

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGUERRA
FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE

MEMOIRE DE MAGISTER EN GENIE MECANIQUE

32

OPTION : TRIBOLOGIE ET
MAINTENANCE INDUSTRIELLE

Par : OURAGH Youssef

THEME : COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN
CLAPET ANTIRETOUR A BATTANT

Soutenu le : / / 2000 A BOUMERDES

DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

M. RECHAK S.	Professeur , ENP-EL HARRACH	Président
M. NECIB A.	Professeur , U. CONSTANTINE	Examineur
M. ABDELBAKI N.	Maître de Conférences , U. BOUMERDES	Examineur
M. AISSANI S.	Maître de Conférences , U. BOUMERDES	Examineur
M. TAZROUTI H.	Docteur , SNVI- ROUBA	Invité
M. NOUR A.	Maître de Conférences , U. BOUMERDES	Rapporteur

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGUERRA
FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE

MEMOIRE DE MAGISTER EN GENIE MECANIQUE

OPTION : TRIBOLOGIE ET
MAINTENANCE INDUSTRIELLE

Par : OURAGH Youssef

THEME : COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN
CLAPET ANTIRETOUR A BATTANT

Soutenu le : / / 2000 A BOUMERDES

DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

M. RECHAK S.	Professeur , ENP-EL HARRACH	Président
M. NECIB A.	Professeur , U. CONSTANTINE	Examineur
M. ABDELBAKI N.	Maître de Conférences , U. BOUMERDES	Examineur
M. AISSANI S.	Maître de Conférences , U. BOUMERDES	Examineur
M. TAZROUTI H.	Docteur , SNVI- ROUIBA	Invité
M. NOUR A.	Maître de Conférences , U. BOUMERDES	Rapporteur

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements au Docteur

A. NOUR , Maître de Conférences en génie mécanique

pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherche et pour l'aide constant qu'il m'a apporté tout au long de cette étude qui a été complètement concrétisée sous sa direction .

Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait le Professeur

S. RECHAK de l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach

en présidant le jury de la soutenance de ce mémoire et le remercie très vivement.

Je remercie aussi, avec la même consistance, messieurs

A. NECIB , Professeur à l'Université de Constantine

N. ABDELBAKI , Maître de Conférences à l'Université de Boumerdès

S. AISSANI , Maître de Conférences à l'Université de Boumerdès

H. TAZROUTI , Docteur à la SNVI – Rouiba

d'avoir accepté de participer à ce jury. Leur présence m'honore profondément.

Par la même occasion, je tiens à remercier les responsables du laboratoire de **Mécanique des Fluides et Thermique de l'I.N.S.A. de Lyon** qui m'ont permis d'effectuer de précieuses expériences à partir desquelles fût valider le modèle théorique.

Je tiens à exprimer ici ma gratitude à monsieur

M. KESSAL , Chargé de Cours à la Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, pour le soutien constant et amical qu'il m'a apporté tout au long de cette étude.

De même, je remercie aussi les responsables de la **SOCIETE INDUSTRIELLE de TRAITEMENT des ELASTOMERES et POLYMERES (S.I.T.E.P. – TUBOPLAST - EL HARRACH)** pour l'aide utile qu'ils m'ont donné et les responsables de **C.R.D. –SONATRACH - Boumerdès** pour leur contribution à la reproduction de ce mémoire.

Enfin, je remercie toutes les personnes et tout particulièrement mon père pour les encouragements constamment renouvelés durant cette étude.



SOMMAIRE

NOMENCLATURE	01
INTRODUCTION	03
CHAPITRE I : ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTI RETOUR A BATTANT	06
I-1- Position du problème – Hypothèses	06
I-1-1- Hypothèses sur la conduite (06)	
I-1-2- Hypothèses sur le fluide (07)	
I-1-3- Hypothèses sur l'écoulement (07)	
I-2- Equation du mouvement du battant	07
I-2-1- Description et fonctionnement d'un clapet antiretour (07)	
I-2-1- Equation du mouvement du battant (09)	
I-3- Lois de conservations	15
I-3-1-Conservation de la masse (16)	
I-3-2- Conservation de la quantité de mouvement (18)	
I-3-4- Conservation de l'énergie (20)	
I-4- Lois de comportement mécanique des fluides	20
I-4-1- Cas de fluides newtoniens (20)	
I-4-2- Cas de fluides viscoélastiques linéaires (21)	
I-5- Lois de comportement mécaniques de la conduite	24
I-5-1- Cas élastique linéaire (24)	
I-5-2- Cas d'une conduite viscoélastique linéaire (25)	
I-6- Relations de base	27
I-6-1- Fonction de fluage (28)	
I-6-2- Calcul du terme de frottement T_f (29)	
I-7- Equations complémentaires	31
I-7-1- Equation de continuité du débit au niveau du clapet ;	
I-7-2- Expression de la perte de charge au niveau du clapet antiretour	
CHAPITRE II : APPLICATIONS - METHODE DE RESOLUTION ...	34
II-1- Système d'équations à résoudre	34
II-1-1- Equation du mouvement du battant (34)	
II-1-2- Equation de continuité des débits (34)	
II-1-3- Equation de la perte de charge (35)	
II-1-4- Equation de compatibilité (35)	
II-2- Equations aux différences finies (cas général)	36
II-2-1- Discrétisation des conduites – Choix du maillage (36)	
II-2-2- Equations aux différences (38)	

- IV -

II-3- Conditions limites – Points particuliers le long de la conduite	44
II-3-1- Cas d'une pompe (45)	
II-3-2- Cas des réservoirs d'aspiration et de refoulement (47)	
II-3-3- Cas de réservoir à air (49)	
II-3-4- Détermination des hauteurs et des débits aux points fictifs de la conduite (51)	
CHAPITRE III : ETUDE EXPERIMENTALE	53
III-1- Dispositif d'étude expérimentale du coup de bélier	53
III-1-1- Description de l'installation (53)	
III-1-2- Dispositif de mesure (57)	
III-2- Détermination du moment d'inertie du battant	59
III-3- Détermination des coefficients Cm et KSI	65
III-4- Tracé de la courbe caractéristique de la pompe	66
CHAPITRE IV : COMPARAISONS DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX	70
IV-1- Dénomination des circuits hydrauliques	71
IV-2- Comparaisons des résultats théoriques et expérimentaux - Cas élastiques	73
IV-2- Simulation du comportement dynamique du clapet antiretour – Cas viscoélastiques (Conduite en PVC)	89
CONCLUSION	96
BIBLIOGRAPHIE	98
ANNEXE	102
ANNEXE I : Expression des pertes de charge en régime instationnaire	103
ANNEXE II : Loi de conservation de l'énergie	109
ANNEXE III : Equations des caractéristiques – Equations de compatibilité	111
ANNEXE IV : Coefficient découplant de l'intégrale elliptique	114
ANNEXE V : Détermination expérimentale des coefficients Cm et KSI	115
ANNEXE VI : Organigramme général du programme de calcul	119
ANNEXE VII : Annexe B – Extrait de la norme NF T 54-016.	124

NOMENCLATURE

Apc , Ar , As : Vitesses de propagation des ondes élastiques pour le système fluide-conduite pour les tronçons respectivement pompe-clapet , clapet-réservoir de refoulement et réservoir d'aspiration Rs-pompe.

CM , CP : Termes s'exprimant en mCE et regroupant l'ensemble des grandeurs connues au pas précédent et intervenant dans telle ou telle équation de compatibilité (C^+ ou C^-).

Ds , Es : Respectivement diamètre et épaisseur de la conduite réservoir Rs – pompe.

Dpc , Epc : Diamètre et épaisseur du tronçon de la conduite pompe-clapet antiretour.

Dr , Er : Diamètre et épaisseur du tronçon clapet antiretour – réservoir de refoulement Rr.

Dij : Taux de déformation des vitesses.

EPPRC(I) , EPPSC(I) , EPPCC(I) : Déformations retardées en un point I de tel ou tel tronçon inconnues au temps $t+\Delta t$.

EPPR(I) , EPPS(I) , EPPC(I) : Déformations retardées en un point I de tel ou tel tronçon, grandeurs connues au temps t .

Ef , Em : Modules d'élasticité du fluide et du matériau de la conduite

$\vec{f}$: Distribution volumique des forces de volume agissantes par le milieu extérieur sur le système étudié.

G , g : module de l'accélération de la pesanteur.

Hsc(I) , Hpcc(I) , Hrc(I) : Hauteurs de pression au temps $t+\Delta t$ et au point I pour tel ou tel tronçon.

Hs(I) , Hpc(I) , Hr(I) : Hauteurs de pression au temps t et au point I pour tel ou tel tronçon.

I_B, I_V, I_{ind} Moments d'inertie (les indices indiquent : B-battant, v-virtuel , ind-masse induite)

J₀ : Fonction de fluage (conduite).

Ji : Compliance du ième élément de KELVIN-VOIGT.

Ls , Lpc , Lr : Longueurs de tel ou tel tronçon.

M_B , M_{CP} , M_t : Respectivement masse du battant, masse du contre poids et masse de la tige.

Ns , Npc , Nr : Nombres de tronçons élémentaires issus de la discrétisation pour tel le ou telle partie de la conduite.

$p(x,t)$, p : Pression au temps t en un point d'abscisse x .

$Q_{sc}(I)$, $Q_{pcc}(I)$, $Q_{rc}(I)$: Débits au temps $t+\Delta t$ et au point I pour tel ou tel tronçon.

$Q_s(I)$, $Q_{pc}(I)$, $Q_r(I)$: Débits au temps t et au point I pour tel ou tel tronçon.

S_{pc} , S_s , S_r : Sections des conduites .

S_B : Section du battant.

T : Température .

$\vec{T}$: Densité surfacique des forces de contact .

T_f : Contrainte tangentielle moyenne agissante sur la face commune fluide-paroi.

t : Temps compté à partir de l'instant où la pompe disjoncte.

v_i : Composante de la vitesse suivant la coordonnée x_i

ρ : Masse volumique du fluide.

ρ_s : Masse volumique du matériau de la paroi..

φ : Angle donnant la position du battant par rapport à la verticale.

σ

σ : Tenseur des contraintes de composante σ_{ij} .

τ

τ : Tenseur des contraintes visqueuses.

μ : Coefficient de frottement.

ξ : Coefficient des perte de charge.

INTRODUCTION

Il est connu que toute variation brusque de débit, en un point M le long d'une conduite véhiculant un fluide, serait le siège d'une propagation d'ondes de pression de part et d'autre de ce point. L'étude de tels écoulements instationnaires est très ancienne puisqu'elle remonte à la fin du 19^{ème} siècle (JOUKOVSKI [57], KOTHEWEG [49], ALLIEVI [65], ...). Toutefois, jusqu'à 1958, les travaux dans ce domaine ayant aboutis à la description de tels phénomènes se comptaient sur les bouts des doigts. On citera en particulier ici la méthode graphique de BERGERON-SHNEIDER [57], méthode largement utilisée par les hydrauliciens et ce pratiquement jusqu'aux années 70 c'est à dire avant l'avènement de l'ordinateur. Quel que soit le nombre de ces travaux, ils étaient plus ou moins tous axés sur l'étude des écoulements transitoires des fluides newtoniens en conduites dont les matériaux (industriels) pouvaient être considérés comme élastiques. Pour une monographie assez complète sur ce sujet, consulter en particulier STREETER et WYLIE [50].

Les recherches ayant pour objectif la description des écoulements instationnaires des fluides non newtoniens en conduites (élastique ou non) ont démarré sérieusement avec les travaux de TISON, de l'université de GAND en 1958 [43], travaux qui portent sur l'étude (essentiellement) expérimentale des conduites en polyéthylène. Par la suite il eut plus ou moins dans l'ordre chronologique :

- ETTER et SCHOWALTER [38] qui ont considéré les écoulements en conduites cylindriques de perturbations de pressions périodiques ou non ;
- MARTIN, ZELLER H., TALUKDER N. et LAURENTZ qui ont, d'après RANDRIA [33], en (1970) étudié les écoulements pulsatoires dans les vaisseaux sanguins ;
- En 1971 WATERS et KING [37] ont donné un traitement très complet sur les régimes transitoires liés à une perturbation de pression. A la même époque, RIEUTORD et BLACHARD [42] ont développé sur un plan purement théorique les équations de base du phénomène de coup de bélier se produisant en conduite viscoélastique tout en proposant une méthode de calcul permettant le traitement des conditions limites assez variées.
- Enfin d'une part plus en avançait dans le temps (vers le milieu des années 70 et au début des années 80) et d'autre part plus la généralisation de l'emploi des conduites en matériaux plastiques s'affirmait, il a été, par voie de conséquence, noté la multiplication des travaux à ce sujet. Parmi ces travaux de référence on citera en particulier ceux appartenant aux auteurs suivants : WATERS et KING (auteurs déjà cités), GEIGER, FLAUD P., RADRIA, LY, BELLET, CING, ATABEK, BUTHAUD, BIRD R.B., ... Cette liste n'est en fait ni exhaustive, ni limitative car le problème de coup de bélier exerce encore singulièrement ses

connaissances et sa perspicacité à la limite de l'agacement.

Parallèlement à toutes ces études, celles qui consistaient à décrire le comportement des organes et/ou des machines hydrauliques s'imposaient. On citera en particulier celles relatives à l'ouverture (ou à la fermeture) d'une vanne, l'arrêt ou le lancement d'une pompe (DONSKI [30]) le fonctionnement d'un réservoir à air ou d'une cheminée d'équilibre, le comportement des soupapes de sécurité, ...

C'est d'abord sur cette dernière voie que doit s'inscrire la présente étude. Nous disons ici d'abord, car en fait une autre raison plus importante nous paraît justifier cette étude et qui est directement liée à la qualité de la maintenance des sites hydrauliques. En effet, on a constaté que parmi les incidents enregistrés sur les circuits hydrauliques, un nombre non négligeable avait pour cause les mauvais fonctionnements des clapets anti-retour à battant. Nous avons donc pris en charge, dans ce mémoire, l'étude du comportement dynamique d'un tel clapet tant du point de vue théorique que du point de vue expérimental. De même les avantages et les inconvénients des remèdes les plus préconisés en pratiques aux problèmes posés par de tels clapets seront évoqués. Pour ce dernier point nous insisterons tout particulièrement sur les effets d'un contre poids sur le comportement d'un tel clapet

Certes les premières études à ce sujet avaient au départ pour but principal l'identification des paramètres pouvant influencer sur le comportement du clapet anti-retour à battant et par la suite l'étude de l'effet que peut avoir tel ou tel paramètre sur ce comportement. De plus quel que soit l'objectif à atteindre le clapet évoluait en milieux élastiques !

Par rapport à ces diverses études, notre travail (dont une bonne partie est à caractère expérimental) portera sur l'analyse du mouvement du battant, muni ou non d'un contrepoids, installé le long d'une conduite élastique ou viscoélastique transportant un fluide newtonien ou viscoélastique. L'influence sur le comportement du clapet de la longueur de la conduite, de l'existence d'un point haut (point de contrôle) sont soumises à l'étude.

Dans le premier chapitre, nous établissons les relations de base du problème posé à partir d'une part des relations classiques de conservation (de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie) et d'autre part des lois de comportement mécanique de la conduite et du fluide. Ces relations forment un système d'équations aux dérivées partielles, de nature hyperbolique, qui relient les grandeurs moyennes de l'écoulement (vitesse du fluide et pression auquel est soumis ce fluide) aux variables d'espace et temporel. L'équation du mouvement est donnée en détail dans ce chapitre.

Au chapitre II la méthode numérique de résolution du système d'équations obtenu au premier chapitre est détaillée ; cette méthode étant basée principalement sur la méthode des caractéristiques et est appliquée à un circuit hydraulique fonctionnant en circuit fermé. Le choix de telle ou telle méthode ou démarche est largement discutée à chaque fois que cela est nécessaire.

Le chapitre III est consacré à l'étude expérimentale du comportement dynamique d'un clapet anti-retour à battant DN100 installé le long d'une conduite en acier XC42. Cette dernière ayant principalement un diamètre de 70mm et pour longueur de 296,5m est alimentée à partir d'un réservoir, à surface libre, au moyen d'une pompe centrifuge. En fait les essais ont été effectués sur ce clapet DN100 aussi bien en régime permanent qu'en régimes instationnaires créés à la suite d'une disjonction de la pompe citée et installée le long de cette conduite. La variation de la longueur de cette dernière a été rendue possible grâce à un jeu de vannes. A partir de ces divers essais, l'ensemble des coefficients expérimentaux relatifs aux différents écoulements

instationnaires et introduits aux deux premiers chapitres sont complètement déterminés.

Le dernier chapitre, chapitre IV, est consacré à la comparaison et à la discussion des résultats obtenus théoriquement et expérimentalement.

Enfin, entre la conclusion de ce mémoire et la liste des références bibliographiques , nous avons ajouté en annexe un certains nombres de sujets dont la lecture pourrait être utile pour la compréhension de telle ou telle question citée et non démontrée dans les deux premiers chapitres.

CHAPITRE I

ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTI RETOUR A BATTANT

I-1- Position du problème – Hypothèses :

Comme il a été signalé dans l'introduction, un certain nombre des incidents enregistrés sur les circuits hydrauliques est attribué aux mauvais fonctionnements des clapets anti-retour à battant. En effet, à la suite d'une disjonction d'une pompe a lieu la fermeture du clapet anti-retour, fermeture suivie d'une succession de battements. Au cours de ce phénomène transitoire, on observe d'une part une augmentation de la pression sur la face aval du battant et d'autre part des dépressions (avec risque de cavitation) sur la face amont. L'ampleur et la raideur de ces variations brusques de pression peuvent être la cause des avaries enregistrées sur la conduite et au niveau des organes hydrauliques annexes installées sur cette conduite (en particulier ceux de mesures et ceux de contrôle).

Nous proposons dans ce mémoire un modèle d'étude du comportement dynamique d'un tel clapet. En fait cette étude qui concerne principalement celle du mouvement du battant ne peut être faite sans celles des comportements de toutes les parties annexes installées en amont et en aval du clapet anti-retour vis à vis du coup de bélier qui s'installe le long de cette conduite ; nous citerons par exemple comme éléments annexes : les deux réservoirs (d'aspiration et de refoulement), les trois tronçons de la conduite (voir plus loin Fig.3c), la pompe centrifuge, le réservoir à air,...

A partir d'une part de l'équation du mouvement du battant et d'autre part des équations de conservation reliant les grandeurs moyennes (vitesse du fluide, pression en un point quelconque de la conduite), équations auxquelles leurs sont associées les lois de comportement du fluide et de la conduite, cette étude nous fournit un système d'équations de type hyperbolique. L'obtention et voir même l'intégration de ce système exige d'imposer certaines restrictions (ou hypothèses) aussi bien à la nature de l'écoulement du fluide dans une conduite cylindrique qu'à ces derniers eux mêmes (fluide et/ou conduite). Ces restrictions sont :

I-1-1- Hypothèses sur la conduite :

Nous la supposons cylindrique et dont le profil en long est connu . Nous supposons de même

que tout changement de forme susceptible d'affecter cette conduite appartient au domaine de petites déformations. Lors des calculs de ces derniers, les termes d'inertie sont supposés négligeables.

Ces hypothèses sur la conduite permettent de l'assimiler à une juxtaposition d'anneaux indépendants et dont chacun de ces anneaux a pour axe confondu avec celui de la conduite.

Le matériau, constituant la paroi de la conduite, est supposé soit élastique, soit viscoélastique. Ce dernier caractère est présenté par un modèle linéaire.

I-1-2- Hypothèses sur le fluide :

Lors de la résolution des équations de conservation, nous nous limiterons soit au cas de fluides newtoniens, soit au cas de fluides viscoélastiques linéaires. Quelle que soit la nature du fluide et au moment de quantifier la constante de friction auquel est soumis un anneau modèle indépendant, on négligera chaque fois la composante longitudinale du gradient de vitesse par rapport à la composante radiale de ce gradient.

Puisque l'étude des écoulements transitoires d'un fluide en conduites nous impose de prendre en compte les effets de sa compressibilité, nous admettrons que ce fluide est barotrope :

$$\rho = \rho(p) \quad (1)$$

Cette dernière hypothèse sera justifiée au point 1-3-3 – page 20.

I-1-3- Hypothèses sur l'écoulement :

On négligera tout d'abord tout phénomène thermique pouvant avoir lieu le long de la conduite.

Malgré l'existence des composantes radiales du gradient des vitesses, on admettra comme au point précédent qu'elles restent (dans certaines mesures) assez faibles. Cette hypothèse associée à celle sur les déformations de la paroi (cas de petites déformations) permettent, pour la géométrie étudiée, de supposer que l'écoulement est unidirectionnel.

Il est toujours admis que la vitesse du fluide (dans notre cas se sera un liquide) est très faible devant la célérité des ondes élastiques qui s'établissent en régime transitoire dans une conduite, régime créé par suite d'une variation brusque de débit au droit d'une section de cette conduite. Ce fait, vérifié expérimentalement, permet de linéariser l'équation locale du mouvement du fluide.

I-2- Equation du mouvement du battant :

I-2-1- Description et fonctionnement d'un clapet anti-retour à battant :

Un clapet anti-retour à battant (ou de tout autre type) est considéré comme étant un appareil automatique qui a pour organe de fermeture un disque appelé aussi battant ou même parfois clapet. Ce disque peut pivoter librement autour d'un axe fixe OO' (voir figure 2), tout en balayant la partie de l'espace comprise entre le siège A (dit aussi bride principale du clapet) et une certaine surface faisant un angle $\varphi_{\max}$ avec le siège A.

Lors de l'écoulement du fluide, le disque s'écarte du siège d'un angle φ dont la valeur dépend

du débit Q installé dans la conduite. Toute diminution de ce débit dans la conduite muni d'un tel clapet forcera la fermeture partielle ou totale du battant. Ainsi un tel fonctionnement du clapet est semblable à celui d'une diode de type PN placée le long d'un conducteur électrique. Cette ressemblance entre clapet et diode justifie justement l'adaptation du symbole du clapet anti-retour dans un schéma hydraulique.

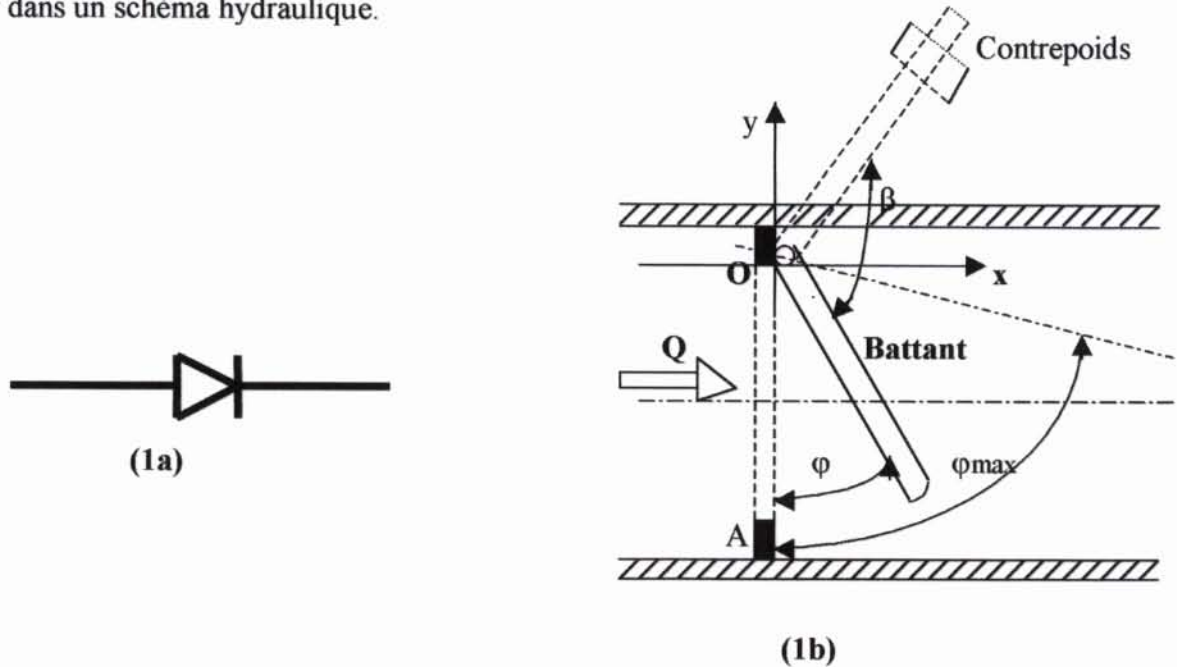


Fig. 1 – Schémas simplifiés du clapet anti-retour à battant

Un bon fonctionnement du clapet anti-retour exige d'une part que son montage ait lieu (de préférence) le long d'une conduite à axe horizontal et d'autre part qu'une disposition horizontale de l'axe de rotation OO' (Fig. 2) soit aussi observée.

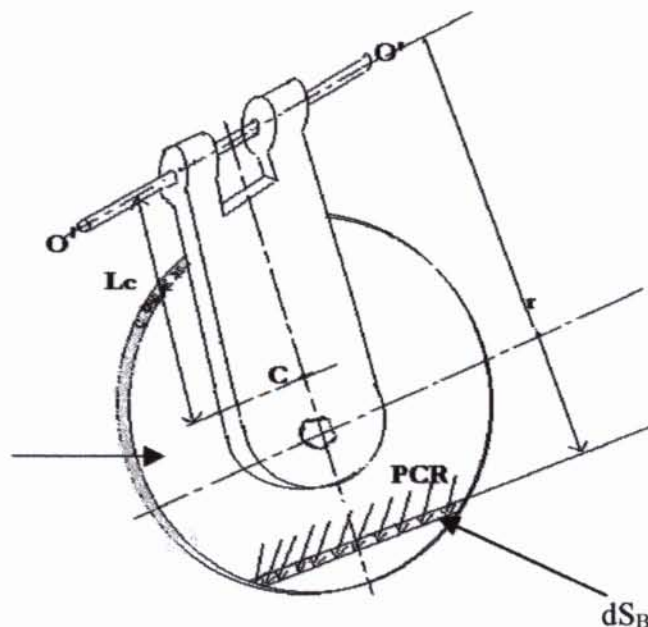


Fig. 2 – Battant d'un clapet anti-retour

La figure 3 donne trois schémas simplifiés des trois cas typiques d'installation du clapet anti-retour à battant dans un circuit hydraulique.

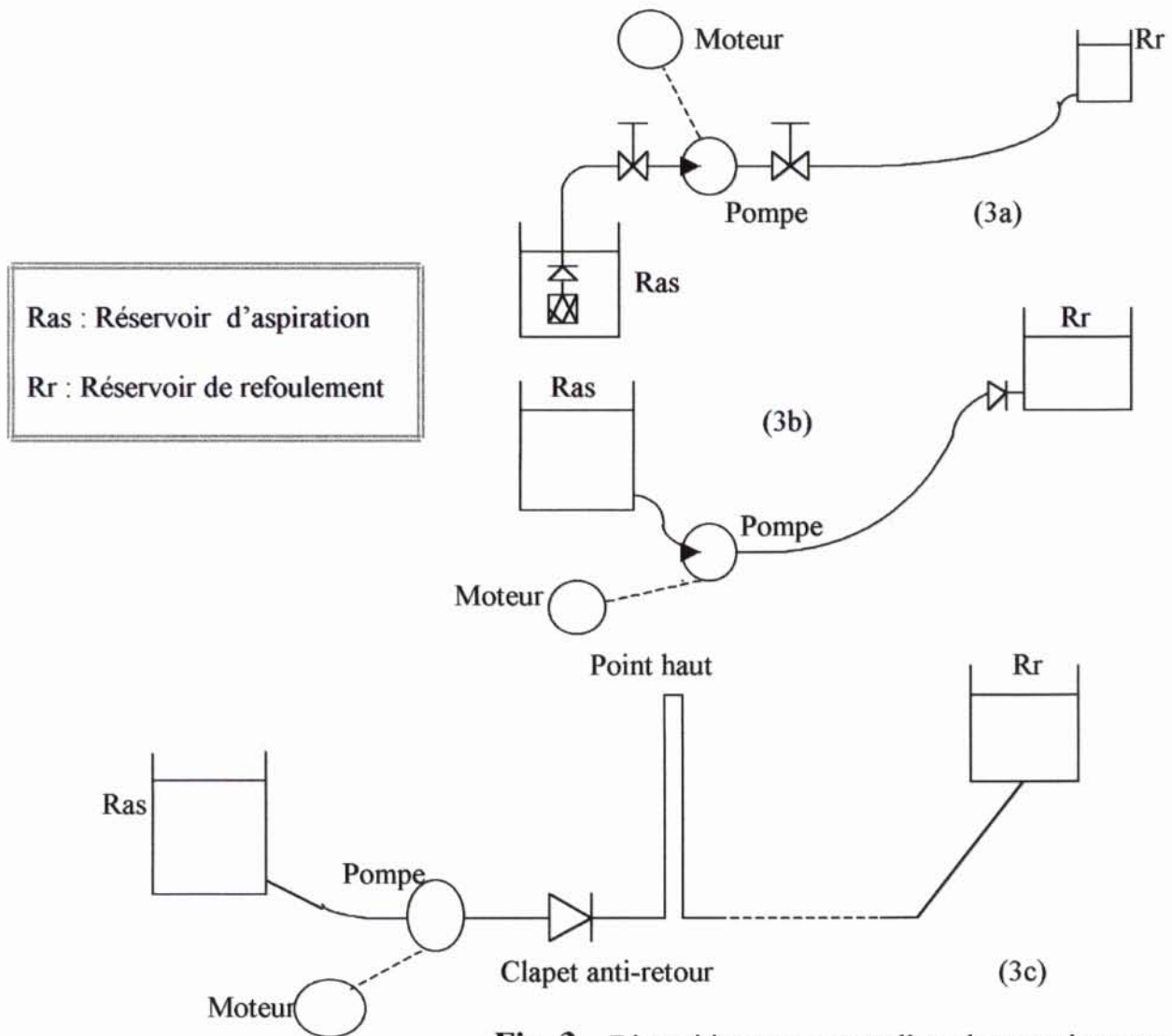


Fig. 3 – Dispositions courantes d'un clapet anti-retour

I-2-2- Equation du mouvement du battant :

Pour une bonne description du comportement du disque de la figure 1, il est nécessaire de définir, à chaque instant, les cinq inconnues suivantes :

- * En amont du battant, la hauteur de charge (ou hauteur de pression) H_{pc} et le débit Q_{pc} où les indices p et c indiquent qu'il s'agit de grandeurs H et Q enregistrés au dernier point du tronçon de la conduite reliant la pompe (d'où l'indice p) et le clapet (indice c), voir Fig.3c.
- * En aval du clapet, la hauteur de pression H_{cr} et le débit Q_{cr} où les indices c et r sont relatifs au tronçon reliant le clapet anti-retour et le réservoir de refoulement Rr.
- * L'angle φ repérant la position du disque par rapport à son siège A.

Au cours de la rotation du disque autour de l'axe OO' , chacun de ses points se déplace dans un plan parallèle au plan Oxy (Fig. 1b) ; par conséquent le mouvement du battant peut être considéré comme étant un mouvement bidimensionnel. Dans ce cas le moment résultant des

forces hydrodynamiques se réduit au seul moment de tangage, les modules des moments de roulis et de lacet sont supposés tous deux nuls. L'équation du mouvement (ou seconde loi fondamentale de la dynamique) s'écrit comme suit :

$$I_V \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \vec{k} = \sum_{\text{Vectorielle}} \vec{M}_{\text{Fex}/OO'} \quad (2)$$

avec $\vec{k}$ le vecteur unitaire perpendiculaire au plan Oxy : $\vec{k} = \vec{i} \wedge \vec{j}$

où $\vec{i}, \vec{j}$ sont les deux vecteurs unitaires respectivement le long des axes Ox et Oy ;

$\frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ l'accélération angulaire ;

I_V le moment d'inertie virtuel du battant ;

et le second membre de l'équation (2) représente la somme vectorielle des moments des forces extérieures par rapport à l'axe OO'.

1-2-2-1- Moment d'inertie de la masse en rotation :

Le moment d'inertie virtuel I_V est égal à la somme des moments d'inertie I_B des corps en rotation autour de l'axe OO' et du moment d'inertie de la masse induite I_{ind} (ou de la masse ajoutée) :

$$I_V = I_B + I_{\text{ind}} \quad (3)$$

La valeur de I_B peut être déterminée théoriquement en discrétisant les parties mobiles ; néanmoins nous avons préféré la déterminer par voie expérimentale (voir chapitre III).

La valeur du moment d'inertie de la masse induite peut être approchée au moyen de l'expression suivante

$$I_{\text{ind}} = M' L_C^2 \quad (4)$$

avec

$$M' = h k M_0$$

où h est un coefficient expérimental de correction qui tient compte des conditions réelles dans lesquelles évolue le disque

$k M_0$ la masse induite caractérisant l'augmentation de la masse du battant en mouvement accéléré (ou décéléré) ; cette dernière masse qui n'est en réalité qu'une masse fictive quantifie d'une certaine manière l'influence du corps en mouvement dans le fluide et ce grâce à l'énergie cinétique communiquée par le battant à ce fluide. Cette masse dépend de plusieurs facteurs et en particulier de la forme et de la direction de son mouvement, ce qui la distingue d'une simple masse ordinaire.

L'étude de l'écoulement méridien d'un fluide de masse volumique ρ autour d'un ellipsoïde de révolution aplati et qui à la limite se confond à un disque de diamètre D_B permet d'écrire :

$$k M_0 = \frac{\rho D^3}{3} \quad (5)$$

où k est le coefficient de masse induite ;

M_0 la masse du fluide (de masse volumique égale à ρ) qui remplirait un volume égal à celui

de l'ellipsoïde de révolution, volume égal à $(4\pi abc/3)$ (voir fig.4).

Si le disque est confondu avec un disque, on a $K \rightarrow \infty$ et $(b/a) \rightarrow 0$ (voir [4]) d'où la formule (5) où on a remplacé a par D_B .

Tels sont les éléments intervenant au premier membre de l'équation de la dynamique.

I-2-2-2- Somme vectorielle des moments des forces agissantes sur le battant :

Les forces agissantes sur le battant en mouvement et dont les moments interviennent dans

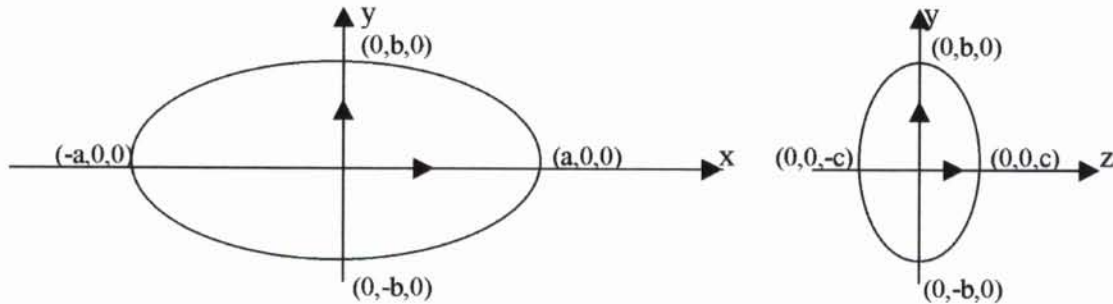


Fig. 4 – Ellipse ayant pour grand axe a et pour petit axe b ; sa rotation autour du petit axe donne un ellipsoïde aplati que l'on confondra à la limite à un disque plat.

l'équation (2) sont :

- le poids propre (mg) du battant ;
- la réaction N au niveau de l'axe de rotation ;
- les forces hydrodynamiques F_{hd} dues au fluide ;
- les forces de frottement F_r (certes très faibles) au niveau du contact de la tige portant le battant et son support ;
- la force d'Archimède F_A ;
- la force de succion X ;

L'ensemble de ces forces (Fig. 5) interviennent sur des plans parallèles au plan Oxy , ce qui explique le fait que seul le moment de tangage qui est non nul.

Le pseudo vecteur résultant des différents moments de ces forces est porté par la direction du vecteur unitaire $\vec{k}$. Par conséquent la projection de la somme vectorielle du second membre de (2), suivant cette direction, aura la forme (pour un battant en période de fermeture) :

$$\sum_{\text{Vectorielle}} \vec{M}_{F_{ext}/OO'} = \vec{M}_G + \vec{M}_{hd} + \vec{M}_A + \vec{M}_{Fr} \quad (6)$$

où a) M_G moment des forces de gravité du battant :

$$M_G = M_B g L_C \sin\phi \quad (7)$$

avec M_B la masse du battant

g l'accélération de la pesanteur

L_C la longueur du centre de gravité C du battant à l'axe de rotation OO'

ϕ l'angle indiquant la position du battant par rapport au plan de son siège.

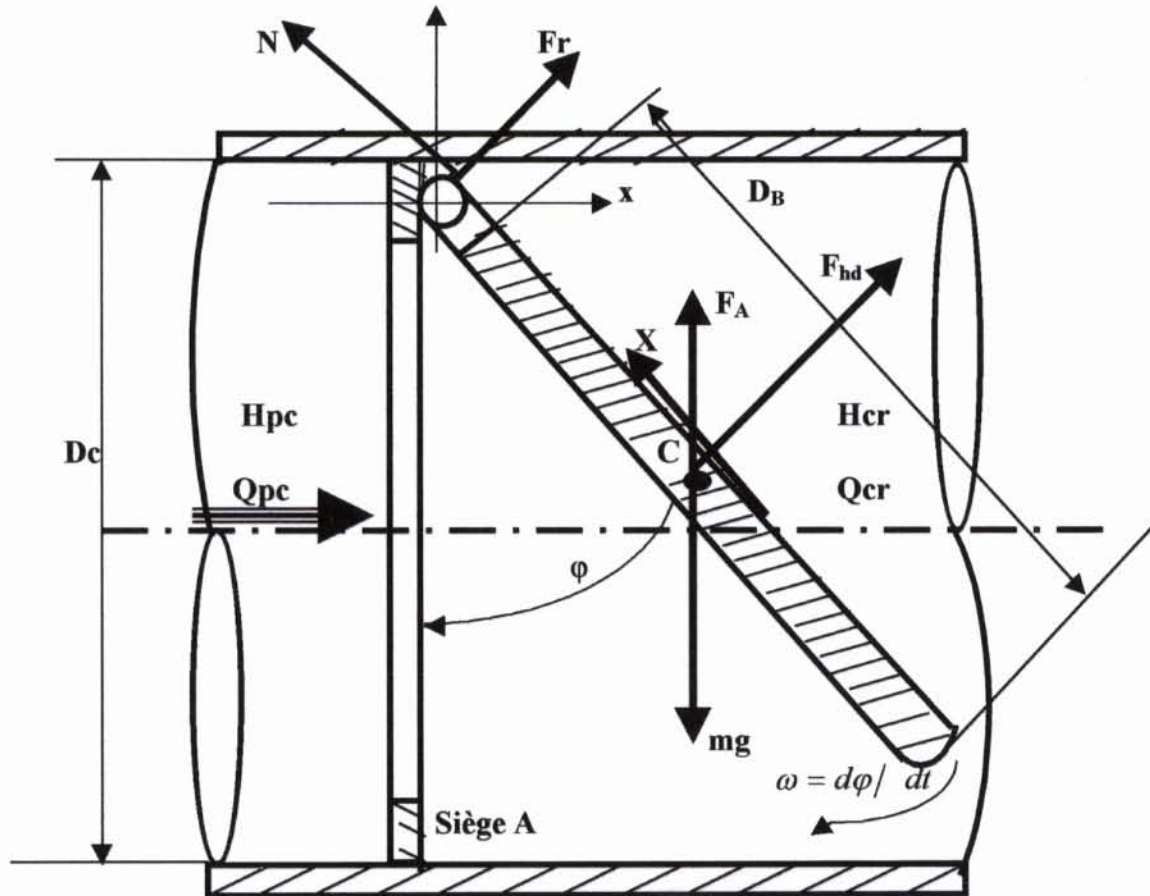


Fig. 5- Représentation des forces extérieures agissantes sur l'élément mobile ; le point C est le centre de gravité de l'ensemble mobile.

b) Moment des forces hydrodynamiques $M_{hd/OO'}$:

La détermination du module de ce moment peut être calculée par deux voies différentes :

- 1^{ère} approche (voie théorique) :

Si l'on admet que la pression soit répartie de façon régulière sur les faces du battant, on peut alors écrire

$$M_{hd/OO'} = \int_{SB} r(P_{pc} - P_{cr})dS_B \quad (8)$$

avec S_B la surface d'une face du battant, Fig. 5 ;

P_{pc} et P_{cr} respectivement les pressions régnantes en amont et en aval du battant ;

r étant le bras de levier de la force élémentaire

$$(P_{pc} - P_{cr})dS_B$$

par rapport à l'axe de rotation OO' (voir Fig. 2).

Cette voie qui permet de calculer le module de $M_{hd/OO'}$ exige que soit donnée les lois de répartition des pressions sur les deux faces du battant. Hors d'une part vu la complexité de l'écoulement autour du ce battant et d'autre part on doit disposer aussi à chaque position de cette loi, cela rend cette approche très théorique et donc pratiquement inutilisable. C'est pour cela que nous lui avons préféré la voie suivante basée sur l'expérimentation.

• **2^{ème} approche (voie expérimentale) :**

L'action hydrodynamique que subit le battant dans son mouvement se réduit à un torseur dont la résultante peut être décomposée en deux composantes :

- une composante normale habituellement dénommée force hydrodynamique ; cette force due à la différence des pressions P_{pc} et P_{cr} ,
- une composante portée par le plan du battant dénommée force de succion. Cette force prend naissance par suite de la dépression au voisinage du bord due à l'augmentation brusque de la vitesse dans cette région. En réalité pour le problème qui nous concerne cette dernière augmentation de vitesse n'est pas vraiment importante ce qui nous conduit à dire que cette force n'apparaîtra pas ou sinon son module resterait très faible. De plus du fait que cette force sera pratiquement dirigée vers l'axe de rotation, son moment par rapport à cette axe est négligeable. Par conséquent l'unique force à prendre en considération est la force F_{hd} .

Le module de cette force hydrodynamique est donnée par l'expression bien connue du cours d'aérodynamique :

$$F_{hd} = C \rho S_B W_r^2$$

où C est un coefficient sans dimension qui dépend de l'angle φ , de la vitesse angulaire $(d\varphi/dt)$ et du débit Q_{pc} (ou Q_{cr})

$$C = C(\varphi, \frac{d\varphi}{dt}, Q)$$

ρ la masse volumique du fluide

W_r la vitesse relative du fluide par rapport au disque

$$W_r = V - L_c \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \quad (9)$$

avec V la vitesse moyenne du fluide dans le tube, au voisinage du clapet anti-retour

Cette force F_{hd} étant supposée appliquée au centre de gravité de la partie mobile du clapet, on aura donc comme module du moment hydrodynamique $M_{hd/OO'}$:

$$M_{hd/OO'} = F_{hd} L_c$$

soit

$$M_{hd/OO'} = C \rho S_B L_c (V - L_c \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi)^2$$

expression qui être présentée sous la forme suivante :

$$M_{hd/OO'} = C_m \rho S_B (V - L_c \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi)^2 \quad (10)$$

où on a remplacé le produit $(C L_c)$ par le coefficient C_m qu'on appellera par la suite coefficient de moment. On notera ici que ce coefficient C_m a pour unité celle d'une longueur. Au chapitre III il sera donné plus de détails sur ce coefficient.

c) Moment dû à la force d'Archimède :

Le module de ce moment est donné par l'expression classique

$$M_{FA/OO'} = \rho v_B g L_c \sin \varphi \quad (11)$$

où v_B est le volume du battant :

$$v_B = \frac{M_B}{\rho_s}$$

avec ρ_s la masse volumique du battant.

On aura donc

$$M_{FA/OO'} = \rho \frac{M_B}{\rho_s} g L_C \sin \varphi \quad (12)$$

d) Moment dû au frottement de la tige sur son siège :

En première approximation on peut à la limite négliger ce moment et ce du fait des faibles vitesses du battant, de la bonne qualité des surfaces en contact, des faibles poids mis en jeu et surtout du faible rayon de la tige OO' (grandeur à comparer par exemple avec la longueur L_C). Néanmoins nous la prendrons en compte tout en l'estimant au moyen de la formule classique appliquée au cas de déplacement des surfaces "solide-solide" avec un coefficient de frottement variant entre 0,17 et 0,22. On aura donc

$$M_{Fr} = \mu M_B g \cos \varphi R_t \quad (13)$$

Le choix de cette valeur adoptée pour μ se justifie plus ou moins par le fait que dans l'expression (13) nous n'avons pas pris en compte la force de succion X qui la même direction que la force normale N (Fig. 5).

Portons à présent les expressions (7),(10),(12) et (13) dans la relation (6) qui elle-même sera portée dans l'expression (2) pour donner (compte tenu aussi des expressions (3) (4) et (5))

$$\left(I_B + h \frac{D^3 \rho}{3} L_C^2 \right) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_B L_C g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \sin \varphi - C_m \rho S_B \left(V - L_C \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right)^2 - \mu M_B g R_t \cos \varphi \quad (14)$$

Tel est l'équation du mouvement du battant en période de fermeture.

Remarques :

** On remplacera à volonté (selon la nécessité) la vitesse par le débit et vice versa en utilisant la relation

$$Q = VS = V \frac{\pi D^2}{4}$$

avec D le diamètre de la conduite.

** En période de fermeture et plus exactement en fin de parcours du battant, il arrive qu'on observe une inversion du débit. Pour tenir compte de cette inversion il suffit d'écrire le carré du second membre par

$$\left| \left(V - L_C \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \right| \left| \left(V - L_C \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \right|$$

où les deux barres du premier terme indiquent qu'il faut prendre la valeur absolue de ce terme.

** Il arrive que l'ouverture du battant soit observée après sa fermeture totale, dans ce cas on devra changer le signe du terme représentant le moment dû aux forces de frottement M_{Fr} .

I-3- Lois de conservation :

Soit un système $\mathcal{D}$, domaine connexe de volume L et ayant pour limite une surface S fermée, qui se déplace dans un milieu extérieur Ω . Toute loi de conservation qui s'applique à un tel

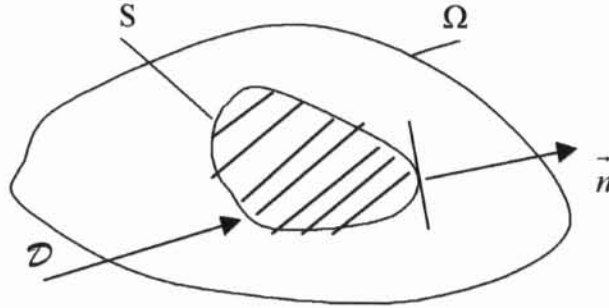


Fig. 7- Domaine $\mathcal{D}$ évoluant dans le milieu extérieur Ω

Domaine $\mathcal{D}$ que l'on suit dans son mouvement, traduit un certain bilan. La forme symbolique d'une telle loi peut être écrite sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \int_L \bar{a} dL + \oint_S \bar{b} dS = \int_L \bar{U} dL \quad (15)$$

où

** toute composante du tenseur $\bar{a}$ représente la densité d'une certaine quantité $\bar{A}$ à laquelle on s'intéresse (telle que la masse, la quantité de mouvement, le moment cinétique, l'énergie,...) ; cette composante de $\bar{a}$ est en générale fonction des variables d'EULER (x_1, x_2, x_3) et du temps t . Donc on a d'une part

$$\bar{A} = \int_L \bar{a} dL$$

et d'autre part le premier terme de (15) représente la dérivée particulière de cette grandeur $\bar{A}$.

** $\bar{b}$ représente le taux de densité surfacique et qui traduit tout ce qui se perd à travers la surface S , limite de $\mathcal{D}$; ce taux peut être exprimé en fonction des coordonnées eulériennes, du temps t et de la normale extérieure $\vec{n}$ à S .

** et enfin $\bar{U}$ qui représente le tenseur des taux de densité volumique de ce qui est fourni par le milieu extérieur Ω au domaine $\mathcal{D}$; en générale chacune des composantes de $\bar{U}$ est fonction des coordonnées eulériennes et du temps t .

Ainsi, on peut énoncer (15) sous la forme :

Pour tout système $\mathcal{D}$ que l'on suit dans son mouvement, la grandeur $\int_L \bar{U} dL$ que l'on fournit

à ce système sert à compenser les pertes à travers S et à faire varier la quantité $\bar{A}$, objet de l'étude.

Comme il a été dit plus haut, $\bar{A}$ peut représenter soit la masse, soit la quantité de mouvement, soit l'énergie. Dans chacun de ces cas, l'expression (15) est dite loi de conservation respectivement de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie.

1-3-1- Conservation de la masse :

Si la grandeur $\bar{a}$ représente la masse volumique ρ (tenseur d'ordre zéro), $\bar{U} = \bar{0}$ et $\bar{b} = \bar{0}$, on aura (15) qui prendra la forme

$$\frac{d}{dt} \int_L \rho dL = 0 \quad (16)$$

La masse du système matériel $\mathcal{D}$ que l'on suit dans son mouvement reste constante.

Le premier terme de (16) étant la dérivée particulière d'une intégrale de volume, il peut donc prendre la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \int_L \rho dL = \int \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} \right) dL$$

Portons cette expression dans (16), il vient :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (17)$$

ou sous forme équivalente

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0$$

ou soit encore plus explicitement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho v_i)_{,i} = 0 \quad (18)$$

où l'indice i est un indice de sommation ;

$\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ représente le champ de vitesse sur S à l'instant t .

L'intégration de cette dernière équation (18) sur la section transversale (d'aire S) de la conduite donne :

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho S V)}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

où V est la vitesse moyenne du fluide traversant la section S.

1-3-2- Conservation de la quantité de mouvement :

En moyennant certaines hypothèses sur les efforts s'exerçant sur un système donné, la loi de conservation de la quantité de mouvement n'est autre chose qu'une simple traduction de la loi

fondamentale de la dynamique. On adoptera pour cette loi l'énoncé suivant :

“ Dans un référentiel $\mathcal{R}$ (absolu ou galiléen), à tout instant et pour tout système en mouvement, la dérivée particulaire du torseur cinétique (ou du torseur des quantités de mouvement) est égale au torseur des forces (généralisées) extérieures appliquées à ce système.”

L'expression mathématique qui traduit cet énoncé peut revêtir la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \int_L \rho \vec{v} dL = \oint_S \vec{T} dS + \int_L \vec{f} dL \quad (20)$$

où $\vec{T}$ est une densité surfacique des forces de contact appliquées en tout point $M(x_1, x_2, x_3)$ de S au temps t et qui dépend en outre du vecteur normal $\vec{n}$ à S au point M ;

$\vec{f}$ est la distribution volumique des forces de volume agissantes par le milieu extérieur sur le système étudié.

La correspondance de chacun des termes de (20) avec ceux de (15) est immédiate.

L'étude de l'équilibre d'un tétraèdre élémentaire de CAUCHY, tétraèdre découpé dans un milieu continu, permet d'écrire [58] que toute densité surfacique est égale à la contraction du produit tensoriel du tenseur de contraintes $\overline{\sigma}$, défini localement au voisinage du point M , et du vecteur normal $\vec{n}$. On a donc :

$$\vec{T} = \overline{\sigma} \bullet \vec{n} \quad (21)$$

où le point $(\bullet)$ au second membre indique l'opération de la contraction citée et où le tenseur des contraintes

$$\overline{\sigma} = \sigma_{ij} (\vec{g}_i \otimes \vec{g}_j)$$

est exprimé dans une base $\beta(\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3)$. Ici le signe $\otimes$ indique qu'il s'agit d'un produit tensoriel.

Compte tenu de la loi de STOKES qui dit que le tenseur des contraintes s'exprime en fonction du taux de déformation des vitesses

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (22)$$

à l'aide de la formule (en absence de dilatation volumique) :

$$\sigma_{ij} = -p g_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (23)$$

où p est la pression ;

g_{ij} le tenseur métrique fondamental dont les composantes se confondent avec les symboles de KRONEKER δ_{ij}

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \dots si \dots i \neq j \\ 1 & \dots si \dots i = j \end{cases}$$

du fait du choix de repère rectiligne orthonormé adopté ;

v_i et v_j sont les composantes de la vitesse $\vec{v}$ du milieu continu (dans notre cas ce sera un

fluide et plus exactement un liquide) au point M suivant respectivement les directions i et j.

Compte tenu de ces notations, l'expression (23) peut s'écrire sous la forme :

$$\overline{\sigma} = -p\overline{g} + \overline{\tau} \quad (24)$$

avec $\overline{\tau}$ la partie du tenseur de contraintes qui représente le terme de frottement.

Portons (24) dans l'expression (21) donnant $\vec{T}$

$$\vec{T} = \left(-p\overline{g} + \overline{\tau} \right) \cdot \vec{n}$$

d'où (20) qui prend la forme :

$$\frac{d}{dt} \int_L \rho \vec{v} dL = \oint_S \left(-p\overline{g} + \overline{\tau} \right) \cdot \vec{n} dS + \int_L \vec{f} dL \quad (25)$$

En appliquant d'une part la formule d'OSTROGRADSKY-GAUS au premier terme du second membre de (25) et d'autre part en utilisant la formule donnant la dérivée particulaire d'une intégrale de volume [46], on transforme (25) sous la forme définitive suivante :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\text{grad} p + \text{div} \overline{\tau} + \vec{f} \quad (25a)$$

avec

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{grad} \vec{v} \cdot \vec{v}$$

L'équation (25a) s'écrit en coordonnées cylindriques comme suit :

** suivant r :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\text{div} \overline{\tau} \right) \cdot \vec{r} \quad (26)$$

** suivant x :

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\text{div} \overline{\tau} \right) \cdot \vec{x} \quad (27)$$

et ce en absence des forces de volume.

L'intégration de (27) sur la section S donne :

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + 4 \frac{T_f}{D} \quad (28)$$

où T_f représente la contrainte tangentielle moyenne agissante sur la face commune fluide - paroi ; cette contrainte peut être théoriquement calculée au moyen de la formule établie par ZIEKE [14] :

$$T_f = \frac{8\rho\nu}{D} V + \frac{4\rho\nu}{D} \int_0^t W(t-\zeta) \frac{\partial V(\zeta)}{\partial \zeta} d\zeta \quad (29)$$

Cette formule est valable aussi bien pour un fluide newtonien que pour certains fluides viscoélastiques. L'expression de la fonction poids $W(t)$ sera fournie au point I-6-2, page 27.

I-3-3- Conservation de l'énergie :

L'application du premier principe de la thermodynamique au système $\mathcal{D}$ (en moyennant certaines hypothèses, voir annexe) et l'utilisation de l'entropie s comme variable d'état permettent d'obtenir la relation suivante :

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \bar{\tau} : \text{grad}_S \vec{V} - \text{div} \vec{q} + r \quad (30)$$

où

T la température moyenne absolue ;

s l'entropie massique (spécifique) moyenne sur la section d'aire S ;

$\text{grad}_S \vec{V}$ la partie symétrique (d'où l'indice S utilisé ici) du tenseur de second ordre $\text{grad} \vec{V}$.

$\vec{q}$ un vecteur lié à la quantité de chaleur Q_E fournie au système $\mathcal{D}$ par conduction et qui est habituellement dénommé vecteur courant de chaleur.

r représente la somme des chaleurs volumiques (par unité de temps aussi) dont on citera principalement celles transmises par rayonnement et/ou par des sources de chaleur qui apparaîtraient au sein du système étudié à la suite d'une réaction chimique.

Au second membre de (30) les deux points indiquent l'opération de la double contraction qui doit être effectuée sur le tenseur de quatrième ordre obtenu à la suite du produit tensoriel des deux tenseurs de second ordre $\bar{\tau}$ et $\text{grad}_S \vec{V}$.

Si l'on admet que la quantité r est nulle (pas de phénomènes par rayonnement et pas de réaction chimique au sein du système $\mathcal{D}$) cette équation de conservation de l'énergie, équation portant sur les scalaires, aura la forme suivante :

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \tau_{ij} V_{i,j} - q_{i,i} \quad (30a)$$

où les indices i et j sont des indices muets.

Remplaçons d'une part la somme $-q_{i,i}$ par q_t (quantité positive dans le cas d'une énergie spécifique apportée et négative si cette énergie spécifique est enlevée sous forme de chaleur par unité de temps et par unité de volume) et le terme $\tau_{ij} V_{i,j}$ par celui contenant la contrainte de frottement T_f (voir les détails en annexes) on obtient l'équation de conservation de l'énergie sous la forme suivante :

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{q_t}{\rho S} - \frac{4V}{\rho D} T_f \quad (31)$$

Comme habituellement on considère que les évolutions du système $\mathcal{D}$ sont adiabatiques ($q_t=0$) et que la variation de l'énergie, pour un laps de temps assez court, due au terme de frottement est

négligeable au vu des débits fluides , on a par conséquent :

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad (32)$$

Ce dernier résultat, nous aurons pu l'écrire dès le départ en admettant que le mouvement du fluide ou plus exactement l'écoulement non stationnaire dans la conduite a lieu sous une forme d'évolution isentropique (s constante).

Si l'on admet que le comportement thermodynamique du fluide est décrit par une simple étude de l'évolution de la variable d'état ρ alors, une telle évolution sera représentée par l'expression suivante :

$$\rho = \rho(s, p) \quad (33)$$

La dérivée particulaire de cette grandeur et ce compte tenu de (32) est donnée par

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s \frac{dp}{dt} \quad (34)$$

Posons

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s$$

où K est le module d'élasticité volumique à entropie constante.

Portons cette dernière relation dans l'expression (34) ; il vient :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \quad (35)$$

Ainsi, cette dernière relation relie la dérivée particulaire de la masse volumique ρ à celle de la pression p et indique aussi, par la même occasion, qu'on est bien en présence d'un fluide barotrope.

I-4- Lois de comportement mécanique des fluides :

1-4-1- Cas de fluides newtoniens :

Pour un tel fluide, le tenseur des contraintes visqueuses $\overline{\tau}$ est lié au taux de déformation $\overline{D}$ par la relation suivante[52] :

$$\overline{\tau} = \lambda \theta \overline{g} + 2\mu \overline{D}$$

où θ est un scalaire qui représente le taux de dilatation cubique égal au premier invariant du tenseur taux de déformation, soit

$$\theta = \text{div} \overline{V} = \text{trace} \left[\overline{D} \right] = D_{kk}$$

avec k qui est un indice muet.

$\overline{D}$ est le tenseur taux de déformation ; ce tenseur a pour composantes :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} (V_{i,j} + V_{j,i}) \quad (36)$$

λ et μ sont les coefficients de LAME ; ces coefficients sont tous deux homogènes à une pression multipliée par un temps.

$\bar{g}$ étant le tenseur métrique fondamental : $g_{ij} = \delta_{ij}$ avec ici δ_{ij} le symbole de KRONEKER.

I-4-2- Cas de fluides viscoélastiques linéaires :

L'étude des écoulements transitoires en conduites élastiques ou en conduites viscoélastiques véhiculant un fluide élastique ou viscoélastique a fait l'objet d'un nombre important de travaux. Parmi les relations importantes auxquelles on a abouti, on citera en particulier celle qui lie le tenseur des contraintes visqueuses au tenseur de déformation dans le cas d'un fluide viscoélastique linéaire et dans l'hypothèses de faibles déformations. Dans un repère codéformationnel cette relation peut se mettre sous la forme [DORVAUX, [42]] :

$$\bar{\tau}(x_1, x_2, x_3, t) = 2 \int_{-\infty}^t \psi(t-t') \bar{D}(x_1, x_2, x_3, t') dt' \quad (37)$$

où $\psi(t-t')$ est la fonction de relaxation du fluide ; cette fonction peut être construite à partir d'une

distribution de relaxation $N(\zeta)$ comme suit (BIRD, [34])

$$\psi(t-t') = \int_0^{\infty} \frac{N(\zeta)}{\zeta} \cdot e^{-\frac{t-t'}{\zeta}} d\zeta \quad (38)$$

L'exploitation de la loi de comportement (37), dite intégrale héréditaire, n'est possible que si l'on se ramène dans un repère fixe et ce du fait que l'hypothèse des petites déformations, admissible pour les solides, est généralement inacceptable pour les fluides. Ainsi, lors du passage du repère codéformationnel au repère fixe, l'équation (37) se transforme comme suit selon qu'on utilise les composantes covariantes ou les composantes contrevariantes [42]:

** En composantes covariantes

$$\tau_{ij}(x_1, x_2, x_3, t) = 2 \int_{-\infty}^t \psi(t-t') \frac{\partial x'_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x'_l}{\partial x_j} \cdot D_{kl} dt' \quad (39)$$

** En composante contrevariantes :

$$\tau^{ij}(x^1, x^2, x^3, t) = 2 \int_{-\infty}^t \psi(t-t') \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \cdot \frac{\partial x^j}{\partial x'^l} \cdot D^{kl} dt' \quad (39a)$$

La relation (39) correspond au fluide A de OLDROYD [34] et la relation (39a) au fluide B de OLDROYD [39]. Dans ces relations, x'^m (ou x'^m_m , avec $m=1,2,3$) indique une des trois coordonnées du point M' donnant la position au temps t' , antérieur à t , de la particule fluide située en M de coordonnées x_i (ou x^i ($i=1,2,3$)) au temps t . Les coordonnées x' sont des fonctions du temps t et doivent vérifier les relations suivantes (BIRD [34]) :

$$x^i = x^i(t) \quad ; \quad x'^m = x'^m(t') = x^m(t')$$

et

$$x^m(t) = x^m(t') + \int_{t'}^t V^m(t'') dt''$$

Du fait que le fluide pour lequel l'équation (37) lui est applicable est un fluide à mémoire, cela implique certaines restrictions sur la fonction de relaxation dont les principales dans le cas des fluides liquides sont :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\psi}{dt} = h(t) < 0$$

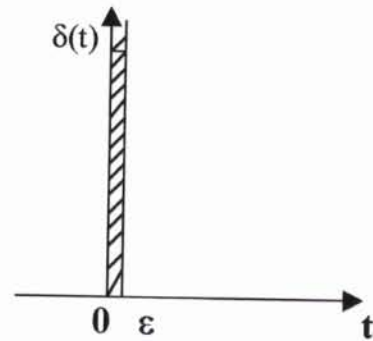
Ces contraintes indiquent que $\psi(t)$ est constamment décroissante ce qui traduit le caractère évanescence des effets de mémoire pour un tel fluide. Un bon nombre de solutions de polymères subissant de faibles taux de cisaillement peuvent être décrit par le modèle B. Pour de tels fluides on peut utiliser comme fonction de distribution des temps de relaxation τ (à ne pas confondre avec la contrainte de cisaillement qui elle est toujours affectée de deux indices) de la fonction :

$$N(\tau) = \mu_0 \left\{ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \delta(\tau) + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} \delta(\tau - \lambda_1) \right\} \quad (40)$$

où $\delta(t)$ est la fonction de DIRAC définie par

$$\begin{aligned} \delta(t) &= 0 \quad \text{pour} \quad t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt &= \int_0^{\infty} \delta(t) dt = \int_0^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1 \end{aligned}$$

avec $\varepsilon \rightarrow 0$



- Fig. 7 - Fonction de DIRAC

μ_0 est la viscosité dynamique du fluide pour $t \rightarrow \infty$;

λ_1 et λ_2 (avec $\lambda_1 \gg \lambda_2$) sont respectivement le temps de relaxation et le temps de "retardation".

En portant l'expression (40) dans (37), on trouve :

$$\psi(t) = \mu_0 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \delta(t) + \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \frac{e^{-\frac{t}{\lambda_1}}}{\lambda_1} \right) \quad (41)$$

Cette dernière expression peut être considérée comme étant une généralisation de la fonction de relaxation des fluides newtoniens ou de MAXWELL. En effet posons $\lambda_1 = \lambda_2$, on trouve :

$$\psi(t) = \mu_0 \delta(t)$$

équation qui caractérise justement un fluide newtonien. De même posons $\lambda_2 = 0$, on aura alors

$$\psi(t) = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-t/\lambda_1}$$

Cette dernière relation est valable dans le cas d'un fluide de MAXWELL à deux paramètres.

L'exploitation de l'une des deux relations (39a), (39b) n'est intéressante que dans l'hypothèse d'un écoulement unidirectionnel pour lequel la composante radiale de la vitesse est supposée nulle. Une telle hypothèse simplifie le calcul des éléments du tenseur de CAUCHY

$$\left(\frac{\partial x^k}{\partial x^i} \frac{\partial x^l}{\partial x^j} \right)$$

ou de son inverse (dit de FINGER) et permet d'aboutir à une simplification de l'équation de la dynamique. Dans ce cas, la matrice associée au tenseur $\bar{\tau}$ pour le fluide A de OLDROYD prend la forme suivante :

$$\bar{\tau} = [\tau_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \int_{-\infty}^t \psi(t-t') \frac{\partial V}{\partial r} dt \\ 0 & 0 & 0 \\ \int_{-\infty}^t \psi(t-t') \frac{\partial V}{\partial r} dt & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

si la matrice associée au tenseur taux de déformation est de la forme :

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial r} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

où l'on a posé avant cela (comme d'ailleurs par la suite)

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (44)$$

Portons (42) dans les expressions (26) et (27), en absence des forces de volume et compte tenu de (44) on trouve

$$0 = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (45)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \int_{-\infty}^t \phi(t-t') \cdot \frac{\partial V}{\partial r} dt' \right) \quad (46)$$

On notera ici que l'expression (45) peut être traduite simplement par :

$$p(r,x,t) = p(x,t) = P(x,t) \quad (47)$$

Autrement dit, on admet que tous les points appartenant à la section transversale de la conduite sont soumis à la même pression moyenne $P(x,t)$.

I-5-Loi de comportement mécanique de la conduite :

I-5-1- Cas élastique linéaire :

Ce cas n'offre pas de difficultés particulières, la variation de la déformation circonférentielle

$$\varepsilon_{\theta\theta}(x,t) = \varepsilon(x,t) = \frac{D - D_m}{D_m} = \frac{\Delta S}{2S_m} \quad (48)$$

(où D_m est le diamètre moyen) est directement liée à celle de la pression dans l'hypothèse d'une conduite à paroi mince. Ce lien est traduit par l'expression (voir [64],[65]) :

$$\varepsilon(x,t) = \frac{\alpha D_m}{2eE} (p(x,t) - p(x,0)) \quad (49)$$

où e et E sont respectivement l'épaisseur et le module de YOUNG de la paroi ;

α un coefficient qui dépend du type d'ancrage de cette conduite . Ce coefficient a pour expression :

- pour une conduite non ancrée $\alpha = \alpha_1$ où

$$\alpha_1 = 1 + \left(\frac{e}{D_m} \right)^2 + \frac{2\nu e}{D_m}$$

avec ν le coefficient de POISSON ;

- pour une conduite ancrée aux extrémités :

$$\alpha = \alpha_1 - \nu^2 \left(1 - \frac{e}{D_m} \right)^2$$

On notera que si pour ce dernier cas on a $e \ll D_m$, on aura $\alpha = 1 - \nu^2$.

Remarque :

Dans le cas non linéaire, les facteurs de $[p(x,t)-p(x,0)]$ de l'expression (49) dépendent eux aussi de la pression $p(x,t)$ et de la section considérée ; cela rend spécifique, pour chaque conduite prise en compte, toute formulation que l'on pourra énoncer et par conséquent nous nous éloignerons des objectifs du présent travail.

I-5-2- Cas d'une conduite viscoélastique linéaire :

Pour tout matériau viscoélastique soumis à de faibles déformations, la relation qui décrit son comportement mécanique peut revêtir la forme générale suivante :

$$\overline{\varepsilon}(x,t) = \overline{\psi}\left(\overline{\sigma}(x,t), \overline{\sigma}'(x,t-\tau)\right) \quad (50)$$

où $\overline{\varepsilon}(x,t)$ est le tenseur de déformation au temps t et ce à la section d'abscisse x .

$\overline{\sigma}(x,t)$ le tenseur des contraintes appliqué à la section d'abscisse x au temps t ;

$\overline{\sigma}'(x,t)$ le tenseur des contraintes qui traduit l'effet de l'histoire des contraintes jusqu'à l'instant t .

$\tau \in]0, \infty[$.

Dans le cas particulier d'un matériau viscoélastique linéaire, cette relation (50) peut s'écrire comme suit :

$$\varepsilon_{ij}(x,t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(t-t') \cdot \frac{\partial \sigma_{kl}(x,t')}{\partial t'} dt' \quad (51)$$

où les $J_{ijkl}(t-t')$, pour $i,j,k,l=1,2,3$, sont les composantes d'un tenseur $\overline{J}$ (tenseur de 4^{ème} ordre) des fonctions de fluage qui admettent les symétries suivantes :

$$J_{ijkl} = J_{ijlk} = J_{jikl} = J_{klij}$$

Si les dérivées de ces fonctions et leurs premières dérivées sont continues, l'intégration par partie de (51) donne :

$$\varepsilon_{ij}(x,t) = J_{ijkl}(x,0) \cdot \sigma_{kl}(x,t) + \int_0^\infty \sigma_{kl}(x,t-\tau) \cdot \frac{dJ_{ijkl}(x,\tau)}{d\tau} d\tau \quad (52)$$

Le matériau de la conduite sera supposé milieu isotrope et par conséquent le nombre de composantes non nulles du tenseur $\overline{J}$ se réduit seulement au nombre de deux fonctions de fluage distinctes :

- $J(x, \tau)$, la fonction de fluage en traction associée aux déformations axiales ;
- $N(x, \tau)$, la fonction de fluage en traction associée aux déformations latérales.

Avec ce choix et en s'inspirant de la relation classique de l'élasticité linéaire

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma^d$$

où σ^d est le déviateur du tenseur des contraintes σ ; on a ici

$$\sigma_{ij}^d = \sigma_{ij} - \sigma_{mm} \delta_{ij}$$

avec $i, j = 1, 2, 3$ et l'indice m est un indice muet ;

δ_{ij} égal à 1 si $i=j$ et à 0 si $i \neq j$;

E et ν sont respectivement le module de YOUNG et le coefficient de POISSON,

alors l'expression (52) prend la forme :

$$\varepsilon(x, t) = J(x, 0) \cdot \sigma(x, t) + N(x, 0) \cdot \sigma^d(x, t) + \int_0^t \left(\sigma(x, t - \tau) \frac{dJ(x, \tau)}{d\tau} + \sigma^d(x, t - \tau) \frac{dN(x, \tau)}{d\tau} \right) d\tau \quad (53)$$

avec $J(x, 0) = \frac{1}{E}$ (que l'on notera par la suite $J(0)$) et $N(x, 0) = N(0) = \frac{\nu}{E}$.

On notera dans cette relation (53) que la borne supérieure de l'intégrale (au second membre) a été prise égale à t du fait que l'on suppose, pour les temps négatifs, le matériau est dans un état d'équilibre.

Comme pour le cas élastique linéaire, on a uniquement la déformation circonférentielle $\varepsilon_{\theta\theta}(x, t)$ qui intervient dans les équations du problème posé. Compte tenu de (47) et de (49), l'expression (53) se transforme en notation scalaire comme suit :

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\alpha D_m}{2e} \left[J(x, 0) (p(x, t) - p(x, 0)) + \int_0^t (p(x, t - \tau) - p(x, 0)) \frac{dJ(x, \tau)}{d\tau} d\tau \right] \quad (54)$$

expression qu'on peut présenter sous la forme simple suivante:

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_i(x, t) + \varepsilon_r(x, t) \quad (54a)$$

où ε_i représente la déformation instantanée ou élastique ; elle est donnée par

$$\varepsilon_i(x, t) = \frac{\alpha D_m}{2e} \cdot J(x, 0) \cdot (p(x, t) - p(x, 0)) \quad (54b)$$

et $\varepsilon_r(x, t)$ représente la déformation retardée due au fluage du matériau

$$\varepsilon_r(x, t) = \frac{\alpha D_m}{2e} \int_0^t (p(x, t - \tau) - p(x, 0)) \cdot \frac{dJ(x, \tau)}{d\tau} d\tau \quad (54c)$$

I-6- Relations de base :

Les cinq points précédents du présent chapitre nous ont permis d'établir certaines relations que nous allons combiner et ce afin d'obtenir les équations de base reliant les variables moyennes (inconnues) de l'écoulement. Mais avant cela commençons par transformer l'équation (19) en adoptant comme variable le diamètre D de la conduite ; on a :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{2}{D} \frac{dD}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

où on a négligé les termes contenant les dérivées par rapport à la variable x aussi bien de ρ que de S et ce devant les termes restants.

En confondant $D(x,t)$ avec $D(x,0)=D_0$, cette dernière relation peut être écrite sous la forme suivante

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + 2 \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

expression dans laquelle on portera les relations (35) et (54) pour obtenir

$$\frac{1}{\rho a^2} \frac{dp}{dt} + 2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (55)$$

avec

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{\alpha D_m}{e} J(x,0) \right)}} \quad (56)$$

Cette dernière grandeur a représente la célérité de l'onde de pression créée dans la conduite. A cette équation (55) on dispose aussi de l'équation (28) qui, en prenant en compte les forces de volume dont on suppose qu'elles se réduisent aux seules force de gravité, aura la forme :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = 4 \frac{T_f}{\rho D} \quad (57)$$

Le système d'équations formé par (55), (57) et l'équation suivante

$$\frac{d\varepsilon_r}{dt} = \frac{\alpha D_m}{2e} \int_0^t \frac{dp(x, t-\tau)}{dt} \cdot \frac{dJ(x, \tau)}{d\tau} d\tau \quad (58)$$

équation obtenue par simple dérivation de l'expression (54c), est de nature hyperbolique. Compte tenu des hypothèses émises en I-1 nous aurons pour un tel systèmes où les grandeurs à rechercher sont les vitesses du fluides, les hauteurs de pression et les déformations que subit la conduite, grandeurs dépendant des deux variables, l'une d'espace x et l'autre temporelle t , nous appliquerons la méthode des caractéristiques. Dans ce cas les lignes caractéristiques (au nombre de trois dans le cas viscoélastique) ont la forme suivante :

$$\frac{dx}{dt} = V \pm a dt \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = 0$$

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide en conduite élastique ces équations des lignes caractéristiques se réduisent aux premières de ces dernières équations (voir plus de détails en annexe).

Par la suite, on dénommera les deux premières lignes caractéristiques par respectivement C^+ et C^- et la troisième ligne par C^0 .

Les équations de compatibilité le long des deux premières caractéristiques C^+ et C^- s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\delta p}{\delta t} \pm \rho a \cdot \frac{\delta V}{\delta t} + \frac{2\rho a^2}{V \pm a} \left\{ V \frac{\delta \varepsilon_r}{\delta t} \pm a \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} \right\} \pm \rho a g \frac{\partial z}{\partial x} = \pm \frac{4a}{D_m} T_f \quad (59)$$

où d'une part on a noté l'opérateur de dérivation le long de ces directions caractéristiques C^+ et C^- par

$$\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + (V \pm a) \cdot \frac{\partial}{\partial x}$$

et d'autre part l'équation (58) sera la troisième équation de compatibilité vérifiée le long de la caractéristique C^0 .

En réalité la résolution de ce système à trois équations implique que soit précisée la fonction de fluage $J(\tau)$ et la contrainte de frottement T_f .

I-6-1- Fonction de fluage $J(t)$:

Pour éviter le calcul du produit de convolution du second membre de l'expression donnant la dérivée $(\partial \varepsilon / \partial t)$, en général on modélise la fonction de fluage $J(t)$ sous la forme d'une somme d'exponentielles correspondant à une représentation classique à partir d'éléments simples de KELVIN-VOIGT (voir figure suivante) telle que

$$J(t) = J(0) + \sum_{i=1}^n J_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \quad (60)$$

avec τ_i le temps de relaxation (ou de retardation) de l'élément (ou modèle) i de KELVIN-VOIGT

$$\tau_i = \eta_i J_i = \frac{\eta_i}{E_i}$$

où J_i est la compliance du ressort de module de YOUNG E_i et η_i la viscosité de l'amortisseur i .

Portons (61) dans (54c), on trouve :

$$\varepsilon_r^i = \frac{\alpha D_m}{2e} \cdot \int_0^t (p(x, t - \tau) - p(x, 0)) \cdot \frac{J_i}{\tau_i} \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_i}} d\tau \quad (61)$$

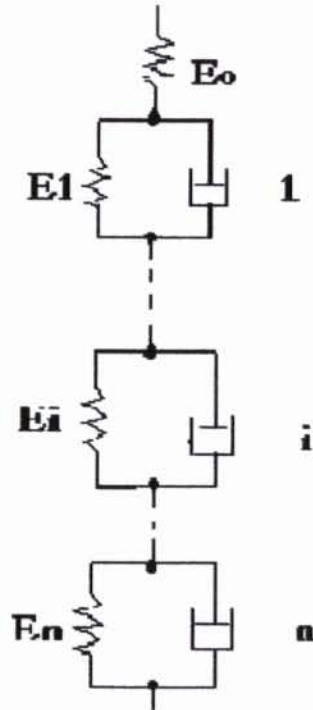


Fig. 8- Modèle de KELVIN-VOIGT

De même en utilisant l'expression (61) et l'intégrale de DUHAMEL relatif au produit de convolution, on obtient :

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\alpha D_m}{2e} \cdot \frac{J_i}{\tau_i} \cdot (p(x, t) - p(x, 0)) - \frac{\varepsilon_i}{\tau_i} \right] \quad (62)$$

On voit bien ici que sous la représentation (60) de la fonction de fluage $J_i(t)$ on ne sera plus obligé d'effectuer en chaque point $M(x, t)$ le calcul des produits de convolution correspondants. Cette représentation permet donc d'éviter la conservation en mémoire des différentes $t/\Delta t$ valeurs de la différence $[p(x, t) - p(x, 0)]$. Nous reviendrons plus loin sur cette remarque

I-6-2- Calcul du terme de frottement T_f :

Du fait que le profil des vitesses, en régime instationnaires, est fonction du temps et est de plus non parabolique, on a par voie de conséquence la grandeur T_f , terme introduit en (28) et qui représente les frottements, qui dépend lui aussi du temps. Dans le cas particulier d'un écoulement laminaire, ZIELKE [14] donne une expression de ce terme sous la forme :

$$T_f(t) = \frac{\lambda \rho |V| V}{8} + 4 \frac{\mu}{D} \cdot \int_0^t W(t - t') \cdot \frac{\partial V(t')}{\partial t} \cdot dt' \quad (63)$$

Au second membre de cette dernière expression, on a respectivement :

- le premier terme qui représente la partie de la contrainte de frottement associée à un régime permanent de type laminaire (donc on a pour ce cas $\lambda=64/R_e$ ou R_e est le nombre de Reynolds) ;
- le second terme du même membre représente la partie du frottement provoquée à la suite de la variation du profil des vitesses durant le régime instationnaire.

En posant

$$\tau = \frac{4\mu}{\rho D^2} \cdot (t - t')$$

avec μ qui représente la viscosité dynamique ,
la fonction $W(\tau)$ proposée par ZIELKE est de la forme :

- pour $\tau > 0,02$

$$W(\tau) = e^{-26,3744\tau} + e^{-70,8493\tau} + e^{-135,70198\tau} + e^{-218,9216\tau} + e^{-322,5544\tau} \quad (64)$$

- pour $\tau < 0,02$

$$W(\tau) = 0,282095\tau^{-1/2} - 1,25 + 1,057855\tau^{1/2} + 0,937500\tau + 0,396696\tau^{3/2} - 0,351563\tau^2 \quad (64')$$

Cette démarche donne une bonne concordance entre les valeurs de T_f relevées dans le cas du coup de bélier en conduite élastique avec celles mesurées par ROULEAU [44] en conduite élastique dans laquelle l'écoulement du fluide est laminaire. En régime turbulent, TRIKHA [66] suggère que le dernier terme du second membre de (63) (terme instationnaire) peut être utilisé avec une bonne approximation si l'on représente la fonction $W(t)$ sous la forme d'une somme de trois exponentielles :

$$W(t - t') = \sum_{j=1}^3 a_j \cdot e^{-\frac{t-t'}{\tau_j}} \quad (65)$$

$$\text{avec } a_1 = 40 \quad b_1 = \frac{1}{8000} \quad a_2 = 8,1 \quad b_2 = \frac{1}{200} \quad a_3 = 1 \quad b_3 = \frac{1}{26,4}$$

et où $\tau_j = (\rho D^2 b_j) / (4\mu)$.

Une telle formulation de $W(t)$ permettra de calculer la valeur de l'intégrale du second membre de (63) au temps $t+\Delta t$ à partir de celle calculée au temps t . En effet on a :

$$I(t+\Delta t) = \int_0^{t+\Delta t} W(t+\Delta t - t') \cdot \frac{\partial V(t')}{\partial t'} \cdot dt' = \sum_{j=1}^3 \left[I_j(t)_{i,t+\Delta t} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} + a_j (V_i(t+\Delta t) - V_i(t)) \right] \quad (66)$$

où

$$I_j(t) = \int_0^t a_j \cdot \frac{\partial V(t')}{\partial t'} \cdot e^{-\frac{t-t'}{\tau_j}} dt'$$

I-7- Equations complémentaires :

Comme il a été défini précédemment, les inconnues de départ de notre problème sont au nombre de cinq : les deux hauteurs, les deux débits (en amont et en aval du clapet) et l'angle φ donnant la position du disque. Au cours de l'établissement des équations (au nombre de quatre) nous avons introduit une sixième inconnue : la déformation relative de la conduite ou plus exactement la déformation relative retardée ε_r . Par conséquent la résolution du problème impose d'ajouter deux autres équations. Ce sont :

I-7-1- Equation de continuité du débit au niveau du clapet :

Malgré le fait qu'on ait pris en compte la compressibilité du liquide lors de l'établissement des équations de conservation, cette compressibilité reste en réalité très faible. Ceci va nous permettre d'admettre qu'à chaque instant les débits $Q_{pc}(t)$ et $Q_{cr}(t)$, pour un clapet en période d'ouverture, sont égaux. :

$$Q_{pc}(t) = Q_{cr}(t) \quad (67)$$

ou en divisant les deux membres par S_B pour obtenir

$$V_{pc}(t) = V_{cr}(t) \quad (67')$$

Dans le cas où le clapet est fermé, on traitera cette position comme dans le cas d'une vanne fermée. On a par conséquent (voir en particulier [50],[55],[57]) :

I-7-1-1- En absence de la cavitation : On posera ici

$$Q_{pc}(t) = Q_{cr}(t) = 0 \quad (68)$$

I-7-1-2- S'il y a début de cavitation :

Si H_v est la hauteur de tension de vapeur, on aura alors les deux équations suivantes :

$$H_{pc}(t) = H_v = \frac{P_{pc}(t)}{\rho g} \quad \text{et} \quad Q_{cr}(t) = 0 \quad (69)$$

Selon le cas, les deux équations regroupées soit dans (68), soit dans (69) remplaceraient l'équation (67). L'une de ces trois équations constitue la cinquième équation recherchée.

I-7-2- Expression de la perte de charge au niveau du clapet antiretour :

Lors du mouvement du battant, le débit "relatif Q_r " du liquide par rapport à la surface du battant peut être décomposé en deux composantes :

I-7-2-1- Le débit Q_1 traversant le clapet antiretour :

Ce débit est égal à $Q_{pc}(t)$

I-7-2-2- Débit repoussé par le battant :

Lors du mouvement du battant, ce dernier "balai" une certaine quantité de liquide dont on peut estimer le débit repoussé au moyen de la formule :

$$Q_2 = -k_1 S_B L_c \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -k_1 S_B L_c \cdot \dot{\varphi} \quad (70)$$

où k_1 est un coefficient qui doit être pris en compte du fait que la section transversale du tronc du tore fictif (tore décrit par le disque dans son mouvement) section dont l'aire est légèrement supérieure à S_B (voir Fig. 9) ; on estimera ce coefficient à : $k_1 = 1,08 \div 1,15$.

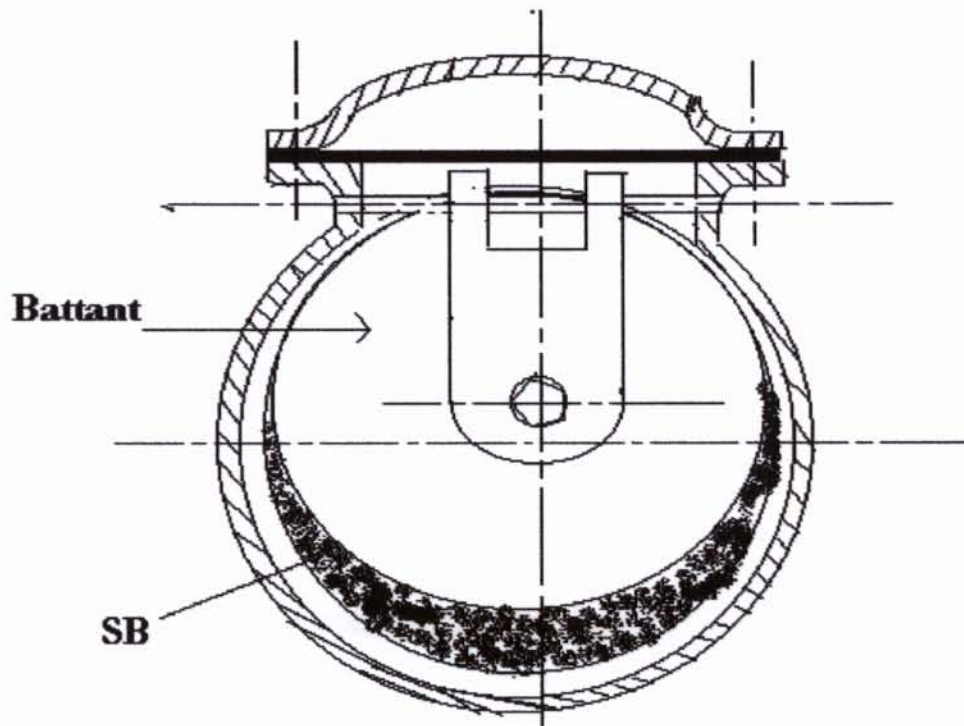


Fig. 9- Schéma simplifié de la section X-X (voir Fig.10)

Le signe - (au second membre de (70)) se justifie par le fait que la dérivée $\dot{\varphi}$ est négative durant la période de fermeture du battant

Donc le débit relatif total Q_r sera :

$$Q_r = Q_1 + Q_2$$

Soit

$$Q_r = Q_{pc}(t) - k_1 S_B L_c \dot{\varphi}$$

Il est facile de se convaincre qu'à chaque instant (pendant que le phénomène transitoire a lieu) la perte de charge enregistrée au niveau du clapet n'est due ni au débit $Q_{pc}(t)$, ni n'en plus au débit relatif Q_r mais à un certain débit fictif intermédiaire Q_{int} dont on peut estimer sa valeur au moyen de l'expression suivante:

$$Q_{int} = Q_{pc}(t) - k_2 k_1 S_B L_C \dot{\varphi} \quad (71)$$

avec $k_2 = 0,65 \div 0,75$ valeur basée essentiellement sur l'expérience.

En usant de la formule classique qui permet de calculer une perte de charge singulière on aura dans ce cas :

$$\Delta H = H_{pc}(t) - H_{cr}(t) = \frac{\xi}{2g} \left[\frac{Q_{pc}(t) - k S_B L_C \dot{\varphi}}{S_B (1 - \cos \varphi)} \right]^2 \quad (72)$$

où $k = k_1 k_2 = 0,65 \div 0,86$ et ce compte tenu des valeurs que peuvent prendre k_1 et k_2 .

Telle est la sixième équation recherchée.

CHAPITRE II

APPLICATIONS

METHODE DE RESOLUTION

II-1- Système d'équations à résoudre :

Au chapitre I l'étude du mouvement du battant et l'étude de l'écoulement instationnaire en conduite cylindrique nous a permis d'établir un système de six équations que nous allons rappeler et appliquer à des circuits hydrauliques comportant des clapets anti-retour à battant.

II-1-1- Equation du mouvement du battant :

On reprend ici l'équation (14) donnée en page 12 :

$$\left(I_B + h \frac{D_B^3 \rho}{3} L_C^2 \right) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_B L_C g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \sin \varphi - C_m \rho S_B \left(V - L_C \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right)^2 - \mu M_B g R_t \cos \varphi \quad (74)$$

On notera ici que cette équation à deux inconnues (les deux fonctions φ et V de la variable t) est d'une part une équation non linéaire et d'autre part, elle possède un caractère transcendant.

II-1-2- Equation de continuité des débits :

En période de fermeture, on dispose de l'équation de continuité des débits au niveau du clapet:

$$Q_{pc}(t) = Q_{cr}(t) \quad (75)$$

Dans le cas où le battant reposerait sur son siège (clapet antiretour fermé), cette dernière relation sera remplacée par deux équations de l'un des deux cas suivants :

II-1-2-1- En absence de la cavitation :

$$Q_{pc}(t) = Q_{cr}(t) = 0 \quad (75a)$$

II-1-2-2- Cas où la cavitation apparaît :

Dans un tel cas la pression à l'amont du battant atteint la tension de vapeur, ce qui se

traduit par les deux égalités suivantes :

$$H_{pc}(t) = H_v + Z_{pc} \quad \text{et} \quad Q_{cr}(t) = 0 \quad (76)$$

avec H_v la hauteur de tension de vapeur du liquide ,
 Z_{pc} la cote du clapet anti retour par rapport au plan de référence.

II-1-3- Equation de la perte de charge :

En période d'ouverture du clapet la perte de charge est donnée par la relation (72) que nous reprenons ici :

$$\Delta H = H_{pc}(t) - H_{cr}(t) = \frac{\xi}{2g} \left[\frac{Q_{pc}(t) - k S_B L_C \dot{\varphi}}{S_B (1 - \cos \varphi)} \right]^2 \quad (77)$$

Cette équation ne sera prise en considération que dans le cas où le clapet est ouvert. Dans le cas contraire, elle sera remplacée soit par (75), soit par (76).

II-1-4- Equations de compatibilité :

II-1-4-1- Equations le long des caractéristiques C^+ et C^- :

On a le long des lignes caractéristiques définies (dans le plan fictif Oxt) par

$$dx = (V \pm a) dt$$

les deux équations suivantes :

$$\frac{\delta p}{\delta t} \pm \rho a \frac{\delta V}{\delta t} + \frac{2\rho a^2}{V \pm a} \left\{ V \frac{\delta \varepsilon_r}{\delta t} \pm a \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} \right\} \pm \rho a g \frac{\partial z}{\partial x} = + \frac{4a}{D_m} T_f \quad (78)$$

où a est la célérité de l'onde de pression donnée par la relation (56).

II-1-4-2- Equation de compatibilité le long de la caractéristique C^0 :

Le long de cette ligne caractéristique définie par

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

on dispose de l'équation suivante :

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha D_m}{2e} \cdot \frac{J_i}{\tau_i} \cdot (p(x,t) - p(x,0)) - \frac{\varepsilon_r^i}{\tau_i} \right) \quad (79)$$

Notons que les trois dernières équations ((78) et 79)) ont été obtenues à partir du système d'équations aux dérivées partielles (17), (25) et (59). La solution sous forme numérique de ce système aux dérivées partielles (constitué par les trois équations (78) et (79)) peut être obtenue

par une méthode de différence finie classique (tel le schéma de LAX-VENDROFF ou celui de MAC CORMAK) où l'on utilisera un simple maillage rectangulaire $\Delta x \Delta t$. Mais puisque ce système est du type hyperbolique (voir annexe) nous lui avons préféré la méthode des caractéristiques malgré le fait que nous aurons à lier le pas du temps Δt au pas d'espace Δx . Mieux encore, la résolution de ce système formé par ce système d'équations s'effectuera en utilisant un maillage rectangulaire tel que les intervalles de temps seraient constants (méthode de HARTREE). Cette dernière voie présente sur la méthode des caractéristiques classique l'avantage d'utiliser un maillage régulier tout en imposant d'effectuer en plus certaines interpolations ce qui a certes pour conséquences d'augmenter sensiblement le volume de calcul.

Une autre simplification sera adaptée dans notre cas qui est d'ailleurs celle de l'hydraulique classique : nous négligerons la vitesse V du fluide devant la célérité a , supposée maintenue constante, de propagation des ondes de pression chaque fois que cette vitesse du fluide est sommée algébriquement à cette vitesse a . Ainsi donc nous aurons, comme conséquence directe de cette dernière hypothèse, les lignes caractéristiques qui seront confondues avec les droites ayant pour équations :

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \quad (80)$$

II-2- Equations aux différences finies (cas général) :

II-2-1- Discretisation des conduites – Choix du maillage :

La discrétisation des conduites, qui sera utilisée par la suite, se présente comme cela est indiquée à la Fig. 10 où :

- Le tronçon reliant le réservoir d'aspiration Ras et la pompe est divisé en un nombre NAS intervalles.
- Le tronçon reliant la pompe et le clapet antiretour est divisé en un nombre NPC intervalles d'égales longueurs.

Le tronçon reliant le clapet antiretour et le réservoir de refoulement Rr est divisé en NCR intervalles élémentaires d'égales longueurs .

Convenons d'adopter les notations suivantes :

** HAS(I), QAS(I) et EPAS(I) sont respectivement la hauteur de pression, le débit et la déformation relative retardée en un point de numéro $I \in [1, \text{NAS}+1]$ situé sur le tronçon reliant le réservoir d'aspiration à l'aspiration de la pompe ;

** HPC(J), QCP(J) et EPPC(J) sont respectivement la hauteur de pression, le débit et la déformation relative retardée en un point de numéro $J \in [1, \text{NPC}+1]$ situé sur le tronçon reliant la pompe et le clapet antiretour ;

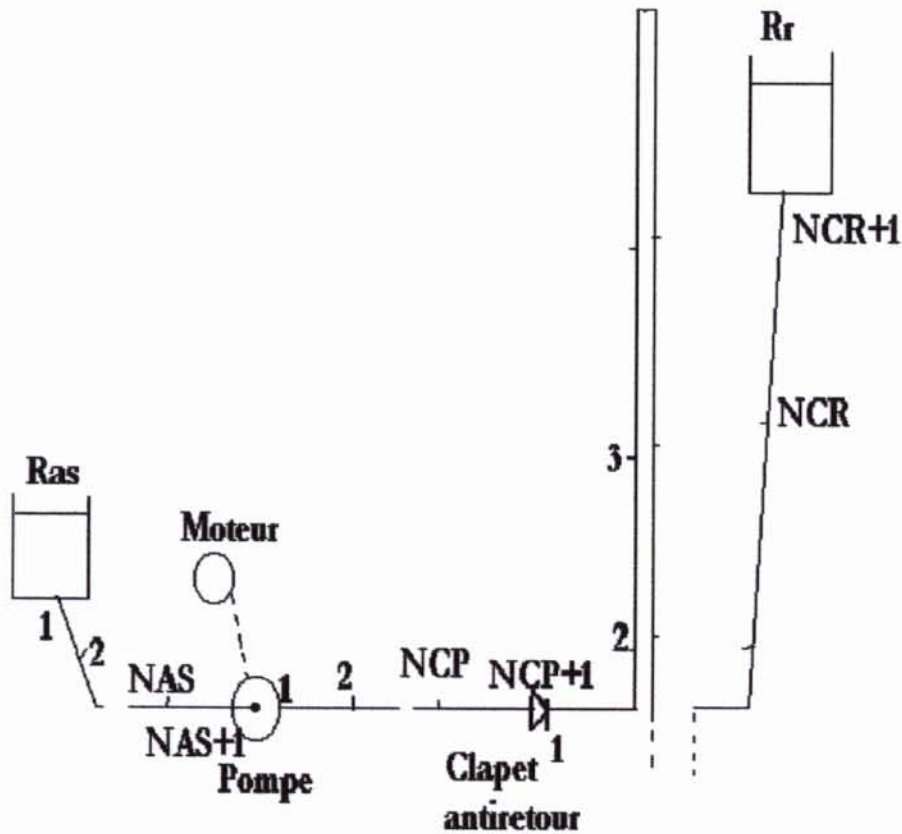
** HCR(k), QCR(k) et EPCR(k) sont respectivement la hauteur de pression, le débit et la déformation relative retardée en un point de numéro $k \in [1, \text{NCR}+1]$ situé sur le tronçon reliant le clapet antiretour et le réservoir de refoulement Rr.

On notera ici que toute hauteur de pression n'est en fait que la pression au point considéré exprimée en mètre de colonne d'eau ou autrement dit on a chaque fois la pression qui sera égale à cette hauteur de pression multipliée par le produit ρg .

Le choix des nombres NRP, NPC et NCR doit être fait tel que chaque intervalle Δx , limité par deux points consécutifs appartenant à un même tronçon et où chacun de ces points se

comporterait comme un diaphragme fictif [57], doit satisfaire le critère de COURANT-FRIEDRICH qui prend dans notre cas la forme suivante :

$$\Delta t = \left\{ \frac{\Delta x}{a} \right\}_{RP} = \left\{ \frac{\Delta x}{a} \right\}_{PC} = \left\{ \frac{\Delta x}{a} \right\}_{CR}$$



- Fig. 10- Schéma simplifié d'un circuit hydraulique type

Les trois dernières égalités de cette condition étant très difficiles à réaliser (à moins d'une discrétisation extrêmement fine ce qui augmenterait considérablement le volume de calcul) on adoptera un Δt donné par

$$\Delta t = \left\{ \frac{\Delta x}{a} \right\}_{PC}$$

tel qu'il vérifie les inégalités suivantes :

$$0,96 < \left\{ \frac{a}{\Delta x} \right\}_{CR} \Delta t < 1 \quad \text{et} \quad 0,96 < \left\{ \frac{a}{\Delta x} \right\}_{RP} \Delta t < 1$$

Un tel choix de Δt permettra de conserver les avantages du schéma aux différences (explicites) qui sera appliqué aux différentes équations de compatibilité tout en minimisant la "viscosité" du schéma.

Une fois adoptée une telle discrétisation, le maillage dans le plan fictif Oxt revêtira la forme montrée à la figure 11 (en page suivante).

II-2-2- Equations aux différences :

II-2-2-1- Cas du clapet en période de fermeture :

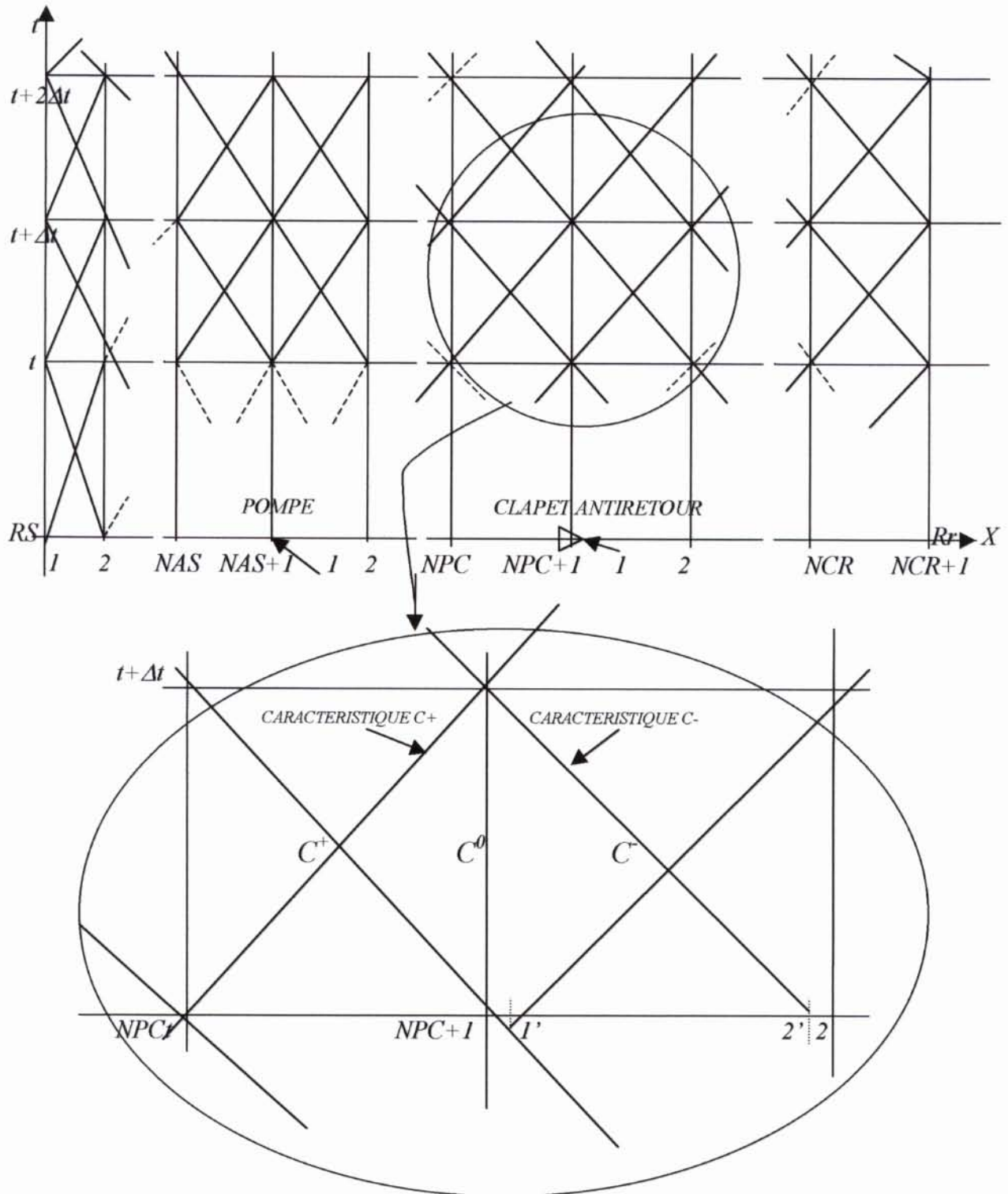


Fig. 11- Schéma simplifié du maillage adopté.

Pour le maillage et la discrétisation décrits précédemment, le système d'équations peut être écrit, en passant aux différences finies, sous la forme suivante :

• **Le long de la caractéristique C^+ :**

$$\begin{aligned} & HPC(NPC+1) - HPC^*(NPC) + \frac{a_{PC}}{gS_{PC}} [QPC(NPC+1) - QPC^*(NPC)] + \\ & \frac{2a_{PC}}{gS_{PC}} \left[QPC^*(NPC) \cdot (EPPC(NPC+1) - EPPC^*(NPC)) + a_{PC} S_{PC} \left\{ \frac{\partial EPPC}{\partial t} \right\}_{NPC, NPC+1} \Delta t \right] \\ & + \left\{ a_{PC} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} \right\}_{NPC, NPC+1}^* - \frac{4a_{PC}}{\rho g D_{PC}} (T_f)_{NPC, NPC+1} \right\} \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (81)$$

Cette dernière équation est obtenue à partir de l'équation (78) où le signe en position haute (signe +) est pris en considération et où on a multiplié les deux membres par $\Delta t/(\rho g)$.

On notera aussi que toute quantité $\phi_{NPC, NPC+1}$ représente la valeur moyenne de cette grandeur entre les points de discrétisation NPC et NPC+1 durant le laps de temps Δt compris entre t et t+ Δt . Ainsi, on par exemple :

$$2 \left\{ \frac{\partial EPPC}{\partial t} \right\}_{NPC, NPC+1} = \left\{ \frac{\partial EPPC}{\partial t} \right\}_{NPC+1} + \left\{ \frac{\partial EPPC}{\partial t} \right\}_{NPC}$$

De même on notera dans cette équation (81) qu'on a marqué d'un astérisque toute grandeur connue au temps t, notation qui sera utilisée aussi par la suite.

• **Le long de la caractéristique C^- :**

Comme pour le point précédent, on multiplie les deux membres de l'équation (78) pris avec le signe inférieur (signe -) par $\Delta t/(\rho g)$ et on l'utilise pour l'intervalle d'espace [1,2'] du tronçon clapet - réservoir de refoulement Rr durant l'intervalle du temps Δt compris entre t et t+ Δt .

$$\begin{aligned} & HCR(1) - HCR(2') - \frac{a_{CR}}{gS_{CR}} [QCR(1) - QCR^*(2')] - \\ & \frac{2a_{CR}}{gS_{CR}} \left\{ QCR^*(2') \cdot (EPCR(1) - EPCR^*(2')) - a_{CR} S_{CR} \left(\frac{\partial EPCR}{\partial t} \right)_{1,2'} \Delta t \right\} - \\ & \left\{ a_{CR} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{1,2'} - \frac{4a_{CR}}{\rho D_{CR}} (T_f)_{1,2'} \right\} \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (82)$$

Les grandeurs relatives au point 2' appartenant au tronçon "clapet - réservoir" de refoulement sont supposées connues au temps t. Le calcul de ces grandeurs se fait par interpolation linéaire comme suit :

$$\omega = \frac{\Delta x_{CR}}{x(2') - x(1)} = \frac{QCR^*(2) - QCR^*(1)}{QCR^*(2') - QCR^*(1)}$$

soit

$$QCR^*(2') = \frac{QCR^*(2) - QCR^*(1)}{\omega} + QCR^*(1)$$

On obtient de même les résultats suivants :

$$HCR^*(2') = \frac{HCR^*(2) - HCR^*(1)}{\omega} + HCR^*(1)$$

et

$$EPCR^*(2') = \frac{EPCR^*(2) - EPCR^*(1)}{\omega} + EPCR^*(1)$$

• *Le long de la caractéristique C^0 :*

Comme cela a été noté en fin du point I-6-1, la forme de la fonction de fluage $J(t)$ adoptée permet d'exprimer les valeurs de la déformation relative ε_r et de sa dérivée $(\partial \varepsilon_r / \partial t)$ au temps $t + \Delta t$ à partir de celles connues au temps t sans passer par le calcul des produits de convolution (53) et (54). En effet pour un point I de la discrétisation (le long de conduite, par exemple pour le tronçon pompe - clapet) et pour l'élément de numéro j du modèle de KELVIN-VOIGT posons :

$$\left. \frac{\partial EPPC(I)}{\partial t} \right|_j^* \cong \frac{EPPC(I)_j - EPPC^*(I)_j}{\Delta t}$$

et compte tenu de (62), il vient :

$$EPPC(NPC + 1)_j = EPPC^*(NPC + 1)_j + \Delta t \cdot \left\{ \frac{\alpha D_m}{2e} \cdot \frac{J_j}{\tau_j} \cdot \rho g (HPC^*(NPC + 1) - HPC0) - \frac{EPPC^*(NPC + 1)_j}{\tau_j} \right\} \quad (83)$$

avec $HPC0^*$ la pression (exprimée en mètre de colonne d'eau) au point NPC+1 (soit en amont du clapet antiretour) à l'instant initial.

Ainsi, la déformation retardée ε_r est connue au temps $t + \Delta t$ en ce point NPC+1 :

$$EPPC(NPC+1) = \sum_{j=1}^n EPPC(NPC+1)_j \quad (84)$$

- **Equation de continuité des débits :**

$$QPC(NPC+1) = QCR(1) \quad (85)$$

- **Equation du mouvement du battant :**

$$\left(I_B + h \frac{\rho D_B^3}{3} L_C^2 \right) \frac{\varphi - 2\varphi^* + \varphi^{**}}{(\Delta t)^2} = M_B g L_C \sin \varphi^* \left(1 - \frac{\rho}{\rho_S} \right) - \frac{C_m \rho}{S_B} \left(QPC(NPC+1) - S_B L_C \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t} \cos \varphi^* \right)^2 - \mu M_B g R_t \cos \varphi^* \quad (86)$$

- **Equation de la perte de charge singulière :**

$$HPC(NPC+1) - HCR(1) = \frac{\xi}{2g} \left\{ \frac{QPC(NPC+1) - k S_B L_C \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t}}{S_B (1 - \cos \varphi^*)} \right\}^2 \quad (87)$$

La résolution du système d'équations constitué par les équations (81), (82), (83), (85), (86) et (87) permet de connaître les valeurs des inconnues de départ au temps $t + \Delta t$.

Méthode de calcul :

Le processus de calcul pour effectuer la résolution du système qui vient d'être cité peut avoir l'allure suivante ;

1°) Calcul de $EPPC(NPC+1)$:

Tout d'abord on admettra, ici et par la suite, qu'à l'instant t toute grandeur (frappée d'un astérisque) intervenant dans tel ou tel terme est supposée connue. Les grandeurs inconnues (donc non frappées d'un astérisque) sont celles à déterminer au temps $t + \Delta t$. Ainsi, la déformation relative $EPPC(NPC+1)$ est calculée au moyen de l'expression (84).

2°) Premier calcul de l'angle φ :

La première valeur approchée de l'angle φ sera déterminée à partir de l'équation transcendante (86) tout en s'inspirant de la méthode du tir. On écrit cette équation sous la forme suivante :

$$\left(I_B + \frac{hD_B^3 \rho}{3} L_C^2 \right) \frac{\varphi - 2\varphi^* + \varphi^{**}}{(\Delta t)^2} = M_B g L_C \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \sin \varphi_1 - \frac{C_m \rho}{S_B} \left(QCR^*(1) - L_C S_B \frac{\varphi_1 - \varphi^*}{\Delta t} \cos \varphi_1 \right) \left(QCR^*(1) - L_C S_B \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t} \cos \varphi_1 \right) - \mu M_B g R_t \cos \varphi_1 \quad (88)$$

A partir de cette expression on tire celle de φ (φ_1) où à la première itération on posera $\varphi_1 = \varphi^*$.

La valeur de φ calculée sera comparée avec celle de φ_1 en utilisant le critère suivant :

$$\frac{|\varphi - \varphi_1|}{\varphi_1} < \varepsilon_\varphi$$

Ce processus de calcul de la première valeur approchée de l'angle φ sera arrêté une fois ce dernier critère est vérifié. Notons ici que si ce critère n'est pas vérifié, on adoptera à l'itération suivante $\varphi_1 = \varphi$.

3°) Calcul de QCR(1) :

En soustrayant (83) de (81) et en remplaçant la différence $HPC(NPC+1) - HCR(1)$ par le second membre de (87), on obtient une équation avec pour seule inconnue le débit QCR(1). La valeur de ce débit QCR(1) déterminée à partir de cette équation (une fois qu'elle est rendue linéaire et en utilisant aussi ici la méthode du tir) sera injectée en 2°) pour recalculer l'angle φ et ainsi de suite jusqu'à ce que le critère suivant soit vérifié :

$$\frac{QCR_c(1) - QCR(1)}{QCR(1)} < EQCR$$

où $QCR_c(1)$ est la plus récente valeur calculée du débit QCR(1).

(ε_φ et EQCR sont les erreurs relatives tolérées, fixées dès le départ, respectivement pour l'angle φ et le débit QCR(1)).

4°) Calcul des hauteurs en amont et en aval du battant :

Les deux hauteurs de pression $HPC(NPC+1)$ et $HCR(1)$ sont calculées au moyen des relations (81) et (82).

Ainsi s'achèvent les calculs des grandeurs relatives au clapet, en période d'ouverture, à l'instant $t + \Delta t$

Remarques :

- En général la valeur de $EPC(NPC+1)$ est égale à celle de $ECR(1)$ à tout instant t ; néanmoins si l'une au moins des dimensions ou l'une des caractéristiques de la conduite est différente de celle existante en amont, on appliquera (83) en prenant en compte de ces différences et où $HPC(NPC+1)$ sera remplacée par $HCR(1)$ dans cette formule.

- b) Les deux vitesses V_{pc} et V_{cr} ont été remplacées respectivement par les débits $QPC(NPC+1)$ et $QCR(1)$ en utilisant les formules classiques
 $QPC(NPC+1)=V_{pc} S_B$ et $QCR(1)=V_{cr} S_B$
- c) En période de fermeture et plus exactement en fin de parcours du battant, il arrive qu'on observe une inversion de débit. Pour tenir compte de cette inversion il y a lieu de présenter les carrés aux second membre de (86) et de (87) par respectivement les produits suivants :

$$\frac{\xi}{2g} \left\{ \left| \frac{QPC(NPC+1) - k S_B L_C \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t}}{S_B (1 - \cos \varphi)} \right| \right\} \left\{ \left| \frac{QPC(NPC+1) - k S_B L_C \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t}}{S_B (1 - \cos \varphi)} \right| \right\}$$

et

$$\left(QPC(NPC+1) - S_B L_C \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t} \cos \varphi \right) \left(QPC(NPC+1) - S_B L_C \frac{\varphi - \varphi^*}{\Delta t} \cos \varphi \right)$$

où les deux barres encadrant les premières parenthèses indiquent qu'il faut prendre la valeur absolue de telle ou telle somme calculée au moyen de la parenthèse correspondante.

II-2-2-2- Clapet antiretour fermé :

Ce cas se traitera de la même manière qu'une fermeture instantanée d'une vanne. On aura dans ce cas :

1°) En aval du battant :

On posera $QCR(1)=0$ et l'on déterminera la valeur de $HCR(1)$ au moyen de l'équation (82) écrite le long de la caractéristique C^- . En réalité ce calcul est effectué une fois la déformation retardée $ECR(1)$ est calculée au moyen de la formule (84).

2°) En amont du battant :

Une fois le clapet antiretour fermé et durant le régime transitoire, il se peut qu'en amont du battant, comme d'ailleurs en certains points de la conduite et en particulier en un point haut, la valeur de la pression atteigne celle de la vapeur saturante du liquide P_v . Lorsque cela arrive, on enregistrera alors (au sein même du fluide) une formation de bulles de vapeur et de gaz dissous dans ce liquide qui, en s'agglomérant, peuvent être à l'origine d'une rupture de la colonne de liquide. La prise en compte de ce phénomène de cavitation se fait toujours, de façon classique, en introduisant une nouvelle condition aux limites qui se traduit à l'amont du battant par

$$HPC(NPC+1) = H_v + Z_{pc} = \frac{P_v}{\rho g} + Z_{pc} \quad (89)$$

avec Z_{pc} la hauteur géodésique du centre du battant.

Si nous nous basons sur les études de SWAFFIELD [66] et de SAFWAT [67], nous admettrons dans notre cas que la poche de cavitation se développerait uniquement qu'au voisinage de la surface amont du battant.

Ainsi en absence de la cavitation, on posera

$$QPC(NPC+1)=0 \quad (90)$$

et l'on calcule au moyen de la formule (81) la valeur de $HPC(NPC+1)$ où $EPC(NPC+1)$ est supposée déjà calculée.

Si au contraire la cavitation fait son apparition (si $HPC(NPC+1) < H_v$), cette dernière condition (90) est remplacée par

$$HPC(NPC+1) = H_v + Z_{pc} \quad (91)$$

Cette dernière valeur de $HPC(NPC+1)$ sera injectée dans l'équation de compatibilité le long de la caractéristique positive (C^+) et ce afin de calculer le débit $QPC(NPC+1)$ qui sera différent de zéro (pour le sens positif adopté, le débit est négatif). Par conséquent il en résultera une création d'une poche de vapeur dont le volume croît, passe par un maximum (à cet instant précis $QPC(NPC+1) \rightarrow 0$), puis diminue (durant cette dernière phase $QPC(NPC+1)$ est positif) pour s'annuler enfin et le phénomène se répétera tout en s'amortissant dans le temps.

Notons, pour terminer ce point, que selon BALTZER [68] et WEYLER [69], la présence de bulles de gaz, aussi petites qu'elles soient, entraîne toujours d'une part une légère diminution de la vitesse de propagation des ondes de pression par simple réduction du module d'élasticité volumique de l'eau, et d'autre part une certaine dissipation de l'énergie liée au caractère non isentropique des cycles de compression et de détente auxquels sont soumises ces bulles. Cette dernière perte d'énergie se traduit par un terme dissipateur analogue à celui du frottement au niveau des équations de conservation. Ce frottement supplémentaire est présenté par WEYLER [69] sous la forme d'une contrainte de frottement dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Cette contrainte de frottement supplémentaire est évaluée au moyen de l'expression semi-empirique suivante

$$\tau_{\text{sup}} = C \frac{D}{a} \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (92)$$

où $\Delta p / \Delta t$ représente le taux de la pression durant le laps de temps Δt ;

C est un coefficient sans dimension dont la valeur, déterminée par voie expérimentale, s'est révélée plus ou moins constante et est estimée à 0,02.

II-3- Conditions limites – Points particuliers le long de la conduite :

Une étude exhaustive du comportement dynamique d'un clapet antiretour à battant pour toutes les positions possibles de ce clapet dans un circuit hydraulique nous paraît inutile. En effet l'étude du comportement d'un clapet antiretour installé à quelques pas de la sortie de la pompe (circuit de refoulement) permet de mettre en évidence les évolutions des différents paramètres relatifs à ce clapet.

Ainsi, on adoptera comme schéma modèle du circuit hydraulique celui qui est montré à la figure (10). On voit sur cette figure (10) que l'étude du comportement du clapet antiretour ne peut être dissociée de celles :

- de la conduite véhiculant le fluide ;

- de la pompe ;
- des réservoirs d'aspiration et de refoulement ;
- de certains points particuliers tels le point haut et les différentes singularités (vannes, coudes, divergents et convergent, ...) ;
- réservoir anti-bélier ou cheminée d'équilibre ;

Nous allons dans ce qui suit décrire très succinctement le comportement de tel ou tel élément susceptible d'être employé le long de notre circuit indiqué sur cette figure (10).

II-3-1- Cas d'une pompe :

A la suite d'une disjonction d'une pompe, les grandeurs inconnues au temps $(t+\Delta t)$ qui permettent de décrire son comportement sont :

- la hauteur à l'aspiration $HAS(NAS+1)$ et la hauteur au refoulement $HPC(1)$;
- les débits $QAS(NAS+1)$ et $QPC(1)$;
- la vitesse de rotation n .
- les deux déformations circonférentielles $EPAS(NAS+1)$ et $EPPC(1)$

soit au total sept inconnues qui imposent par conséquent de leurs opposer sept équations.

Dans ce cas on dispose des équations suivantes :

a) *Equation le long de la caractéristique de pente positif (caractéristique C^+) :*

$$HPC(NAS+1) - HAS^*(NAS'') + \frac{a_{AS}}{gS_{AS}} [QAS(NAS+1) - QAS^*(NAS'')] +$$

$$\frac{2a_{AS}}{gS_{AS}} \left[QAS^*(NAS) \cdot (EPAS(NAS+1) - EPAS^*(NAS)) + a_{AS} S_{AS} \left\{ \frac{\partial EPAS}{\partial t} \right\}_{NAS, NAS+1} \Delta t \right] +$$

$$\left\{ a_{AS} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} \right\}_{NAS', NAS+1}^* - \frac{4a_{AS}}{\rho g D_{AS}} (T_f)_{NAS', NAS+1} \right\} \Delta t = 0 \quad (93)$$

b) *Equation le long de la caractéristique C^- :*

$$HPC(1) - HPC(2) - \frac{a_{PC}}{gS_{PC}} [QPC(1) - QPC^*(2)] -$$

$$\frac{2a_{PC}}{gS_{PC}} \left\{ QPC^*(2) \cdot (EPPC(1) - EPPC^*(2)) - a_{PC} S_{PC} \left(\frac{\partial EPPC}{\partial t} \right)_{1,2} \Delta t \right\} -$$

$$\left\{ a_{PC} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{1,2} + \frac{4a_{PC}}{\rho D_{PC}} (T_f)_{1,2} \right\} \Delta t = 0 \quad (94)$$

c) *Equation de la conservation du débit :*

$$QAS(NAS+1) = QPC(1) \quad (95)$$

(équation traduisant l'égalité entre le débit à l'aspiration et le débit au refoulement).

d) Equation de la variation de la vitesse :

Cette équation traduit l'égalité entre le travail élémentaire absorbé pendant le laps de temps dt et la différentielle de l'énergie vive, soit

$$C\omega dt = d \frac{J\omega^2}{2} = -J\omega d\omega \quad (96)$$

où C représente le moment du couple auquel est soumise la roue;

ω est la vitesse angulaire de la partie tournante ;

$J=MR^2$ avec M la masse en rotation et R le rayon de giration de cette masse ;

Le signe (-) au dernier membre est pris en considération du fait de la diminution de ω à la suite de la disjonction de la pompe.

e) Equation de la hauteur de charge dynamique totale H_p fournie par la pompe :

Nous savons que l'augmentation de la pression produite par la pompe exprimée en mètre de colonne de liquide se calcule par la différence suivante :

$$H_p = H_{CP}(1) - H_{AS}(N_{AS} + 1)$$

A partir des résultats expérimentaux obtenus par DONSKY (en 1961,[30]), l'équipe formée par MARSHAL, FLESH et SUTER a proposé la formule suivante pour calculer la valeur de cette hauteur H_p :

$$H_p = H_n Wh(x) [\alpha^2 + v^2]$$

avec x est une variable fictive introduite par cette équipe

$$x = \pi + \arctg(\alpha^2 + v^2)$$

où

$$v = \frac{Q_{PC}(1)}{Q_n} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{N}{N_n}$$

N la vitesse de rotation de la pompe

H_n, Q_n et N_n les valeurs nominales de la pompe respectivement de la hauteur H_p , du débit $Q_{CP}(1)$ et de la vitesse de rotation N .

En introduisant comme variables sans dimensions

$$h = \frac{H_p}{H_n} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{C}{C_n}$$

et compte tenu de l'expression qui lie la puissance $\wp$ (et par conséquent le moment du couple) et la hauteur H_p fournie par la pompe, soit

$$\wp = C\omega = \frac{\rho g H_p Q}{\eta}$$

(avec η qui représente le rendement de la pompe)

on arrive, après combinaisons de ces cinq équations (voir détails de calculs dans [50], [56] à partir desquels est exposé un résumé en annexe), aux deux équations non linéaires suivantes dans le cas d'une conduite élastique véhiculant un fluide newtonien :

$$F1 = CP - CM - (Br + Bas)QCP(1) + Hn(\alpha^2 + v^2)Wh(x) = 0 \quad (97)$$

et

$$F2 = (\alpha^2 + v^2)Wb(x) + \beta_0 - Gj(\alpha_0 - \alpha) = 0 \quad (98)$$

où les deux fonctions de la variables fictives x

$$h = Wh(x) \quad \text{et} \quad \beta = Wb(x)$$

ont été obtenues à posteriori à partir des expériences de DONSKI. Des valeurs (discrètes) de ces dernières fonctions sont regroupées dans un tableau donné en annexe. Si l'on admet que ces deux fonctions Wh(x) et Wb(x) sont linéaires entre deux points consécutifs I et I+1 (voir le tableau qui vient d'être cité) des courbes représentatives de ces fonctions, on peut écrire alors

$$Wh(x) = Wh_1 x + Wh_0 \quad \text{et} \quad Wb(x) = Wb_1 x + Wb_0 \quad (99)$$

Les valeurs des coefficients Wh₁, Wh₀, Wb₁ et Wb₀ peuvent être déterminées à partir des valeurs des deux fonctions Wh(x) et Wb(x). En effet on a

$$\left. \begin{aligned} Wh_1 &= \frac{Wh(I+1) - Wh(I)}{\Delta x} \\ Wb_1 &= \frac{Wb(I+1) - Wb(I)}{\Delta x} \end{aligned} \right\} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{aligned} Wh_0 &= Wh(I+1) - I \cdot Wh_1 \cdot \Delta x \\ Wb_0 &= Wb(I+1) - I \cdot Wb_1 \cdot \Delta x \end{aligned} \right.$$

avec $I = \text{Valeur} \cdot \text{entière} \cdot \text{de} \cdot \text{l'argument} \cdot \frac{x}{\Delta x + 1}$ avec ici $\Delta x = \frac{\pi}{44}$

La résolution du système constitué des deux équations (97) et (98) où les inconnues sont α et v se fera au moyen de la méthode de NEWTON-RAPHSON [63] en fixant de préférence le nombre d'itérations entre 6 et 12. Dans le cas où l'on imposerait comme critère de convergence une certaine valeur de l'erreur

$$\left| \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right| + \left| \frac{\Delta v}{v} \right| \leq \varepsilon$$

il serait préférable d'alimenter cette méthode de NEWTON-RAPHSON en approximations initiales, approximations fournies au moyen de la méthode de la plus grande pente.

II-3-2- Cas des réservoirs d'aspiration et de refoulement :

Les hauteurs des surfaces libres, pour ces deux réservoirs, étant supposées fixes (et donc connues) il ne reste comme seules inconnues que les débits entrant ou sortant de chacun de ces deux réservoirs et les deux valeurs des déformations relatives EPAS(1) et EPCR(NR+1).

La détermination de chaque débit se fera comme suite :

- a)- Pour le réservoir d'aspiration on dispose d'une part de l'équation écrite le long de la caractéristique C⁻

$$\begin{aligned}
 & HAS(1) - HAS^*(2') - \frac{a_{AS}}{gS_{AS}} (QAS(1) - QAS^*(2')) + \\
 & \frac{2a_{AS}}{gS_{AS}} \left\{ QAS^*(1) \cdot (EPAS(1) - EPAS^*(2')) - a_{AS} S_{AS} \left(\frac{\partial EPAS}{\partial t} \right)_{1,2'} \Delta t \right\} - \\
 & \left\{ a_{AS} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{1,2'} - \frac{4a_{AS}}{\rho g D_{AS}} (T_f)_{1,2'} \right\} \Delta t = 0 \quad (100)
 \end{aligned}$$

et d'autre part de l'équation le long de la droite caractéristique C° :

$$EPAS(1) = \sum_{j=1}^n \left[EPAS^*(1)_j - \Delta t \frac{EPAS^*(1)_j}{\tau_j} \right]$$

expression tirée de la relation (83) appliquée au point 1 du tronçon d'aspiration et où on a attribué une valeur constante (égale à $-0,5m$) à $HAS(1)$.

Ainsi au moyen de ces deux dernières équations les deux grandeurs $QAS(1)$ et $EPAS(1)$ sont complètement déterminées à l'instant $t + \Delta t$. Nous rappelons ici, encore une fois, que les grandeurs frappées d'un astérisque sont supposées connues à l'instant t . De même toute quantité $\phi_{1,2}$ représente la valeur moyenne que prend cette grandeur entre le réservoir RAS et le point fictif 2' durant le laps de temps Δt compris entre les deux instants t et $t + \Delta t$.

b) Pour le réservoir de refoulement R_r on procédera comme pour le cas précédent : face aux deux inconnues $QCR(NR+1)$ et $EPCR(NR+1)$ on dispose des deux équations suivantes :

- équation le long de la caractéristique C^+

$$\begin{aligned}
 & HCR(NR+1) - HCR^*(NR) + \frac{a_{CR}}{gS_{CR}} \{ QCR(NR+1) - QCR^*(NR) \} + \\
 & \frac{2a_{CR}}{gS_{CR}} \left\{ QCR^*(NR+1) \cdot [EPCR(NR+1) - EPCR^*(NR)] + a_{CR} S_{CR} \left[\frac{\partial EPCR}{\partial t} \right]_{NR,NR+1} \Delta t \right\} \\
 & + \left[a_{CR} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} \right\}_{NR,NR+1} - \frac{4a_{CR}}{\rho g D_{CR}} (T_f)_{NR,NR+1} \right] \Delta t = 0
 \end{aligned}$$

où à chaque instant t on a : $HCR(NR+1) = 6.5m$.

- équation le long de la caractéristique C° :

$$EPCR(NR+1) = \sum_{j=1}^n \left\{ EPCR^*(NR+1)_j - \frac{EPCR^*(NR+1)_j}{\tau_j} \right\} \quad (101)$$

où n représente le nombre d'éléments du modèle KELVIN-VOIGT.

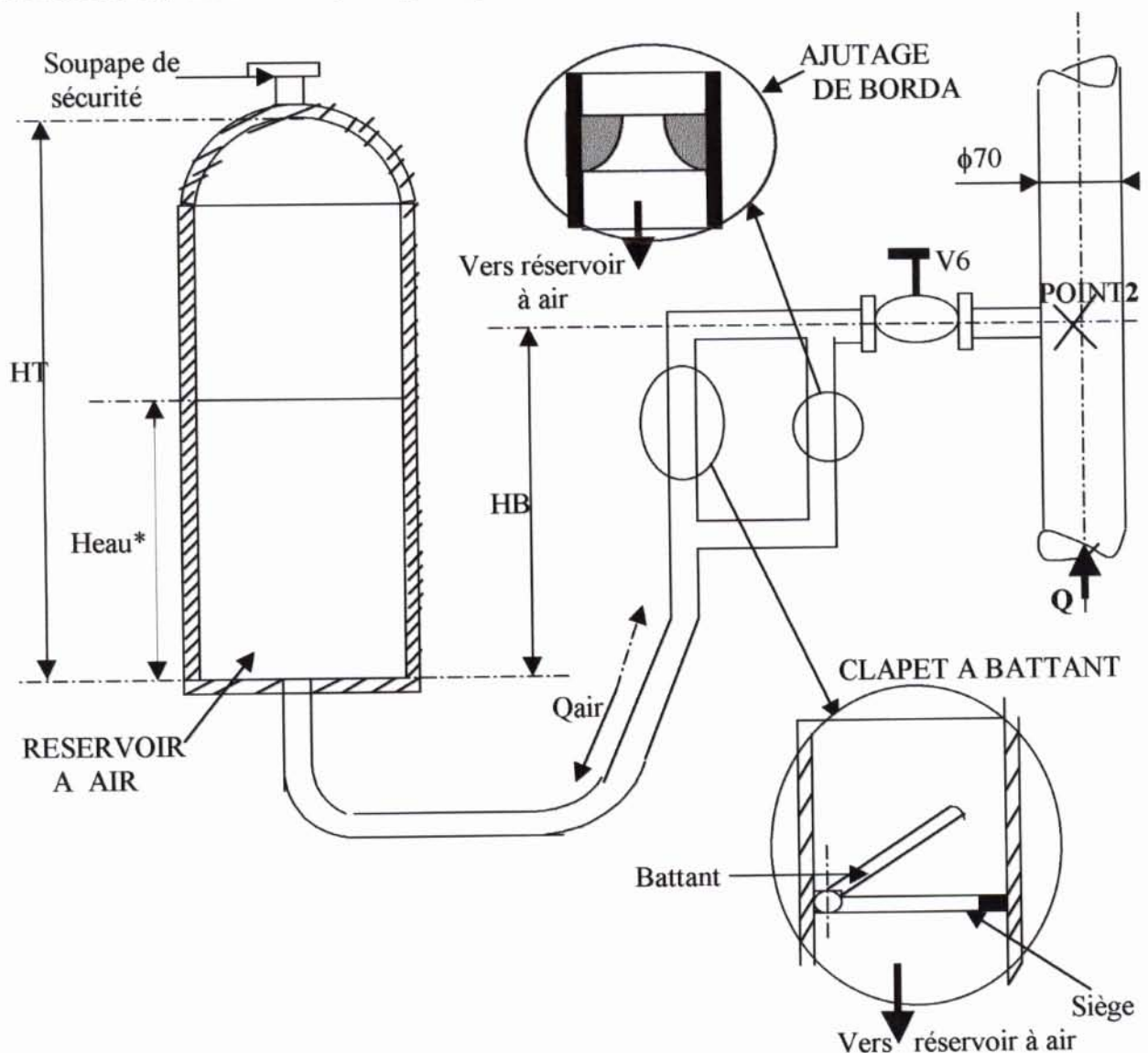
II-3-3- Cas du réservoir à air :

Un réservoir à air est installé à proximité du clapet antiretour et plus exactement son branchement est effectué au point fictif 2 du tronçon CR reliant le clapet au réservoir de refoulement Rr (voir plus loin fig. 15). Ce branchement est assuré au moyen d'une conduite de 45mm de diamètre le long de laquelle est installée une vanne V6 et la combinaison d'un clapet à battant DN35 monté en parallèle avec un ajutage de BORDA (voir fig. 12).

Au commencement de l'analyse (soit au début du régime transitoire) la hauteur initiale de la surface libre de l'eau contenue dans le réservoir à air est LAIR et la hauteur de pression à la jonction 2 (soit HCR*(2)) sont connues. La pression absolue du gaz situé au dessus de cette surface libre, pression exprimée en mètre de colonne d'eau, est donnée par l'expression suivante

$$HW^*=HCR^*(2)+Hat+HB-Heau$$

où Hat est la pression atmosphérique exprimée en mètre de colonne d'eau ;



- Fig. 12 – Réservoir à air.

En régime transitoire on a à chaque instant, au point fictif (2), les inconnues au nombre de cinq qui sont: $H_{CR}(2)$, $Q_{CR}(2)$, Q_{CR1} , Q_{air} et $E_{PCR}(2)$ (voir Fig. 13). Face à ces cinq inconnues

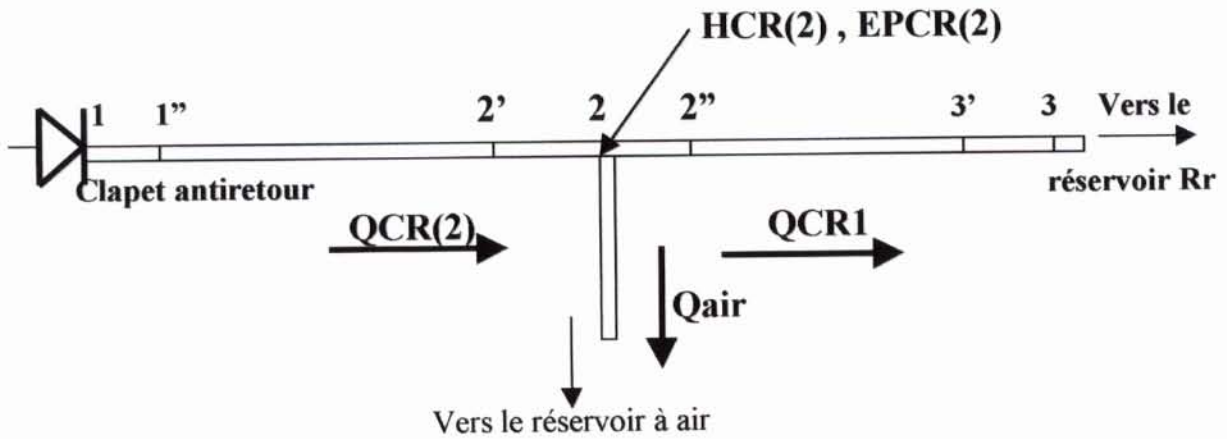


Fig. 13 – Définition des inconnues au point fictif 2 en cas de fonctionnement du réservoir à air

on peut opposer les cinq équations suivantes :

a) *Equations de continuité des débits (voir Fig. 13):*

$$Q_{CR}(2) = Q_{CR1} + Q_{air} \quad (102)$$

où Q_{air} peut être évaluée au moyen de l'expression suivante :

$$Q_{air} = S_{air} \frac{\Delta H_{eau}}{\Delta t}$$

avec S_{air} la surface transversale du réservoir à air

$$S_{air} = \frac{\pi D_{air}^2}{4}$$

et ΔH_{eau} est la variation de la hauteur H_{eau} pendant le laps de temps Δt .

$$\Delta H_{eau} = H_{eau} - H_{eau}^*$$

b) *Equation de la transformation auquel est soumis le volume d'air contenu dans le réservoir à air :*

Si nous admettons que l'évolution de l'air contenu dans le réservoir à air est de type polytropique, nous pouvant écrire avec une bonne approximation

$$H_w (H_T - H_{eau})^n = Cte \quad (103)$$

où n est l'exposant polytropique de cette transformation qui a lieu entre les deux instants t et $t + \Delta t$. La valeur de ce dernier exposant est de 1,2, valeur choisie à posteriori.

Ecrivons cette équation (103) pour les deux instants t et $t + \Delta t$; on a

$$H_w^* (H_T - H_{eau}^*)^n = H_w (H_T - H_{eau})^n$$

d'où nous tirons l'expression de Hw

$$Hw = Hw^* \left[\frac{HT - H_{eau}^*}{HT - H_{eau}} \right]^n \quad (104)$$

soit (compte tenu de l'expression 102)

$$Hw = KHw^*$$

avec

$$\frac{1}{K} = \left[1 - \frac{QCR(2) - QCR1}{S_{air} (HT - H_{eau}^*)} \Delta t \right]^n$$

c) Equation le long de la caractéristique C^+ :

$$\begin{aligned} HCR(2) - HCR^*(1'') + \frac{a_{CR}}{gS_{CR}} \{ QCR(2) - QCR^*(1'') \} + \\ \frac{2a_{CR}}{gS_{CR}} \left\{ QCR^*(1'') \cdot [EPCR(2) - EPCR^*(1'')] + a_{CR} S_{CR} \left[\frac{\partial EPCR}{\partial t} \right]_{1'',2} \Delta t \right\} \\ + \left[a_{CR} \left\{ \frac{\partial z}{\partial x} \right\}_{1'',2} - \frac{4a_{CR}}{\rho g D_{CR}} (Tf)_{1'',2} \right] \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (105)$$

c) Equation le long de la caractéristique C^- :

$$\begin{aligned} HCR(2) - HCR^*(3') - \frac{a_{CR}}{gS_{CR}} (QCR1 - QCR^*(3')) + \\ \frac{2a_{CR}}{gS_{CR}} \left\{ QCR^*(3') \cdot (EPCR(2) - EPCR^*(3')) - a_{CR} S_{CR} \left(\frac{\partial EPCR}{\partial t} \right)_{2,3'} \Delta t \right\} - \\ \left\{ a_{CR} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{2,3''} - \frac{4a_{CR}}{\rho g D_{CR}} (Tf)_{2,3'} \right\} \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (106)$$

La résolution du système d'équation constitué par les quatre équations (102), (104), (105) et (106) et celle écrite le long de la caractéristique C^0 (équation (83) écrite soit pour le point 2' soit pour le point 2'') fournira les cinq inconnues de départ.

II- 3- 4- Détermination des hauteurs et des débits aux points fictifs de la conduite :

III-3-4-a- Cas d'absence de singularités aux points fictifs I :

En de tels points I, les inconnues sont la hauteur $H^{**}(I)$, le débit $Q^{**}(I)$ et la déformation retardée $EP^{**}(I)$ où les deux astérisques (**) indiquent soit AS, soit PC, soit CR selon que l'incrément I est relatif à tel ou tel tronçon. Pour la détermination de ces trois inconnues on dispose des équations suivantes :

* Equation le long de la caractéristique C^+ :

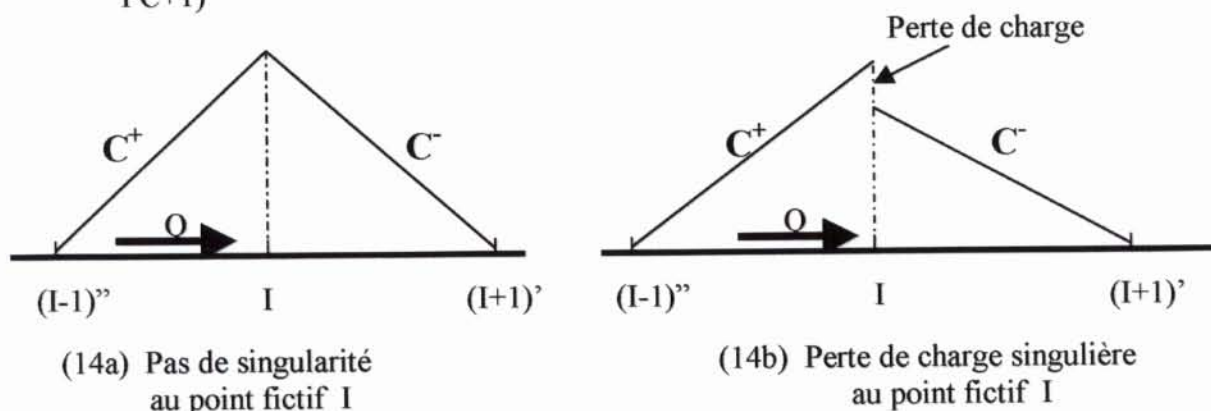
Cette équation est exactement de la même forme que l'équation (93) ou on remplace les numéros (NAS+1) et (NAS) respectivement par (I) et (I-1') (voir Fig. 14a). On procédera de même pour les tronçons PC (pompe - clapet antiretour) et CR (clapet antiretour - réservoir de refoulement).

* Equation le long de la caractéristique C^- :

Comme pour le cas précédent, on reprend l'équation (102) écrite pour le tronçon 2-3' et l'écrit pour le tronçon compris entre les points fictifs de numéros I et (I+1)' appartenant à tel ou tel partie de conduite .

* Equation le long de la caractéristique C^O :

Ici on reprend l'équation (84) et on l'appliquera pour le point fictif I (au lieu du point PC+1)



- Fig. 14 - Cas d'un point fictif (BERGERON)

III-3-4-b- Cas où on enregistre une perte de charge singulière au point fictif I :

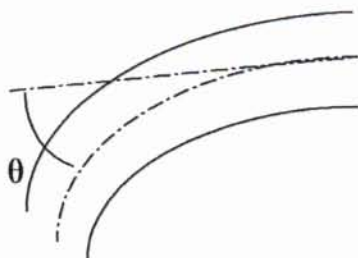
On reprend exactement la même démarche décrite au point précédent (point III-4-4-a) avec comme différence la prise en compte de la perte de charge locale qui sera enregistrée en ce point. Pour cela on ajoutera le terme traduisant cette perte de charge ΔH_f dans l'équation de compatibilité écrite le long de telle ou telle droite caractéristique .

Il est habituel dans l'étude des phénomènes instationnaires en conduite d'admettre qu'à un instant donné cette perte ΔH_f a même valeur qu'en régime permanent régnant dans la conduite sous le même débit relevé à cet instant. Cela nous conduit à poser

$$\Delta H_f = K Q^{**}(I) |Q^{**}(I)| \quad (107)$$

où K est le coefficient de la perte de charge singulière .

La valeur de ce dernier coefficient K dépend en général de la nature de la singularité, de la rugosité et du nombre de Reynolds. Dans le cas où la conduite présente une certaine courbure (fig. 15) ce coefficient peut être évalué au moyen de la formule suivante [67]:



$$K = \left[0.13 + 1.85 \left(\frac{D}{2R} \right)^{7/2} \right] \frac{\theta}{90}$$

La prise en compte du sens de l'écoulement à cet instant est traduite par la valeur absolue du débit $Q^{**}(I)$ dans la formule (107).

- Fig. 15 - Conduite avec courbure

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE

Cette partie du présent mémoire est consacrée à l'étude expérimentale comprenant :

- une mise au point d'un dispositif d'étude du comportement dynamique du clapet antiretour à battant DN100 ;
- la détermination du moment d'inertie I_B du battant de ce clapet DN100 ;
- la détermination du coefficient des pertes de charge et du coefficient de moment C_m en régime permanent pour ce clapet ;
- le tracé de la courbe caractéristique de la pompe H_p en fonction du débit Q .

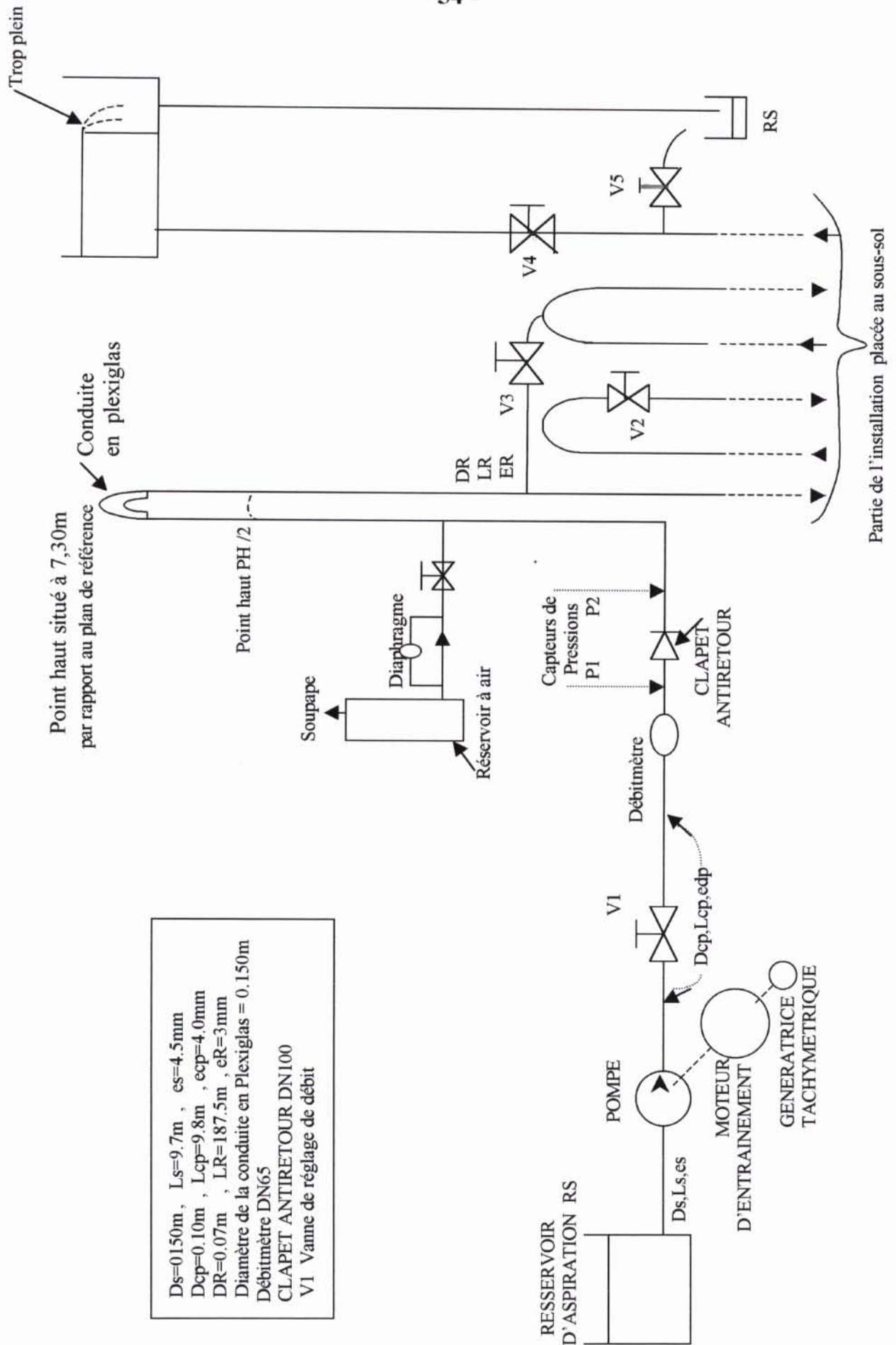
Les essais en régimes transitoires ont été menés dans le laboratoire de Mécanique des Fluides et Thermique de l'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES (INSA) de LYON (France) et ce compte tenu des moyens limités dont on dispose.

III-1- Dispositif d'étude expérimentale du coup des béliers :

III-1-1- Description de l'installation :

L'installation, dont le schéma d'ensemble est montré à la figure (17) et fonctionnant en circuit fermé, a été conçue tel que :

- a) Le clapet antiretour est disposé le long d'un tronçon rectiligne de la conduite de refoulement. Plus exactement, ce tronçon est placé horizontalement et possède une longueur supérieure à cinquante fois le diamètre de cette conduite. Ainsi, de cette façon on limitera les effets de différentes réflexions parasites d'ondes provenant des installations annexes situées à proximité lorsqu'elles sont en marche.
- b) La conduite est alimentée en eau à partir d'un réservoir dont la surface libre est soumise à la pression atmosphérique. De cette façon, on disposera par conséquent d'une condition à la limite bien définie à l'entrée du tronçon alimentant la pompe.
- c) A l'extrémité de la conduite de refoulement un réservoir est installé et est muni d'un trop plein. Ainsi cela va permettre de disposer (comme pour le réservoir d'aspiration) d'une condition limite fixée à l'avance.



- Fig. 17 - Schéma simplifié de l'installation hydraulique.

Compte tenu de ces remarques, l'ensemble expérimental se compose essentiellement des différents éléments suivants :

**** Réservoir d'alimentation :**

Ce réservoir, dénommé par la suite réservoir d'aspiration et est noté RAS, possède une capacité qui dépasse les 54m^3 d'eau et qui permet d'admettre que le niveau de la surface libre soit maintenu constant à chaque instant.

**** Réservoir de refoulement :**

Ce réservoir (noté Rr, Fig. 17) a un volume de $0,55 \times 0,45 \times 0,58 \text{ m}^3$ et sa surface libre est maintenue à un niveau fixe dont la hauteur géodésique de 6,5m est assurée au moyen d'un trop plein.

**** Un groupe motopompe :**

Ce groupe constitue le générateur de débit de l'installation. Il est constitué d'un moteur asynchrone à cage d'écureuil (à deux paires de pôles) et d'une pompe centrifuge à deux étages. Ce groupe comporte en outre une génératrice tachymétrique permettant la mesure de la vitesse de rotation du groupe moto pompe.

**** Conduite d'aspiration :**

Ce tronçon a pour caractéristiques

Longueur = 9,6m , Diamètre = 150 mm , Epaisseur de la paroi = 4,5 mm .

À l'entrée de cette conduite est fixé le couple Crépine - Clapet permettant d'assurer l'amorçage de la pompe. Le long de cette conduite l'installation de trois coudes de 90° a été nécessaire.

**** Conduite de refoulement :**

Au refoulement du groupe motopompe deux tronçons sont utilisés :

- Le premier tronçon d'une longueur de 6,8 m, de diamètre 100mm et d'une épaisseur de 4,5mm ; les principaux éléments du dispositif de mesure sont installés sur ce tronçon (voir Fig. 18).
- Le second tronçon est relié au premier au moyen d'un convergent. Ce tronçon a pour caractéristiques : longueur 289,5m, diamètre intérieur 70mm et épaisseur 3,5mm ; le long de ce tronçon la conduite passe par un point haut situé à 7,1m par rapport au plan de référence qui est dans notre cas la surface libre du réservoir d'aspiration.

Notons ici que le choix de la longueur de la conduite de refoulement a été fait de façon à ce que d'une part le temps d'aller-retour d'une perturbation produite à la suite d'une disjonction de la pompe soit suffisamment grand et d'autre part cela nous permettra par la suite d'y intervenir sur cette longueur au moyen d'un jeu de vannes (V2, V3, et V4, Fig. 17) pour pouvoir étudier l'influence de longueur de la conduite sur le comportement du clapet. De même le diamètre du premier tronçon est dicté par celui du clapet antiretour est par celui du refoulement de la pompe. Enfin signalons que le long de cette conduite de refoulement on enregistre l'existence de 46 coudes à angle droit , un té , deux convergents (100/65 et 100/70) et un divergent (65/100).

(18a)

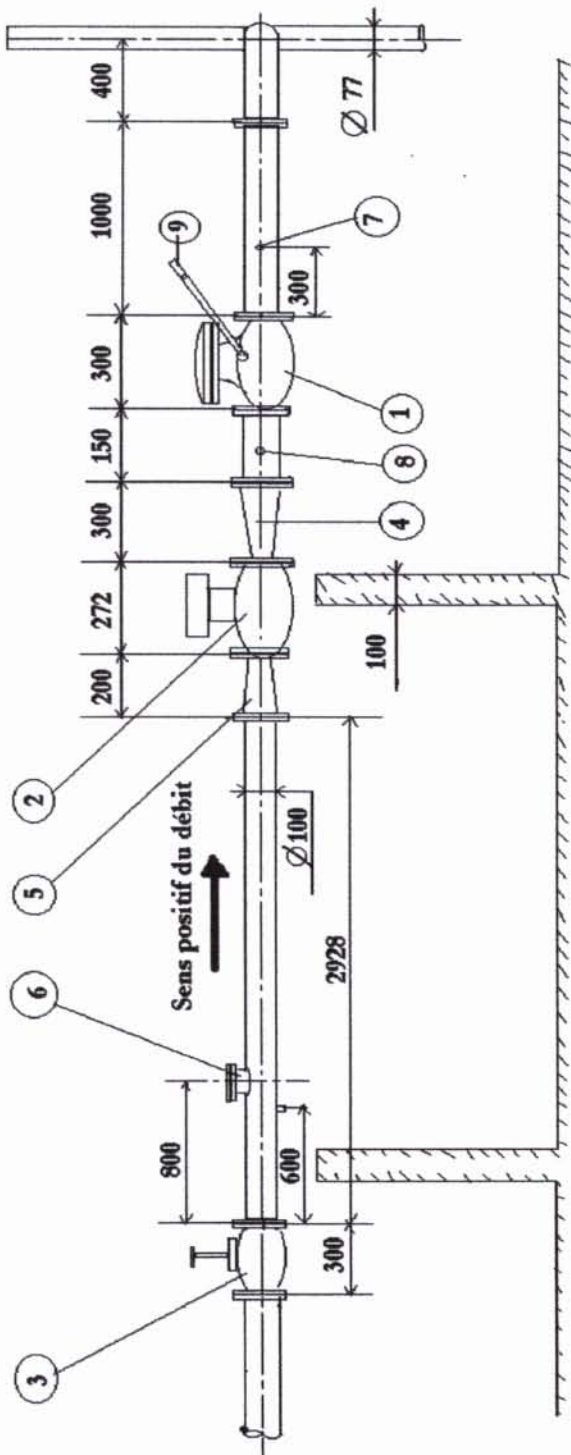
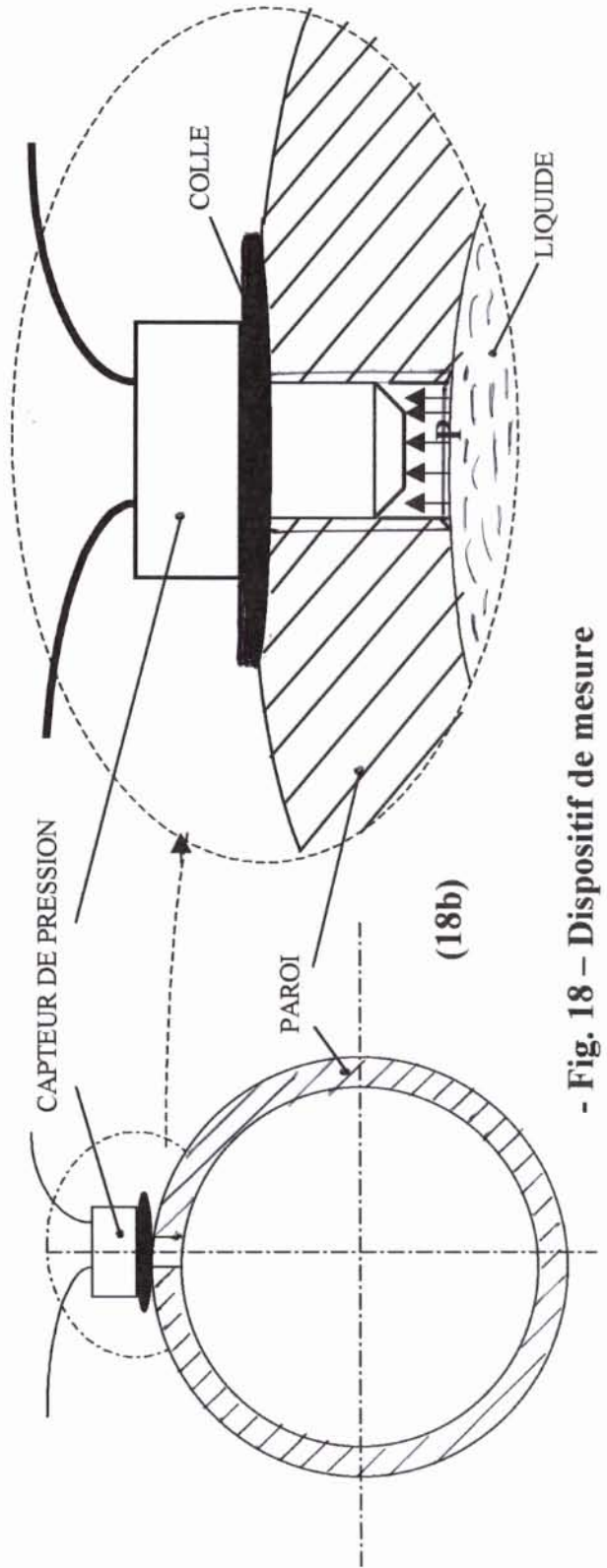


Fig. 18. Dispositif de mesure

- 1- Clapet antiretour DN100
- 2- Débitmètre DN65
- 3- Vanne de réglage
- 4- Divergent 65/100
- 5- Convergent 100/65
- 6- Support de soupape de sécurité
- 7 / 8 Bras du contre-poids
- 9- Bras du contre-poids



- Fig. 18 – Dispositif de mesure

III-1-2- Dispositif de mesure (Fig. 18) :

Ce dispositif se compose d'un ensemble de capteurs permettant de mesurer les pressions (à l'amont et à l'aval du clapet) , le débit du fluide , l'angle φ donnant la position du battant par rapport à son siège A (Fig. 1) et la vitesse de rotation du groupe motopompe.

III-1-2-1- Mesure des pressions à l'aval et à l'amont du clapet :

Les deux sections de mesure P_1 et P_2 sont équipées chacune d'un capteur de pression de type piézo-résistif présentant les caractéristiques suivantes :

- Assez faible encombrement ($\phi_{ext}=3,2mm$).
- Faible temps de réponse (de l'ordre de $10^{-4}s$).
- Bonne sensibilité (de l'ordre de $2,5mv/bar$).
- Assez faible dérive thermique et tout particulièrement pour le domaine des températures qui nous concerne.
- Bonne linéarité et faible hystérésis (inférieur à 1% de l'étendue de la mesure).

Chacun de ces deux capteurs est logé dans un alésage radial de telle façon que la partie sensible (membrane en silicium de type N) affleure la surface interne de la conduite. Cet alésage a été réalisé par simple perçage (opération suivie par celle de taraudage). Une fois fixé sur la conduite chaque capteur de pression est collé à la paroi externe de la conduite (voir Fig.18b).

III-1-2-2- Mesure du débit Q:

La mesure du débit instantané est effectuée à l'aide d'un débitmètre électromagnétique DN65 dont le principe de fonctionnement est le suivant :

Si lors du mouvement de l'eau dans une conduite isolée électriquement, on crée un champ magnétique dont l'induction magnétique $\vec{B}$ est perpendiculaire à l'axe de cette conduite on produit alors et ce malgré la faible conductivité de l'eau une tension entre deux électrodes placées sur la paroi l'une en face de l'autre sur le diamètre perpendiculaire à l'induction $\vec{B}$. La valeur de cette tension produite (ou plus exactement la valeur de la force électromotrice produite) est définie par la formule suivante

$$e=BDV,$$

formule découlant de la loi de FARADAY.

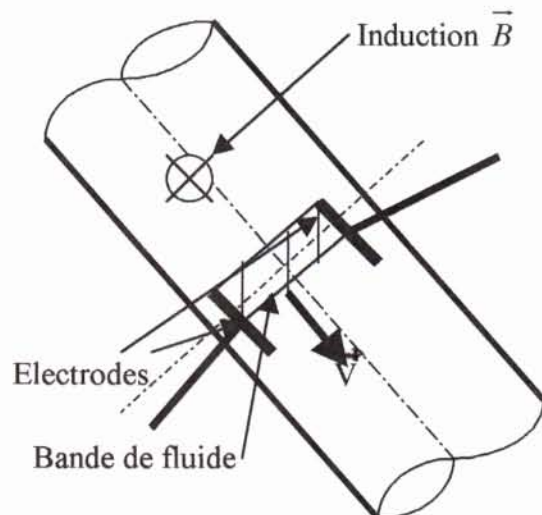
Comme le débit volume est donné par

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} V$$

expression qui est combinée avec celle de la force électromotrice e donne

$$Q=Ke$$

avec
$$K = \frac{\pi D}{4B}$$



- Fig. 19 -

Le choix d'un tel appareil est justifié par les avantages suivants qu'il présente :

- Absence totale de pièces mobiles et donc d'usure.
- Un tel appareil ne cause pratiquement aucune perte de charge.
- L'alimentation des bobines en courant alternatif permet d'éviter toute polarisation des électrodes.
- La mesure du débit est pratiquement indépendante de la répartition des vitesses à l'intérieur de la conduite. En effet, malgré la variation de cette vitesse suivant le rayon de la conduite, on démontre que cette valeur mesurée correspond justement à la valeur moyenne de la vitesse et ce du fait de sa répartition est symétrique par rapport à l'axe de la canalisation.

L'installation de ce débitmètre DN65 est telle que :

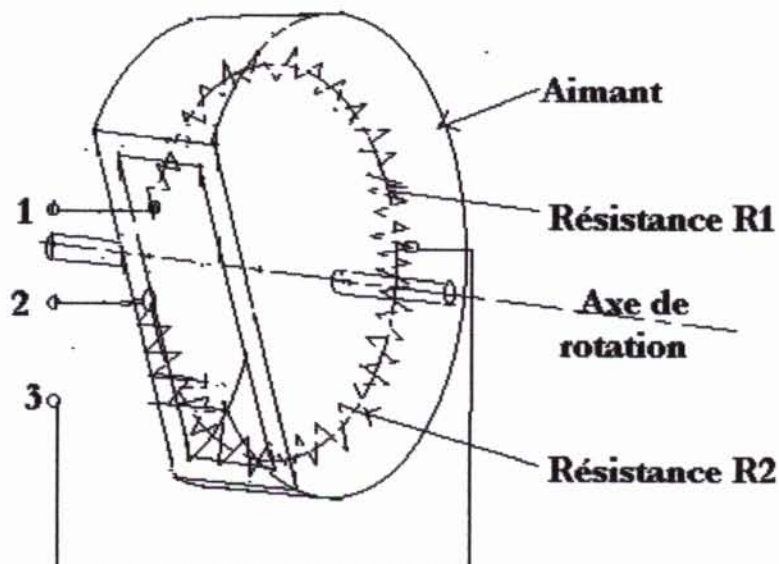
- a) il peut être interverti avec le clapet antiretour ;
- b) la norme NF-X10-120 est respectée; en effet la tuyauterie est rectiligne aussi bien en amont du débitmètre (sur une longueur supérieure à trente fois le diamètre 65mm) qu'en aval de ce débitmètre (plus de cinq fois le diamètre 65mm).

Un schéma d'ensemble qui permet de mieux comprendre le principe de fonctionnement d'un débitmètre électromagnétique est donné en annexe.

III-1-2-3- Mesure de l'angle φ :

La mesure de cet angle est assurée au moyen d'un potentiomètre angulaire magnétique placé le long de l'axe de rotation OO' du battant. La tension de mesure est donnée par la relation :

$$U = \frac{R_1}{R_1 + R_2} e = \frac{R_1}{R} e$$



- Fig. 20 - Schéma de principe de la mesure de l'angle φ au moyen de magnétorésistances R1 et R2.

La résistance ou plus exactement la magnétorésistance R_1 étant fonction de la position de l'aimant dont l'induction magnétique couvre une partie de cette résistance. On notera ici que pour toute position de l'aimant la somme

$$R=R_1+R_2$$

est maintenue constante.

La tension mesurée U présente une variation quasi linéaire pour une plage d'angles d'environ 80 à 90°.

Malgré sa grande sensibilité thermique sous la tension de mesure (problème résolu au moyen d'un jeu de résistances placées en série, jeu qui sert de compensateur thermique) ce type de capteur est préféré à un capteur mécanique à cause des inconvénients dus au frottement du curseur sur la piste.

Le potentiomètre est alimenté en courant continu entre les bornes 1 et 2 sous une tension de 24v. La tension U de mesure est prélevée entre la borne 1 et la borne 3.

III-1-2-4- Mesure de la vitesse de rotation N du groupe motopompe :

La vitesse de rotation du groupe motopompe est effectuée à l'aide d'une génératrice tachymétrique à courant continu et dont le rotor est à cloche. Malgré la faible tension qu'elle dérive, cette génératrice possède les deux propriétés importantes suivante par rapport à une génératrice à rotor bobiné :

- très faible moment d'inertie introduit au groupe ;
- faible réaction d'induit qui n'affecte nullement ni la linéarité de la mesure, ni la rapidité du temps de réponse.

L'ensemble de ces cinq signaux (P_1 , P_2 , φ , $QPC(NPC+1)$ et N) est dirigé vers un enregistreur (muni de préamplificateurs) rapide multivoies (au nombre de huit) de type oscilloscopique.

Les deux figures 21 et 22 sont des exemples types d'enregistrements obtenus à la suite de la disjonction de la pompe. Pour la première figure les conditions d'essais sont :

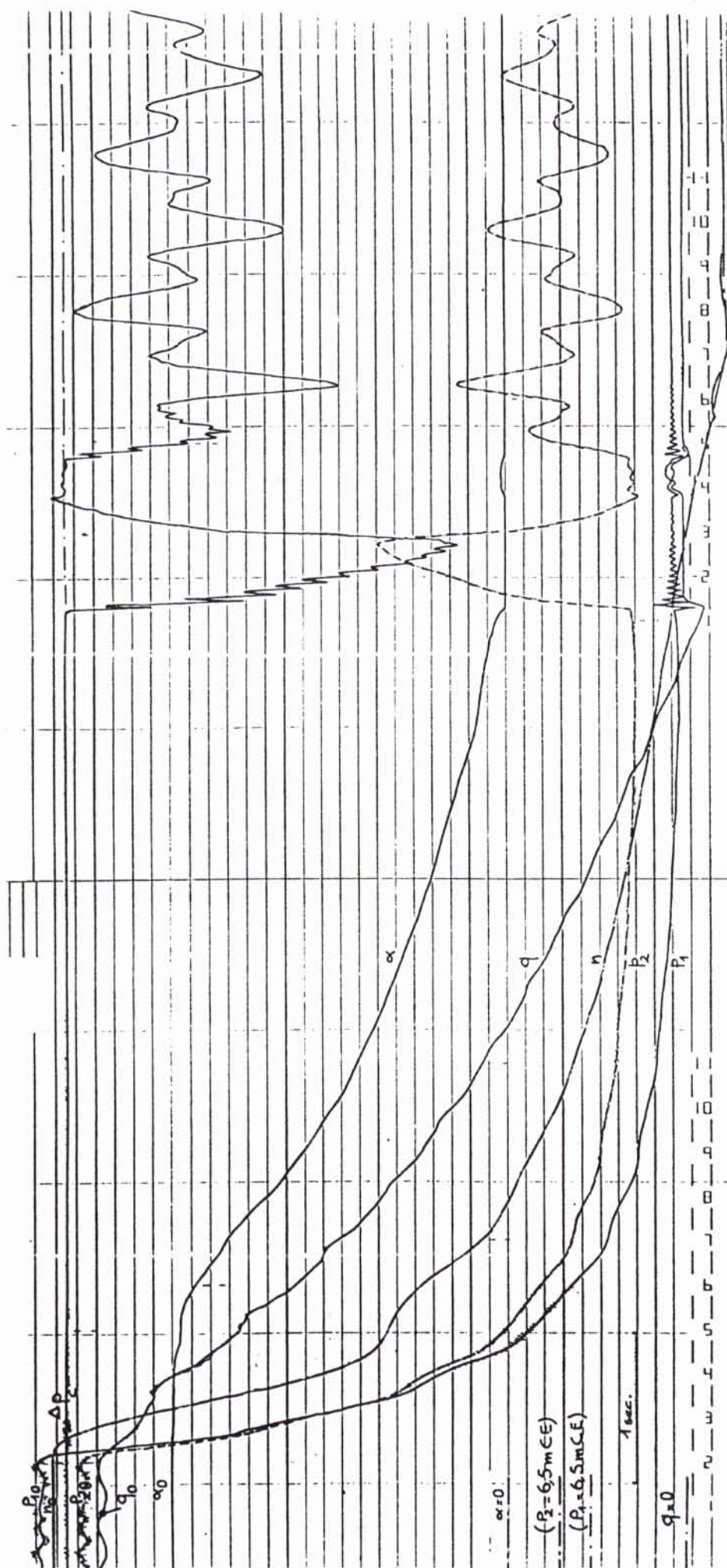
- Longueur totale de la conduite de refoulement 296,3m, point haut à 7,1m, la cote de la surface libre du réservoir R_r (voir Fig. 17) est à 6,5m, clapet antiretour non muni de contrepoids.
- Même caractéristiques que le cas précédent avec comme différence un contrepoids de 0,455 kgf est fixé à l'extrémité du bras 9 (Fig. 18) du clapet.

III-2- Détermination du moment d'inertie du battant :

Le principe de la détermination du moment d'inertie, par voie expérimentale, a pour base la mesure de la période du battant se comportant en pendule composé.

Considérons le mouvement d'un solide tournant librement autour d'un axe horizontal fixe Oz (Fig. 14) et tel que O ne soit pas confondu avec le centre de masse G . A partir de la seconde loi de la dynamique (équation (2)) on peut écrire ;

808



- Fig. 21 – Résultat expérimental – Comportement dynamique du clapet antiretour à battant DN100 – Débit initial 8.6 l/s

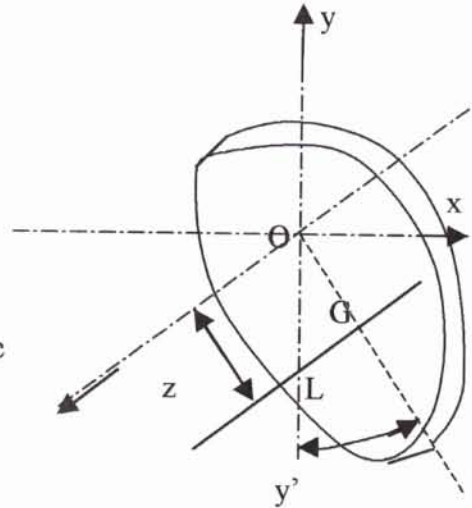
10/10



- Fig. 22 - Résultat expérimental - Comportement dynamique du clapet antiretour à battant DN100 muni d'un contrepoids - Débit initial 8.6 l/s

$$I \ddot{\varphi} - MgL \sin \varphi = 0$$

avec I le moment d'inertie du pendule composé par rapport à l'axe Oz (axe horizontal) ;
 M masse du pendule ;
 L distance OG ;
 φ angle que fait à chaque instant la droite OG avec le demi axe Oy' ;
 $\ddot{\varphi} = d^2\varphi / dt^2$



- Fig. 23 - Pendule composé

La résolution de cette équation différentielle fournit l'expression de la période d'oscillations T qui a la forme suivante :

$$T = 4 \sqrt{\frac{I}{MgL}} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = 4K \sqrt{\frac{I}{MgL}}$$

avec $k = \sin(\varphi_0/2)$ où φ_0 est la valeur de l'angle φ à l'instant $t=0$;

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$$

elliptique

Cette dernière intégrale est de type ~~hyperbolique~~ elliptique. On a pour pratiquement $\sin \varphi_0 = 0.25$ (soit pour un angle de $14,5^\circ$ environ), ce coefficient K prend la valeur 1,597 (voir tableau ci joint à ce mémoire).

En utilisant d'une part cette formule de T et d'autre part la formule de HUYGENS on peut déterminer le moment d'inertie du battant par rapport à son axe de rotation. Pour cela nous avons exécuté les deux essais suivants :

- 1) Rotation du battant par rapport à l'axe Oz de la figure suivante, la tige portant le battant étant fixe. Les périodes pour différents nombres d'oscillations permettent de fournir la valeur moyenne de la période des ces oscillations.
- 2) Rotation du battant porté toujours par la même tige du point précédent mais ici au moyen d'un fil de masse négligeable et qui est fixé à cette tige au deux points P et $P1$ (voir Fig. 14). On mesure alors la période $T1$ pour un $\Delta L = 0,253m$.

Nous avons porté les résultats de ces mesures, mesures faites pour toute valeur de T à $\pm 0,05s$, dans le tableau de la page suivante.

Tableau 1

Mesure de T_0					Mesure de T_1				
	Nombre d'oscillations					Nombre d'oscillations			
	10	20	30	40		10	20	30	40
T (s) (Temps mesuré à $\pm 0,05s$)	6,15	12,19	18,24	24,27	T (s) (Temps mesuré à $\pm 0,05s$)	11,48	22,95	34,51	45,98
	6,09	12,13	18,27	24,29		11,59	22,96	34,47	46,05
	6,07	12,14	18,31	24,23		11,49	23,02	34,48	45,90
	6,09	12,14	18,24	24,21		11,47	22,98	34,51	45,95
	6,05	12,17	18,23	24,33		11,45	23,09	34,61	45,91
	6,12	12,13	18,22	24,21		11,43	22,96	34,51	45,90
	6,09	12,12	18,26	24,23		11,57	22,96	34,48	45,98
	6,05	12,17	18,21	24,26		11,47	22,38	34,61	46,02
	6,09	12,14	18,19	24,17					
	6,08	12,18	18,27	24,28					
T_{moy}	6,09	12,14	18,24	24,25	T_{moy}	11,49	23,00	34,51	45,96

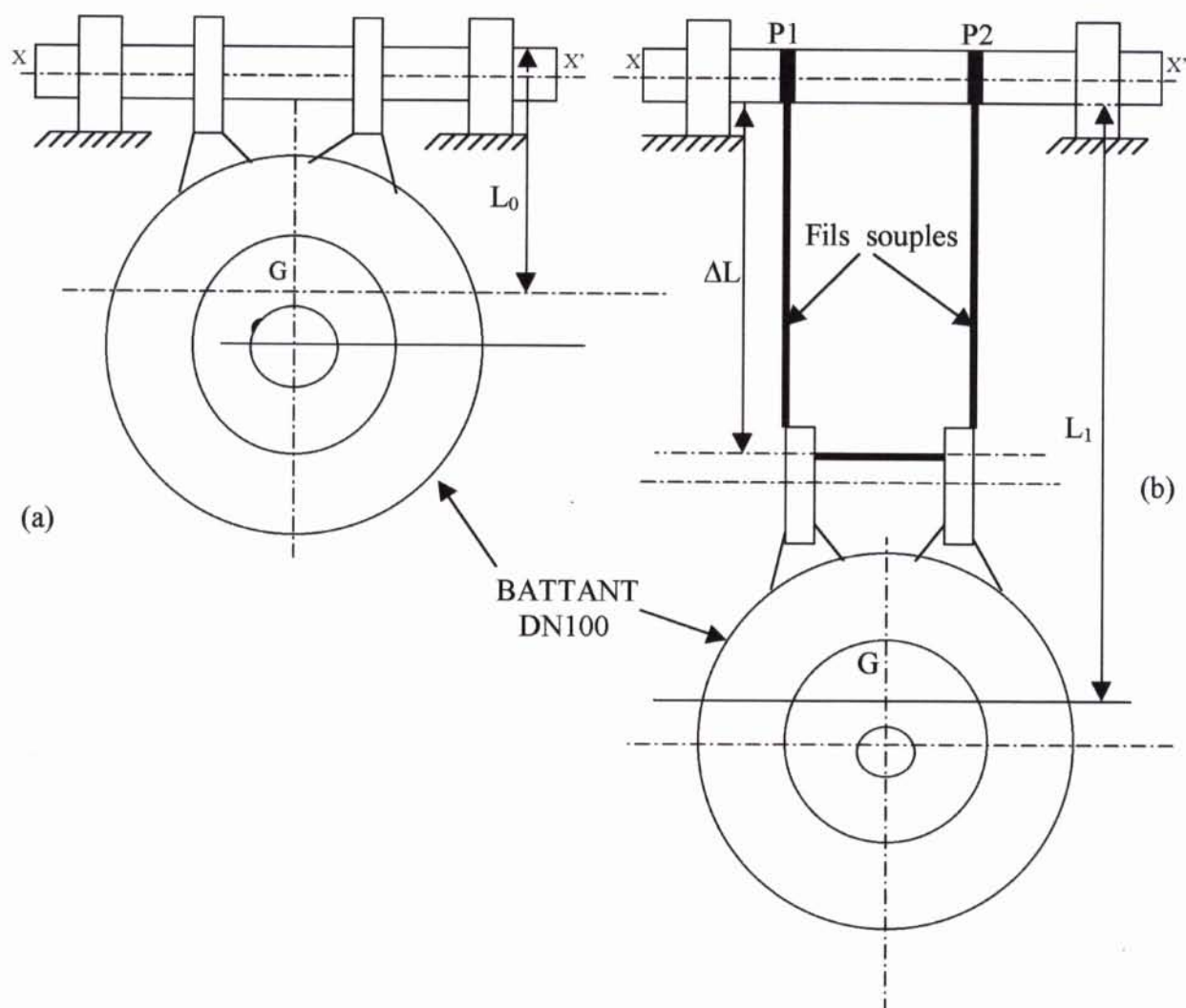


Fig. 24 - Mesure des périodes T_0 et T_1

A partir de ces tableaux on tire les valeurs de T_0 et de T_1 (périodes moyennes évaluées à $\pm 0,05s$ près) :

- Période T_0 :

$$T_0 = \frac{1}{4}(0,6095 + 0,6068 + 0,6081 + 0,606) = 0,6075s$$

- Période T_1 :

$$T_1 = \frac{1}{4}(1,149 + 1,150 + 1,150 + 1,149) \cong 1,150s$$

Pour le premier essai (mesure de T_0) on dispose des deux équations suivantes :

$$I_0 = I_G + M_B L_0^2 \quad (108)$$

$$T_0 = 4K \sqrt{\frac{I_0}{Mg L_0}} \quad (109)$$

avec I_G le moment d'inertie du battant par rapport à un axe horizontal parallèle à xx' et passant par le centre de gravité G (Fig. 24a).

On a de même pour le deuxième essai les deux équations suivantes :

$$I_1 = I_G + M_B L_1^2 \quad (110)$$

$$T_1 = 4K \sqrt{\frac{I_1}{Mg L_1}} \quad (111)$$

A ces quatre équations on ajoutera celle qui lie les deux longueurs L_0 et L_1

$$\Delta L = L_1 - L_0 = 0,253m$$

La résolution du système d'équations formé par ces cinq dernières équations (dont les inconnues sont I_0, I_1, I_G, L_0 et L_1) permet d'écrire l'expression de L_0 sous la forme suivante :

$$L_0 = \frac{\Delta L^2 - \frac{g}{16K^2} \Delta L \cdot T_0^2}{\frac{g[T_1^2 - T_0^2]}{16K^2} - 2\Delta L}$$

En reportant les valeurs de ΔL , K , T_0 , T_1 dans cette dernière relation on trouve

$$L_0 = \frac{(0,253)^2 - \frac{9,81 \times 0,253}{16 \times 1,577^2} \times 1,15^2}{\frac{9,81 \times (1,15^2 - 0,607^2)}{16 \times 1,577^2} - 2 \times 0,253} = 0,0682 m$$

La valeur de L_0 étant connue, on calcule d'abord le moment d'inertie I_0 (avec $M_B=1,745\text{kg}$) et dont la valeur est utilisée dans l'expression (62) pour calculer le moment d'inertie I_G ; on trouve :

$$I_G=0,00268 \text{ kg.m}^2$$

En utilisant à présent la formule de HUYGENS, on calcule le moment d'inertie du battant , l'inconnue de départ :

$$I_B = I_G + M_B (L_0 - 0,006)^2$$

soit
$$I_B = 0,00268 + 1,745 \times (0,0682 - 0,006)^2 = 0,00943 \text{ kg.m}^2$$

Vérification :

On a effectué un troisième essai afin de vérifier l'exactitude de cette valeur de I_G . Cet essai a été effectué avec un $\Delta L=0,184\text{m}$. Les mesures obtenues à l'issu de cet essai sont regroupées dans le tableau suivant :

Tableau 2

Mesure de T_0				
	Nombre d'oscillations			
	10	20	30	40
T (s) (Temps mesuré à $\pm 0,05\text{s}$)	10,29	20,80	31,09	41,59
	10,44	20,83	31,12	41,69
	10,30	20,71	31,06	41,50
	10,29	20,77	31,03	41,47
	10,22	20,86	31,18	41,58
	10,33	20,73	31,22	41,70
t_{moy}	10,31	20,78	31,12	41,59

On a donc comme période moyenne mesurée : $T=1,038\text{s}$

Vérifions ce résultat en utilisant d'une part la formule de HUYGENS :

$$I = I_G + M_B (L_0 + \Delta L)^2 = 0,00268 + 1,745 \times (0,0682 + 0,184)^2 = 0,11367 \text{ kg.m}^2$$

et d'autre part l'expression donnant la valeur de la période

$$T' = 4K \sqrt{\frac{I}{M_B g (L_0 + \Delta L)}} = 4 \times 1,577 \times \sqrt{\frac{0,11367}{1,745 \times 9,81 \times (0,0682 + 0,184)}} = 1,024 \text{ s}$$

soit une erreur de l'ordre de

$$\varepsilon = \frac{1,038 - 1,024}{1,038} \times 100 = 1,35 \%$$

III-3 Détermination des coefficients C_m et KSI :

L'utilisation de l'expression (74) impose la connaissance du coefficient de moment C_m en fonction de l'angle φ . De même l'utilisation de l'expression (87) impose que soit donné le coefficient des pertes de charge locales ξ .

La détermination expérimentale de ces deux coefficients a été faite sur l'installation décrite en III-1-1 pour les débits directs (ou positifs) et au moyen d'une installation annexe dont le schéma simplifié est montré à la figure (25) et ce pour les débits inverses (négatifs). Pour tel ou tel cas (débits positifs ou négatifs) on installe, dans la conduite, un certain débit et on mesure pour un certain contre poids l'angle φ et la perte de charge locale engendrée par le clapet. Notons ici que la mesure de cette dernière pour le cas des débits inverses a été assurée au moyen d'un tube en U posé sur un plan incliné Π faisant un angle d'environ $48,5^\circ$ avec l'horizontale (voir Fig. 18).

Pour calculer le coefficient C_m on utilisera la relation suivante :

$$M_B L_C g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \sin \varphi \pm M_{CP} L_{CP} g \sin(\varphi + \beta) - C_m \rho S_B V^2 = 0$$

Cette relation est tirée de l'équation d'équilibre du battant et elle traduit l'annulation de la somme des moments des forces extérieures appliquées à ce battant. On a introduit de plus ici par rapport à la relation (74) le moment du contre poids de masse M_{CP} et dont la longueur de son bras de levier est notée L_{CP} . Ce dernier bras fait avec le plan portant la surface moyenne du battant un angle $\beta=65^\circ$.

Le signe supérieur dans cette équation est pris dans le cas de débit positif et le signe inférieur dans le cas de débit négatif.

Une fois la perte de charge ΔH définie par la formule (72) est mesurée pour un certain débit Q_{PC} , on calculera à la place du coefficient ξ la valeur KSI donnée par l'expression :

$$\Delta H = KSI(\varphi) Q_{PC}^2$$

En réalité pour qu'une étude du régime transitoire soit assez fidèle du phénomène décrit les deux coefficients C_m et KSI doivent être données sous forme de fonctions non seulement de la seule variable φ mais aussi d'une part de la dérivée de cet angle et d'autre part du débit Q_{PC} . A défaut de résultats expérimentaux à ce sujet nous avons pour les applications numériques admis que ces coefficients ne dépendent que de l'angle φ .

Les mesures, les conditions d'essais et les valeurs de ces deux coefficients sont regroupées dans les tableaux donnés en annexe. Nous présentons sur les deux graphes suivants (Fig. 26 et 27) les courbes de ces deux fonctions $C_m(\varphi)$ et $KSI(\varphi)$ pour les cas de débits positifs.

Remarque :

La mesure du débit inverse sur l'installation annexe était faite sur la base d'une simple mesure du laps de temps Δt qui s'écoule pour un volume L choisi au départ. Le rapport $L/\Delta t$ correspond justement au débit moyen Q_{PC} .

III-4- Tracé de la courbe caractéristique de la pompe :

Le tracé de la courbe caractéristique de la pompe d'alimentation du circuit hydraulique décrit en III-1 a été fourni par le constructeur BERGERON à la livraison du groupe moto pompe. Hors depuis sa première mise en marche (vers la fin des années 70), il s'est avéré que cette caractéristique s'est légèrement altérée ce qui est démontré par les mesures faites sur site de notre installation. Ces mesures consistaient à relever :

- le débit de la pompe dont la variation était assurée au moyen de la vanne 3 (voir Fig. 17) ;
- la pression de refoulement, mesure effectuée au moyen d'un manomètre à BOURDON préalablement étalonné ;

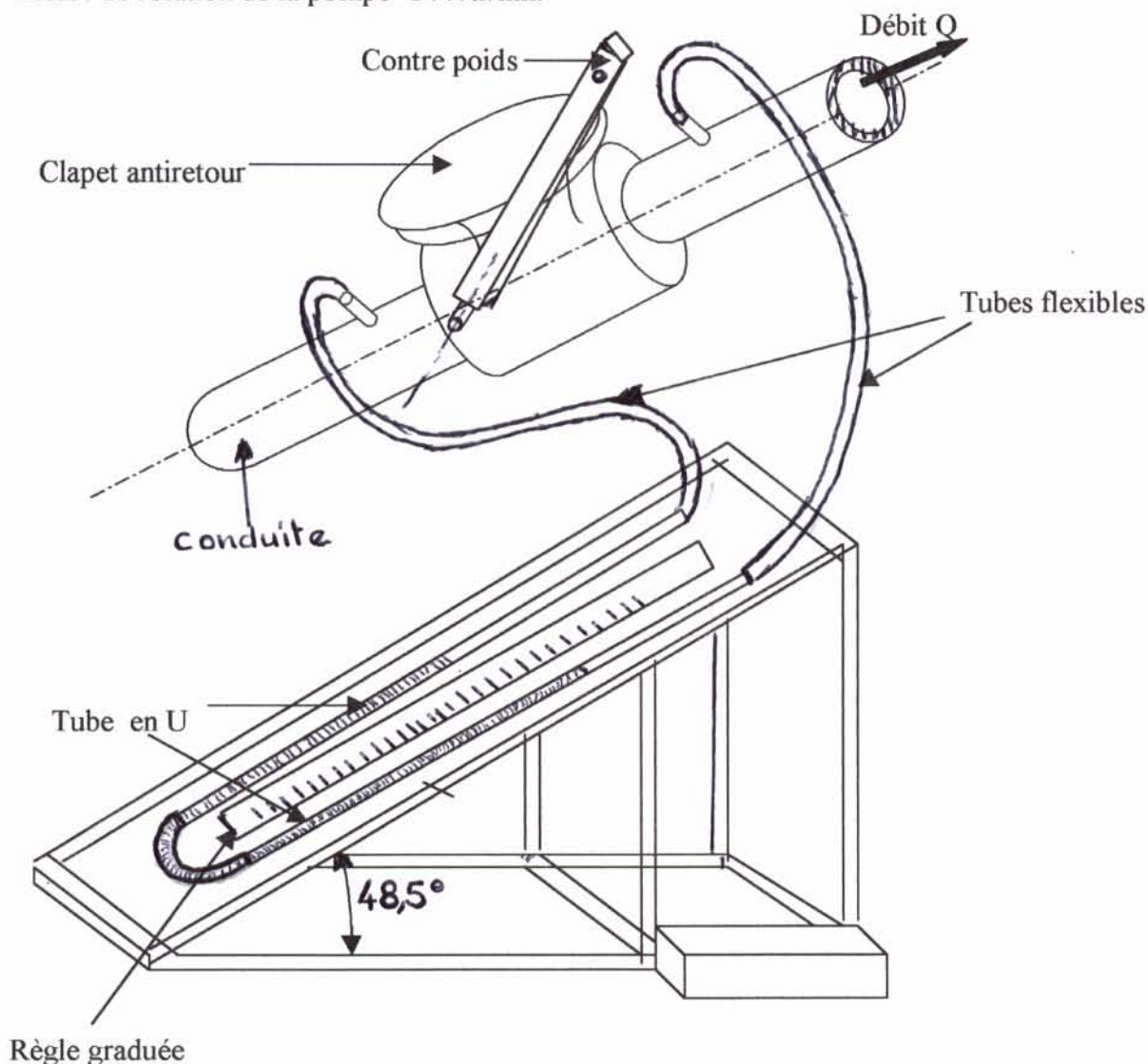
- la vitesse de rotation du groupe moto pompe et la puissance électrique absorbée par le moteur asynchrone; cette mesure de la puissance, elle a été effectuée par la méthode des deux wattmètres.

A l'issu de ces différentes mesures et après avoir admis les deux points suivants :

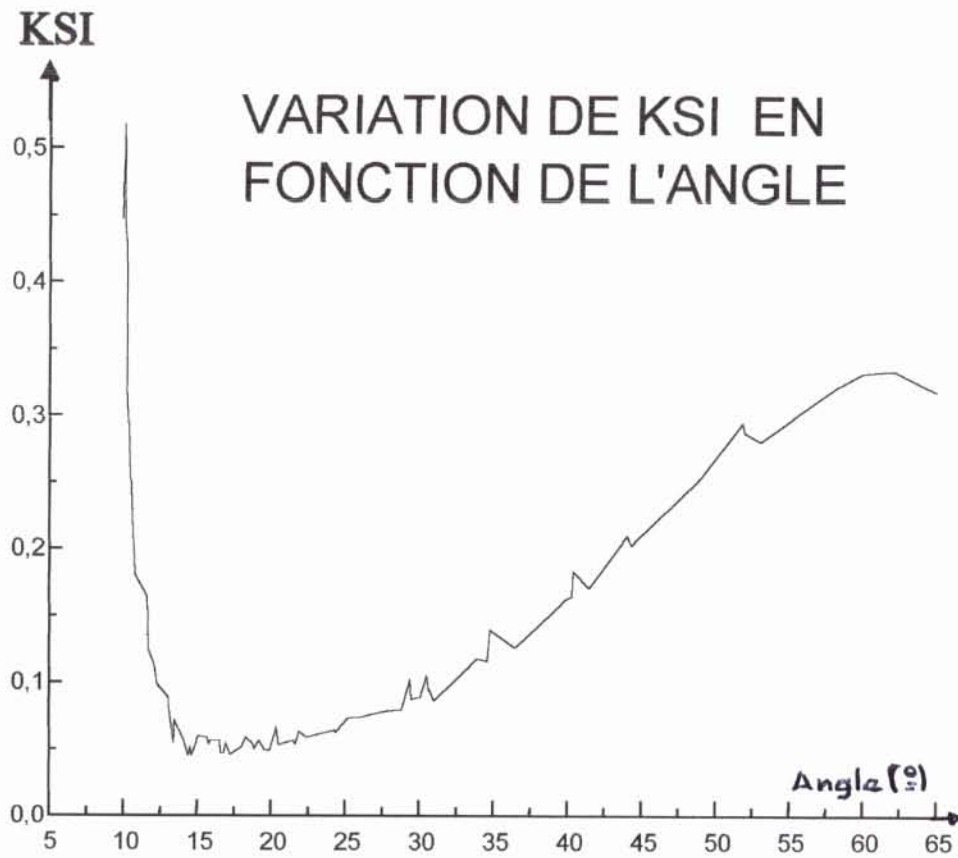
- a) la hauteur de pression à l'aspiration de la pompe est supposée maintenue constante et est égale à $(-0,5\text{mCE})$; cette hypothèse est plus ou moins justifiée par le fait d'une part d'une faible longueur de la conduite d'aspiration et d'autre part surtout du fait que le diamètre à l'aspiration est de 150mm ;
- b) le rendement du moteur est estimé à environ 0,76, valeur justifiée par de faibles variations enregistrées de la vitesse de rotation et de la puissance absorbée par le moteur pour l'ensemble des mesures effectuées ;

nous avons obtenu la courbe 2 de la Fig. 28 qui est la courbe caractéristique de la pompe recherchée. Sur la même figure, la courbe 1 est la courbe caractéristique donnée par le constructeur BERGERON avec les conditions d'essais suivantes :

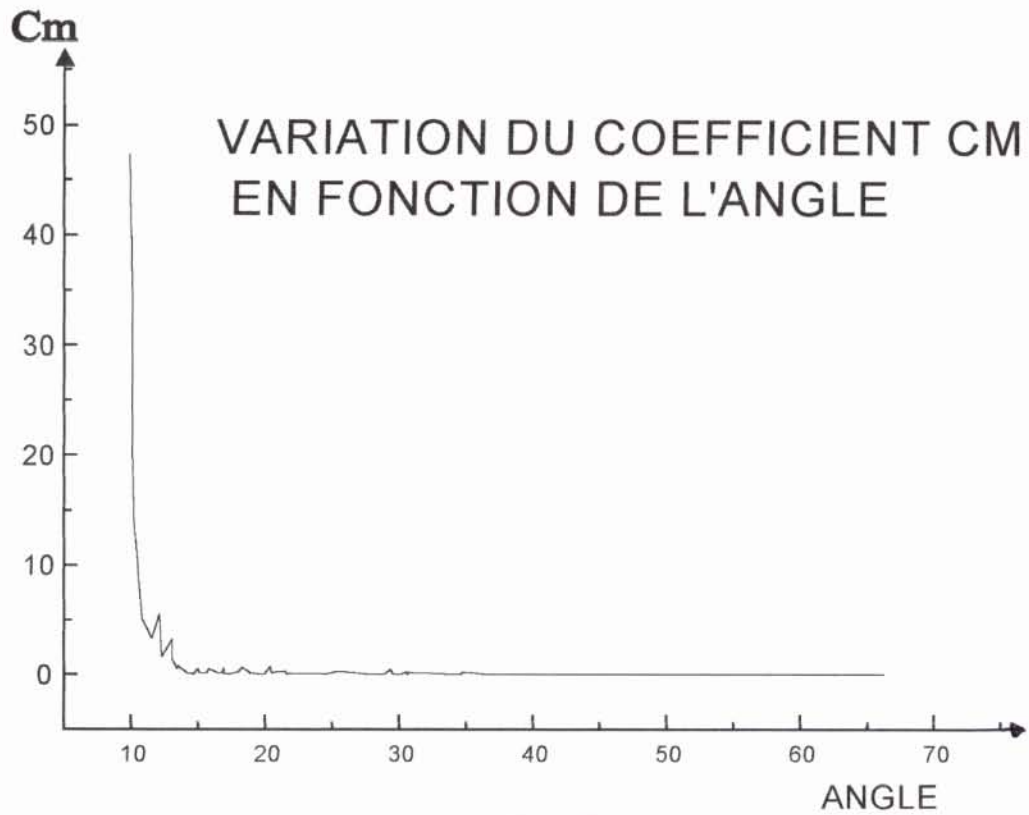
- diamètre d'aspiration = 150mm , diamètre de refoulement = 125mm ;
- vitesse de rotation de la pompe = 1440tr/mn.



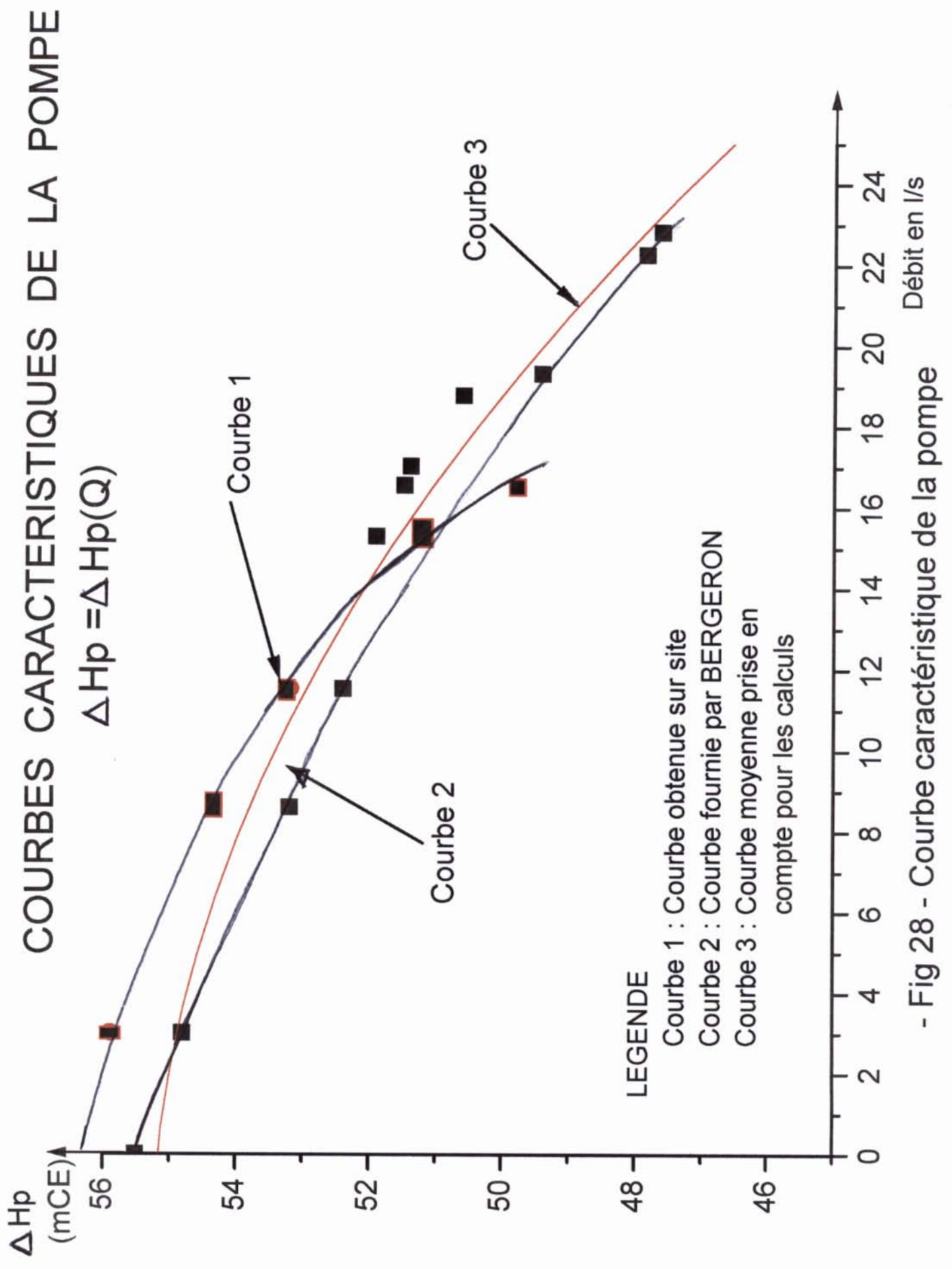
- Fig. 25 – Mesure de la perte de charge causée par le clapet



- Fig 26 -



- Fig 27 -



- Fig 28 - Courbe caractéristique de la pompe

CHAPITRE IV

COMPARAISONS DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX

IV-1- Dénomination des circuits hydrauliques :

Compte tenu du grand nombre de paramètres pouvant influencer le comportement dynamique d'un clapet antiretour à battant, une étude exhaustive ne paraît pas possible. Néanmoins nous allons présenter un certain nombre de résultats numériques dont quelques-uns sont validés au moyen d'expériences effectuées sur un clapet à battant DN100 (voir chapitre précédent), résultats obtenus chaque fois à la suite d'une disjonction de la pompe centrifuge.

Pour écrire l'ensemble de ces résultats (théoriques et expérimentaux) et en se référant au circuit hydraulique donné en page 56 (Fig. 17) , nous allons convenir des dénominations suivantes :

- **Circuit B300P :** Il s'agit ici du circuit hydraulique dont la longueur de la conduite de refoulement est de 296.5m et dont la surface libre du réservoir de refoulement R_r est à 6.5m du sol , ce dernier étant toujours pris pour plan de référence. La lettre P qui suit le nombre 300 indique que le point haut (ou point de contrôle) est situé à 13,7m du refoulement de la pompe et dont la hauteur géodésique est de 7.3m. Pour un tel circuit on a respectivement : Vanne V1 fermée partiellement - Vannes V2 et V4 ouvertes - Vannes V5 et V3 fermées.
- **Circuit B300P2 ou B300P/2 :** Ce circuit possède partout presque les mêmes caractéristiques que le circuit B300P sauf que le point haut est situé à 3.8m du sol ce qui par conséquent réduit la longueur totale de la conduite de refoulement à 289.5m. Le long de cette conduite de refoulement on a : V1 partiellement fermée, vannes V2 et V4 ouvertes V3 et V5 fermées.
- **Circuit B100 :** Ici la conduite de refoulement a une longueur de soit 128m pour le cas du point haut à 7.3m du sol (P) soit 121m pour le cas où le point haut est à 3.8m du sol. Pour un tel circuit on a : V1 ouverte partiellement - V3 et V5 ouvertes - V2 et V4 fermées.
- **Circuit A300 (A100) :** Pour ces circuits on ferme la vanne V2 et l'on ouvre la vanne V3

ce qui réduit la longueur de la conduite de refoulement à 128m (122.3m). Chaque fois que le point haut est à 7.3m on fera suivre A300 par la lettre P sinon si ce point haut est à 3.8m on notera non pas P mais P2.

Dans le cas où le clapet antiretour est muni d'un contrepoids, on fera suivre chaque fois P ou P2 par les trois lettres CPL, initial de Contre-Poids avec comme longueur L du bras de levier. Ainsi par exemple pour un circuit dont la longueur de refoulement est de 128m, le point haut est à 7.3m et tel que le clapet est muni d'un contrepoids sera noté A100P.CPL.

IV-2- Cas élastiques :

L'ensemble des résultats présentés dans ce point ont été obtenus sur la base des hypothèses suivantes : paroi élastique et fluide newtonien (cas linéaires), profil en long de la conduite toujours complètement défini. La comparaison théorie-expérience est présentée ci-dessous pour chacun des circuits étudiés.

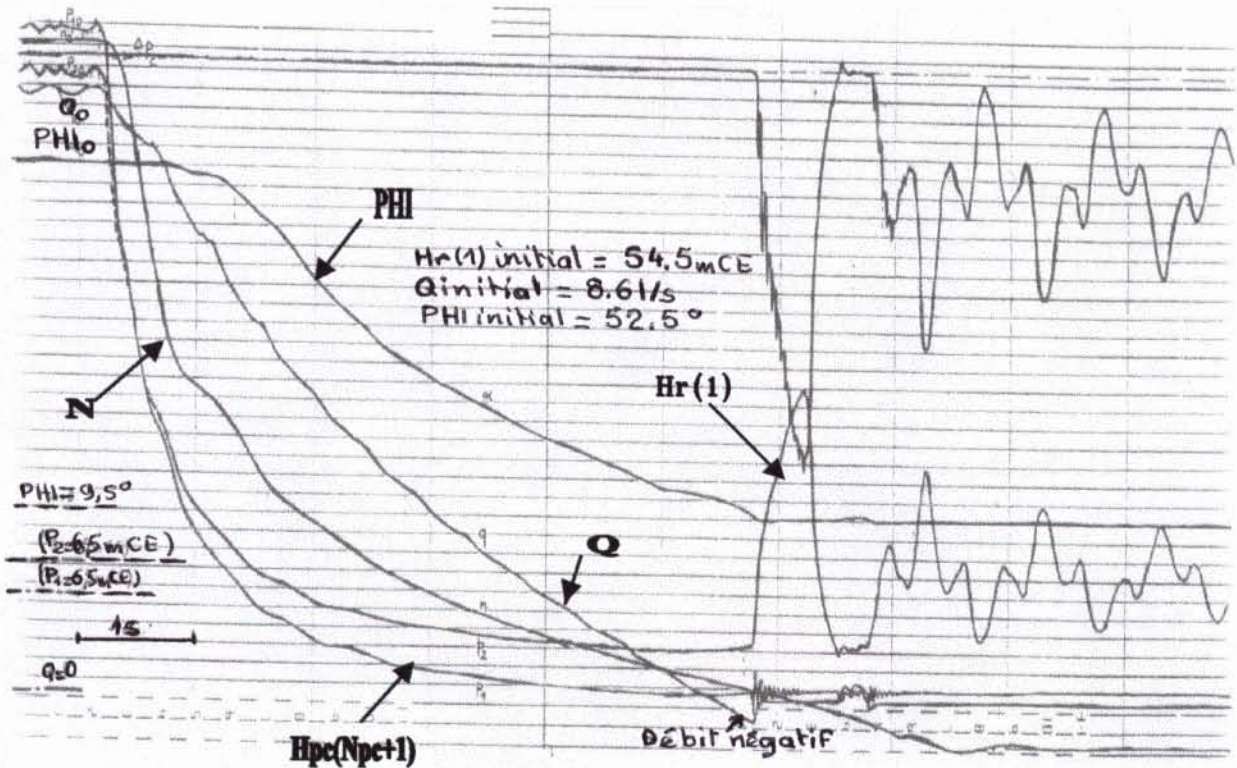
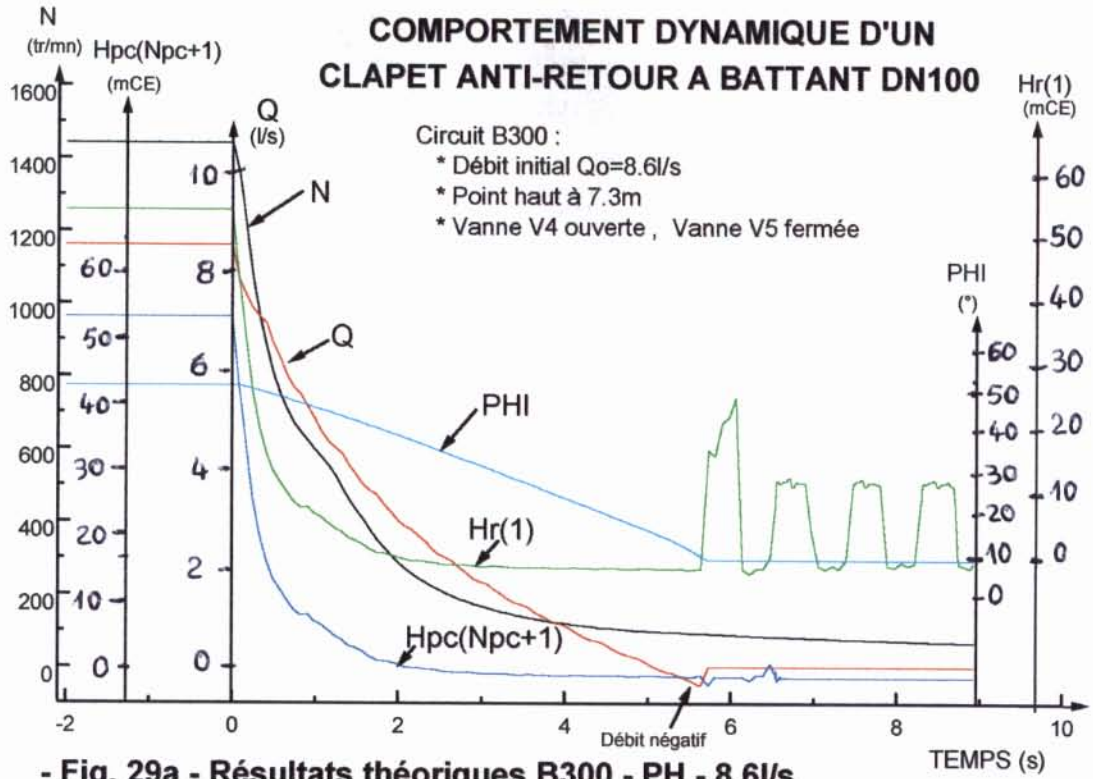
IV-2-1- Circuit B300P (Fig. 29) :

Au début de l'arrêt de la pompe, on observe des chutes rapides des pressions $H_{pc}(N_{pc}+1)$ et $H_r(1)$ (hauteurs respectivement en amont et en aval du battant) et du débit Q . Ces chutes rapides s'expliquent par le fait certes de la diminution de la vitesse de rotation N de la pompe, mais aussi suite à l'apparition d'une onde ou plus exactement d'une succession d'ondes de dépression qui s'installe le long du circuit de refoulement et ce à cause de la diminution du débit. Les aller-retour de ces ondes sont plus ou moins signalés par l'apparition de faibles pics sur la courbe du débit Q . L'intervalle entre deux pics successifs correspond justement au temps que met une onde de pression pour parcourir en aller-retour la conduite de refoulement.

L'écoulement du fluide continu a avoir lieu et ce malgré que le fait que la pression au refoulement de la pompe descende à environ 1.7m alors que la surface libre du réservoir de refoulement est à 6.5m du sol. En fait cet écoulement se justifie par la valeur de l'énergie cinétique que posséderait en ce moment le fluide. Or la diminution du débit entraîne la diminution de cette énergie cinétique juste au moment où elle serait inférieure à l'énergie potentielle du fluide au niveau du réservoir de refoulement ; cela aura pour conséquence un retour de fluide qui commence à avoir lieu à environ 5.2s du début du régime transitoire. Ce retour de fluide accélère

La fermeture du battant. Cette dernière est pratiquement totale à l'instant 5.7s. Telle est la première partie du comportement du battant.

L'arrêt brutal du débit qu'on vient de citer étant instantané cela provoque de nouvelles ondes de pression à fronts très raides : surpression en aval du battant, dépression en amont de ce battant. Les différents pics très serrés qui apparaissent sur la courbe $H_{pc}(N_{pc}+1)$ s'expliquent par le fait que l'onde de dépression parcourt (en aller-retour) une longueur de 15.7m. Notons ici que malgré la faible pression en amont du battant on n'enregistre pas de cavitation et surtout on est loin du cas de dévirage de la pompe comme le prouve la courbe de la vitesse de rotation N du groupe moto-pompe. Quant à l'onde de surpression, une fois qu'elle atteint le réservoir R_r , elle se réfléchit en onde de dépression ce qui se traduit sur la courbe $H_r(1)$ par une diminution de cette hauteur une fois qu'elle est atteinte les 24.5mCE. Cette diminution de la hauteur $H_r(1)$ est telle qu'elle atteint une valeur légèrement inférieure à celle qui existerait en amont du battant. Par conséquent, sous l'effet de cette différence de pression, une ouverture très faible du battant et un écoulement positif du fluide sont observés. Cette ouverture ne dure environ que 0.1s et une deuxième fermeture du battant a lieu par la suite. Après cette dernière fermeture on observe une régénération de l'onde précédente avec néanmoins une plus faible intensité de la pression maximale et ainsi de suite. Le phénomène s'amortit au fur et mesure dans le temps jusqu'à ce



que $H_r(1)$ soit égale à la hauteur du réservoir de refoulement, soit $H_r(1)=6.5\text{mCE}$. La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux démontre que la majorité des courbes obtenues théoriquement et expérimentalement sont pratiquement superposables. En effet on notera tout particulièrement la concordance de l'instant de l'inversion du débit et de sa plus grande intensité négative dans les deux cas. Il en est de même des courbes de pressions $H_{pc}(N_{pc}+1)$ et $H_r(1)$. Après la fermeture du battant on peut apprécier la concordance de l'allure de la courbe $H_r(1)$ et de l'intensité de la surpression qui en découle de la fermeture du battant. La même remarque peut être faite pour la hauteur $H_{pc}(N_{pc}+1)$.

Au troisième palier (après la seconde fermeture du battant) l'allure générale des courbes théoriques et expérimentales sont similaires mais néanmoins la superposition de ces courbes n'est pas parfaite. En effet on observe pour ce palier un amortissement du phénomène dans le cas expérimental plus rapide que dans le cas théorique. Cette différence et celle de l'angle φ (PHI) au premier palier de la Fig. 29 et aussi pour les figures suivantes peut provenir de plusieurs sources dont les causes sont multiples.

Citons tout d'abord, l'application de la méthode de résolution utilisée (méthode des caractéristiques) pour le système d'équations hyperboliques gérant théoriquement le coup de bélier procure, d'après plusieurs chercheurs (ANDRE DUPONT[73], FOX[74], WYLIE et STREETER [50],...), une erreur qui peut atteindre dans certains cas 5%.

Pour ailleurs, au niveau des hypothèses, nous avons :

- admis que tous les coudes sont fixés aux point de discrétisation de la conduite ;
- négligé les effets d'encastrement (ou d'ancrage) de la conduite disposés là et là le long de la conduite ;
- négligé toute présence de bulles de gaz au sein du fluide. Or il est certain qu'une telle présence (même négligeable) peut entraîner une modification notable du module d'élasticité volumique de l'eau et par conséquent une réduction de la vitesse de propagation des ondes ;
- admis que les coefficients expérimentaux KSI (coefficient des pertes de charge au niveau du clapet) et C_m (coefficient de moment) ne sont fonction que de l'angle φ . Rappelons que les courbes de ces deux coefficients ont été établies en régime permanent.

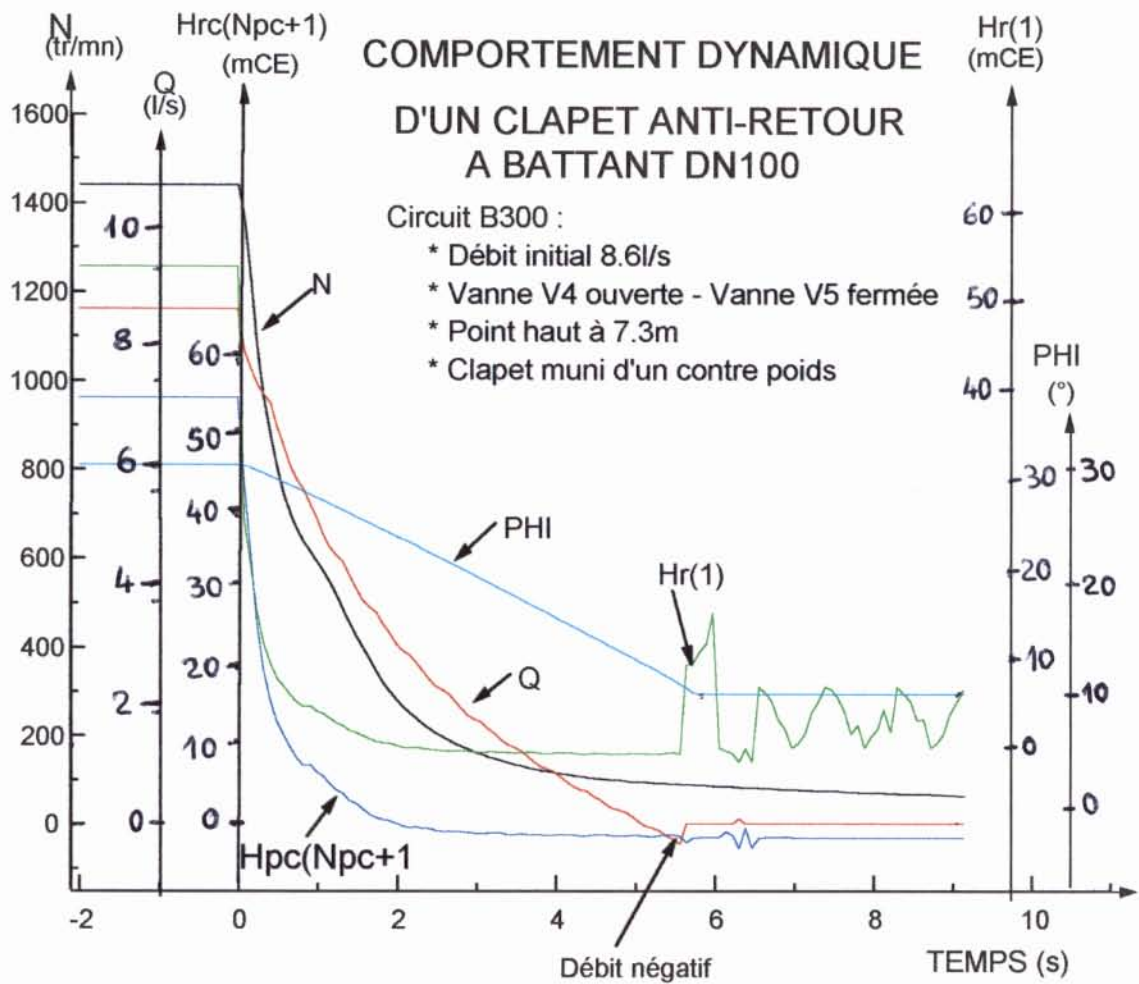
IV-2- Circuit B300P.CPL (Fig. 30):

Parmi les solutions proposées pour supprimer le retour de fluide dans un clapet antiretour, on citera en particulier celle qui consiste à munir le clapet d'un contrepoids (voir Fig. 1).

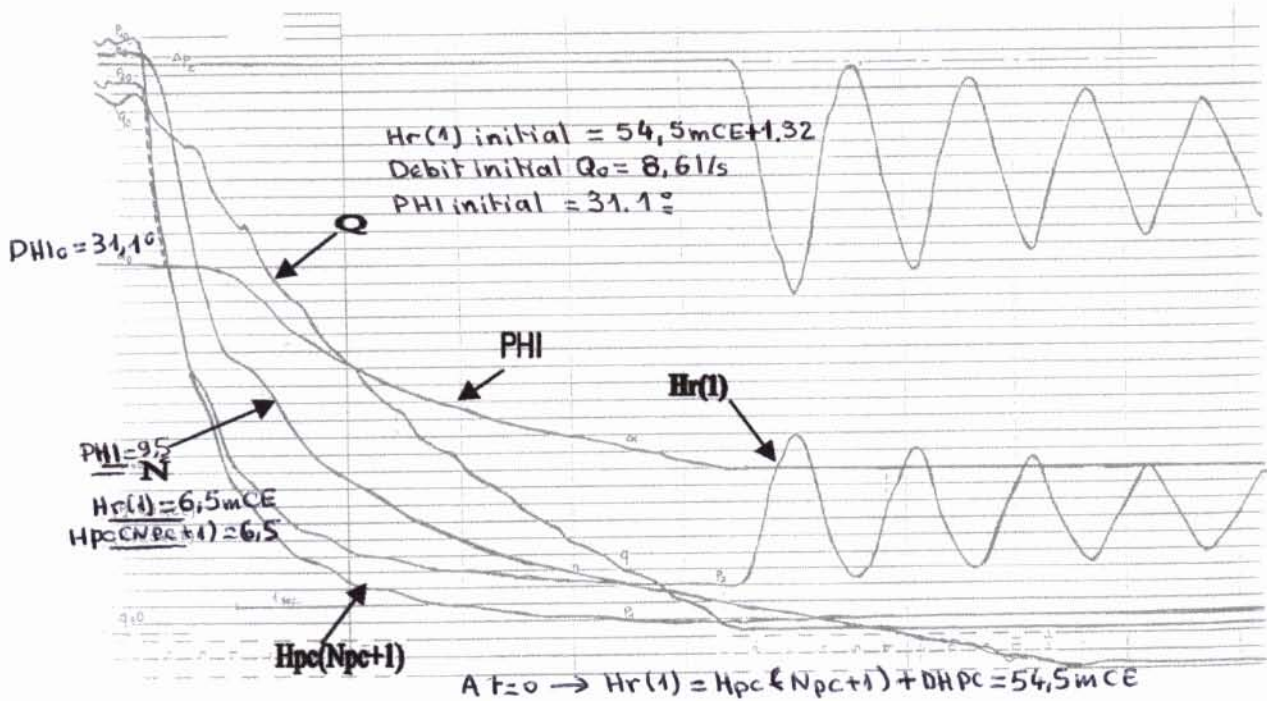
En suivant les recommandations du constructeur du clapet antiretour à battant DN100 sur lequel ont été effectuées les différentes expériences en régime transitoire, il a été fixé un contrepoids de 455gf et tel que la tige (servant de bras de levier) a une longueur de . Cette tige fait un angle de 110° avec le plan du siège du battant.

Afin de pouvoir analyser l'effet du contrepoids sur la fermeture du battant et par conséquent sur l'inversion du débit, nous avons soumis le circuit B330P au même régime d'écoulement avant la disjonction de la pompe, à savoir : débit initial $Q_0=8,6\text{l/s}$, Hauteur $H_r(1)=54.5\text{mCE}$, vitesse de rotation initiale $N_0=1440\text{tr/mn}$. L'unique différence entre l'essai du circuit B300P et B300P.CPL est celle relevée sur les valeurs de l'angle φ (noté aussi PHI). Dans le premier cas on avait un angle $\varphi_0=52^\circ$ et dans le cas de B300P.CPL on dispose de $\varphi_0=31.1^\circ$. A la suite de la disjonction de la pompe centrifuge on relève sur la figure 30 les faits importants suivants par rapport à la figure 29 :

- Une comparaison entre ces deux figures permet d'affirmer qu'on observe pratiquement les mêmes chutes de débit, de hauteurs de pression $H_{pc}(N_{pc}+1)$ et $H_r(1)$ et de la vitesse de rotation N .



- Fig 30a - Résultats théoriques B300-PH-8.6-C.P.455L



- Fig. 30b - Résultats expérimentaux - B300-PH-8.6-C.P.455L

- Le début d'inversion du débit Q au niveau du clapet a lieu à un temps approximativement le même que dans le cas du circuit B300P.
- Le battant vient buter sur son le siège du clapet au temps 5.53s, temps compté à partir du début du régime instationnaire au lieu de 5.68s pour la figure 29. On notera ici qu'à ce moment de fermeture du clapet, le débit négatif (inverse) a une plus faible intensité et par conséquent cela engendre une surpression ayant une amplitude de l'ordre de 16.5mCE pour le cas expérimental au lieu des 24.5mCE relevés dans le cas de la figure 29.

La concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux semble être meilleure que pour la figure 29. Même si après la fermeture totale du clapet il existe une légère différence entre l'évolution de la hauteur de pression Hr(1) théorique et celle obtenue expérimentalement on a pratiquement la même forme moyenne de cette courbe Hr(1). Par ailleurs, pour la figure 30, on observe un amortissement du phénomène transitoire semblable dans les deux cas théorique et expérimental.

Ainsi donc on peut conclure que le fait de munir le clapet antiretour d'un contrepoids réduit certes l'amplitude de la surpression qui en découle de la fermeture du battant mais l'utilisation de ce contrepoids n'empêche pas le retour du fluide. L'explication de ce dernier état de fait peut être fournie en analysant l'équation du mouvement du battant (équation 14) écrite pour un clapet antiretour muni ou non de contrepoids. Pour ce dernier cas, l'équation 14 prend la forme :

$$\left(I_B + h \frac{D^3 \rho}{3} L_C^2 + I_{CP} \right) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_B L_C g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \sin \varphi - C_m \rho S_B \left(V - L_C \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right)^2 - \mu M_B g R_t \cos \varphi + M_{CP} L_{CP} g \sin \left(\varphi + \frac{110\pi}{180} \right)$$

avec I_{CP} le moment d'inertie introduit par le contrepoids,

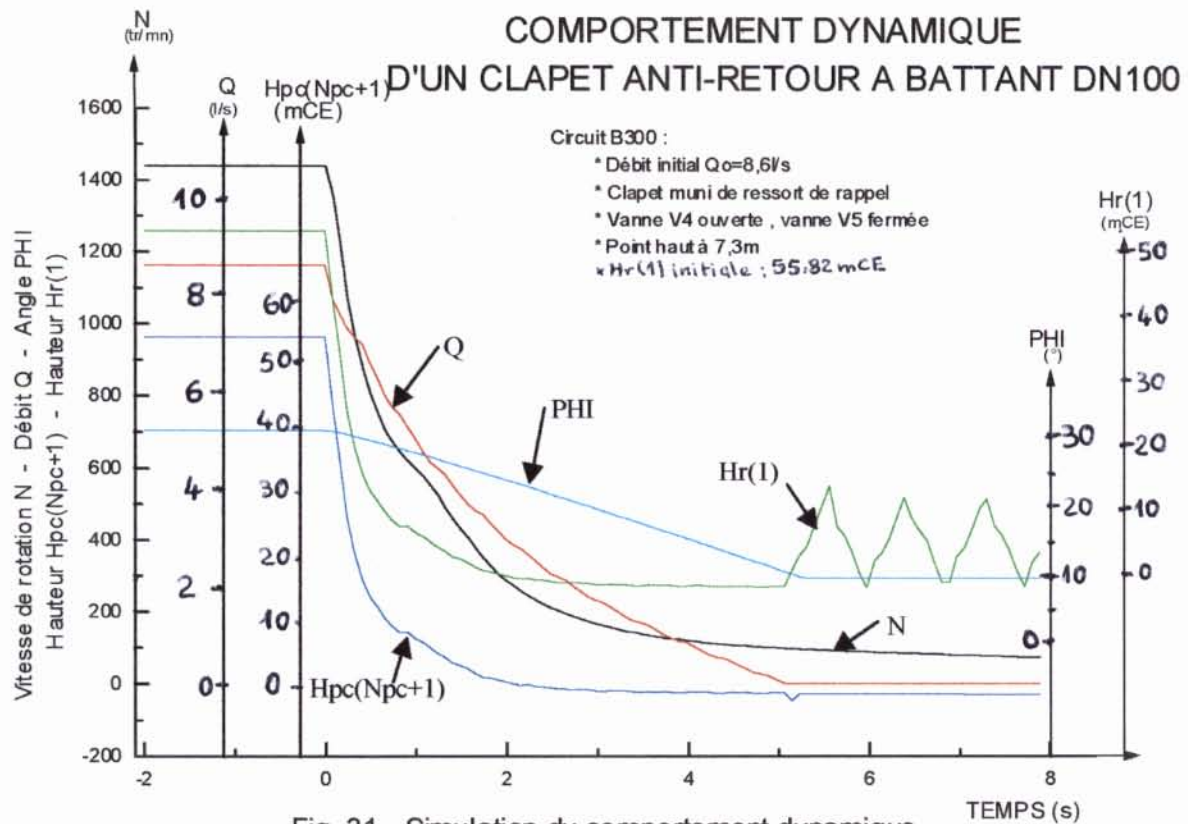
M_{CP} la masse du contrepoids

L_{CP} la longueur du bras de levier du contrepoids.

On note donc que le second membre de l'équation 14 est augmenté du terme

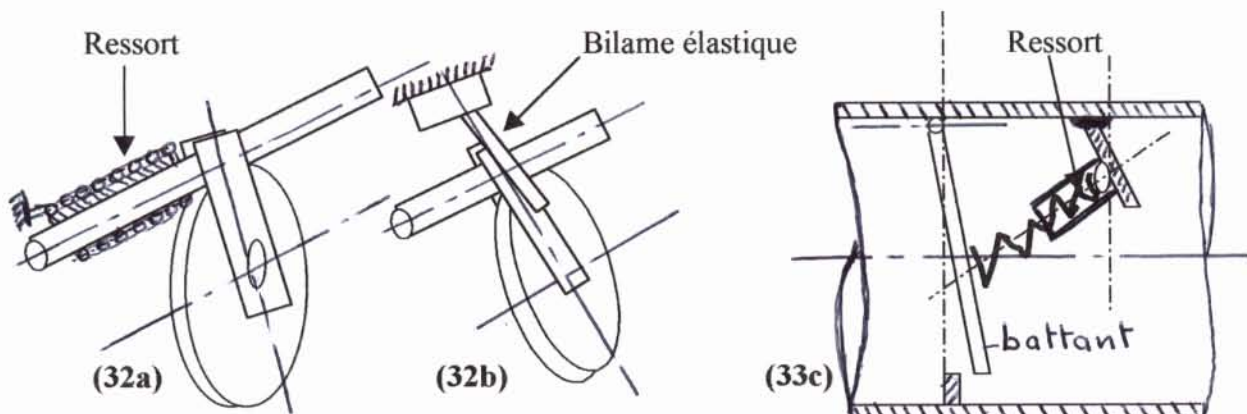
$$M_{CP} L_{CP} g \sin \left(\varphi + \frac{110\pi}{180} \right)$$

alors que le moment d'inertie au premier membre est augmenté de la grandeur I_{CP} . Ainsi donc on constate que l'augmentation du premier terme est pratiquement compensée par celle du second terme. En réalité une plus profonde analyse des résultats permet même d'affirmer que l'augmentation au premier membre est légèrement supérieure à celle qui a lieu au second membre ce qui explique le fait d'avoir pratiquement les mêmes instants de fermetures. Cette remarque restera vraie pour les figures ultérieures chaque fois que le contrepoids est utilisé.



IV-2-3- Circuit B300P-Clapet munit d'un ressort de rappel (Fig.31) :

Il s'est avéré au point précédent que l'utilisation de contrepoids pour éviter le retour de fluide au niveau du clapet antiretour est inefficace. Certes on est tenté qu'une augmentation du poids du contrepoids réglerait le problème. Même si cela est vérifié à la suite d'une telle augmentation de poids, cette solution sera nuisible au fonctionnement de l'installation en générale et ce du fait de la réduction du débit causée par une augmentation excessive de la perte de charge au niveau de ce clapet. Néanmoins il faut encore rappeler ici que l'utilisation d'un contrepoids réduit sensiblement la surpression à la suite de la fermeture du clapet. Ainsi donc on est amené à rechercher d'autres solutions. Parmi ces dernières et qui naturellement saute à l'esprit est l'utilisation de ressort de rappel. La fixation de tel organe peut se faire de trois manières différentes dont nous présentons les schémas simplifiés suivants.



- Fig. 32 - Exemples de moyens de rappel du battant

Dans le cas de la figure 32a, le moment de rappel (par rapport à l'axe de rotation du battant) est fourni par le ressort soumis à la torsion. Pour la figure 32b ce même moment de rappel est assuré par le bilame soumis à la flexion et enfin pour la figure 32c ce moment est fourni par le ressort à la suite de son serrage. Quel que soit le modèle adopté par tel ou tel constructeur, ce moment de rappel agit toujours dans le même sens que celui produit par le battant. Par conséquent pour simplifier notre démarche concernant la quantification de ce moment de rappel nous avons multiplié tout simplement le moment produit par le battant par un coefficient k supérieur à 1 et dont on faisait varier sa valeur. Après quelques tentatives, nous obtenons pour $k = 2,27$ (valeur obtenue donc à posteriori) les résultats montrés à la figure 31. Nous voyons sur cette figure que l'annulation (forcée) du débit engendre une onde de surpression en dents de scies. Cette onde s'installe donc le long de la partie de conduite située après le clapet antiretour. Il faut peut être noté ici que l'amplitude de la surpression maximale est légèrement réduite et ce par comparaison avec celles obtenues aux deux cas précédents (clapet antiretour muni ou non de contrepoids) pour les mêmes conditions d'essais initiales.

IV-2-4- Circuit A300-PH (Fig. 33) :

Cet essai a pour but de montrer l'effet que peut avoir la hauteur du réservoir de refoulement R_r (en fin de conduite) sur le comportement dynamique du clapet. En effet, pour les deux essais précédents la hauteur du réservoir est de 6,5m, hauteur maintenue à ce niveau au moyen d'un trop plein, alors que pour cet essai on abaisse cette hauteur à 0,4m. Cette dernière opération est assurée grâce au jeu de vannes placées sur le circuit de refoulement (voir figure 17) :

Vannes V1, V2 et V5 complètement ouvertes

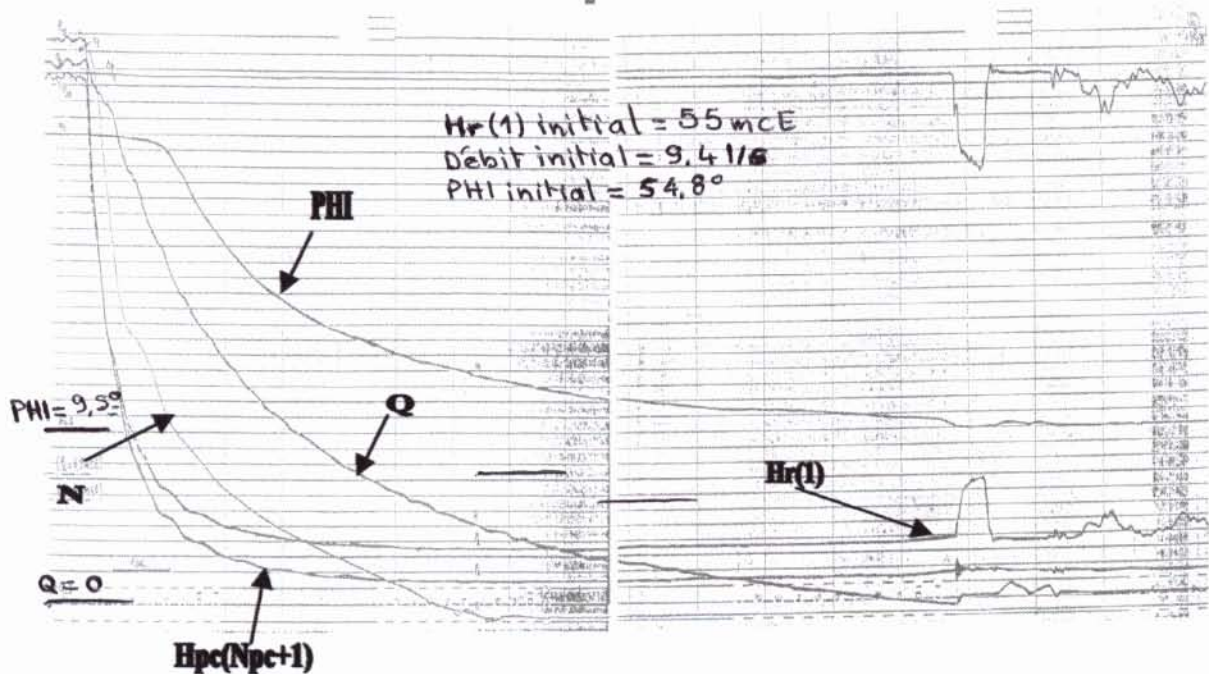
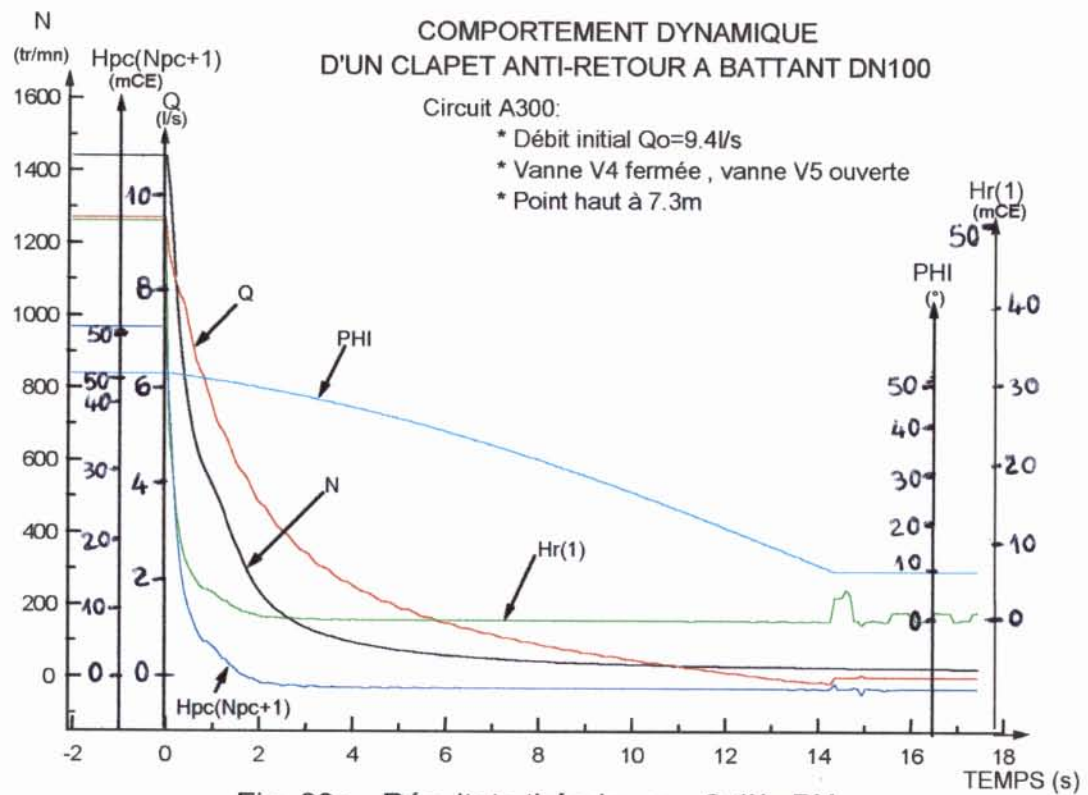
Vannes V3, V4 et Vair complètement fermées.

Les résultats d'un tel essai exécuté avec les conditions initiales suivantes

Débit initial $Q_0 = 9.4 \text{ l/s}$, $H_r(1) = 55 \text{ mCE}$, $\text{PHI}_0 = 54.8^\circ$

sont montrés à la figure 33. On notera sur cette figure que le clapet se ferme plus tardivement que pour les cas décrits précédemment (à l'instant $t = 14.3 \text{ s}$). On relève en particulier sur cette figure que l'amplitude de la première surpression qui se crée juste après la fermeture du battant est considérablement réduite. De même on notera aussi les faits marquants suivants :

- Malgré la faible hauteur géodésique du point final de la conduite (au refoulement), on enregistre toujours un retour de fluide avec certes une plus faible intensité du débit ; c'est justement ce faible retour de fluide qui explique principalement l'élévation de cette pression
- Malgré le décalage entre les courbes de l'angle PHI expérimental et l'angle PHI théorique on notera une bonne concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux. On peut ici se poser naturellement la question suivante : Comment avec de tels décalages de l'angle PHI la concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux pour les autres courbes est-elle acceptable ? L'explication est fort simple : l'angle PHI , une fois calculé, n'intervient dans les calculs ultérieurs qu'à travers la faible perte de charge du clapet ce qui explique sa faible contribution dans les expressions donnant les autres facteurs. Ceci dit, un tel calcul de l'angle PHI est indispensable car c'est grâce à ce calcul qu'on peut connaître l'instant de fermeture du clapet et par voie de conséquence imposer un débit nul à cet instant.
- Le long de la courbe on remarque de légers « sursauts » de la courbe du débits que l'on peut expliquer tout simplement aux différents aller-retour de l'onde de pression qui s'installe le long de la conduite à la suite de la disjonction de la pompe.



IV-2-5- Circuit A100PH (figures 34 et 35) :

Le long des circuits hydrauliques présentés aux différents points précédents, la vanne V1 était à chaque fois fermée partiellement. L'ouverture de cette vanne V1 associée à une réduction de la longueur de la conduite de refoulement (en passant de 296.5m à 128.3m au moyen du jeu de vannes) permet d'élever le débit à 14,6l/s. En installant un tel débit dans la conduite, l'angle initial φ_0 passe à 66° dans le cas où le clapet ne serait pas muni de contrepoids et à 56.5° dans le cas contraire. Le point de contrôle (point haut) étant à 7.3m du sol, on relève sur les deux figures 34 et 35 les faits particuliers suivants :

IV-2-5-1- Cas ou le clapet n'est pas muni de contrepoids (Fig. 34) :

On a toujours des chutes rapides des hauteurs des pressions $H_{pc}(N_{pc}+1)$ et $H_r(1)$ ainsi que de la vitesse de rotation N du groupe motopompe. Par contre la diminution du débit Q en amont et en aval du clapet antiretour est bien plus lente que dans les cas des circuits B300 et A300. Cette réduction de la vitesse de la chute observée du débit explique le ralentissement de la vitesse du battant durant sa fermeture : le temps étant toujours compté à partir du début du phénomène transitoire, on a pratiquement l'instant de fermeture à environ 12.3s.

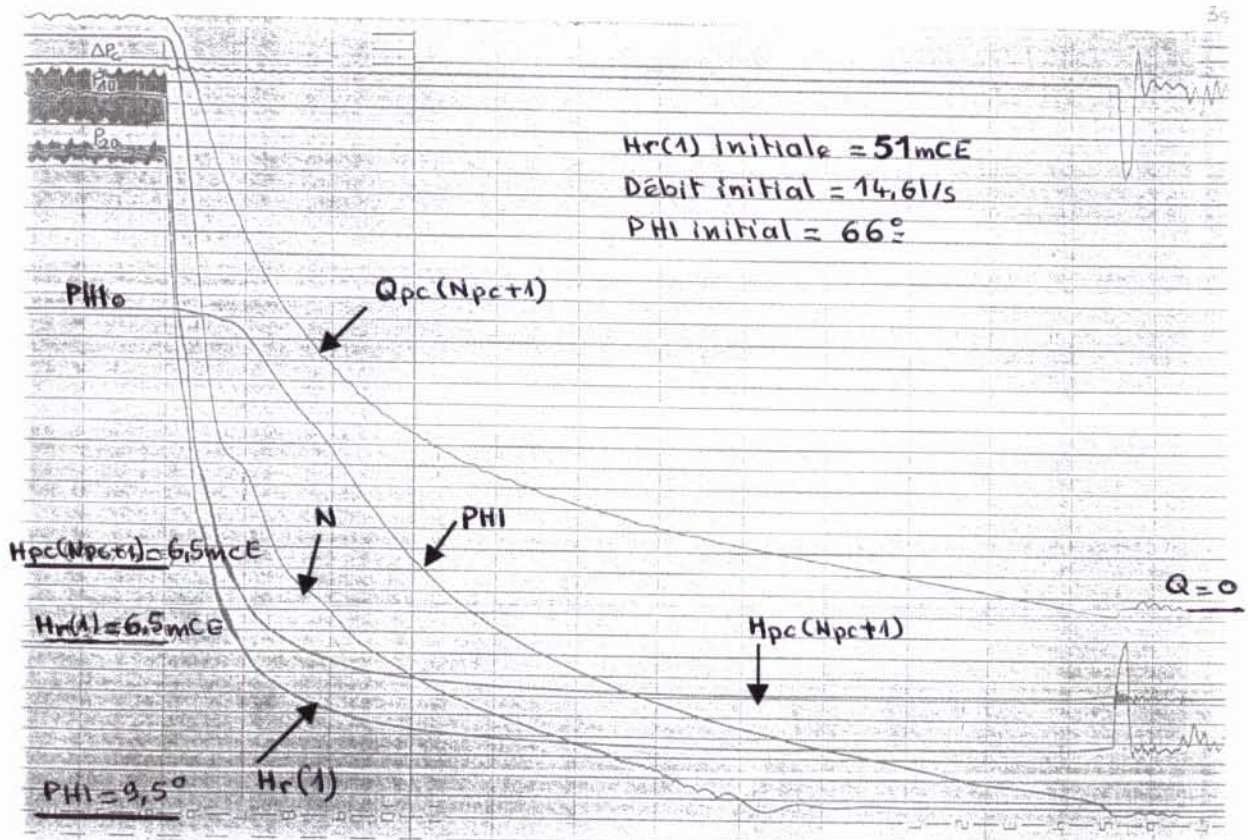
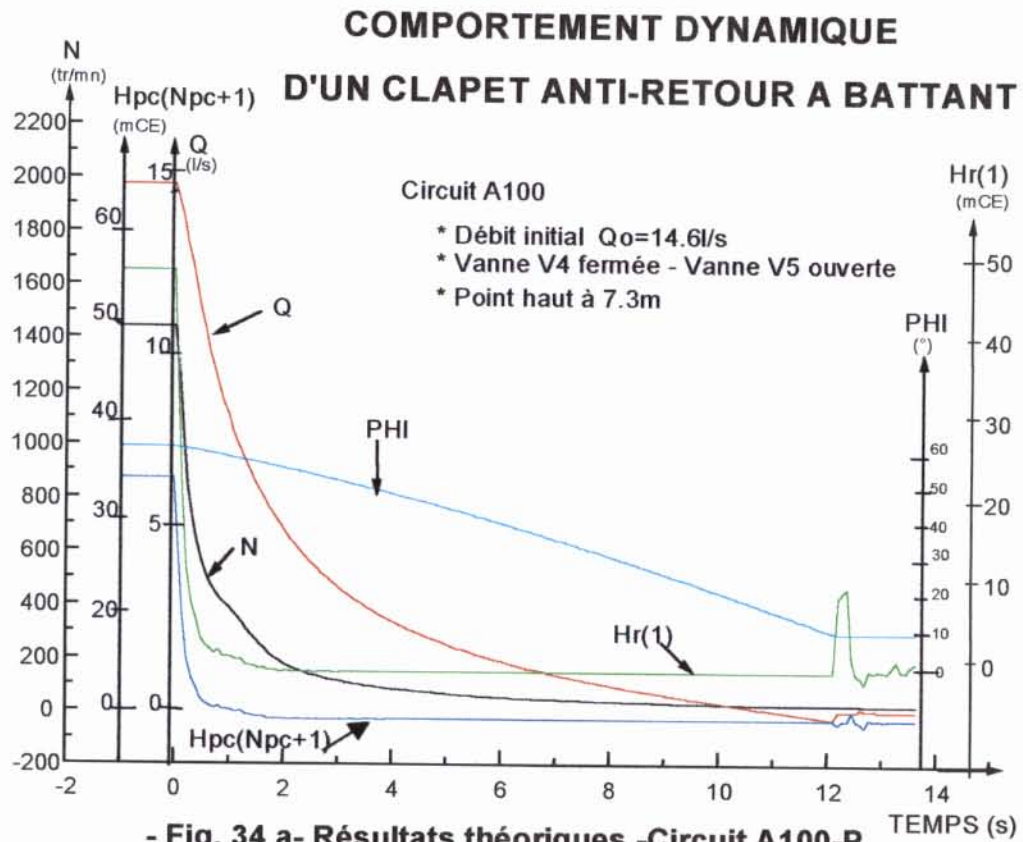
Cette fermeture du battant est précédée par une inversion du débit plus faible que dans les cas des circuits A300 et B300. Il découle de cette inversion qui débute pratiquement à environ 11.4s une réduction assez considérable de la surpression qui a lieu juste après la fermeture du battant. Mieux encore, une fois passer cette onde de surpression, on observe à l'apparition d'un phénomène oscillatoire de la hauteur de pression $H_r(1)$ avec une très faible intensité de l'amplitude (cela tourne autour de 0.4mCE, hauteur justement du dernier point de la conduite).

La concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux semble être assez bonne à l'exception toujours des courbes donnant l'angle φ dont le décalage reste assez important.

IV-2-5-2- Circuit A300- Clapet muni d'un contrepoids (Fig. 35) :

Les conditions d'essais sont les mêmes que dans le cas du circuit A300 de la figure 34 avec néanmoins comme différence la fixation d'un contrepoids fixé sur la tige 9 de la figure 18 et dont le poids est de 0.455Kg.

Pour un tel circuit on a pratiquement une réplique presque parfaite de la figure 34 durant tout l'intervalle de temps compris entre l'instant du début de la disjonction de la pompe et l'instant $t=10.3s$ environ. Après cela on enregistre un retour de fluide avec un débit ayant une intensité approximative de l'ordre du tiers de celle observée au point précédent. Cette réduction du débit de retour explique pourquoi l'amplitude de la première surpression qui se crée, une fois que le battant vient buter sur son siège, est réduite pratiquement elle aussi du tiers puisque chaque surpression est proportionnelle à la variation de débit. On précisera ici que cette fermeture du battant a lieu à l'instant $t=10.85s$. Comme pour la figure 34, on notera de même qu'une fois l'onde de la première surpression est passée, le même phénomène oscillatoire que présente la hauteur de pression $H_r(1)$ (en aval du clapet) avec une faible amplitude dont la valeur tourne autour de 0.4mCE, hauteur qui correspond à celle du dernier point de la conduite. On ne manquera pas ici de noter encore une fois que l'amortissement du phénomène obtenu par voie théorique est moins rapide que celui observé par expérience.



IV-2-6- Circuit B100P2 (Fig. 36 , Fig. 37) :

Après avoir analysé l'influence de la longueur de la conduite et de l'utilisation du contrepoids sur le comportement dynamique du clapet antiretour à différents débits, voyons à présent l'effet que peut avoir la hauteur du point de contrôle (point haut). Pour cela, une fois la conduite débranchée à la hauteur de 3,8m du sol, on ramène le coude en U (en plexiglas) à cette hauteur. Durant ces deux essais le jeu de vannes est tel que (voir Fig. 17) :

- Vanne V1 presque totalement ouverte,
- Vannes V3 et V4 ouvertes, vannes V2 et V5 fermées .

IV-2-6-1- Circuit B100P2 (Fig. 36) :

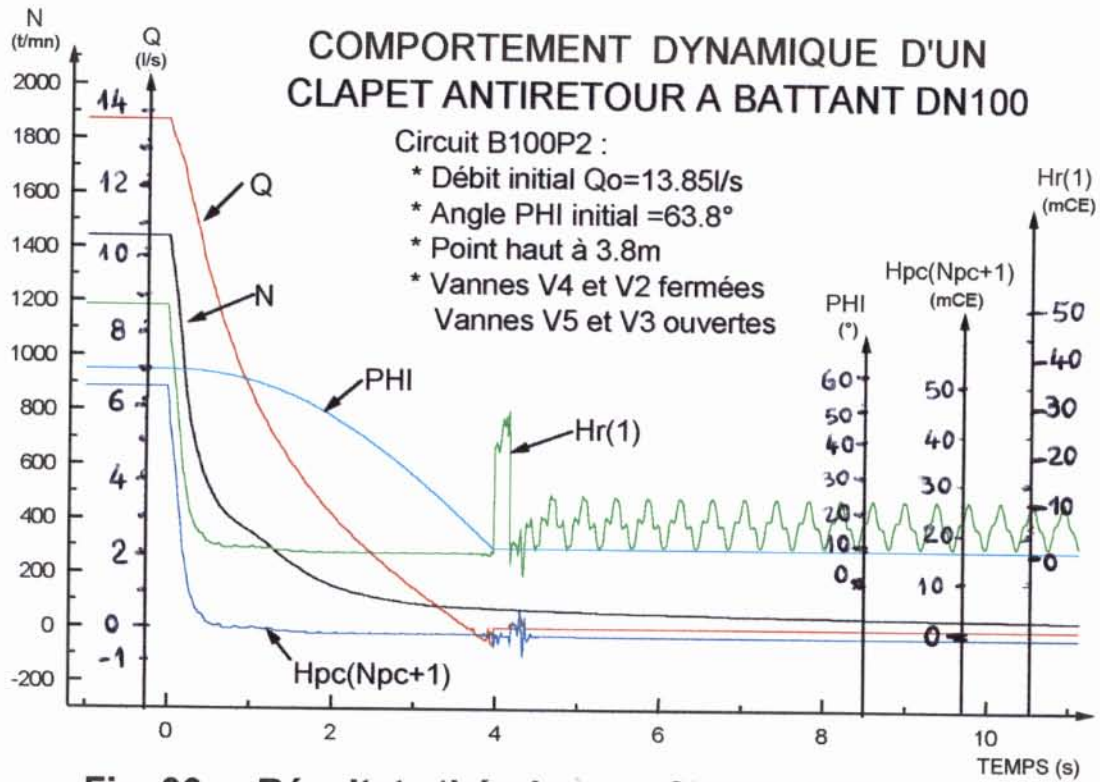
Les résultats théoriques et expérimentaux ont été obtenus pour une conduite de 128.3m et pour un clapet non muni de contrepoids. Le débit installé est de 13.85l/s , la hauteur $H_r(1)$ est de 52,0mCE et l'angle initial ϕ est de 63,8°. Sous ces conditions initiales on obtient les résultats suivants à la suite de la disjonction de la pompe :

- Des chutes des hauteurs de pressions et de la vitesse de rotation très rapide durant 1,5s, temps compté à partir du début de cette disjonction. Pendant tout ce temps le battant à travers l'angle ϕ semble ne pas bouger ; par contre le débit diminue de manière qu'on puisse qualifier de normale.
- En continuant à parcourir les graphes on constate que les courbes des hauteurs de pressions sont pratiquement amorties, la courbe du débit se redresse légèrement (la tangente à la courbe a pour coefficient angulaire négatif qui augmente légèrement), la courbe de l'angle ϕ s'accélère vers le bas et celle de la vitesse se redresse de façon plus conséquente.
- Au temps $t=3.75s$ on enregistre le début du débit Q , inversion qui continue jusqu'au temps $t=3.89s$ (valeur théorique) avec $Q := -0.54l/s$.
- Au temps $t=3.95s$ le clapet se ferme ce qui entraîne une augmentation subite de la hauteur de pression $H_r(1)$ à environ 31,5mCE alors que celle enregistrée à l'amont du battant chute vers la valeur $H_{pc}(N_{pc}+1) = -2.5mCE$. Pendant un laps de temps très court on remarque que cette dernière hauteur oscille avec une grande fréquence et ce du fait que la conduite en amont du battant est très courte.
- Une fois la première onde de pression (en aval du battant) passe on notera la réouverture du clapet ce qui explique que pendant un laps de temps assez court les deux hauteurs en amont et en aval s'égalisent.
- Enfin après l'instant $t=4,35s$ le phénomène oscillatoire observé précédemment durant les autres essais s'installe et il s'amortit dans le temps tel que la hauteur $H_r(1)$ tende vers 6,5mCE, c'est à dire une fois le mouvement de fluide cesse dans la partie de la conduite de refoulement.

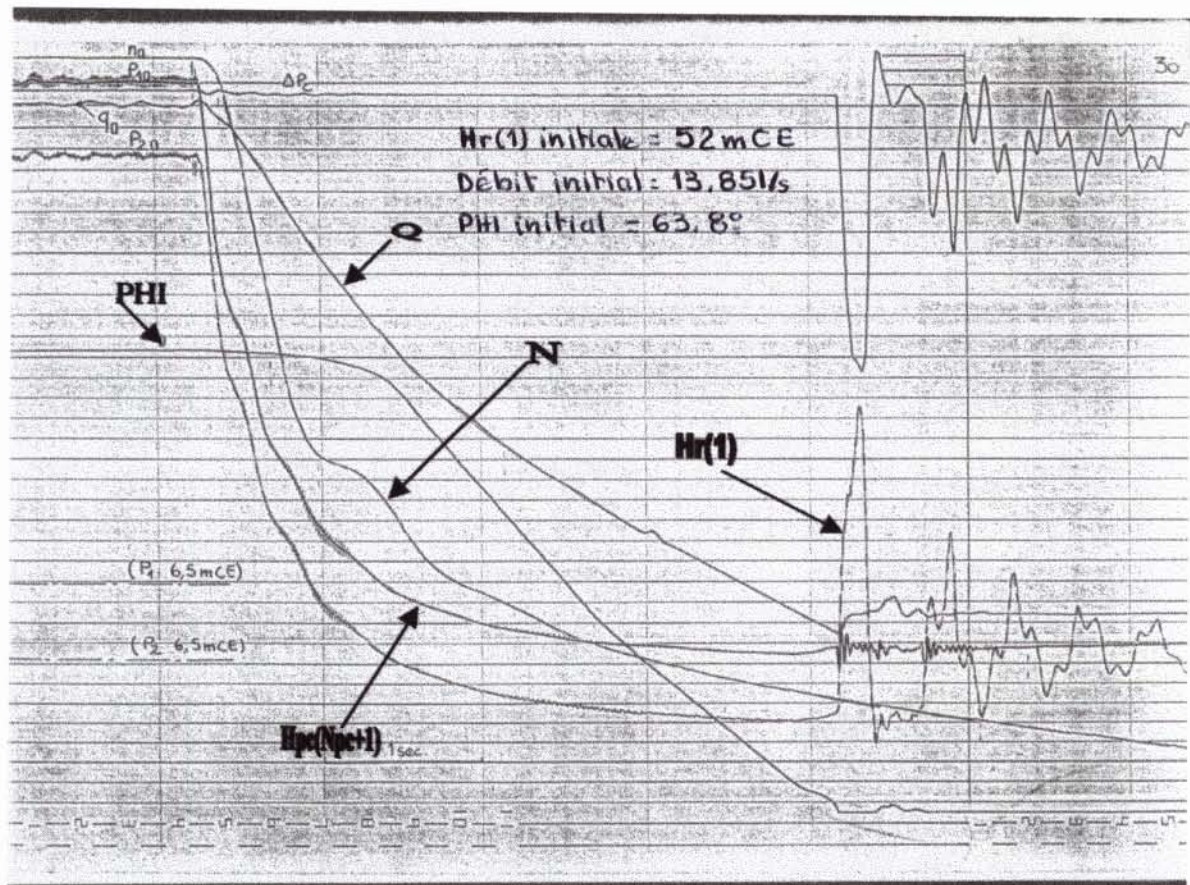
IV-2-6-2- Circuit B100P2 et où le clapet est muni d'un contrepoids (Fig. 37) :

Cet essai a été effectué dans les mêmes conditions que celles observées au cas précédent avec comme seule différence la fixation d'un contrepoids de 0.455Kgf sur le clapet antiretour. Cette fixation du contrepoids fixe l'angle ϕ (noté PHI sur le graphe) à 51.9° au lieu de 63,8° pour le cas précédent.

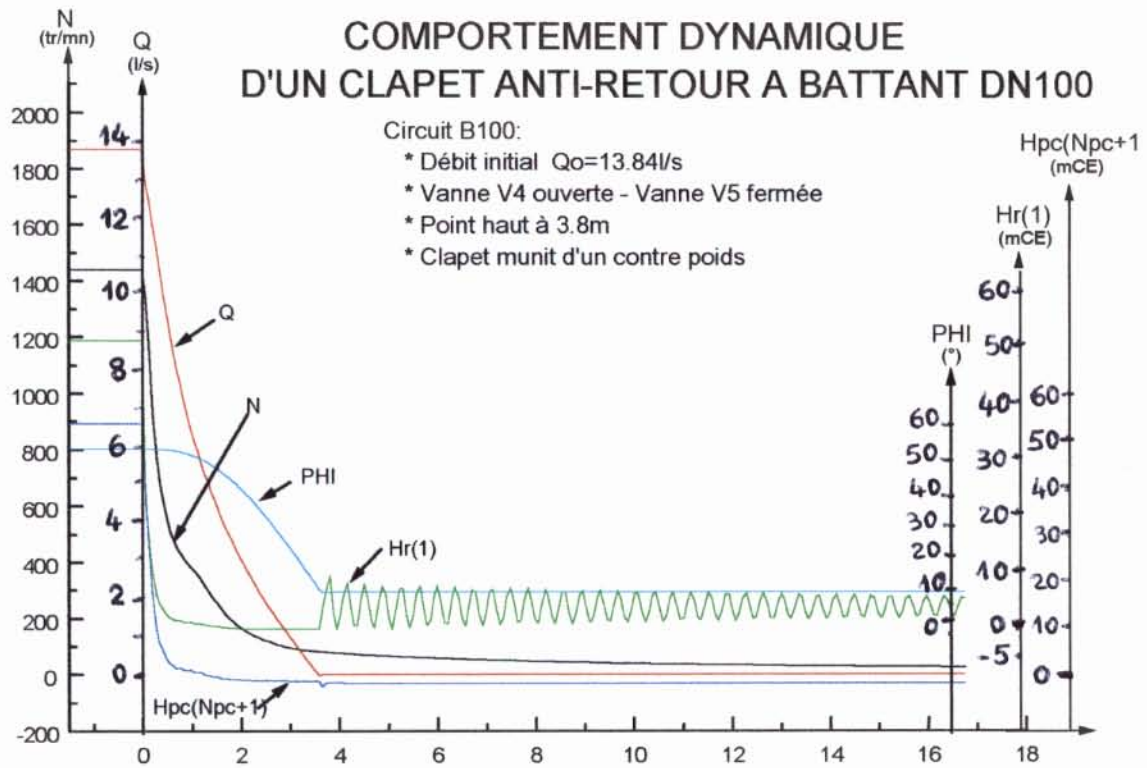
Par conséquent, on retrouve pratiquement les mêmes détails de la figure 36 et ce durant tout le mouvement du battant avec une légère diminution de sa vitesse, ralentissement justifié au point IV-2-4. Une fois le battant est stoppé par le siège A (Fig. 1b), on observe une succession de surpressions dont les amplitudes décroissent régulièrement (essais expérimentaux). Ici les comparaisons apparentes des résultats qu'on peut faire avec ceux décrits en IV-2-6-1 sont au



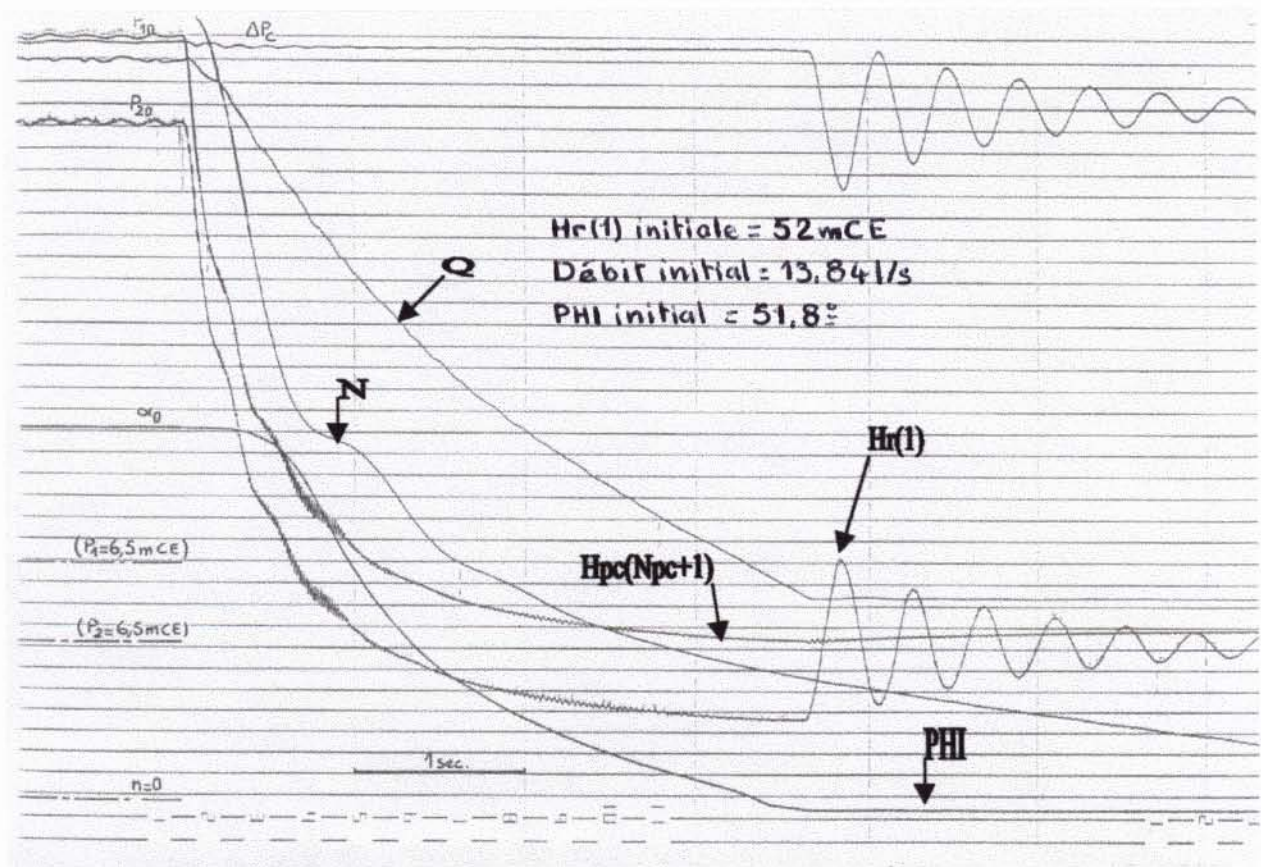
- Fig. 36a - Résultats théoriques - Circuit B100-



- Fig. 36b - Résultats expérimentaux



- Fig. 37a - Résultats théoriques - Circuit B100-PH/2- CPL



- Fig. 37 b- Résultats expérimentaux

nombre de deux :

- On note en premier une réduction assez sensible des amplitudes des hauteurs de pression durant ce dernier phénomène oscillatoire
- Le palier enregistré de la hauteur de pression $H_r(1)$ sur la figure 36, palier obtenu à la suite de l'égalisation des pressions en amont et en aval du battant à la suite du battement du clapet certainement une fois l'onde de dépression était de retour au battant avec une plus grande intensité, disparaît et par conséquent l'onde est immédiatement réfléchi presque totalement. Ainsi donc l'égalisation des hauteurs de pression $H_r(1)$ et $H_{pc}(N_{pc}+1)$ n'a plus lieu une fois le clapet est fermé.

Les résultats que peut appeler l'ensemble des résultats théoriques lorsqu'on les compare avec ceux obtenus expérimentalement son analogues à celles déjà faites à propos des différents points précédents.

IV-2-7- Circuit B300P- Circuit fonctionnant avec réservoir à air (Fig. 38) :

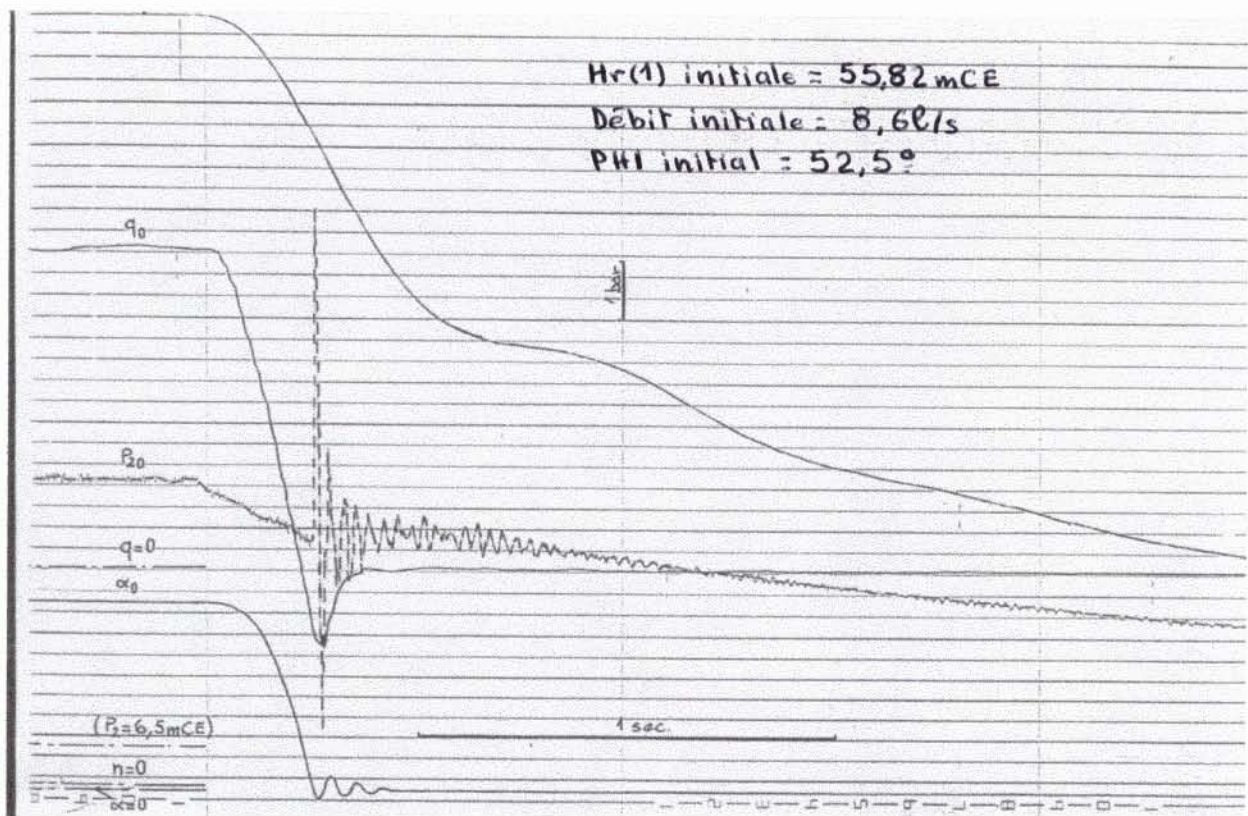
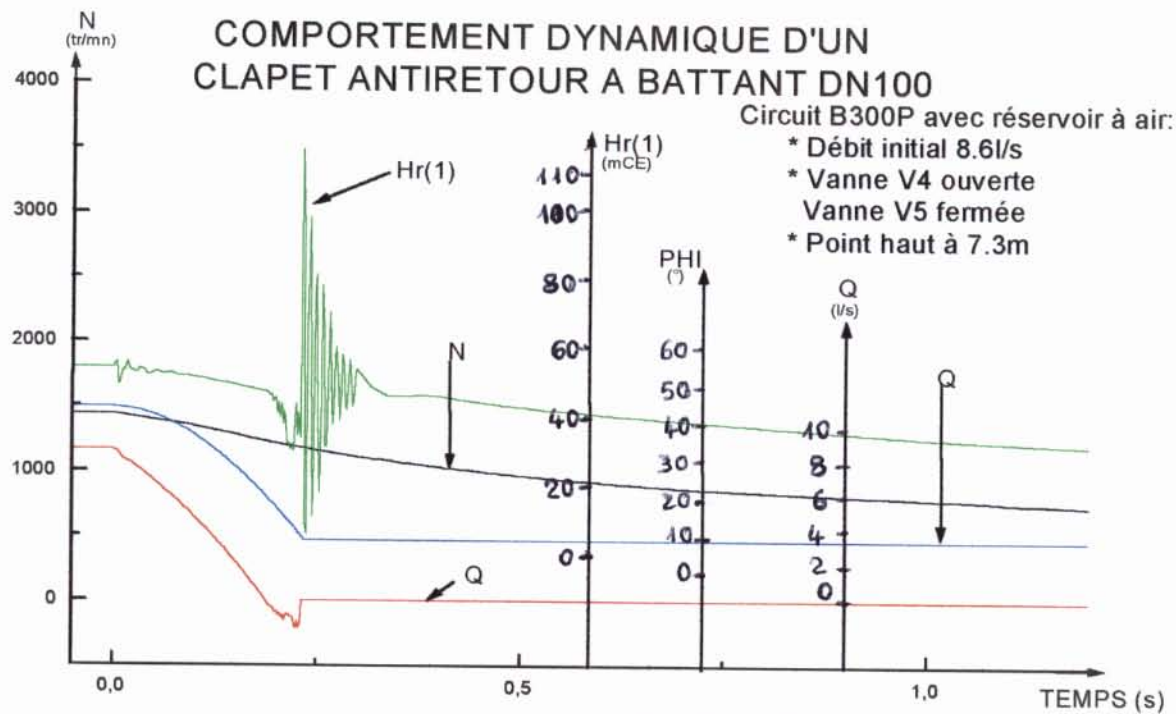
L'ouverture de la vanne Vair (voir Fig. 17) permet de relier la conduite au réservoir à air (de forme cylindrique) dont les principales dimensions sont : diamètre=0.39m et hauteur $H_{air}=2m$. Pour une pression de 54.5mCE à laquelle est soumis ce réservoir, il est facile de démontrer par simple utilisation de l'équation d'état des gaz parfaits que le niveau de l'eau dans ce réservoir est à environ 1.82m du sol si l'on sait que le fond de ce réservoir à air est à 0.05m du sol.

A la suite de la disjonction de la pompe centrifuge qui fonctionnait avec les même conditions initiales que lors de l'obtention des résultats montrés à la figure 29, avec bien sur le réservoir à air en ligne, il découle les éléments d'analyses suivants :

- De légères fluctuations de la hauteur de pression $H_r(1)$, fluctuations 'théoriques' plus importantes que celles obtenues par voie expérimentale.
- Une chute rapide du débit qui se voit d'ailleurs s'inverser à environ $t=0.2s$. Durant ce dernier laps de temps les autres paramètres représentés sur la figure 38 chutes eux aussi assez rapidement. A $t=0.235s$ on voit le débit négatif maximal qui atteint les 2.05l/s, puis il remonte pour s'annuler à environ 0.244s (à environ 0.253s sur la courbe expérimentale).
- A l'instant où le débit s'annule, on enregistre une augmentation presque instantanée de la hauteur de pression $H_r(1)$ qui atteint d'ailleurs la valeur de 109.5mCE (et 106.3mCE pour la courbe expérimentale). Après cette augmentation on enregistre une courbe en dents de scie très rapprochés les uns des autres avec néanmoins un amortissement de cette hauteur de pression, amortissement d'ailleurs beaucoup plus prononcé à la figure 38b qu'à la figure 38a. Cet écart peut être justifié par le fait qu'au moment où le battant vient frapper le siège, l'énergie de ce battant est telle que le joint d'étanchéité est écrasé ce qui justement montré sur la figure 38b. Ce choc est telle qu'on observe une ouverture de l'ordre de 2° du clapet ce qui justifie donc cet amortissement de $H_r(1)$ différent de celui obtenu par voie théorique pour laquelle le choc n'a pas été pris en compte.
- Une fois le battant « fixé » sur le siège on remarque que la hauteur de pression qui chute de façon presque continue vers la hauteur du réservoir de refoulement R_r . Durant cette phase de fonctionnement de la partie de la conduite comprise entre le point de discrétisation et le réservoir R_r le débit est assuré par le réservoir à air. De même on remarque la pompe fonctionne avec le clapet fermé.

Remarques :

- 1) Nous n'avons pas fait ressortir la courbe de la hauteur de pression $H_{pc}(N_{pc}+1)$ sur la figure 38 par le simple fait que la fermeture instantanée du clapet a pour conséquence des variations de grande fréquence de cette hauteur ce qui pour une échelle de même ordre que celles adoptés pour les figures précédentes donnerait pratiquement une bande noire assez large qui couvrirait même les autres courbes.



- 2) Paradoxalement l'utilisation d'un réservoir à air mal dimensionné et dont le raccordement avec la conduite est fait de façon quelconque est plus nuisible pour cette conduite que si elle fonctionnait sans ce réservoir.

IV-2-8- Circuits B300P et A300P (Fig. 39 et Fig. 40) :

Toujours avec le même état d'esprit, nous allons voir l'influence des réductions conjuguées de la hauteur du point final (c'est à dire de la hauteur de la surface libre du réservoir R_r) et du débit sur le mouvement du battant. Ce débit étant fixé à 5.35l/s (ou 5,81l/s selon le cas) au moyen du jeu de vannes fixé comme suite :

- Vannes V2 et V4 ouvertes complètement, vanne V1 serrée,
- Vanne Vair, V3 et V5 fermées complètement.

Sous un tel débit on a d'une part le battant qui fait un angle φ avec le plan du siège de $31,6^\circ$ et, d'autre part, la hauteur de pression $H_r(1)$ qui prend la valeur 26.5mCE (ou 21mCE). Sous de telles conditions d'essais on obtient les résultats (expérimentaux et théoriques) suivants :

IV-2-8-1- Circuit B300P (Fig. 39) :

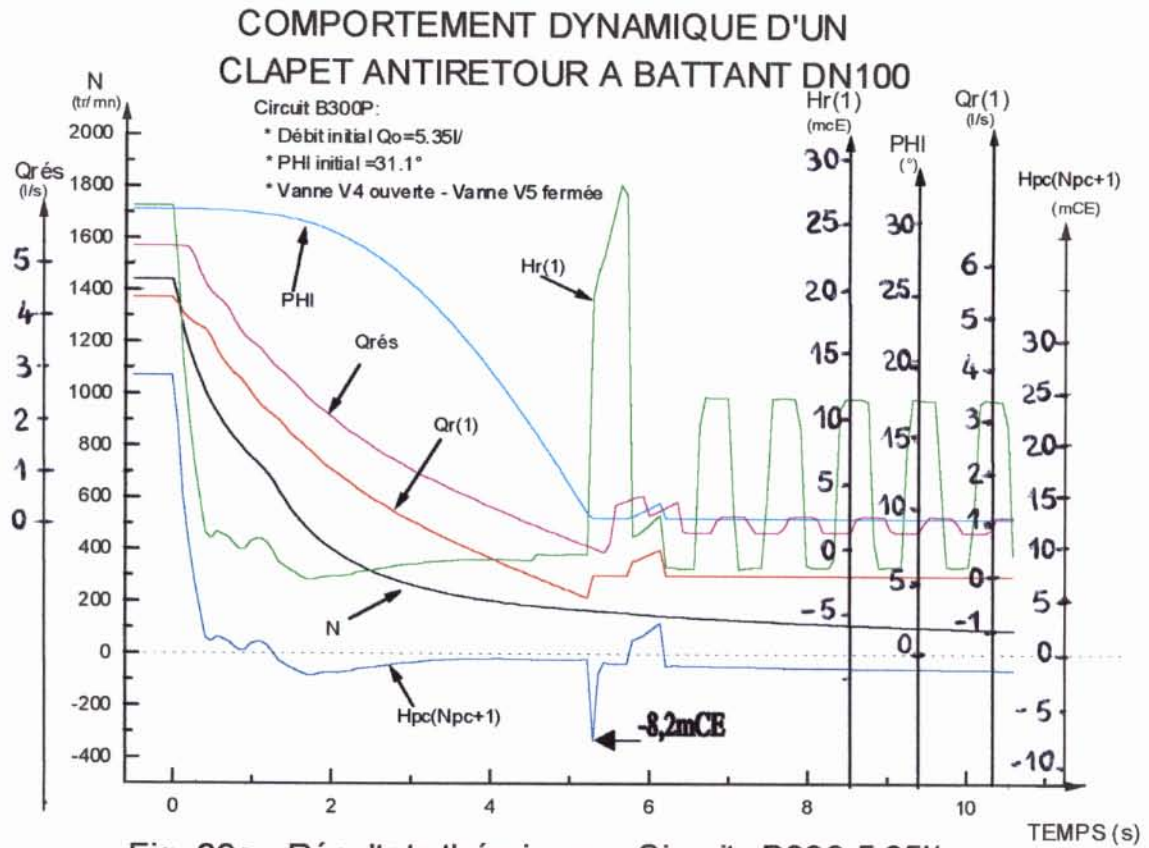
Durant le régime permanent on avait : débit initial $Q_0=5.31\text{l/s}$, hauteur de pression $H_r(1)=26.5\text{m CE}$ et angle initial $\varphi=31.1^\circ$. A partir de ces données initiales et une fois la pompe est mise à l'arrêt on notera que pratiquement à l'instant $t=2\text{s}$ les deux hauteurs ($H_r(1)$ et $H_{pc}(N_{pc}+1)$) ont complètement chutés et atteignent leurs niveaux les plus bas (autour de -2.3m en valeur effective). A ces deux chutes rapides correspond aussi celles du débit et de la vitesse de rotation N de la pompe. Pendant ce laps de temps de 2s l'angle φ , angle donnant la position du battant, semble être figé comme si son inertie résiste à toute ces variations. Cette chute de l'angle ne commence à être visible qu'à l'instant approximatif de 2.5s, chute qui se poursuit jusqu'à l'instant approximatif $t=4.2\text{s}$ où le débit commence à s'inverser. Ce dernier atteint la valeur négative de -0.51l/s et par conséquent au moment où le clapet vient buter sur le siège on enregistre une augmentation de la hauteur de pression $H_r(1)$ de l'ordre 30mCE qui donc dépasse celle enregistrée en régime permanent. Ainsi donc cette inversion de débit suivie de cette augmentation subite de la hauteur $H_r(1)$ explique donc la similitude qu'on observe entre les deux figures 29 et 39 pour les temps ultérieurs à l'instant de fermeture du battant. Enfin on notera une faible réouverture du battant suivi immédiatement d'une fermeture probablement au retour de l'onde de pression en aval du battant.

La courbe théorique représentative de l'évolution du débit au niveau du réservoir de refoulement R_r , après la fermeture totale du battant, a une forme plus ou moins sinusoïdale et par conséquent on se doit d'admettre, sous l'hypothèse que la surface libre du réservoir est maintenue constamment à 6.5m du sol, que la conduite perd une certaine quantité de fluide chaque fois que ce débit est positif. Or comme elle n'est nullement compensée, puisque le battant est complètement fermé pendant ce temps là, cela contribue encore à justifier les écarts observés après le passage de la première onde de pression.

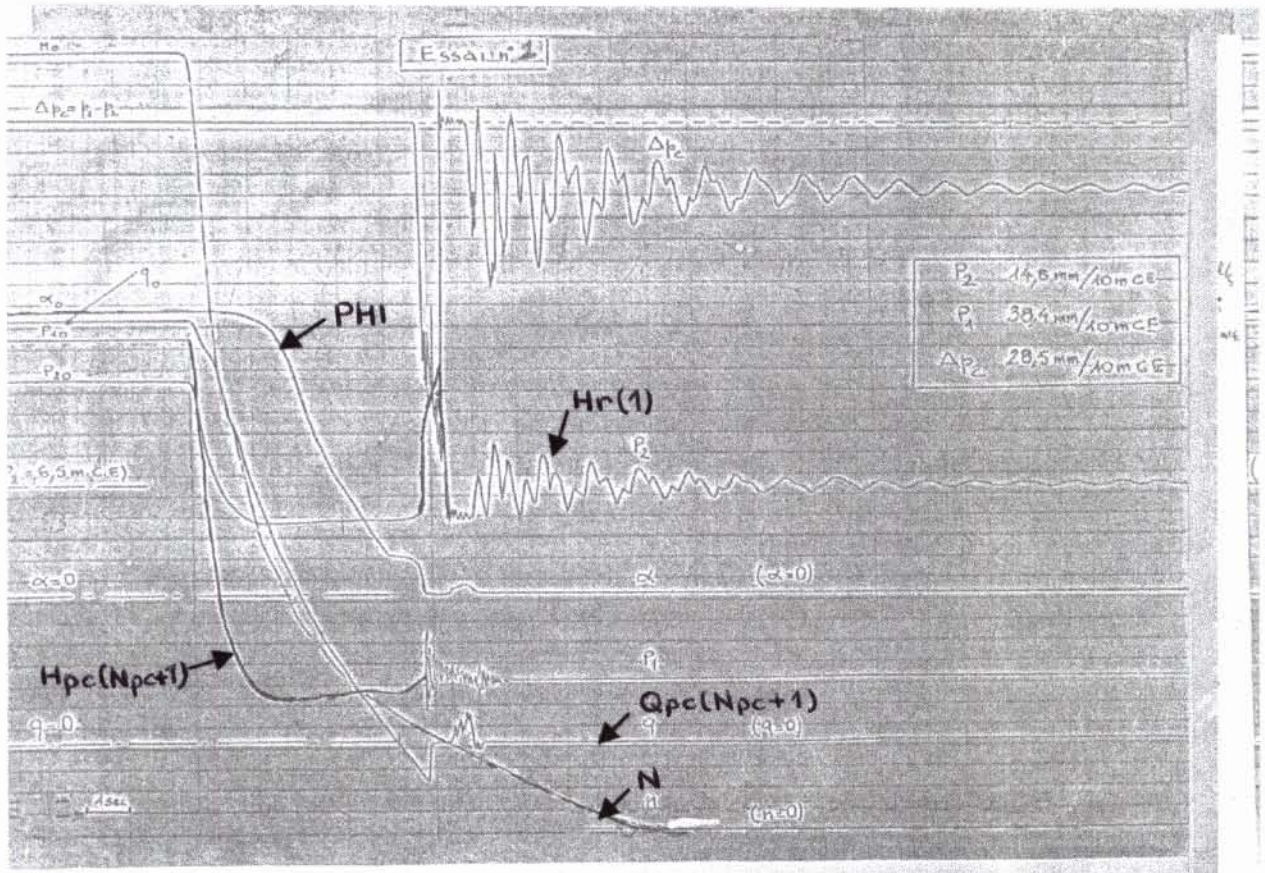
IV-2-8-2- Circuit A300P (Fig. 40) :

Pour ce circuit les conditions initiales (au début du régime transitoire) sont :

- débit initial $Q_0=5.81\text{l/s}$, débit légèrement supérieur au cas précédent du fait d'une part à la réduction de la longueur (d'environ 6m) et d'autre part à la nouvelle cote du dernier point de la conduite de refoulement ;
- hauteur $H_r(1)=21\text{mCE}$;
- angle initial $\varphi=31.6^\circ$.



- Fig. 39a - Résultats théoriques - Circuits B300-5.35l/s



- Fig. 39b - Résultats expérimentaux

Comme pour le point précédent (Fig. 39), on notera ici les mêmes évolutions des hauteurs de pression, du débit, de l'angle ϕ et de la vitesse de rotation durant les deux premières secondes. Par la suite les courbes des débits et surtout de l'angle ϕ présentent des tangentes plus faibles ce qui se traduit par une fermeture du battant beaucoup plus ralentit : la fermeture totale est observée au l'instant (approximatif) $t=12.3s$. Après cette fermeture, on enregistre un faible retour de faibles oscillations de la hauteur de pression $H_r(1)$ (voir courbe théorique) avec une surpression maximale de l'ordre de $2.8mCE$: cette diminution de la surpression par rapport à la figure 39 s'explique par le fait que le débit maximal de retour est pratiquement divisé par 8 avant que le battant vienne frapper le siège.

IV-3- Simulation du comportement dynamique du clapet antiretour **- Cas viscoélastiques (Conduite en PVC) :**

Pour l'étude des effets de la viscoélasticité de la conduite sur le comportement dynamique du clapet antiretour à battant DN100, notre choix du matériau de la conduite s'est porté sur le polychlorure de vinyle (PVC) renforcé. Toutefois ce choix aurait pu être porté sur le polyéthylène à basse densité, nous avons néanmoins retenu le PVC pour les deux raisons principales suivantes :

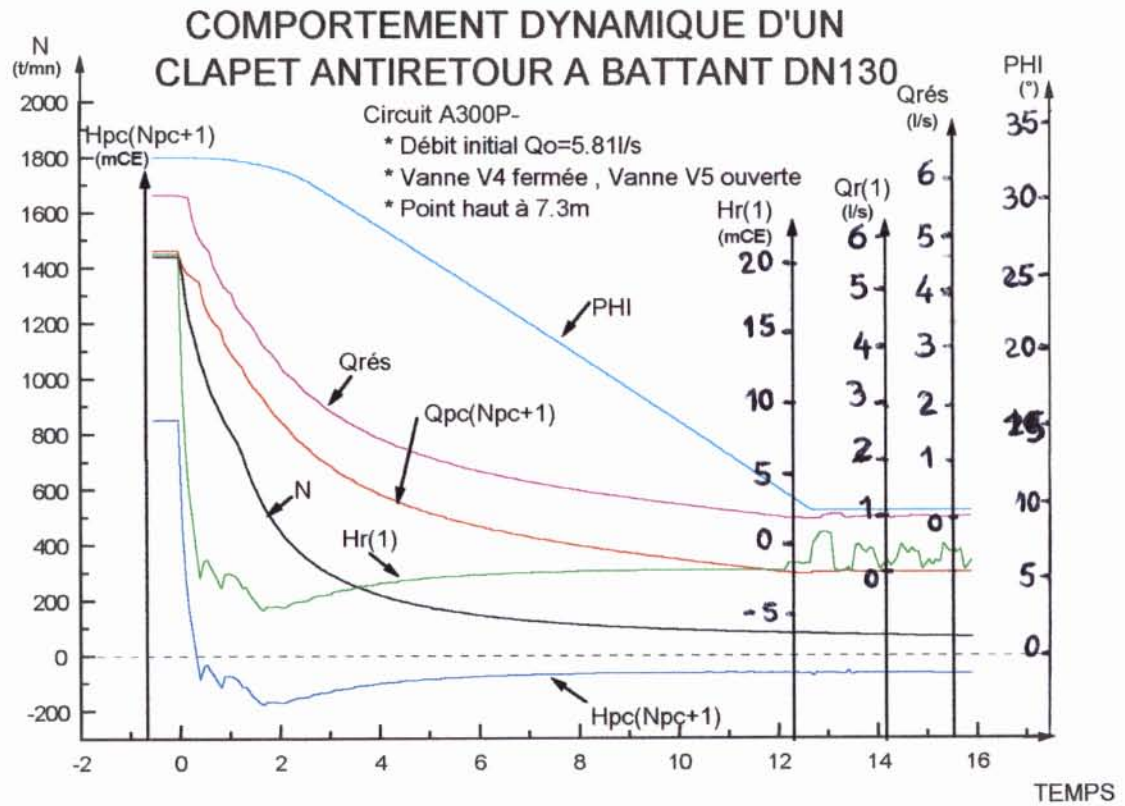
- Pour les pressions effectives envisagées (pouvant atteindre douze bars et même plus) le polyéthylène présente un fluage qui serait capable d'entraîner des déformations très importantes.
- Le comportement viscoélastique du polyéthylène est pratiquement non linéaire face à de telles pressions.

Pour être plus précis et ce en vu d'une simulation du comportement dynamique du clapet antiretour à battant, nous supposons que les tuyaux en PVC sont fabriqués selon la norme AFNOR NFT54-016 : « Tubes et raccords en polychlorure de vinyle non plastifié (PVC-U) pour la conduite de liquides avec pression - Spécification (12/1996) ».

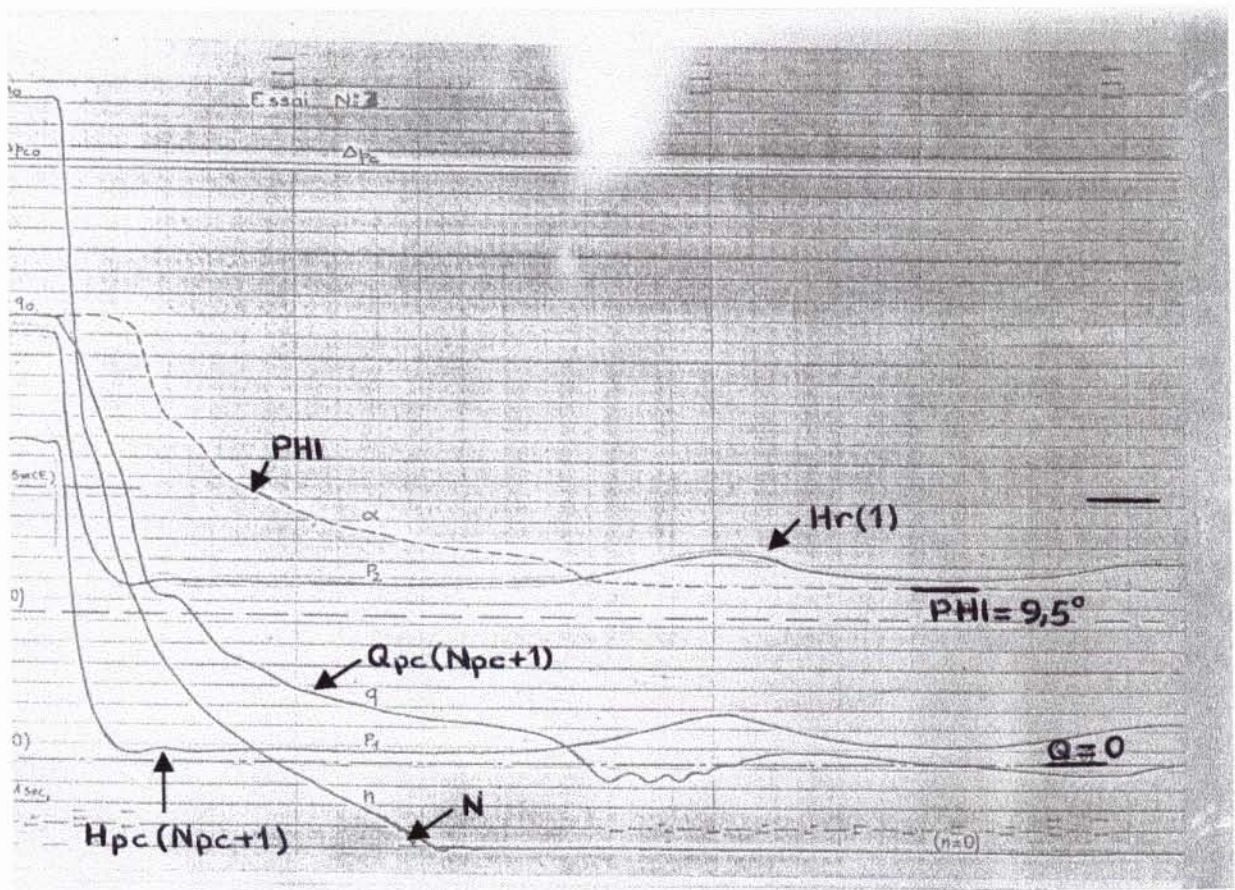
Afin de pouvoir comparer les résultats découlant de telles simulations avec ceux obtenus dans les cas élastiques, nous adopterons les diamètres et les épaisseurs moyens donnés dans le tableau 2 de l'extrait de cette norme, tableau donné en annexe. Ainsi d'après ce tableau nous avons :

- Conduite d'aspiration de la pompe : diamètre extérieur $D_{as}=160mm$
épaisseur $E_{as}=6.2mm$.
- Conduite reliant la pompe et le clapet : diamètre extérieur $D_{pc}=110mm$
épaisseur $E_{pc}=5.7mm$
- Conduite reliant le clapet au réservoir de refoulement R_r : diamètre extérieur $D_r=75mm$
épaisseur $E_r=4mm$

Compte tenu que la norme NFT54-016 impose d'une part que le PVC non renforcé doit avoir un module d'élasticité supérieur à $2500Mpa$ et d'autre part un coefficient de sécurité de 2.5 pour que la durée de vie du tuyau soit supérieure à 25ans nous adopterons pour le tuyau en PVC un module d'élasticité de $6000Mpa$. De même par manque de données expérimentales sur l'évolution (dans le temps) de ce module, nous nous inspirons des résultats fournis par NIMOYA et FERRY [41] et déterminés à partir principalement de l'étude des corps dont les comportements sont assez proches de celui du polyéthylène à basse densité. Pour un modèle de



- Fig. 40a - Résultats théoriques - Circuit A300PH-5.81l/s



- Fig. 40b - Résultats expérimentaux

KELVIN-VOIGT (Fig. 8) à trois éléments ces auteurs fournissent les valeurs des fonctions de fluage données dans le tableau suivant :

Tableau 3

T (°C)	J ₁ x10 ⁹ Pa ⁻¹	J ₂ x10 ⁹ Pa ⁻¹	J ₃ x10 ⁹ Pa ⁻¹
13.8	0.516	0.637	0.871
25	0.754	1.046	1.237

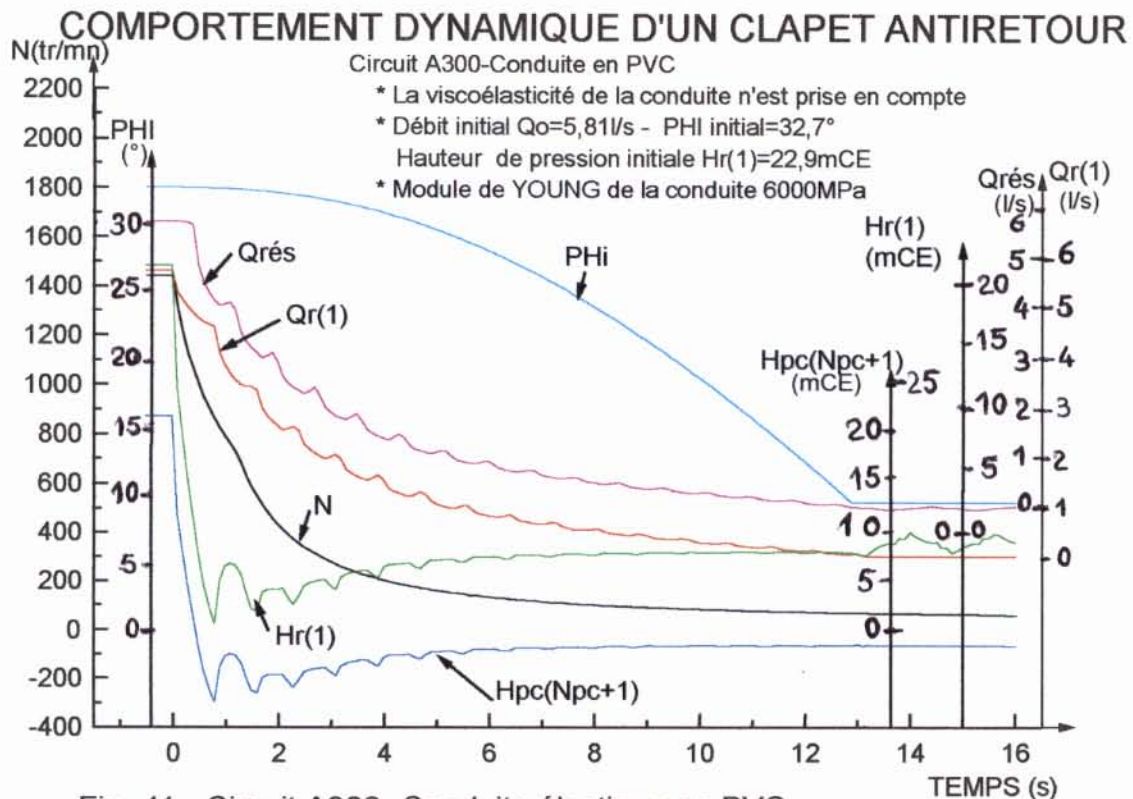
Ainsi donc sur la base de ce dernier tableau et en supposant que le phénomène transitoire, phénomène qui s'installe le long de la conduite à la suite de la disjonction de la pompe, évolue à la température moyenne de 18°C . Compte tenu :

- de la formule (60) présentée en I-6-1 et des formules qui en découlent ;
- que la fonction de fluage du PVC renforcé est d'au moins 6 à 8 fois inférieure à celle du polyéthylène à basse concentration ;
- et enfin en se référant aux différentes confirmations de plusieurs auteurs et tout particulièrement celles faites par MASSOUH [62] après étude des " célérités des ondes de coups de bélier dans les conduites élastiques et viscoélastiques "

pour effectuer les cinq simulations suivantes nous adopterons pour les coefficients de cette formules (60) les valeurs suivantes :

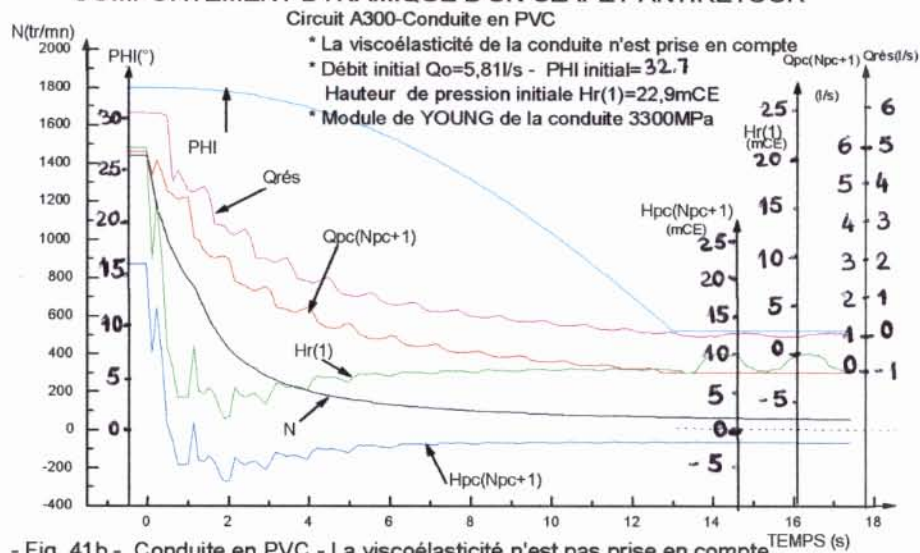
$$J_1 = 0.13 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1} \quad J_2 = 0.205 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1} \quad J_3 = 0.23 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

$$\tau_1 = 458.9 \text{ s} \quad \tau_2 = 1892.6 \text{ s} \quad \tau_3 = 7887.5 \text{ s}$$



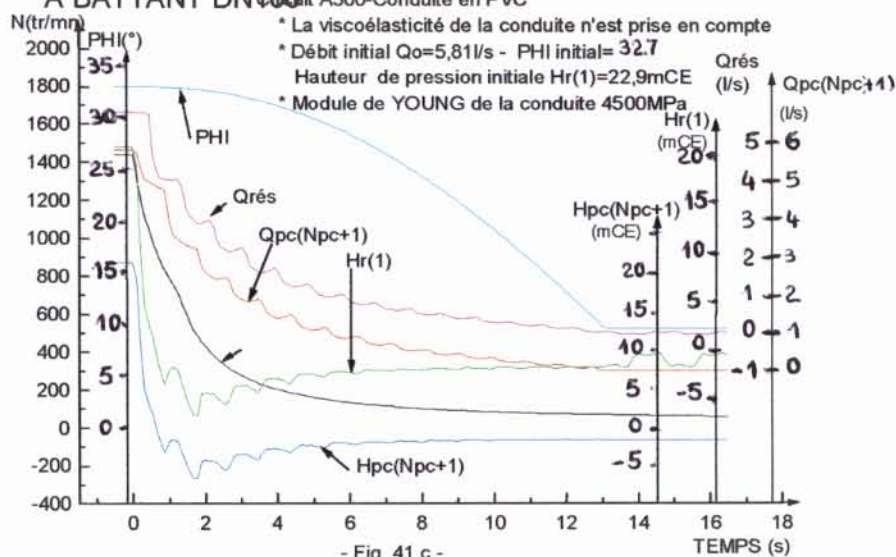
- Fig. 41 - Circuit A300- Conduite élastique en PVC

COMPOTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTIRETOUR

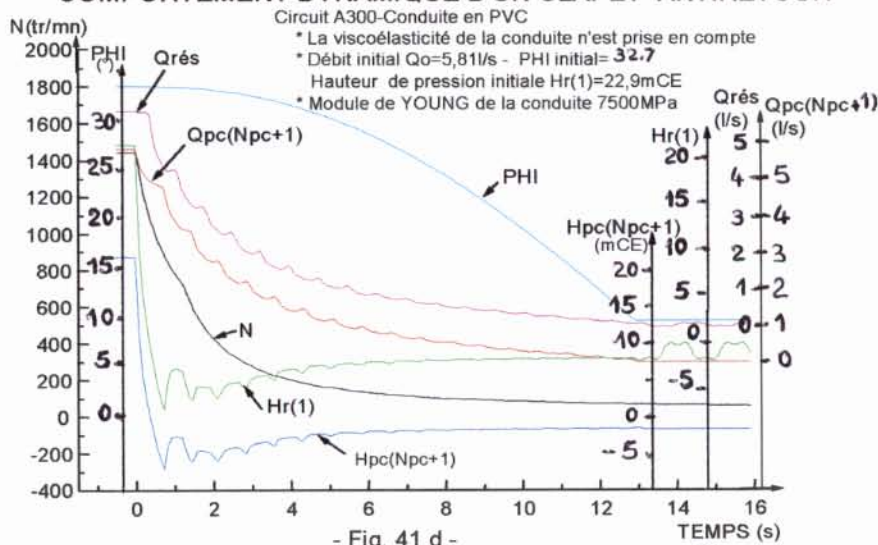


COMPOTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTIRETOUR

A BATTANT DN100



COMPOTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTIRETOUR



Malgré le fait que ces valeurs soient fixées de façon très approximative (au moyen d'interpolations linéaires et ou l'intuition avait aussi sa part), nous pensons qu'elles sont assez proches des valeurs réelles ; il reste à espérer toutefois qu'elles seraient rapidement, soit confirmées, soient corrigées par des mesures sur sites.

IV-3-1- Circuit A300- Conduite en PVC (Fig.41a,b,c,d et Fig.42) :

Les conditions "hydrauliques" initiales de fonctionnement de l'installation étant à celles prises lors de l'étude du même circuit effectuée au point IV-2-8-2 , les quatre figures suivantes (Fig. 41a,b,c,d obtenues par simulation) traduisent graphiquement les comportements dynamiques des éléments du circuit dans le cas ou le matériau de la conduite aura respectivement pour module d'élasticité (module de YOUNG) 6000Mpa , 3300Mpa , 4500Mpa et 7500Mpa. On remarque que plus faible est ce module, plus grande est l'amplitude des variations de pression et du débit.

En comparaison avec les résultats obtenus en IV-2-8-2 on remarquera que la dépression maximale est plus importante dans le cas d'une conduite en PVC que pour une conduite en acier. Ceci peut s'expliquer par le fait que la vitesse de l'onde de choc est beaucoup plus faible dans le cas du PVC que dans le cas de l'acier (voir tableau suivant).

Tableau 4

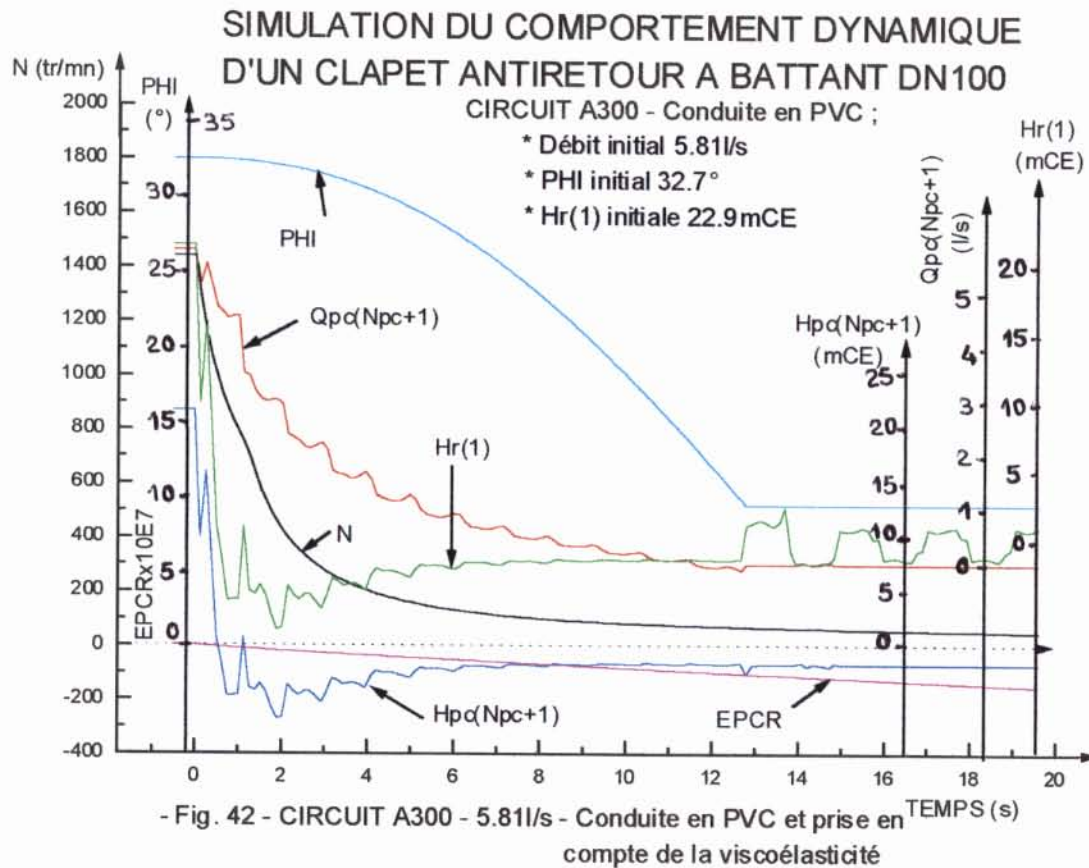
Matériau (Module de YOUNG)	Circuit Réservoir Rs-Pompe	Circuit Pompe-Clapet	Circuit Clapet-Réservoir Rr
Acier ($E=210 \cdot 10^9$ Pa)	1240.6m/s	1282.4m/s	1312.2m/s
PVC ($E=6 \cdot 10^9$ Pa)	657.8m/s	679m/s	694.9m/s
PVC ($E=3.3 \cdot 10^9$ Pa)	512.6m/s	530.8m/s	544.8m/s
PVC ($E=4.5 \cdot 10^9$ Pa)	585.2m/s	605.1m/s	620.2m/s
PVC ($E=7.5 \cdot 10^9$ Pa)	717m/s	738.8m/s	755.3m/s

Ainsi une telle réduction de la célérité de l'onde de choc aura pour conséquence que cette dernière mettra plus longtemps à parcourir (pour un aller retour) la conduite. Or comme le débit en général diminue, les dépressions successives qui en découlent seront plus importantes pour le cas ou la conduite est en acier. Pour notre circuit cette dépression est telle que la conduite est soumise à une dépression assez proche de celle qui est susceptible d'engendrer une cavitation.

En poursuivant la "lecture" des graphes, on remarque, une fois l'instant $t=4s$ est dépassé, que pour toutes les quatre figures 41 les différentes courbes sont assez stables et possèdent même des formes très proche de celles observées sur la figure 40a (ou 40b).

Sur la figure 42 sont tracées les mêmes courbes que celles obtenues pour le cas précédent (courbe de hauteur de pression, de débit, de vitesse de rotation et de l'angle PHI) et la courbe EPCr donnant l'évolution de la déformation retardée dont la plus grande valeur, valeur négative du fait de dépression découlant de l'arrêt de la pompe centrifuge, atteint la valeur de $12 \cdot 10^{-5}$. Pour cette figure, la viscoélasticité du matériau de la conduite (le PVC) a été prise en compte.

On notera que la seule influence de cette prise en compte de la viscoélasticité dans le cas ou le



module de YOUNG vaut 3300Mpa (cas le plus défavorable) entraîne une très faible réduction de la dépression qu'il n'est possible de détecter qu'à travers les fichiers de calculs. Par conséquent si les hypothèses introduites en ce point sont plus ou moins vérifiées on pourra confirmer les suggestions faites par plusieurs auteurs quant à la négligence de la viscoélasticité du PVC lors de la simulation du coup de bélier en conduite en PVC : pratiquement ce dernier se comporte comme un corps élastique.

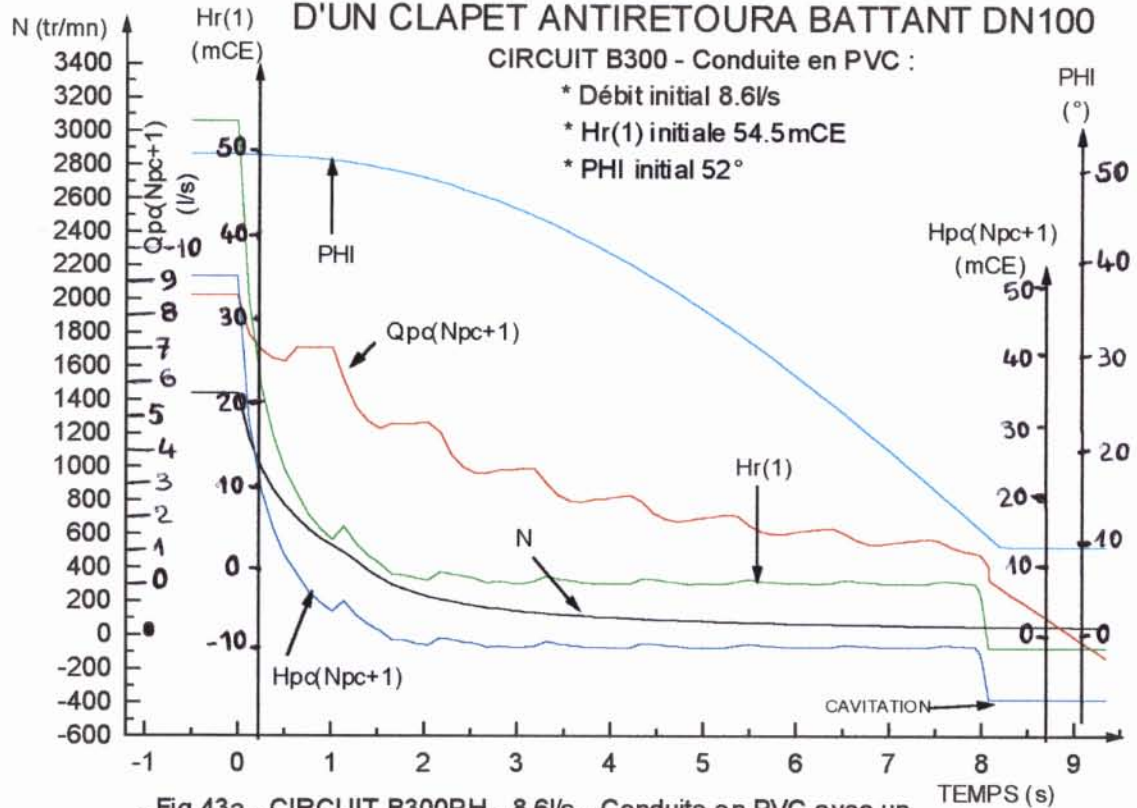
IV- 3 -2- Circuit B300- Conduite en PVC(Fig. 43) :

Les simulations du comportement dynamique du clapet à la suite d'une disjonction de la pompe centrifuge et ce le long d'une conduite en PVC sans et avec prise en compte de la viscoélasticité sont montrées en Fig. 44a et Fig. 43b. On voit sur ces figures encore une fois que le PVC se comporte presque exactement comme un corps élastique.

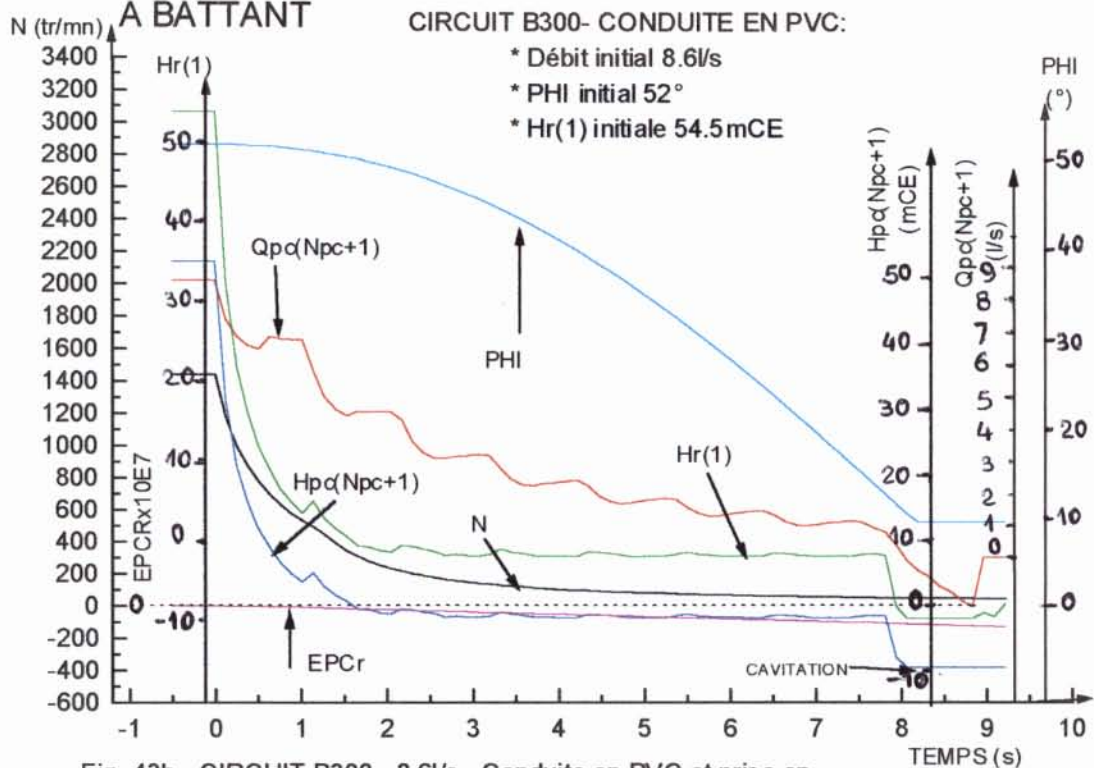
La comparaison des résultats montrés à la figure 39a (même si les débits initiaux sont légèrement différents) permet d'affirmer que l'allure générale est préservée dans les deux cas et les seules différences qui méritent d'être signalées sont :

- La hauteur de pression atteint des valeurs plus basses dans le cas de la Fig. 43 que pour la Fig.39a
- Le temps de fermeture du battant est de l'ordre de 7.8s pour la Fig. 43 au lieu de 4.6s pour la Fig39
- La pression régnante dans la conduite (tout au moins au niveau du clapet) étant assez proche de la tension de vapeur d'eau avant la fermeture totale du battant est la cause principale de la cavitation enregistrée : à cause de cela une protection de l'installation au moyen d'une ventouse qui serait placée au point haut s'avère ici indispensable.

SIMULATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTIRETOURA BATTANT DN100



COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN CLAPET ANTIRETOUR A BATTANT



CONCLUSION

A la suite de la présentation de la problématique concernant le comportement dynamique d'un clapet antiretour à battant et à partir des hypothèses faites sur la conduite et sur le fluide véhiculé dans cette conduite, nous avons été amenés à modéliser ce comportement au moyen de cinq équations : trois équations aux dérivées partielles découlant des lois de conservation combinées à des lois de comportement, une équation différentielle ordinaire non linéaire de second ordre découlant de l'étude du mouvement du battant et, une relation liant la perte de charge causée par le clapet au débit de fluide dans la conduite et à l'angle φ donnant la position du battant.

La méthode numérique utilisée (au second chapitre) pour la résolution de ce système d'équations non linéaires et transcendantes est la méthode des caractéristiques. Cette méthode qui offre des possibilités de traitements de conditions aux limites très variées tout en associant un temps de calcul plus ou moins réduit, semble être bien adapté aux applications pratiques. L'utilisation d'autres méthodes de calculs des circuits hydrauliques industriels soumis à des régimes instationnaires, méthodes qui en général prennent en compte le caractère bidimensionnel de l'écoulement et par voie de conséquence sont plus précises mais en revanche beaucoup plus lourdes, ne nuiraient certainement pas les limites de celle que nous avons adoptée.

Parmi les résultats importants de la présente étude, résultats qui méritent d'être signalés ici, citons tout particulièrement l'inefficacité d'un clapet antiretour à battant à s'opposer au retour de fluide dans la majorité des cas à la suite d'une disjonction de pompe. Très souvent cette inefficacité a pour conséquence, une fois le clapet fermé, la création de fortes et rapides perturbations à l'intérieur de la conduite, perturbations qui peuvent être à l'origine des mauvais fonctionnements (ou de simples dérèglements) de certains organes hydrauliques et tout particulièrement ceux de mesures et/ou de contrôle. De même la prise en compte de la viscoélasticité de la conduite dont les fonctions de fluage et les temps de relaxation pour le cas du modèle de KELVIN-VOIGT ont été fixés a priori n'influe presque pas certes sur le comportement du battant mais néanmoins elle a pour conséquence une chute légèrement plus importante de la pression dans la conduite par rapport aux cas élastiques.

Nous avons par ailleurs démontré, aussi bien par voie expérimentale que par voie théorique, que l'action d'un contrepoids fixé au battant ne se traduit que par une faible diminution du temps de retour du fluide avec certes une réduction de la pression maximale qui se crée une fois que le battant aura buté contre le siège du clapet. Par contre l'utilisation de ressort de rappel comme moyen accélérateur de cette fermeture semble être meilleure mais néanmoins, une telle solution est sujette, d'une part, à des fréquences d'entretiens plus importantes et, d'autre part, ne convient que pour un débit fixe. Dans ce dernier cas, si le débit est variable, le ressort de rappel doit être

muni d'un moyen de réglage.

Quoiqu'il en soit, au terme de cette étude, il semble bien que toute amélioration de la corrélation, déjà assez convenable, que nous avons obtenu entre les résultats théoriques et expérimentaux, suppose :

- une connaissance plus précise des lois définissant les coefficients C_m et $K_{si}(\zeta)$, affectés au clapet antiretour, en fonction de l'angle Φ (φ) et de ses dérivées successives (au moins à l'ordre un), du débit et peut être même de la nature du fluide ;
- que l'évolution du moment virtuel du battant lors de son déplacement doit être précisée ;
- pour le cas viscoélastique une prise en compte de la relation « déformation-pression » moins simplifiée et ce en testant d'autres modèles (fluides viscoélastiques linéaires ou non linéaires)
- la prise en compte d'une meilleure loi de comportement du matériau : une telle loi peut être obtenue en mesurant directement la fonction de fluage à des fréquences plus ou moins élevées (supérieures à 10^3 Hz).

C'est à notre avis , dans ce sens que la présente recherche mérite d'être poursuivie. Son extension au cas de grandes déformations pourrait trouver une application toute particulière dans l'étude de la circulation sanguine même si les artères ont un comportement plus complexe et présentent un effet mémoire beaucoup plus important.

BIBLIOGRAPHIE

- 01- **J. ELLIS , LW. MUALLA** : Wave induced transients in pumping station storm overflow
Pressure Surges (Paper F1 – pages 243 à 262) September 21-23- 1983
- 02- **J. ELLIS** : A Study of pipe-liquid interaction following pump trip crud check valve closure in a pumpind
station - Pressure Surges (Paper F3 – pages 203 à 220) March 27-27- 1980
- 03- **A.R.D. THORLEY , JH. OEIT** : Dynamic behavior of a swing check valve
5th international symposium on water column separation (pages 339 à 354) September 26-28- 1981
- 04- **RONALD S.KANE and SOUNG M.CHO** : Hydraulic performance of tilting-disk-check valves
(pages 57 à 72) January 1978
- 05- **A.R.D. THORLEY** : Dynamic reponse of check valves - Pressure surge (F1 – pages 231 à 242)
September 21-23- 1983
- 06- **WILLIAM O'KEEFE , Associate Editor** : Check valves - Power _ Vol. 120. N°8 (pages 25 à 36)
August 1976
- 07- **LAYRANGUES** : Barrage à clapets - Travaux (pages 64 0 67) Février 1978
- 08- **G. COMBES** : Les problèmes posés par les clapets anti-retour et les remèdes disponibles
T.S.M. – L'EAU (pages 595 à 598) Décembre 1974
- 09- **G.A. PROVOOST** : The dynamic behaviour of non-return valves - Third International Conference on
Pressure SURGES (Paper J1- pages 415 à 427) -Canterbury, England- March 25-27-1980
- 10- **G.A. PROVOOST** : A critical analysis to determine dynamic characteristic of non-return valves
4th International Conference on Presure Surges (Paper J4 – pages 275 à 286)
September 21-23 1983
- 11- **G. COMBES** : Battements des clapets anti-retours - TSM L'EAU (pages 111 à113) - Février 1982
- 12- **THORLEY , A.R.D.** : Check valve behaviour vuder transcient flow-conditions , a state of the art Review
A.S.M.E. J.Fluid Engeniring 111(1) 1989
- 13- **KIM , H.T.** : Watherammer formulation For pipe network with check valve and its applications
Proc. 32d International Topical Meting on Nuclear Power Plart Thermal Hydraulic an applications
- 14- **ZIELKE , W.** : Frequency dependent friction in transcient pipe flow –
A.S.M.E. Trans Journal of basic Enginiring 1968
- 15- **COLLIER , SL and HEINER , CC** : A facility and approch to performance test of check valves –
Procs ASME , paper N°82. Energy Sources Technology Coference , New ORLEANS- March 1982
- 16- **DOUGLAS J.M.** : Study of an anti surge check valves - Report from ALSTHON Atlantique, unidated
Supplied , ASME August 1982
- 17- **WORSTER , RC** : The closing of reflux valves - Report N°SP626 , British Hydromechanics Research
Association , Granfield , Beds May 1969
- 18- **WORSTER , RC** : The use of linearise d'equations in calculating the motion of reflux valves
Rearch Report N°RR676 – British Hydromecanichs , Research
Association , Granfield , Beds May 1960

- 19- **POOL, E.D., PORWIT, AJ, and CARLTON J.L. :**
Prediction of pressure from check valves for nuclear loops - Proceedings ASME - November 1962
- 20- **SCHWEITZER, R. :** Pressure Drop test of 6". Model FFTF Check valve - Report N°2813-02-01 -
Rockwell Manufacturing CO, Pittsburgh, Pa May 27 1971
- 21- **THORLEY, A.R.D. :** A comparative review of check valve performance - Conference Hydromechanics
Resench Establishment, Cranfield May 1959
- 22- **KUBIE, J. :** Performance and design of plug-types check valves -
Procs, I. Mech. E. Vol 176 N°3 pp 47-56 1982
- 23- **PROVOOST, G. A. :** The dynamic characteristics of non-return valves - 11th IAHR Symposium of the
section on Hydraulic Machinery - equipemen and cavitation ; Operating problems of pump
stations and Power plants. Amsterdam - Paper 14 Sept 1982
- 24- **COLLIER, S.L, and HOCINER, CC :** A facility and approach to performance test of check valves-
Procs ASME, Paper N°82, Energy Sources Technology Conference, New Orleans March 1982
- 25- **DOUGLAS, J.M.:** The Glenfield Recoil Check Valves- The Glensfield Gazette N°230 pp23-25, Nov1969
- 26- **WORSTER, R.C. :** The closing of reflux valves - British Hydromechanics Research Association,
Cranfield 26-28 September 1981
- 27- **DOUGLAS, J.M. :** Study of an anti-surge check valve - Report from Alsthom Atlantique 1982
- 28- **SCHWEITZER, R. :** Dynamic Analysis Tests Of 6". Model FFTF Check Valves May 1972
- 29- **G.O. THOMAS, P.E., B. SC. (Phy. Sc), M.S. (Civil Eng.) :**
Determination of pump characteristics for a computerized Transient Analysis -
Interntional Conference On Pressure Surges - Paper A3 - (pages 21 à 23) 6th-8th September 1972
- 30- **BENJAMIN DONSKY :** Complete pump characteristics and the effects of specific speeds on hydraulic
transients - Journal of Basic Engeneering -
Transachin of the ASME - Pages 685 à 699 Dember 1961
- 31- **N.ERDODY, V.BOKEMEIR :** The closure behaviour of undamped swing check valves.
Kraftwerk union AG, Hamnerbacherstr 12.14-8520 Erlagen
- 32- **M. WALCHER :** Implementation and verification of new check-valve- Model for the computer code
SINDRU - Simulation of presure surges in pipeline networks (pages 365 à 380)
- 33- **RANDRIA P., LY D.P. et BELLET D. :** Ecoulement viscoélastiques transitoires
Journal de mécanique théorique et appliquée 1982
- 34- **RIEUTORD E. :** Transient response of fluid viscoelastic lines .
ASME, journal of fluids Engineering, Vol. 104, N°3 (pages 335 à 341) Septembre 1982
- 35- **VINH TUONG N.P. :** Sur le passage du réime harmonique au régime transitoire ,
Communication au Groupe Français de rhéologie , 40 p. Février 1967
- 36- **TRIKHA A.K. :** An efficient method for simulatinfrequency dependent friction in transient liquid flow,
A.S.M.E. Serie I, Journal of Fluid Enineering, pp. 97-105 Mars 1975
- 37- **ROULEAU W. T. and YOUNG F.T. :** Distorsion of short pulses in tube pulse trasformers, Part II,
Viscous Liquid, A.S.M.E. Vol. 87, N°2 pp. 471-477, June 1965
- 38- **I. ETTER et W.R. SCHOWALTER :** Unsteady flow of an Oldroyd fluid un a circular tube ,
Transaction of the Society of Rhéology - Vol. 9, N°2 (pages 351 à 369) 1965

- 39- **Marc DEMOULIN** : Ecoulements instationnaires Sciences de l'ingénieur AF5- A1920 2-1995
- 40- **L. SEDOV** : Mécanique des milieux continus - Editions MIR - 1975
- 41- **P. GERMAIN – P. MULLER** : Introduction à la mécanique des milieux continus - Masson 1980
- 42- **RIEUTORD E. et BLANCHARD A.** : Influence d'un comportement viscoélastique de la conduite dans le phénomène du coup de bélier.
Compte-rendu Académie des sciences, Paris, tome 274, pp. 1963-1966 . 1972
- 43- **TIMOSHENKO** : Théorie de l'élasticité , BERANGER 1936
- 44- **FEODOSSIEV** : Résistance des matériaux , Editions MIR 1976
- 45- **LEMAITRE J. et CHABOCHE J.L.** : Mécanique des matériaux solides – Dunod - 1988
- 46- **N. MIDOUX** : Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique.
TEC & DOC – LAVOISIER , 1993
- 47- **P. GERMAIN** : Mécanique , tome II - Ellipses 1986
- 48- **SCHOWLTER W.R.** : Mechanics of non-newtonian fluids - Pergamon , Press 1978
- 49- **S. CANDEL** : Mécanique des fluides – Dunod , Paris 1990
- 50- **WYLIE E.B. et STREETER V.L.** : Fluids transients - Mac Graw Hill 1978
- 51- **DAMOU Merzak** : Mécanique des fluides - O.P.U. , Cod. 2.05 3887 1994
- 52- **J ; MATHIEU , B. JEANDEL , B.E. LAUNDER , W.E. REYNOLDS et W. RODI** :
La simulation des modèles de turbulence et leurs applications - Eyrolles , Paris 1984
- 53- **J.P. HENRY - F. PARSY** : Cours d'élasticité DUNOD 1982
- 54- **MENDEL** : Cours de mécanique des milieux continus- Mécanique des fluides, GAUTHIER-VILLARS 1966
- 55- **SWAFFIELD, J.A.** : The Influence of Bends on Fluid Transients Propagated in Incompressible Pipe Flow , Proceedins, Institution of Mécanical Engineers 183pt,
1 N°. 29 pp. 603-614 (1968-69)
- 56- **OLDENZIEL, DM, and TEIJEMA, J.** : Cavitation on valves in correlation to liquid properties –
Proc. IAHR Symp. Problème of hydraulic machine –
Hydraulic Structure Interaction, LININGRAD SepT. 6-9-1976
- 57- **LOUIS BERGERON** : Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité.
Méthode graphique générale. DUNOD 1950
- 58- **PROVOOST , G.A.** : Investigation into cavitation in a prototype pipeline caused by water-hammer,
Proc, 2nd International Conference On Pressure Surges , LONDON Sept. 22-24-1976
- 59- **Y. OURAGH** : Ecoulements forcés en hydraulique – 2^{ème} partie
O.P.U. Codification 2.02. 3410 1991
- 60- **PERSOZ B.** : La rhéologie - Masson , Paris 1969
- 61- **MARQUARDT D.W.** : An algorithm least-squares estimation of non linear parameters , J.Soc. Indust.
Math. , vol. 11, N°2 , pages 431 à 441 1963
- 62- **MASSOUH** : Célérité des ondes de coups de bélier dans les conduites élastiques et viscoélastiques –
Thèse de Docteur Ingénieur – Université de Paris VI et CTGREF 1979

- 63 – **WATTERS JEPSON - FRAMER** : Waterhammer in PVC and reinforced plastic pipe
Journal of Hydraulics . Division ASCE HY7 - Juin 1976
- 64 – **M. KRASNOV , A. KISSELEV , G. MAKARENKO** : Fonctions d'une variable complexe et
leurs applications. Editions MIR 1985
- 65 – **A. GOUDIN , M. BOUMAH RAT** : Méthodes numériques appliquées
O.P.U. Codification 2-08-3372 1984
- 66 – **MURRAY R. SPIEGEL** : TRANSFORMEES DE LAPLACE - Cours et problèmes
Série SCHAUM 1980
- 67 – **P. POLOUKHINE , G. GOUNE , A. GALKINE** : Résistance des métaux et des alliages à la
déformation plastique Editions Mir 1980
- 68 – **BALTZER R. A.** : A Study of column separation accompanying the flow of liquids in pipes.
The University of Michigam Ph. D. 1969
- 69 – **WEYLER M.** : An Investigation of the effect of cavitation momentum loss in transient pipe flow.
The University of Michigam . 1969
- 70 – **N. MIDOUX** : Mécanique et rhéologie des fluides Tec & Doc Lavoisier 1993
- 71 – **A. PIMENOV , Kh. TAGUI-ZADE** : Hydraulique générale et appliquée
Eyrolles Editeur/Paris 1993
- 72 – **FRANCIS LORTAL** : Analyse numérique Série Schaum 1986
- 73 – **ANDRE DUPONT** : Hydraulique urbaine – Tome II - Eyrolles - 1974
- 74- **J.A. FOX** : Hydraulic analysis of unsteady flow in pipe networks. The Macmillan Book-LTD - 1977
- 75- **T.TANAKA – H. TSUKAMOTO** : Transient Behavior of a Cavitating Pump at Rapid Change in
Operating . Conditions – Part 1 : Transient Phenomena at Opening/
Closure of Discharge Valve
Journal of Fluids Engineering, Vol. 121/ P. 841 à 849. December 1999

ANNEXE

**A
N
N
E
X
E**

ANNEXE I

EXPRESSION DES PERTES DE CHARGE EN REGIME INSTATIONNAIRE

Considérons l'intégration de l'équation de la quantité de mouvement (équation 27 du premier chapitre) sur une tranche d'épaisseur Δx représentant un domaine élémentaire de volume ΔL , intégration effectuée le long de la conduite suivant l'axe Ox :

$$\int_{\Delta x} \rho \frac{d\bar{v}}{dt} S dx = \int_{\Delta x} -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} S dx + \int_{\Delta L} \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} dL + \int_{\Delta x} \bar{f} S dx \quad (A 01)$$

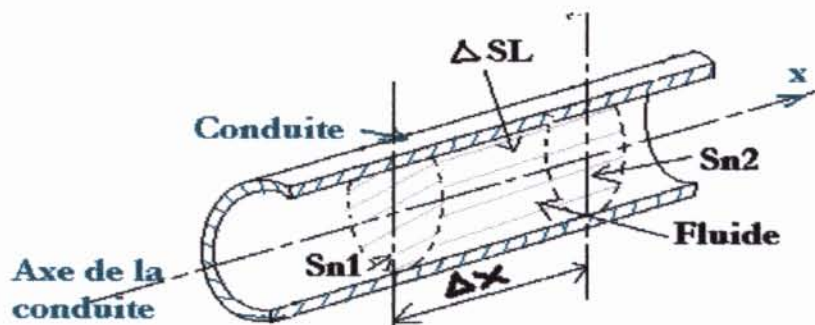
où $\bar{f}$ est la valeur moyenne de la composante suivant Ox des forces de volume ;

$\bar{p}$ et $\bar{v}$ sont respectivement les valeurs moyennes de la pression et de la vitesse du fluide ;

S la section transversale de la conduite ($S = \pi D^2/4$) ;

τ_{ij} est la contrainte appliquée à telle où telle face de l'élément de volume ΔL et est parallèle à la direction de l'écoulement du fluide .

Considérons de plus près le deuxième terme du second membre de (A 01) et appliquons-lui le théorème d'Ostrogradski



- Fig. 1 - Domaine élémentaire ΔL

$$\int_{\Delta L} \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} dL = \int_S \tau_{1j} n_j dS$$

Comme

$$S = S_{n1} + S_{n2} + \Delta S_L$$

Avec S_{n1} et S_{n2} les surfaces des faces normales à la direction de l'écoulement du fluide et ΔS_L la surface latérale du domaine ΔL , on aura dans ce cas

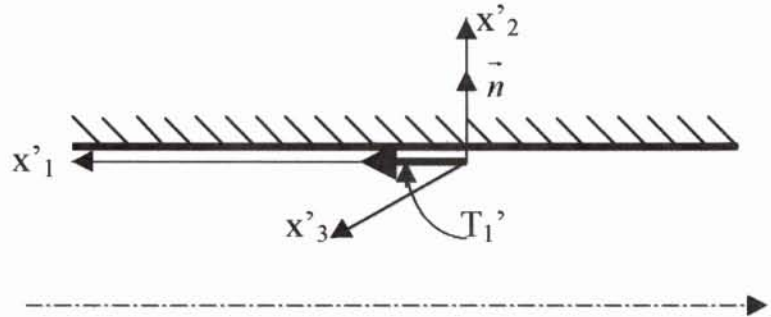
$$\int_S \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} dL = \pm \int_{S_{n1}} \tau_{1j} n_j dS + \int_{S_{n2}} \tau_{1j} n_j dS + \int_{\Delta S_L} \tau_{1j} n_j dS \quad (\text{A } 02)$$

Pour les faces S_{n1} et S_{n2} les contraintes de cisaillement (ou contraintes de viscosité) ont pour composantes nulles sur l'axe Ox et d'autre part elles interviennent sur les faces d'abscisses x et $x + \Delta x$. Par contre, sur la paroi, la composante de la contrainte (de frottement) dans le système d'axes représenté à la figure suivante est

$$T_1' = \tau_{12}' = \mu \frac{\partial V_1'}{\partial x_2'}$$

$$T_2' = \tau_{22}' = \mu \frac{\partial V_2'}{\partial x_2'} (\lambda + 2\mu) = 0$$

$$T_3' = \tau_{32}' = 0$$



- Fig. 2 - Visualisation des contraintes de frottement

où l'axe $Ox'1$ est supposé orienté selon une génératrice de la conduite et l'axe $Ox'2$ porte le vecteur normal $\vec{n}$ à la paroi.

Ainsi, le terme visqueux se réduit à l'unique composante tangentielle $\mu \frac{\partial V_1'}{\partial x_2'} \Delta S_L$ dont la projection suivant Ox est

$$T_f dS_L = T_f \chi dx$$

où T_f est la valeur moyenne de T_1' appliquée sur le périmètre mouillé χ .

Portons ce dernier résultat dans (A 02) :

$$\int_S \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} dS = \int_{\Delta S_L} \tau_{1j} n_j dS = \int_{\Delta x} T_f \chi dx$$

D'où l'expression (A 01) se transforme en :

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{4T_f \chi}{S} + \bar{f}$$

soit

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{4T_f}{D_H} + \bar{f} \quad (\text{A } 03)$$

avec D_H le diamètre hydraulique de la section transversale de la conduite de diamètre D ,

$$D_H = 4R_H = 4 \frac{S}{\chi} = D$$

Dans le cas où les forces de volume se réduisent aux seules forces de gravité, l'équation (A 03) prendra la forme de l'équation (57) (page). Dans cette dernière expression le terme $(4T_f/D)$ représente les frottements qui habituellement sont calculées au moyen de la formule donnant le gradient hydraulique i en régime permanent

$$i = \frac{\lambda V^2}{D 2g}$$

avec λ le coefficient des pertes de charge; comme on le sait ce coefficient est fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité relative de la paroi.

Il est évident que des corrections doivent être apportées à cette valeur du gradient i pour le cas qui nous concerne (régime transitoire). Ces corrections sont difficiles à préciser, mais néanmoins nous allons présenter le modèle proposé par W.ZIELKE [] dans le cas où le spectre de vitesse du fluide (newtonien) est connu en chaque point de la conduite et tout particulièrement si ce spectre est assez de celui qu'on obtiendrait en écoulement laminaire. Ainsi si une telle hypothèse est admise on aura pour expression du gradient dans le cas unidimensionnel :

$$i = \frac{4T_f}{\rho g D} \quad (\text{A } 04)$$

où la contrainte à la paroi est donnée, en coordonnées cylindriques, par la relation suivante :

$$T_f = -\rho \nu \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)_{r=R}$$

avec ν la viscosité cinématique et R le rayon intérieur de la conduite .

Pour établir la forme du champ de vitesse v en une section donnée on résout l'équation de NAVIER-STOKES :

$$\rho \gamma_i = -p_{,j} \delta_{ij} + \mu v_{i,jj}$$

soit dans notre cas prendra la forme

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \Delta v$$

En exprimant le laplacien Δv en coordonnées cylindriques, cette dernière expression peut être écrite sous la forme

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho \nu} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\nu} f(t) \quad (\text{A } 05)$$

Pour résoudre cette dernière équation, utilisons l'expression de la transformée de LAPLACE d'une fonction $h(x)$:

$$L\{h(t)\} = \hat{h}(s) = \int_0^{\infty} h e^{-st} dt$$

avec $s \in \mathbb{C}$.

Ainsi l'équation transformée de (A 05) s'écrit comme suite :

$$\frac{d^2 \hat{v}(s)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{v}(s)}{dr} - \frac{s}{v} \hat{v}(s) = \frac{1}{v} \hat{f}(s)$$

Cette dernière équation différentielle étant celle de BESSEL, sa solution est de la forme :

$$\hat{v}(s) = C_1 J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} r \right) + C_2 N_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} r \right) - \frac{\hat{f}}{s}$$

avec $J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} r \right)$ est la fonction de BESSEL de première espèce d'ordre zéro ;

$N_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} r \right)$ est la fonction de NEWMANN (dite aussi de WEBER).

Les deux conditions limites suivantes

à $r=R$ on a $v(t)=0$ et à $r=0$ on a v qui prend une valeur finie permettent de déterminer les deux constantes d'intégration de la solution $\hat{v}(s)$. En effet on a :

$$C_1 = \frac{\hat{f}(s)}{s J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} R \right)} \quad \text{et} \quad C_2 = 0$$

D'où la solution

$$\hat{v}(s) = \frac{\hat{f}(s)}{s} \left[\frac{J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} r \right)}{J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} R \right)} - 1 \right]$$

dont la dérivée par rapport à la variable r est :

$$\frac{\partial \hat{v}(s)}{\partial r} = \frac{\frac{\hat{f}(s)}{s}}{J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} R \right)} \cdot \frac{\partial J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{v}} r \right)}{\partial r}$$

En se basant sur la définition de la fonction de BESSEL et a est une constante, on peut écrire:

$$\frac{\partial J_0(as)}{\partial s} = -a J_1(as)$$

d'où il vient :

$$\frac{\partial \hat{v}(s)}{\partial r} = - \frac{\hat{f}(s)}{s J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right)} \left[i \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right] \cdot J_1 \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} r \right)$$

Comme

$$L\{T_f(R)\} = -\rho \nu L\left\{ \frac{\partial v}{\partial r} \right\}_{r=R}$$

on aura donc

$$L\{T_f(R)\} = -\rho R \hat{f} \cdot \frac{J_1 \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right)}{i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right)}$$

expression qui peut être présentée sous la forme suivante :

$$L\{T_f(R)\} = -\frac{\rho R \hat{f}}{\Lambda(z)}$$

avec

$$\Lambda(z) = z \frac{J_0(z)}{J_1(z)}$$

où

$$z = i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R$$

est un nombre complexe.

L'utilisation de la méthode des caractéristiques impose la connaissance de la valeur moyenne de la vitesse. Comme par définition cette valeur moyenne de la vitesse est donnée par

$$V = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R \pi r v dr$$

dont la transformée de LAPLACE est :

$$L\{V\} = \hat{V} = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \hat{v} dr = \frac{\hat{f}}{s} \left[\frac{2 J_1 \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right)}{i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right)} - 1 \right] \quad (\text{A } 06)$$

où simplement

$$\hat{V} = \frac{\hat{f}}{s} \left[\frac{2}{\Lambda(z)} - 1 \right]$$

La dérivée de la valeur moyenne de la vitesse aura pour transformée de LAPLACE la grandeur complexe suivante

$$L \left\{ \frac{\partial V}{\partial t} \right\} = s \hat{V}(s) = \hat{f} \left[\frac{2}{\Lambda(z)} - 1 \right]$$

A partir de cette dernière expression on tire celle de $\hat{f}$

$$\hat{f} = \frac{s \hat{V} \Lambda}{2 - \Lambda}$$

Portons cette expression dans celle de $\hat{T}_f$, on aura :

$$\hat{T}_f(s) = \frac{\rho R s}{\Lambda \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right) - 2} \hat{V}(s) = \frac{\rho R}{\Lambda \left(i \sqrt{\frac{s}{\nu}} R \right) - 2} L \left\{ \frac{\partial V}{\partial t} \right\}$$

La transformation inverse de cette dernière fonction est la suivante :

$$T_f(t) = \frac{4\rho\nu}{R} V(t) + \frac{2\rho\nu}{R} \int_0^t \frac{\partial V(u)}{\partial u} W(t-u) du$$

Portons cette expression dans celle donnant le gradient hydraulique i (expression (A 04)):

$$i = \frac{32\nu}{gD^2} V(t) + \frac{16\nu}{gD^2} \int_0^t \frac{\partial V(u)}{\partial u} W(t-u) du$$

ANNEXE II

LOI DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

Cette troisième loi de conservation de la mécanique des milieux continus exprime la conservation de l'énergie et constitue en même temps le premier principe de la thermodynamique dont on peut énoncer les termes comme suit :

“ A tout instant, la somme de la puissance des efforts extérieurs exercés sur un système S et du taux de chaleur $\dot{Q}$ reçue par ce système est égale à la dérivée particulaire de l'énergie E du système S. ”

- 1) Par définition, l'énergie E est la somme de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie interne E_i .
On écrit cette deuxième somme , pour une partie L du système S , comme suite :

$$E(L) = E_c(L) + E_i(L) = \int_L \rho \left(e + \frac{V_i V_i}{2} \right) dL \quad (\text{A } 07)$$

où e représente l'énergie interne spécifique (massique).

- 2) La chaleur Q que reçoit un système tel étudié dans ce mémoire peut être due à des effets de contact à la surface frontière F de L (avec pour densité q du taux de chaleur reçue par conduction) , à des actions à distances (rayonnement) et à des sources de chaleur qui peuvent apparaître au sein même du système S (à la suite d'une réaction chimique).
L'expression du taux de chaleur reçue par ce système aura la forme :

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = \int_F q dF + \int_L r dL \quad (\text{A } 08)$$

où r est une densité volumique qui représente le taux de chaleur reçue par L à partir des sources extérieures à L ;

la dernière partie citée de l'énergie est nulle du fait qu'au sein de notre système aucune réaction chimique n'est envisagée.

- 3) La puissance des efforts extérieurs exercés sur L se compose de celle des efforts volumiques $\vec{f}_{ex}$ et des efforts surfaciques $\vec{T}(M, \vec{n})$ appliqués à l'éléments de surface dF de normale extérieure $\vec{n}$ au point M.

Ainsi cette loi de conservation de l'énergie peut être traduite par l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \int \rho \left(e + \frac{V_i V_i}{2} \right) dL = \int_L f_i V_i dL + \int_F T_i V_i dF + \int_F q dF + \int_L r dL \quad (\text{A } 09)$$

où i est indice muet

La densité q du taux de chaleur reçue par conduction peut être exprimée au moyen du vecteur courant de chaleur $\vec{q}$ comme suite :

$$\vec{q} = -\vec{q} \vec{n} = -q_i n_i \quad (\text{A10})$$

Le signe (-) dans cette dernière expression est dû au fait que $(-\vec{n})$ est le vecteur unité de la normale intérieure à F.

Il est connu du cours de mécanique générale que la dérivée particulière de l'énergie cinétique est égale à la somme de la puissance des efforts extérieurs et des efforts intérieurs, soit :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_L \frac{1}{2} \rho V_i V_i dL \right) = \int_L \vec{f} \vec{V} dL + \int_F \vec{T} \vec{V} dF - \int_L \sigma_{ij} D_{ij} dL \quad (\text{A } 11)$$

Cette équation est une forme explicite du théorème de l'énergie cinétique. En reportant (A 10) et (A 11) dans (A 09) et une fois l'intégrale de surface transformée en intégrale de volume on trouve :

$$\rho \frac{de}{dt} = \sigma_{ij} V_{i,j} - q_{i,i} + r$$

Comme le système étudié n'échange pas de travail avec le milieu extérieur, on peut alors écrire en utilisant l'entropie s comme variable d'état :

$$\frac{de}{dt} = T \frac{ds}{dt}$$

d'où il vient

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \sigma_{ij} V_{i,j} - q_{i,i} + r$$

soit

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \tau : \text{grad}_s \vec{V} - \text{div} \vec{q} + r$$

qui n'est autre que l'expression (30) de la page 19 de ce mémoire.

ANNEXE III

EQUATIONS DES CARACTERISTIQUES EQUATIONS DE COMPATIBILITE

Aux trois équations obtenues au chapitre I (équations 55,56 et 62), on ajoutera les trois équations des différentielles des trois fonctions V, p et ε_r ; ainsi on aura au total un système de six équations à six inconnues (les six dérivées partielles de ces trois fonctions) et dont la forme matricielle peut être présentée comme suite :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\rho a^2} & \frac{V}{\rho a^2} & 2 & 2V \\ 1 & V & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} \\ \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \end{bmatrix} \quad (\text{A } 12)$$

avec $E_1=0$, $E_2 = -g \frac{\partial z}{\partial x} + 4 \frac{T_f}{\rho D}$

$$E_3 = \sum_{i=1} \left[\frac{\alpha D_m}{2e} \frac{J_i}{\tau_i} \{p(x,t) - p(x,0)\} - \frac{\varepsilon_i}{\tau_i} \right] ,$$

$E_4=dV$, $E_5=dp$ et $E_6=d\varepsilon_r$.

De tel système sont étudiés en détails par de nombreux auteurs (COURANT et HILBERT (Methods of mathematical physics , volumes I et II, Interscience Publishers, New York, 1962).

Pour déterminer la nature de ce système d'équations aux dérivées partielles , il suffit d'annuler son déterminant. Or le développement de ce déterminant suivant la troisième ligne donne

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\rho a^2} & \frac{V}{\rho a^2} & 2 \\ 1 & V & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx \end{bmatrix} = 0$$

Le développement de ce dernier déterminant suivant la dernière ligne permet d'écrire

a) soit $dx=0$ ce qui correspond à la caractéristique C^0

b) soit

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\rho a^2} & \frac{V}{\rho a^2} \\ 1 & V & 0 & \frac{1}{\rho} \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} = 0$$

dont le développement suivant la quatrième ligne donne :

$$-dt \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{V}{\rho a^2} \\ 1 & V & \frac{1}{\rho} \\ dt & dx & 0 \end{bmatrix} + dx \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\rho a^2} \\ 1 & V & 0 \\ dt & dx & 0 \end{bmatrix} = 0$$

soit

$$(V^2 - a^2)(dt)^2 - 2V(dx)(dt) + (dx)^2 = 0 \quad (\text{A } 13)$$

En divisant par $(dt)^2$, on obtient une équation du second degré en (dx/dt) comme inconnue et dont discriminant sera

$$\Delta' = V^2 - (V^2 - a^2) = a^2 > 0$$

Ce discriminant étant positif, le système de départ est donc de type hyperbolique.

La résolution de l'équation (A 13) permet d'obtenir les deux caractéristiques suivantes

- $\left(\frac{dx}{dt}\right)_1 = V + a$ tel que dans le plan fictif Oxt cette équation se traduit par une ligne (ou par une droite si l'on néglige la vitesse V du fluide devant la célérité de l'onde a), ligne que nous avons dénommée caractéristique C^+ .
- $\left(\frac{dx}{dt}\right)_2 = V - a$ caractéristique de pente négative et dénommée caractéristique C^- .

Ecrivons à présent les équations de compatibilité à chacune de ces caractéristiques .

a) Le long de la caractéristique C^0 :

On a constamment la variable x qui est constante le long de cette caractéristique et par conséquent la cinquième équation de départ relie la dérivée $\partial \varepsilon_r / \partial t$ à la seule variable t .

b) Le long des caractéristiques C^+ et C^- :

Compte tenu de a) , on peut transformer le système de départ (A 12) en un système de quatre équations à quatre inconnues ($\partial V / \partial t$, $\partial V / \partial x$, $\partial p / \partial t$ et $\partial p / \partial x$) ; on aura donc

$$\begin{bmatrix} 1 & V & 0 & \frac{1}{\rho} \\ 0 & 1 & \frac{1}{\rho a^2} & \frac{V}{\rho a^2} \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial V / \partial t \\ \partial V / \partial x \\ \partial p / \partial t \\ \partial p / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ dV \\ dP \end{bmatrix}$$

avec $F_1 = E_2$, et $F_2 = -2 \left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} + V \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial x} \right)$

L'équation de compatibilité pour la caractéristique C^+ (avec $dx = (V+a)dt$) se déduit au développement du déterminant suivant :

$$\begin{bmatrix} F_1 & V & 0 & \frac{1}{\rho} \\ F_2 & 1 & \frac{1}{\rho a^2} & \frac{V}{\rho a^2} \\ dV & dx & 0 & 0 \\ dp & 0 & dt & dx \end{bmatrix} = 0$$

La première étape de ce développement consiste à effectuer ce dernier suivant la 3^{ème} colonne :

$$\frac{-1}{\rho a^2} \begin{bmatrix} F_1 & V & \frac{1}{\rho} \\ dV & dx & 0 \\ dp & 0 & dx \end{bmatrix} - dt \begin{bmatrix} F_1 & V & \frac{1}{\rho} \\ F_2 & 1 & \frac{V}{\rho a^2} \\ dV & dx & 0 \end{bmatrix} = 0$$

Une fois les deux déterminants de cette dernière équation calculés et après avoir effectué quelques transformations élémentaires et ce compte tenu de l'équation de la caractéristique C^+ , on arrive à obtenir l'équation (78) (page 35, chapitre II) pris avec le signe supérieur (+). En procédant de même avec la caractéristique C^- (le long de laquelle $dx = (V-a)dt$) on obtiendrait la seconde forme de la même équation (78) pris avec le signe inférieur, c'est à dire le signe moins.

ANNEXE IV

INTEGRALES ELLIPTIQUES COMPLETES DE PREMIERE ET DE SECONDE ESPECE

$$K(k, \psi) = \int_0^{\psi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi \quad ; \quad E(k, \psi) = \int_0^{\psi} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$$

$$\psi = \frac{\pi}{2}$$

$$k = \sin \theta$$

θ	K	E
0°	1.5708	1.5708
1	1.5709	1.5707
2	1.5713	1.5703
3	1.5719	1.5697
4	1.5727	1.5689
5	1.5738	1.5678
6	1.5751	1.5665
7	1.5767	1.5649
8	1.5785	1.5632
9	1.5805	1.5611
10	1.5828	1.5589
11	1.5854	1.5564
12	1.5882	1.5537
13	1.5913	1.5507
14	1.5946	1.5476
15	1.5981	1.5442
16	1.6020	1.5405
17	1.6061	1.5367
18	1.6105	1.5326
19	1.6151	1.5283
20	1.6200	1.5238
21	1.6252	1.5191
22	1.6307	1.5141
23	1.6365	1.5090
24	1.6426	1.5037
25	1.6490	1.4981
26	1.6557	1.4924
27	1.6627	1.4864
28	1.6701	1.4803
29	1.6777	1.4740
30	1.6858	1.4675

θ	K	E
30°	1.6858	1.4675
31	1.6941	1.4608
32	1.7028	1.4539
33	1.7119	1.4469
34	1.7214	1.4397
35	1.7312	1.4323
36	1.7415	1.4248
37	1.7522	1.4171
38	1.7633	1.4092
39	1.7748	1.4013
40	1.7868	1.3931
41	1.7992	1.3849
42	1.8122	1.3765
43	1.8256	1.3680
44	1.8396	1.3594
45	1.8541	1.3506
46	1.8691	1.3418
47	1.8848	1.3329
48	1.9011	1.3238
49	1.9180	1.3147
50	1.9356	1.3055
51	1.9539	1.2963
52	1.9729	1.2870
53	1.9927	1.2776
54	2.0133	1.2681
55	2.0347	1.2587
56	2.0571	1.2492
57	2.0804	1.2397
58	2.1047	1.2301
59	2.1300	1.2206
60	2.1565	1.2111

θ	K	E
60°	2.1565	1.2111
61	2.1842	1.2015
62	2.2132	1.1920
63	2.2435	1.1826
64	2.2754	1.1732
65	2.3088	1.1638
66	2.3439	1.1545
67	2.3809	1.1453
68	2.4198	1.1362
69	2.4610	1.1272
70	2.5046	1.1184
71	2.5507	1.1096
72	2.5998	1.1011
73	2.6521	1.0927
74	2.7081	1.0844
75	2.7681	1.0764
76	2.8327	1.0686
77	2.9026	1.0611
78	2.9786	1.0538
79	3.0617	1.0468
80	3.1534	1.0401
81	3.2553	1.0338
82	3.3699	1.0278
83	3.5004	1.0223
84	3.6519	1.0172
85	3.8317	1.0127
86	4.0528	1.0086
87	4.3387	1.0053
88	4.7427	1.0026
89	5.4349	1.0008
90	"	1.0000

ANNEXE V

DETERMINATION EXPERIMENTALE DES COEFFICIENTS C_m ET K_{SI}

I- Essais à débits positifs :

I-1- Essais à débit $Q_C=5\text{l/s}$ et sous $P_1=5\text{bar}$ (Nombre de points=7) :

N°	φ (en °)	Q_C (en l/s)	ΔH_C (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	21,92	5,00	0,25	Bras seul	0,00
02	16,95	4,98	0,60	Bras + plateau	0,00
03	19,20	5,00	0,38	Bras + tige	0,00
04	16,58	5,00	0,56	Bras + plateau	0,00
05	15,65	5,00	0,88	Bras + plateau	0,50
06	15,12	4,98	1,02	Bras + plateau	0,70
07	14,12	4,95	1,26	Bras + plateau	1,00

I-2- Essais à débit $Q_C=7,5\text{l/s}$ et sous $P_1=5\text{bar}$ (Nombre de points=6) :

N°	φ (en °)	Q_C (en l/s)	ΔH_C (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	29,50	7,50	0,24	Bras seul	0,00
02	24,30	7,50	0,38	Bras + tige	0,00
03	22,40	7,50	0,48	Bras + plateau	0,00
04	18,85	7,45	0,80	Bras + plateau	0,50
05	17,15	7,40	1,12	Bras + plateau	1,00
06	14,53	7,30	6,00	Bras + plateau	6,00

I-3- Essais à débit $Q_C=10\text{l/s}$ et sous $P_1=5\text{bar}$ (Nombre de points=10) :

N°	φ (en °)	Q_C (en l/s)	ΔH_C (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	40,38	10,04	0,27	Bras seul	0,00
02	39,84	10,04	0,25	Bras seul	0,00
03	33,93	10,04	0,34	Bras + Fil	0,20
04	30,62	10,03	0,40	Bras + tige	0,00
05	27,6	10,03	0,50	Bras + plateau	0,00
06	24,46	9,99	0,66	Bras + plateau	0,30
07	21,63	9,96	0,90	Bras + plateau	0,70
08	19,56	9,94	1,23	Bras + plateau	1,20
09	17,25	9,87	1,82	Bras + plateau	2,00
10	14,40	9,73	3,54	Bras + plateau	4,50

I-4- Essais à débit $Q_C=12,5\text{l/s}$ et sous $P_1=5\text{bar}$ (Nombre de points=5) :

N°	φ (en °)	Q_C (en l/s)	ΔH_P (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	51,97	12,45	0,25	Bras seul	0,00
02	41,50	12,50	0,35	Bras + tige	0,00
03	30,08	12,50	0,63	Bras + tige + plateau	0,00
04	24,52	12,40	1,00	Bras + tige + plateau	0,60
05	14,65	11,90	5,00	Bras + tige + plateau	6,50

I-5- Essais à débit $Q_{PC}=15\text{l/s}$ et avec $P_1=5\text{bar}$ (Nombre de points=7) :

N°	φ (en °)	Q_{PC} (en l/s)	ΔH_{CP} (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	60,01	15,10	0,25	Bras seul	0,00
02	51,85	15,10	0,38	Bras + tige	0,00
03	44,06	15,10	0,50	Bras + plateau	0,5
04	36,47	15,10	0,62	Bras + plateau	0,00
05	28,84	15,00	0,96	Bras + plateau	0,60
06	24,41	15,00	1,45	Bras + plateau	1,40
07	19,91	14,80	2,48	Bras + plateau	3,00

I-6- Essais à débit $Q_C=20\text{l/s}$ et sous $P_1=5\text{bar}$ (Nombre de points=8) :

N°	φ (en °)	Q_C (en l/s)	ΔH_P (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	66,22	20,00	0,29	Bras seul	0,00
02	62,08	20,00	0,39	Bras + tige	0,00
03	58,18	20,10	0,48	Bras + plateau	0,50
04	53,09	19,95	0,58	Bras + plateau	0,00
05	49,07	19,90	0,70	Bras + plateau	0,20
06	44,34	19,90	0,82	Bras + plateau	0,40
07	40,32	19,80	0,94	Bras + plateau	0,60
08	34,60	19,80	1,20	Bras + plateau	1,00

II- Essais à débits inverses :

N°	φ (en °)	Q_C (en l/s)	ΔH_C (mCE)	Autres conditions d'essais	Poids (en Kgf)
01	13,05	1,10	0,15	Bras seul	0,00
02	12,40	1,07	0,25	Bras seul	0,00
03	13,64	2,42	0,75	Bras + plateau	0,35
04	14,11	1,50	0,12	Bras seul	0,00
05	15,00	4,34	1,75	Bras + plateau	1,65
06	15,18	4,41	1,35	Bras + plateau	1,15
07	15,30	4,29	1,15	Bras + plateau	0,95
08	15,77	2,08	0,10	Bras seul	0,00
09	15,89	5,00	1,07	Bras + plateau	0,90
10	15,95	5,85	1,85	Bras + plateau	1,65
11	15,95	6,66	2,30	Bras + plateau	2,65
12	16,48	5,00	0,80	Bras + plateau	0,50
13	17,07	5,99	0,95	Bras + plateau	0,75
14	17,19	4,70	0,45	Bras + plateau	0,00
15	17,19	2,57	0,10	Bras seul	0,00
16	17,37	6,89	1,18	Bras + plateau	1,10
17	17,49	5,10	0,50	Bras + plateau	0,10
18	18,14	5,13	0,40	Bras + plateau	0,00
19	18,49	2,99	0,10	Bras seul	0,00
20	18,61	6,98	0,80	Bras + plateau	0,50
21	19,08	6,07	0,24	Bras + plateau	0,00
22	20,26	3,49	0,10	Bras seul	0,00
23	21,57	7,04	0,45	Bras + plateau	0,00
24	22,45	3,96	0,10	Bras seul	0,00
25	25,29	4,54	0,10	Bras seul	0,00

IV- Essais à faibles débits positifs :

Essais effectués sans contre poids (tige seule)				Essais effectués avec contre poids (455gf)		
N°	φ (°)	Q _C (l/s)	ΔH_C (cmCE)	φ (°)	Q _C (l/s)	ΔH_C (cmCE)
01	9,50	0,000	-	9,50	0,000	-
02	10,20	0,452	28,5	9,90	0,290	14,1
03	10,22	0,525	29,0	10,10	0,330	20,8
04	10,80	0,870	36,0	10,12	0,430	28,0
05	12,10	0,760	10,9	11,60	1,080	37,8
06	13,10	1,010	11,1	12,30	1,520	35,8
07	21,50	3,360	11,4	13,50	2,150	35,8
08	25,20	4,250	11,7	15,02	2,950	35,8
09	31,00	5,350	10,4	18,00	4,340	33,8
10	30,70	4,190	7,2	20,50	5,350	30,8
11	29,40	3,140	5,0	18,80	3,930	24,3
				15,90	2,840	25,8
				13,12	1,59	26,3
				11,70	1,00	23,6

V- Essais à débits positifs constants :

	Q _C =2,4 l/s		Q _C =4,7 l/s	
N°	φ (°)	ΔH _C (cmCE)	φ (°)	ΔH _C (cmCE)
01	13,4	35,3	16,8	47,2
02	15,0	22,9	18,9	32,0
03	15,8	17,9	20,6	24,4
04	16,9	13,4	26,1	13,4
05	18,3	10,9	30,5	9,9
06	20,4	7,5	34,8	8,0

Remarque :

Les angles relevés dans ces derniers essais à débits constants ont été obtenus en soulevant simplement à la main la tige (bras) du clapet. Pour les essais à Q_C=2,4l/s la tige ne portait pas de contre poids, par contre ceux à Q_C=4,7l/s elle en porte un contre poids de 455gf.

ANNEXE VI

ORGANIGRAMME GENERAL DU PROGRAMME DE CALCUL

PRINCIPALES NOTATIONS UTILISEES :

I : Numéros d'un point le long de la conduite.

CP et CM : Termes regroupant les grandeurs connues au temps t intervenant dans les équations de compatibilité C^+ et C^- .

DT1 : Temps compté à partir l'instant zéro (début du régime transitoire) .

DT : Incrément du temps .

Kmax : Nombre permettant de fixer la valeur maximale de DT1 ; on a $DT1_{max} = (K_{max}) \times (DT)$.

Lambday : coefficient des pertes de charge .

Rey : Nombre de REYNOLDS .

PHI : Angle donnant la position du battant et correspondant au temps t .

As : Célérité de l'onde de choc pour le tronçon de la conduite reliant le réservoir d'aspiration et L'aspiration de la pompe

PARAMETRES OPTIONNELS :

LONG : Permet de choisir la longueur du tronçon de la conduite reliant le clapet au réservoir de refoulement R_r .

RESER : Prise en compte ou non du réservoir à air.

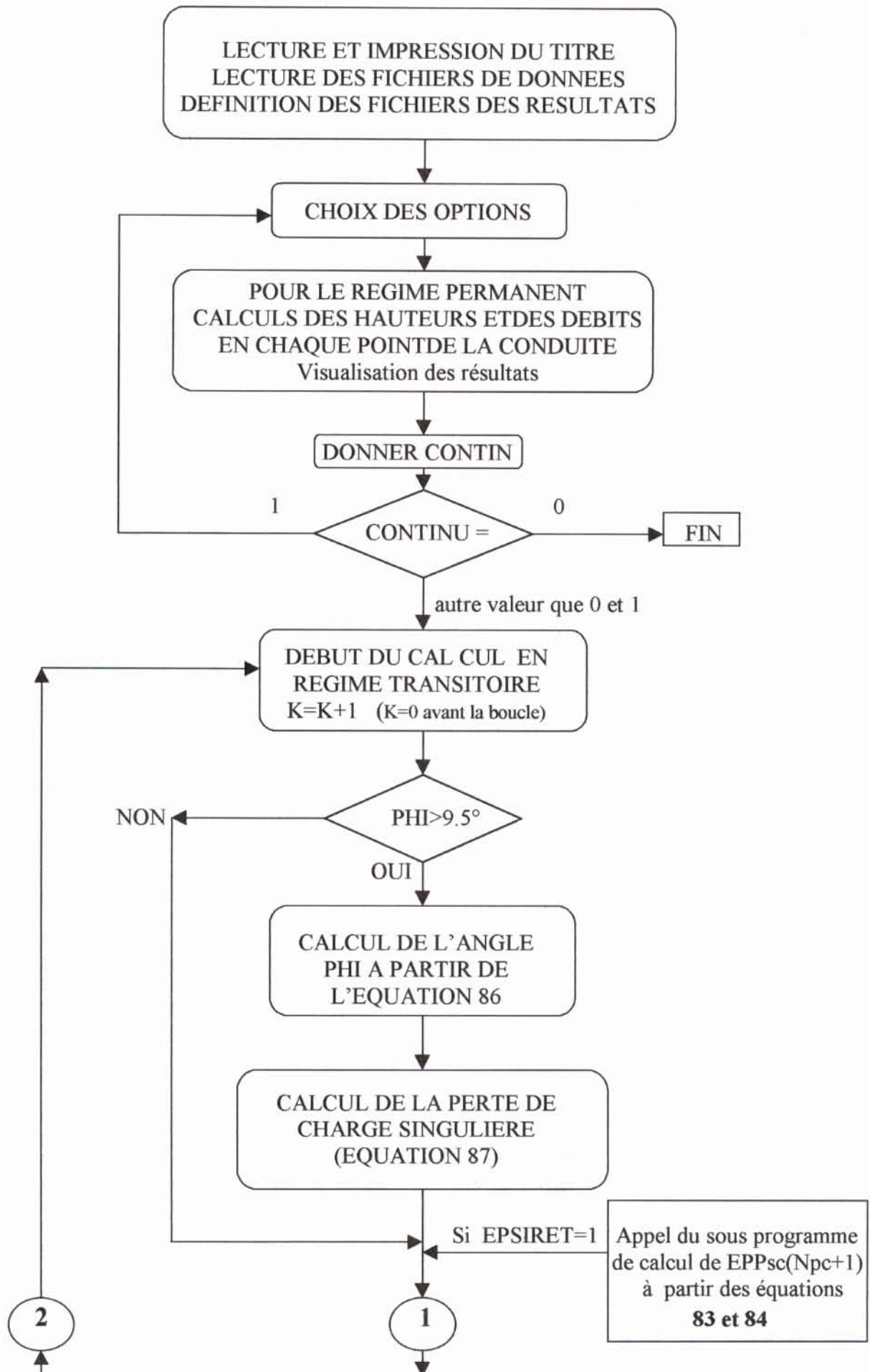
EPSIRET : Choisir l'option « prise en compte de la viscoélasticité ou non ».

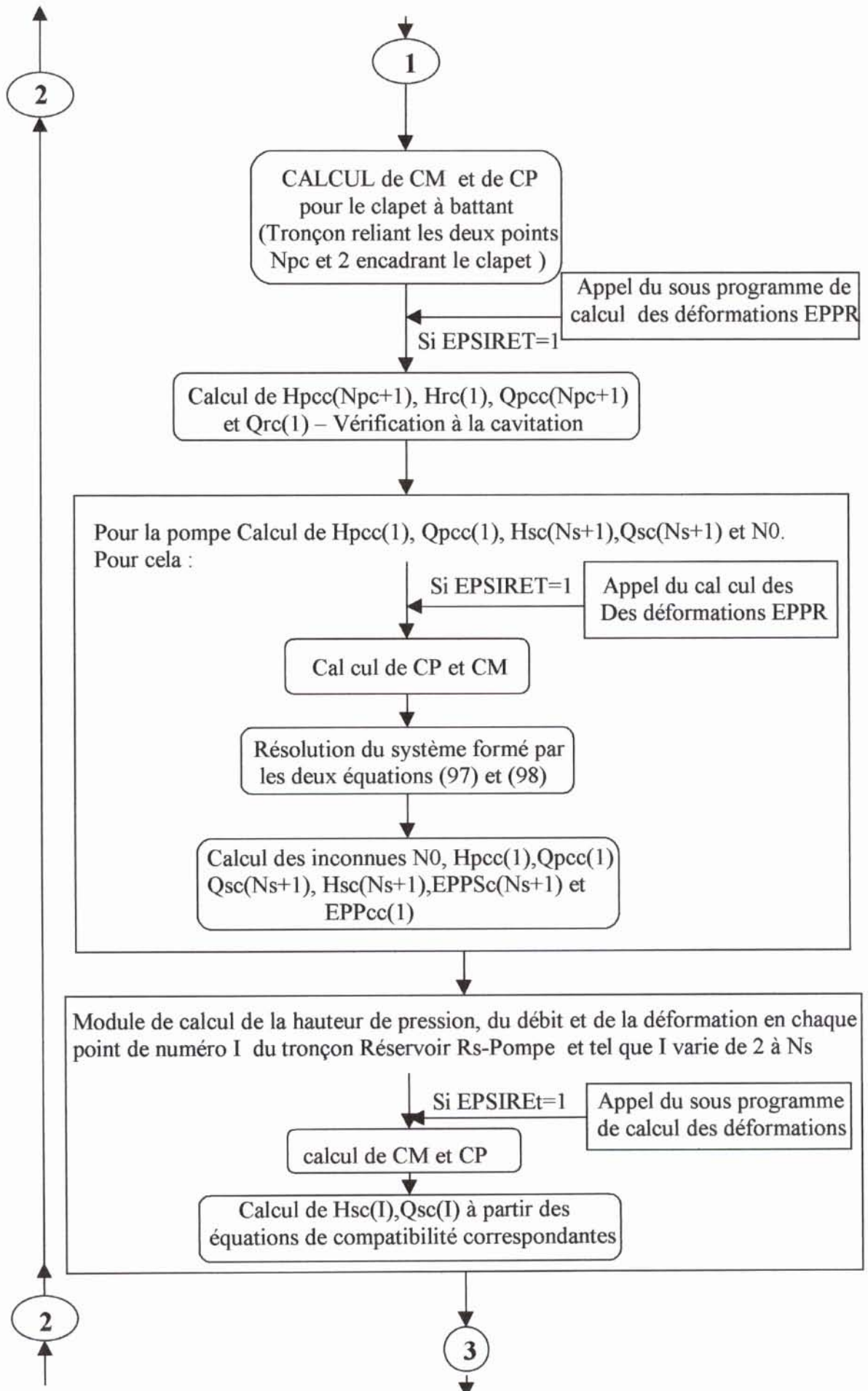
POINTHAU : Impose telle ou telle hauteur du point haut.

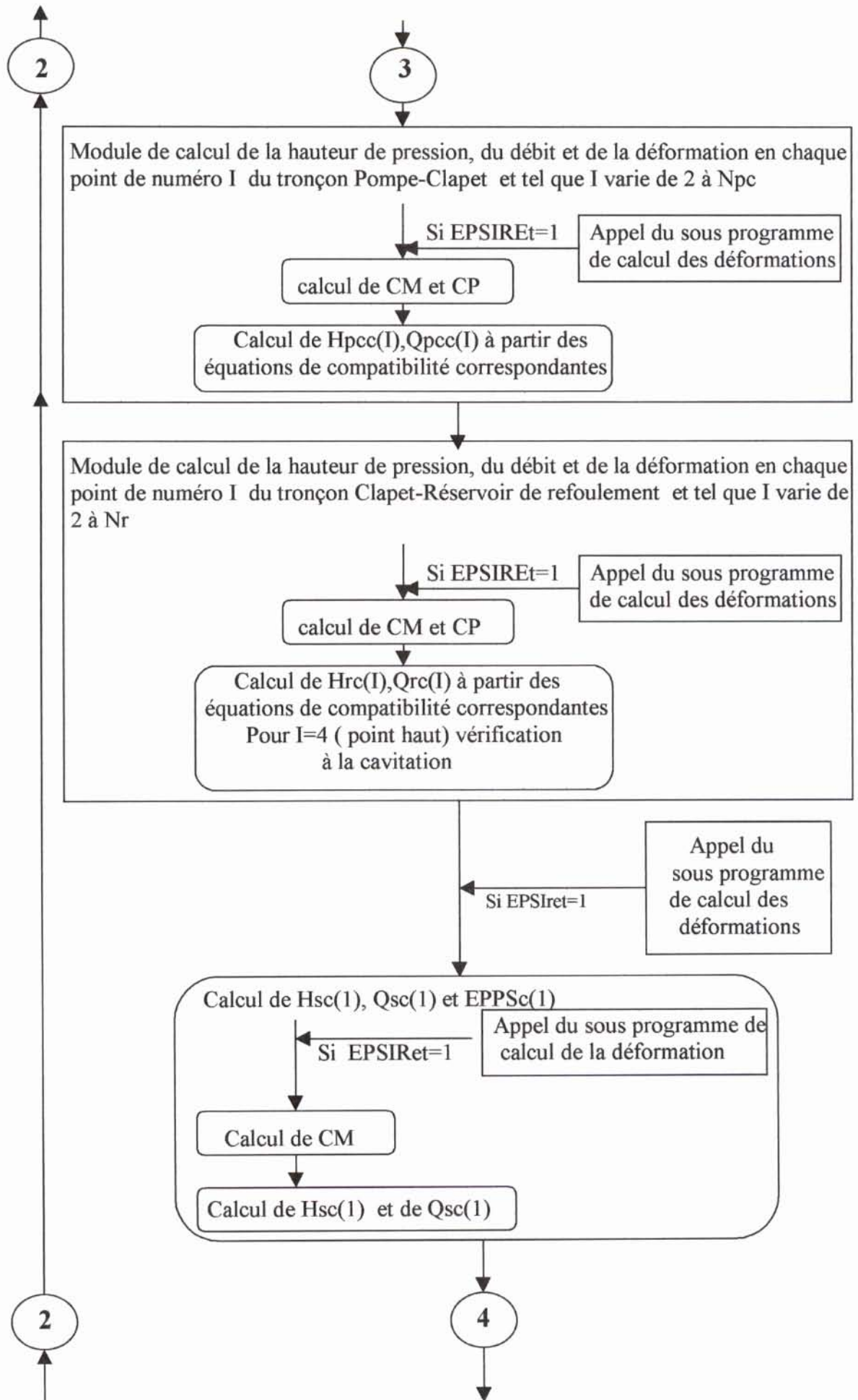
RESREFOU : Impose telle ou telle hauteur au réservoir de refoulement.

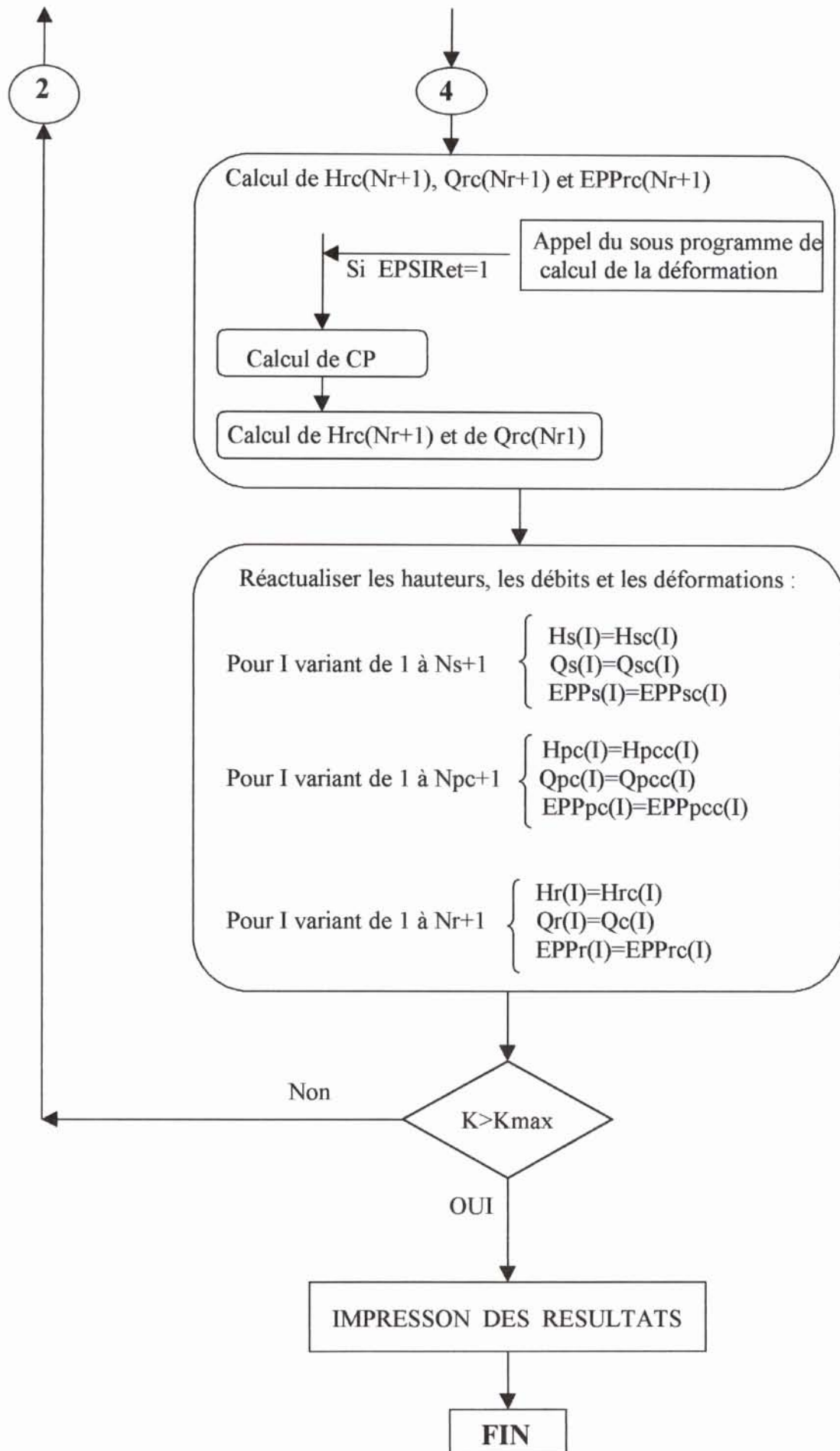
Ces cinq paramètres optionnels prennent la valeur 1 si on veut que l'option correspondante existe et tout autre valeur dans le cas contraire.

CONTIN : Paramètre qui prend la valeur 1 si un mauvais choix a été adopté intentionnellement dans la saisie de l'un ou de plusieurs paramètres précédents, zéro (0) pour arrêter le programme et toute autre valeur pour continuer.









annexe B (fait partie intégrante de la norme) détimbrage

B.1 règles retenues pour le « détimbrage » des pressions

Lorsque des paramètres, connus ou mal connus, ajoutent leurs effets à ceux de la pression statique, la durée de vie de la canalisation en PVC risque de se trouver diminuée. Si l'on veut conserver une durée de vie identique, il y a lieu d'effectuer un « détimbrage » (terme utilisé par analogie avec les appareils à vapeur, qui sont « timbrés » pour une certaine pression de service).

Comme les tubes sont classés en séries homogènes en fonction de leur pression nominale PN, et que ces séries sont échelonnées de façon logique (série Renard : 25 - 16 - 6,3 - 4 - 2,5 bar), le moyen le plus simple pour détimbrer est de convenir que la pression maximale de service (PMS) des tubes sera d'une ou de plusieurs séries inférieures à la PN : cela revient à faire « glisser » la PMS par rapport à la PN.

Les facteurs qui amènent à effectuer un détimbrage sont les suivants :

Pulsation, conduite soumise à des coups de bélier ou à de larges fluctuations répétées de pression ou de débit. C'est le cas des conduites d'adduction d'eau alimentées par refoulement d'une pompe, des conduites de branchement d'eau aux immeubles, des distributions d'eau à l'intérieur des bâtiments. Lorsque l'assemblage est assuré par un collage (et non par une bague d'étanchéité), il risque de devenir un point faible de la canalisation. Il y a donc lieu dans ce cas de détimbrer la PMS de la valeur d'une série, par rapport à la PN.

NOTA BENE

Note : dans une conduite normalement protégée, les coups de bélier ne sont pas considérés comme un facteur de détimbrage.

Action sur l'environnement, conduite véhiculant des fluides qui seraient dangereux pour l'environnement en cas de fuite : pollution de la nappe phréatique par exemple. C'est le cas des conduites de fluides alimentaires, d'eaux thermales ou de fluides industriels. Le détimbrage de la PMS est d'une série par rapport à la PN.

Attaque chimique, conduite transportant un fluide légèrement agressif pour le PVC, à la température de service envisagée (résistance L) : le détimbrage de la PMS est d'une série par rapport à la PN.

NOTA BENE

Note : si la résistance est NS (fluide franchement agressif), l'emploi du PVC est à proscrire et aucune règle de détimbrage n'est applicable.

Température, conduite transportant un fluide dont la température maximale de service (TMS) est supérieure à 25 °C. Dans ce cas les contraintes admissibles par le matériau sont diminuées, et l'on admet de détimbrer la PMS par rapport à la PN :

- d'une série si la TMS est comprise entre 25 °C et 40 °C,
- de deux séries si la TMS est comprise entre 40 °C et 60 °C.

NOTA BENE

Note : pour des calculs précis pour le détimbrage il faut se référer au tableau B.2 .

NOTA BENE

Remarque importante : les différents facteurs susceptibles d'entraîner un détimbrage sont additifs, ce qui revient à dire que l'on peut être amené à détimbrer « en cascade ».

Le tableau B.1 ci-après donne le nombre de détimbrages à appliquer en fonction des combinaisons. Ce « nombre de détimbrage » a été utilisé dans le tableau 3 de la norme.

Application		Type d'assemblage	Facteurs de détimbrage (1)						
			Pulsations	Action sur l'environnement	Attaque chimique	TMS			
						25 °C	40 °C	60 °C	
Conduite de l'eau destinée à l'alimentation humaine	Adduction gravitaire	Collage ou bague d'étanchéité	0	0	0	0	-	-	
			0	0	0	-	1	-	
	Adduction par refoulement Branchement	Bague d'étanchéité	0	0	0	0	-	-	
			0	0	0	-	1	-	
			Collage	1	0	0	0	-	-
				1	0	0	-	1	-
	Distribution à l'intérieur des bâtiments	Collage ou bague d'étanchéité	1	0	0	0	-	-	
			1	0	0	-	1	-	
Evacuation sous pression des eaux usées	Refoulement	Bague d'étanchéité	0	0	0	0	-	-	
		Collage	1	0	0	0	-	-	
Conduite de - liquides alimentaires, ou - eaux thermales, ou - liquides industriels	Refoulement	Bague d'étanchéité	0	1	0	0	-	-	
			0	1	0	-	1	-	
			0	1	0	-	1	1	
			0	1	1	0	-	-	
			0	1	1	-	1	-	
		Collage	1	1	0	0	-	-	
			1	1	0	-	1	-	
			1	1	0	-	1	1	
			1	1	1	0	-	-	
			1	1	1	-	1	-	

(1) Légende : - : facteur sans objet,
0 : facteur à considérer mais sans détimbrage,
1 : facteur à considérer avec détimbrage.

(1) Légende : - : facteur sans objet,
0 : facteur à considérer mais sans détimbrage,
1 : facteur à considérer avec détimbrage.

tableau B.1 règles de détimbrage

B.2 détimbrage de la pression nominale en fonction de la température, pour le transport de l'eau

Il est rappelé qu'un coefficient de détimbrage dépendant de la température de travail, peut être appliqué à la pression nominale pour obtenir la pression maximale de service, à savoir :

Température de l'eau	Coefficient à appliquer à la pression nominale
0 jusqu'à et y compris 25 °C	1
25 jusqu'à et y compris 35 °C	0,8
35 jusqu'à et y compris 45 °C	0,63

B.3 contraintes de base pour le transport d'un liquide industriel, en fonction de la température, de la nature du fluide, et de la durée de vie envisagée (norme ISO 8584)

L'aptitude d'une conduite en PVC à résister à la pression intérieure exercée par un liquide autre que l'eau est évaluée par un

facteur f_{cr} , dont la définition est la suivante :

$$f_{cr} = \frac{\text{durée de vie en heures avec le liquide}}{\text{durée de vie en heures avec l'eau}}$$

(dans des conditions de température et de contrainte identiques).

Le tableau B.2 indique les coefficients multiplicateurs à appliquer successivement à la contrainte nominale du PVC pour obtenir la contrainte de base, entrant dans le calcul des séries de tubes. Ces coefficients multiplicateurs dépendent du niveau de fer propre au liquide à véhiculer, de la température de service et de la durée de vie souhaitée pour la conduite.

Ts	ans	Eau fcr 1	Liquides						
			fcr						
			0,80	0,63	0,50	0,40	0,32	0,25	0,20
20 °C	0,5	1,204	0,955	0,745	0,586	0,464	0,368	0,285	0,225
	2,5	1,129	0,895	0,698	0,549	0,435	0,345	0,267	0,212
	10	1,067	0,846	0,660	0,519	0,411	0,326	0,252	-
	25	1,029	0,815	0,636	0,500	0,396	-	-	-
	50	1,000	0,793	0,618	-	-	-	-	-
30 °C	0,5	1,021	0,808	0,630	0,494	0,391	0,310	0,239	0,189
	2,5	0,947	0,750	0,584	0,459	0,363	0,287	0,222	0,176
	10	0,888	0,703	0,548	0,430	0,340	0,269	0,208	-
	25	0,851	0,674	0,525	0,412	-	-	-	-
	50	0,824	0,652	0,508	-	-	-	-	-
40 °C	0,5	0,785	0,621	0,482	0,378	0,299	0,236	0,182	0,144
	2,5	0,719	0,568	0,441	0,346	0,273	0,216	0,166	0,132
	10	0,666	0,526	0,409	0,320	0,253	-	-	-
	25	0,633	0,500	0,389	-	-	-	-	-
	50	0,609	-	-	-	-	-	-	-
50 °C	0,5	0,548	0,432	0,335	0,262	0,206	0,163	0,125	0,090
	2,5	0,493	0,388	0,301	0,235	0,186	0,146	0,112	-
	10	0,450	0,354	0,275	0,215	-	-	-	-
	25	0,423	-	-	-	-	-	-	-
60 °C	0,5	0,347	0,272	0,211	0,164	0,129	0,101	0,0780	-
	2,5	0,305	0,240	0,185	0,144	0,114	-	-	-
	5	0,289	0,227	0,176	-	-	-	-	-
	10	0,274	0,215	-	-	-	-	-	-

tableau B.2 coefficients multiplicateurs à appliquer à la contrainte nominale du PVC en fonction de la durée de vie et de la température de service

Il est rappelé que la contrainte nominale d'un matériau est la contrainte obtenue après application à la contrainte réelle (limite inférieure située à 97,5 % de confiance à 50 ans, à 20 °C, pour de l'eau) d'un coefficient de sécurité.

Le coefficient multiplicateur pour fcr = 1, à 20 °C et à 50 ans est pris égal à 1 000.

Pour déterminer la série de tubes adaptée au liquide transporté, il suffit d'appliquer la relation suivante avec les coefficients multiplicateurs correspondants à la durée de vie et à la température de service recherchées pour la conduite :

$$S = \frac{\text{contrainte nominale PVC} \times \text{coef. pour l'eau} \times \text{coef. pour le liquide}}{\text{pression de service}}$$

$$\text{Série } S = \frac{\text{contrainte de base (MPa)} \times 10}{\text{pression nominale (bar)}}$$

Cette relation est équivalente à la définition habituelle des séries de tubes :

exemple

Soit une conduite en PVC, dont la contrainte nominale du matériau (50 ans, 20 °C avec de l'eau) est de 12,5 N/mm². En utilisant les coefficients multiplicateurs donnés dans le tableau ci-après, le calcul montre que pour transporter à 16 bar et à 20 °C un liquide dont le fer est de 0,63, il nous faudra prendre des tubes de la série 5, pour garantir une durée de vie de

$$S = \text{série} = \frac{12,5 \times 1,029 \times 0,636 \times 10}{16} = 5,11$$

25 ans à la conduite.

tableau 2

Diamètre extérieur nominal Dn	Diamètre extérieur tolérances (mm) sur diamètre		Epaisseur (mm)		Masse linéique (approximative) kg/m	Valeur de S	PN MPa	Pression d'essai 1 h à 20 °C MPa	Tension d'essai 10 h à 80 °C MPa	Tension d'essai 1 000 h à 60 °C MPa
	quelconque	moyen	nominal	maximale						
125	± 1,5	0,4	3,7	4,3	2,170	16,7	0,6	2,57	13,7	12,5
			6	8,9	3,400	10	1	4,12		
140	± 1,7	0,5	9,2	10,4	5,060	6,3	1,6	6,54		
			3,7	4,3	2,440	18,4	0,6	2,57	16	12,5
			6,1	7	3,910	11	1	3,76		
160	± 2	0,5	9,3	10,5	5,600	7	1,6	5,86		
			3,9	4,4	2,860	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			6,2	7,1	4,560	12,5	1	3,3		
200	± 2,4	0,5	9,5	10,7	6,900	8	1,6	5,2		
			4,7	5,4	4,400	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			7,7	8,7	7,060	12,5	1	3,3		
225	± 2,7	0,7	11,9	13,3	10,600	6	1,6	5,20		
			5,3	6,1	5,600	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			8,6	9,7	6,860	12,5	1	3,3		
250	± 3	0,8	13,4	15	13,400	8	1,6	5,20		
			5,9	6,7	6,900	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			9,6	10,8	11,000	12,5	1	3,3		
315	± 3,8	1	14,8	16,5	16,400	6	1,6	5,20		
			7,4	9,4	10,900	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			12,1	13,6	17,400	12,5	1	3,3		
400	± 4,8	1,2	18,7	20,8	26,100	8	1,6	5,20		
			9,4	10,6	17,900	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			15,3	17,1	27,800	12,5	1	3,3		
500	± 6	1,5	23,7	26,3	41,900	6	1,6	5,20		
			11,8	13,2	27,300	20,8	0,6	1,95	16	12,5
			19,1	21,3	43,400	12,5	1	3,3		
			29,6	32,8	65,900	8	1,6	5,20		

tableau 2

Diamètre extérieur nominal Dn	Diamètre extérieur tolérances (mm) sur diamètre		Epaisseur (mm)		Masse linéique (approximative) kg/m	Valeur de S	PN MPa	Pression d'essai 1 h à 20 °C MPa	Tension d'essai 10 h à 60 °C MPa	Tension d'essai 1 000 h à 60 °C MPa
	quelconque	moyen	nominal	maximale						
12	±0,5	0,3	1,1	1,5	0,063	6,3	1,6	6,54	13,7	10
16	±0,5	0,3	1,4	1,8	0,076	4	2,5	10,3	13,7	10
20	±0,5	0,3	1,2	1,6	0,083	6,3	1,6	6,54	13,7	10
25	±0,5	0,3	1,9	2,2	0,127	4	2,5	10,3	13,7	10
32	±0,5	0,3	1,5	1,9	0,140	6,3	1,6	6,54	13,7	10
40	±0,5	0,3	2,3	2,8	0,201	4	2,5	10,3	13,7	10
50	±0,5	0,3	1,9	2,3	0,216	6,3	1,6	6,54	13,7	10
63	±0,5	0,3	2,8	3,3	0,301	4	2,5	10,3	13,7	10
75	±0,5	0,3	2,4	2,9	0,348	6,3	1,6	6,54	13,7	10
90	±0,5	0,3	3,6	4,2	0,482	4	2,5	10,3	13,7	10
110	±0,5	0,3	3	3,5	0,535	6,3	1,6	6,54	13,7	10
125	±0,5	0,3	4,5	5,2	0,765	4	2,5	10,3	13,7	10
140	±0,5	0,3	3,7	4,3	0,626	6,3	1,6	6,54	13,7	10
160	±0,5	0,3	5,6	6,4	1,190	4	2,5	10,3	13,7	12,5
180	±0,5	0,3	3	3,5	0,870	10	1	4,12	13,7	12,5
200	±0,5	0,3	4,7	5,4	1,310	6,3	1,6	6,54	13,7	12,5
225	±0,5	0,3	7,1	8,1	1,880	4	2,5	10,3	13,7	12,5
250	±0,5	0,3	3,6	4,2	1,240	10	1	4,12	13,7	12,5
280	±0,5	0,3	5,5	6,3	1,630	6,3	1,6	6,54	13,7	12,5
315	±0,5	0,3	4,3	5	1,780	10	1	4,12	13,7	12,5
355	±0,5	0,3	6,6	7,5	2,520	6,3	1,6	6,54	13,7	12,5
400	±0,5	0,3	3,2	3,8	1,670	16,7	0,6	2,57	13,7	12,5
450	±0,5	0,3	5,3	6,1	2,560	10	1	4,12	13,7	12,5
500	±0,5	0,3	8,1	9,2	3,920	6,3	1,6	6,54	13,7	12,5

