

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA BOUMERDES.
FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE.**



Département : Transport et Equipements des Hydrocarbures

Laboratoire de Génie Physique des Hydrocarbures

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MAGISTER

Spécialité : Génie Mécanique

*Option : Mécanique des Fluides
et transfert de chaleur*

Par : MAOUASSI AMMAR

THEME

***INTENSIFICATION DES ECHANGES DE CHALEUR PAR L'UTILISATION
DES NANOFLUIDES***

Soutenu publiquement le : / / 2012

Devant le jury composé par :

AISSANI Slimane :	Professeur	UMBB	Président
ZERAIBI Noureddine :	Professeur	UMBB	Rapporteur
KESSAL Mohand :	Professeur	UMBB	Examineur
ZEMMOUR Noureddine :	M CA	UMBB	Examineur
KERBOUA ZIARI Yasmina :	M CA	USTHB	Examineur

Boumerdès 2012

REMERCIEMENTS

C'est avec grand plaisir que j'ai eu l'occasion de réaliser mon mémoire de magister au sein de laboratoire de génie physique des hydrocarbures. En premier lieu, nous tenons à remercier notre DIEU, notre créateur de nous avoir donné la force pour accomplir ce travail.

Je tiens à remercier toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail. Je me permets, tout de même, de citer explicitement quelques individus, sans eux, je ne serais arrivé si loin.

Mais avant cela, mon premier remerciement personnalisé s'adresse à mon directeur de mémoire, **ZERAIBI Noureddine** professeur à l'université de Boumerdès. Je lui témoigne ma reconnaissance pour sa patience, ses conseils scientifiques, son encadrement, son partage de connaissance et à la formation qu'il m'a donné. Je ne peux oublier Mr. **GARECHE Mourad** Maître assistant à l'université de Boumerdès, avec qui j'ai eu beaucoup de discussions concernant le travail. Je le remercie d'avoir partagé ses connaissances et ses réflexions, qui ont porté leurs fruits. Je remercie aussi Mme **AMOURA Meriem** Maître de conférences à l'USTB Bab-Ezzouar pour sa collaboration dans ce travail.

J'adresse l'expression de ma vive gratitude à monsieur **AISSANI Slimane**, Professeur à l'université de Boumerdès, pour avoir voulu présider ce jury.

Que messieurs les membres de jury, **KESSAL Mohand** professeur à l'université de Boumerdès, **ZEMMOUR Noureddine** Maître de conférences à l'université de Boumerdès, et **KERBOUA ZIARI Yasmima** Maître de conférences à l'USTB Bab-Ezzouar, reçoivent mes vifs remerciements pour l'honneur qu'ils me font, en acceptant de juger ce travail.

Que mes parents trouvent en ces lignes toute, la reconnaissance qui leur est due, de m'avoir toujours encouragé dans mes choix et de m'en avoir donné les moyens pour y arriver.

Tous mes remerciements vont également à tous ceux ou celles qui m'ont apporté une aide quelconque ayant contribué à l'élaboration de ce travail.

Dédicace

Je dédie ce mémoire à toute ma famille, tous mes proches et mes amis...

TABLE DES MATIERES

Table Des Matières

INTRODUCTION GENERALE	1
I. LES NANOFUIDES	3
I.1. Introduction	3
I.2. Les nanoparticules et les fluides porteurs	3
I.3. Production des nanofluides et nanoparticules	4
I.4. Les études effectuées sur les nanofluides	5
I.5. Revue bibliographique	7
I.5.1. Les nanoparticules métalliques	7
I.5.2. Les nanoparticules non métalliques.....	8
I.5.3. Les nanoparticules d'oxyde métallique.	9
I.6. Les effets influent sur les propriétés thermophysiques des nanofluides	16
I.6.1. Effet de la concentration volumique de particules	16
I.6.2. Effet du type de la nanoparticule.....	16
I.6.3. Effet de la température	17
I.7. Domaines d'applications des nanofluides	18
I.7.1. Refroidissement des systèmes thermiques	18
I.7.2. Refroidissement des systèmes électroniques	18
I.7.3. Refroidissement des systèmes militaires.....	19
I.7.4. Refroidissement des systèmes spatiaux	19
I.7.5. Refroidissement des systèmes nucléaires	19
I.7.6. La biomédecine	19
I.7.7. D'autres applications	20
I.8. Conclusion.....	20
II. LES MODELES THEORIQUES DES NANOFUIDES	21
II.1. La masse volumique	21
II.2. La conductivité thermique	21
II.2.1. Effet de la couche interfaciale nanoparticules-fluide	22
II.2.2. Effet du mouvement brownien des nanoparticules	23
II.2.3. Les nanofluides contenant des particules des nanotubes de carbone	24
II.3. La viscosité dynamique	25
II.4. La chaleur spécifique.....	26
II.5. Les propriétés thermophysiques des nanofluides	26
II.6. Formulation mathématique du problème d'écoulement du nanofluide	27
II.6.1. Equations générales de transport.....	27
II.6.2. Hypothèses simplificatrices	28
II.6.3. Les équations gouvernant l'écoulement	29

III. MODELISATION NUMERIQUE ET PROCEDURE DE RESOLUTION	32
III.1. Modélisation numérique	32
III.1.1. Introduction	32
III.1.2. Principe de la méthode des volumes finis	32
III.1.3. Discrétisation de l'équation d'énergie	34
III.1.4. Formulation généralisée de la variable ϕ	36
III.1.5. Traitement du terme source.....	46
III.1.6. Discrétisation des équations de quantités de mouvement	48
III.2. Procédure de résolution	50
III.2.1. Introduction	50
III.2.2. L'algorithme SIMPLE	50
III.2.3. Résolution du système d'équations.....	56
III.2.4. Critère de convergence.....	60
III.2.5. Structure du Code de Calcul.....	60
III.2.6. Les conditions aux limites et initiales	63
III.3. Validation du code de calcul.....	65
IV. PAROI DE LA CONDUITE MAINTENUE A UNE TEMPERATURE CONSTANTE	70
IV.1. Introduction	70
IV.2. Résultats et discussions	71
IV.2.1. Le coefficient de perte de charge.....	71
IV.2.2. Le nombre de Nusselt	73
IV.2.3. La température moyenne.....	75
IV.3. Conclusion.....	82
V. CONDUITE PARTIELLEMENT CHAUFFEE	83
V.1. Introduction.....	83
V.2. Transfert de chaleur dans une conduite chauffée partiellement	83
V.3. Résultats et discussions	84
V.3.1. Evolution de la température moyenne en variant la concentration	84
V.3.2. Evolution de la température moyenne en variant le nombre de Reynolds	85
V.4. Corrélations de la capacité de transfert de chaleur	87
V.5. Conclusion	89
CONCLUSION GENERALE	90
BIBLIOGRAPHIE.....	104
ANNEXE A.....	99
ANNEXE B.....	102
ANNEXE C.....	106
Résumé.....	109

NOMENCLATURE

Symboles Latins:

- C_p Chaleur spécifique.
 h Coefficient d'échange convectif.
 J Flux total (diffusion + convection).
 k Conductivité thermique.
 L Longueur de la conduite.
 Nu Nombre de Nusselt = $\frac{hD}{k}$.
 P Pression dimensionnelle.
 P' Correction de pression.
 Pr Nombre de Prandtl = ν / α .
 Ra Nombre de Rayleigh = $\frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha}$.
 S Terme source.
 S_c Partie constante du terme source linéarisé.
 S_p Coefficient de ϕ_p dans l'expression du terme source linéarisé.
 T Température dimensionnelle.
 T_{ent} Température d'entrée.
 u Composante dimensionnelle axiale du vecteur vitesse.
 u' Correction de la vitesse u .
 v Composante dimensionnelle radiale du vecteur vitesse.
 v' Correction de la vitesse v .
 x Coordonnée axiale.
 r Coordonnée radiale

CNT Carbon Nanotubes
 $MWCNT$ Multi-wall Carbon Nanotubes

Symboles Grecs :

- α_ϕ Coefficient de sous relaxation.
 α Diffusivité thermique = $k / \rho C_p$
 ρ Masse volumique.
 μ Viscosité dynamique.
 ν Viscosité cinématique.
 Γ Coefficient de diffusion.
 ϕ Fonction généralisée.
 ϕ concentration volumique.
 δx Distance dans la direction « x » entre deux nœuds consécutifs.
 δr Distance dans la direction « r » entre deux nœuds consécutifs.
 Δx Longueur dans la direction « x » de volume de contrôle.
 Δr Longueur dans la direction « r » de volume de contrôle.

Indices :

- i suivant la direction X
 j suivant la direction r .
 s solide.
 f fluide.
 nf Nanofluide

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur au sein des fluides conduit à de nombreuses applications pratiques et industrielles, y compris dans le transport (les moteurs à combustion), l’approvisionnement en énergie, la climatisation, le refroidissement des composants électroniques *etc...*

L’intensité du transfert de chaleur dépend principalement de la conductivité et de la capacité thermique des fluides caloporteurs. Or il s’avère que la conductivité thermique d’un fluide non métallique est très faible et que l’ajout de particules nanométriques dans un fluide (appelé alors nanofluide) comme par exemple des particules d’oxyde métallique (oxyde de Cuivre (CuO), oxyde d’Aluminium (Al_2O_3), oxyde de Titane (TiO_2), oxyde de silicium (SiO_2)...), ou des nanoparticules métalliques (Cuivre (Cu), l’Aluminium (Al) Titane (Ti), silicium (Si)...) dans l’eau, pourraient augmenter le transfert de chaleur par rapport au cas des fluides conventionnels (l’eau, l’huile, l’éthylène glycol) en modifiant de manière significative la conductivité thermique du fluide porteur.

Cette amélioration du transfert de chaleur fait donc des nanofluides une nouvelle technologie prometteuse dans le cadre des transferts thermiques, permettant d’améliorer les performances de divers échangeurs de chaleurs.

Ainsi on s’intéresse dans ce travail, au transfert thermique lors d’un écoulement d’un nanofluide à travers une conduite cylindrique horizontale. Pour cela nous avons considéré deux cas de figures :

- Le premier cas, une température constante est imposée sur la paroi.
- Le deuxième cas, on impose un flux de chaleur uniforme et constant.

Pour les nanofluides utilisés dans notre étude, nous avons considéré quatre différents nanoparticules (oxyde d’Aluminium (Al_2O_3), oxyde de Cuivre (CuO), oxyde de silicium (SiO_2), oxyde de Titane (TiO_2)) dans un fluide de base, l’eau.

Cette présente étude est divisée en cinq chapitres, organisée de la manière suivante :

Chapitre 1

Ce chapitre est consacré à la présentation d’une revue bibliographique des principaux travaux publiés dans le domaine du transfert thermique des nanofluides. Les travaux sont classés en trois groupes, suivant le type de nanoparticules : les nanoparticules métalliques, les

nanoparticules d'oxydes métalliques et les nanoparticules non métalliques.

Chapitre 2

Après ce chapitre introductif à la problématique du sujet, seront présentés dans ce chapitre les modèles mathématiques de la conductivité thermique et de la viscosité dynamique, la chaleur spécifique avec la formulation mathématique du problème et les équations gouvernant l'écoulement dans cette étude numérique.

Chapitre 3

Ce chapitre porte sur l'explication détaillée de la méthode de volume fini utilisée pour la discrétisation des équations et la modélisation numérique du problème. Aussi on présente la procédure de résolution et les méthodes et les différents sous-programmes utilisés (algorithme SIMPLE, TDMA...).

Chapitre 4

Nous présentons dans ce chapitre, les résultats obtenus pour le cas d'une conduite maintenue à une température de paroi constante. Nous utiliserons quatre types d'oxydes métalliques (oxyde de Cuivre CuO, oxyde d'Aluminium Al₂O₃, oxyde de Titane TiO₂, oxyde de silicium SiO₂) dans un fluide de base, l'eau. Les résultats obtenus sont discutés et interprétés.

Chapitre 5

Ce chapitre traite l'écoulement du nanofluide contenant les nanoparticules d'oxyde de Cuivre (CuO) à travers une conduite cylindrique partiellement chauffée. Une étude particulière a été menée sur nos résultats de simulation vis-à-vis de la méthode de calcul de la chaleur spécifique. Pour calculer la capacité thermique du nanofluide, nous avons utilisé deux corrélations pour calculer la capacité calorifique (chaleur spécifique) du nanofluide, les résultats obtenus sont présentés, discutés et interprétés.

Conclusion générale

En fin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

CHAPITRE I

Etude Bibliographique

I. LES NANOFLUIDES

I.1. Introduction

Durant ces dernières années, plusieurs systèmes énergétiques ont été développés dans le domaine industriel produisant un flux de chaleur très élevé, là où les fluides de refroidissement conventionnels (eau, éthylène glycol et l'huile) ne sont pas efficaces. L'idée d'améliorer les propriétés thermo physiques des fluides, est d'introduire des particules solides de très bonnes caractéristiques thermiques et de taille nanométrique au sein du fluide de base. Cette nouvelle génération de fluides porte le nom de « Nanofluides ». Ce terme a été introduit par Choi [10] au niveau du laboratoire d'Argonne en U.S. American 1995 et reste couramment utilisé pour caractériser ce type de suspension colloïdale.

I.2. Les nanoparticules et les fluides porteurs

Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelque milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (1-100 nm), les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire. Elles ont un intérêt à la fois fondamental et appliqué, et sont très étudiées actuellement.

Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides sont :

- Les nanoparticules des oxydes métalliques :
 - 1- L'oxyde d'aluminium (Al_2O_3).
 - 2- L'oxyde de cuivre (CuO).
 - 3- L'oxyde de silicium (SiO_2).
 - 4- L'oxyde de Titanium (TiO_2).
- Les nanoparticules métalliques:
 - 1- L'aluminium (Al).
 - 2- Le cuivre (Cu).
 - 3- L'or (Au).
 - 4- L'argent (Ag).
- Les nanoparticules non métalliques:
 - 1- Les nanotubes de carbone (CNT).
 - 2- Le diamant (C).

Les liquides de base les plus utilisés sont :

- 1- L'eau.
- 2- L'éthylène glycol (EG).
- 3- Les huiles.
- 4- Les fluides de réfrigération (R12, R22...).

Les suspensions de nanoparticules dans un fluide, souvent appelées nanofluides, ont des caractéristiques thermiques intéressantes comparées aux fluides de base traditionnels (voir tableau I-1).

Tableau I-1 : Les propriétés thermophysiques de différents matériaux

	Nanoparticule et fluide de base	K (W/m K)	ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg K)	μ (Pa.s)
Métallique (solides)	Cu	400	8954	383	
	Fe	80,2	7870	447	
	Ni	90,7	8900	444	
	Au	317	19,300	129	
	Ag	429	10,500	235	
	C (diamant)	2300	3500	509	
Oxyde métallique (solides)	SiO ₂	1,38	2220	745	
	TiO ₂	8,4	4157	710	
	Al ₂ O ₃	36	3970	765	
	CuO	69	6350	535	
	SiC	490	3160	675	
liquides non métallique	L'eau	0,613	1000	4183	0,0008513
	éthylène-glycol (EG)	0,258	1132	2349	0,0157

I.3. Production des nanofluides et nanoparticules

Les expériences effectuées sur les fluides caloporteurs avec des particules de taille micrométrique (10^{-6} m) ont montré que certains problèmes pouvaient être engendrés par l'utilisation de ces derniers tel que le problème de sédimentation des particules, l'augmentation de perte de charges *etc...* tandis que pour des particules de l'ordre du nanomètre (10^{-9} m), ces problèmes sont pratiquement insignifiants.

Tout en supposant que la suspension est stable et durable, l'agglomération de particules est négligeable, aucun changement chimique du fluide, la préparation des

nanofluides peut se faire par l'une des méthodes :

- 1- La méthode à une seule étape : basée sur la vaporisation d'un matériau solide sous vide, puis condensation directe de sa vapeur dans le liquide.
- 2- La méthode à deux étapes : elle consiste d'abord à la fabrication d'une nanopoudre sèche, puis le mélange et la dispersion de celle-ci dans le liquide

Ces procédés de fabrication sont de nature physique ou chimique. Ils font l'objet de beaucoup de recherches pour améliorer le coût de production qui reste toutefois élevé (variant de 80\$ pour les 100g de CuO à 535\$ pour les 25g d'argent par exemple).

I.4. Les études effectuées sur les nanofluides

Compte tenu de l'importance accordée aux nanofluides, plusieurs études effectuées sur leurs propriétés physiques telles que le coefficient de transfert thermique et la viscosité dynamique ont prouvé que les nanofluides sont très différents par rapport au fluide de base et présentaient de meilleures caractéristiques thermophysiques. En effet, l'adjonction des particules métalliques dans un fluide de base a mis en évidence une amélioration des capacités thermiques de celui-ci.

Dans leurs premiers travaux, Choi et col [11] ont constaté que l'addition d'une petite quantité de nanoparticule (concentration volumique $\phi < 1\%$) donnait une augmentation, presque le double pour le coefficient de transfert de chaleur. D'autre part, Das et col [12] ont déterminé que l'augmentation de la conductivité thermique est presque de 25% par rapport à celui du fluide de base pour les différentes nanoparticules et les différentes concentrations volumiques ($0.5 < \phi < 4\%$). D'autres travaux effectués pour caractériser le comportement du nanofluide sont résumés dans la figure I-1 et le tableau I-2. La figure I-1 présente le nombre de publications de chaque année, et le tableau I-1 présente aussi le nombre de publications de chaque année pour les différents domaines d'utilisation du nanofluides.

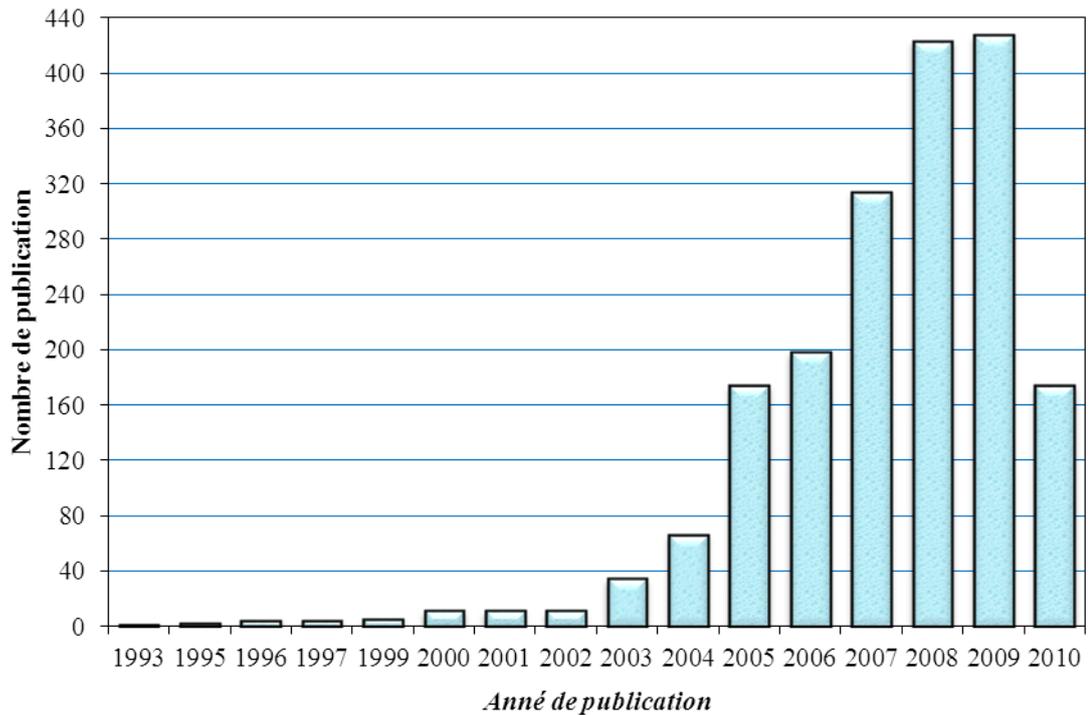


Figure I-1 : Nombre de publications pour les dernières années.

Tableau I-2: Nombre de travaux publiés sur les nanofluides dans la base de données de SCOPUS.

Année	Nombres de publications		
	Dynamique des nanofluides	transfert de chaleur dans les nanofluides	Les propriétés des nanofluides
1993	1	0	0
1995	1	1	0
1996	2	2	0
1997	2	1	1
1999	2	2	1
2000	4	4	3
2001	5	2	2
2002	5	2	2
2003	19	9	6
2004	35	23	8
2005	90	50	34
2006	124	62	32
2007	175	89	50
2008	225	107	91
2009	222	109	96
2010	95	54	25
Total	1007	516	351

I.5. Revue bibliographique

Les premiers travaux traitant le transfert de chaleur en présence des nanoparticules ont pratiquement commencé en 1995 avec l'étude de Choi [10], qui ont permis plus tard de déterminer les propriétés thermophysiques des nanofluides. Par la suite de nombreuses études expérimentales et numériques ont été menées par plusieurs chercheurs pour comprendre et analyser le comportement thermo-hydrauliques des nanofluides. Ces études peuvent être classées en trois catégories selon le type de matière de la nanoparticule:

- 1- Les nanoparticules métalliques.
- 2- Les nanoparticules d'oxyde métallique.
- 3- Les nanoparticules non métalliques.

Nous présentons ici les différentes études expérimentales et numériques disponibles dans la littérature, qui représentent les propriétés principales des nanofluides et leur impact sur le transfert de chaleur tel que la conductivité thermique, la chaleur spécifique et la viscosité dynamique. Diverses corrélations ont été proposées et comparées avec les expressions classiques.

I.5.1. Les nanoparticules métalliques

Xuan et Li [93,96] ont réalisé un système expérimental pour étudier le coefficient du transfert de chaleur convectif et le coefficient de frottement des nanofluides pour des écoulements laminaire et turbulent à travers un tube horizontal. Ils ont utilisé l'eau déminéralisée comme fluide de base avec une dispersion de nanoparticules de Cuivre (le diamètre de la nanoparticule $d_{np} \leq 100\text{nm}$) pour différentes fractions volumiques (0.3, 0.5, 0.8, 1, 1.5 et 2%) en faisant varier le nombre de Reynolds entre 800 et 25.000 et en imposant un flux thermique sur la paroi.

Les résultats expérimentaux ont montré que le coefficient du transfert de chaleur convectif « h » de nanofluide varie en fonction de la vitesse d'écoulement et la fraction volumique. Le nombre de Nusselt augmente de 60% pour une concentration volumique $\phi=2\%$, par rapport à l'eau pure. D'autre part, ils ont trouvé que l'équation de Dittus-Boelter [17] était non valide pour la prédiction du nombre de Nusselt pour les diverses fractions volumiques.

A partir de leurs données expérimentales, ils ont proposé de nouvelles corrélations pour la prédiction du coefficient du transfert de chaleur convectif pour un écoulement d'un

nanofluide à travers un tube. Ces corrélations sont établies sous la forme suivante :

1- Pour un écoulement laminaire

$$Nu_{nf} = 0.4328 \left(1 + 11.285 \phi^{0.754} Pe_d^{0.218} \right) Re_{nf}^{0.333} Pr_{nf}^{0.4}$$

2- Pour un écoulement turbulent

$$Nu_{nf} = 0.0059 \left(1 + 7.6286 \phi^{0.6886} Pe_d^{0.001} \right) Re_{nf}^{0.9238} Pr_{nf}^{0.4}$$

De leur côté, Lee et Choi [41] ont étudié le transfert de chaleur dans des canaux parallèles en utilisant un nanofluide non spécifié, ils ont observé une réduction de 50% de la résistance thermique. Xuan et Li [96] ont étudié expérimentalement les caractéristiques d'écoulement et du transfert de chaleur par convection pour le nanofluide (Cu-eau) dans un tube droit avec un flux de chaleur pariétal constant. Les résultats ont montré que le nanofluide donne une amélioration substantielle du taux du transfert de chaleur comparé à l'eau pure.

Chien et col [9] ont effectué une étude de l'écoulement du nanofluide d'or de diamètre 17 nm à travers une conduite miniature chauffée, en forme de disque avec un diamètre de 9 mm et une hauteur de 2 mm, le fluide de base est l'eau. Les résultats ont montré que la résistance thermique de la conduite diminue sensiblement avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules. De leur côté Tsai et col [76] ont utilisé les solutions des nanoparticules d'or de différentes tailles (2-35 nm et 15-75 nm), préparées par la réduction de $H AuCl_4$ avec du citrate tri-sodique et l'acide tannique. Une grande diminution de la résistance thermique du caloduc nano-fluidique par rapport à l'eau déminéralisée a été observée. En effet, la résistance thermique du caloduc circulaire s'est étendue de 0.17 à 0.215 K/W avec les différentes solutions.

I.5.2. Les nanoparticules non métalliques.

Dans leur article, Wen et Ding [86] ont étudié l'effet de la température sur la conductivité thermique des nanofluides pour les nanotubes MWCNT (*Multi-wall Carbon Nanotubes*) de 20 à 60 nm de diamètre et quelques dizaines μm de longueur dispersés dans l'eau. Pour des températures inférieures à 30°C, une dépendance approximativement linéaire de la conductivité thermique et la température. De leur côté, Ding et Col [15] ont montré que la conductivité thermique effective augmente avec la température. Ils ont constaté que l'amélioration de la conductivité thermique est légèrement plus grande que celle rapportée par Assael et Col[1], Xie et Col[91], et Wen et Ding[87], mais beaucoup plus inférieure à celle citée par Choi et Col[11]. De la même manière, Liu et Col[47] ont mesuré la conductivité

thermique des nanofluides contenant les nanotubes de carbone (CNT) dispersé dans l'éthylène-glycol et dans l'huile synthétique de moteur. Ils ont trouvé que la conductivité thermique augmente jusqu'à 12.4% pour une fraction volumique $\phi=1.0\%$ de CNT dans l'éthylène glycol et de 30% dans l'huile synthétiques de moteur pour une concentration volumique $\phi=2\%$.

Hwang et Col [29] ont comparé la conductivité thermique de quatre types de nanofluides tels que les nanotubes de carbone multi paroi (MWCNT) dans l'eau, du CuO dans l'eau, SiO₂ dans l'eau, et de CuO dans de l'éthylène-glycol. Ils ont constaté que la conductivité thermique du nanofluide de MWCNT a été augmentée jusqu'à 11,3% pour une concentration volumique de 1%, qui est relativement plus élevée que celle obtenue par les autres groupes de nanofluides.

I.5.3. Les nanoparticules d'oxyde métallique.

Murshed et col [56] ont étudié en convection forcée l'écoulement d'un nanofluide dans une conduite cylindrique. Ce dernier contenant des nanoparticules de TiO₂ de formes nanotube de diamètre de 10 nm et 40 nm de longueur et sphériques de 15 nm de diamètre où l'eau déminéralisée comme fluide de base. Ils ont montré que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la concentration volumique ϕ , et ils ont trouvé également que pour une concentration volumique $\phi =5\%$ l'amélioration de la conductivité thermique effective est d'environ de 33% pour les nanotubes et de 30% pour les nanoparticules sphériques. Ils ont alors constaté que la dimension et la forme de la particule ont une influence importante sur la conductivité thermique des nanofluides.

D'autre part Wen et Ding [88] ont effectué une étude expérimentale d'un nanofluide dans un écoulement en convection naturelle, entre deux disques horizontaux dont l'un des deux chauffé uniformément. Les nanoparticules d'oxyde de Titanium (TiO₂) de 30 et 40 nm de diamètre sont dispersés dans de l'eau distillée à travers le mécanisme de stabilisation électrostatique et à l'aide d'un homogénéisateur. Ils ont montré qu'il y avait une diminution systématique du coefficient du transfert de chaleur avec l'augmentation de la concentration volumique ϕ .

De leur côté, Vajjha S et col [79] ont mené des études expérimentales pour déterminer la conductivité thermique de trois nanofluides contenant différent nanoparticules (Al₂O₃, CuO et ZnO) dispersées dans un mélange de deux fluides de base, 60% d'éthylène glycol et

40% d'eau. La concentration volumique des particules a été testée jusqu'à 10% et l'intervalle de température était de 298 à 363 K. Ils ont montré que la conductivité thermique du nanofluide augmente en fonction de la concentration volumique et de la température. Par contre, l'augmentation du diamètre des nanoparticules fait diminuer la conductivité thermique et ils ont montré que la corrélation proposée par Hamilton-Crosser [25] n'est pas valable et ne peut représenter correctement la variation de la conductivité thermique en fonction de la température. Par l'utilisation de l'ensemble des données expérimentales, Vajjha et col ont amélioré le modèle de Koo et Kleinstreuer [36], en fournissant de nouvelles corrélations qui sont :

$$k_{nf}/k_f = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p)} + 5 \times 10^4 \beta \phi \rho_f c_f \sqrt{\frac{K_B T}{\rho_p D}} f(T, \phi)$$

$$f(T, \phi) = (2.8217 \times 10^{-2} + 3.917 \times 10^{-3}) \left(\frac{T}{T_0} \right) + (-3.0669 \times 10^{-2} - 3.91123 \times 10^{-3})$$

Ces corrélations donnent une prévision précise de la conductivité thermique des différents nanofluides.

Yurong et col [102] ont effectué des études expérimentales et numériques sur le transfert de chaleur en convection de nanofluide (TiO₂) à travers un tube droit en régime laminaire. Ils ont étudié l'effet de la concentration des nanoparticules, le nombre de Reynolds, pour différentes tailles des nanoparticules sur l'écoulement et le transfert de chaleur en convection. Les résultats ont montré que l'amélioration du transfert de chaleur a été significative dans la région d'entrée, et la température du nanofluide est beaucoup plus basse pour le nombre de Reynolds de 1500 que le nombre de Reynolds de 900 car le coefficient du transfert de chaleur est plus grand à un nombre de Reynolds plus élevé.

Jian Qu et col [32] ont réalisé une étude expérimentale pour améliorer la performance thermique d'un caloduc d'oscillation (OHP), chargé d'eau déminéralisée et de nanoparticules Al₂O₃ de forme sphérique de 56 nm de diamètre. Pour des fractions massiques de 0.1%, 0.3%, 0.6%, 0.9% et à 1.2%. Ces travaux ont montré que la performance thermique de l'OHP a été améliorée après l'addition des nanoparticules, qui sont également donné une diminution maximale de la résistance thermique.

Lee et Col [42] ont introduit les nanoparticules CuO et Al₂O₃ de différents diamètres (18.6 et 23.6 nm, 24.4 et 38.4 nm) dans deux fluides de base : l'eau et éthylène-glycol (EG). Ils ont obtenu quatre combinaisons de nanofluides (CuO /eau, CuO /EG, Al₂O₃/eau et en fin

Al₂O₃/EG). Ils ont constaté que les nanofluides ont des conductivités thermiques sensiblement plus élevées que les fluides de base. Le nanofluide (CuO/EG) a montré qu'il y avait une augmentation de la conductivité thermique de plus de 20% pour une fraction volumique 4%. D'autre part ils ont prouvé que malgré la taille de la particule de CuO plus petite que celle d'Al₂O₃, les nanofluides (eau/CuO, EG/CuO) ont montré une meilleure amélioration de la conductivité thermique par rapport au nanofluide (eau/Al₂O₃, EG/Al₂O₃).

Wang et Col [83] ont mesuré la conductivité thermique effective des nanofluides par une technique équilibrée de plat-parallèle. Dans les fluides de base (l'eau, éthylène-glycol (EG), l'huile de pompe à vide et l'huile de moteur), les nanoparticules d'Al₂O₃ et de CuO de diamètres moyens de 28 et 23 nm respectivement y sont suspendues. Les résultats expérimentaux ont montré que les conductivités thermiques de tous les nanofluides étaient plus élevées que celles des fluides de base. En outre, la comparaison avec diverses données a indiqué que la conductivité thermique des nanofluides augmente quand la dimension particulaire décroît. Les résultats ont montré également que l'amélioration n'est que de 12% pour la conductivité thermique et cela par une fraction volumique de 3% des nanoparticules par rapport à l'amélioration de 20% rapportée par Masuda et Col[54] et de 8% rapportée par Lee et Col [42] à la même fraction volumique.

D'autres études menées par Xie et Col [90-91], où ils ont mesuré les conductivités thermiques de SiC pour deux diamètres différents (26 nm et 0,6 µm) suspendu dans l'eau déminéralisée et dans EG. Ils ont remarqué que leurs résultats sont différents des résultats expérimentaux obtenus par Lee et Col [42]. Ils ont constaté que les nanofluides avec les mêmes nanoparticules dans des différents fluides de base ont la même amélioration de la conductivité thermique effective. En outre, les résultats ont montré que le modèle Hamilton et Crosser [25] est capable de prédire la conductivité thermique de suspensions SiC de 0.6 µm.

Das et Col [12] ont étudié l'effet de la température sur l'amélioration de la conductivité thermique pour des nanofluides contenant des particules d'Al₂O₃ (38.4 nm) et de CuO (28.6 nm) par une expérience basée sur la méthode d'oscillation de la température. Ils ont trouvé qu'à la température 52°C l'augmentation de la conductivité thermique est 2 à 4 fois plus grande que celle obtenue à la température ambiante 21°C. De même manière, Li et Peterson [44] ont effectué une recherche expérimentale pour étudier les effets de la variation de la température et la fraction volumique sur la conductivité thermique effective de CuO

(29nm) et Al_2O_3 (36nm) suspendu dans l'eau. Ils ont démontré que le type de la nanoparticule, son diamètre, la fraction de volumique et la température moyenne ont des effets significatifs sur la conductivité thermique des nanofluides. Par exemple, pour la suspension d' Al_2O_3 /eau, l'augmentation de la température moyenne de 27 à 34.7°C donne une augmentation de la conductivité thermique presque de trois fois. Ils ont proposé deux corrélations simples linéaires pour les deux types de nanofluides:

$$\text{Pour } \text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau} : (k_{\text{eff}} - k_p) / k_p = 0,764\phi + 0.0187(T - 273,15) - 0,462$$

$$\text{Pour } \text{CuO}/\text{eau} : (k_{\text{eff}} - k_p) / k_p = 3,761\phi + 0.0179(T - 273,15) - 0,307$$

Wen et Ding [88] ont étudié le problème du transfert de chaleur en convection naturelle de nanofluides de TiO_2 (30-40 nm) /eau dans une géométrie composé de deux disques horizontaux en aluminium de diamètre 240mm et d'épaisseur 10mm séparés par un espace de 10mm. Ils ont examiné les coefficients du transfert de chaleur en régime transitoires et stationnaires pour différentes concentrations des nanofluides. Les résultats obtenus sont Similaire à ceux de Putra et col [67], le coefficient du transfert de chaleur est faible pour l'eau pure et il augmente avec la concentration volumique des nanoparticules.

Wen et Ding [86] ont effectué une étude sur le transfert de chaleur en convection d'un nanofluide à base d'eau, les particules d' Al_2O_3 (27-56 nm de diamètre) à travers un tube en cuivre de diamètre de 4,5mm et de longueur 970 mm en régime laminaire. Ils ont constaté que l'inclusion des nanoparticules d' Al_2O_3 peut augmenter de manière significative le coefficient du transfert de chaleur convectif, si on augmente la concentration des particules et le nombre de Reynolds. En outre, l'amélioration du coefficient du transfert de chaleur est particulièrement remarquable dans la région d'entrée, et diminue avec la distance axiale. De leur côté, Heris et col [28] ont étudié un écoulement laminaire de deux nanofluides (CuO/eau et $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$) à travers un tube annulaire en cuivre de longueur 1m et de diamètre intérieur de 6 mm, et un tube externe d'acier inoxydable d'épaisseur 0.5 mm et de diamètre 32 mm, où le vapeur saturée a été distribuée pour créer une condition aux limites à température constante à la paroi. La comparaison des résultats expérimentaux a montré que le coefficient du transfert de chaleur augmente en fonction de la fraction volumique de nanoparticules et le nombre de Peclet, ils ont montré également que le nanofluide ($\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$) a donné la meilleure augmentation du transfert thermique.

Certains articles [13,45, 87] ont montré l'importance de la viscosité du nanofluide. Li et Col [45] ont mesuré expérimentalement la viscosité d'un nanofluide contenant les nanoparticules de CuO, à l'aide d'un viscosimètre capillaire. Les résultats ont montré que la viscosité des nanofluides diminue avec l'augmentation de la température. Cependant, le diamètre du tube capillaire peut influencer sur la viscosité apparente pour la plus grande fraction massique de nanoparticule, particulièrement aux basses températures.

De leur côté, Wang et Col [83] ont mesuré la viscosité relative des nanofluides ($\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ et $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{éthylène glycol}$) et montré également une augmentation de la viscosité relative avec la fraction volumique pour les deux nanofluides. Ils constatent que pour un écoulement laminaire dans un tube cylindrique, le coefficient de transfert de chaleur est proportionnel à la conductivité thermique du nanofluides, et que la chute de pression est proportionnelle à la viscosité. Pour un écoulement turbulent la chute de pression est proportionnelle à $\mu^{1/5}$, et le coefficient de transfert thermique est proportionnel à $(k_{nf}^{2/3} / \mu^{0.467})$.

Cela signifie que l'augmentation du transfert thermique désirable peut être combinée avec une augmentation indésirable de la chute de pression.

Das et Col [13] ont mesuré la viscosité du nanofluide ($\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$) par rapport au taux de cisaillement. Les résultats ont montré une augmentation de la viscosité en fonction de la concentration volumique. Il y a possibilité que le nanofluide soit non newtonien, ou même viscoélastique dans certains cas. D'autres études expérimentales sont nécessaires pour définir les modèles de la viscosité des nanofluides qui seraient utilisable dans les simulations numériques.

Murshed et col [57] ont constaté que la conductivité thermique effective et la viscosité des nanofluides (eau/TiO_2 , $\text{eau}/\text{Al}_2\text{O}_3$) augmentent de façon significative avec la concentration volumique des particules. Par ailleurs, une augmentation linéaire de la conductivité thermique effective de nanofluides en fonction de la température a été observée.

Pour étudier les caractéristiques du transfert de chaleur des nanofluides par la simulation numérique, deux approches ont été essentiellement adoptées dans la littérature. La première approche suppose que la condition de continuité est encore valide pour les nanofluides. L'autre approche emploie un modèle diphasique pour une meilleure description des phases liquides et solides. Le modèle monophasique est le plus efficace et le plus simple dans le

calcul numérique.

Une autre approche est adoptée la théorie de Boltzmann pour l'amélioration du transfert de chaleur dans les nanofluides peut être affectée par plusieurs facteurs tels que le mouvement brownien, la tension superficielle solide-liquide, l'agglomération des nanoparticules et le frottement entre les particules liquides et solides. Donc il est difficile de décrire tous ces phénomènes mathématiquement.

Parallèlement à l'étude expérimentale du coefficient de la conductivité thermique du nanofluide, Maïga et col[51-52] ont effectué des études numériques pour déterminer les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques du nanofluide traversant un tube chauffé uniformément de longueur « $L = 1 \text{ m}$ » sous les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent, en utilisant le modèle monophasique. Les résultats ont prouvé que l'addition des nanoparticules peut augmenter le transfert thermique sensiblement comparé au liquide de base seul. Et que (Al_2O_3 /éthylène glycol) a fourni une meilleure amélioration que (Al_2O_3 /eau).

De leurs côtes, Roy et col [69] ont réalisé une étude numérique du transfert de chaleur pour le nanofluide « Al_2O_3 /eau » dans un système de refroidissement radial, et ont constaté que l'addition des nanoparticules dans les fluides de base augmente le taux du transfert thermique considérablement. En effet, l'utilisation de 10% du volume des nanoparticules donne une augmentation double du taux du transfert de chaleur par rapport à celui du fluide de base. Les résultats obtenus sont similaires à ceux de Maïga et col [51-52] puisqu'ils ont utilisé le même modèle.

Wang et col [84] ont étudié numériquement les caractéristiques du transfert de chaleur en convection naturelle d'une cavité bidimensionnelle, en fonction du nombre de Grashof et des fractions volumiques pour différents nanofluides. Leurs résultats montrent que, la suspension des nanoparticules a fait augmenter significativement le taux du transfert thermique pour tous les nombres de Grashof. Pour le nanofluide (Al_2O_3 /eau), l'augmentation du coefficient de transfert thermique moyen était approximativement de 30% pour une concentration de 10%. Une augmentation maximale du transfert de chaleur de 80% a été obtenue pour 10% de nanoparticules de Cu dispersés dans l'eau. En outre, le coefficient du transfert moyen a augmenté presque 100% pour le nanofluide de nanotubes de carbone (huile/CNT) pour une concentration volumique de 1%.

Khanafer et col [35] ont développé un modèle analytique pour déterminer le transfert

de chaleur en convection naturelle dans les nanofluides. Ils ont supposé que le nanofluide est monophasique. Ils ont analysé l'effet de la suspension des nanoparticules sur le transfert de chaleur. Ils ont observé que le taux du transfert thermique a augmenté avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules pour toutes les valeurs de Grashof.

Xuan et Roetzel [94] ont proposé plusieurs corrélations pour le transfert de chaleur par convection pour les nanofluides. Les deux modèles monophasique et diphasique ont été utilisés pour expliquer le mécanisme de l'augmentation des taux du transfert de chaleur. Cependant, il y a peu de données expérimentales pour valider de tels modèles.

Roy et col [70] ont effectué une étude numérique pour évaluer le transfert de chaleur et le taux de cisaillement à la paroi pour un écoulement laminaire radial dans un système de refroidissement. Ils ont utilisé un nanofluide (Al_2O_3 /eau) et comparés son efficacité à ceux de l'eau, éthylène glycol et le pétrole. Toutes les conditions utilisées dans cette étude étaient semblables à ceux de Maïga et col [53] qui ont pris le nanofluide comme fluide incompressible. Les résultats montrent que le coefficient de transfert de chaleur et le taux de cisaillement à la paroi étaient importants si la concentration volumique ou le nombre de Reynolds augmentaient.

La figure I-2 montre la conductivité thermique des différents nanofluides, où elle illustre plusieurs résultats obtenus par plusieurs chercheurs Wang et Mujumdar [85].

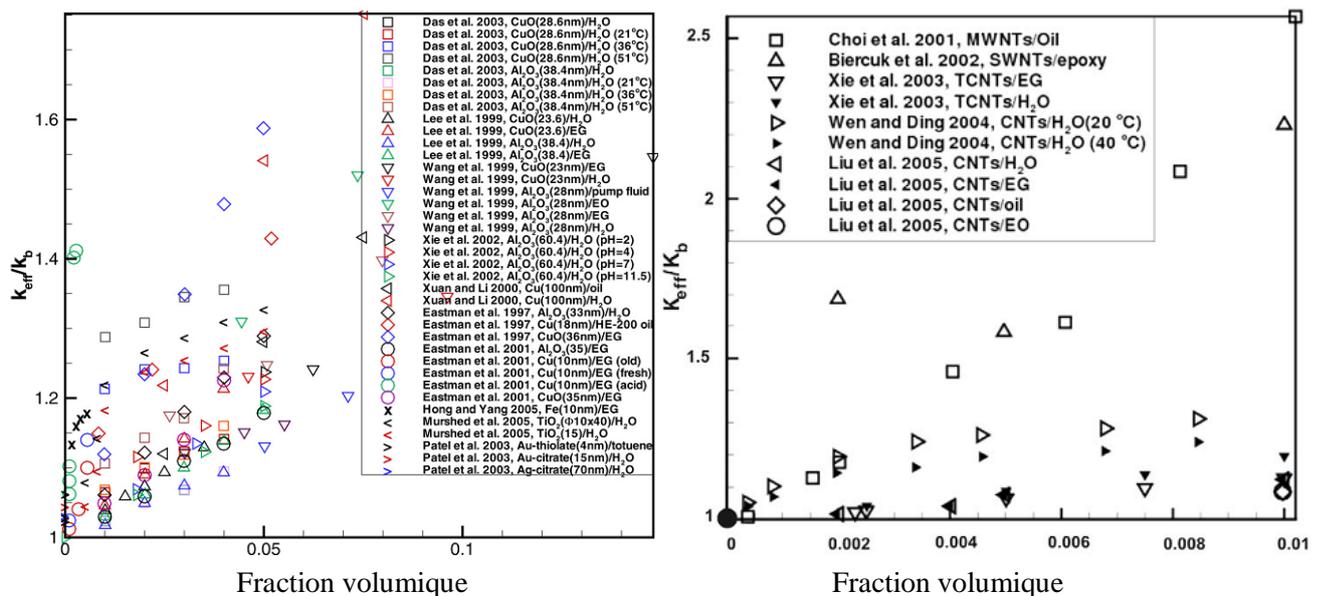


Figure I-2: Comparaison des données expérimentales de la conductivité thermique pour différents types de nanofluide.

I.6. Les effets influent sur les propriétés thermophysiques des nanofluides

Les paramètres principaux influant sur la conductivité thermique du nanofluide sont :

- (1) la concentration volumique des particules
- (2) le type de la particule
- (3) la température

Les résultats expérimentaux de l'amélioration de la conductivité thermique en fonction de ces paramètres sont résumés dans les tableaux (1-4) donné en ANNEXE A.

I.6.1. Effet de la concentration volumique de particules

L'effet de la concentration volumique des particules sur l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide est montré dans les figures I-3.a et I-3.b, où les travaux de sept groupes de chercheurs sont présentés pour les particules de l'Al₂O₃ suspendus dans l'eau. La dimension de la particule et la température du nanofluide varient entre ces groupes, mais la tendance générale est claire.

Nous constatons que l'amélioration de la conductivité thermique augmente en fonction de la fraction volumique des particules et que les concentrations de particules d'Oxyde métallique donne une amélioration allant jusqu'à 30%.

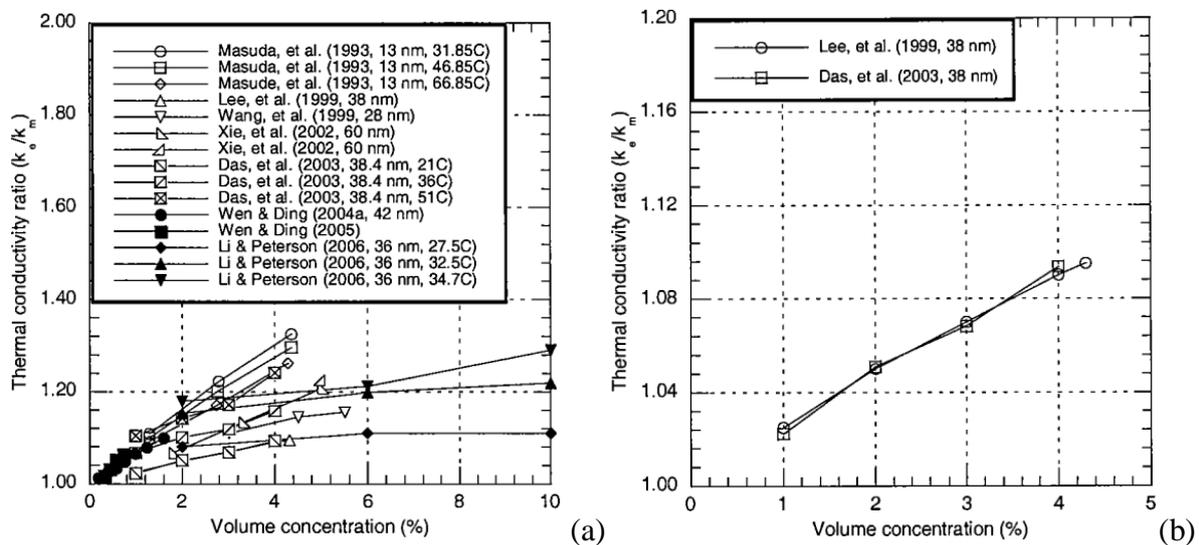


Figure I-3 : Effet de la concentration volumique sur la conductivité thermique du nanofluide (Al₂O₃/l'eau) pour différents chercheurs.

I.6.2. Effet du type de la nanoparticule

Les figures I-4.a et I-4.b regroupent les études expérimentales de plusieurs chercheurs.

Elles illustrent l'effet du type des nanoparticules sur la conductivité thermique pour deux nanofluides, l'un est un oxyde métallique et le second est un métal, tous deux sont dilués dans l'eau. Tous les paramètres (température et la forme de la particule) sont supposés constants. Ils ont constaté que les particules métalliques produisent la même amélioration que les oxydes métalliques mais à faible concentration volumique.

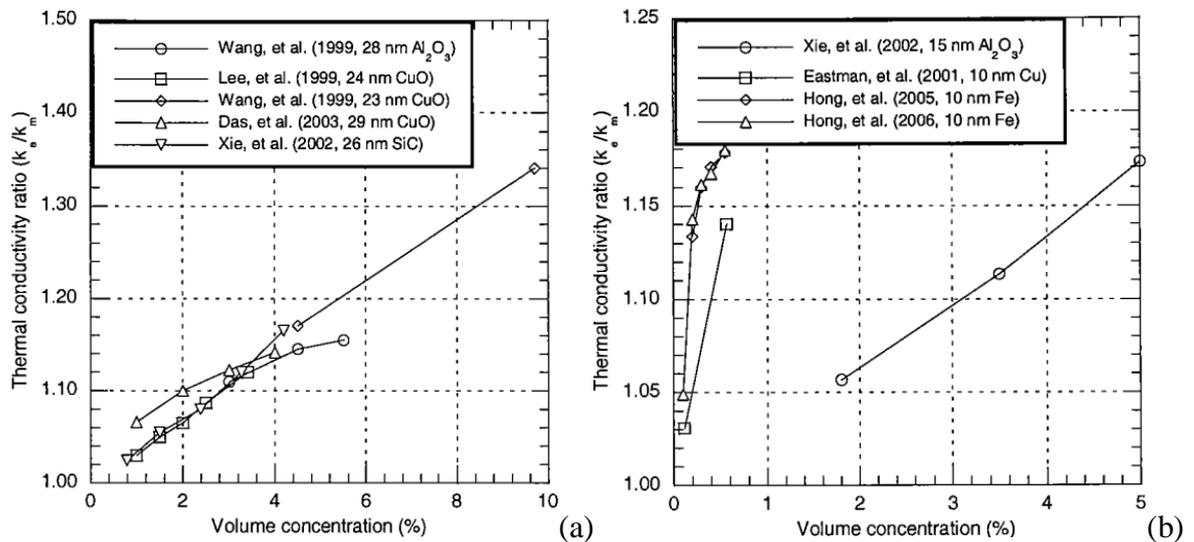


Figure I-4: Effet des types de particules sur la conductivité thermique des nanofluides.

On observe aussi que le rapport de la conductivité thermique du métal a augmenté plus rapidement par rapport à l'oxyde métallique.

I.6.3. Effet de la température

En général, la conductivité thermique du nanofluide est sensible à la température par rapport au fluide de base. Par conséquent, l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide est également sensible à la température. Ainsi, l'amélioration de la conductivité thermique augmente en fonction de la température. Das et col [12] ont présenté leurs résultats pour un intervalle de température allant de 28 jusqu'à 51°C en utilisant les nanoparticules d'Al₂O₃ et CuO à base d'eau.

On observe que les données indiquent clairement que l'amélioration de la conductivité thermique augmente lorsque la température augmente. Mais elle est plus élevée pour l'oxyde de cuivre CuO par rapport à l'oxyde d'aluminium Al₂O₃, où le taux de la conductivité pour une concentration volumique de $\phi=4\%$ et une température de $T=51^\circ\text{C}$. Ils atteignent 1,24 pour Al₂O₃ et une valeur de 1,36 pour CuO.

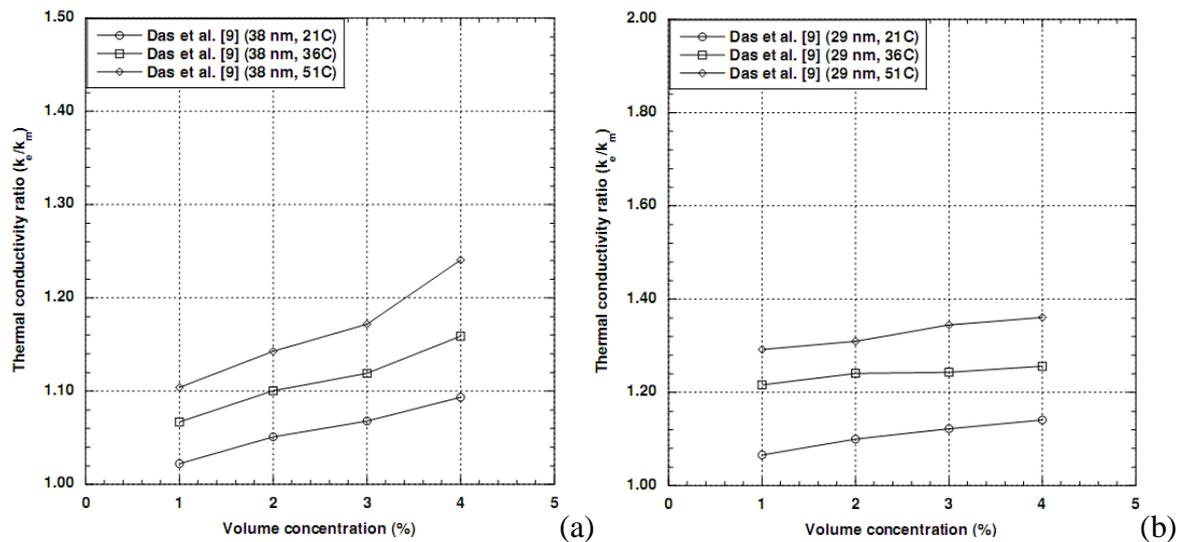


Figure I-5: Effet de la température sur la conductivité thermique des nanofluides à base d'eau : (a) pour Al_2O_3 , (b) pour CuO .

I.7. Domaines d'applications des nanofluides

Les nanofluides peuvent être employés pour améliorer le transfert de chaleur et l'efficacité énergétique dans plusieurs systèmes thermiques. Dans cette section, quelques exemples d'applications seront présentés tel que le transport, la micro-électronique, la défense, le nucléaire, l'espace, et la biomédicale.

I.7.1. Refroidissement des systèmes thermiques

Le mélange d'éthylène-glycol et l'eau, sont utilisés comme liquide de refroidissement dans les moteurs des véhicules. L'addition des nanoparticules dans ces liquides ce dernier améliore le taux de refroidissement. Ce point est étudié par plusieurs groupes de chercheurs, Tzeng et col [78] ont dispersé les nanoparticules de CuO et Al_2O_3 dans l'huile de refroidissement du moteur de transmission. Dans une autre application, Zhang et Que [103] ont rapporté une étude pour réduire l'usure (lubrification) à l'aide des nanoparticules, et améliorer les propriétés tribologiques, et la résistance à l'usure avec la réduction du frottement entre les éléments mécaniques mobiles.

I.7.2. Refroidissement des systèmes électroniques

Dans les circuits intégrés, les nanofluides ont été considérés comme fluides de refroidissement. Pour cela plusieurs études ont été effectuées. Tsai et col [76] ont employé un nanofluide à base d'eau pour refroidir une unité centrale de traitement dans un microordinateur.

De leur côté, Ma et col [50] ont étudié l'effet du nanofluide sur les possibilités de transport de la chaleur d'un caloduc d'oscillation, ils ont prouvé qu'à la puissance d'entrée de 80 W, et seulement pour une concentration volumique de $\varphi=1\%$, la différence de température entre le vaporisateur et le condensateur est de 16.6°C.

I.7.3. Refroidissement des systèmes militaires

Les exemples des applications militaires incluent le refroidissement de l'électronique de puissance et les armes d'énergie dirigée. Ces derniers impliquent des flux thermiques très élevés ($q > 500$ à 1000 W/cm^2), où les nanofluides ont montrés leur efficacité pour refroidir ces systèmes, et aussi les autres systèmes militaires, y compris les véhicules militaires, les sous-marins, et les diodes lasers à haute puissance.

I.7.4. Refroidissement des systèmes spatiaux

Pour les applications dans l'espace, You et col [98] et Vassallo et col [81] ont effectué des études pour montrer que la présence des nanoparticules dans le fluide de refroidissement en électronique générale joue un rôle très important dans les applications de l'espace où la densité de puissance est très élevée.

I.7.5. Refroidissement des systèmes nucléaires

L'institut de technologie de Massachusetts a réservé un centre interdisciplinaire uniquement pour la nouvelle nanotechnologie (nanofluide) dans l'industrie de l'énergie nucléaire. Actuellement, ils évaluent l'impact potentiel de l'utilisation des nanofluides sur la sûreté neutronique, et de la performance économique des systèmes nucléaires.

I.7.6. La biomédecine

Les nanofluides et les nanoparticules ont beaucoup d'applications en biomédicale. Par exemple, pour éviter quelques effets secondaires des méthodes traditionnelles de traitement du cancer, les nanoparticules à base de fer ont été employées comme transporteur des drogues. Aussi pour une chirurgie plus sûre en produisant le refroidissement efficace autour de la région chirurgicale, Jordan et col [33] ont effectué une étude où les nanofluides pourraient être employés pour produire une température plus élevée autour des tumeurs pour tuer les cellules cancéreuses sans affecter les cellules saines voisines.

I.7.7. D'autres applications

Il y a des situations nombreuses où l'augmentation de l'efficacité du transfert thermique peut être liée à la qualité, la quantité, et au coût d'un produit d'un processus. Par exemple, dans l'industrie de l'énergie renouvelable, les nanofluides sont utilisés pour augmenter le transfert de chaleur à partir des capteurs solaires aux réservoirs de stockage et pour augmenter la densité d'énergie. Les liquides réfrigérants de nanofluide ont une application potentielle dans la majorité des industries de transformation, telles que les matériaux, la production chimique, la nourriture, la boisson, le pétrole et le gaz.

I.8. Conclusion

La synthèse des travaux de recherches nous a permis de classer ces contributions dans les grands axes suivants:

- Etude de l'influence de la concentration volumique et de la matière des nanoparticules sur les coefficients de transfert thermique et de perte de charge.
- Etude de l'influence de la température et de la nature de fluide de base sur les coefficients de transfert thermique et de perte de charge.
- Les domaines d'utilisation des nanofluides.

CHAPITRE II

Modèle théoriques et formulation mathématique

II. LES MODELES THEORIQUES DES NANOFUIDES

Les propriétés thermophysiques (la masse volumique, la chaleur spécifique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) des solutions sont profondément modifiées par l'ajout des nanoparticules. De nombreux paramètres caractérisant ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des paramètres thermophysiques du nanofluide obtenus (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique ϕ , la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, la température du milieu, etc.).

De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées, lors de ces deux dernières décennies, en vue de mieux caractériser les propriétés physiques des nanofluides mais cette caractérisation est encore loin d'être satisfaisante.

II.1. La masse volumique

La masse volumique du nanofluide est donnée par la formule suivante :

$$\rho_{nf} = \rho_s \phi + \rho_f (1 - \phi) \quad (\text{II-1})$$

II.2. La conductivité thermique

Maxwell [55] a été l'un des premiers à étudier analytiquement la conduction thermique dans les particules en suspension en ignorant les effets d'interactions entre ces particules. L'équation de Maxwell peut être obtenue en résolvant l'équation de Laplace pour le champ de température à l'extérieur des particules de deux façons:

- En considérant une grande sphère contenant toutes les particules sphériques avec une conductivité thermique effective k_{eff} noyées dans un fluide de conductivité thermique k_f .
- En considérant toutes les particules sphériques avec une conductivité thermique k_s noyée dans un fluide de conductivité thermique k_f .

L'équation qui en résulte est :

$$k_{eff} = k_f + 3\phi \frac{k_s - k_f}{k_s + 2k_f - \phi(k_s - k_f)} k_f \quad (\text{II-2})$$

Notons que l'équation de Maxwell n'est qu'une approximation de premier ordre et ne s'applique qu'aux mélanges avec de faible concentration volumique des particules.

Depuis les premiers travaux de Maxwell plusieurs travaux ont été réalisés en utilisant l'équation de Maxwell et en tenant compte de divers facteurs liés à la conductivité thermique

effective, y compris :

- la forme des particules (Fricke [19-20], Polder et Santen [64], Taylor [73-74], Hamilton et Crosser [25], Granqvist et Hunderi [21-22], Xue [97]).
- la distribution des particules (Rayleigh [68], Wiener [89]).
- la concentration volumique élevée (Bruggeman [7], Böttcher [6], Landauer [40], Jeffrey [31], Davis [14]).
- la structure des particules (Kerner [34], Van de Hulst [80], Pauly et Schwan [63], Schwan et Col [71], Lamb et Col [39], Benveniste et Miloh [3], Lu et Song [49], Xue[97]).
- la résistance de contact solide/fluide (Benveniste [2], Hasselman et Johnson [26]).

Certaines de ces équations sont résumées dans le tableau 1 en ANNEXE B.

Bien que ces équations prédisent la conductivité thermique assez bien pour des mélanges de particules relativement grandes dans des fluides, la comparaison entre les données expérimentales et les calculs pour les nanofluides n'est pas généralement satisfaisante. Ces équations sous-estiment les données expérimentales pour les nanofluides contenant des particules sphériques et ou surestiment les données expérimentales pour les nanofluides contenant des nanoparticules sphéroïdes allongés avec $a \gg b - c$ (comme les nanotubes). Afin d'améliorer les prévisions, des mécanismes ont été identifiés et formulés spécifiquement pour l'échelle nanométrique, y compris les effets de la couche interfaciale nanoparticules-fluide et le mouvement brownien des nanoparticules.

II.2.1. Effet de la couche interfaciale nanoparticules-fluide

Les molécules d'un liquide à proximité d'une surface solide, se présentent suivant des structures en couches (*layers*) (Henderson et Swol [27], Yu et Col [99]) et se comportent physiquement comme état intermédiaire entre solide et liquide (Yu et Col [99]), la couche solide-liquide, devrait conduire à une conductivité thermique plus élevée que celle du liquide de base. Par conséquent, la couche solide-liquide, agit comme un pont thermique entre une particule solide et un liquide. Sur la base de cette hypothèse, Yu et Choi [100] ont modifié l'équation de Maxwell de la conductivité thermique effective des particules sphériques-liquide afin d'inclure l'effet de la couche interfaciale (Equation II-3).

$$k_{eff} = k_f + 3\phi \frac{k_c - k_f}{k_c + 2k_f - \phi(k_c - k_f)} k_f \quad (\text{II-3})$$

Avec

$$k_c = k_f + 3\phi \frac{k_s - k_f}{k_s + 2k_f - \phi(k_s - k_f)} k_f \quad (\text{II-4})$$

Pour étendre cette idée à des particules non sphériques, Yu et Choi [101] ont modifié l'équation de Hamilton et crosser [25] pour obtenir une équation de conductivité thermique efficace pour les nanofluides ellipsoïdale (Equation II-5).

$$k_{\text{eff}} = k_f + \Psi^{-1} \phi \sum_{abc} \frac{k_{ci} - k_f}{k_{ci} + (3\Psi^{-1} - 1)k_f - \phi(k_{ci} - k_f)} k_f \quad (\text{II-5})$$

Lorsque la sphéricité de la particule est définie comme le rapport de la surface d'une sphère, avec un volume égal à celui de la particule, à la surface de la particule. La conductivité thermique k_i ($i = a, b, c$) de l'ellipsoïdale de la structure complexe des particules peut être estimée par l'équation suivante (Bilboul [5])

$$k_{ci} = k_s + \phi \frac{k_p - k_s}{k_s - (d_{pi} - \phi d_{ci})(k_p - k_s)} k_s \quad (\text{II-6})$$

Où les facteurs de dépolarisation d_i ($i = a, b, c$) sont définis par

$$d_i = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{1}{(i^2 + w) \sqrt{(a^2 + w)(b^2 + w)(c^2 + w)}} dw \quad (\text{II-7})$$

II.2.2. Effet du mouvement brownien des nanoparticules

Le mouvement brownien des nanoparticules, en raison de leur taille, est un autre facteur potentiel dans le calcul de l'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides. Dans la plupart des cas, l'effet du mouvement brownien des nanoparticules en suspension dans un nanofluide peut être considéré comme un ajout à la conductivité thermique prévue par les équations classiques de Maxwell. Sur la base de ce concept, Xuan et Col [95] ont proposé la modification suivante de l'équation de Maxwell

$$k_{\text{eff}} = k_f + 3\phi \frac{k_s - k_f}{k_s + 2k_f - \phi(k_s - k_f)} k_f + \frac{1}{2} \rho_s C p_s \phi \sqrt{\frac{k_B T}{3\pi\mu r}} \quad (\text{II-8})$$

Jang et Choi [30] ont également développé un modèle dynamique qui prend en compte la convection induite par une nanoparticule brownienne. Leur modèle peut être exprimé comme une modification de la règle des mélanges parallèles

$$k_{\text{eff}} = (1 - \phi)k_f + \phi k_s + 3c \left(r_f / r_s \right) \phi \left(\frac{k_B T}{3\pi\mu_f r v_f l_f} \right)^2 \text{Pr} k_f \quad (\text{II-9})$$

D'autres travaux ont également été faits pour prédire la conductivité thermique effective avec l'effet du mouvement brownien des nanoparticules. En utilisant cette approche,

Koo et Kleinstreuer [36] ont élaboré un modèle de conductivité thermique efficace pour les nanofluides CuO :

$$k_{eff} = k_f + 3\varphi \frac{k_s - k_f}{k_s + 2k_f - \varphi(k_s - k_f)} k_f + 5 \times 10^4 \beta \rho_f C p_f \varphi \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_s r_s}} [(-134.63 + 1722.3\varphi) + (0.4705 + 6.04\varphi)T] \quad (\text{II-10})$$

La relation II-10 est une modification de l'équation de Maxwell. Le paramètre β est lié au mouvement brownien des nanoparticules, il a été déterminé de manière empirique pour :

$$\beta = \begin{cases} 0.0137(100\varphi)^{-0.8229} & \varphi < 0.01 \\ 0.0011(100\varphi)^{-0.7272} & \varphi > 0.01 \end{cases} \quad (\text{II-11})$$

L'effet du mouvement brownien des nanoparticules peut également être considéré comme un facteur de correction de la conductivité thermique prévue par les équations classiques. L'équation suivante est un exemple de cette approche :

$$k_{eff} = \left[1 + c\varphi \left(\frac{9k_B T}{\pi \rho_s v_f^2 r_s} \right)^m \text{Pr}^{0.333} \right] \left\{ k_f + \frac{k_s^R}{k_s + 2k_f - \varphi(k_s^R - k_f)} k_f \right\} \quad (\text{II-12})$$

Où c et m sont des paramètres empiriques. Cette équation est une modification de l'équation de Maxwell, en ajoutant un effet de résistance de contact solide/liquide, a été proposée par Prasher et Col [65-66].

II.2.3. Les nanofluides contenant des particules des nanotubes de carbone

Généralement, les particules des nanotubes de carbone peuvent être considérées comme des sphéroïdes allongées qui satisfont à $a \gg b - c$. Par conséquent, de nombreux modèles développés pour les suspensions sphéroïdes allongées peuvent être utilisés pour estimer la conductivité thermique effective des nanofluides à base de nanotubes de carbone. Grâce à cette approche, Nan et Col [59], ont proposé l'équation approximative suivante obtenue à partir de l'équation de Fricke [19-20] en utilisant la condition que k_R est beaucoup plus grande que k_a .

$$k_{eff} = k_f + \frac{1}{3}\varphi \frac{k_s}{1 + Rk_s / a} \quad (\text{II-13})$$

Nan et Col [58] dans leurs travaux antérieurs ont négligés l'effet de la résistance de contact.

$$k_{eff} = k_f + \frac{1}{3}\varphi k_s \quad (\text{II-14})$$

II.3. La viscosité dynamique

L'historique des études sur la viscosité effective des mélanges de particules-liquide est presque aussi long que celui de la conductivité thermique effective. Einstein fut le premier à calculer la viscosité effective d'une suspension de sphères sur la base des équations hydrodynamiques. Il a évalué la viscosité effective μ_{eff} d'un fluide visqueux linéaire contenant une suspension diluée de petites particules. En supposant que la perturbation de l'écoulement du fluide de base due à une particule donnée ne coïncide pas avec les perturbations du débit causé par la présence d'une seconde particule en suspension, Einstein a dérivé l'équation suivante.

$$\mu_{eff} = (1 + 2.5\varphi)\mu_f \quad (\text{II-15})$$

Depuis les premiers travaux d'Einstein, les chercheurs ont réalisé des progrès dans l'extension de la théorie d'Einstein dans trois grands domaines. Le premier est d'étendre l'équation d'Einstein à des concentrations volumiques élevées des particules en prenant en compte les interactions entre les particules. Ce type d'équation théorique de la viscosité effective d'un mélange peut généralement être exprimé en (Liu et Masliyah [48]).

$$\mu_{eff} = (1 + c_1\varphi + c_2\varphi^2 + c_3\varphi^3 + \dots)\mu_f \quad (\text{II-16})$$

La deuxième extension prend en compte le fait que la viscosité effective d'un mélange devient infinie au maximum de la concentration volumique v_{pmax} . Cette équation théorique est généralement exprimée comme suite $[1 - v_p / v_{pmax}]^\alpha$, et peut être exprimée sous une forme semblable à l'équation (II-14). D'un point de vue pratique, les prédictions de ces deux extensions sont fondamentalement les mêmes que l'équation d'Einstein d'origine en raison de la très faible concentration volumique des particules.

La troisième extension est pour des suspensions de particules non sphériques. Certaines de ces équations sont incluses dans le tableau 2, ANNEXE B.

Les données expérimentales de la viscosité effective des nanofluides sont limitées à certains nanofluides, tels que

- Al_2O_3 dans l'eau (Pak et Cho [60], Das et Col [13], Putra et Col [67], Li et Col [43], Heris et Col [28]).
- CuO dans l'eau (Heris et Col [28], Kulkarni et Col [38]).
- TiO_2 dans l'eau (Pak et Cho [60]).

- MWCNT dans l'eau (Ding et Col [16]).
- Al₂O₃ dans l'octane (Liu et Col [46]).

Afin de minimiser la divergence entre les mesures expérimentales et les calculs, les chercheurs ont abandonné l'axe du formalisme d'équations généralisées et ils ont proposé des équations pour des applications spécifiques, Al₂O₃ dans l'eau (Maïga et Col [51]), Al₂O₃ dans l'éthylène glycol (Maïga et Col [51]), et TiO₂ dans l'eau (Tseng et Lin [77]).

Kulkarni et Col [38] ont proposé une équation pour CuO dans l'eau qui prend en compte la température. Le problème avec ces équations, c'est qu'elles ne se réduisent pas à l'équation d'Einstein à de très faibles concentrations volumique, et par conséquent, l'absence d'une base physique solide.

II.4. La chaleur spécifique

La chaleur spécifique d'un nanofluide est donnée par deux formules où la première est estimée par l'équation de Xing et col [92] comme suit :

$$Cp_{nf} = Cp_s \phi + Cp_f (1 - \phi) \quad (\text{II-17})$$

Et la deuxième est estimée par l'équation de Xuan et Roetzel [94], où ils ont calculé la chaleur spécifique effective C_p d'un nanofluide sur la base de la règle du mélange comme :

$$\rho_{eff} = \left(\frac{m}{V} \right)_{eff} = \frac{m_p + m_f}{V_p + V_f} \quad \text{avec} \quad \rho_{eff} = \frac{\rho_p V_p + \rho_f V_f}{V_p + V_f} = \phi \rho_p + (1 - \phi) \rho_f \quad (\text{II-18})$$

$$(\rho C_p)_{eff} = \rho_{eff} \left(\frac{Q}{m \Delta T} \right)_{eff} = \rho_{eff} \frac{Q_p + Q_f}{(m_p + m_f) \Delta T} \quad \text{donc} \quad (\rho C_p)_{eff} = \rho_{eff} \frac{(m C_p)_p \Delta T + (m C_p)_f \Delta T}{(m_p + m_f) \Delta T}$$

$$(\rho C_p)_{eff} = \rho_{eff} \frac{(\rho C_p)_p V_p + (\rho C_p)_f V_f}{V_p + V_f} = \phi (\rho C_p)_p + (1 - \phi) (\rho C_p)_f \quad (\text{II-19})$$

Ce qui peut être réécrit comme

$$Cp_{nf} = \frac{\rho_s Cp_s \phi + \rho_f Cp_f (1 - \phi)}{\rho_{nf}} \quad (\text{II-20})$$

II.5. Les propriétés thermophysiques des nanofluides

Nous avons résumé, dans le tableau II-1, toutes les propriétés thermique et physique de différentes constitutions pour chaque nanofluide utilisé dans notre simulation numérique.

Tableau II-1 : les propriétés physiques utilisées

Les propriétés The-Phy	L'eau	Al ₂ O ₃	CuO	SiO ₂	TiO ₂
La masse volumique ρ (kg/m ³)	998.2	3970	6350	2220	4157
Capacité thermique C_p (J/ [kg.K])	4183	765	535	745	710
La conductivité thermique k (W/ [m K])	0.6	36	69	1.38	8.4

II.6. Formulation mathématique du problème d'écoulement du nanofluide

La quasi-totalité des études effectuées sur les nanofluides ont visé principalement la détermination des performances énergétiques. Ces études ont démontré la faisabilité et la rentabilité de ce type de fluide en comparaison avec d'autres types de fluides. Cependant, afin d'identifier les phénomènes de transports qui apparaissent dans certains domaines industriels, la connaissance du comportement thermophysique du mouvement des nanofluides serait toutefois nécessaire.

Dans cette partie, nous présentons les équations régissant les écoulements dans le cas générale (massique et dynamique, thermique pour un écoulement à travers une conduite cylindrique). Pour traiter ce cas, nous allons établir ces équations pour le cas général puis les simplifier pour le cas qui nous intéresse, c'est à dire le cas d'un écoulement axisymétrique laminaire dans une conduite cylindrique. Ces équations mathématiques générales gouvernant l'écoulement, sont illustrées dans plusieurs ouvrages de mécanique des fluides et de transfert de chaleur Fletcher [18].

II.6.1. Equations générales de transport

Le système d'équation gouvernant les phénomènes de la convection forcée est régit par les équations générales de la conservation de la masse et de la thermodynamique.

a. Equation de continuité :

Elle est déduite du principe de la conservation de masse.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (\text{II-21})$$

(j=1, 2,3 : indice de sommation).

b. Equation de quantité de mouvement :

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, l'équation de conservation de quantité de mouvement d'un fluide incompressible et stationnaire est :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t}}_a + \underbrace{\frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j}}_b = - \underbrace{\frac{\partial P}{\partial x_i}}_c + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]}_d + \underbrace{F_i}_e \quad (\text{II-22})$$

j : 1, 2,3 indices de somme.

a : taux de la quantité de mouvement.

b : taux de transport de quantité de mouvement

c : Représente les forces due à la pression.

d : Représente les forces de viscosité.

e : Représente les forces du volume.

c. Equation de l'énergie :

Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique. Cette équation pour un fluide Newtonien incompressible, s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \dot{q} \quad (\text{II-23})$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

α : Diffusivité thermique.

k : Conductivité thermique.

C_p : Chaleur spécifique à pression constante.

\dot{q} : Terme de la source de chaleur.

II.6.2. Hypothèses simplificatrices

Afin d'aborder la résolution des équations régissant l'écoulement d'un nanofluide, relatif à la

géométrie montrée dans la figure II-1, on va adopter les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement est laminaire.
- La géométrie est simple et axisymétrique.
- Le nanofluide est incompressible et newtonien.
- Le système de coordonnées est cylindrique (x, r, θ) .
- L'écoulement est stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).
- On néglige les forces extérieures (les forces de pesanteur).
- Les propriétés thermophysique des nanofluides (k : la conductivité thermique, α : la diffusivité thermique, μ : la viscosité cinématique, c_p : chaleur spécifique) sont supposées constantes.

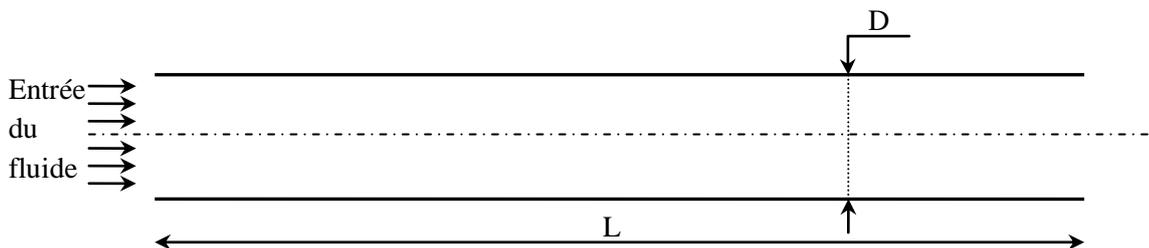


Figure II-1 : *Domaine d'étude*

II.6.3. Les équations gouvernant l'écoulement

Après l'application des hypothèses de simplification précédentes, les équations générales régissant l'écoulement deviennent :

a. Equation de continuité

L'équation de continuité pour l'eau pure :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0 \quad (\text{II-24})$$

L'équation de continuité pour le nanofluide :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho_{nf}rv)}{\partial r} = 0 \quad (\text{II-25})$$

b. Equation de quantité de mouvement

Suivant la composante axiale u

L'équation de Navier–Stokes s'écrit suivant la direction « x » :

Pour l'eau pure :

$$\rho \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \rho \frac{1}{r} \frac{\partial(rvu)}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (\text{II-26})$$

Pour nanofluide :

$$\rho_{nf} \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \rho_{nf} \frac{1}{r} \frac{\partial(rvu)}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (\text{II-27})$$

Suivant la composante radiale v

L'équation de Navier–Stokes s'écrit suivant la direction « r » :

Pour l'eau pure :

$$\rho \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \rho \frac{1}{r} \frac{\partial(rvv)}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \mu \frac{v}{r^2} \quad (\text{II-28})$$

Pour le nanofluide :

$$\rho_{nf} \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \rho_{nf} \frac{1}{r} \frac{\partial(rvv)}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \mu_{nf} \frac{v}{r^2} \quad (\text{II-29})$$

c. Equation de l'énergie

Elle est déduite de la loi de conservation de l'énergie et elle peut s'écrire comme suite :

$$\rho \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \rho \frac{1}{r} \frac{\partial(rvT)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (\text{II-30})$$

Pour le nanofluide :

$$\rho_{nf} \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \rho_{nf} \frac{1}{r} \frac{\partial(rvT)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{nf}}{c_{p_{nf}}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_{nf}}{c_{p_{nf}}} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (\text{II-31})$$

d. Généralisation des équations

Les équations précédentes peuvent être écrites sous la forme conservative suivante :

Pour le fluide de base :

$$\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \phi)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_{\phi} \quad (\text{II-32})$$

Pour le nanofluide :

$$\frac{\partial(\rho_{nf} u \phi)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho_{nf} r v \phi)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\phi_{nf}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi_{nf}} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_{\phi} \quad (\text{II-33})$$

Où : ϕ est la variable générale.

Γ_{ϕ} Coefficient de la diffusivité.

S_{ϕ} Terme source.

Les expressions du coefficient de diffusion et du terme source S_{ϕ} sont indiquées dans le tableau II.1.

Tableau II.1 : Expressions du coefficient de diffusion et du terme source

Equation	ϕ	Γ_{ϕ}	S_{ϕ}
De continuité	1	0	0
Q-M suivant x	u	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Q-M suivant r	v	μ	$-\frac{\partial P}{\partial r} - \mu \frac{v}{r^2}$
Energie	T	$\frac{k}{c_p}$	0

Il est difficile de comparer les différentes études expérimentales sur les nanofluides car chacune a été menée pour des nanoparticules de tailles différentes et des préparations d'échantillons différentes. Or la taille des particules et la préparation des échantillons sont des facteurs déterminants qui influent fortement sur les résultats obtenus Das et col [12].

D'autres approches théoriques ont vu le jour pour tenter de comprendre l'origine et l'importance de cette augmentation de la conductivité thermique des nanofluides. Néanmoins aucune d'entre elles n'est parvenue à décrire convenablement tous les comportements obtenus expérimentalement.

CHAPITRE III

Modélisation numérique et Procédure de résolution

III. MODELISATION NUMERIQUE ET PROCEDURE DE RESOLUTION

III.1. Modélisation numérique

III.1.1. Introduction

Les équations du bilan régissant la convection forcée sont des équations aux dérivées partielles non linéaires, de type elliptiques et couplées. En raison de leur complexité, ces équations sont résolues par l'utilisation des techniques numériques.

Plusieurs méthodes numériques sont disponibles dans la littérature, dont on peut citer à titre d'exemples :

- La méthode des différences finies (MDF).
- La méthode des éléments finis (MEF).
- La méthode des volumes finis (MVF).

Pour résoudre le système d'équations présenté dans le chapitre précédent, nous avons choisi la méthode des volumes finis développée par Patankar [61-62], qui a été utilisée avec succès par plusieurs auteurs Beyers Jet col [4], Maïga et col [51-52]. La méthode est basée sur une approche de type volume de contrôle. Elle est simple à comprendre et à interpréter physiquement compte tenu de son fondement. Sa qualité principale est la réduction des instabilités numériques des schémas aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh [61]. Notre choix est porté sur la méthode des volumes fini grâce aux avantages qu'elle nous offre pour notre étude tels que la stabilité, la convergence, et principalement elle assure la conservation de masse et de quantité de mouvement sur chaque volume de contrôle.

III.1.2. Principe de la méthode des volumes finis

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles (figure (III-1)).

Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un coté commun. Il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.

Il existe deux méthodes pratiques pour placer le réseau de points ou maillage et leurs volumes de contrôle associés :

- La première technique consiste à définir d'abord la grille de points, puis placer les faces des volumes à mi-distance de deux nœuds consécutifs (figure (III-2)).
- Dans la seconde technique, on commence par la définition des volumes de contrôle, puis on place les nœuds associés aux centres des volumes (figure (III-3)).

Ces deux techniques sont identiques dans le cas d'un maillage uniforme.

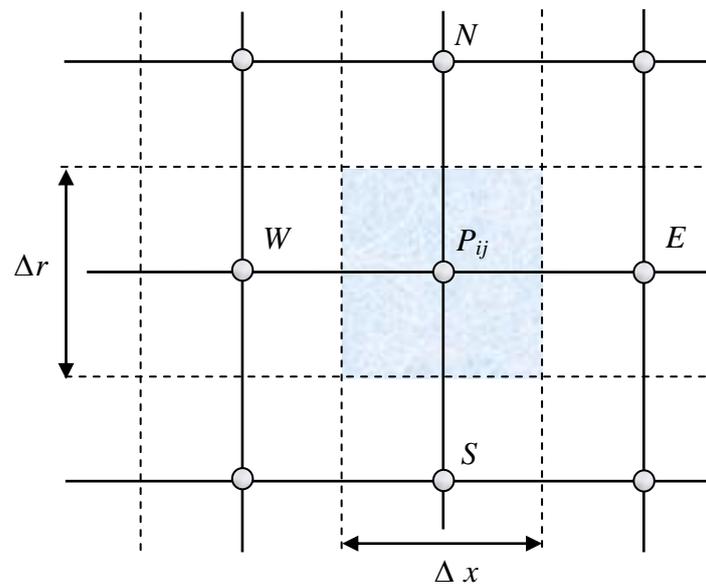


Figure III-1: Discretisation d'un domaine en volumes élémentaires

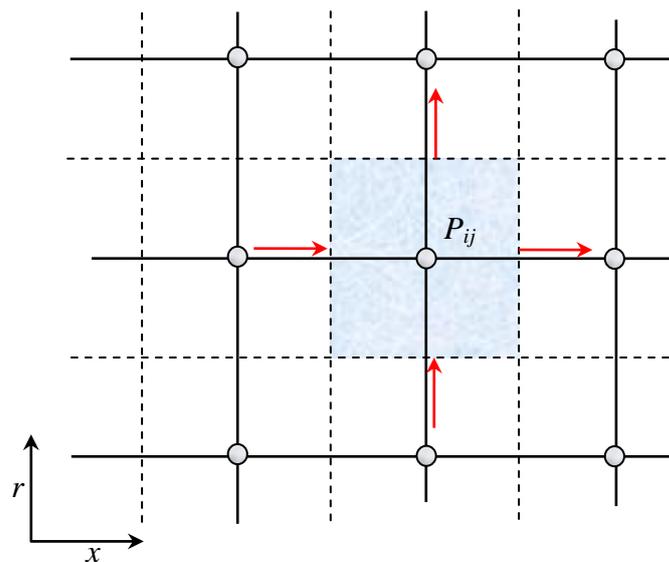


Figure III-2: la discrétisation d'un domaine pour un maillage non raffiné

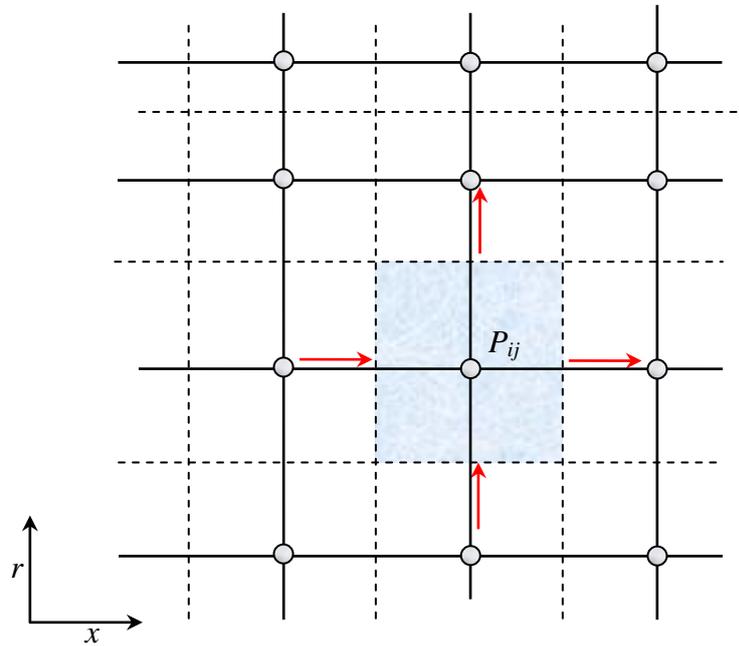


Figure III-3: La discrétisation d'un domaine pour un maillage raffiné

Pour illustrer la méthode des volumes finis, nous allons l'appliquer au cas particulier de l'équation d'énergie, qui constitue l'exemple type d'une équation de transport diffusif.

III.1.3. Discrétisation de l'équation d'énergie

a. Intégration des différents termes de l'équation

Pour le cas d'un écoulement axisymétrique ($y=r$), et en l'absence du terme source $S\phi$, l'équation réduite sous forme conservative (II-33) s'écrira sous la forme suivante (avec $T = \phi$) :

$$r \frac{\partial}{\partial x} \left[U\phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[rV\phi - r\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] = 0 \quad (\text{III-1})$$

Ou encore :

$$r \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_r}{\partial r} = 0 \quad (\text{III-2})$$

Avec :

$$J_x = U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{et} \quad J_r = rV\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

Intégrons l'équation (III.1) ci-dessus, à travers le volume de contrôle, décrit sur la figure (III-4) Soit :

$$\int_s^e \int_w^e r \frac{\partial}{\partial x} \left[U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] dx dr + \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial r} \left[rV\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] dx dr = 0 \quad \text{(III-3)}$$

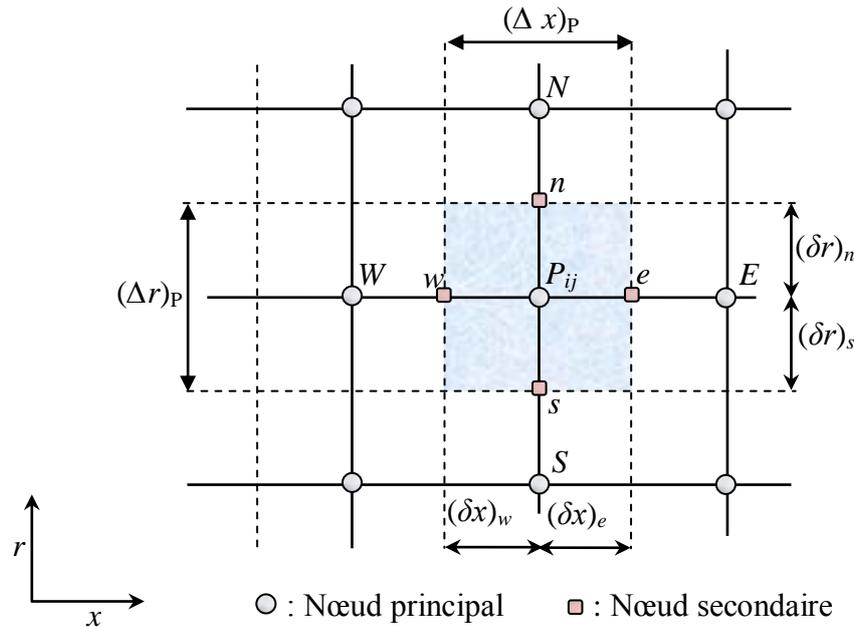


Figure III-4: Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration

Pour pouvoir intégrer cette équation, on doit faire les suppositions suivantes:

- A un instant donné, la température est uniforme à travers le volume de contrôle.
- Pour un x donné (valable aussi pour r donné), le flux est uniforme le long de la face correspondante.
- On considère un schéma complètement implicite en vue d'assurer une stabilité du schéma de progression dans le temps Patankar [61-62].

Après intégration, on aboutit à :

$$\int_s^n (J_{xe} - J_{xw}) r dr + \int_w^e (J_{rn} - J_{rs}) dx = 0 \quad \text{(III-4)}$$

Soit :

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = 0 \tag{III-5}$$

Avec :

$$J_e = \int_s^n J_{xe} r dr = \left[U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_e \Delta r r_m$$

$$J_w = \int_s^n J_{xw} r dr = \left[U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_w \Delta r r_m$$

$$J_n = \int_w^e J_m dx = \left[rV\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_n \Delta x$$

$$J_s = \int_w^e J_{rs} dx = \left[rV\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_s \Delta x$$

r_m : rayon moyen $r_m = \frac{r_n + r_s}{2}$

L'évolution des différents termes constituant l'équation (III-5) nécessite un certain nombre d'approximations de façon à former le système d'équations linéaires liant entre elles les valeurs de la variable ϕ aux points P_{ij} .

L'une des difficultés de cette évaluation réside dans le choix des profils adéquats exprimant l'évolution de ϕ entre les points du maillage. En un mot, la valeur de ϕ aux nœuds du réseau, est fonction du type d'approximation.

III.1.4. Formulation généralisée de la variable ϕ

Soit J_r le flux total à travers le milieu séparant les deux nœuds (i) et (i+1) de la figure (III-5) :

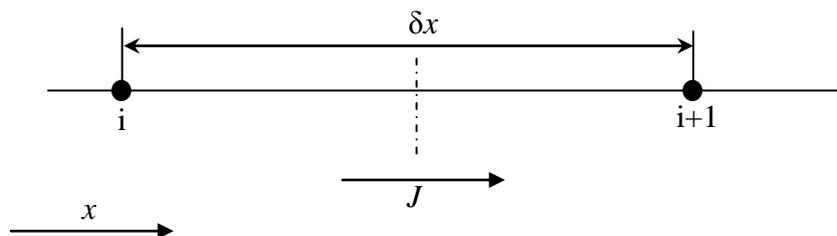


Figure III-5: Flux total J entre deux nœuds du maillage

$$J_r = rV\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial r} \quad (\text{III-6})$$

Si nous multiplions par $\frac{\delta r}{\Gamma_\phi}$, nous aurons :

$$\begin{aligned} J_r^* \times \frac{\delta r}{r\Gamma_\phi} &= \left[V\phi \frac{\delta r}{\Gamma_\phi} - \frac{\partial\phi}{\partial(r/\delta r)} \right] \\ &= \left[Pe \cdot \phi - \frac{\partial\phi}{\partial(r/\delta r)} \right] \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

Où : $Pe = \frac{V\delta r}{\Gamma_\phi}$, désigne le nombre de Peclet.

La valeur de ϕ à l'interface est la moyenne pondérée entre ϕ_i et ϕ_{i+1} , alors que le gradient $\frac{\partial\phi}{\partial(r/\delta r)}$ sera un multiple de $(\phi_{i+1} - \phi_i)$

J_r^* s'écrira alors sous la forme suivante :

$$J_r^* = Pe \left[\alpha \cdot \phi_i + (1-\alpha) \phi_{i+1} \right] - \beta [\phi_{i+1} - \phi_i] \quad (\text{III-8})$$

avec :

α : coefficient de pondération.

β : facteur multiplicatif.

L'équation (III-8) peut encore s'écrire sous la forme :

$$J_r^* = B\phi_i - A\phi_{i+1} \quad (\text{III-9})$$

Le coefficient A est relié à la variable ϕ au nœud $(i+1)$, tandis que le coefficient B est relié à la variable ϕ au nœud (i) . Ces coefficients sont tous deux, fonction, du nombre de Peclet du moment que :

$$\begin{aligned} A &= (1-\alpha)Pe + \beta = A(Pe) \\ B &= \alpha.P + \beta = B(Pe) \end{aligned} \quad (\text{III-10})$$

Propriétés de A et B :

Si $\phi_i = \phi_{i+1}$, le terme de diffusion s'annule, et le flux total est fonction seulement du flux de convection. Ainsi, on aura :

$$J_r^* = Pe \phi_i = Pe \phi_{i+1} \quad (\text{III-11})$$

En combinant cette dernière équation avec l'équation (III-9), nous obtenons :

$$B = A + Pe \quad (\text{III-12})$$

Un changement de sens de l'axe de coordonnée, en remplaçant Pe par $-Pe$ et alors que A et B changent mutuellement leur rôle. Nous devons avoir alors :

$$A(-Pe) = B(Pe) \quad \text{ou} \quad B(-Pe) = A(Pe) \quad (\text{III-13})$$

Si nous considérons l'équation (III-12), pour des valeurs du nombre de Peclet négatives, nous pourrions écrire :

$$\begin{aligned} A(Pe) &= B(Pe) - Pe \\ &= A(-Pe) - Pe \\ &= A(|Pe|) - Pe \end{aligned} \quad (\text{III-14})$$

Désignons par $\|a, b\|$, le maximum de a et b, alors, pour toutes les valeurs de Pe (positives ou négatives) $A(Pe)$ peut être écrit sous la forme compacte suivante :

$$A(Pe) = A(|Pe|) + \|-Pe, 0\| \quad (\text{III-15})$$

De la même manière :

$$B(Pe) = A(|Pe|) + \|+Pe, 0\| \quad (\text{III-16})$$

En combinant les équations (III-9) et (III-12) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 J^* - Pe \phi_i &= A(Pe)(\phi_i - \phi_{i+1}) \\
 &= (A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1})
 \end{aligned}
 \tag{III-17}$$

$$\begin{aligned}
 J^* - Pe \phi_{i+1} &= B(Pe)(\phi_i - \phi_{i+1}) \\
 &= (A(|Pe|) + \+Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1})
 \end{aligned}$$

En multipliant les équations précédentes par : $D = \Gamma_\phi \frac{r\Delta x}{\delta r}$, nous aboutirons alors à :

$$J - Pe D \phi_i = D(A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1})
 \tag{III-18}$$

$$J - Pe D \phi_{i+1} = D(A(|Pe|) + \+Pe, 0\|)(\phi_i - \phi_{i+1})$$

Ainsi, nous pouvons évaluer les flux suivant la direction r relatifs à l'équation (III-5) :

$$J_n = D_n (A(|Pe_n|) + \|-Pe_n, 0\|)(\phi_P - \phi_N) - F_n \phi_P
 \tag{III-19.a}$$

$$J_s = D_s (A(|Pe_s|) + \+Pe_s, 0\|)(\phi_S - \phi_P) - F_s \phi_P$$

De la même manière sont évalués les autres flux suivant la direction x :

$$J_e = D_e (A(|Pe_e|) + \|-Pe_e, 0\|)(\phi_P - \phi_E) - F_e \phi_P
 \tag{III-19.b}$$

$$J_w = D_w (A(|Pe_w|) + \+Pe_w, 0\|)(\phi_W - \phi_P) - F_w \phi_P$$

Avec :

$$F_m = Pe_m D_m \quad (m = e, w, n, s)
 \tag{III-20}$$

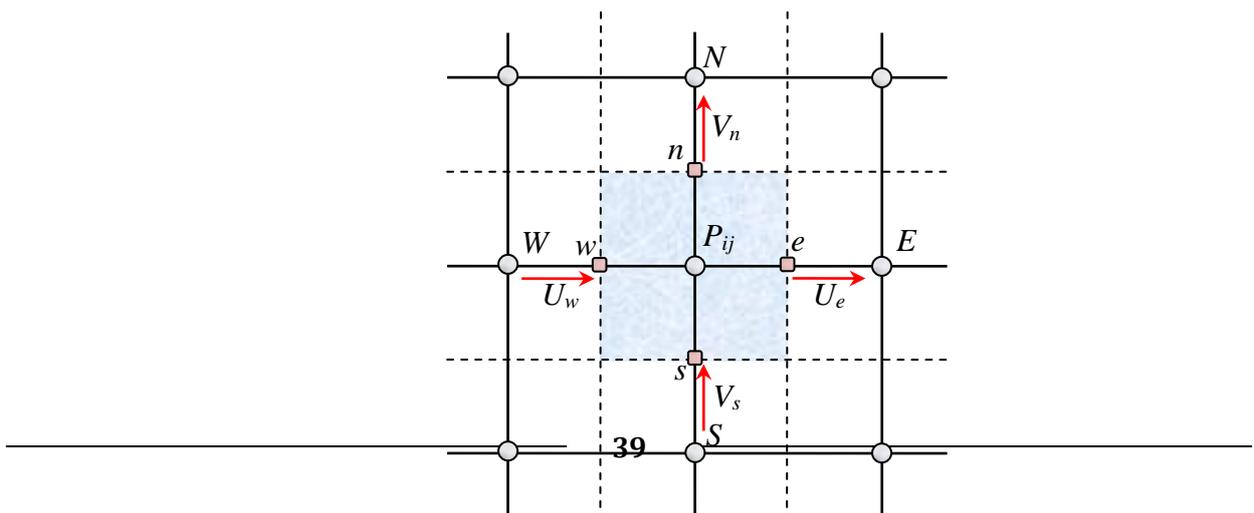


Figure III-6: Volume de contrôle relatif à l'équation de continuité

En remplaçant ϕ par 1 et S_ϕ par 0 dans l'équation (II-33) on obtient l'équation de continuité. Son intégration sur le même volume de contrôle donne (voir figure (III-6)) :

$$[F_e - F_w] + [F_n - F_s] = 0 \quad (\text{III-21})$$

En multipliant l'équation (III-21), par ϕ_P , elle devient :

$$[F_e - F_w] \phi_P + [F_n - F_s] \phi_P = 0 \quad (\text{III-22})$$

En remplaçant les différents termes constituant l'équation (III-5) par les expressions correspondantes et en soustrayant l'équation (III-22) de l'équation (III-5), nous obtenons l'équation suivante :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III-23})$$

Ou encore :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III-24})$$

Où : l'indice nb désigne un nœud voisin avec :

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|Pe|) + \|-F_e, 0\| \\ a_W &= D_w A(|Pe|) + \|+F_w, 0\| \\ a_N &= D_n A(|Pe|) + \|-F_n, 0\| \\ a_S &= D_s A(|Pe|) + \|+F_s, 0\| \end{aligned} \quad (\text{III-25})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

Les termes D_m ($m=e, w, s, n$) et F_m ($m=e, w, s, n$) sont donnés par :

$$\begin{aligned}
D_n &= \Gamma_{\phi_n} \frac{r_n \Delta x}{(\delta r)_n}, & D_s &= \Gamma_{\phi_s} \frac{r_s \Delta x}{(\delta r)_s} \\
D_e &= \Gamma_{\phi_e} \frac{r_m \Delta r}{(\delta x)_e}, & D_w &= \Gamma_{\phi_w} \frac{r_m \Delta r}{(\delta x)_w}
\end{aligned}
\tag{III-26}$$

$$\begin{aligned}
F_n &= V_n r_n \Delta x, & F_s &= V_s r_s \Delta x \\
F_e &= U_e r_m \Delta r, & F_w &= U_w r_m \Delta r
\end{aligned}
\tag{III-27}$$

Les termes Pe_m ($m=e, w, s, n$), rapport du transfert par convection au transfert par diffusion, ne sont autres que :

$$\begin{aligned}
Pe_n &= \frac{F_n}{D_n}, & Pe_s &= \frac{F_s}{D_s} \\
Pe_e &= \frac{F_e}{D_e}, & Pe_w &= \frac{F_w}{D_w}
\end{aligned}
\tag{III-28}$$

Les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) représentent l'influence de la convection et de la diffusion aux différentes faces du volume de contrôle, en termes de débit massique F_m et de la conductance thermique D_m ($m=e, w, s, n$).

Après avoir donné la formulation généralisée de ϕ , intéressons-nous aux divers schémas représentant les termes de convection et de diffusion.

a. Schéma centré

Supposons qu'entre deux points voisins de la discrétisation, la variation est linéaire. Si nous considérons en plus, le cas d'un maillage uniforme nous aurons alors :

$$\begin{aligned}
\phi_n &= \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P), & \phi_s &= \frac{1}{2}(\phi_S + \phi_P) \\
\phi_e &= \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P), & \phi_w &= \frac{1}{2}(\phi_W + \phi_P)
\end{aligned}
\tag{III-29}$$

Le flux sur l'interface « e » est alors donné par :

$$\begin{aligned}
J_e &= F_e \frac{(\phi_E + \phi_P)}{2} - D_e (\phi_E - \phi_P) \\
&= D_e (1 - 0.5 Pe_e) (\phi_P - \phi_E) + F_e \phi_P \\
&= D_e (A(|Pe_e|) + \|-Pe_e, 0\|) (\phi_P - \phi_E) + F_e \phi_P
\end{aligned} \tag{III-30.a}$$

Sur les autres interfaces les autres flux peuvent s'écrire de la même façon. On a alors :

$$\begin{aligned}
J_w &= D_w (A(|Pe_w|) + \+Pe_w, 0\|) (\phi_W - \phi_P) + F_w \phi_P \\
J_n &= D_n (A(|Pe_n|) + \|-Pe_n, 0\|) (\phi_P - \phi_N) + F_n \phi_P \\
J_s &= D_s (A(|Pe_s|) + \+Pe_s, 0\|) (\phi_S - \phi_P) + F_s \phi_P
\end{aligned} \tag{III-30.b}$$

Avec : $A(|Pe_m|)$ ($m=e, w, s, n$) une fonction du nombre de *Peclet* :

$$A(|Pe_m|) = 1 - 0.5 |Pe_m| \tag{III-31}$$

En remplaçant les différents flux constituant l'équation (III-5) par leurs expressions correspondantes et en soustrayant l'équation (III-22) de (III-5) nous aboutirons, comme au paragraphe précédent, à l'équation (III-23) où les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont donnés par :

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \\
a_W &= D_w A(|Pe_w|) + \+F_w, 0\| \\
a_N &= D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \\
a_S &= D_s A(|Pe_s|) + \+F_s, 0\|
\end{aligned} \tag{III-32}$$

Etant donné que le signe et la valeur des termes, F_m , dépendent de la vitesse, ces coefficients, a_M , peuvent être positifs ou négatifs. Il a été montré pour un problème monodimensionnel que la réalité physique des problèmes de transfert de chaleur exige que leurs valeurs soient positives ou nulles [18] c'est-à-dire que :

$$\left| \frac{F_m}{D_m} \right| < 2 \tag{III-33}$$

b. Schéma décentré amont (Upwind)

Ce schéma a été introduit, pour la première fois, par Courant, Issacson & Rees [61]. Par rapport au schéma précédent, les termes de diffusions sont les mêmes, seul les termes de

convection changent.

Suivant la direction $E \rightarrow W$, la valeur de ϕ à l'interface est déterminée comme suit :

$$\text{Pour : } F_e > 0 \quad (U_e > 0), \phi_e = \phi_p \quad \text{et} \quad \phi_w = \phi_w \quad (\text{III-34})$$

$$\text{Pour : } F_e < 0 \quad (U_e < 0), \phi_e = \phi_E \quad \text{et} \quad \phi_w = \phi_p \quad (\text{III-35})$$

En utilisant l'opérateur $\|-, -\|$ maximum, cette double condition peut être écrite sous une forme compacte :

$$\phi_e = \frac{\phi_p \|+F_e, 0\| - \phi_E \|-F_e, 0\|}{F_e} \quad (\text{III-35.a})$$

$$\phi_w = \frac{\phi_w \|+F_w, 0\| - \phi_p \|-F_w, 0\|}{F_w} \quad (\text{III-35.b})$$

Remarques

- Les valeurs de ϕ_n et ϕ_s sont définies de la même manière.
- Un examen des expressions (III-35.a) et (III-35.b) montre que, suivant le sens de l'écoulement dynamique, on ne tient compte que des effets de la maille juste en amont de l'interface. La maille en aval ne contribue pas au calcul des flux convectifs.

En suivant la même procédure qu'aux paragraphes précédents, nous aboutirons à l'équation (III-23) où les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont donnés par :

$$\begin{aligned} a_E &= D_e \left(1 + \|-Pe_e, 0\|\right) \\ &= D_e + \|-F_e, 0\| \\ a_W &= D_e \left(1 + \|+Pe_e, 0\|\right) \\ &= D_w + \|+F_w, 0\| \\ a_N &= D_n + \|-F_n, 0\| \\ a_S &= D_s + \|+F_s, 0\| \end{aligned} \quad (\text{III-36})$$

c. Schéma hybride

Ce schéma a été développé par Spalding [61] et constitue la combinaison des deux schémas précédents ; il se déduit de l'approximation centrée lorsque $Pe_m < 2$, mais il devient identique au schéma *upwind* lorsque $Pe_m > 2$. Les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) sont

donnés par :

$$\begin{aligned}
 a_E &= D_e \left(\|1 - 0.5|Pe_e|\| + \|-Pe_e, 0\| \right) \\
 &= D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \\
 a_W &= D_w \left(\|1 - 0.5|Pe_w|\| + \|+Pe_w, 0\| \right) \\
 &= D_w A(|Pe_w|) + \|+F_w, 0\| \\
 a_N &= D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \\
 a_S &= D_s A(|Pe_s|) + \|+F_s, 0\|
 \end{aligned} \tag{III-37}$$

d. Schéma exponentiel

Ce schéma est basé sur une formulation présentée, en premier lieu, par Spalding et a été utilisé par Raithby & Torrance [61].

On a montré que la solution exacte de l'équation différentielle régissant le phénomène de convection-diffusion monodimensionnel stationnaire dans un domaine situé entre 0 et L [61] est donnée par :

$$\frac{d}{dx}(U\phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma_\phi \frac{d\phi}{dx} \right) \tag{III-38}$$

tel que pour: $x = 0$, $\phi = \phi_0$ et pour $x = L$, $\phi = \phi_L$

$$\frac{\phi - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp(Pe \cdot x/L) - 1}{\exp(Pe) - 1} \tag{III-39}$$

En utilisant cette solution comme profil exprimant l'évolution de ϕ , entre deux nœuds voisins du domaine de la figure (III-4), les coefficients a_M ($M=E, W, S, N$) de l'équation discrétisée sont alors exprimés comme suit :

$$\begin{aligned}
a_E &= \frac{F_e}{\exp(F_e / D_e) - 1} \\
&= D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \\
a_W &= \frac{F_w \exp(F_w / D_w)}{\exp(F_w / D_w) - 1} \\
&= D_w A(|Pe_w|) + \|+F_w, 0\| \\
a_N &= D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \\
a_S &= D_s A(|Pe_s|) + \|+F_s, 0\|
\end{aligned} \tag{III-40}$$

Avec : $A(|Pe_m|)$ ($m=e, w, s, n$) donné cette fois-ci par :

$$A(|Pe_m|) = \frac{|Pe|}{\exp(|Pe|) - 1} \tag{III-41}$$

Le schéma s'adapte mieux pour un écoulement monodimensionnel, par contre, son utilisation pour des écoulements bi et tridimensionnels n'est pas souhaitable, à cause du temps de calcul élevé dû à la présence du terme exponentiel [61-62].

e. Schéma de la puissance

Pour pallier aux difficultés citées précédemment, on a utilisé le schéma d'approximation de la loi puissance qui semble être beaucoup plus consistant. Ce schéma s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte et il est largement utilisé dans la littérature.

Il se définit comme suit :

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e \left\| 0, \left(1 - \frac{0.1|F_e|}{D_e} \right)^5 \right\| + \|-F_e, 0\| \\
a_W &= D_w A(|Pe_w|) + \|+F_w, 0\| \\
a_N &= D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \\
a_S &= D_s A(|Pe_s|) + \|+F_s, 0\|
\end{aligned} \tag{III-42}$$

Avec : $A(|Pe_w|)$ donné par :

$$A(|Pe_m|) = \left\| 0, (1 - 0.5|Pe_m|)^5 \right\| \tag{III-43}$$

f. Récapitulation

Dans le tableau (III-1) nous avons regroupé les expressions de la fonction

$A(|Pe_w|)$ relatives aux différents schémas d'approximations. En examinant les variations données sur la figure (III-7) de la dite fonction, on remarque que tous les schémas, à l'exception des différences centrées, donnent des solutions physiquement acceptables. Cependant, il est possible de raffiner le maillage de sorte que Pe_m devienne assez petit (< 2) pour le schéma centré, ce qui permet d'obtenir des solutions raisonnables.

Tableau III-1: Expressions de la fonction $A(|Pe_w|)$ pour différents schémas

Schéma	Formule de $A(P)$
Différence centrale(C.D.S)	$1 - 0.5 Pe_m $
Upwind (U.D. S)	1
Hybride (H.D. S)	$\ 0, (1 - 0.5 Pe_m)\ $
Lois de puissance(P.L.D.S)	$\ 0, (1 - 0.5 Pe_m)^5\ $
exponentiel	$\frac{ Pe_m }{[\exp(Pe_m) - 1]}$

g. Choix du schéma de l'espace

Les auteurs ont récemment comparé quatre systèmes différents pour l'approximation de J_e et ils ont montrés que pour choisir un schéma numérique il faut respecter plusieurs conditions, par exemple le schéma CDS nécessite l'utilisation de maillage fin, ce qui est coûteux en temps de machine, UDS sur estime la diffusion pour les grands nombres de *Peclet*, ceci conduit des résultats erronés, le troisième schéma néglige la diffusion pour un nombre de *Peclet* supérieur ou inférieur à deux, ceci n'est pas tout à fait correct.

En contrepartie le schéma PLDS donne une bonne approximation de la solution exacte en plus il a été largement utilisé et a été trouvé le plus stable, c'est pourquoi notre choix est porté sur ce schéma.

III.1.5. Traitement du terme source

L'équation discrétisée (III-23) est une forme algébrique linéaire. Pour la résoudre, on fait appel aux méthodes de résolution des équations algébriques linéaires. Cependant, on se heurte souvent à des situations de non linéarité provenant du terme source $\bar{S}_\phi (\phi = U, V, T...)$.

Pour ce faire, on linéarise \bar{S}_ϕ sous la forme :

$$\bar{S}_\phi = S_\phi + S_\phi \phi_P \tag{III-44}$$

Tout en spécifiant les valeurs de S_C et S_P qui peuvent être elles même fonctions de ϕ .

Dans des cas pareils, on recommande la méthode de linéarisation suivante:

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}^* + \frac{d\bar{S}}{d\phi} (\phi_P + \phi_P^*) \tag{III-45}$$

Où : \bar{S}^* et ϕ_P^* , indiquent des valeurs à des itérations précédentes.

A titre d'exemple, on considère le terme source correspondant à l'équation de quantité de mouvement suivant l'axe r :

$$\text{Soit : } \bar{S}_U = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{U}{r^2} \Gamma_\phi$$

$$\text{Alors : } S_C = -\frac{\partial P}{\partial r}, \quad S_P = -\frac{1}{r^2} \Gamma_\phi$$

$$\text{D'où : } \bar{S}_U = S_C + S_P U_P$$

En ce qui concerne les expressions de S_C et S_P relatives aux différentes équations, elles sont rapportées dans le tableau (III-2) ci-dessous.

Tableau III-2 : Les expressions de S_C et S_P relatives aux différentes équations

Equation	S_C	S_P
de continuité	0	0
de quantité de mouvement suivant x	$-\frac{\partial P}{\partial x}$	0
de quantité de mouvement suivant r	$-\frac{\partial P}{\partial r}$	$-\frac{1}{r^2} \Gamma_\phi$
De l'énergie	0	0

Pour l'intégration de \bar{S}_ϕ , on suppose qu'il est uniforme à travers le volume de contrôle :

$$\int\int\int_{s\ w}^n\ e(S_C + S_P \phi_P) r dr dx = (S_C + S_P \phi_P) \int\int\int_{s\ w}^n\ e r dr dx = (S_C + S_P \phi_P) \Delta V_{ol} \tag{III-46}$$

Dans ce cas, l'équation (III-23) s'écrit :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \tag{III-47}$$

Avec : $b = S_C \Delta V_{ol}$ (III-48)

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V_{ol} \tag{III-49}$$

III.1.6. Discrétisation des équations de quantités de mouvement

Le traitement des équations de quantité de mouvement est similaire à celui de l'équation d'énergie, la seule différence réside dans le choix de la grille. On montre que si on calcule les variables, u et v, sur la même grille utilisée pour le calcul des variables T, p etc... on aboutira à une solution non réaliste [61-62].

Pour remédier à ce problème, on adopte un maillage « décalé » afin d'évaluer le champ de vitesse et dont les nœuds sont localisés sur les faces des volumes de contrôle de la grille principale (figure (III-7)).

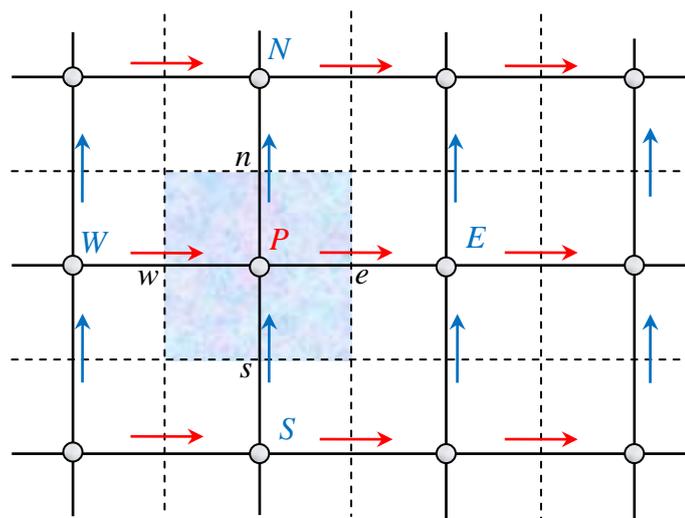


Figure III-7: Le maillage décalé.

Chaque composante de la vitesse est décalée suivant sa propre direction (figure (III-8-9)).

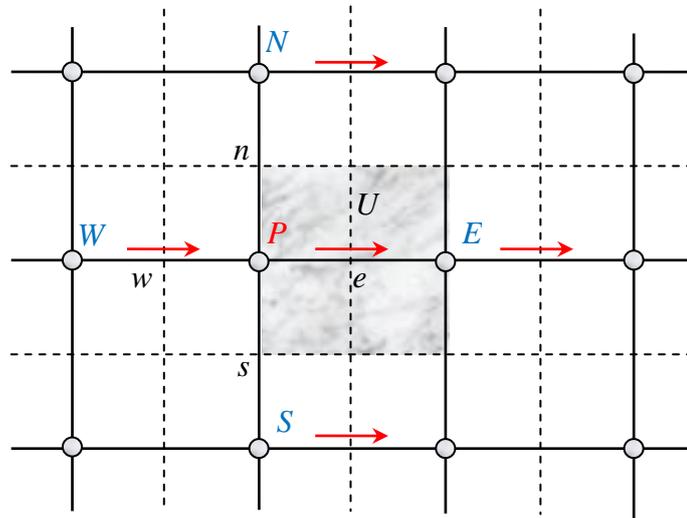


Figure III-8: *Volumes de contrôle pour U*

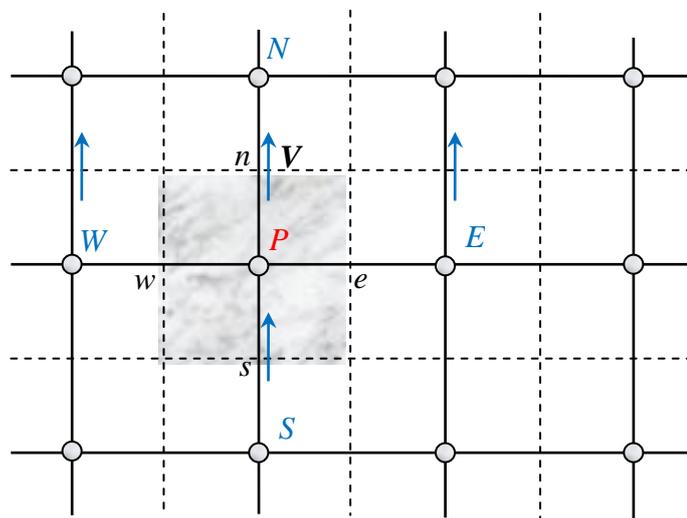


Figure III-9: *Volumes de contrôle pour V*

L'intégration des deux équations de quantités de mouvement suivant les axes, x et r , où ϕ dans l'équation (II-33) correspond aux variables U et V , entraîne le système d'équations suivant :

$$a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad (\text{III-50})$$

$$a_n V_n = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n \quad (\text{III-51})$$

Avec :

$(P_P - P_E) A_e$: La force de pression agissant sur la face verticale du volume de contrôle de la composante de vitesse U .

$(P_P - P_N) A_n$: La force de pression agissant sur la face horizontale du volume de contrôle de la composante de vitesse V .

A_e et A_n : Surfaces sur lesquelles agissent ces forces.

III.2. Procédure de résolution

III.2.1. Introduction

De fait de la complexité du problème à étudier, il est nécessaire de mettre au point une solution itérative pour trois raisons :

- 1- chaque équation contient trois inconnues au moins.
- 2- les équations ne sont pas linéaires, avec des coefficients dépendants des variables inconnues (U, V, \dots).
- 3- les équations sont couplées vis-à-vis de (U, V) et aussi de la pression.

Ce paragraphe concerne la manière avec laquelle ces équations non-linéaires couplées sont résolues avec un algorithme pour déterminer la pression, algorithme SIMPLE Versteeg et Malalasekera [82]. Puisque les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression (voir les équations (III-50) et (III-51)). Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Pour cette raison, on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est relative à l'algorithme SIMPLE « *Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations* » :

- on se donne un champ de pression estimé de départ p^* ; on déduit un champ de vitesse correspondant V^* . Comme ce champ V^* peut ne pas satisfaire l'équation de continuité, la pression p^* nécessite ainsi d'être corrigée et par conséquent V^* , de manière à ce que l'équation de continuité soit satisfaite. Ceci étant l'objet de l'algorithme SIMPLE.

III.2.2. L'algorithme SIMPLE

En principe, les composantes des vecteurs vitesses peuvent être obtenues de la simple résolution des équations de mouvement correspondantes ; pourvu que le champ de pression soit prescrit ou fournit. Toutefois, non seulement le champ de pression est inconnu ; il n'y a pas d'équation explicite gouvernant la pression ; en contrepartie l'équation de continuité pose une condition de compatibilité entre U et V qui ne peut être satisfaite que si le champ de pression est correct. Donc une séquence de résolution doit être construite, qui permet une estimation du champ de pression, utilisé pour calculer les vitesses des équations de mouvement, ensuite corrigé de sorte que les équations de mouvement et de continuité soient satisfaites simultanément. Ceci est l'objectif de l'algorithme SIMPLE (Semi Implicite

Méthode for Pressure Linkd Equations).

a. L'équation de correction de la vitesse

Soit P' la correction de pression, les composantes des corrections de U et V sont U' et V' . Ainsi, les champs corrigés de pression et de vitesse peuvent s'écrire comme suit :

$$P = P^* + P' \quad (\text{III-52})$$

$$U = U^* + U' \quad (\text{III-53})$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{III-54})$$

Ou les équations de mouvement s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} a_e U_e &= \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_p - P_E) \Delta r \\ a_w U_w &= \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_w - P_p) \Delta r \\ a_n V_n &= \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_p - P_N) \Delta x \\ a_s V_s &= \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_s - P_p) \Delta x \end{aligned} \quad (\text{III-55})$$

Pour un champ de vitesse \vec{V}^* résultant d'un champ de pression, P^* l'équation (III-55) s'écrit :

$$\begin{aligned} a_e U_e^* &= \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_p^* - P_E^*) \Delta r \\ a_w U_w^* &= \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_w^* - P_p^*) \Delta r \\ a_n V_n^* &= \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_p^* - P_N^*) \Delta x \\ a_s V_s^* &= \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_s^* - P_p^*) \Delta x \end{aligned} \quad (\text{III-56})$$

En soustrayant l'équation (III-55) et (III-56), on aboutit à :

$$\begin{aligned} a_e U_e - a_e U_e^* &= \sum a_{nb} U_{nb} - \sum a_{nb} U_{nb}^* + (P_p - P_E) \Delta r - (P_p^* - P_E^*) \Delta r \\ a_w U_w - a_w U_w^* &= \sum a_{nb} U_{nb} - \sum a_{nb} U_{nb}^* + (P_w - P_p) \Delta r - (P_w^* - P_p^*) \Delta r \\ a_n V_n - a_n V_n^* &= \sum a_{nb} V_{nb} - \sum a_{nb} V_{nb}^* + (P_p - P_N) \Delta x - (P_p^* - P_N^*) \Delta x \\ a_s V_s - a_s V_s^* &= \sum a_{nb} V_{nb} - \sum a_{nb} V_{nb}^* + (P_s - P_p) \Delta x - (P_s^* - P_p^*) \Delta x \end{aligned} \quad (\text{III-57})$$

En combinant avec les équations (III-52), (III-53) et (III-54), on aboutit à :

$$\begin{aligned}
a_e U'_e &= \sum a_{nb} U'_{nb} + (P'_p - P'_E) \Delta r \\
a_w U'_w &= \sum a_{nb} U'_{nb} + (P'_w - P'_p) \Delta r \\
a_n V'_n &= \sum a_{nb} V'_{nb} + (P'_p - P'_N) \Delta x \\
a_s V'_s &= \sum a_{nb} V'_{nb} + (P'_s - P'_p) \Delta x
\end{aligned} \tag{III-58}$$

Pour des raisons numériques on néglige le terme $\sum a_{nb} U'_{nb}$ (nb : indique voisin), l'équation (III-58) se réduit à :

$$\begin{aligned}
a_e U'_e &= (P'_p - P'_E) \Delta r \\
a_w U'_w &= (P'_w - P'_p) \Delta r \\
a_n V'_n &= (P'_p - P'_N) \Delta x \\
a_s V'_s &= (P'_s - P'_p) \Delta x
\end{aligned} \tag{III-59}$$

Si on pose le terme $d_{e,w} = \frac{\Delta r}{a_{e,w}}$ et $d_{n,s} = \frac{\Delta x}{a_{n,s}}$, les équations de correction des vitesses

seront :

$$\begin{aligned}
U'_e &= d_e (P'_p - P'_E) \\
U'_w &= d_w (P'_w - P'_p) \\
V'_n &= d_n (P'_p - P'_N) \\
V'_s &= d_s (P'_s - P'_p)
\end{aligned} \tag{III-60}$$

L'équation (III-60) s'appelle : *formulation de correction de la vitesse*. Ainsi, les équations de correction de, u et v, aux mailles, e , w , n et s , se réduisent à :

$$\begin{aligned}
U_e &= U_e^* + d_e (P'_p - P'_E) \\
U_w &= U_w^* + d_w (P'_w - P'_p) \\
V_n &= V_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \\
V_s &= V_s^* + d_s (P'_s - P'_p)
\end{aligned} \tag{III-61}$$

b. L'équation de correction de la pression

On considère l'équation de continuité (en remplaçant, ϕ par 1, et S_ϕ par 0 dans l'équation (II-33) que nous allons intégrer à travers le volume de contrôle représenté sur la

figure (III-7).

Après intégration on obtient :

$$[(Ur)_e - (Ur)_w] \Delta x + [(Vr)_n - (Vr)_s] \Delta r \quad (\text{III-62})$$

En remplaçant dans l'équation (III-62) les vitesses U_e , U_w , V_n et V_s par leurs expressions correspondantes établies au paragraphe précédent, on aboutit à l'équation de correction de la pression :

$$A_P P'_P = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + b \quad (\text{III-63})$$

Avec :

$$A_E P'_E = d_e r_e \Delta x \quad (\text{III-64})$$

$$A_W P'_W = d_w r_w \Delta x \quad (\text{III-65})$$

$$A_N P'_N = d_n r_m \Delta r \quad (\text{III-66})$$

$$A_S P'_S = d_s r_m \Delta r \quad (\text{III-67})$$

$$b = [(U^* r)_e - (U^* r)_w] \Delta x + [(V^*)_n - (V^*)_s] r_m \Delta r \quad (\text{III-68})$$

Remarque: En examinant l'équation (III-68), on trouve que le terme b dans l'équation de correction de la pression, n'est autre que l'équation de continuité discrétisée à un signe moins près. Ce terme représente la source massique produite par le champ de vitesse, \vec{V}^* et que les corrections successives de la pression doivent l'annuler. En d'autres mots, b , est un indicateur de la convergence.

V.6.4. Séquence des opérations de l'algorithme SIMPLE

Après avoir présenté la méthode de discrétisation des différentes équations et le principe de base de l'algorithme SIMPLE, on peut résumer l'ensemble des séquences qui interviennent dans la résolution des équations mentionnées précédemment comme suit :

- 1° Etape : introduction des caractéristiques physiques et géométriques du domaine à étudier et construction de la grille décalée pour le champ de vitesse.
- 2° Etape : introduction d'un champ de pression, P^* , estimée de départ.
- 3° Etape : calcul du champ de vitesse \vec{V}^* , en résolvant les équations de quantités de

mouvement (III-56).

- 4° Etape : Résolution de l'équation de correction de la pression (Equation (III-63)).
- 5° Etape : Calcul du champ de pression corrigé, P , en additionnant, P' et P^* , (Equation (III-52)).
- 6° Etape : Calcul du champ de vitesse corrigé \vec{V} , en utilisant la correction de pression, p' , (Equations (III-62)).
- 7° Etape : Résolution des équations discrétisées pour les autres variables (température...) si elles influencent le champ de l'écoulement par l'intermédiaire des termes sources, des propriétés physiques du fluide etc.... (si par contre elles n'ont aucune influence sur l'écoulement, il est préférable de les calculer après que la convergence est atteinte).
- 8° Etape : prendre la pression, P , comme étant un nouvelle variable, P^* , et reprendre l'exécution à l'étape 3 tout en répétant toute la procédure jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

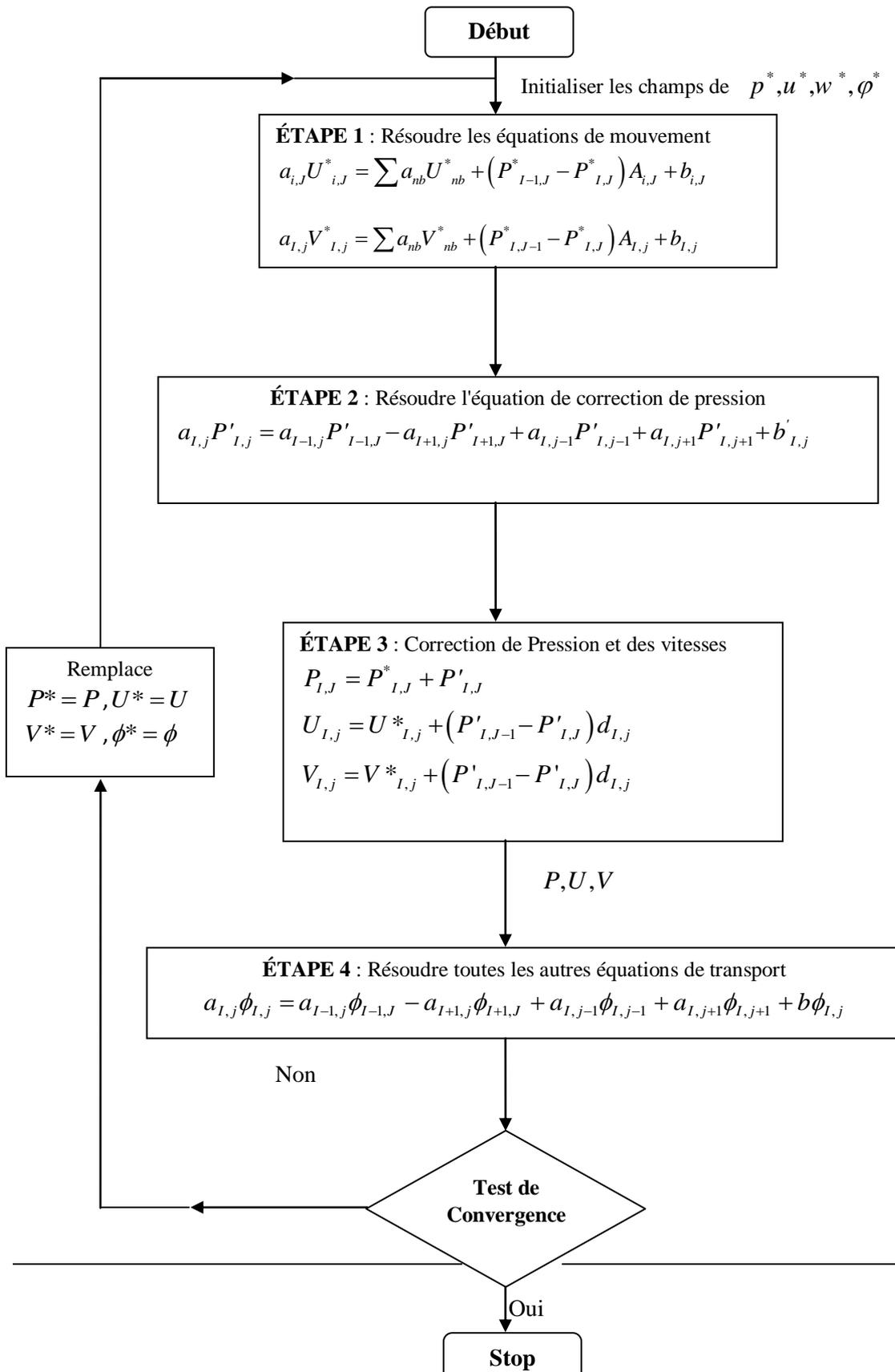


Figure III-10: Algorithme SIMPLE

III.2.3. Résolution du système d'équations

Il existe plusieurs méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques essentiellement les méthodes directes et les méthodes itératives.

A partir de la discrétisation de l'équation générale de transport, nous avons obtenu un système d'équations algébrique ; avec des coefficients qui dépendent de la variable ϕ , donc sa résolution demande une méthode numérique itérative, mais vu que cette résolution reste difficile à réaliser, on utilise une méthode Semi-Itérative (balayage ligne par ligne).

a. Solution de performance des équations

Le système d'équations algébriques linéaires doit être résolu, à l'aide de deux familles des techniques de solution pour des équations algébriques linéaires :

1. Méthodes directes

- Inversion de la matrice par la méthode de Cramer et élimination de Gauss.
- Le stockage simultané de tous les coefficients de N^2 de l'ensemble d'équations de N inconnus demande un grand espace de mémoire dans l'ordinateur.

2. Méthodes indirectes ou itératives

L'exemple de ces méthodes itératives est la méthode de Jacobi et la méthode de Gauss-Seidl qui suivent les étapes:

- L'application répétée d'un algorithme relativement simple mène à la convergence de certains nombre de répétitions.
- Seulement des coefficients différents de zéro des équations doivent être stockés dans la mémoire à tores.
- Puisque les systèmes ont souvent jusqu'à 100000 ou 1 millions d'équations, les méthodes itératives sont généralement beaucoup plus économiques que les méthodes directes.

Où : n , désigne le nombre d'équations (nombre de nœuds dans une direction donnée). Le système ainsi obtenu va être résolu par l'algorithme **T.D.M.A** de Thomas (*Tri Diagonal Matrix Algorithm*) donné en ANNEXE C. Une fois les valeurs de ϕ , sur une ligne de la direction x , sont déterminées, on passe à la ligne suivante en appliquant la même procédure, tout en considérant les variables suivant l'autre direction (direction r) constantes. Le même cheminement est utilisé pour les autres variables dépendantes.

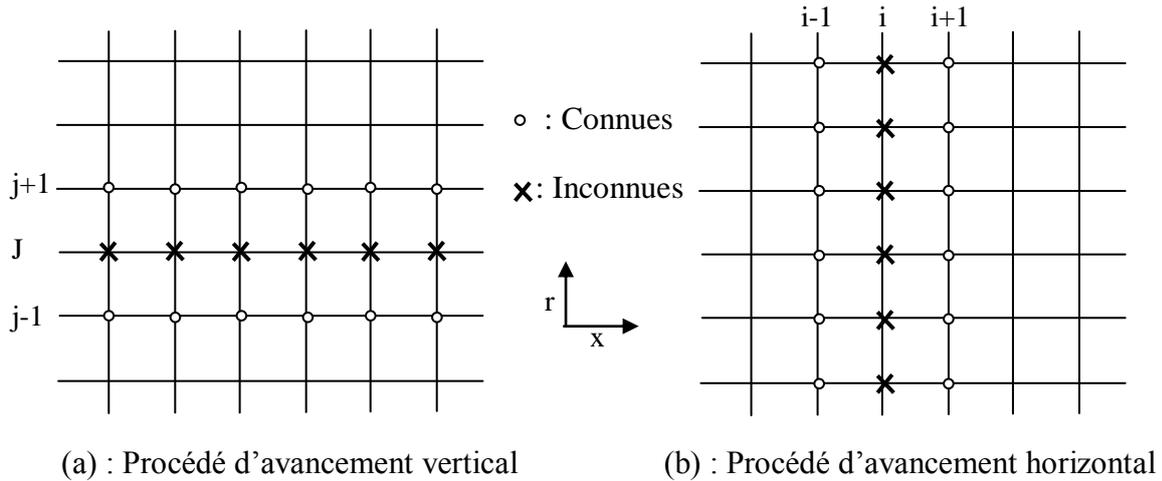


Figure III-11: Modes d'avancement dans la méthode ligne par ligne.

On obtient donc, au bout de chaque itération complète, les valeurs approchées de toutes les variables dépendantes.

3. Technique de sous-relaxation

Parmi les méthodes de résolution des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. Ces dernières sont généralement plus utilisées pour :

- Des systèmes de grande taille.
- Des systèmes dont les équations algébriques sont à caractère non linéaire et couplé.

Dans cette catégorie de méthodes, on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus itératif (ralentir ou accélérer la convergence). Elle se présente comme suit :

Soit l'équation discrétisée de la variable ϕ

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \tag{III-72}$$

Ou encore :
$$\phi_p = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p}$$

A l'itération (k+1), on peut écrire :

$$\phi_p^{k+1} = \phi_p^k + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{k+1} + b}{a_p} - \phi_p^k \right] \tag{III-73}$$

La quantité, entre crochets, dans l'équation (III-73) représente la variation de ϕ produite par une itération courante ou tout simplement le résidu.

La technique de relaxation a pour but de diminuer les résidus d'une première approximation puisque ces résidus sont nuls pour la solution exacte, ce qui revient à introduire un facteur de relaxation α_ϕ :

$$\phi_p^{k+1} = \phi_p^k + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{k+1} + b}{a_p} - \phi_p^k \right] \tag{III-74}$$

Ou bien :

$$\frac{a_p}{\alpha_\phi} \phi_p^{k+1} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb}^{k+1} + b + \frac{a_p}{\alpha_\phi} (1 - \alpha_\phi) \phi_p^k \tag{III-75}$$

En pratique, α_ϕ est défini tel que : $0 < \alpha_\phi < 2$

Si : $2 > \alpha_\phi$, le processus diverge souvent.

Deux cas sont généralement rencontrés :

1°. $1 < \alpha_\phi < 2$: on est en présence d'une sur-relaxation. Cette valeur de α_ϕ est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus itératif déjà convergent (figure suivante) [8].

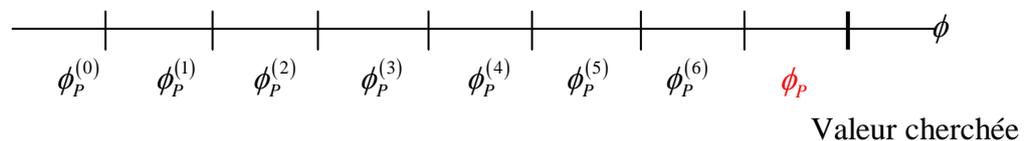


Figure III-12 : Evolution possible des $\phi_p^{(k)}$ dans un processus convergent ;
nécessité d'une sur-relaxation

2°. $0 < \alpha_\phi < 1$: il s'agit d'une sous-relaxation. Dans ce cas, la valeur de α_ϕ permet souvent de faire converger un processus divergent ou encore de diminuer les variations des variables

dépendantes d'une itération à l'autre (figure suivante) [8].

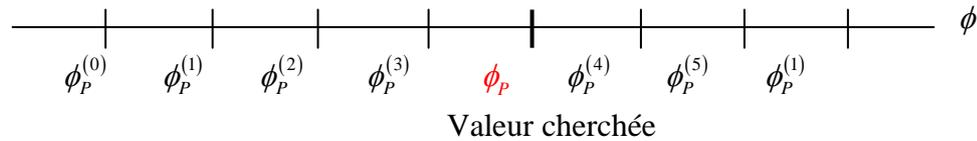


Figure III-13: Evolution possible des $\phi_P^{(k)}$ dans un processus divergent ; nécessité d'une sous-relaxation

La technique de sous-relaxation est très conseillée pour les problèmes non linéaires afin d'éviter la divergence. Dans notre cas, les variables, U , V et T , sont sous-relaxées tels que donné par l'équation (III-73). Par contre, la pression est sous-relaxée comme suit :

$$P = P^* + \alpha_\phi P' \tag{III-76}$$

III.2.4. Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence c'est-à-dire se rapprocher au mieux de la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi 'critère de convergence' qui dépend de la nature du problème et des objets du calcul. Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité de mouvement, de masse et la température. Ces résidus sont définis par :

$$R\phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P$$

$$\phi = U, V, T$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite, $R\phi$ tendra vers zéro. Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\Omega} R\phi < \varepsilon_\phi$$

Avec :

Ω : domaine de calcul

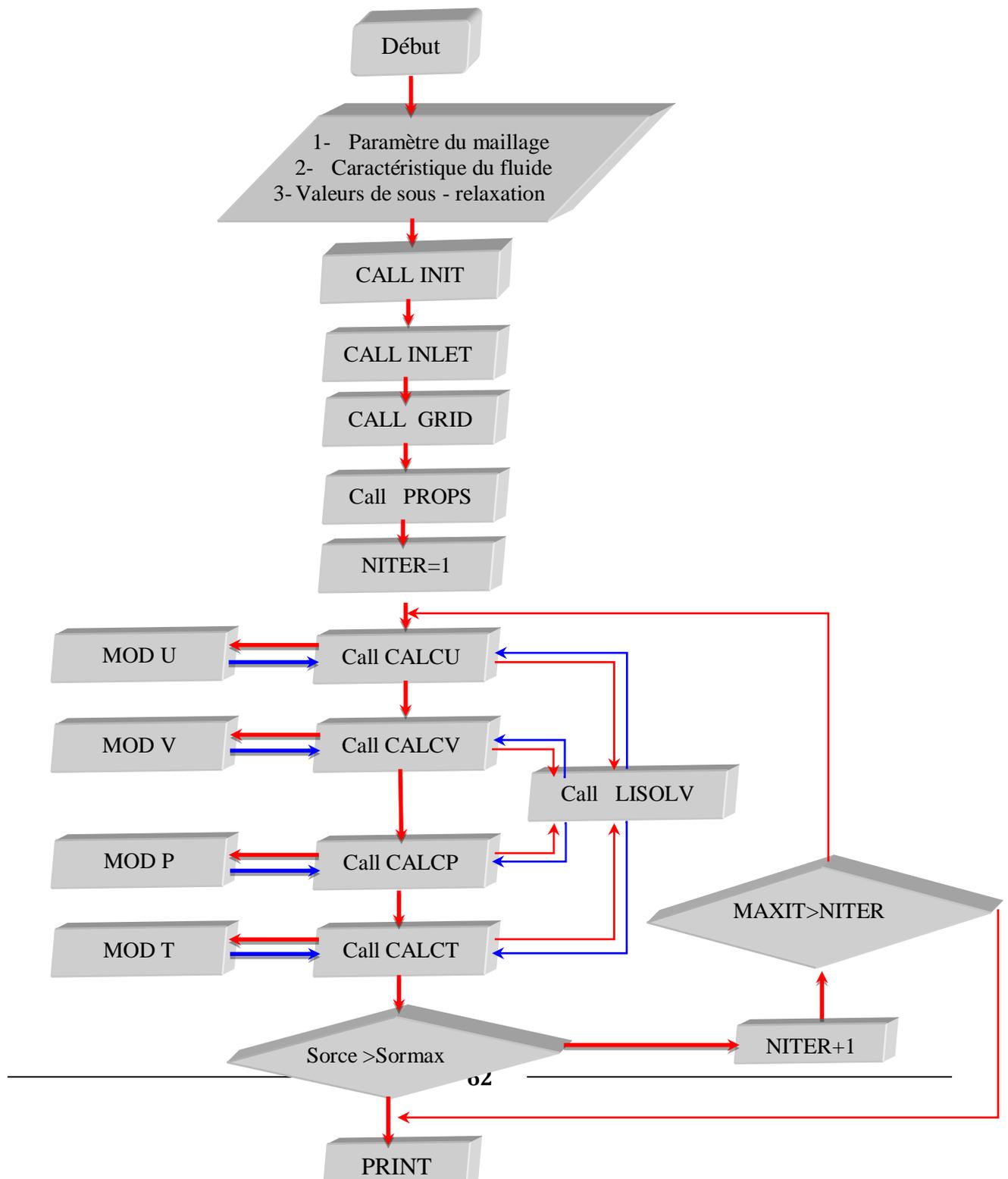
ε_ϕ : valeur petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue.

III.2.5. Structure du Code de Calcul

Le code de calcul est constitué d'un programme principal et des sous programmes. La fonction de chaque sous-programme (*subroutine*) est :

- 1- INIT: calcul les différents paramètres géométriques du maillage et initialisation des variables de l'écoulement.
- 2- INLET : Détermine les conditions aux limites des vitesses de la température et de la pression.
- 3- GRID : permet d'établir le maillage.
- 4- PROPS : Calcul la viscosité et la conductivité en fonction de la température.
- 5- CALCU: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transport de la vitesse u^* .
- 6- CALCV: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transport de la vitesse v^* .
- 7- CALCP: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de correction de pression p' et correction des composantes de la vitesse u et v .
- 8- CALCT : calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transports de T .
- 9- MOD Φ : calcul les conditions aux limites de la variable de transport ($\Phi = u, v, p, T$).
- 10-LISOLV: Résolution du système d'équations algébriques associé à la variable Φ .
- 11-PRINT: impression des résultats.

Organigramme du Programme principal



III.2.6. Les conditions aux limites et initiales

a. Les conditions aux limites

Une essentielle exigence de la procédure de résolution d'un écoulement elliptique est que les conditions aux limites doivent être spécifiées le long du domaine d'écoulement pour chaque propriété physique gouvernée par une équation différentielle. Notre domaine est limité par quatre types de frontières comme il est indiqué sur les Figures (III-14) et (III-15).

On a choisi l'eau comme fluide d'écoulement.

b. Conditions initiales

Toutes les propriétés du fluide ont des valeurs initiales (ρ , μ , T).

On doit citer ces conditions comme suit:

- La température $T_o = 300$ K.
- La masse volumique $\rho = 998.2$ Kg/m^3 (celle de l'eau).
- La viscosité dynamique $\mu_o = 1.10^{-3}$ poiseuilles (celle de l'eau).

1. Conditions à l'entrée

Nombre de Reynolds : il est donné pour calculer la vitesse axiale initiale U , cette dernière est liée au nombre de Reynolds par la relation mathématique suivante : $U = \frac{Re \mu}{\rho D}$

Et pour avoir un écoulement laminaire, on va choisir Re inférieur ou égale à 2000. Et la température $T_e = 300$ K.

2. Conditions aux parois

- *Cas de la conduite avec une température de la paroi constante*

On suppose qu'il n'aura aucune perte d'énergie (la chaleur) à travers la paroi.

- 1- La température à la paroi $T_p = 320$ K
- 2- Les vitesses U , V sont nulles, $U=V=0$

- Cas de la conduite avec un flux constant imposé à la paroi

On suppose qu'il n'aura aucune perte d'énergie (la chaleur) à travers toutes les parois (voir figure III-15)

- 1- La température à la paroi N°1, $T_p = 320 \text{ K}$
- 2- Le flux de chaleur imposé à la paroi N°2, $q = 1000 \text{ W/m}^2$
- 3- La paroi N°3 adiabatique $\frac{\partial V}{\partial r} = 0$.

3. Conditions sur l'axe de symétrie

Sur l'axe de symétrie toutes les dérivées par rapport à r sont nulles. La vitesse radiale V est nulle également $V=0$. On peut résumer toutes les conditions précédentes dans des tableaux (III-3, III-4) pour chacune des variables:

1. pour le premier cas (température constante à la paroi)

Tableau III-3: les conditions aux limites pour U , V et T

La condition	Entree	Paroi supérieur	Axe de symétrie
Pour la vitesse axiale U	$U_0 = \frac{Re \mu}{\rho D}$	$U = 0$	$\frac{\partial U}{\partial r} = 0$
Pour la vitesse radiale V	$V = 0$	$V = 0$	$\frac{\partial V}{\partial r} = 0$
Pour la température T	$T = 288 \text{ °k}$	$T = T_p$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$

Les conditions aux limites pour ce cas sont résumées dans la figure suivante :

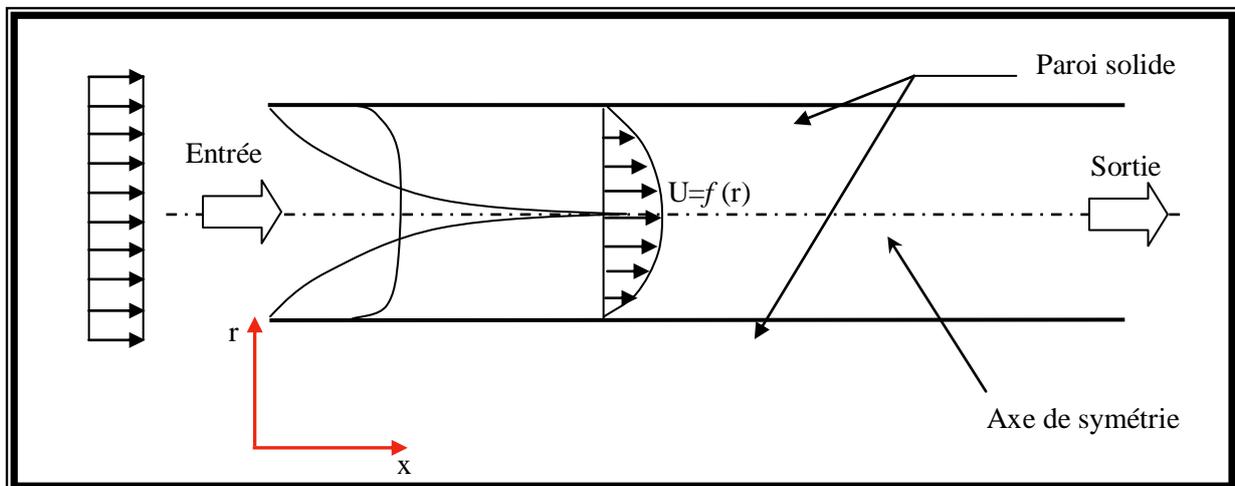


Figure III-14 : Conditions aux limites pour une conduite cylindrique à température

constante à la paroi.

2. Le deuxième cas (flux imposé à la paroi)

Pour le deuxième cas nous avons imposé un flux de chaleur constant à la paroi N°2, et une température constante à la paroi N°1, pour la paroi N°3 on suppose que la paroi est adiabatique.

Tableau III-4: Les conditions aux limites pour U, V et T

La condition	Entree	Paroi N°1	Paroi N°2	Paroi N°3	Axe de symétrie
Pour la vitesse axiale U	$U_0 = \frac{Re \mu}{\rho D}$	$U = 0$	$U = 0$	$U = 0$	$\frac{\partial U}{\partial r} = 0$
Pour la vitesse radiale V	$V = 0$	$V = 0$	$V = 0$	$V = 0$	$\frac{\partial V}{\partial r} = 0$
Pour la température T	$T = 288 \text{ °k}$	$T = T_p$	$q = 900 \text{ W/m}^2$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$

Les conditions aux limites pour ce cas sont résumées dans la figure suivante :

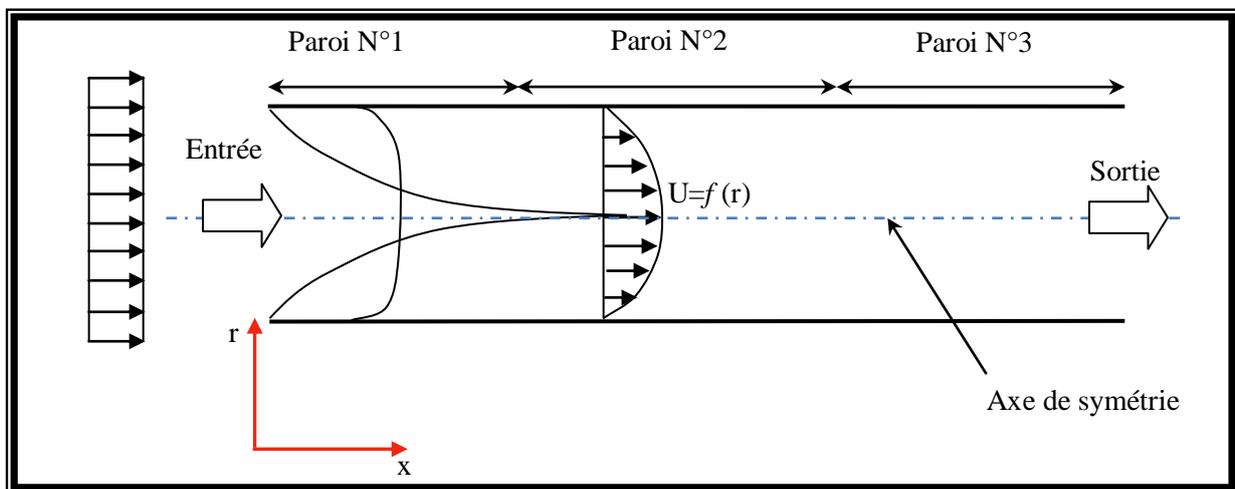


Figure III-15: Conditions aux limites pour une conduite cylindrique chauffée partiellement.

III.3. Validation du code de calcul

Nous nous proposons d'exposer dans cette partie la validation de l'algorithme utilisé pour résoudre les équations de Navier-Stokes.

Les calculs ont été réalisés dans le cas d'une cavité présentée sur la figure (III-16), de

rapport de forme égale à 1, pour un nombre de Prandtl $Pr = 0.71$ et pour un domaine étendu de valeur de Ra . Les parois verticales sont maintenues aux températures T_H et T_F , tandis que les parois horizontales sont supposées adiabatiques. On a considéré pour cette configuration le cas où la convection est purement thermo-gravitaire.

La configuration présentée sur la figure (III-16) a fait l'objet des travaux de recherches de Kuang et Violi [37] (pour l'air) et A. Tahery et col [72] (pour l'eau pure) figure (III-18). Les résultats numériques de ces auteurs constituent un excellent test pour la validation de notre modèle numérique.

Les figures (III-17.a), (III-17.b), (III-17.c) et (III-17.d), représentent respectivement les vitesses horizontales et verticales, et les isothermes pour les nombre de Rayleigh égale à $10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ respectivement déterminées par notre code de calcul.

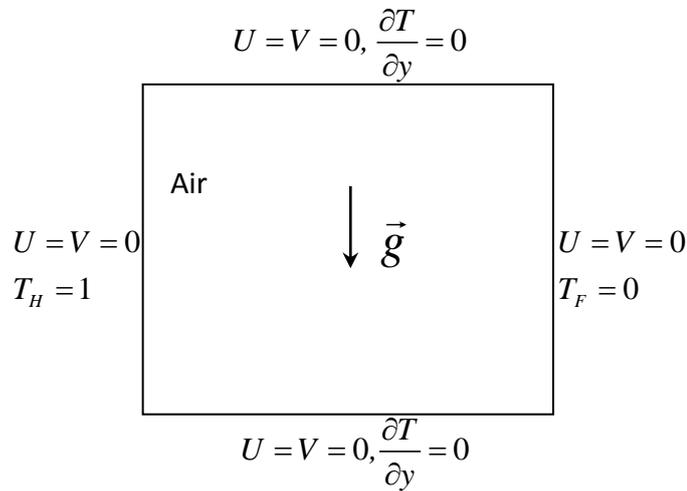


Figure III-16 : Représentation de la cavité étudiée dans le cas de validation numérique pour l'air.

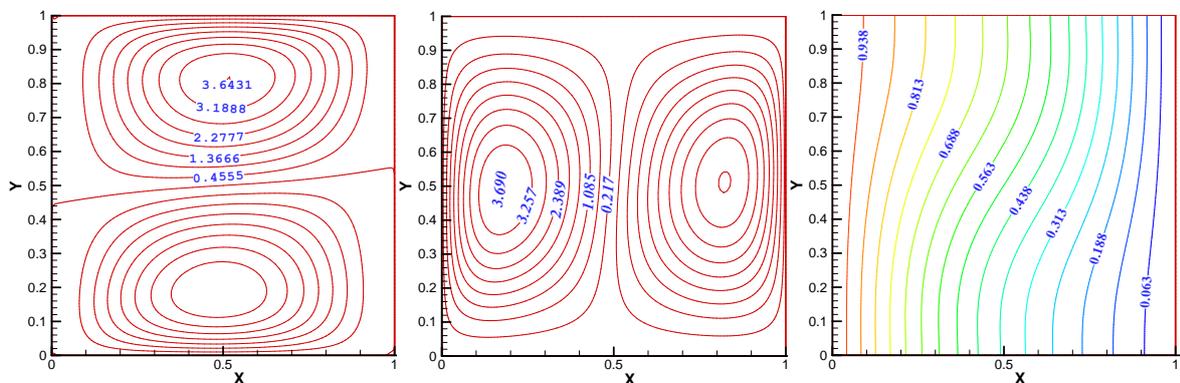


Figure III-17.a : La vitesse axiale et la vitesse verticale, les isothermes pour $Ra=10^3$

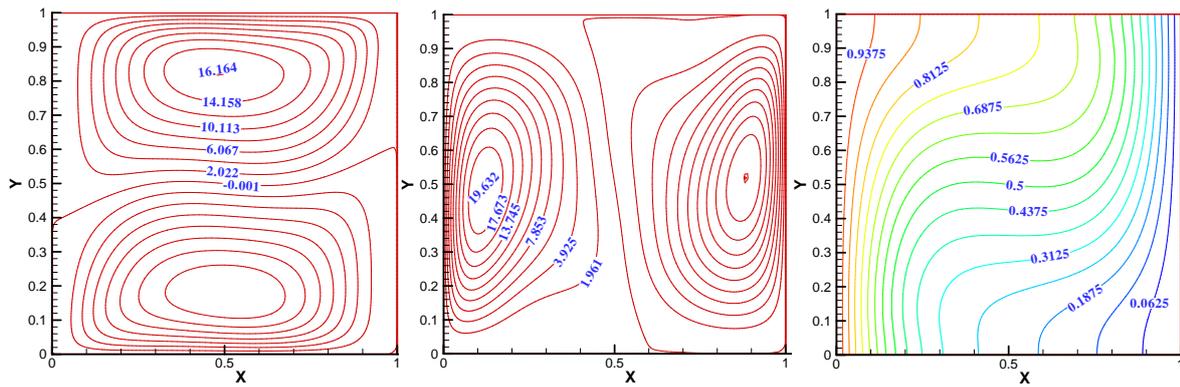


Figure III-17.b: La vitesse axiale et la vitesse verticale, les isothermes pour $Ra=10^4$

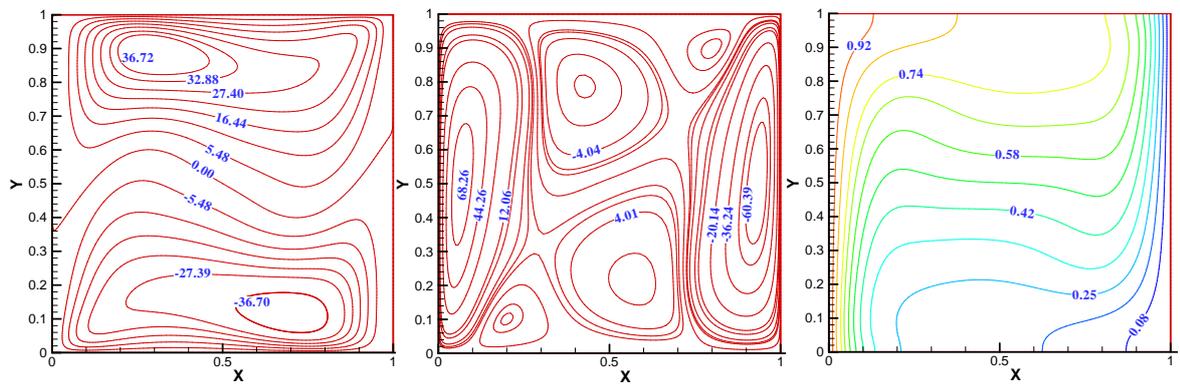


Figure III-17.c: La vitesse axiale et la vitesse verticale, les isothermes pour $Ra=10^5$

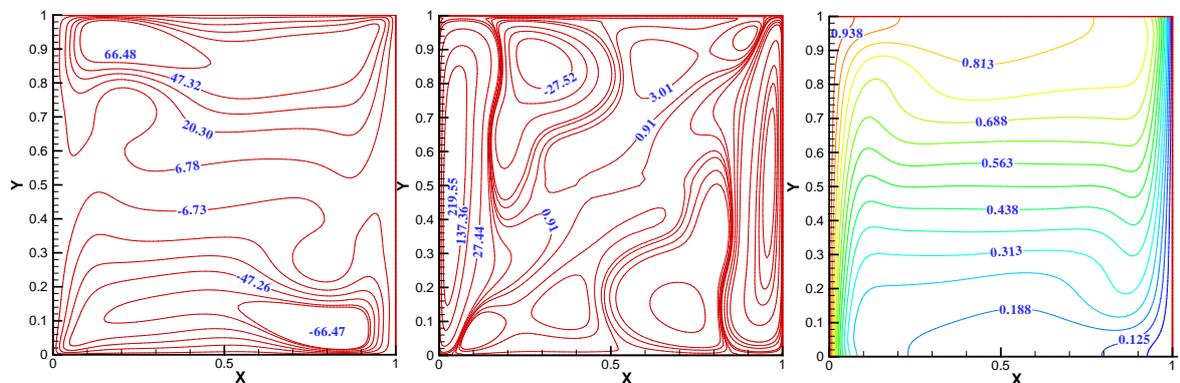


Figure III-17.d: La vitesse axiale et la vitesse verticale, les isothermes pour $Ra=10^6$

Le tableau (III-5) compare le maximum de la vitesse verticale et horizontale, et le nombre de Nusselt moyen, de nos résultats avec ceux de Kuang et Violi [37], Tiwari et Das [75] et de Hadjisophocleous et Col [24].

Les figures (III-19) et (III-20) représentent respectivement l'évolution des isothermes et les grandeurs de vitesse pour $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$ déterminées par notre code de calcul ainsi que celles obtenues par A. Tahery et col [72]. L'allure de ces figures montre la

bonne concordance de nos résultats avec les leurs de [72].

Tableau III-5: Comparaison de la vitesse verticale et horizontale maximum, et le nombre de Nusselt moyen

	Hadjisophocleousetal (1998) [24]	Tiwari et Das (2007)[75]	Kuang et Violi (2010)[37]	Notre code de Calcul
Ra=10³				
u_{max}	3.544	3.642	3.597	3.6431
y	0.814	0.804	0.819	0.818
v_{max}	3.586	3.702	3.669	3.690
x	0.186	0.178	0.181	0.179
\overline{Nu}	1.141	1.087	1.118	1.108
Ra=10⁴				
u_{max}	15.995	16.144	16.185	16.164
y	0.814	0.822	0.819	0.821
v_{max}	18.894	19.665	19.648	19.665
x	0.103	0.110	0.112	0.111
\overline{Nu}	2.29	2.195	2.243	2.228
Ra=10⁵				
u_{max}	37.144	34.30	36.732	36.720
y	0.855	0.856	0.858	0.857
v_{max}	68.91	68.77	68.288	68.260
x	0.061	0.059	0.063	0.060
\overline{Nu}	4964	4.450	4.511	4.489
Ra=10⁶				
u_{max}	66.42	65.59	66.47	66.48
y	0.897	0.839	0.869	0.890
v_{max}	226.4	219.73	222.34	219.55
x	0.0206	0.04237	0.03804	0.0399
\overline{Nu}	10.39	8.803	8.758	8.765

De ce tableau, il ressort une très bonne concordance de nos résultats avec ceux de la littérature.

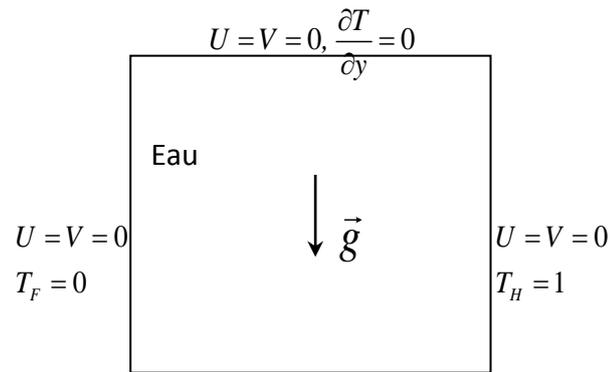


Figure III-18: Représentation de la cavité étudiée dans le cas de validation numérique.

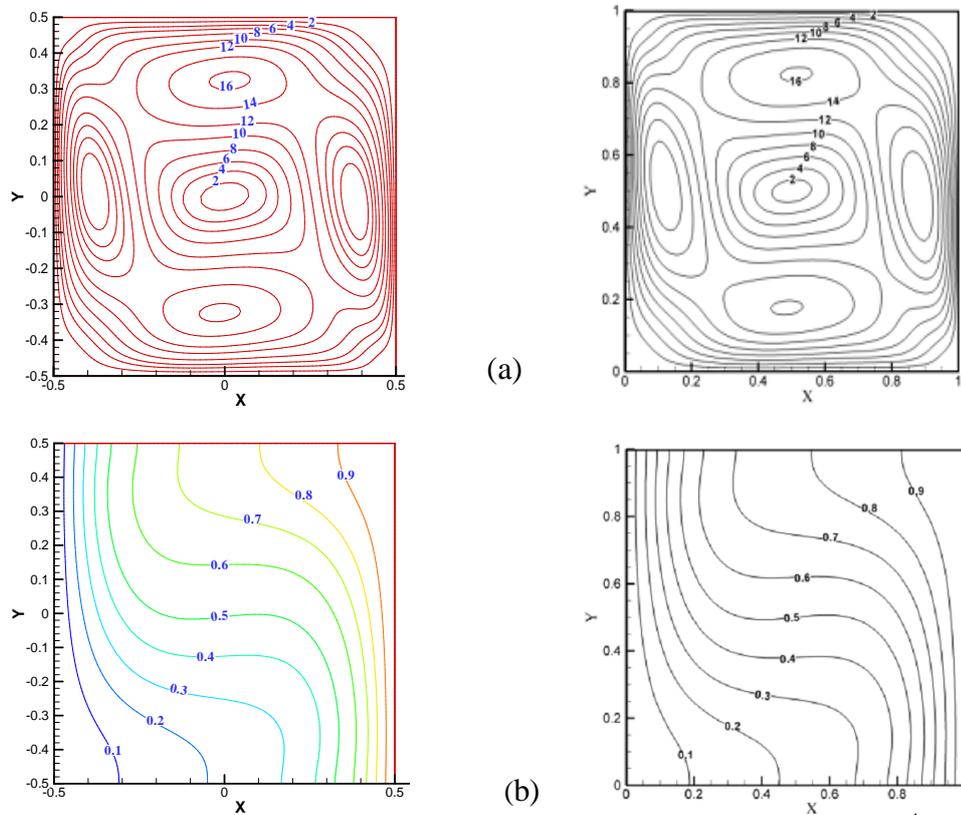


Figure III-19: (a) la grandeur de vitesse, (b) les isothermes pour $Ra = 10^4$

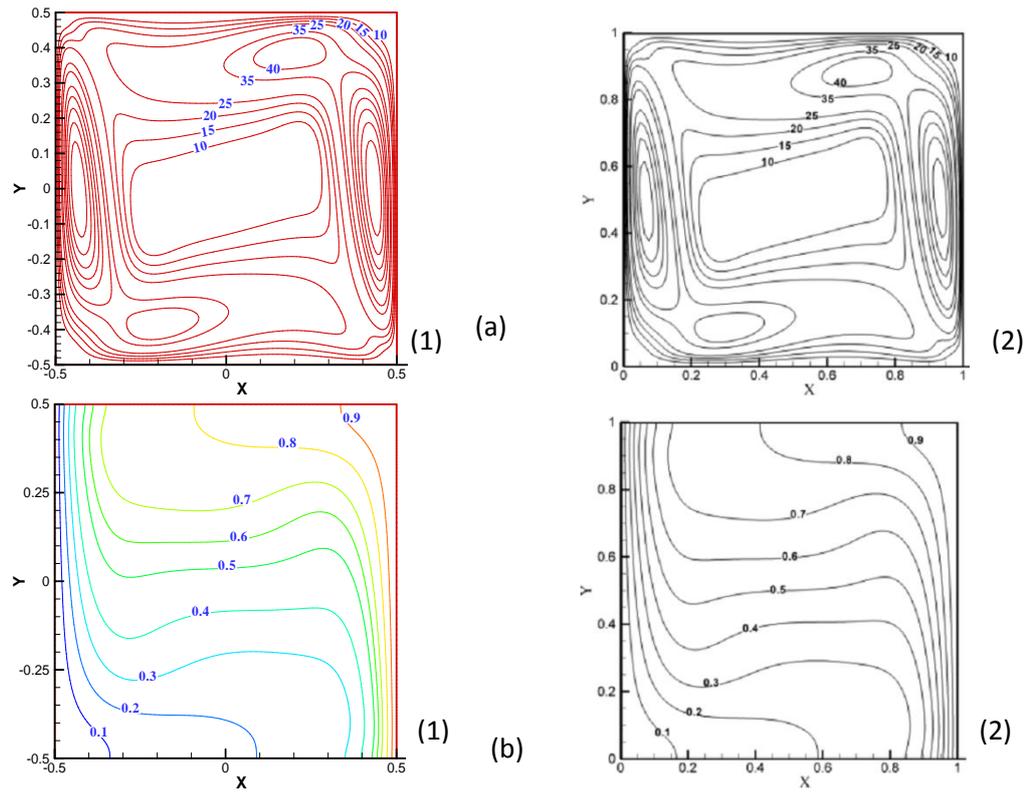


Figure III-20: (a) La grandeur de vitesse, (b) les isothermes pour $Ra= 10^5$

1)- Résultats obtenus au moyen du code.

2)- Résultats de la référence [72].

CHAPITRE IV

Résultats et discussions

*Conduite maintenue à une température constante
à la paroi*

IV. PAROI DE LA CONDUITE MAINTENUE A UNE TEMPERATURE CONSTANTE

IV.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre consiste à étudier le transfert de chaleur de chaque nanofluide en écoulement à l'intérieur d'une conduite cylindrique dont la paroi est maintenue à une température constante. Nous considérons le régime d'écoulement laminaire, en faisant varier le nombre de Reynolds dans une plage de valeurs comprise entre 25 et 900, pour les différentes concentrations en nanoparticules (1%, 3%, 5%, 10%).

Les hypothèses du problème sont :

- Température d'entrée de la conduite et de la paroi respectivement : 288 K, 320 K.
- Longueur de la conduite est fixée à 5m

Les nombres adimensionnels

$$\text{Le nombre de Reynolds : } Re = \frac{\rho_{nf} u_{in} D_h}{\mu_{nf}}$$

$$\text{Le nombre de Peclet et de Prandtl : } Pe = \frac{\rho_{nf} C_{p_{nf}} u_{in} D_h}{k_{nf}}, \quad Pr = \frac{\mu_{nf} C_{p_{nf}}}{k_{nf}}$$

$$\text{Le nombre de Nusselt: } Nu = \frac{q D_h}{k_{nf} (T_p - T_{moy})}$$

$$\text{La température moyenne : } T_{moy} = \frac{\int_0^R 2\pi \rho_{nf} u C_{p_{nf}} T r dr}{\rho_{nf} u_m C_{p_{nf}} \pi R^2} = \frac{2}{u_m R^2} \int_0^R T(x, r) u(x, r) r dr$$

Pour la résolution du problème, nous avons adopté un maillage raffiné près de la paroi et à l'entrée de la conduite ($nx = 401$, $nr = 61$) (voir figure IV-1).

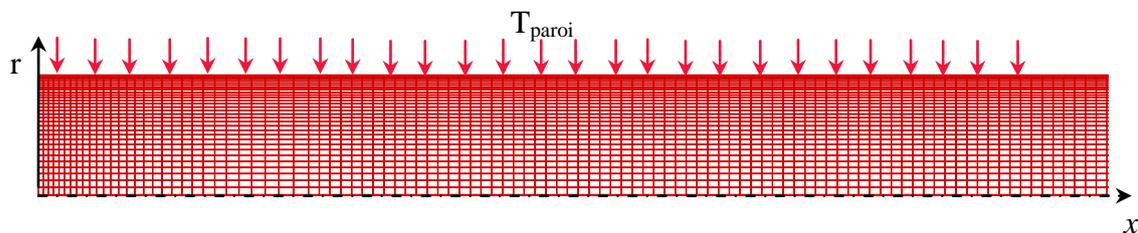


Figure IV-1 : Schéma du maillage du domaine de calcul

Par ailleurs, pour évaluer de façon quantitative l'apport de ces nanoparticules (Al_2O_3 , CuO , SiO_2 et TiO_2) dans le fluide de base (eau pure) en termes thermo-hydraulique, nous avons calculé les taux d'améliorations relatifs au nombre de Nusselt et le coefficient de perte

de charge pour chaque nanofluides selon les formules suivantes:

$$\lambda(\%) = \frac{\lambda_{nf} - \lambda_{eau}}{\lambda_{eau}} \times 100 \tag{IV-1}$$

$$Nu(\%) = \frac{Nu_{nf} - Nu_{eau}}{Nu_{eau}} \times 100 \tag{IV-2}$$

IV.2. Résultats et discussions

Les résultats obtenus dans ce chapitre seront interprétés et discutés en termes de coefficient de perte de charge, du nombre de Nusselt et enfin de la température moyenne pour les quatre nanofluides.

IV.2.1. Le coefficient de perte de charge

La figure (IV-2) représente la variation du coefficient de perte de charge en fonction de la concentration volumique des nanoparticules pour les différentes valeurs du nombre de Reynolds « Re ».

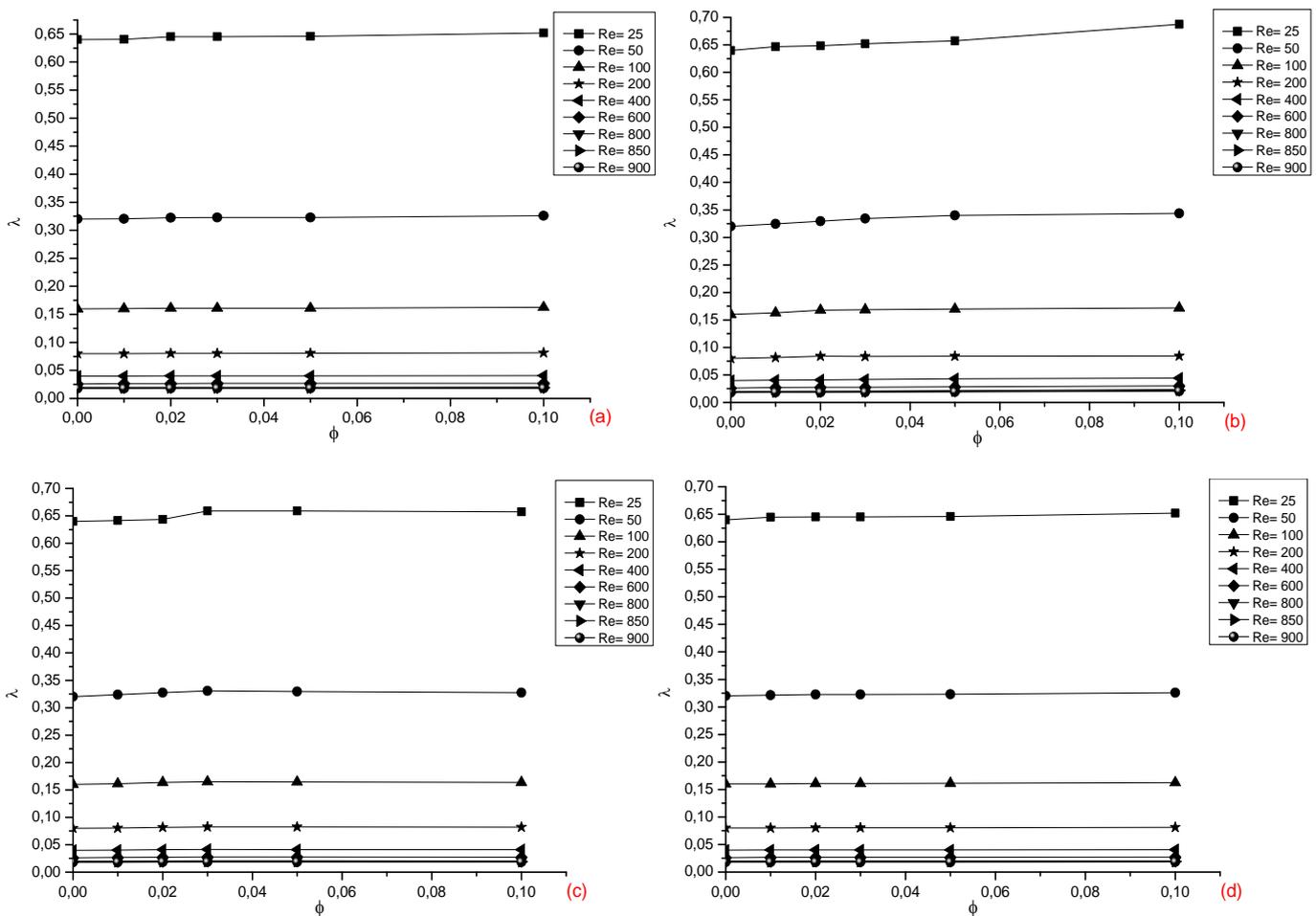


Figure IV-2: Variation du coefficient de perte de charge en fonction de la fraction volumique pour les différents nombres de Reynolds. (a) Al_2O_3 , (b) CuO , (c) SiO_2 , (d) TiO_2 .

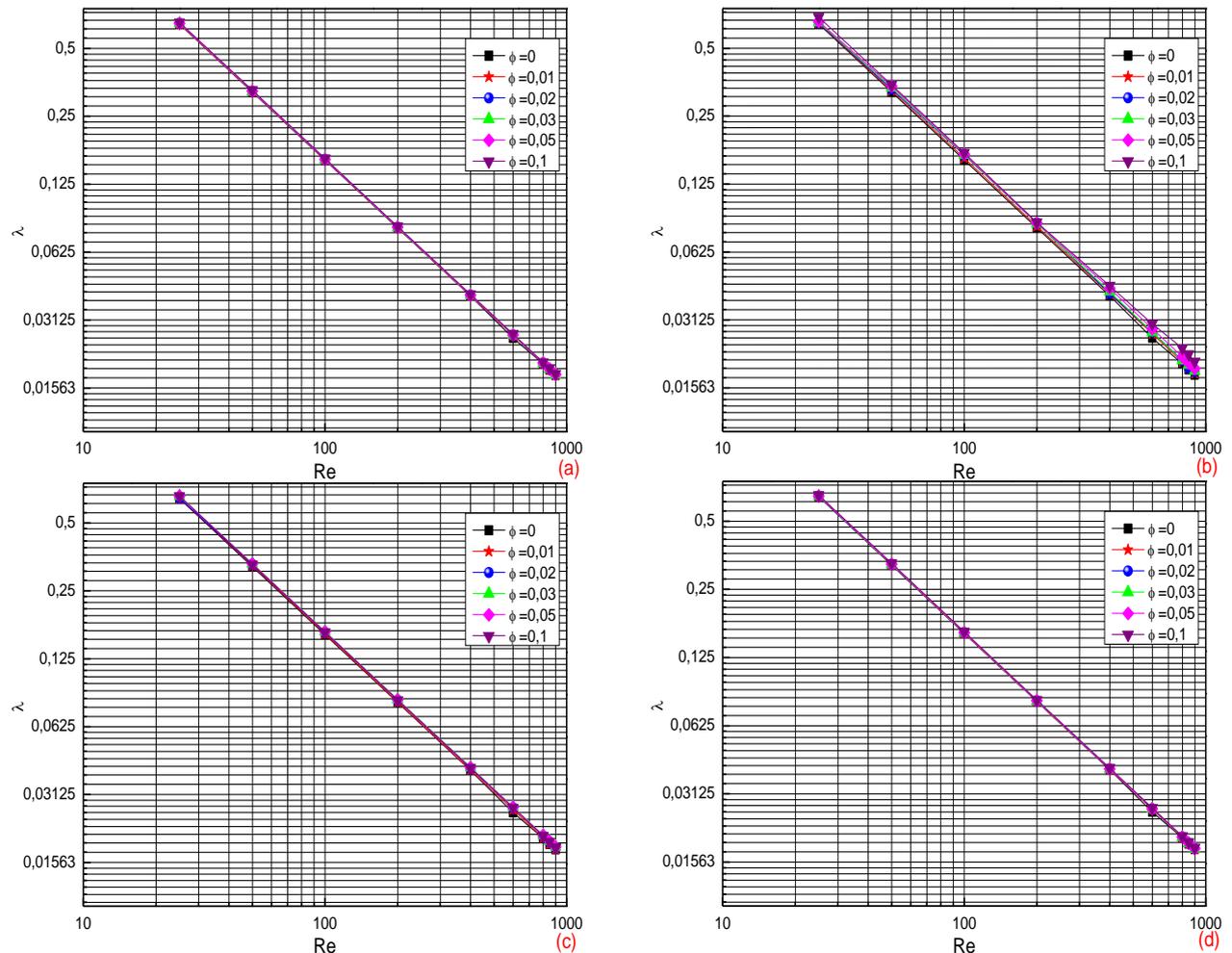


Figure IV-3: Variation du coefficient de perte de charge en fonction de la concentration pour les différentes concentrations. (a) Al_2O_3 , (b) CuO , (c) SiO_2 , (d) TiO_2 .

Pour appuyer ce résultat, nous avons aussi vérifié que le coefficient de perte de charge varie inversement avec le nombre de Reynolds et n’a aucune influence de la part de la composition du nanofluide (figureIV-3).

Par ailleurs, nous avons estimé le taux de perte de charge λ (%) engendré par l’introduction de ces nanoparticules (Al_2O_3 , CuO , SiO_2 et TiO_2) dans le fluide de base (eau pure) pour les différentes concentrations et le nombre de Reynolds. Nous constatons alors, une légère augmentation de la perte de charge linéaire dans la conduite qui s’accroît avec l’augmentation de la fraction volumique.

Tableau IV-1: le taux moyen de la perte de charge λ (%) des nanofluides

	$\phi=0,01$	$\phi=0,02$	$\phi=0,03$	$\phi=0,05$	$\phi=0,1$
Al_2O_3	0,11	0,66	0,70	0,79	1,75
CuO	1,78	3,31	4,21	6,17	10,96
SiO_2	0,64	2,13	3,21	2,97	2,43
TiO_2	0,23	0,66	0,70	0,79	1,75

IV.2.2. Le nombre de Nusselt

La figure (IV- 4) représente l'évolution du nombre de Nusselt « Nu » en fonction du nombre de Reynolds pour différentes fractions volumiques « ϕ ».

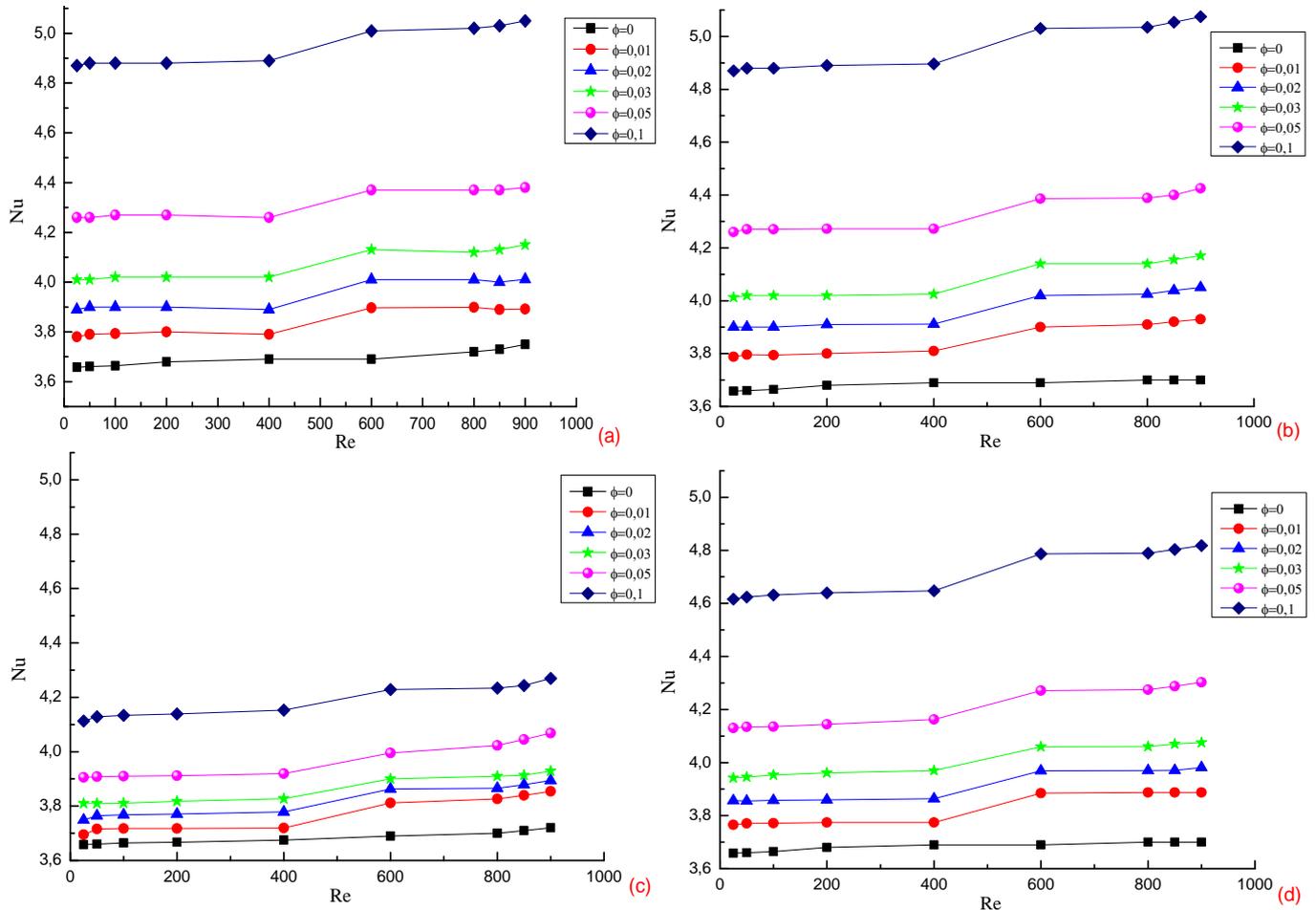


Figure IV-4: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Re pour les différentes concentrations. (a) Al_2O_3 , (b) CuO , (c) SiO_2 , (d) TiO_2 .

Nous pouvons noter d'une part, une augmentation significative de ce nombre de Nusselt avec l'augmentation de la concentration volumique de la nanoparticule et donc par rapport aussi à l'eau pure. Et d'autre part, une augmentation légère en fonction du nombre de Reynolds, avec l'existence d'une zone de transition comprise entre 400 et 600, où l'augmentation du nombre de Nusselt est abrupte pour toutes les fractions volumiques.

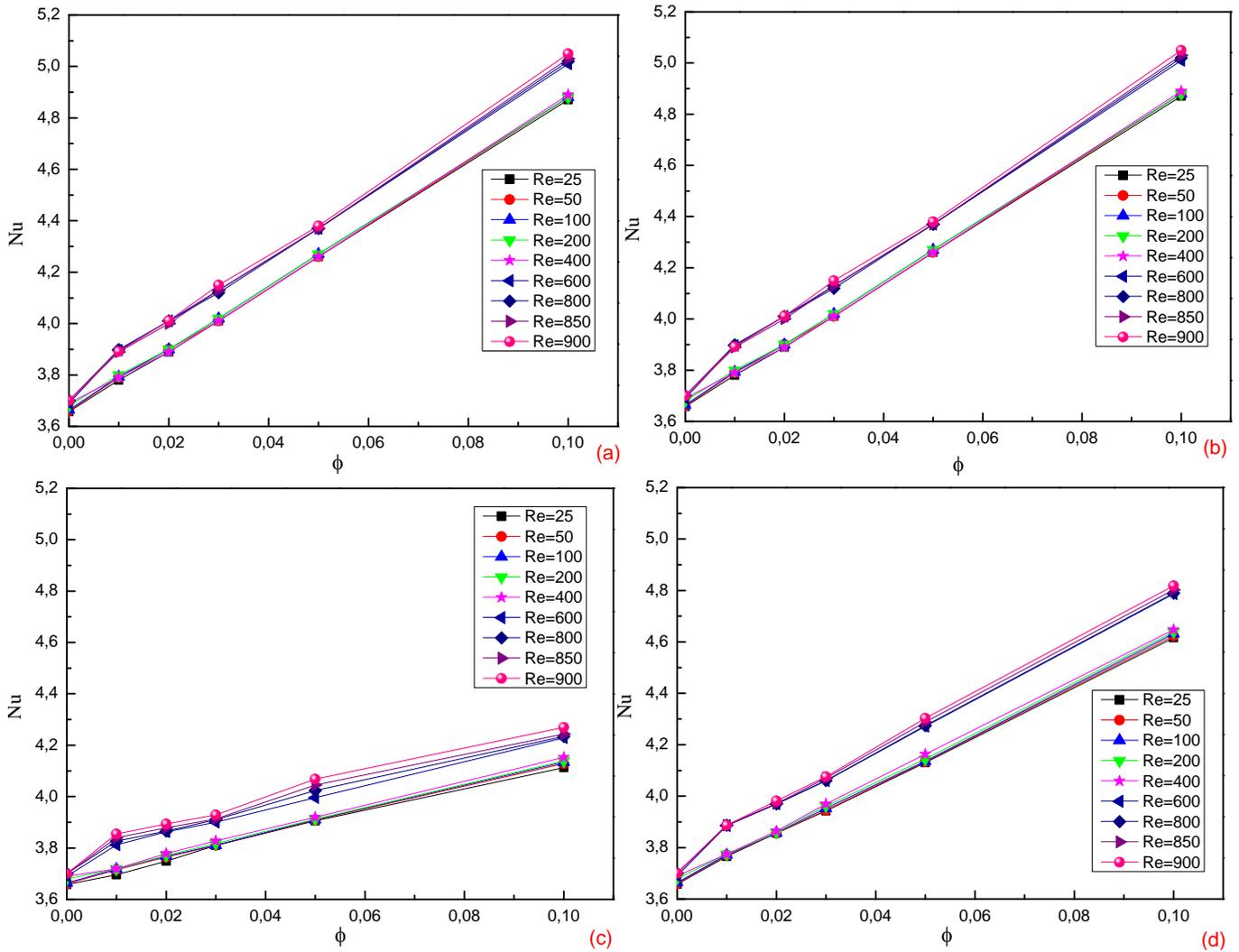


Figure IV-5: Variation du nombre de Nusselt en fonction de la concentration pour les différents nombre de Reynolds. (a) Al_2O_3 , (b) CuO , (c) SiO_2 , (d) TiO_2 .

La représentation de la figure IV-5, permet de mettre en évidence l’existence de cette zone de transition du nombre de Reynolds ($400 < Re < 600$) constaté précédemment. Nous pouvons dégager deux groupes de courbes ayant la même tendance.

- le premier groupe pour Re allant de 25 jusqu’à 400 où le régime est établi.
- Le deuxième groupe pour Re allant de 600 jusqu’à 900 où le régime n’est pas établi.

Pour quantifier l’efficacité de ces nanoparticules dans le fluide de base (eau pure), nous avons calculé le taux d’amélioration du nombre de Nusselt. Le tableau IV-2 regroupe les valeurs de ces taux pour les différentes fractions volumiques et le nombre de Reynolds. Nous remarquons alors, une augmentation considérable du taux d’amélioration par rapport à l’eau

pure pouvant atteindre une valeur moyenne de 34% pour Al_2O_3 , pour une fraction $\phi=0,1$.

Tableau IV-2 : Le taux d'amélioration du Nu (%).

Taux	$\phi=0,01$	$\phi=0,02$	$\phi=0,03$	$\phi=0,05$	$\phi=0,1$
Al_2O_3	4,28	7,24	10,56	17,20	34,41
CuO	4,63	7,68	10,84	17,61	34,72
SiO_2	2,48	3,68	4,88	7,77	13,68
TiO_2	3,89	6,26	8,83	14,28	27,91

IV.2.3. La température moyenne

Nous représentons sur les figures IV-6, IV-7, IV-8 et IV-9 la variation de la température moyenne le long de la conduite en fonction du nombre de Reynolds pour les différentes concentrations en nanoparticules.

L'examen de l'ensemble de ces courbes montre que la longueur d'établissement de la température moyenne ne peut être atteinte que pour les régimes d'écoulement dont le nombre de Reynolds est inférieur à 200 ($Re \leq 200$). Par contre, pour les nombres de Reynolds supérieurs à 200 ($Re > 200$), le régime n'est pas établi et la température moyenne n'est pas atteinte pour la longueur de la conduite préfixée (5m). En effet, la longueur d'établissement de la température moyenne est comprise entre 1,12 et 4,8m est identique pour les différents nanofluides tant que le régime d'écoulement est inférieur à 200 ($Re \leq 200$).

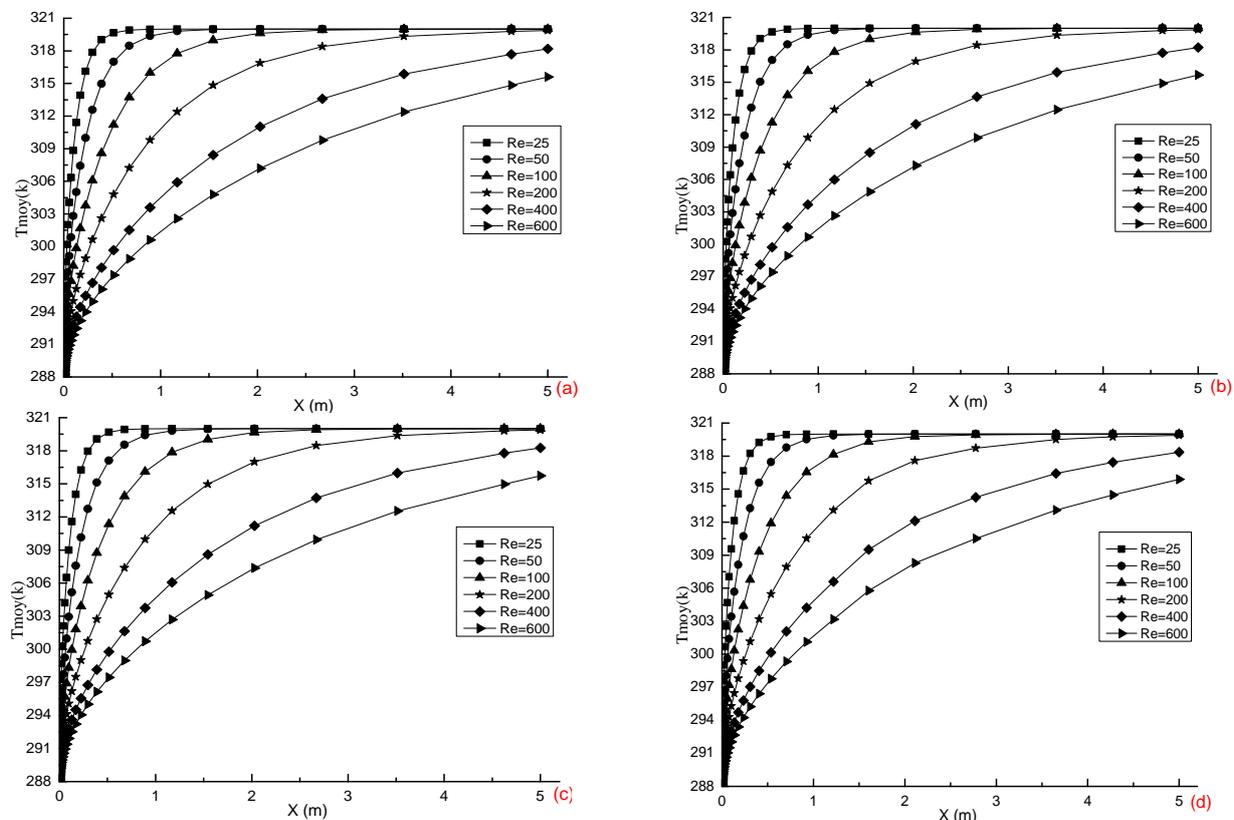


Figure IV-6 : Evolution de la température moyenne du nanofluide Al_2O_3 en fonction de la longueur de la conduite pour différents nombres de Reynolds et concentrations :

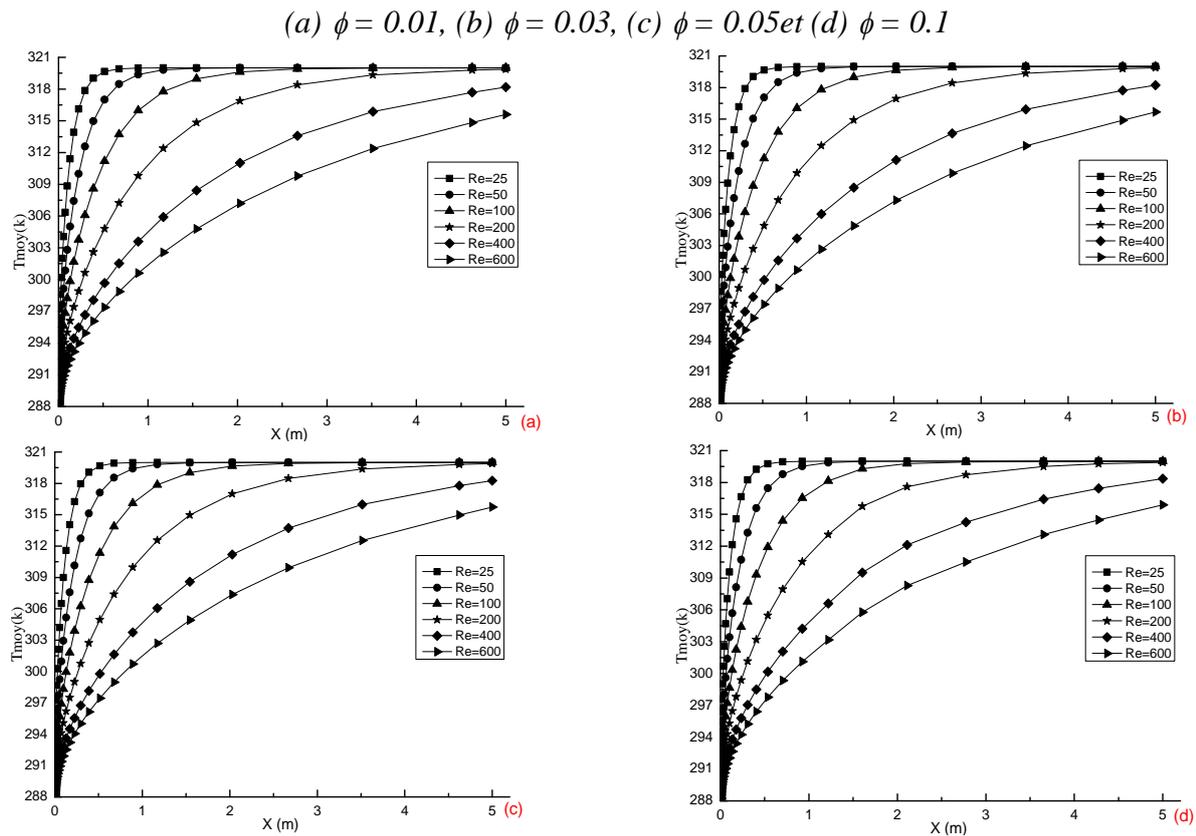


Figure IV-7 : Evolution de la température moyenne du nanofluide CuO en fonction de la longueur de la conduite pour différents nombres de Reynolds et concentrations :
 (a) $\phi = 0.01$, (b) $\phi = 0.03$, (c) $\phi = 0.05$ et (d) $\phi = 0.1$

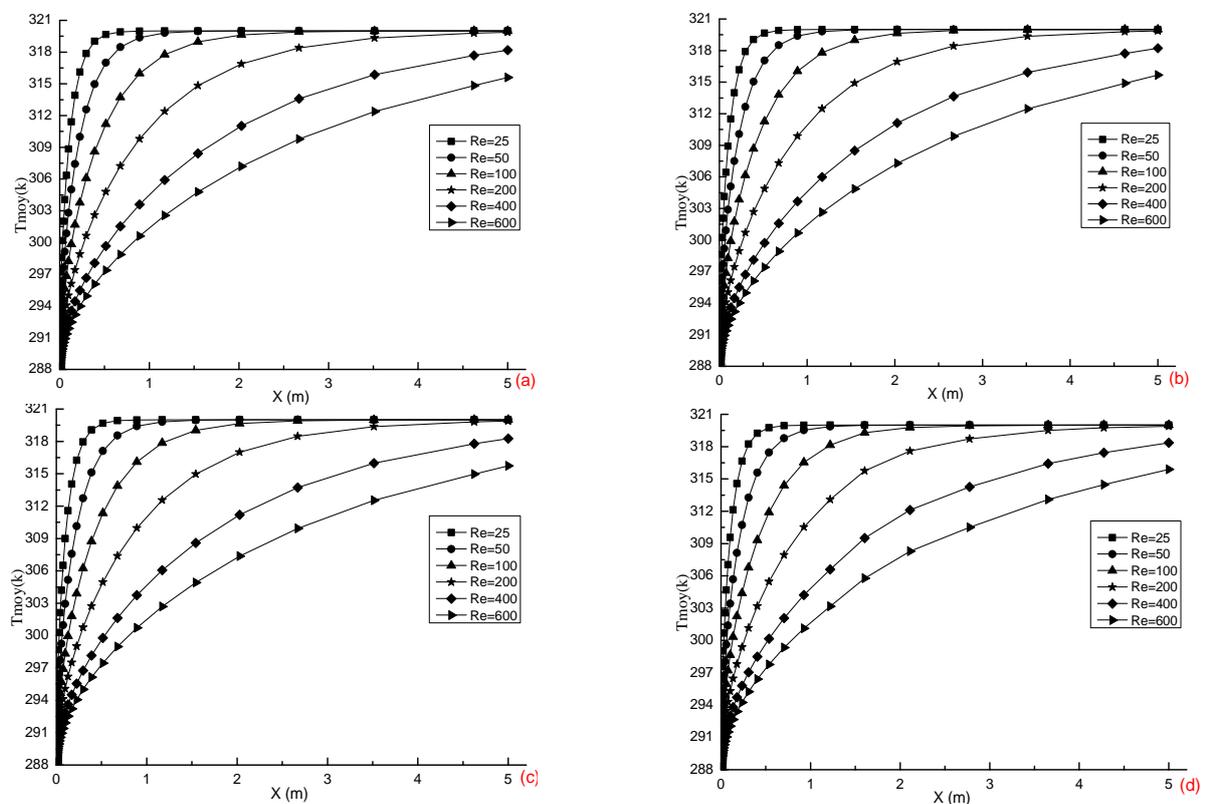


Figure IV-8: Evolution de la température moyenne du nanofluide SiO₂ en fonction de la

longueur de la conduite pour différents nombres de Reynolds et concentrations :

(a) $\phi = 0.01$, (b) $\phi = 0.03$, (c) $\phi = 0.05$ et (d) $\phi = 0.1$

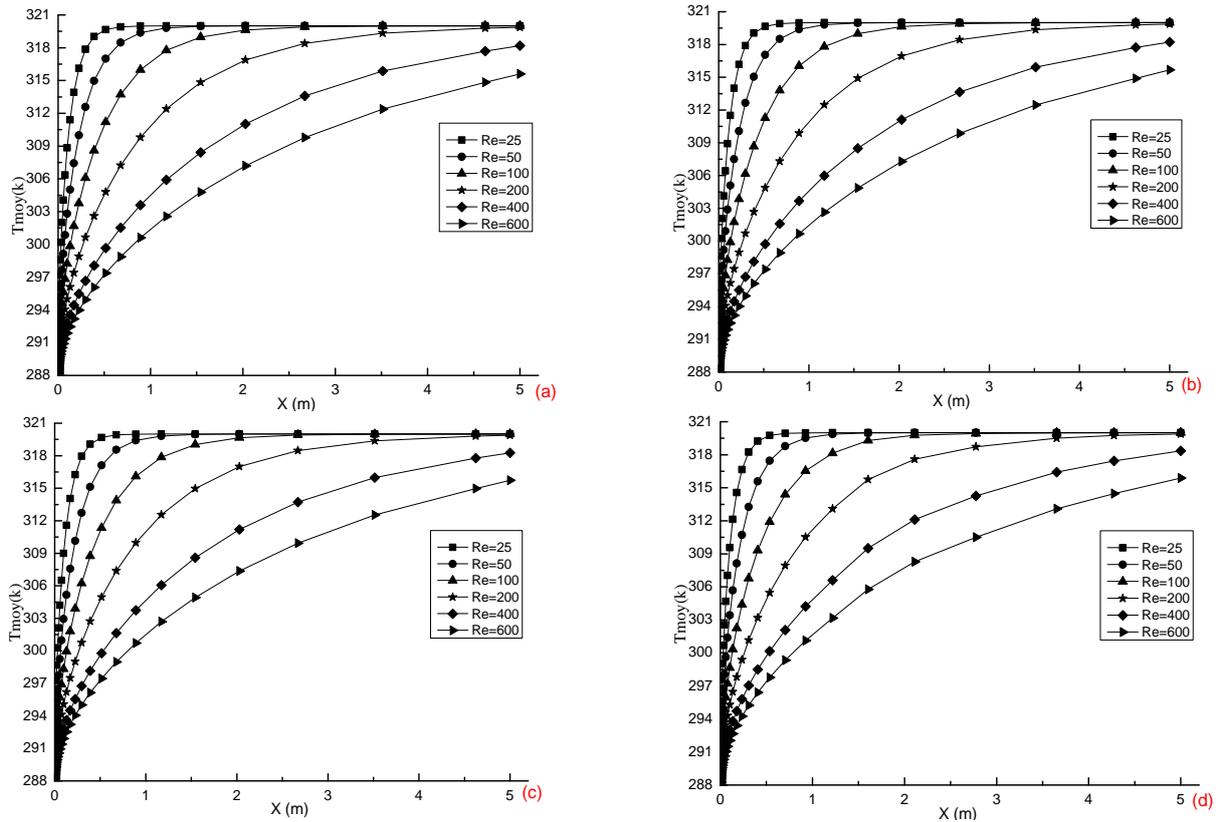


Figure IV-9: Evolution de la température moyenne du nanofluid TiO_2 en fonction de la longueur de la conduite pour différents nombres de Reynolds et concentrations :

(a) $\phi = 0.01$, (b) $\phi = 0.03$, (c) $\phi = 0.05$ et (d) $\phi = 0.1$

Nous avons aussi représenté sur les figures IV-10, IV-11, IV-12 et IV-13 la variation de la température moyenne le long de la conduite pour différentes concentrations et nombres de Reynolds. Nous observons que pour $Re \leq 200$ les courbes de la température moyenne sont quasiment toutes confondues et par conséquent, elles ont un même régime d'établissement. Par contre pour un $Re > 200$, il apparaît un petit écart où les courbes de température moyenne ne sont plus confondues ce qui signifie alors, que la longueur d'établissement n'est pas atteinte.

Le Tableau IV-3 représente la comparaison de différentes nanoparticules en termes de propriétés thermo-hydrauliques, nous pouvons dire que les meilleurs résultats ont été obtenus avec les nanoparticules d'oxyde d'aluminium (Al_2O_3).

Tableau IV-3 : Valeurs des taux moyens (en %) du nombre de Nusselt et du coefficient de perte de charge pour différents types d'oxydes métalliques par rapport à l'eau pure.

	Al_2O_3	CuO	SiO_2	TiO_2
--	-----------	-----	---------	---------

$\lambda (\phi = 0.1)$	1,75	10,96	2,43	1,75
$Nu (\phi = 0.1)$	34,41	34,72	13,68	27,91

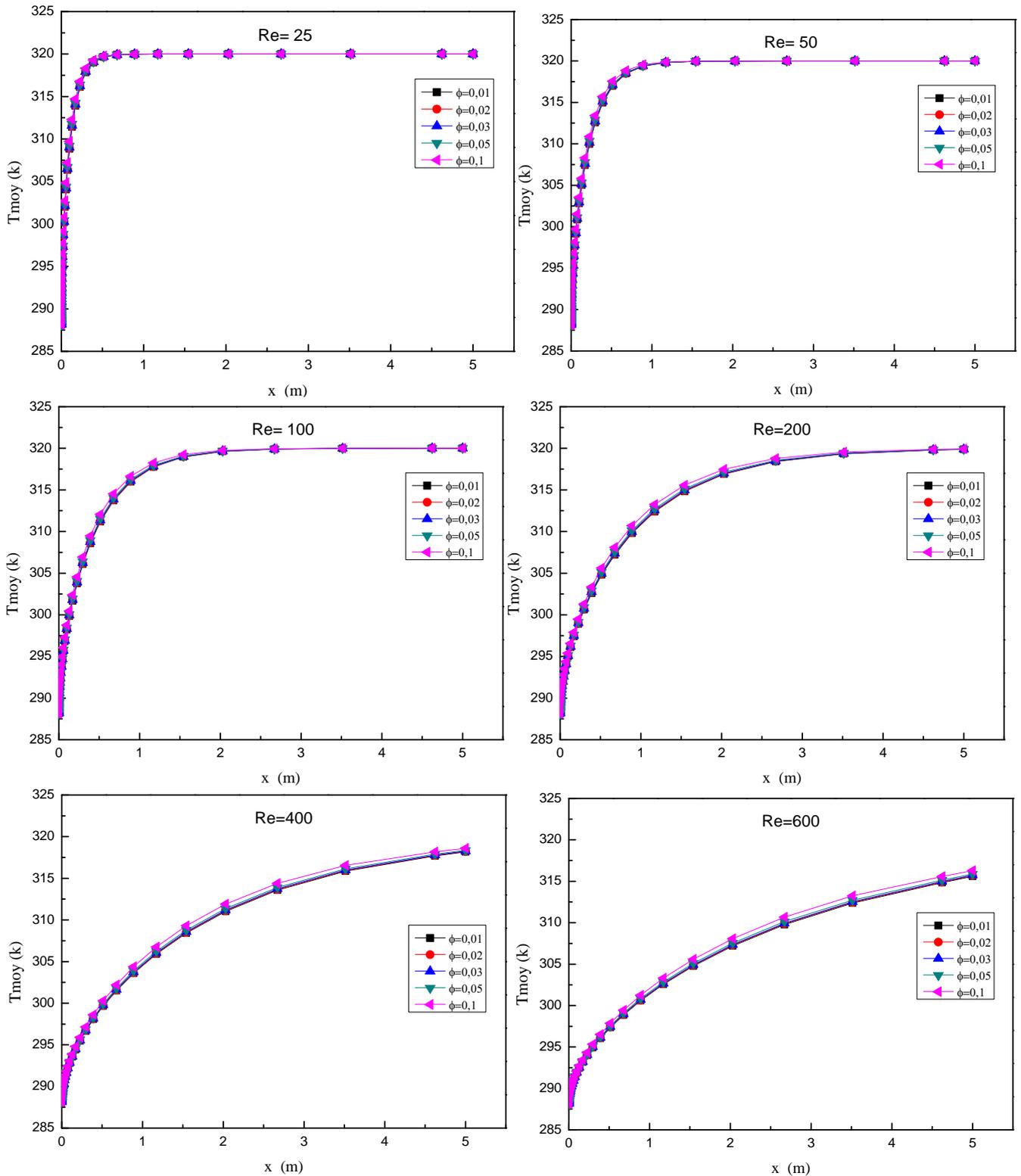


Figure IV-10 : Evolution de la température moyenne du nanofluide Al_2O_3 en fonction de la longueur de la conduite pour différentes concentrations et nombres de Reynolds.

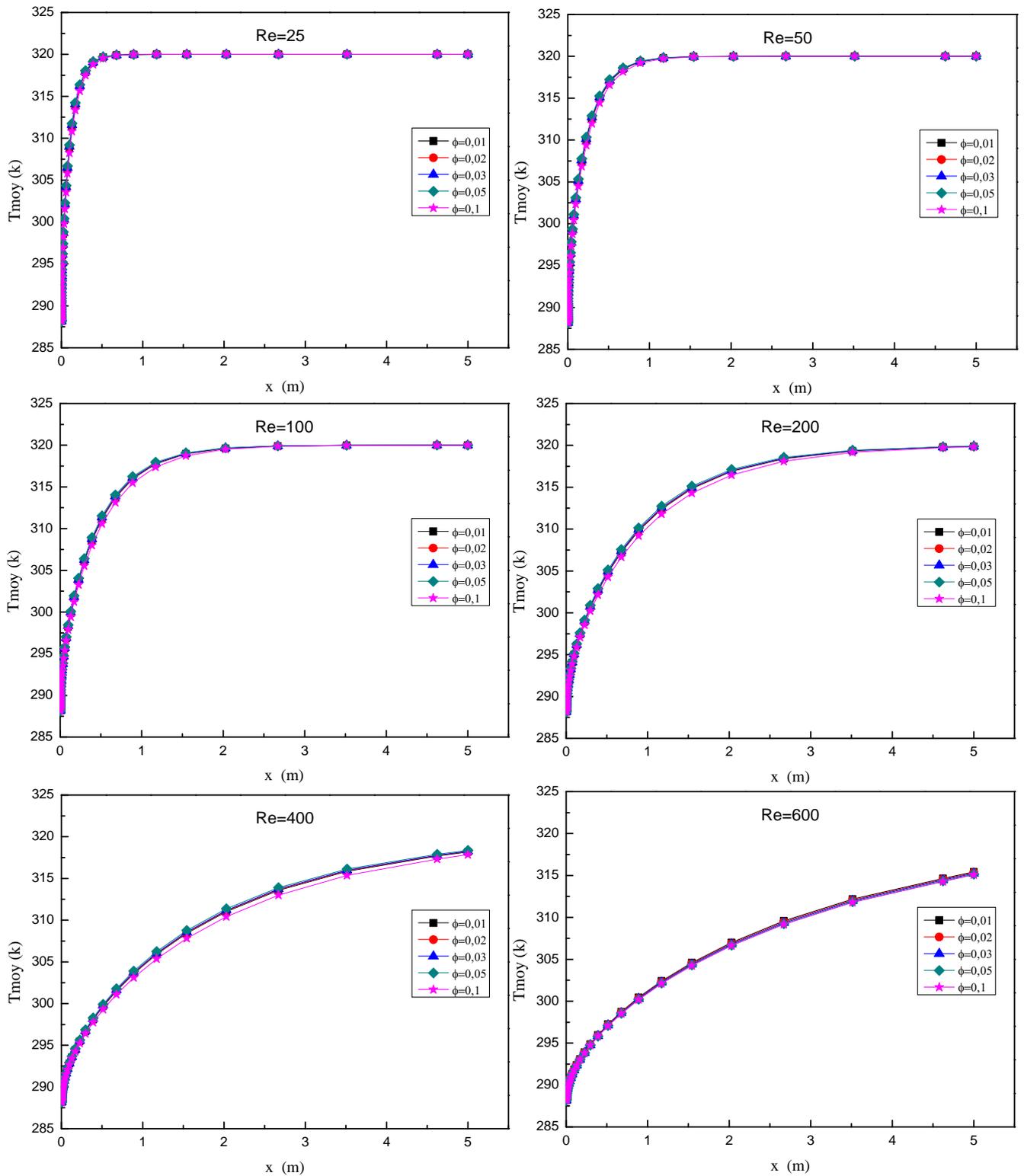


Figure IV-11 : Evolution de la température moyenne du nanofluide CuO en fonction de la longueur de la conduite pour différentes concentrations et nombres de Reynolds.

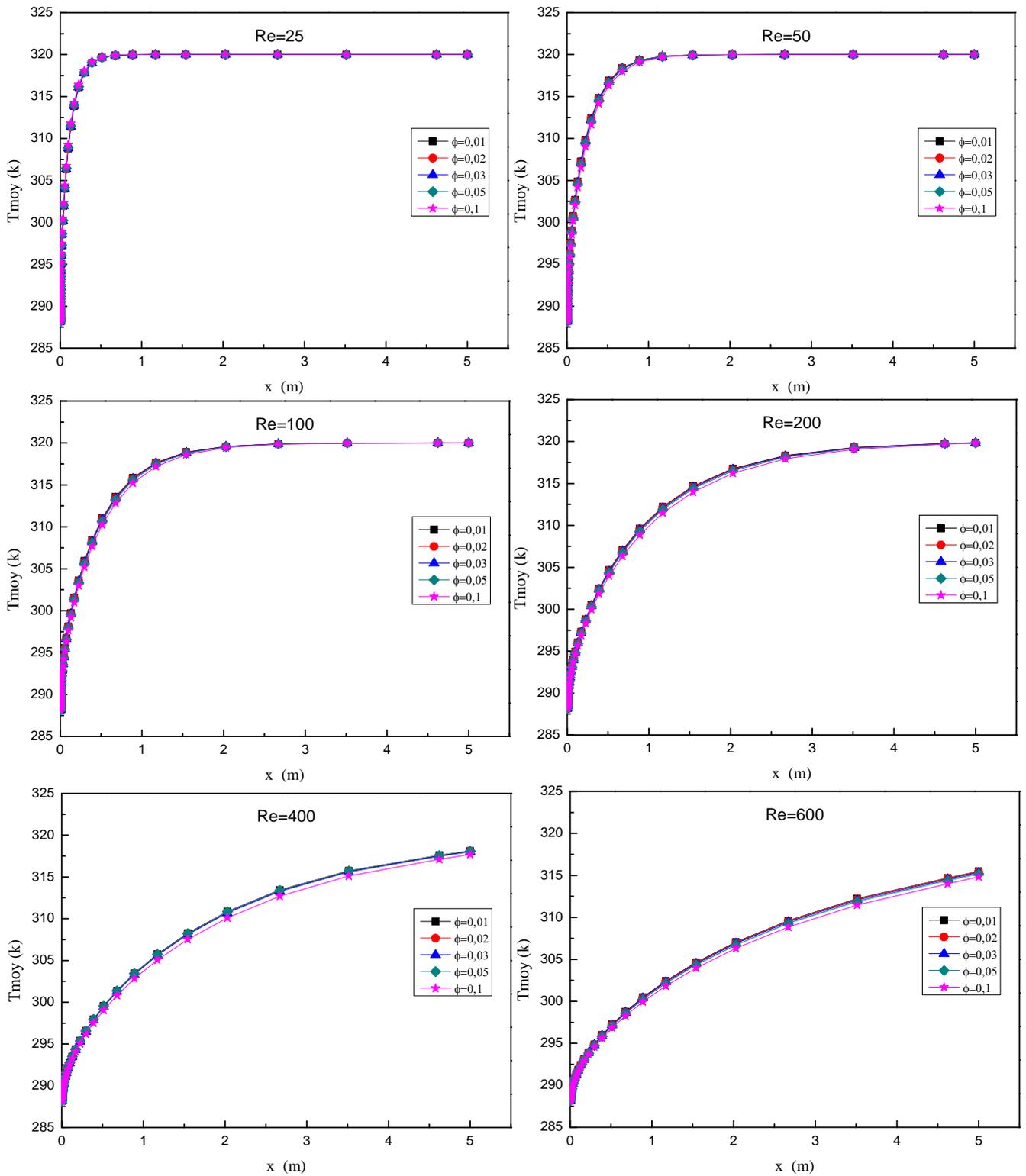


Figure IV-12 : Evolution de la température moyenne du nanofluide SiO_2 en fonction de la longueur de la conduite pour différentes concentrations et nombres de Reynolds.

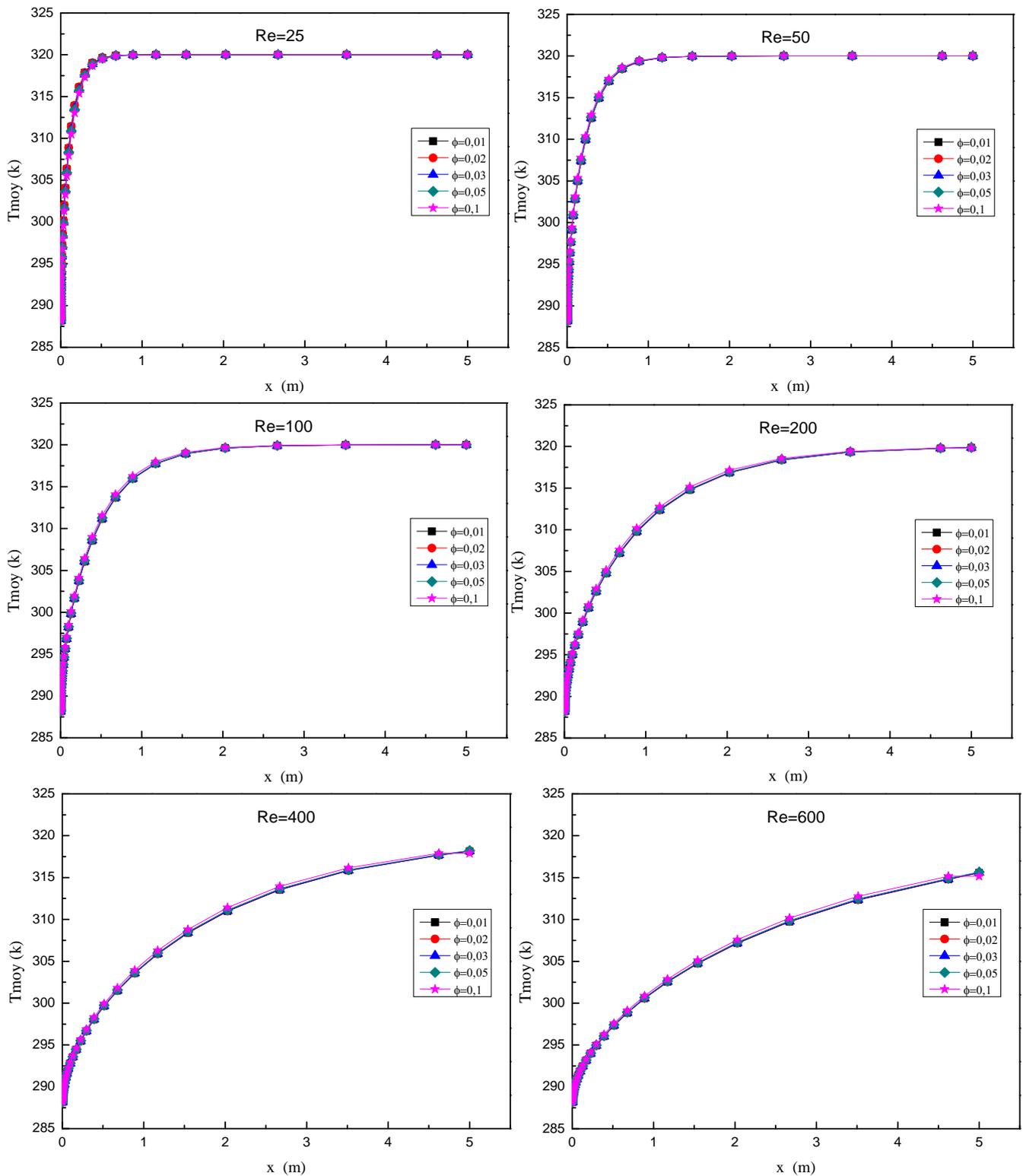


Figure IV-13 : Evolution de la température moyenne du nanofluide TiO_2 en fonction de la longueur de la conduite pour différentes concentrations et nombres de Reynolds.

IV.3. Conclusion

En examinant les propriétés thermo-hydrauliques des différents nanofluides obtenus dans cette étude, nous pouvons affirmer d'une part, que la présence des nanoparticules dans le fluide de base (eau pure) fait augmenter notablement le nombre de Nusselt qui s'accroît aussi avec l'augmentation de la fraction volumique. Cette augmentation du coefficient de chaleur (Nu) entraîne un bon transfert de chaleur entre les systèmes par rapport au fluide de base (eau pure). D'autre part, ce profit thermique (augmentation de Nu) est accompagné malheureusement d'une légère augmentation du coefficient de perte de charge (λ).

Concernant la comparaison de différentes nanoparticules en termes de propriétés thermo-hydrauliques, nous pouvons dire que les meilleurs résultats ont été obtenus avec les nanoparticules d'oxyde d'aluminium (Al_2O_3). En effet, dans le tableau précédent, l'oxyde alumine présente le meilleur taux d'amélioration du nombre de Nusselt avec un coefficient de perte de charge plus faible.

CHAPITRE V

Résultats et discussions

Pour une conduite partiellement chauffée

V. CONDUITE PARTIELLEMENT CHAUFFEE

V.1. Introduction

Ce chapitre traite le cas d'un écoulement du nanofluide CuO/eau à travers une conduite cylindrique de longueur 5 m présentant les conditions suivantes:

- 1- Pour $0 \leq x \leq 1\text{ m}$, la conduite maintenue à une température constante à la paroi égale à celle de l'entrée $T=298.15\text{ K}$.
- 2- $1 \leq x \leq 1,5\text{ m}$, on impose un flux de chaleur uniforme à la paroi $\dot{q} = 900\text{ W/m}^2$.
- 3- $1,5 \leq x \leq 5\text{ m}$ on suppose que la paroi est adiabatique $\frac{\partial Q}{\partial r} = 0$.

Le fluide de base est de l'eau déminéralisée contenant les nanoparticules d'oxyde CuO, leurs propriétés physiques sont résumées dans le tableau V-1:

Tableau V-1 : les propriétés thermophysiques pour les constituants du nanofluide

Constituants propriétés	Fluide de base (l'eau)	CuO
$\rho\text{ (kg/m}^3\text{)}$	1000	6350
$k\text{ (W/m.k)}$	0.6	69
$C_p\text{ (J/kg.k)}$	4183	535
$\mu\text{ (kg/m.s)}$	1.003×10^{-3}	-

V.2. Transfert de chaleur dans une conduite chauffée partiellement

Dans cette partie nous étudierons le phénomène du transfert de chaleur par convection forcée dans un tube horizontal, de petit diamètre ($2\text{ mm} > \varnothing$). La géométrie utilisée est représentée dans la figure V-1. Nous avons adopté un maillage raffiné ($n_x=401$, $n_r=61$) près de la paroi et au milieu du tube où le flux de chaleur est imposé (la partie chauffée du tube).

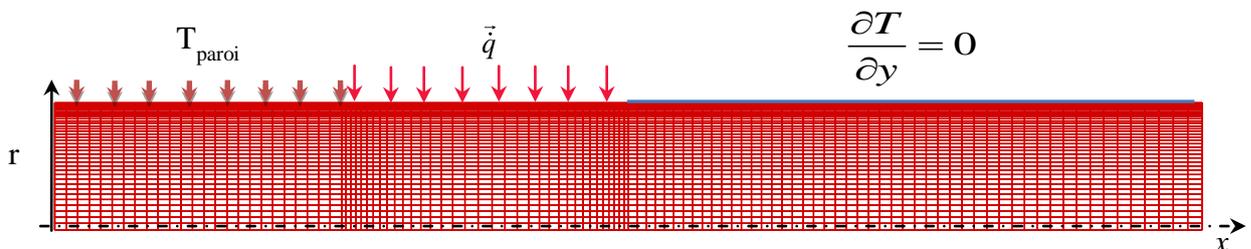


Figure V-1 : Schéma du maillage de la conduite.

Nous présenterons les résultats obtenus dans cette étude, en distinguant deux cas :

- Evolution de la température moyenne le long de la conduite, en variant le nombre de Reynolds entre 25 et 800 pour des concentrations en nanoparticules de CuO fixées préalablement.
- Evolution de la température moyenne le long de la conduite, en variant les différentes concentrations en nanoparticules pour des nombres de Reynolds imposés préalablement.

V.3. Résultats et discussions

V.3.1. Evolution de la température moyenne en variant la concentration

La figure V-2.a montre l'évolution de la température moyenne de l'eau déminéralisée le long de la conduite où le nombre de Reynolds varie de 25 jusqu'à 800. Alors que, les figures V-2.b, V-3.a, V-3.b montrent les résultats obtenus de l'eau déminéralisée chargée en nanoparticules de cuivre (CuO) pour des concentrations de 2%, 5% et 10%.

En comparant les courbes de la température moyenne des figures précédentes, on observe que les seuils de température moyenne sont plus élevés pour l'eau chargée en nanoparticules (nanofluide) pour toutes les fractions volumiques par rapport à celle de l'eau pure. A cet effet, nous pouvons dire que l'introduction des nanoparticules de CuO dans l'eau pure a tendance à augmenter le nombre de Nusselt c'est-à-dire à améliorer le transfert de chaleur. Cette augmentation de la température moyenne est proportionnelle à l'augmentation de la fraction volumique.

Par ailleurs nous remarquons aussi que les courbes de la température moyenne pour la zone $0 \leq x \leq 1m$ sont quasiment confondues en raison de l'égalité des températures à l'entrée et à la paroi. Par contre, dans la zone $1 \leq x \leq 1,5m$, on constate une augmentation brusque de la température moyenne due au fait que le régime d'établissement thermique n'est pas encore atteint. Enfin, la dernière zone ($x \geq 2m$) où la paroi est adiabatique, nous observons des paliers de température moyenne croissant proportionnellement à la fraction volumique et inversement proportionnel au nombre de Reynolds.

Notons, que la valeur maximale de la température moyenne est toujours atteinte d'une part, pour la fraction volumique la plus élevée ($\phi=0.1$) et d'autre part, pour le nombre de Reynolds le plus faible ($Re= 25$).

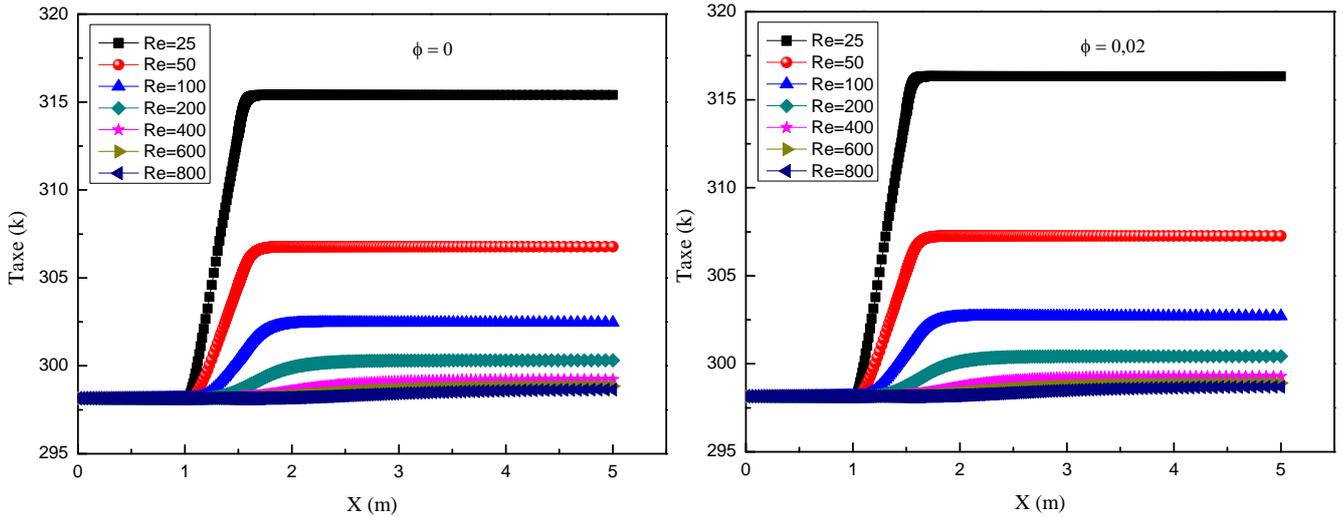


Figure V-2 : La température moyenne sur l'axe pour : (a) l'eau déminéralisée (b) CuO/eau à une concentration de 2%.

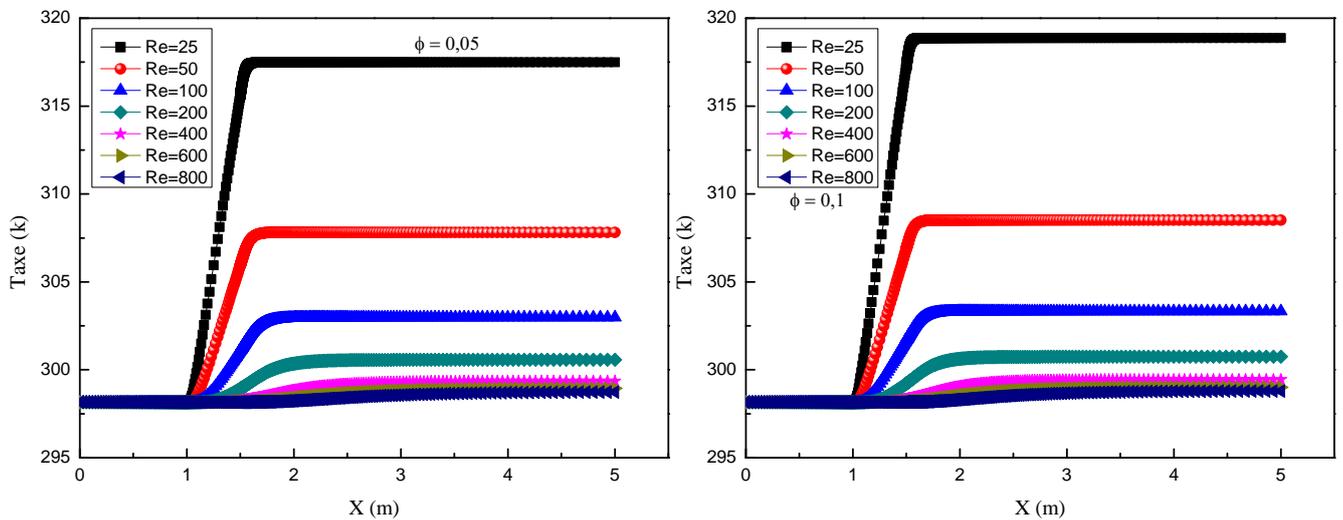


Figure V-3 : La température moyenne sur l'axe pour le nanofluid CuO/eau à une concentration de : (a) 5% et (b) 10%.

V.3.2. Evolution de la température moyenne en variant le nombre de Reynolds

Il est aussi intéressant de voir l'évolution de la température moyenne le long de la conduite pour différentes fractions volumique des nanoparticules en imposant des régimes d'écoulement (nombres de Reynolds constants). Les figures V-4 et V-5 confirment une fois de plus les observations faites précédemment à savoir que la température moyenne est bien proportionnelle à la concentration volumique des nanoparticules. Dans cette partie, nous nous intéressons surtout à étudier l'influence de la zone où le flux de chaleur est imposé à la paroi sur l'évolution de la température dans l'axe de la conduite.

L'examen des différentes courbes des figures, V-4 et V-5, permet aussi de dégager les points suivants :

- Plus le nombre de Reynolds est élevé, plus la température moyenne chute le long de la conduite.
- Plus le nombre de Reynolds est élevé, plus le régime thermique d'établissement est difficile à atteindre le long de la conduite, voire même disparaître pour les nombres de $Re = 600$ et $Re = 800$.

Finalement, l'influence de la zone où le flux est imposé devient prédominant le long de l'axe de la conduite, lorsque le nombre de Reynolds est faible. Il en résulte une température moyenne élevée et une longueur d'établissement du régime thermique plus court. En effet, ces longueurs d'établissement du régime thermique sont de l'ordre :

- de 1 à 1,7 m pour $25 \leq Re \leq 50$
- de 1 à 2,5 m pour $100 \leq Re \leq 200$
- de 1 à 4,5 m pour $Re = 400$
- supérieur à la longueur de la conduite (5 m) pour $Re > 600$

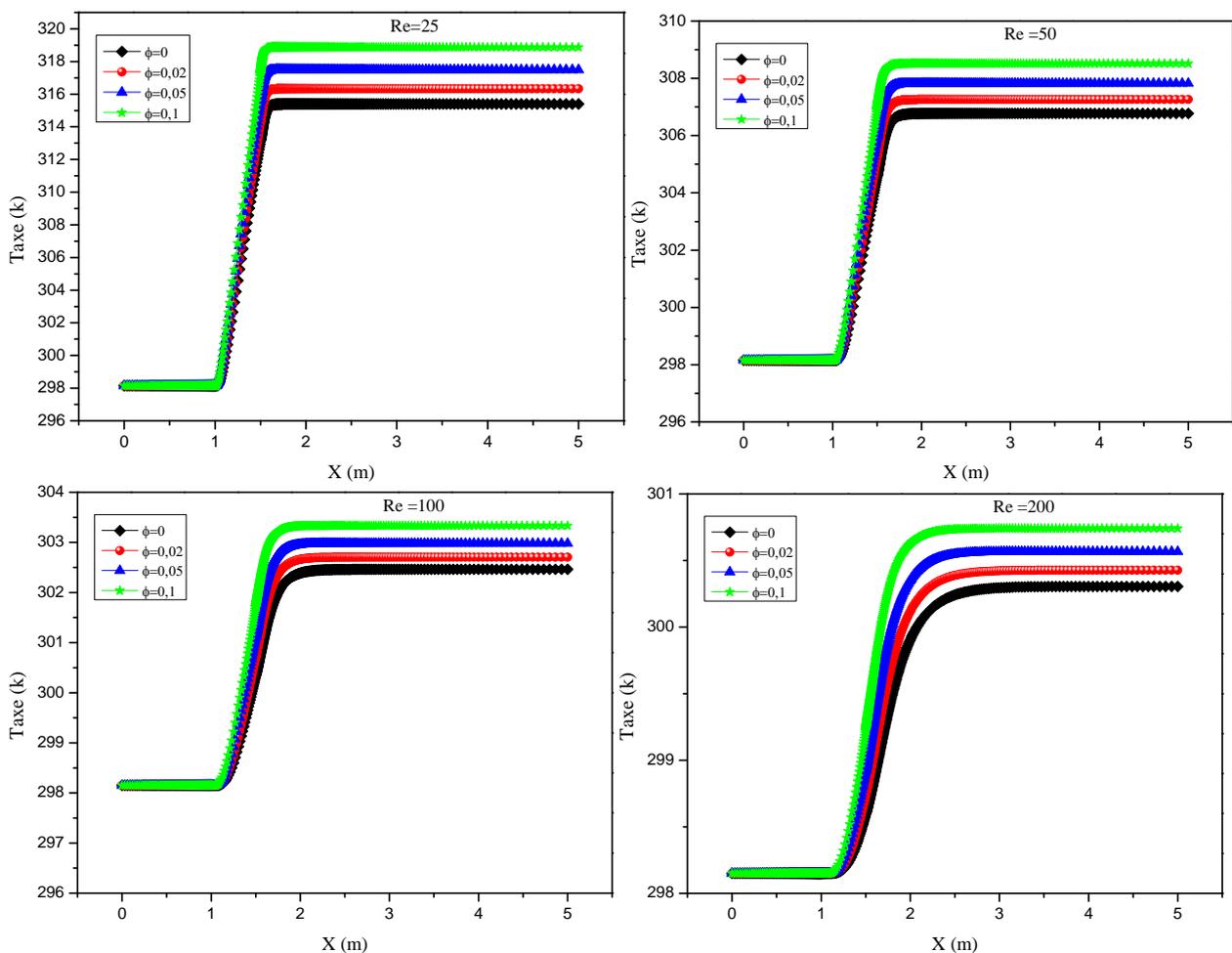


Figure V-4 : Evolution de la température moyenne du nanofluide CuO/eau le long de la conduite pour différentes fraction volumiques à des nombres de Reynolds fixés :
 (a) $Re = 25$, (b) $Re = 50$, (c) $Re = 100$, (d) $Re = 200$.

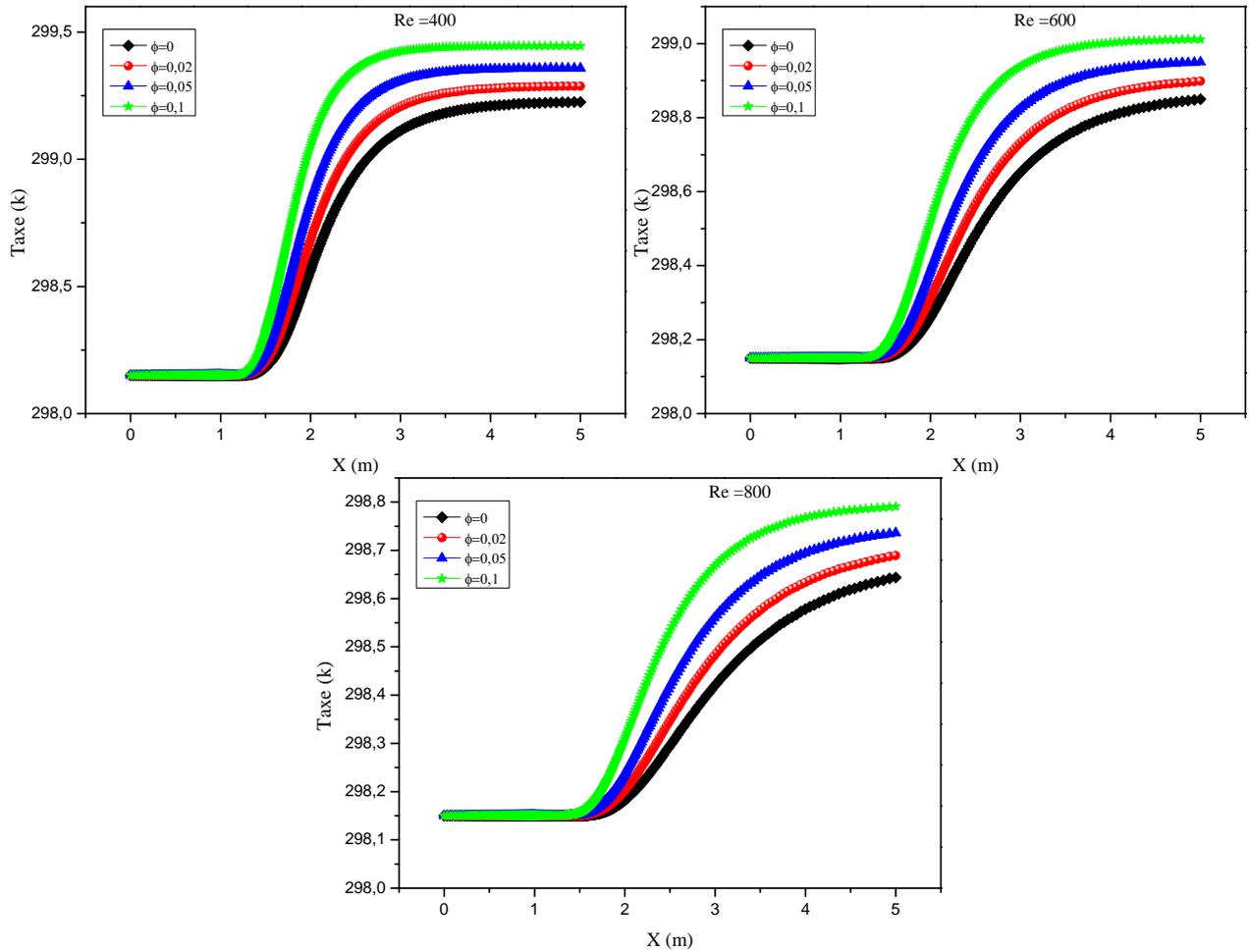


Figure V-5 : Evolution de la température moyenne du nanofluide CuO/eau le long de la conduite pour différentes fraction volumiques à des nombres de Reynolds fixés :
(e) $Re= 400$, (f) $Re= 600$ et (g) $Re=800$.

V.4. Corrélations de la capacité de transfert de chaleur

On prend les mêmes conditions aux limites que le cas d'une conduite maintenue à une température constante à la paroi pour déterminer le nombre de Nusselt, nous avons utilisé deux corrélations pour calculer la capacité calorifique (chaleur spécifique) du nanofluide. Il s'agit de la corrélation de [94] (Eq. V-3) et l'autre de [92] (Eq. V-4)

$$Cp_{nf} = (1-\phi)Cp_f + \phi Cp_s \quad (V-1)$$

$$Cp_{nf} = \frac{(1-\phi)\rho_f Cp_f + \phi\rho_s Cp_s}{\rho_{nf}} \quad (V-2)$$

Comme précédemment, nous avons aussi calculé le taux d'amélioration du nombre de Nusselt (Eq. V-3) en utilisant les deux corrélations afin de mettre en évidence l'efficacité de la nanoparticule CuO dans l'eau pure lors du transfert de chaleur.

$$Nu(\%) = \frac{Nu_{corrél} - Nu_{eau}}{Nu_{eau}} \times 100 \tag{V-3}$$

La figure V-6 reproduit l'évolution du nombre de Nusselt en variant le nombre de Reynolds entre 25 et 800 pour les différentes concentrations des nanoparticules CuO et en utilisant les deux corrélations précédentes pour le calcul de la chaleur spécifique. On observe que le nombre de Nusselt déterminé par la corrélation Xuan et Roetzel [94] donne de meilleurs résultats que la corrélation de Xing et col [92] pour les différentes concentrations en nanoparticules de CuO. En effet, les taux d'améliorations calculés par la corrélation Xuan et Roetzel [94] sont nettement supérieurs à ceux calculés par la corrélation de Xing et col [92] (Voir le tableau V-2).

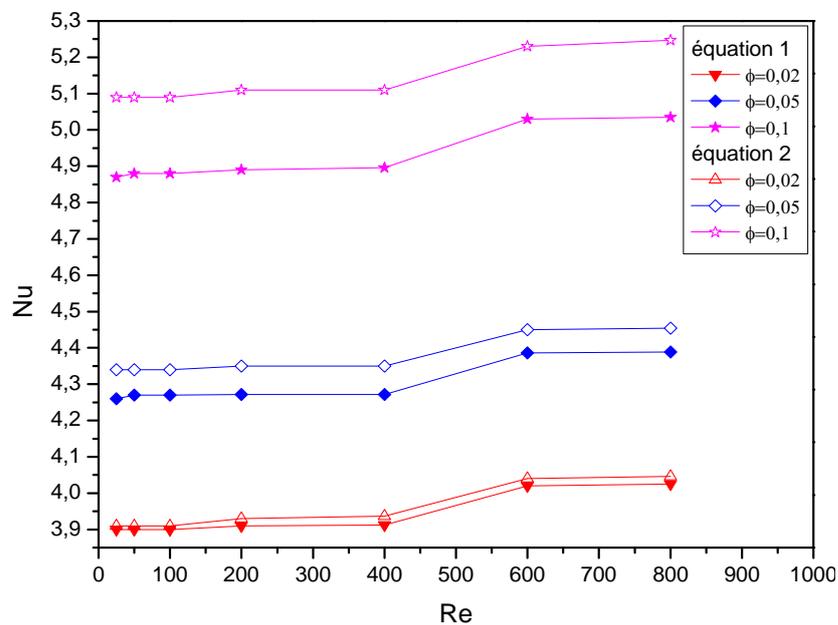


Figure V-6 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour des fractions volumiques du nanofluide CuO/eau.

Tableau V-2 : Taux d'amélioration du nombre de Nusselt Nu (%)

Re	1 ^{ère} Corrélation			2 ^{ème} Corrélation		
	$\phi = 0,02$	$\phi = 0,05$	$\phi = 0,1$	$\phi = 0,02$	$\phi = 0,05$	$\phi = 0,1$
25	6,6	16,5	33,1	6,9	18,6	39,1
50	6,6	16,7	33,3	6,8	18,6	39,1
100	6,4	16,5	33,2	6,7	18,4	38,9
200	6,3	16,1	32,9	6,8	18,2	38,9
400	6,0	15,8	32,7	6,7	17,9	38,5
600	8,9	18,9	36,3	9,5	20,6	41,7
800	8,8	18,6	36,1	9,4	20,4	41,8
Nu _{moy}	7,09	17,01	33,94	7,54	18,96	39,71

De ces résultats on constate que le nombre de Nusselt est très sensible à la valeur calculée de C_p , de cet effet, il est souhaitable que pour le calcul et le design des systèmes thermiques utilisant les nanofluides de donner une importance capitale à la méthode de détermination du C_p .

V.5. Conclusion

Dans cette partie, nous avons étudié l'écoulement laminaire d'un nanofluide d'oxyde de cuivre (CuO) en écoulement laminaire à l'intérieur d'une conduite cylindrique à un flux uniforme imposé partiellement sur la paroi. En examinant les résultats obtenus dans cette étude, nous pouvons affirmer d'une part, que la présence des nanoparticules dans le fluide de base (eau pure) fait augmenter notablement la température sur l'axe (augmentation du transfert thermique) qui s'accroît aussi avec l'augmentation de la fraction volumique.

La valeur maximale de la température moyenne est toujours atteinte d'une part, pour la fraction volumique la plus élevée ($\phi=0.1$) et d'autre part, pour le nombre de Reynolds le plus faible ($Re=25$).

Le nombre de Nusselt déterminé par la corrélation Xuan et Roetzel [94] donne de meilleurs résultats que l'autre corrélation de Xing et col [92] pour les différentes concentrations en nanoparticules de CuO, et qu'elle est très sensible à la valeur calculée de C_p . De cet effet, il est souhaitable pour le calcul et le design des systèmes thermiques faisant appel aux nanofluides de donner une importance capitale à la méthode de détermination du C_p .

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Ce travail a été consacré à la simulation numérique des transferts par convection forcée pour de différents nanofluides en écoulement laminaire et stationnaire à l'intérieur d'une conduite cylindrique pour les deux cas suivants :

- 1- La paroi est maintenue à une température constante.
- 2- La conduite se divise en trois zones. Près de l'entrée, la paroi est maintenue à une température constante, au milieu elle est à un flux imposé, et en aval de la conduite la paroi est adiabatique.

D'après la recherche bibliographique, l'utilisation du nanofluide en simulation du transfert de chaleur dans une conduite est peu fréquente. De même que des études sur l'écoulement laminaire des nanofluides sont rares. La revue bibliographique a permis de trouver des travaux similaires traitant les propriétés du nanofluide en convection forcée mais dans des cavités et des enceintes. Ces travaux étudient les nanofluides de façons numérique ou expérimentale. Ces études seront nos points de références pour la validation de nos résultats.

Avant d'exposer les différents cas de figures considérés dans ce travail, nous avons procédé dans une première partie, à une description détaillée de la méthode des volumes finis. Une technique numérique que nous avons adoptée pour l'élaboration d'un code de calcul, qui permet la discrétisation du modèle mathématique exprimé en variables primitives (u, v, p) et sa résolution en adoptant une formulation mixte (vitesses-pression). Ceci est l'objectif de l'algorithme SIMPLE. L'algorithme de Thomas : « TDMA » a été appliqué pour la résolution du système d'équations algébriques. Des comparaisons sont faites pour valider le code. Les résultats obtenus pour des différents nombres de Rayleigh sont en bon accord avec ceux de la littérature.

Dans la première partie, nous avons étudié l'écoulement laminaire des nanofluides des oxydes métalliques ($Al_2O_3, CuO, SiO_2, TiO_2$) en écoulement à l'intérieur d'une conduite cylindrique dont la paroi est maintenue à une température constante. Les résultats de la simulation numérique, nous ont permis de proférer plusieurs constatations sur les effets de la présence des nanoparticules dans le fluide de base. Nous résumons dans ce qui suit les principaux résultats obtenus :

- L'influence négligeable de la concentration volumique des nanoparticules sur le coefficient de perte de charge λ , sauf pour le nanofluide (CuO/eau) une légère

augmentation de la perte de charge linéaire dans la conduite qui s'accroît avec l'augmentation de la fraction volumique.

- Le nombre de Nusselt du nanofluide est plus grand que celui de l'eau pure, et il augmente significativement avec l'augmentation de la concentration volumique de nanoparticules. Où l'augmentation considérable du taux d'amélioration par rapport à l'eau pure pouvait atteindre une valeur moyenne de 34% pour Al_2O_3 et CuO .
- La longueur d'établissement de la température moyenne ne peut être atteinte que pour les régimes d'écoulement dont le nombre de Reynolds est inférieur à 200.
- La longueur d'établissement de la température moyenne est comprise entre 1,12 et 4,8m est identique pour les différents nanofluides.
- Le meilleur fluide de transfert est le nanofluide qui contient les nanoparticules de Al_2O_3 suivi par CuO et TiO_2 et enfin SiO_2 .

Dans une seconde partie, nous avons étudié l'écoulement laminaire d'un nanofluide d'oxyde de cuivre (CuO) en écoulement à l'intérieur d'une conduite cylindrique à un flux uniforme imposé partiellement sur la paroi, et on utilise deux corrélations pour calculer la chaleur spécifique. Les résultats de la simulation numérique, nous ont permis de constater plusieurs constatations sur l'effet de la présence de nanoparticules dans le fluide de base. Les principales constatations déduites de cette analyse sont énumérées ci-dessous :

- Les courbes de la température moyenne pour la zone $0 \leq x \leq 1\text{m}$ sont quasiment confondues en raison de l'égalité des températures à l'entrée et celle à la paroi. Par contre, dans la zone $1 \leq x \leq 1,5\text{m}$, on constate une augmentation brusque de la température moyenne dû au fait que le régime d'établissement thermique n'est pas encore atteint.
- La valeur maximale de la température moyenne est toujours atteinte d'une part, pour la fraction volumique la plus élevée ($\phi=0.1$) et d'autre part, pour le nombre de Reynolds le plus faible ($\text{Re}= 25$).
- Le nombre de Nusselt déterminé par la corrélation Xuan et Roetzel [94] donne de meilleurs résultats que l'autre corrélation de Xing et col [92] pour les différentes

concentrations en nanoparticules de CuO.

- Le nombre de Nusselt est très sensible à la valeur calculée de C_p . De cet effet, il est souhaitable pour le calcul et le design des systèmes thermiques faisant appel aux nanofluides de donner une importance capitale à la méthode de détermination du C_p .

Le modèle numérique développé dans le cadre de la présente étude ouvre la voie à d'autres études du phénomène de transfert de chaleur à l'aide des nanofluides dans lesquelles les effets suivants pourraient être considérés:

- ✓ Effet de la tension superficielle
- ✓ Effet de la forme et la dimension des nanoparticules
- ✓ Effet des forces électromagnétiques
- ✓ Effet de la nature du fluide de base
- ✓ Effet de la température du nanofluide

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Assael M.J, C.F Chen, I.N Metaxa,W.A Wakeham**, Thermal conductivity of suspensions of carbon nanotubes in water, in: 15th Symposium on Thermophysical Properties, National Institute of Standards(2003), University of Colorado, Boulder, USA.
- [2] **Benveniste Y**, Effective Thermal Conductivity of Composites with a Thermal Contact Resistance between the Constituents: Nondilute Case. *Journal of Applied Physics* 61(1987): 2840-2843.
- [3] **Benveniste Y and T Miloh**, On the Effective Thermal Conductivity of Coated Short-Fiber Composites. *Journal of Applied Physics* 69(1991): 1337-1344.
- [4] **Beyers J.H.M, T.M Harms & D.G Kröger**, A finite volume analysis of turbulent convective heat transfer for accelerating radial flows. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 40(2001):117-138.
- [5] **Bilboul R. R**, A Note on the Permittivity of a Double-Layer Ellipsoid. *British Journal of Applied Physics (Series 2)* 2(1969): 921-923.
- [6] **Böttcher C. J. F.** (1945).The Dielectric Constant of Crystalline Powders. *Recueil des Travaux Chimiques des Pays-Bas* 64: 47-51.
- [7] **Bruggeman D**, Berechnung verschiedener physikalischer Konstanlen von heterogenen Substanzen: I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen, *Annalen der Physik* 24(1935): 636-664.
- [8] **Burden R.L, J.D Faires, A.C Reynolds**, 1986.Numerical Analysis.PWS Publishers, Boston, Massachusetts.
- [9] **ChienH.T, C.I Tsai, P.H Chen, P.Y Chen**, Improvement on thermal performance of a disk-shaped miniature heat pipe with nanofluid, in: ICEPT (2003), Fifth International Conference on Electronic Packaging Technology, Proceedings (IEEE Cat. No.03EX750), IEEE, Shanghai,China, p. 389.
- [10] **Choi S.U.S**, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*, FED-vol 231/MD-vol 66(1995), pp: 99–105.
- [11] **Choi S.U.S, Z.G Zhang, W Yu, F.E Lockwood, E.A Grulke** (2001), Anomalous thermal conductivity enhancement in nano-tube suspensions, *Applied Physics Letters* 79 2252–2254.
- [12] **Das S.K, N Putta, P Thiesen, W Roetzel** (2003), Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids, *ASME Trans. J. Heat Transfer* 125 567–574.
- [13] **Das S. K, N Putra, and W Roetzel**, Pool Boiling Characteristics of Nano-Fluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46(2003.b): 851-862.
- [14] **Davis R. H**, The Effective Thermal Conductivity of a Composite Material with Spherical Inclusions. *International Journal of Thermophysics* 7(1986): 609-620.
- [15] **Ding Y, H Alias, D Wen, R.A Williams** (2005), Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes , *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 240–250.
- [16] **Ding Y, H Alias, D Wen, and R.A Williams** (2006).Heat Transfer of Aqueous Suspensions of Carbon Nanotubes (CNT nanofluids). *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49: 240-250.
- [17] **Dittus ,F.W. ,and Boelter ,L.M.K.** ,Heat Transfer in Automobile Radiators of the Tubular Type, *University of California Publications in Engineering*, vol.2,pp.443–461,1930.
- [18] **Fletcher, C.A.J.**, 1991.Computational techniques for fluid dynamics, vol. I. Springer, Berlin.

- [19] **Fricke H**, A Mathematical Treatment of the Electric Conductivity and Capacity of Disperse Systems: The Electric Conductivity of a Suspension of Homogeneous Spheroids. *Physical Review* 24(1924): 575-587.
- [20] **Fricke H**, The Maxwell-Wagner Dispersion in a Suspension of Ellipsoids. *Journal of Physical Chemistry* 57(1953): 934-937.
- [21] **Granqvist C.G and O. Hunderi**, Optical Properties of Ultrafine Gold Particles, *Physical Review B* 16(1977):3513-3534.
- [22] **Granqvist, C. G, and O.Hunderi**, Conductivity of Inhomogeneous Materials: Effective-Medium Theory with Dipole-Dipole Interaction. *Physical Review B* 18(1978):1554-1561.
- [23] **Gwon H. K, K Heo, K Lee, D.S Kima, C Kimb, Y Sohn, M Choi**, An experimental study on the pressure drop of nanofluids containing carbon nanotubes in a horizontal tube. I. *J of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4749–4753.
- [24] **Hadjisophocleous, G.V Sousa, A.C.M, Venart J.E.S**, Predicting the transient natural convection in enclosures of arbitrary geometry using a nonorthogonal numerical model *Numer, Heat Transfer A* 13(1998), 373–392.
- [25] **Hamilton R.L, and O.K Crasser**, Thermal Conductivity of Heterogeneous Two Component Systems. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals* 1(1962): 187-191.
- [26] **Hasselman D. P. H., and L. F. Johnson**, Effective Thermal Conductivity of Composites with Interfacial Thermal Barrier Resistance, *Journal of Composite Materials* 21(1987): 508-515.
- [27] **Henderson J. R, and F. van Swol**, On the Interface between a Fluid and a Planar Wall: Theory and Simulations of a Hard Sphere Fluid at a Hard Wall. *Molecular Physics* 51(1984): 991-1010.
- [28] **Heris S.Z, S.Gh Etemad and M.N Esfahany**, Experimental Investigation of Oxide Nanofluids Laminar Flow Convective Heat Transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33(2006): 529-535.
- [29] **Hwang Y.J, Y.C. Ahn, H.S. Shin, C.G. Lee, G.T. Kim, H.S. Park, J.K.Lee**, Investigation on characteristics of thermal conductivity enhancement of nanofluids, *Current Appl. Phys.* 6 (2006) 1068–1071.
- [30] **Jang S. P, and S. U. S. Choi**, Role of Brownian Motion in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids, *Applied Physics Letters* (2004) 84:4316-4318.
- [31] **Jeffrey D. J.** Conduction through a Random Suspension of Spheres. *The Proceedings of Royal Society of London* (1973), A 335: 355-367.
- [32] **Jian Qu, H.y Wu, P Cheng**, Thermal performance of an oscillating heat pipe with Al₂O₃-water nanofluids, *I Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (2010) 111-115.
- [33] **Jordan A, R Scholz, P Wust, H FaMng and R Felix**, Magnetic Fluid Hypothermia (MFH): Cancer Treatment with AC Magnetic Field Induced Excitation of Biocompatible Superparamagnetic Nanoparticles. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 201(1999): 413-419.
- [34] **Kerner E.H**, The Electrical Conductivity of Composite Media. *The Proceedings of the Physical Society B*69 (1956): 802-807.
- [35] **Khanafar K, K Vafai, M Lightstone**, Bouyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46

- (2003) 3639–3653.
- [36] **Koo J and C Kleinstreuer**, A New Thermal Conductivity Model for Nanofluids. *Journal of Nanoparticle Research* 6(2004): 577-588.
- [37] **Kuang C.L and Angela Violi**, Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 31 (2010) 236–245
- [38] **Kulkarni D.P, D.K Das and G.A Chukwu**, Temperature Dependent Rheological Property of Copper Oxide Nanoparticles Suspension (Nanofluid). *Journal of Nanoscience and Nanotechnology* 6(2006): 1150-1154.
- [39] **Lamb W, D.M Wood and N.W Ashcroft**, Optical Properties of Small Particle Composites: Theories and Applications. In *Electrical Transport and Optical Properties of Inhomogeneous Media*, edited by J. C. Garland and D. B. Tanner: (1978)240-255. New York: American Institute of Physics.
- [40] **Landauer R**, The Electrical Resistance of Binary Metallic Mixtures. *Journal of Applied Physics* 23(1952): 779-784.
- [41] **Lee S and S.U.S Choi**, Application of metallic nanoparticle suspensions in advanced cooling systems, in (1996): *International Mechanical Engineering Congress and Exhibition*, Atlanta, USA.
- [42] **Lee S, Choi S.U.S, S Li, J.A Eastman**, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *Journal of Heat Transfer* 121(1999) 280–289.
- [43] **Li C, M Akinc, J Wiench, M Pruski and C.H Schilling**, Relationship between Water Mobility and Viscosity of Nanometric Alumina Suspensions. *Journal of the American Ceramic Society* 88(2005): 2762-2768.
- [44] **Li C.H and G.P Peterson**, Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids), *Journal of Applied Physics* 99 (8) (2006) 084314.
- [45] **Li J.M, Z.L Li, B.X Wang**, Experimental viscosity measurements for copper oxide nanoparticle suspensions, *Tsinghua Sci. Tech.* 7 (2) (2002)198–201.
- [46] **Liu M, M. Lin, C. Y. Tsai, C. Wang** (2006). Enhancement of Thermal Conductivity with Cu for Nanofluids Using Chemical Reduction Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49: 3028-3033.
- [47] **Liu M.S, M.C.C Lin, I.T Huang, C.C Wang**, Enhancement of thermal conductivity with carbon nanotube for nanofluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32 (9) (2005) 1202–1210.
- [48] **Liu S and J.H Masliyah**, Rheology of Suspensions. In *Suspensions: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*, edited by L. L. Schramm, American Chemical Society *Advances in Chemistry Series* 251(1996):107-176.
- [49] **Lu S.Y and J.L Song**, Effective Conductivity of Composites with Spherical Inclusions: Effective of Coating and Detachment. *Journal of Applied Physics* 79(1996): 609-618.
- [50] **Ma H.B, C Wilson, B Borgmeyer, K Park, Q Yu, S.U.S Choi , M Tirumala**, Effect of nanofluid on the heat transport capability in an oscillating heat pipe, *Applied Physics Letters* 88 (14) (2006) 143116.

- [51] **Maïga S.E.B, C.T Nguyen, N. Galanis, and G. Roy**, Heat Transfer Behaviours of Nanofluids in a Uniformly Heated Tube, *Superlattices and Microstructures* 35(2004): 543-557.
- [52] **Maïga S.E.B, C.T. Nguyen, N. Galanis, G. Roy** (2004), Hydrodynamic and thermal behaviours of a nanofluid in a uniformly heated tube, in: *Computational Studies*, vol. 5, WIT Press, Southampton, SO40 7AA, United Kingdom, Lisbon, Portugal, pp. 453–462.
- [53] **Maïga S.E.B, S.J Palm, C.T Nguyen**. Heat Transfer Enhancement by Using Nanofluids in Forced Convection Flows, I. *Journal of Heat and Fluid Flow* (2005).
- [54] **Masuda H, A Ebata, K Teramae and N Hishinuma**, Alternation of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (dispersion of $\text{-Al}_2\text{O}_3$, SiO_2 and TiO_2 ultra-fine particles), *Netsu Bussei (Japan)* 4(1993) 227-233.
- [55] **Maxwell, J. C** (1873). *Treatise on Electricity and Magnetism*. Oxford: Clarendon Press.
- [56] **Murshed S.M.S, K.C Leong, C Yang**, enhanced thermal conductivity of TiO_2 –water based nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences* 44 (4) (2005)367–373.
- [57] **Murshed S.M.S, K.C Leong, C Yang**, Investigations of thermal conductivity and viscosity of nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 560–568.
- [58] **Nan C.W, Z Shi and Y Lin**, A Simple Model for Thermal Conductivity of Carbon Nanotube-Based Composites. *Chemical Physics Letters* 375(2003): 666-669.
- [59] **Nan C.W, G Liu, Y Lin and M Li**, Interface Effect on Thermal Conductivity of Carbon Nanotube Composites. *Applied Physics Letters* 85(2004): 3549-3551.
- [60] **Pak B.C and Y.I Cho**, Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles, *Experimental Heat Transfer* 11(1998): 151-170.
- [61] **Patankar S.V**, *Numerical heat transfer and fluid flow*. Ed. Hemisphere Publishing Corporation, 1980 New York.
- [62] **Patankar S.V**, *Computational of Conduction and Duct Flow Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation 1988 New York.
- [63] **Pauly, von H and H.P Schwan**, Uber die Impedanz einer Suspension von kugelformigen Teilchen mit einer Schale. *Zeitschrift fur Naturforschung* 146(1959): 125-131.
- [64] **Polder D and J.H van Santen**, The Effective Permeability of Mixtures of Solids. *Physical* (1946): 257-271
- [65] **Prasher R, P Bhattacharya and P.E Phelan**, Thermal Conductivity of Nanoscale Colloidal Solutions (Nanofluids), *Physical Review Letters* 94(2005): 025901.
- [66] **Prasher R, P Bhattacharya and P.E Phelan**, Brownian-Motion-Based Convective-Conductive Model for the Thermal Conductivity of Nanofluids. *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer* 128(2006.a): 588-595.
- [67] **Putra N, W Roetzel and S.K Das**, Natural Convection of Nano-Fluids. *Heat and Mass Transfer* 39(2003):775-784.
- [68] **Rayleigh, L.** (1892). On the Influence of Obstacles Arranged in Rectangular Order upon the Properties of a Medium. *Philosophical Magazine* 34: 481-502.
- [69] **Roy G, C.T Nguyen, P.R Lajoie**, Numerical investigation of laminar flow and heat transfer in a radial flow cooling system with the use of nanofluids, *Superlattices and Microstructures* 35(2004)

- 497–511.
- [70] **Roy G,S.J Palm, C.T Nguyen** Heat Transfer and Fluid Flow of Nanofluids in Laminar Radial Flow Cooling Systems. *J. of Thermal Science* Vol.14 (2005), No.4
- [71] **Schwan H.P, G Schwarz, J Maczuk and H Pauly**, On the Low-Frequency Dielectric Dispersion of Colloidal Particles in Electrolyte Solution, *Journal of Physical Chemistry* 66(1962): 2626-2635.
- [72] **Tahery A.A, S.M Pesteei, A Zehforoosh**, Numerical Study of Heat Transfer Performance of Homogenous Nanofluids under Natural Convection, *International Journal of Chemical Engineering and Applications*, (2010)Vol. 1, No.1, ISSN: 2010-0221.
- [73] **Taylor L. S**, Dielectrics Properties of Mixtures, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* AP-13(1965): 943-947.
- [74] **Taylor L. S**, Dielectrics Loaded with Anisotropic Materials. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* AP-14(1966):669-670.
- [75] **Tiwari R.K, M.K Das**, Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* 50(2007), 2002–2018.
- [76] **Tsai C.Y, H.T Chien, P.P Ding, B Chan, T.Y Luh, P.H Chen**, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters* 58(2004) 1461–1465.
- [77] **Tseng W.J and K.C Lin**, Rheology and Colloidal Structure of Aqueous TiO₂ Nanoparticle Suspensions, *Materials Science and Engineering A* (2003) 355: 186-192.
- [78] **Tzeng S.C, C.W Lin and K.D Huang**, Heat Transfer Enhancement of Nanofluids in Rotary Blade Coupling of Four-Wheel-Drive Vehicles. *Ac ta Mechanica* 179(2005): 11-23.
- [79] **Vajjha R.S, D.K Das**, Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations. *I. J.of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 4675–4682.
- [80] **Van de Hulst H.C**, *Light Scattering by Small Particles*. (1957).New York: John Wiley & Sons.
- [81] **Vassallo P, R Kumar and S D'Amico**, Pool Boiling Heat Transfer Experiments in Silica-Water Nano-Fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47(2004): 407-411.
- [82] **Versteeg H.K & W Malalasekera**, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics -The Finite Volume Method* - .Prentice Hall England1995.
- [83] **Wang X.Q, X Xu, S.U.S Choi**, (1999), Thermal conductivity of nanoparticle–fluid mixture, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 13 (4) 474 – 480.
- [84] **Wang X.Q, A.S Mujumdar, C Yap**, Free convection heat transfer in horizontal and vertical rectangular cavities filled with nanofluids, in: *International Heat Transfer Conference IHTC-13*(2006), Sydney, Australia.
- [85] **Wang X.Q and A.S Mujumdar**, a review on nanofluids - part ii: experiments and applications. *Brazilian Journal of Chemical Engineering* Vol. 25(2008), No. 04, pp. 631 - 648.
- [86] **Wen D, Y. Ding**, Effective thermal conductivity of aqueous suspensions of carbon nanotubes (carbon nanotube nanofluids), *Journal of Thermo-physics and Heat Transfer* 18 (4) (2004) 481–485.
- [87] **Wen D, Y. Ding**, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the

- entrance region under laminar flow conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (24) (2004) 5181.
- [88] **Wen D, Y. Ding**, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 26 (6) (2005) 855–864.
- [89] **Wiener O**, Die Theorie des MischkGrpers fur das Feld der stationaren Stromung. 1. Abhandlung: Die Mittelwertsatze fur Kraft, Polarisaton und Energie. Der Abhandlungen der Mathematisch-Physischen Klasse der Koniglich Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften 32(1912): 507-604.
- [90] **Xie H, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, F. Ai, Q. Wu** (2002), Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles, *Journal of Applied Physics* 91 4568–4572.
- [91] **Xie H, H. Lee, W. Youn, M. Choi** (2003), Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities, *Journal of Applied Physics* 94 (8) 4967–4971.
- [92] **Xing Z, H Gu, M Fujii**. Effective thermal conductivity and thermal diffusivity of nanofluids containing spherical and cylindrical nanoparticles, *Experimental Thermal and Fluid Science* 31 (2007) 593–599
- [93] **Xuan Y, Q Li**, Heat transfer enhancement of nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Transfer* 21(2000) 58–64.
- [94] **Xuan Y, W. Roetzel**, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* (2000) 433701–3707.
- [95] **Xuan Y, Q Li and W. Hu**, Aggregation Structure and Thermal Conductivity of Nanofluids. *AIChE Journal* 49 (4) (2003): 1038-1043.
- [96] **Xuan Y, Q Li**, Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids, *Journal of Heat Transfer* (2003)125 151–155.
- [97] **Xue Q.** (2000).Effective-Medium Theory for Two-Phase Random Composite with an Interfacial Shell. *Journal of Material Science and Technology* 16: 367-369.
- [98] **You S.M, J.H Kim and K.H Kim**, Effect of Nanoparticles on Critical Heat Flux of Water in Pool Boiling Heat Transfer. *Applied Physics Letters* 83(2003): pp. 3374-3376.
- [99] **Yu C.J, A.G Richter, A Datta, M.K DuTbin and P Dutta**, Molecular Layering in a Liquid on a Solid Substrate: an X-Ray Reflectivity Study. *Physica B* 283(2000): 27-31.
- [100] **Yu W and S.U.S Choi**, The Role of Interfacial Layers in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids: A Renovated Maxwell Model. *Journal of Nanoparticle Research* 5(2003): 167-171.
- [101] **Yu W, and S. U. S Choi**, The Role of Interfacial Layers in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids: A Renovated Hamilton-Crosser Model. *Journal of Nanoparticle Research* 6(2004): 355-361.
- [102] **Yurong He, Y Men, Y Zhao, H Lu, Y Ding**, Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO₂ nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions, *Applied Thermal Engineering* 29 (2009)1965-1972.
- [103] **Zhang Z and Q Que**, Synthesis, Structure and Lubricating Properties of Dialkydithiophosphate-Modified Mo-S Compound Nanoclusters, *Wear* 209(1997): 8-12.

ANNEXE

ANNEXE A

Les effets influent sur la conductivité thermique.

Les tableaux suivants présentent un résumé des résultats obtenu par des différents groupes de recherche où ils ont analysé la variation des principales variables pour les différents essais effectués pour déterminer le taux de l'amélioration de la conductivité thermique. Ces analyses ont été obtenues pour des oxydes métalliques, des métaux et carbone silicone.

1. Les oxydes métalliques**Tableau 1** : Effet de la taille des particules sur la conductivité thermique

Auteur (Année)	Nanofluide	La concentration	La taille	L'amélioration
Lee et col (1999)	Al ₂ O ₃ / Eau	1,00-4.30	38.4	1.03-1.10
	CuO/ Eau	1.00-3.41	23.6	1.03-1.12
	Al ₂ O ₃ / EG	1.00-5.00	38.4	1.03-1.18
	CuO/ EG	1.00-4.00	23.6	1.05-1.23
Wang et col (1999)	Al ₂ O ₃ / Eau	3.00-5.50	28	1.11-1.16
	CuO/ Eau	4.50-9.70	23	1.17-1.34
	Al ₂ O ₃ / EG	5.00-8.00	28	1.25-1.41
	CuO/ EG	6.2-14.80	23	1.24-1.54
	Al ₂ O ₃ / H M	2.25-7.40	28	1.05-1.30
Xie et col (2002b)	Al ₂ O ₃ / Eau	1.80-5.00	60.4	1.07-1.21
	Al ₂ O ₃ /EG	1,80-5.00	15	1.06-1.17
	Al ₂ O ₃ /EG	1,80-5.00	26	1.06-1.18
	Al ₂ O ₃ /EG	1,80-5.00	60.4	1.08-1.30
	Al ₂ O ₃ /EG	1,80-5.00	302	1.39-1.25
Xie et col (2002c)	Al ₂ O ₃ / Eau	5.00	60.4	1.23
	Al ₂ O ₃ /EG	5.00	60,4	1.29
Wen et Ding (2004)	Al ₂ O ₃ / Eau	0.19–1.59	42	1.01–1.10
Murshed et col (2005)	TiO ₂ / Eau	0.50–5.00	15	1.05–1.30
	TiO ₂ / Eau	0.50–5.00	10 × 40	1.08–1.33
Wen et Ding (2005)	Al ₂ O ₃ / Eau	0.31–0.72		1.02–1.06
Hwang et col (2006)	CuO/ Eau	1.00		1.05
	SiO ₂ / Eau	1.00		1.03
	CuO/ EG	1.00		1.09
Kang et col (2006)	SiO ₂ / Eau	1.00–4.00	15–20	1.02–1.05
Lee et col (2006)	CuO/ Eau (pH = 3)	0.03–0.30	25	1.04–1.12
	CuO/ Eau (pH = 6)	0.03–0.30	25	1.02–1.07
Wen et Ding (2006)	TiO ₂ / Eau (pH = 3)	0.29–0.68	34	1.02–1.06

Tableau 2 : Effet de la température et de la taille des particules sur la conductivité thermique

Auteur (Année)	Nanofluide	La concentration	La taille	L'amélioration
Masuda et col (1993)	Al ₂ O ₃ / Eau (31.85°C)	1,30-4.30	13	1.109-1.324
	Al ₂ O ₃ / Eau (46.85°C)	1.30-4.30	13	1.100-1.296
	Al ₂ O ₃ / Eau (66.85°C)	1.30-4.30	13	1.092-1.262
	SiO ₂ / Eau (31.85°C)	1.10-2.30	12	1.010-1.011
	SiO ₂ / Eau (46.85°C)	1.10-2.30	12	1.009-1.010
	SiO ₂ / Eau (66.85°C)	1.10-2.40	12	1.005-1.007
	TiO ₂ / Eau (31.85°C)	3.25-4.30	27	1.080-1.105
	TiO ₂ / Eau (46.85°C)	3.25-4.30	27	1.084-1.080
	TiO ₂ / Eau (86.85°C)	3.10-4.30	27	1.075-1.099
Das et col (2003)	Al ₂ O ₃ / Eau (21°C)	1.00–4.00	38.4	1.02–1.09
	Al ₂ O ₃ / Eau (36°C)	1.00–4.00	38.4	1.07–1.16
	Al ₂ O ₃ / Eau (51°C)	1.00–4.00	38.4	1.10–1.24
	CuO/ Eau (21°C)	1.00–4.00	28.6	1.07–1.14
	CuO/ Eau (36°C)	1.00–4.00	28.6	1.22–1.26
	CuO/ Eau (51°C)	1.00–4.00	28.6	1.29–1.36
Li et Peterson (2006)	Al ₂ O ₃ / Eau (27.5°C)	2.00–10.00	36	1.08–1.11
	Al ₂ O ₃ / Eau (32.5°C)	2.00–10.00	36	1.15–1.22
	Al ₂ O ₃ / Eau (34.7°C)	2.00–10.00	36	1.18–1.29
	CuO/ Eau (28.9°C)	2.00–6.00	29	1.35–1.36
	CuO/ Eau (31.3°C)	2.00–6.00	29	1.35–1.50
	CuO/ Eau (33.4°C)	2.00–6.00	29	1.38–1.51

2. Les métaux et carbone silicone

Tableau 3 : Effet de la température et de la taille des particules sur la conductivité thermique.

Auteur (Année)	Nanofluide	La concentration	La taille	L'amélioration
Patel et Col (2003)	Ag/ Eau (30°C)	0.001	60–70	1.030
	Ag/ Eau (60°C)	0.001	60–70	1.04
	Au/ Eau (30°C)	0.00013	10–20	1.03
	Au/ Eau (60°C)	0.00013	10–20	1.05
	Au/ Eau (30°C)	0.00026	10–20	1.05
	Au/ Eau (60°C)	0.00026	10–20	1.08
Wen and Ding (2004)	MWCNT/eau (20°C)	0.04–0.84	20–60 (D)	1.04–1.24
	MWCNT/eau (45°C)	0.04–0.84	20–60 (D)	1.05–1.31
Ding et Col (2006)	MWCNT/eau (20°C)	0.05–0.49		1.00–1.10
	MWCNT/eau (25°C)	0.05–0.49		1.07–1.27
	MWCNT/eau (30°C)	0.05–0.49		1.18–1.79

Tableau 4 : Effet de la taille des particules sur la conductivité thermique.

Auteur (Année)	Nanofluide	La concentration	Taille de la particule	L'amélioration
Xuan et Li (2000)	Cu / Eau	2.50-7.50	100	1.22 -1.75
Eastman et Col (2001)	Cu/EG	0.10-0.56	<10	1.016-1.100
	Cu /EG	0.11-0.56	<10	1.031-1.140
	Cu /EG	0.01-0.28	<10	1.002-1.140
Xie, et Col (2002a)	SiC/ Eau	0.78-4.18	26	1.03 -1.17
	SiC/ Eau	1.00-4.00	600	1.06 -1.24
	SiC/EG	0.89-3.50	26	1.04 -1.13
	SiC/EG	1.00-4.00	600	1.06 -1.23
Xie et Col (2003)	MWCNT/ eau	0.40–1.00	15 nm×30µm	1.03–1.07
	MWCNT/ EG	0.23–1.00	15 nm×30µm	1.02–1.13
Assael et Col(2004)	MWCNT/eau	0.60	100 nm×50µm	1.07–1.38
Assael et Col (2005)	DWCNT/eau	0.75	5 (D)	1.03
	DWCNT/eau	1.00	5 (D)	1.08
	MWCNT/eau	0.60	130 nm×10µm	1.34
	MWCNT/eau	0.60	130 nm×10µm	1.28
Hong et Col (2005)	Fe/EG	0.20–0.55	10	1.13–1.18
Liu et Col (2005)	MWCNT/EG	0.20–1.00	20–50 (D)	1.02–1.12
	MWCNT/H M	1.00–2.00	20–50 (D)	1.09–1.30
Hong et Col (2006)	Fe/ EG	0.10–0.55	10	1.05–1.18
Hwang et Col (2006)	MWCNT/ Eau	1.00		1.07
	MWCNT/ H Min	0.50		1.09
Kang et Col (2006)	Ag/ Eau	0.10–0.39	8–15	1.03–1.11
	Diamant/EG	0.13–1.33	30–50	1.03–1.75
Liu et Col (2006)	Cu/ Eau	0.05		1.04
	Cu/ Eau	0.10	50–100	1.24
	Cu/ Eau	0.10	75–100	1.24
	Cu/ Eau	0.05	100–200	1.12
	Cu/ Eau	0.10	100–300	1.11
	Cu/ Eau	0.05	130–200	1.09
	Cu/ Eau	0.20	130–300	1.10
	Cu/ Eau	0.20	250	1.04
	Cu/ Eau	0.20	200 × 500	1.13

EG : éthylène glycol, H M : l'huile de moteur, H Min : l'huile minérale.

ANNEXE B

Les modèles Mathématiques des Nanofluides

Tableau 1 : Les modèles de la conductivité thermique du nanofluide.

Le chercheur	Le modèle proposé pour la conductivité
Maxwell	$k_{eff} / k_f = \frac{k_p + 2k_f + 2\phi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \phi(k_p - k_f)}$
Hamilton et Crosser (HC)	$k_{eff} / k_f = \frac{k_p + (n-1)k_f - (n-1)\phi(k_f - k_p)}{k_p + (n-1)k_f + \phi(k_f - k_p)}$
Bruggeman (Hui)	$k_{eff} / k_f = \frac{1}{4} \left[(3\phi - 1)k_p + (2 - 3\phi)k_f \right] + \frac{k_f}{4} \sqrt{\Delta}$ $\Delta = \left[(3\phi - 1)^2 \left(\frac{k_p}{k_f} \right)^2 + (2 - 3\phi)^2 + 2(2 + 9\phi - 9\phi^2) \left(\frac{k_p}{k_f} \right) \right]$
Wasp (Xuan et Li)	$k_{eff} / k_f = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p)}$
Wang et col	$k_{eff} / k_f = \frac{(1-\phi)k_f + 3\phi \int_0^\infty \frac{k_{c1}(r)n(r)}{k_{c1}(r) + 2k_f} dr}{(1-\phi)k_f + 3\phi \int_0^\infty \frac{k_f n(r)}{k_{c1}(r) + 2k_f} dr}$
Xue	$9 \left(1 - \frac{\nu}{\lambda} \right) \frac{k_{eff} - k_f}{2k_{eff} + k_f} + \frac{\nu}{\lambda} \left[\frac{k_{eff} - k_{c,x}}{k_{eff} + B_{2,x}(k_{c,x} - k_{eff})} + 4 \frac{k_{eff} - k_{c,x}}{2k_{eff} + (1 - B_{2,x})(k_{c,x} - k_{eff})} \right]$
Yu et Choi	(1) $k_{eff} / k_f = \frac{k_{pe} + 2k_f + 2\phi(k_{pe} - k_f)(1 + \beta)^3}{k_{pe} + 2k_f - \phi(k_p - k_f)(1 + \beta)^3}$ (2) $k_{eff} / k_f = 1 + \frac{n\phi_{eff} A}{1 - n\phi_{eff} A}, \text{ où } A = \frac{1}{3} + \sum_{j=a,b,c} \frac{k_{pj} - k_f}{k_{pj} + (n-1)k_f}$
Xuan et col	$k_{eff} / k_f = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p)} + \frac{\phi \rho_f c_p}{2k_f} \sqrt{\frac{K_B T}{3\pi r_c \eta}}$
Kumar et col	$k_{eff} / k_f = 1 + c \frac{2K_B T}{3\eta d_p^2} \frac{\phi r_f}{k_f (1 - \phi) r_p}$

Le chercheur	Le modèle proposé pour la conductivité
Jang et Choi	$k_{eff} / k_f = 1 + c \frac{d_f}{d_p} k_f \phi \text{Re}_{d_p}^2 \text{Pr}$
Prasher et col	$k_{eff} / k_f = \left(1 + A\phi \text{Re}^m \text{Pr}^{0.333}\right) \frac{(1+2\alpha) + 2\phi(1-\alpha)}{(1+2\alpha) - \phi(1-\alpha)}$ où $\alpha_f = 2R_b k_f / d_p$
Koo et Kleinstreuer	$k_{eff} / k_f = \frac{k_{MG}}{k_f} + \frac{5}{k_f} 10^4 \beta \phi \rho_p c_p \sqrt{\frac{K_B T}{\rho_p D}} f(T, \phi)$
Xie et col	$k_{eff} / k_f = 1 + 3\Theta\phi + \frac{2\Theta^2\phi^2}{1-\Theta\phi}$
Gao et Zhou	$1 - \phi = \left(\frac{k_f}{k_{eff}}\right)^{3A} \left(\frac{k_f + B_1}{k_{eff} + B_1}\right)^{3C_1} \left(\frac{k_f + B_2}{k_{eff} + B_2}\right)^{3C_2}$
Leong et col	$k_{eff} = \frac{(k_p - k_r)\phi_p k_r [2\gamma_1^3 - \gamma^3 + 1] + (k_p + 2k_r)\gamma_1^3 [\phi_p \gamma^3 (k_r - k_f) + k_f]}{\gamma_1^3 (k_p + 2k_r) - (k_p - k_r)\phi_p [\gamma_1^3 + \gamma^3 - 1]}$
Murshed et col	$k_{eff} = \frac{k_f \left[1 + 0.27\phi_p^{4/3} \left(\frac{k_p}{k_f} - 1\right)\right] \left[1 + \frac{0.52\phi_p}{1 - \phi_p^{1/3}} \left(\frac{k_p}{k_f} - 1\right)\right]}{1 + \phi_p^{4/3} \left(\frac{k_p}{k_f} - 1\right) \left(\frac{0.52}{1 - \phi_p^{1/3}} + 0.27\phi_p^{1/3} + 0.27\right)}$
Murshed et col	$k_{eff} = \frac{(k_p - k_r)\phi_p k_r [2\gamma_1^2 - \gamma^2 + 1] + (k_p + k_r)\gamma_1^2 [\phi_p \gamma^2 (k_r - k_f) + k_f]}{\gamma_1^2 (k_p + k_r) - (k_p - k_r)\phi_p [\gamma_1^2 + \gamma^2 - 1]}$

Tableau 2 : Les modèles de la viscosité du nanofluide.

Le chercheur	Le modèle proposé pour la viscosité
Einstein (1906) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + 2.5 v_p$
Simha (1940) (sphéroïdes allonger, $a \gg b=c$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{1}{15} \left[14 + \frac{(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 1.5} + \frac{3(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 0.5} \right] v_p$
Simha (1940) (sphéroïdes oblates, $a = b \gg c$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{16}{15} \frac{(a/c)}{\arctan(a/c)} v_p$
Eilers (1941) (sphère $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{1.25}{1 - 2.5v_p + 1.552v_p^2} = \left\{ 1 + 2.5v_p + \left[1.5625 + (2.5/v_{pmax}) \right] v_p^2 + \dots \right\}$
De Bruijn (1942) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{1.25}{1 - 2.5v_p + 1.552v_p^2} = \left\{ 1 + 2.5v_p + 4.698v_p^2 + \dots \right\}$
Kuhn (1945) (sphéroïdes allonger, $a \gg b=c$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{1}{15} \left[24 + \frac{(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 1.5} + \frac{3(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 0.5} \right] v_p$
Vand (1948) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + 2.5v_p + 7.349v_p^2 + \dots$
Vand (1948) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = e^{2.5v_p} = 1 + 2.5v_p + 3.125v_p^2 + \dots$
Robinson (1949) (particule arbitrer)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{c_p v_p}{1 - s_r v_p} = \left\{ 1 + c_p v_p + c_p s_r v_p^2 + \dots \right\}$
Saitô (1950) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{2.5}{1 - v_p} v_p = \left\{ 1 + 2.5v_p + 2.5v_p^2 + \dots \right\}$
Mooney 1951) (sphère, $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = e^{2.5v_p / [1 - (v_p/v_{pmax})]} = \left\{ 1 + 2.5v_p + \left[3.125 + \left(\frac{2.5}{v_{pmax}} \right) \right] v_p^2 + \dots \right\}$
Brikman et Roscoe (1952) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{2.5}{1 - v_p} = \left\{ 1 + 2.5v_p + 4.375v_p^2 + \dots \right\}$
Simha (1952) (sphère, $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = \left\{ 1 + 2.5v_p + \left[125 / (64v_{pmax}) \right] v_p^2 + \dots \right\}$
Eshelby (1957) (ellipsoïdes)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{15}{2} \frac{1 - \sigma_p}{4 - 5\sigma_p} v_p = 1 + \frac{15}{7} v_p \quad \text{ou } \sigma_p = 1/3$
Frankel et Acrivos 1967) (sphère, $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{9}{8} \frac{(v_p / v_{pmax})^{1/3}}{1 - (v_p / v_{pmax})^{1/3}}$

Le chercheur	Le modèle proposé pour la viscosité
Batchlor (1977) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = \{1 + 2.5v_p + 6.2v_p^2 + \dots\}$
Krieger (1972) (sphère, $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = \frac{1}{[1 - (v_p / v_{pmax})]^{1.82}} = \left\{ 1 + \left(\frac{1.82}{v_{pmax}} \right) v_p + \left[\left(\frac{2.5662}{v_{pmax}} \right) \right] v_p^2 + \dots \right\}$
Lungren (1972) (sphère)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + \frac{2.5}{1 - v_p} = \{1 + 2.5v_p + 6.25v_p^2 + \dots\}$
Graham (1981) (sphère, $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + 2.5v_p + \frac{4.5}{(s_p / r_p)[2 + (s_p / r_p)][1 + (s_p / r_p)]^2}$
Phan-Thien et Graham (1991) (fibers, $0.5236 < v_p < 0.7405$, $a > b = c$ et $5 < a/c < 25$)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + [1.461 + 0.138(a/c)] \frac{1 - 0.5(v_p / v_{pmax})}{[1 - (v_p / v_{pmax})]^2} v_p =$ $\left\{ 1 + [1.461 + 0.138(a/c)] v_p + 1 + [1.461 + 0.138(a/c)] \left[\frac{1.5}{v_{pmax}} \right] v_p^2 + \dots \right\}$
Liu et Masliyah (1996) (sphère, $0.5236 < v_p < 0.7405$)	$\mu_{eff} / \mu_f = \frac{1}{[1 - (v_p / v_{pmax})]^2} + [c_1 - (2/v_{pmax})] v_p [c_2 - (6/v_{pmax})] v_p^2$ $= \{1 + c_1 v_p + [c_2 - (3/v_{pmax}^2)] v_p^2 + \dots\}$
Tseng et Lin (2003) (Pour le nanofluide TiO ₂ dans l'eau)	$\mu_{eff} / \mu_f = 13.47 e^{35.98 v_p}$
Maïga et Col (2004) (Pour le nanofluide Al ₂ O ₃ dans l'eau)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + 7.3v_p + 123v_p^2$
Maïga et Col (2004) (Pour le nanofluide Al ₂ O ₃ dans l'éthylène glycol)	$\mu_{eff} / \mu_f = 1 + 0.19v_p + 306v_p^2$
Koo et Kleinstreuer (2005) (ajoutent un terme de viscosité pour le mouvement brownienne du nanofluide contenant la nanoparticule CuO)	$5 \times 10^4 \beta \rho_f C p_f \phi \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_s r_s}} [(-134.63 + 1722.3v_p) + (0.4705 + 6.04v_p) T]$ $\beta = \begin{cases} 0.0137(100v_p)^{-0.8229} & v_p < 0.01 \\ 0.0011(100v_p)^{-0.7272} & v_p > 0.01 \end{cases}$ Ou
Kulkarni et Col (2006) (Pour le nanofluide CuO dans l'eau)	$\ln \mu_{eff} = -(2.8751 + 53.548v_p - 107.12v_p^2)$ $+ (1078.3 + 15857v_p - 20587v_p^2)(1/T)$

$$\begin{aligned}
 b_i &= \beta_i \frac{\alpha_i c_{i-1}}{b_{i-1}} \\
 c_i &= \gamma_i \\
 d_i &= \lambda_i - \beta_i \frac{\alpha_i d_{i-1}}{b_{i-1}}
 \end{aligned}
 \tag{AC-5}$$

Pour $i = 1$:

$$b_1 = \beta_1, c_1 = \gamma_1 \text{ et } d_1 = \lambda_1 \tag{AC-6}$$

Lorsque $i = n$, la n -ième équation s'écrit:

$$b_n \varphi_n = d_n \tag{AC-7}$$

Donc

$$\varphi_n = \frac{d_n}{b_n} \tag{AC-8}$$

Les autres valeurs de Φ sont calculées à partir de l'équation (AC-3) qui, après transformation, devient :

Pour $i = n, n-1, \dots, 2$

$$\varphi_{i-1} = \frac{d_{i-1} - c_{i-1} \varphi_i}{b_{i-1}} \tag{AC-9}$$

L'algorithme complet se présente alors comme suit :

➤ Pour $i = 1, 2, \dots, n$: $c_i = \gamma_i$

➤ $b_1 = \beta_1$ et $d_1 = \lambda_1$

➤ Pour $i = 1, 2, \dots, n$:

$$k_i = \frac{\alpha_i}{b_{i-1}}$$

$$b_i = \beta_i - k_i c_{i-1}$$

$$d_i = \lambda_i - k_i d_{i-1}$$

➤ $\varphi_n = \frac{d_n}{b_n}$

➤ Pour $i = n, n-1, \dots, 2$:

$$\varphi_{i-1} = \frac{d_{i-1} - c_{i-1}\varphi_i}{b_{i-1}}$$

Résumé

Il s'agit d'une étude numérique de la convection forcée lors d'un écoulement laminaire permanent et stationnaire à travers une conduite cylindrique. Les calculs sont effectués pour le cas de l'eau et des nanofluides des oxydes métallique (Al_2O_3 , CuO, SiO_2 , TiO_2). Les fluides sont supposés newtoniens. Les équations régissant le problème (l'écoulement et le transfert de chaleur) dans une conduite ont été résolues en utilisant la méthode de volume fini pour discrétiser les équations du modèle mathématique (équation de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie). Les champs dynamique et thermique sont obtenus pour différents valeurs du nombre de Reynolds allant de 25 jusqu'à 900 et pour différentes concentrations de nanoparticules (0.01, 0.02, 0.03, 0.05, et 0.1). Une analyse de l'évolution de température et du coefficient de perte de charge ainsi que le calcul du nombre de Nusselt ont été réalisés. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est meilleur si on augmente la concentration des nanoparticules et le nombre de Reynolds, et on a trouvé que le fluide qui permet un meilleur transfert de chaleur est le nanofluide qui contient les nanoparticules d' Al_2O_3 suivie par CuO et TiO_2 , et enfin SiO_2 , et qu'une augmentation de la concentration en Al_2O_3 intensifie considérablement le transfert de chaleur sans affecter le coefficient de perte de charge, et d'une autre la puissance dissipée par le transport de fluide.

Mots clés : Convection forcée, Nanofluide, Volume fini, Al_2O_3 , CuO, SiO_2 , TiO_2 .

Abstract

A numerical study of laminar forced convection permanent and stationary through a cylindrical pipe, the calculations are performed for the case of water and nanofluides of metal oxides (Al_2O_3 , CuO, SiO_2 , TiO_2). The fluids are supposed Newtonian. The heat transfer equations governing have been resolved, by the use of finite volume method to discretize the mathematical model equations (continuity, momentum and energy equations). Dynamic and thermal fields are obtained for different values of the Reynolds number ranging from 25 to 900 and for different nanoparticles concentration of (0.01, 0.02, 0.03, 0.05, and 0.1). Analyses of temperature, pressure drop coefficient and the calculation Nusselt number have been realized. The results obtained show that heat transfer is better if we increased the nanoparticles concentration and the Reynolds number, and found that the best transfer fluid is the nanofluid contains nanoparticles of Al_2O_3 followed by CuO and TiO_2 , and finally SiO_2 , and an increase of Al_2O_3 concentration intensifies the heat transfer coefficient without affecting the pressure drop, and another the power dissipated by the fluid transport.

Keywords: forced convection, nanofluid, finite volume, Al_2O_3 , CuO, SiO_2 , TiO_2 .

ملخص

قمنا بدراسة عددية للتبادل الحراري القسري و المستمر عبر قناة أسطوانية. الحسابات أجريت في حالة الماء و النانوفلويد يحتوي على جزيئات أكسيدات معدنية (Al_2O_3 , CuO, SiO_2 , TiO_2). و باعتبار النانوفلويديات كموائع مستقرة، قمنا بحل المعادلات الخاصة بالنقل داخل القناة. حيث استعملنا طريقة الحجم المنتهية لأجل تحليل المعادلات الرياضية (معادلة الاستمرار، معادلة كمية الحركة و الطاقة). تحصلنا على الحقول الحركية و الحرارية باستعمال قيم مختلفة لعدد رينولدس (من 25 الى 900) و لمختلف تراكيز الجزيئات النانوية (0.01، 0.02، 0.03، 0.05، و 0.1). كما قمنا بتحليل و مناقشة النتائج المحصل عليها لكل من تغير الحرارة و معامل ضياع الطاقة و أيضا حساب عدد نيوست. النتائج المحصل عليها تظهر أن النقل الحراري يكون جيد عند زيادة تركيز الجزيئات النانومترية و عدد رينولدس، كم وجدنا أيضا أن أحسن مانع للنقل الحراري هو النانوفلويد المحتوي على جزيئات Al_2O_3 متنوع بـ CuO و TiO_2 و أخيرا SiO_2 . و زيادة تركيز Al_2O_3 يكثف معامل نقل الحرارة من دون التأثير على معامل ضياع الطاقة، و من جهة أخرى الطاقة المنتشرة بواسطة سائل النقل.

الكلمات مفتاحية : تبادل حراري قسري، نانوفلويد، الحجم المنتهية، Al_2O_3 ، CuO، SiO_2 ، TiO_2 .