}$.

À partir de ces B observations, pour B suffisamment grand, on est en mesure d'estimer la distribution empirique suivie par la variable aléatoire θ , ainsi que sa moyenne empirique et son écart-type empirique.

$$\text{Moyenne empirique : } \bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{k=1}^B \hat{\theta}^{*(K)}.$$

$$\text{Écart-type empirique : } \sigma_{\hat{\theta}^*} = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{k=1}^B (\hat{\theta}^{*(K)} - \bar{\theta}^*)^2}.$$

Si la distribution empirique peut être approximée grâce à une loi connue, on peut fournir un intervalle de confiance pour la variable θ à un certain niveau de confiance $1-\alpha$.

³⁹ Jean-Baptiste CROGUENNEC « MÉTHODES DE CALCUL DES PROVISIONS TECHNIQUES EN PRÉVOYANCE ARRÊT DE TRAVAIL - CAS PARTICULIER DE LA FONCTION PUBLIQUE ». Bretagne 2009, page 62.

2.2.1/ Hypothèse de la méthode :

On souhaite obtenir un intervalle de confiance pour la variable aléatoire R qui modélise le montant de la provision technique. Pour cela, on se base sur les règlements des années précédentes. Cependant, on ne peut pas utiliser directement le triangle des règlements cumulés car ces variables ne sont pas indépendantes. En effet, excepté ceux de la première colonne, les montants cumulés dépendent des observations précédentes. Afin de contourner ce problème de non-indépendance, le ré-échantillonnage ne s'effectuera pas sur les règlements cumulés mais sur des résidus, qui seront définis plus tard, calculés à partir de ces observations. Voici la procédure à suivre :

- À partir du triangle des règlements cumulés, on calcule les coefficients de développement de la même manière que dans la méthode de Chain Ladder :

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=n}^{n-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j}} \quad \text{pour } j \in \{1, \dots, n-1\}$$

- Grâce à ces coefficients et à la diagonale du triangle des règlements cumulés, c'est-à-dire les dernières valeurs observées, on calcule un nouveau triangle, que l'on appelle triangle prédit des règlements cumulés et que l'on note (D_i, j) .

$$D_{i,j} = \frac{1}{\hat{\lambda}_j} * D_{i,j+1} = \frac{1}{\prod_{k=j}^{n-1} \hat{\lambda}_k} * C_{i,j-i+1} \quad i \in \{1, \dots, n-1\}, j \in \{1, \dots, n-1\}$$

- On décumule le triangle des règlements cumulés (C_i, j) et le triangle prédit des règlements cumulés (D_i, j) afin d'obtenir le triangle des règlements non cumulés (Y_i, j) et le triangle prédit des règlements non-cumulés, noté (Z_i, j) :

$$Y_{i,1} = C_{i,1} \text{ et } Z_{i,1} = D_{i,j} \quad i \in \{1, \dots, n\}.$$

$$Y_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1} \quad \text{et } Z_{i,j} = D_{i,j} - D_{i,j-1} \quad i \in \{1, \dots, n-1\}, j \in \{2, \dots, n-i+1\}.$$

- À l'aide de ces deux nouveaux triangles, on calcule le triangle des résidus de Pearson, noté $(r_{i,j})$:

$$r_{i,j} = \frac{y_{i,j} - z_{i,j}}{\sqrt{z_{i,j}}} \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad j \in \{1, \dots, n-i+1\}.$$

Ces résidus sont indépendants et identiquement distribués, excepté les deux situés aux extrémités de la diagonale qui sont nuls par construction, et devront donc être exclus du ré-échantillonnage.

- Ces résidus sont ensuite ré-échantillonnés aléatoirement avec remise pour former un triangle des résidus « bootstrap » que l'on note (r_{i,j^*}) . On effectue ensuite le chemin inverse : on calcule le triangle des règlements non-cumulés « bootstrap » (Y_i, j^*) :

$$Y_{i,j^*} = Z_{i,j} + r_{i,j^*} * \sqrt{z_{i,j}} \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad j \in \{1, \dots, n-i+1\}$$

Grâce auquel on détermine le triangle des règlements cumulés « bootstrap » (C_i, j^*) :

$$C_i, j^* = \sum_{k=1}^j Y_{i, k^*} \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad j \in \{1, \dots, n-i+1\}$$

Ce triangle nous permet alors de calculer un montant de provision R^* « bootstrap » à l'aide de la méthode de Chain Ladder.

On réitère B fois cette dernière étape, afin d'obtenir un échantillon de B observations de la variable R. On peut alors calculer sa moyenne et son écart-type empirique :

$$\text{Moyenne empirique : } \bar{R} = \frac{1}{B} \sum_{k=1}^B \widehat{R}^{*(k)}$$

$$\text{Écart-type empirique : } \hat{\sigma} = \frac{1}{B-1} \sum_{k=1}^B (\widehat{R}^{*(k)} - \bar{R})^2$$

2.2.2/ Limites de bootstrap :

- La principale critique faite à la méthode du bootstrap est qu'elle ne peut s'appliquer que sur un triangle de règlements strictement croissant. Cette méthode n'est donc pas applicable sur des triangles de règlements nets de recours. De plus, le temps d'exécution peut être long, notamment pour un nombre de simulations très important⁴⁰.
- La méthode de Bootstrap impose de choisir un modèle d'estimation des paramètres, de définir l'expression des résidus et de déterminer une méthode de rééchantillonnage.⁴¹

⁴⁰Christine BUI « Evaluation de l'incertitude dans le provisionnement d'une société d'assurance non vie monobranche ».France Page 66.

⁴¹Arthur CHARPENTIER « Méthodes de provisionnement et analyse de la solvabilité d'une entreprise d'assurance non-vie ».France.2003.Page 26

Conclusion :

La méthode déterministe décrite ci-dessus permet d'estimer le montant moyen que la compagnie d'assurance devra payer à l'avenir pour les réclamations déjà parues. Le principal inconvénient de ces méthodes est le fait qu'elles ne tiennent compte que de la valeur des variables à expliquer, mais pas aléatoire. Cependant, la compagnie d'assurance n'a aucune information sur la volatilité de cette estimation.

La méthode stochastique a pour but de répondre à cette contrainte de vision au bout de la promesse. Une estimation de l'incertitude finale associée au PSAP, la plus populaire technique est celle de Mack basée sur la méthode de Chain- Ladder.

Cette vision à un an du risque répond aux exigences du projet « Solvabilité II ».

- Parmi les avantages cités en faveur des modèles stochastiques, nous pouvons mentionner⁴² :
 - Les hypothèses sont explicites: Permettent la vérification de ces hypothèses avec une grande variété des techniques.
 - Donnent la valeur de l'espérance des paiements futurs ainsi que la variabilité d'où un intervalle de confiance et une estimation de l'erreur. Les modèles déterministes, ne nous donnent pas un indicateur sur la différence entre l'estimation effectuée et la valeur réelle théorique.
 - L'approche stochastique nous donne la possibilité de tester via des indicateurs et des hypothèses retenues pour le modèle sont vérifiées.

- Parmi les inconvénients de la modélisation stochastique nous pouvons citer :
 - Les hypothèses sont souvent loin d'être simples et donc irréalistes.
 - L'implémentation informatique est plus complexe à mettre en place que celle des méthodes déterministes.
 - Pour illustrer les résultats de ces approches nous utiliserons des données liées au portefeuille d'une compagnie d'assurance, ce qui sera l'objet du prochain chapitre

⁴² Mehireche Moussa, Estimation des provisions techniques par les méthodes stochastiques en assurance Non- vie, IFID, 2013, page 62.

CHAPITRE 3 :
APPLICATIONS SUR
DES DONNÉES
RÉELLES DE LA
COMPAGNIE
NATIONALE
D'ASSURANCE SAA.

Introduction :

Dans cette application numérique, nous allons procéder à une application des différentes méthodes décrites dans les premiers chapitres tout en nous servant des données provenant de la Société Algérienne des Assurances (SAA), afin de déterminer le montant des Best Estimates des provisions.

Nous avons réparti ce chapitre en deux sections : la première section concerne les principaux indicateurs de la branche automobile dans le portefeuille de la SAA. La deuxième section est consacrée à la mise en pratique de la méthode Chain Ladder et de la méthode stochastique de Mack fera l'objet d'une analyse comparative des résultats obtenus par les différentes méthodes et les résultats obtenus par la compagnie.

1/Première section : principaux indicateurs de la branche automobile dans le portefeuille de la SAA.

1.1/ Spécification et importance de la branche « assurance auto» :

La branche automobile occupe la première place au rang des émissions des compagnies d'assurance en Algérie avec un chiffre d'affaire de 62.8 milliards de DA durant l'exercice 2020. A signaler que cette branche représente 50% du marché pour l'exercice 2020.

L'assurance automobile a pour principale fonction de prévoir l'indemnisation des dommages pouvant être causés à un tiers par un conducteur.

1.2/Cadre juridique et technique de l'assurance automobile :⁴³

1.2.1/ Textes législatifs régissant l'assurance automobile :

- L'ordonnance N° 74-15, du 30 janvier 1974, relative à l'obligation d'assurance des véhicules automobile et au régime d'indemnisation.
- La loi N° 88-31 du 19 juillet 1988 modifiant et complétant l'ordonnance 74-15: cette loi a amélioré les indemnités à verser aux victimes des accidents de la circulation routière.
- L'ordonnance N° 95-07, du 25/01/1995, relative aux assurances : par ce texte, le législateur avait abrogé la loi 80-07 relative aux assurances ainsi que certains textes subséquents, notamment ceux relatifs au monopole de l'Etat sur les opérations d'assurance (ouverture du marché aux privés).
- La loi 06/04, du 20 février 2006, modifiant et complétant l'ordonnance 95-07 relative aux assurances: cette loi a porté essentiellement sur le renforcement du rôle de l'Etat sur les opérations d'assurance. En matière d'indemnisation, ce texte a donné la faculté aux compagnies d'assurance de fournir des prestations en nature « assistance » (article 02 de la loi 06-04).

1.2.2/ Textes règlementaires régissant l'assurance automobile :

- Le décret N° 80-34 du 16 février 1980 fixant les conditions d'application de l'article 07 de l'ordonnance 74-15: ce texte a fixé : l'étendu de l'obligation d'assurance automobile, les exclusions et les déchéances applicables dans le cadre de la garantie RC automobile.
- Le décret N°80-35 du 16 février 1980 fixant, en ce qui concerne les procédures relatives à l'enquête et à la constatation des dommages.
- Le décret N°80-36 du 16 février 1980 fixant, en ce qui concerne le mode d'évaluation et de révision des taux d'incapacité, de l'article 20 de l'ordonnance 74-15.
- Le décret N°80-37 du 16 février 1980 fixant les conditions d'application des articles 32 et 34 de l'ordonnance 74-15 et relatifs aux règles de fonctionnement et aux mécanismes d'intervention du fonds spécial d'indemnisation (Ex-FSI, actuellement FGA).

⁴³ H. BOUFIDJELINE division automobile SAA. « Les Bases Techniques de l'Assurance ». Mars 2021. Algérie. page26

1.2.3/ Les garanties du contrat « ASSURANCE AUTOMOBILE » :

Ces garanties sont scindées en deux catégories : la garantie de base obligatoire (RC) et les garanties facultatives.

- **La garantie responsabilité civile (RC) :**

L'assuré doit souscrire selon le premier article de l'ordonnance n° 74-15 du 30 janvier 1974 une garantie Responsabilité Civile (RC), c'est un contrat qui garantit les conséquences encourues par l'assuré lorsque celui-ci cause un dommage matériel, immatériel ou corporel à un tiers que ce soit par inattention, négligence ou imprudence⁴⁴.

- **Les garanties relatives aux dommages subis par le véhicule assuré :**

Il existe d'autres garanties non obligatoires laissées au libre choix de l'assuré puisqu'elles concernent uniquement les dommages que peut subir son véhicule. En ce qui concerne ces garanties, les tarifs sont établis par la compagnie d'assurance mais doivent être visés par le ministère des finances avant toute application.

- **La garantie vol-incendie :**

- ❖ **Le vol :** Comme son nom l'indique, la garantie « Vol » vous couvre du vol de votre véhicule et des dommages dus à une tentative de vol (forçage de la serrure, modification des branchements électriques, etc...) ⁴⁵ donc elle garantit :

- ✓ Les dommages résultant de sa disparition ou de sa détérioration.
- ✓ Les frais engagés par l'assuré, par voie de justice ou avec l'accord de la société, pour sa récupération.
- ✓ La société garantit, en outre, les pneumatiques ainsi que les accessoires et les pièces de rechange dont le catalogue du constructeur prévoit la livraison en même temps que celle du véhicule.

- ❖ **L'incendie :** est une protection facultative utile lorsque le véhicule couvert par le contrat d'assurance subit des dommages liés à un incendie ou à une explosion⁴⁶.

- **La garantie Bris de Glace :**

Elle a pour objectif d'assurer le remboursement des dommages causés aux pare-brise, lunette arrière, glaces latérales, par projection de cailloux, de gravillons ou autres corps. L'assurance s'exerce indifféremment que le dit véhicule soit en mouvement ou à l'arrêt.

⁴⁴ Qu'est ce que l'assurance responsabilité civil. Page1. Disponible sur www.heyeme.car .

⁴⁵ La garantie vol 'assurance auto' .page 1. Disponible sur www.lolivier.com.

⁴⁶ Garantie incendie. Disponible sur www.lelyn.com.

- **La garantie Défense-Recours :**

La compagnie garantit à concurrence de la somme fixée au contrat, la défense des intérêts civils de l'assuré devant les juridictions concernées, lorsque sa responsabilité est mise en cause du fait de l'utilisation des véhicules désignés au contrat.

- **La garantie catastrophe naturelles ou technologique**

La voiture est couverte contre les dégâts matériels causés par une l'assurance catastrophe naturelle (inondation, tremblement de terre, avalanche, raz de marée...) ou une catastrophe technologique (stockage souterrain de produits dangereux, transport de matières dangereuses...). Dans un cas comme dans l'autre, l'état de catastrophe doit faire l'objet d'un arrêté interministériel au Journal officiel pour que l'assurance puisse indemniser le propriétaire.

- **Dommmages causés au véhicule :**

Assurance Tous Risques en cas de collision avec un autre véhicule, de choc contre un corps fixe ou mobile, ou de renversement sans collision préalable du véhicule assuré, la société garantit le paiement de la réparation des dommages que cet événement a causés au véhicule assuré ou aux accessoires ou pièces de rechange prévues dans le catalogue du constructeur.

- **Dommmage – Collision :**

En cas de collision survenant hors des garages, remises ou propriétés, occupés par l'assuré, entre le véhicule assuré et, soit un piéton identifié, soit un véhicule ou animal domestique appartenant à un tiers identifié, la compagnie d'assurance garantit à l'assuré le paiement de la réparation des dommages que cette collision aura causés au véhicule assuré.

- **L'Assistance Automobile :**

Récemment introduite, après la promulgation de la loi 06-04 modifiant et complétant l'ordonnance 95-07, cette garantie permet aux assureurs, par le biais d'un assistant, d'offrir des prestations aux assurés (dépannage, remorquage, frais d'hôtel ou de déplacement,...

1.3/ Note de conjoncture de la branche automobile :

1.3.1/ Evolution du Chiffre d'affaires de la branche automobile :

Le tableau ci-dessous représente l'évolution du chiffre d'affaires de la société nationale d'assurance (SAA) entre 2019 et 2020.

Tableau n° 1: Evolutions du chiffre d'affaires de la SAA (2019/2020) :

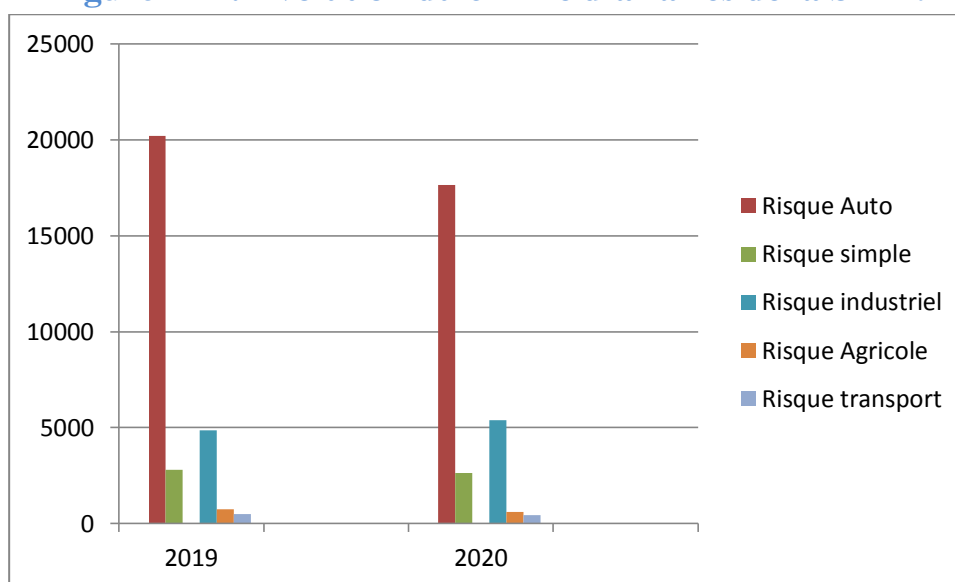
Branches	2019		2020	
	CA (milliards de	Part %	CA (milliards de	Part %
Risque Auto	20218	69.43 %	17640	66.05 %
Risque simple Et divers	2811	9.65 %	2633	9.86 %
Risque industriel	4845	15.55 %	5380	20.15 %
Risque Agricole	750	2.58 %	611	2.29 %
Risque transport	485	1.67 %	444	1.66 %
Totale	29110		26708	

Source : rapport de gestion du conseil d'administration de la SAA (exercice 2020)

Le chiffre d'affaires réalisé par la SAA en **2020** est estimé a **26.7** milliards de dinars contre **29.1** milliards de dinars en **2019**.

L'assurance automobile domine les réalisations de la SAA. Toutefois, cette dominance se réduit d'année en année au profit des autres risques, confortant ainsi la stratégie de diversification du portefeuille prônée par la société.

Figure n° 1: Evolution du chiffre d'affaires de la SAA :



Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°1

D'après le graphique n°1, on déduit les informations suivantes :

La compagnie SAA a enregistré une décroissance du chiffre d'affaires entre l'année 2019 et 2020, passant de **29.1** milliard de dinars en 2019 à **26.7** milliards en 2020.

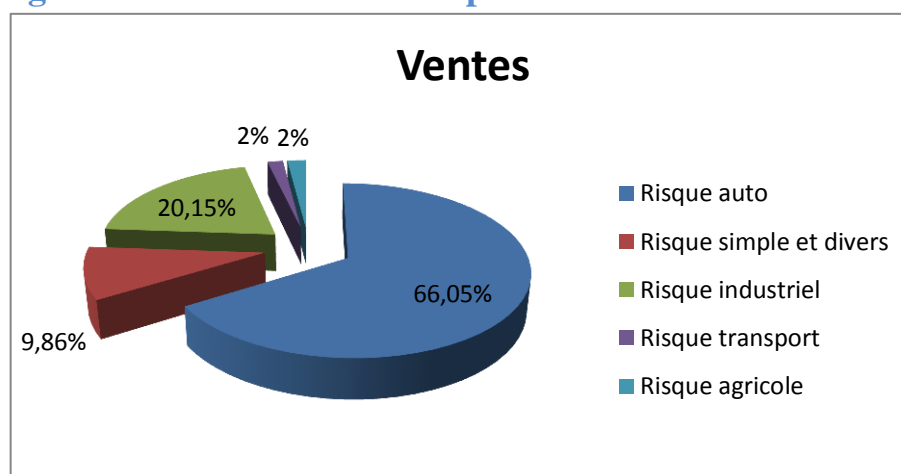
En 2020, les émissions au titre de cette branche sont de l'ordre de **17 640 Millions de DA**, avec un taux de réalisation des objectifs de **89%**, et un recul de **13%** comparativement à l'exercice précédent.

Cette régression reflète la tendance globale du secteur qui a enregistré, a la fin **2020**, un recul d'environ **-9%** des émissions de la branche automobile, en raison de la suspension de l'activité de montage automobile, des importations des véhicules, de l'application de la taxe sur les véhicules de tourisme et engins roulants, et des effets de la situation sanitaire liée a la COVID-19, qui ont des conséquences directes sur le niveau d'activité et le chiffre d'affaire de la branche.

1.3.2/ La place de la branche automobile comparativement aux autres branches :

Pour illustrer le poids de la branche automobile, il est utile de présenter la part de cette dernière dans la production globale et ce, pour l'année 2020 :

Figure n° 2 : La structure du portefeuille de la SAA en 2020



Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°1

Le montant des primes émises de la branche automobile en 2020, représente **66 %** du portefeuille de la société algérienne des assurances SAA. Conservant sa première place parmi les autres branches d'activité.

1.3.3/ La Structure des indemnisations de la SAA :

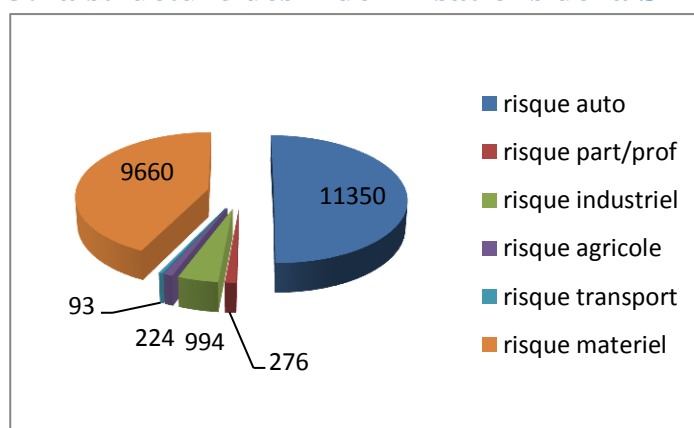
Voici le tableau suivant :

Tableau n° 2 : Structure des indemnisations de la SAA en 2019 et 2020 :

	2019	2020
Branches	Règlement (milliards de DA)	Règlement (milliards de DA)
Risque Auto	14552	11350
Risque part/prof	337	276
Risque industriel	1074	994
Risque Agricole	175	224
Risque transport	148	93
Risque matériel	12227	9660
Risque corporel	2325	1690
Totale	30838	24287

Source : rapport de gestion du conseil d'administration de la SAA (exercice 2020)

Figure n° 3: la structure des indemnisations de la SAA en 2020 :



Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°2

D'après le tableau et la figure ci-dessus, il faut noter que le montant des indemnisations versé par la SAA au titre de la branche automobile en 2020 s'élève à **11350 millions de dinars**, contre **14522 millions de dinars** en 2019, soit une régression de 22%, due à la déclaration tardive de certains sinistres ainsi qu'au ralentissement de l'activité du réseau en raison des mesures sanitaires.

1.4/ Motivation du choix de la branche à analyser :

Notre choix a été porté sur la branche automobile, il a été motivé par les raisons suivantes :

- Le portefeuille de l'étude contient le risque automobile pour la principale raison est que le contrat de base de la responsabilité civile automobile est obligatoire pour tout véhicule en circulation.
C'est grâce à ce contrat que la victime d'un accident automobile sera indemnisée par l'assureur du responsable du sinistre.
- La branche automobile représente un risque implorant sur le marché des assurances, en termes de chiffre d'affaire et en matière des règlements des sinistres.
- La branche automobile est considérée étant la branche la plus réglementée.
- La responsabilité civile matérielle en assurance automobile représente un risque court ce qui nous permet, vu la faible profondeur de notre historique, d'avoir des données fiables et complètes.
- Les montants constatés dans le triangle de liquidation est suffisamment importants pour être significatif.

Les données qui seront présentées par la suite dans cette étude de cas, sont déflatées, c'est-à-dire, qu'on fait l'hypothèse implicite d'une inflation constante sur toute la période d'observation.

2/Deuxième section : Mise en pratique des méthodes déterministes et stochastique de provisionnement

Dans cette section, nous allons présenter les résultats des méthodes déterministes, choisissons particulièrement, d'analyser la méthode « Chain Ladder », et montrer comment elle peut être utilisée pour estimer les provisions pour sinistres à payer ; afin d'expliquer les insuffisances qui en découlent. L'exercice concernera essentiellement les éléments portant sur le triangle des règlements des dossiers sinistres pour la responsabilité civile afférents aux dommages matériels de la branche automobile.

- **Présentation des données de la garantie « RC matériel » de la branche automobile :**

Notre étude de cas, touche un domaine de l'assurance dommages, les statistiques qui seront présentées dans cette partie sont tirées de la base de données des bilans, incluant les règlements (paiements de sinistres) de la garantie « responsabilité civile » au titre des dommages matériels survenus entre l'année **2016** et **2020** de la société nationale d'assurance SAA.

Le nombre d'années de développement **n** dans notre cas est donc égale à **5**.

Nous représentons ci-dessous le triangle des règlements de cette garantie accordé par la SAA.

· Triangle des règlements non cumulés (incrément) entre 2016 et 2020 :

Tableau 3 : Les règlements non cumulés

Année d'origine Exercice	Année de développement				
	Délai				
	1	2	3	4	5
2016	1023774553	1005855324	451893734	248471245	120957382
2017	1026790038	992263787	387976044	173844511	
2018	1089318679	959373208	323030451		
2019	1078421792	803124346			
2020	852127478				

Source : base de données de la SAA

Commentaire :

Chaque ligne de ce triangle ci-dessus, représente les montants des règlements versés au titre de la garantie **RC** matériel au cours du temps pour une année de survenance **N**.

Chaque ligne représente les sommes successivement versées par la compagnie SAA au titre des sinistres survenus au cours de l'année **N**.

A titre d'exemple, la valeur **387 976 044 DA** indique qu'en **2019**, le montant des indemnités versé au titre des sinistres survenus en 2017 est de **387 976 044 DA**

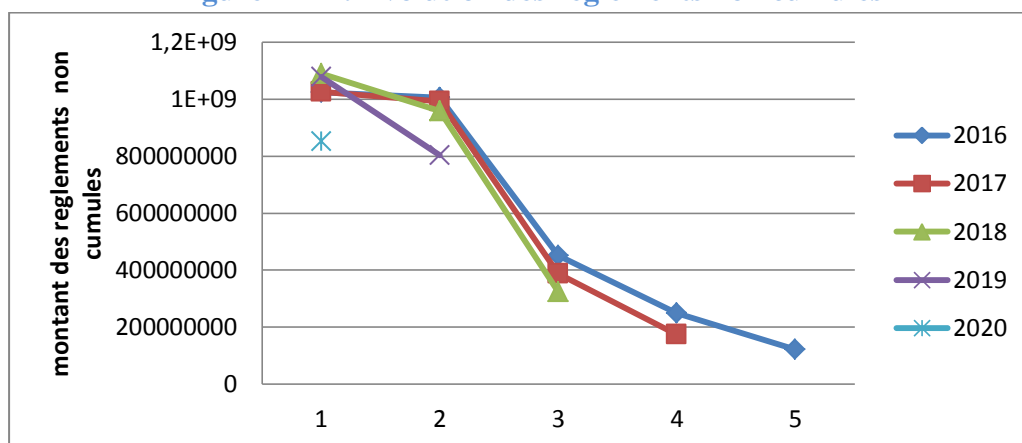
Le dernier montant sur chaque ligne, correspond à la charge totale des sinistres survenus au cours de l'année **N**, vue en **2020**.

A titre d'exemple, le dernier montant sur la première ligne qui est de **120957382 DA**, correspond à la charge totale des sinistres survenus en **2016** vue en **2020**.

• Evolution des paiements non cumulés :

D'après le graphique ci-dessous, nous remarquons que les montants des règlements des sinistres vont en baisse, en se rapprochant des dernières années de développement, ce qui nous amène à dire que la compagnie a indemnisé la plus grande partie de ces sinistres ; dès les premières années qui suivent la date de déclaration du sinistre

Figure n° 4 : Evolution des règlements non cumulés



Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°3

2.1/ Application de la méthode Chain Ladder au triangle des données :

Nous allons nous poser la question de la qualité des estimations de provisions obtenus lorsque l'on utilise la méthode « Chain Ladder ».

2.1.1/Estimations des paramètres de « Chain Ladder » :

Pour l'exécution des calculs sur la base de « Chain Ladder », les données doivent être présentées sous forme de triangles de liquidation, les sinistres sont agrégés par année de survenance et par année de développement. Aucune distinction n'est faite entre les sinistres clos et les sinistres en cours d'étude. Ce qui explique le passage entre deux années de développement.

En pratique, le problème revient à déterminer toute la partie inférieure du triangle.

2.1.2/ Triangle des règlements cumulés :

A partir du tableau des incréments, en cumulant les règlements par année de survenance, on obtient le tableau suivant :

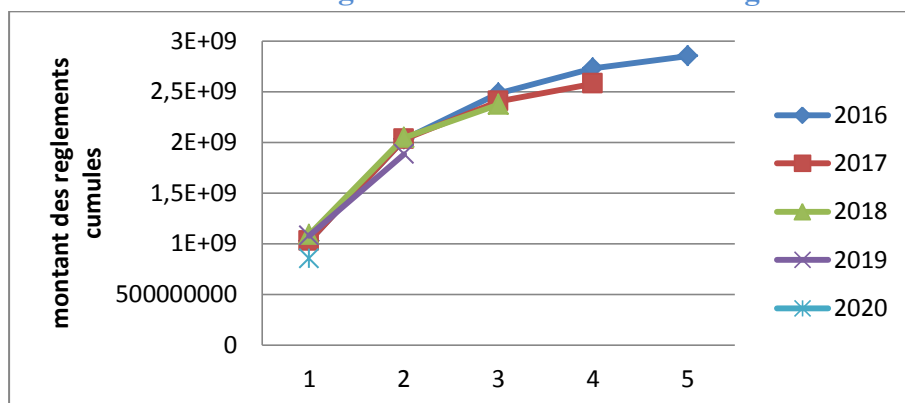
Tableau n° 4: Les règlements cumulés

Année d'origine Exercice	Année de développement				
	Délai				
	1	2	3	4	5
2016	1023774553	2029629877	2481523611	2729994856	2850952238
2017	1026790038	2019053825	2407029869	2580874380	
2018	1089318679	2048691887	2371722338		
2019	1078421792	1881546138			
2020	852127478				

Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°3

A partir du triangle (tableau n° 4) des paiements cumulés, on obtient le graphe suivant qui explique l'évolution des règlements cumulés

Figure n° 5 : L'évolution des règlements cumulés



Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°4

2.1.3/ Détermination des facteurs de développement:

L'évaluation des facteurs de développement « Chain Ladder » reflète le passage du cumul des sinistres d'une année de développement à l'autre. Ils s'obtiennent suivant la formule suivante:

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=n}^{n-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j}}$$

L'application de cette formule aboutit aux facteurs de développement ci-après :

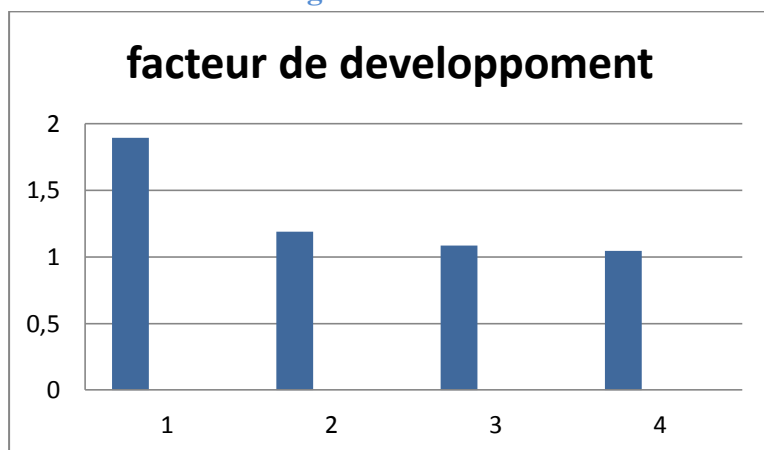
Tableau n°5: Estimation des facteurs de développement

j	1	2	3	4
λ_j	1.891499	1.190721	1.086389	1.044307

Source : Elaboré par nos soins

Une évolution des facteurs de développement est présentée ci-dessous :

Figure n° 6 : Evolution des facteurs de développement



Source : Élaboré par nos soins d'après le tableau n°5

D'après le graphique ci-dessus, nous constatons une évolution décroissante des facteurs de développement, ces facteurs ont plutôt tendance à diminuer lorsque les années de survenance augmentent. Ceci traduit la baisse du cumul des paiements effectués durant une durée déterminée.

- **Complétion du triangle des paiements cumulés :**

Une fois les facteurs de développement λ_j déterminés, il est possible de compléter la matrice. Le tableau n°6 montre en gras les paiements qui ont été calculés par la méthode Chain-Ladder.

Tableau n°6: Rectangle des paiements cumulés complété selon la méthode Chain Ladder

Année d'origine Exercice	Année de développement				
	Délai				
	1	2	3	4	5
2016	1023774553	2029629877	2481523611	2729994856	2850952238
2017	1026790038	2019053825	2407029869	2580874380	2695224708
2018	1089318679	2048691887	2371722338	2576612336	2690773827
2019	1078421792	1881546138	2240397320	2433942321	2541782557
2020	852127478	1611798660	1919203216	2085000677	2177380420

Source : élaboré par nos soins d'après le tableau n°3 et 5

Une fois que le triangle de paiement a été complété, il est possible de connaître une estimation des réserves nécessaires. Pour chaque année, le paiement total relatif à une année de survenance se trouve dans la dernière colonne, sur la ligne correspondante.

Les provisions à constituer sont déduites selon la formule suivante :

$$R_i = \hat{D}_i - D_{i,n-t+1}$$

Ainsi, la provision globale se déduit comme suit :

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Tableau n° 7 : Charges futures et des provisions « Chain Ladder »

	Dernier règlement	Charge ultime	Provisions
	2850952238	2850952238	0
	2580874380	2695224708	114350328
	2371722338	2690773827	319051489
	1881546138	2541782557	660236419
	852127478	2177380420	1325252942
Total	10537222572	12956113750	2418891178

Source : Elaboré par nos soins

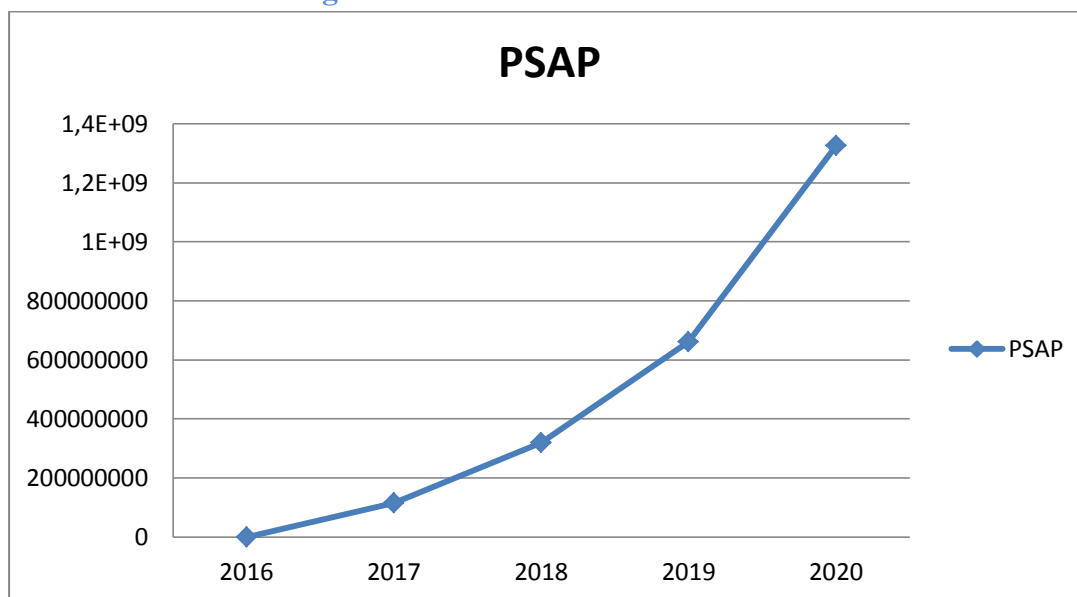
Nous constatons que la provision afférente à la première année de survenance (**2016**) est nulle; la première ligne du triangle étant close. Plus exactement, nous supposons qu'il y a plus de déclarations tardives au-delà des 5 années après l'année de survenance des sinistres.

Le Best Estimate de la provision « Chain Ladder » constitué en fin 2020 pour la garantie RC « Dommages Matériels » est donc de **2418891178** DA.

Ce montant de provision dûment estimé fait l'objet de comparaison avec les montants estimés par l'application des autres méthodes que nous allons traiter ultérieurement.

2.1.4/ Evolution du montant des provisions « Chain Ladder » par année de survenance :

Figure N° 7 : Evolution des PSAP «Chain Ladder »



Source : Elaboré par nos soins d'après le tableau n °7

Les provisions pour SAP augmentent en se rapprochant de l'année 2019, car plus l'année de survenance est récente, plus le nombre d'années nécessaire pour indemniser et liquider l'ensemble des sinistres survenus cette année, est important.

2.1.5/ Validation des hypothèses de « Chain Ladder » :

Les hypothèses sous-jacentes à la méthode « Chain Ladder » doivent naturellement être validées.

H1 : $\{D_{i,1} \dots D_{i,n}\}, \{D_{j,1} \dots D_{j,n}\}$ avec $i \neq j$ sont indépendants

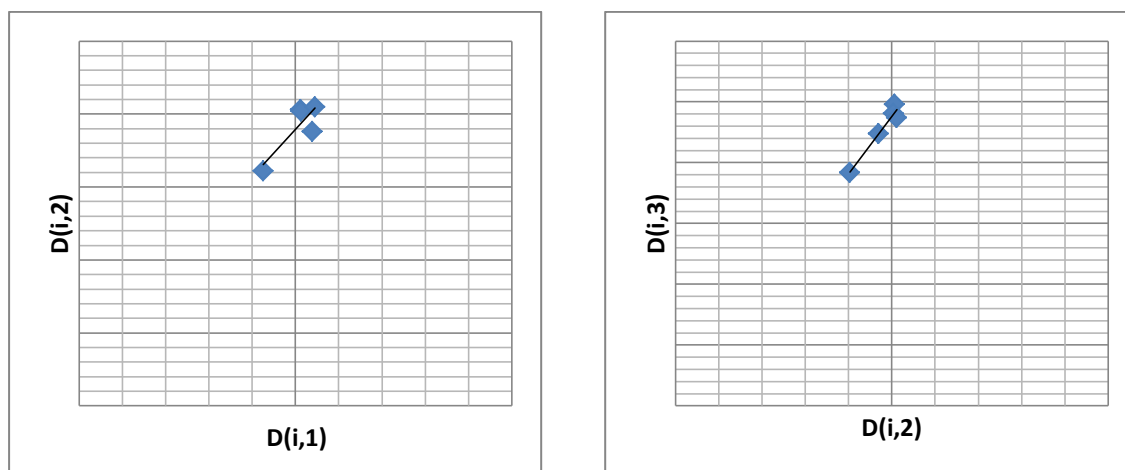
Un test d'indépendance des années de survenance consiste à étudier l'absence d'effet calendaire. Concrètement, nous comparons pour chaque diagonale, les cadences des règlements individuelles avec celles observées pour l'ensemble du triangle. Dans le domaine des assurances, cette hypothèse est souvent vérifiée.

H2 : $E \{D_{i,j+1} / D_{i,1} \dots D_{j,n}\} = \lambda_j * D_{i,j}$

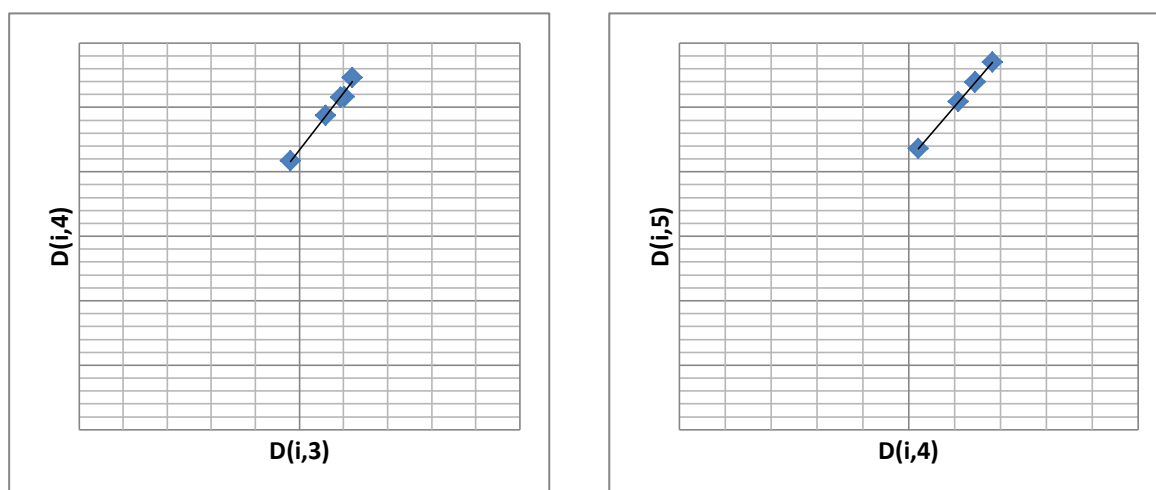
Afin de mieux comprendre cette hypothèse, on examine le type de graphiques suivants :

- Pour k fixé, on construit le graphique de $D_{i,k+1}$ en fonction de $D_{i,k}$ et on observe si les points sont proches de la droite (passant par l'origine) et de la pente λ_j .

Figure n° 8 : Hypothèse H2- Alignements des couples



Source : Elaboré par nos soins d'après le tableau n° 6.



Au vu des graphiques, nous pouvons conclure que l'hypothèse H2 relative au modèle de Chain Ladder est bien vérifiée :

Nous examinons le cas de $k=1$ et $k=2$ de notre triangle des paiements cumulés.

D'après les graphes, nous constatons que cette hypothèse n'est pas vraiment vérifiée pour $k=1,2$. Mais à partir de la troisième année de développement, nous remarquons que les montants des règlements suivent de près la droite passant par l'origine et de la pente λ_j

Le non vérification de cette hypothèse pour $k=1,2$ peut être justifié comme suit :

Les années de développement passées ne couvrent pas les mêmes risques que les nouvelles. Il y a donc un risque de modification du comportement des assurés

En effet, ces hypothèses semblent pratiquement vérifiées ; ce qui nous permet de valider la méthode « Chain Ladder ».

2.2/ Méthode de MACK :

2.2.1/ Mise en pratique de la méthode stochastique « Mack » :

Nous appellerons modèles récursifs, les modèles dont les hypothèses relatives aux règlements sont exprimées conditionnellement aux règlements des années de développement précédentes.

De nombreuses extensions stochastiques du modèle de Chain Ladder, qui permettent d'obtenir des résultats identiques ou proches de ce dernier, ont été développées dans le but de fournir une estimation de la volatilité des réserves et ainsi d'associer un niveau de risque autour du best estimate.

Ces modèles sont donc récursifs, dans le sens où pour déterminer un règlement futur, nous devons estimer celui de l'année de développement précédent.

Le model Mack définit une extension stochastique au Chain Ladder. En ajoutant une hypothèse à ce dernier modèle, il permet d'introduire la notion de volatilité autour de l'estimation des règlements futurs.

Pour pouvoir déceler les insuffisances jointes à la méthode déterministe « Chain Ladder », nous entamons le modèle de Mack, premier modèle stochastique permettant de déterminer des mesures de risques autour du montant des provisions estimées.

2.2.2/ Vérifications des hypothèses de Mack :

Les deux premières hypothèses de Mack sont similaires à celles du Chain Ladder. Seule l'hypothèse H3, relative à la variance des moments cumulés et implicitement sous-jacente au modèle de Chain Ladder, est ici reformulée.

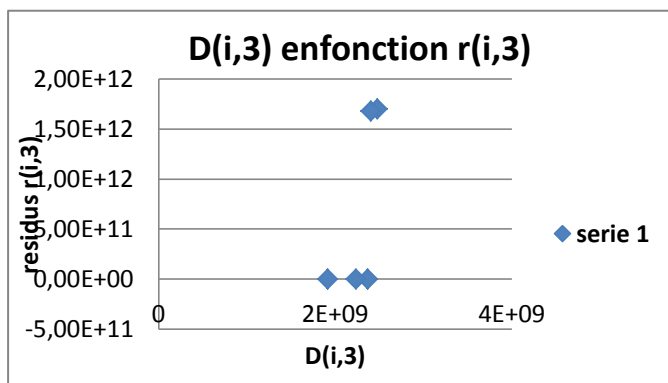
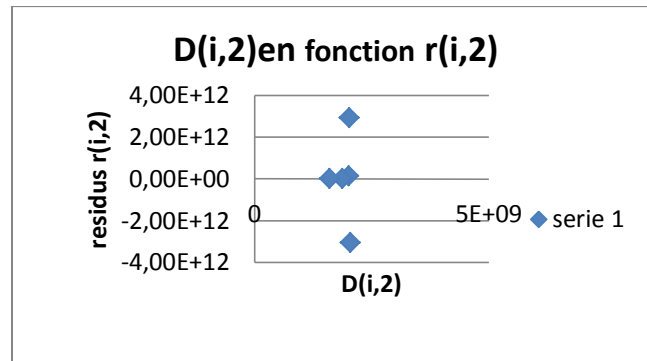
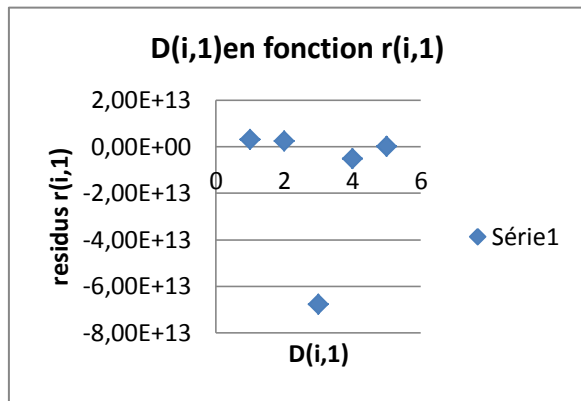
- (H3) : la variance conditionnelle de $D_{i,j}$ est donnée par :

On doit vérifier que le triangle de données avec lequel nous travaillons, satisfait bien à cette hypothèse.

La procédure de vérification est la suivante :

- Pour j fixé, on construit le graphique des résidus $(D_{i,j+1} - D_{i,j} * \lambda_j) / \sqrt{D_{i,j}}$ en fonction des $D_{i,j}$ et on vérifie si l'hypothèse de variance utilisée conduit bien à des résidus aléatoires, ne manifestant pas de tendance.
- La représentation graphique respective aux points $(D_{i,j}; \epsilon_{i,j})$ nous permet d'observer l'allure des résidus pour $j=1, 2, \text{ et } 3$

• figure n°9: Résidus $r(i,1...3)$ générés par $D(i,1...3)$



Source : Elaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés

Nous constatons d'après ces quatre graphiques que les résidus obtenus sont aléatoires, ce qui confirme que le modèle est stochastique. Donc, nous constatons que les trois hypothèses du modèle Mack sont donc validées.

2.2.3/ Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack :

Estimation des coefficients de développement et la variance des provisions

Les coefficients de développement λ_j et les coefficients $\hat{\sigma}^2$ sont obtenus comme suit

Tableau n°8 : Estimation des coefficients de développement et la variance des provisions.

j	1	2	3	4
λ_j	1.891499	1.190721	1.086389	1.044307
$\hat{\sigma}_j^2$	614195750,4	33520957	34577888,7	1829473,022

Source : Elaboré par nos soins

- Rectangle des paiements des sinistres:

Tableau n°9: Rectangle des paiements des sinistres

Année d'origine Exercice	Année de développement				
	Délai				
	1	2	3	4	5
2016	1023774553	2029629877	2481523611	2729994856	2850952238
2017	1026790038	2019053825	2407029869	2580874380	2695224708
2018	1089318679	2048691887	2371722338	2576612336	2690773827
2019	1078421792	1881546138	2240397320	2433942321	2541782557
2020	852127478	1611798660	1919203216	2085000677	2177380420

Source : Elaboré par nos soins

2.2.4/ Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack :

Sous les hypothèses, Mack obtient une formule fermée pour la variance de la charge ultime. Nous calculons l'erreur quadratique moyenne (MSEP – Mean Square of Error of Prediction)

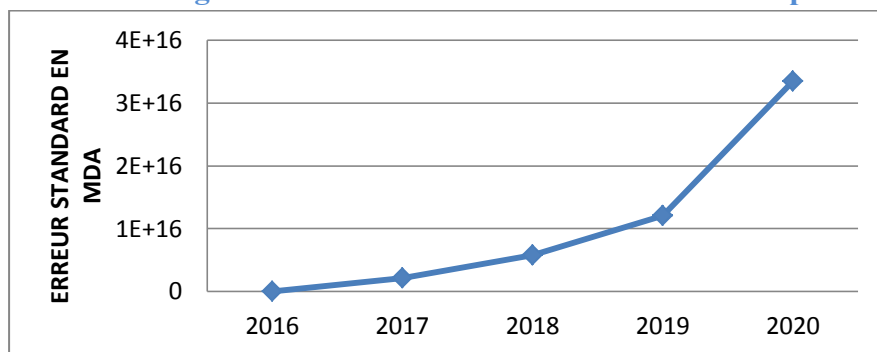
Tableau n°10: Estimation des paramètres de risque du modèle de Mack

Année	\hat{R}_t	$\hat{\sigma}_j^2$	$\widehat{mse}(\hat{R})$	Se (\hat{R})	Se (\hat{R}) en % \hat{R}_t
1	0,00e+00	614195750,4	0,00e+00	0.00e+00	
2	1,14e+08	33520957	2,11e+15	4,59e+07	40,26%
3	3,19e+08	34577888,7	5,76e+15	7,59e+07	23,79%
4	6,60e+08	1829473,022	1,21e+16	1,10e+08	16,66%
5	1,33e+09	0,00	3,35e+16	1,83e+08	13,75%
Total	2 418 891 178,35	684124069,1	5,35e+16	270 125 952,62	11,16%

Source : élaboré par nos soins à partir du triangle des paiements cumulés, en utilisant logiciel R Statistique

La première remarque qui se dégage à la lecture de ce tableau : est la forte volatilité du montant des provisions sur l'ensemble des années, qui est mesurée par l'erreur quadratique moyenne de prédiction $\widehat{mse}(\hat{R})$. Cette forte volatilité provient essentiellement des deux exercices de survenance les plus récents, pour lesquels nous ne disposons pas beaucoup d'informations. Pour mieux observer l'évolution de cette volatilité, il est utile de visualiser cette évolution, à travers le graphique suivant :

Figure n° 10 : Evolution de l'erreur standard par année de survenance



Source : Elaboré par nos soins à partir du tableau n°10

Nous observons que, l'erreur standard croît continuellement, l'augmentation du biais est presque insignifiante les premières années mais elle s'intensifie les dernières années, ce qui donne lieu à une évolution exponentielle de la courbe des erreurs.

Ceci est dû en grande partie, à l'amplification d'année en année du nombre de paiements à estimer pour constituer la provision ; plus l'année est récente, plus le nombre d'estimation est important et cumule plus d'erreurs

Les provisions générées par le modèle Mack sont similaires à celles de « Chain Ladder ».

2.2.5/ Construction d'un intervalle de confiance :

Nous avons noté qu'auparavant une estimation du montant de provision pour sinistre à payer, ne suffit pas, et qu'il fallait avoir un intervalle de confiance, au moins une mesure de dispersion du vrai montant autour de cette valeur prédite estimée. Sous les hypothèses portant sur le choix d'une distribution conditionnelle pour R , Mack construit les intervalles de prédiction pour la provision. Les paramètres de la distribution retenus, seront la moyenne et l'écart-type conditionnels de R :

$$\hat{E}(R) = \hat{R} \quad \text{et} \quad \widehat{se}(R^2)$$

Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau suivant :

Tableau n°11: Construction d'un intervalle de confiance pour la loi normale

Année	INC (LOI NORMALE)	
	Borne Inférieure	Borne supérieure
2016	00	00
2017	2.40E+07	2,04E+08
2018	1.70E+08	4,68E+08
2019	4,44E+08	8,76E+08
2020	9,71E+08	1,69E+09
Total	1,61E+09	3,24E+09

Source : Elaboré par nos soins à partir du tableau précédent

L'intervalle de prédiction pour la provision totale $R=2\ 418\ 891\ 178,35$ est :

[1,61E+09 ; 3,24E+09]

Remarque :

- Les dossiers qui ne disposent pas d'éléments pour déterminer le montant à régler, l'évaluation est faite au niveau de la compagnie par la méthode de cout moyen.
- La compagnie SAA, ne prend pas en considération les déclarations tardives lors de l'estimation des provisions pour SAP pour la garantie RC matériel automobile.

De là, nous pouvons dire que l'adoption de ces méthodes conduit à une provision pour sinistres à payer plus élevée.

D'ailleurs c'est pour cela qu'il est recommandé d'estimer cette provision par des modèles stochastiques et qui répondent aux exigences de la réglementation portée par la directive « Solvabilité II ».

Conclusion :

Nous avons vu dans ce troisième chapitre que les provisions de la garantie Responsabilité Civile (RC) au titre des sinistres matériels ont présenté une volatilité importante d'une année à l'autre.

D'après la comparaison faite sur les différentes méthodes étudiées, il ressort que les diverses méthodes déterministes ainsi que la méthode de Mack renvoient des Best Estimates qui sont proches les uns des autres, ce qui indique abandonner la politique d'approvisionnement de l'entreprise (stabilité des réserves). D'autre part, il existe une grande différence dans les réserves estimées et fournies par la SAA. Par conséquent, nous considérons que ce dernier est un appel à une réévaluation de ses engagements en choisissant une des méthodes développées pour qu'il puisse rembourser ses dettes envers ses assurés.

Conclusion générale

Notre étude a été réalisée dans l'objectif de connaître le fonctionnement technique des compagnies d'assurance de dommage matériel en matière de calcul des provisions techniques.

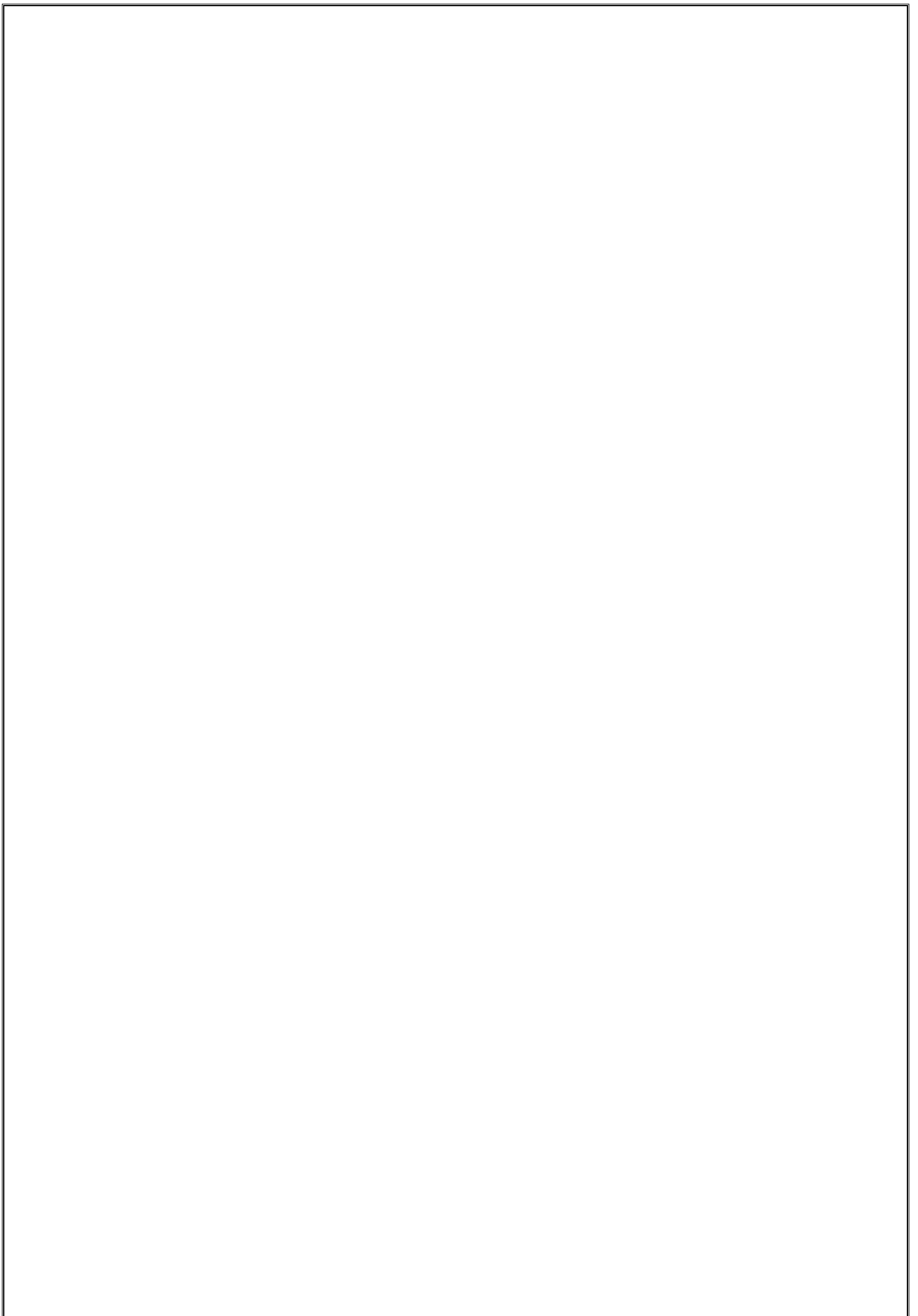
Pour répondre à notre problématique, et aider la compagnie d'assurance de dommage à améliorer le système de calcul des provisions, nous avons proposé d'utiliser un programme de langage R pour calculer les primes et les provisions technique sur des données de la SAA assurances.

Le présent travail nous a conduits aux conclusions suivantes :

- La nouvelle approche prudentielle des provisions techniques par la directive « Solvabilité II » va améliorer la détermination de l'évaluation des provisions techniques.
- L'application du modèle stochastique « Mack » nous permet de tester sa capacité a affecter des paramètres de risque et a mesurer l'incertitude sur le montant des réserves estimées par hypothèses supplémentaire a la méthode déterministe « Chain Ladder ».
- face à l'ensemble des estimations possibles, il peut s'avérer difficile de trouver le niveau de provisionnement adéquat.

Au terme de ce travail, nous pouvons tirer certaines recommandations générales :

- Il est tout d'abord important de souligner l'intérêt pour nos compagnies d'assurance de ne pas rester à l'écart des réformes engagées au niveau mondial notamment le projet ambitieux mis en place au sein de l'Union Européenne (Solvabilité II) ;
- De même, l'activité assurancielle dans ses différents compartiments au niveau de nos compagnies doit être en conformité avec les normes internationales et cela dans la perspective d'introduire ces nouvelles méthodes stochastiques dans l'évaluation des engagements, car cela permet de mieux identifier le niveau de contingence des passifs et pouvoir établir des stratégies d'affaires en conséquence.
- Dans la continuité de ce travail, il n'est pas sans intérêt de rappeler qu'il s'est délibérément focalisé sur une seule branche d'assurance, plus précisément sur une seule garantie ; aussi, est-il utile de montrer que cette étude bien qu'opportune globalement, ne permet pas à elle seule de déterminer les provisions pour une société d'assurance composée de plusieurs branches. C'est pourquoi, il semble nécessaire de regrouper les risques voisins tels que « RC dommages matériels » et « RC dommages corporels ».
- Enfin, au-delà de l'aspect statistique, de tels modèles nécessitent une connaissance des affaires sous-jacentes de manière à anticiper de la manière la plus probable l'évolution de l'environnement jurisprudentiel et les changements de procédure de gestion au sein des compagnies.



Annexe

Mots clés :

Assurance de dommage, sinistre, prime, provisions technique, solvabilité I, solvabilité II, méthodes stochastiques, méthodes déterministes.

Liste des abréviations

CNA : conseil national des assurances.

RC : responsabilité civile.

PPNA : La provision pour prime non acquise.

PE : Les primes émises.

PA : Les primes acquises.

PREC : La provision pour risque en cours.

IARD : Incendie, Accident et Risque Divers.

Programme R :

Le langage **R** est dérivé du langage S, avec l'ajout de la portée lexicale, elle-même inspirée du Scheme, un autre langage de programmation. Le code source du R est majoritairement écrit en C, Fortran et R. On doit l'invention du langage R à deux Néo-Zélandais, Ross Ihaka et Robert Gentleman, en 1993, grâce à un projet de recherche. La première version officielle de ce langage (R 1.0.0) est dévoilée en 2000. La R Foundation for Statistical Computing qui gère le code source de ce langage crée ensuite le logiciel GNU R qui permet de l'implémenter dans un système d'exploitation. Le langage R peut être utilisé par le biais de plusieurs interfaces graphiques : RStudio, Emacs, ou encore Jupyter.

Le langage R est un langage interprété (c'est-à-dire qu'il doit être interprété par un autre programme), le développeur utilisant, lui, une interface en ligne de commande. R est un langage de programmation qui est en capacité de traiter et d'organiser un ensemble de données. Il peut ensuite y appliquer des tests statistiques, mais aussi représenter ces données graphiquement. Ce langage est régulièrement utilisé par les statisticiens, ainsi que par la communauté scientifique et universitaire. R a plusieurs utilisations :

- Organiser et traiter rapidement un grand volume de données.
- Créer des graphiques pour visualiser ces données et les analyses.
- Créer une programmation procédurale.

Les facteurs de développement « CHAIN LADDER » :

CHAIN LADDER :

```
> #methode de chain ladder #
>
> #le tableau triangulaire #
> tri<- triangle(c(1023774553 , 2029629877, 2481523611 , 2729994856 , 2850952238),
+               c(1026790038 , 2019053825 , 2407029869 , 2580874380),
+               c(1089318679, 2048691887 , 2371722338 ),
+               c(1078421792,1881546138 ),
+               852127478 )
> tri
      dev
origin  1      2      3      4      5
  1 1023774553 2029629877 2481523611 2729994856 2850952238
  2 1026790038 2019053825 2407029869 2580874380      NA
  3 1089318679 2048691887 2371722338      NA      NA
  4 1078421792 1881546138      NA      NA      NA
  5 852127478      NA      NA      NA      NA
>
> # le coefficient de paage indevi#
>
>
> ind <- matrix( 0,ncol=4, nrow=4)
> for ( i in 1 :n )
+ {
+   for(j in 1 : n-1)
+     { ind[i,j] <-c( tri[i,j+1]/ tri[i,j]) }
+ }
Erreur dans `[<-`(`*tmp*`, i, j, value = c(tri[i, j + 1]/tri[i, j])) :
  indice hors limites
> ind
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]
[1,] 1.982497 1.222648 1.100129 1.044307
[2,] 1.966375 1.192157 1.072224      NA
[3,] 1.880709 1.157676      NA      NA
[4,] 1.744722      NA      NA      NA
> n <- 5
>
>
```

```

>
> #coefficient#
>
>
> f <- sapply(1:(n-1),
+           function(i){
+             sum(tri[c(1:(n-i)),i+1])/sum(tri[c(1:(n-i)),i])
+           }
+ )
> f
[1] 1.891499 1.190721 1.086389 1.044307
>
> # completer le tableau#
>
> for(k in 1:n){
+   tri[(n-k+1):n, k+1] <- tri[(n-k+1):n,k]*f[k]
+ }
Erreur dans `[<-`(`*tmp*`, (n - k + 1):n, k + 1, value = tri[(n - k + 1):n,
:
  indice hors limites
> round( tri)

```

```

> round( tri)
      dev
origin  1      2      3      4      5
  1 1023774553 2029629877 2481523611 2729994856 2850952238
  2 1026790038 2019053825 2407029869 2580874380 2695224708
  3 1089318679 2048691887 2371722338 2576612336 2690773827
  4 1078421792 1881546138 2240397320 2433942321 2541782557
  5  852127478 1611798660 1919203216 2085000677 2177380420
>
>
>
> # dernier reg , charge ultime , psap #
> dernierreg<-c(tri[1,n] , tri[2,n-1], tri[3,n-2] ,tri[4,n-3], tri[5,n-4])
> dernierreg
[1] 2850952238 2580874380 2371722338 1881546138  852127478
>
> ult<- tri[1:n,n]
> ult
      1      2      3      4      5
2850952238 2695224708 2690773827 2541782557 2177380420
> ult
      1      2      3      4      5
2850952238 2695224708 2690773827 2541782557 2177380420
> dernierreg
[1] 2850952238 2580874380 2371722338 1881546138  852127478
> psap <- ult -dernierreg
>
> psap
      1      2      3      4      5
  0 114350328 319051489 660236419 1325252942
> cbind(dernierreg ,ult , psap)
dernierreg  ult      psap
1 2850952238 2850952238      0
2 2580874380 2695224708 114350328
3 2371722338 2690773827 319051489
4 1881546138 2541782557 660236419
5  852127478 2177380420 1325252942
> sum(psap)|

```

Programme sous R pour calcul de la provision de Mack :

```
> n <- 5
>
> # Montant des réglemets
> Reclamation<- data.frame(originf = factor(rep(2016:2020, n:1)),
+ dev=sequence(n:1),
+ Ind.reg=c( 1023774553,    1005855324,    451893734,    248471245,    120957382,
+           1026790038,    992263787,    387976044,    173844511,
+           1089318679,    959373208,    323030451,
+           1078421792,    803124346,
+           852127478) )
>
>
> # Triangle des réglemets
> (Ind.triangle <- with(Reclamation, {
+ M <- matrix(nrow=n, ncol=n,
+ dimnames=list(origin=levels(originf), dev=1:n))
+ M[cbind(originf, dev)] <- Ind.reg
+ M
+ }))

origin      1      2      3      4      5
2016 1023774553 1005855324 451893734 248471245 120957382
2017 1026790038 992263787 387976044 173844511      NA
2018 1089318679 959373208 323030451      NA      NA
2019 1078421792 803124346      NA      NA      NA
2020 852127478      NA      NA      NA      NA

>
> # Triangles des cumulatives
>
> (cum.triangle <- t(apply(Ind.triangle, 1, cumsum)))
      dev
origin      1      2      3      4      5
2016 1023774553 2029629877 2481523611 2729994856 2850952238
2017 1026790038 2019053825 2407029869 2580874380      NA
2018 1089318679 2048691887 2371722338      NA      NA
2019 1078421792 1881546138      NA      NA      NA
2020 852127478      NA      NA      NA      NA

>
> m<-MackChainLadder(cum.triangle, weights =1, alpha=1, est.sigma="Mack", mse.method="Mack")
> m
MackChainLadder(Triangle = cum.triangle, weights = 1, alpha = 1,
  est.sigma = "Mack", mse.method = "Mack")

      Latest Dev.To.Date Ultimate      IBNR Mack.S.E CV(IBNR)
2016 2.85e+09      1.000 2.85e+09 0.00e+00 0.00e+00      NaN
2017 2.58e+09      0.958 2.70e+09 1.14e+08 4.59e+07      0.402
2018 2.37e+09      0.881 2.69e+09 3.19e+08 7.59e+07      0.238
2019 1.88e+09      0.740 2.54e+09 6.60e+08 1.10e+08      0.167
2020 8.52e+08      0.391 2.18e+09 1.33e+09 1.83e+08      0.138

      Totals
Latest: 10,537,222,572.00
Dev:      0.81
Ultimate: 12,956,113,750.35
IBNR:      2,418,891,178.35
Mack.S.E      270,125,952.62
CV(IBNR):      0.11
> |
```