UNIVERSITE M'HAMED BOUGUERRA

BOUMERDES

DEPARTEMENT DE MECANIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

SOUTENU PAR :

DEGHOUL HASSENE

THEME

TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UNE CAVITE DE FORME TRAPEZOIDALE EN PRESENCE D'UN FILM LIQUIDE

LE : 24/04/2000

DEVANT LE JURY

MM :		
M. HEDIBEL	MAITRE DE CONFERENCES	PRESIDENT
M. BOUHADEF	PROFESSEUR	DIRECTEUR
M. A. MASRI	MAITRE DE CONFERENCES	EXAMINATEUR
M. BOUSSAID	CHARGE DE COURS	CO-DIRECTEUR
M. ZIOUCHI	CHARGE DE COURS	EXAMINATEUR

N° 01/2000

ملخص

بهدف معرفة و تحليل عملية التقطير الشمسي، نعالج عبر هذه الدراسة مشكلة الفعل الطبيعي للحرارة و المادة داخل حاوية ذات شكل شبه منحرف مبردة من جانبها العلوي و مسخنة من الاسفل حيث توجد طبقة من الماء المالح يتبخر بفعل التباين في درجة الحرارة و درجة التركيز.

يتكاثف البخار عند التماسه بالغطاء السائل البارد نسبيا.

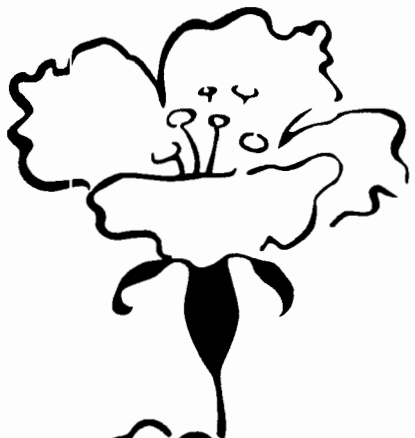
نبين عبر هذه الدراسة تأثير الشكل الهندسي للحاوية و مستوى درجة الحرارة خلالها على كمية الماء المقطر المحصل عليه.

من أجل حل معادلات كمية الحركة و الطاقة و المادة نستعمل طريقة الحجوم المنتهية للحصول على حلول في الحالة الدائمة مع الاخذ في الحسبان الطاقة المحولة بفعل الانتشار المادي و تحليل تأثير (صورات) على نسبة الانتقال الحراري و المادي.

نحصل على نتائج من أجل تطبيقات حرارية كبيرة، من أجل درجة ميل غطاء الحاوية من 0 الى 45° و من أجل نسبة طول الحاوية على ارتفاعها من 1 الى 5.

بمقارنة النتائج المحصل عليها مع النتائج المقترحة و التي استعملت طرق عددية مغايرة، نلاحظ انسجاما معتبرا على المستوى الكمي و الكيفي. نبين بالأخص ان الشكل الذي اقترحناه يوجود طبقة الماء يعطي نتائج افضل نتائج التجربة من الاشكال المقترحة في هذا المجال.

نختم في اخر هذا العمل كيف تتغير كمية الماء المقطر بدلالة الشروط الحرارية و الهندسية للحاوية و نقترح علاقتين لحساب عددي نيسالت و نشاروود.



DEDICACE

Je dédie ce modeste travail :

à mes très chers parents

à mes frères et sœurs

à mon oncle Mustapha

à ma bien aimée Nabila

à tous mes amis, particulièrement
Mohammed et Moussa

à tous mes enseignants

à tous ceux qui croient en l'Algérie

Page

Nomenclature 1
Préface 3

Chapitre 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1- Revues bibliographiques sur la convection naturelle dans les cavités 6
2- Revues bibliographiques sur la convection thermosolutale 9
3- Revues bibliographiques sur la distillation solaire 15

Chapitre 2 : FORMULATION MATHEMATIQUE

1- Position du problème 22
2- Hypothèses 23
3- Formulation mathématique 23
4- Adimensionnement 32
5- Définition des nombres de Nusselt et Sherwood 36
6- Propriétés physiques de l'air humide 38
7- Procédure numérique de résolution 39

Chapitre 3 : COMPARAISON ET VALIDATION

1- Convection naturelle dans une cavité triangulaire 44
2- Convection thermosolutale dans une cavité carrée 45
3- Convection naturelle dans une cavité carrée 47
4- Convection thermosolutale dans une cavité trapézoïdale 48

Chapitre 4 : RESULTATS ET DISCUSSIONS

1- Analyse de l'effet Soret en convection thermosolutale 49
2- Etude du champ dynamique 56
3- Etude du transfert thermique 58
4- Etude du transfert de masse 63
5- Résultats pour sollicitations élevées 66
6- Etude de l'influence du rapport des forces de flottement sur le transfert de masse et de chaleur 67
7 - Etude de l'influence des paramètres géométriques
7-1 Influence de l'angle d'inclinaison de la paroi froide 74
a - Cavité d'allongement AL = 1 75
b - Cavité d'allongement AL = 2 83
c - Cavité d'allongement AL = 3 91
d - Cavité d'allongement AL = 4 94
e - Cavité d'allongement AL = 5 98
7-2 Influence de l'allongement de la cavité sur le transfert thermique et sclutal 99

Conclusion générale 102
Annexe : Présentation de la méthode des volumes finis 105
Références 112

RESUME

Dans le but de simuler le comportement d'un distillateur solaire, nous traitons à travers cette étude, le problème de la convection naturelle de chaleur et de masse (convection thermosolutale) dans une cavité de forme trapézoïdale, chauffée par le bas et refroidie par la partie inclinée supérieure. Un film d'eau, à l'état liquide, d'épaisseur non négligeable s'évapore par le bas grâce à l'action combinée de gradients colinéaires (gradients coopérants) thermique et solutale pour aller se condenser, en partie, sur la paroi froide inclinée. Nous montrons également l'influence des paramètres géométriques de la cavité et le niveau de température au sein du distillateur sur la production d'eau douce.

La résolution des équations régissants le transport des quantités de mouvement, de chaleur et de masse dans le mélange binaire (air-vapeur d'eau) ainsi que l'équation de l'énergie dans le film liquide est faite numériquement par la méthode des volumes finis. L'algorithme **SIMPLER** est utilisé pour obtenir des solutions en régime permanent et laminaire. L'énergie transmise par diffusion massique(interdiffusion) est prise en considération. Une analyse de l'effet Soret est faite pour montrer son influence sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de masse.

Nous évaluons les taux de transferts de chaleur et de masse pour des sollicitations thermiques importantes, pour des angles d'inclinaison de la paroi froide allant de 0 à 45° et pour des rapports de formes (AL) variant de 1 à 5.

Une comparaison avec des résultats existants sur des problèmes différents et obtenus par des modèles numériques indépendants, faisait apparaître une concordance intéressante tant sur le plan qualitatif (lignes de courants, isothermes et isoconcentrations) que sur le plan quantitatif (taux de transferts thermiques et solutaux) et ce en l'absence du film de liquide. Nous montrons aussi que notre modèle en présence du film, se rapproche mieux de l'expérience que d'autres modèles.

Nous présentant l'évolution de la quantité de distillat produite en fonction des conditions thermiques imposées (Ra_T et niveau de température T_m) et des paramètres géométriques de la cavité (allongement AL et angle d'inclinaison). Des corrélations pour évaluer les nombres de Nusselt et Sherwood sont proposées.

AL	:	Allongement de la cavité (Rapport de forme de la cavité) AL = L/H
a	:	Diffusivité thermique.
c	:	Fraction massique de la vapeur d'eau dans l'air.
C	:	Fraction massique sans dimensions $C = \frac{c - c_f}{\Delta c}$
C_P	:	Chaleur massique à pression constante.
D	:	Coefficient de diffusion massique isotherme (ordinaire)
D_T	:	Coefficient de diffusion thermique (thermodiffusion)
$D^{\cdot}$	:	Coefficient de Duffour
g	:	Accélération de la pesanteur
H	:	Hauteur de la cavité
H_0	:	Hauteur du coté bas de la cavité
$\overline{H}$	:	Hauteur moyenne de la cavité
H_{liq}	:	Epaisseur de la couche liquide
H_i	:	Enthalpie massique de l'espèce chimique (i)
h_c	:	Coefficient de convection
h_{ev}	:	Coefficient de transfert de chaleur par évaporation
J_i	:	Flux de diffusion massique de l'espèce chimique (i)
K_T	:	Rapport de thermodiffusion
k	:	Coefficient de conduction thermique
K	:	Coefficient de transfert de masse
L	:	Longueur de la cavité
L_{ev}	:	Chaleur latente d'évaporation
Le	:	Nombre de Lewis $Le = \frac{a}{D}$
M	:	Masse molaire
$m^{\cdot}$	:	Débit massique d'évaporation par unité de surface
N	:	Rapport des forces de flottement
Nu	:	Nombre de Nusselt
P	:	Pression
P_s	:	Pression de saturation
Pr	:	Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{a}$
q	:	Flux de chaleur
Ra_T	:	Nombre de Rayleigh thermique $Ra_T = \frac{g \beta_T H^3 \Delta T}{\nu a}$
Ra_S	:	Nombre de Rayleigh solutal $Ra_S = \frac{g \beta_S H^3 \Delta c}{D a}$
S	:	Coefficient de Soret
S_T	:	Paramètre de séparation
Sc	:	Nombre de Schmidt $Sc = \frac{\nu}{D}$
Sh	:	Nombre de Sherwood
T	:	Température

u , v	:	Composantes horizontale et verticale de la vitesse
U, V	:	Vitesses horizontale et verticale adimentionnelles
x , y	:	Coordonnées spatiales
X , Y	:	Coordonnées spatiales sans dimension

symboles grecs :

α	:	Angle d'inclinaison de la paroi supérieur
β_T	:	Coefficient d'expansion thermique
β_S	:	Coefficient d'expansion solutale (massique)
ν	:	Viscosité dynamique
μ	:	Viscosité dynamique
ψ	:	Fonction de courant sans dimension
ρ	:	Masse volumique
χ	:	Fraction molaire
Θ	:	Température adimensionnelle

Indices inférieurs

c	:	Relatif à la paroi chaude
f	:	Relatif à la paroi froide
i	:	Relatif à l'interface liquide - vapeur.
m	:	Moyen.
g	:	Relatif au mélange gazeux
l	:	Relatif au domaine liquide
1	:	Relatif à la vapeur d'eau
2	:	Relatif à l'air sec

AVANT PROPOS

L'eau a tendance à devenir un bien rare car la consommation ne cesse de croître par suite de l'augmentation de la population et de l'élévation du niveau de vie .

Allons-nous vers une crise de l'eau ? Des experts soviétiques prévoient pour le début du siècle prochain (vers l'an 2015) l'épuisement des ressources d'eau consommables des régions habitées de la terre. Or, près de 97.5 % des ressources naturelles du globe se trouvent sous forme d'eau salée dans les océans et les mers. Alors pourquoi ne pas chercher à extraire l'eau douce de cette abondante réserve qu'est la mer ?

Actuellement, des installations de grande capacité fonctionnent déjà, principalement au Moyen-Orient (Arabie Saoudite, Koweït, Qatar). La plupart de ces installations utilisent des procédés de distillations qui sont de gros consommateurs d'énergie. C'est pourquoi de nouveaux procédés tels que les procédés à membranes et en particulier l'osmose inverse commencent à se développer.

Les procédés de distillations par évaporation de l'eau de mer sont nombreux, parmi lesquels on cite la distillation par détentes successives appelé aussi distillation Flash. Ce procédé consiste à maintenir l'eau de mer sous pression pendant toute la durée de chauffage ; l'eau de mer chaude est ensuite introduite dans une chambre de distillation ou règne une pression réduite. Il en résulte une vaporisation instantanée par détente appelée Flash.

Un autre procédé de distillation connaît actuellement un développement important par suite de sa simplicité et de sa faible consommation d'énergie : c'est la distillation par compression de vapeur. L'eau de mer est portée à ébullition dans une chambre d'évaporation thermiquement isolée. La vapeur d'eau produite est comprimée puis est condensée pour obtenir l'eau distillée. Cette

condensation à une température supérieure à celle de l'eau de mer permet de récupérer la chaleur latente et de maintenir l'ébullition de l'eau de mer.

D'autres procédés envisagent une séparation de l'eau et des sels dissous au moyen de membranes ce qui n'implique pas un changement de phase. Deux procédés utilisant de telles membranes sont commercialisés : ce sont l'électrodialyse et l'osmose inverse.

L'électrodialyse est le procédé le plus ancien. Il consiste à éliminer les sels dissous dans l'eau saumâtre par migration à travers des membranes sélectives sous l'action d'un champ électrique.

Le second procédé à membrane, l'osmose inverse, s'est développé plus récemment. Pour comprendre son principe il faut rappeler celui de l'osmose directe. Si l'on maintient au-dessus de l'eau salée une pression supérieure à la pression osmotique, la diffusion a lieu de l'eau salée vers l'eau pure à travers la membrane qui présente la propriété particulière d'arrêter les molécules de sel et de laisser passer les molécules d'eau.

Le prix de revient du m^3 d'eau dessalée se situe, dans le meilleur des cas, aux environs de 3 FF/m^3. Ce coût relativement élevé ne peut être accepté que pour certains usages tels que l'eau de boisson ou l'eau à usage industriel (eau de chaudière, par exemple).

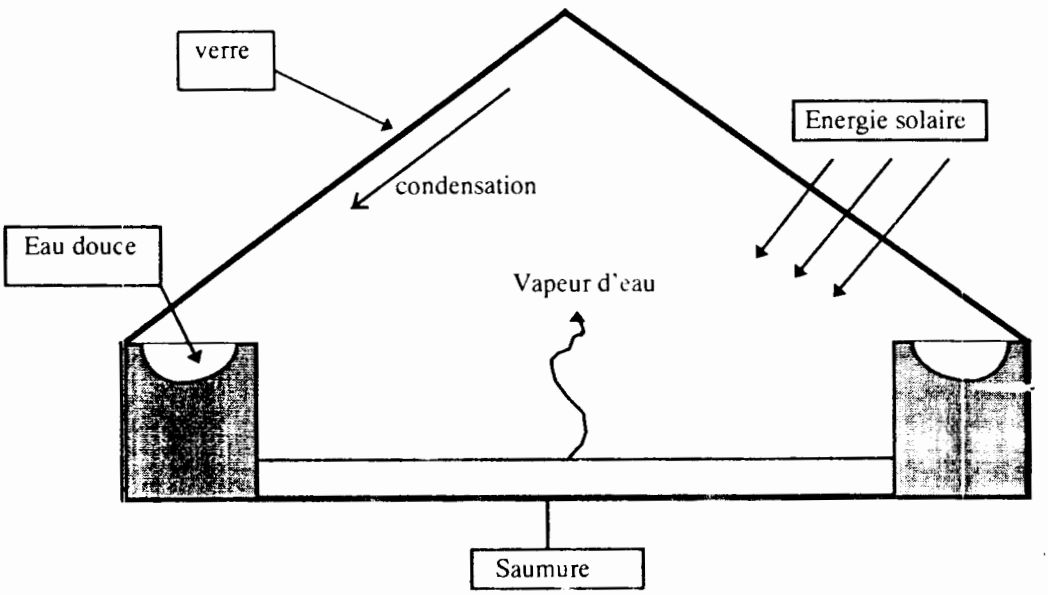
Depuis la crise de l'énergie de 1973, on assiste à un engouement pour les procédés de dessalement non conventionnels susceptibles d'utiliser des sources d'énergie nouvelles. Le principe de dessalement solaire est très simple : on considère une cavité fermée et exposée au soleil à l'intérieur de laquelle se trouve une lame d'eau de mer de quelques centimètres d'épaisseur. L'air à l'intérieur de la cavité est surchauffé et saturé de vapeur d'eau douce qui se condense au contact de la paroi relativement froide du verre. Les gouttes d'eau douce peuvent être recueillies en bas du vitrage, dans une gouttière par exemple.

Les possibilités de ce procédé fort simple sont toutefois très limitées. En effet, la productivité ne peut dépasser 4 à 5 litres d'eau douce par jour et par m^2 de bassin.

L'avenir de l'énergie solaire dans la dessalement réside dans le couplage de cette énergie avec des procédés de dessalement à faible consommation d'énergie.

La situation actuelle du dessalement est donc la suivante : les technologies existent, mais elles conduisent à des prix encore élevés pour envisager une extension. Aussi les recherches visent-elles à abaisser le coût du mètre cube d'eau produite.

Dans ce présent travail, on souhaite évaluer les taux de transfert de chaleur et de masse dans une cavité de forme trapézoïdale chauffée par le bas et refroidie sur sa partie supérieure (modèle que nous proposons pour étudier le comportement d'un distillateur solaire) et voir l'influence des paramètres géométriques et physiques sur le taux de productivité d'eau douce, ainsi que l'influence de l'interdiffusion, tout en considérant la dépendance des propriétés physiques de l'air humide en fonction de sa température et de sa composition (sa teneur en vapeur d'eau).



Type de distillateur solaire (GREENHOUSE)

CHAPITRE 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

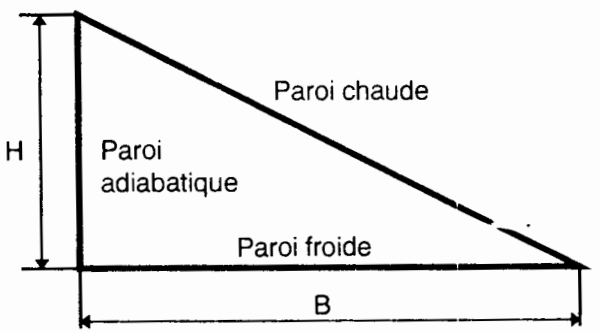
1/ *CONVECTION NATURELLE DANS LES CAVITES :*

V. A. AKINSETE et T. A. COLEMAN [41]: Ont étudié par voie numérique la convection naturelle bidimensionnelle laminaire dans l'air contenu dans une enceinte longue, horizontale à section droite en triangle rectangle. Des solutions permanentes sont obtenues pour des rapports de forme (hauteur sur base) $0.0625 \leq H/B \leq 1.0$ et pour un nombre de Grashof $800 \leq Gr \leq 64000$.

Les résultats montrent que le transfert thermique à travers la base augmente vers l'arête commune à l'hypoténuse et la base, si bien que le tiers de la base vers cette arête compte pour 60% de la chaleur totale transférée. Les résultats sont bien représentés par :

$$Nu = 1{,}102\, Gr^{0{,}0535} \left(\frac{H}{B}\right)^{-1{,}19} \qquad pour\ 0{,}0625 \leq H/B \leq 0{,}25$$

Modèle physique étudié



G. DE VAHL DAVIS [11]: a permis par la méthode des différences finies classiques d'étudier le problème bi-dimensionnel de la convection naturelle dans une cavité carrée et de résoudre les équations décrivant le problème en régime permanent. En utilisant un maillage de 80×80. l'auteur a pu obtenir des résultats pour des valeurs de Ra de 10^3 à 10^6 et pour un nombre de Pr = 0.71

M. RAVI ET R. HENKES : ont étudié la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Le but de ce travail consiste à déterminer en détail le type d'écoulement dans les coins de la cavité . La cavité soumise à des sollicitations thermiques élevées (Ra = 10^6 à 10^8) pour différents types de fluide Pr = 0.85 ,1.8 . Les équations de conservation sont intégrées sur des volumes de contrôle. Le maillage adopté est 120×120 à pas variables. Dans cet étude, les auteurs montrent que l'augmentation de la sollicitation thermique conduit à des recirculations aux niveaux des coins de la cavité.

Citons aussi le travail de **P. LE QUERE** qui avait pour objectif d'examiner les instabilités de l'écoulement pour de grandes sollicitations thermiques. L'essentiel de ce travail est de situer la transition des écoulements convectifs vers la turbulence dans des cavités verticales.

D. POULIKAKOS [59]: a étudié expérimentalement la convection naturelle dans cavité triangulaire d'allongement égale à 0,207, contenant de l'air. La cavité est chauffée par le bas et refroidie le long de la paroi inclinée. Ce travail a permet d'évaluer le taux de transfert de chaleur pour :

$10^6 \leq Ra \leq 10^7$. Les auteurs constatent que l'augmentation de l'allongement conduit à une augmentation du taux de transfert de chaleur.

HAYDEE SALMUN [2] : a étudié numériquement la convection naturelle (convection de Rayleigh-Bénard) dans des cavités triangulaires d'allongements $1 \leq AL \leq 10$ et pour deux types de fluide (l'air et l'eau), avec un nombre de Rayleigh qui varie entre 10^2 et 10^5 .

Les équations de conservation de quantité de mouvement et de l'énergie en régime transitoire sont résolues par la méthode ADI. L'auteur met en évidence un écoulement unicellulaire pour Gr = 10^3, au dessus de cette valeur, il se développe un écoulement multicellulaire. Il apparaît un écoulement oscillatoire pour Gr = 10^4 dans le cas de l'air et Gr =10^5 pour l'eau.

S.W. LAM et R. GANI [29]: Une étude expérimentale et numérique, du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité trapézoïdale a été faite. La cavité est chauffée par le bas et refroidie le long de la paroi inclinée, alors que les deux parois verticales sont adiabatiques . Des résultats expérimentaux sont présentés pour une cavité d'allongement AL = 4 (rapport de la largeur à la hauteur moyenne), des nombres de Rayleigh (basés sur la hauteur moyenne), de 10^3 à 10^7, avec un angle d'inclinaison de la paroi froide variant de 0 à 25 degrés .

La corrélation $Nu = 0.168\left[Ra\,(1+\cos\alpha)/2\right]^{0.278}\left[\left(1-\cos\alpha_{max}\right)/\left(\cos\alpha-\cos\alpha_{max}\right)\right]^{-0.199}$, traduit les résultats expérimentaux à 6.9 % prés, pour $4.10^3<Ra<10^7$ et $0°<\alpha<25°$.

Numériquement, les équations de conservation de quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues par la méthode (ADI). Les nombres de Nu calculés numériquement sont proches des valeurs expérimentales. Les auteurs constatent que le nombre et la taille des cellules développées par l'écoulement convectif , changent en fonction du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison de la paroi supérieure.

2/ CONVECTION THERMOSOLUTALE :

V. SEVELEDER et J. P. PETIT [10] : ont étudié numériquement la convection thermosolutale dans une cavité carrée remplie de gaz naturel liquéfié (**LNG**). Les forces de poussée thermique e solutale sont opposées. Les équations gouvernantes sont écrites en formulation fonction de courant-vorticité et sont résolues en utilisant la technique des différences finies.

L'analyse porte sur l'influence des conditions aux limites imposées sur les parois verticales de la cavité et du terme de poussée solutale sur l'écoulement convectif. Les auteurs notent l'apparition de plusieurs cellules convectives lorsque les répartitions de température et de concentration imposées au niveau des parois verticales sont linéaires. L'influence du terme de poussée solutale sur le comportement de l'écoulement, montre que la taille des cellules de recirculation varie en fonction de la différence entre le nombre de Grashof thermique et le nombre de Grashof solutal . La structure de l'écoulement induit par le transfert combiné de chaleur et de masse dépend de la valeur du nombre de Grashof et des conditions imposées aux limites. Enfin les auteurs notent que les résultats obtenus ne sont valables que pour une cavité carrée dans laquelle les forces de poussée sont opposées .

C. BEGHEIN, F. HAGHIGHAT et F. ALLARD [1] : ont étudié numériquement la convection thermosolutale dans une cavité carrée sollicitée par des gradients horizontaux de température et de concentration. La cavité est remplie d'air et de polluants dont le nombre de Lewis (Le) varie de 0.3 à 5.

Les équations de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de conservation de l'espèce sont résolues par l'algorithme **SIMPLER.** Dans cet article les auteurs montrent l'influence de la force de poussée solutale sur l'écoulement du fluide. Pour ce faire, ils fixent la sollicitation thermique à $Ra_t = 10^7$ et font varier la sollicitation solutale Ra_s de 10^5 à $5\ 10^7$. Enfin, ils montrent l'influence de la nature des polluants (nombre de Lewis) sur l'écoulement du fluide et sur les taux de transfert de chaleur et de masse.

A. MEZENNER, M. BOUSSAID, et M. BOUHADEF [25]: Une étude de la convection naturelle de chaleur et de masse, dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas et refroidie sur sa partie inclinée supérieure a été appréhendée dans cet article.

Les équations de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces sont intégrées sur des volumes de contrôle en utilisant l'algorithme **SIMPLER.** Une analyse du transfert de chaleur et de masse dans une cavité d'allongement 2 et d'angle d'inclinaison de la paroi froide de 22° a été faite pour différentes sollicitations thermiques et solutales et pour un mélange binaire, les auteurs ont présenté également une étude de l'effet du transfert de masse sur le comportement de l'écoulement et le taux de transfert thermique dans la cavité, ils ont mis aussi en évidence l'influence des paramètres géométriques de la cavité (allongement, inclinaison de la paroi supérieure) sur le problème traité.

Z. F. DONG AND M. A. EBADIAN [12]: traitent numériquement la double diffusion dans une cavité trapézoïdale différentiellement chauffée, remplie d'eau et d'espèce dont le nombre de Lewis égal à 100.

Les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de conservation de l'espèce sont résolues par l'algorithme **SIMPLE.** Les calculs numériques montrent que la compétition des forces de poussée thermique et solutale ont un rôle prépondérant sur le sens de l'écoulement dans la cavité. Ces forces peuvent modifier sensiblement les répartitions de température et de concentration en espèce.

Pour le cas ou les forces de poussée sont dans le même sens (aiding-flow), un écoulement unicellulaire est dominant dans l'enceinte présentant un rapport de forme égale à 1 et pour toute valeur de N (rapport des forces de flottement). Cependant, une structure bicellulaire apparaît dans l'enceinte avec un rapport de forme égale à 2 et quand la valeur de N est autour de 10.

Par contre, quand N=5 et dans le cas de forces de poussée opposées un écoulement tricellulaire apparaît dans une cavité avec un rapport de forme de 1 à 2. En outre, les nombres moyens de Nusselt et Sherwood diminuent quand (N) augmente pour le cas (aiding-flow), alors que pour le cas (opposing-flow) ces nombres diminuent à leurs valeurs minimums puis augmentent avec l'augmentation de N.

Les auteurs signalent qu'il y a des similarités entre la double diffusion dans la cavité trapézoïdale et la cavité rectangulaire. Dans les deux géométries, et sous certaines conditions sur le paramètre (N), la structure de l'écoulement ainsi que la variation des nombres de Nusselt et de Sherwood ont la même tendance.

BERGMAN et SRINIVASAN [7] : mettent en évidence l'influence des forces de flottement solutales induite par effet Soret sur l'écoulement convectif d'un fluide à concentration initiale uniforme, contenu dans une enceinte carrée différentiellement chauffée sur ces parois verticales. L'étude numérique montre que, pour le cas de forces de flottement thermique et solutale opposées, les effets Soret peuvent induire une stagnation thermique de telle façon que le flux thermique à travers la cavité est dominé par la conduction. Ce phénomène, comme prévu, est plus prononcé aux faibles sollicitations thermiques, mais il peut avoir lieu même avec des forces croissantes de flottement thermique à condition que les effets de flottement solutale soient très grands.

Les auteurs soulignent, enfin, que les contributions Soret aux mécanismes hydrodynamiques responsables des modifications du mode de transfert thermique sont limitées aux solutions binaires aqueuses opérant près de la température d'inversion de densité.

WEAVER ET VISKANTA : analysent pour un mélange binaire, l'influence des effets DUFOUR, Soret et d'interdiffusion entre les espèces sur l'écoulement du fluide. En réalité, pour un tel mélange, le flux de chaleur inclut les contributions d'un gradient de température, d'un flux de chaleur de DUFOUR et d'un terme qui tient compte du transport d'énergie dû aux enthalpies des espèces en présence (phénomène d'interdiffusion). L'expression du flux massique fait apparaître un gradient de concentration et un flux massique de Soret. Les flux massique de Soret et de chaleur de DUFOUR deviennent importants lorsque le rapport des masses des molécules des deux espèces en présence sont élevés. Malgré le fait que ces effets aient peu d'influence sur la répartition des vitesses, température et concentration, ils modifient cependant les taux de transfert de chaleur et de masse. Ceci est dû à leurs contributions ajoutées aux flux de masse et de chaleur.

PRATA et SPARROW [8] : Ont étudié le transfert simultané de chaleur et de masse dans une cavité rectangulaire. La cavité est ouverte par le haut (un écoulement à vitesse horizontale est imposé sur la surface ouverte) et remplie partiellement par un liquide (eau) et par un mélange gazeux binaire (air humide). Les parois verticales sont considérées comme adiabatiques et imperméables.

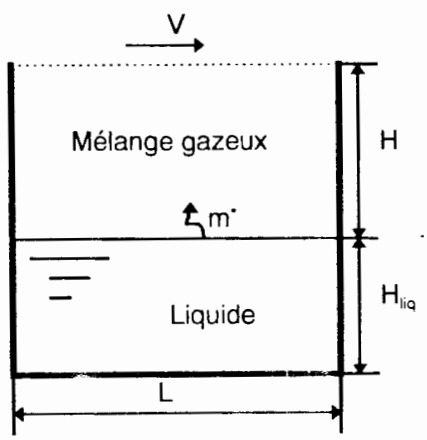


Schéma représentant le problème traité

L'objectif de cette étude est l'évaluation du taux de transfert de masse ainsi que la détermination de la température sur la surface séparant le domaine gazeux du domaine liquide. Pour se faire, les auteurs proposent deux modèles. Dans le premier modèle rigoureux les auteurs considèrent la dynamique de la couche liquide, quant au deuxième modèle la couche liquide est considérée comme mince, ce qui permet de résoudre le problème sans tenir compte des équations de conservation dans la zone liquide.

Les équations de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de conservation de l'espèce sont résolues par l'algorithme **SIMPLER** . Les deux modèles donnent des résultats similaires pour une cavité dont l'allongement est égal à 2 et un nombre de **REYNOLDS** de 100 et de 1000. Les deux modèles sont adaptés pour l'évaporation de l'eau dans l'air ambiant.

TRAORE et MOJTABI [6]: Des études numériques ont été menées dans le but de résoudre les équations de Navier-Stokes, de l'énergie et de la diffusion massique, instationnaires et bidimensionnelles dans une cavité où un mélange binaire de fluide est soumis à des gradients de températures et de concentrations horizontaux. Les calculs ont été réalisés dans le cas particulier où les nombres de Grashof correspondant aux effets thermiques et solutaux sont égaux et opposés. Dans un premier temps, les auteurs ont présenté les résultats obtenus en l'absence d'effet Soret, puis ils ont pris en compte cet effet dans le but de déterminer son influence qualitative et quantitative sur les structures d'écoulement. On constate, en fin de cette étude, que pour des valeurs très faibles du rapport de thermodiffusion K_T, la situation de repos peut être modifiée pour donner naissance à un écoulement de thermodiffusion. De plus l'augmentation de ce coefficient conduit à une augmentation du taux de transfert de chaleur et à une diminution du taux de transfert de masse.

K. GHORAYEB , H. KHALLOUF ET A. MOJTABI [13]: Ont traité le problème de la convection thermosolutale dans une cavité carrée différentiellement chauffée et ayant des côtés horizontaux adiabatiques et imperméables. Ils avaient pour but d'étudier numériquement les écoulement prenant naissance au voisinage de la transition diffusion pure - convection. Pour cela, ils ont considéré le cas des forces de poussée opposées (N = -1) et ils ont fait varier le nombre de Lewis de 2 à 150 tout en gardant Pr = 1 et ceci pour voir l'influence du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement et sur la valeur du nombre du Rayleigh critique.

G. CHAVEPEYER ET J. K. PLATTEN [54]: Ont permis la détermination expérimentale du coefficient de Soret grâce à des mesures au cours du temps par vélocimétrie laser - Doppler (LDV) de l'amplitude de la vitesse verticale de séparation dans une cavité rectangulaire chauffée latéralement contenant un mélange liquide binaire dont les composants se séparent. L'amplitude de la vitesse verticale est une mesure indirecte du coefficient de Soret aux valeurs positives. Notons aussi le travail de **S. VAN VAERENBERGH** et **J. C. LEGROS** qui ont modélisé la diffusion dans des mélanges liquides ternaires et le travail de **O. ECENARRO** et **J. A. MADARIAGA** qui ont traité la diffusion thermogravitationnelle dans des mélanges liquides à effet Soret négatif.

G. D. McBAIN [20]: a établi une formule permettant l'évaluation du flux total de chaleur et de masse pour le problème de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée et dont les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables.

Cette formule est obtenue par l'analyse des équations différentielles gouvernantes et en supposant que l'écoulement est unicellulaire dans la cavité. L'auteur a indiqué que les forces de poussée solutale et thermique sont comparable car les deux nombre de Schmidt et Prandtl sont de l'ordre de l'unité et que le transfert de chaleur se fait par conduction à travers une couche limite thermique et

par convection le long de cette couche, l'analyse faite sur la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement a permet d'aboutir à la formule suivante :

$$\frac{Ra_T \ \mathrm{Pr}}{A(1+\mathrm{Pr})} = C\,Nu\,(Nu + A^{-1})^3 \qquad avec \ \ A : rapport\ de\ forme\ de\ la\ cavité.$$

L'analogie entre le transfert de chaleur et de masse permet de déduire la relation suivante :

$$\frac{Ra_S \ Sc}{A(1+Sc)} = C\,Sh\,(Sh + A^{-1})^3 \quad .$$

Les deux formules contiennent une constante de proportionnalité inconnue, qui est déterminée par une régression à la résolution numérique des équations gouvernantes et moyennant une approximation au sens des moindres carrées sur les résultats d'une série de solutions numériques.
La valeur de la constante trouvée est (53.5). L'auteur a comparé ses résultats, pour une cavité carrée (A=1) et en absence du transfert de masse, avec le travail correspondant de (**DE VAHL DAVIS [11]**). La différence était moins de 2%. Enfin l'auteur indique que les formules proposées sont applicables pour le cas de la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée remplie d'air humide (non saturé). Ses résultat ne sont pas testés sur d'autres cavités et le problème turbulent n'a pas été étudié.

3/ REVUE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LA DISTILLATION SOLAIRE :

JURGEN. RHEINLANDER [3]: a présenté une étude numérique en régime turbulent de la convection thermosolutale dans une cavité trapézoïdale de type (GREENHOUSE) . La cavité est chauffée par le bas à température constante et refroidie le long de la surface de condensation. Les équations de mouvement de l'énergie et de l'espèce avec les équations supplémentaires qui caractérisent l'écoulement turbulent (modèle de K-ε) sont résolues par la méthode des différences finies. Afin de valider les résultats numériques obtenus, des mesures expérimentales ont été prise sur un distillateur présentant une surface d'évaporation de 1×1 m^2 . L'étude numérique faite pour trois

niveaux de température T_m : 50, 60 et 70°C avec un écart de température $\Delta T = 10{,}40\ ^{\circ}C$. Les résultats numériques et ceux mesurés au laboratoire sont en bon accord . L'auteur signale que, pour le même écart de température ΔT, le transfert de masse croît d'environ 60% si T_m augmente de 10 °C. A la fin de cette étude, des corrélations ont été proposées pour évaluer les taux de transfert de chaleur et de masse.

TIWARI , MINOCHA, SHARMA et EMRAN KHAN [5]: Dans cette étude une tentative de modifier l'expression donnant le nombre de Nusselt (proposée par les études théoriques précédentes) pour les cavités trapézoïdales et qui permet l'évaluation du taux de transfert de masse dans les applications de distillation solaire, a été entrepris. L'expression modifiée du nombre de Nusselt est obtenue par l'analyse des résultats expérimentaux, mesurées sur trois types de chambres de condensation conçues pour ce but.

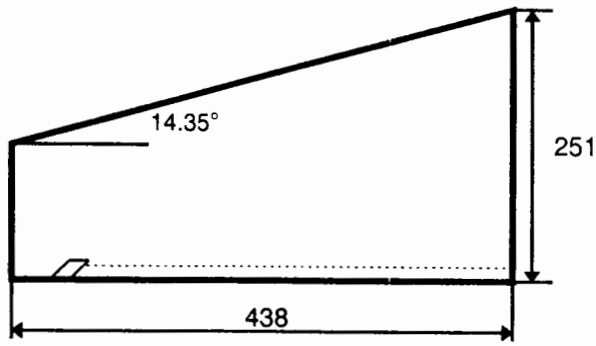
La déviation observée, entre les résultats expérimentaux et théoriques, est plus prononcée pour des niveaux de température élevée, d'où la nécessité de modifier l'expression du nombre de Nusselt donnée par les deux modèles théoriques (DUNKLE MODEL et PROPOSED MODEL). Les corrélations proposées en fin de cette étude expérimentale sont :

* pour une température moyenne de la paroi froide inclinée variant de 12 à 22°C et une température de l'eau variant de 40 à 80°C, l'expression du nombre de Nusselt est :

$$Nu = .0718\left[Ra\,\frac{1+\cos\alpha}{2}\right]^{0.328} \quad pour\ \ Ra \geq 3\times 10^5\ \ et\ \ AL = 2,10$$

* pour un niveau de température de 60 à 80°C la nouvelle corrélation est :

$$Nu = 0.4178\left[Ra\,\frac{1+\cos\alpha}{2}\right]^{0.2106} \quad pour\ \ Ra \geq 3\times 10^5\ \ et\ \ AL = 2,\ 10$$



La chambre de condensation utilisée pour les mesures expérimentales.

A. PALACIO AND J. L. FERNANDEZ [48]: Une analyse numérique, a été faite, sur le problème de distillation solaire dans un distillateur de type (Greenhouse) présentant un angle d'inclinaison important de la surface de condensation . L'objectif de la recherche est d'étudier le taux de production de distillat et l'importance relative du transfert de chaleur et de masse quand la convection est dominante. L'air humide à l'intérieur de la cavité est considéré comme un gaz parfait.

L'installation expérimentale est un distillateur solaire de 40m de longueur, 1.60 m de largeur avec une hauteur moyenne de .46m tandis que l'épaisseur de la couche d'eau au fond de la cavité est de 2.5cm, la pente de couverture était approximativement 24°.

L'inertie thermique du système était apparente par le fait que l'instant de rendement maximum du distillateur est près de 2 h après midi. La quantité du distillat produite est d'environ 223 l/jour. Soit donc, à peu près 3.5 l/m^2 jour.

Dans la partie numérique de ce travail, les auteurs ont résolu les équations de continuité, de quantité de mouvement, de l'énergie et de l'énergie cinétique turbulente suivant le modèle(k-ε)

La procédure de résolution est basé sur l'algorithme **SIMPLEST** de Patankar et Spalding.

le transfert de chaleur entre la cavité et le milieu extérieur est calculé au moyen d'un coefficient global de transfert de chaleur qui peut prendre des valeurs entre 5 et 20 w/m^2.k. La valeur maximale correspondrait à des vitesses importantes du vent .

Le mélange de gaz à l'intérieur de la cavité est considéré homogène, le nombre de Prandtl correspondant est déterminé moyennant un processus itératif jusqu'à l'obtention des résultats comparables avec ceux donnés par l'expérience, notamment en matière de flux de chaleur.

Enfin, les auteur signalent que les résultats expérimentaux sont reproduits par le modèle numérique quand un nombre de Prandtl de 0.1 est employé.

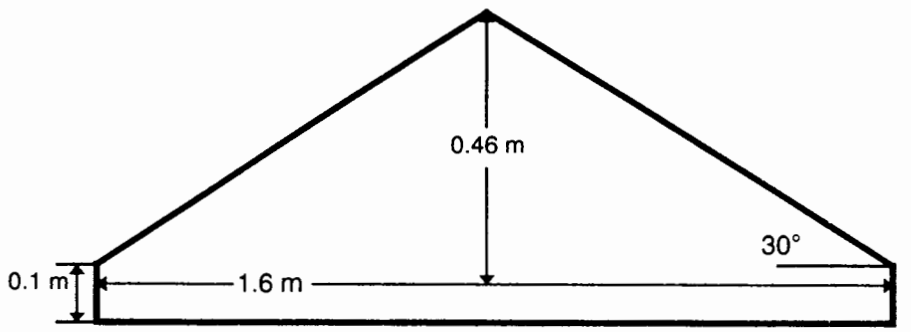


Schéma et dimensions du distillateur

AHMED TALEB SHAWAQFEH AND MOHAMMED MEHDI FARID [47]: Un distillateur solaire de surface de bassin de $(0.98\times0.98)m^2$ a été construit avec une couverture inclinée de verre, la variation de température de l'eau, de la paroi en verre et le taux d'évaporation étaient mesurés, les variations horaires des radiations solaires, de la température ambiante et de la vitesse du vent étaient aussi pris pendant les mesures.

L'analyse transitoire était nécessaire pour l'évaluation des coefficients d'évaporation, de convection et de radiation. Le modèle de DUNKLE , qui a été employé largement pour la prédiction de ces coefficients, a donné des résultats différents de ceux donnés par l'expérience (taux d'évaporation supérieur à celui donné par l'expérience). Le modèle développé dans ce travail a donné une meilleure prédiction pour le taux d'évaporation mesuré dans ce travail et dans certains travaux précédents. DUNKLE employait la corrélation empirique développée pour la convection naturelle de l'air dans une enceinte sans évaporation : ($Nu = 0.075\ Ra^{1/3}$). Dans cette relation, l'effet de vapeur d'eau est supposé négligeable. Ceci est vrai seulement aux faibles niveaux de températures.

DUNKLE a employé aussi une valeur expérimentale pour décrire le coefficient d'évaporation : ($h_e = 0.0163 h_c$). Ces deux équations ont été employées auparavant par la plupart des investigateurs pour évaluer les coefficients de transfert de chaleur et de masse dans le distillateur solaire. L'équation donnant la valeur du nombre de NUSSELT était rejetée dans ce travail puisqu'elle traduit le transfert de chaleur par convection libre et en absence d'évaporation. Cette équation peut être employée en remplaçant la constante (0.075) par une autre constante (n) qui peut être évaluée à partir des valeurs mesurées sur le distillateur.

Dans l'étude théorique, les auteurs ont décrit le problème par deux équations différentielles basées sur des bilans énergétiques globales effectués au niveau du bassin d'eau et au niveau de la surface de verre, ces bilans prennent en considération les différents modes de transfert de chaleur mis en jeu (la convection, l'évaporation, le rayonnement ...etc.), Ces deux équations sont :

$$c_g \frac{dT}{dt} = (\tau\alpha)_g H_s + q_e + q_r + q_c - q_{ga}$$

$$c_L \frac{dT}{dt} = (\tau\alpha)_p H_s - q_e - q_r - q_c - q_b$$

avec :

$$q_c = h_c (T_w - T_g),\ q_e = h_e (T_w - T_g),\ q_r = h_r (T_w - T_g),\ q_b = h_b (T_w - T_a)$$

$$q_{ga} = \left(h_{cga} + h_{rga}\right)\left(T_g - T_a\right),\ C_g = m_g C_{pg} / A_g \quad ,\ C_L = m_L C_{pL} / A_p$$

$h_{cga} = 2.8 + 3.0 \times V_w$ $\qquad$ V_w : vitesse du vent

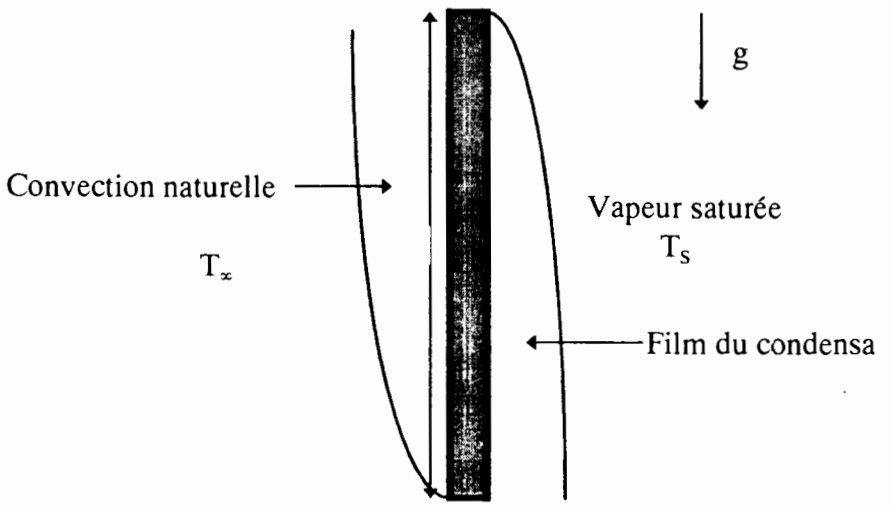
Dans le but de trouver les causes possibles de la déviation du modèle de DUNKLE, l'effet d'une certaine réduction dans la valeur de $(\tau\alpha)_p$ a été essayé. Une diminution dans $(\tau\alpha)_p$ de 0.7 à 0.6 avait pour effet de réduire le taux d'évaporation de 20%. On obtient ainsi un meilleur accord avec les valeurs mesurées. Une autre source d'erreur dans la prédiction théorique peut être due à l'emploi

d'un coefficient important d'échange de chaleur avec l'air ambiant. Ce qui conduit a un coefficient d'évaporation relativement haut. Notons que DUNKLE a utilisé pour cela la relation empirique :

$h_{cga} = 5.7 + 3.8 \times V_w$

Les auteurs de ce travail ont indiqué que le modèle de DUNKLE surestimait les taux d'évaporation de près de 30%, les modèles qu'ils ont développés, ont fournit une meilleure prédiction du taux d'évaporation d'eau dans le distillateur. La diminution de $(\tau\alpha)_p$ et du coefficient d'échange extérieur (notamment l'influence de la vitesse du vent sur la valeur de ce coefficient) a donné des effets significatifs sur le prédit du taux d'évaporation.

F. MENDEZ et C. TREVINO [46] :



Dans cet article, les auteurs ont étudié la condensation d'une vapeur saturée sur une plaque verticale mince refroidie par convection naturelle sur l'autre face. Il s'agit de déterminer la répartition de la température dans la plaque suivant les deux directions horizontale et verticale ainsi que la détermination de l'épaisseur du film du condensa et le flux de chaleur transmis à travers la plaque. Pour cela, il fallait résoudre les deux équations d'énergie et de mouvement pour les deux couches limites qui se développent sur les deux faces de la plaque et l'équation de la chaleur pour la plaque. Une étude de l'ordre de grandeurs des différents termes de ces équations a été menée afin

d'éliminer les termes d'ordre inférieur et ceci pour simplifier les équations décrivants le problème. Ces équations ont été résolues numériquement et les résultats obtenus sont fonctions de plusieurs paramètres à savoir les propriétés physiques des deux fluides considérés, du matériau constituant la plaque et des dimensions de la configuration étudiée.

CONCLUSION :

L'étude bibliographique que nous venons de présenter montre que la convection thermosolutale dans les cavités a été largement étudiée au cours des dernières années parce qu'elle sert à modéliser des phénomènes dans des domaines variés. Certains de ces travaux traitent le problème de la distillation mais souvent sous un aspect expérimental qui manque de la précision et qui fait toujours appel à des formules empiriques ou sous un aspect théorique basé sur des bilans énergétiques globaux, bien que plusieurs phénomènes liés à ce problème ont été négligés. L'objectif de ce travail est de traiter ce problème dans une géométrie trapézoïdale en essayant de prendre en considération tous les paramètres qui peuvent avoir une influence sur le fonctionnement du distillateur à savoir :

- La variations des propriétés physiques du mélange gazeux et du film d'eau avec la température.
- La contribution du film d'eau dans le problème. Il s'agit de faire une étude détaillée des phénomènes d'évaporation et de condensation aux seins de la cavité.
- L'effet du niveau de température à l'intérieur de la cavité sur le taux de production d'eau douce.
- L'influence des paramètres géométriques de la cavité sur le taux de transfert de chaleur et de masse. Il s'agit alors d'étudier l'influence de l'allongement de la cavité, et l'angle d'inclinaison de la paroi froide.

En faisant varier ces paramètres géométriques ainsi que l'intensité des sollicitations thermique et solutale (Ra_t) et (Ra_s), nous allons essayer d'établir des corrélations qui permettent l'évaluation des nombres de Nu et de Sh.

CHAPITRE 2

FORMULATION MATHEMATIQUE

1/ POSITION DU PROBLEME :

On considère une cavité trapézoïdale de longueur L et de hauteur H , chauffée par le bas et refroidie sur sa partie supérieure inclinée d'un angle (α) avec l'horizontal. Les deux parois verticales sont adiabatiques et imperméables. Cette cavité est remplie d'air humide et sur sa paroi horizontale se trouve une lame de faible épaisseur d'eau saline.

Les écoulements susceptibles de se développer dans cette cavité sont régis par les équations de conservation de matière, des espèces, de quantité de mouvement et de l'énergie.

Il s'agit de déterminer la répartition de température, de vitesses et de concentration, en vue d'évaluer les taux de transfert de chaleur et de masse. Aussi nous nous proposons, dans ce travail numérique, d'étudier l'influence de l'effet Soret sur la structure des écoulements de convection thermosolutale qui se développent à l'intérieur de la cavité.

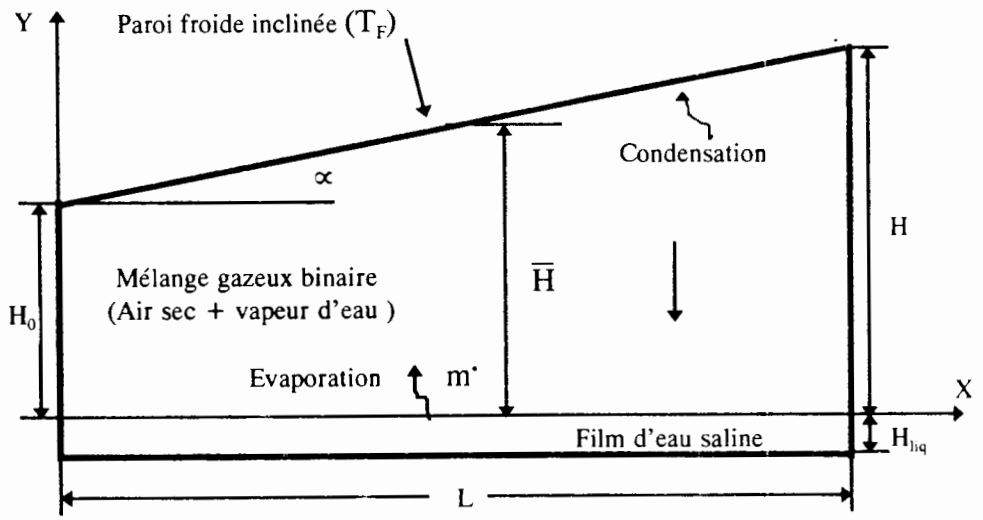


Fig.1. : Configuration géométrique.

L'étude numérique que nous proposons porte sur le domaine gazeux, le domaine liquide ainsi que sur l'interface (Liquide-gaz).

2/ HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES :

Nous nous plaçons dans les hypothèses classiques suivantes :

- La dissipation visqueuse est négligée en raison des faibles vitesses rencontrées en convection naturelle.
- On reste dans le cadre de l'approximation de Boussinesq.
- La bidimensionnalité du problème est considérée satisfaisante.
- Les seules forces extérieures sont celles de pesanteur.
- Le fluide est considéré comme un mélange gazeux binaire composé de l'air sec et de la vapeur d'eau (air humide).
- Le régime est considéré permanent.

3/ FORMULATION MATHEMATIQUE :

Les équations dimensionnelles représentants l'écoulement, le transfert de chaleur et le transfert de masse sont :

* EQUATION DE CONTINUITE :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - (\nabla.\rho V)$$

Compte tenu des hypothèses du problème, on obtient :

$$\nabla.V = 0 \qquad (1)$$

Cette équation qui traduit la conservation de la masse s'écrit en dérivées partielles :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (1\text{-}1)$$

*** EQUATION DE QUANTITE DE MOUVEMENT :**

$$\rho \frac{D V}{D t} = -\nabla p + \nu \nabla^2 V + \rho g$$

Ce qui donne :

$$\rho_0 (V.\nabla)V = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 V \qquad (2)$$

Tel que : $\rho = \rho_0[1 - \beta_t(T-T_0) + \beta_s(c-c_0)]$ (2-1)

ρ : masse volumique du fluide.

ρ_0 : masse volumique à T_0 et c_0

β_T : Coefficient d'expansion thermique $\beta_T = \left(-\frac{1}{\rho}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_c$

β_S : Coefficient d'expansion solutale $\beta_S = \left(-\frac{1}{\rho}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial c}\right)_T$

T_0 : Température de référence (moyenne) $T_0 = T_m = \frac{T_{im} + T_f}{2}$

T_{im} :Température moyenne à l'interface (Liquide-gaz).

T_f : Température froide sur la paroi inclinée (imposée).

c_0 : Fraction massique de référence de la vapeur d'eau dans le mélange gazeux.

$$c_0 = c_m = \frac{c_{im} + c_f}{2}$$

c_{im} : Fraction massique moyenne de la vapeur d'eau à l'interface.

c_f : Fraction massique de la vapeur d'eau sur la paroi froide inclinée.

La projection de l'équation vectorielle de quantité de mouvement sur les deux axes (X) et (Y) nous donne :

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (2\text{-}2)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\beta_T g(T-T_0)+\beta_s g(c-c_0) \qquad (2\text{-}3)$$

*** EQUATION DE L'ENERGIE :**

En l'absence de génération interne de chaleur et de réaction chimique et en négligeant les dissipations visqueuses, l'équation de l'énergie décrivant le problème s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho\, C_p(V.\nabla)T = k\nabla^2 T + \rho D(C_{p1} - C_{p2})\nabla c.\nabla T + \rho c_0 T_0 \gamma' D^* \nabla^2 c \qquad (3)$$

Tel que :

$q^{(c)} = -k\nabla T$ (Flux de chaleur par conduction)

$q^{(d)} = \sum_{i=1}^{2} H_i J_i$ (Flux de chaleur par interdiffusion)

$q^{(x)} = -\rho c_0 T_0 \gamma' D^* \nabla c$ (Flux de chaleur par effet Duffour)

Notre mélange gazeux est constitué de la vapeur d'eau (i = 1) et de l'air sec (i = 2)

J_i : flux de diffusion massique (de l'espèce chimique i)

H_i : Enthalpie massique de l'espèce chimique i

q : Flux total de l'énergie ($q = q^{(c)} + q^{(d)} + q^{(x)}$)

D^* : Coefficient de Duffour

D : Coefficient de diffusion isotherme (ordinaire)

$\gamma' = \frac{\partial \gamma}{\partial c}$ tel que γ est le potentiel chimique de la vapeur d'eau

L'équation de l'énergie s'écrit donc :

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+D\frac{C_{p1}-C_{p2}}{C_p}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial c}{\partial x}+\frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial c}{\partial y}\right)+\frac{c_0 T_0 \gamma' D^*}{C_p}\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c}{\partial y^2}\right)$$

(3-1)

Dans cette équation, l'énergie transmise par diffusion massique et par effet Duffour est prise en compte.

*** EQUATION DE CONSERVATION DE L'ESPECE :**

L'équation de masse relative à la vapeur d'eau est :

$$u\frac{\partial c}{\partial x}+v\frac{\partial c}{\partial y} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c}{\partial y^2}\right)+D_T c_0\left(1-c_0\right)\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (4)$$

Soit :

$$(V.\nabla)c = D\nabla^2 c + D_T c_0(1 - c_0)\nabla^2 T \qquad (4\text{-}1)$$

D_T : Coefficient de diffusion thermique

L'expression de flux de diffusion massique, de la vapeur d'eau, est généralement donnée sous forme d'une loi de Fick généralisée, ce flux de masse s'écrira :

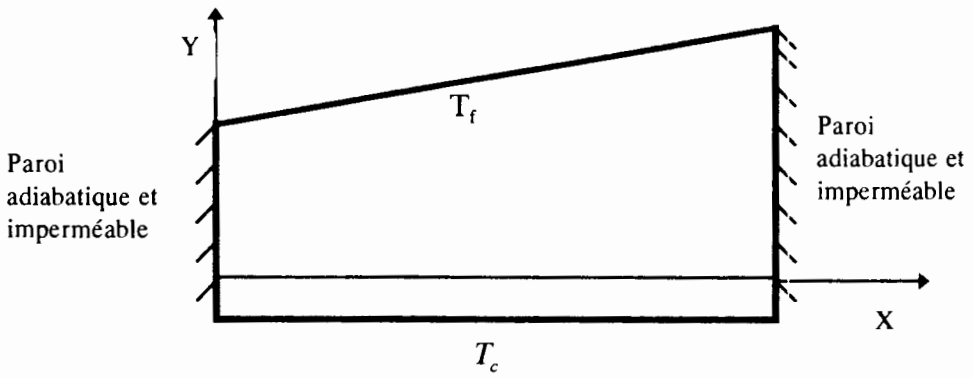
$$J = -\rho(D\nabla c + D_T c_0(1 - c_0)\nabla T) \qquad (4\text{-}2)$$

le premier terme représente la diffusion massique ordinaire et le deuxième terme représente la diffusion massique par effet Soret.

Les coefficients D et D_T seront respectivement dénommés les coefficient de diffusion isotherme et de thermodiffusion.

CONDITIONS AUX LIMITES ET A L'INTERFACE DU PROBLEME :

Conditions thermiques et solutales :



* Les deux parois verticales sont adiabatiques et imperméables, ce qui implique que le flux de chaleur et de masse à travers ces deux parois sont nuls.

$$k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0,L} = -\rho\, c_0\, T_0\, \gamma\, D \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0,L} \qquad \text{(condition d'adiabacité)} \qquad (5\text{-}1)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0,L} = -c_0\left(1-c_0\right)\frac{D_T}{D}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0,L} \qquad \text{(condition d'imperméabilité)} \qquad (5\text{-}2)$$

Ces deux dernières conditions nous permettent de déduire que :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0,L} = \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0,L} = 0 \qquad (5\text{-}3)$$

* Sur la paroi froide inclinée, la température est imposée, on a donc :

$$T = T_f \text{ et } c = c_f \qquad (5\text{-}4)$$

Tel que c_f représente la fraction massique de saturation à la température T_f .

* Condition thermique à l'interface (Liquide-gaz) :

Un bilan énergétique à l'interface nous permet d'écrire (Fig-2-) :

$$-k_l \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_l = -k_g \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_g + m^{\bullet} L_{ev} + \rho C_p v_i (T_i - T_f) \qquad (5\text{-}5)$$

Conduction évaporation convection

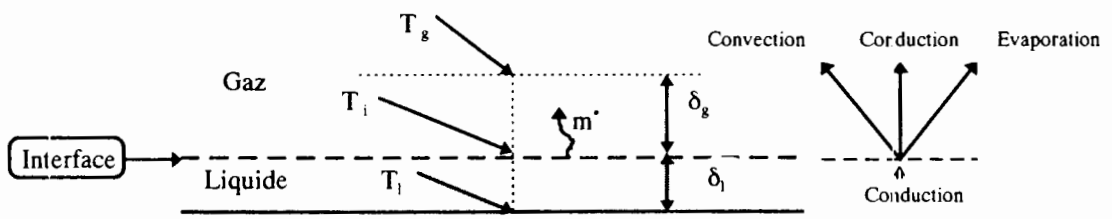


Fig-2- : Interface Liquide-gaz

$m^{\bullet}$: Débit massique d'évaporation par unité de surface

L_{ev} : Chaleur latente massique d'évaporation à la température T_i

($m^{\bullet} = \rho_{1i} v_{1i}$) tel que ρ_{1i} et v_{1i} représentent respectivement la concentration massique et la vitesse de la vapeur d'eau à l'interface .

On peut mettre : $m^{\bullet} = \rho_{1i}(v_{1i} - v_i) + \rho_{1i} v_i$

$$= -\rho D \left(\frac{\partial c}{\partial y}\right)_i - \rho D_T c_0 (1 - c_0) \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_i + \rho_{1i} v_i$$

$$= \rho_{2i} v_i + \rho_{1i} v_i$$

$$= \rho v_i$$

$$m^{\bullet} = \rho v_i \qquad (5\text{-}6)$$

Où ρ : masse volumique du mélange gazeux

v_i : vitesse d'écoulement à l'interface

L'équation (5-5) permet de déterminer la température T_i à l'interface.

* Condition de concentration à l'interface :

La fraction massique de la vapeur d'eau à l'interface c_i s'obtient en connaissant la fraction molaire χ_i .

$$\chi_i = \frac{P_{Si}}{P} \tag{5-7}$$

Où (P_{Si}) est la pression de vapeur saturante à la température T_i , et P est la pression totale.

La valeur de la pression de saturation de la vapeur d'eau en fonction de la température est donnée par la formule suivante :

$$P_S = 6893.0 \times \exp\left[54.63 - \frac{12301.6}{1.8T + 491.69} - 5.17\ln\left(1.8T + 491.69\right)\right] \tag{5-8}$$

On obtient ainsi : $c_i = \dfrac{\chi_i M_1}{\chi_i M_1 + \left(1 - \chi_i\right) M_2}$ (5-9)

M_1 : masse molaire de la vapeur d'eau

M_2 : masse molaire de l'air sec

Conditions sur les vitesses :

* Pour x = 0 et x = L on a :

$$u = v = 0 \qquad \text{(Adhérence)} \tag{6-1}$$

L'air est insoluble dans l'eau, donc le débit d'air sec vers l'interface(par diffusion massique) doit être égale au débit d'air (par convection) vers le sens des (y) positifs, de façon à avoir un débit total nul.

On a donc :

$$\rho_{2i} v_{2i} = 0 \Rightarrow \rho_{2i}\left(v_{2i} - v_i\right) + \rho_{2i} v_i = 0$$

$$\Rightarrow \rho_{2i} v_i = -\rho_{2i}\left(v_{2i} - v_i\right)$$

$$= -\left[-\rho D \frac{\partial c_2}{\partial y}\right)_i - \rho\left(-D_T\right) c_{2m}\left(1 - c_{2m}\right)\frac{\partial T}{\partial y}\Big)_i\Bigg]$$

$$= -\left[\rho D \frac{\partial c_1}{\partial y}\right)_i + \rho D_T c_{1m}\left(1 - c_{1m}\right)\frac{\partial T}{\partial y}\Big)_i\Bigg]$$

Et par la suite on trouve :

$$v_i = \frac{-D}{1-c_i}\frac{\partial c}{\partial y}\Big)_i - \frac{D_T c_m\left(1-c_m\right)}{1-c_i}\frac{\partial T}{\partial y}\Big)_i \qquad (6\text{-}2)$$

Tel que (v_i) est la vitesse du mélange gazeux à l'interface, alors que dans le côté liquide cette vitesse (v_{il}) est de l'ordre de $\frac{\rho_g}{\rho_l} v_i$ ($\approx 10^{-3}\ v_i$) et doit être négligée.

Pour la vitesse tangentielle (u) à l'interface on a la condition :

$$\mu_g \frac{\partial u}{\partial y}\Big)_g = \mu_l \frac{\partial u}{\partial y}\Big)_l \qquad (6\text{-}3)$$

Ce qui donne : $u_i = \frac{u_l + \lambda u_g}{1+\lambda}$ avec : $\lambda = \frac{\mu_g/\mu_l}{\delta_l/\delta_g}$

$$\mu_l >> \mu_g \Rightarrow u_i \approx 0 \qquad (6\text{-}4)$$

* Sur la paroi froide inclinée se condense de la vapeur d'eau , un bilan massique nous permet d'écrire :

$$v_f = \frac{-D}{1-c_f}\frac{\partial c}{\partial y}\Big)_f - \frac{D_T c_m(1-c_m)}{1-c_f}\frac{\partial T}{\partial y}\Big)_f \qquad (6\text{-}5)$$

On peut écrire :

$$\int_0^L \rho_i v_i \, dx \quad = \quad \int_0^L \rho_f v_f \, dx$$

Débit d'évaporation Débit de condensation

Soit : $$\bar{v}_f = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{\rho_i}{\rho_f} v_i \, dx$$

Sachant que la masse volumique du mélange $\rho = \frac{PM}{RT(^0K)}$, tel que M est la masse molaire du mélange, on peut mettre : $$\bar{v}_f = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{M_i T_f}{M_f T_i} v_i \, dx \quad \text{et} \quad u_f = 0 \qquad (6\text{-}6)$$

4/ ADIMENSIONNEMENT :

GRANDEURS DE REFERENCE :

Longueur : H (hauteur de la cavité)

Température : T_0 (température moyenne $T_0 = T_m = \frac{T_{im} + T_f}{2}$)

Fraction massique : c_0 (fraction massique moyenne $c_0 = c_m = \frac{c_{im} + c_f}{2}$)

Vitesse : $V_{ref} = \frac{a}{H}$

Pression : $P_{ref} = \rho V_{ref}$

VARIABLES ADIMENSIONNELLES :

$$X=\frac{x}{H},\quad Y=\frac{y}{H},\quad U=u\frac{H}{a},\quad V=v\frac{H}{a},\quad C=\frac{c-c_f}{c_{im}-c_f},\quad \Theta=\frac{T-T_f}{T_{im}-T_f}$$

$$P=\frac{p}{\rho}\frac{H^2}{a^2}$$

Le système d'équations décrivant le problème s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

Equation de continuité :

$$\nabla.V=0 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{7}$$

Equations de mouvement :

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \tag{8}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+Ra_T\,Pr(\Theta-05)+Ra_S\frac{Pr}{Le}(C-05) \tag{9}$$

Tel que :

$$Ra_T=\frac{g\beta_T\Delta T H^3}{\nu a}\quad ;\quad \Delta T=T_{im}-T_f\ ;\quad Pr=\frac{\nu}{a}$$

$$Ra_S=\frac{g\beta_S\Delta c H^3}{\nu D}\quad ;\quad \Delta c=c_{im}-c_f\ ;\quad Le=\frac{a}{D}$$

Equation de l'énergie:

$$U\frac{\partial\Theta}{\partial X}+V\frac{\partial\Theta}{\partial Y}=\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2}\right)+\frac{1}{Le}\frac{C_{p1}-C_{p2}}{C_p}\Delta c\left(\frac{\partial\Theta}{\partial X}\frac{\partial C}{\partial X}+\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\frac{\partial C}{\partial Y}\right)+$$
$$+\frac{c_0T_0(K)\gamma' D^*}{C_p a}\frac{\Delta c}{\Delta T}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial Y^2}\right) \tag{10}$$

Equation de conservation de l'espèce :

$$U\frac{\partial C}{\partial X}+V\frac{\partial C}{\partial Y}=\frac{1}{Le}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial Y^2}\right)+\frac{S_T}{Le\,N}\left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\right) \qquad (11)$$

Où on utilisant les notations vectorielles :

$$(V.\nabla)C=\frac{1}{Le}\nabla^2 C+\frac{S_T}{Le\,N}\nabla^2\Theta \qquad (11\text{-}1)$$

Tel que :

$$S_T=\frac{D_T}{D}c_0(1-c_0)\frac{\beta_S}{\beta_T}=Sc_0(1-c_0)\frac{\beta_S}{\beta_T}$$

S_T : Paramètre de séparation.

S : Coefficient de Soret.

N : Rapport des forces de flottement ($N=\frac{\beta_S\,\Delta c}{\beta_T\,\Delta T}$)

L'équation de la fraction massique de la vapeur d'eau, s'écrit, en utilisant le facteur de thermodiffusion(α^*), comme suit :

$$(V.\nabla)C=\frac{1}{Le}\nabla^2 C+\frac{\alpha^*}{Le}\frac{c_0(1-c_0)\Delta T}{T_0(K)\,\Delta c}\nabla^2\Theta \qquad (11\text{-}2)$$

Tel que : $\alpha^*=\frac{T_0(K)\,D_T}{D}$

Soit encore, en utilisant le rapport de thermodiffusion K_T :

$$(V.\nabla)C=\frac{1}{Le}\nabla^2 C+\frac{1}{Le}\frac{\Delta T}{\Delta c}\frac{K_T}{T_0(K)}\nabla^2\Theta \qquad (11\text{-}3)$$

Avec : $K_T=\frac{D_T}{D}c_0(1-c_0)T_0(K)=\alpha^* c_0(1-c_0)$.

T_0 : Température moyenne en degré Kelvin.

L'adimensionnement des équations gouvernantes fait apparaître les nombres caractéristiques adimensionnels suivants :

- Le nombre de Rayleigh thermique (Ra_T) caractérisant la sollicitation thermique
- Le nombre de Rayleigh solutal (Ra_S) caractérisant la sollicitation solutale
- Le nombre de Prandtl ($Pr = \frac{\nu}{a}$)
- Le nombre de Schmidt ($Sc = \frac{\nu}{D}$)
- Le nombre de Lewis : rapport des diffusivités thermique et solutale ($Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{a}{D}$)

Compte tenu de cet adimensionnement, les conditions aux limites associées à ce problème sont les suivantes:

* Pour $X = 0$ ou $X = AL$ on a :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial X} = 0$$

$$U = V = 0 \qquad (12)$$

* Pour $Y = 0$ On a :

$$U = U_{y=0} = 0 \qquad (13)$$

$$V = V_{y=0} = \frac{-\Delta c}{Le\left[1-\left(\Delta c C + c_f\right)\right]}\left[\left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)_{y=0} + \frac{S_T}{N}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right)_{y=0}\right] \qquad (14)$$

$$\Theta = \Theta_{y=0} = \frac{\left(Rc/\delta_l\right)\Theta_l + \left(1/\delta_g\right)\Theta_g - \left[\left(V L_{ev}\right)/\left(\Delta T C_p\right)\right]}{\left(Rc/\delta_l\right) + \left(1/\delta_g\right) + V} \qquad (15)$$

$$C = \frac{c_i - c_f}{c_{im} - c_f} \qquad (16)$$

Tel que :

Rc est le rapport de conductivité (Liquide-gaz) ($Rc = \frac{k_l}{k_g}$).

(δ_l et δ_g) sont adimensionnels

$$\Theta_l = \frac{T_c - T_f}{T_{im} - T_f} \ , \ \Theta_g = \frac{T_g - T_f}{T_{im} - T_f}$$

(c_i et c_{im}) sont les fractions massiques correspondantes respectivement à (T_i et T_{im}) et se calculent à partir des équations (5-7), (5-8) et (5-9).

Les deux conditions de température et de vitesse, à l'interface, sont couplées. Ceci implique par exemple, de partir d'un champs de température et de calculer la vitesse (équation 14). Puis en utilisant cette valeur de vitesse, on calcule celle de la température (équation 15) et refaire le processus jusqu'à avoir la convergence.

* Sur la paroi froide inclinée on a :

$$\Theta = 0$$
$$C = 0 \qquad (17)$$
$$U = 0$$

Au niveau de la paroi froide on a la condensation de la vapeur d'eau et comme le débit (massique) d'eau condensée doit être égale au débit(massique) d'eau produite par évaporation, et ceci pour avoir la conservation de la masse, on peut écrire donc :

$$\overline{V}_f = \frac{1}{AL} \int_0^{AL} \frac{M_i}{M_f} \frac{T_f}{T_i} V_i \, dX \qquad (18)$$

M : est la masse molaire du mélange gazeux, ($M = \frac{M_1 M_2}{M_1 + (M_2 - M_1)c}$)

5/ DEFINITIONS DES NOMBRES DE NUSSELT ET SHERWOOD :

On définit le nombre de Nusselt, caractérisant l'échange thermique, comme suit :

$Nu = \frac{q_T H}{k \Delta T}$ tel que (q_T est le flux total de chaleur à travers la section $y = y_0$).

Soit donc : $q_T = \left(\rho \hat{C_p} v (T - T_f) \right.$ $- k \frac{\partial T}{\partial y}$ $\left. - \rho c_0 T_0 \gamma' D^* \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=y_0}$

Convection Conduction Effet Duffour

Ainsi le nombre de Nusselt local s'écrit pour (Y = 0) et en utilisant les variables adimensionnelles :

$$Nu = \left(V\Theta - \frac{\partial \Theta}{\partial Y} - \frac{c_0 T_0 \gamma' D^* \Delta c}{a C_p \Delta T} \frac{\partial C}{\partial Y} \right)_{Y=0} \qquad (19)$$

Le nombre de Nusselt moyen se calcule à partir de :

$$Nu_{moy} = \frac{1}{AL} \int_0^{AL} Nu \, dX \qquad (20)$$

De la même façon on définit le nombre de Sherwood caractérisant l'échange solutal à travers la surface ($y = y_0$) :

$Sh = \frac{J_T H}{\rho D \Delta c}$ tel que (J_T est le flux massique total à travers la surface $y = y_0$)

Soit donc : $J_T = \left(\rho v (c - c_f) \right.$ $- \rho D \frac{\partial c}{\partial y}$ $\left. - \rho c_0 (1 - c_0) D_T \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=y_0}$

Convection Diffusion Effet Soret

Le nombre de Sherwood local s'écrit, pour Y = 0, et en utilisant les variables adimensionnelles :

$$Sh = Le\left[VC - \frac{1}{Le}\frac{\partial C}{\partial Y} - \frac{S_T}{N\,Le}\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right]_{Y=0} \qquad (21)$$

Le nombre de Sherwood moyen se calcule à partir de :

$$Sh_{moy} = \frac{1}{AL}\int_0^{AL} Sh\, dX \qquad (22)$$

On définit également :

Le coefficient de transfert de chaleur par convection (h_c) : $Nu = \frac{h_c H}{k}$

Le coefficient de transfert de chaleur par évaporation (h_{ev}) : $h_{ev} = \frac{m^{\bullet} L_{ev}}{\Delta T}$

Le coefficient de transfert de masse (K) : $Sh = \frac{K H}{\rho D}$

6/ PROPRIETES PHYSIQUES DE L'AIR HUMIDE :

Dans le travail présent, on prend en considération la variation des propriétés physiques de l'air humide en fonction de sa température et de sa teneur en vapeur d'eau. → Ref ?

La chaleur spécifique : $C_p = c_0\, C_{p(vap)} + (1 - c_0) C_{p(air)}$

La conductivité thermique : $k = 0.024 + 0.7673 \times 10^{-4} T_m \quad \left[W/\left({}^0K.m\right)\right]$

La viscosité dynamique : $\mu = 1.718 \times 10^{-5} + 4.62 \times 10^{-8} T_m \quad [Kg/(m.s)]$

La diffusivité : $a = 7.7255 \times 10^{-10} \times (T_m + 273.15)^{1.83} \quad [m^2/s]$

La masse molaire du mélange gazeux : $M = \frac{M_1 M_2}{M_1 + (M_2 - M_1) c_m}$

La masse volumique : $\rho = \frac{P M}{R T_m(K)}$

Le coefficient d'expansion thermique : $\beta_T = \dfrac{1}{T_m(K)}$

Le coefficient d'expansion solutale : $\beta_S = \dfrac{M_2 - M_1}{M_1 + (M_2 - M_1)c_m}$

La chaleur latente de vaporisation : $L_{ev} = 3.1615 \times 10^6 \left[1 - 7.6166 \times 10^{-4} (T_{im} + 273.15)\right]$ J/kg

REMARQUE : Les deux sollicitations thermique (Ra_T) et solutale (Ra_S) ne sont pas indépendantes, car la concentration massique en vapeur d'eau aux frontières (à l'interface et sur la paroi froide) est liée à la température (T) par les relations (5-7),(5-8) et (5-9) et par la suite (Δc) est conditionnée par les deux valeurs T_{im} et T_f , en plus β_T et β_S sont fonctions de T_m .

L'équation suivante traduit la relation entre les deux sollicitations :

$$\frac{Ra_S}{Ra_T} = N.Le \qquad (23)$$

7/ PROCEDURE NUMERIQUE DE RESOLUTION :

METHODES NUMERIQUES :

L'étude du transfert de chaleur et de masse dans les cavités a fait l'objet de plusieurs travaux. Des méthodes numériques différentes ont été utilisées. Parmi ces méthodes on cite la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis.

Dans le travail que nous proposons, nous avons utilisé la méthode des volumes finis développée par **S. V. PATANKAR** pour les raisons suivantes :

- La méthode est bien adaptée à la formulation vitesse - pression
- La disponibilité d'un code de calcul -**SIMPLER**- qu'il suffit de l'adapter pour notre problème
- La qualité de la méthode de réduire les instabilité numériques pour les sollicitations élevées, ainsi que la possibilité de choisir le schéma de discrétisation qui convient.

PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS : (Voir Annexe)

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine d'étude en un certain nombre de volumes élémentaires, entourant chacun un noeud du maillage. L'équation différentielle est ensuite intégrée sur chaque volume de contrôle. On obtient ainsi les équations discrétisées contenant la variable dépendante ϕ pour l'ensemble des noeuds constituant le maillage. Chaque volume de contrôle est associé à 5 noeuds (E, W, N, S et P) sur lesquels on détermine les valeurs des inconnues du problème (pression, température, concentration, vitesses, densité etc..), en effectuant un bilan traduisant la conservation du flux associé à la variable dépendante ϕ (conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie etc..).

FORMULE GENERALE DES EQUATIONS A RESOUDRE :

Nous remarquons que les équations à résoudre (7-11) peuvent être présentées sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \Phi)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \Phi)=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\right)+S_\Phi$$

Soit encore et en considérant les hypothèses du problème :

$$\frac{\partial}{\partial X}(U \Phi)+\frac{\partial}{\partial Y}(V \Phi) = \Gamma_\Phi\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2}\right) + S_\Phi \qquad (1a)$$

Tel que :

- Pour l'équation de continuité (7) : $\Phi = 1$, $\Gamma_\Phi = 0$, $S_\Phi = 0$

- Pour l'équation de mouvement (8) : $\Phi = U$, $\Gamma_\Phi = Pr$, $S_\Phi = 0$

- Pour l'équation de mouvement (9) : $\Phi = V$, $\Gamma_\Phi = Pr$, $S_\Phi = Ra_T\, Pr(\Theta - 05) + Ra_S \frac{Pr}{Le}(C - 05)$

• Pour l'équation de l'énergie (10) :

$$\Phi = \Theta$$

$$\Gamma_\Phi = 1$$

$$S_\Phi = \frac{1}{Le}\frac{C_{p1}-C_{p2}}{C_p}\Delta c\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X}\frac{\partial C}{\partial X}+\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\frac{\partial C}{\partial Y}\right)+\frac{c_0 T_0(K)\gamma' D^*}{C_p a}\frac{\Delta c}{\Delta T}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial Y^2}\right)$$

• Pour l'équation de l'espèce (11) :

$$\Phi = C$$

$$\Gamma_\Phi = \frac{1}{Le}$$

$$S_\Phi = \frac{S_T}{Le\ N}\left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\right)$$

DISCRETISATION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE GENERALE :

L'intégration de l'équation différentielle générale (1a) à travers un volume de contrôle de dimensions (Δx, Δy et $\Delta z = 1$), nous donne après quelques réarrangements et pour chaque point P du maillage, une équation discrétisée de la forme:

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b$$

Le traitement des équations de quantité de mouvement est un peu différent. La différence réside dans le choix d'un maillage décalé. (Voir annexe 1)

Les équations de conservation de la quantité de mouvement résultant de ce décalage sont les suivantes:

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (P_P - P_E)A_e \qquad (2a)$$

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (P_P - P_N)A_n \qquad (3a)$$

On désigne par (P^*) le champ estimé de la pression et on résout les équations (2a) et (3a) pour obtenir les vitesses u^* et v^*.

Pour corriger les pressions on utilise l'équation $P = P^* + P'$, (P' correction de pression).

Pour corriger les vitesses on utilise: $u = u^* + u'$, $v = v^* + v'$

En manipulant les équations on obtient les équations de correction des vitesses :

$$u_e = u_e^* + d_e(P_P' - P_E')$$
$$v_n = v_n^* + d_n(P_P' - P_N') \qquad (4a)$$

Equation de correction de pression :

Si on remplace, dans l'équation discrétisée de continuité, les vitesses par leur expressions (4a) on obtient l'équation discrétisée en P' :

$$a_P P_P' = a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b \qquad (5a)$$

Equation de pression :

On définit une pseudo - vitesse $\tilde{u}_e$ par $\tilde{u}_e = \dfrac{\sum a_{nb} u_{nb} + b}{a_e}$ (6a)

alors on obtient l'équation : $u_e = \tilde{u}_e + d_e(P_P - P_E)$

il est facile d'observer l'analogie entre cette dernière équation et l'équation de correction de vitesse (4a). Par conséquent, on procède de la même façon pour écrire l'équation de la pression :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \qquad (7a)$$

ALGORITHME SIMPLER : Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation Reveised.

Ainsi, l'algorithme **SIMPLER** contient la séquence des étapes suivantes :

1- Introduire un estimé de vitesse.

2- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et déduire par la suite

$\tilde{u}$ et $\tilde{v}$ (équation 6a).

3- Résoudre l'équation de la pression (7a) pour obtenir le champ de pression.

4- Prendre ce champ comme P^* et résoudre les équations de mouvement pour obtenir u^* et v^* .

5- Calculer le terme source b et résoudre l'équation en P'.

6- Corriger les vitesses en utilisant les équations de correction de vitesse (4a). Ne pas corriger la pression.

7- Résoudre les autres équations discrétisées si c'est nécessaire.

8- Revenir à l'étape 2 et répéter la procédure jusqu'à convergence.

RESOLUTION DES SYSTEMES D'EQUATIONS

Les équations à résoudre se présentent sous la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

Pour résoudre ce système d'équation, on choisit une méthode combinée appelée (LINE BY LINE METHOD). Il s'agit d'une combinaison entre une méthode directe T.D.M.A. de **THOMAS** et la méthode itérative de **GAUSS SEIDEL.**

La méthode, ligne par ligne, consiste à faire un balayage associé à l'algorithme T.D.M.A. Il s'agit de considérer une ligne du maillage (dans la direction des y , par exemple), tout en considérant la variable ϕ connue aux noeuds des lignes voisines (dans la direction des x) à partir de leurs valeurs précédentes. Ainsi, on passe d'un système penta - diagonal à un système tri - diagonal. L'algorithme de **THOMAS** est utilisé à ce stade. On répète cette procédure pour toutes les lignes dans la même direction, puis on refait la même démarche pour les lignes de l'autre direction.

Aussi, et dans le but de réduire le risque de la divergence, un processus de sous relaxation est appliqué, ce qui permet de modérer le changement de la variable ϕ d'une itération à l'autre.

La recherche de l'indépendance de la solution par rapport à la grille a fait l'objet de notre intérêt. Plusieurs grilles ont été testées afin d'avoir une solution avec une précision satisfaisante dans la limite du moyen de calcul disponible. Ainsi, et pour les faibles sollicitations, un maillage de 80*80 a été utilisé. Des maillages plus importants (Jusqu'à 200*200) et serrés au niveau de la paroi active horizontale ont été utilisés pour les hautes sollicitations ou pour des allongements importants de la

cavité. Ce choix de nombre de points du maillage permet une précision acceptable avec un coût raisonnable. Notons que pour des maillages importants, le temps de calcul dépasse 2 Seconds par itération.

ADAPTATION DU CODE DE CALCUL A LA GEOMETRIE TRAPEZOIDALE :

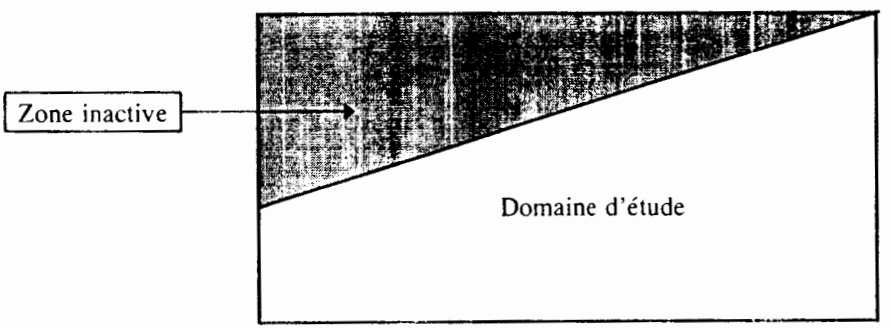
Discrétisation du domaine :

Il s'agit d'adapter un maillage rectangulaire à notre forme trapézoïdale, pour cela nous avons utilisé la technique de la zone bloquée qui consiste à garder constant les valeurs des variables dépendantes dans toute la zone inactive. Ceci peut être réalisé de deux façons :

1- Prendre un terme source infini pour les volumes de contrôle constituant la zone bloquée.

2- Prendre un coefficient Γ très élevé dans cette zone.

Cette technique permet de ramener les conditions aux limite posées sur la paroi horizontale supérieure d'une cavité rectangulaire fictive à la paroi inclinée de la cavité trapézoïdale qui constitue notre domaine réel d'étude. Bien que des calculs inutiles soient effectués, l'application de cette technique permet de ne pas faire appel à des transformations géométriques plus ou moins complexes qui rend difficile l'adaptation du code de calcul.



CHAPITRE 3

COMPARAISON ET VALIDATION

Dans le présent chapitre, nous voulons faire une étude comparative afin de valider notre code de calcul. Pour cela, on compare nos résultats avec ceux de la littérature et ceci pour des problèmes divers et dans des géométries différentes.

Dans un premier temps on compare nos résultats avec la référence **[HAYDEE SALMUN]** qui traite le problème de la convection naturelle dans une cavité triangulaire chauffée par le bas et refroidie sur sa partie supérieure inclinée.

1 / Convection naturelle dans une cavité triangulaire :

Tableau 1 : Comparaison des résultats

	La référence		Le présent travail	
Fonction de courant	ψ_{min}	ψ_{max}	ψ_{min}	ψ_{max}
Gr = 1.E03 AL = 5	0.00	0.16	0.00	0.153
Gr = 5.E03 AL = 5	-0.21	3.76	-0.23	3.71
Gr = 1.E04 AL = 5	-3.27	8.22	-3.27	7.98
Gr = 1.E05 AL = 5	-25.16	35.70	-20.85	31.52
Gr = 1.E05 AL = 10/3	-18.30	32.21	-16.18	29.76
Gr = 1.E05 AL = 2	-11.02	25.85	-9.09	25.32
Gr = 1.E05 AL = 1	0.00	18.41	0.00	17.83

L'erreur est en général inférieure à 5%

Les isothermes Les isocourants

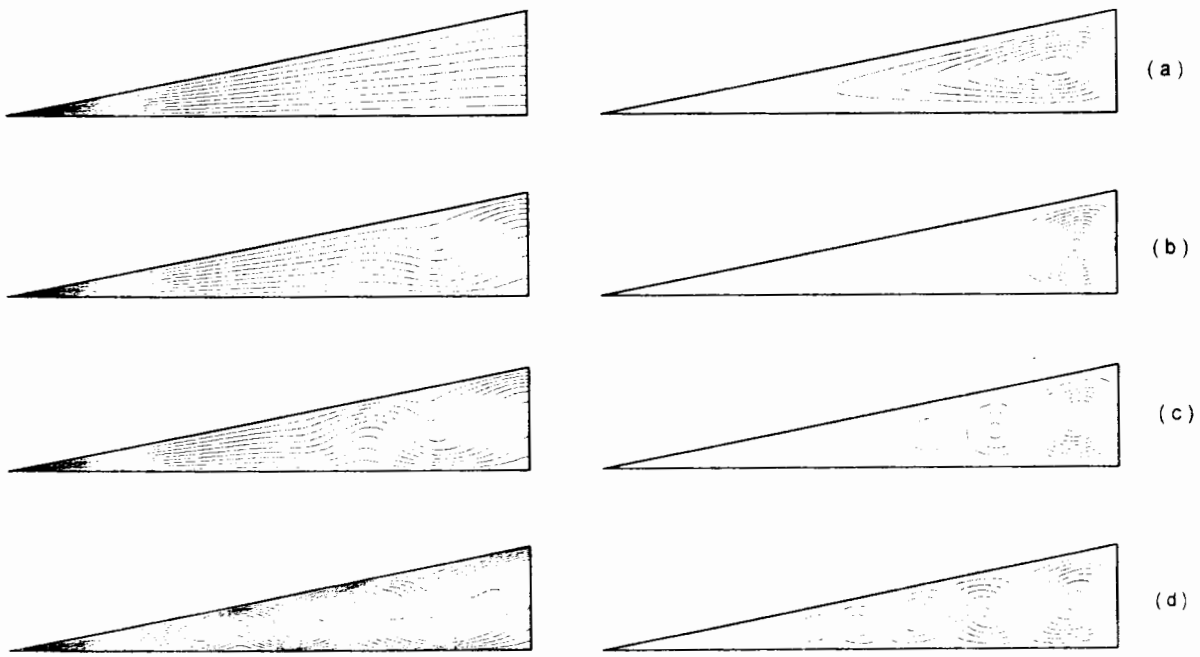


Fig.1 Al = 5. , Pr = .72

(a) : Gr = 1.E03
(b) : Gr = 5.E03
(c) : Gr = 1.E04
(d) : Gr = 1.E05

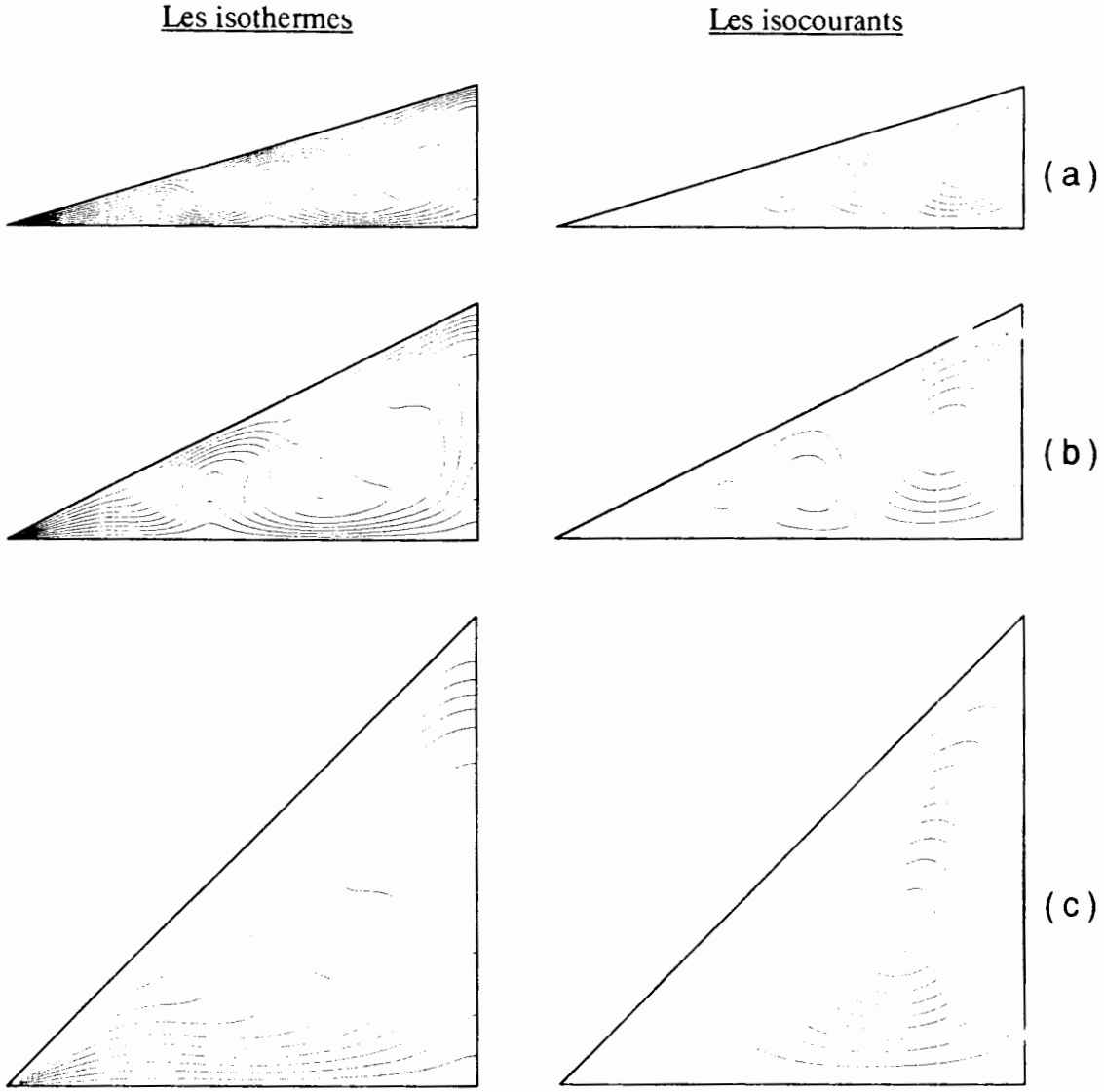


Fig.2 Gr = 1.E05 , Pr = 0,72 (a) : AL = 10/3 (b) : AL = 2. (c) : AL = 1.

Le comparaison qualitative entre nos résultats (isocourants et isothermes) et ceux de la référence [2] montre une concordance totale et ce pour différentes allongements de la cavité triangulaire et différentes sollicitations thermiques.

2 / CONVECTION THERMOSOLUTALE DANS UNE CAVITE CARREE :

Comparaison des résultats avec la référence **[C. BEGHEIN]** : étude numérique de la convection thermosolutale dans une cavité carrée.

Ecoulement à forces de flottement opposées, avec Rat = 10^7 , Pr = 0,71 , Le = 1.

Tableau 2 : Comparaison des résultats

Ras		10^5	10^6	2.10^6	5.10^6	8.10^6	9.10^6	$1,5.10^7$	5.10^7
Résultats de la référence	Nu	16,4	16,0	15,5	13,6	10,6	8,8	13,6	23,7
	Sh	-16,4	-16,0	-15,5	-13,6	-10,6	-8,8	-13,6	-23,7
Le présent travail	Nu	16,36	15,94	15,44	13,61	10,63	8,81	13,61	23,69
	Sh	-16,36	-15,94	-15.44	-13,61	-10.63	-8,81	-13,61	-23,69

L'erreur est inférieure à 0,5 %

Les isothermes Les isocourants

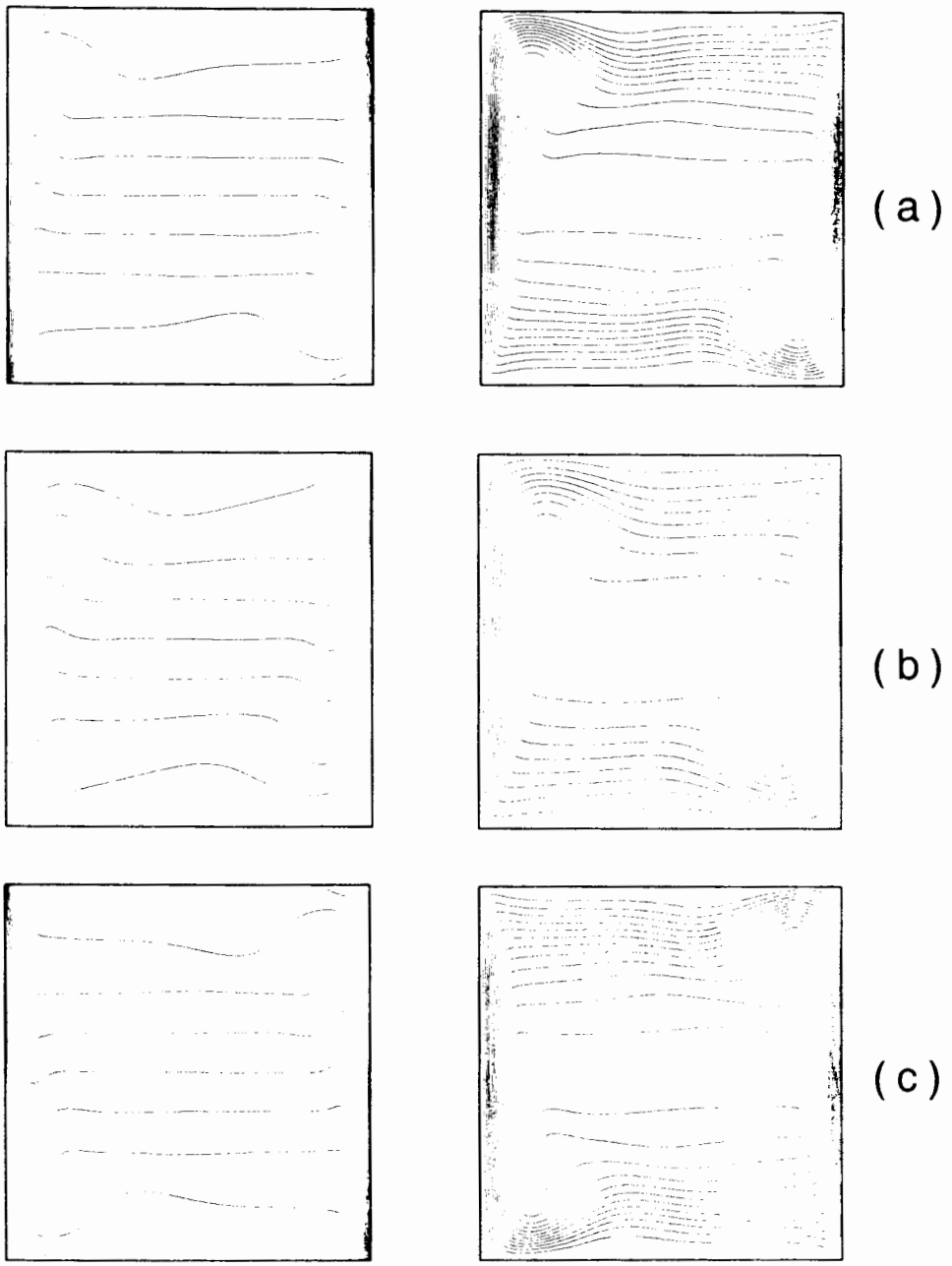


Fig. 3 (a) : Ras = 5.E06 (b) : Ras = 9.E06 (c) : Ras = 1.5E07

La comparaison quantitative et qualitative avec les résultats de la référence [1] montre également une concordance appréciable.

3 / CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE CARREE :

Comparaison des résultats avec la solution BENCH MARK :

Tableau 3 : Comparaison des résultats

RAYLEIGH	1.E03	1.E04	1.E05	1.E06
BENCH MARK Nu =	1.118	2.243	4.519	8.800
NOS RESULTATS Nu =	1.118	2.247	4.532	8.815
ERREUR EN %	0.000	0.178	0,287	0.170

L'erreur est inférieure à 0,5 %

Les isothermes Les isocourants

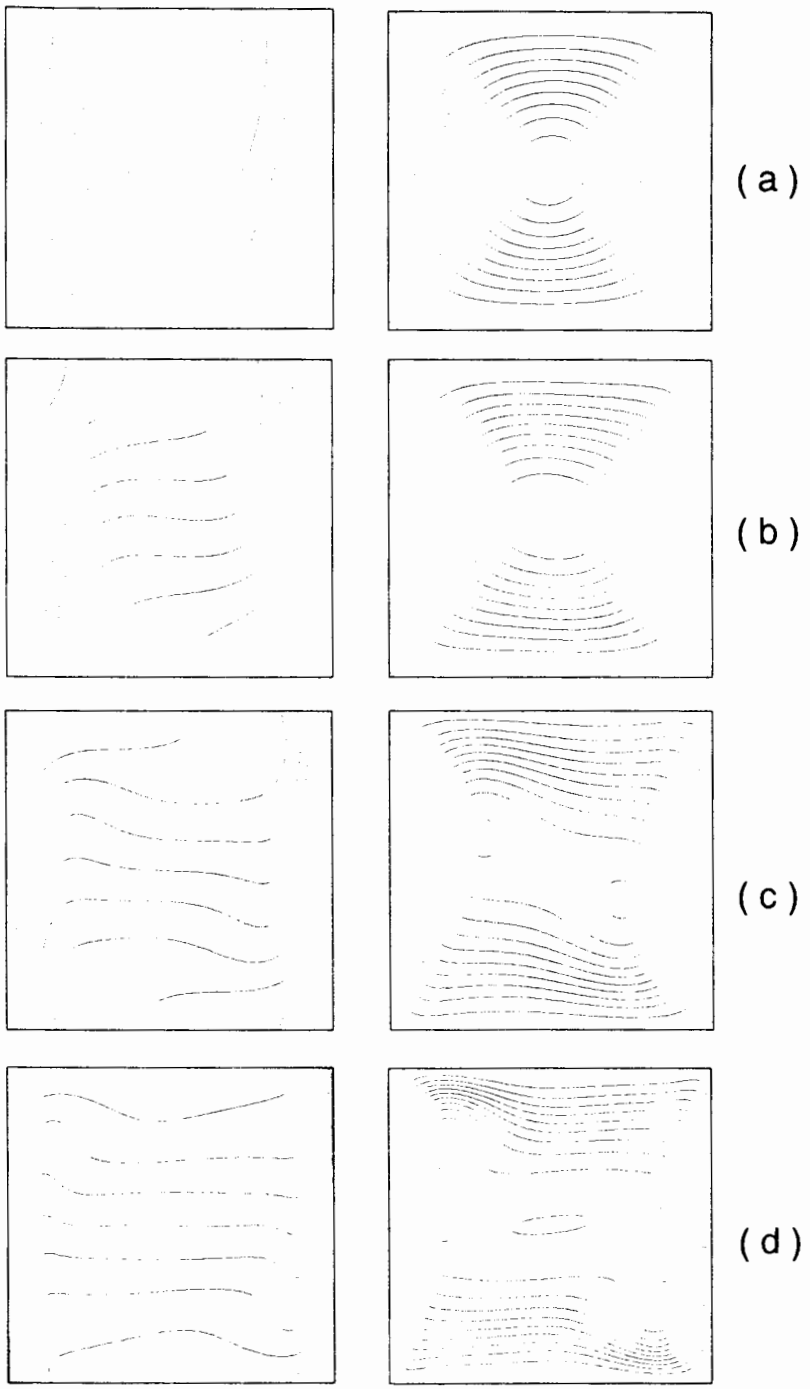


Fig. 4 (a) : Ra = 1.E03 (b) : Ra = 1.E04 (c) : Ra = 1.E05 (d) : Ra = 1.E06

4/ CONVECTION THERMOSOLUTALE DANS UNE CAVITE TRAPEZOÏDALE :

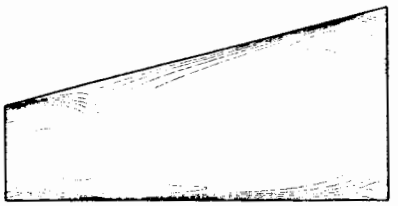
Il s'agit ici de comparer nos résultats avec ceux de la littérature (référence [5]) concernant un problème de distillation dans une cavité trapézoïdale présentant un allongement égal à 2 et un angle d'inclinaison de la paroi froide de 14.35° avec une hauteur moyenne de la cavité égal à 0,165 m. La température de l'eau saline est de 63° alors que celle de la paroi froide est 48°.

Tableau 4 : Comparaison des résultats

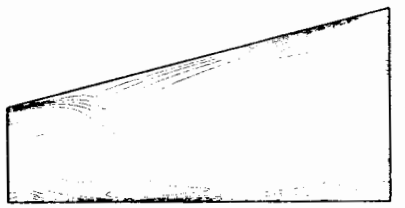
REFERENCES	Taux d'évaporation kg / (m^2 h)	H_C W/(m^2 °C)	H_{EV} W/(m^2 °C)	% de déviation avec le résultat expérimental
DUNKLE MODEL	0 ,76	2,65	33,09	40,7
TIWARI MODEL	0,63	2,19	27,37	16,7
PROPOSED MODEL	0,75	2,64	32,92	38,9
INABA MODEL	0,74	2,61	32,50	37,0
LAM MODEL	0,69	2,43	30,33	27,8
RESULTAT EXPERIMENTAL	0,54	------	------	-------
LE PRESENT TRAVAIL	0,56	2,04	26,37	3,70

Le présent travail présente un résultat meilleur que les autres modèles théoriques proposés. Ce résultat est très proche de la valeur expérimentale.

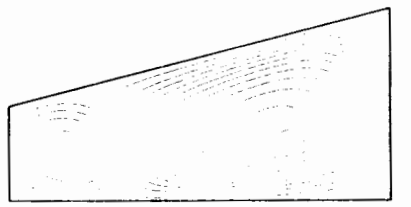
Isothermes



Isoconcentrations



Isocourants



Conclusion :

L'étude comparative que nous avons mené par confrontation des résultats obtenus à ceux donnés par d'autres travaux, nous permet d'avoir confiance en notre code de calcul ainsi qu'en notre modèle théorique proposé pour le problème.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

1 / ANALYSE DE L'EFFET SORET EN CONVECTION THERMOSOLUTALE :

Afin de mettre en évidence l'influence de l'effet Soret sur la structure de l'écoulement et les taux de transfert thermique et solutal, on se propose de faire une analyse de cet effet sur un problème de convection thermosolutale dans une cavité trapézoïdale en tenant constant quelques paramètres et en faisant varier le coefficient de Soret avec différentes sollicitations thermiques et solutaux.

Nous savons que l'effet Soret se manifeste d'une façon directe comme une contribution dans la diffusion massique sous l'effet d'un gradient de température.

L'expression de flux de diffusion massique, est généralement donnée sous forme d'une loi de Fick généralisée, ce flux de masse s'écrit : $J = -\rho(D\nabla c + D_T c_0(1 - c_0)\nabla T)$

Les coefficients D et D_T sont respectivement les coefficient de diffusion isotherme et de thermodiffusion.

Comme le coefficient de Soret peut être positif ou négatif, selon le cas du mélange considéré et sa composition, son influence peut être une augmentation ou une diminution du taux de transfert massique bien que les champs dynamique et thermique peuvent être modifiés. Dans ce qui suit, on procède à une analyse globale de l'effet Soret, en considérant une cavité trapézoïdale d'allongement égale à 2 avec un angle d'inclinaison de la paroi froide de 20°, dans laquelle se développe un écoulement sous l'effet des forces de poussés thermique et solutales agissant dans le même sens (Aiding - Flows). On prend également un rapport de forces de flottement N=1 et on fait varier l'intensité des sollicitations et la valeur du paramètre de séparation S_T.

$$S_T = \frac{D_T}{D} c_0(1-c_0)\frac{\beta_S}{\beta_T} = S\,c_0(1-c_0)\frac{\beta_S}{\beta_T}$$

S_T : Paramètre de séparation. S : Coefficient de Soret

Notons que $|S_T|$ est généralement inférieure à l'unité.

$Ra = Ra_T + Ra_S$.

Sh_0 : Nombre de Sherwood basé seulement sur la diffusion massique ordinaire (diffusion isotherme)

Sh : Nombre de Sherwood basé sur la diffusion massique totale (diffusion isotherme + thermodiffusion)

Tableau 5 : Analyse de l'effet Soret pour Ra =10^3 , Pr = 0.71 et Le = 1.

S_T	Nu	Sh	Sh_0	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
0	1.877	1.877	1.877	0.174	0
10^{-4}	1.877	1.877	1.877	0.174	0
10^{-3}	1.877	1.879	1.877	0.174	0
0.01	1.877	1.896	1.877	0.173	0
0.1	1.877	2.064	1.876	0.172	0
0.5	1.877	2.811	1.872	0.165	0
-10^{-4}	1.877	1.877	1.877	0.174	0
-0.01	1.877	1.859	1.877	0.174	0
-0.5	1.877	0.945	1.883	0.183	0

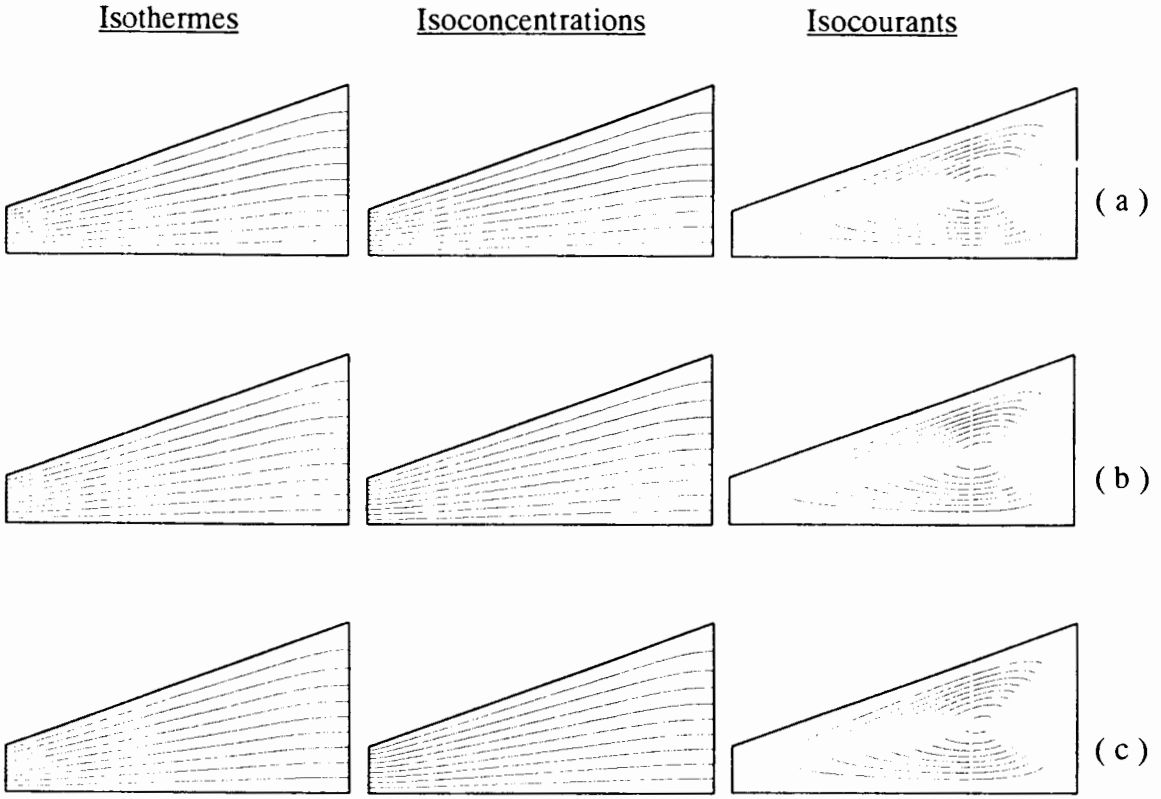


Fig.5. Ra = 10^3 (a) : $S_T = 0$ (b) : $S_T = 0.01$ (c) : $S_T = 0{,}5$

Pour cette application (Ra = 10^3) on remarque ce qui suit :

* pour des valeurs du paramètre de séparation de l'ordre de 10^{-4} ou 10^{-3} , l'effet Soret est totalement négligeable. Les nombres de Nusselt et de Sherwood restent constants et la structure de l'écoulement ne subit aucune modification.

* pour des valeurs élevées de ce paramètre, l'influence est beaucoup plus prononcée sur le taux de transfert de masse. On remarque cependant une légère variation dans l'intensité des vitesses d'écoulement. Cette variation est fonction du signe de S_T .

Tableau 6 : Analyse de l'effet Soret pour Ra =10^4 , Pr = 0.71 et Le = 1.

S_T	Nu	Sh	Sh_0	ψ_{MAX}	ψ_{MIN}
0	2,391	2,391	2,391	5.432	-0.139
10^{-4}	2.391	2.391	2.391	5.432	-0,139
0,01	2,391	2,409	2,385	5.437	-0.135
0,1	2.389	2,575	2,336	5,469	-0,109
0,5	2,386	3,325	2,132	5,634	-0,031
-0,01	2,391	2,372	2,396	5,429	-0,142
-0,5	2,406	1,486	2,689	5,270	-0,348

Pour le cas Ra = 10^4 , les mêmes remarques précédentes sont à noter, bien que l'influence sur le taux de transfert de masse est considérable, celle sur le transfert thermique reste relativement faible (variation relative du Nu inférieure à 1%)

On remarque aussi une diminution du nombre de Nu pour des valeurs positives de S_T et une augmentation de celui-ci pour des valeurs négatives du paramètre S_T .

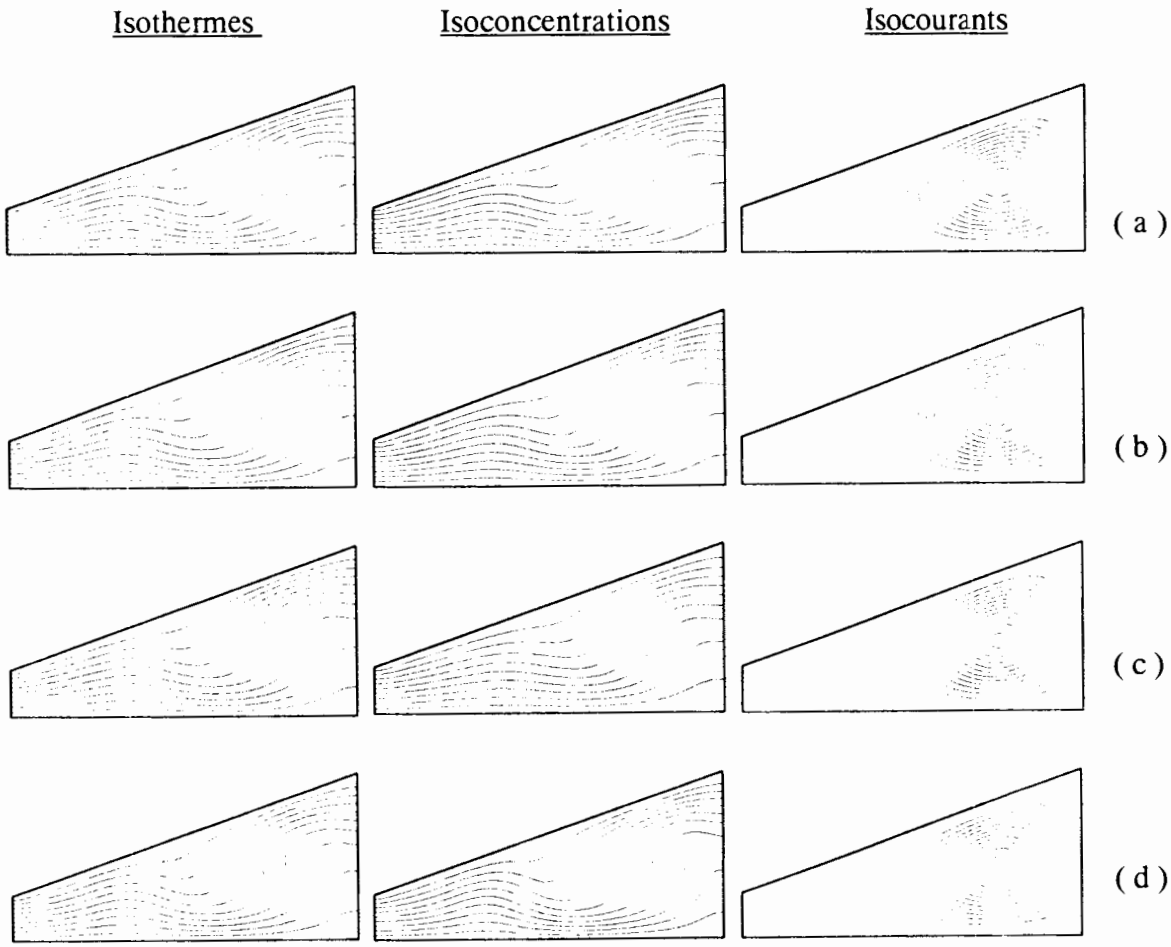


Fig.6 Ra = 10^4 (a) : S_T = 0 (b) : S_T = 0,01 (c) : S_T = 0,5 (d) : S_T = -0,5

Fig. 7
Isothermes
Ra = 1.E4

___ $S_T = 0,0$

---- $S_T = 0,5$

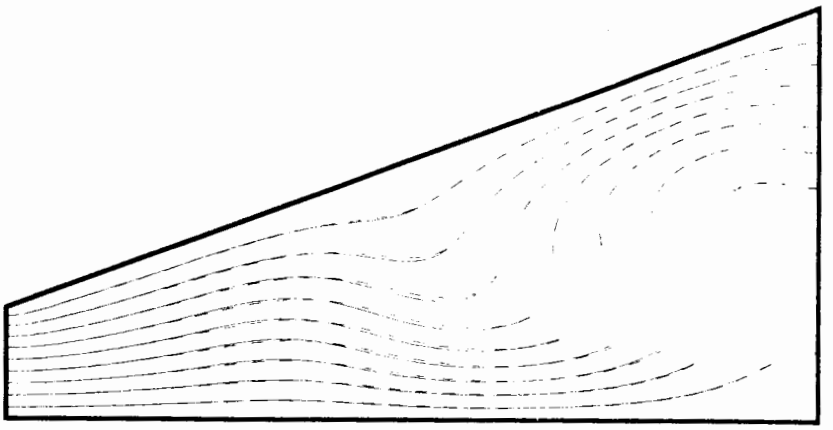


Fig. 8
Isoconcentrations
Ra = 1.E4

___ $S_T = 0,0$

----- $S_T = 0,5$

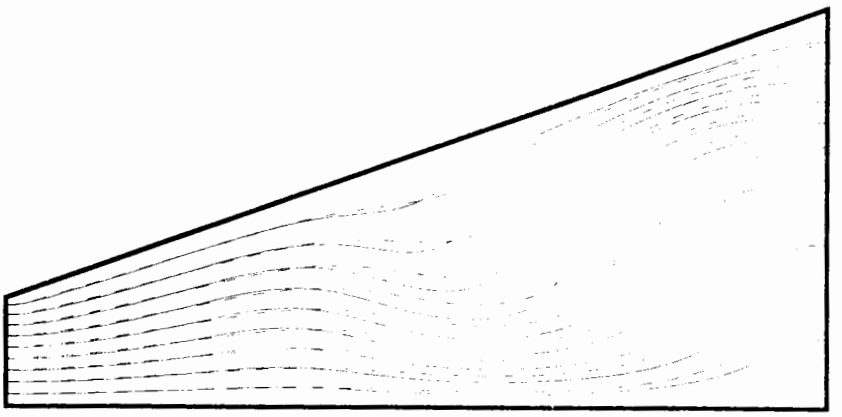


Fig. 9
Isothermes
Ra = 1.E4

___ $S_T = 0,0$

----- $S_T = -0,5$

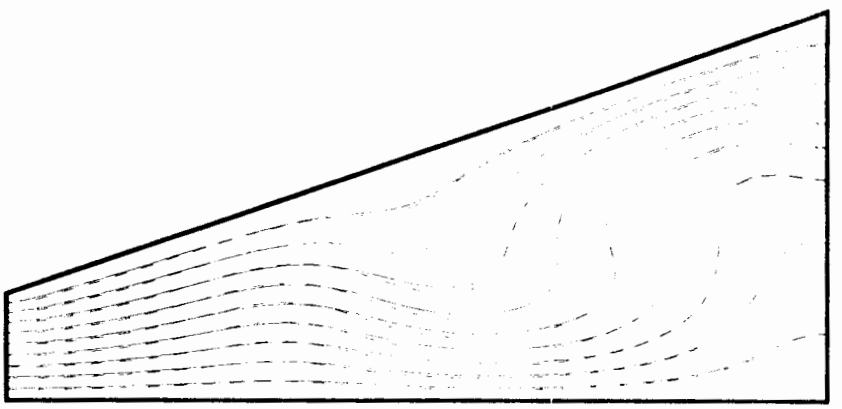


Fig. 10
Isoconcentrations
Ra = 1.E4

___ $S_T = 0,0$

----- $S_T = -0,5$

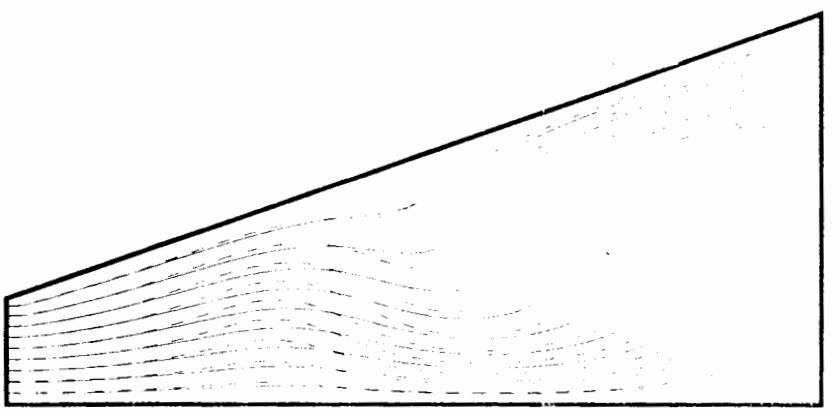


Tableau 7 : Analyse de l'effet Soret pour Ra =10^5 , Pr = 0.71 et Le = 1.

S_T	Nu	Sh	Sh_0	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
0	5,029	5,029	5,029	22,516	-9,750
0,01	5,031	5,062	5,012	22,572	-9,773
0,1	5,046	5,365	4,860	23,047	-9,996
0,5	5,114	6,739	4,182	25,204	-11,011
-0,5	4,924	3,383	5,844	19,209	-8,541

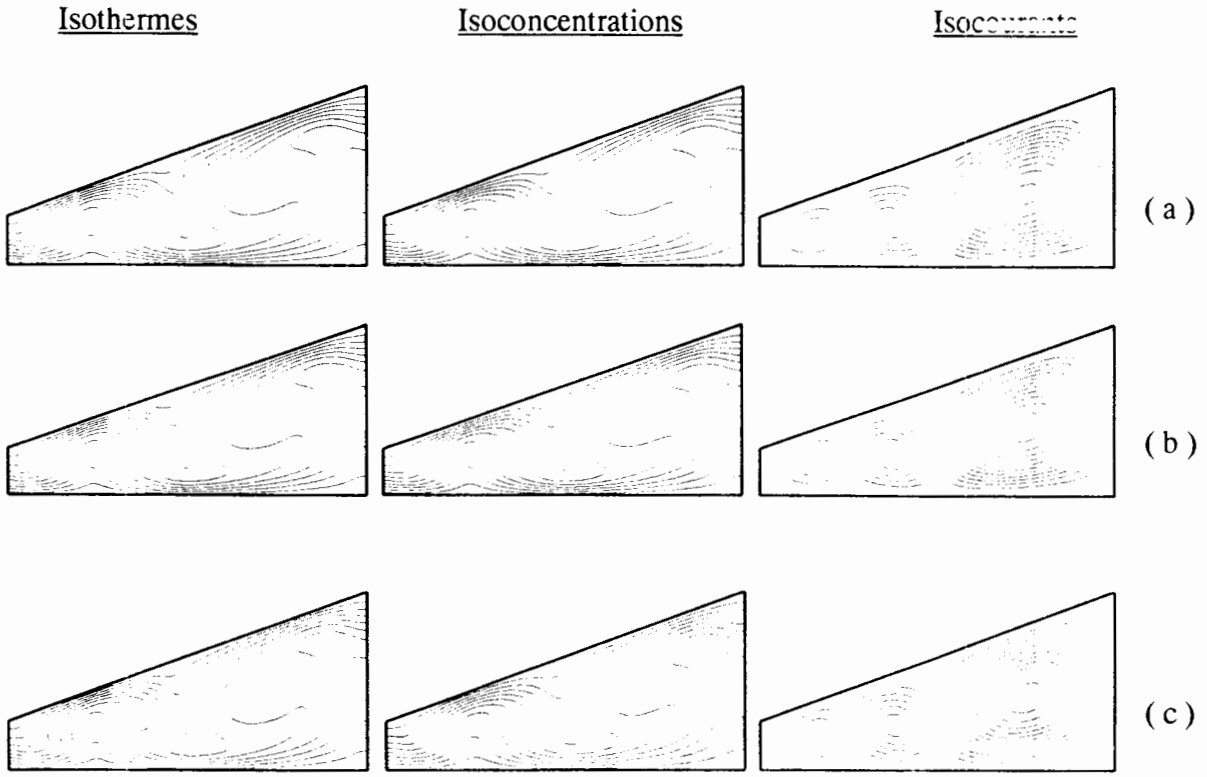


Fig. 11 Ra = 10^5 (a) : $S_T = 0$ (b) : $S_T = 0,1$ (c) : $S_T = 0,5$

Contrairement à la remarque mentionnée pour Ra = 1.E4 et concernant la variation du taux de transfert de chaleur, dans ce cas (Ra = 1.E5), on constate une augmentation du Nu pour S_T positif et une diminution de celui ci pour S_T négatif. Ce qui montre que la variation du nombre de Nusselt dépend de la valeur algébrique du paramètre S_T , mais aussi de la sollicitation appliquée au sein de la cavité donc de la structure d'écoulement déjà développée. La variation dans le nombre de Nusselt reste de l'ordre de 2 % .

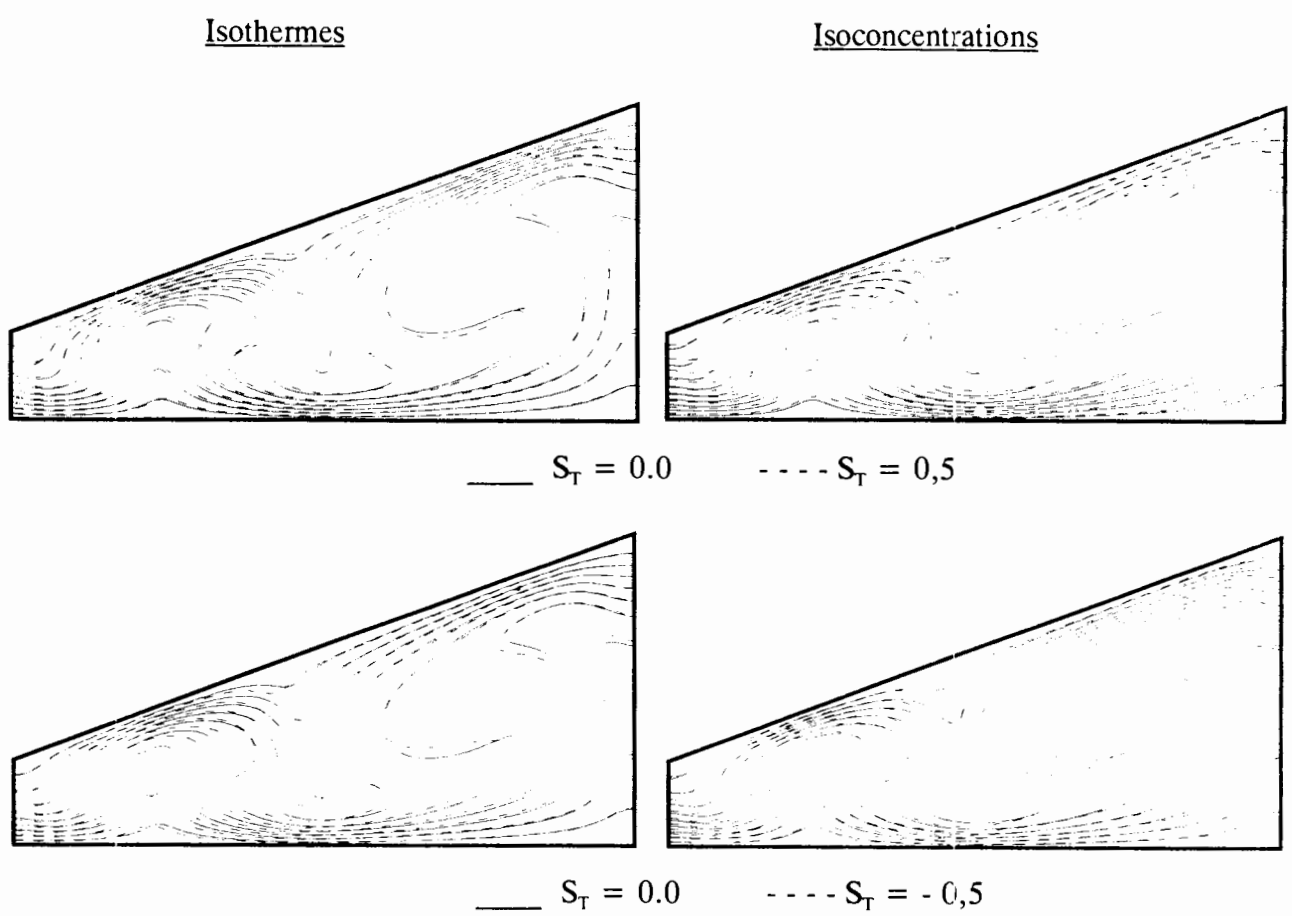


Fig.12 Evolution des isothermes et des isoconcentrations en fonction du paramètre S_T

On reprend dans ce qui suit, l'application sur le distillateur qu'on a déjà vu dans le chapitre (comparaison et validation), et on fait varier la valeur de S_T pour voir l'influence de l'effet Soret. Cette procédure n'est pas évidente, car on doit prendre en réalité la valeur du paramètre S_T qui correspond à la thermodiffusion de la vapeur d'eau dans l'air. Mais cette procédure devient utile du moment qu'on connaît pas la valeur de ce paramètre.

Tableau 8 : Effet de variation du paramètre S_T sur le transfert thermique et solutale.

S_T	Nu	Sh	h_C : W/(m²h)	h_{EV} :W/(m²h)	m' · kg/(m²h)
0	11,76	11,30	2,04	26,37	0,562
10^{-4}	11,76	11,30	2,04	26,37	0,562
0,01	11,77	11,37	2,04	26,54	0,566
0,5	12,27	15,07	2,13	34,98	0,730
-0,5	11,20	7,56	1,94	17,76	0,387

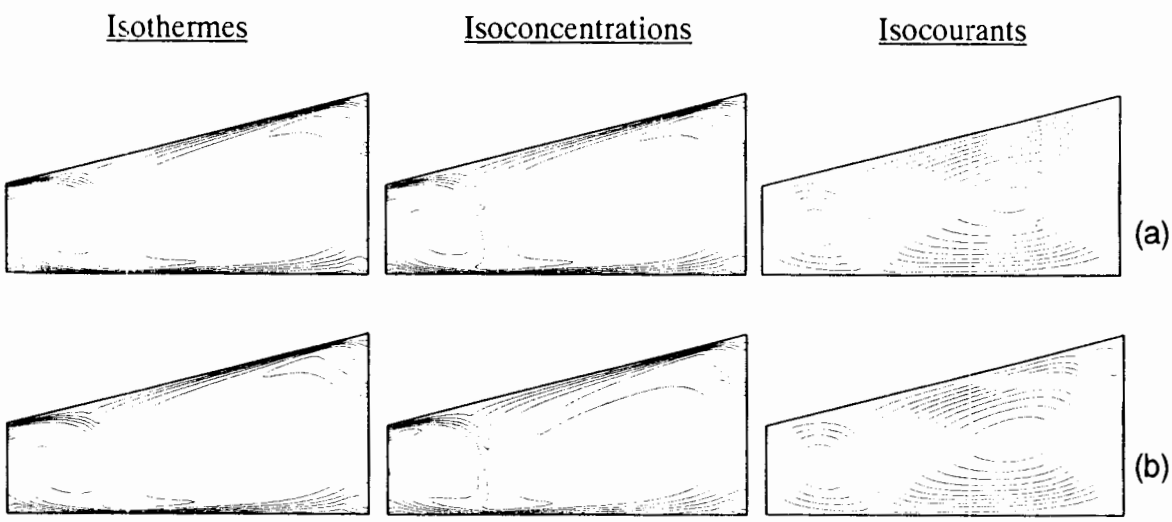


Fig.13 (a) : $S_T = 0$ (b) : $S_T = 0{,}5$

Conclusion :

Après cette étude, on déduit les remarques suivantes :

* Quand le paramètre de séparation S_T est faible (coefficient de Soret faible), l'effet Soret est négligeable.
* Pour des valeurs importantes de ce dernier, son influence sur le transfert massique est considérable et elle ne peut être négligée, alors que cette influence sur les champs thermique et dynamique est relativement faible.
* L'influence est différente selon que le coefficient de Soret est positif ou négatif et selon les sollicitations thermique et solutale imposées.

2 / ETUDE DU CHAMP DYNAMIQUE:

Sur la figure ci-dessous on présente les isocourants développés au sein d'une cavité d'allongement égal à 2 et d'angle d'inclinaison de la paroi froide égal à 21,8°. On fait varier la sollicitation thermique à partir de 1.E5 avec un rapport des forces de flottement N = 0,28.

On remarque le développement de trois cellules de convection et l'apparition d'une petite cellule au coin supérieur de la cavité (Corner phenomenon). On observe également qu'en augmentant Ra_T, on augmente la taille de la cellule de droite et on déplace la petite cellule vers le coin gauche de la cavité.

(a) : Ra_T=1.E5 ($\Delta\Psi$=2.) (b) : Ra_T=2.E5 ($\Delta\Psi$=2.) (c) : Ra_T=5.E5 ($\Delta\Psi$=3.)

(d) : Ra_T=1.E6 ($\Delta\Psi$=5.) (e) : Ra_T=2.E6 ($\Delta\Psi$= 8.) (f) : Ra_T=5.E6 ($\Delta\Psi$=10.)

Fig. 14 Les isocourants pour : AL = 2. , α = 21,8° , N = 0,28

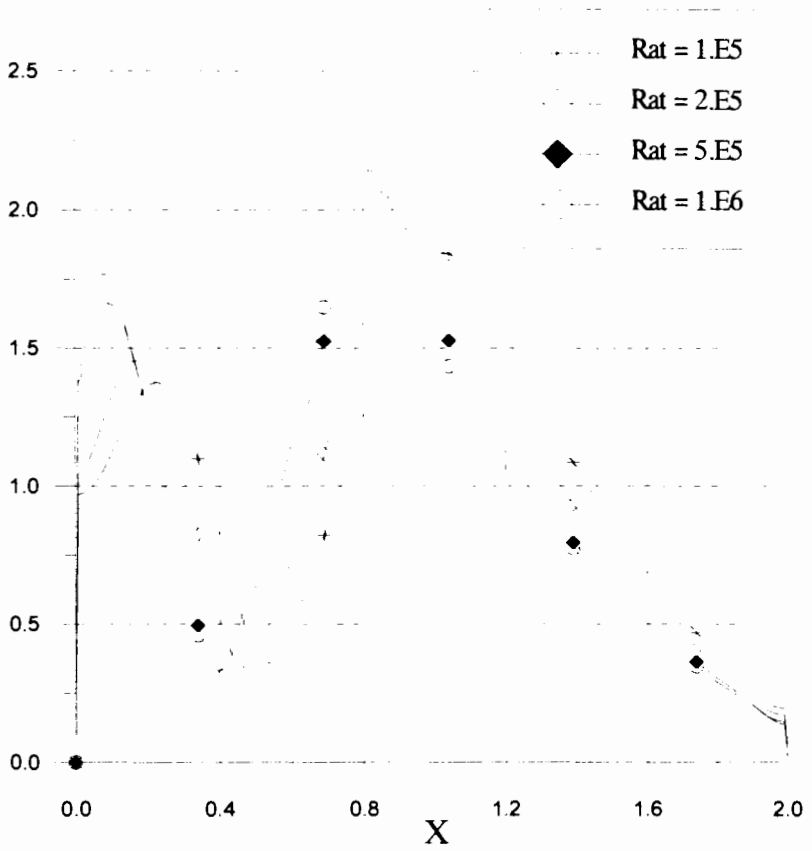
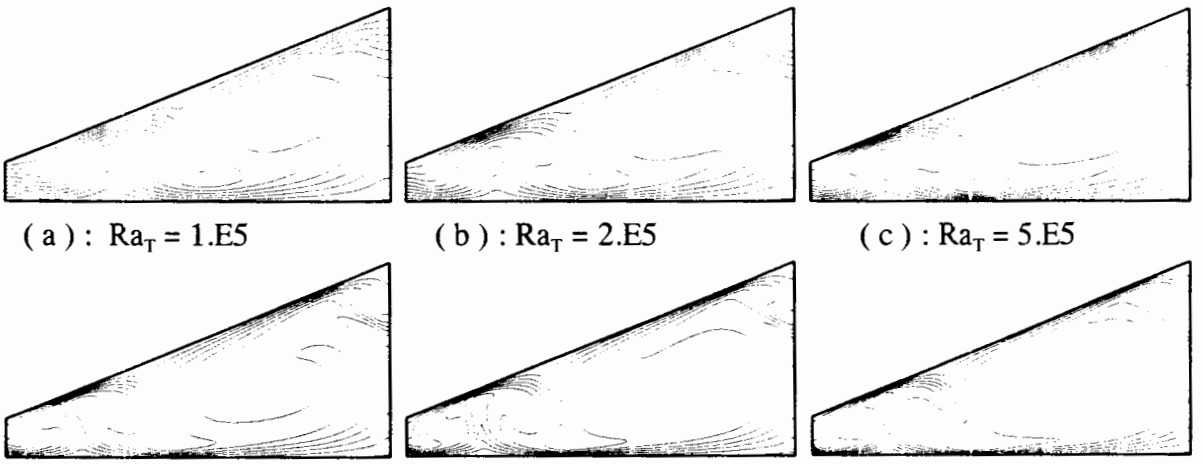


Fig. 15

Vitesse d'écoulement verticale le long de l'interface rapportée à sa valeur moyenne et ce pour différentes valeurs du Rayleigh thermique.
N = 0,28
AL = 2.
$\alpha = 21{,}8°$

La courbe tracée ci-dessus montre l'évolution du profil de la vitesse verticale d'écoulement le long de la surface séparant la couche d'eau liquide de l'air humide (vitesse d'évaporation). On constate que la vitesse est maximale dans la zone caractérisée par un écoulement descendant, car c'est dans cette zone que les gradients de température et de concentrations sont importants. La vitesse d'évaporation est minimale dans le cas contraire (écoulement ascendant).

3 / ETUDE DU TRANSFERT THERMIQUE :



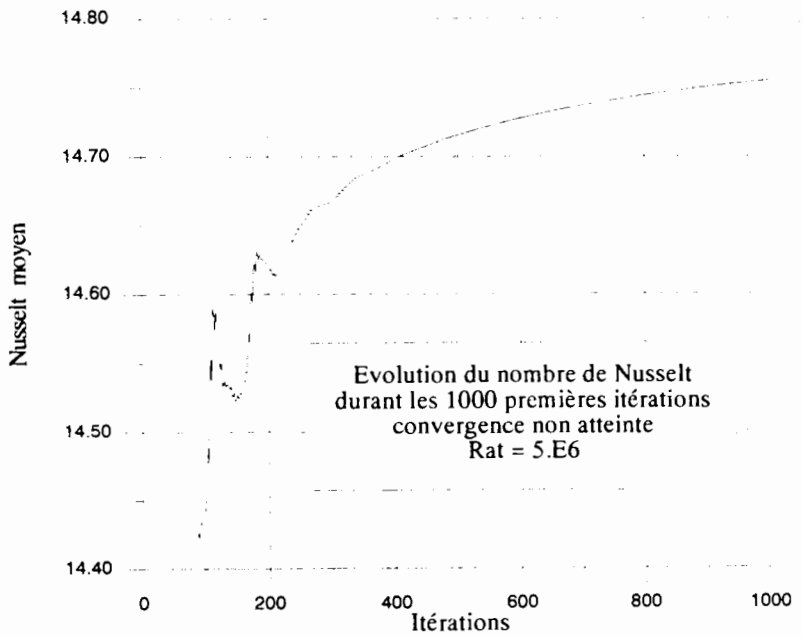
(a) : Ra_T = 1.E5 (b) : Ra_T = 2.E5 (c) : Ra_T = 5.E5

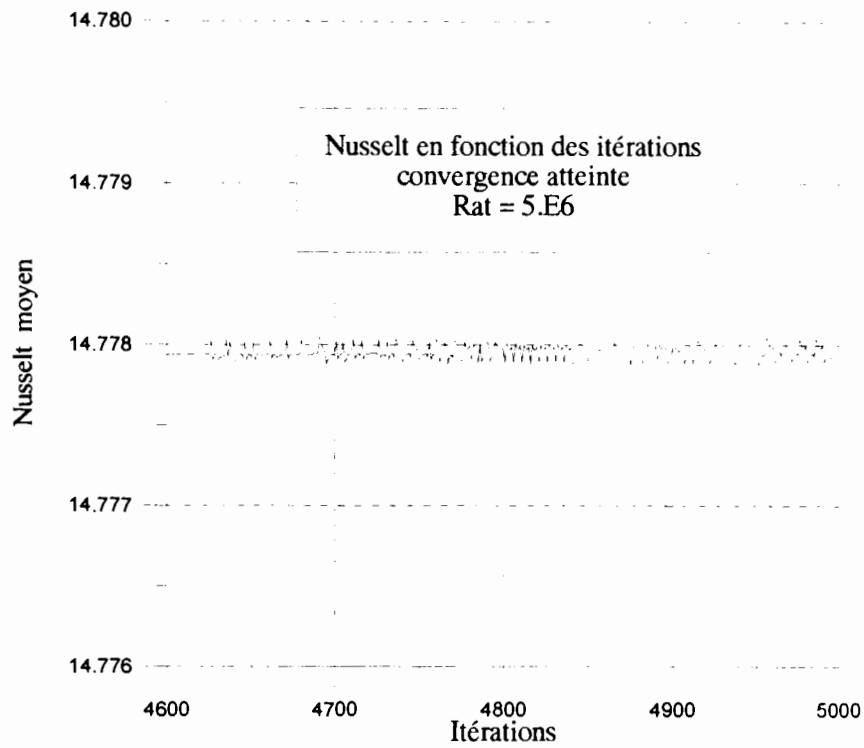
(d) : Ra_T = 1.E6 (e) : Ra_T = 2.E6 (f) : Ra_T = 5.E6

Fig. 16 Les isothermes pour Al = 2. , α = 21,8°, N = 0.28

Cette dernière figure montre l'évolution des isothermes lorsqu'on fait augmenter la sollicitation thermique, les isothermes se courbent de plus en plus et les couches limites thermiques qui se développent sur les parois actives deviennent de plus en plus minces.

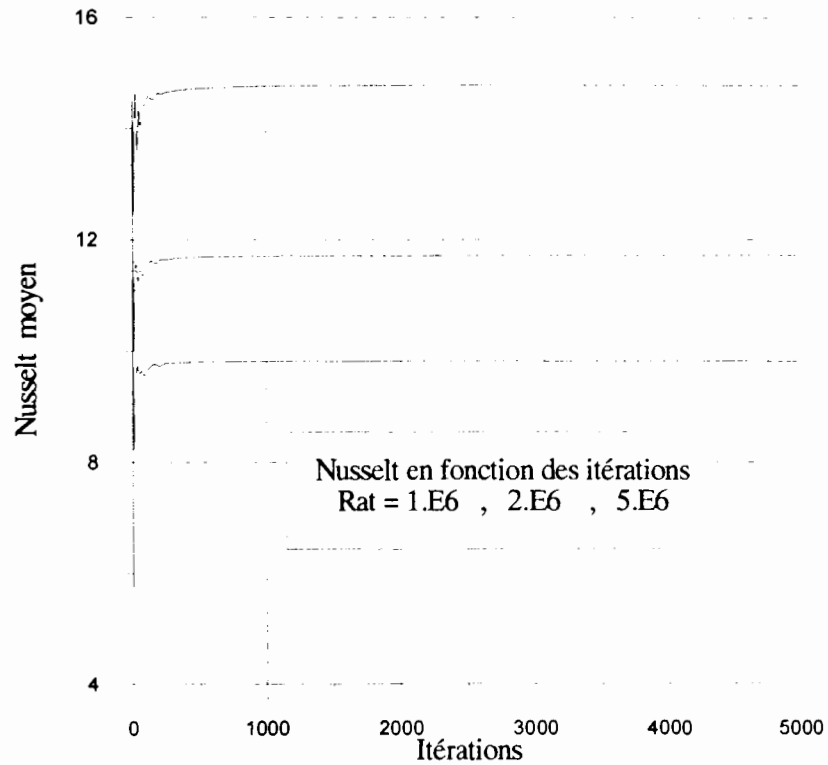
A fin de montrer la convergence du processus itératif, on trace sur les figures suivantes l'évolution du nombre de Nusselt au cours des itérations. Rappelons que les champs estimés de températures, concentrations et vitesses pour une sollicitation donnée sont les résultats obtenus déjà pour une sollicitation inférieure. Ceci permet évidemment d'éviter le risque de divergence et d'accélérer la convergence envisagée.





La valeur du nombre de Nusselt demeure constante quand la convergence est atteinte.

Les petites oscillations observées sur la courbe sont trop faibles, la variation relative du nombre de Nusselt est inférieure à 10^{-5}



La convergence du processus itératif est traduite ici par la convergence du nombre de Nusselt.

Les valeurs de la température, la concentration et la vitesse à l'interface posent un problème sérieux pour la convergence, car la solution envisagée pour ce type de problème est influencée directement par les conditions aux limites des variables (T, C et V), or ces conditions ne sont pas connues au préalable, des valeurs estimées sont nécessaires pour lancer la procédure de résolution, ensuite ces valeurs sont corrigées au fur et à mesure des itérations. Ceci nous conduit à des conditions aux limites qui varient à chaque itération, les solutions obtenues à l'intérieur du domaine de calcul subissent donc des oscillations de grandes amplitudes chose qui provoque la divergence dans la plupart des cas. Pour remédier à ce problème nous avons proposé de laisser constantes les valeurs de ces conditions pendant un certains nombre d'itérations (10 à 20 itérations) puis intervenir au bout de ce nombre d'itérations et calculer les nouvelles valeurs de ces conditions (qui sont fonction des valeurs des ces mêmes variables aux noeuds voisins à l'intérieur du domaine de calcul), cette procédure donne une efficacité appréciable, la température, la concentration et la vitesse convergent vers des valeurs constantes à l'interface ainsi qu'à l'intérieur du domaine de calcul.

Le profil de la température le long de l'interface est tracé sur la figure suivante et montre l'évolution de T autour de la valeur adimensionnelle (T = 1).

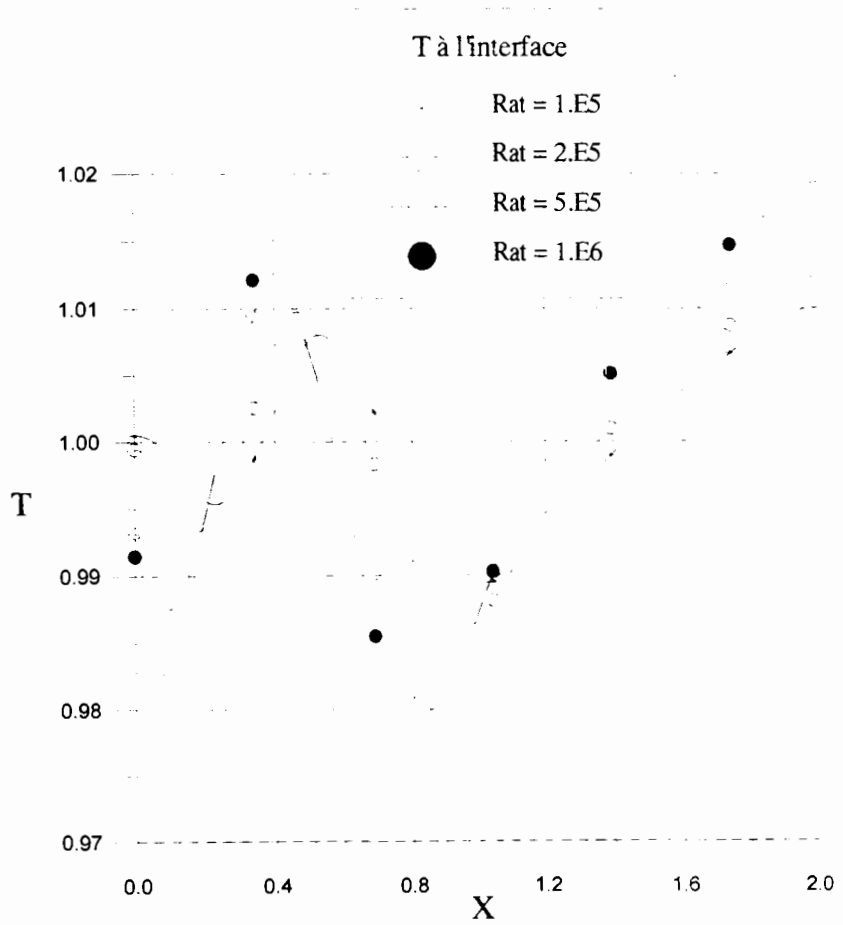


Fig. 17

Evolution de la température adimensionnelle à l'interface autour de la valeur moyenne T = 1. pour des sollicitations thermiques différentes.
Al =2.
$\alpha = 21{,}8°$
N = 0.28

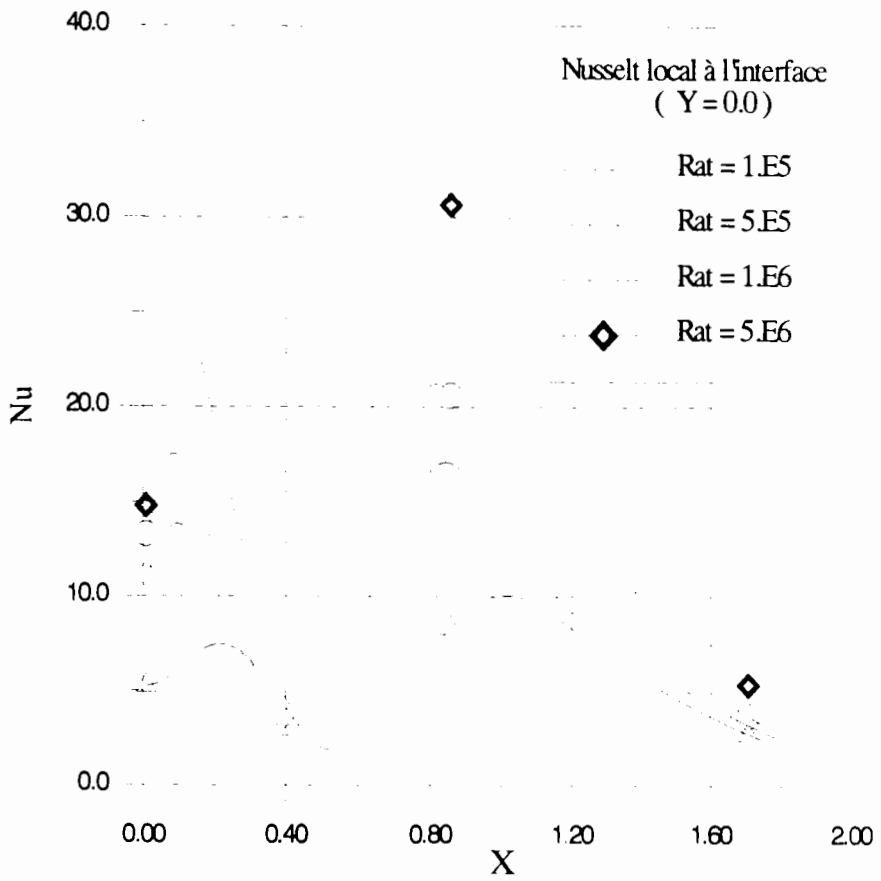


Fig. 18

Evolution du nombre de Nusselt local à l'interface.
pour des sollicitations thermiques différentes.
Al =2.
$\alpha = 21{,}8°$
N = 0.28

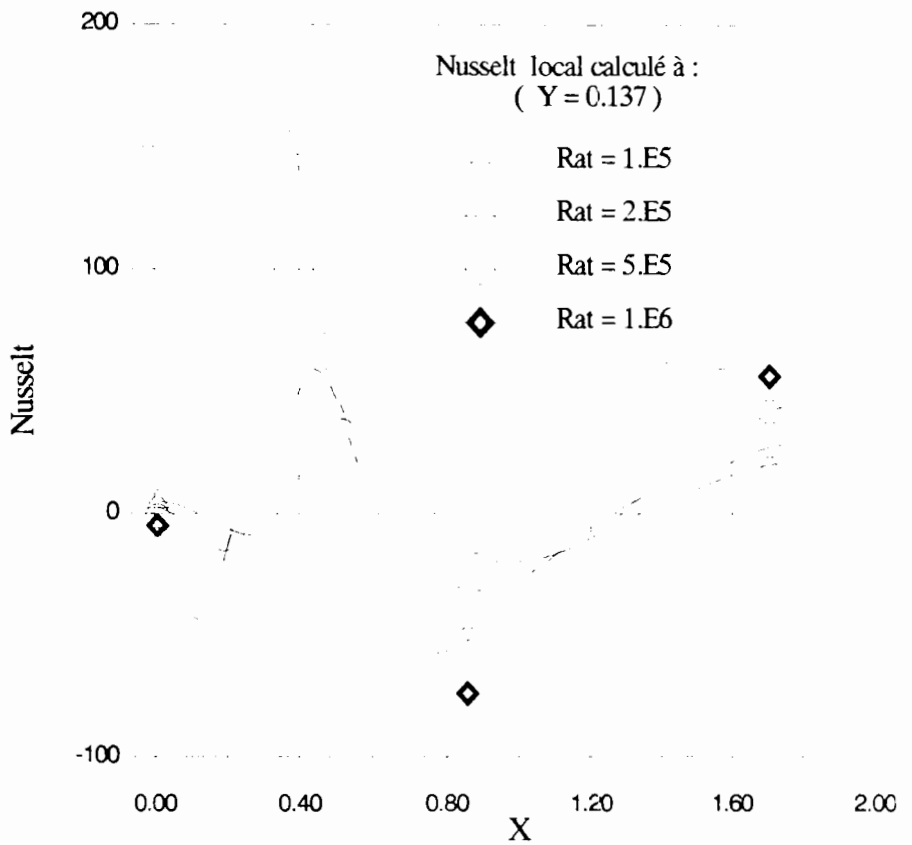


Fig. 19
Evolution du nombre de Nusselt local calculé à une section
Y = 0,137
pour des sollicitations thermiques différentes.
Al =2.
$\alpha = 21{,}8°$
N = 0.28

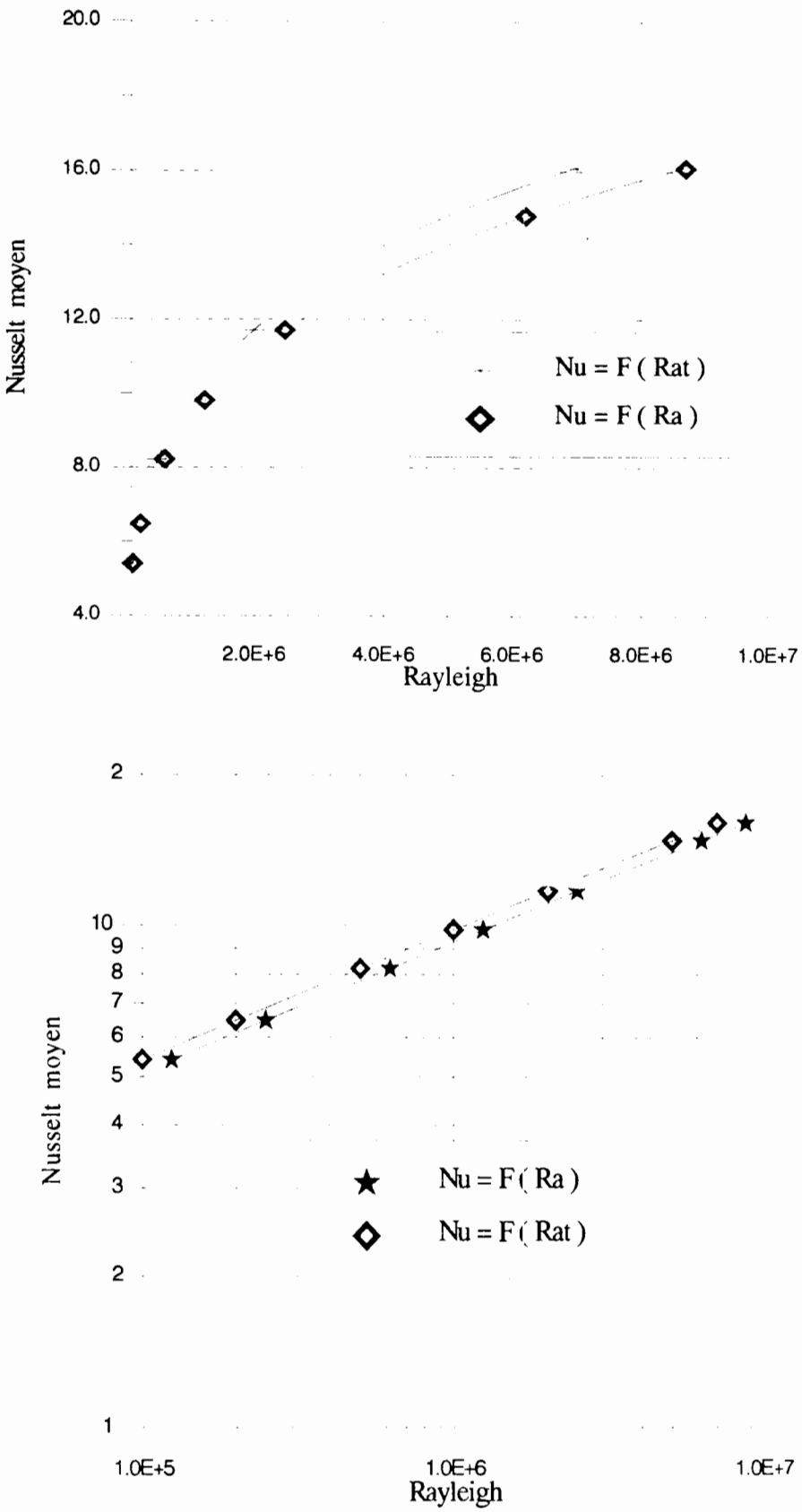


Fig. 20
Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh thermique Ra_T et du Rayleigh global Ra.
Echelle Log-Log
Al =2.
α = Arctg(0.4)
N = 0.28

Le tracé du Nusselt en fonction du Rayleigh dans une échelle (Log - Log) montre que Log (Nu) varie d'une façon linéaire avec Log (Ra) ceci indique qu'une approximation par une fonction puissance sera satisfaisante. ($Nu = a \cdot Ra^{b}$)

4 / ETUDE DU TRANSFERT DE MASSE :

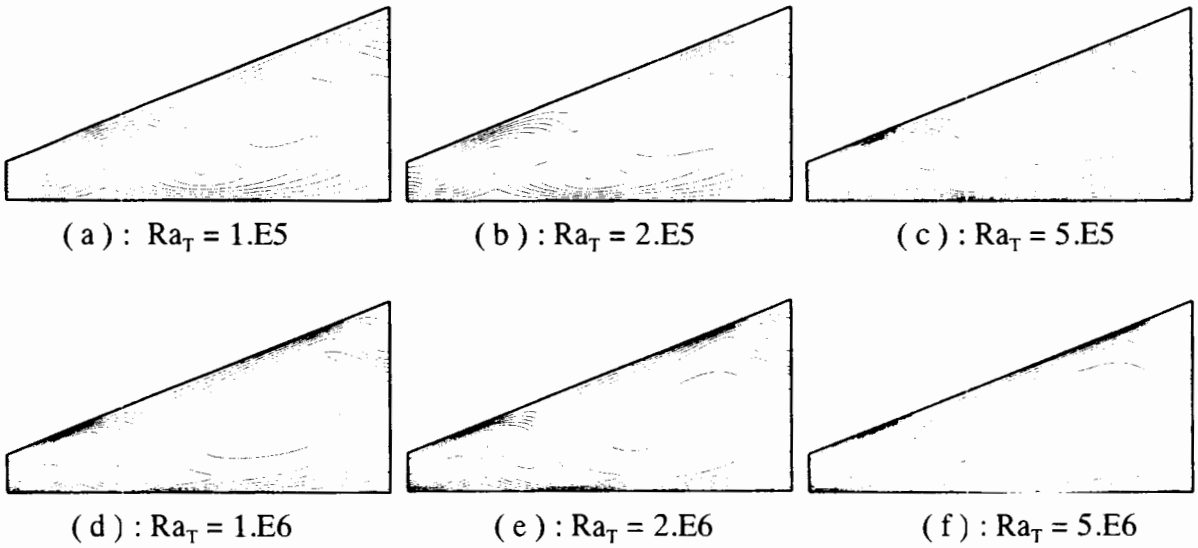
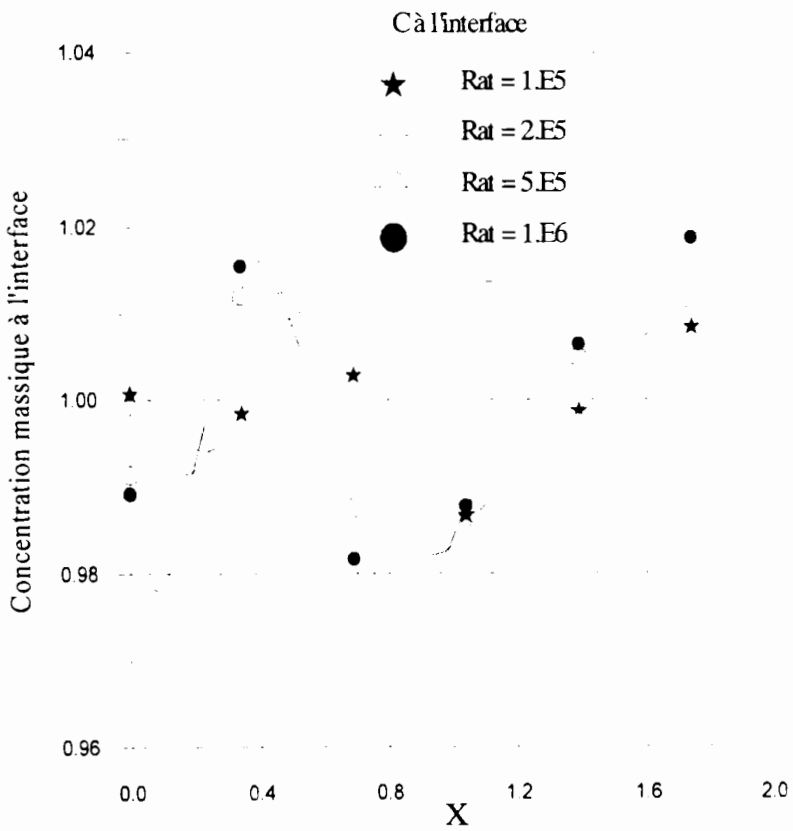
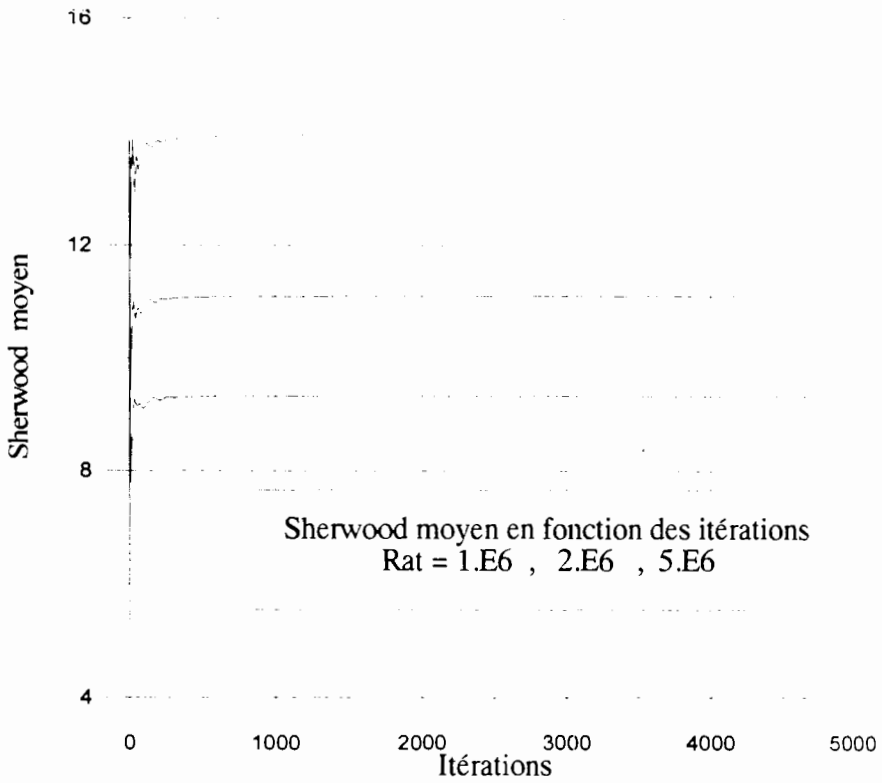


Fig. 21 Les isoconcentrations pour Al = 2. , α = 21,8° , N = 0.28

Fig. 22

Evolution de la concentration massique adimensionnelle à l'interface autour de la valeur moyenne C = 1. pour des sollicitations thermiques différentes.
Al =2.
α = 21,8°
N = 0.28





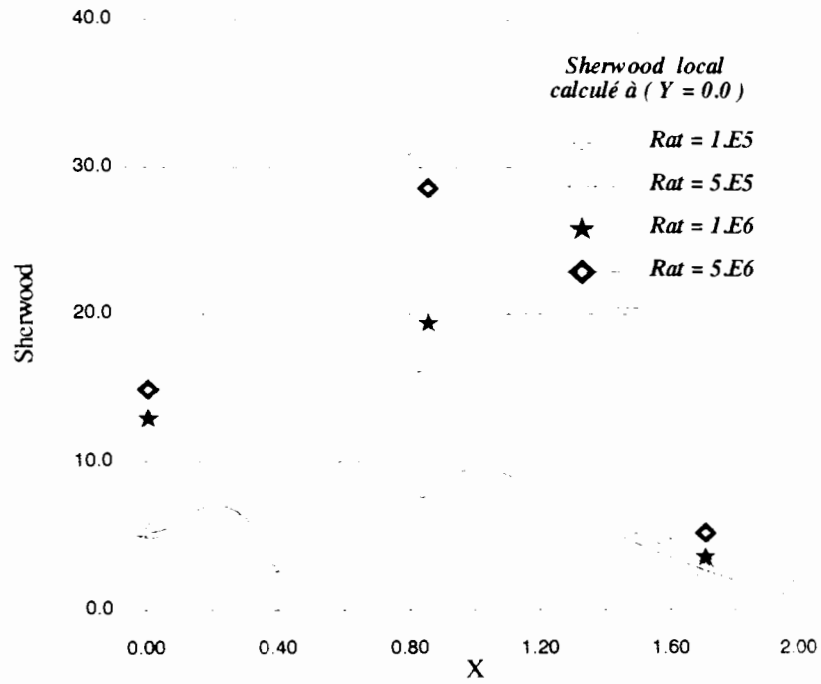


Fig. 23
Evolution du nombre de Sherwood local à l'interface (Y = 0.) pour des sollicitations thermiques différentes.
Al =2.
α = 21,8°
N = 0.28

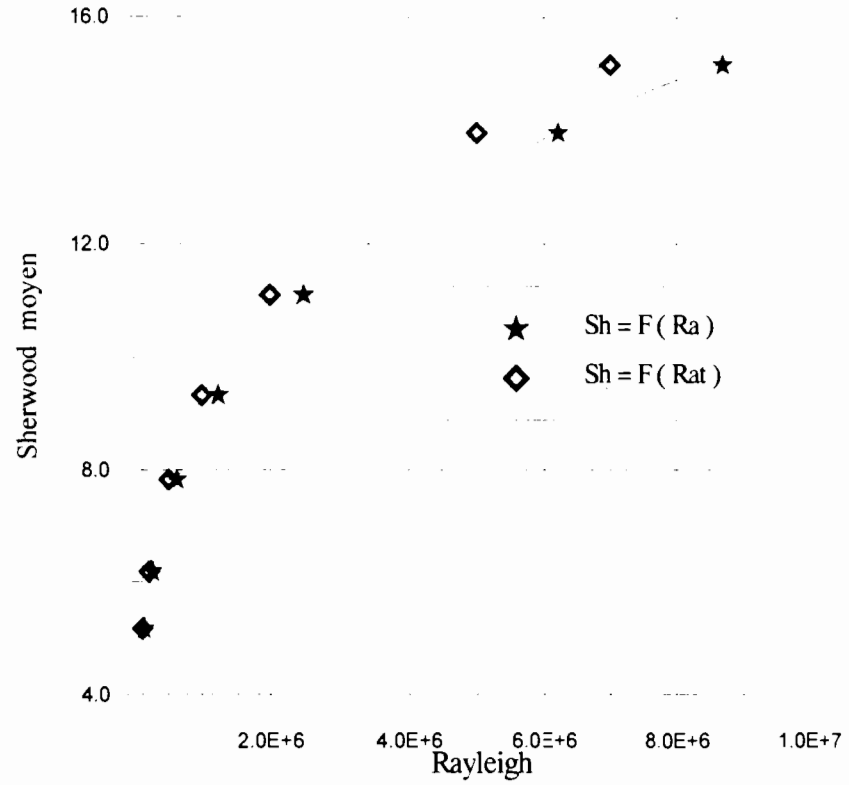


Fig. 24

Evolution du nombre de Sherwood moyen en fonction du nombre de Rayleigh thermique ou du Rayleigh global.
Al =2.
α = 21,8°
N = 0.28

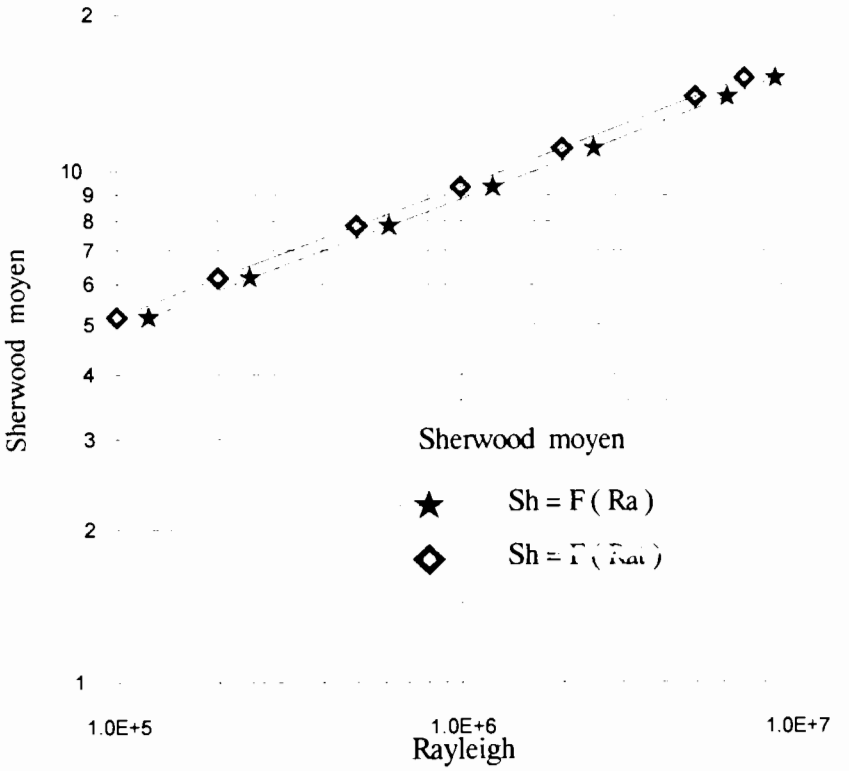


Fig. 25
Nombre de Sherwood moyen en fonction du nombre de Rayleigh thermique Ra_T et du Rayleigh global Ra.
Echelle Log-Log
Al =2.
α = 21,8°
N = 0.28

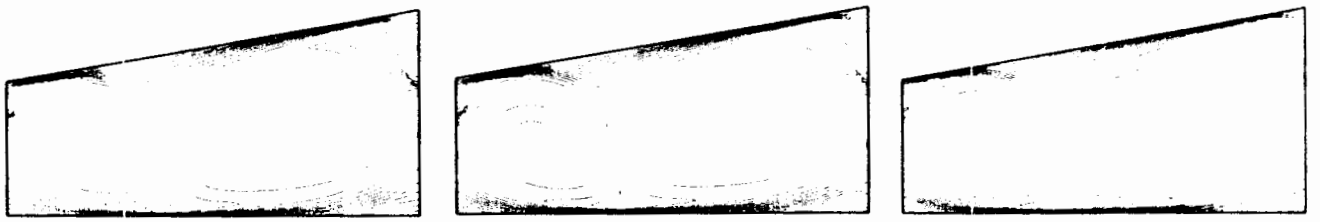
5 / RESULTATS POUR SOLLICITATIONS ELEVEES :

Nous présentons ici les résultats obtenus lorsqu'on fait appliquer des sollicitations élevées allant jusqu'à Ra = 2.E7 .

Isocourants

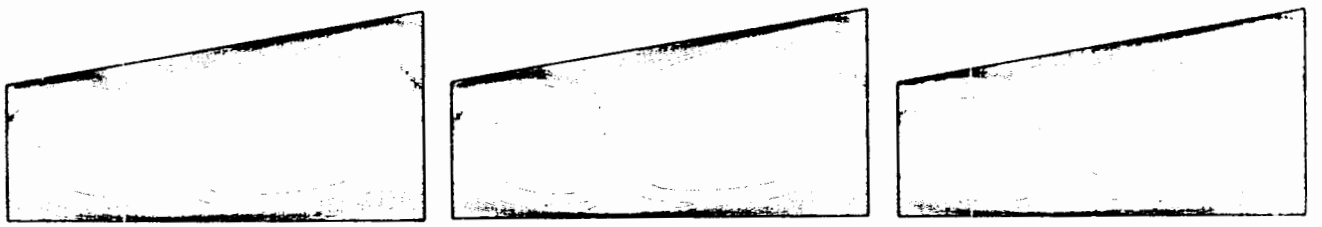
Ra = 7.E6 Ra = 1.E7 Ra = 2.E7

Isothermes



Ra = 7.E6 Ra = 1.E7 Ra = 2.E7

Isoconcentrations



Ra = 7.E6 Ra = 1.E7 Ra = 2.E7

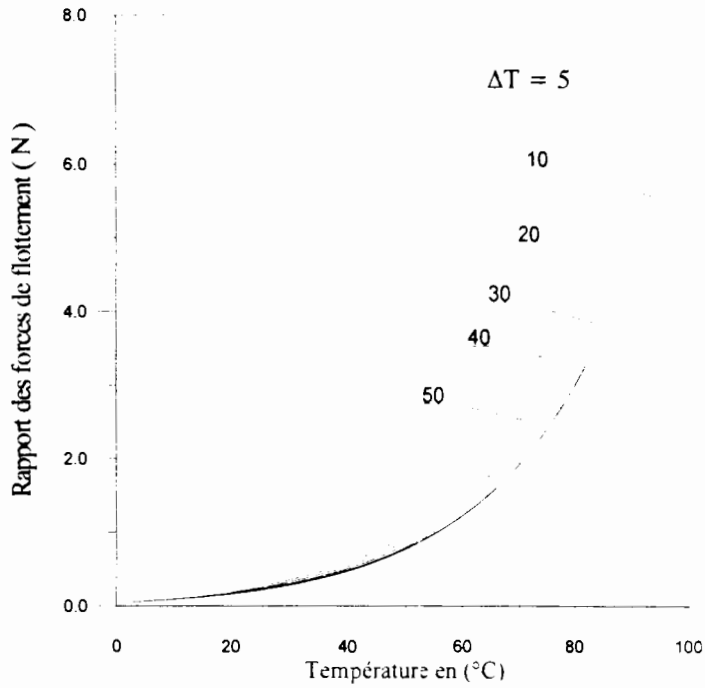


Fig. 27
Evolution du rapport des forces de flottement en fonction du niveau de température T_m et pour des valeurs différentes de ΔT

On prend les mêmes paramètres géométriques de la cavité à savoir l'allongement (2.) et l'angle d'inclinaison de la paroi froide (21.8°) et on montre l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood en faisant varier le paramètre N.

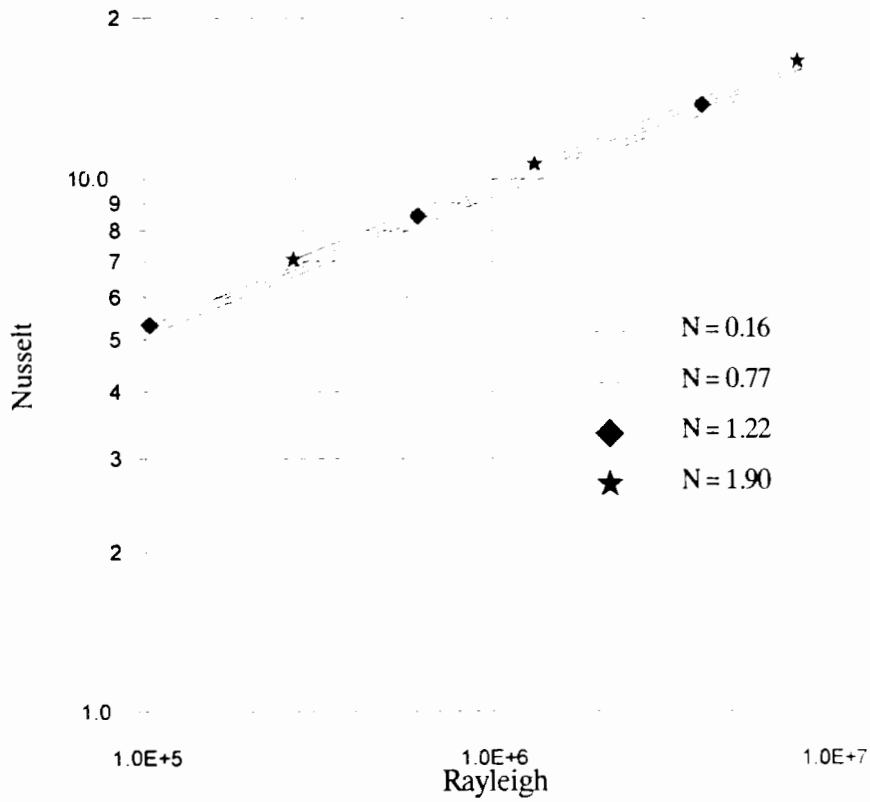


Fig. 28
Evolution du nombre de Nusselt en fonction du Rayleigh global et pour des valeurs différentes du rapport des forces de flottement .
échelle Log-Log

Cette figure montre que pour un Rayleigh globale constant, le nombre de Nusselt varie avec le rapport des forces de flottement (N), ainsi en augmentant ce rapport et en gardant la même sollicitation globale, le Nu augmente légèrement (même chose pour le Sh, Voir figure 29). Ce comportement est expliqué par le fait qu'augmenter N revient à augmenter le niveau de température au sein de la cavité, or ceci conduit à une augmentation de la vitesse d'évaporation au niveau de la surface du liquide (Eq.14), chose qui contribue évidemment à une augmentation du taux de transfert de chaleur et surtout de transfert de masse.

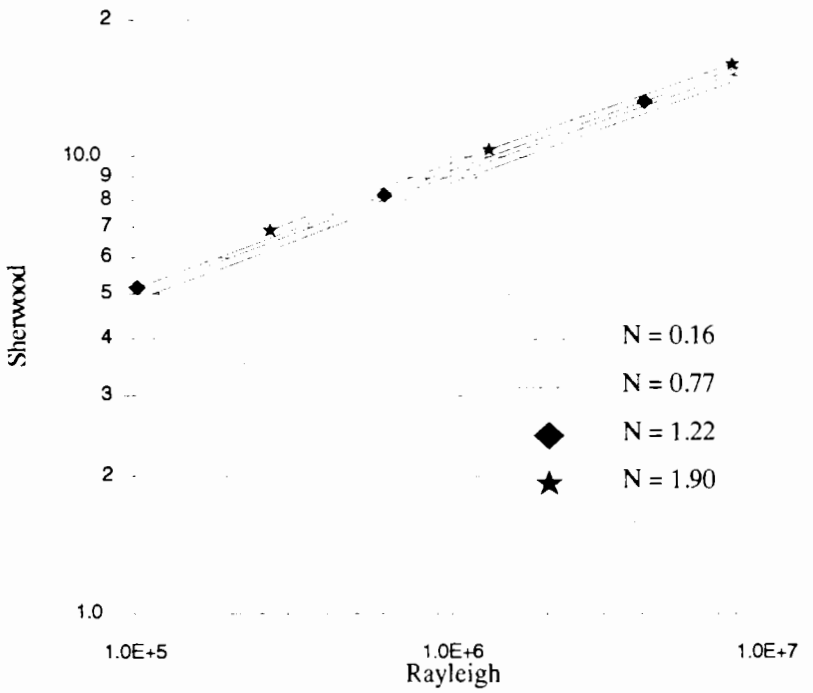
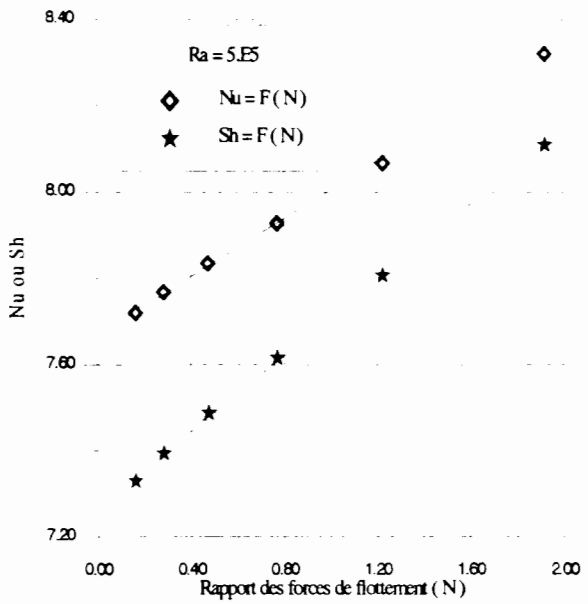
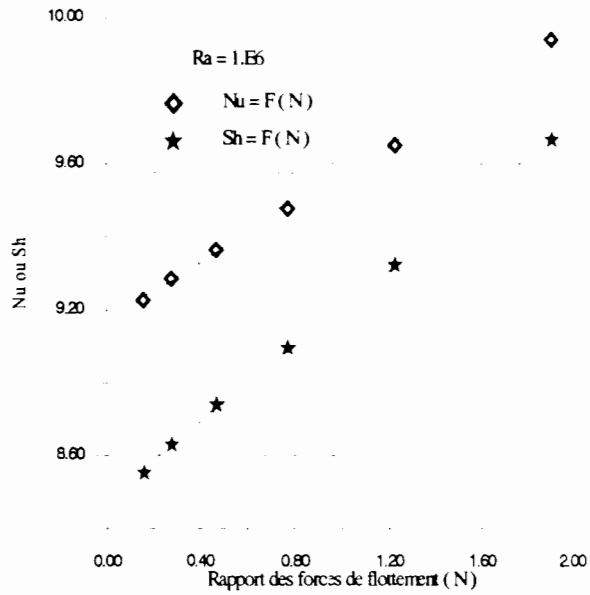


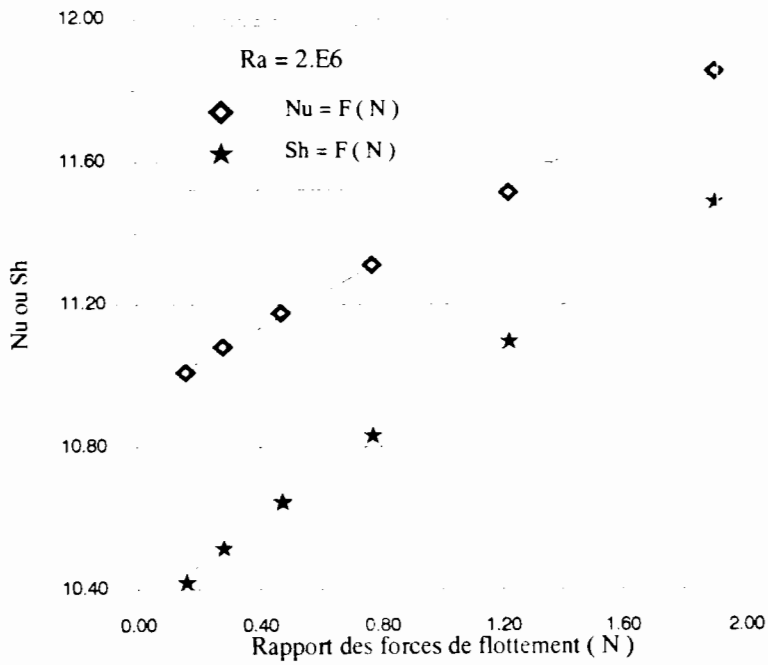
Fig. 29
Evolution du nombre de Sherwood en fonction du Rayleigh global pour des valeurs différentes du rapport des forces de flottement .
échelle Log-Log

Pour mettre en évidence cette dernière remarque, on trace, sur la figure (30), le profil de la vitesse d'écoulement à l'interface liquide gaz pour des valeurs différentes de N mais avec la même sollicitation globale (Ra = 5.E5), il est bien claire que les valeurs de la vitesse d'évaporation augmentent avec l'augmentation du rapport (N).





Ces deux figures, tracées l'une pour un Rayleigh global Ra = 5.E5 et l'autre pour Ra = 1.E6, indiquent que les deux nombres Nu et Sh varient d'une façon pratiquement linéaire avec le paramètre N sous la condition d'un Rayleigh global (Ra) constant.



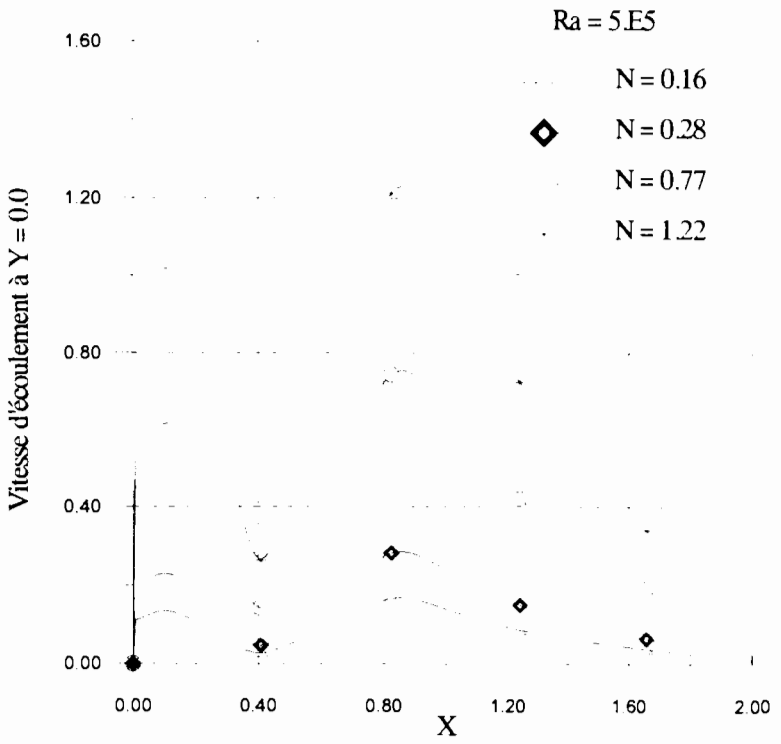


Fig. 30
Vitesse d'écoulement adimensionnelle le long de la surface du liquide pour des valeurs différentes de N et pour un Rayleigh globale constant.

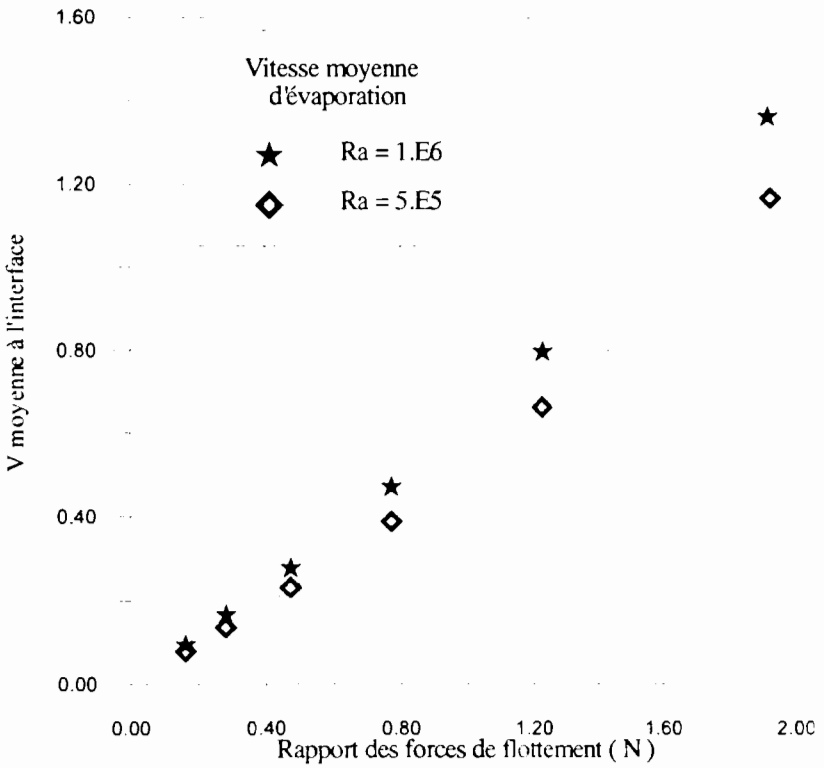
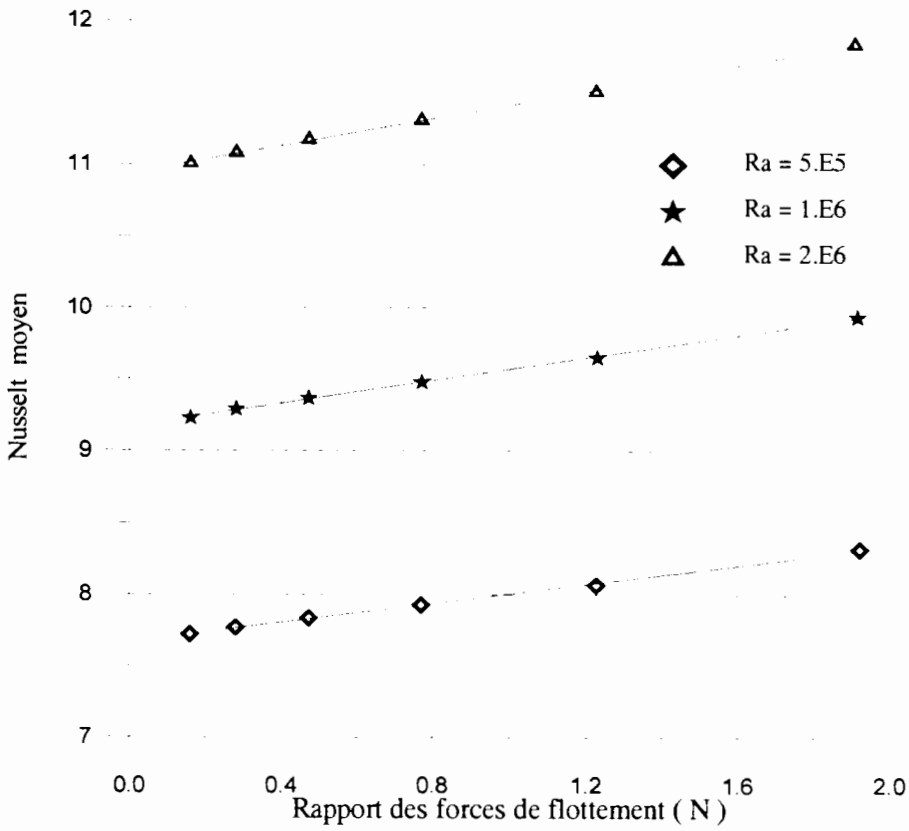
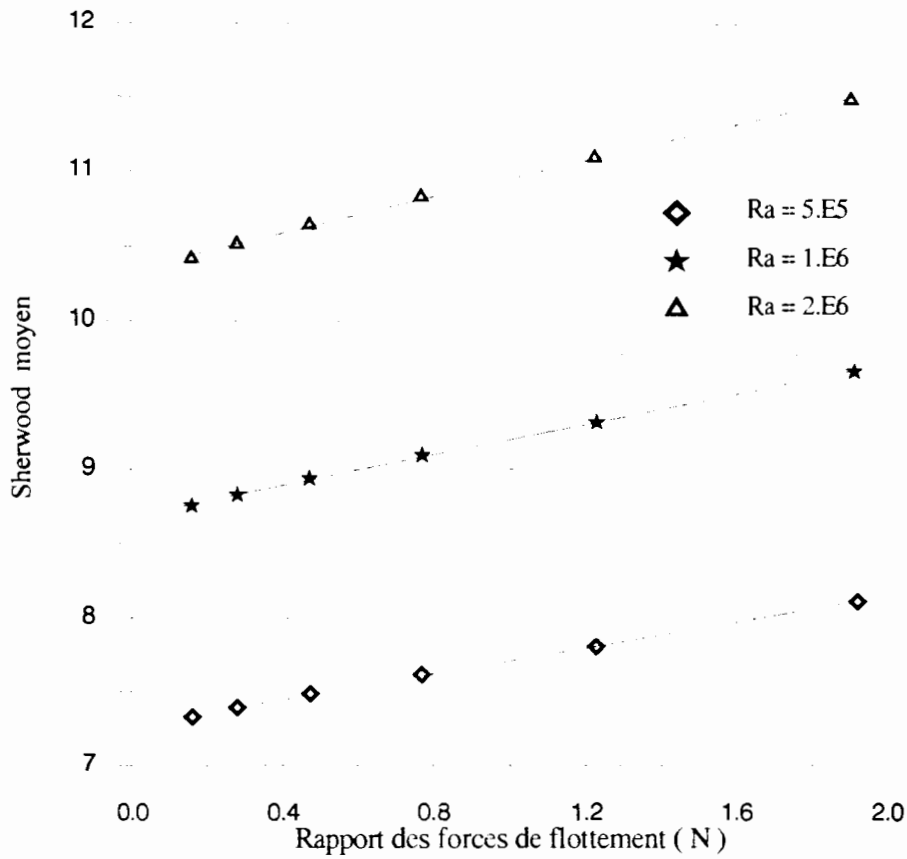


Fig. 31
Evolution de la vitesse moyenne d'évaporation (vitesse verticale d'écoulement au niveau de la surface du liquide) en fonction du rapport des forces de flottement N.


12
11
10
9
8
7
Nusselt moyen
Ra = 5.E5
Ra = 1.E6
Ra = 2.E6
0.0
0.4
0.8
1.2
1.6
2.0
Rapport des forces de flottement (N)


12
11
10
9
8
7
Sherwood moyen
Ra = 5.E5
Ra = 1.E6
Ra = 2.E6
0.0
0.4
0.8
1.2
1.6
2.0
Rapport des forces de flottement (N)

Ces derniers résultats nous permettent de constater que pour avoir un débit de distillat meilleur sous la même sollicitation thermique (même différence de température ΔT), on devrait procéder avec un niveau de température élevé. Cela permet d'une part d'augmenter le rapport des forces de flottement et d'autre part d'augmenter la sollicitation globale au sein de la cavité, ainsi la quantité d'eau produite sera multipliée par les deux effets (Ra et N importants).

7 / ETUDE DE L'INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUE :

7-1 : Influence de l'angle d'inclinaison de la paroi froide :

Pour bien mettre en évidence l'influence de l'angle d'inclinaison de la paroi froide de la cavité sur le transfert thermique et solutale, il est intéressant de noter que pour une sollicitation nulle (Conduction pure), les deux nombre (Nu et Sh) varient considérablement avec l'angle α, ainsi pour $\alpha = \alpha_{max}$ ces deux nombres prennent des valeurs infinies et pour $\alpha = \alpha_{min} = 0$. On obtient Nu = Sh =1. La figure suivante illustre l'évolution du Nu (même chose pour Sh) pour un Ra = 0 et ce en fonction du paramètre AL tg (α) qui est égal à 0 pour $\alpha = \alpha_{min} = 0$ et égal à 1 pour $\alpha = \alpha_{max}$

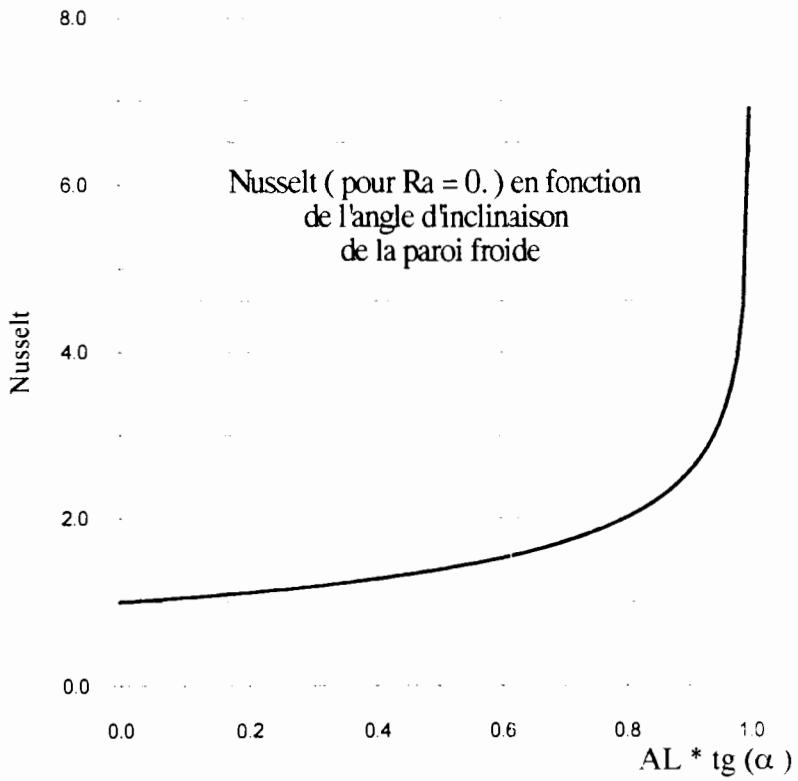


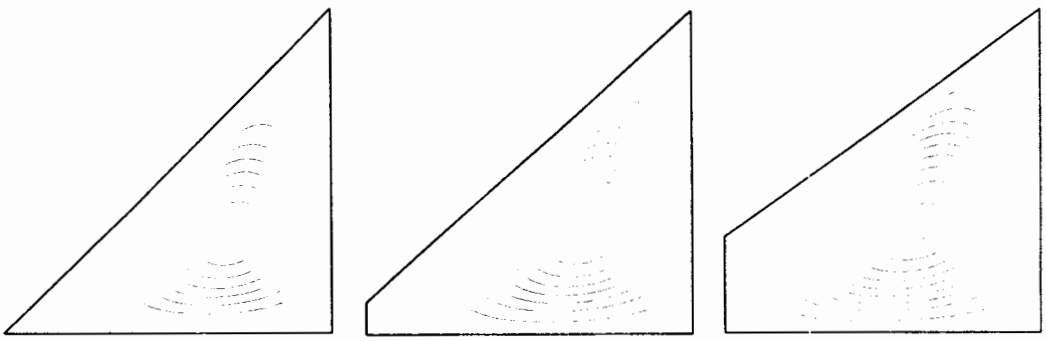
Fig. 33
Evolution du Nombre de Nusselt Nu_0 en fonction de l'inclinaison de la paroi froide de la cavité.
Ra = 0.

Pour le cas de la conduction pure (Ra = 0.) les isothermes et les isoconcentrations sont parallèles aux parois actives, ainsi pour une cavité rectangulaire et compte tenu des grandeurs de références adoptées le nombre de Nusselt vaut 1. Alors que pour une cavité triangulaire le Nusselt prend une valeurs infinie du fait du rapprochement des parois actives qui conduit évidemment à des gradients importants de température et de concentration. Entre ces deux cas limites le nombre de Nusselt prend des valeurs intermédiaires tout en augmentant avec l'angle d'inclinaison α. Il est prévu qu'en présence de la convection l'effet de l'angle α sur le transfert thermique et massique sera le même.

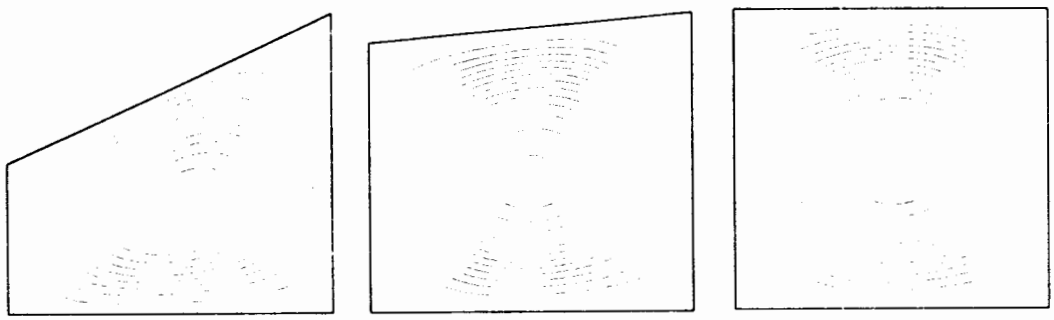
a - Cavité d'allongement AL = 1 :

En prenant l'exemple d'une cavité d'allongement Al =1., on montre l'évolution des isocourants en faisant varier l'angle α. On remarque pour Ra = 1.E5 un écoulement monocellulaire pour toute valeur de l'angle α, cependant l'intensité des vitesses d'écoulement augmentent considérablement en passant d'une cavité triangulaire à la cavité carrée.

Isocourants pour (Ra = 1.E5, Al =1. Et N = 0.47)

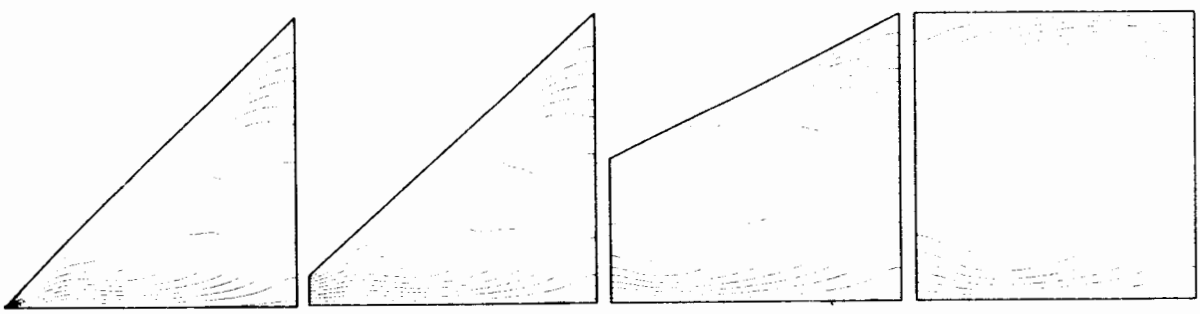


tg (α) = 1. = 0.9 = 0.7



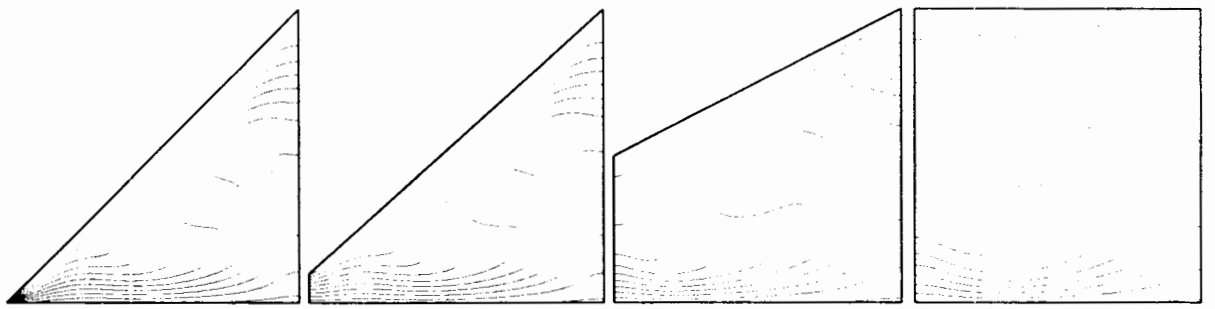
= 0.5 = 0.1 = 0.0

Isothermes pour (Ra = 1.E5, Al =1. Et N = 0.47)



tg (α) = 1. =.9 =.5 =0.0

Isoconcentrations pour Ra = 1.E5, Al =1. , N = 0.47



tg (α) = 1. =.9 =.5 =0.0

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'augmentation de l'angle d'inclinaison est accompagnée d'une augmentation des taux de transfert de chaleur et de masse, cependant il est intéressant de noter que l'augmentation de l'angle d'inclinaison conduit à une diminution dans l'intensité des vitesses d'écoulement au sein de la cavité (effet des parois). Par conséquent, cette augmentation des taux de transfert thermique et solutale est due en grande partie à l'augmentation des gradients thermiques et solutales résultant du rapprochement des deux parois actives.

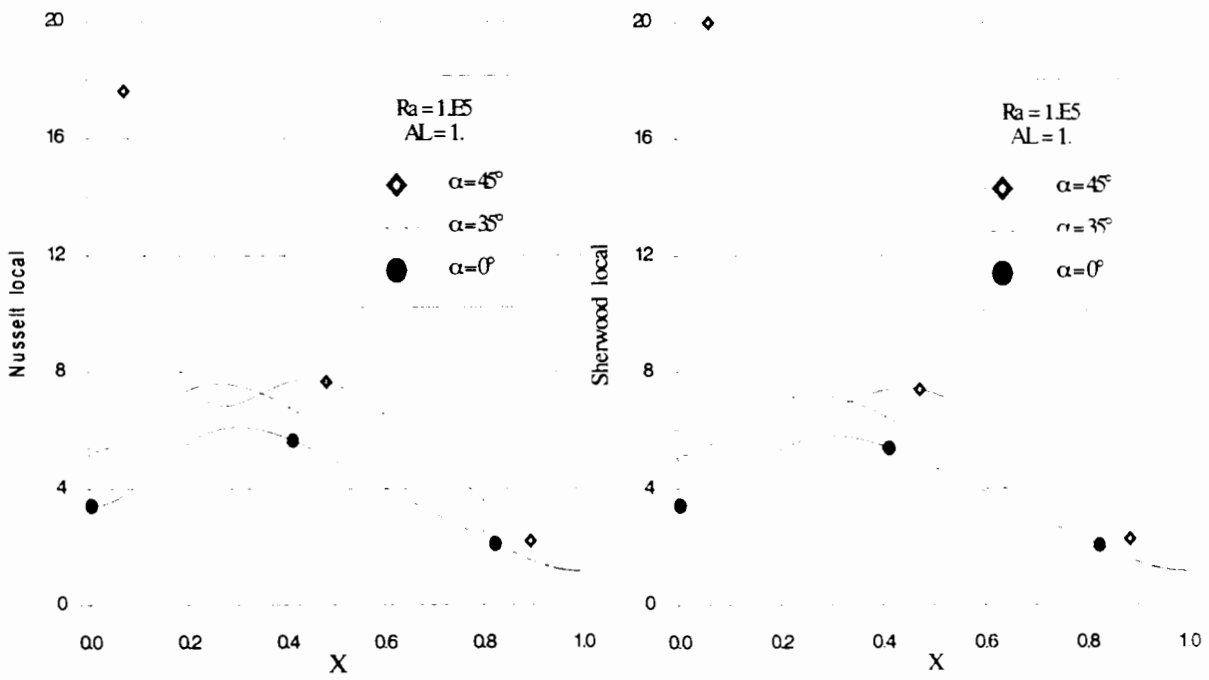


Fig. 34 Evolution de Nu et Sh locaux (Y = 0) avec l'angle α

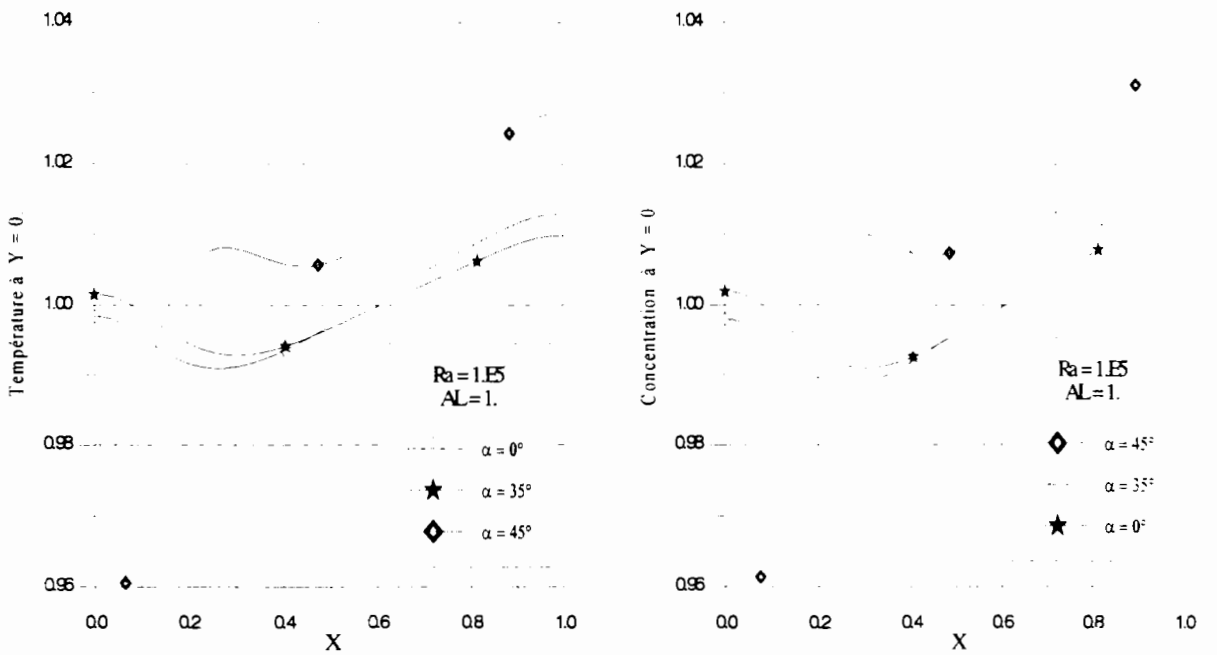
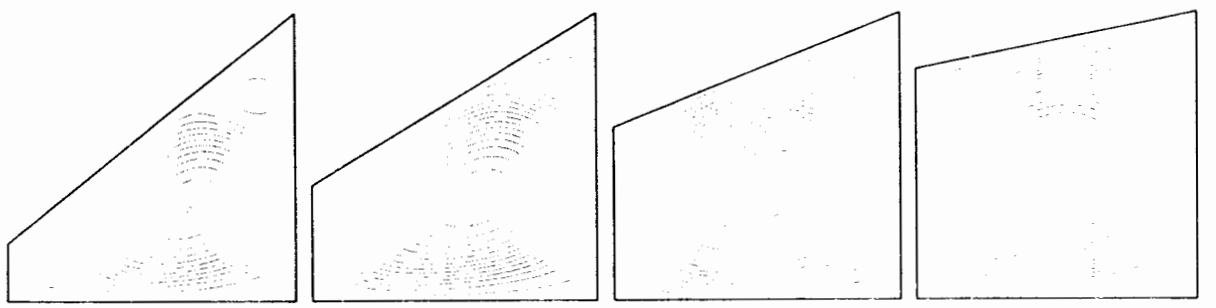


Fig. 35 Profils de température et de concentration à (Y = 0) pour différentes valeurs de α

Pour le cas de la cavité triangulaire, on remarque que le nombre de Nu local ainsi que celui de Sh prennent des valeurs importantes dans la zone étroite de la cavité, le transfert thermique et solutal est intense dans cette zone car les gradients de température et concentration sont très élevés, les deux parois chaude et froide étant très proches. On remarque également que la température et la concentration à l'interface dans cette zone diminuent rapidement au fur et à mesure que l'on se rapproche du coin (x = 0).

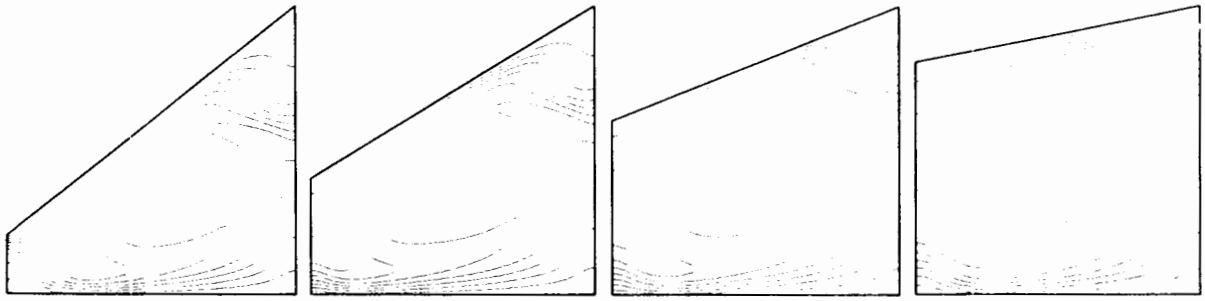
<u>En augmentant la sollicitation Ra à 5.E5 on obtient les résultats suivants :</u>

Isocourants pour : Ra = 5.E5 , AL = 1. , N = 0.16 , $\Delta\psi$ = 3.



tg (α) = 0.8 = 0.6 = 0.4 = 0.2

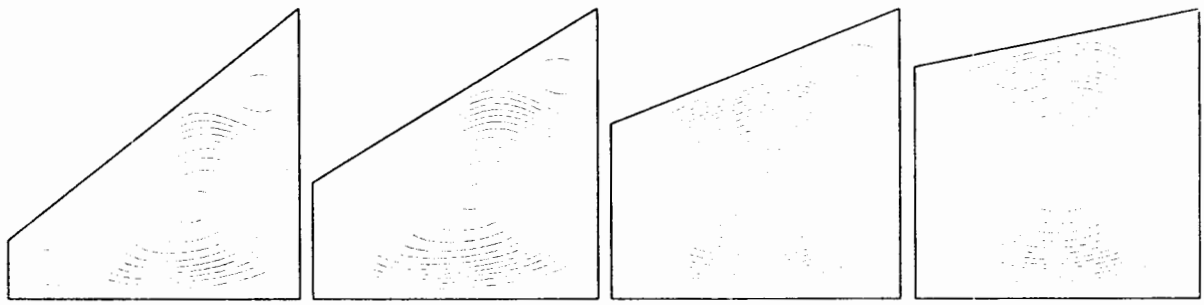
Isothermes pour : Ra = 5.E5 , AL = 1. , N = 0.16



tg (α) = 0.8 = 0.6 = 0.4 = 0.2

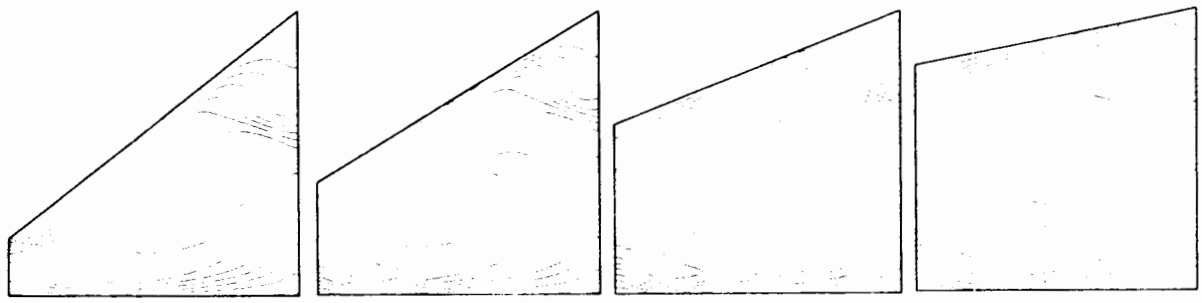
En augmentant la sollicitation, on remarque la naissance d'une petite cellule de convection dans le coin supérieur de la cavité. Une deuxième cellule de convection apparaît également pour les grandes valeurs de l'angle d'inclinaison et ce dans la partie étroite de la cavité.

Résultats pour Ra = 1.E6 :



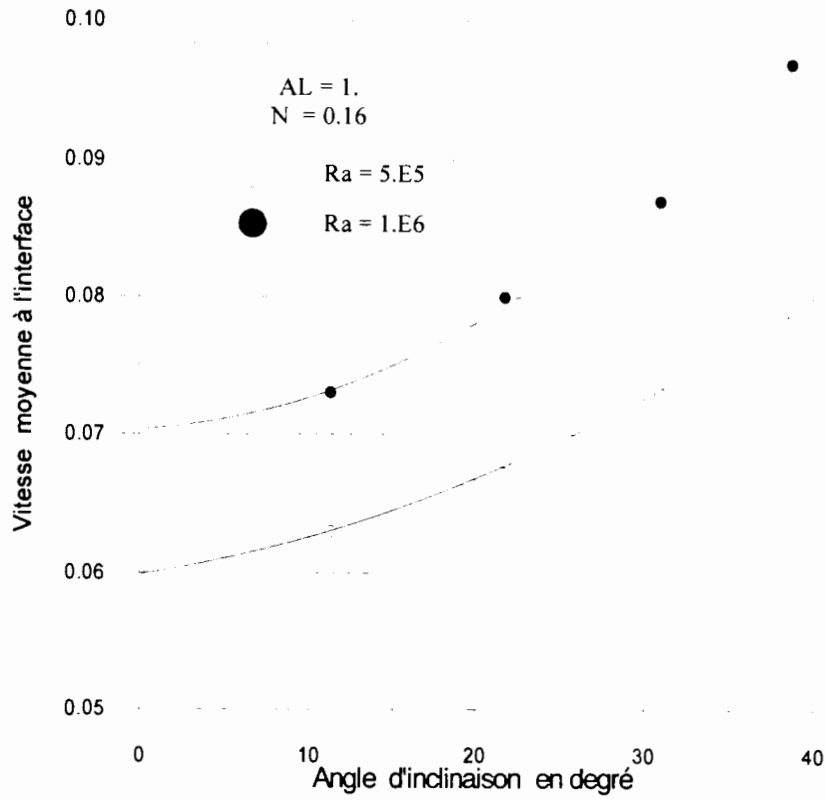
tg (α) = 0.8 = 0.6 = 0.4 = 0.2

Isocourants pour : Ra = 1.E6 , AL = 1. , N = 0.16 , $\Delta\psi$ = 5.

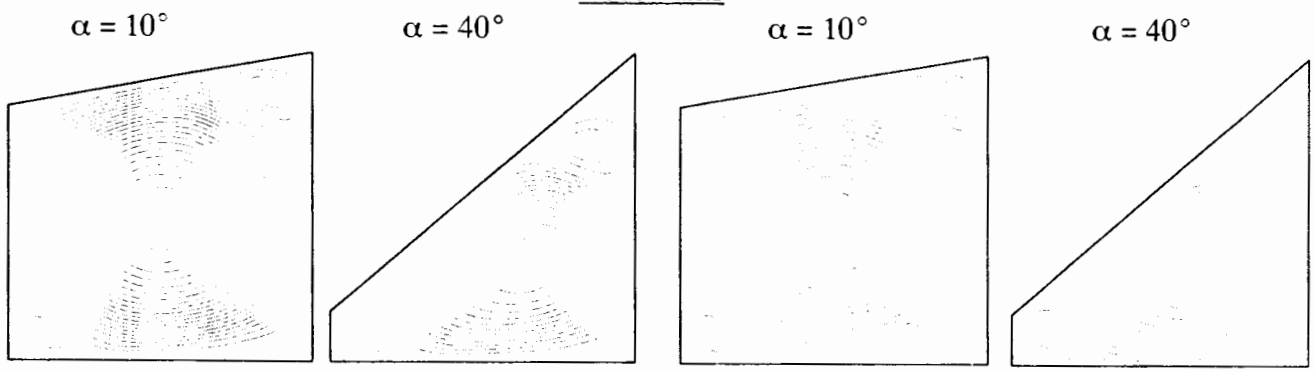


tg (α) = 0.8 = 0.6 = 0.4 = 0.2

Fig. 36 : Isothermes pour : Ra = 1.E6 , AL = 1. , N = 0.16

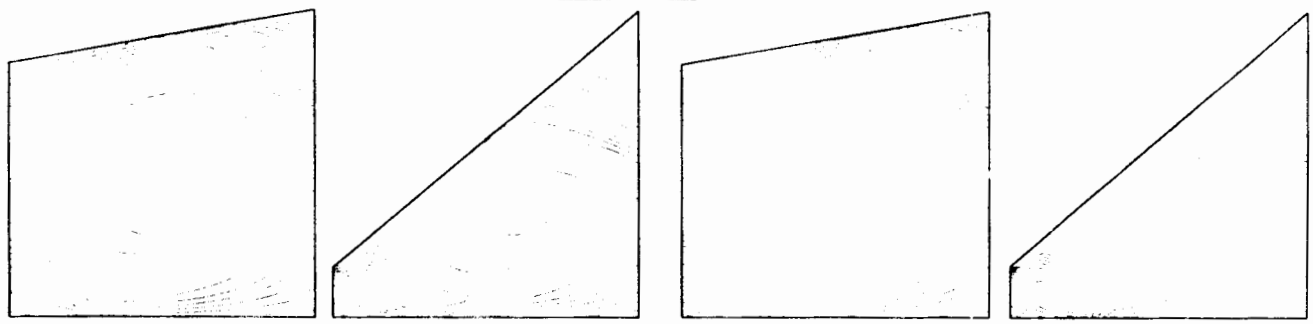


Isocourants



Ra = 2.E6 $\Delta\psi$ = 5. Ra = 5.E6 $\Delta\psi$ = 10.

Isothermes



Ra = 2.E6 Ra = 5.E6

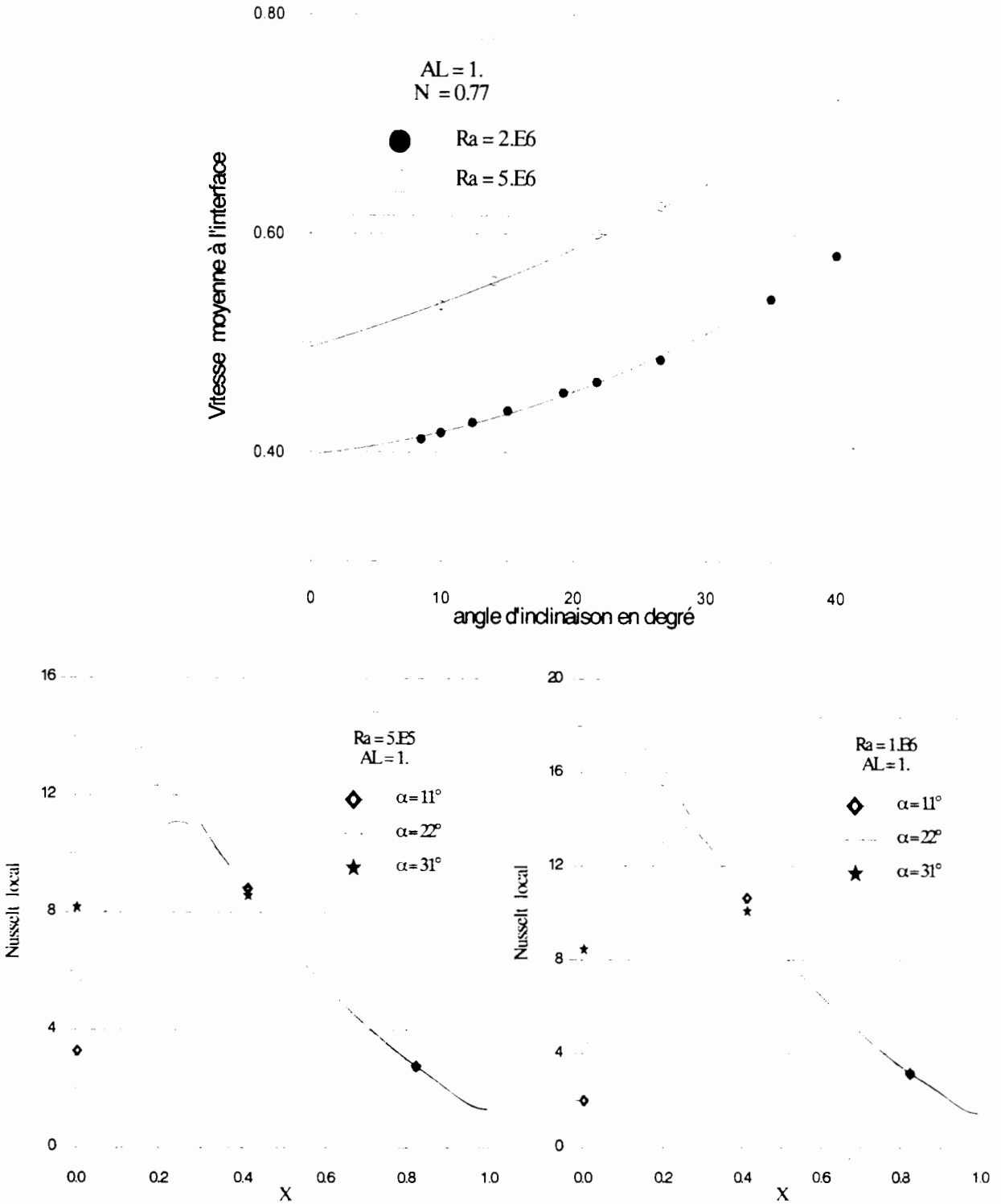


Fig. 37 : Nu local en fonction de l'angle α et la sollicitation Ra.

Sur le tracé du Nusselt local, on montre l'effet de l'angle d'inclinaison, le transfert de chaleur augmente avec l'angle α, on peut relever aussi sur la courbe que l'abscisse de la valeur maximale du Nusselt se déplace vers la gauche ceci est expliqué par le fait que la couche limite thermique qui se développe à l'interface se déplace aussi vers le coin gauche de la cavité lorsqu'on fait augmenter l'angle d'inclinaison de la paroi froide (voir les isothermes).

La figure ci-contre traduit l'effet de l'angle d'inclinaison de la paroi froide sur la valeur du Nusselt moyen pour des valeurs différentes de la sollicitation globale Ra.

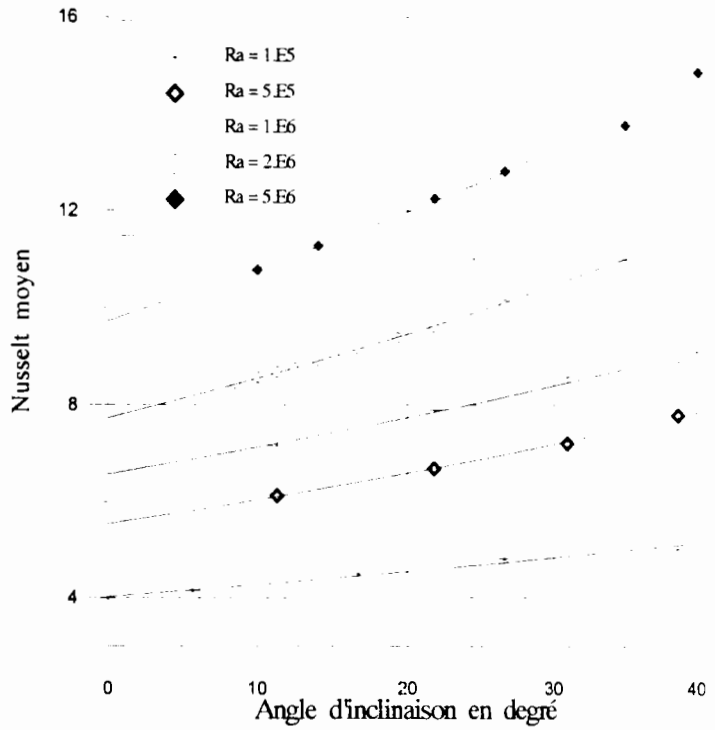


Fig. 38 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'angle d'inclinaison de la paroi froide pour des sollicitations différentes. (AL = 1)

La figure ci-contre traduit l'effet de l'angle d'inclinaison de la paroi froide sur la valeur du Sherwood moyen pour des valeurs différentes de la sollicitation globale Ra.

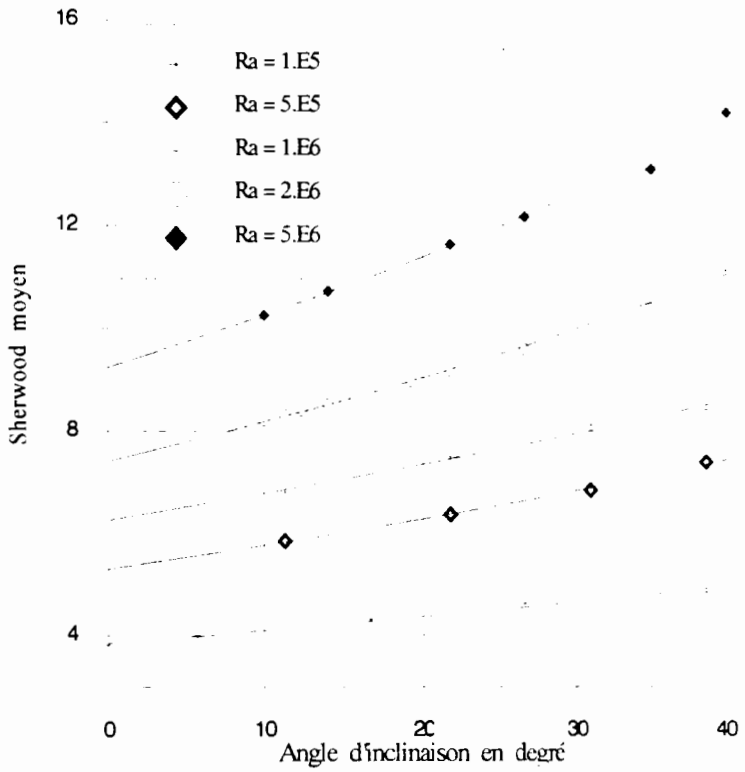


Fig. 39 : Evolution du nombre de Sherwood en fonction de l'angle d'inclinaison de la paroi froide pour des sollicitations différentes. (AL = 1)

Pour mettre en évidence l'influence de l'angle α sur le taux de transfert de chaleur, on montre l'évolution du Nu en fonction de Cos(α). Les courbes tracées représentent une approximation par des fonctions puissance.

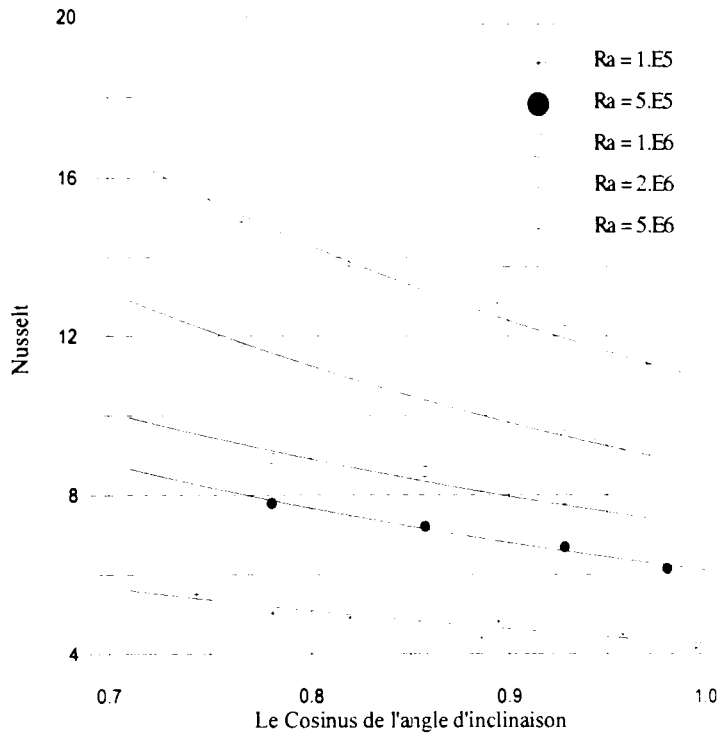


Fig.40 :Nusselt moyen en fonction de Cos(α)

Pour monter l'influence de l'angle α sur le taux de transfert de masse, on trace également l'évolution du Sh en fonction de Cos(α). Les courbes tracées représentent une approximation par des fonctions puissance.

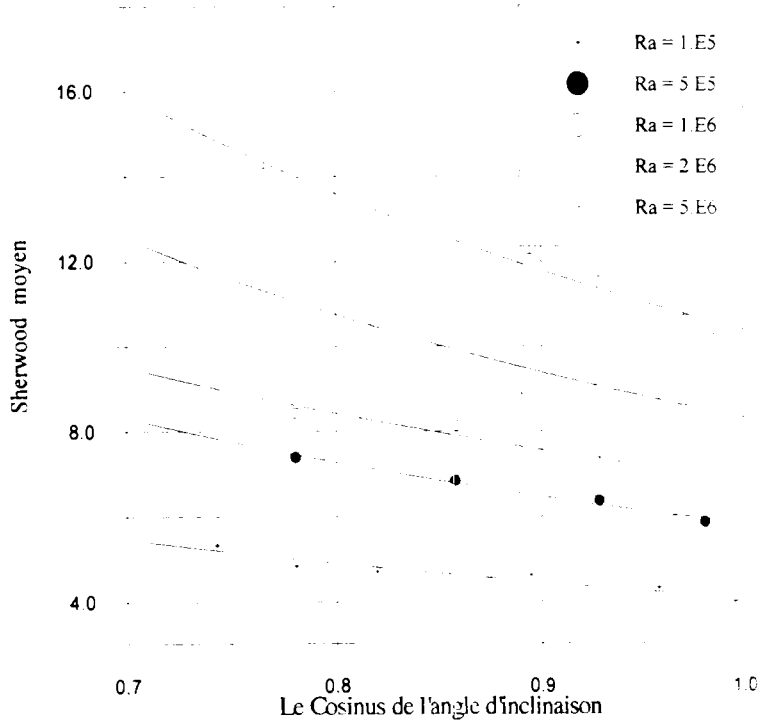


Fig. 41 : Sherwood moyen en fonction de Cos(α)

b - Cavité d'allongement (AL = 2) :

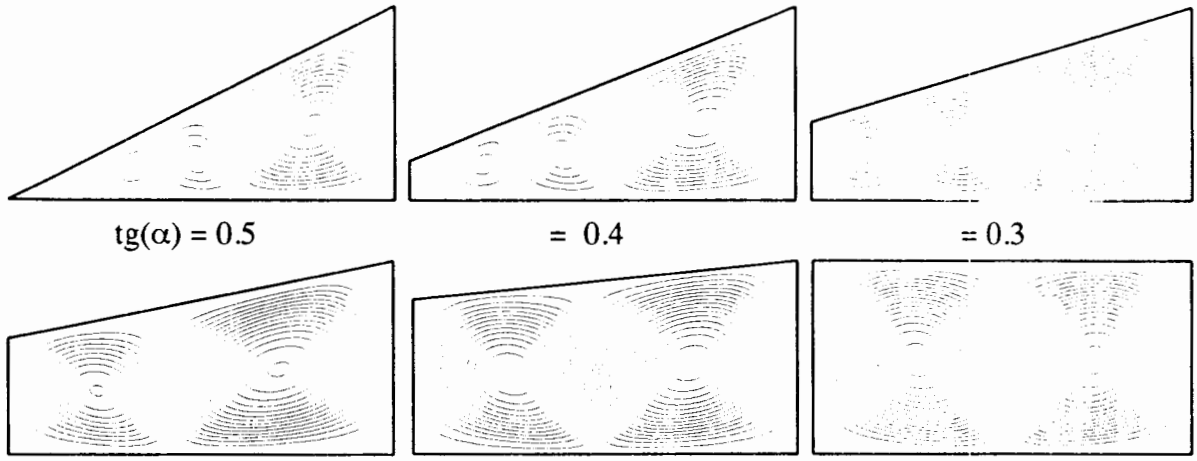


Fig. 42 : Isocourants pour Ra = 1.E5 , N = 0.47

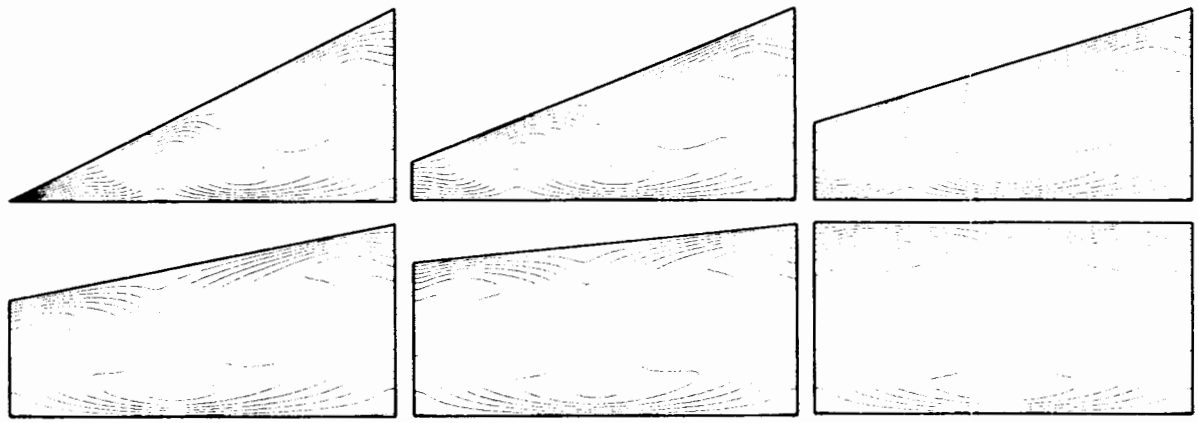


Fig. 43 : Isothermes pour les mêmes conditions ci-dessus

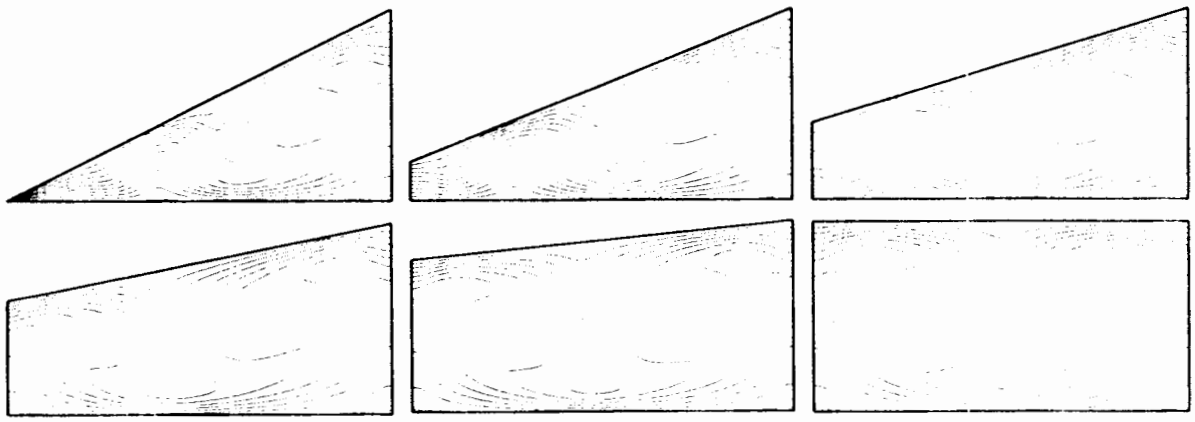
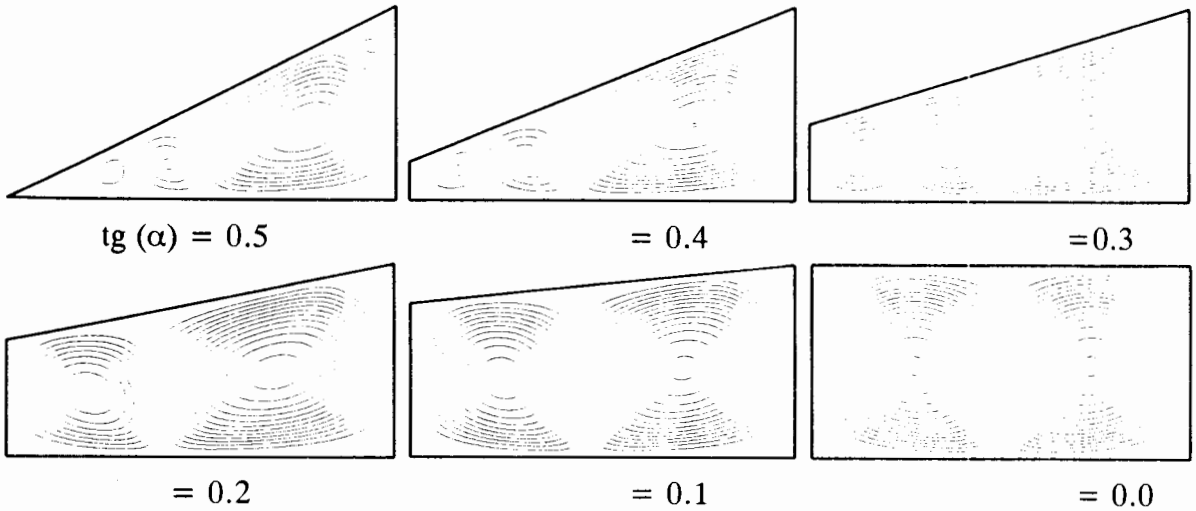


Fig. 44 : Isoconcentrations pour les mêmes conditions ci-dessus

Résultats pour : Ra =5.E5 , Al =2. , N = 0.47



tg (α) = 0.5 = 0.4 =0.3

= 0.2 = 0.1 = 0.0

Fig. 45 : Les isocourants pour Ra = 5.E5 , $\Delta\psi$ = 5.

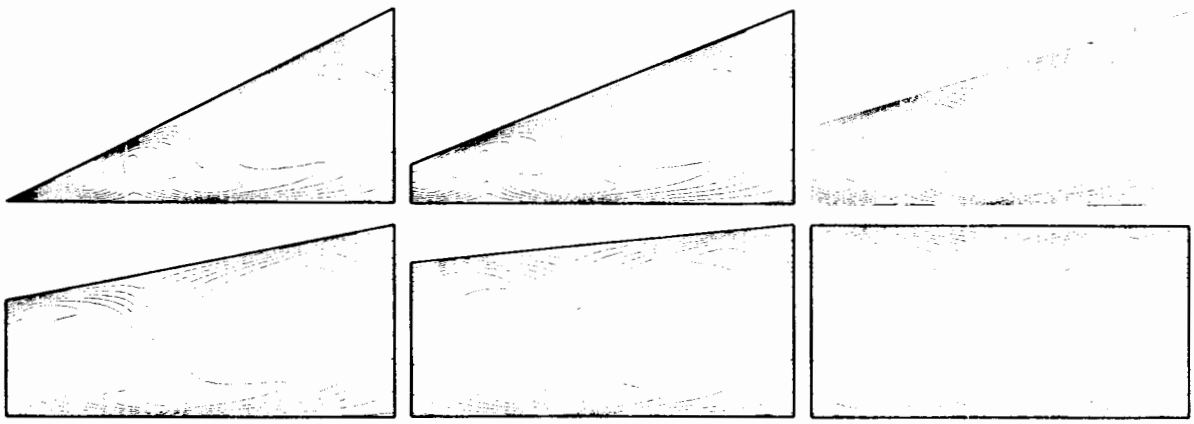
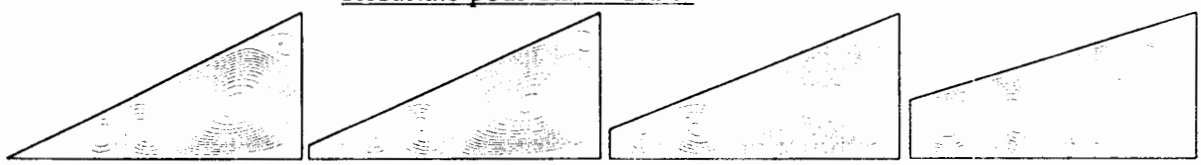


Fig. 46 : Isothermes pour les mêmes conditions ci-dessus.

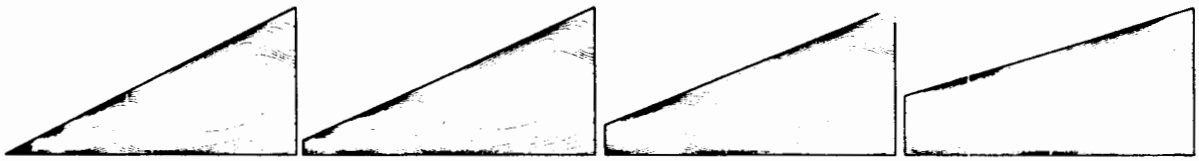
Remarquons que pour la cavité d'allongement AL = 2., le nombre de cellules de convection passe de trois cellules pour les hautes inclinaisons de la paroi froide à deux cellules pour les faibles inclinaisons.

Résultats pour Ra = 1.E6



tg (α) = 0.5 = 0.45 = 0.4 = 0.3

Fig. 47 : Isocourants pour Ra = 1.E6 , AL =2. , N = 0.47



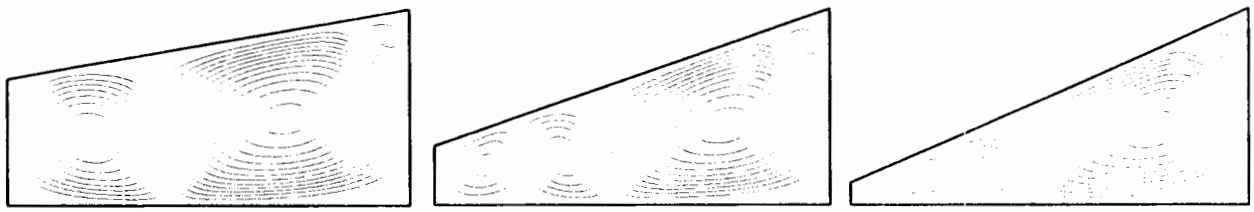
tg (α) = 0.5 = 0.45 = 0.4 = 0.3

Fig. 48 : Isothermes pour Ra = 1.E6 , AL =2. , N = 0.47

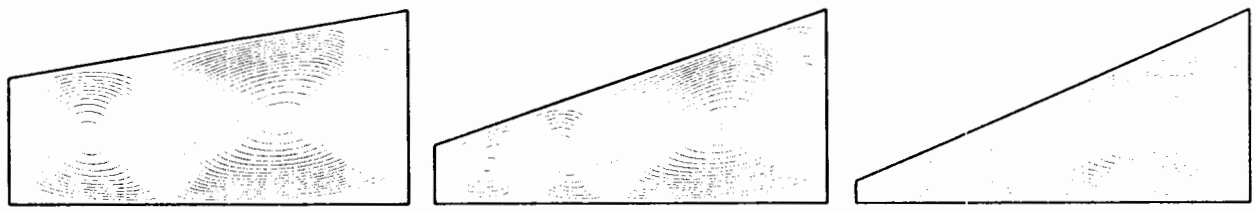
Pour la sollicitation Ra = 1.E6, on remarque la tendance vers l'apparition d'une quatrième petite cellule dans la partie étroite de la cavité quand on augmente l'angle d'inclinaison et en se rapprochant d'une géométrie triangulaire. Fig 49

Isocourants

α = 10° α = 19° α = 24°



Ra = 2.E6 Δψ = 10.



Ra = 5.E6 Δψ = 10.

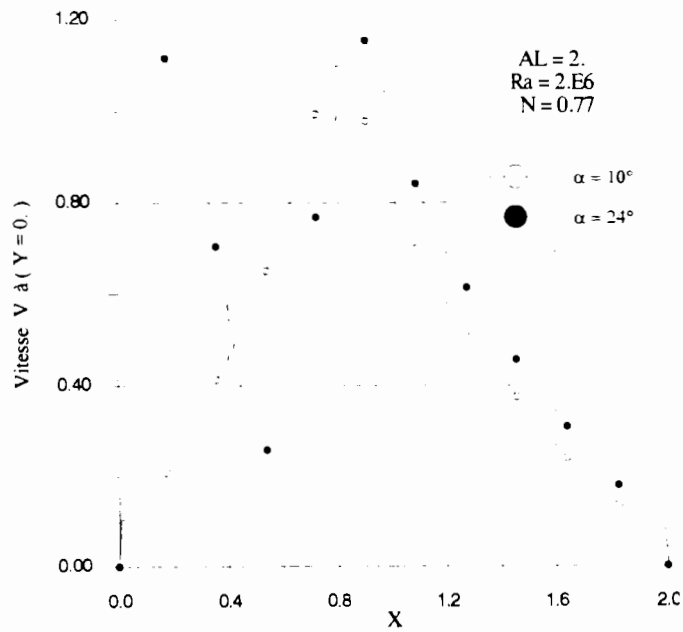
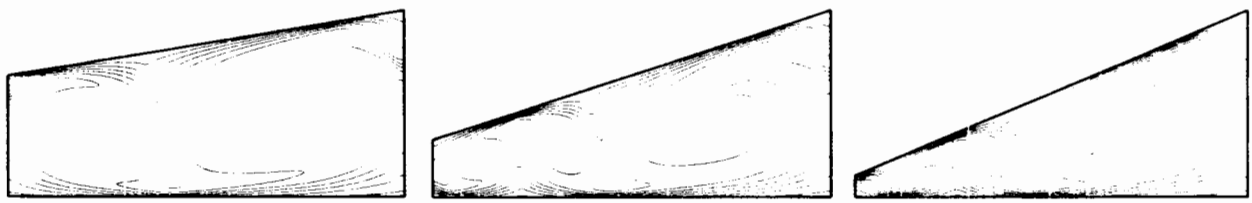


Fig. 49 Evolution de la vitesse d'évaporation à l'interface quand on change l'angle d'inclinaison de la paroi froide.

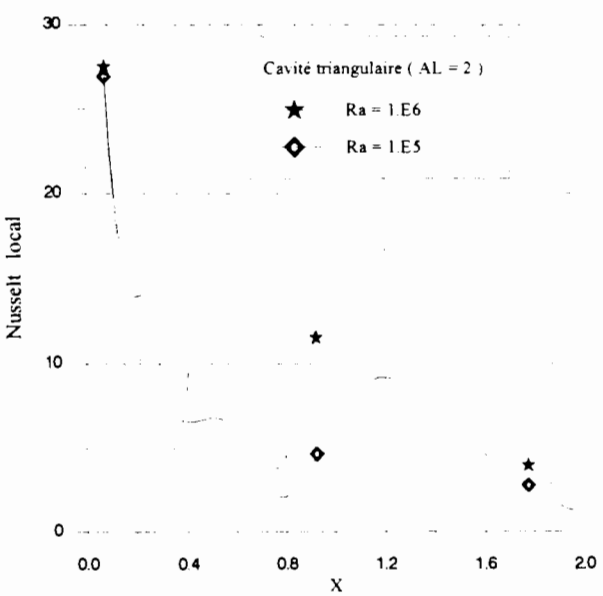
Isothermes

α = 10° α = 19° α = 24°

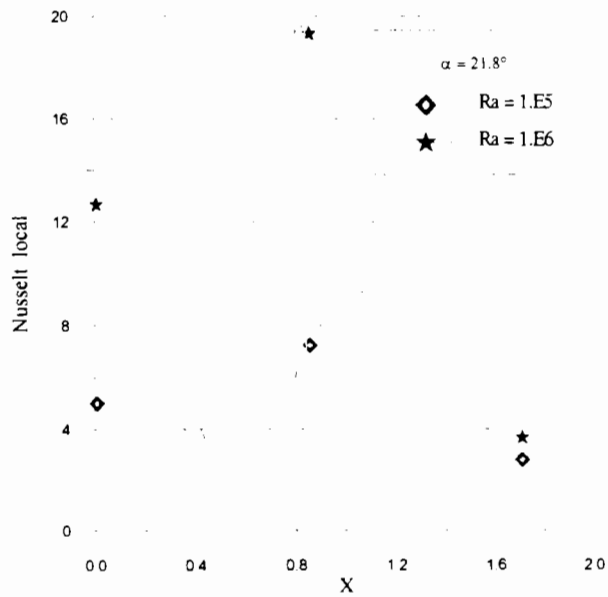


Ra = 2.E6

Ra = 5.E6



Cavité triangulaire (α = 26.56°)



Cavité trapézoïdale (α = 21.8°)

Fig. 50 : Evolution du Nu local en fonction de l'angle α et de la sollicitation Ra (AL = 2)

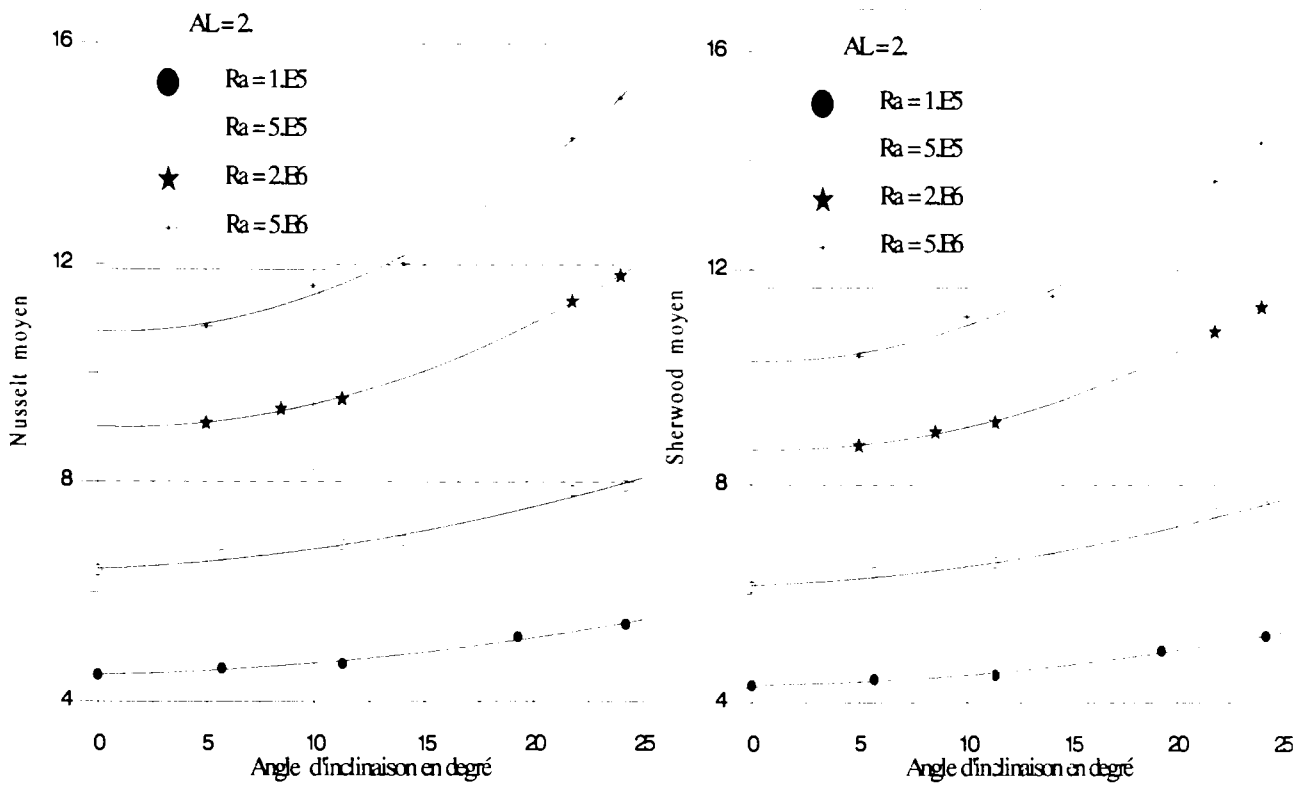


Fig. 51 : Nu et Sh moyens en fonction de l'angle α pour différentes valeurs de Ra

La loi de variation des deux nombres de Nu et Sh avec l'angle d'inclinaison de la paroi froide n'est pas assez claire. Nous avons remarqué d'ailleurs qu'en variant α, la structure de l'écoulement peut subir des modifications même dans le nombre des cellules de convection, cela provoque évidemment un changement important dans les taux de transfert thermique et solutaux. Une approximation par une fonction puissance demeure satisfaisante mais moins précise.

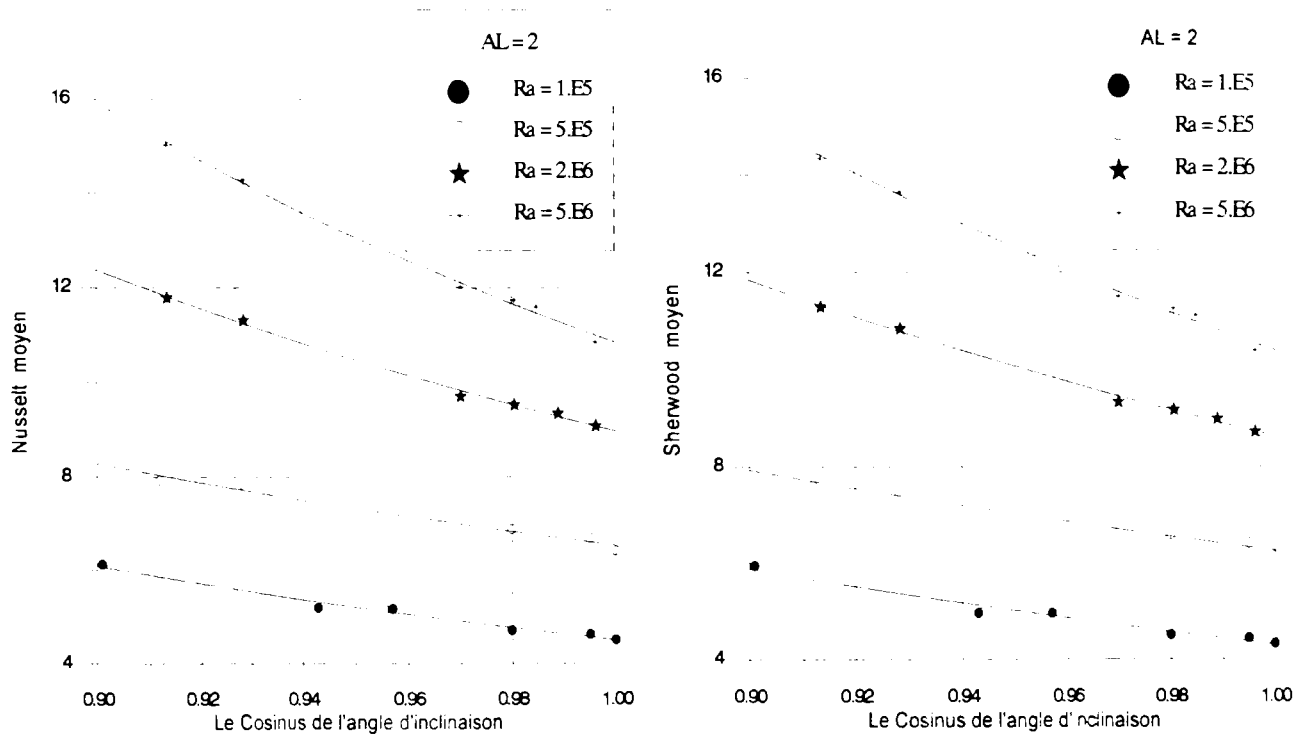


Fig. 52 : Nu et Sh moyens en fonction du Cos(α) et pour des valeurs différentes de Ra

Cette dernière figure montre que l'évolution des deux nombres Nu et Sh en fonction du Cos(α) peut être traduite par des fonctions puissance d'approximation.

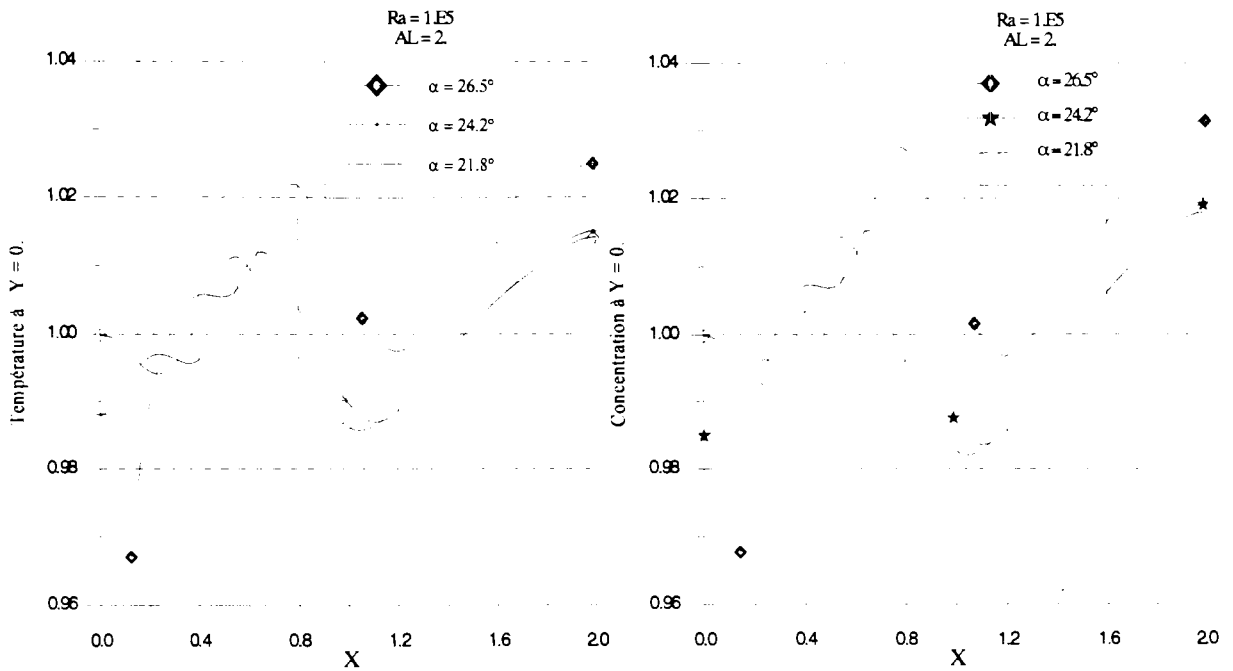


Fig. 53 : Profils des Températures et Concentrations à Y = 0 pour des valeurs différentes de α.

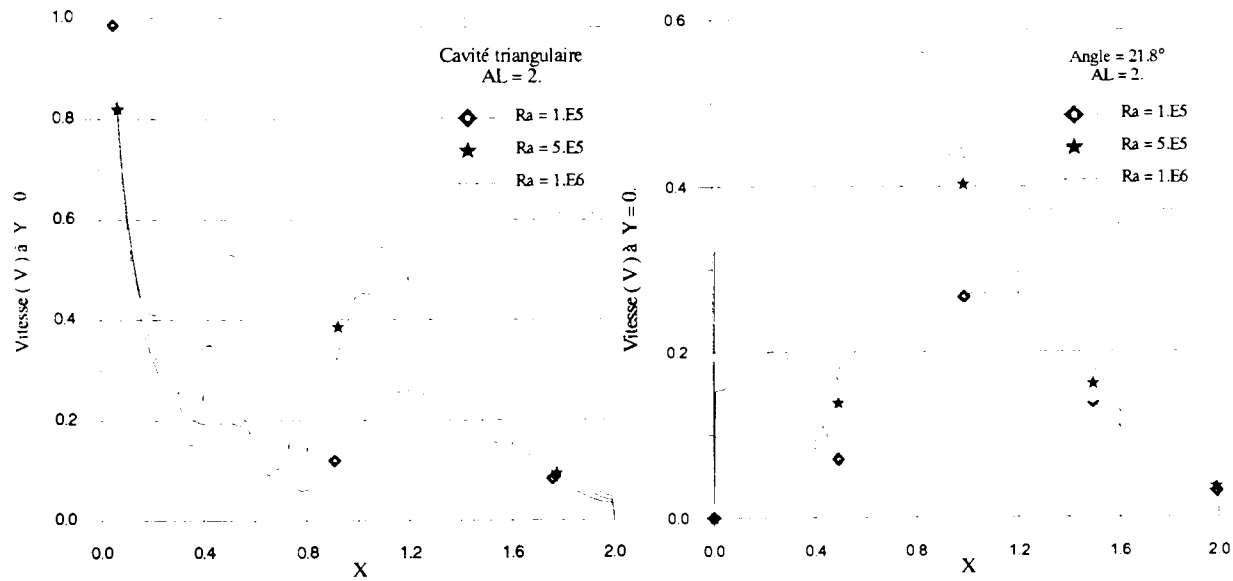


Fig. 54 : Profils de la vitesse d'écoulement à Y = 0 pour différentes sollicitations.

Le profil de la vitesse d'évaporation présente des valeurs maximales aux endroits caractérisés par des gradients importants de la température et de concentration. La valeur maximale de cette vitesse augmente avec la sollicitation imposée et son abscisse se déplace vers les petites (X) du fait que la grande cellule de convection s'allonge en plus en augmentant le Ra et ainsi occuper une large place dans la cavité ceci conduit évidemment à un déplacement de la position de la couche limite thermique dans le même sens.

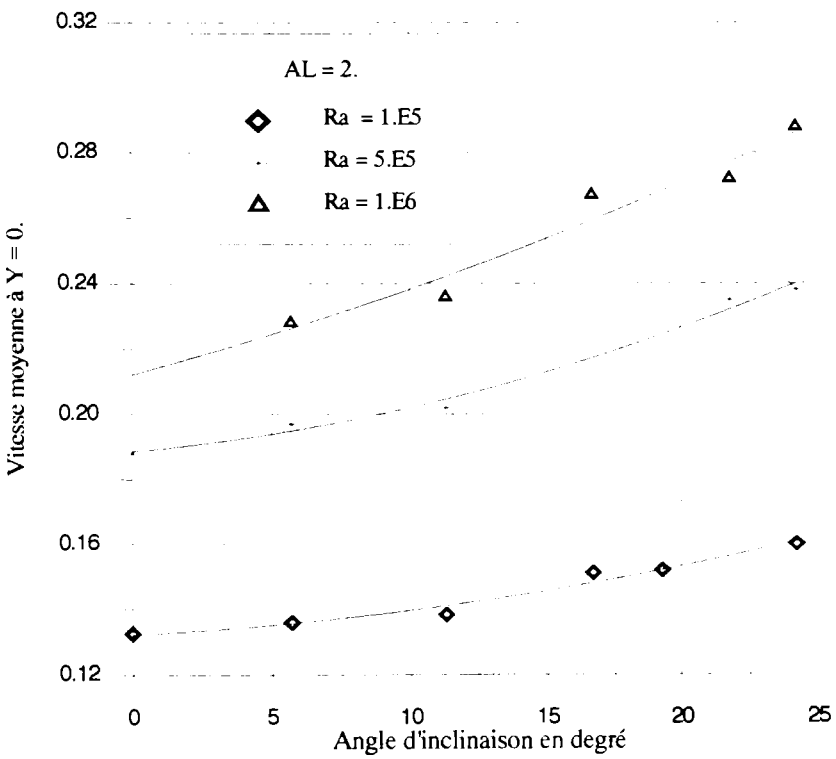
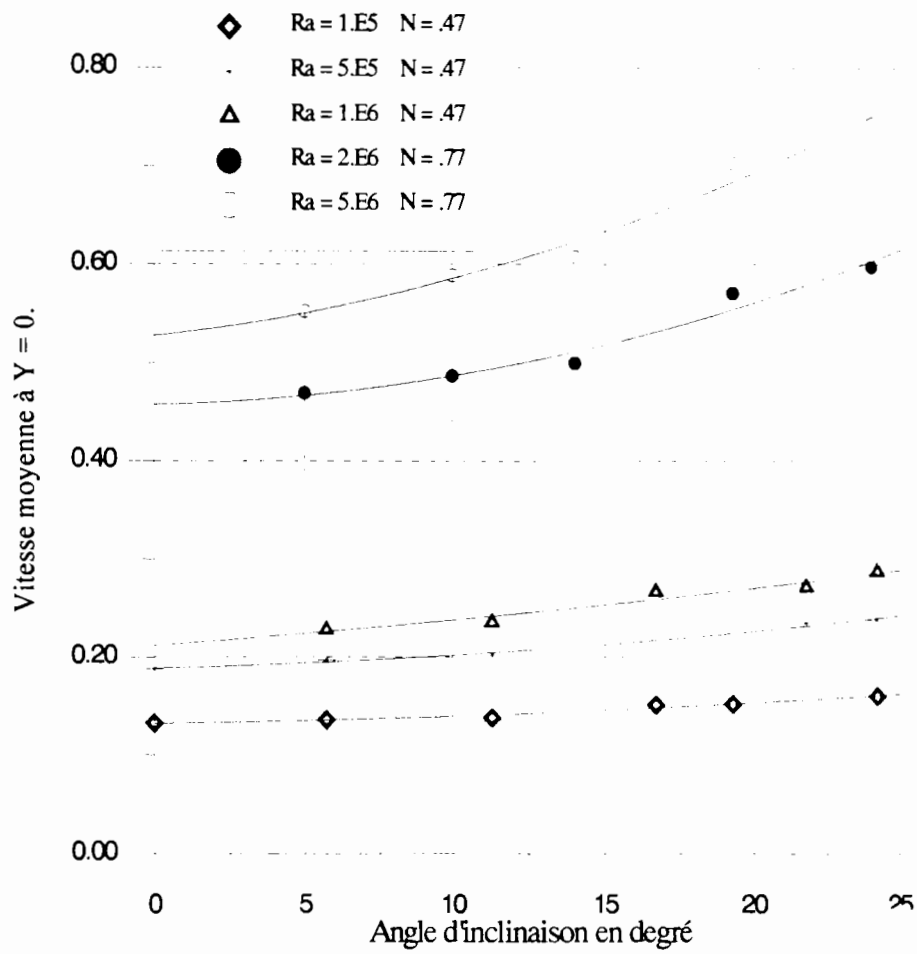


Fig. 55 : Evolution de la vitesse moyenne d'évaporation en fonction de α et de Ra.



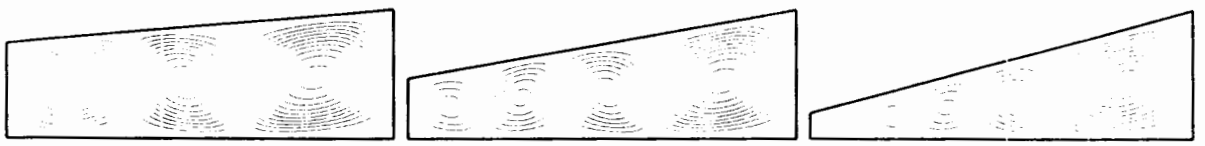
Sur cette figure, on remarque que la vitesse moyenne d'évaporation (V à Y = 0.) augmente bien avec la sollicitation Ra qu'avec l'angle α, rappelant que le débit massique d'évaporation est fonction directe de la valeur de cette vitesse ($m^{\cdot} = \rho V_i$) en ($kg/m^2.s$).

Ainsi la quantité d'eau produite par distillation et par unité de temps et de surface peut être augmenter en procédant avec des distillateurs de hautes angles d'inclinaison de la paroi froide et bien entendu en appliquant des sollicitations thermiques importantes.

c - Cavité d'allongement AL = 3

Isocourants

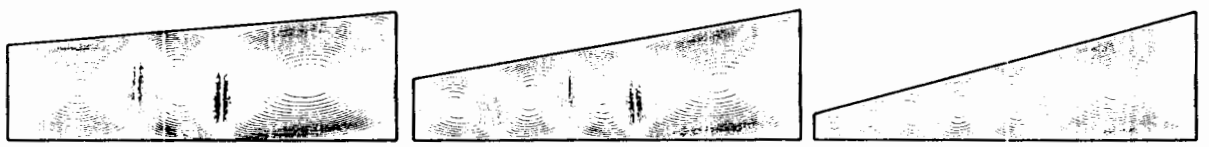
$\alpha = 5°$ $\alpha = 10°$ $\alpha = 15°$



Ra = 1.E5 , $\Delta\psi = 3.$

Ra = 5.E5 , $\Delta\psi = 7.$

Ra = 1.E6 , $\Delta\psi = 10.$



Ra = 5.E6 , $\Delta\psi = 10.$

En augmentant l'allongement de la cavité (AL = 3.), on remarque une structure d'écoulement à trois cellules de convection et ce pour des faibles valeurs de l'angle α et pour différentes valeurs de la sollicitation (Ra). Ce nombre augmente encore à quatre cellules pour $\alpha = 10°$ et à six pour $\alpha = 15°$. Ainsi l'augmentation de l'allongement de la cavité et de l'angle d'inclinaison de la paroi froide conduisent à la création de nouvelles cellules de convection.

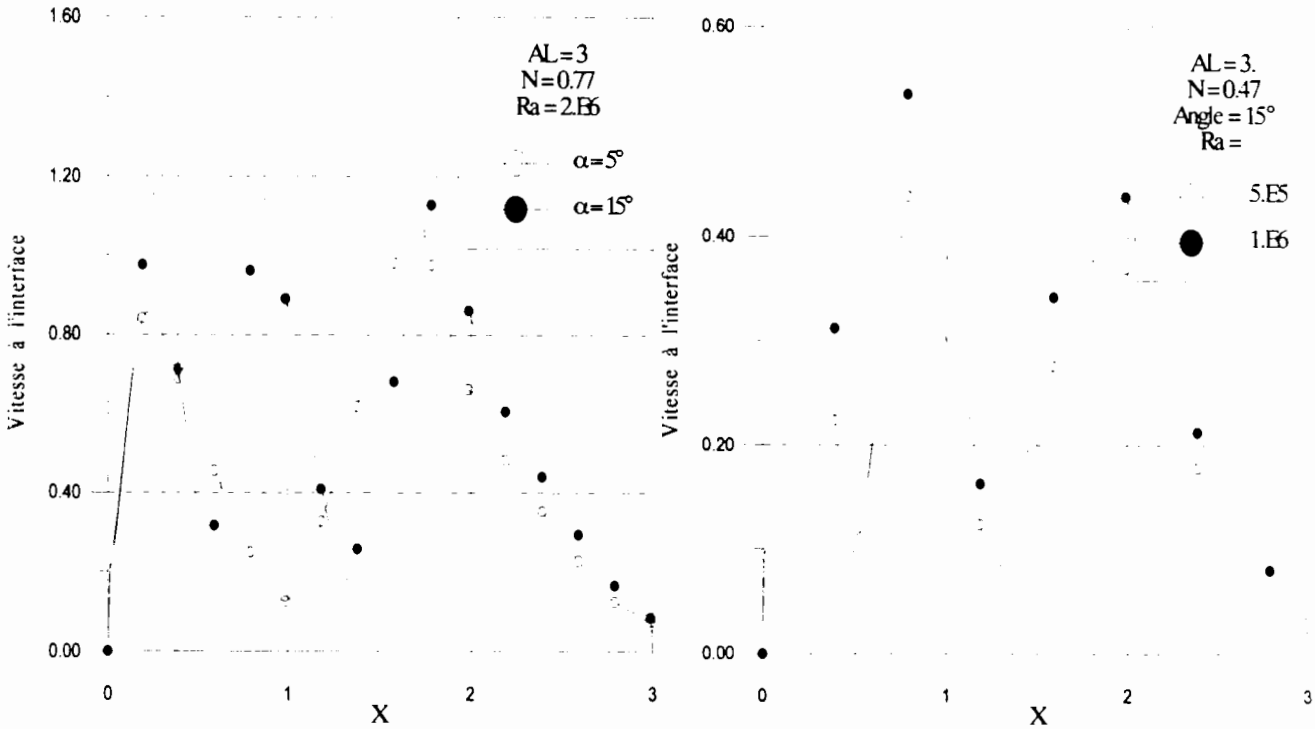
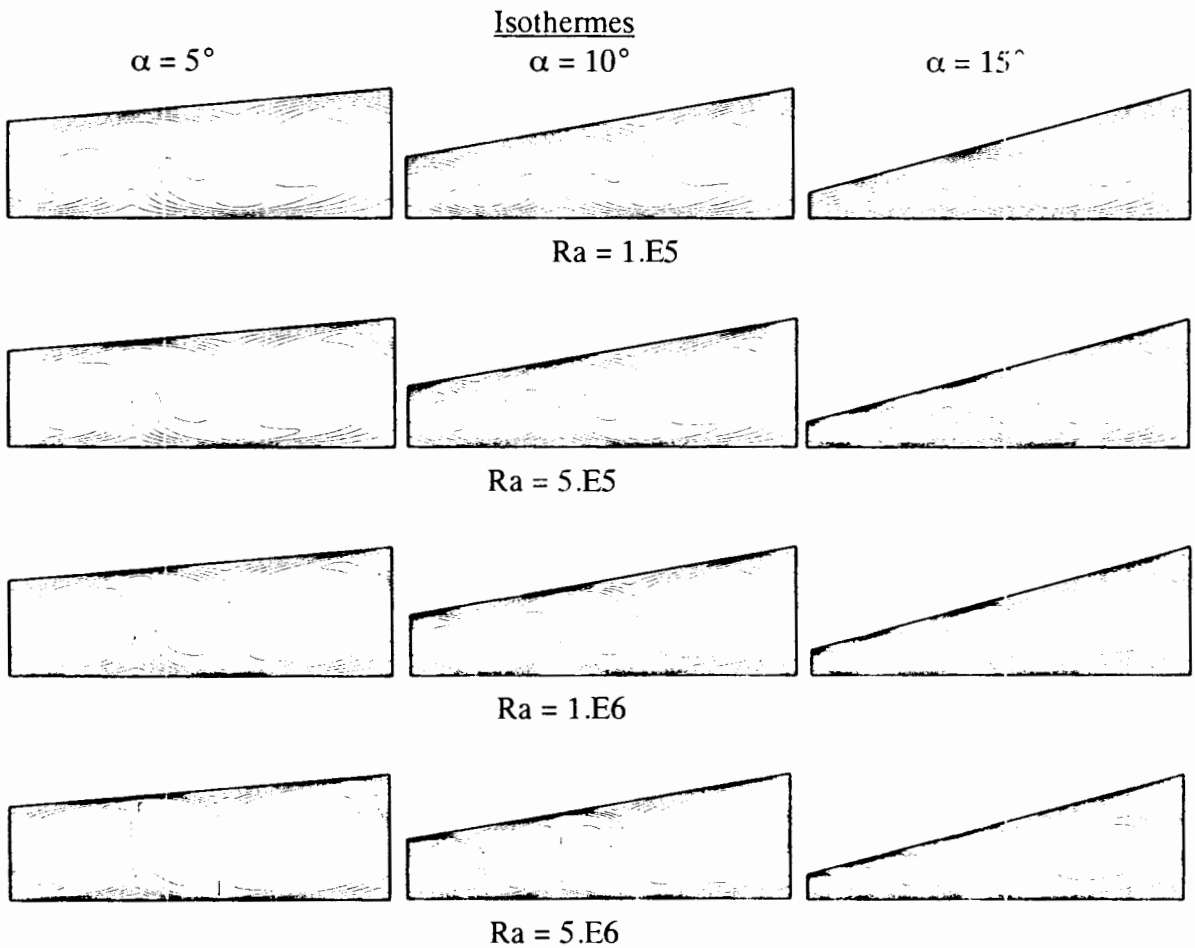
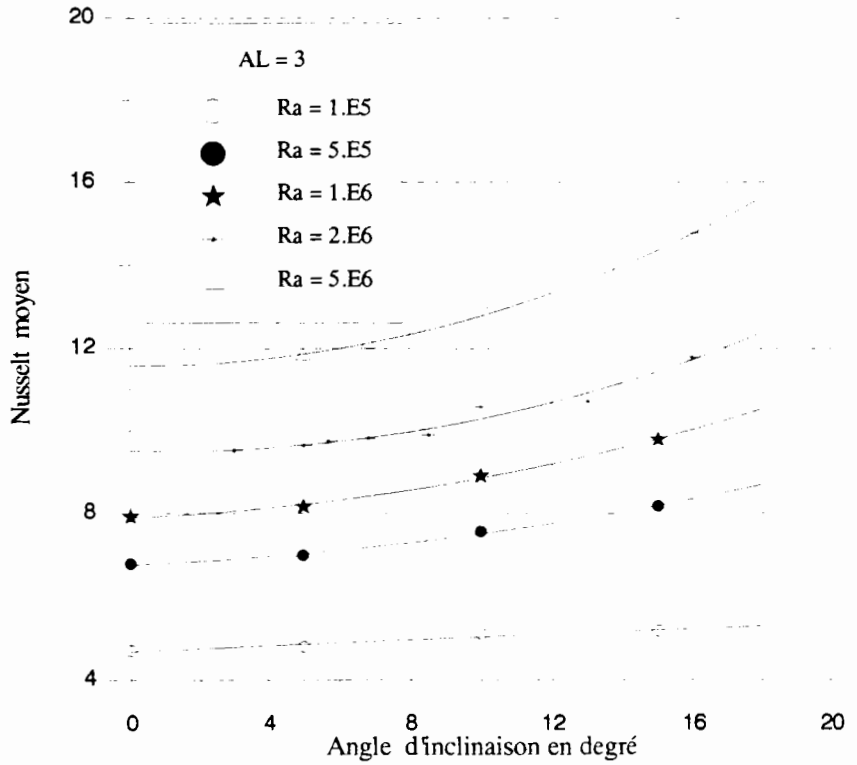
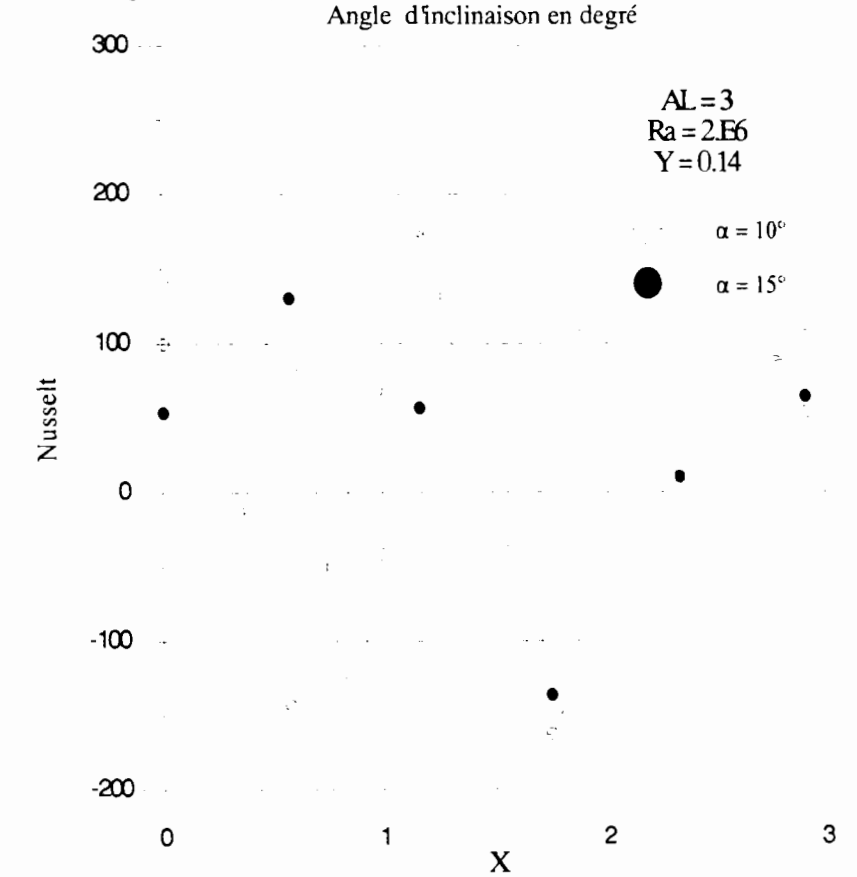


Fig. 56 Evolution de la vitesse à l'interface en fonction du Ra et de l'angle d'inclinaison de la paroi froide



Sur le plan de transfert de chaleur et de masse, l'effet de l'augmentation de l'allongement conduit à des taux plus élevés de transfert thermique et massique, cela est du en premier lieu au fait que la multiplication du nombre de cellules favorisent un meilleur transfert de l'énergie et de masse. On remarque également que les couches limites thermique (voir les isothermes) deviennent de plus en plus minces quand on augmente la sollicitation globale (Ra).





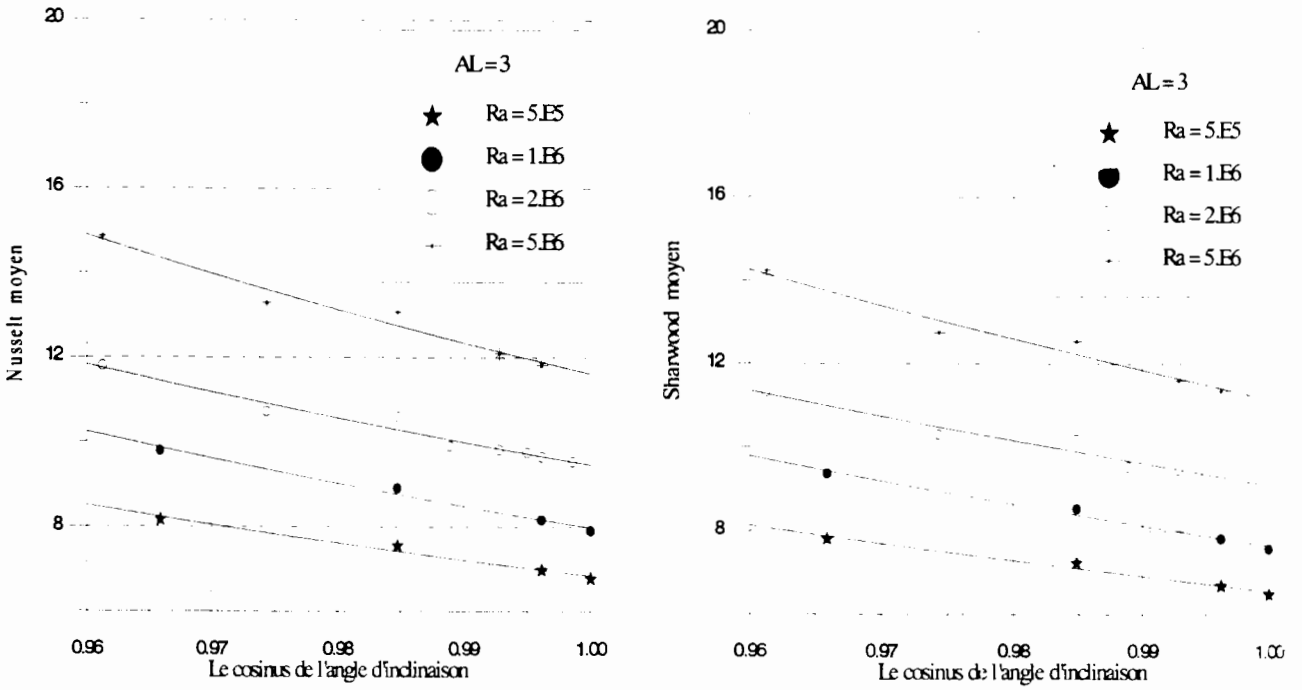


Fig. 57 Variation de Nu et Sh en fonction de l'angle ∝ pour une cavité d'allongement AL = 3.

d - Cavité d'allongement al = 4 :

Isocourants :

α = 5°

Ra = 1.E5 , Δψ = 4. Ra = 5.E5 , Δψ = 7. Ra = 1.E6 , Δψ = 10.

α = 10°

Ra = 1.E5 , Δψ = 4. Ra = 5.E5 , Δψ = 7. Ra = 1.E6 , Δψ = 10.

Pour la cavité d'allongement (AL= 4), le nombre de cellules de convection devient important (5 pour α = 5° et 7 pour α = 10°). L'apparition d'une petite cellule de recirculation au coin supérieur de la cavité est bien remarquée pour les grandes valeurs du Rayleigh.

Isothermes :

α = 5°

Ra = 1.E5 Ra = 5.E5 Ra = 1.E6

α = 10°

Ra = 1.E5 Ra = 5.E5 Ra = 1.E6

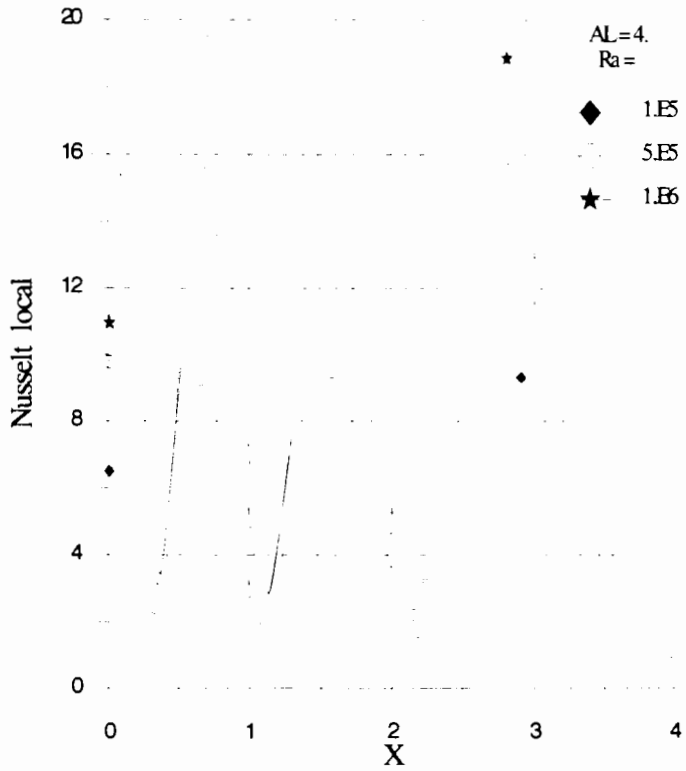


Fig. 58 Nusselt local pour différentes valeurs du Ra (cavité d'allongement AL = 4)

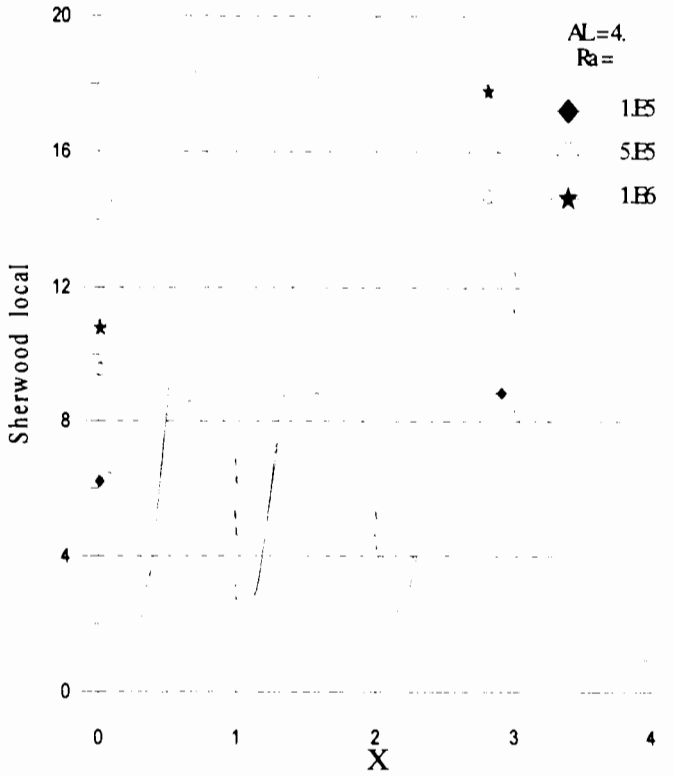


Fig. 59 Sherwood local pour différentes valeurs du Ra (cavité d'allongement AL = 4)

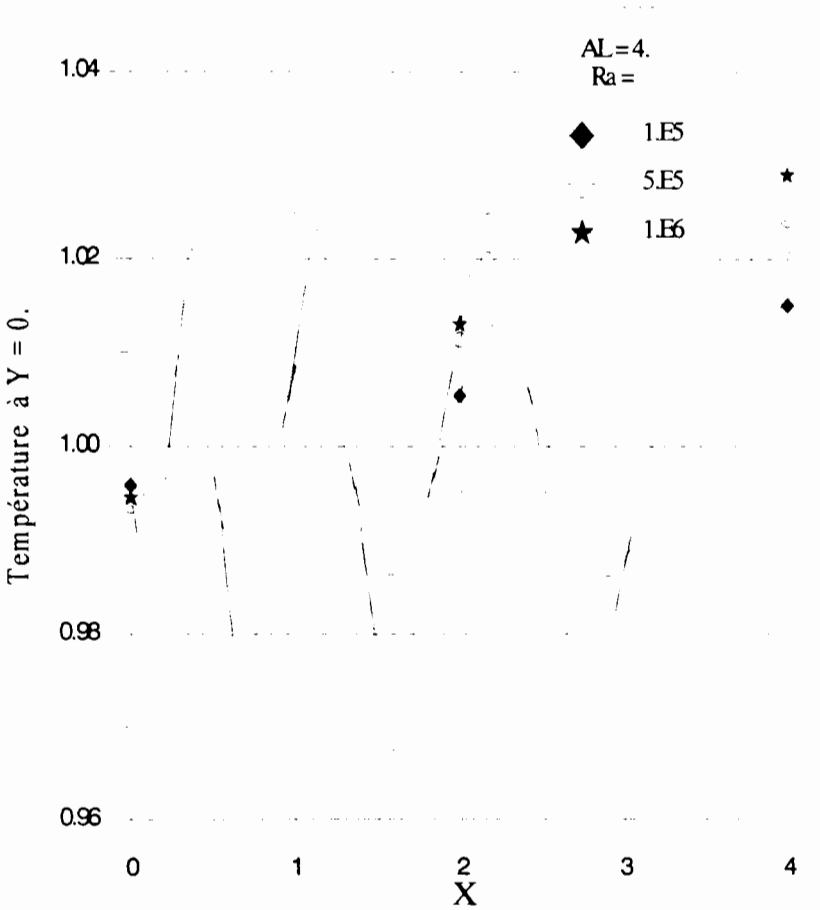


Fig. 60 Profil de température à l'interface pour différentes valeurs du Ra (cavité d'allongement AL=4)

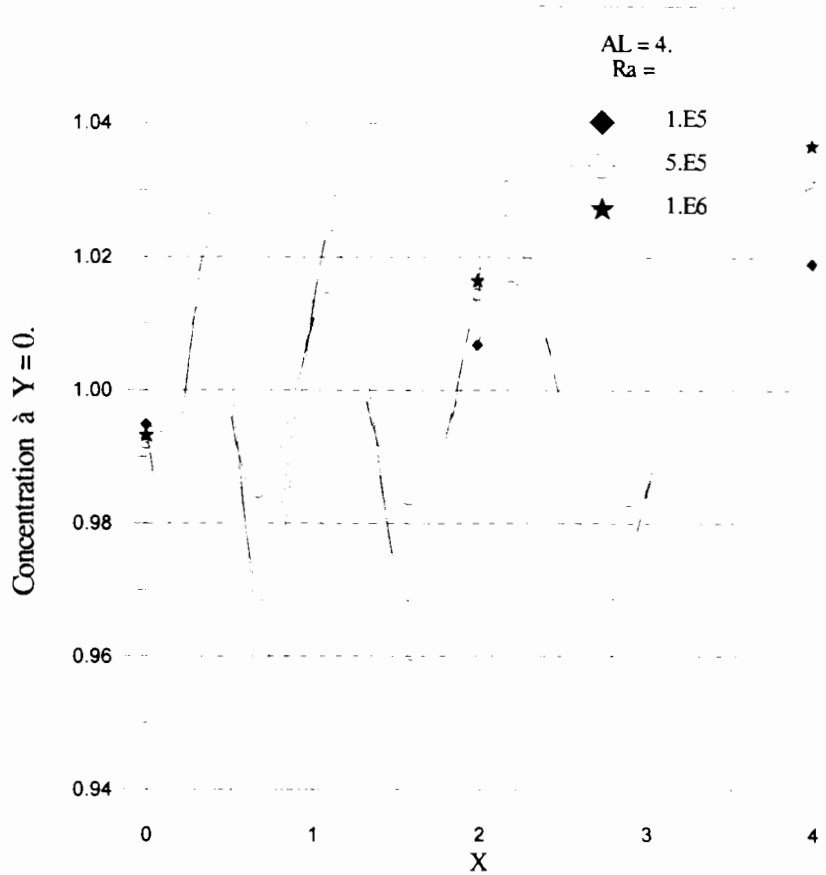


Fig. 61 Profil de concentration à l'interface pour différentes valeurs du Ra (cavité d'allongement AL=4)

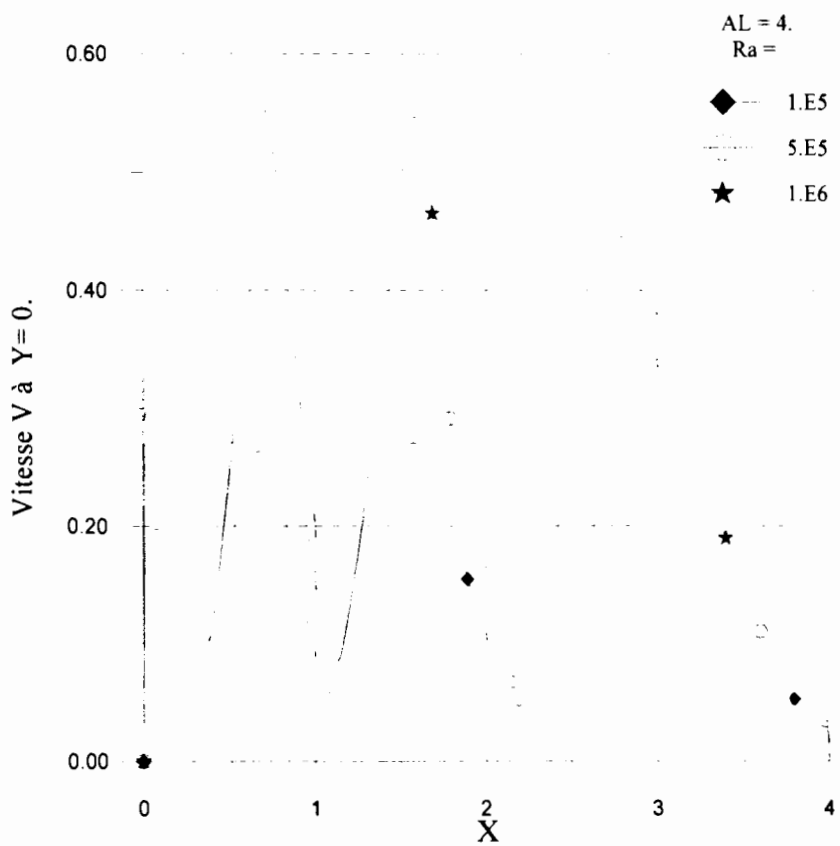
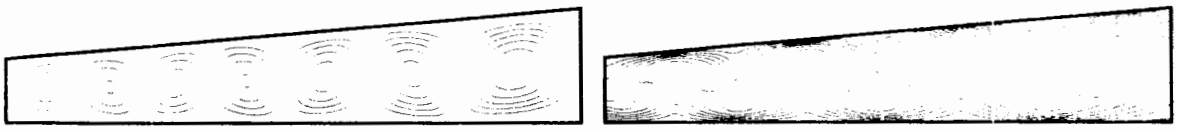


Fig. 62 Profil de vitesse à l'interface pour différentes valeurs du Ra (cavité d'allongement AL=4)

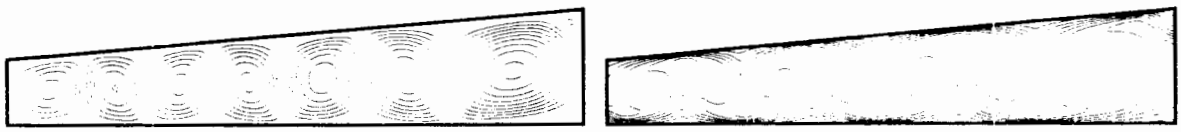
e - Cavité d'allongement AL = 5 :

α = 5°

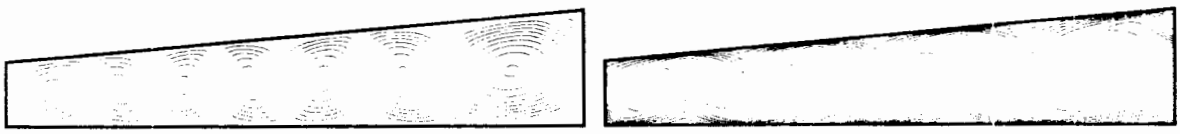
Isocourants | Isothermes



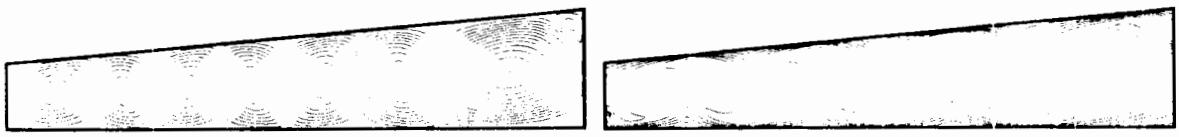
Ra = 1.E5 Δψ = 5



Ra = 5.E5 Δψ = 7



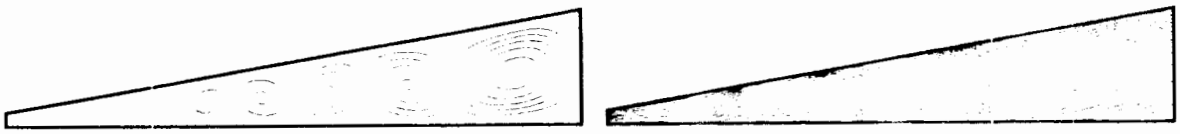
Ra = 1.E6 Δψ = 10



Ra = 2.E6 Δψ = 10

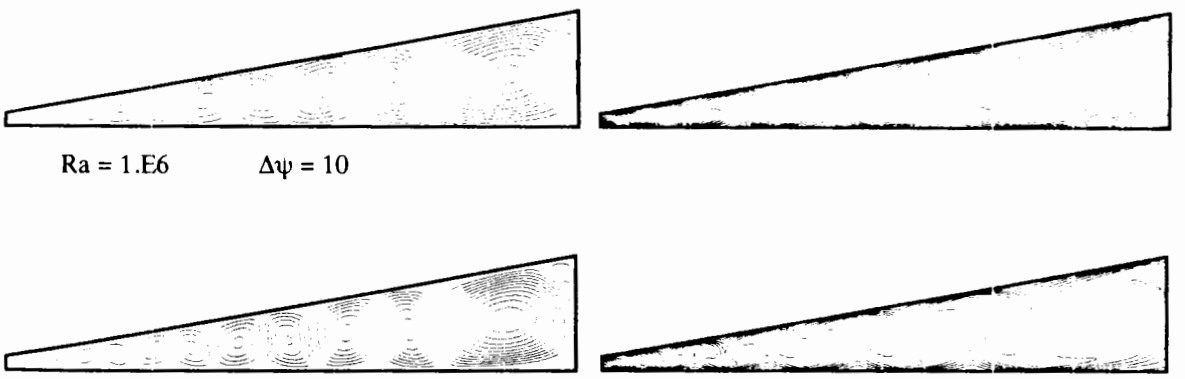
α = 10°

Isocourants | Isothermes



Ra = 1.E5 Δψ = 5

Ra = 5.E5 Δψ = 7



Ra = 1.E6 $\Delta\psi = 10$

Ra = 2.E5 $\Delta\psi = 10$

7-2 Influence de l'allongement de la cavité sur le transfert thermique et solutal :

Pour résumer l'effet de l'allongement AL sur le transfert de chaleur et de masse au sein de la cavité, on trace dans les figures (63 - 66) le nombre de Nu et de Sh en fonction de l'allongement de la cavité pour la même valeur de l'angle d'inclinaison et la même sollicitation globale. Le Nu ainsi que Sh augmentent donc avec AL. Le tracé dans une échelle logarithmique est pratiquement une droite, cela montre que la loi de variation Nu = f (AL) peut être approximée par une fonction puissance. La même remarque est à noter pour le taux de transfert massique Sh = f (AL).

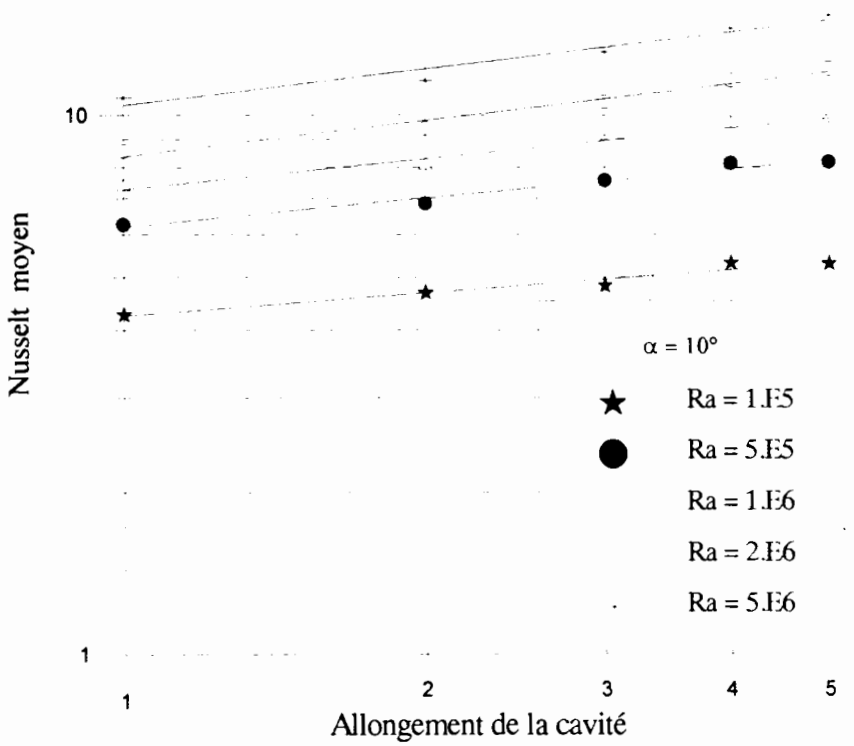


Fig. 63 : Nusselt moyen en fonction de AL pour différentes valeurs du Ra ($\alpha = 10$) échelle Log-Log.

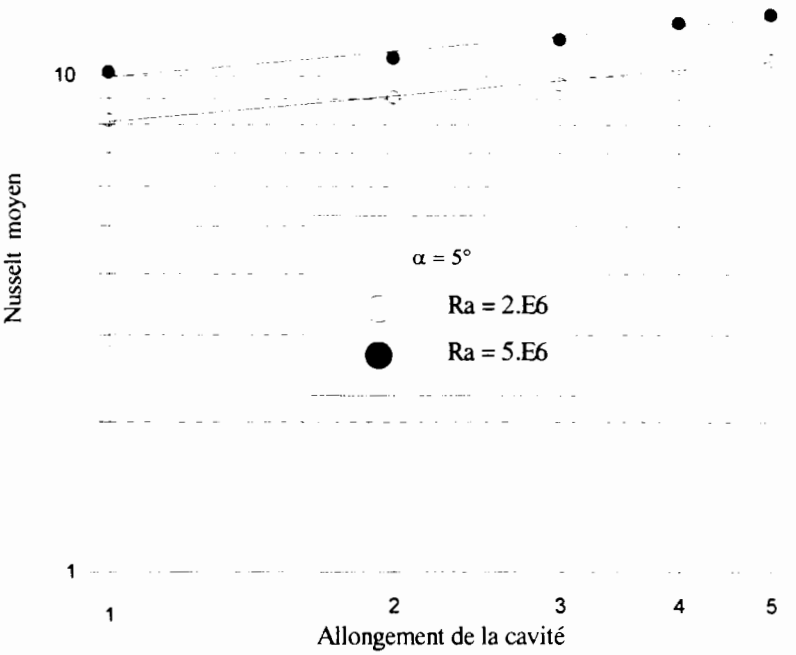


Fig. 64 : Nusselt moyen en fonction de AL pour différentes valeurs du Ra ($\propto = 5$)

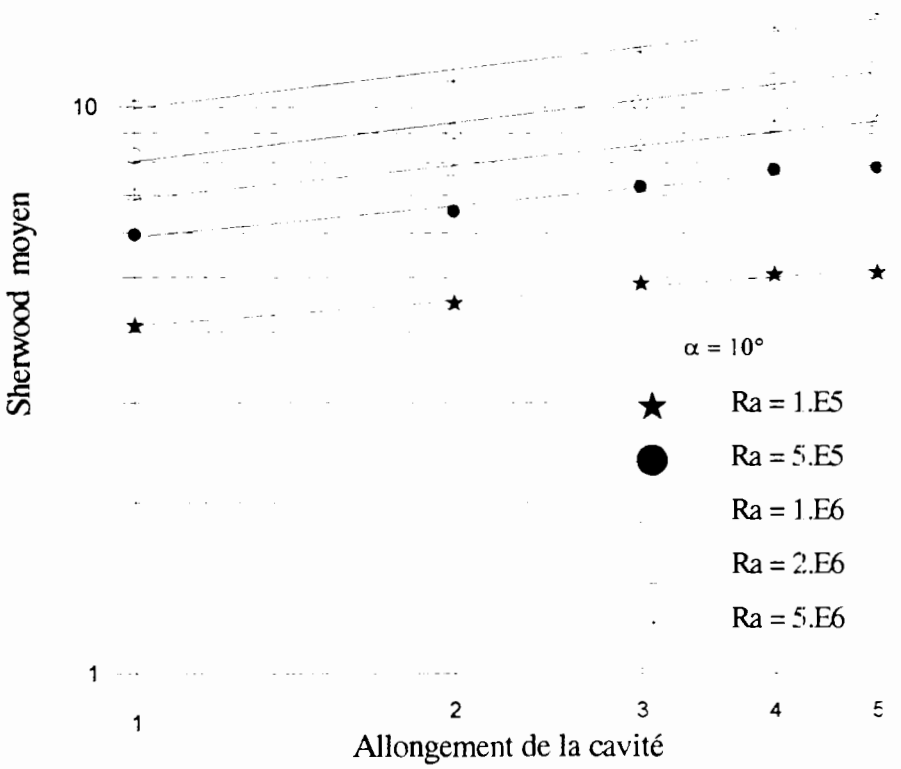


Fig. 65 : Sherwood moyen en fonction de AL pour différentes valeurs du Ra ($\propto = 10$) échelle Log-Log.

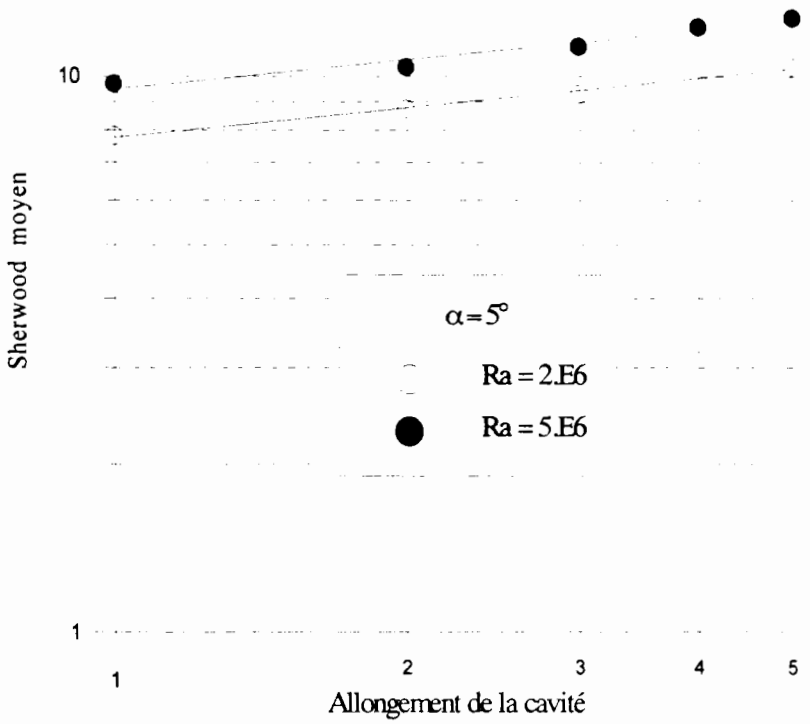


Fig. 66 : Sherwood moyen en fonction de AL pour différentes valeurs du Ra ($\propto = 5$) échelle Log-Log.

CONCLUSION GENERALE

Dans le but de résumer les résultats obtenus, nous allons essayer d'établir une corrélation générale qui nous permet d'évaluer le taux de transfert de chaleur et de masse.

Nous avons déjà montré auparavant que les deux nombres de Nusselt et Sherwood peuvent être exprimés par des fonctions puissances en fonction du Rayleigh global Ra, du cosinus de l'angle d'inclinaison de la paroi froide $\propto$ et de l'allongement de la cavité AL. L'établissement de cette corrélation n'est pas évidente vu la diversité de notre domaine d'étude (Ra de 10^3 à 10^7 , AL de 1 à 5 , $\propto$ de 0 à Arctg (1/AL)) mais la mise à la disposition de telle corrélation est très utile.

En utilisant la méthode des moindres carrées on peut avoir une approximation des deux nombres **Nu** et **Sh** sous la forme suivante :

$$\mathbf{Nu = a\ Ra^{b}\ (\cos\propto)^{c}\ AL^{d}\ N^{e}}$$

et $$\mathbf{Sh = a'\ Ra^{b'}\ (\cos\propto)^{c'}\ AL^{d'}\ N^{e'}}$$

Ainsi on obtient les valeurs suivantes pour les constantes a, b, c, d, e, a', b', c', d' et e'

a = 0.207 b = 0.259 c = -1.800 d = 0.178 e = 0.042

a' = 0.208 b' = 0.256 c' = -1.793 d' = 0.179 e' = 0.052

Ces deux corrélations présentent un outil précieux pour le calcul des taux de transfert de chaleur et de masse.

En posant :

$$\mathbf{G = Ra^{b}\ (\cos\propto)^{c}\ AL^{d}\ N^{e}}$$

et $$\mathbf{G' = Ra^{b'}\ (\cos\propto)^{c'}\ AL^{d'}\ N^{e'}}$$

On peut comparer sur les deux figures suivantes (67 et 68) les résultats obtenus par la résolution numérique avec ceux donnés par les corrélations obtenues :

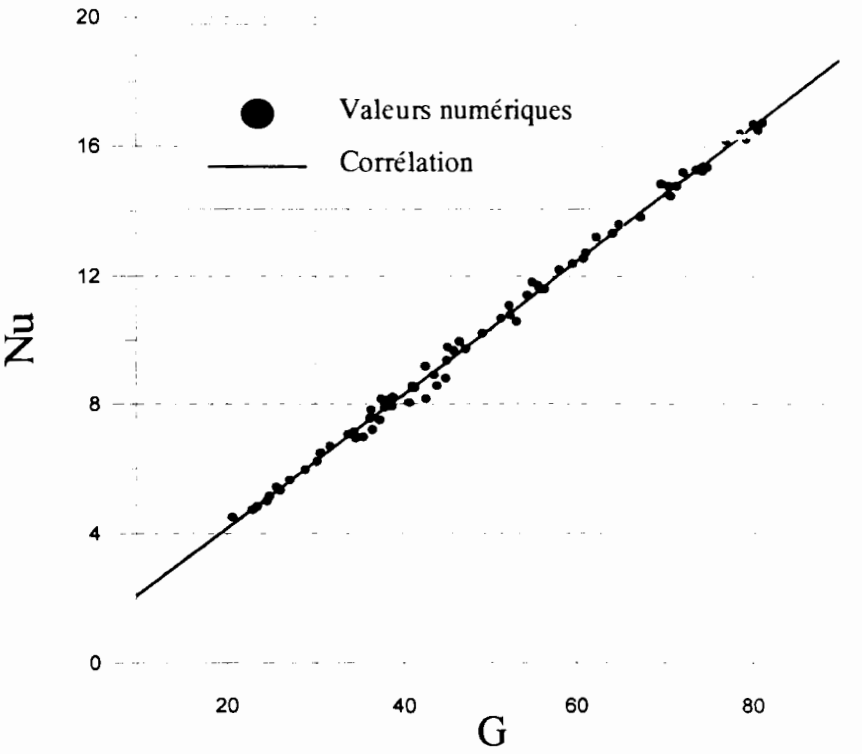

Valeurs numériques
Corrélation
Nu
G
0
4
8
12
16
20
20
40
60
80

Fig. 67

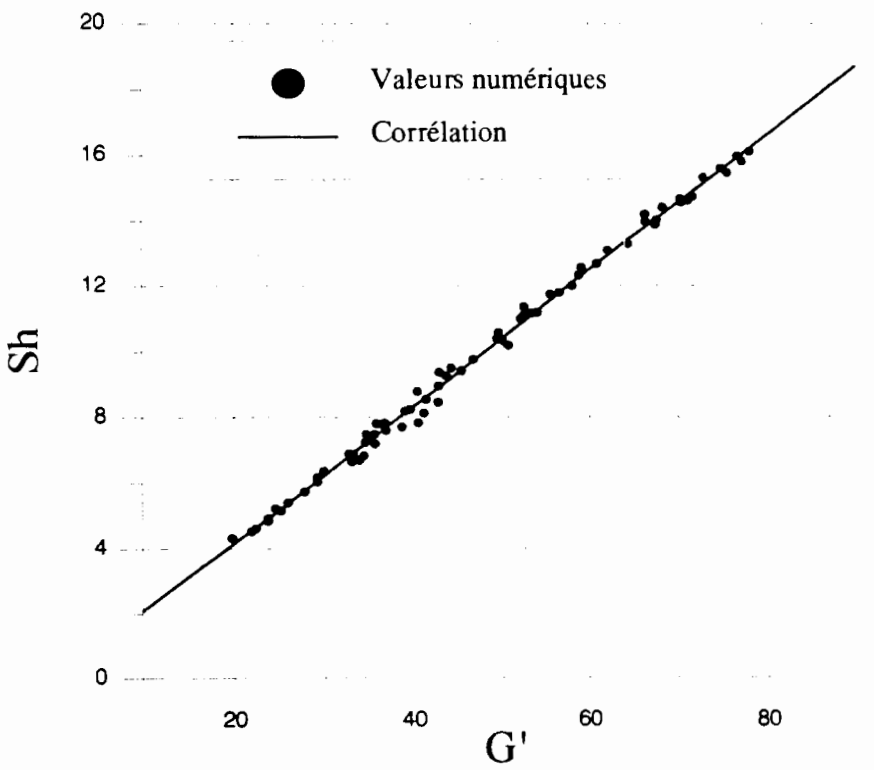

Valeurs numériques
Corrélation
Sh
G'
0
4
8
12
16
20
20
40
60
80

Fig. 68

CONCLUSION GENERALE :

Nous venons de déterminer les taux de transfert de chaleur et de masse dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas et refroidie sur sa paroi supérieure avec la présence d'un film d'eau sur la paroi horizontale, nous avons montré dans ce travail (voir chapitre comparaison) que les résultats obtenus par le modèle théorique que nous avons proposé pour un distillateur solaire s'approchent mieux des résultats expérimentaux que d'autres modèles cités dans la littérature ceci est du essentiellement aux points suivants :

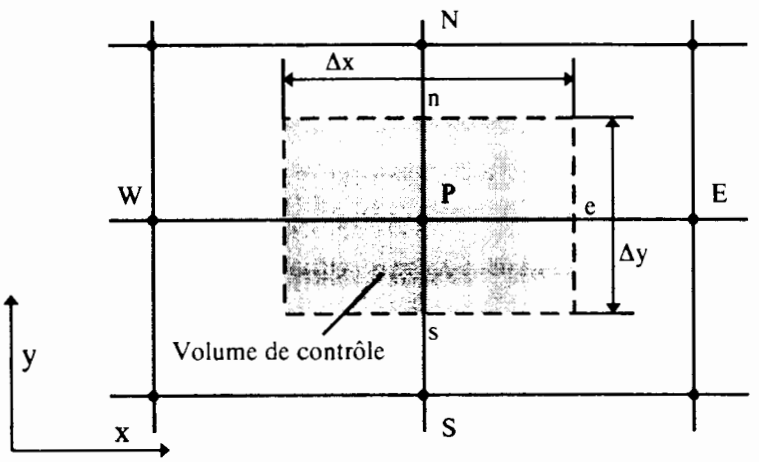
- La puissance de la méthode numérique utilisée (méthode des volumes finis)
- La prise en considération de la contribution du film d'eau dans le problème.
- La prise en considération du phénomène d'interdiffusion.
- Le soin particulier donné aux propriétés physiques du fluide et du mélange gazeux au sein de la cavité.
- L'étude détaillée de l'interface liquide gaz, de l'influence des paramètres géométriques de la cavité et du niveau de température au sein de la cavité sur le transfert thermique et solutal

Enfin, et selon le modèle théorique que nous avons proposé l'étude du problème a été globale et a abouti à des résultats appréciables.

PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS :

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine d'étude en un certain nombre de volumes élémentaires, entourant chacun un noeud du maillage. L'équation différentielle est ensuite intégrée sur chaque volume de contrôle. On obtient ainsi les équations discrétisées contenant la variable dépendante ϕ pour l'ensemble des noeuds constituant le maillage. Chaque volume de contrôle est associé à 5 noeuds (E, W, N, S et P) sur lesquels on détermine les valeurs des inconnues du problème (pression, température, concentration, vitesses, densité etc..), en effectuant un bilan traduisant la conservation du flux associé à la variable dépendante ϕ (conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie etc..).

Pour construire le maillage on procède soit à :
- Définir d'abord la grille des points, puis placer les faces des volumes à mi - distance de deux noeuds voisins.
- Définir d'abord les volume de contrôle, puis placer les noeuds associés aux centres des volumes.



Volume de contrôle pour un problème bi-dimensionnel

DISCRETISATION DES EQUATIONS DE CONSERVATION : Cas bi-dimensionnel.

Les équations à résoudre sont du type transport - diffusion, elles s'écrivent de manière générale comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right) + S_\phi \qquad (1)$$

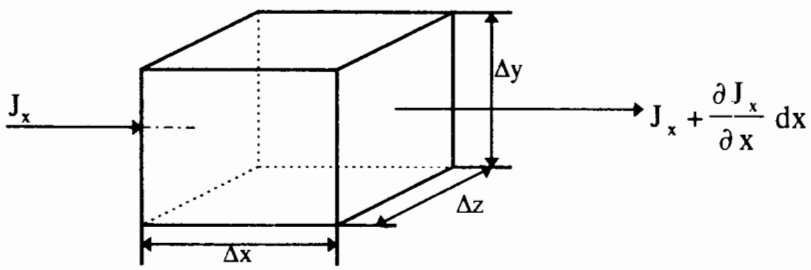
Ou encore sous la forme :

$$\rho\frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right) + S_\phi \qquad (1\text{-}1)$$

Soit J le flux total de la variable dépendante ϕ, J_X et J_Y ses deux composantes tel que :

$$J_x = \rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad \text{et} \qquad J_y = \rho v \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

l'équation (1) s'écrit alors : $$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \qquad (1\text{-}2)$$



Bilan du flux à travers un volume de contrôle

Traitement du terme source (S_ϕ) :
Généralement ce terme est fonction de la variable dépendante ϕ. Cependant, pour que les équations discrétisées nous ramènent à un système linéaire, on doit linéariser ce terme et l'exprimer sous la forme : $\overline{S}_\phi = S_C + S_P \phi_P$

DISCRETISATION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE GENERALE :
cas bi-dimensionnel.

L'intégration de l'équation différentielle générale (1) à travers un volume de contrôle de dimensions Δx, Δy et $\Delta z = 1$, nous donne :

$$(\rho_p \phi_p - \rho_p^0 \phi_p^0)\frac{\Delta x \, \Delta y}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s = (S_c + S_P \phi_P)\Delta x \, \Delta y \qquad (2)$$

J_e, J_w, J_n et J_s représentent les flux totaux à travers le volume de contrôle.

Ainsi ($J_e = \int J_x \, dy$) représente le flux totale à travers l'interface (e) .

DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONTINUITE :
De la même façon, on peut intégrer l'équation de continuité et obtenir :

$$(\rho_p - \rho_P^0)\frac{\Delta x \, \Delta y}{\Delta t} + F_e - F_w + F_s - F_n = 0 \qquad (3)$$

Avec

$F_i = (\rho u)_i A_i$, i = e, w, s, n et $A_e = A_w = \Delta y$, $A_s = A_n = \Delta x$

F : est le débit massique à travers les faces du volume de contrôle.

DISCRETISATION DES EQUATIONS DE CONSERVATION :

En multipliant l'équation (3) par ϕ_p et en lui soustrayant l'équation (2) on obtient:

$$\left(\phi_P - \phi_P^0\right)\frac{\rho_P^0 \Delta x\, \Delta y}{\Delta t} + (J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p) + (J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p) = (S_C + S_P \phi_P)\, \Delta x\, \Delta y \qquad (4)$$

Avec :

$$J_e - F_e\phi_p = a_E(\phi_p - \phi_E) \quad , \quad J_n - F_n\phi_n = a_N(\phi_p - \phi_N)$$
$$J_w - F_w\phi_w = a_W(\phi_p - \phi_W) \quad , \quad J_s - F_s\phi_s = a_S(\phi_p - \phi_S)$$

On obtient pour chaque point P du maillage, une équation discrétisée de la forme:

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b$$

Avec

$$a_E = D_e A\left(|P_e|\right) + \|-F_e, 0\| \qquad a_W = D_w A\left(|P_w|\right) + \|F_w, 0\|$$
$$a_N = D_n A\left(|P_n|\right) + \|-F_n, 0\| \qquad a_S = D_s A\left(|P_s|\right) + \|F_s, 0\|$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0\, \Delta x\, \Delta y}{\Delta t}$$

$$b = S_c\, \Delta x\, \Delta y + a_P^0\, \phi_P^0$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P\, \Delta x \Delta y$$

D : sont les coefficients de conductance données par les relations :

$$D_e = \frac{\Gamma_e\, \Delta y}{(\delta x)_e} \quad , \quad D_w = \frac{\Gamma_w\, \Delta y}{(\delta x)_w} \quad , \quad D_n = \frac{\Gamma_n\, \Delta x}{(\delta y)_n} \quad , \quad D_s = \frac{\Gamma_s\, \Delta x}{(\delta y)_s}$$

P : sont les nombres de Peclet définis par :

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} \quad \text{avec } i = e, w, n, s.$$

La fonction $A(|P|)$ sera choisi à partir du tableau suivant et selon le schéma d'approximation désiré.

Tableau 9 : Schémas d'approximations

Schéma d'approximation	Formule pour $A(\|P\|)$
Centré	$1-0.5\|P\|$
Upwind	$\|0, 1-0{,}5\|P\|\|$
Hybride	$\|0, 1-0{,}5\|P\|\|$
Loi de puissance	$\|0, (1-0{,}1\|P\|)^5\|$
Exponentiel (exact)	$\|P\|/(\exp(\|P\|) - 1.)$

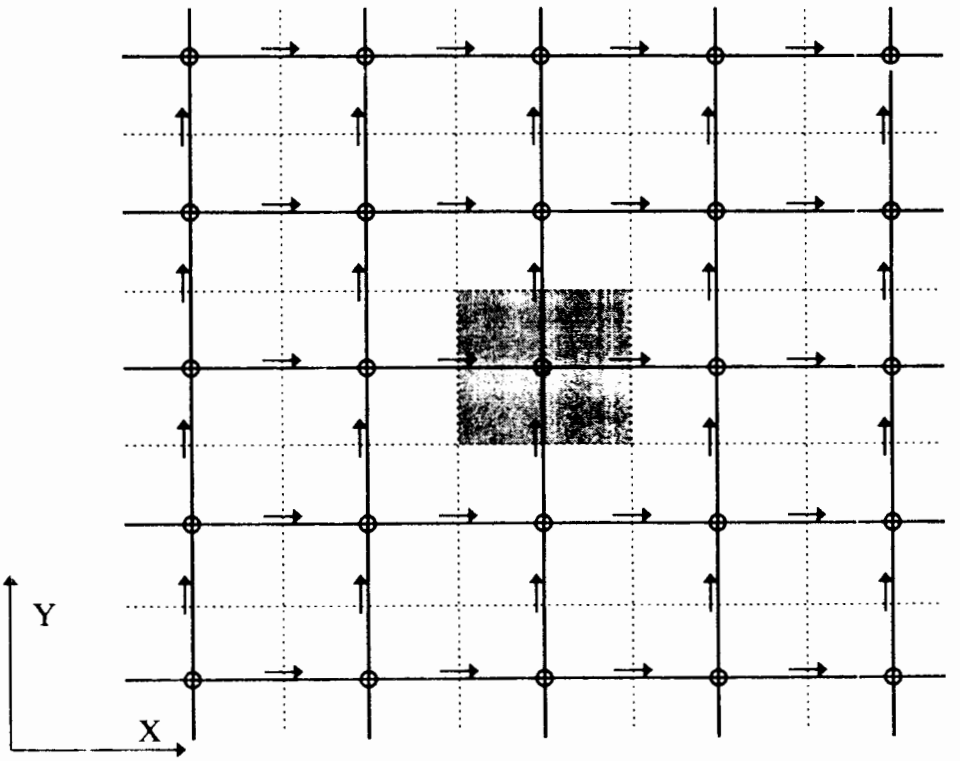
Le schéma de la loi de puissance est le plus utilisé car il donne une valeur de flux proche de celle donnée par le schéma exponentiel (exact) qui est le plus précis mais en même temps le plus coûteux en matière du temps de calcul.

L'opérateur $\|A,B\|$ signifie la plus grande valeur algébrique parmi les éléments qu'il contient, c'est l'équivalent de AMAX1(A , B) en langage FORTRAN.

TRAITEMENT DES EQUATIONS DE QUANTITE DE MOUVEMENT :

Maillage décalé (Staggered grid) :

Le traitement des équations de quantité de mouvement est similaire à celui des équations d'énergie et de concentration, la seule différence réside dans le choix de la grille. On montre que si on calcule les vitesses u et v sur la même grille choisie pour les autres variables, on aboutira à une solution non réaliste. Pour remédier à ce problème, on utilise un maillage décalé pour le calcul du champ de vitesse par rapport au champ de pression.



Maillage décalé pour les vitesses : → u , ↑v , ○ autres variables.

DISCRETISATION DES EQUATIONS DE QUANTITE DE MOUVEMENT :

Dans le maillage décalé, les composantes de la vitesse sont localisées aux faces du volume de contrôle, alors que la pression et les autres variables (température, concentration ..) sont localisées aux points du maillage principal.

6- Résoudre les équations discrétisées pour les autres ϕ (température, concentration ...).
7- Prendre la pression P comme nouvelle estimée et revenir à l'étape 2.
Le processus de calcul se répète jusqu'à convergence.

ALGORITHME SIMPLER : Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation Reveised.

Cet algorithme est une version améliorée de SIMPLE.

On définit une pseudo - vitesse $\tilde{u}$ par $\tilde{u}_e = \dfrac{\sum a_{nb} u_{nb} + b}{a_e}$ (10)

alors on obtient l'équation : $u_e = \tilde{u}_e + d_e(P_P - P_E)$
il est facile d'observer l'analogie entre cette dernière équation et l'équation de correction de vitesse (7). Par conséquent, on procède de la même façon pour écrire l'équation de la pression :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \qquad (11)$$

Les coefficient (a) sont les mêmes que dans (9), tandis que b est donnée par :

$$b = \left[(\rho \tilde{u})_w - (\rho \tilde{u})_e \right] \Delta y + \left[(\rho \tilde{v})_s - (\rho \tilde{v})_n \right] \Delta x + \left(\rho_P^0 - \rho_p \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

Ainsi, l'algorithme **SIMPLER** contient la séquence des étapes suivantes :

1- Introduire un estimé de vitesse.
2- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et déduire par la suite $\tilde{u}$ et $\tilde{v}$ (éqt.10)
3- Résoudre l'équation de la pression (11) pour obtenir le champ de pression.
4- Prendre ce champ comme P^* et résoudre les équations de mouvement pour obtenir u^* et v^* .
5- Calculer le terme source b (9) et résoudre l'équation en P'.
6- Corriger les vitesses en utilisant les équations de correction de vitesse (7). Ne pas corriger la pression.
7- Résoudre les autres équations discrétisées si c'est nécessaire.
8- Revenir à l'étape 2 et répéter la procédure jusqu'à convergence.

Le terme b, dans l'équation en P', peut servir comme indicateur de convergence, en effet lorsque le champ de vitesse vérifie l'équation de continuité, alors b tendra vers zéro.

Malgré le nombre d'opérations élevé par itération et la quantité importante de données que doit stocker l'algorithme **SIMPLER**, son attitude pour la convergence reste appréciable, encore faut-il noter que cet algorithme n'utilise pas un champ estimé de pression mais un champ de vitesse.

CRITERES DE CONVERGENCE :

Le critère de convergence du processus itératif est basé sur le calcul des résidus de chaque équation et en chaque point du maillage.

$$R_\phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p$$

La convergence du processus itératif est atteinte, lorsque les résidus maximums des équations à résoudre deviennent inférieurs à ($\varepsilon = 10^{-4}$), cette valeur est très utilisée dans la littérature .
On peut encore utiliser le terme b qui doit être en valeur absolue inférieur à (10^{-6})

RESOLUTION DES SYSTEMES D'EQUATIONS

Les équations à résoudre se présentent sous la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

Pour résoudre ce système d'équation, on choisit une méthode combinée appelée (LINE BY LINE METHOD), il s'agit d'une combinaison entre une méthode directe T.D.M.A. de **THOMAS** et la méthode itérative de **GAUSS SEIDEL**. En effet, cette dernière méthode itérative présente l'avantage de la non - nécessité d'une place mémoire importante pour le stockage des informations, mais elle présente aussi la lenteur de convergence bien qu'elle peut diverger si certains critères ne sont pas vérifiés. Cependant, une combinaison avec une méthode directe permet de réduire les risques de divergence et d'avoir une convergence relativement rapide. Ce chois permet enfin d'économiser l'espace mémoire d'une part et de bien manipuler la non - linéarité du problème.

La méthode, ligne par ligne, consiste à faire un balayage associé à l'algorithme T.D.M.A. Il s'agit de considérer une ligne du maillage (dans la direction des y , par exemple), tout en considérant la variable ϕ connue aux noeuds des lignes voisines (dans la direction des x) à partir de leurs valeurs précédentes. Ainsi, on passe d'un système penta - diagonal à un système tri - diagonal, l'algorithme de **THOMAS** est utilisé à ce stade. On répète cette procédure pour toutes les lignes dans la même direction, puis on refait la même démarche pour les lignes de l'autre direction.

La méthode qu'on venait de décrire se résume comme suit :

En désignant par (k+1) la valeur de la variable à l'itération courante, et par (k) la valeur de la variable disponible au moment de calcul. (c'est à dire sa valeur à l'itération courante (k+1) si elle est déjà calculée, sinon, la valeur à l'itération précédente k)

Suivant la direction y : $a_P\phi_P^{k+1} - a_N\phi_N^{k+1} - a_S\phi_S^{k+1} = a_E\phi_E^{k} + a_W\phi_W^{k} + b$

Suivant la direction x : $a_P\phi_P^{k+1} - a_E\phi_E^{k+1} - a_W\phi_W^{k+1} = a_N\phi_N^{k} + a_S\phi_S^{k} + b$

L'ensemble de ces équations constitue des système d'équations dont les matrice des coefficients sont tri - diagonales.

La méthode de résolution que nous avons présenté, permet une transmission rapide des conditions aux limites dans le domaine de discrétisation.

En fin, et dans le but de réduire le risque de la divergence, un processus de sous relaxation est appliqué, ce qui permet de modérer le changement de la variable ϕ d'une itération à l'autre. Ceci est réalisé par un coefficient de relaxation α comme suit :

$$\phi_P = \phi_P^{\cdot} + \alpha\left(\frac{\sum a_{nb}\phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^{\cdot}\right)$$

Tel que $\phi^{\cdot}$ désigne la valeur de la variable à l'itération précédente et α désigne un coefficient de sous relaxation compris entre zéro et un ($0 < \alpha < 1$).

N.B. Pour plus de détail sur la méthode des volumes finis, Veuillez consulter la référence :
NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW de S. V. PATANKAR

REFERENCES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1 - C. Beghein, F. Haghighat And F. Allard « numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity » int. j. heat. mass transfer. vol.35. no.4. pp. 833-846. 1992

2 - Haydee Salmun « convection patterns in a triangular domain » int. j. heat. mass transfer. vol. . no. . pp. 351-361. 1994

3 - Jurgen Rheinlander « numerical calculation of heat and mass transfer in sollar stills » solar energy vol.28 , no. 2. pp. 173-179. 1982

4 - G. N. Tiwari And S. A. Lawrence « new heat and mass transfer relations for a solar still » energy convers. mgmt vol. 31, no. 2, pp. 201-203, 1991

5 - G. N. Tiwari , A. Minocha, P. B. Sharma And M. Emran Khan « simulation of convective mass transfer in a solar distillation process » energy convers. mgmt vol. 38, no. 8, pp. 761-770, 1995

6 - Ph. Traore And A. Mojtabi « analyse de l'effet soret en convection thermosolutale » entropie no.1854/185, 1994

7 - T. L. Bergman And R. Srinivasan « numerical simulation of soret-induced double diffusion in an initially uniform concentration binary liquid » int. j. heat. mass transfer. vol. 32, no. 4, pp. 679-687, 1989

8 - A. T. Prata And E. M. Sparrow « evaporative mass and heat transfer from a lid-driven cavity » numerical heat transfer, vol. 13, pp. 27-48, 1988

9 - Ernani Sartori « solar still versus solar evaporator : a comparative study between their thermal behaviors » solar energy vol. 56, no. 2, pp. 199-206, 1996

10 - V. Seveleder And J. P. Petit « flow structures induced by opposing forces in double-diffusive natural convection in a cavity » numerical heat transfer, part a. vol. 15, pp. 431-444, 1989

11 - G. De Vahl Davis « natural convection of air in a square cavity : a bench mark numerical solution » international journal for numerical methods in fluids, vol. 3, pp. 249-264, 1983

12 - Z. F. Dong And M. A. Ebadian « investigation of double-diffusive convection in a trapezoidale enclosure » journal of heat transfer, vol. 116, pp. 492-495, 1994

13 - K. Ghorayeb , H. Khallouf Et A. Mojtabi « influence du nombre de lewis sur la structure de l'écoulement de double diffusion convection » entropie no.198/199, 1996

14 - M. H. Novak And E. S. Nowak « natural convection heat transfer in slender window cavities » journal of heat transfer, vol. 115, pp. 476-479, 1993

29 - S. Lam, R. Gani And J. Symons « experimental and numerical studies of natural convection in trapezoidale cavities » journal of heat transfer, vol. 111, pp. 372-377, 1989

30 - R. A. Kuyper And C. J. Hoogendoorn « laminar natural convection flow in trapezoidal enclosures ». numérical heat transfer , part a, 28 : 55-67, 1995

31 - Harpreet S. Kwatra « performance of a solar still : predicted effect of enhanced evaporation area on yield and evaporation temperature » .solar energy , vol. 56, n° 3, pp. 261-266, 1996

32 - D. Mowla And G. Karimi « mathematical modelling of solar stills in iran » solar energy , vol. 55, n° 5, pp. 389-393, 1995

33 - M. Braun And U. Renz « multicomponent diffusion interactions during condensation in laminar and turbulent pipe flow » int. j. heat. mass transfer. vol. 40, pp. 131-139, 1997

34 - Chyi-Yeou Soong « convective heat and mass transfer along an inclined plate with film evaporation » int. j. heat. mass transfer, vol. 33, pp. 1261-1269, 1995

35 - Layachi Hadji And Xian-Xi Jin « penetrative convection induced by the freezing of seawater » int. j. heat. mass transfer, vol. 39, pp. 3823-3834, 1996

36 - B. Gilly , P. Bontoux Et B. Roux « influence des conditions thermiques de paroi sur la convection naturelle dans une cavite rectangulaire verticale differentiellement chauffee » int. j. heat. mass transfer , vol. 24, n° 5, pp. 829-841, 1981

37 - G. A. Bemporad « basic hydrodynamic aspects of solar energy based desalination process » solar energy , vol. 54, n° 2, pp. 125-134, 1995

38 - D. Njomino, R. Tchinda And E. Kaptouom « heat and mass transfer from a streaming hot saline water in an enclosure partioned by an active baffle » journal of solar energy engineering , vol. 118, pp. 177-182, 1996

39 - V. A. F. Costa « double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls » int. j. heat. mass transfer , vol. 40, n° 17, pp. 4061-4071, 1997

40 - C. Y. Soong And P. Y. Tzeng « numerical steady on mode-transition of natural convection in differentially heated inclined enclosures » int. j. heat. mass transfer , vol. 39, n° 14, pp. 2869-2882, 1996

41 - V. A. Akinsete And T. A. Coleman « heat transfer by steady laminar free convection in triangular enclosures » int. j. heat. mass transfer , vol. 25, n° 7, pp. 991-998, 1982

42 - J. P. Larre , J. K. Platten And G. Chavepeyer « soret effects in ternary systems heated from below » int. j. heat. mass transfer , vol. 40, n° 3, pp. 545-555, 1997

ANNEXE

58 - H . Han Et T. Kuehn « double diffusive natural convection in a vertical enclosure » ii. numerical study. int. j. heat. mass transfer, vol.*34,* no.2, pp.461-471, 1991

59 - D. Poulikakos Et A. Bejan « natural convection experiments in a triangular enlosure. » journal of heat transfer, vol. 105, pp. 652-655, 1983

60 - M. S. Lounici, M. Boussaid Et M. Bouhadef « transferts convectifs tridimentionnels dans une cavite trapezoidale » 1ère Journées Arabe de mécanique Damas 1997.

REMERCIEMENT

Ce modeste travail a été effectué au laboratoire de thermique et combustion de l'institut de génie mécanique de Boumerdes.

Je tiens à remercier Monsieur **M. BOUHADEF** *pour avoir accepter de diriger ce travail.*

Je tiens également à adresser mes vifs remerciements à Monsieur : **M. BOUSSAID** *pour m'avoir proposé cette étude et pour l'aide et le soutien qu'il m'a réservé pendant ce travail et qu'il trouve ici ma profonde gratitude et reconnaissance .*

Mes remerciement aussi aux messieurs président et membres de jury.

Enfin, mes remerciement à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour la réalisation de ce travail, en particulier **M. S. LOUNICI , A. MEZENNER** *et* **F. NAITBOUDA.**