

Generation de trajectoires d'outils : une approche simplifiée pour le calcul des intersections de surfaces subdivisées

Idir Belaidi (1), Amrane Iloul (2), Kamal Mohammedi (1), Guy Ishiomin (2)

(1) Groupe CFAO -Productique, LMMC, Université, Boumerdès-35000 (Algérie), Idirbelaidi@yahoo.fr

(2) LMSP, ENSAM, CER-Paris, 151 Boulevard de l'Hôpital-75013 Paris (France)

Résumé :

Dans ce papier, le problème de calcul d'intersection surface/surface intervenant lors de la génération de trajectoires d'outils en fraisage par contournage de surface gauches est considéré. A cet effet, nous proposons une approche simplifiée, basée sur une technique de subdivision récursive auto-adaptative, opérant sélectivement telle que la discrétisation effective d'un carreau de surface à usiner n'ait lieu qu'exclusivement au niveau des carreaux de surfaces où une intersection peut réellement exister. En outre, pour faciliter la procédure de vérification de l'existence d'intersections, le carreau de surface est assimilé à un plan dont la spécification géométrique de planéité est utilisée comme critère d'arrêt de la subdivision. Enfin, le calcul d'intersections «carreau de surface subdivisé / plan de coupe» est ramené à un problème simple de géométrie plane où les carreaux de surface sont assimilés à des quadrilatères représentés par leurs pôles respectifs.

Abstract :

In this paper, the calculation problem of surface/surface intersection, intervening during tool-path generation of free form surfaces milling is considered. To this end, we propose a simplified approach, based on a technique of self-adapting recursive subdivision, because operating selectively such that the effective discretization of a surface patch to be machined occurs exclusively in zones where an intersection can really exist. Moreover, to facilitate the procedure of checking of the existence of intersections, the surface patch is compared to a plan of which geometrical specification of flatness is used as criterion for the subdivision end. Lastly, plane calculation of intersections the "plan/ subdivided surface patch" is brought back to a simple problem of plane geometry where the surface patches are compared to quadrilaterals represented by their respective control points.

Mots clés :

Trajectoires d'outils ; Intersection de surfaces subdivisées ; courbes de niveaux.

1.Introduction

Durant ces deux dernières décennies, les travaux de recherche dans le domaine de l'usinage à commande numérique de surfaces gauches ont été très prolifiques. Nous mentionneront entre autres les contributions d'ordre général ou de synthèse réservées à l'usinage NC de surfaces sculptées [1,2,3], ou de surfaces à poches [7,8], les travaux dédiés spécifiquement aux méthodes et techniques de génération de trajectoires d'outils pour les surfaces sculptées ou aux traitements des problèmes de collision [4,5,6]. Toutefois, les développements relatifs aux calculs et à la mise en œuvre algorithmique des méthodes traitant des problèmes d'intersection 'surfaces/surface' restent à notre sens quelque peu restreints [3,9,10,11]. Pourtant, lors de la génération de trajectoires d'outils en usinage de surfaces libres, le calcul d'intersection 'surface/surface' représente l'un des problèmes les plus complexes dont la résolution fait appel le plus souvent aux méthodes non linéaires de type Newton-Raphson, à la technique de subdivision récursive ou aux méthodes algébriques [11, 12].

Pour s'affranchir des difficultés inhérentes à ces méthodes de résolution usuellement utilisées, à savoir la complexité des calculs, l'espace mémoire et le temps de traitements importants, nous proposons dans ce papier une approche simplifiée pour le traitement des problèmes de calcul d'intersections générées lors de la génération de trajectoires d'outils en fraisage par contournage de surface de Bézier rationnelles subdivisées, basée sur la technique de planification par courbes de niveaux ou par plans parallèles. Cette approche s'appuie sur :

- Une technique de subdivision récursive d'après de Casteljau [11] et auto-adaptative, car opérant telle que la discrétisation effective d'un carreau de surface n'ait lieu qu'exclusivement au niveau du carreau de surface considéré, où une intersection 'carreau de surface / plan de coupe' peut réellement exister; l'opération de subdivision se poursuit alors successivement jusqu'à satisfaction intégrale d'une tolérance imposée ;
- Une procédure simplifiée pour la vérification de l'existence d'intersections: le carreau de surface est en effet assimilé à un *quadrilatère* dont la spécification géométrique de planéité sera utilisée comme critère d'arrêt de la subdivision, qui est quantifié par le calcul de l'épaisseur du carreau de surface considéré d'après le modèle de Kim simplifié[10] ;
- La résolution d'un problème simple de géométrie plane pour le calcul d'intersections 'carreau de surface subdivisé / plan de coupe': les carreaux de surfaces étant alors assimilés à des quadrilatères représentés par leurs polygones de contrôles respectifs .

2. Génération de trajectoires d'outils par plans de coupe

En partant d'un carreau de surface de Bézier $C(u,v)$, d'un plan de coupe $[P]$ et d'une tolérance de corde T_c , le processus de génération des trajectoires d'outil pour le fraisage par contournage (par courbes de niveaux ou par plans parallèles) s'effectue selon les quatre étapes suivantes :

Étape 1 :

Discrétisation auto-adaptative de la surface $C(u,v)$, c'est-à-dire subdivision du carreau de surface exclusivement dans les zones où une intersection 'carreau de surface / plan de coupe' peut réellement exister. l'opération de subdivision se poursuit alors continuellement jusqu'à satisfaction intégrale d'une tolérance prescrite. On obtient ainsi l'ensemble des carreaux de surfaces ou facettes concernés par l'intersection.

Pour la subdivision récursive d'une surface de Bézier rationnelle aux points de valeurs paramétriques : $u^*=0.5$ et $v^*=0.5$, on adapte l'algorithme de subdivision des courbes [11] appliqué à aux $(n+1)$ polygones dans la direction U au paramètre u^* , et aux $2 \cdot (m+1)$ polygones dans la direction V au paramètre v^* . On obtient ainsi quatre carreaux de surfaces de même modèle et degré, possédant chacun son propre réseau caractéristique.

La mise en œuvre de la méthode de calcul d'intersection par subdivision récursive nécessite l'introduction d'un critère d'arrêt [10,12]. Pour simplifier la procédure de vérification de l'existence d'intersections, nous assimilerons les carreaux de surfaces à un *quadrilatère*, dont la spécification géométrique de planéité sera utilisée comme critère que nous avons défini, en simplifiant (figure 1) le modèle de Kim [10] pour éviter de calculer le point moyen. L'épaisseur définie par Kim ne représente en fait que la déviation maximale du réseau par rapport à ce point moyen et non une majoration de l'épaisseur du carreau.

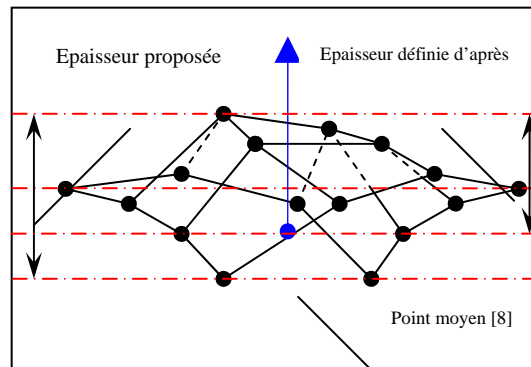


FIG.1 – Épaisseur proposée pour un carreau de surface bi-cubique.

L'épaisseur du carreau est alors déterminé par la relation :

$$\varepsilon = \left[\text{Max}(\vec{P}_{0,0}P_{i,j} \cdot \vec{n}) - \text{Min}(\vec{P}_{0,0}P_{i,j}) \cdot \vec{n} \right] \quad \text{pour} \quad i = 0, \dots, n; \quad j = 0, \dots, m$$

où \vec{n} est le vecteur normal unitaire de la surface considérée. Le critère d'arrêt sera donc :

$$\varepsilon \leq \text{tolérance de corde prescrite } T_c$$

Étape 2 :

Approximation de l'intersection par des segments de droites pour obtenir l'ensemble de segments approximant l'intersection et représentant la courbe d'intersection.

Etape 3 :

Chaînage des segments pour obtenir l'ensemble des contours d'intersection, orientation des contours

Etape 4 :

Calcul des trajectoires par la technique d'offsetisation des contours d'intersection), et traitement des boucles et des singularités. Dans ce présent papier, seule la première étape sera considérée.

3. Recherche des intersections « carreau de surface/plan de coupe » :

Pour un gain d'espace mémoire, la surface initiale ne sera discrétisée au niveau des seules zone où la possibilité d'intersection avec le *plan de coupe* peut réellement exister. A cet effet, la possibilité *d'existence d'intersection* pour chacun des quatre sous-carreaux résultants de chaque subdivision sera testé, tel que :

's'il n'existe aucune intersection entre un plan de coupe et le polygone caractéristique représentant le carreau de surface, alors , il n'existe quasiment aucune intersection possible entre ce plan et le carreau de surface considéré'. Les carreaux de surface n'interceptant pas le *plan de coupe* seront ainsi automatiquement éliminés de la liste chaînée de carreaux interceptant le *plan de coupe*, tandis que ceux interceptant ce dernier continueront d'être subdivisés successivement jusqu'au respect total d'une tolérance prescrite.

Le pseudo-code de l'algorithme développé pour la planification des intersection s'exprimera alors comme suit :

Entrées

C : un carreau de surface de Bézier, défini par son polygone $P(i, j) / i=0\dots n, j=0\dots m$

[P] : plan de coupe

C_0, C_1, C_2, C_3 : carreaux tampons

L_1 : liste chaînée de carreaux interceptant le plan [P]

L_2 : liste chaînée tampon de carreaux

Début

Faire

Si C intercepte (P) **alors :**

Si C conforme **faire** : ajouter C à L_1

Si non faire : ajouter C à L_2

Tant que taille $L_2 \neq 0$

faire

Enlever le carreau en tête de L_2 et l'affecter à C_0

Subdiviser C_0 en 4 et affecter les sous - carreaux à C_0, C_1, C_2, C_3

Pour $i=0\dots 3$ **faire**

Si C_i intercepte (P) **alors**

Si C_i conforme **faire** : ajouter C_i a L_1

Si non faire : ajouter C_i a L_2

Fin faire

Fin faire (boucle i)

Fin faire

Fin faire

Fin

Les figures 2 et 3 [12] montrent des exemples de facettes issues du processus de subdivision récursive auto-adaptative de la surface considéré pour différentes tolérances imposées: les quadrilatères définis chacun par ses les pôles $P(0,0), P(0,m), P(n,m), P(n,0)$ respectifs, représentent les facettes ou carreaux de surfaces subdivisés successivement en fonction des tolérances prescrites. La figure 3 représente un agrandissement de la zone indiquée dans la figure 2c (encadré).

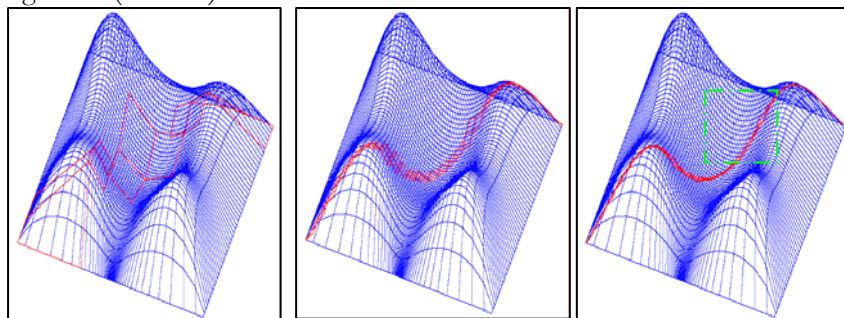


FIG. 2 - Intersection « carreau surface/plan de coupe » pour des tolérances de 10 mm, 1 mm et 0.01 mm

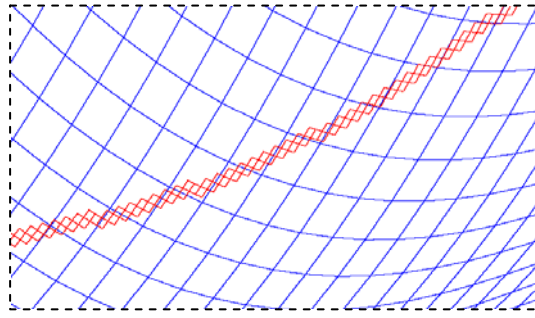


FIG. 3 – Agrandissement de l’encadré de la figure 2.

4. Calcul de l’intersection «carreau de surface subdivisée/plan de coupe »

Dans l’approche proposée, le problème de calcul d’intersection « *carreau de surface subdivisée/plan de coupe* » se simplifie considérablement et se ramène à un problème simple de géométrie plane, contrairement aux solutions basées sur les méthodes non linéaires, la subdivision récursive ou les méthodes algébriques [11,12]. En effet, on assimile les carreaux de surfaces à des quadrilatères $[P_{n,m}]$ formés par leurs pôles respectifs $P(0,0)$, $P(n,m)$, $P(0,m)$, $P(n,0)$, tels que les positionnements « *quadrilatères/plan de coupe* » donnent lieu à un segment d’intersection unique. Les pôles considérés qui définissent les carreaux de surfaces sont non coplanaires. Par conséquent, parmi tous les cas d’intersections possibles, seules quatre configurations prédominantes telles que représentées dans la figure 4, peuvent être recensées et retenues. Dans tous les autres cas de positionnement possibles, nous concluons à la non intersection (cas de tangence entre le carreau et le plan par exemple). En conclusion, on distinguera :

- **Configuration 1** (Figure a) : deux points consécutifs du quadrilatère se situent d’un côté par rapport au plan [P] et les deux autres du côté opposé.
- **Configuration 2** (Figure b) : un point du quadrilatère se situe d’un côté par rapport au plan [P] et les trois autres points du côté opposé.
- **Configuration 3** (Figure c) : deux points non consécutifs du quadrilatère se situent dans le plan [P] et les deux autres de part et d’autre.
- **Configuration 4** (Figure d) : deux points consécutifs du quadrilatère se situent dans le plan [P] et les deux autres sont en dehors mais du même côté.

Le pseudo-code de l’algorithme de calcul d’intersections développé s’intitule alors :

Entrées :

- [P]: plan de coupe défini par ses quatre coefficients a, b, c, d , tel que tout point $p(x,y,z)$ appartenant à ce plan vérifie l’équation : $ax+by+cz+d=0$.
- p_0, p_1, p_2, p_3 : les points consécutifs du quadrilatère considéré
- **S** : segment d’intersection entre plan de coupe[P] et carreau de surface représenté par son « quadrilatère » $[P_{n,m}]$
- Tolérance prescrite

DEBUT

Faire

1. **Calculer** les distances d_0, d_1, d_2, d_3 des points p_0, p_1, p_2, p_3 au plan [P].
2. **Déterminer** la configuration de positionnement du quadrilatère en testant successivement les distances d_0, d_1, d_2, d_3 par rapport au plan [P], :

Faire

Si ($d_0 > 0, d_1 < 0, d_2 < 0, d_3 > 0$), **alors**

Faire : configuration = configuration1

Fin faire

Si ($d_0 < 0, d_1 < 0, d_2 < 0, d_3 > 0$), **alors**

Faire : configuration = configuration2

Fin faire

Si ($d_0 \equiv 0, d_1 < 0, d_2 \equiv 0, d_3 > 0$), **alors**

Faire : configuration = configuration3

Fin faire
Si ($d_0 \equiv 0, d_1 > \text{tol}, d_2 > \text{tol}, d_3 \equiv 0$), **alors**
Faire : configuration = configuration4
Fin faire

Fin faire

3. Calculer les points p_{1s} et p_{2s} du segment d'intersection **S**:

Faire

Si (configuration \equiv configuration1), **alors** :

Si les points p_i, p_{i+1} se situent d'un même coté par rapport au plan [P]

faire : $p_{1s} = (p_i \cdot d_{i-1} - p_{i-1} \cdot d_i) / (d_{i-1} - d_i)$ et $p_{2s} = (p_{i+1} \cdot d_{i+2} - p_{i+2} \cdot d_{i+1}) / (d_{i+2} - d_{i+1})$

fin faire

Si (configuration \equiv configuration2), **alors** :

Si le point p_i se situe tout seul d'un coté par rapport au plan [P]

Faire : $p_{1s} = (p_i \cdot d_{i+1} - p_{i+1} \cdot d_i) / (d_{i+1} - d_i)$ et $p_{2s} = (p_i \cdot d_{i-1} - p_{i-1} \cdot d_i) / (d_{i-1} - d_i)$

Fin faire

Si (configuration \equiv configuration3), **alors** :

Si les points par p_i, p_{i+2} se situent dans le plan [P]

Faire : $p_{1s} = p_i$ et $p_{2s} = p_{i+2}$

Fin faire

Si (configuration \equiv configuration4), **alors** :

Si les points par p_i, p_{i+1} se situent dans le plan [P]

Faire : $p_{1s} = p_i$ et $p_{2s} = p_{i+1}$

Fin faire

Fin faire

Fin faire

FIN

Nota : un point dont l'indice est égal à k , avec $k > 3$ ou $k < 0$, représente un point dont l'indice est égal à k modulo 4.

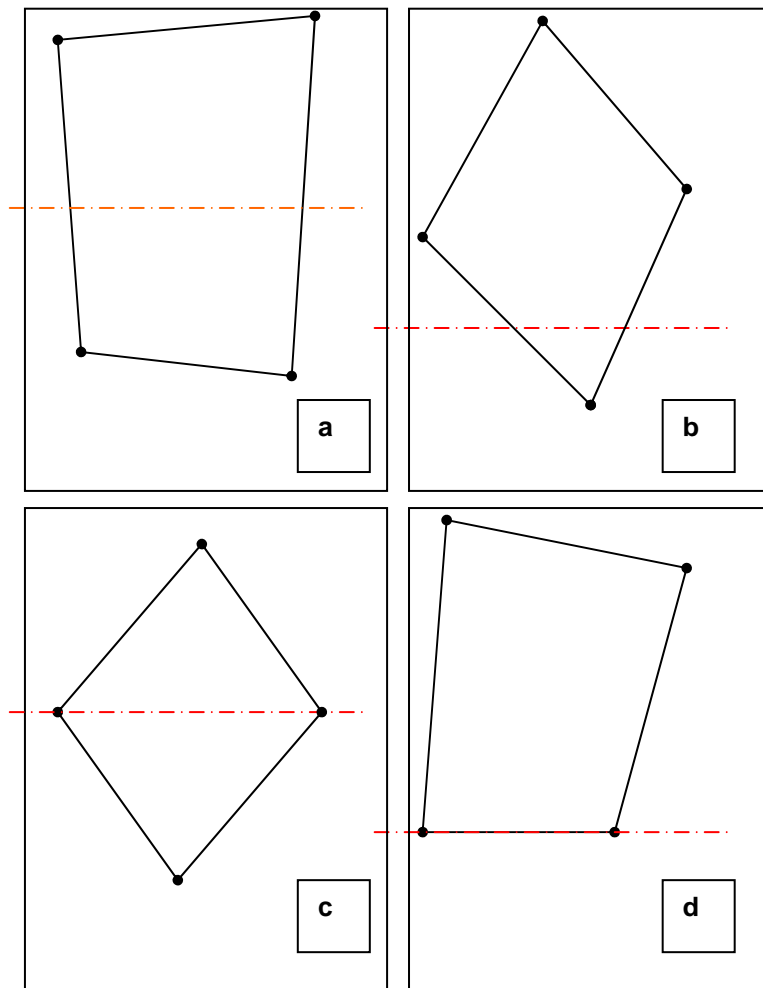


FIG.4 –Intersection « plan/carreau de surface subdivisé » (Plan de coupe (P) en traits pointillés)

5. Application à la génération de trajectoires d'outil

Pour la génération de trajectoires d'outils dans le cas particulier des opérations de fraisage par contournage de surfaces gauches en utilisant la technique des plans de niveaux [10,11], on doit s'affranchir des étapes suivantes:

- Recherche de l'ensemble des segments de droites approximant la courbe l'intersection « plan de coupe/surface à usiner (fig 5)
- Construction et orientation des contours d'intersection par chaînage des segments,
- Calcul et traitement des offsets (élimination des boucles inta et extra -contour, traitement des singularités,...).

Les figures 5, 6 ci-dessous illustrent quelques résultats obtenus sur de surface de Bézier rationnelle, basé sur l'approche proposée [12].

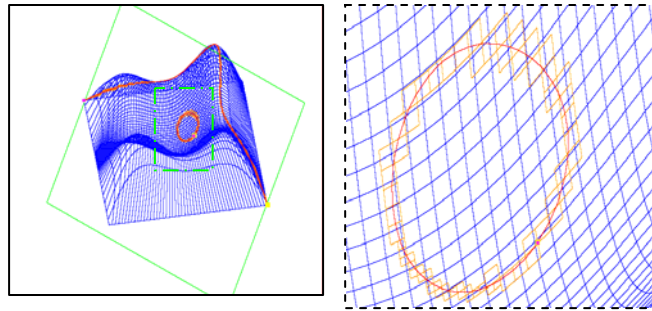


FIG.5 – Courbes (contours) d'intersection déterminées par chaînage des segments d'intersection issus de la subdivision récursive auto-adaptative, à droite : détail de l'encadré

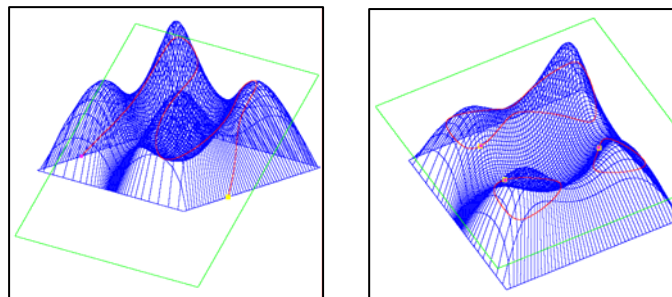


FIG.6 – Courbes (contours) d'intersection obtenues après chaînage des segments d'intersections pour deux plans de coupe différents

6. Conclusion et perspective

Dans l'approche proposée, le calcul d'intersection tel qu'il se pose généralement en usinage de surfaces gauches, est ramené à un problème simple de géométrie plane. Les algorithmes de calcul développés se distinguent de ce fait par une robustesse et une simplicité de mise en œuvre informatique bien adaptée pour la génération de trajectoires d'outils de surfaces subdivisées par courbes de niveaux et par plans parallèles. L'extension à l'usinage à grande vitesse de surfaces gauches est envisagée [12] par l'utilisation de fonctions paramétrique et des NURBS pour le lissage des points d'intersections à l'ordre de continuité géométrique 2 (raccordement aux courbures) lors de l'opération de chaînage et orientation des contours.

7. Références

- [1] S.Marshall, J.G.Griffiths, A survey of cutter path construction techniques for milling machines » International Journal of Production Research, Vol.23, N°12,1994.

- [2] B.K. Choi, et R.B. Jerard, Sculptured surface machining. kluwer Academic, 1998.
- [3] J C.Leon.« Courbes et surfaces pour la CFAO». Hermes Edition, 1991
- [4] Y.-J. Lin and T.S. Lee, An adaptive tool path generation algorithm for precision surface machining. Computer-aided Design, Vol.31, N° 4, pp. 237-247, 1999.
- [5] K.Kim, B.Ko, Generating cartesian NC tool-paths for sculptured surface manufacture. Computer Ind.
- [6] S.Tao,K. L.Ting, Unified rough cutting tool path generation for sculptured surface machining, International Journal of Production Research, Taylor & Francis Ed., Vol.39, N°13, 2001.
- [7] S.C. Park and B.K. Choi., Uncut free pocketing tool-paths generation using pair-wise offset algorithm, Computer-aided Design , Vol.33, N° 10, pp. 739-746, 2001.
- [8] Y.S.Suh, K.lee. « NC milling tool path generation for arbitrary pockets defined by sculptured surfaces. Computer-Aided Design, Vol.26, N°3,1994.
- [9] S.Lonquetin, S.Foufou, H.Khedouci, M.Neveu, Trois algorithmes d'intersection des surfaces subdivisées, CAD, Vol.18/2, pp.247-264, 2003.
- [10] C. Sang., Park, tool path generation for Z-constant contour machining. CAD 35, pp.27-36, 2003. Eng. Vol26/2, 1994.
- [11] W.Rubio.« Génération de trajectoires du centre de l'outil pour l'usinage de surfaces complexes sur machines à trois et cinq axes. Thèse de doctorat Université Paul Sabatier Toulouse N°1638, 1993.
- [12] Idir Belaidi, Abdelatif Boumediène, Génération de trajectoires d'outils à topologie combinée pour l'usinage à grande vitesse, rapport interne de magister, GTT –LMMC, Univ. Boumerdes, Algérie, 2004.