

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

UNIVERSITE M'HAMED BOUGUERRA  
BOUMERDES



FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE

*Département Automatisation des Procédés Industriels et Electrification*

**Laboratoire :** Automatique appliquée. **Axe :** Process control.

## THEME

---

**ANALYSE DES INTERACTIONS DANS LES COLONNES DE DISTILLATION :  
NOUVELLE APPROCHE POUR REDUIRE LE PHENOMENE D'INTERACTION  
AVEC ELABORATION D'UN CONTRÔLEUR HYBRIDE OPTIMAL FLOU**

---

## Mémoire de Magister

**Spécialité :** *Génie électrique.* **Option :** *Automatique appliquée et traitement du signal.*

Présenté par : **Chams eddine BOUYAHIAOUI**

Sous la direction de Monsieur : **Abdelmadjid KHELASSI** C.C Université de Boumerdès

Devant le jury composé de :

Soutenu publiquement le :

**Boumerdès 2001**

## Sommaire

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE 1 MODELISATION DE LA COLONNE DE DISTILLATION</b> .....	4
1-1 INTRODUCTION .....	4
1-2 DISTILLATION .....	4
1-3 PRESENTATION DE LA COLONNE DE DISTILLATION .....	4
1-4 HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES .....	5
1-5 MODELISATION DE LA COLONNE DE DISTILLATION .....	6
1-5-1 Etablissement des équations régissant le comportement dynamique de la colonne ...	6
1-5-2 Modèle linéaire de la colonne de distillation .....	12
1-6 CONCLUSION .....	13
<b>CHAPITRE 2 ANALYSE DES INTERACTIONS DANS LA COLONNE DE</b> <b>DISTILLATION</b> .....	14
2-1 INTRODUCTION .....	14
2-2 COMMANDE MULTIBOUCLE .....	14
2-3 PHENOMENE D'INTERACTION DANS UN SYSTEME MULTIVARIABLE .....	16
2-4 ANALYSE DES INTERACTIONS DANS UN SYSTEME MULTIVARIABLE .....	16
2-4-1 Méthode de la matrice des gains relatifs .....	17
2-4-1-1 <i>Construction de la matrice</i> .....	17
2-4-1-2 <i>Interprétation de la RGA</i> .....	17
2-4-1-3 <i>Limitation de la RGA</i> .....	18
2-4-2 Méthode de la matrice dynamique relative .....	18
2-4-3 Méthode de la matrice des gains relatifs moyens .....	19
2-4-4 Méthode de la matrice des gains relatifs dynamiques .....	20
2-4-4-1 <i>Construction de la matrice</i> .....	20
2-4-4-2 <i>Interprétation de la DRGA</i> .....	22
2-4-5 Méthode de la matrice des gains directs statiques d'interactions .....	22
2-4-6 Méthode de la matrice des interactions dynamiques directes .....	23
2-4-7 Méthode du modèle interne .....	24
2-4-8 Méthode de la matrice des amplitudes relatives dynamiques .....	25

2-4-8-1	<i>Définition de la DRMC</i>	25
2-4-8-2	<i>Construction de la DRMC</i>	25
2-4-8-3	<i>Interprétation de la DRMC</i>	31
2-5	ANALYSE DES INTERACTIONS DANS LA COLONNE DE DISTILLATION	31
2-6	CONCLUSION	34
<b>CHAPITRE 3 NOUVELLE APPROCHE POUR REDUIRE LE PHENOMENE</b>		
<b>D'INTERACTION DANS LES COLONNES DE DISTILLATION</b>		<b>35</b>
3-1	INTRODUCTION	35
3-2	CONCEPT DE NON-INTERACTION ET DEFINITIONS	35
3-3	DECOUPLAGE ENTREE-SORTIE	38
3-3-1	Découplage utilisant un régulateur	38
3-3-2	Découplage par retour d'état	39
3-3-2-1	<i>Résolution</i>	39
3-3-2-2	<i>Remarques</i>	41
3-3-3	Découplage total ou partiel	41
3-4	METHODE PROPOSEE	42
3-4-1	Les plateaux de la colonne	42
3-4-2	La rétention liquide	43
3-4-3	Principe de la méthode	44
3-4	APPLICATION DE LA METHODE PROPOSEE POUR LA COLONNE DE DISTILLATION	45
3-5	CONCLUSION	57
<b>CHAPITRE 4 COMMANDE FLOUE DE LA COLONNE DE DISTILLATION</b>		<b>58</b>
4-1	INTRODUCTION	58
4-2	HISTORIQUE	58
4-3	PRINCIPE DE LA LOGIQUE FLOUE	59
4-3-1	Définition d'un sous-ensemble flou	59
4-3-2	Opérations sur les sous-ensembles flous	60
4-3-3	Variable linguistique	60
4-3-4	Les règles linguistiques	60
4-4	CARACTERISTIQUES DE LA COMMANDE FLOUE	60
4-5	METHODOLOGIE DE CONCEPTION D'UN REGULATEUR FLOU	61
4-5-1	Fuzzification	62

4-5-2	Inférence .....	65
4-5-2-1	<i>Méthode d'inférence max-min</i> .....	66
4-5-2-2	<i>Méthode d'inférence max-prod</i> .....	66
4-5-2-3	<i>Méthode d'inférence somme-prod</i> .....	67
4-5-3	Défuzzification .....	67
4-5-3-1	<i>Méthode du centre de gravité</i> .....	67
4-5-3-2	<i>Méthode de la moyenne des maximums</i> .....	68
4-6	APPLICATION DE LA COMMANDE FLOUE À LA COLONNE DE DISTILLATION .....	68
4-7	CONCLUSION .....	72
<b>CHAPITRE 5 APPLICATION DE LA COMMANDE OPTIMALE FLOUE POUR L'OPTIMISATION DE L'ENERGIE CONSOMMEE PAR LES COLONNES DE DISTILLATION</b> .....		73
5-1	INTRODUCTION .....	73
5-2	COMMANDE OPTIMALE D'UN PROCESSUS .....	73
5-2-1	Position du problème .....	74
5-2-2	Le principe du minimum de Pontryagin .....	75
5-2-3	Commande optimale d'un système linéaire avec critère quadratique .....	76
5-3	DETERMINATION D'UNE COMMANDE FLOUE D'UN SYSTEME SISO ET MIMO .....	76
5-3-1	Commande floue d'un système monovisible .....	76
5-3-2	Commande floue d'un système multivariable .....	76
5-4	COMMANDE OPTIMALE FLOUE .....	79
5-5	RESULTATS DE SIMULATION .....	83
5-6	CONCLUSION .....	85
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....		86
<b>ANNEXE-A</b> .....		88
<b>ANNEXE-B</b> .....		90
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....		93

## Introduction générale

Les procédés industriels au niveau des variables stratégiques sont très fréquemment multivariable et la quasi-totalité de ces derniers comprennent au moins deux variables de sortie : le débit de matière produite ainsi que sa qualité. La caractéristique propre à ces procédés est le degré d'interaction ou de couplage qui pose un sérieux problème pour la synthèse d'un système de commande robuste qui répond aux exigences pratiques telle que l'évolution des sorties indépendamment les une des autres [19], [58].

La colonne de distillation est l'un des systèmes multivariable complexe dont le modèle est non-linéaire [60], néanmoins le phénomène d'interaction existant entre les variables de commande et celles à commander, lors de la commande des compositions de haut et de bas de cette dernière, reste le problème majeur sur lequel des travaux de recherche sont axés ces dernière années [2], [35], [37], car il influe d'une manière directe sur la qualité des produit et l'énergie consommée par la colonne de distillation ainsi sur le coût de fonctionnement.

La distillation reste pour beaucoup de raisons la technique de séparation la plus importante dans le domaine de pétrole. Les colonnes de distillation constituent une partie considérable du capital d'investissement dans les raffineries à travers le monde, et leur contrôle nécessite une partie majeure du coût global du fonctionnement des processus chimiques, si la stratégie de commande adoptée n'est pas adéquate.

Il existe essentiellement deux structures pour commander une colonne de distillation : la commande multivariable et la commande multiboucle [50], [58]. La commande multivariable consiste à utiliser un régulateur dont le nombre des entrées est égal au nombre de sorties de la colonne, et celui des sorties au nombre d'entrées. La commande multiboucle consiste à utiliser des régulateurs monovariabiles pour la commande de la colonne en créant autant de boucles de retour que de couples entrées-sorties. La synthèse d'un système de commande multiboucle passe par les deux étapes suivantes [32], [51] :

- 1) Détermination de la meilleure configuration de commande, par le choix des couples entrées-sorties.
- 2) Choix de la loi de commande pour chaque boucle de commande et la détermination des paramètres des régulateurs.

Cette technique présente ces limitations liées à la première étape, car en général l'application des méthodes d'analyse des interactions pour le choix de la configuration de commande montre que la colonne est fortement interactive en sens que la meilleure configuration est caractérisée par un niveau d'interaction inhérent au fonctionnement en multiboucle de la colonne. A noter que cette technique de commande assure un contrôle parfait et une optimisation de l'énergie lorsque la configuration de commande est adéquate [41].

L'émergence des techniques de l'approche heuristique (logique floue, réseaux de neurones), au regard de quelques applications rapportées dans la littérature, n'a pas apporter beaucoup de chose sur le plan de l'énergie consommé et la recherche des meilleures performances reste toujours un sujet de recherche ouvert [82], [60]. Malgré cette contrainte, la commande multiboucle reste la technique utilisée par excellence pour la commande des colonnes de

distillation, en proposant des stratégies de commande, car elle présente des avantages que ne possède pas la commande multivariable [50], [58]. Elle est plus simple et son implémentation sur un équipement industriel est nettement plus rapide et aisée. Il est aussi plus facile de spécifier des performances différentes pour chaque variable à commander (boucle) et supporte des changements d'opération tel que le démarrage et l'arrêt du procédé, l'entretien de certaines parties du procédé ou la mise en mode manuel d'une partie de la stratégie de commande.

Dans le but d'élargir le champ d'application de la commande multiboucle pour les colonnes de distillation et ainsi de surmonter le problème d'interaction, plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature. L'une des solutions est d'utiliser un circuit de découplage total, partiel ou explicite pour éliminer les interactions entre les boucles de commande [50], [59], [58], [63]. Par l'approche d'état on peut découpler la colonne en utilisant un retour d'état statique ou dynamique [5], [19]. Cette approche de découplage présente ces limitations, car dans la plupart des cas on bute à un problème de réalisation physique de découpleur ou de la non vérification des conditions d'existence d'un découpleur lorsque l'approche d'état est considérée. De plus théoriquement le découpleur est déterminé en se basant sur le modèle de la colonne qui n'est jamais parfait ce qui conduit à la divergence des sorties.

On retrouve aussi la technique de la dominance diagonale (DD) et de la pseudo-diagonalisation (PDM) en utilisant soit la Matrice Directe de Nyquist (DNA) ou la Matrice Inverse de Nyquist (INA) [51], ces méthodes présentent des limitations liées au modèle et la complexité de l'algorithme des méthodes. Une nouvelle approche de développement récent pour la DD et la PDM basée sur l'interpolation matricielle est introduite avec de probants résultats, leur problème est lié généralement à l'absence de la solution dans quelque cas, malgré la simplicité des algorithmes [34].

Le présent mémoire s'inscrit dans le cadre de la commande multiboucle d'une colonne de distillation. L'objectif principal de notre travail consiste à proposer une nouvelle approche pour réduire les interactions entre les variables de la colonne de distillation, lorsque toutes les configurations de commande candidates sont fortement interactives, et de minimiser l'énergie consommée par la colonne. L'autre objectif visé est de concevoir un système de commande floue permettant l'obtention d'un produit assez pur, que ce soit en léger le distillat ou en lourd le résidu tout en améliorant les performances de la colonne de distillation. L'application de la logique floue ne se limite pas à cet objectif, mais la synthèse d'un régulateur hybride optimal flou développée par Wang [72] est envisagée en vue d'optimiser davantage l'énergie consommée par la colonne, en définissant un critère d'optimisation, et d'améliorer les performances de chaque boucle de commande.

Les différents travaux concernant le sujet font l'objet de cinq chapitres qui constituent ce mémoire organisé comme suit :

Dans le chapitre 1, est présenté la modélisation d'une colonne de distillation binaire qui servira d'exemple d'application le long de ce travail. Ainsi nous donnons d'abord une description de la colonne de distillation considérée, ensuite en se basant sur des hypothèses simplificatrices garantissant un modèle qui traduit parfaitement le comportement dynamique de la colonne, nous avons élaboré un ensemble d'équations physico-chimiques qui régissent le fonctionnement de cette dernière, à partir duquel un modèle de la colonne sous forme d'état est déduit.

Le chapitre 2 est consacré à l'analyse des interactions présentes entre les variables de commande et celle à commander de la colonne en utilisant la méthode du critère des amplitudes relatives dynamiques (DRMC) [35]. Après la présentation de la technique de commande multiboucle, nous avons exposé quelques méthodes d'analyse des interactions développées dans la littérature les plus répandues dans la pratique. Ensuite, vu les avantages de la méthode DRMC, nous avons opté pour cette dernière pour évaluer et quantifier le niveau d'interaction existant entre les variables de la colonne étudiée.

Dans le chapitre 3, nous proposons une méthodologie permettant de réduire les interactions existantes entre les boucles de la configuration de commande et d'optimiser l'énergie consommée par la colonne de distillation. Ainsi après un rappel sur le principe de la non-interaction suivi par un exposé portant sur quelques méthodes de découplage, nous avons explicité la méthode proposée. Dans le but de montrer l'apport de la méthode proposée, l'application de cette dernière sur la colonne de distillation est donnée tout en présentant les résultats concluants obtenus.

Le chapitre 4 porte sur la commande floue de la colonne de distillation. En premier lieu, nous avons mis en exergue l'intérêt de la logique floue dans la commande, puis nous avons donné le principe et les caractéristiques de la commande floue. Par la suite, la démarche de la conception des régulateurs flous des boucles de commande a été expliquée tout en présentant les résultats de simulations.

Dans le chapitre 5, qui est la dernière partie de notre travail, nous abordons la commande floue optimale de la colonne de distillation en vue d'optimiser l'énergie consommée. Dans cette optique, nous commençons à présenter d'abord les principes de base de détermination d'une commande optimale et le concept du principe de minimum de Pontryagin est considéré. Ensuite, nous donnons une démarche intéressante pour la caractérisation d'une commande floue par une relation analytique. Ces fondements servent par la suite d'un support théorique pour la conception d'une commande optimale floue pour la colonne de distillation traitée. Afin de montrer l'efficacité de la commande conçue, une comparaison des résultats de simulations avec ceux obtenus en considérant une commande optimale classique est donnée.

Nous terminons notre étude par une conclusion tout en proposant des perspectives de travail.

## CHAPITRE

# 1

## Modélisation de la colonne de distillation

---

### 1-1 Introduction

Pour effectuer l'analyse et la synthèse d'un système dynamique, il est nécessaire de connaître les relations entre ses grandeurs d'entrées et de sorties. L'ensemble de ces relations constitue le modèle mathématique du système. Ainsi ce chapitre est consacré à la modélisation de la colonne de distillation. Il présente d'abord une description de la colonne de distillation suivie de la modélisation de cette dernière en se basant sur les équations physico-chimiques du processus.

### 1-2 Distillation

La distillation est un procédé de fractionnement permettant la séparation des constituants d'un mélange en fonction de leurs températures d'ébullition en exploitant les différences de volatilité de ces constituants.

Le principe de fonctionnement de la colonne à distiller est basé sur l'échange de chaleur entre une source froide (le condenseur) et une source chaude (le rebouilleur). Ainsi la distillation met en œuvre un contre courant de liquide et de vapeur conduisant à un échange de constituant tel que : les plus volatiles s'accumulent dans la vapeur et sont éliminés au niveau de la source froide alors que les éléments lourds passent en phase liquide et sont soutirés au niveau de la source chaude [27], [78].

Dans les unités industrielles les contacts de deux phases se font au niveau des plateaux qui sont disposés longitudinalement à l'intérieur de la colonne.

### 1-3 Présentation de la colonne de distillation

La colonne de distillation est représentée sur la figure 1-1. Celle-ci est alimentée par une charge  $F$  (benzene-toluene) au niveau du plateau d'alimentation  $f$  ( $f=4$ ), avec les données suivantes :

$F$  : débit molaire de la colonne (mole/sec).

$z_f$  : composition molaire de la charge.

Elle est constituée de  $n$  ( $n=7$ ) plateaux avec de composés liquides et de vapeur de concentration  $x_n$  et  $y_n$ . La vapeur sortante de haut de la colonne est entièrement condensée dans un condenseur total, le condensât s'accumulera dans un ballon séparateur de volume de rétention (hold-up)  $M_r$  et de composition  $x_d$ . Le liquide sortant du ballon séparateur est à son point d'ébullition. Le distillat produit est récupéré à un débit  $D$  (mole/sec). En bas de la colonne, le résidu produit est recueilli à un débit  $B$  et de composition  $x_b$ .

Une partie du liquide résidu est réchauffée dans un rebouilleur de type thermosiphon transformée en vapeur, et injectée au niveau du premier plateau à un débit  $V_0$  de composition  $y_b$ .

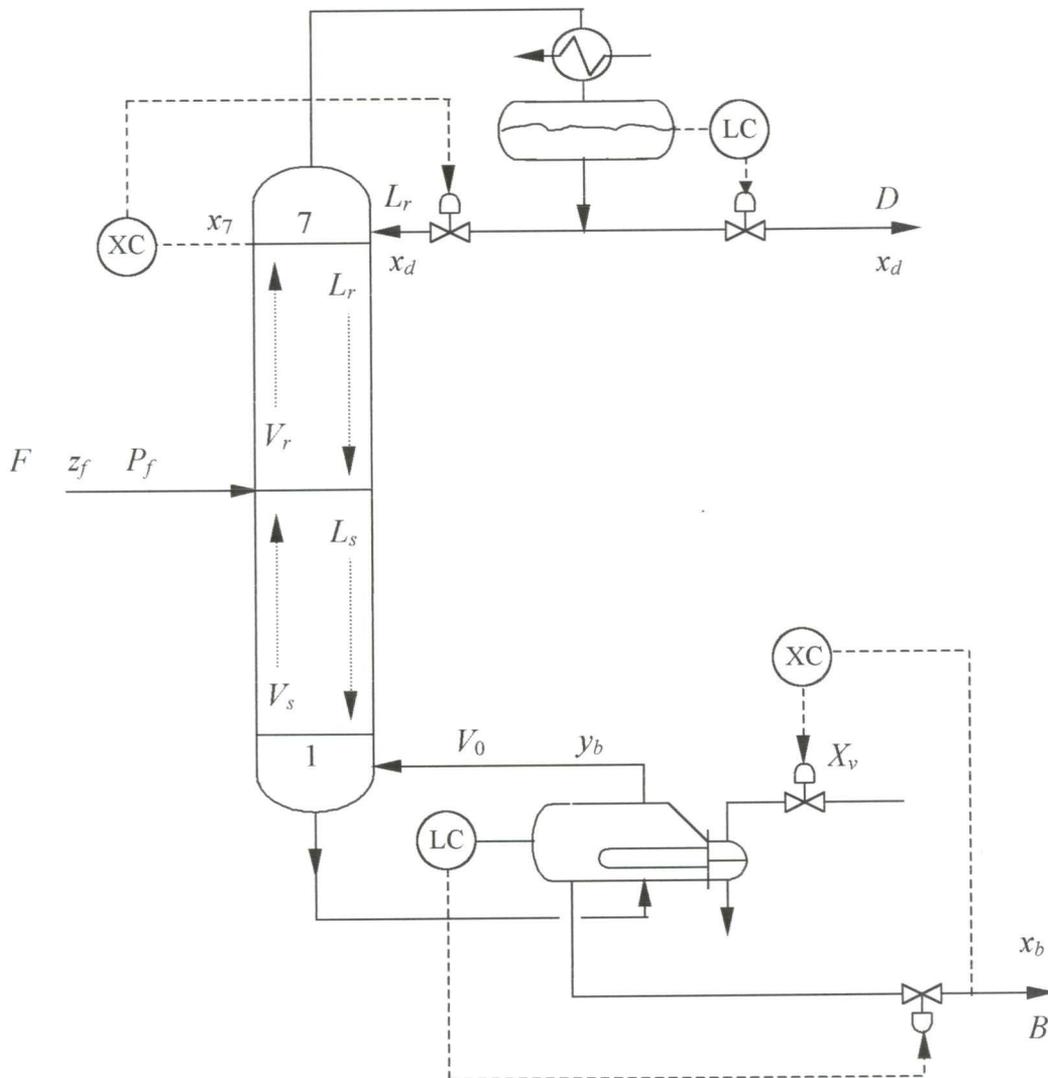


Figure 1-1 Schéma de la colonne de distillation

### 1-4 Hypothèses simplificatrices

Lors de la modélisation il est tenu compte des hypothèses simplificatrices [40] suivante :

- a- On considère le mélange à séparer comme une solution idéale c'est que la distillation s'opère dans une plage pas très large de température d'ébullition.
- b- On considère que les deux constituants ont des chaleurs latentes de vaporisation du même ordre.

De (a) et (b) on peut déduire que le coefficient de volatilité  $\alpha$  est constant [64].

c- La colonne est formée de  $n_t$  plateaux théoriques (efficacité est proche de 100%).

De ces trois hypothèses, on peut alors déduire une relation d'équilibre liquide-vapeur :

$$y_n = \frac{\alpha x_n}{1 + (\alpha - 1)x_n} \quad (1-1)$$

$x_n$  : la composition liquide pour le  $n^{\text{ième}}$  plateau.

$y_n$  : la composition vapeur pour le  $n^{\text{ième}}$  plateau.

$\alpha$  : coefficient de volatilité relative.

d- On néglige la rétention vapeur au niveau de chaque plateau.

e- Les rétentions liquides au niveau de chaque plateau, du condenseur et du rebouilleur sont considérées comme constantes.

f- La pression dans la colonne est constante.

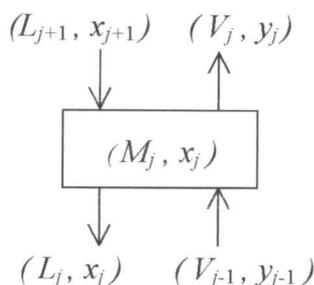
## 1-5 Modélisation de la colonne de distillation

Pour la modélisation de la colonne de distillation nous devrions établir les équations du système de façon détaillée en introduisant tous les facteurs influants pour rapprocher le comportement réel du procédé.

### 1-5-1 Etablissement des équations régissant le comportement dynamique de la colonne

Il existe diverse formalisation des équations représentant le fonctionnement d'une colonne de distillation [13], [23], [42], [43]. Nous avons retenu une modélisation qui nous rapproche le plus possible du système tout en essayant de garder un modèle mathématique relativement simplifié en vue de son exploitation. Ce modèle sera alors constitué par un ensemble d'équations caractéristiques des différentes étapes de fonctionnement de la colonne [38], [56] : les équations au niveau d'un plateau quelconque, du plateau d'alimentation, du condenseur et du rebouilleur.

#### ◆ Au niveau d'un plateau quelconque :



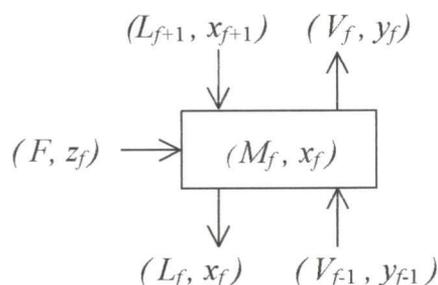
- Equation du bilan matière globale :

$$V_j = V_{j-1} \quad \text{et} \quad L_j = L_{j+1} \quad (1-2)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_j x_j) = L_{j+1} x_{j+1} - L_j x_j + V_{j-1} y_{j-1} - V_j y_j \quad (1-3)$$

◆ Au niveau du plateau d'alimentation :



- Equation du bilan matière globale :

$$V_f = (1 + P_f)F + V_{f-1} \quad (1-4)$$

$$L_f = L_{f+1} - P_f F \quad (1-5)$$

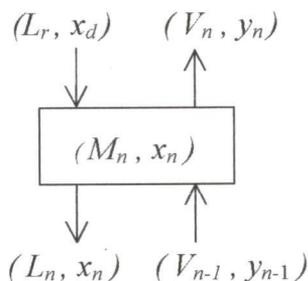
où la condition de l'alimentation est définie par :

$$P_f = \frac{\text{chaleur fournie pour la vaporisation d'un mole de l'alimentation}}{\text{chaleur latente molaire de vaporisation}}$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_f x_f) = L_{f+1} x_{f+1} - L_f x_f + V_{f-1} y_{f-1} - V_f y_f + F z_f \quad (1-6)$$

◆ Au niveau du dernier plateau :



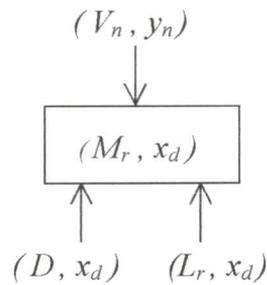
- Equation du bilan matière globale :

$$V_n = V_{n-1} \quad \text{et} \quad L_n = L_r \quad (1-7)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_n x_n) = L_r x_d - L_n x_n + V_{n-1} y_{n-1} - V_n y_n \quad (1-8)$$

◆ Au niveau du condenseur :



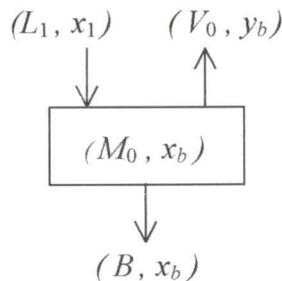
- Equation du bilan matière globale :

$$D = V_n - L_r \quad (1-9)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_r x_d) = V_n y_n - (L_r + D)x_d \quad (1-10)$$

◆ Au niveau du rebouilleur :



- Equation du bilan matière globale :

$$B = L_1 - V_0 \quad (1-11)$$

- Equation du bilan matière partiel :

$$\frac{d}{dt}(M_0 x_b) = L_1 x_1 - B x_b - V_0 y_b \quad (1-12)$$

- Equations du transfert de chaleur :

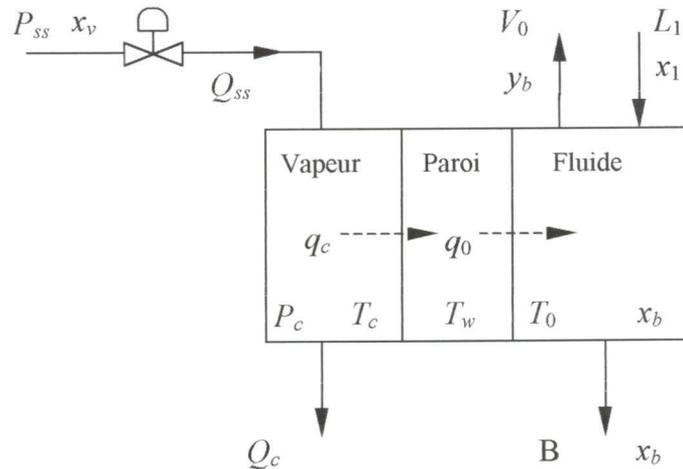


Figure 1-2 Schéma du rebouilleur

(i) fluide :

- quantité de chaleur :  $q_0(t) = U_0 A_0 (T_w(t) - T_0(t)) \quad (1-13)$

$$V_0(t) = q_0(t) / \lambda_0 \quad (1-14)$$

- température du point d'ébullie :  $T_0 = f_0(x_b(t)) \quad (1-15)$

(ii) vapeur-paroi :

$$M_w C_{pw} \frac{dT_w(t)}{dt} = q_c(t) - q_0(t) \quad (1-16)$$

(iii) vapeur :

- quantité de chaleur :  $q_c(t) = U_c A_c (T_c(t) - T_w(t)) \quad (1-17)$

- température de condensation :  $T_c = f_c(P_c(t)) \quad (1-18)$

- débit de la vapeur condensée :  $Q_c = q_c(t) / \rho_c \lambda_c \quad (1-19)$

$$\text{- débit de la vapeur d'alimentation : } Q_{ss}(t) = C_v(t) \sqrt{(P_{ss}(t) - P_c(t)) / \rho_c} \quad (1-20)$$

$$\text{- coefficient de contrôle de la vanne : } C_v(t) = C_{v \max} X_v(t) \quad (1-21)$$

$$\text{- capacité : } \frac{V_c}{\left(1.135 \bar{P}_c\right)} \frac{dP_c}{dt} = Q_{ss}(t) - Q_c(t) \quad (1-22)$$

D'après les équations (1-2), (1-4), (1-5) et (1-7) on a :

$$L_r = L_n = L_{n-1} = \dots = L_{f+1}$$

$$V_r = V_n = V_{n-1} = \dots = V_f \quad (1-23)$$

$$L_s = L_f = L_{f-1} = \dots = L_1$$

$$V_s = V_{f-1} = V_{f-2} = \dots = V_0$$

A partir des équations établies précédemment (1-2 à 1-23) nous aboutissons au système d'équations régissant le fonctionnement de la colonne :

$$\bullet \text{ Condenseur : } \dot{x}_d = \frac{(y_n - x_d)V_r}{M_r} \quad (1-24)$$

$$\bullet \text{ Dernier plateau : } \dot{x}_n = \frac{1}{M_n} [L_r(x_d - x_n) + V_r(y_{n-1} - y_n)] \quad (1-25)$$

$$\bullet \text{ Zone de rectification : } \dot{x}_j = \frac{1}{M_j} [L_r(x_{j+1} - x_j) + V_r(y_{j-1} - y_j)] \quad (1-26)$$

$$\bullet \text{ Plateau d'alimentation : } \dot{x}_f = \frac{1}{M_f} [L_r x_{f+1} - L_s x_f + V_s y_{f-1} - V_r y_f + Fz_f] \quad (1-27)$$

$$\bullet \text{ Zone d'épuisement : } \dot{x}_i = \frac{1}{M_i} [L_s(x_{i+1} - x_i) + V_s(y_{i-1} - y_i)] \quad (1-28)$$

$$\bullet \text{ Rebouilleur : } \dot{x}_b = \frac{1}{M_0} [L_s x_1 - Bx_b - V_s y_b] \quad (1-29)$$

$$\dot{P}_c = \left( \frac{1.135 \bar{P}_c}{V_c} \right) (Q_{ss} - Q_c) \quad (1-30)$$

$$\dot{V}_s = \frac{U_0 A_0}{\lambda_0 M_w C_{pw}} \left[ q_c - q_0 - M_w C_{pw} \frac{\partial T_0}{\partial x_b} \dot{x}_b \right] \quad (1-31)$$

Les équations (1-24) à (1-31) définissent le modèle dynamique non linéaire de la colonne de distillation. La linéarisation des équations (1-24) à (1-31) autour des points nominaux [42] nous ramène au nouveau système d'équation linéaire suivant [56] :

- Condenseur :

$$\dot{x}_d = \left[ \frac{\bar{V}_r}{M_r} \frac{\partial y_n}{\partial x_n} \right] x_n - \left[ \frac{\bar{V}_r}{M_r} \right] x_d \quad (1-32)$$

- Zone de rectification :

$$\begin{aligned} \dot{x}_j = & \left[ \frac{\bar{L}_r}{M_j} \right] x_{j+1} - \left[ \frac{\bar{L}_r + \bar{V}_r (\partial y_j / \partial x_j)}{M_j} \right] x_j + \left[ \frac{\bar{V}_r}{M_j} \frac{\partial y_{j-1}}{\partial x_{j-1}} \right] x_{j-1} + \left[ \frac{\bar{y}_{j-1} - \bar{y}_j}{M_j} \right] V_s + \left[ \frac{\bar{x}_{j+1} - \bar{x}_j}{M_j} \right] L_r \\ & + \left[ \frac{\bar{F}(\bar{y}_{j-1} - \bar{y}_j)}{M_j} \right] P_f + \left[ \frac{(1 + \bar{P}_f)(\bar{y}_{j-1} - \bar{y}_j)}{M_j} \right] F \end{aligned} \quad (1-33)$$

- Plateau d'alimentation :

$$\begin{aligned} \dot{x}_f = & \left[ \frac{\bar{L}_r}{M_f} \right] x_{f+1} - \left[ \frac{\bar{L}_s + \bar{V}_r (\partial y_f / \partial x_f)}{M_f} \right] x_f + \left[ \frac{\bar{V}_s}{M_f} \frac{\partial y_{f-1}}{\partial x_{f-1}} \right] x_{f-1} + \left[ \frac{\bar{y}_{f-1} - \bar{y}_f}{M_f} \right] V_s + \left[ \frac{\bar{x}_{f+1} - \bar{x}_f}{M_f} \right] L_r \\ & + \left[ \frac{\bar{F}(\bar{x}_f - \bar{y}_f)}{M_f} \right] P_f + \left[ \frac{\bar{z}_f + \bar{P}_f \bar{x}_f - \bar{y}_f (1 + \bar{P}_f)}{M_f} \right] F + \left[ \frac{\bar{F}}{M_f} \right] z_f \end{aligned} \quad (1-34)$$

- Zone d'épuisement :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i = & \left[ \frac{\bar{L}_s}{M_i} \right] x_{i+1} - \left[ \frac{\bar{L}_s + \bar{V}_s (\partial y_i / \partial x_i)}{M_i} \right] x_i + \left[ \frac{\bar{V}_s}{M_i} \frac{\partial y_{i-1}}{\partial x_{i-1}} \right] x_{i-1} + \left[ \frac{\bar{y}_{i-1} - \bar{y}_i}{M_i} \right] V_s + \left[ \frac{\bar{x}_{i+1} - \bar{x}_i}{M_i} \right] L_r \\ & - \left[ \frac{\bar{F}(\bar{x}_{i+1} - \bar{x}_i)}{M_i} \right] P_f - \left[ \frac{\bar{P}_f(\bar{x}_{i+1} - \bar{x}_i)}{M_i} \right] F \end{aligned} \quad (1-35)$$

- Rebouilleur :

$$\begin{aligned} \dot{x}_b = & \left[ \frac{\bar{L}_s}{M_0} \right] x_1 - \left[ \frac{\bar{B} + \bar{V}_s (\partial y_b / \partial x_b)}{M_0} \right] x_b + \left[ \frac{\bar{x}_b - \bar{y}_b}{M_0} \right] V_s + \left[ \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_b}{M_0} \right] L_r - \left[ \frac{\bar{F}(\bar{x}_1 - \bar{x}_b)}{M_0} \right] P_f \\ & - \left[ \frac{\bar{P}_f(\bar{x}_1 - \bar{x}_b)}{M_0} \right] F \end{aligned} \quad (1-36)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_c = & \left[ \frac{1.135 \bar{P}_c U_c A_c}{V_c \lambda_c \rho_c} \frac{\partial T_0}{\partial x_b} \right] x_b + \left[ \frac{1.135 \bar{P}_c}{V_c} \left( \frac{\partial Q_{ss}}{\partial P_c} - \frac{U_c A_c}{\lambda_c \rho_c} \frac{\partial T_c}{\partial P_c} \right) \right] P_c + \left[ \frac{1.135 \bar{P}_c U_c A_c \lambda_0}{V_c \rho_c \lambda_c U_0 A_0} \right] V_s \\ & + \left[ \frac{1.135 \bar{P}_c}{V_c} \frac{\partial Q_{ss}}{\partial P_{ss}} \right] P_{ss} + \left[ \frac{1.135 \bar{P}_c}{V_c} \frac{\partial Q_{ss}}{\partial X_v} \right] X_v \end{aligned} \quad (1-37)$$

$$\dot{V}_s = a_1 x_1 + a_2 x_b + a_3 P_c + a_4 V_s + b_1 L_r + b_2 P_f + b_3 F \quad (1-38)$$

où si :

$$\beta_1 = \frac{U_0 A_0}{\lambda_0 M_0} \quad \beta_2 = \frac{U_c A_c M_0}{M_w C_{pw}} \quad \beta_3 = \beta_1 \frac{\partial T_0}{\partial x_b}$$

donc :

$$\begin{aligned} a_1 &= -\beta_3 \bar{L}_s & a_2 &= \beta_3 [\bar{L}_0 + \bar{V}_s (\partial y_b / \partial x_b) - \beta_2] \\ a_3 &= \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\partial T_c}{\partial P_c} \right) & a_4 &= - \left[ \frac{(U_c A_c + U_0 A_0)}{M_w C_{pw}} - \beta_3 (\bar{y}_b - \bar{x}_b) \right] \\ b_1 &= -\beta_3 (\bar{x}_1 - \bar{x}_b) & b_2 &= -\bar{F} b_1 & b_3 &= -\bar{P}_f b_1 \end{aligned}$$

### 1-5-2 Modèle linéaire de la colonne de distillation

Le modèle linéaire de la colonne de distillation est donné par la représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u \\ y &= C x \end{aligned} \quad (1-39)$$

avec :

$$x^T, \text{ vecteur d'état : } x^T = (x_d, x_7, \dots, x_f, \dots, x_1, x_b, P_c, V_s)$$

$$u^T, \text{ vecteur d'entrée : } u^T = (L_r, P_f, F, z_f, P_{ss}, X_v)$$

$$y, \text{ vecteur de sortie : } y^T = (x_7, x_b)$$

$A$ ,  $B$  et  $C$  sont des matrices de dimension :

$$A : 11 \times 11, B : 11 \times 6, C : 2 \times 11.$$

Les données nominales du fonctionnement de la colonne sont données dans l'annexe-A. Le calcul des valeurs des matrices  $A$  et  $B$  s'obtiennent à partir des équations (1-32) à (1-38).

Après calcul, les valeurs de  $A$  et  $B$  sont :

$$A = \begin{pmatrix} -0.0135 & 0.0063 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0290 & -0.0436 & 0.0168 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0490 \\ 0 & 0.0290 & -0.0457 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0908 \\ 0 & 0 & 0.0290 & -0.0502 & 0.0290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1396 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0270 & -0.0626 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1176 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0702 & 0.0446 & 0 & 0 & 0 & -0.1369 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0802 & 0.0548 & 0 & 0 & -0.1240 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0904 & 0.0628 & 0 & -0.0892 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0081 & -0.0157 & 0 & -0.0123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15.2240 & -5.0086 & 299420 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0283 & 0.0084 & -0.6868 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0533 & -0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0988 & -0.0009 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1520 & -0.0014 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1653 & -0.0019 & -0.1169 & 0.0086 & 0 & 0 \\ 0.1129 & -0.0011 & 0.1129 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1023 & -0.0010 & 0.1023 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0736 & -0.0007 & 0.0736 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0102 & -0.0001 & 0.0102 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6229 & 1.4409 \\ 0.0005 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice d'observation  $C$  est donnée par :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## 1-6 Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté une modélisation de la colonne de distillation par l'application du bilan matière globale, partiel et les équations du transfert de chaleur. Les paramètres de sorties de ce modèle sont la composition de haut de la colonne au niveau du septième plateau ( $x_7$ ) et la composition du bas de la colonne ( $x_b$ ). Ce modèle sera alors utilisé dans les prochains chapitres.

## CHAPITRE

## 2

Analyse des interactions dans  
la colonne de distillation

## 2-1 Introduction

La plupart des systèmes industriels chimiques sont des systèmes multivariables, ces derniers se caractérisent par le phénomène d'interactions ou de couplage dans la mesure où l'application d'un signal sur une entrée entraîne en générale une variation de plusieurs ou de toutes les sorties. Ce phénomène pose un sérieux problème pour la conception d'un système de commande robuste compte tenu des exigences pratiques telle que l'évolution des sorties indépendamment les unes des autres [19].

L'analyse des interactions dans un système multivariable permet de choisir une configuration de commande dont les interactions entre les boucles de cette dernière sont très faibles, ce qui permet d'appliquer la commande multiboucle [21], [29]. Plusieurs méthodes d'analyse des interactions ont été développées permettant le choix de la meilleure configuration de commande et/ou de juger le niveau d'interaction entre les boucles de régulation.

Ce chapitre est consacré à l'analyse des interactions dans la colonne de distillation par application de la méthode du critère des amplitudes relatives dynamiques (DRMC). Après un rappel sur le principe de la commande multiboucle, le deuxième point introduit quelques méthodes d'analyse des interactions dans les systèmes multivariables, et on termine par l'application de la DRMC pour analyser les interactions présentes dans la colonne de distillation.

## 2-2 Commande multiboucle

La commande multiboucle (commande directe boucles par boucle) consiste à négliger les interactions  $g_{ij}(s)$  ( $i \neq j$ ) donc à considérer le système comme constitué de  $m$  sous-système monovariables en parallèle [19], [21], [29]. La synthèse d'un système de commande multiboucle passe par les deux étapes suivantes :

- *Etape 1. Détermination de la configuration de commande (couples entrées-sorties).*

Pour la commande multiboucle d'un système multivariable à  $m$  entrées et  $m$  sorties, l'étape la plus importante est le choix de la meilleure configuration de commande parmi les  $m!$  combinaisons possibles de couples entrée/sortie.

L'étape d'analyse des interactions joue le rôle de premier plan lors de la synthèse d'un système de commande multiboucle. La configuration de commande adéquate est définie par les couples entrées-sorties assurant :

- ↳ La stabilité du système en boucle fermée.
- ↳ Un faible niveau d'interactions entre les boucles de commande.

- *Etape 2. Choix de la loi de commande pour chaque boucle.*

Une fois la configuration de commande convenable est obtenue, on passe à la détermination des paramètres de chaque régulateur pour chaque boucle de commande assurant les performances désirées.

La technique de la commande multiboucle est représentée sur la figure 2-1.

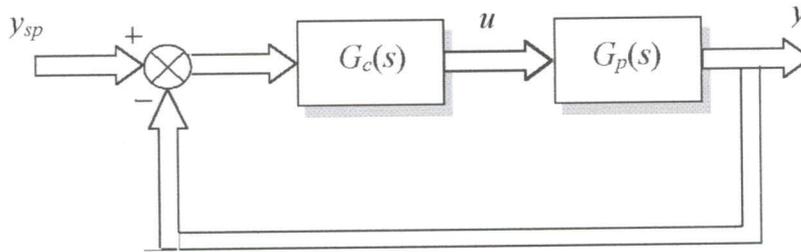


Figure 2-1 Système de commande multiboucle

Avec  $G_p(s)$ , la matrice des fonctions de transfert du système :

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & \dots & g_{1m}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s) & \dots & g_{nm}(s) \end{bmatrix} \tag{2-1}$$

et  $G_c(s)$ , le régulateur multiboucle :

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c1}(s) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & g_{c2}(s) \end{bmatrix} \tag{2-2}$$

$u$  et  $y$  sont les vecteurs d'entrées et de sorties du système respectivement pour les  $n \times m$  fonctions de transfert. La sortie en boucle fermée du système est donnée par :

$$y(s) = G(s) * y_{sp}(s) \tag{2-3}$$

avec :

$$G(s) = [I + G_p(s)G_c(s)]^{-1} G_p(s)G_c(s) \tag{2-4}$$

La tendance à l'industrie pour la commande multiboucle se justifie, par le fait qu'elle permet l'extension des méthodes de commande développées pour un système monovariabale ce qui présente un avantage puisque la plupart des problèmes de régulation monovariabale peuvent être résolus par des correcteurs classiques de type PI et PID [21], [30], [44], [50].

### 2-3 Phénomène d'interaction dans un système multivariable

L'interaction dans un système multivariable est définie comme l'effet d'une grandeur d'entrée  $u_j$  sur l'ensemble des grandeurs de sortie  $y_i$  ( $i \neq j$ ) ; ou l'effet total de l'ensemble des entrées  $u_j$  sur une grandeur de sortie  $y_i$  ( $i \neq j$ ).

Par exemple, considérons le système de commande multiboucle ( $2 \times 2$ ) de la figure 2-2. Si on fait une variation de consigne  $y_{1sp}$  ou lorsqu'une perturbation  $d_1$  affecte la sortie  $y_1$ , le régulateur  $g_{c1}$  génère une action pour corriger l'écart entre la consigne et la sortie, cette action affecte aussi la sortie  $y_2$  à travers la transmittance  $g_{21}$  ; ce qui oblige le régulateur  $g_{c2}$  d'agir pour maintenir la sortie  $y_2$  à sa valeur de consigne  $y_{2sp}$  en générant une commande  $u_2$ , cette dernière affecte la sortie  $y_1$  à travers la transmittance  $g_{12}$  ; ce qui rend difficile de maintenir les sorties  $y_1$  et  $y_2$  à leurs points de consignes. Dans ce cas le système considéré est sujet à des interactions entre les grandeurs de commande et celles à commander.

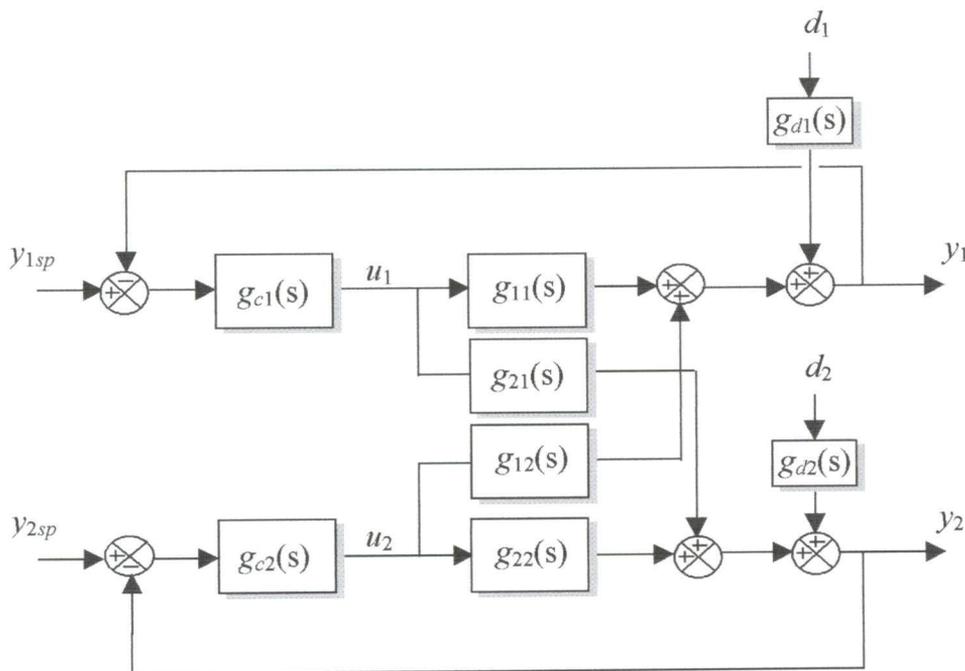


Figure 2-2 Système de commande multiboucle  $2 \times 2$

### 2-4 Analyse des interactions dans un système multivariable

Plusieurs méthodes ont été développées pour analyser les interactions présentes dans un système multivariables. En effet, après le succès de la méthode de la matrice des gains relatifs (RGA) développée par Bristol (1966), les efforts sont focaliser pour développer d'autres méthodes plus efficaces, les travaux réalisés dans ce domaine ont débouché sur une panoplie de méthodes puissantes permettant un meilleur choix de la configuration de commande ou pour juger le niveau d'interaction entre les boucles de régulation.

### 2-4-1 Méthode de la matrice des gains relatifs

Cette méthode se base sur l'analyse des gains de la matrice trouvée. Les éléments de la RGA (Relative Gain Array) indiquent si le gain d'une boucle quelconque change lorsque toutes les autres chaînes de régulation sont ouvertes ou fermées.

#### 2-4-1-1 Construction de la matrice

Les éléments de la matrice peuvent être calculés sur la base des gains des boucles ouvertes dans le système.

En régime permanent :

$$K_{ij} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{u_k, k \neq j} \quad (2-5)$$

$y_i$  : les sorties du système,  $u_j$  : les entrées de commande.

On définit le gain statique relatif à une sortie quand les autres chaînes sont fermées par :

$$\alpha_{ij} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{y_k, k \neq i} \quad (2-6)$$

Le gain  $\alpha_{ij}$  montre l'influence d'une entrée  $u_j$  sur une sortie  $y_i$ , quand toutes les chaînes sont fermées sous des régulateurs parfait.

Les éléments de la RGA sont définis par [63] :

$$\Lambda = \{\lambda_{ij}\} \quad (2-7)$$

avec :

$$\lambda_{ij} = \frac{K_{ij}}{\alpha_{ij}} \quad (2-8)$$

La matrice des gains relatifs (RGA) est aussi déterminée directement par l'expression mathématique suivante [51] :

$$\Lambda = \{\lambda_{ij}\} = K_s \cdot * (K_s^{-1})^T \quad (2-9)$$

où :

$K_s$  : est la matrice des gains statiques du système ( $s=0$ ).

$*$  : est le produit de Hadamard [9].

#### 2-4-1-2 Interprétation de la RGA

- Si les éléments de la matrice  $\Lambda$  sont proches de 1, le niveau d'interaction est faible. Dans le cas contraire (inférieur ou supérieur à 1) l'interaction est forte.

- La somme des lignes et des colonnes est égale à 1.
- Pour une matrice de  $2 \times 2$ , si  $\lambda_{11} = 1$  donc  $\lambda_{22} = 1$  et  $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 0$ , c'est le cas de l'existence d'aucune interaction. Par conséquent, l'entrée  $u_1$  peut commander la sortie  $y_1$  et l'entrée  $u_2$  commande la sortie  $y_2$ . Si  $\lambda_{12} = 1$ ,  $y_2$  doit être commandée par  $u_1$  et  $y_1$  par  $u_2$ .
- Si  $\lambda_{ij}$  est négatif, la réponse de la boucle peut changer de sens de variation si les autres chaînes sont fermées. Dans ce cas, on a une difficulté de commande. Le couple correspondant ne doit pas être choisi.
- Pour choisir quelle entrée doit commander quelle sortie, on prend celle qui a la valeur de  $\lambda_{ij}$  la plus proche de 1.

### 2-4-1-3 Limitation de la RGA

La méthode de la matrice des gains relatifs suppose que les régulateurs sont parfaits, ce qui n'est pas le cas pratiquement. La RGA n'est valable que pour les systèmes qui travaillent autour de la fréquence nulle. Donc cette méthode est efficace dans le cas du régime statique. Elle n'est pas applicable pour le régime dynamique.

### 2-4-2 Méthode de la matrice dynamique relative

Witcher et McAvoy [75] ont proposé une mesure de l'interaction basée sur les réponses transitoires des sorties en boucles ouvertes. Ce type d'information est facilement obtenu par des données expérimentales ou par les réponses transitoires du modèle du processus.

La mesure de l'interaction proposée par Witcher et McAvoy est basé sur un potentiel dynamique  $\phi_{ij}$ , qui est l'intégrale de la réponse transitoire de la sortie en boucle ouverte  $y_i$  pour un changement de la commande  $u_j$  à  $t = 0$ .

$$\phi_{ij}(\theta) = \int_0^{\theta} y_i(t) dt \quad (i, j = 1, 2, \dots, m) \quad (2-10)$$

La période du temps  $\theta$  de l'intégral précédent est choisie égale de 20% à 100% de la constante du temps dominante du processus.

En substituant le potentiel dynamique  $\phi_{ij}$  par le gain statique  $K_s$  dans l'équation (2-9) de la matrice des gains relatifs, on construit une matrice dynamique relative **RDA** (Relative Dynamic Array) définie par [21] :

$$\lambda_{ij}(\theta) = \phi_{ij}(\theta) \cdot \tilde{\phi}_{ji}(\theta) \quad (2-11)$$

où  $\tilde{\phi}_{ji}(\theta)$  est un élément de  $\tilde{\phi}(\theta)$  et  $\tilde{\phi}(\theta) = [\phi(\theta)^T]^{-1}$ .

La RDA fournit le même type de normalisation que la RGA c'est-à-dire la somme des éléments de la matrice  $\lambda_{ij}(\theta)$  le long d'une ligne ou d'une colonne est égale à 1. Par conséquent, les couples entrées-sorties recommandés sont déterminés de la même manière que la RGA, à savoir, les couples sélectionnés correspondent aux éléments positifs proche de l'unité lors de l'utilisation de la RDA. Dans le cas où  $\theta \rightarrow \infty$  la RDA est asymptotiquement proche de la RGA.

Bien que l'analyse des interactions par la RDA fournisse des informations utiles sur ces interactions statiques et dynamiques qui se produisent dans les processus multivariables, elle a des inconvénients. Le principal défaut de la méthode de potentielle dynamique est que la période du temps  $\theta$  utilisée est quelque peu arbitraire [21], [33], bien qu'elle soit basée sur la constante du temps dominante du processus. Puisque  $\lambda_{ij}(\theta)$  est une fonction de la période du temps  $\theta$ , le degré d'interaction et le couple recommandé déterminés par l'analyse de la RDA dépendront aussi de  $\theta$  et peuvent être aussi arbitraires. Par conséquent, la RDA est difficile à interpréter.

### 2-4-3 Méthode de la matrice des gains relatifs moyens

La **ARGA** [21] (Average Relative Gain Array) est basée sur les réponses transitoires des sorties en boucles ouvertes. Elle a été modifiée pour vaincre les inconvénients de la RDA.

Soit le modèle d'un processus suivant :

$$y(s) = G(s)u(s) \quad (2-12)$$

Où chaque fonction du transfert du processus est exprimée comme un modèle de premier ordre plus un temps de retard :

$$g_{ij}(s) = \frac{K_{ij} e^{-d_{ij}s}}{T_{ij}s + 1} \quad (2-13)$$

Supposons que le processus est initialement stable ( $u = y = 0$ ) et qu'un changement de la commande  $u_j$  se produit à  $t = 0$ . Pendant l'intervalle du temps  $[0, d_{ij}]$ ,  $y_i$  n'est pas affectée par  $u_j$  et nous pouvons dire que le gain dynamique du processus pour cette période du temps est zéro. Pour l'intervalle du temps  $[d_{ij}, \theta]$ , le gain dynamique moyen  $D_{ij}^*$  entre  $y_i$  et  $u_j$  peut être calculé par :

$$D_{ij}^* = \frac{1}{\theta - d_{ij}} \int_{d_{ij}}^{\theta} y_i(t) dt \quad (2-14)$$

Ensuite, on définit la fonction  $D_{ij}(t)$  par :

$$D_{ij}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < d_{ij} \\ D_{ij}^* & \text{si } d_{ij} \leq t \leq \theta \end{cases} \quad (2-15)$$

Par analogie avec la RGA et la RDA, le nouveau gain relatif  $\mu_{ij}(t)$  est défini par [21] :

$$\mu_{ij}(t) = D_{ij}(t) * \tilde{D}_{ji}(t) \quad (2-16)$$

où  $\tilde{D}_{ji}$  est un élément de  $\tilde{D} = [D^T]^{-1}$ .

Pour mesurer l'interaction du processus, nous considérons la valeur moyenne de  $\mu_{ij}(t)$  sur l'intervalle du temps  $[\theta_1, \theta]$  [21] :

$$\mu_{ij}^* = \frac{1}{\theta - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta} \mu_{ij}(t) dt \quad (2-17)$$

$\theta$  est généralement choisie comme :

$$\theta = \theta_1 + T_M \quad (2-18)$$

où  $T_M$  est la plus grande constante du temps dans la matrice des fonctions du transfert du processus  $G(s)$ .

Les couples entrées-sorties sélectionnés correspondent aux éléments positifs proche de l'unité dans la ARGA.

#### 2-4-4 Méthode de la matrice des gains relatifs dynamiques

La **DRGA** (Dynamic Relative Gain Array) est l'extension dynamique de la RGA.

##### 2-4-4-1 Construction de la matrice

Soit un processus dynamique linéaire décrit par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (2-19)$$

où :

- $x$  : vecteur d'état  $n \times 1$ .
- $y$  : vecteur des sorties  $m \times 1$ .
- $u$  : vecteur des entrées  $m \times 1$ .

Ce système est supposé commandable et observable.

Considérons un changement de consigne de 0 à  $y^0$ , ce changement de consigne provoque nécessairement une variation de commande  $u = u^0$ . A l'état stable :

$$0 = A x^0 + B u^0 \quad (2-20)$$

Supposons que le système est stable, l'équation (2-20) peut être résolue pour  $x^0$  :

$$x^0 = (-A)^{-1} B u^0 \quad (2-21)$$

mais,

$$\begin{aligned} y^0 &= C x^0 \\ &= C (-A)^{-1} B u^0 \end{aligned} \quad (2-22)$$

par conséquent,

$$u^0 = [C(-A)^{-1}B]^{-1} y^0 \quad (2-23)$$

Avec les conditions initiales nulles, la sortie du système est :

$$\begin{aligned} y(s) &= C x(s) \\ &= C (sI - A)^{-1} B u^0 \cdot \frac{1}{s} \\ &= C (sI - A)^{-1} B \cdot [C(-A)^{-1}B]^{-1} y^0 \cdot \frac{1}{s} \\ &= \phi(s) \cdot [\phi(0)]^{-1} \cdot \frac{y^0}{s} \end{aligned} \quad (2-24)$$

où  $\phi(s)$  est la matrice des fonctions du transfert du processus, l'équation (2-24) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \\ \vdots \\ y_m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1}(s) & \phi_{1,2}(s) & \cdots & \phi_{1,m}(s) \\ \phi_{2,1}(s) & \phi_{2,2}(s) & \cdots & \phi_{2,m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{m,1}(s) & \phi_{m,2}(s) & \cdots & \phi_{m,m}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_{1,1} & \Gamma_{1,2} & \cdots & \Gamma_{1,m} \\ \Gamma_{2,1} & \Gamma_{2,2} & \cdots & \Gamma_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{m,1} & \Gamma_{m,2} & \cdots & \Gamma_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1^0 \\ y_2^0 \\ \vdots \\ y_m^0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s} \quad (2-25)$$

donc,

$$y_i(s) = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{k=1}^m \phi_{i,k}(s) \Gamma_{k,j} \right) \frac{y_j^0}{s}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2-26)$$

où  $\phi_{i,j}(s)$  et  $\Gamma_{k,j}$  sont des éléments des matrices  $\phi(s)$  et  $\phi^{-1}(0)$  respectivement.

Si on considère un changement de consigne pour  $y_i^0$  seulement, la réponse de  $y_i$  est simplement :

$$y_i(s) = \left( \sum_{k=1}^m \phi_{i,k}(s) \Gamma_{k,i} \right) \frac{y_i^0}{s} \quad (2-27)$$

Le  $k^{\text{ème}}$  terme dans cette addition est le résultat de l'action prise par le  $k^{\text{ème}}$  contrôleur. D'où, si la sortie  $y_i$  est commandée par l'entrée  $u_k$ , le terme  $\phi_{i,k} \Gamma_{k,i} / s$  dans l'équation (2-27) devrait être le terme dominant si les interactions seront minimisées. La matrice des gains relatifs dynamique (DRGA) peut être formée de l'équation (2-27). Avec chaque  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice est formée par le  $i^{\text{ème}}$  composant de l'équation (2-27), la matrice DRGA est définie par [3], [69]:

$$\begin{array}{c|cccc}
 & u_1 & u_2 & \cdot & \cdot & u_m \\
 y_1 & \lambda_{1,1}(s) & \lambda_{1,2}(s) & \cdot & \cdot & \lambda_{1,m}(s) \\
 y_2 & \lambda_{2,1}(s) & \lambda_{2,2}(s) & \cdot & \cdot & \lambda_{2,m}(s) \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\
 y_m & \lambda_{m,1}(s) & \lambda_{m,2}(s) & \cdot & \cdot & \lambda_{m,m}(s)
 \end{array} \tag{2-28}$$

où,

$$\lambda_{i,j}(s) = \phi_{i,j}(s) \Gamma_{j,i} \cdot \frac{1}{s}, \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, m \end{array} \tag{2-29}$$

**2-4-4-2 Interprétation de la DRGA**

Cette méthode consiste à représenter le graphe du module de chaque élément  $\lambda_{i,j}(s)$  en fonction de la fréquence  $\omega$ . Le choix porte sur les couples correspondants aux éléments  $\lambda_{i,j}(s)$  dont le module est proche de l'unité dans la bande de fréquence de travail du système.

**2-4-5 Méthode de la matrice des gains directs statiques d'interactions**

Le principe de la méthode **DGM** (Direct Gain Matrix) [32], [33] consiste en premier lieu à déterminer la matrice des gains directs statiques  $K_d$ , ensuite on utilise la matrice  $K_d$  trouvée pour générer la matrice des gains directs statiques d'interactions  $M_i$ .

Soit un système dynamique linéaire décrit par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\
 y(t) &= C x(t)
 \end{aligned} \tag{2-30}$$

où :

- $x$  : vecteur d'état  $n \times 1$ .
- $y$  : vecteur des sorties  $r \times 1$ .
- $u$  : vecteur des entrées  $m \times 1$ .
- $A : n \times n, B : n \times m, C : r \times n$ .

Pour déterminer les gains directs statiques entre chaque entrée et la  $i^{ème}$  sortie, on suit les étapes suivantes :

- *Etape 1.* On remplace les variables d'états correspondantes aux autres sorties dans le modèle d'état par la valeur zéro sauf la  $i^{ème}$  sortie considérée. Ce qui donne un nouveau système :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i^*(t) &= A_i^* x_i^*(t) + B_i^* u(t) \\
 y_i^*(t) &= C_i^* x_i^*(t)
 \end{aligned} \tag{2-31}$$

avec,

$$A_i^* : (n-r+1) \times (n-r+1) .$$

$$B_i^* : (n-r+1) \times m .$$

$$C_i^* : r \times (n-r+1) .$$

- *Etape 2.* La  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice  $K_d$  est obtenue par :

$$l_i = C_i^* (-A_i^*)^{-1} B_i^* \quad (2-32)$$

On refait les étapes 1 et 2 pour  $i=1,2,\dots,r$  ( $r$  est le nombre de sorties du système) en vue de générer la matrice des gains directs statiques  $K_d$ .

$$K_d = \begin{bmatrix} l_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ l_r \end{bmatrix} = [K_{d_{ij}} : i = 1,\dots,r ; j = 1,\dots,m] \quad (2-33)$$

Une fois la matrice  $K_d$  est obtenue, on détermine la matrice des gains directs statiques d'interaction  $M_i$  dont chaque élément  $\delta_{ij}$  est calculé comme suit [32] :

$$\delta_{ij} = \frac{K_{d_{ij}}}{\sum_{k=1}^r K_{d_{kj}}} \quad (2-34)$$

alors :

$$M_i = [\delta_{ij} : i = 1,\dots,r ; j = 1,\dots,m] \quad (2-35)$$

Les couples correspondants à des éléments  $\delta_{ij}$  qui sont plus proche de 1 définissent la configuration de commande convenable avec des interactions faibles. Cette méthode, contrairement à tous les méthodes étudié précédemment peut être appliquée à des systèmes non carrés (le nombre d'entrées est différent à celui des sorties).

#### 2-4-6 Méthode de la matrice des interactions dynamiques directes

La **DDM** (Direct Dynamic Interaction Matrix) [33] est une extension de la DGM. Les gains directs entre les entrées et les sorties sont déterminés de la même façon que dans la DGM, donc la réponse dynamique directe de la sortie  $y_i$  pour un changement de la commande  $u_j$  peut être utilisée pour calculer la DDM.

La valeur moyenne de  $y_i^d$  sur l'intervalle du temps  $[0,\theta]$  dans le cas d'un changement de consigne sur une entrée est donnée par [33] :

$$\bar{y}_i^d = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta y_i^d(t) dt \quad (2-36)$$

$\theta$  est généralement choisi comme la plus grande constante du temps dans la matrice des fonctions de transfert du processus  $G(s)$ .

La DDM est juste la matrice dont les éléments sont les proportions entre le gain dynamique direct entre une sortie et une entrée, et la somme de tous les gains dynamiques directs entre cette entrée et toutes les sorties [33].

Les couples correspondants à des éléments de la DDM qui sont plus proche de l'unité définissent la configuration de commande convenable avec des interactions faibles.

### 2-4-7 Méthode du modèle interne

L'analyse des interactions par modèle interne **IMC** (Internal Model Control) est introduite par Economou et Morari [17], une mesure qui est simple à interpréter, efficace pour différencier entre les configurations possibles et de choisir la meilleure configuration. Cette méthode est basée sur la représentation pour chaque couple d'entrée-sortie d'une configuration possible par les graphes donnés par  $R_i(\omega)$  et  $C_i(\omega)$ .

Les expressions mathématiques de  $R_i(\omega)$  et  $C_i(\omega)$  sont :

$$R_i(\omega) = \frac{\sum_{j, j \neq i} |g_{ij}(i\omega)|}{\sum_j |g_{ij}(i\omega)|} ; \quad 0 < \omega < \infty \quad (2-37)$$

$$C_i(\omega) = \frac{\sum_{j, j \neq i} |g_{ji}(i\omega)|}{\sum_j |g_{ji}(i\omega)|} ; \quad 0 < \omega < \infty \quad (2-38)$$

où  $g_{ij}(i\omega)$  sont les éléments de la matrice des fonctions de transfert du système à commande multiboucle étudié dans la partie 2-2.

Le choix de la meilleure configuration par la méthode IMC est déterminé par les valeurs de  $R_i$  et  $C_i$  de chaque couple entrée-sortie :

- Des grandes valeurs de  $R_i$  et  $C_i$  correspondent à des interactions significatives. Par contre si les valeurs de  $R_i$  et  $C_i$  sont petites, les interactions entre les boucles de commande sont faibles.
- Des faibles valeurs de  $R_i$  signifient que la réponse de la  $i^{\text{ème}}$  boucle est imposée par son entrée assignée. Lorsque les valeurs de  $R_i$  sont grandes cela correspond à des fortes interactions avec les autres boucles et la réponse de la  $i^{\text{ème}}$  boucle est imposée par les autres entrées du système.

- Des petites valeurs de  $C_i$  signifient que l'entrée  $u_i$  commande sa sortie assignée  $y_i$ , et son effet sur les autres sorties du système est négligeable. Inversement, les valeurs élevées de  $C_i$  indiquent que l'entrée  $u_i$  doit de préférence commander certaines autres sorties du système que  $y_i$ .

Le meilleur choix qui assure un faible niveau d'interaction entre les boucles de régulation d'un système par la méthode du modèle interne est la configuration pour la laquelle  $R_i \leq 0.5$  et/ou  $C_i \leq 0.5$  pour tous les couples entrées-sorties du système.

## 2-4-8 Méthode de la matrice des amplitudes relatives dynamiques

### 2-4-8-1 Définition de la DRMC

La **DRMC** (Dynamique Relative Magnitude Criterion) [35] est une méthode fréquentielle qui utilise les diagrammes d'amplitudes pour juger sur le niveau d'interaction présent dans les systèmes multivariables. elle est interprétée comme la représentation graphique des :

↳ Eléments de la diagonale, qui sont donnés par le rapport entre les fonctions de transfert en boucle ouverte  $y_i(s) = G(s)u_i(s)$  sur les fonctions de transfert en boucle fermée  $y_j(s) = G(s)y_{jsp}(s)$ .

↳ Eléments hors diagonale, qui sont calculés pour le système de commande automatique complet et qui sont donnés par le rapport entre  $y_i(s) = G(s)y_{jsp}(s)$  et  $y_i(s) = G(s)y_{isp}(s)$ .

### 2-4-8-2 Construction de la DRMC

Pour le calcul de la matrice des amplitudes relatives dynamiques on prend dans un premier temps l'exemple d'un système de  $2 \times 2$  par l'utilisation des fonctions du transfert, puis on généralise dans le cas de la représentation d'état.

#### a- Cas d'un système de $2 \times 2$

##### a.1 Les éléments de la diagonale

Considérons la matrice des fonctions de transfert  $G(s)$  avec les éléments  $g_{ij}(s)$ , les entrées  $u_i$  et les sorties  $y_j$  ( $i, j=1, 2$ ). Dans le cas de l'absence des régulateurs figure 2-3, la fonction de transfert entre l'entrée  $u_1$  et la sortie  $y_1$  est donnée par :

$$\left( \frac{y_1(s)}{u_1(s)} \right)_{oo} = g_{11}(s) \quad (2-39)$$

où  $oo$  indique que le système est en boucle ouverte.

Supposons qu'on désire contrôler  $y_2$  avec  $u_2$  par l'installation d'un régulateur  $g_{c2}(s)$ , figure 2-4. Dans la présence de ce régulateur, la fonction de transfert entre  $u_1$  et  $y_1$  change et elle est donnée par :

$$\left( \frac{y_1(s)}{u_1(s)} \right)_{OF} = g_{11}(s) - \frac{g_{c2}(s)g_{12}(s)g_{21}(s)}{1 + g_{c2}(s)g_{22}(s)} \quad (2-40)$$

où  $OF$  indique que la 1<sup>ère</sup> boucle est ouverte et la 2<sup>ème</sup> boucle est fermée.

L'ampleur pour laquelle la fonction de transfert entre  $u_1$  et  $y_1$  est affectée par la présence du régulateur  $g_{c2}(s)$  peut être mesurée par la proportion de ces deux dernières expressions.

Appelons ces proportions de la DRMC par  $(\Delta)$ . Le premier élément dans  $(\Delta)$ ,  $\delta_{11}$  est calculé par :

$$\delta_{11} = \frac{\left( \frac{y_1(s)}{u_1(s)} \right)_{OO}}{\left( \frac{y_1(s)}{u_1(s)} \right)_{OF}} \quad (2-41)$$

Dans la dernière expression on note la présence de la fonction de transfert du régulateur qui affecte les valeurs des éléments de la DRMC.

Si le régulateur inclut une action intégrale ce qui est typiquement exigé dans un système à commander, les éléments de la DRMC pour la fréquence nulle ( $s=0$ ) donne la même valeur que la RGA :

$$\delta_{11}(0) = \lambda_{11} = \frac{g_{11}g_{22}}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} \quad (2-42)$$

Pour l'autre élément de la diagonale  $\delta_{22}$ , il a été calculé de la même façon que  $\delta_{11}$  et il est défini par :

$$\delta_{22} = \frac{\left( \frac{y_2(s)}{u_2(s)} \right)_{OO}}{\left( \frac{y_2(s)}{u_2(s)} \right)_{FO}} \quad (2-43)$$

où  $FO$  indique que la 1<sup>ère</sup> boucle est fermée et la 2<sup>ème</sup> boucle est ouverte, figure 2-5.

### a.2 Les éléments hors diagonale

Ce sont les mesures des perturbations qui affectent les boucles interactives et sont calculés pour le système qui est complètement commandé en automatique, figure 2-6. Ils sont définis comme la proportion de la fonction de transfert entre  $y_i$  et  $y_{jsp}$  ( $i \neq j$ ) sur la même fonction de transfert entre une sortie  $y_i$  et sa consigne  $y_{isp}$  (i.e., on utilise le même dénominateur pour tous les éléments hors diagonale). Ces éléments sont donnés par :

$$\delta_{12} = \frac{\left( \frac{y_1(s)}{y_{2,sp}(s)} \right)_{FF}}{\left( \frac{y_2(s)}{y_{2,sp}(s)} \right)_{FF}} \quad (2-44)$$

$$\delta_{21} = \frac{\left( \frac{y_2(s)}{y_{1sp}(s)} \right)_{FF}}{\left( \frac{y_2(s)}{y_{2sp}(s)} \right)_{FF}} \quad (2-45)$$

où *FF* indique que les deux boucles sont en boucle fermée.

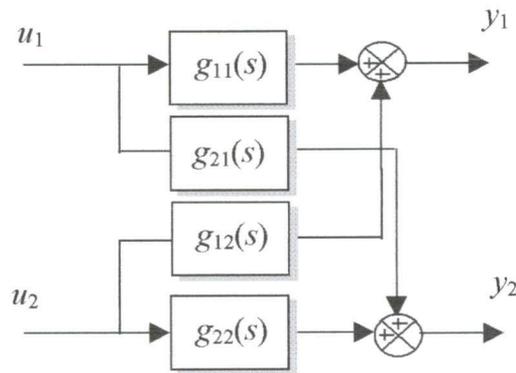


Figure 2-3 Système de commande 2x2 en boucle ouverte

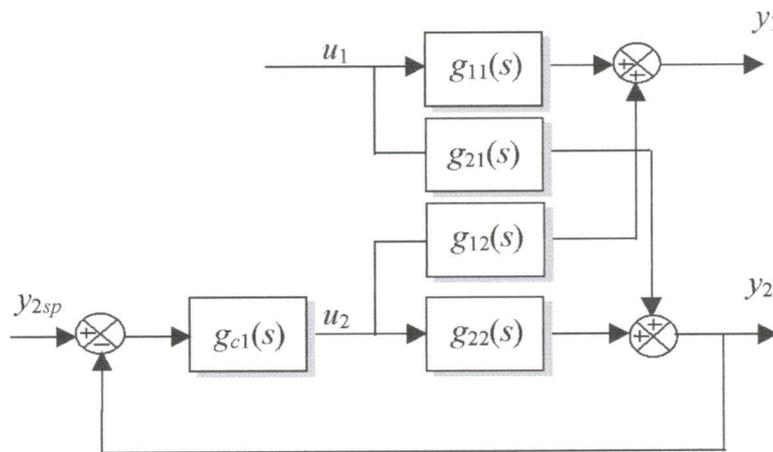


Figure 2-4 Système de commande 2x2 avec la 1<sup>ère</sup> boucle ouverte et la 2<sup>ème</sup> boucle fermée

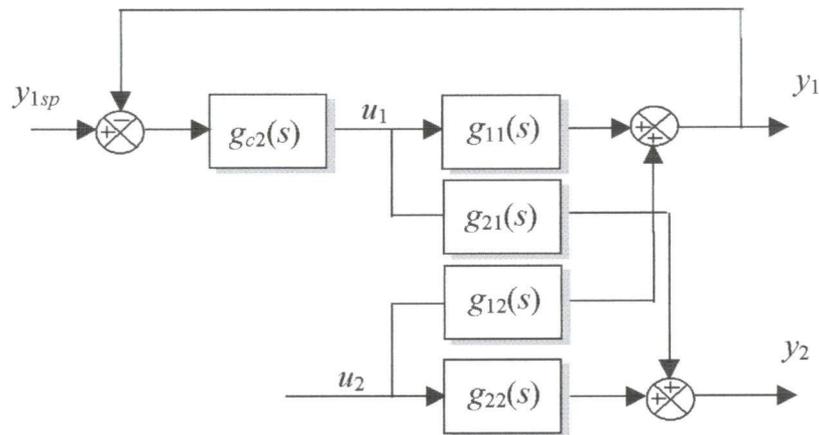


Figure 2-5 Système de commande 2x2 avec la 1<sup>ère</sup> boucle fermée et la 2<sup>ème</sup> boucle ouverte

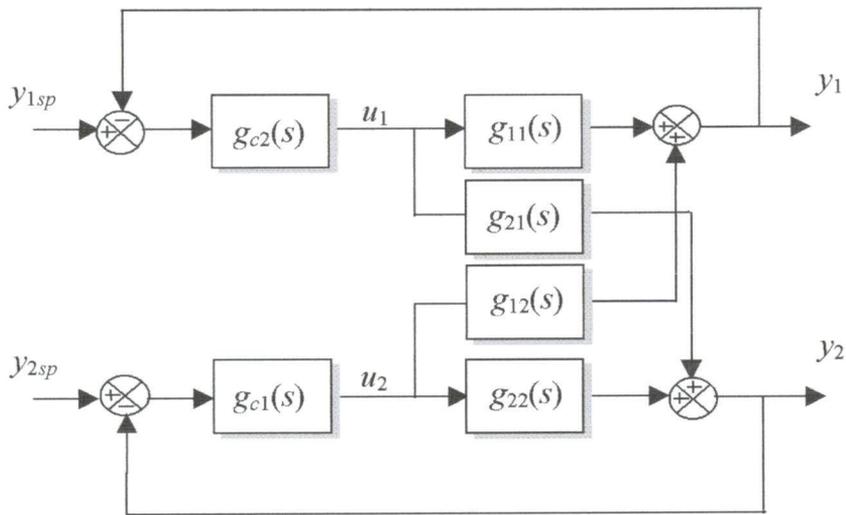


Figure 2-6 Système de commande 2x2 en boucle fermée

**a.3 Généralisation de la méthode**

La formule générale pour trouver les éléments de la diagonale et les éléments hors diagonale de la DRMC est donnée par [35], [36] :

$$\Delta = \begin{Bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{Bmatrix} \tag{2-46}$$

avec :

$$\delta_{ii} = \frac{\begin{bmatrix} y_i \\ u_i \end{bmatrix}_{\text{ystème en boucle ouverte}}}{\begin{bmatrix} y_i \\ u_i \end{bmatrix}_{\text{la boucle } j(i \neq j) \text{ est fermée}}}$$

et

$$\delta_{ij} = \frac{\begin{bmatrix} y_i \\ y_{jsp} \end{bmatrix}_{\text{ystème en boucle fermée}}}{\begin{bmatrix} y_i \\ y_{isp} \end{bmatrix}_{\text{ystème en boucle fermée}}}$$

**b- Cas de la représentation d'état**

Dans le cas où le nombre des variables d'un système quelconque serait supérieur à deux, il est préférable d'utiliser la représentation d'état pour une représentation du système. Le format de l'espace d'état donne une technique généralisée pour l'analyse et la synthèse des processus les plus complexes.

**b.1 Les éléments de la diagonale**

Soit un système dynamique linéaire décrit par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \tag{2-47}$$

où :

- $x$  : vecteur d'état  $n \times 1$ .
- $y$  : vecteur des sorties  $r \times 1$ .
- $u$  : vecteur des entrées  $m \times 1$ .

La matrice des fonctions du transfert de ce système est donnée par :

$$G(s) = C (sI - A)^{-1} B \tag{2-48}$$

Dans le cas où une des boucles interactives est fermée, on aura la relation suivante :

$$y(s) = G'(s) y_{sp}(s) \tag{2-49}$$

avec :

$$G'(s) = [I + G(s)K_i(s)]^{-1} G(s) \tag{2-50}$$

$K_i(s)$  est le régulateur utilisé dans la boucle fermée. Par exemple pour un système de  $2 \times 2$ , le  $K_i(s)$  pour chacune des deux boucles interactives est défini par :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g_{c2}(s) \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} g_{c1}(s) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-52)$$

où  $g_{c1}(s)$  et  $g_{c2}(s)$  sont les fonctions de transfert des régulateurs dans chaque boucle.

Les éléments de la diagonale de la DRMC sont définis par la relation suivante [35] :

$$\delta_{ii} = G(s) ./ G'(s) \quad (2-53)$$

Où ". / " présente la division élément par élément (dans les instruction de MATLAB).

## b.2 Les éléments hors diagonale

Les éléments hors diagonale  $\delta_{ij}$  sont calculés pour le système de commande complètement en automatique et sont définis comme la réponse de la sortie par rapport aux consignes des boucles opposées sur la même fonction de transfert entre une sortie et sa consigne.

Le vecteur de sortie pour le système de commande automatique est donné par :

$$y(s) = [I + G(s)G_c(s)]^{-1} G(s)G_c(s) y_{sp}(s) \quad (2-54)$$

où  $G_c(s)$  pour un système de  $2 \times 2$  est défini par :

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c1}(s) & 0 \\ 0 & g_{c2}(s) \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

La relation utilisée pour trouver les éléments hors diagonale de la DRMC est [35] :

$$\delta_{ij} = \frac{\begin{bmatrix} y_i \\ y_{jsp} \end{bmatrix}_{i \neq j}}{\begin{bmatrix} y_i \\ y_{isp} \end{bmatrix}_{i = cte}} \quad (2-56)$$

Les éléments hors diagonale de la DRMC ont été choisis afin de mettre en valeur la tendance du système pour la propagation des perturbations. En particulier l'utilisation du même

dénominateur dans chaque élément a été trouvée pour relever plus efficacement la direction et l'intensité relative de l'effet de la propagation des perturbations [36].

### 2-4-8-3 Interprétation de la DRMC

La méthode des amplitudes relatives dynamique exprime clairement comment les boucles séparées répondent à leurs consignes à travers les éléments de la diagonale et à d'autres consignes à travers les éléments hors diagonale. Selon la définition du critère, l'interaction causée par les boucles de régulation fermées, sera très faible pour les paires de variables avec une amplitude relative égale à l'unité à la fréquence de résonance. Quand les amplitudes des éléments de la diagonale de la DRMC entre les variables de commande  $u_i$  et celles à commander  $y_i$  s'éloignent de l'unité, l'interaction devient importante.

Les éléments hors diagonale donnent une information sur la direction et l'amplitude de la propagation des perturbations entre les boucles de régulation. Les éléments hors diagonale  $\delta_{ij}$  montrent comment la  $i^{\text{ième}}$  boucle est excitée par la  $j^{\text{ième}}$  boucle, quand le changement de consigne de cette dernière est effectué.

## 2-5 Analyse des interactions dans la colonne de distillation par la DRMC

Le schéma structurel de commande de la colonne de distillation est représenté par la figure 2-7. Dans ce processus la composition de haut de la colonne ( $x_7$ ) est commandée par le reflux ( $L_r$ ), et la composition du bas de la colonne ( $x_b$ ) est commandée par la vapeur ( $X_v$ ). Le modèle de la colonne est donné par (1-39) (chapitre 1).

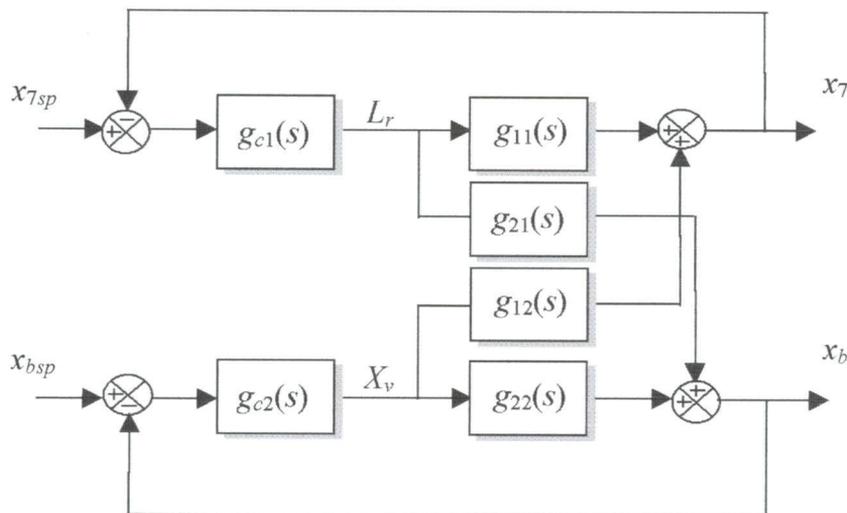


Figure 2-7 Schéma de commande de la colonne de distillation

Avec  $G$ , la matrice des fonctions de transfert :

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

et  $G_c$ , le régulateur multiboucle :

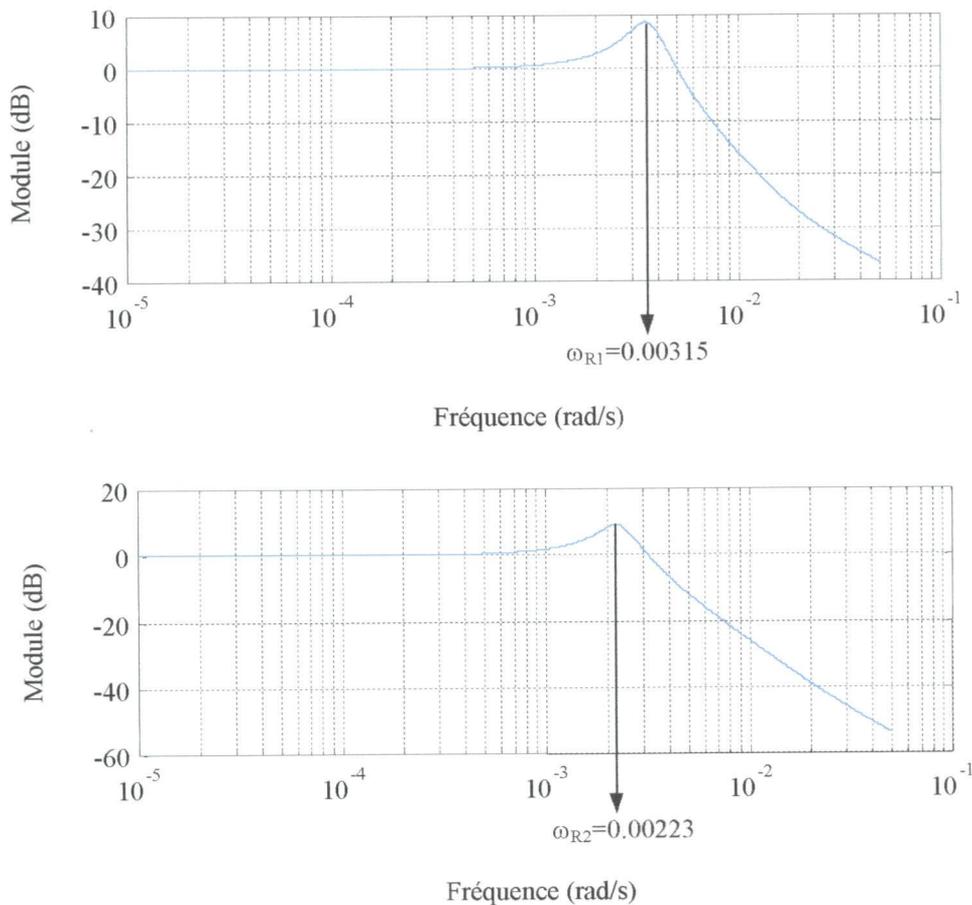
$$G_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c1}(s) & 0 \\ 0 & g_{c2}(s) \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

$g_{c1}(s)$  et  $g_{c2}(s)$  sont des régulateurs PI dont les paramètres sont déterminés par l'application de la méthode de lieu d'EVANS [52] (le facteur d'amortissement  $\zeta = 0.215$ ). Ces deux régulateurs sont donnés par :

$$g_{c1}(s) = 0.01489 \left( 1 + \frac{1}{55s} \right)$$

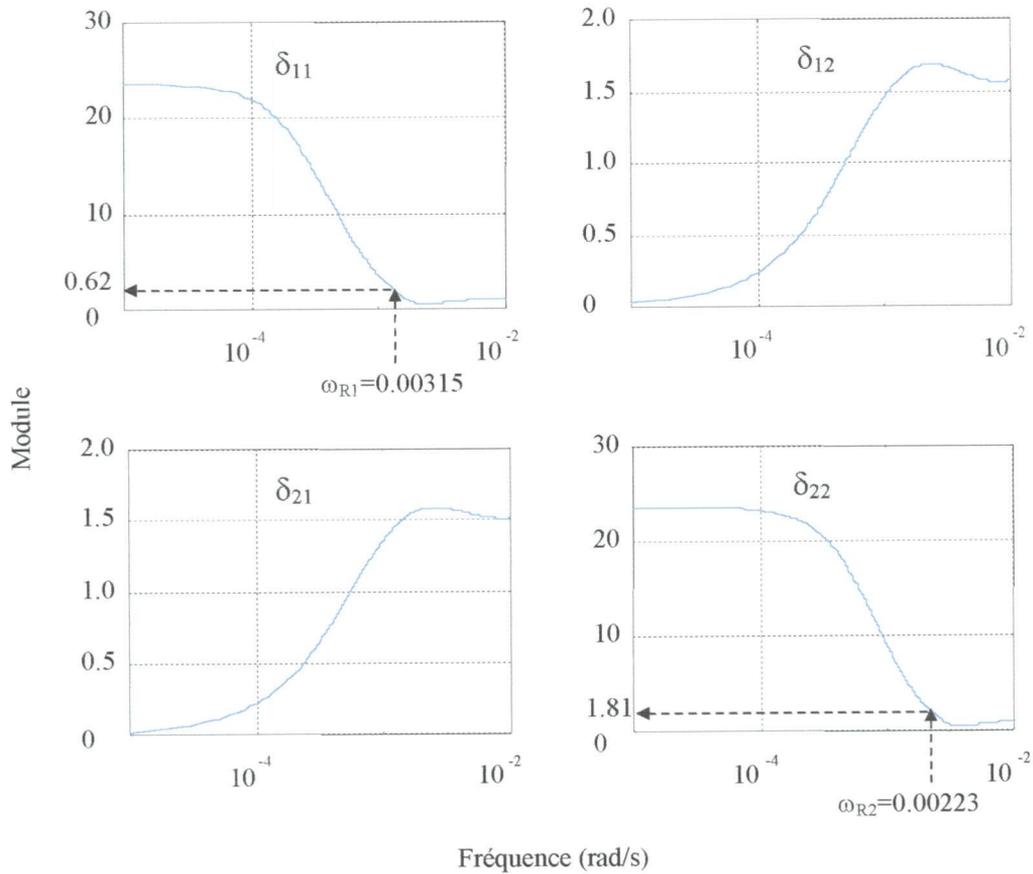
$$g_{c2}(s) = -0.3851 \left( 1 + \frac{1}{28.5s} \right)$$

Les fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne de distillation sont déterminées par le tracé de lieu de BODE figure 2-8.



**Figure 2-8** Détermination des fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne de distillation

La construction des éléments de la DRMC pour la colonne de distillation est représentée sur la figure 2-9.



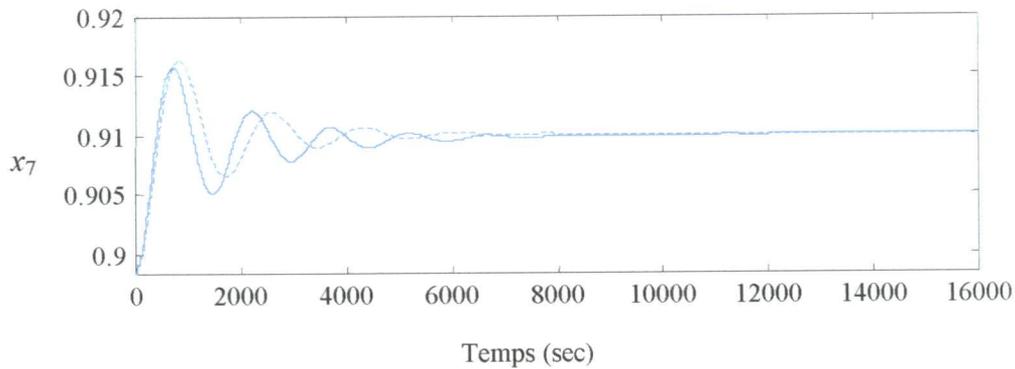
**Figure 2-9** Application de la DRMC pour la colonne de distillation

D'après la figure 2-9, les valeurs de l'amplitude des éléments de la diagonale  $\delta_{11}$  et  $\delta_{22}$  sont loin de l'unité pour les fréquences du travail des deux boucles. Cela veut dire que le système est interactif. Par conséquent, les réponses transitoires d'une boucle par rapport aux consignes quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées seront différentes.

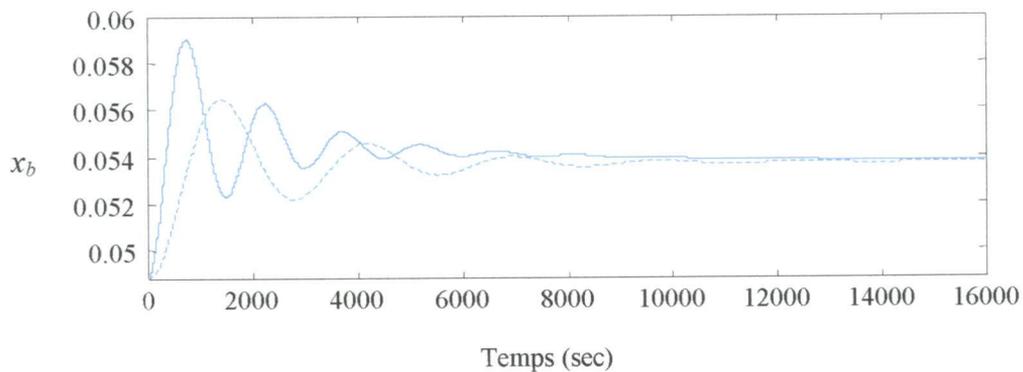
Les amplitudes des éléments hors diagonale  $\delta_{12}$  et  $\delta_{21}$  sont presque égales, en indiquant que des perturbations d'une boucle à une autre boucle propageront dans les deux directions avec presque la même amplitude.

Les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de consignes ;  $x_7 = 0.8983 \rightarrow 0.91$  et  $x_b = 0.04878 \rightarrow 0.0537$  quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées sont données par la figure 2-10. Par conséquent, la DRMC a été utilisée pour prédire les interactions présentées dans la colonne de distillation avec succès. Les résultats ont été confirmés exactement à travers les réponses transitoires du système.

La colonne de distillation se caractérise par le phénomène d'interactions ou de couplage dans la mesure où l'application d'un signal sur une entrée entraîne une variation des deux sorties.



**Figure 2-10 (a)** Composition de haut de la colonne  $x_7$   
 - - - - - La 1<sup>ère</sup> boucle fermée et la 2<sup>ème</sup> boucle ouverte  
 ——— Système en boucle fermée



**Figure 2-10 (b)** Composition du bas de la colonne  $x_b$   
 - - - - - La 1<sup>ère</sup> boucle ouverte et la 2<sup>ème</sup> boucle fermée  
 ——— Système en boucle fermée

## 2-6 Conclusion

L'étape de l'analyse des interactions joue un rôle de premier plan pour la commande multiboucle d'un système multivariable. Dans ce chapitre on a développé les différentes méthodes d'analyse des interactions. Parmi ces techniques, la DRMC utilise des aspects dynamiques, contrairement aux techniques qui utilisent seulement les données statiques du système. En plus cette technique nous permet de relever plus efficacement la direction et l'intensité relative de l'effet de la propagation des perturbations.

L'application de la DRMC pour analyser les interactions dans la colonne de distillation nous a ramené que la colonne de distillation se caractérise par le phénomène d'interactions ou de couplage entre les boucles de régulation dans la mesure où l'application d'un signal sur une entrée entraîne une variation des deux sorties.

## CHAPITRE

# 3

## Nouvelle approche pour réduire le phénomène d'interaction dans les colonnes de distillation

---

### 3-1 Introduction

Pendant plusieurs années, le contrôle des compositions de haut et du bas de la colonne de distillation constitue un axe de recherche important. Luyben [41] a montré que le contrôle adéquat de la composition minimise la consommation d'énergie d'une colonne de distillation sous l'influence des perturbations. Cependant, l'implémentation de la commande des compositions n'est pas facile dû au phénomène d'interaction ou de couplage qui existe entre les boucles de régulation de la colonne de distillation. Ce phénomène pose un problème pour la conception d'un système de commande robuste.

Beaucoup de méthodes ont été développées pour éliminer ou réduire les interactions entre les boucles de commande d'un système multivariable [2], [26], [45]. McAvoy et Weischedel [74] ont étudié le découplage de la commande conventionnel de la colonne de distillation, et ont conclu que le découplage total n'est pas réalisable pour beaucoup de colonnes, dû à la sensibilité de l'erreur du modèle. Georgakis [12], [24], [25] a développé la méthode de la commande variable étendue. Elle consiste à décomposer le modèle du système en modes dynamiques lentes et rapides qui sont en rapport avec l'énergie totale du système ou avec l'énergie de sous-système. Ryskamp [61] a proposé d'utiliser le découplage implicite plutôt que le découplage explicite. Il a expliqué cela par la sélection adéquate des mesures du processus qu'on pourrait obtenir un système naturellement découplé ; deux mesures de la température du plateau, une au-dessus du plateau de l'alimentation et l'autre en dessous de ce dernier, pourrait être utilisée pour déduire les compositions de haut et du bas de la colonne. Ryskamp a affirmé que si la somme de températures est utilisée pour fixer la chaleur d'entrée et leur différence est utilisée pour fixer le reflux, l'interaction est réduite.

Dans ce chapitre nous proposons une nouvelle méthode pour réduire le phénomène d'interaction entre les variables de commande et celles à commander d'une colonne de distillation binaire ainsi l'optimisation de l'énergie consommée par cette colonne. Cette méthode est basée sur la modification de la structure physique de la colonne de distillation à commander. Ce chapitre est structuré en quatre parties. Après un rappel sur le concept de la non-interaction, la deuxième partie introduit quelques méthodes de découplage. La méthode proposée pour réduire les interactions entre les boucles de commande, fera l'objet de la troisième partie. Enfin, l'application de cette méthode pour la colonne de distillation est présentée dans la dernière partie.

### 3-2 Concept de non-interaction et définitions

Dans un processus multivariable l'ensemble des entrées est en général susceptible d'influer sur l'évolution de l'ensemble des sorties. Dans le cas où le système peut être représenté valablement par un modèle linéaire, caractérisé par une matrice de transfert  $G(s)$ , et si le

nombre d'entrées  $m$  est égal au nombre de sorties  $r$  ( $m = r$ ), les éléments de  $G(s)$  hors la diagonale principale représentent les termes de couplage par rapport aux entrées.

Considérons le système de commande représenté par la figure 3-1 où les sorties  $y_i$  sont assujetties à suivre les points de consigne  $y_{isp}$ . On distinguera divers types de non-interaction :

- Une variable commandée  $y_j$  est affectée par le seul point de consigne  $y_{jsp}$  et n'est soumise à aucune des autres consignes  $y_{ksp}$ .
- Une consigne  $y_{ksp}$  n'affecte que la sortie correspondante  $y_k$  à l'exclusion de toutes les autres.
- Toute sortie n'est affectée que par sa seule consigne et toute consigne n'affecte que la sortie correspondante.

Pour le système représenté par la figure 3-1 où le retour est unitaire, les conditions (a) à (c) entraînent respectivement :

- La  $j^{\text{ième}}$  ligne de  $N(s)$  ne contient que l'élément diagonal, moyennant évidemment un ordonnancement convenable des composantes des vecteurs  $y$  et  $y_{sp}$ . Une telle situation est schématisée par la figure 3-2-a dans le cas d'un système de commande multiboucle  $3 \times 3$ .
- La  $k^{\text{ième}}$  colonne de  $N(s)$  ne contient que l'élément diagonal (figure 3-2-b).
- La matrice  $N(s)$  se réduit à la diagonale principale (figure 3-2-c).

Nous conviendrons d'appeler non interactif un système ayant la propriété (c). Que cette propriété existe ou non, il est important de noter qu'une perturbation affectant une sortie peut, en se propageant dans le système, perturber d'autres sorties. Dans le cas où une condition initiale sur  $y_i$  n'affecte que cette seule sortie  $y_i$ , on dira que le système est non interactif à l'égard de  $y_i$ . Dans le cas où cette propriété est vraie quelle que soit la sortie considérée, on dira que le système est non interactif à l'égard des sorties.

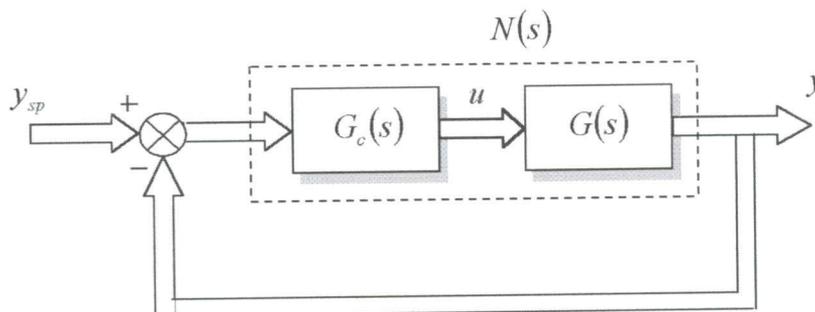
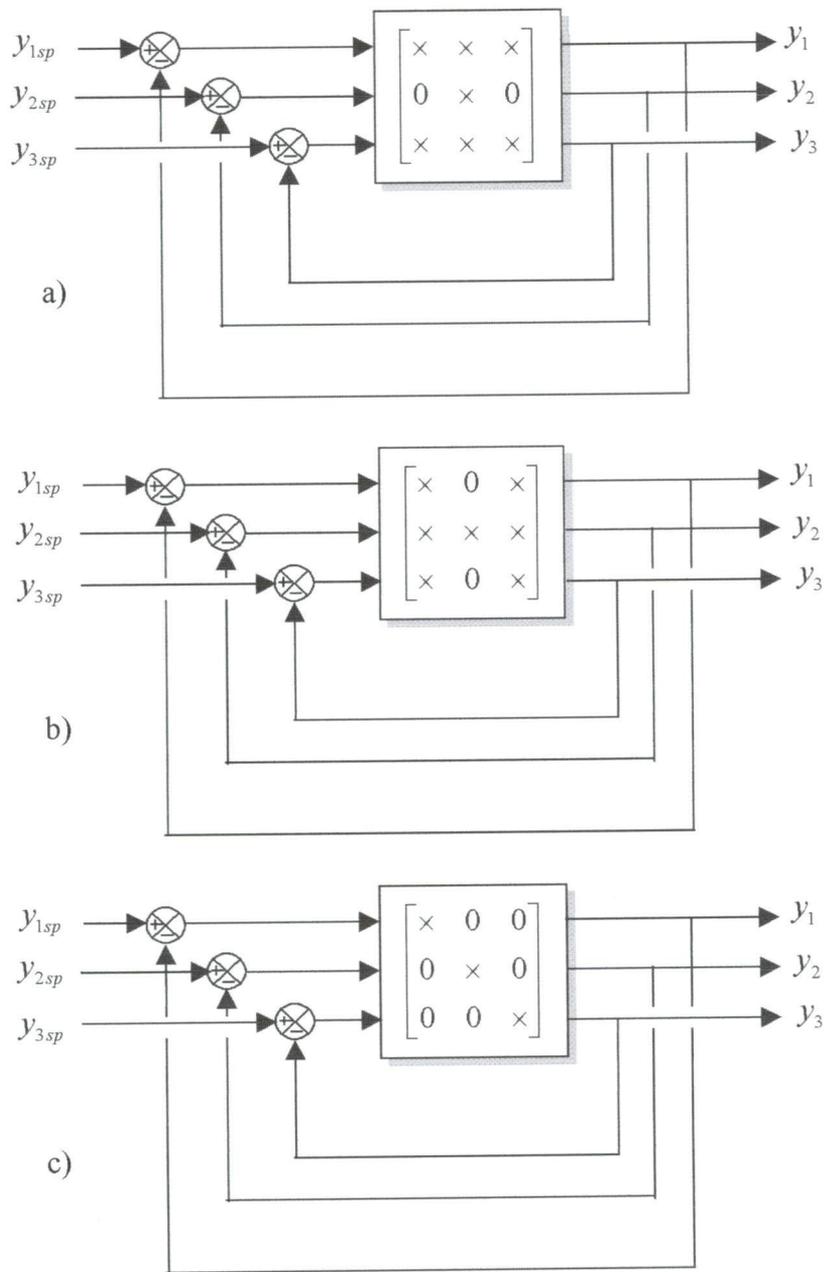


Figure 3-1 Système de commande multiboucle

Spécifier le caractère de non-interaction résulte parfois du désir de simplifier la chaîne de commande. En effet, la non-interaction étant obtenue, le système multivariable se transforme en un ensemble de systèmes monovariables, entièrement découplés, qui peuvent être traités par les méthodes classiques. Cependant, si la conception d'un système non interactif apparaît théoriquement simple, sa réalisation n'est pas sans poser de nombreux problèmes, tant sur plan de stabilité que sur le plan de la réalisation physique [20].



**Figure 3-2** concepts de non-interaction :

- a)  $y_2$  n'est affecté que par  $y_{2,sp}$  à l'exclusion des autres consignes ;
- b) la consigne  $y_{2,sp}$  n'affecte que la sortie  $y_2$  ;
- c) non-interaction complète entrées-sorties.

### 3-3 Découplage entrée-sortie

Le but du découplage est de permettre, dans la mesure du possible, de limiter l'effet d'une entrée à une seule sortie i.e. de réduire l'effet d'interaction entre les variables de commande et celles à commander.

#### 3-3-1 Découplage utilisant un régulateur

Une approche simplifiée du problème consiste à dire que, si  $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$  représente la matrice des fonctions de transfert du processus correspondant au triplet  $(A, B, C)$ , il suffit de placer un régulateur  $R(s)$  en amont (figure 3-3) de façon à ce que la matrice des fonctions de transfert  $D(s) = G(s)R(s)$  du nouveau système soit diagonale.

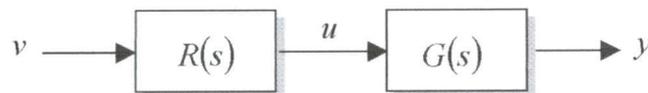


Figure 3-3 Découplage par régulateur.

Une telle approche implique divers commentaires [5], [19] :

- La méthode est susceptible de faire apparaître des modes non observables ou non commandables, ce qui est particulièrement dangereux, en particulier si ces modes sont instables. On doit donc éviter de faire des simplifications de pôles et de zéros instables entre  $G(s)$  et  $R(s)$ .
- Le réseau correcteur ne doit pas être un prédictif, c'est-à-dire que le degré de son numérateur doit être inférieur ou égal au degré de son dénominateur.
- Lorsqu'il existe une inverse généralisée à droite  $G^*(s)$  de la matrice  $G(s)$ , définie par :

$$\exists I \in N, \quad G(s)G^*(s) = Is^{-l} \quad (3-1)$$

avec  $I$ , la matrice d'identité, une solution évidente consiste à prendre :

$$R(s) = G^*(s)D^*(s) \quad (3-2)$$

avec  $D^*(s)$ , une matrice diagonale choisie. Ce cas, rare en pratique implique de rechercher l'inverse à droite de  $G(s)$  de degré minimal. Compte tenu de la première remarque, la solution obtenue n'est pas acceptable s'il y a introduction de pôles ou zéros instables.

Ces remarques indiquent qu'il est préférable avant d'envisager une méthode de découplage de ce type, d'effectuer un retour d'état de façon à assurer la stabilisation du système figure 3-4. Cette méthode perd donc son principal avantage qui est de permettre une simplification du calcul du régulateur ou de la commande.

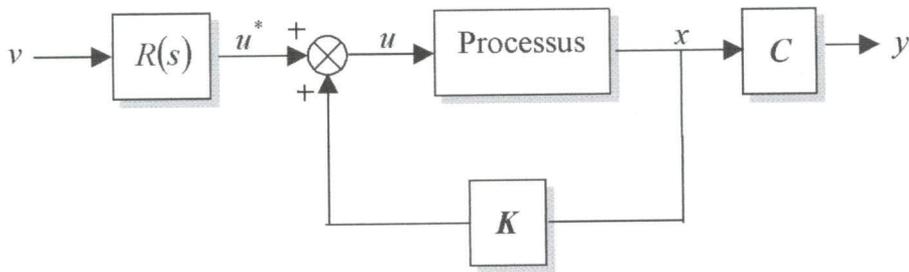


Figure 3-4 Découplage après stabilisation.

### 3-3-2 Découplage par retour d'état

Soit un modèle linéaire décrit par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \tag{3-3}$$

où :

- $x$  : vecteur d'état  $n \times 1$ .
- $y$  : vecteur des sorties  $m \times 1$ .
- $u$  : vecteur des entrées  $m \times 1$ .

Les matrices  $B$  et  $C$  sont de rang maximum et la sortie  $y$  est commandable, ce qui est exprimé par la condition :

$$\text{rang} [C B, C A B, \dots, C A^{n-1} B] = m \tag{3-4}$$

L'objectif de cette méthode est de déterminer un retour d'état :

$$u = Kx + Lv \tag{3-5}$$

$v$  désignant le nouveau vecteur d'entrée, qui découple le système de façon à ce que la sortie  $y_i$  ne dépende que de l'entrée  $v_i$ .

Il suffit pour cela de déterminer  $L$  et  $K$  de façon à ce que la matrice de transfert  $G_B(s)$  caractérisant le système bouclé soit diagonale :

$$G_B(s) = C[sI - (A + BK)]^{-1} B L \tag{3-6}$$

#### 3-3-2-1 Résolution

Notons  $C_i$  la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice  $C$ , la commandabilité de la sortie scalaire s'exprime sous la forme :

$$\text{rang} \left( C_i B, C_i A B, \dots, C_i A^{n-1} B \right) = 1 \tag{3-7}$$

La sortie  $y$  du système étant commandable, il en est de même de  $y_i$ , c'est-à-dire que si la condition (3-4) est vérifiée alors, pour tout  $i$  dans  $\{1, \dots, m\}$ , il existe nécessairement un  $d_i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$  tel que :

$$C_i A^{d_i} B \neq 0, \forall \alpha \in N, \alpha < d_i, C_i A^\alpha B = 0 \tag{3-8}$$

Dans ce cas, une solution au problème posé peut être obtenue simplement de la façon suivante. Par dérivations successives des relations (3-3) et (3-5), on obtient pour la  $i^{\text{ème}}$  sortie :

$$\begin{aligned} \dot{y}_i &= C_i (A + BK) x + C_i B L v && = C_i A x \\ \ddot{y}_i &= C_i A (A + BK) x + C_i A B L v && = C_i A^2 x \\ &\vdots && \\ &\vdots && \\ y_i^{(d_i)} &= C_i A^{d_i-1} (A + BK) x + C_i A^{d_i-1} B L v && = C_i A^{d_i} x \\ y_i^{(d_i+1)} &= C_i A^{d_i} (A + BK) x + C_i A^{d_i} B L v \end{aligned} \tag{3-9}$$

soit en écrivant cette relation pour chacune des sorties :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(d_1+1)} \\ \vdots \\ y_i^{(d_i+1)} \\ \vdots \\ y_m^{(d_m+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1+1} \\ \vdots \\ C_i A^{d_i+1} \\ \vdots \\ C_m A^{d_m+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1} \\ \vdots \\ C_i A^{d_i} \\ \vdots \\ C_m A^{d_m} \end{bmatrix} B K x + \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1} \\ \vdots \\ C_i A^{d_i} \\ \vdots \\ C_m A^{d_m} \end{bmatrix} B L v \tag{3-10}$$

que l'on peut mettre sous la forme :

$$y^* = (A^* + B^* K) x + B^* L v \tag{3-11}$$

Si  $B^*$  est inversible, le choix [5] :

$$\begin{aligned} L &= (B^*)^{-1} \\ K &= -(B^*)^{-1} A^* \end{aligned} \tag{3-12}$$

conduit à  $y^* = v$ , soit la relation entrées-sorties découplées :

$$\forall i \in \{1, \dots, m\}, \quad Y_i(s) = \frac{1}{s^{d_i+1}} V_i(s) \tag{3-13}$$

La condition  $B^*$  inversible constitue ici une condition nécessaire et suffisante de découplage. Il convient également de regarder la structure du système bouclé obtenu, pour vérifier si des pôles instables n'ont pas été introduits.

### 3-3-2-2 Remarques

Le découplage par retour d'état induit un certain nombre de commentaires [5] :

- Le retour d'état conduisant au découplage est calculé à partir d'un modèle et le découplage ne sera rigoureux que dans la mesure où le modèle est exact ce qui est difficile à affirmer en pratique.
- L'apparition dans le système bouclé de modes stables inobservables peut être gênante car il peut y avoir des différences importantes entre les transitoires du processus et du modèle.
- Dans le cas de modes instables inobservables le modèle simplifié obtenu est à rejeter. Une règle permettant d'éviter des erreurs trop graves consiste à calculer la matrice de transfert du système bouclé et à vérifier si le calcul n'a pas conduit à effectuer des simplifications de pôles instables par des zéros instables.
- En règle générale, il est indispensable de vérifier l'observabilité du modèle bouclé obtenu dans l'espace d'état, et de vérifier la stabilité de la partie inobservable.
- Lorsque la totalité de l'état n'est pas mesurable il convient d'utiliser un reconstruteur d'état, dans ce cas il est nécessaire de faire, préalablement à toute étude, un bouclage stabilisant.

### 3-3-3 Découplage total ou partiel

Dans la commande découplante, les régulateurs supplémentaires sont utilisés pour réduire l'effet d'interactions entre les boucles de régulation du processus. Théoriquement, le découpleur idéal peut être utilisé pour faire le découplage du système en boucle fermée dans le sens où un changement de consigne dans une variable à commander n'affectera pas les autres variables à commander. Le schéma bloc du système de commande de  $2 \times 2$  avec un découpleur total est donné par la figure 3-5. Il offre l'avantage [71] que les quatre découpleurs peuvent être toujours spécifiés afin que le découplage idéal se produise et les découpleurs soient physiquement réalisables. Les équations qui définissent le découpleur total sont :

$$d_{11} = d_{22} = 1 \quad (3-14)$$

$$d_{12} = -\frac{g_{12}}{g_{11}} \quad (3-15)$$

$$d_{21} = -\frac{g_{21}}{g_{22}} \quad (3-16)$$

Dans quelques situations le découplage total n'est pas le découplage nécessaire et le découplage partiel fournit une alternative attirante. Pour illustrer le concept de découplage partiel, considérons le schéma bloc de la figure 3-5 avec  $d_{11}$ ,  $d_{22}$  et  $d_{12}$  sont les découpleurs spécifiés par les équations (3-14) et (3-15) sauf le découpleur  $d_{21}$  est mis égal à zéro. Cette

sélection signifie que la 1<sup>ère</sup> boucle n'est pas affectée par la 2<sup>ème</sup> boucle mais pas vice versa. Si un changement de consigne est effectué dans la 2<sup>ème</sup> boucle, alors  $y_{2,sp}$  affectera seulement la sortie  $y_2$ , mais un changement de consigne dans la 1<sup>ère</sup> boucle affectera les deux sorties  $y_1$  et  $y_2$ .

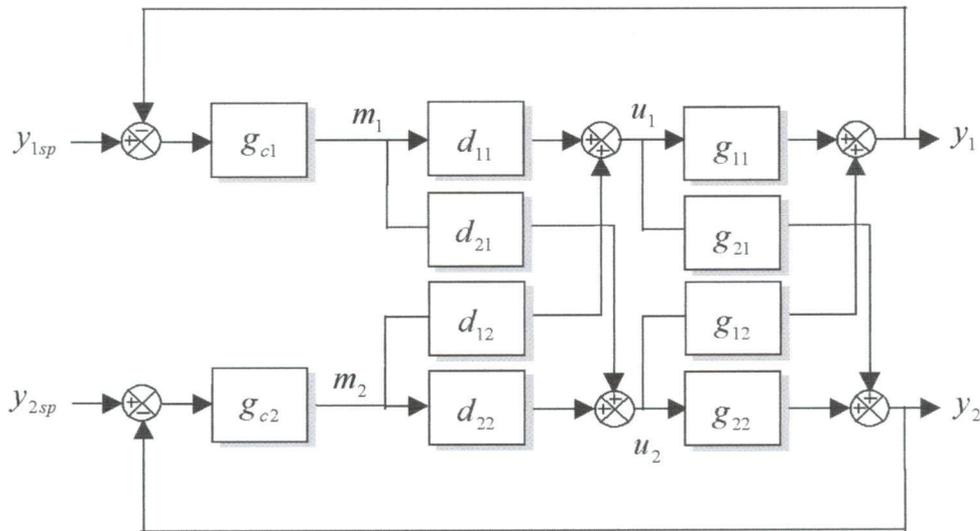


Figure 3-5 Schéma bloc d'un système de commande avec un découpleur total

Les avantages de découplage partiel sont qu'il est facile à implémenter et a tendance à éviter les problèmes de la stabilité et le comportement de non minimum de phase qui peuvent survenir dans le découplage total [8], [62], [71], mais sa conception dans la plupart des cas est irréalisable physiquement vue la grande complexité de ce dernier [19].

### 3-4 Méthode proposée

La colonne de distillation se caractérise par le phénomène d'interactions ou de couplage lors de commande des compositions de haut et du bas de cette dernière. L'objectif de cette partie est d'exposer une nouvelle méthode que nous avons développée pour réduire l'effet d'interaction entre les boucles de commande de la colonne de distillation. La méthode proposée est basée sur la modification de la structure physique de la colonne de distillation.

#### 3-4-1 Les plateaux de la colonne

La réalisation du contact liquide-vapeur à contre-courant dans les colonnes de distillation est effectuée sur des plateaux. Quel que soit le type de plateau utilisé, le contact liquide-vapeur est assuré par l'échappement de la vapeur à travers des orifices ménagés sur le plateau. Cette vapeur barbotte à travers la nappe liquide qui s'écoule sur le plateau et dont le niveau est maintenu par un déversoir (figure 3-6) au-delà duquel une descente conduit le liquide vers le plateau inférieur.

### 3-4-2 La rétention liquide

La rétention (Hold-up) liquide d'un plateau est la quantité de liquide qui se trouve au niveau de ce plateau. Si on appelle  $L_j$  le débit liquide et  $h_{0d}$  la hauteur de liquide au-dessus du déversoir de longueur  $l_d$  (figure 3-6), on a les relations [42] :

$$L_j = k l_d h_{0d}^{\frac{3}{2}} \quad (3-17)$$

$$h_{0d} = (k)^{-\frac{2}{3}} \left( \frac{L_j}{l_d} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (3-18)$$

où  $k$  est une constante.

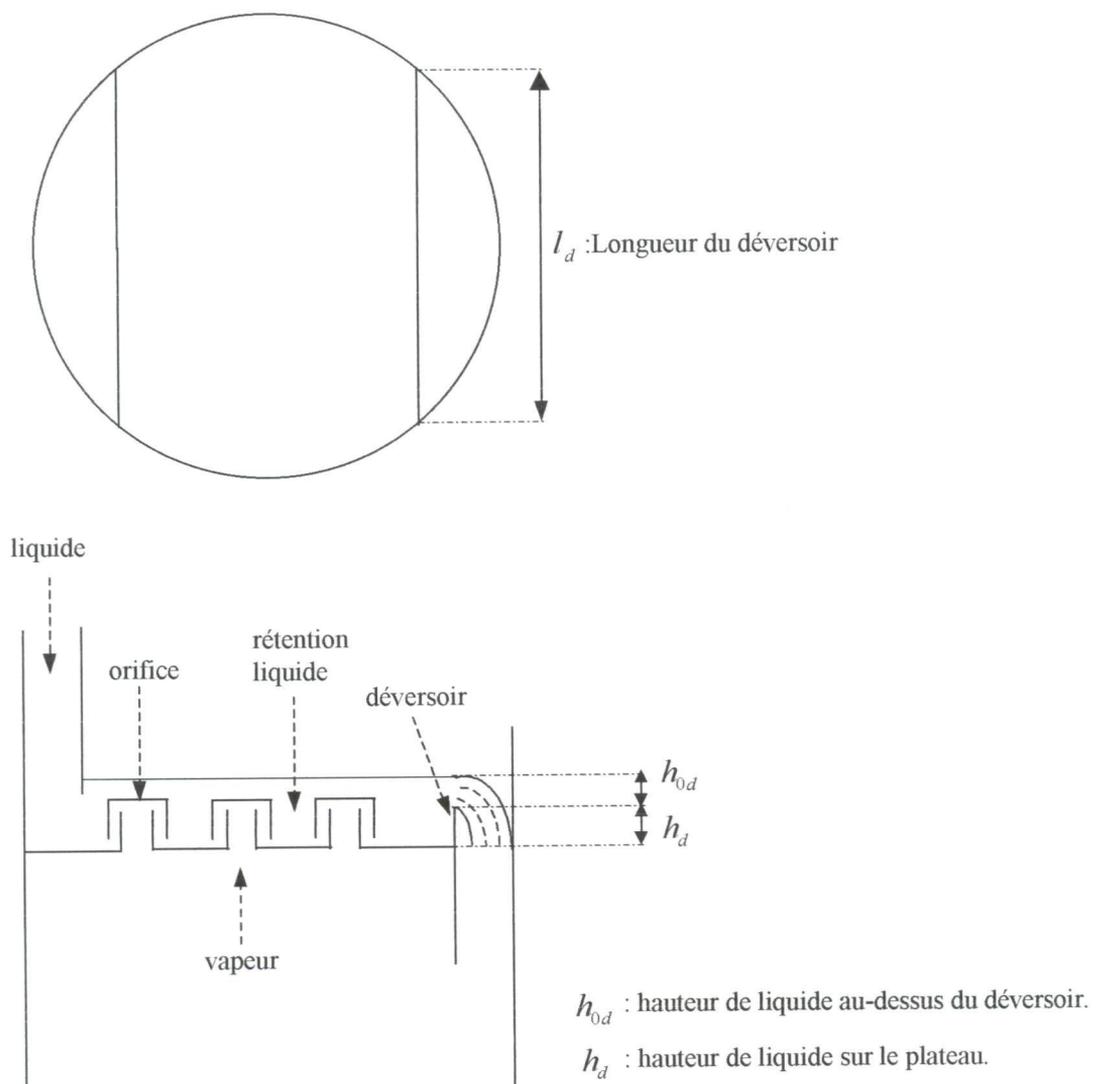


Figure 3-6 Schéma d'un plateau

La rétention liquide au niveau d'un plateau est en fonction du débit liquide [42] :

$$M_j = f(L_j) \quad (3-19)$$

Par exemple pour la colonne de distillation (benzène-toluène) [52], la rétention liquide est donnée par :

$$M_j = S (h_d + h_{0d}) [0.703 x_j + 0.589 (1 - x_j)] \quad (3-20)$$

$$M_j = S \left( h_d + (k)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{L_j}{l_d} \right)^{\frac{2}{3}} \right) [0.703 x_j + 0.589 (1 - x_j)] \quad (3-21)$$

où :

0.703 et 0.589 sont les densités liquide du benzène et du toluène respectivement.

$S$  : surface de chaque plateau.

$x_j$  : composition du liquide.

$h_d$  : hauteur de liquide sur le plateau.

### 3-4-3 Principe de la méthode

L'objectif principal de cette méthode consiste à modifier la rétention liquide (Hold-up) au niveau du plateau d'alimentation de la colonne de distillation. Pour cela on doit augmenter cette rétention liquide afin de réduire l'effet d'interaction entre les boucles de commande de la colonne [37]. Le schéma du plateau d'alimentation est représenté sur la figure 3-7.

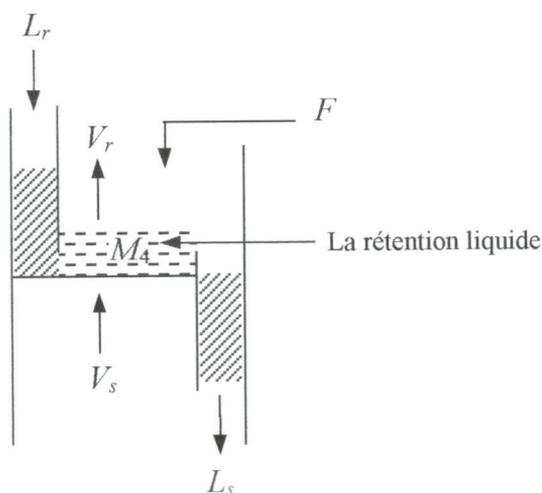


Figure 3-7 Schéma du plateau d'alimentation

### 3-4 Application de la méthode proposée pour la colonne de distillation

Dans ce paragraphe on présente l'application de la méthode proposée pour la colonne de distillation (benzène-toluène) étudié dans le chapitre précédent. Dans le cas où on modifie la rétention liquide du plateau d'alimentation, la structure physique de la colonne de distillation va être changée alors on doit déterminer le nouveau modèle de la colonne.

Pour pouvoir évaluer les performances apportées à la colonne de distillation par la mise au point de cette nouvelle approche, on suit les étapes suivantes :

- *Etape 1.* On augmente la rétention liquide de  $q$  ( $q = 2, \dots, 5$ ) fois au niveau du plateau d'alimentation.
- *Etape 2.* Détermination du nouveau modèle  $G(s)$  de la colonne de distillation.
- *Etape 3.* Calcul des nouveaux paramètres des régulateurs  $g_{c1}(s)$  et  $g_{c2}(s)$  pour chaque cas de modification.
- *Etape 4.* Détermination des fréquences du travail de chaque boucle.
- *Etape 5.* Analyse des interactions présentes dans la colonne de distillation par l'application de la DRMC.
- *Etape 6.* Présentation des différentes réponses transitoires des compositions de haut et du bas de la colonne de distillation.

Si on augmente la rétention liquide du plateau d'alimentation (en premier temps on augmente la rétention liquide de deux fois, puis trois fois jusqu'à cinq fois) le modèle de la colonne va être changé. Pour cela, on a déterminé les nouveaux modèles de la colonne de distillation. Les différents modèles déterminés sont donnés dans l'annexe-B.

Les régulateurs utilisés sont des régulateurs (PI) dont les paramètres sont déterminés par l'application de la méthode de lieu d'EVANS [52] (le facteur d'amortissement  $\zeta = 0.215$ ). La forme de leur fonction de transfert est donnée par :

$$g_{c1}(s) = K_{c1} \left( 1 + \frac{1}{I_1 s} \right) \quad (3-22)$$

$$g_{c2}(s) = K_{c2} \left( 1 + \frac{1}{I_2 s} \right) \quad (3-23)$$

Le calcul des nouveaux modèles de la colonne nous a permis de déterminer les nouveaux régulateurs dont les paramètres des deux régulateurs pour chaque modèle sont illustrés dans le tableau 3-1.

Les fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne de distillation sont déterminées par le tracé de lieu de BODE et elles sont illustrées dans le tableau 3-2.

Pour analyser les interactions présentes dans la colonne de distillation on a utilisé la méthode du critère des amplitudes relatives dynamiques (DRMC). La construction des

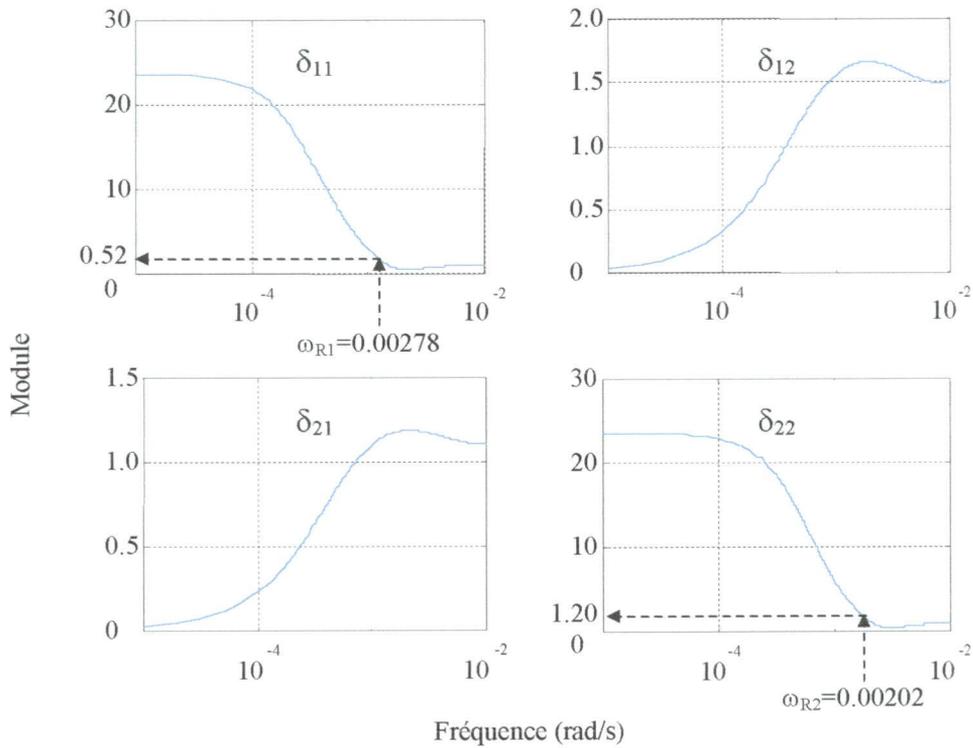
éléments de la DRMC pour les différents modèles de la colonne de distillation est représentée par les figures 3-8, 3-10, 3-12 et 3-14.

LES PARAMETRES DES DEUX REGULATEURS	$K_{c1}$	$I_1$ (sec)	$K_{c2}$	$I_2$ (sec)
On augmente 2 fois la rétention liquide	0.01179	60	-0.4534	35
On augmente 3 fois la rétention liquide	0.01008	65	-0.5115	45
On augmente 4 fois la rétention liquide	0.009711	70	-0.6335	55
On augmente 5 fois la rétention liquide	0.008363	75	-0.6499	60

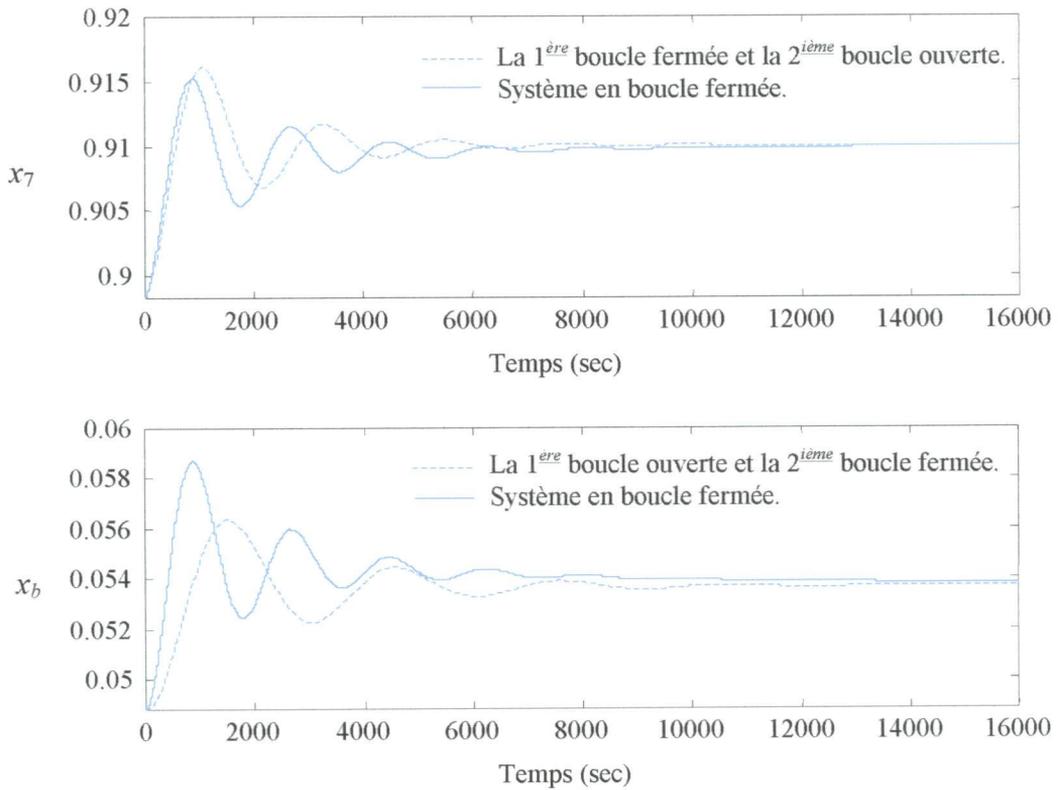
**Tableau 3-1** Les paramètres des deux régulateurs (PI) pour les différents modèles de la colonne.

LES FREQUENCES DU TRAVAIL	BOUCLE N° 1 $\omega_{R1}$ (rad/s)	BOUCLE N° 2 $\omega_{R2}$ (rad/s)
On augmente 2 fois la rétention liquide	0.00278	0.00202
On augmente 3 fois la rétention liquide	0.00230	0.00175
On augmente 4 fois la rétention liquide	0.00204	0.00166
On augmente 5 fois la rétention liquide	0.00173	0.00151

**Tableau 3-2** Les fréquences du travail des deux boucles de régulation de la colonne.



**Figure 3-8** Application de la DRMC pour la colonne de distillation dans le cas ou on augmente de deux fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-9** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas ou on augmente de deux fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

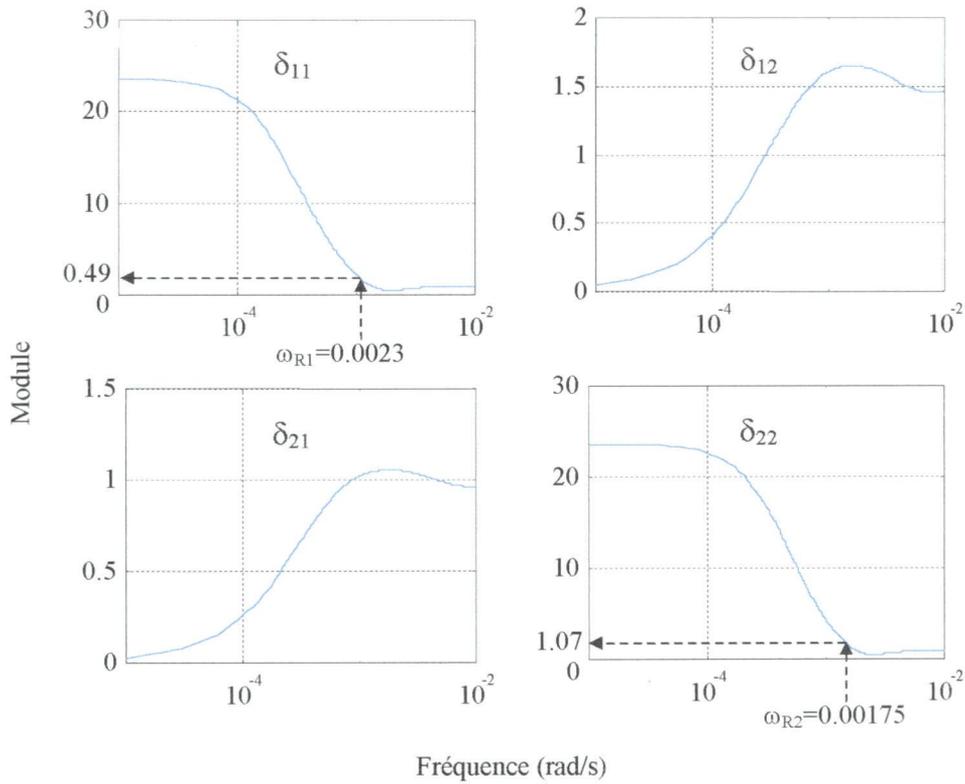


Figure 3-10 Application de la DRMC pour la colonne de distillation dans le cas ou on augmente de trois fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

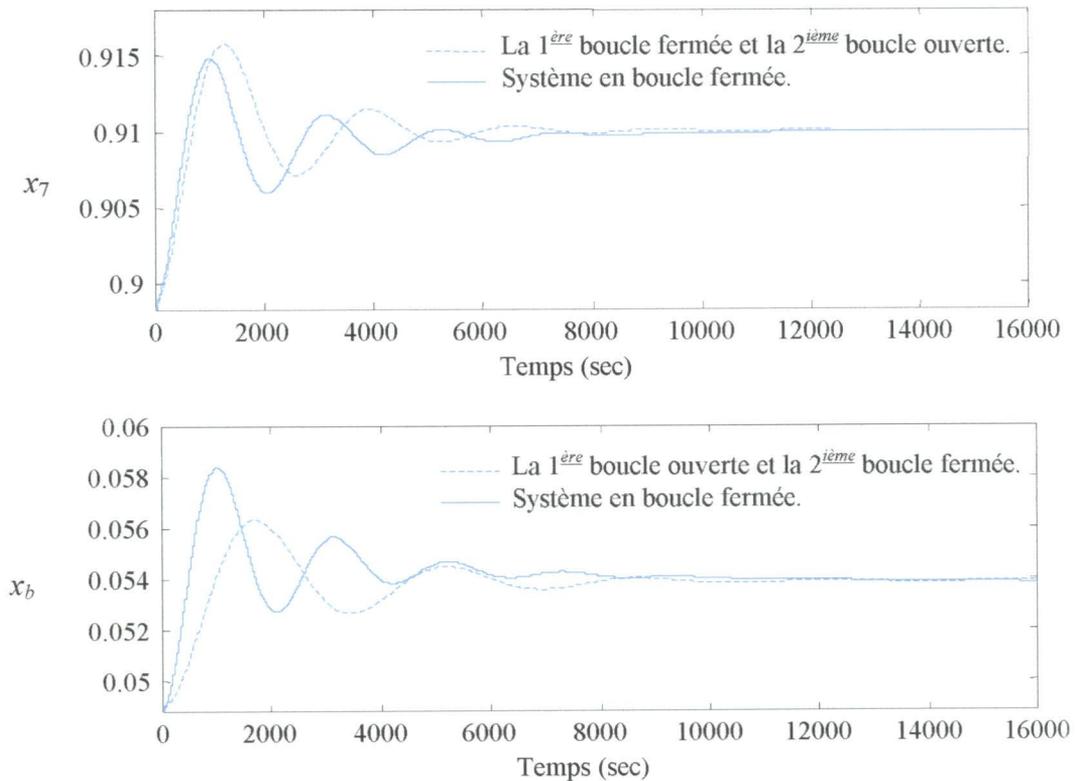


Figure 3-11 Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas ou on augmente de trois fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

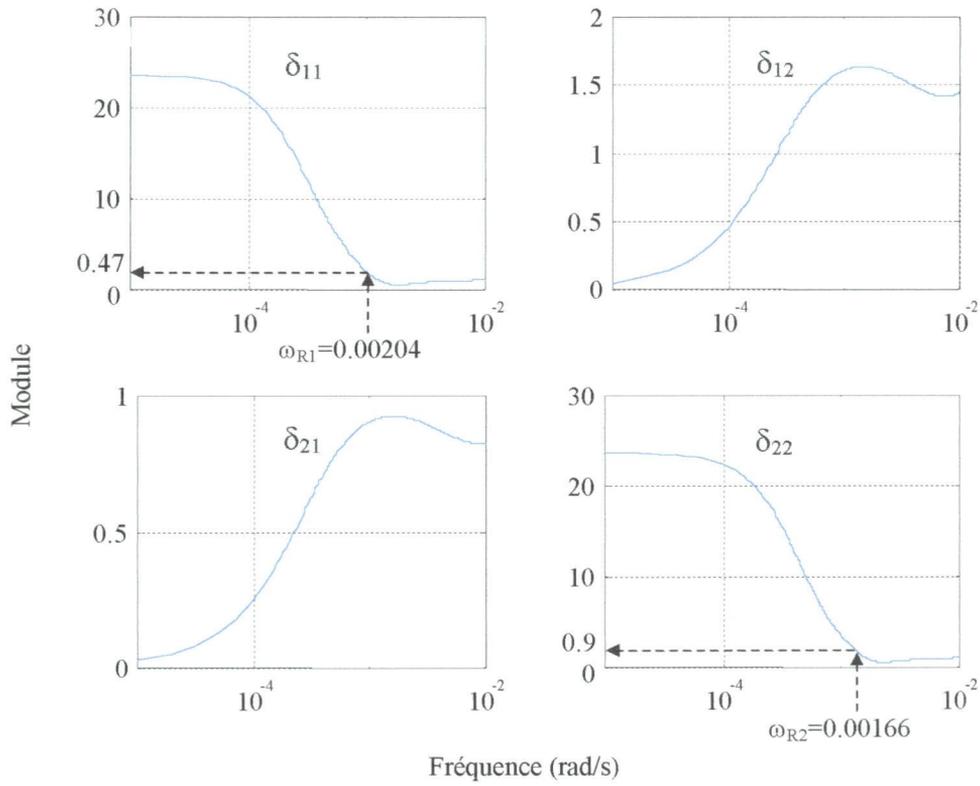


Figure 3-12 Application de la DRMC pour la colonne de distillation dans le cas ou on augmente de quatre fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

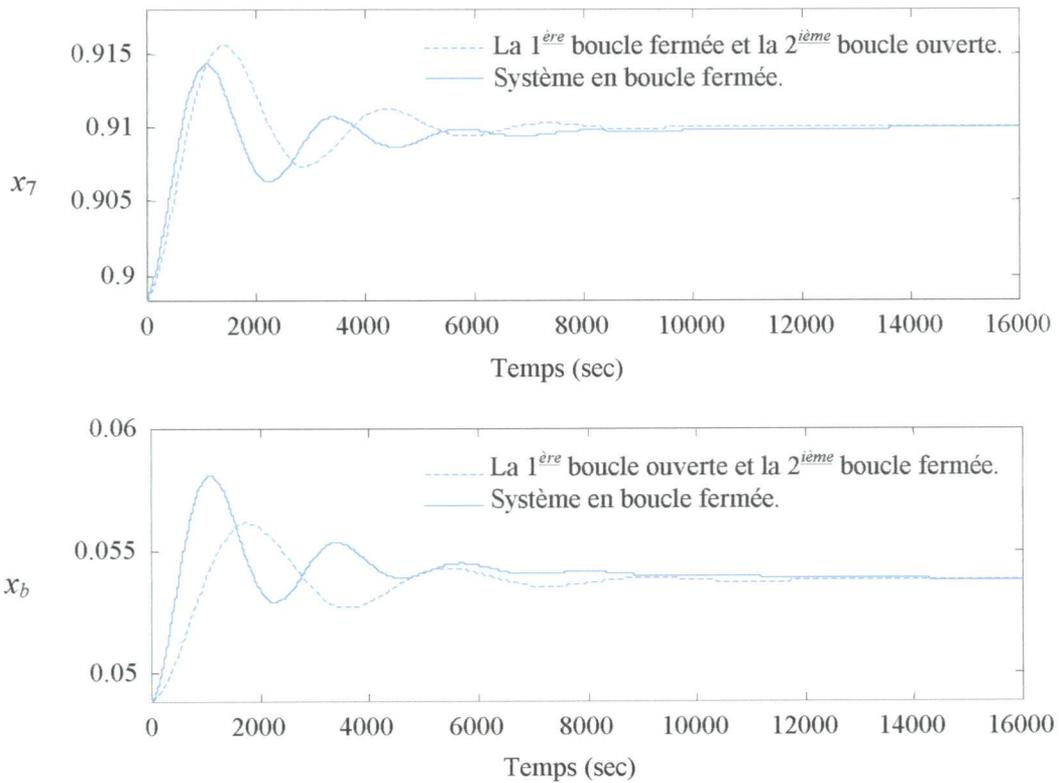
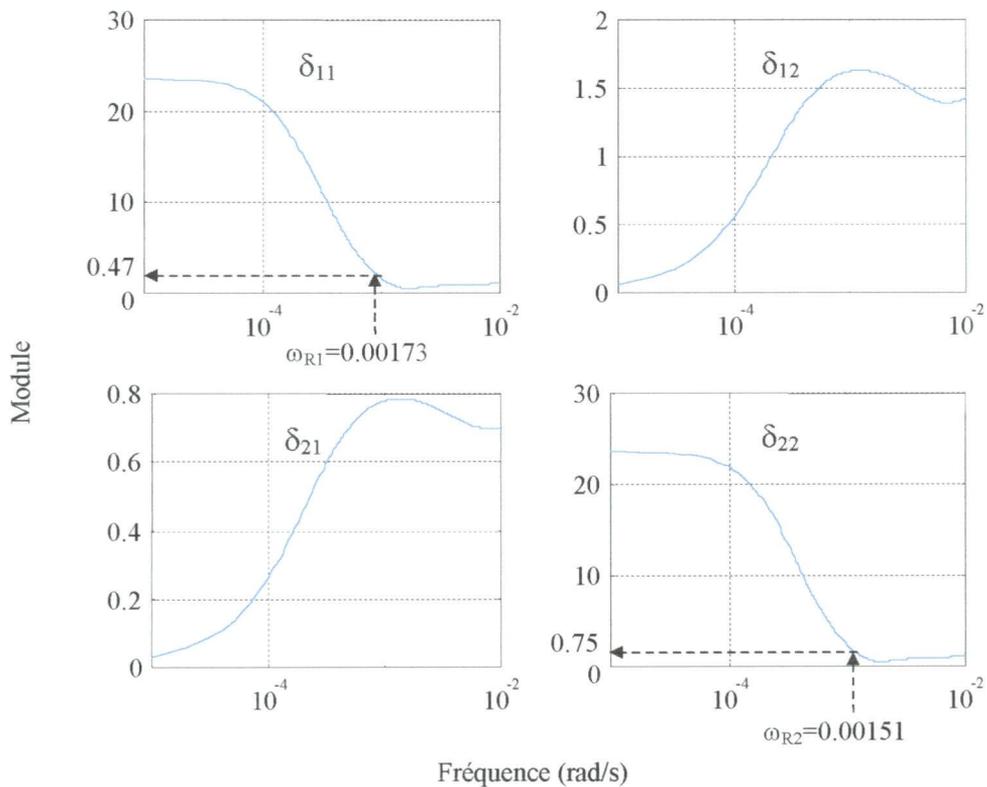
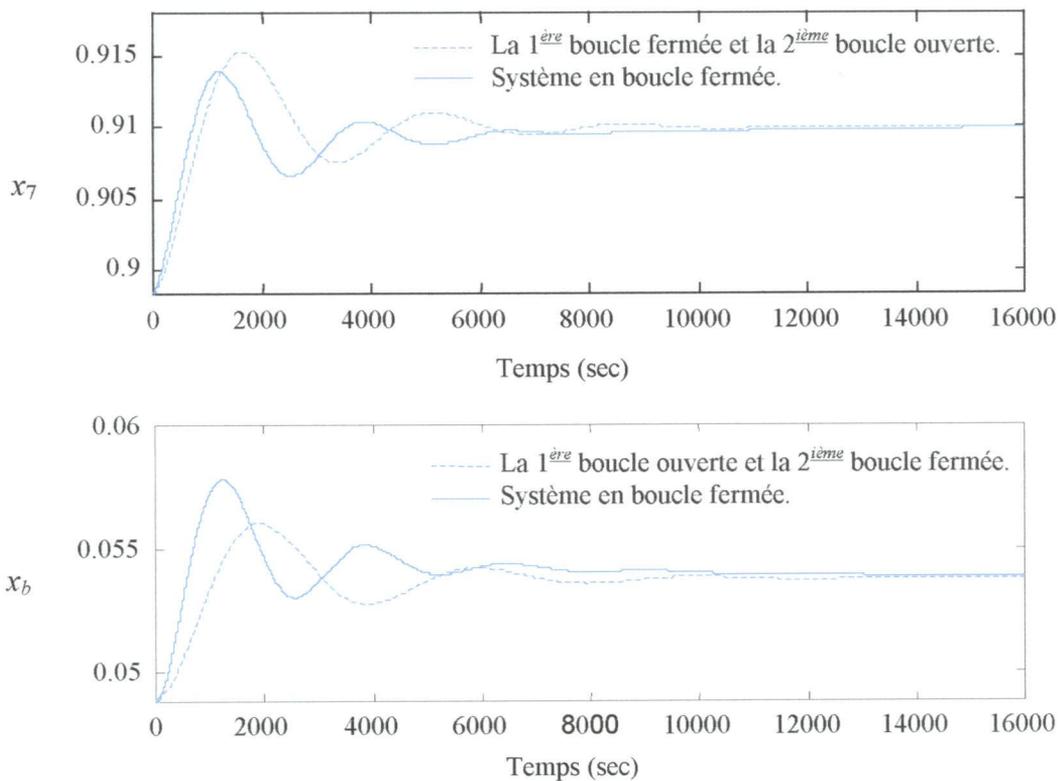


Figure 3-13 Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas ou on augmente de quatre fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-14** Application de la DRMC pour la colonne de distillation dans le cas ou on augmente de cinq fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



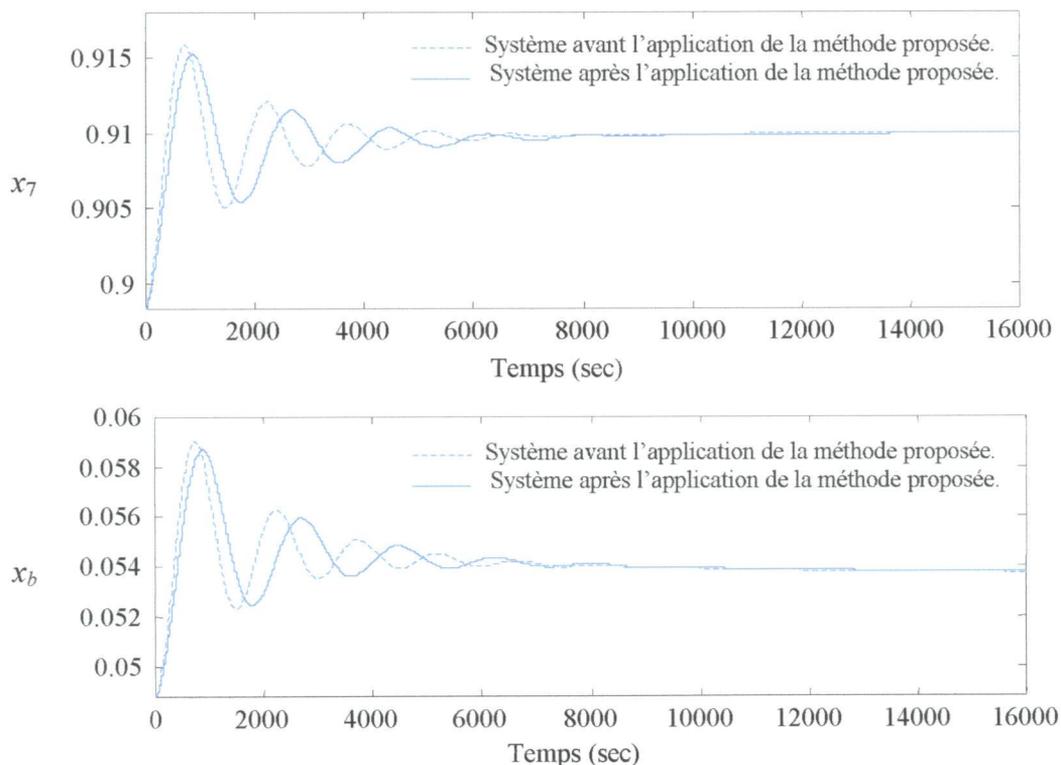
**Figure 3-15** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas ou on augmente de cinq fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

D'après la figure 3-8 (le cas où on augmente de deux fois la rétention liquide du plateau d'alimentation) la valeur de l'amplitude de deuxième élément de la diagonale  $\delta_{22}$  est diminuée de 1.81 à 1.2 pour la fréquence du travail de la deuxième boucle. Les amplitudes des éléments hors diagonale  $\delta_{12}$  et  $\delta_{21}$  sont diminuées. Cela veut dire que l'effet de la 1<sup>ère</sup> boucle sur la 2<sup>ème</sup> boucle est réduit. Les résultats obtenus par les figures 3-10, 3-12 et 3-14 (le cas où on augmente progressivement la rétention liquide du plateau d'alimentation de trois fois puis quatre fois jusqu'à cinq fois) montrent que l'amplitude de l'élément hors diagonale  $\delta_{21}$  est diminuée progressivement c'est-à-dire que les perturbations de la 1<sup>ère</sup> boucle sur la 2<sup>ème</sup> boucle sont diminuées au fur et en mesure qu'on augmente la rétention liquide (Hold-up) du plateau d'alimentation. Cela veut dire que l'effet d'interaction entre les boucles de commande est réduit.

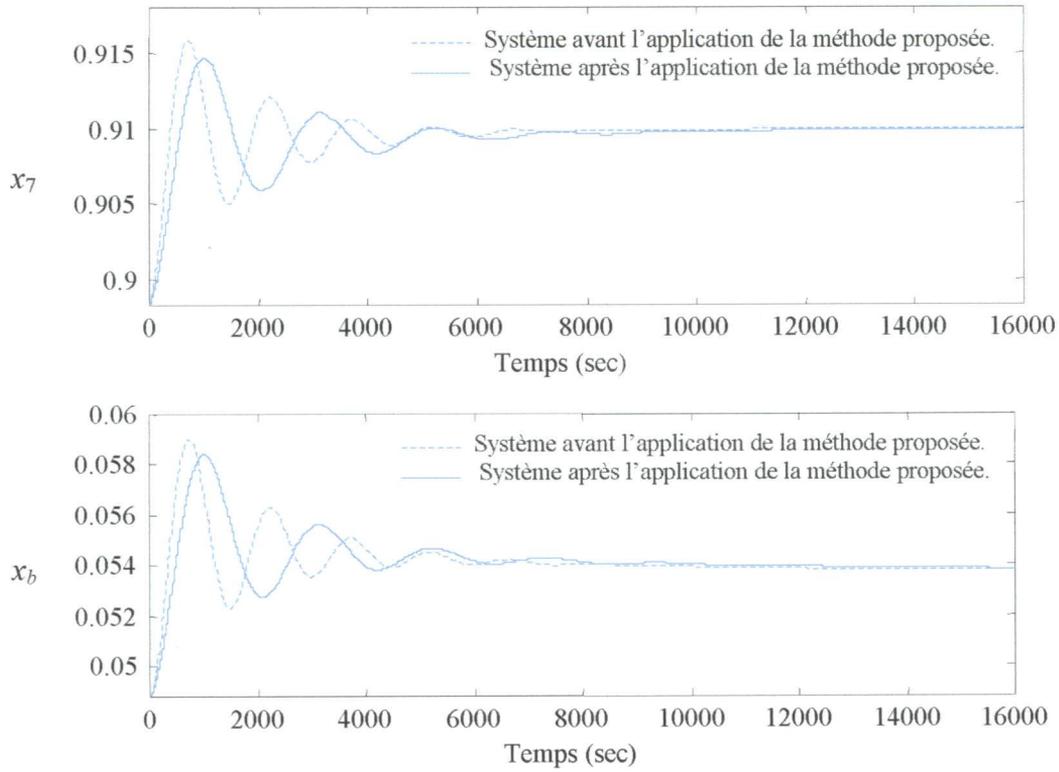
Les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de consignes ;  $x_7 = 0.8983 \rightarrow 0.91$  et  $x_b = 0.04878 \rightarrow 0.0537$  quand les autres boucles sont ouvertes ou fermées pour les différents modèles de la colonne de distillation sont données par les figures 3-9, 3-11, 3-13 et 3-15.

Les réponses transitoires des deux boucles par rapport aux consignes avant et après modification du Hold-up au niveau du plateau d'alimentation sont données par les figures 3-16, 3-17, 3-18 et 3-19.

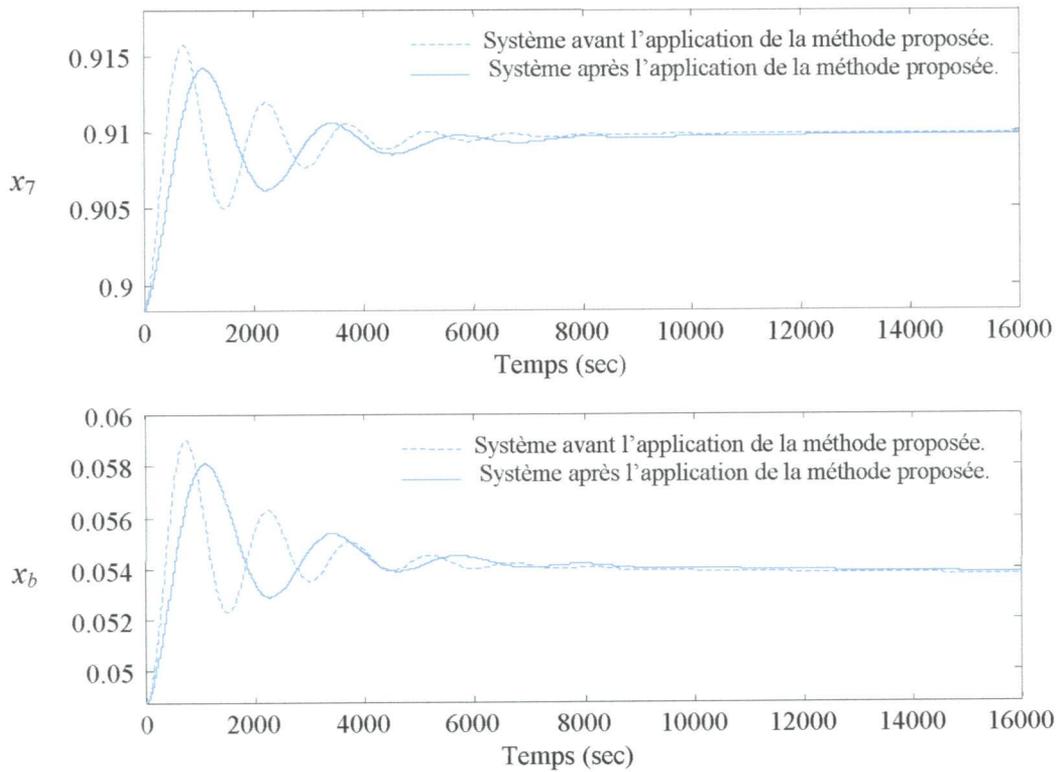
D'après les réponses obtenues, on remarque que l'effet de la 1<sup>ère</sup> boucle sur la 2<sup>ème</sup> boucle est diminué ainsi que l'effet de la 2<sup>ème</sup> boucle sur la 1<sup>ère</sup> boucle.



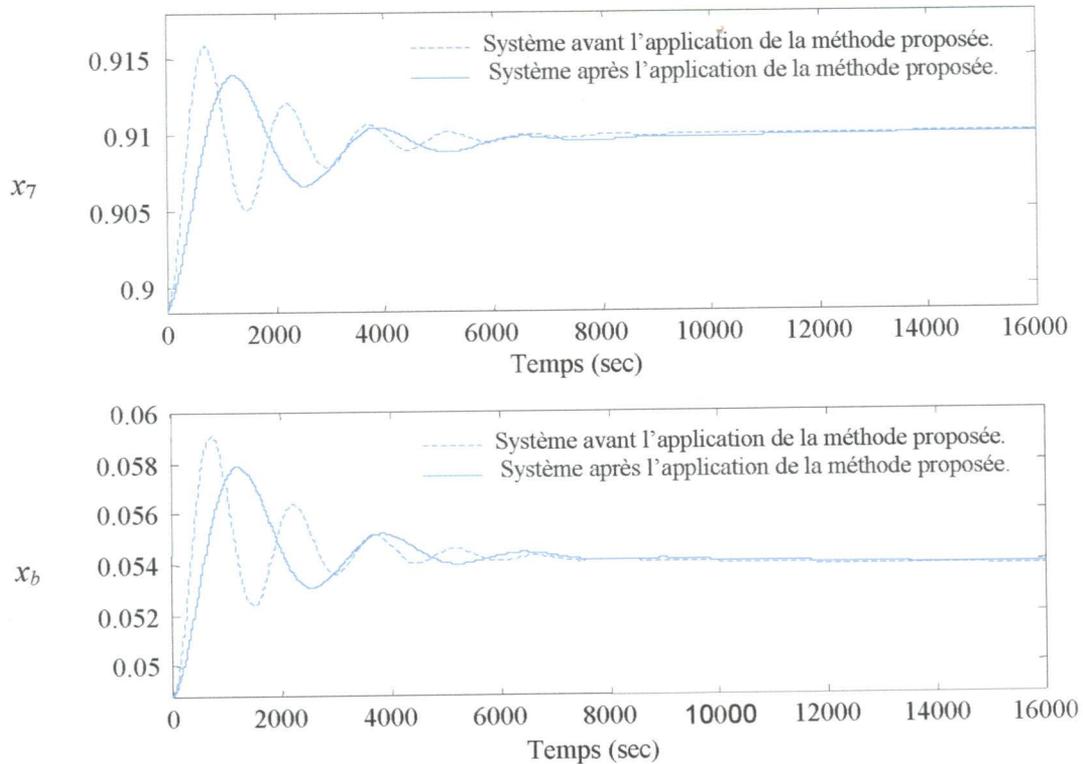
**Figure 3-16** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas où on augmente de deux fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-17** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas ou on augmente de trois fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-18** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas ou on augmente de quatre fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-19** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas où on augmente de cinq fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

Le calcul de l'erreur dynamique des deux boucles avant et après l'application de la méthode proposée, peut nous donner une estimation sur l'énergie consommée par cette colonne de distillation [39]. L'évolution de l'erreur dynamique des deux boucles avant et après l'application de la méthode est illustrée par les figures 3-20, 3-21, 3-22, 3-23 et 3-24. Les valeurs de l'erreur dynamique calculées sont données dans le tableau 3-3. On remarque que l'erreur dynamique est réduite chaque fois qu'on augmente la rétention liquide au niveau du plateau d'alimentation.

Le calcul du pourcentage de l'énergie optimisée est donné dans le tableau 3-4. D'après les valeurs obtenues on constate que l'énergie consommée par la colonne est diminuée.

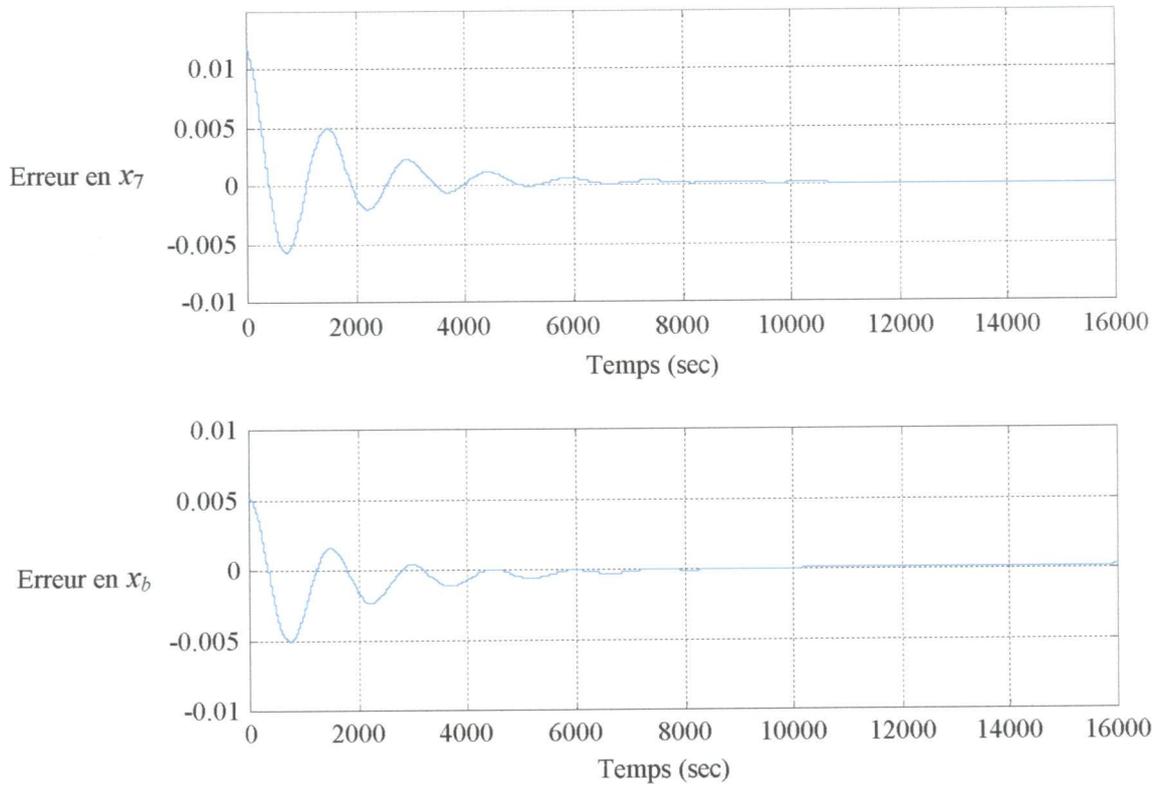
L'application de cette technique nous a permis de réduire l'effet d'interaction entre les variables de commande ( $L_r, X_v$ ) et celles à commander ( $x_7, x_b$ ) de la colonne de distillation et de diminuer l'énergie consommée par cette colonne.

CALCUL DE L'ERREUR DYNAMIQUE	BOUCLE N° 1 ( $x_7$ )	BOUCLE N° 2 ( $x_b$ )
Avant l'application de la méthode proposée	1.2417	1.0123
On augmente 2 fois la rétention liquide	1.224	0.8727
On augmente 3 fois la rétention liquide	1.2178	0.8574
On augmente 4 fois la rétention liquide	1.2159	0.8318
On augmente 5 fois la rétention liquide	1.2034	0.7994

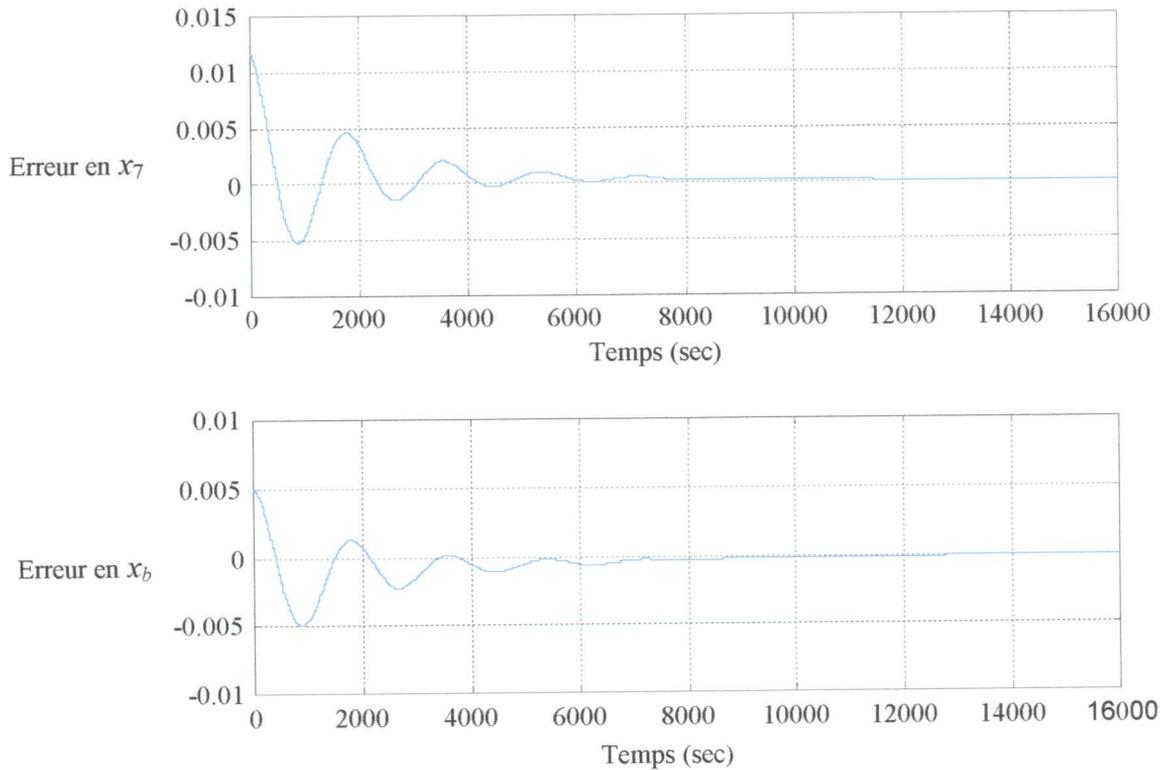
**Tableau 3-3** Calcul de l'erreur dynamique des deux boucles de la colonne avant et après l'application de la méthode proposée.

CALCUL DU % DE L'ENERGIE OPTIMISEE	BOUCLE N° 1 ( $x_7$ )	BOUCLE N° 2 ( $x_b$ )
On augmente 2 fois la rétention liquide	1.425 %	13.79 %
On augmente 3 fois la rétention liquide	1.925 %	15.30 %
On augmente 4 fois la rétention liquide	2.078 %	17.83 %
On augmente 5 fois la rétention liquide	3.084 %	21.03 %

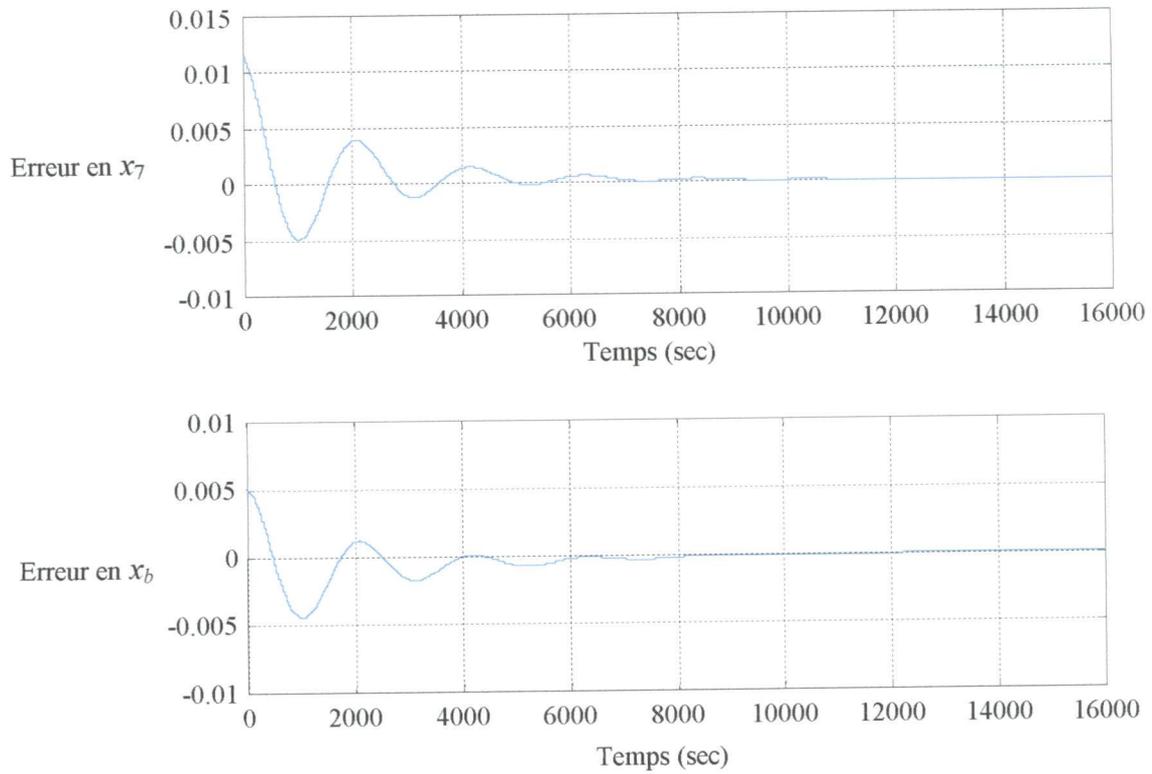
**Tableau 3-4** Calcul du pourcentage de l'énergie optimisée lorsque l'application de la méthode proposée.



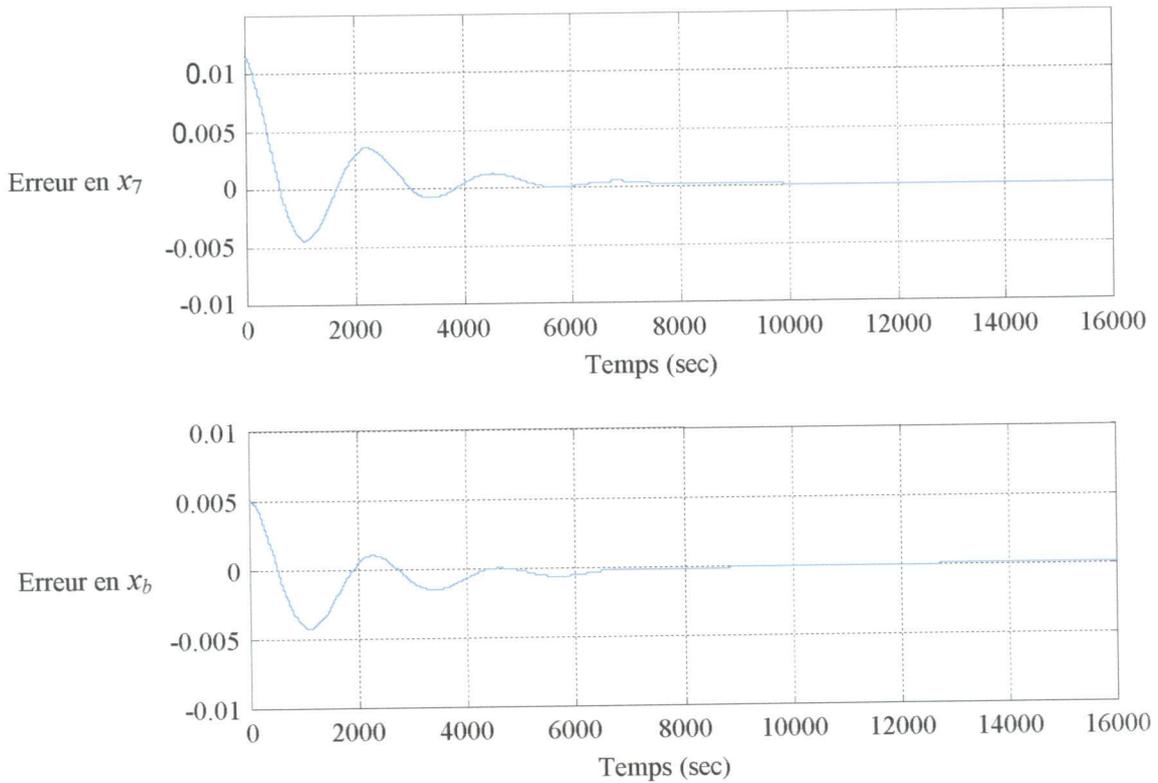
**Figure 3-20** Erreur dynamique des compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne avant l'application de la méthode proposée.



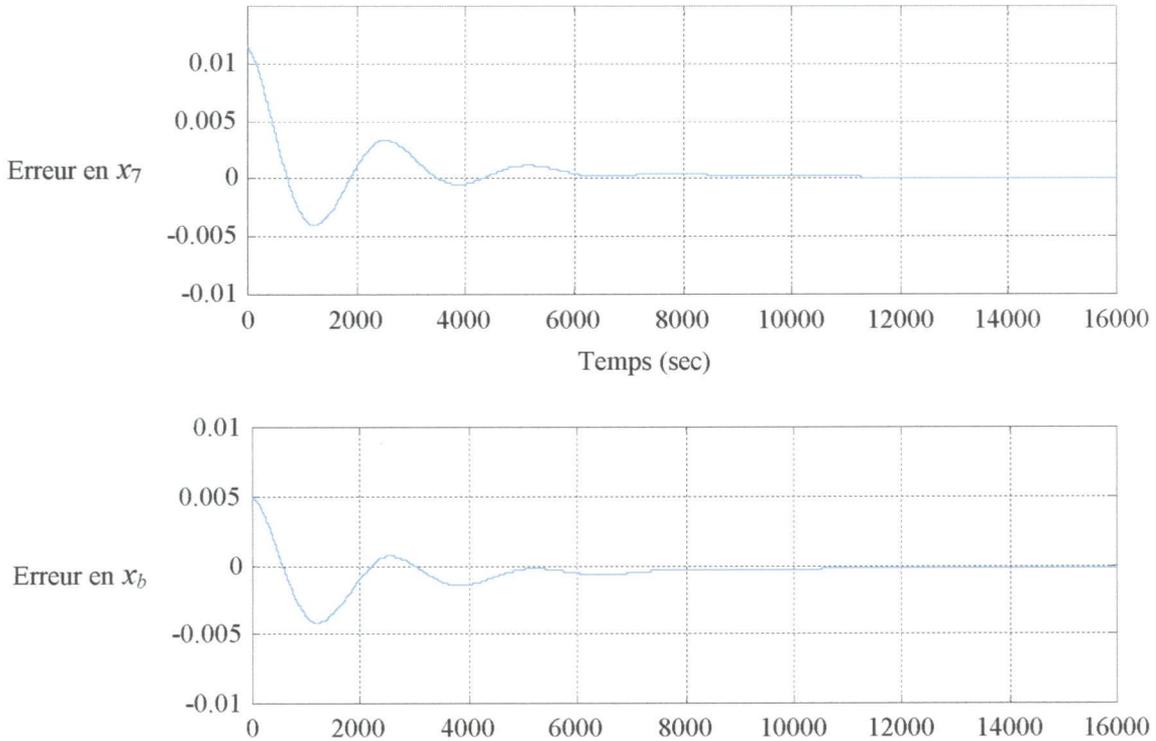
**Figure 3-21** Erreur dynamique des compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne dans le cas où on augmente de deux fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-22** Erreur dynamique des compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne ou on augmente de trois fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-23** Erreur dynamique des compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne ou on augmente de quatre fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.



**Figure 3-24** Erreur dynamique des compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne où on augmente de cinq fois la rétention liquide du plateau d'alimentation.

### 3-5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une nouvelle méthode pour réduire l'effet d'interaction entre les boucles de commande d'une colonne de distillation ainsi l'optimisation de l'énergie consommée par cette colonne. Les résultats de simulation obtenus montrent que la technique proposée permet de réduire le niveau d'interaction entre les variables de la colonne de distillation, ce qui présente un avantage pour la commande de cette dernière. En plus, cette méthode nous a permis d'optimiser l'énergie consommée par la colonne de distillation, ce qui constitue un avantage dans l'industrie chimique puisque le coût de fonctionnement sera réduit.

## CHAPITRE

# 4

## Commande floue de la colonne de distillation

### 4-1 Introduction

En distillation, l'objectif principal est l'obtention d'un produit assez pure, que ce soit en léger le distillat ou en lourd le résidu. Le but de la commande de la composition dans les colonnes de distillation est double [70] :

- D'un côté, le régulateur a pour but de maintenir les qualités du produit à leurs consignes si le taux de l'alimentation et de la composition varient.
- De l'autre côté, il doit exécuter des changements de consigne. D'où, la tâche est de conduire la colonne aux nouvelles consignes avec un comportement transitoire raisonnable dans ce cas.

Cependant, le contrôle de la composition dans la colonne de distillation est difficile parce que généralement la colonne est non linéaire, non stationnaire, interactif, et est soumis à des contraintes et des perturbations [60].

Plusieurs stratégies de commande ont été présentées pour le contrôle de la composition dans les colonnes de distillation. Le premier type de commande auquel on fait appel fut le réglage classique, utilisant des régulateurs standards (PI, PID, etc.). Lorsque ces régulateurs ne permettent pas d'obtenir les performances désirées et qu'on ne dispose pas d'une puissance de calcul importante pour implanter une régulation prédictive standard, le régulateur à modèle interne ou IMC (Internal Model Control), s'avère être une approche intéressante [18]. En effet ce type de régulateur est basé sur le calcul du modèle inverse du processus [22]. Une autre solution retenue est l'utilisation de la commande par matrice dynamique ou DMC (Dynamic Matrix Control) [14], [15], [47], [59]. Par conséquent, beaucoup de recherche et de développement se sont concentrés sur les méthodes du contrôle qui utilisent le pouvoir de l'informatique moderne afin que ces commandes dépassent les difficultés rencontrées par les commandes classiques [4], [6], [43], [68]. Une de ces stratégies de commande qui permet d'améliorer encore les performances est la commande par logique floue [82].

Ce chapitre est consacré à la commande floue de la colonne de distillation. Après avoir examiné l'intérêt de ce type d'approche, on présente, dans une première partie, le principe de la logique floue ainsi que les caractéristiques de la commande floue. Ensuite, on donne les principales démarches pour la conception d'un régulateur flou. Pour terminer, on présente l'application d'un régulateur flou pour la commande de la colonne de distillation.

### 4-2 Historique

La logique floue est apparue en 1965 avec la publication par Lotfi Zadeh, de l'Université de Californie, Berkeley, USA [79] d'un article intitulé "Fuzzy sets". Les ensembles flous permettent à des algorithmes déterministes de traiter des données linguistiques approximatives. La logique floue autorise ainsi un système artificiel à manipuler des données imprécises. En

cela, elle s'inscrit dans l'éventail des techniques qui permettent de faire effectuer par des systèmes artificiels des tâches habituellement prises en charge par des experts.

De nombreux mathématiciens ont tenté d'utiliser les ensembles flous pour généraliser la logique classique. Parallèlement à ces recherches théoriques, certains ont voulu résoudre des problèmes réputés difficiles pour des techniques classiques par la logique floue. Ainsi en 1975, le professeur Mamdani, du Queen Mary Collège de Londres [48], [49], a décidé de développer, à partir de quelques principes de la logique floue, une stratégie de contrôle de procédés, en prenant l'exemple d'une machine à vapeur expérimentale. Par la suite, les travaux de Mamdani ont été très souvent repris, et les techniques utilisées dans les réalisations récentes en sont directement issues. Les applications industrielles basées sur cette technique ont commencé en Europe au début des années 1980 avec le contrôle d'un four à ciment [28]. La commande floue a été largement développée au Japon à partir du début des années 1990, où il existe actuellement de nombreuses réalisations industrielles.

### 4-3 Principe de la logique floue

#### 4-3-1 Définition d'un sous-ensemble flou

Le concept de sous-ensemble flou a été introduit pour éviter les passages brusques d'une classe à une autre et autoriser des éléments à n'appartenir complètement ni à l'une ni à l'autre, ou encore à appartenir partiellement à chacune.

Le caractère graduel des sous-ensembles flous correspond à l'idée que, plus on se rapproche de la caractérisation typique d'une classe, plus l'appartenance à cette classe est forte.

Soit  $X$  un ensemble de référence [7], [16]. Les éléments de  $X$  qui possèdent une certaine propriété constituent un sous-ensemble  $E$  de  $X$ , au sens habituel de la théorie des ensembles classiques. On dit que c'est un sous-ensemble classique ou ordinaire. Les éléments de  $X$  qui ne possèdent pas cette propriété appartiennent au sous-ensemble complémentaire du précédent. Tout élément de  $X$  appartient, soit au sous-ensemble ainsi défini, soit à son complément, et à un seul d'entre eux. Par contre, si certains éléments de  $X$  ne possèdent pas une propriété de façon absolue, on peut choisir d'indiquer avec quel degré chaque élément la possède. On définit ainsi un sous-ensemble flou  $E$  de  $X$ .

*Définition 1* : Un sous-ensemble classique  $E$  de  $X$  est défini par une fonction caractéristique  $X_E$  qui prend la valeur 0 pour les éléments de  $X$  n'appartenant pas à  $E$  et la valeur 1 pour ceux qui appartiennent à  $E$  :

$$X_E : X \rightarrow \{0, 1\}$$

*Définition 2* : Un sous-ensemble flou  $E$  de  $X$  est défini par une fonction d'appartenance qui associe à chaque élément  $z$  de  $X$ , le degré  $\mu_E(x)$ , compris entre 0 et 1, avec lequel  $z$  appartient à  $E$  :

$$\mu_E : X \rightarrow [0, 1]$$

Dans le cas particulier où  $\mu_E$  ne prend que des valeurs égales à 0 ou 1, le sous-ensemble  $E$  est un sous-ensemble classique de  $X$ . Un sous-ensemble classique est donc un cas particulier de un sous-ensemble flou.

### 4-3-2 Opérations sur les sous-ensembles flous

*Définition 1* : L'intersection de deux sous-ensembles flous  $E$  et  $F$  de  $X$  est le sous-ensemble flou  $H$ , que l'on note  $E \cap F$ , tel que :

$$\forall z \in X \quad \mu_H(x) = \min(\mu_E(x), \mu_F(x)) \quad (4-1)$$

avec  $\min$  désigne l'opérateur de minimisation.

*Définition 2* : L'union de deux ensembles flous  $E$  et  $F$  de  $X$  est le sous-ensemble  $D$ , que l'on note  $E \cup F$ , tel que :

$$\forall z \in X \quad \mu_D(x) = \max(\mu_E(x), \mu_F(x)) \quad (4-2)$$

avec  $\max$  désigne l'opérateur de maximisation.

*Définition 3* : Le complément  $E^c$  d'un sous-ensemble flou  $E$  de  $X$  est tel qu'un élément  $z$  de  $X$  appartient d'autant plus à  $E^c$  qu'il appartient peu à  $E$ , tel que :

$$\forall z \in X \quad \mu_{E^c}(x) = 1 - \mu_E(x) \quad (4-3)$$

### 4-3-3 Variable linguistique

*Définition* : Une variable linguistique est une grandeur dont l'ensemble des valeurs qu'elle peut prendre est divisé en plusieurs classes, à chacune de ces classes est associée une fonction d'appartenance.

Une variable linguistique est caractérisée par le couple  $(z, X)$  où  $z$  est le nom de la variable et  $X$  est l'ensemble des noms des valeurs linguistiques (les termes linguistiques) que peut prendre  $z$ . Par exemple si  $z = \text{temperature}$ , on peut avoir  $X = \{\text{froide, tiède, élevée}\}$ .

### 4-3-4 Les règles linguistiques

Les règles linguistiques sont des propositions floues de la forme "Si  $p$  Alors  $q$ " utilisant une implication entre deux propositions floues quelconques  $p$  et  $q$ . Par exemple : Si la température est élevée et la pression du four est normale Alors stabiliser le débit du four.

La représentation générale d'une règle est la suivante :

Règle = Si condition 1 et cond.2 et cond.3 Alors conclusion 1 et conclusion 2.

Chaque condition ou conclusion est un couple "variable linguistique – terme linguistique".

## 4-4 Caractéristiques de la commande floue

Son but est, comme en automatique classique, de traiter des problèmes de commande de processus, c'est-à-dire de gérer un processus en fonction d'une consigne donnée, par action sur les variables qui décrivent le processus, mais son approche est différente de celle de

l'automatique classique. Elle se sert le plus souvent des connaissances des experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus.

Les spécificités de la commande floue résident dans les points suivants [7] :

- La connaissance mathématique du fonctionnement du processus n'est pas nécessaire. C'est le savoir-faire de l'opérateur qualifié manipulant habituellement le processus ou les connaissances d'experts qui sont prises en compte pour mettre au point la commande floue.
- Des variables caractérisées subjectivement sont utilisables. Les sens humains (toucher, vue, etc.) peuvent par exemple être modélisés. On peut utiliser des critères décrits linguistiquement ou dont les qualifications sont mal définies, comme la beauté d'une couleur ou le confort d'un passager.

Par conséquent, la réalisation d'un contrôleur flou est particulièrement recommandée lorsque le processus à commander est mal connu ou difficile à décrire précisément, par exemple en raison d'une trop grande complexité. Elle est également très utile lorsque les variables intervenant dans le processus sont caractérisées de façon imprécise ou lorsque des connaissances sont exprimées en langage naturel et non numériquement. Le contrôleur flou est intégré dans le schéma de commande du procédé et réalise automatiquement soit une fonction de régulation monovariante ou multivariante classique, soit une fonction de supervision des différentes boucles de régulation. Le contrôleur flou se compose alors d'un ensemble de règles représentant le savoir-faire de l'opérateur ou de l'expert habituellement capable de réguler ou de superviser la conduite d'un processus.

La commande floue est intéressante pour les raisons suivantes [7] :

- ✓ La commande est simple à réaliser, donc flexible et facilement adaptable aux conditions de fonctionnement du processus ou à une utilisation particulière. Un petit nombre de règles est généralement suffisant pour décrire le système.
- ✓ La synthèse des avis de plusieurs experts est facilement réalisée.
- ✓ La coordination de plusieurs objectifs est possible.
- ✓ Elle est reconnue comme robuste, c'est-à-dire qu'elle résiste bien aux perturbations qui peuvent affecter le processus.
- ✓ Les utilisateurs jugent qu'elle permet une grande précision.

#### 4-5 Méthodologie de conception d'un régulateur flou

La structure de base d'un régulateur flou est illustrée par la figure 4-1. Elle est composée de trois parties principales : fuzzification, évaluation des règles d'inférence et défuzzification.

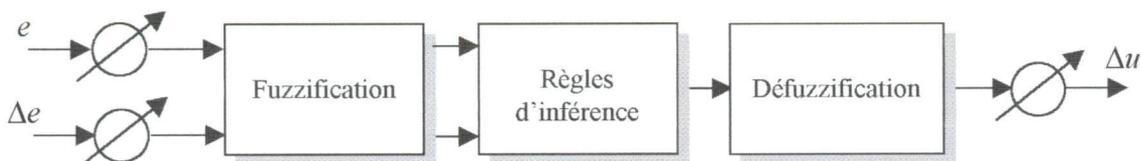


Figure 4-1 Structure de base d'un régulateur flou

Avec :

$e$ , est l'écart entre la consigne et la mesure.

$\Delta e$ , est la variation de l'erreur.

$\Delta u$ , est la sortie du régulateur (l'action à appliquer au système à commander).

Le calcul de l'action à appliquer par un régulateur flou peut donc se décomposer en trois étapes [11], [80] :

- La première consiste à transformer la valeur numérique de  $e$  et  $\Delta e$  en quantités floues : c'est ce qu'on appelle l'étape de fuzzification.
- La deuxième consiste à appliquer les règles du contrôleur dans un contexte de logique floue, ce qui fournit une grandeur floue de l'action.
- La troisième consiste à transformer cette grandeur floue en une valeur numérique qu'on peut appliquer sur le procédé : c'est l'étape de défuzzification.

#### 4-5-1 Fuzzification

La fuzzification consiste à convertir les variables d'entrées du régulateur en variables linguistiques et ceci en divisant l'espace en ensemble flous exprimés par des termes linguistiques. Mathématiquement ces variables sont implémentées à l'aide des fonctions d'appartenance.

On doit tout d'abord choisir un certain nombre de valeurs linguistiques  $\{I_1, \dots, I_n\}$  pour représenter l'erreur et sa variation sur le domaine considéré. Le plus souvent celui-ci est représenté de façon symétrique puisque l'erreur peut prendre aussi bien des valeurs positives que négatives. Suivant la finesse désirée pour spécifier les règles, on sera amené à considérer plus ou moins de valeurs linguistiques. Par exemple, on pourra choisir cinq grandeurs linguistiques :

Négative Grand,  
Négative Petit,  
Environ Zéros,  
Positive Petit,  
Positive Grand.

Ces valeurs linguistiques sont représentées par des ensembles flous  $E_1, \dots, E_n$ , c'est-à-dire par des fonctions d'appartenance dans le domaine de variation de l'erreur. Celles-ci peuvent être spécifiées de façon quelconque mais, en général, elles sont choisies parmi les fonctions suivantes [11], [18] (figure 4-2) :

- trapèze (cas a)

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a - c \text{ ou si } x \geq b + d \\ \frac{x - (a - c)}{c} & \text{si } a - c < x < a \\ 1 & \text{si } a \leq x \leq b \\ \frac{-x + (d + b)}{d} & \text{si } b < x < b + d \end{cases} \quad (4-4)$$

- triangle (cas b)

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a - c \text{ ou si } x \geq a + d \\ \frac{x - (a - c)}{c} & \text{si } a - c < x < a \\ \frac{-x + (d + a)}{d} & \text{si } a < x < a + d \end{cases} \quad (4-5)$$

- courbe en cloche du type (cas c)

$$\mu(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \frac{\pi(x - x_0)}{2a} \right] : x_0 - 2a \leq x \leq x_0 + 2a \quad (4-6)$$

- courbe en cloche du type (cas d)

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left( \frac{x - x_0}{a} \right)^2} \quad (4-7)$$

- courbes en sigmoïde (cas e)

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x - x_0)}} \quad (4-8)$$

Les fonctions d'appartenance peuvent être régulièrement espacées ou non, suivant le type de problème. En général, elles sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées mais on pourrait imaginer fuzzifier les valeurs négatives et positives de façon différente.

Lorsqu'on a choisi les valeurs linguistiques associées aux ensembles flous  $E_1, \dots, E_n$  et  $E'_1, \dots, E'_n$  permettant de décrire le domaine de variation des grandeurs d'entrée et qu'on a défini ceux-ci par leur fonction d'appartenance  $\mu_{E_1}(e), \dots, \mu_{E_n}(e)$  et  $\mu_{E'_1}(\Delta e), \dots, \mu_{E'_n}(\Delta e)$  respectivement, nous sommes capables de fuzzifier  $e$  et  $\Delta e$ , c'est-à-dire transformer leur représentation numérique en une représentation floue. Celle-ci va consister en  $n$ -uplet des degrés d'appartenance de la grandeur réelle aux différents ensembles flous :

$$\begin{aligned} [e_{\min} \ e_{\max}] &\rightarrow [0 \ 1]^n \\ e &\rightarrow (\mu_1(e), \dots, \mu_n(e)) \end{aligned} \quad (4-9)$$

$$\begin{aligned} [\Delta e_{\min} \ \Delta e_{\max}] &\rightarrow [0 \ 1]^n \\ \Delta e &\rightarrow (\mu_1(\Delta e), \dots, \mu_n(\Delta e)) \end{aligned} \quad (4-10)$$

Précisons que les valeurs linguistiques utilisées pour décrire l'erreur et sa variation peuvent être différentes, à la fois en nombre et en forme. Cependant, dans de nombreux cas, elles sont identiques [18].

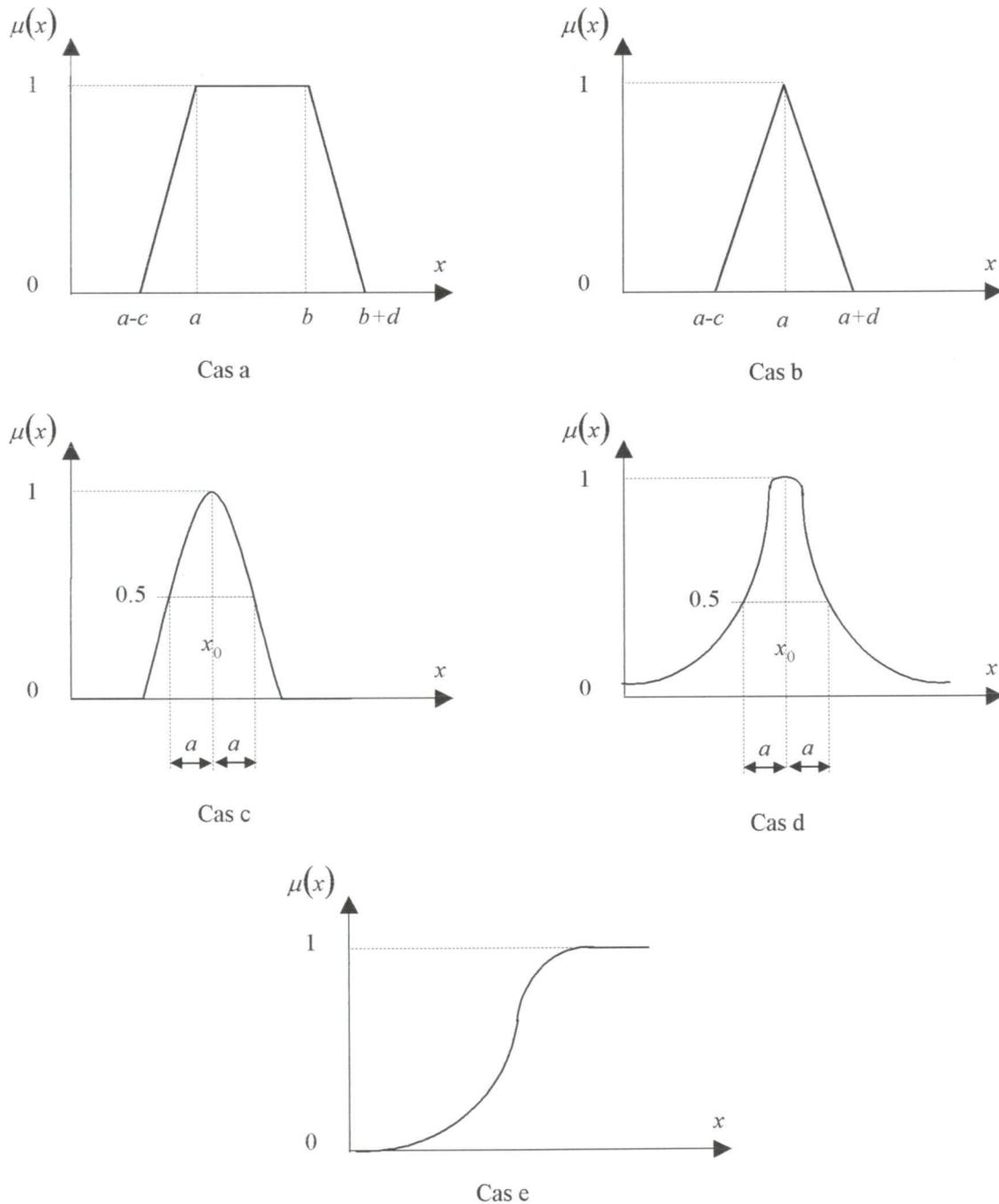


Figure 4-2 Exemples de fonctions d'appartenance

Il est aussi indispensable de fuzzifier la variable de sortie  $\Delta u$  du régulateur flou. On a besoin de ces ensembles flous au niveau de la formulation des inférences et lors de la défuzzification.

Il est noter que l'ensemble des valeurs numériques en entrée du régulateur flou est normalisé dans l'intervalle  $[-1, +1]$  pour le quel évolue l'erreur normalisée  $e_{norm}$  et sa variation  $\Delta e_{norm}$  :

$$e_{nomr} = \frac{e - \frac{(e_{max} + e_{min})}{2}}{\frac{(e_{max} - e_{min})}{2}} \tag{4-11}$$

$$\Delta e_{nomr} = \frac{\Delta e - \frac{(\Delta e_{max} + \Delta e_{min})}{2}}{\frac{(\Delta e_{max} - \Delta e_{min})}{2}} \tag{4-12}$$

avec :

$e_{min}$  et  $e_{max}$  sont les valeurs minimale et maximale de l'erreur.

$\Delta e_{min}$  et  $\Delta e_{max}$  sont les valeurs minimale et maximale de l'accroissement de l'erreur.

**4-5-2 Inférence**

L'étape d'inférence consiste à appliquer les règles de la logique floue sur les grandeurs floues représentant l'erreur  $e$  et sa dérivée  $\Delta e$ . Ces règles permettent de déterminer le signal de sortie  $\Delta u$  du régulateur en fonction des signaux d'entrée  $e$  et  $\Delta e$ . Pour écrire ces règles, on est amené à définir des grandeurs linguistiques pour décrire la sortie du régulateur  $\Delta u$ . Celles-ci sont associées aux ensembles flous  $S_1, \dots, S_m$  caractérisés par leur fonction d'appartenance  $\mu_{S_1}(\Delta u), \dots, \mu_{S_m}(\Delta u)$ . La forme générale des règles est alors :

**Si ( $e = E_i$ ) et ( $\Delta e = E'_i$ ) Alors ( $\Delta u = S_i$ )**

Chaque règle fournit une valeur floue pour  $\Delta u$ . Les règles sont souvent regroupées dans une table de décision "anti-diagonale" à deux entrées (tableau 4-1) [10], qui pour chaque couple possible (erreur, variation de l'erreur) donne la valeur de l'action à appliquer au système. Les variables d'entrées sont liées par l'opérateur "et", tandis que les valeurs floues de sortie  $\Delta u_i$  des différentes règles sont liées par l'opérateur "ou", afin d'obtenir la valeur totale de l'action. Il existe plusieurs possibilités pour réaliser ces opérateurs qui s'appliquent aux fonctions d'appartenance. On introduit alors la notion de méthode d'inférence.

$e \backslash \Delta e$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	.....
$E'_1$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	.....
$E'_2$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	...	.....
$E'_3$	$S_3$	$S_4$	...	...	.....
·	...	...	...	...	.....
·	...	...	...	...	.....

**Tableau 4-1** Ensembles flous de la sortie  $\Delta u$  du régulateur en fonction de l'écart  $e$  et de son accroissement  $\Delta e$

Pour le traitement numérique des inférences, on utilise en général une des méthodes de résolution suivantes :

- Méthode d'inférence max-min.
- Méthode d'inférence max-prod.
- Méthode d'inférence somme-prod.

#### 4-5-2-1 Méthode d'inférence max-min

La méthode d'inférence max-min réalise au niveau de la condition, l'opérateur "ou" par la formation du maximum et l'opérateur "et" par la formation du minimum. La conclusion dans chaque règle, introduite par "Alors", lie le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie  $\Delta u$  par l'opérateur "et", réalisé dans le cas présent par la formation du minimum. Enfin, l'opérateur "ou" qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum [81].

Pour chaque règle  $R_i$ , on obtient la fonction d'appartenance partielle par la relation :

$$\mu_{R_i}(\Delta u) = \min[\delta_i(e, \Delta e), \mu_{S_i}(\Delta u)] ; i = 1, 2, \dots, n \quad (4-13)$$

avec :

$$\delta_i(e, \Delta e) = \min[\mu_{E_i}(e), \mu_{E'_i}(\Delta e)] \quad (4-14)$$

La fonction d'appartenance résultante est alors donnée par :

$$\mu(\Delta u) = \max[\mu_{R_1}(\Delta u), \dots, \mu_{R_n}(\Delta u)] \quad (4-15)$$

#### 4-5-2-2 Méthode d'inférence max-prod

La méthode d'inférence max-prod réalise en général, au niveau de la condition, l'opérateur "ou" par la formation du maximum et l'opérateur "et" par la formation du minimum. Par contre, la conclusion dans chaque règle, introduite par "Alors", qui lie le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie  $\Delta u$  par l'opérateur "et", est réalisée cette fois-ci par la formation du produit. L'opérateur "ou" qui lie les différentes règles est réalisé de nouveau par la formation du maximum [81].

Pour chaque règle  $R_i$ , on obtient la fonction d'appartenance partielle par la relation :

$$\mu_{R_i}(\Delta u) = \delta_i(e, \Delta e) \cdot \mu_{S_i}(\Delta u) ; i = 1, 2, \dots, n \quad (4-16)$$

avec :

$$\delta_i(e, \Delta e) = \min[\mu_{E_i}(e), \mu_{E'_i}(\Delta e)] \quad (4-17)$$

La fonction d'appartenance résultante est alors donnée par :

$$\mu(\Delta u) = \max[\mu_{R_1}(\Delta u), \dots, \mu_{R_n}(\Delta u)] \quad (4-18)$$

### 4-5-2-3 Méthode d'inférence somme-prod

Par opposition aux méthodes d'inférence précédentes, la méthode d'inférence somme-prod réalise, au niveau de la condition, l'opérateur "ou" par la formation de la somme, plus précisément par la valeur moyenne, tandis que l'opérateur "et" est réalisé par la formation du produit. La conclusion de chaque règle, précédée par "Alors", liant le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie  $\Delta u$  par l'opérateur "et", est réalisée par la formation du produit. L'opérateur "ou" qui lie les différentes règles est réalisé par la formation de la somme, donc de la valeur moyenne [81].

Pour chaque règle  $R_i$ , on obtient la fonction d'appartenance partielle par la relation :

$$\mu_{R_i}(\Delta u) = \delta_i(e, \Delta e) \cdot \mu_{S_i}(\Delta u) ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4-19)$$

avec :

$$\delta_i(e, \Delta e) = \mu_{E_i}(e) \cdot \mu_{E_i'}(\Delta e) \quad (4-20)$$

La fonction d'appartenance résultante est alors donnée par :

$$\mu(\Delta u) = \frac{1}{n} [\mu_{R_1}(\Delta u) + \dots + \mu_{R_n}(\Delta u)] \quad (4-21)$$

### 4-5-3 Défuzzification

Les méthodes d'inférences fournissent une information floue. La défuzzification consiste à convertir cette information floue en une action non floue appropriée. Plusieurs approches existent pour réaliser cette conversion [54], [55]. Les plus employées sont la méthode du centre de gravité et la méthode de la moyenne des maximums [18].

#### 4-5-3-1 Méthode du centre de gravité

La méthode de défuzzification la plus utilisée est celle de la détermination du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante  $\mu(\Delta u)$ . Elle consiste à choisir comme valeur numérique de  $\Delta u$  l'abscisse du centre de gravité de la surface :

$$\Delta u^* = \frac{\int_{-1}^1 \Delta u \mu(\Delta u) d\Delta u}{\int_{-1}^1 \mu(\Delta u) d\Delta u} \quad (4-22)$$

L'intégrale du dénominateur donne la surface, tandis que l'intégrale du numérateur correspond au moment de la surface.

Dans le cas discret le centre de gravité est donné par :

$$\Delta u^* = \frac{\sum_{j=1}^n \Delta u_j \mu(\Delta u_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(\Delta u_j)} \quad (4-23)$$

L'abscisse  $\Delta u^*$  du centre de gravité forme ainsi le signal de sortie de commande qui, en générale, doit être soumis à un traitement, afin d'obtenir le signal de commande final.

#### 4-5-3-2 Méthode de la moyenne des maximums

La méthode moyenne des maximums consiste à modifier la méthode précédente et à considérer pour calculer le centre de gravité de la surface que les points pour lesquels la valeur de la fonction d'appartenance résultante  $\mu(\Delta u)$  est supérieure à  $\alpha$ , nombre compris entre 0 et  $\max(\mu(\Delta u))$ . L'idée est d'éliminer les points pour lesquels le coefficient d'appartenance n'est pas significatif. Les deux valeurs extrêmes pour le choix de  $\alpha$  sont 0, auquel cas on retrouve la méthode précédente, et  $\max(\mu(\Delta u))$  auquel cas on calcule effectivement la moyenne des points ayant un degré d'appartenance maximum.

Il est noter que, cette méthode présente un grand inconvénient [11] : le signal de sortie  $\Delta u^*$  saute (discontinuités) si la dominance change d'une fonction d'appartenance partielle à une autre. Par conséquent, cette méthode de défuzzification n'est pas recommandée pour un réglage par logique floue.

### 4-6 Application de la commande floue à la colonne de distillation

Dans ce paragraphe on présente l'application d'un régulateur flou pour la commande de la colonne de distillation (benzène-toluène) étudié dans les chapitres précédents. Le schéma de commande par logique floue de la colonne de distillation est représenté sur la figure 4-3.

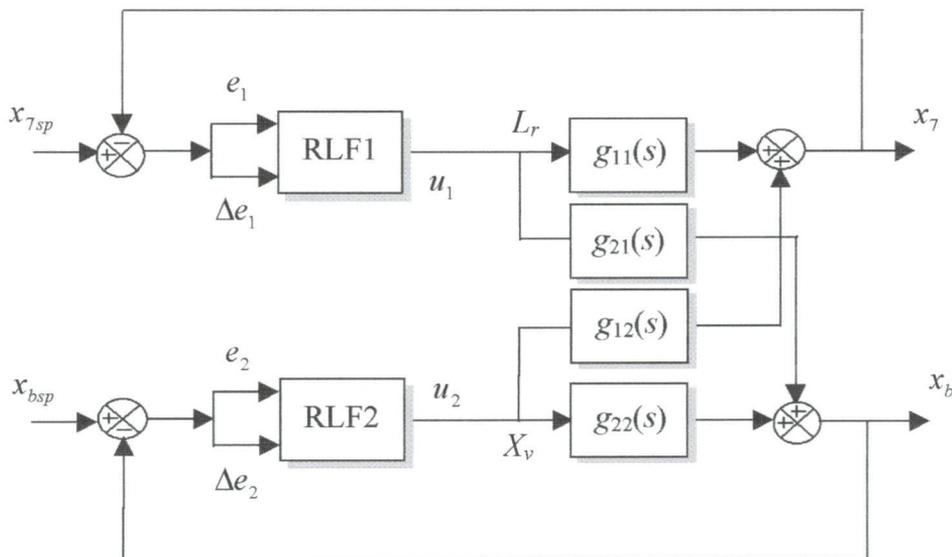


Figure 4-3 Structure de commande par logique floue de la colonne de distillation

Avec  $G$ , la matrice des fonctions de transfert :

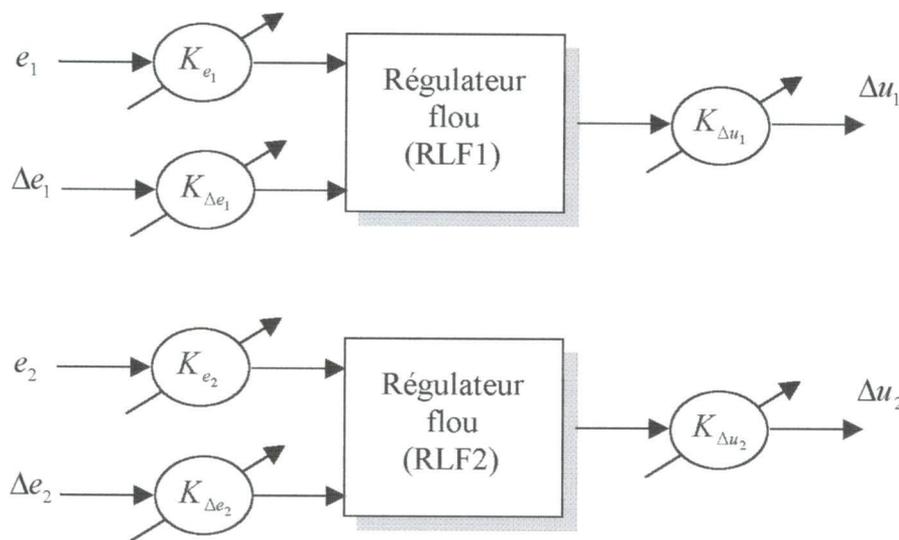
$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4-24)$$

et RLF1 et RLF2 sont les régulateurs flous.

Pour le calcul des deux régulateurs flous on est amené de passer par différentes étapes qui peuvent être énoncées comme suit.

#### • Fuzzification

Les fonctions d'appartenance des entrées (l'erreur et l'accroissement de l'erreur) ainsi que celles des sorties des deux régulateurs flous sont choisies de type triangulaire pour les ensembles NP, EZ et PP. Par contre, pour les ensembles NG et PG, on a supposé des formes trapézoïdales. Le nombre des variables linguistiques utilisées dans chaque régulateur est le même. De plus, les fonctions d'appartenance sont normalisées dans l'univers de discours  $[-1,1]$  et cela pour faciliter leur ajustement qui revient à l'ajustement des gains de pondération  $(K_{e_1}, K_{\Delta e_1})$  et  $(K_{e_2}, K_{\Delta e_2})$  (figure 4-4).



**Figure 4-4** Ajustement des gains de pondération des deux régulateurs flous

L'allure des fonctions d'appartenance normalisées est donnée sur la figure 4-5.

Avec :

- NG : Négative Grand,
- NP : Négative Petit,
- EZ : Environ Zéros,
- PP : Positive Petit,
- PG : Positive Grand.

#### • Règles d'inférence

Dans cette partie, on est amené à mettre au point un ensemble de règles qui modélise le comportement de la colonne de distillation. Les règles d'inférences choisies sont résumées dans le tableau 4-2. Ce dernier montre que la table de décision choisie est anti-diagonale.

Les variables d'entrées du régulateur sont liées par l'opérateur "et", tandis que les valeurs floues de sortie des différentes règles sont liées par l'opérateur "ou".

La méthode de résolution adoptée est celles du Max-Min.

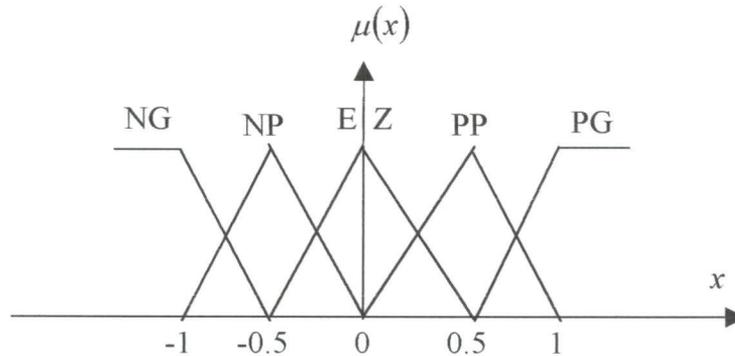


Figure 4-5 L'allure des fonctions d'appartenance

$\Delta e \backslash e$	NG	NP	EZ	PP	PG
NG	NG	NG	NG	NP	EZ
NP	NG	NG	NP	EZ	PP
EZ	NG	NP	EZ	PP	PG
PP	NP	EZ	PP	PG	PG
PG	EZ	PP	PG	PG	PG

Tableau 4-2 Table des règles d'inférence

• **Défuzzification**

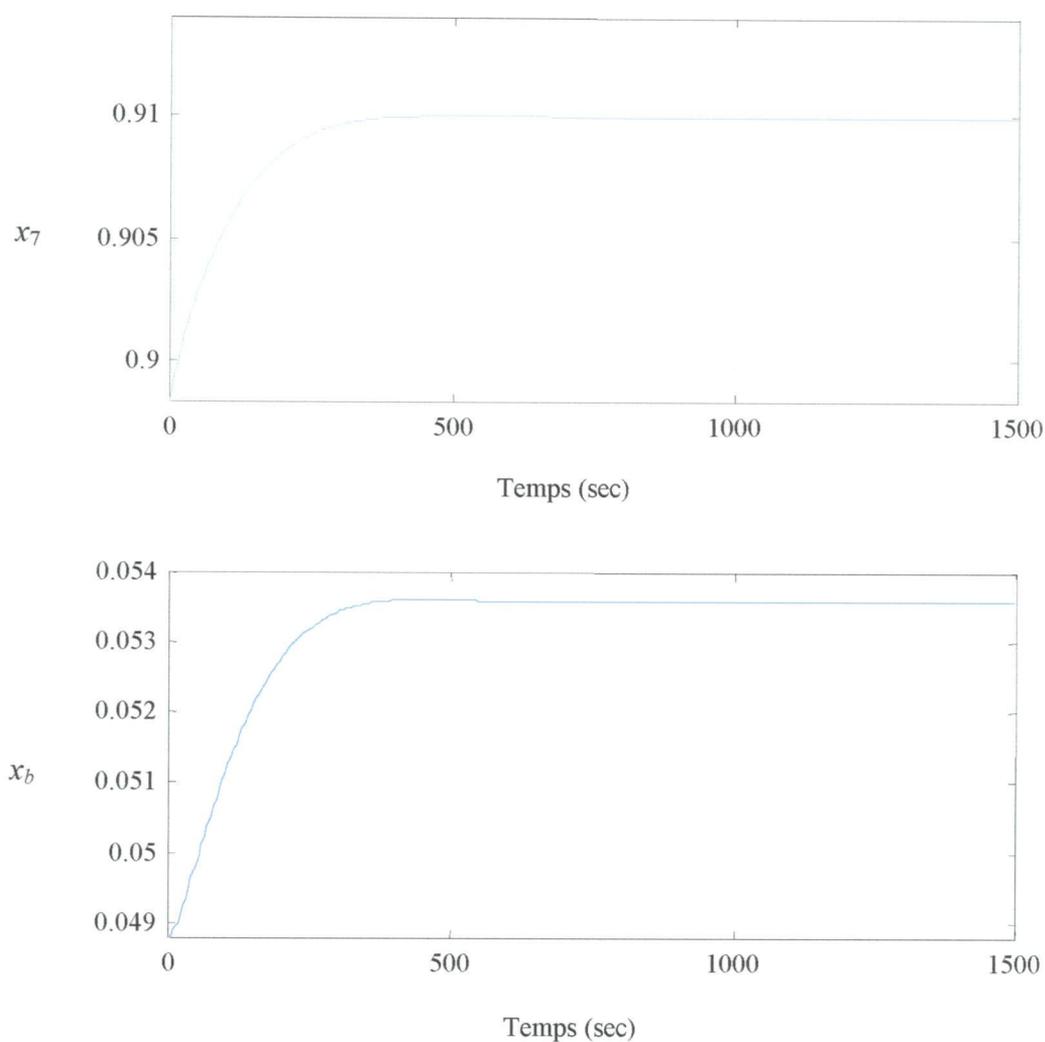
La dernière partie du contrôleur est celle qui convertit la valeur linguistique de la variation de l'action  $\Delta u_i$  en une valeur numérique. Pour cela, on a utilisé la méthode du centre de gravité. Enfin, cette valeur est multipliée par le gain de normalisation de sortie ( $K_{\Delta u_1}$  pour le premier régulateur et  $K_{\Delta u_2}$  pour le deuxième régulateur) adéquat afin d'avoir la sortie réelle du contrôleur flou (figure4-4).

• **Résultats de simulation**

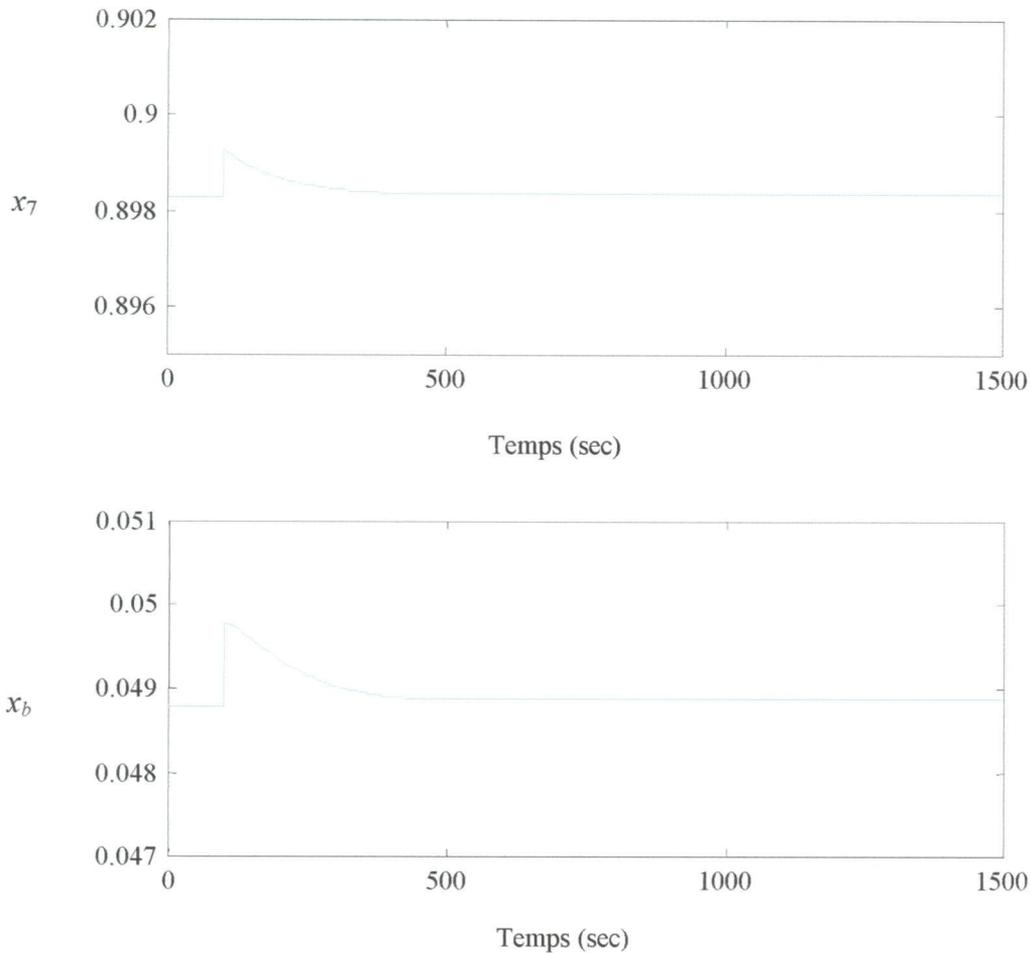
Les gains de pondération ajustables des entrées et sorties des deux régulateurs flous sont respectivement :

$$\begin{array}{ll}
 K_{e_1} = 0.003 & K_{e_2} = 0.002 \\
 K_{\Delta e_1} = 0.0025 & K_{\Delta e_2} = 0.005 \\
 K_{\Delta u_1} = 50 & K_{\Delta u_2} = -7000
 \end{array}$$

Les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de consignes ;  $x_7 = 0.8983 \rightarrow 0.91$  et  $x_b = 0.04878 \rightarrow 0.0537$  sont données par la figure 4-6, où on constate une poursuite acceptable. La figure 4-7 montre les réponses de la colonne de distillation dans le cas d'application d'une perturbation de +10 % de la valeur de l'alimentation à l'instant  $t = 100$  sec.



**Figure 4-6** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne de distillation.



**Figure 4-7** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne de distillation dans le cas de l'application d'une perturbation en asservissement.

#### 4-6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les principales démarches pour la conception d'un régulateur flou et son application pour la colonne de distillation. Les résultats de simulation obtenus sont satisfaisants, la commande floue montre son efficacité pour les problèmes de poursuite et de régulation. Le régulateur flou a permis d'améliorer les performances du système.

## CHAPITRE

# 5

## Application de la Commande optimale floue pour l'optimisation de l'énergie consommée par les colonnes de distillation

### 5-1 Introduction

Les colonnes de distillation constituent une partie considérable du capital d'investissement dans les raffineries à travers le monde, et leur contrôle nécessite une partie majeure du coût global du fonctionnement des processus chimiques, si la stratégie utilisée n'est pas adéquate[43]. En conséquence, beaucoup de recherche et le développement sont concentrés pour déterminer un régulateur qui permet à la fois d'améliorer les performances de la colonne de distillation et d'optimiser l'énergie consommée par cette dernière. Le but de ce chapitre est de proposer un régulateur hybride optimal flou développé par Wang [72] pour la commande de la colonne de distillation en vue d'optimiser l'énergie consommée.

Cependant, bien que la commande floue des systèmes linéaires puisse être un bon point de départ pour mieux comprendre la synthèse de la commande floue, il n'a pas eu beaucoup d'implications pratiques d'utiliser le régulateur flou directement conçu pour un système linéaire car ce régulateur ne peut pas être un bon choix [72]. Plusieurs stratégies ont été développées pour la conception d'un régulateur optimal flou. Wang a développé un régulateur optimal flou à paramètres variant dans le temps, basé sur le principe du minimum de Pontryagin [72]. Tanaka et ces collègues [65], [66], [67] ont essayé d'obtenir un régulateur flou pour minimiser la borne supérieure de la fonction de performance quadratique par l'inégalité de la matrice linéaire LMI (Linear Matrix Inequality), l'approche est basée sur la supposition d'une structure de commande à gain de réaction linéaire local. Wu et Lin [76], [77] ont proposé un régulateur optimal flou global pour un système flou (c.-à-d., le système est décrit par un modèle flou), basé sur la théorie de la commande optimale linéaire.

Dans ce chapitre, on présente l'application d'un régulateur hybride optimal flou pour la commande de la colonne de distillation. Cette méthode est basée sur la détermination des valeurs spécifiques des paramètres du régulateur flou tel que un critère de performance est minimisé. Ce chapitre est structuré en quatre parties. Dans la première partie on présente les principes de base de la détermination d'une commande optimale d'un processus ainsi que le concept du principe du minimum de Pontryagin. La deuxième partie introduit quelques astuces pour la détermination d'une relation analytique qui permet de caractériser la commande floue d'un système monovariable ou multivariable. La conception d'un régulateur optimal flou, fera l'objet de la troisième partie. Enfin, l'évaluation de cette nouvelle commande en termes d'efficacité par rapport à la commande optimale classique est illustrée dans la dernière partie.

### 5-2 Commande optimale d'un processus

Le problème général de la détermination d'une commande optimale d'un processus peut se résumer comme suit [5] :

Un processus étant donné et défini par son modèle, trouvé parmi les commandes admissibles celle qui permet à la fois :

- De vérifier des conditions initiales et finales données.
- De satisfaire diverses contraintes imposées.
- D'optimiser un critère choisi.

### 5-2-1 Position du problème

Le processus étudié est décrit dans l'espace d'état sous la forme :

$$\dot{x} = g(x, u, t) \quad (5-1)$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$ , représente l'état et  $u \in \mathfrak{R}^m$ , la commande.

Les conditions initiales et finales  $x_0$  et  $x_f$  prises aux instants respectifs  $t_0$  et  $t_f$  doivent satisfaire les conditions :

$$k(x_0, t_0) = 0, l(x_f, t_f) = 0 \quad (5-2)$$

Les contraintes imposées au système sont de nature instantanée :

$$\forall t, q(x, u, t) \leq 0, q(\cdot) \in \mathfrak{R}^{k_q} \quad (5-3)$$

ou intégrale :

$$\int_{t_0}^{t_f} p(x, u, t) dt \leq 0, p \in \mathfrak{R}^{k_p} \quad (5-4)$$

La commande optimale  $u^*$  cherchée doit, tout en satisfaisant les conditions précédentes, minimiser le critère :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, t) dt + S(x_f, t_f) \quad (5-5)$$

où  $L$  et  $S$  sont des fonctions scalaires.

La fonctionnelle, intégrale de la fonction  $L(x, u, t)$ , est évaluée le long de la trajectoire  $x(t)$  obtenue dans l'espace d'état pour  $t \in [t_0, t_f]$ . Le terme  $S(x_f, t_f)$  est une fonction de l'état final et du temps final ; il représente le coût de l'écart final (sur l'état et le temps) par rapport à leurs valeurs désirées.

Pour aborder la résolution de ce problème, nous nous placerons dans le cas plus général qui consiste à chercher la trajectoire  $x(t)$  qui satisfait aux contraintes précédentes tout en minimisant le critère :

$$J(x) = \int_{t_0}^{t_f} L(\dot{x}, x, t) dt + S(x_f, t_f) \quad (5-6)$$

Le principe de la détermination d'une commande optimale est basé sur la résolution de l'équation d'Hamilton-Jacobi.

### 5-2-2 Le principe du minimum de Pontryagin

Etant donné le système suivant :

$$\dot{x}(t) = g[x(t), u(t)] \quad (5-7)$$

avec une condition initiale  $x(0) = x_0$  où  $x \in \mathfrak{R}^n$  représente l'état,  $u \in \mathfrak{R}^m$ , la commande et  $g$  est une fonction linéaire ou non linéaire.

Le problème de détermination d'une commande optimale pour le système (5-7) peut se résumer comme suit [46] : on doit déterminer une commande  $u(t)$  sachant que le critère suivant

$$J = S[x(T)] + \int_0^T L[x(t), u(t)] dt \quad (5-8)$$

est minimisé, où  $S$  et  $L$  sont des fonctions données et le temps final  $T$  peut être donné.

Le principe du minimum de Pontryagin pour résoudre le problème de la commande optimale se procède comme suit. Tout d'abord, on définit la fonction de Hamilton par la relation

$$H(x, u, \lambda) = L[x(t), u(t)] + \lambda^T(t) g[x(t), u(t)] \quad (5-9)$$

Ensuite, on déduit  $u = h(x, \lambda)$  sachant que  $H(x, u, \lambda)$  est minimisé par cette commande  $u$ . En remplaçant  $u = h(x, \lambda)$  dans (5-9), on obtient :

$$H^*(x, \lambda) = H[x, h(x, \lambda), \lambda] \quad (5-10)$$

Enfin, on résout le système d'équations différentielles d'ordre  $2n$  (avec les deux conditions aux limites) [1] :

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H^*}{\partial \lambda}, \quad x(0) = x_0 \quad (5-11)$$

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H^*}{\partial x}, \quad \lambda(T) = \frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{x(T)} \quad (5-12)$$

Soient  $x^*(t)$  et  $\lambda^*(t)$  les solutions de l'équation (5-11) et (5-12) (pour lesquels la trajectoire est optimale). La commande optimale est donnée par :

$$u^*(t) = h[x^*(t), \lambda^*(t)] \quad (5-13)$$

### 5-2-3 Commande optimale d'un système linéaire avec critère quadratique

Considérons un système linéaire non stationnaire dont le comportement est décrit par l'équation d'état :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (5-14)$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$ , représente l'état et  $u \in \mathfrak{R}^m$ , la commande et  $A(t)$ ,  $B(t)$  sont des matrices dynamiques de dimension  $n \times n$  et  $n \times m$  respectivement.

Le problème de commande optimale de ce système consiste à déterminer une loi de commande minimisant un critère quadratique de la forme :

$$J = x^T(t_f)M x(t_f) + \int_0^{t_f} [x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)] dt \quad (5-15)$$

où  $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  et  $Q(t) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  sont des matrices symétriques au moins semidéfinies positives et  $R(t) \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  est une matrice symétrique, définie positive.

Soient les matrices  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $Q(t)$ ,  $R(t)$  et  $M$  sont données et supposons l'équation de Riccati suivante [57] :

$$\dot{K}(t) = -A^T(t)K(t) - K(t)A(t) + K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t) - Q(t) \quad (5-16)$$

avec la condition aux limites  $K(t_f) = M$ .

La solution de l'équation de Riccati permet donc de déterminer la commande optimale  $u^*(t)$  [57] :

$$u^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)K(t)x^*(t) \quad (5-17)$$

Par conséquent, la trajectoire optimale est donnée par la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x}^*(t) = [A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t)]x^*(t) \quad (5-18)$$

## 5-3 Détermination d'une commande floue d'un système SISO et MIMO

Le but de cette partie est de déterminer une relation analytique qui permet de caractériser la commande floue d'un système monovarié (SISO) ou multivarié (MIMO). Cette relation analytique sera utilisée dans le paragraphe suivant.

### 5-3-1 Commande floue d'un système monovarié

Soit un système monovarié linéaire décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + b u(t) \\ y(t) &= c x(t) \end{aligned} \tag{5-19}$$

où  $u \in \mathfrak{R}$ , la commande,  $y \in \mathfrak{R}$ , la sortie et  $x \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état.

Supposons que le régulateur utilisé est un régulateur flou dont l'entrée est  $y(t)$ , la commande floue est donnée par [73] :

$$u(t) = f[y(t)] \tag{5-20}$$

où  $f(y)$  représente le régulateur flou. En remplaçant (5-20) dans (5-19), on obtient le système de commande floue en boucle fermée, lequel est illustré sur la figure 5-1.

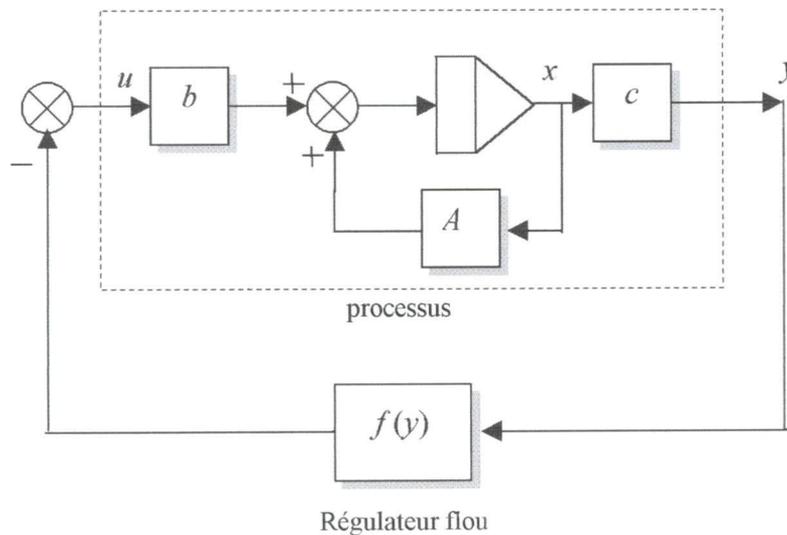


Figure 5-1 Système de commande floue en boucle fermée

Pour calculer la commande floue  $u(t)$ , on est amené de passer par différentes étapes. Supposons que la sortie  $y(t)$  prend des valeurs dans l'intervalle  $U = [\alpha, \beta] \subset \mathfrak{R}$ . On définit  $2N + 1$  ensembles flous  $A^l$  dans  $U$  dont les fonctions d'appartenance sont représentées sur la figure 5-2. Nous utilisons  $N$  ensembles flous  $A^1, \dots, A^N$  pour couvrir l'intervalle négatif  $[\alpha, 0)$  et les autres  $N$  ensembles flous  $A^{N+2}, \dots, A^{2N+1}$  pour couvrir l'intervalle positif  $(0, \beta]$ . La forme et le rapport entre ces fonctions d'appartenance sont montrés sur la figure 5-2. Le centre de l'ensemble flou  $A^{N+1}, \bar{x}^{N+1}$  est égal à zéro et les centres des autres ensembles flous  $\bar{x}^1, \dots, \bar{x}_{2N+1}$  peuvent être choisis librement pourvu que le rapport montré dans figure 5-2 soit conservé.

Considérons  $2N + 1$  règles floues :

$$\text{Si } y \text{ est } A^l, \text{ Alors } u \text{ est } B^l \tag{5-21}$$

Les centres  $\bar{y}^l$  des ensembles flous  $B^l$  sont choisis tels que :

$$\bar{y}^l \begin{cases} \leq 0 & \text{si } l = 1, 2, \dots, N \\ = 0 & \text{si } l = N + 1 \\ \geq 0 & \text{si } l = N + 2, \dots, 2N + 1 \end{cases} \quad (5-22)$$

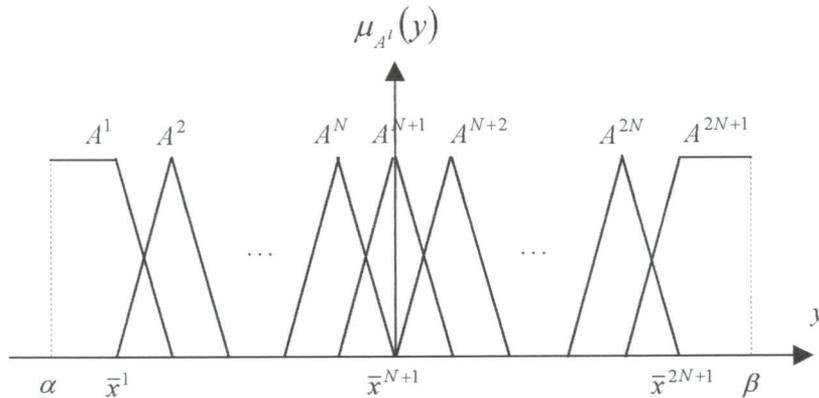


Figure 5-2 L'allure des fonctions d'appartenance

En appliquant la méthode som-produit pour l'évaluation des règles d'inférence et la méthode du centre de gravité pour la défuzzification, la commande floue est donnée par l'expression suivante [53], [73] :

$$u = f(y) = \frac{\sum_{l=1}^{2N+1} \bar{y}^l \mu_{A^l}(y)}{\sum_{l=1}^{2N+1} \mu_{A^l}(y)} \quad (5-23)$$

où  $\mu_{A^l}(y)$  sont montrées sur la figure 5-2 et  $\bar{y}^l$  doit satisfaire l'équation (5-22).

### 5-3-2 Commande floue d'un système multivariable

Considérons le système multivariable linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (5-24)$$

où  $u \in \mathfrak{R}^m$ , vecteur des entrées de commande,  $y \in \mathfrak{R}^m$ , vecteurs des sorties et  $x \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état. On suppose que le nombre des variables d'entrées est égal au nombre des variables de sorties c'est-à-dire que la matrice des fonctions de transfert du système est carrée. Dans ce cas, la commande floue  $u(t) = (u_1(t), \dots, u_m(t))^T$  est donnée par [73] :

$$u_j(t) = f_j[y(t)] \quad (5-25)$$

où  $j = 1, 2, \dots, m$  et  $f_j[y(t)]$  sont les  $m$  régulateurs flous. En remplaçant (5-25) dans (5-24), on obtient le système de commande floue en boucle fermée, lequel est illustré sur la figure 5-1, à la différence que le vecteur  $b$  est remplacé par la matrice  $B$ , le vecteur  $c$  est remplacé par la matrice  $C$  et la fonction scalaire  $f$  est remplacé par  $f = (f_1, \dots, f_m)^T$ .

Pour calculer la commande floue  $u(t)$ , on procède par les mêmes étapes que dans le cas d'un système monovarié. Supposons que la sortie  $y_i(t)$  prend des valeurs dans l'intervalle  $U_i = [\alpha_i, \beta_i] \subset \mathfrak{R}$  où  $i = 1, 2, \dots, m$ . On définit  $2N_i + 1$  ensembles flous  $A_i^{l_i}$  dans  $U_i$  dont les fonctions d'appartenance sont représentées sur la figure (5-2) ( $i$  doit s'ajouter à toutes les variables).

Considérons  $m$  groupes de règles floues où le  $j^{\text{ème}}$  groupe ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) consiste à  $\prod_{i=1}^m (2N_i + 1)$  règles :

$$\text{Si } y_1 \text{ est } A_1^{l_1} \text{ et } y_2 \text{ est } A_2^{l_2} \dots \text{ et } y_m \text{ est } A_m^{l_m}, \text{ Alors } u \text{ est } B_j^{l_1 \dots l_m} \quad (5-26)$$

où  $l_i = 1, 2, \dots, 2N_i + 1$  et  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Les centres  $\bar{y}_j^{l_1 \dots l_m}$  des ensembles flous  $B_j^{l_1 \dots l_m}$  sont choisis tels que :

$$\bar{y}_j^{l_1 \dots l_m} \begin{cases} \leq 0 & \text{si } l_j = 1, 2, \dots, N_j \\ = 0 & \text{si } l_j = N_j + 1 \\ \geq 0 & \text{si } l_j = N_j + 2, \dots, 2N_j + 1 \end{cases} \quad (5-27)$$

En appliquant la méthode som-produit pour l'évaluation des règles d'inférence et la méthode du centre de gravité pour la défuzzification, les régulateurs flous  $f_j(y)$  sont donnés par l'expression suivante [72], [73] :

$$\begin{aligned} u_j &= f_j(y) \\ &= \frac{\sum_{l_1=1}^{2N_1+1} \dots \sum_{l_m=1}^{2N_m+1} \bar{y}_j^{l_1 \dots l_m} \left( \prod_{i=1}^m \mu_{A_i^{l_i}}(y_i) \right)}{\sum_{l_1=1}^{2N_1+1} \dots \sum_{l_m=1}^{2N_m+1} \left( \prod_{i=1}^m \mu_{A_i^{l_i}}(y_i) \right)} \end{aligned} \quad (5-23)$$

où  $j = 1, 2, \dots, m$ .

## 5-4 Commande Optimale Floue

Pour résoudre le problème d'optimisation de la commande et sur la base de la théorie de la logique floue, on développe une configuration hybride optimale floue. A cet effet, on illustre une méthode de synthèse d'un régulateur hybride optimal flou à paramètres variant dans le temps, basé sur le principe du minimum de Pontryaguin.

Soit un modèle linéaire invariant dans le temps décrit par :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (5-24)$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$  et  $u \in \mathfrak{R}^m$ .

Le critère de performance considéré est quadratique, et est donné par l'expression suivante :

$$J = x^T(t_f) M x(t_f) + \int_0^{t_f} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (5-25)$$

où  $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  et  $R \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  sont des matrices symétriques et définies positives.

Supposons que le régulateur utilisé est un régulateur flou dont la commande est donnée par l'équation (5-23), sauf dans ce cas on change la sortie du système  $y$  par la variable d'état  $x$ . La sortie du régulateur flou est donnée par  $u(t) = (u_1, \dots, u_m)^T$  avec [72] :

$$u_j = -f_j(x) = - \frac{\sum_{l_1=1}^{2N_1+1} \dots \sum_{l_n=1}^{2N_n+1} \bar{y}_j^{l_1 \dots l_n} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right)}{\sum_{l_1=1}^{2N_1+1} \dots \sum_{l_n=1}^{2N_n+1} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right)} \quad (5-26)$$

Etant donné que les fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^{l_i}}(x_i)$  sont fixées ; elles peuvent être choisies sous la forme de la figure 5-1 ou d'autres formes. La synthèse du régulateur optimal flou consiste à déterminer des paramètres  $\bar{y}_j^{l_1 \dots l_n}$  tels que le critère  $J$  de l'équation (5-25) soit minimiser. Pour cela, on définit les fonctions de base  $b(t) = (b_1(x), \dots, b_N(x))^T$  comme étant :

$$b_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{2N_1+1} \dots \sum_{l_n=1}^{2N_n+1} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right)} \quad (5-27)$$

où  $l_i = 1, 2, \dots, 2N_i + 1$ ,  $l = 1, 2, \dots, N$ , and  $N = \prod_{i=1}^n (2N_i + 1)$ .

On définit aussi la matrice  $\theta \in \mathfrak{R}^{m \times N}$  regroupant les paramètres du régulateur flou par :

$$\theta = \begin{bmatrix} -\theta_1^T \\ \dots \\ -\theta_m^T \end{bmatrix} \quad (5-28)$$

où  $\theta_j^T \in \mathfrak{R}^{1 \times N}$  est constituée par les  $N$  paramètres  $\bar{y}_j^{l_1 \dots l_n}$  pour  $l_i = 1, 2, \dots, 2N_i + 1$  dans le même classement que  $b_l(x)$  pour  $l = 1, 2, \dots, N$ .

En utilisant ces notations, la caractéristique de transfert du régulateur flou sera exprimée par :

$$u = \theta b(x) \quad (5-29)$$

Pour pouvoir appliquer le principe d'optimalité de Pontryagin, on considère que la matrice des paramètres  $\theta$  est variante dans le temps ; alors :

$$\theta = \theta(t) \quad (5-30)$$

En remplaçant l'équation (5-29) dans (5-24) et (5-25), on obtient le système en boucle fermée suivant :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B \theta(t) b[x(t)] \quad (5-31)$$

le critère de performance sera donc :

$$J = x^T(t_f) M x(t_f) + \int_0^{t_f} [x^T(t) Q x(t) + b^T(x(t)) \theta^T(t) R \theta(t) b(x(t))] dt \quad (5-32)$$

Ainsi le problème de détermination d'une commande optimale floue devient le problème de détermination de la matrice  $\theta(t)$  tel que le critère de performance  $J$  de (5-32) soit minimiser [72].

Le Hamiltonien s'exprime alors par la relation suivante :

$$H(x, \theta, \lambda) = x^T Q x + b^T(x) \theta^T R \theta b(x) + \lambda^T [A x + B \theta b(x)] \quad (5-33)$$

De  $\frac{\partial H}{\partial \theta} = 0$ , on a :

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = 2R\theta b(x)b^T(x) + B^T \lambda b^T(x) = 0 \quad (5-34)$$

On obtient, approximativement que [72] :

$$\theta \approx -\frac{1}{2} R^{-1} B^T \lambda b^T(x) [b(x) b^T(x) + \Delta]^{-1} \quad (5-35)$$

où  $\Delta$  est une matrice à rang plein introduite pour rendre  $b(x)b^T(x) + \Delta$  inversible.

En remplaçant (5-35) dans (5-33), le Hamiltonien s'écrit :

$$\begin{aligned} H^*(x, \lambda) &= x^T Q x + \lambda^T A x + \frac{1}{4} b^T(x) [b(x) b^T(x) + \Delta]^{-1} b(x) \lambda^T B R^{-1} B^T \lambda \\ &\quad \times b^T(x) [b(x) b^T(x) + \Delta]^{-1} b(x) - \frac{1}{2} \lambda^T B R^{-1} B^T \lambda b^T(x) [b(x) b^T(x) + \Delta]^{-1} b(x) \\ &= x^T Q x + \lambda^T A x + [\alpha^2(x) - \alpha(x)] \lambda^T B R^{-1} B^T \lambda \end{aligned} \quad (5-36)$$

où  $\alpha(x)$  est défini par :

$$\alpha(x) = \frac{1}{2} b^T(x) [b(x) b^T(x) + \Delta]^{-1} b(x) \quad (5-37)$$

En appliquant les conditions nécessaires d'optimalité (5-11) et (5-12), on obtient le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H^*}{\partial \lambda} = A x + 2[\alpha^2(x) - \alpha(x)] B R^{-1} B^T \lambda \quad (5-38)$$

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H^*}{\partial x} = -2Q x - A^T \lambda - [2\alpha(x) - 1] \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \lambda^T B R^{-1} B^T \lambda \quad (5-39)$$

avec les conditions aux limites  $x(0) = x_0$  et  $\lambda(t_f) = 2M x(t_f)$ .

La solution optimale  $x^*(t)$  et  $\lambda^*(t)$  pour  $t \in [0, t_f]$  des équations (5-38) et (5-39), conduit à la détermination des paramètres du régulateur optimal flou  $\theta^*(t)$  [72] :

$$\theta^*(t) = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T \lambda^*(t) b^T(x^*(t)) [b(x^*(t)) b^T(x^*(t)) + \Delta]^{-1} \quad (5-40)$$

Le régulateur optimal flou est donné donc par :

$$u^* = \theta^*(t) b(x) \quad (5-41)$$

### Algorithme de conception d'un régulateur optimal flou

L'algorithme de conception d'un régulateur optimal flou est résumé comme suit :

- *Etape 1* — Spécification des fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^{l_i}}(x_i)$  où  $l_i = 1, 2, \dots, 2N_i + 1$  et  $i = 1, 2, \dots, N$ . Nous ne pouvons pas choisir les fonctions d'appartenance de type triangulaire tel que figure 5-1, par ce que la fonction  $\alpha(x)$  pour ces fonctions d'appartenance est non différentiable (nous avons besoin de  $\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x}$  dans l'équation (5-39)). Pour cela, on peut choisir des fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^{l_i}}(x_i)$  de forme Gaussienne.
- *Etape 2* — Calcul des fonctions de base  $b_i(x)$  par l'équation (5-27) et la fonction  $\alpha(x)$  de la relation (5-37). Calcul de la dérivée  $\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x}$ .
- *Etape 3* — Résolution du système d'équation différentielle (5-38) et (5-39), soit  $x^*(t)$  et  $\lambda^*(t)$ ,  $t \in [0, t_f]$ . Calcul de  $\theta^*(t)$  par (5-40).
- *Etape 4* — Le régulateur optimal flou  $u^*$  est obtenu par l'équation (5-41).

La partie la plus difficile pour la conception d'un régulateur optimal flou est la résolution du système d'équation différentielle (5-38) et (5-39). Puisque ces équations différentielles sont non linéaires, on utilise pour les résoudre une méthode d'intégration numérique.

## 5-5 Résultats de simulation

Dans cette partie, on traite l'application de la commande optimale floue à la colonne de distillation considérée dans les chapitres précédents. Une étude comparative entre cette nouvelle commande par rapport à la commande optimale classique a été faite, pour montrer l'apport de la commande optimale floue. Dans ce processus la composition de haut de la colonne ( $x_7$ ) est commandée par le reflux ( $L_r$ ), et la composition du bas de la colonne ( $x_b$ ) est commandée par la vapeur ( $X_v$ ).

Le critère quadratique est choisi de la forme :

$$J = \int_0^T [e^T(t) Q e(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (5-42)$$

où  $e$  est le vecteur d'erreur  $e = [e_1, e_2]^T$  avec

$$e_1 = x_{7set} - x_7$$

$$e_2 = x_{bset} - x_b$$

$x_{7set}$ , la consigne pour la première boucle.

$x_{bset}$ , la consigne pour la deuxième boucle.

Les matrices de  $Q$  et  $R$  sont choisies comme suit :

$$Q = \begin{bmatrix} 0.008 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}.$$

Les variables d'entrées  $e_1$  et  $e_2$  des fonctions d'appartenance  $\mu_{A_i^{l_i}}(e_i)$  ont été choisis de forme Gaussienne et sont données par :

$$\mu_{A_i^{l_i}}(e_i) = \exp \left[ -2(e_i - e_i^{l_i})^2 \right] \quad (5-43)$$

$l_i$  ( $i=1, 2$ ) fait référence à l'ensemble flou considéré NG (Négative Grand), NP (Négative Petit), ZE (Zéro), PP (Positive Petit) ou PG (Positive Grand), avec :

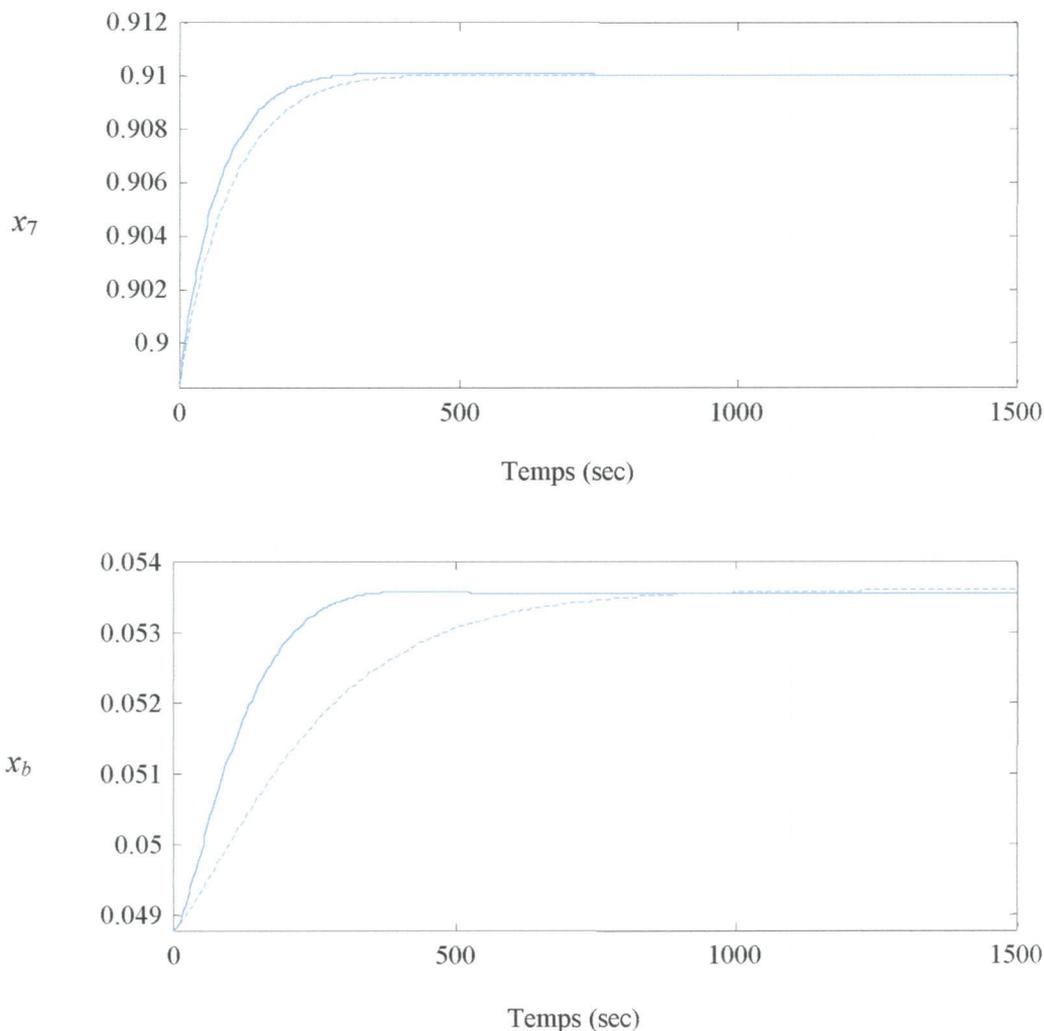
$$e_i^{NG} = -2, \quad e_i^{NP} = -1, \quad e_i^{ZE} = 0, \quad e_i^{PP} = 1 \quad \text{et} \quad e_i^{PG} = 2.$$

Les fonctions de base floues sont données par :

$$b_l(e) = \frac{\mu_{A_1^{l_1}}(e_1) \mu_{A_2^{l_2}}(e_2)}{\sum_{l_1=1}^{2N_1+1} \sum_{l_2=1}^{2N_2+1} \mu_{A_1^{l_1}}(e_1) \mu_{A_2^{l_2}}(e_2)} \quad (5-44)$$

où  $l = (2N_1 + 1)(2N_2 + 1)$  avec  $N_1 = N_2 = 2$ .

Les réponses transitoires des deux boucles pour un changement de consignes ;  $x_7 = 0.8983 \rightarrow 0.91$  et  $x_b = 0.04878 \rightarrow 0.0537$  sont données par la figure 5-3, où on constate une poursuite dans les deux cas.



**Figure 5-3** Compositions de haut  $x_7$  et du bas  $x_b$  de la colonne de distillation.

- Commande optimale classique
- Commande optimale floue

Pour pouvoir exprimer l'énergie consommée par la colonne de distillation on doit calculer l'erreur dynamique IAE (integral absolute error) des deux boucles pour la commande optimale floue et la commande optimale classique. Les valeurs de l'erreur dynamique calculées sont données dans le tableau 5-1. On remarque que l'erreur dynamique est réduite dans le cas de l'application de la commande optimale floue. D'après les valeurs obtenues on constate que le régulateur optimal flou a donné les meilleurs résultats, ce qui implique que la consommation de l'énergie est encore réduite d'avantage.

CALCUL DE L'ERREUR DYNAMIQUE	Composition de haut ( $x_7$ )	Composition du bas ( $x_b$ )
Commande optimale classique	0.1298	0.1004
Commande optimale floue	0.0942	0.0889

**Tableau 5-1** Calcul de l'erreur dynamique des deux boucles pour la commande optimale floue et la commande optimale classique de la colonne de distillation.

## 5-6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une configuration hybride optimale floue pour la commande de la colonne de distillation en vue d'optimiser l'énergie consommée par cette colonne. Les résultats de simulation obtenus montre bien l'avantage qu'apporte la commande optimale floue par rapport à la commande optimale classique. La comparaison de l'erreur dynamique a montré que l'énergie consommée par la colonne de la distillation est optimisée dans le cas de la commande optimale floue, ce qui constitue un avantage dans l'industrie chimique puisque le coût de fonctionnement sera réduit.

## Conclusion générale

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire porte sur la commande multiboucle d'une colonne de distillation, il axé essentiellement sur la réduction des interactions entre les variables de commande et celles à commander de cette dernière et la synthèse d'un système de commande floue permettant de bonnes performances et un gain en matière de l'énergie consommée.

Ainsi après la modélisation de la colonne de distillation considérée qui a servi d'exemple d'application pour l'approche de réduction des interactions proposée et la synthèse d'un système de commande floue, nous avons spécifié les variables stratégiques (les variables de commande et les variables à commander). Par la suite nous avons présenté un panorama de méthode d'analyse des interactions proposées dans la littérature. Les avantages et l'efficacité de la méthode DRMC nous ont insisté à opter pour cette méthode pour l'analyse des interactions présentes dans la colonne et le choix de la configuration de commande convenable pour une commande multiboucle, ce qui nous a permis de relever plus efficacement la direction et l'intensité relative de l'effet de la propagation de perturbations.

A fin de réduire l'effet d'interactions existant entre les boucles de commande de la colonne de distillation nous avons proposé une démarche intéressante. Cette dernière consiste à intervenir directement sur la structure physique de la colonne par la modification de la rétention liquide du plateau d'alimentation, ce qui influe parfaitement d'une façon directe sur l'optimisation de l'énergie consommée par la colonne en la minimisant, chose impeccablement illustrée par les résultats de simulations obtenus.

La réduction des interactions par la méthode proposée nous a permis par la suite de simplifier et de faciliter la synthèse d'un système de commande multiboucle floue, tout en permettant d'aplanir les difficultés rencontrées liées au choix des variables fuzzifier et la détermination des règles d'inférence lors de la synthèse d'un système de commande, puisque ces dernières sont déterminées pour chaque boucle indépendamment. L'apport de la logique floue comme technique de commande, sur le plan performances (qualité des produits), est démontré par les résultats de simulation concluants obtenus pour chaque boucle.

L'efficacité de la logique floue et les résultats obtenus, nous ont poussés à améliorer les résultats obtenus en terme de coût de fonctionnement en réduisant davantage l'énergie consommée par la colonne toujours en se basant sur la logique floue. A cet effet nous avons défini un critère d'optimisation d'énergie et c'est dans ce sens qu'une méthode de synthèse d'un régulateur flou proposée dans la littérature, dont l'efficacité n'est plus à démontrer, a été adoptée pour la synthèse d'un régulateur optimal flou pour la commande de la colonne de distillation. La comparaison par simulation des résultats obtenus en considérant un régulateur optimal classique et ceux obtenus par le régulateur optimal flou a mis en évidence la supériorité de la logique floue par rapport aux régulateurs classiques.

L'optimisation de l'énergie consommée par les colonnes de distillation constitue actuellement un axe de recherche très actif. Les perspectives se trouvant dans le développement des méthodes permettant de réduire les interactions dans les colonnes de distillation définissent comme condition incontournable pour la minimisation du coût de fonctionnement des colonnes

de distillation. L'utilisation d'autres méthodes d'analyse des interactions structurales peut constituer une voie pour mieux cerner le problème d'interaction, si l'on considère que l'objectif majeur est de réussir à mieux optimiser l'énergie consommée et d'avoir de très bonnes performances.

Un autre aspect non négligeable reste ouvert est celui de proposition des systèmes de commande optimale en utilisant les algorithmes génétiques, les réseaux de neurones, la logique floue et le neuro-flous.

## Annexe-A

*Les données nominales du fonctionnement de la colonne sont :*

Rétention liquide du condenseur,  $M_r = 2.52$  (kg moles)

Rétention liquide du rebouilleur,  $M_0 = 5.1$  (kg moles)

Rétention liquide dans chaque plateau,  $M_j = 1.08$  (kg moles)  $j = 1, \dots, 7$

Coefficient de volatilité,  $\alpha = 2.5$

Reflux liquide,  $L_r = 0.0313$  (kg moles .s<sup>-1</sup>)

Reflux vapeur,  $V_s = 0.03407$  (kg moles .s<sup>-1</sup>)

Pression dans le rebouilleur,  $p_c = 3.363 \cdot 10^5$  (N m<sup>2</sup>)

Pression à l'entrée du rebouilleur,  $p_{ss} = 5 \cdot 10^5$  (N m<sup>2</sup>)

Coefficient de contrôle de la vanne,  $X_v = 0.7$

Composition du distillat,  $x_d = 0.9558$

Composition du résidu,  $x_b = 0.04878$

Composition du haut de la colonne,  $x_7 = 0.8983$

Compositions des plateaux,  $x_6 = 0.7915$ ,  $x_5 = 0.6274$ ,  $x_4 = 0.4356$ ,  $x_3 = 0.3046$ ,

$x_2 = 0.1860$  et  $x_1 = 0.1006$

Composition de l'alimentation,  $z_f = 0.3$

Débit de l'alimentation  $F = 0.01$  (kg moles .s<sup>-1</sup>)

Condition de l'alimentation  $P_f = -1$

$U_0 = 1135.7$  (W .m<sup>2</sup>K<sup>-1</sup>),  $U_c = 5678.3$  (W .m<sup>2</sup>K<sup>-1</sup>)

$A_0 = 18.58$  m<sup>2</sup>,  $A_c = 18.58$  m<sup>2</sup>

$$\rho_c = 1.8233 \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$$

$$\lambda_0 = 32565 \text{ (kj kg}^{-1}\text{)}, \lambda_c = 2150.3 \text{ (kj kg}^{-1}\text{)}$$

$$M_w = 479.0 \text{ (kg)}$$

$$C_{v\max} = 0.1408 \text{ (m}^3 \text{ s}^{-1}\text{)}$$

$$C_{pw} = 3.852 \text{ (kj kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{)}$$

$$V_c = 0.2359 \text{ m}^3$$

## Annexe-B

Les différents modèles calculés dans le cas de l'augmentation de la rétention liquide du plateau d'alimentation sont donnés par :

- Pour le 1<sup>er</sup> cas (le cas où on augmente de deux fois la rétention liquide du plateau d'alimentation) :

$$A = \begin{pmatrix} -0.0135 & 0.0063 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0290 & -0.0436 & 0.0168 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0490 \\ 0 & 0.0290 & -0.0457 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0908 \\ 0 & 0 & 0.0290 & -0.0502 & 0.0290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1396 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0270 & -0.0626 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1176 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0702 & 0.0446 & 0 & 0 & 0 & -0.1369 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0802 & 0.0548 & 0 & 0 & -0.1240 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0904 & 0.0628 & 0 & -0.0892 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0081 & -0.0157 & 0 & -0.0123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15.2240 & -5.0086 & 299420 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0283 & 0.0084 & -0.6868 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0533 & -0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0988 & -0.0009 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1520 & -0.0014 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1653 & -0.0019 & -0.1169 & 0.0086 & 0 & 0 \\ 0.1129 & -0.0011 & 0.1129 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1023 & -0.0010 & 0.1023 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0736 & -0.0007 & 0.0736 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0102 & -0.0001 & 0.0102 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6229 & 1.4409 \\ 0.0005 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Pour le 2<sup>ème</sup> cas (le cas où on augmente de trois fois la rétention liquide du plateau d'alimentation) :

$$A = \begin{pmatrix} -0.0135 & 0.0063 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0290 & -0.0436 & 0.0168 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0490 \\ 0 & 0.0290 & -0.0457 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0908 \\ 0 & 0 & 0.0290 & -0.0502 & 0.0290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1396 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0270 & -0.0626 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1176 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0702 & 0.0446 & 0 & 0 & 0 & -0.1369 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0802 & 0.0548 & 0 & 0 & -0.1240 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0904 & 0.0628 & 0 & -0.0892 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0081 & -0.0157 & 0 & -0.0123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15.2240 & -5.0086 & 299420 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0283 & 0.0084 & -0.6868 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0533 & -0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0988 & -0.0009 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1520 & -0.0014 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1653 & -0.0019 & -0.1169 & 0.0086 & 0 & 0 \\ 0.1129 & -0.0011 & 0.1129 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1023 & -0.0010 & 0.1023 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0736 & -0.0007 & 0.0736 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0102 & -0.0001 & 0.0102 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6229 & 1.4409 \\ 0.0005 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

➤ Pour le 3<sup>ème</sup> cas (le cas où on augmente de quatre fois la rétention liquide du plateau d'alimentation) :

$$A = \begin{pmatrix} -0.0135 & 0.0063 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0290 & -0.0436 & 0.0168 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0490 \\ 0 & 0.0290 & -0.0457 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0908 \\ 0 & 0 & 0.0290 & -0.0502 & 0.0290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1396 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0270 & -0.0626 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1176 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0702 & 0.0446 & 0 & 0 & 0 & -0.1369 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0802 & 0.0548 & 0 & 0 & -0.1240 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0904 & 0.0628 & 0 & -0.0892 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0081 & -0.0157 & 0 & -0.0123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15.2240 & -5.0086 & 299420 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0283 & 0.0084 & -0.6868 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0533 & -0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0988 & -0.0009 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1520 & -0.0014 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1653 & -0.0019 & -0.1169 & 0.0086 & 0 & 0 \\ 0.1129 & -0.0011 & 0.1129 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1023 & -0.0010 & 0.1023 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0736 & -0.0007 & 0.0736 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0102 & -0.0001 & 0.0102 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6229 & 1.4409 \\ 0.0005 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

➤ Pour le 4<sup>ème</sup> cas (le cas où on augmente de cinq fois la rétention liquide du plateau d'alimentation) :

$$A = \begin{pmatrix} -0.0135 & 0.0063 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0290 & -0.0436 & 0.0168 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0490 \\ 0 & 0.0290 & -0.0457 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0908 \\ 0 & 0 & 0.0290 & -0.0502 & 0.0290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1396 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0270 & -0.0626 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1176 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0702 & 0.0446 & 0 & 0 & 0 & -0.1369 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0802 & 0.0548 & 0 & 0 & -0.1240 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0356 & -0.0904 & 0.0628 & 0 & -0.0892 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0081 & -0.0157 & 0 & -0.0123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15.2240 & -5.0086 & 299420 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0004 & 0.0283 & 0.0084 & -0.6868 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0533 & -0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0988 & -0.0009 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1520 & -0.0014 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1653 & -0.0019 & -0.1169 & 0.0086 & 0 & 0 \\ 0.1129 & -0.0011 & 0.1129 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1023 & -0.0010 & 0.1023 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0736 & -0.0007 & 0.0736 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0102 & -0.0001 & 0.0102 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6229 & 1.4409 \\ 0.0005 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Bibliographie

- [1] Anderson, B. D. O. and Moore, J. B. «Optimal Control: Linear Quadratic Methods», Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990.
- [2] Bequette, B. W. and Edgar, T. F. «Non-interacting control system design methods in distillation», *Computers Chem. Engng.* Vol. 13, No 6, pp. 641-650, 1989.
- [3] Bequette, B. W. and Edgar, T. F. «A Dynamic Interaction Index Based on Set Point Transmittance», *AIChE journal*, Vol. 34, N° 5, May 1988.
- [4] Bequette, B. W., *Ind. Eng. Chem. Res.* 1991, 30, 1391.
- [5] Borne P., Dauphin-Tanguy G., Richard J. P., Rotella F. et Zambettakis I., «Commande et Optimisation des Processus». Editions Technip, 1990.
- [6] Bosley, J. R. ; Edgar, T. F. ; Patwardhan, A. A. and Wright G. T. «advanced control of omchemical processes», (Eds. K. Najim and E. Dufour) IFAC symposium series No 8, 1992, 127.
- [7] Bouchon-Meunier, B. «La logique floue et ses applications», Editions Addison-Wesley France, S. A., 1994.
- [8] Bristol, E. H. , Paper presented at 71<sup>st</sup> annual AIChE meeting, Miami Beach, Nov. 1978.
- [9] Bronson, R. «Calcul Matriciel», *Série Schaum*, Editions McGraw-Hill, 1994.
- [10] Buckley, J. J. and Ying, H. «Fuzzy controller theory : limit theorems for linear fuzzy control rules», *Automatica*, 25, pp. 469-472, 1989.
- [11] Bühler, H. «Réglage par logique floue», Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1994.
- [12] Caston L., Georgion A. and Georgakis C. «On the dynamic properties of the extensive variable control structures», *1985 AIChE annl Mtg.*, Chicago (1985).
- [13] Cingara, A. and Jovanovic, M. «Analytical first order dynamic model of binary distillation column», *Chimical Engineering Science*, 45, 3585-3592, 1990.
- [14] Culter, C. R. and Ramaker, B. L., *AIChE 86<sup>th</sup> National Meeting*, Houston, TX, 1979.
- [15] Culter, C. R. and Ramaker, B. L. «Dynamic Matrix Control - A computer control algorithm», *Proceedings of the joint Automatic control conference*, CA, 1980.

- [16] Driankov, D. ; Hellendoorn, H. and Reinfrank, M. «An introduction to fuzzy control», Springer-Verlay, Berlin, 1993.
- [17] Economou, C. G. and Morari M. «Internal model control multiloop design», *Ind.Eng.Chem.Process Des.Dev.* 1986, 25, 411-419.
- [18] Flaus, J. M. «La Régulation Industrielle : Régulateurs PID, prédictifs et flous», Editions Hermès, Paris, 1994.
- [19] Fossard, A. «Systèmes multientées-multisorties», *Technique de l'ingénieur*, traité Mesures et Contrôle N°139, R 7 220, 1997.
- [20] Fossard A. et Gueguen C. «Commande des Systèmes Multidimensionnels», Editions Dunod, 1972.
- [21] Gagnepain, J.P. and Seborg, D.E. «Analysis of Process Interactions with Application to Multiloop Control system Design», *Ind.Eng.Chem.Process Des.Dev.* 1982, 21, 5-11.
- [22] Garcia, C. E. and Morari, M. *In. Eng. Chem. Process Des. Dev.* , 1982, 21, pp. 308-323.
- [23] Gautier, J. P. «Modélisation des colonnes de distillation», note interne, laboratoire d'Automatique de Grenoble, Grenoble 1980.
- [24] Georgakis C., Kindt D. H. and Kasotaki M. «Extensive variable control structures for binary distillation columns», *1984 AIChE annl Mtg.*, San Francisco (1984).
- [25] Georgakis C. «On the use of extensive variables in process dynamics and control», *Chem. Engng. Sci.* 41, 1471-1484 (1986).
- [26] Häggblom K. E. and Waller K. V. «Control structures for disturbance rejection and decoupling of distillation», *AIChE journal*, Vol. 36, N° 7, July 1990.
- [27] Holland, D. «Fundamental of distillation», Mc Graw Hill Book Company, 1981.
- [28] Holmblad, L. P. and Østergaard, J. J. «Control of a cement kiln by fuzzy logic», M. M. Gupta, E. Sanchez (dir.) *Fuzzy Information and Decision Processes*, North Holland, pp. 389-399, 1982.
- [29] Huang, H.P.; Oshima M. and Hashimoto, L. «Dynamic interaction and multiloop control system design», *J. Proc.Cont.* Vol. N° 4, N°1, 1994.
- [30] Isaksson, A. J. and Graebe S. F., «Analytical PID Parameter Expressions for Higher Order Systems». *Automatica*, Vol. 35, No. 6, June 1999, pp. 1121-1130.
- [31] Jensen, N. and al, «Interaction analysis in multivariable control systems», *AIChE. Journal* vol N°32, N°6, June 1986.

- [32] Johnston, R. D. "Steady-State Closed-Loop Structural Interaction Analysis". *Int. J. Control*. Vol. 52, No. 6, 1990, pp. 1351–1369.
- [33] Johnston, R. D. and Barton, G. W. «Quantification of Interactions in Control Systems», *Chemical Engineering Conference*, Melbourne, 26-29 August, 1984.
- [34] Karimi, M., Tahani, V. and Gazor, S. «Matrix Interpolation: Some Control Applications», *Int. J. control*, Vol. 72, No. 2, 1999, pp. 174–192.
- [35] Khelassi, A. «Analysis and assessment of interaction in process control systems», PhD, University of Nottingham, England, 1991.
- [36] Khelassi, A. «Control loop interaction in process systems», *P.R. Symposium*, 10-11 april 1990, University of Nottingham, England.
- [37] Khelassi A. et Bouyahiaoui C. «Nouvelle approche pour réduire le phénomène d'interaction dans les colonnes de distillation», *First Instrumentation and Measurement in Petroleum Application Conference*, October 23-24, 2000 Boumerdes, Algeria.
- [38] Khelassi, A. et Bouyahiaoui, C. «Méthodologie de développement de modèle mathématique de colonne de distillation», *1<sup>er</sup> séminaire national sur Automatisation et Electrification*, Université de Boumerdes, 07-08 décembre 1999.
- [39] Khelassi, A. et Bouyahiaoui, C. «Optimisation of energy consumption in distillation columns», *Conference Maghrébine en Génie Electrique CGME' 01*, 05-06 Novembre 2001, Université Mentouri de Constantine.
- [40] King, «Separation processes», 2<sup>nd</sup> Edition, Mc Graw Hill Book Company, 1980.
- [41] Luyben, W. L. «Steady state energy conservation aspects of distillation column control system design», *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 14, 321 (1975).
- [42] Luyben, W. L. «Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers», 2<sup>nd</sup> Edition, Mc Graw Hill, NY, 1990.
- [43] Luyben, W. L. «Practical Distillation Control» Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.
- [44] Luyben, W. L. «Simple Method for Tuning SISO Controllers in Multivariable Systems», *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, Vol. 25, No. 3, 1986, pp. 654–660.
- [45] Luyben, W. L. «Distillation Decoupling», *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 16, 198-203 (1970).
- [46] Macki, J. and Strauss, A. «Introduction to Optimal Control Theory», New York, NY: Springer-Verlag, 1982.

- [47] Maiti, S. N. and Saraf, D. N. «Adaptive dynamic matrix control of a distillation column with closed-loop online identification», *J. Proc. Cont.*, Vol. 5, N° 5, pp. 315-327, 1995.
- [48] Mamdani, E. H. and Assilian, S. «An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller», *Int. J. Man-Machine studies* 7, pp. 1-13.
- [49] Mamdani, E. H. «Applications of fuzzy algorithms for simple dynamic plant», *Proc. IEEE*, Vol. 121, 12, pp. 1585-1588, 1974.
- [50] Marlin, T. E. «Process Control, Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance», McGraw-Hill International Editions, 1995.
- [51] McAvoy, T. J. «Interaction Analysis», Instrument Society of America, 1983.
- [52] Mellati, A. «Self-Tuning controllers for distillation columns», PhD thesis, departement of chemical engineering, University of Nottingham, 1982.
- [53] Mendel, J. M. «Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial», *Proc. IEEE*, vol. 83, No. 3, March 1995.
- [54] Mizumoto, M. «Fuzzy controls under various fuzzy reasoning methods», *Information sciences* 45, pp. 129-151, 1988.
- [55] Mizumoto, M. «Improvement methods of fuzzy controls», *Proc. 3<sup>rd</sup> IFSA world congress*, Seattle, pp. 60-62, 1989.
- [56] Musch, H. E. «Robust control of an industrial high-purity distillation column», PhD thesis, ETH Zurich, 1994.
- [57] Pelczewski et Babary, «Commande optimale des systèmes continus déterministes», Editions Masson, Paris, 1985.
- [58] Pomerleau, A. «La Commande des Procédés Industriels : Une approche fréquentielle unifiée», Editions Hermès, 1997.
- [59] Prett, D. M. and Garcia, C. E. «Fundamental process control», Stoneham, MA: Butterworth, 1988.
- [60] Ramchandran S. and Rhinehart, R. R. «A very simple structure for neural network control of distillation», *J. Proc. Cont.*, Vol. 5, N° 2, pp. 115-128, 1995.
- [61] Ryskamp C. J. «Explicit vs implicit decoupling in distillation control», *chemical process control II*, pp. 361-375, Engineering Foundation (1982).
- [62] Shinskey, F. G. «Process control systems», 2<sup>nd</sup> ed, Mc Graw Hill, New York 1979.

- [63] Skogestad, S. and Postethwaite, I. «multivariable feed-back control, analysis and design», John Wiley & sons, England, 1998.
- [64] Smith, «Design of Equilibrium Stage Processes», Mc Graw Hill Book Company.
- [65] Tanaka, K.; Tainguchi, T. and Wang, H. O. «Fuzzy control based on quadratic performance function», in *37th IEEE Conf. Decision Contr.*, Tampa, FL, 1998, pp. 2914-2919.
- [66] Tanaka, K.; Tainguchi, T. and Wang, H. O. «Model-based fuzzy control of TORA system: Fuzzy regulator and fuzzy observer design via LMI's that represent decay rate, disturbance rejection, robustness, optimality», in *Proc. FUZZ-IEEE' 98*, Alaska, 1998, pp. 313-318.
- [67] Tanaka, K. and Wang, H. O. «Fuzzy Control Systems Analysis and Design: A Linear Matrix Inequality Approach», New York: Wiley, 2000.
- [68] Thibault, J. and Grandjean, B. P. A. «Advanced control of chemical processes», (Eds. K. Najim and E. Dufour) IFAC symposium series No 8, 1992, 251.
- [69] Tung, L. S. and Edgar T. F. «Analysis of Control-Output Interactions in Dynamic Systems», *AIChE journal*, Vol. 27, N° 4, July 1981.
- [70] Viel, F. ; Busvelle, E. and Gauthiers J. P. «A stable control structure for binary distillation column», *Int. J. Control*, vol. 67, N° 4, pp. 475-505, 1997.
- [71] Waller, K. V. T. , *AIChE Journal*, Vol. 20, N° 3, 1974.
- [72] Wang, L. X. «Stable and Optimal Fuzzy Control of Linear Systems», *IEEE Trans. Fuzzy Sys.*, vol. 6, N° 1, pp. 137-143, Feb. 1998.
- [73] Wang, L. X. «Adaptive fuzzy systems and control: Design and stability analysis», Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [74] Weischedel K. and McAvoy T. J. «Feasibility of decoupling in conventionally controlled distillation column», *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 19, 379-384 (1980).
- [75] Witcher M. F. and McAvoy T.J., *ISA Trans.* 1977, 16(3), p35.
- [76] Wu, S. J. and Lin, C. T. «Optimal Fuzzy Controller Design: Local Concept Approach», *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, No. 2, pp. 171-185, Apr. 2000.
- [77] Wu, S. J. and Lin, C. T. «Optimal Fuzzy Controller Design in Continuous Fuzzy system: Global Concept Approach», *IEEE Trans. Fuzzy Sys.*, vol. 8, No. 6, pp. 713-729, Dec. 2000.

- 
- [78] Wuithier, P. «Le pétrole : raffinage et génie chimique», édition Technip, 1992.
- [79] Zadeh, L. A. «Fuzzy sets», *Information and control* 8, pp. 338-353, (1965).
- [80] Zadeh, L. A. «Fuzzy Logic», *IEEE Computer*, April 1988, pp. 83-93.
- [81] Zimmermann, H. J. «Fuzzy sets theory and its applications», Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 1991.
- [82] Logique floue

## ***Abstract:***

In recent years there has been considerable interest in developing process control strategies for multivariable control systems. Multivariable control involves the objective of maintaining several controlled variables at their independent set point. However, in these systems new characteristics due to interaction must be considered. Interaction results from process relationships that cause a manipulated variable to effect more than one controlled variable. Despite its importance, interaction analysis gives a full understanding of process behaviour. The distillation column is one of the complex multivariable systems.

For many reasons, distillation remains the most important separation technique in the chemical process industries around the world. For these reasons, improved distillation control can have a significant impact on reducing energy consumption, improving product quality and protecting environmental resources. The control of the overhead and bottom composition in distillation column has been the subject of research for many years. However, implementing composition control is not easy due to the phenomenon of interaction or coupling that exist between the various control loops of the distillation column. This phenomenon pose a problem for the conception of a robust control system. In addition, distillation column is usually nonlinear, nonstationary, multivariable and is subject to constraints and disturbances. These phenomenon pose a problem for the conception of a robust control system.

There are two basic multivariable control approaches to control distillation column. The first is a straightforward extension of single-loop control to many controlled variables in a single process. This is termed multiloop control and has been applied with success for many decades. The second main category is coordinated or centralised control, in which a single algorithm uses all measurements to calculate, all manipulated variables simultaneously. The design of the multiloop control system can be broadly divided into two stages as follows:

1. Selection of the controlled variables and manipulated variables to be paired on one-to-one basis; and
2. Selection of the control law and tuning of the controllers to provide an acceptable level of performance.

This technique presents these limitations bound to the first stage, because in general the application of interaction analysis methods for the choice of the control configuration shows that the column is strongly interactive in the sense that the best configuration is characterised by an inherent interaction level. Many methods have been developed to eliminate or to reduce the interactions between the control loops of distillation columns. One of the solutions is to use a total or partial decoupler. We conclude that complete decoupling is not feasible for many columns, due to sensitivity to model error.

In this thesis, we propose a new method to reduce the interaction between controlled and manipulated variables of a Benzene-Toluene distillation column. Our aim here, is to optimize the energy consumed by this column not through more complex active control but through passive improvements arising from favourable equipment design. The other aimed objective is to conceive a fuzzy control system permitting to improve the performance of the distillation column. The application of the fuzzy logic doesn't limit itself to this objective, but the synthesis of a optimal fuzzy controller developed by Wang is considered to control a distillation column in view of optimization of the energy consumed by this column. Results of a simulation study are presented showing the potential improvement in controlling and minimising the energy consumed by this column.

## ملخص:

عملية التقطير ، تبقى الطريقة المثلى للفصل في ميدان البترول و تعد آلة التقطير من أكبر الاستثمارات في مجال معالجة البترول في محطات تكرير البترول في العالم ، و التحكم في آلة التقطير يتطلب حصة كبيرة من التكلفة العامة التي تخص الأنظمة الكيميائية ، إذا كانت إستراتيجية التحكم المتخذة غير ملائمة .

إن آلة التقطير عبارة عن نظام صناعي متعدد التغيرات تتميز بظاهرة التداخل أو الترابط هذه الظاهرة تطرح إشكالية حقيقية عند استخلاص نظام تحكم متماسك يأخذ بعين الإعتبار المتطلبات التطبيقية مثل تطور مقادير المخرج مستقلة عن بعضها البعض مما يؤثر مباشرة علي الطاقة المستهلكة . يعد التحكم المتعدد الشبكات النظام المستعمل بكثرة لتحكم في آلات التقطير و يتمثل أساسا في استخدام أنظمة تحكم أحادية المتغيرات من أجل التحكم في نظام صناعي متعدد المتغيرات . هذه التقنية متميزة الإستعمال في الأوساط الصناعية لأنها توفر إيجابيات ، متمثلة في سهولتها ، و تركيبها كل المعدات الصناعية أكثر سرعة و مرونة إن إستخلاص نظام تحكم متعدد الشبكات يتم بمرحلتين :

- تعيين أحسن تركيبة تحكم من بين مجموعة التركيبات الممكنة

- إختيار إستراتيجية التحكم لكل شبكة و تعيين معايير كل نظام تحكم .

إنه لا جدير بالذكر أن نشير أن مرحلة تعيين أحسن تركيبة تحكم هي أهم مرحلة من إستخلاص نظام تحكم متعدد الشبكات ، و تعد هذه المرحلة هي الصعبة لكون أن آلية التقطير هي من الأنظمة الصناعية الكبرى التي يصعب تحليل التدخلات الموجودة بين متغيراتها ، إضافة إلى هدفها و مستواها . بناء على هذا ، فإن آلة التقطير في معظم الأحيان تفتقر إلى تركيبة التحكم التي تضمن استقرار شبكات التحكم و مستوى تداخل بين الشبكات الممكنة للتركيبات المعتمدة في أدنى مستوى .

لهذا الغرض تم إقتراح طريقة التي تمكننا من تخفيض مستوى التدخلات في عملنا هذا ، بين متغيرات آلة التقطير وهذا بإحداث تغير في نموذجها الفيزيائي مما يمكن من تقليص الطاقة التي تستهلكها . بهدف تطبيق التحكم المتعدد الشبكات لآلة التقطير ذات التدخلات الشديدة ، اقترحنا تطبيق نظام تحكم بالمنطق الغامض الذي أبدى تفوقه على نظام التحكم الكلاسيكي ، فالتائج المتوصل إليها دفعتنا إلى إنتهاج التحكم " OPTIMALE " الغامض تم تطبيقها بنجاح للطريقة المقترحة من طرف يونغ .