

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université M'hamed Bougara Boumerdes
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques



MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDE
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE MASTER
Recherche Opérationnelle, Option Modélisation et Aide à la Décision

Par : LASSAL Melissa
Et : BENMESSAOUD Mohamed EL Amine

**Optimisation des routes de la vente directe des
produits de la Fromagerie Bel Algérie**

Soutenu à l'UMBB, devant le jury composé de :

M ^{me} R. FASS	Président	UMBB - Boumerdes
M ^r L. BOURECHE	Examineur	UMBB - Boumerdes
M ^{me} S. OUATIKI	Examineur	UMBB - Boumerdes
M ^{me} K. KHODJA	Encadreur	UMBB - Boumerdes
M ^r S. DEFFOUS	Promoteur	Fromagerie Bel Algérie

01 Juillet 2017

Remerciements

Nous remercions tout d'abord notre promotrice Mme *K.KHODJA* de nous avoir encadrés avec rigueur.

Nos remerciements s'adressent également à notre encadreur à la Fromagerie Bel Algérie Mr *S.DEFFOUS* de nous avoir guidé et soutenu dans nos travaux.

La réalisation de ce mémoire n'aurait pas été possible sans l'aide précieuse de Mr *I.LASSAL* et Mme *A.BENMESSAOUD GABIS* du département Télécommunication et Biomédical, qui ont consacré du temps pour expertiser notre travail.

Nous remercions également l'ensemble des enseignants du Département des Mathématiques et spécialement de la spécialité Recherche Opérationnelle.

Merci aux collaborateurs de la Fromagerie Bel Algérie qui nous ont accueilli à bras ouvert durant notre stage, tout particulièrement *Malik BENTALEB* pour la documentation qu'il a mis à notre disposition et l'intérêt qu'il a porté à notre travail.

Nous remercions aussi, toute l'équipe de vende directe, vendeurs et aide vendeurs avec qui nous avons effectué nos sorties sur le terrain et qui nous ont beaucoup aidé pour l'établissement de la problématique.

Finalement, merci à nos camarades de la promotion sortante 2017 Recherche Opérationnelle en particulier *Yacine* et *Samir*.

Dédicaces

Au meilleur Père du monde,

*Ma raison d'être, la lanterne qui éclaire mon chemin.
"Tu es et tu resteras toujours mon école,
Je te remercie pour ton soutien et des conseils que tu m'as
donnés tout au long de ce travail"*

Aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer mon respect.

À ma chère Mère,

*Qui m'a donné la vie, la tendresse et le courage pour réussir.
"Tout ce que je peux t'offrir ne pourra exprimer l'amour
et la reconnaissance que je te porte.*

*En témoignage, je t'offre ce modeste travail pour te remercier pour tes sacrifices et
pour l'affection dont tu m'as toujours entourée."*

À Mes adorables sœurs,

*Sara, Mounya et Lilia qui ont toujours cru en moi et aidé à aller de l'avant
Je vous aime*

À Mon frère Yacine

À mon binôme Amine

À tous mes amis spécialement : Sara, Zizou et Zouzou

En témoignage du soutien inébranlable que vous m'avez apporté.

Je vous dédie ce travail .

Melissa

Dédicaces

*Au meilleur papa que la terre a pu abriter
Merci d'être là à tout moment, de me soutenir et d'être fier de moi.*

*À ma mère
une personne aussi exceptionnelle qu'unique, je te remercie.*

À vous deux, je dédie ce travail.

*À mes sœurs et leurs petites familles,
Sarah et Reda, ainsi que leurs petites filles,
Les adorables Yousra et Lyna,
tu seras toujours la meilleure sœur aînée au monde.*

*Asma, Halim et leur petit Selyan,
Une amie et une grande sœur formidable.*

*Meriam et Samir,
Une petite grande sœur unique,
Que Dieu vous offre toute la réussite dont vous avez toujours rêvé.*

*Iman, félicitation pour ton premier diplôme,
Que Dieu t'ouvre les portes du bonheur.*

À mon amie et binôme Mélissa

À tous mes amis,

Du plus profond de mon cœur, je vous dédie ce travail.

Mohamed EL Amine

Préambule

Le présent mémoire dont le thème est intitulé " Optimisation des routes de la vente directe " est élaboré au niveau de la Fromagerie Bel Algérie sur la base d'une convention contractée avec l'Université M'Hamed Bougara de Boumerdes (UMBB).

Le document, conçu à l'issue d'un stage pratique de six (06) mois, complète une formation universitaire dispensée par le département Mathématique de l'UMBB pour l'obtention du Master II "Recherche Opérationnelle, Modélisation et aide à la décision".

L'expérience capitalisée durant ce stage mené en alternance entre l'université, la direction de la FBA et sa direction " Vente Directe " nous sera certainement d'un grand apport pour mieux appréhender notre vie professionnelle.

Table des matières

Résumé	2
Introduction générale	3
1 PRÉSENTATION DE L'ENTREPRISE	
Fromagerie Bel Algérie (FBA)	6
Introduction	7
1.1 Historique et évolution du groupe Bel	7
1.2 Chiffre d'affaire	8
1.3 Fromagerie Bel Algérie	9
1.4 La vente directe	11
1.4.1 Évolution	11
1.4.2 Organisation de la Vente Directe	12
2 PROBLÉMATIQUE	13
2.1 Justificatif du thème	15
2.2 Objectif visé par le projet	15
2.3 Contraintes relevées à chaque niveau de la distribution	17
2.3.1 Le dépôt	17
2.3.2 Les clients	17
2.3.3 La flotte	17
2.3.4 Les tournées	18
2.4 Descriptif du circuit de distribution actuel	18
2.4.1 Le census	19
2.4.2 Base de données clients	19
2.4.3 Création de routes	20
2.4.4 HHT(Hand Held Terminal)	20
2.4.5 Code à barres	20
2.4.6 Processus journalier du vendeur	20
3 REVUE DE LITTÉRATURE	23
3.1 Notions de la théorie des graphes	24
3.2 Concepts fondamentaux de l'optimisation	28

3.2.1	Généralités	28
3.2.2	Principaux types d'optimisation	29
3.3	Complexité algorithmique	30
3.4	Problème du voyageur de commerce	30
3.4.1	Formulation mathématique	31
3.4.2	Problème des m voyageurs de commerce	32
3.5	Problème de tournées de véhicules	32
3.5.1	Champs d'application	33
3.5.2	Paramètres du Problème	34
3.5.3	Formulation mathématique du Problème	35
3.5.4	Généralisation du Problème de tournées de véhicules	37
3.5.5	Complexité du Problème	38
3.6	Méthodes de résolution	38
3.6.1	Méthodes exactes	39
3.6.2	Méthodes approchées	39
	Conclusion	52
4	MODÉLISATION	53
4.1	Formulation mathématiques	54
4.1.1	Notation et terminologies	55
4.1.2	Variables décisionnelles	56
4.1.3	Contraintes	56
4.1.4	Critère d'optimisation	57
4.1.5	Modèle mathématique	57
4.2	Evaluation du modèle	59
4.2.1	Nombre de variables	59
4.2.2	Nombre de contraintes	59
5	RÉSOLUTION & ANALYSE	61
	Partie 1 : Résolution	62
5.1	Préparation des données	63
5.1.1	Base de données	63
5.1.2	Matrice de temps	64
5.2	Méthode 1 : Heuristique de construction	64
5.2.1	Critères d'arrêts	64
5.3	Méthode 2 : Recuit simulé	66
5.3.1	Génération des voisins	67
5.3.2	Amélioration individuelle des routes	67
5.3.3	Amélioration collective des routes	68
5.4	Méthode 3 : Optimisation par essais particuliers	69
5.4.1	Configuration de la méthode	70
5.4.2	Critère d'arrêt	70
	Partie 2 : Résultats & Analyse	72
5.5	Données d'entreprise	72
5.6	Résultats	72
5.6.1	Méthode 1 : Heuristique du plus proche voisin	73

5.6.2	Méthode 2 : Récuit Simulé	73
5.6.3	Méthode 3 : Optimisation par essais particulières	74
5.7	Comparaison des résultats obtenus	75
5.8	Comparaison des résultats avec ceux de Bel Algérie	76
6	IMPLÉMENTATION INFORMATIQUE	77
6.1	Présentation du langage	78
6.2	Particularités de MATLAB	78
6.3	Présentation de l'application	79
6.3.1	Données d'entrée	79
6.3.2	Données de sortie	79
6.3.3	Présentation des fenêtres principales	80
	Conclusion générale	85
	Bibliographie	86
	Annexe	90

Table des figures

1.1	Marque coeur	7
1.2	Évolution du groupe Bel	8
1.3	Répartition du CA	9
1.4	Liste des produits "Bel Algérie"	10
1.5	Évolution de la VD	12
2.1	Les projets structurant la vente directe	19
2.2	Les tâches du vendeur chez le client	21
3.1	Un graphe orienté	25
3.2	Un graphe non orienté	25
3.3	Exemple de graphe Valué	26
3.4	Arborescence	28
3.5	PVC	31
3.6	VRP	33
3.7	Les différentes fonctions objectif du VRP	35
3.8	Variantes du VRP	38
3.9	Méthodes de résolutions du VRP	40
3.10	Schéma d'un algorithme génétique	47
3.11	Un voisine géographique	50
3.12	Un voisine en cercle	51
3.13	Compomis entre deux déplacements possibles	52
4.1	Représentation du VRP	55
5.1	Organigramme heuristique de construction	66
5.2	Recuit Simulé- Processus de résolution	67
5.3	Exemple 3-opt	68
5.4	Exemple or-opt	69
5.5	Principe de déplacement d'une particule	69
5.6	Organigramme PSO	71
6.1	Fenêtre d'accueil	80
6.2	Téléchargement de la BDD	81

6.3	Téléchargement de la BDD	81
6.4	Fenêtre des résultats	82
6.5	Organigramme DG & DC	94
6.6	Organigramme Vente directe	95

Résumé : Les entreprises sont amenées à chercher des moyens d'optimiser leurs réseaux de distribution capables de gérer un grand nombre de contraintes et de clients d'une manière efficace. Cette problématique est connue sous le nom de *problèmes de tournées de véhicules*.

C'est dans ce contexte que notre travail s'inscrit, nous allons étudier le cas réel de la Fromagerie Bel Algérie (FBA) pour la distribution de ses produits. La FBA, comme toute entreprise, qui doit son développement à son potentiel d'innovation continue, remet en question son outil actuel qui gère la planification des routes de sa vente directe. Ainsi, l'objectif principal de ce travail est de planifier un minimum de routes pour satisfaire pleinement les contraintes entreprise, en minimisant la durée totale des déplacements des véhicules.

Mots clés : Problème de tournées de véhicules, Problème de voyageur de commerce, Recherche opérationnelle, Optimisation combinatoire, Programmation linéaire en nombres entiers, Métaheuristiques, Optimisation par essais particuliers

Summary : The companies are challenged to look for ways to optimize their distribution networks capable of managing a large number of constraints and customers in an efficient ways. This issue is known as *Vehicle Routing Problem*.

Our work is based in this context, we will study the real case of the cheese dairy Bel Algeria (FBA) for distribution of its products. The FBA, like any company, which owes its development to its potential for continual innovation, jeopardizes its current tool that manages the planning of the routes of its direct sale.

So, the main objective of this work is to plan a minimum of roads to fully satisfy the constraints undertaken, minimizing the total duration of the journeys of the vehicles.

Key words : Vehicle routing problem, Traveling salesman problem, Operational research, Combinatorial optimization, Linear programming in integers, Metaheuristics, Optimization by Particulate Swarms.

Introduction générale

Le problème de transport de marchandises constitue un indicateur économique important dans notre pays caractérisé par sa vaste étendue géographique (2,382 millions de km^2) et un réseau routier évalué à environ 115.952 KmL^{1 2}.

Les charges de transport induites par l'éloignement des points de ventes éparses conjuguées à une hausse croissante des coûts des moyens de transport et des prix des carburants, constituent une part importante des frais engagés. En effet, des décisions comme l'assignation de livraisons à des tournées de véhicules ont un grand impact sur les coûts de l'entreprise. C'est pourquoi de nombreux industriels, se dotent d'outils d'aide à la décision intégrant des méthodes de recherche opérationnelle pour couvrir les problèmes de transport.

Ces derniers sont des classiques en optimisation combinatoire. Le problème de base est le problème du voyageur de commerce (PVC) en anglais Traveling Salesman Problem (TSP). Il consiste à déterminer une tournée acheminée par un véhicule, de manière à servir à coût minimal un ensemble de clients répartis dans un réseau. Ce modèle de base peut être enrichi par l'utilisation de plusieurs véhicules au lieu d'un seul. Cette extension définit un autre problème de transport dit Problème de tournée de véhicule (PTV) en anglais Vehicle Routing Problem (VRP).

En recherche opérationnelle, le VRP a été étudié sous des formes spécifiques permettant de modéliser des problèmes plus près de la réalité. Sous sa forme la plus simple, le problème consiste à minimiser la distance totale parcourue par une flotte de véhicules homogènes afin d'assurer la livraison d'un nombre fixe de clients tout en respectant les contraintes.

Cependant, en tenant compte de toutes les intrications des cas de distribution réels, le problème se complexifie rapidement. L'ajout de composantes telles que les véhicules hétérogènes, les fenêtres de temps ou une longueur maximale des routes rendent la résolution d'autant plus difficile. L'étude d'un problème de distribution réel n'est donc pas triviale. Elle demande une attention spécifique afin de modéliser les particularités

1. Source : Office National des Statistiques (ONS) , année 2012

2. KmL : Kilomètre linéaire

opérationnelles rencontrées.

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons adapté le problème de tournée de véhicule classique, auquel nous avons greffé les contraintes spécifiques de la Fromagerie Bel Algérie (FBA) en vue de l'optimisation des routes de sa vente directe.

Notre stage pratique qui s'est déroulé au sein de la Fromagerie Bel Algérie de Janvier 2017 à Juin 2017 soit sur une durée de six (06) mois a obéi à la démarche suivante :

- Janvier :** - Découverte de l'environnement du stage.
- Collecte de la documentation auprès de la Fromagerie Bel Algérie
- Enrichissement de la base de données bibliographiques personnelles relatives au problème étudié.
- Février :** - Accomplissement de sorties sur le terrain avec l'équipe de vente directe "Bel Algérie" permettant de cerner au mieux le processus de distribution
- Identification des paramètres à prendre en considération pour l'élaboration du modèle mathématique.
- Formalisation de la problématique
- Mars :** - Modélisations mathématiques de la problématique abordée.
- Présentation aux interlocuteurs de la FBA du modèle mathématique élaboré.
- Avril :** - Retour sur le modèle mathématique pour apporter les correctifs sur la base des observations formulées.
- Recherche sur les méthodes de résolutions et le choix de la méthode la plus appropriée pour résoudre le problème.
- Mai :** - Implémentation sous MATLAB + Simulation.
- Établissement de l'interface graphique.
- Finalisation de l'application.
- Juin :** - Correction et finalisation du rapport.
- Préparation de la présentation finale.

Ainsi, nous pouvons résumer les objectifs assignés par le stage qui sont au nombre de quatre (04) comme annoncé ci-après :

- ✘ Comprendre le contexte du stage.
- ✘ Situer notre problématique dans l'ensemble des problématiques de tournées de véhicules traitées dans la littérature.
- ✘ Synthétiser les informations recueillies pour aboutir à une modélisation aussi fine que possible de la problématique pour l'optimisation des routes de la vente directe des produits de la FBA.
- ✘ Développer un outil d'aide à la décision pour élaborer un schéma optimal de

distribution de la vente directe au niveau de la wilaya d'Alger, basé sur des méthodes issues de la recherche opérationnelle.

Notre étude est structurée en six (06) chapitres conformément à ce qui suit :

À la suite de cette introduction, ce mémoire se poursuivra par une présentation détaillée de la fromagerie Bel Algérie. Plus précisément, il portera sur son histoire, son chiffre d'affaire et sa structure vente directe.

Le second chapitre abordera l'énoncé du problème étudié, objectif assigné à l'étude et la description du circuit de distribution actuel.

Le chapitre 3 portera sur un état de l'art de ce qui a été fait dans la littérature, permettant de positionner les axes de notre sujet de recherche à savoir la distribution des produits agroalimentaire. Il traitera plus particulièrement sur les problèmes de tournées de véhicules et les différentes méthodes de résolution. Par la suite, le chapitre 4 présentera la modélisation mathématique de notre projet, ainsi que l'évaluation du modèle.

Le chapitre 5 met en relief les méthodes de résolutions utilisées et comportera les résultats obtenus après l'application des approches sur le cas de la FBA et fera une étude analytique des résultats.

Nous présentons dans le sixième chapitre l'environnement de programmation et l'implémentation du logiciel. Le travail est clôturé par une conclusion dans laquelle nous évaluons l'approche de résolution programmée et donnons quelques perspectives visant à lever les contraintes qui entravent le secteur des transports.

Finalement, il est possible de consulter en annexe plus de détails et de précision sur le Groupe Bel où notre stage a été effectué.

Enfin, une conclusion portant sur une évaluation de l'approche de résolution programmée et les principales perspectives visant à lever les contraintes qui entravent le secteur des transports.

Chapitre

1

PRÉSENTATION DE L'ENTREPRISE

Fromagerie Bel Algérie (FBA)

*"Qui ne sait pas tirer les leçons de 3000 ans
vit seulement au jour le jour "*
[Goethe]

1.1 Historique et évolution du groupe Bel

La société Fromagerie BEL est une entreprise de l'industrie agro-alimentaire dont le siège est situé dans les hauts de seine en région Ile-de-France à Paris.

Le groupe BEL est une entreprise familiale Française créée dans le Jura en 1865 par Jules Bel. A l'instar de l'évolution de l'industrie laitière Française, l'entreprise Bel a connu un essor qui a abouti en 1922 à la création de la société anonyme des fromageries BEL.

La chronologie de l'évolution de la société est résumée comme suit :

- Le dépôt de la marque la "vache qui rit" par Léon BEL en 1921.
- Le démarrage industriel et commercial de la vache qui rit en 1924.
- L'exportation des produits BEL et l'installation des premières usines hors France, en Belgique et en Angleterre, dès l'année 1929.
- Le développement international des produits Bel en Europe de l'Ouest, Etats Unis, Maroc, Syrie, Japon et en chine dès les années 1970.
- L'acquisition des marques *Leerdammer* et *Boursin* respectivement en 2002 et 2007.
- L'internationalisation des activités de BEL qui lui a permis d'être implanté actuellement sur les 5 continents, soit 130 pays avec une trentaine de sites de production localisés à proximité des bassins de consommation.

Aujourd'hui, avec un siècle et demi d'expérience dans l'industrie fromagère, le groupe BEL a acquis un savoir-faire et un capital "Fromager" injecté au sein des trente (30) usines qui fabriquent les marques Bel, soit une trentaine de marques dont cinq (05) marques principales qui sont les plus connues et appréciées dans le monde. Ce sont les marques : *la vache qui rit*, *Babybel*, *Kiri*, *Leerdammer* et *Boursin*.



FIGURE 1.1 – Marque coeur

La production totale de ces usines, qui emploient quelques 8000 collaborateurs, avoisine pour l'année 2015 près de 450 milles tonnes de fromage permettant au groupe BEL d'occuper la 3éme place mondiale des fromages de marque et leader dans 25 pays.



FIGURE 1.2 – Évolution du groupe Bel

1.2 Chiffre d'affaire

Le chiffre d'affaire (CA) enregistré par le groupe BEL pour l'exercice 2015 est de 2,949 milliards d'euro, soit un accroissement de l'ordre de 5,9% par rapport à l'année 2014. Ce CA global est réparti par zone géographique comme suit :

- Europe de l'Ouest : 38%
- Europe du Nord et de l'Est : 17%
- Amérique, Asie pacifique : 18%
- Proche et Moyen Orient : 16%
- Grande Afrique : 11%

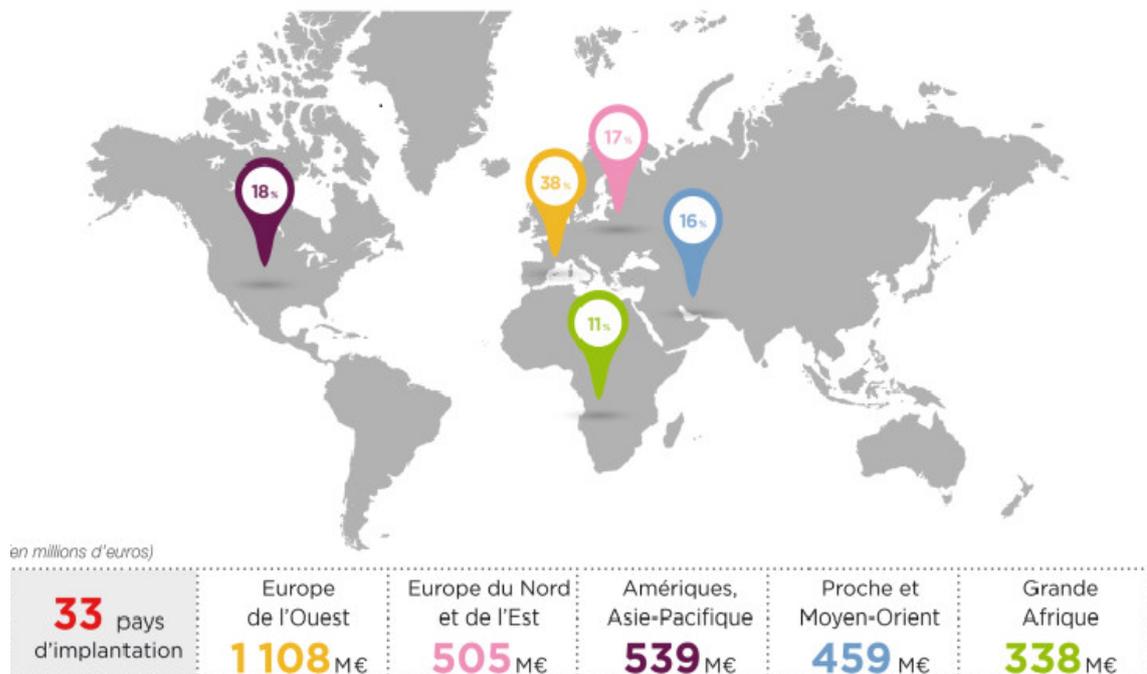


FIGURE 1.3 – Répartition du CA

La ventilation du chiffre d'affaire par zone met en évidence :

- Que les deux (02) zones Europe procurent à elles seules 55% du CA du groupe pour l'année 2015.
- Ces deux (02) zones en question connaissent à contrario une régression du CA de l'ordre de 10% entre les deux exercices 2014 et 2015.
- Que les trois (03) autres zones d'implantation du groupe en l'occurrence Amérique, Asie-Pacifique, Proche et moyen-Orient, et Grand Afrique, Connaissent un accroissement du CA de l'ordre de 14% à 28,7% entre 2014 et 2015 permettant d'entrevoir une grande marge de progression au niveau de ces régions.

La grande Afrique où se situe BEL Algérie procure un chiffre d'affaire en 2015 de 338 millions d'euro a enregistré une amélioration de ce ratio évalué à 17,6% augurant par conséquent de très bonnes perspectives dans cette région et plus particulièrement en Algérie.

1.3 Fromagerie Bel Algérie

L'introduction du groupe Bel en Algérie remonte à l'année 2001. La filiale, qui a débuté ses activités sur la base d'une plate-forme de sous-traitance qui a duré plus de cinq (05) années, a commencé sa production locale propre sur le site de Mazafran (Koléa) à partir de l'exercice 2007.

La production enregistrée annuellement sur le site de production est passé de 2000 tonnes les années initiale pour atteindre 25000 tonnes en année de croisière (année 2014).

Aujourd'hui, Bel Algérie distribue quatre (04) familles de produits et une gamme de 22 produits :

- La vache qui rit, avec une gamme de 10 produits.
- Picon, avec une gamme de 6 produits.
- Kiri, avec une gamme de 5 produits
- Pik et Croq.

La vache qui rit Portions	Picon	Kiri délice Kiri Portions	Chef	Pik & Croq	Koul Youm
					
Format : 8/16/24 portions Gouts : -Nature -Edam - Gruyère	Format : 8/16/24 portions Gout -Nature	Format : 6/ 12 portions Barquette	Format : 4/8 Barres Gouts : - Nature - Olive - Ail et fines herbes -Gruyère	Format : Petite Barquette -	Format : Barquette -

FIGURE 1.4 – Liste des produits "Bel Algérie"

Les produits sont distribués via un réseau en propre (vente directe) sur la wilaya d'Alger, et de distributeurs sur le reste du territoire national.

Depuis sa création, il y a une quinzaine d'années, la Fromagerie Bel Algérie (FBA) a connu un essor considérable et a acquis une grande part de marché des fromages plus particulièrement dans les grands centres urbain à l'instar d'Alger, Oran, Constantine, Annaba, ...etc

La filiale Bel Algérie emploie un effectif dépassant 1000 agents répartis dans un schéma d'organisation comme suit :

- Le siège de la filiale sis à 42 rue de la madeleine Hydra (Alger), structuré outre la direction générale (DG), en cinq (05) département [Finance, ressources humaines, Marketing, Commercial et Supply chain]
- L'unité de fabrication, implantée à la zone industrielle de Mazafran 2 à Koléa-Tipaza, où sont produits la vache qui rit, Picon, Koul youm, la vache qui rit chef ainsi que pik & crok
- L'entrepôt de stockage emballage sise à Oued Alleg - wilaya de Blida
- L'entrepôt de stockage de produit finis sis à Blida, d'où s'approvisionnent les distributeurs pour dispatcher les produits Bel sur l'ensemble du territoire national
- La vente directe (VD) dont la structure est implantée à Gué de Constantine dans la wilaya d'Alger.

1.4 La vente directe

L'activité Vente Directe (VD) développée par Bel Algérie dans la capitale -Alger- représente la vitrine « Benchmark » des ventes directes dans le monde.

L'opération est définie comme un mode de distribution par lequel c'est le fabricant, en l'occurrence la filiale Bel Algérie, qui assure lui-même l'activité de vente et de distribution de ses produits auprès des clients.

1.4.1 Évolution

Historiquement, la vente directe de Bel Algérie est passée par les différentes étapes suivantes :

- Entre 2008 et 2010, couverture de 1700 points de ventes (PDVs) (année 2008) à 2700 PDVs (année 2010) répartis sur les quatre (04) wilayas d'Alger- Boumerdes - Blida et Tipaza.
- Le redimensionnement du grand Alger en 2012 - qui s'est traduit par la concentration de l'opération de la vente directe sur la seule wilaya d'Alger considérée par Bel Algérie comme une zone d'importance stratégique.
- Le dédoublement du nombre de points de ventes : 3900 PDVs et 4550 PDVs enregistrés respectivement pour l'année 2014 et 2015 pour la seule wilaya d'Alger soit plus du double du total des PDVs cumulés pour les 4 wilayas en 2010.

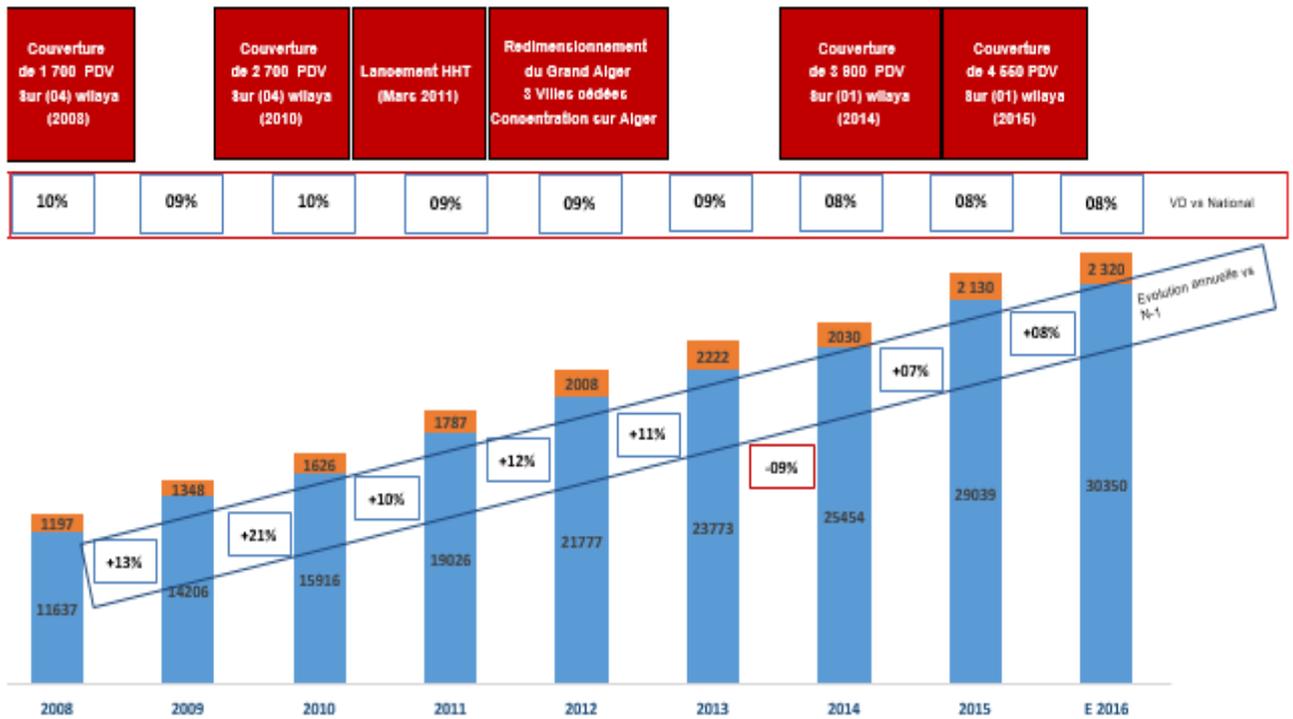


FIGURE 1.5 – Évolution de la VD

1.4.2 Organisation de la Vente Directe

Pour réaliser les missions qui lui sont assignées, la structure vente directe localisée à Gué de Constantine à proximité des zones de consommation, vise à atteindre à terme un nombre de points de ventes qui avoisinent 5000, tout en recherchant une efficacité dans l'organisation de la distribution et dans l'évolution des volumes de produits commercialisés.

Pour la mise en œuvre de son programme " la vente directe " a mobilisé pour l'année 2015 un effectif de 110 personnes dont 85 affectées directement sur le terrain :

- 04 superviseurs (un superviseur pour chacune des 4 équipes)
- 31 vendeurs
- 33 aides vendeurs
- 08 aides vendeurs pompiers
- 01 superviseur marchandiseur
- 08 marchandiseurs

Le reste du personnel soit 25 agents est réparti entre les différents services administratifs (gestion des ventes, gestion des stocks, ressources humaines et les moyens généraux).

Voir en annexe 5 l'organigramme de la vente directe

Chapitre

2

PROBLÉMATIQUE

*”Or, quand on travaille pour demain,
et pour l’incertain, on agit avec raison :
Car on doit travailler pour l’incertain
par la règle des parties qui est démontrée.”*
[Pascal]

Le présent chapitre a pour objet d'établir un descriptif succinct de la situation actuelle qui caractérise les différents niveaux de la chaîne de distribution directe de la FBA et de formuler des propositions susceptibles d'améliorer le niveau de rentabilité de l'entreprise.

Notre stage pratique qui s'est déroulé au sein de la FBA de Janvier 2017 au Juin 2017, soit sur une durée de six (06) mois s'intègre dans le programme global d'activité de Bel Algérie et vise à l'issue de notre formation pratique, l'optimisation des routes de la vente directe des produits.

Nos activités ont été réalisées en alternance avec la direction Bel Algérie -Hydra- , Département de la vente directe -Gué de Constantine- , Université de Boumerdes, et ont obéi à la méthodologie décrite brièvement ci-après :

- Exploitation de la documentation et la récolte de données relatives à l'entreprise Bel au niveau internet et de la direction générale de Bel Algérie.
- Les sorties sur le terrain, au niveau du département vente directe de Gué de Constantine et de la clientèle.
Des tournées ont été effectuées au niveau des points de vente pour mieux appréhender et comprendre l'approche réelle suivie par les vans¹ depuis le dépôt jusqu'à la clientèle.
- Enfin, l'exploitation et l'analyse des informations recueillies pour la conception d'un modèle mathématique.

Concernant plus particulièrement la solution proposée, celle-ci a été exposée aux interlocuteurs de la FBA qui ont émis un certain nombre de réserves.

L'avant-projet sommaire, tenant compte des réserves qui y sont formulées, a été développé par l'équipe pour aboutir au modèle mathématique et la recherche de solutions les plus adéquates pour minimiser les dépenses inhérentes au transport et par voie de conséquence l'optimisation des routes de la vente directe.

Le chapitre s'articule autour des quatre (04) points suivants :

- Justificatif du choix du projet²
- Objectifs visés par le projet
- Contraintes relevées à chaque niveau de distribution directe :
 - ✓ Le dépôt
 - ✓ Les points de vente (clients)
 - ✓ La flotte de transport (vans)
 - ✓ L'organisation des tournées
- Descriptif du schéma d'organisation de la vente directe.

1. Van : Camion frigorifique utilisé pour la distribution des produit Bel Algérie

2. Projet : Mémoire de fin d'étude

2.1 Justificatif du thème

Notre protocole d'investigation portant sur l'optimisation des routes de la vente a été arrêté conjointement avec l'entreprise FBA. Les motifs exposés pour justifier ce choix sont notamment la part trop élevée des charges de transport constatées par l'entreprise pour opérer l'écoulement de ses produits.

A travers ce projet de fin d'étude, la FBA devrait bénéficier de notre contribution permettant à l'entreprise d'apporter des correctifs pour améliorer sa rentabilité notamment par la réduction des coûts générés par la distribution des produits, tout en assurant un haut niveau de service.

2.2 Objectif visé par le projet

La fromagerie Bel Algérie a comme objectif essentiel de minimiser ses coûts de distribution. Ces derniers sont répartis en deux parties distinctes :

- Les coûts fixes, en l'occurrence les coûts de location des vans qui sont négociés par contrat avec leur propriétaire ainsi que les salaires de l'effectif dédié à la distribution.
- Les coûts variables qui sont principalement les coûts du carburant et la maintenance des vans.

L'entreprise pourrait favoriser la minimisation du nombre de vans, il est donc nécessaire de prendre en compte le fait que la planification des routes est une activité périodique et qui reste stable pour faciliter le service à la clientèle. En ce qui concerne notre expérimentation, l'objectif est surtout de minimiser la durée que parcourt les vans sur la route tout en utilisant le moins de véhicule possible.

Compte tenu des nombreux paramètres qui doivent être pris en compte dans la distribution des produits Bel Algérie, soient les caractéristiques de chaque client et celles des vans, les coûts, les revenus et les durées de déplacement entre chaque paire de clients, le travail de distribution est très complexe. Actuellement, aucun outil informatique déjà implanté ne permet d'en faire une gestion optimale. Par contre, nous sommes conscients que la technologie actuelle peut aider à automatiser ce genre de problème, ce qui était impossible auparavant.

Ainsi, nous avons un ensemble de clients qui ont une demande hebdomadaire. Chacune d'elles est caractérisée par un poids et un chiffre d'affaire qui lui est associé. Pour répondre à cette demande, l'entreprise dispose d'un nombre suffisant de vans. La capacité de chacun d'eux limite le poids total de la marchandise assignée à chaque van. Aucune fenêtre de temps, c'est-à-dire une période déterminée pendant laquelle la livraison doit être faite, n'est considérée dans ce document.

Pour résumer la situation, la problématique Bel Algérie est une généralisation du problème de tournées de véhicules. Au modèle de base s'ajoute une contrainte qui assure la rentabilité d'une tournée mais aussi du nombre maximum de clients à visiter par jours par van. Cependant, certains aspects ont dû être négligés afin de faciliter la modélisation. En utilisant cet ensemble de données, le problème consiste à attribuer un van à chaque client, de déterminer l'ordre de livraison et de définir un ensemble de routes répondant à ces contraintes.

La problématique est ainsi formulée :

Comment déterminer le nombre minimal de vans et planifier la route de chacun d'eux tout en minimisant la durée totale de déplacement des vans ?

2.3 Contraintes relevées à chaque niveau de la distribution

2.3.1 Le dépôt

La Fromagerie Bel Algérie dispose d'un dépôt consacré exclusivement à la vente directe, Sis au Gué de Constantine - wilaya d'Alger. Il comprend :

- une chambre froide d'une capacité de 75 palettes soit 5100 caisses.
- un parc de stationnement des vans
- Quatre (04) quais de chargement.

Ces derniers n'étant pas assez larges pour accueillir la totalité de la flotte en même temps, l'administration de la vente directe a mis en pratique un système de 04 shifts³ d'entrée des vans au dépôt avec 30 minutes d'intervalle entre eux. Il est important de noter que ces shifts ne seront pas pris en considération lors de la résolution de notre problème.

2.3.2 Les clients

La Fromagerie Bel Algérie assure une distribution directe de ses produits auprès de 4800 clients répartis en deux catégories :

- Les clients traditionnels dont le chiffre d'affaire est inférieur à 60.000 DA et qui représentent 87,5 % du nombre totale des points de ventes (4200 clients).
- Les clients modernes dont le chiffre d'affaire oscille entre 60.000 DA Et 300.000 DA et qui représente 12,5 % du portefeuille clients (600 clients).

Afin d'assurer une distribution adéquate, l'entreprise a recours à un horizon hebdomadaire de 6 jours par semaine, durant lesquels les clients sont visités. La majorité de ces derniers ont une demande hebdomadaire stable permettant une meilleure planification de la distribution.

Un temps de service moyen est associé à chaque secteur, 8 minutes pour le client traditionnel et 20 minutes pour le client moderne.

Ainsi, à chaque client correspondent une demande moyenne (poids, chiffre d'affaire), une géolocalisation et une durée de service.

2.3.3 La flotte

L'entreprise est locataire de 34 vans réfrigérés pour effectuer l'ensemble de ses tournées, 30 pour le secteur traditionnel et 04 pour le moderne. La capacité de chaque

3. Shift : Terme anglais qui signifie session de travail

van est homogène, elle est de 980 kilogrammes et reste de ce fait nettement plus grande que la demande journalière des clients affectés à chacun d'eux.

L'ensemble de cette flotte est exploitée durant cinq (05) jours par semaine, hormis le vendredi et un jour rotatif. Compte tenu de ce fait, nous considérerons lors de notre travail un nombre de van artificiellement porté à 150 pour le secteur traditionnel et de 20 pour le moderne. Cependant, il faut souligner que la durée de travail sur la route fixé pour chaque van est identique et arrêtée dans le cadre de notre travail à 7h30min.

2.3.4 Les tournées

Tous les vans sont attachés au dépôt, il est leur point de départ en matinée et d'arrivée en fin de journée. Les tournées se font sur un réseau routier asymétrique à cause des plans de circulation tel que la présence de sens unique dans la capitale. La durée des routes est principalement contrainte par des durées maximales d'heures passée sur la route fixée à 7h30 comme cité lors de la section précédente. Il est important de préciser que les temps de pauses et de repas des vendeurs ne sont pas pris en considération.

Pour des raisons purement commerciale, une tournée doit viser un maximum de 40 clients par jours. Elle est également contrainte de rapporter un minimum de chiffre d'affaire conformément au seuil de rentabilité fixé par l'entreprise pour la validation d'une tournée.

2.4 Descriptif du circuit de distribution actuel

Actuellement, l'organisation de la vente directe repose sur cinq (05) principes soient :

- Le census
- La base de données clients
- Création de tournées
- Utilisation du HHT (Hand Held Terminal)
- Utilisation du code à barre

Dans ce qui suivra nous présenterons en détail chacun de ces piliers et nous illustrerons toutes les tâches effectuées par le vendeur avant, pendant et après sa tournée.

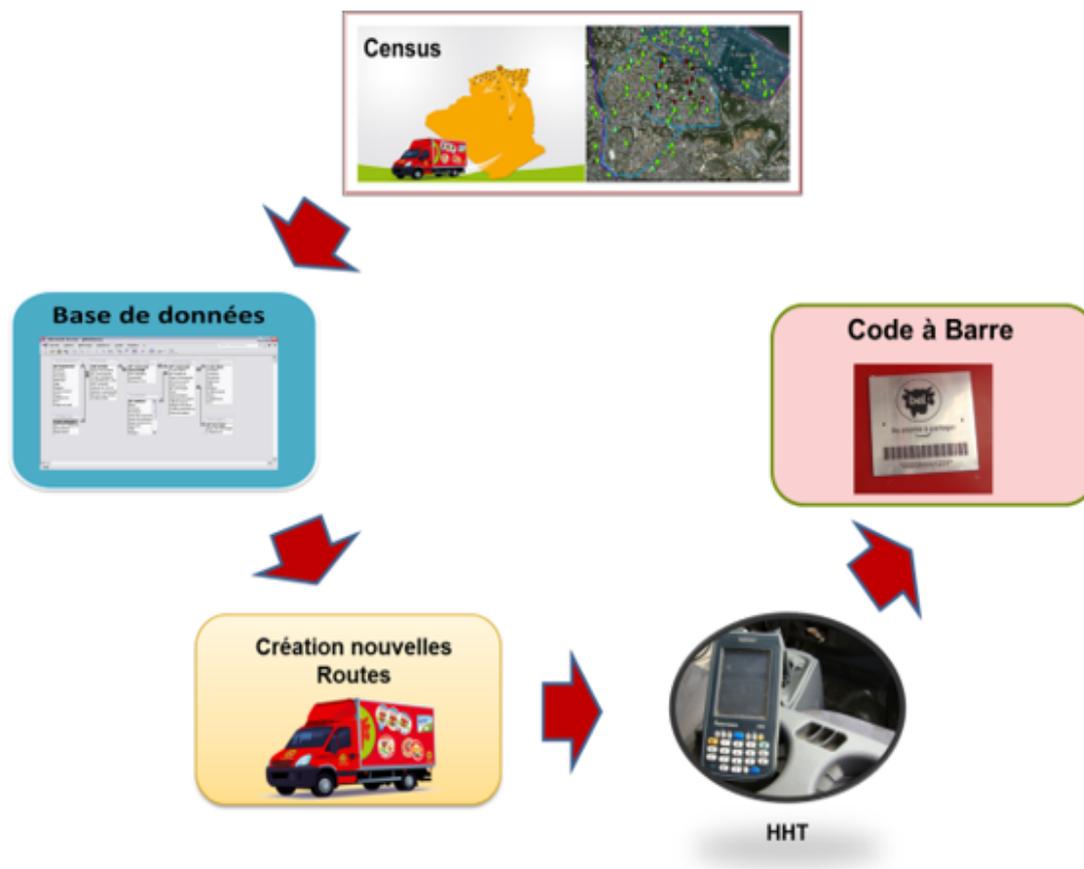


FIGURE 2.1 – Les projets structurant la vente directe

2.4.1 Le census

En 2012, la fromagerie Bel Algérie a mis en place un dispositif appelé CENSUS, qui représente un recensement de tous les points de ventes existant sur le territoire national. Ce système reflète le potentiel client et permet de calculer le taux de couverture de chaque zone, permettant à l'entreprise d'avoir une vue globale sur son manque à gagner.

2.4.2 Base de données clients

Après l'opération précédente (census), la mise à jour de la base de données clients débute en ajoutant les nouveaux clients démarchés et en classant les clients inactifs.

Cette base de données contient l'ensemble des clients identifiés par un code, jour de livraison, coordonnées GPS, cluster ainsi que le numéro de van qui lui est affecté.

2.4.3 Création de routes

Une route est un ensemble de clients que chaque vendeur se doit de visiter au cours de sa journée de travail. Chez Bel Algérie, l'assignation des clients aux vans, et la création des routes repose essentiellement sur l'expérience des répartiteurs. A ce jour, aucun modèle mathématique spécifique n'est dédié à cette répartition.

Se basant sur leurs expériences, les répartiteurs tracent leur route manuellement tout en prenant en considération le fait qu'une route créée doit au moins rapporter un minimum de revenu couvrant les charges du van (seuil de rentabilité) mais également de faire en sorte que l'ensemble des clients constituant une route soit dans un même secteur afin d'éviter les chevauchements.

2.4.4 HHT(Hand Held Terminal)

Le HHT est une Solution informatique (Solution de Vente Embarquée) mobile et performante, avec imprimante que la Fromagerie Bel Algérie met à la disposition de ses vendeurs, permettant d'intégrer tout le processus de vente (Distribution, outils, merchandising⁴, tableaux de bords).

Grace à cet outil, le vendeur pourra durant sa journée de travail établir un audit stock, consulter ses clients à visiter ainsi que leur localisation, facturer les livraisons et obtenir un récapitulatif sur sa journée de vente.

2.4.5 Code à barres

Un code à barres, ou code-barres est une représentation des données numérique ou alphanumérique sous forme d'un symbole constitué de barres et d'espaces dont l'épaisseur varie. La FBA dotent l'ensemble de ses clients d'un code à barres qu'elle place à l'intérieur et à l'extérieur du point de vente permettant au vendeur d'identifier le client à l'aide de son HHT.

2.4.6 Processus journalier du vendeur

L'arrivée des équipes de vente au dépôt est fixé à 7h du matin, et c'est ainsi que débute une longue journée de travail des vendeurs de la fromagerie Bel Algérie.

À son arrivée, le vendeur se doit de connecter son HHT (outils décrit précédemment) qui prendra quelques minutes. Par la suite, un briefing se fera par les superviseurs de chaque secteur (Est - Ouest - Centre) à leurs vendeurs afin de bien entamer leurs tournées.

4. Merchandising : Terme anglais qui désigne que chaque produit doit être exposé convenablement pour qu'il soit en mesure de se "vendre lui-même"

L'audit stock commence, le vendeur accompagné de l'aide vendeur vérifient que la quantité des produits dans le van correspond à celle du bon de chargement.

À 7h30, la tournée débute, tous les vans sortent à cette heure précise du dépôt en direction du premier point de vente. À leur arrivée, l'équipe de vente passe en moyenne 8 minutes chez un client traditionnel et 20 minutes en moderne, cette durée est répartie sur quatre (04) processus comme suit :

- ✓ Temps de prise de commande.
- ✓ Temps de préparation et déchargement de la commande.
- ✓ Temps d'encaissement
- ✓ Temps de merchandising.

L'administration de la vente directe arrive à déterminer la durée moyenne que prend chaque opération en effectuant un contrôle périodique appelé *STEM TIME*. Un exemplaire du formulaire d'évaluation est présent dans l'Annexe 6.

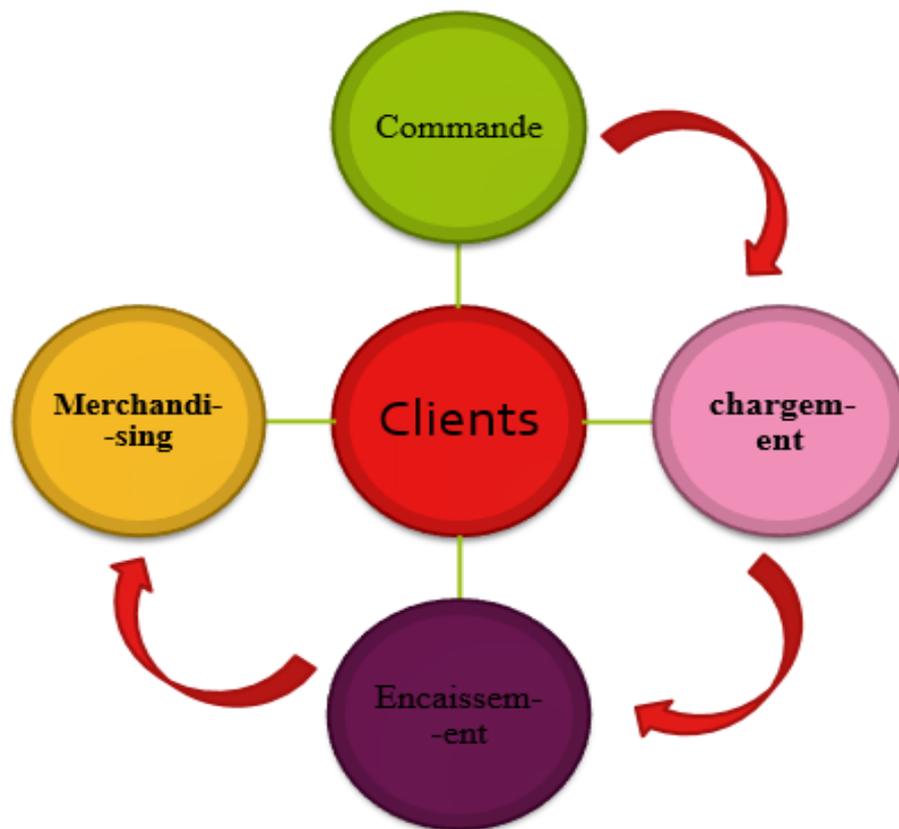


FIGURE 2.2 – Les tâches du vendeur chez le client

Cette étape est répétée pour l'ensemble des clients assignés au van.

De retour au dépôt, le travail du vendeur et de l'aide vendeur n'est pas encore achevé. En effet, le vendeur se charge de synchroniser son HHT afin d'introduire toutes ses opérations journalière dans la plateforme Bel Algérie, pendant ce temps l'aide vendeur se chargera de l'audit stock avec le gestionnaire de stock pour vérifier la conformité du marchandise restant et établir le chargement du lendemain.

Après l'étape de synchronisation, le vendeur quant à lui imprime le récapitulatif des bons de livraison, et se présente à la caisse pour verser la recette de sa tournée.

Avant de clôturer la journée, il est convenu d'un débriefing avec le superviseur pour analyser la journée écoulée.

Chapitre

3

REVUE DE LITTÉRATURE

*”Le livre de la nature est écrit
dans un langage mathématique”*
[Galilée]

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différentes notions de bases de la théorie des graphes, nous aborderons aussi des rappels sur la complexité et sur l'optimisation combinatoire. Nous mettrons l'accent sur le problème du voyageur de commerce ainsi que le problème de tournées de véhicules et leurs méthodes de résolutions.

3.1 Notions de la théorie des graphes

La théorie des graphes est le domaine des mathématiques initialement développé par Léonard Euler (1707-1783). Elle s'est alors développée dans diverses disciplines telles que l'analyse de circuits électriques, la chimie, la biologie, et les sciences sociales, ceci sous l'impulsion de chercheurs motivés par la résolution de problèmes concrets et elle connaît un essor depuis le début du XXème siècle où elle constitue une branche à part entière des mathématiques, grace aux travaux de Konig, Menger, Cayley puis de Berge et d'Erdos ce qui marque sans doute l'avènement de l'ère moderne de la théorie des graphes par l'introduction d'une théorie unifiée et abstraite rassemblant de nombreux résultats épars dans la littérature.

Depuis, cette théorie a pris sa place, en subissant de très nombreux développement au sein d'un ensemble plus vaste d'outils et de méthodes sous l'appellation (mathématiques discrètes).

De manière générale, un graphe permet de représenter la structure, les connexions d'un ensemble complexe en exprimant les relations entre ses éléments : réseau de communications, réseaux routiers, interaction de diverses espèces animales, circuits électriques... il constitue donc une méthode de pensée qui permet de modéliser une grande variété de problèmes en se ramenant à l'étude de sommets et d'arêtes.

Définition 1 : [31]

Un **graphe orienté** $G = (X, U)$ est le couple constitué par :

- Un ensemble $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ dit ensemble de sommets ;
- Une famille $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ d'éléments du produit cartésien $X \times X$
 $U = \{(x, y)/x \in X \text{ et } y \in Y\}$ dite ensemble d'arcs.

Pour un arc $u = (x, y)$, le point x est son extrémité initiale notée ($I(u) = x$), et le point y son extrémité terminale notée ($T(u) = y$).

Un arc de G de la forme (x, x) est appelé une boucle.

On dit que y est un successeur de x s'il existe un arc ayant son extrémité initiale en x et son extrémité terminale en y . De même, on dit que y est un prédécesseur de x s'il existe un arc de la forme (y, x) .

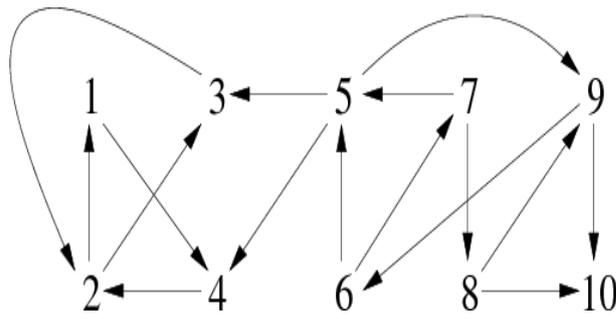


FIGURE 3.1 – Un graphe orienté

Définition 2 : [31]

Un **graphe non orienté** $G = (X, E)$ est défini par :

- Un ensemble d'éléments X appelé les sommets du graphe ;
- Un ensemble $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ d'éléments appelés arêtes du graphe tel que e_i est un sous ensemble du même sommet.

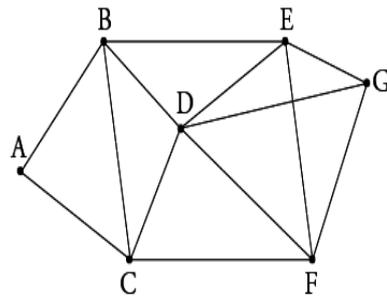


FIGURE 3.2 – Un graphe non orienté

Remarque : Chaque fois qu'on applique un concept non orienté à un graphe orienté, ce concept devra être appliqué à G en mettant ses orientations.

Définition 3 : [31]

- Le nombre de sommets d'un graphe G est appelé l'ordre de G .
- Deux sommets x et y sont adjacents s'il existe l'arête (ou l'arc) (x, y) dans U (resp. E). Les sommets x et y sont alors voisins.
- Un arc (ou arête) est incident(e) à un sommet x si x est l'une de ses extrémités.
- Deux arcs (ou arêtes) sont adjacents(es) s'ils ont une extrémité commune.
- Le degré d'un sommet x de G est le nombre d'arcs (ou arêtes) incidents(es) à x noté $d(x)$.
- Un **graphe simple** est un graphe sans boucle et tout couple de sommets est relié par au plus un arc (ou arête).

- Un **graphe complet** est un graphe simple où chaque sommet est relié à tous les autres.

Définition 4 : [31]

Un **graphe valué** $G = (X, U, d)$ (ou $G = (X, E, d)$) muni de l'application $d : U \mapsto \mathbb{R}$ (ou $d : E \mapsto \mathbb{R}$) telle que à chaque arc (ou arête) (x, y) fait correspondre sa longueur d_{xy} (le terme longueur est utilisé bien que le d_{xy} peut être négatif).

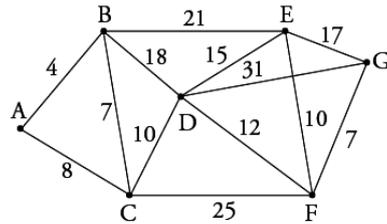


FIGURE 3.3 – Exemple de graphe Valué

Définition 5 : [31]

Étant donné un graphe $G = (X, U)$, $X' \subset X$ et $U' \subset U$ on pose :

$$U_{X'} = \{u \in U / I(u) \in X' \text{ et } T(u) \in X'\}$$

- $G_{X'} = (X', U_{X'})$ est le **sous-graphe** de G engendré par X' ou induit par X' .
- $G_{U'} = (X, U')$ est le **graphe partiel** de G induit par U' .

Définition 6 : [31]

Une **chaîne** joignant les sommets x et y dans le graphe $G = (X, U)$ est une séquence $C_{xy} = \{u_1, u_2, \dots, u_l\}$ d'arcs de G telle que :

- Le premier (resp. dernier) arc de la séquence est adjacent à x (resp. y) par une de ses extrémités et au second (resp. avant dernier) par son autre extrémité.
- Chaque arc intermédiaire de la séquence est adjacent au précédent par une de ses extrémités et au suivant par l'autre extrémité.
- Le nombre d'arcs de la séquence est la longueur de la chaîne.

Définition 7 : [31]

Un **cycle** est une séquence circulaire d'arcs tous distincts telle que chaque arc de la séquence soit adjacent au précédent par une de ses extrémités et au suivant par l'autre.

- Un cycle est "élémentaire" si tout sommet est adjacent au plus à deux arcs du cycle.

- Un cycle est "eulérien" s'il inclut tous les arcs (resp. arêtes) de G une et une seule fois. Un graphe est eulérien s'il admet un cycle eulérien.
- Un cycle est "hamiltonien" s'il est élémentaire et comporte autant d'arcs (resp. arêtes) que G compte de sommets. Un graphe est hamiltonien s'il admet un cycle hamiltonien.

Définition 8 : [31]

Un *chemin* joignant le sommet x au sommet y dans le graphe $G = (X, U)$ est une séquence $C_{xy} = \{u_1, u_2, \dots, u_l\}$ d'arcs de G telle que :

- L'extrémité initiale du premier arc de la séquence est x ;
- L'extrémité initiale de chacun des autres arcs coïncide avec l'extrémité terminale de l'arc précédent.
- L'extrémité terminale du dernier arc de la séquence est y .

Définition 9 : [31]

Un *circuit* est une séquence circulaire d'arcs tous distincts telle que chaque arc de la séquence soit adjacent à l'arc précédent par son extrémité initiale et à l'arc suivant par son extrémité terminale.

Définition 10 : [31]

Un *graphe connexe* est un graphe tel que pour toute paire x, y de sommets distincts, il existe une chaîne C_{xy} reliant les deux sommets.

Définition 11 : [31]

Une *clique* est un sous-graphe complet.

Définition 12 : [31]

Un *arbre* est un graphe connexe sans cycle.

Définition 13 : [31]

Une *arborescence* est un arbre où chaque sommet n'admet qu'un seul prédécesseur, sauf un sommet qui n'en a pas appelé racine

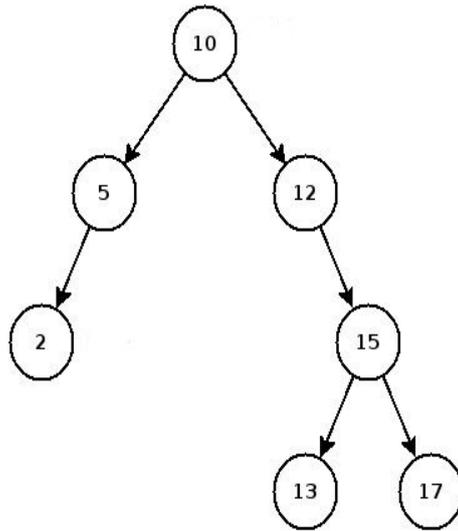


FIGURE 3.4 – Arborescence

3.2 Concepts fondamentaux de l'optimisation

3.2.1 Généralités

L'optimisation est un outil important pour les sciences de la décision et l'analyse des systèmes physiques. Les ingénieurs, les économistes et les décideurs se heurtent quotidiennement quelque soit leurs secteur d'activités à des problèmes d'optimisation.

Il peut s'agir de minimiser un coût de production ou un parcours d'un véhicule, de maximiser le rendement d'un porte-feuille boursier, d'améliorer les performances d'un circuit électronique, de fournir une aide à la décision des managers,...

Un problème d'optimisation consiste à déterminer la plus petite (ou grande) valeur possible qu'une fonction réelle $f : S \mapsto \mathbb{R}$ nommée *fonction objectif* puisse prendre dans l'ensemble S appelé ensemble des solutions.

Les problèmes d'optimisation sont divisés naturellement en deux catégories :

- Ceux avec des variables continues appelés souvent problèmes d'optimisation continus ou programmation mathématique.
- Ceux avec des variables discrètes appelés souvent problèmes d'optimisation combinatoire.

En général, un problème d'optimisation s'écrit comme suit :

$$(P) \begin{cases} \text{Optimiser } f(x); \\ x \in S. \end{cases}$$

- Optimiser $f(x)$ peut être minimiser ou maximiser $f(x)$.
- La fonction f est appelée fonction objectif.

- $S \subseteq \mathbb{R}^n$ domaine de solutions réalisables ou ensemble des points admissible du problème (P) .
- x est appelé solution réalisable du problème si et seulement si $x \in S$.
- le point x^* est dit solution optimale du problème (P) si et seulement si :
 $\forall x \in S, f(x^*) \leq f(x)$ (resp. $f(x^*) \geq f(x)$) pour un problème de minimisation (resp. maximisation).
- Souvent l'ensemble S est définie par des équations et/ou inéquations dites contraintes.

3.2.2 Principaux types d'optimisation

Programmation linéaire

La programmation linéaire traite le cas où la fonction objectif et les contraintes sont linéaires.

Un programme linéaire s'écrit sous la forme :

$$(P) \begin{cases} \text{Opt}(Z) = & c^t x; \\ \text{Sc.} & Ax \leq b; \\ & x \geq 0. \end{cases}$$

Où $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$, $x \in \mathbb{R}^n$ et A une matrice $m \times n$ matrice.

L'ensemble des solutions réalisables est $S = \{x \in \mathbb{R}^n / Ax \leq b, x \geq 0\}$.

Optimisation combinatoire

L'optimisation combinatoire (OC) occupe une place très importante en recherche opérationnelle, mathématique discrètes et informatique. Son importance se justifie d'une part par la grande difficulté de ces problème et d'autre part par de nombreuses applications pratiques pouvant être formulées comme un problème d'optimisation combinatoire. Bien que ces derniers soient souvent faciles à définir, ils sont généralement difficiles à résoudre.

En résumé, un problème d'OC est défini comme étant un problème d'optimisation où l'ensemble S est discret.

Quelques problèmes d'optimisation combinatoire

Parmi les problèmes les plus importants de l'optimisation combinatoire, on trouve le problème de voyageur de commerce noté TSP (Traveling Salesman Problem) ainsi que son extension qui est le problème de tournée de véhicule noté VRP (Vehicle Routing Problem) qui est le nom générique le plus fréquemment utilisé dans la littérature scientifique.

Dans une de ses forme les plus simples, on a un ensemble de n clients qui demandent un bien en quantité q_i ($i = \overline{1, n}$). Pour satisfaire ces demandes, on dispose d'un véhicule de capacité Q qui doit se réapprovisionner à partir d'un dépôt unique. Connaissant les

distances entre chaque paire de clients et entre le dépôt et les clients, on cherche des tournées de longueur totale minimale telles que la quantité à livrer de chaque tournée soit au plus égale à Q .

Le problème de tournées de véhicules n'est qu'une variante et extension du problème du voyageur de commerce.

3.3 Complexité algorithmique

La théorie de la complexité s'intéresse à l'étude formelle de la difficulté des problèmes en informatique. Elle est basée les travaux d'Edmonds [15] et de Cook [13].

L'objectif est de calculer la complexité d'un algorithme, et d'obtenir un ordre de grande grandeur du nombre d'opérateurs élémentaires nécessaires pour l'algorithme fournisse la solution du problème à l'utilisateur. Ceci permet de comparer la performance des algorithmes indépendamment des caractéristiques de la machine ou du langage utilisé. Les travaux théoriques dans le domaine ont permis d'identifier différentes classes de problème en fonction de la complexité de leurs résolutions [18].

Les classes de complexité ont été introduites pour les problèmes décisionnels, c'est à dire les problèmes posant une question dont la réponse est oui ou non.

Un problème décisionnel peut appartenir à deux classes :

La classe P (Polynomial time) : Contient l'ensemble des problèmes pouvant être résolus de manière exacte par un algorithme de complexité polynomiale.

La classe NP (Nondeterministic polynomial time) : Contient l'ensemble des problèmes dont on peut vérifier qu'une proposition donnée est bien une solution du problème avec un algorithme de complexité polynomiale. Les problèmes les plus difficiles de NP définissent la classe des problèmes NP-Complet [24].

Un problème est **NP-Complet** si n'importe quel autre problème de NP peut être transformé en le problème par une procédure polynomiale.

Nous distinguons également dans la classe NP, la classe **NP-Difficile**. Ce sont les problèmes d'optimisations combinatoires dont le problème de décision associé est NP-Complet.

3.4 Problème du voyageur de commerce

le problème du voyageur de commerce (PVC), mieux connu sous le nom de *Traveling Salesman Problem* (TSP), est un des problèmes les plus étudiés en recherche Opérationnelle. Effectivement, il est à la base de tous les problèmes de tournées et a une multitude d'applications réelles. Ce problème consiste à trouver le parcours de coût

minimum (distance, temps,...etc) qui visite toutes les villes une et une seule fois tout en revenant au point de départ [2].

En théorie des graphes, le PVC consiste à chercher le cycle hamiltonien de coût minimum dans un graphe complet $G = (X, U)$ valué.

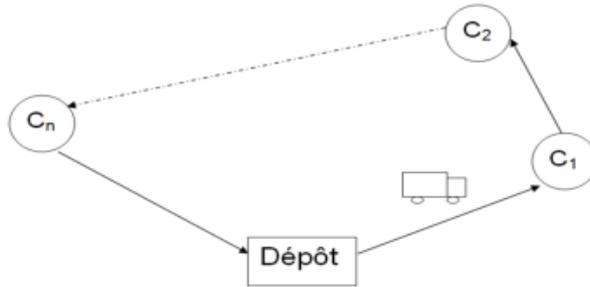


FIGURE 3.5 – PVC

3.4.1 Formulation mathématique

Soit $G = (X, U)$ un graphe, où $X = \{1, 2, \dots, n\}$ est l'ensemble des sommets et $U = \{(i, j)/i \in X, j \in X\}$ celui des arcs (ou arêtes si le graphe est non orienté). Dantzig et al en 1954 ont proposé une formulation mathématique du PVC, où ils définissent : [2]

- Une variable binaire x_{ij} qui prend la valeur de 1 si l'arc (i, j) est utilisé dans la tournée et 0 sinon,
- C_{ij} , le coût du parcours de l'arc (i, j)

Ainsi nous avons la formulation suivante :

$$\text{Minimiser } Z(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

$$\text{Sc :} \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \quad i = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1; \quad \forall S \subset X; 2 \leq |S| - 1 \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in X; \forall j \in X \quad (3.5)$$

La formule (3.1) est l'objectif du PVC qui est la minimisation de la longueur totale parcourue par le voyageur. Les contraintes (3.2) et (3.3) assurent que le voyageur passe une et une seule fois par chaque sommet (client). La contrainte (3.4) garantit l'élimination de la formation de sous-tour.

Remarque

Bien sûr, dans le PVC on peut remplacer le voyageur par un véhicule, postier ou machine,...et les villes peuvent être remplacées par des clients, foyers, malades...

Le problème du voyageur de commerce peut être interprété comme une tournée de véhicule avec un seul véhicule de capacité supérieure à la totalité de la demande. Ce modèle peut être étendu à un nombre plus grand de véhicules.

3.4.2 Problème des m voyageurs de commerce

Le problème des m voyageurs de commerce ($m - PVC$) est une généralisation du PVC au cas où l'on désire construire m cycles hamiltoniens de coût total minimal ayant un sommet commun (le dépôt). Ce problème peut être considéré comme étant une version simplifiée du VRP où la capacité de chaque véhicule est supérieure à la totalité de la demande (ou considérée infinie) et où les m véhicules sont utilisés [2].

3.5 Problème de tournées de véhicules

Le VRP (Vehicle Routing Problem) a été proposé pour la toute première fois par *Lord Hamilton* en 1859, puis réintroduit par *Dantzig and Ramser* en 1959. Depuis, le VRP a fait l'objet d'études intensives. Le problème de tournées de véhicules n'est qu'une extension classique m-PVC du PVC.

La version basique du VRP s'énonce comme suit : une flotte de véhicules, basée dans un ou plusieurs dépôt(s), doit assurer des tournées entre plusieurs clients (ou villes) ayant demandés une certaine marchandise ou service. L'ensemble des clients visités par un véhicule désigne la tournée de celui-ci et chaque tournée commence et se termine au dépôt. Chaque client doit être desservi une et une seule fois et par un et un seul véhicule. L'objectif du VRP est de minimiser la somme des distances parcourues ou le temps total de parcours des tournées des véhicules tout en satisfaisant la demande des clients [2].

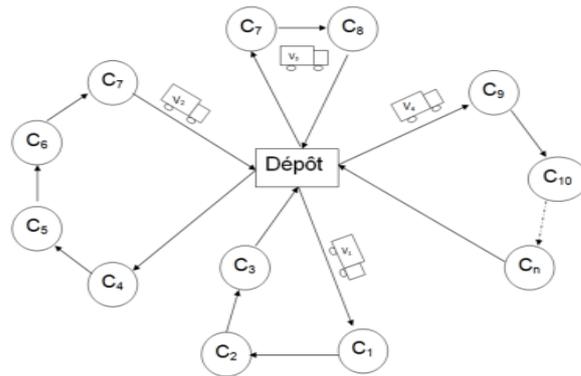


FIGURE 3.6 – VRP

En terme de la théorie des graphes, le VRP peut être défini comme suit : soit $G = (X, U)$ un graphe où $X = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ est l'ensemble des sommets et $U = \{(x_i, x_j) / x_i, x_j \in X, i \neq j\}$ l'ensemble des arcs. Le sommet x_0 représente le dépôt où l'ensemble $X' = X - \{x_0\}$ représente les n villes (ou clients), une flotte de m véhicules identiques de capacité Q est disponible et une matrice de coût ou distance ou encore du temps $C = (C_{ij})_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n}$ est définie sur X . Quand $C_{ij} = C_{ji}$ pour tout $(x_i, x_j) \in U$, le problème devient symétrique, alors on peut remplacer l'ensemble U par un ensemble d'arêtes E , on suppose que $m \in [\underline{m}, \bar{m}]$ avec $\underline{m} = 1$ et $\bar{m} = n - 1$, les véhicules font des collections ou des livraisons mais pas les deux à la fois.

Chaque sommet x_i lui est associée une quantité q_i ($q_0 = 0$) d'une certaine marchandise qui doit être livrée par un véhicule.

Le VRP consiste à déterminer un ensemble m d'itinéraires de capacité minimale commençant par x_0 et se terminant en x_0 , chaque sommet ($x_i \in X'$) est visité une seule fois par un seul véhicule, la quantité totale attribuée à chaque itinéraire ne dépasse pas la capacité Q du véhicule qui assure le service de la route.

On définit une solution du VRP comme étant un ensemble de m routes, $S = \{R_1, R_2, \dots, R_m\}$ avec $R_k = \{x_0, x_{1R_k}, x_{2R_k}, \dots, x_0\}$ où R_k représente un ensemble ordonné de sommets consécutifs représentant l'itinéraire k par conséquent on note $x_i \in R_k$ si x_i est une composante de R_k et de la même manière $(x_i, x_j) \in R_k$ si x_i, x_j sont deux sommets consécutifs dans R_k . Enfin, le coût d'une solution S est défini comme :

$$C(S) = \sum_{k=1}^m \sum_{(i,j) \in R_k} C_{ij}$$

3.5.1 Champs d'application

Les applications du PVC et du VRP sont aussi diverses que variées. Toute entreprise industrielle désire améliorer l'efficacité de sa chaîne logistique, pour assurer une production de biens ou de services au moindres coûts une fluidité d'écoulement de

sa marchandise. En effet, le VRP est un maillon principal dans le domaine de la logistique.

Le VRP fait partie de notre quotidien, à commencer par le ramassage scolaire, ramassage du personnel, ramassage des déchets ménagers, la cueillette de lait frais, la distribution des journaux, de courrier et de denrée alimentaires [19].

En dépit de l'intérêt que porte l'homme à ce problème, à ce jour, il se trouve incapable de résoudre avec exactitude certaines de ses instances. Les grandes instances du VRP s'avèrent difficiles ou complexes, parfois même "impossible", à résoudre avec un ordinateur quelle que soit la puissance de celui-ci.

3.5.2 Paramètres du Problème

Le VRP est caractérisé par le réseau qui le constitue, la clientèle à servir, la flotte de véhicules et la fonction objectif.

Réseau

Le réseau de transport permet la circulation des flux d'individus ou des informations. Il est en quelque sorte le squelette d'un système visant à établir une forme de communication. Il peut être schématisé sous la forme d'un graphe complet, symétrique ou asymétrique. Les sommets représentent les clients, caractérisés par leurs positions géographiques et les arêtes représentent les chemins reliant les différents clients. Sous certaines contraintes, ce graphe peut être orienté.

Clientèle

Le client est caractérisé par sa demande qui peut être une demande d'un service ou de produits (marchandises), ces produits peuvent être d'un seul ou de plusieurs types. La demande totale des clients d'une même tournée ne doit pas excéder la capacité Q du véhicule. Aussi, il est caractérisé par sa position dans l'espace. Enfin la demande peut être déterministe (quantité demandée par le client est fixe et connue par le distributeur) ou incertaine (stochastique).

Flotte de véhicules

Le premier critère de la flotte est sa taille (le nombre des véhicules qui la compose), le second est son homogénéité (les véhicules sont caractérisés par la même capacité d'emport et le même coût de transport) où hétérogénéité (les véhicules ont des capacités d'emport et/ou coût de transport différents).

Fonction objectif

Les objectifs les plus courants sont soit la minimisation du nombre de véhicules utilisés soit la minimisation de la distance totale parcourue par les véhicules. D'autres objectifs peuvent être considérés :

- ✓ Minimisation du temps total du parcours de la tournée, du temps d'attente, du temps du retard, du temps de service ...
- ✓ Minimisation du coût total de la tournée, coût fixe à savoir l'amortissement du matériel (véhicule ou autre), salaire des chauffeurs, frais des véhicules et en coût variable on cite les pénalités liées aux retards notamment pour le VRPTW (problème de tournées de véhicules avec fenêtre de temps).
- ✓ Maximisation du gain engendré par la tournée dans le cas de collecte de produits chez des clients.
- ✓ Maximisation de la qualité de service.
- ✓ Maximisation du chargement des véhicules utilisés pour les tournées.

La variation des paramètres de VRP, la suppression, l'ajout ou la combinaison des contraintes de VRP classique permettent de définir un ensemble de variantes de VRP, que nous présentons par la suite.

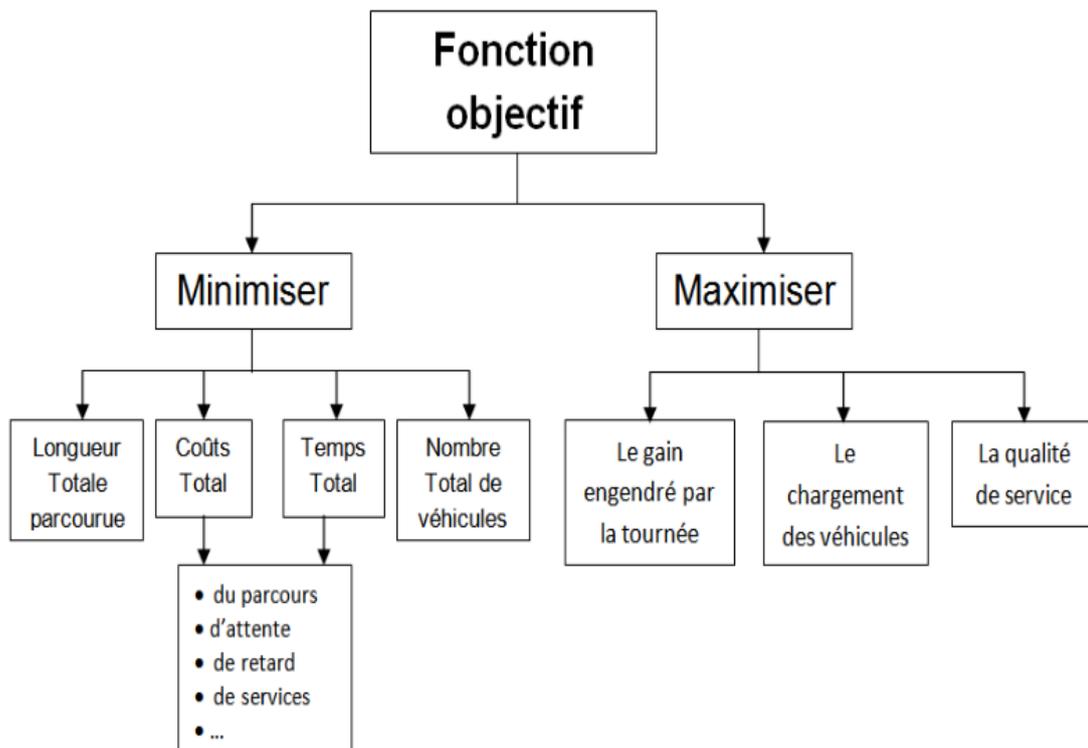


FIGURE 3.7 – Les différentes fonctions objectif du VRP

3.5.3 Formulation mathématique du Problème

De nombreuses formulations mathématiques du VRP classique existent dans la littérature.

Avant d'entamer la formulations, il est nécessaire de définir les paramètres suivants :

- N : Ensemble de clients ;
- n : Nombre de clients ;
- m : Nombre de véhicules ($m \leq n$) ;
- Q_k : Capacité du k^{eme} véhicule ;
- T_k : Temps maximal de la tournée du k^{eme} véhicule ;
- q_j : Demande du j^{eme} client, $q_0 = 0$;
- s_j^k : Durée de sevice du j^{eme} client par le k^{eme} véhicule ($s_0^k = 0$) ;
- t_{ij}^k : Temps nécessaire pour passer du i^{eme} au j^{eme} client ;
- d_{ij} : Distance séparant le i^{eme} et le j^{eme} client ;
- C_{ij} : Le coût de déplacement du i^{eme} au j^{eme} client ;

La formulation mathématique du VRP classique la plus communément utilisée dans la littérature est celle adoptée par *Laporte* [1992], *Rego and Roucairol* [1994], *Toth and Vigo* [2001 a], *Crainic and Semet* [2006]. En effet, elle nécessite la définition de $n \times n \times m$ variables de décision de type binaire, à trois indices, suivantes : [2]

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{si l'arc } (i, j) \text{ est parcouru par le } k^{ieme} \text{ véhicule ;} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Et donc le problème se modélise comme suit :

$$\text{Minimiser } \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n C_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ij}^k \quad (3.6)$$

$$\text{Sc :} \\ \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^m x_{ij}^k = 1 ; \quad j = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m x_{ij}^k = 1 ; \quad i = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^k - \sum_{j=0}^n x_{pj}^k = 0 ; \quad k = 1, \dots, m ; p = 1, \dots, n \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=0}^n q_i \left(\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n x_{ij}^k \right) \leq Q_k ; \quad k = 1, \dots, m \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (s_i^k + t_{ij}^k) x_{ij}^k \leq T_k ; \quad k = 1, \dots, m \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k \leq 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (3.13)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 1 ; \quad \forall S \subset N ; 2 \leq |S| \leq (n - 1) \quad (3.14)$$

$$x_{ij}^k \in \{0; 1\} \quad \forall i = \overline{0, n} ; \forall j = \overline{0, n} ; \forall k = \overline{1, m} \quad (3.15)$$

La formule (3.6) représente la fonction à optimiser ou la fonction objectif du VRP classique. Généralement, l'objectif est de trouver le minimum du coût global des tournées. Les formules de (3.7) à (3.14) représentent les contraintes du problème :

Les contraintes (3.7) et (3.8) assurent que chaque client n'est servi qu'une seule fois et par un et un seul véhicule. La contrainte (3.9) assure la continuité de la tournée : non seulement un véhicule doit passer une et une seule fois chez un client, mais il doit impérativement le quitter une fois le service achevé. La contrainte (3.10) assure que la capacité du véhicule ne sera pas dépassée. La contrainte (3.11) assure que la durée totale d'une tournée ne dépassera jamais sa durée totale maximale. Les contraintes (3.12) et (3.13) assurent le non dépassement de la disponibilité de chacun des véhicules, un véhicule ne sort du dépôt et n'y revient qu'une seule fois. La dernière contrainte (3.14) garantit l'élimination des sous-tours.

3.5.4 Généralisation du Problème de tournées de véhicules

À partir du modèle de base, il est possible d'ajouter des contraintes pour arriver à des modèles plus compliqués à savoir : [19]

- * Les livraisons s'organisent en journées de travail d'une durée limitée L et toutes les commandes doivent être livrées dans un laps de temps de K jours; afin d'assurer l'existence d'une solution admissible, il est permis de dépasser la limite de temps L moyennant une pénalité proportionnelle à la durée de dépassement.
- * On dispose d'une flotte hétérogène de véhicules; chacun étant spécifié par sa capacité, son coût fixe et un coût variable d'utilisation dépendant de la longueur du trajet effectué.
- * Le nombre de tournées limitée et on désire minimiser la longueur de la plus grande tournée.
- * Les livraisons s'organisent en K journées de travail et on désire minimiser la durée de la plus longue journée de travail.
- * Les clients spécifient une fenêtre de temps durant laquelle ils peuvent recevoir leurs livraisons. On désire engager un nombre minimum de véhicules pour réaliser l'ensemble des livraisons.

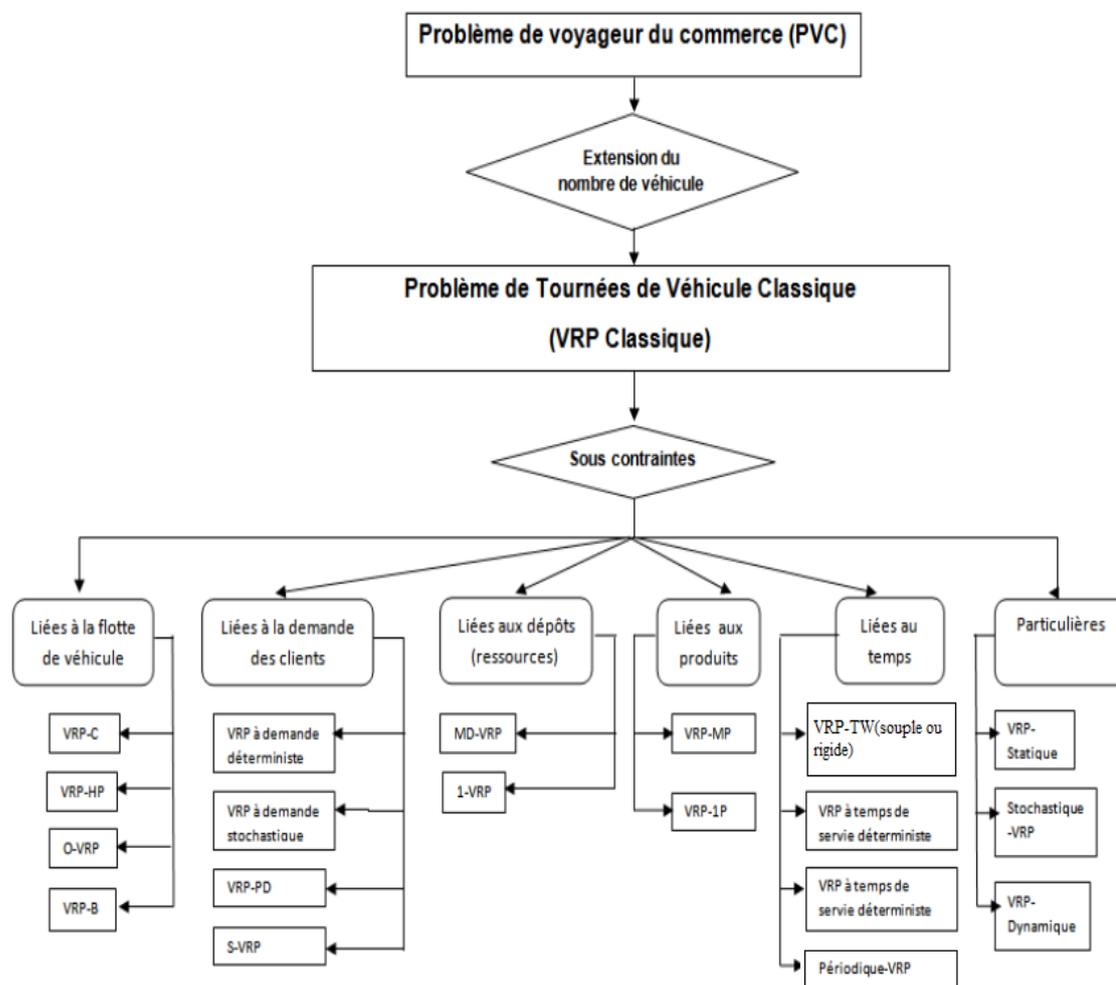


FIGURE 3.8 – Variantes du VRP

3.5.5 Complexité du Problème

Le VRP a été prouvé par Lentig et Rinnooy 1981, comme étant NP-difficile, c'est à dire qu'il n'existe aucun algorithme en temps polynomial pour le résoudre.

La preuve consiste du fait que le VRP peut être réduit à un problème de TSP qui se réduit également au problème de recherche d'un cycle hamiltonien qui est un problème NP-difficile[22].

3.6 Méthodes de résolution

Le VRP appartient au noyau des problèmes de gestion de distribution et a été intensivement étudié.

La recherche des méthodes efficaces de résolution des problèmes de tournées de véhicules a été à l'origine d'importants développements en programmation mathématique et en optimisation combinatoire, par la mise au point, l'analyse et l'implantation d'algorithmes et d'heuristiques plus performants pour résoudre des problèmes plus complexes[22].

Les techniques qui ont été en oeuvre pour résoudre ces problèmes sont réparties en deux catégories principales :

- Les méthodes exactes qui résolvent le problème jusqu'à l'optimalité.
- Les méthodes approchées qui donnent des solutions approchées.

3.6.1 Méthodes exactes

Les méthodes exactes garantissent l'obtention d'une solution optimale au problème. Or, cela exige un temps de calcul important. Ce dernier augmente exponentiellement avec la taille du problème.

Ces méthodes ne peuvent résoudre en temps raisonnable que les instances de taille limitée (en fonction de la nature du problème). Par exemple, la taille maximale des problèmes de VRP résolus dans la littérature avec méthodes exactes n'excède pas 200 clients (Toth et Vigo, 2002)[37].

D'après Laporte et Nobert 1987, Les méthodes exactes pour résoudre le VRP sont généralement :

- Les méthodes de recherches arborescente (Branch and Bound, Branch and Cut,...etc).
- La programmation dynamique.

À cause du succès limité des méthodes exactes beaucoup d'attention a été portée dans la littérature au développement d'algorithmes heuristiques.

3.6.2 Méthodes approchées

Vu la fréquence et récurrence des problèmes d'optimisation combinatoire en pratique, les chercheurs ont été menés à développer des méthodes approchées pour résoudre les problèmes complexes.

Parmi les méthodes approchées, on trouve les méthodes heuristiques et les métaheuristiques qui permettent d'obtenir des solutions de bonnes qualités en des temps raisonnables. La différence entre les deux méthodes c'est qu'une heuristique est spécifique à un problème d'optimisation alors qu'une métaheuristique est un schéma algorithmique général qui peut s'appliquer à différents problèmes d'optimisation[22].

La figure suivante représente un ensemble non exhaustif des différentes méthodes de résolution qui sont utilisées pour les problèmes de tournées de véhicules.

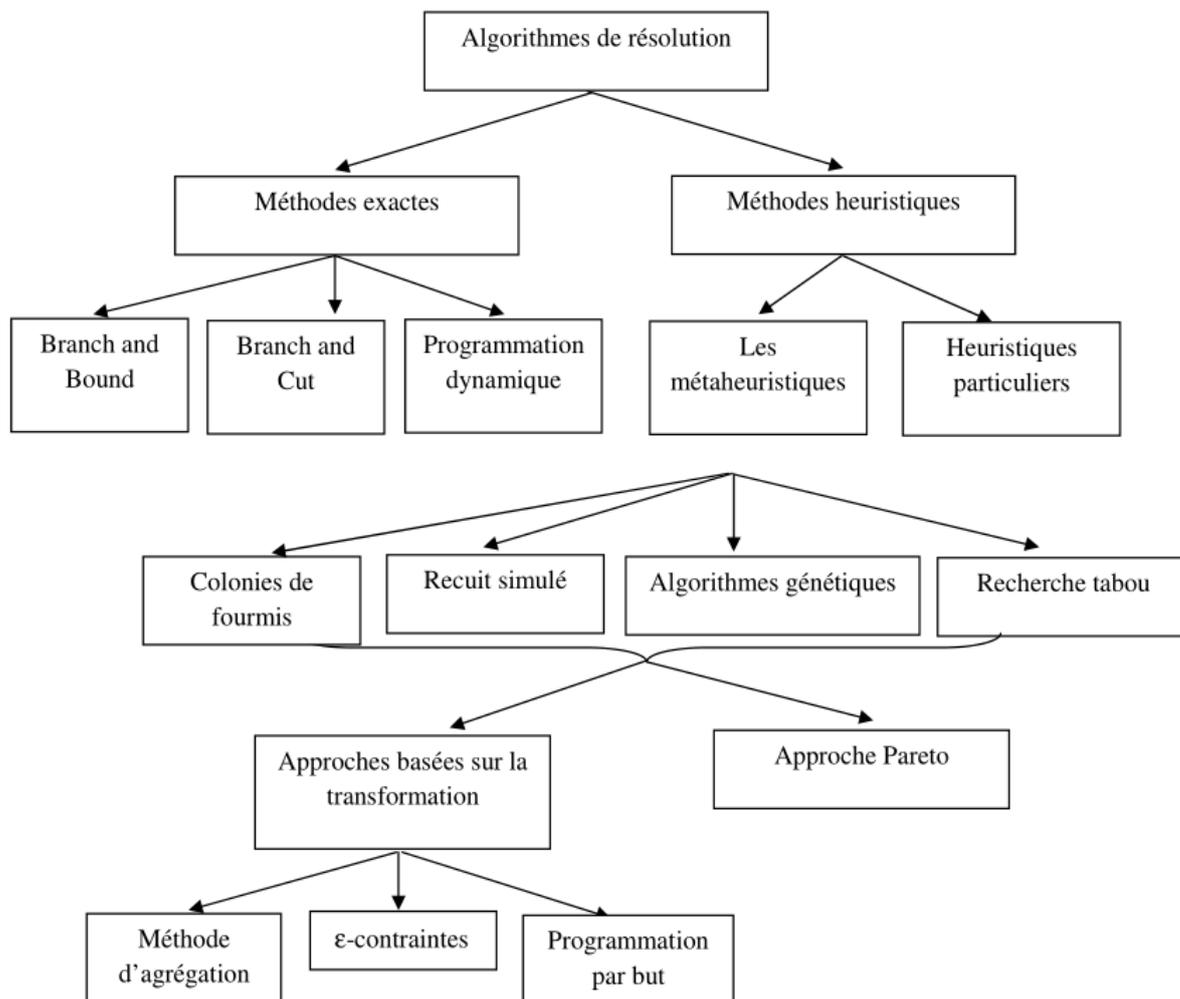


FIGURE 3.9 – Méthodes de résolutions du VRP

3.6.2.1 Heuristiques

Les heuristiques ne garantissent pas l'obtention d'une solution optimale mais fournissent en générale, dans un laps de temps raisonnable et à un coût acceptable, une solution dont les performances sont assez bonnes. Elles constituent donc une alternative intéressante.

Selon le processus de génération de solutions, nous distinguons principalement trois types d'heuristiques :

- * **Les heuristiques de construction** : À fur et à mesure d'itérer le processus, la solution se construit. La solution ne peut être complètement définie qu'à la fin du processus. Par exemple nous citons les algorithmes gloutons, le plus proche voisin ou le plus lointain voisin. La plus connue reste la méthode d'insertion de Clarke and Wright [G.Clarke and J.W.Wright 1964].

- * **Les heuristiques d'amélioration** : Elles nécessitent une solution de départ, qui s'améliore au cours du déroulement de l'algorithme, comme les algorithmes de recherche locale.
- * **Les heuristiques à deux phases** : Elles consistent en premier à générer une ou plusieurs solutions, auxquelles on applique une procédure d'amélioration.

3.6.2.2 Méta-heuristiques

Les Méta-heuristiques sont des stratégies d'exploration du domaine de solutions réalisables à la recherche de la solution "optimale" ou presque. Ce sont des approches guidées intelligemment par l'usage de simples procédures de recherche locale et/ou des processus d'apprentissage complexes de sorte à éviter le bouclage. Elles sont d'ordre général, s'adaptent à tous types de problèmes sans perte d'efficacité.

Comme les heuristiques, les Méta-Heuristiques n'offrent pas de garantie sur l'optimalité, bien qu'on ait pu démontrer la convergence de certaines d'entre elles vers l'optimum global. Non déterministes, elles incorporent souvent un principe stochastique pour surmonter l'explosion combinatoire.

Les méta-heuristiques les plus connues sont :

A. La recherche locale(Hill Climbing)

La recherche locale est une technique en OC pour répondre à des problèmes d'optimisation difficile. De ce fait, il s'agit de trouver une solution qui optimise un critère fixé parmi un ensemble de solutions candidates.

Un algorithme de recherche locale débute par une solution initiale, à partir de celle-ci, l'espace de recherche est exploré de manière à trouver une meilleure solution en se déplaçant dans son voisinage par l'application d'un mouvement ou d'une transformation.

Algorithme général de la recherche locale

Algorithme 1 Recherche locale

Entrées: $x = x_0; x_{op} = x; Z(x_{op}); L;$

- 1: % x_0 : Solution initiale , L : Nombre d'itérations max
 - 2: % x_{op} : Solution optimale
 - 3: % $Z(x_{op})$: Valeur de la fonction objectif
 - 4: % $\Pi(x)$: Voisinage de x
 - 5: **tantque** $nb < L$ **faire**
 - 6: $x' := \Pi(x);$
 - 7: $Z(x');$
 - 8: **si** ($Z(x') < Z(x_{op})$) **alors**
 - 9: $x_{op} := x';$
 - 10: $Z(x_{op}) := Z(x');$
 - 11: **fin**
 - 12: $nb := nb + 1;$
 - 13: **fin tantque**
-

B. Le recuit simulé (Simulated Annealing)

En 1983, Kirkpatrick and al. ont proposé une méthode de résolution itérative tout à fait nouvelle appelée recuit simulé (RS). Comme son nom l'indique, cette méta-heuristique simule une opération de recuit qui est courante. de quoi s'agit-il ?

Un matériel, qui par exemple a subi des déformations, est chauffé afin de lui fournir un haut degré d'énergie susceptible de faire disparaître les tensions internes induites par ces déformations, puis le matériel est refroidi très lentement afin qu'il puisse retrouver progressivement un équilibre, c'est à dire un état stable correspondant à un minimum d'énergie.

i. Température et mécanisme de refroidissement

Au début de la procédure, la température sera élevée afin de fournir beaucoup de liberté de mouvements ceci signifie un grand nombre de possibilité de modifier la solution courante, y compris d'éventuelles détériorations de celle-ci. La température sera ensuite lentement diminuée et conséquemment les dégradations de la solution courante seront plus rarement autorisées. À température basse, il est espéré que la solution courante soit proche de la valeur optimale (état d'énergie minimale) il faudra donc pour ce paramètre essentiel qu'est la température de déterminer une valeur initiale, un mécanisme de refroidissement, et éventuellement une température finale.

Concernant le mécanisme de refroidissement, le plus utilisé est un refroidissement de type progression géométrique : toutes les L itérations, le paramètre température (T) sera multiplié par un facteur de refroidissement inférieur à 1 mais pas trop petit de façon à assurer une décroissance lente de T , ce paramètre peut être fixé aux alentours de 0.9 ou 0.95.

ii. Principe du recuit simulé

Le principe du recuit simulé est de parcourir de manière itérative l'espace des solutions, on part d'une solution notée x initialement générée d'une manière aléatoire (ou trouvée à l'aide d'une autre méthode approchée) qui correspond à une énergie initiale $Z(x)$ et une température initiale T_0 , généralement élevée.

A chaque itération de l'algorithme un changement s'effectue sur la solution. Cette solution x' fait varier l'énergie du système, $\Delta Z = Z(x') - Z(x)$. Si cette variation est négative (La nouvelle solution améliore la fonction objectif) et permet de diminuer l'énergie du système, elle est acceptée. Sinon, elle sera acceptée avec la probabilité de Boltzmann calculée comme suit : $p = \exp(\frac{-\Delta Z}{T})$.

La particularité que présente la méthode du recuit simulé par rapport aux autres méthodes d'exploration locale, qui n'admettent que des solutions meilleures, est qu'une solution moins bonne peut être acceptée avec une probabilité définie par la règle dite Métropolis suivante :

Un nombre $u \in [0, 1]$ est comparé à p et si $u \leq p$ la nouvelle solution est acceptée.

On constate qu'à haute température, la probabilité u est voisine de 1, par conséquent, tous les mouvements sont acceptés. Et à basse température, u est voisine de 0. Alors, la plupart des mouvements désavantageux sont refusés. Mais à température intermédiaire, l'algorithme autorise de temps en temps, des transformations qui dégradent la fonction objectif.

Le fonctionnement du critère de *Métropolis* est interprété comme suit :

- Si $\Delta Z < 0$, alors $p \simeq 1$, tout voisin est systématiquement accepté.
- Si $\Delta Z > 0$, $T \ll 0$, une dégradation à peu de chance d'être acceptée.

iii. Critère d'arrêt

Afin de terminer la procédure du recuit simulé, il existe des critères d'arrêt statiques et simples :

- Soit fixé un nombre d'itérations.
- Soit de manière équivalente, compte tenu de la température initiale et du mécanisme de refroidissement, une température finale.

Il est cependant préférable un critère dynamique qui évolue si la fonction n'a plus tendance à diminuer (le système est effectivement solidifié ou gelé).

iv. Algorithme général du recuit simulé

Algorithme 2 Recuit simulé

Entrées: $x = x_0$; $Z = Z(x)$; $x_{op} = x$; $Z(x_{op})$; $T = T_0$; L ; T_f ; a ;

```

1: %  $x_0$  : Solution initiale ,  $L$  : Nombre d'itérations max
2: %  $x_{op}$  : Solution optimale
3: %  $Z(x_{op})$  : Valeur de la fonction objectif
4: %  $\Pi(x)$  : Voisinage de  $x$ 
5: %  $T_0$  : Température initiale,  $T_f$  : Température finale
6: tantque  $T > T_f$  faire
7:   tantque  $nb < L$  faire
8:      $x' := \Pi(x)$ ;
9:      $Z(x')$ ;
10:     $\Delta Z = Z(x') - Z(x)$ ;
11:    si ( $\Delta Z < 0$ ) alors
12:       $x := x'$ ;
13:       $Z(x) := Z(x')$ ;
14:      si ( $Z(x) < Z(x_{op})$ ) alors
15:         $x_{op} := x'$ ;
16:         $Z(x_{op}) := Z(x')$ ;
17:      finsi
18:    sinon
19:       $u \in [0, 1]$ ;
20:       $p = \exp(-\frac{\Delta Z}{T})$ ;
21:      si ( $u \leq p$ ) alors
22:         $x := x'$ ;
23:         $Z(x) := Z(x')$ ;
24:      finsi
25:    finsi
26:     $nb := nb + 1$ ;
27:  fin tantque
28:   $T := a.T$ ;
29: fin tantque

```

C. recherche Taboue (Tabu search)

La recherche tabou (RT) est une autre méta-heuristique de recherche locale qui tente de remédier au fait de rester bloqué dans un optimum local. La méthode RT utilise donc aussi un voisinage de solution courante.

Il est possible que la nouvelle solution soit moins bonne que la solution courante, au cours de la procédure, la meilleure solution générée est enregistrée, ainsi que sa valeur.

i. Principe de fonctionnement

Une grande différence avec le RS est qu'il n'y a plus à chaque itération un tirage aléatoire d'une solution dans le voisinage, mais bien une optimisation au sein du voisinage. Cependant, comme la taille de celui-ci est généralement trop grande, que pour réaliser rapidement cette optimisation c'est un sous voisinage qui est considéré.

Toutefois, afin d'éviter de rester bloqué dans un minimum local, l'idée de base est de ne pas permettre de revenir aux solutions obtenues lors des dernières itérations, elles sont donc déclarées TABOU.

ii. Liste tabou

Il est déjà mentionné que la liste tabou est l'élément central de la recherche tabou. Elle représente une mémoire à courte durée (court terme) pour le cycle de prévention, elle devient généralement une quantité d'informations ou de mouvements interdits.

La liste tabou est géré comme une file d'attente avec une discipline FIFO (First in, First Out). Si la liste est pleine, le plus ancien mouvement sort de la liste et perd son statut TABOU, Mais par contre, le mouvement interdit prend place en haut de la liste. Cette liste tabou a donc pour objectif d'interdire en sens inverse les mouvements effectués durant les premières itérations.

iii. Critère d'arrêt

Comme pour la méthode de recuit simulé, la procédure de la recherche tabou peut être arrêté :

- Soit de manière statique après un nombre fixé d'itérations.
- Soit de manière dynamique, si pendant K itérations successives, la valeur de la fonction objectif n'a diminué que de $\epsilon\%$.

iv. Algorithme général de Recherche tabou

Algorithme 3 Recherche Tabou

Entrées: $x = x_0; Z = Z(x); x_{op} = x; Z(x_{op}); L; T = \emptyset;$

- 1: % x_0 : Solution initiale , L : Nombre d'itérations max
 - 2: % x_{op} : Solution optimale
 - 3: % $Z(x_{op})$: Valeur de la fonction objectif
 - 4: % $\Pi(x)$: Voisinage de x
 - 5: % T : Liste tabou
 - 6: **tantque** $nb < L$ **faire**
 - 7: $x' := \Pi(x);$
 - 8: $Z(x');$
 - 9: $x := x';$
 - 10: $Z(x) := Z(x');$
 - 11: **si** $(Z(x') < Z(x_{op}))$ **alors**
 - 12: $x_{op} := x';$
 - 13: $Z(x_{op}) := Z(x');$
 - 14: **fin**
 - 15: $T := T \cup x';$
 - 16: **fin tantque**
-

D. Algorithmes génétiques

les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation s'appuyant sur des techniques dérivées de la génétique et des mécanismes d'évolution de la nature : croisement, mutations, sélections, etc.

i. Présentation de la méthode

dans la nature, les êtres vivants croisent et interagissent les uns avec les autres. Chaque individu est caractérisé par un génotype indépendant de l'environnement où il vit. Les opérateurs génétiques fonctionnent au niveau génotypique tandis que le mécanisme de sélection opère au niveau phénotypique (le phénotype d'un individu est l'ensemble des traits caractéristiques d'un individu, alors que le génotype est le codage de ces traits en gènes). Les algorithmes génétiques sont à la base des algorithmes d'optimisation stochastiques, mais peuvent également servir pour l'apprentissage automatique, par exemple. les principes fondamentaux des algorithmes génétiques dans le cadre de l'optimisation mathématique ont été développés entre 1960 et 1970 par John Holland. [13].

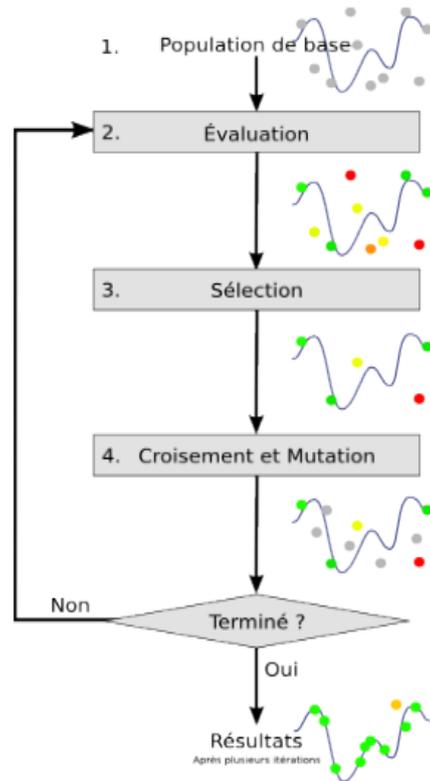


FIGURE 3.10 – Schéma d’un algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont directement inspirés du concept de sélection naturelle élaboré par Charles Darwin en 1859. Le vocabulaire employé, calqué sur celui de la génétique, comporte des termes tels que : individus (solutions potentielles), population, gènes(variables), chromosomes, parents, enfants, sélection, survie, croisement, mutation. S’il n’existe pas de preuve générale de l’efficacité des algorithmes génétiques, il est par contre aisé de constater l’efficacité de la sélection naturelle dans le monde vivant.

En effet, il est clair que l’évolution a permis l’émergence d’organismes étonnamment adaptés à leur environnement. Les algorithmes génétiques tirent leur puissance de ces mécanismes d’évolution naturelle, qui sont rappelés ci-après.

ii. Principe de la méthode

L’algorithme génétique (AG) est un algorithme de recherche basé sur les mécanismes de la sélection mutuelle et de la génétique. Il combine une stratégie de ”survie des plus forts” avec un échange d’information aléatoire mais structuré. Pour un problème pour lequel une solution est inconnue, un ensemble de solutions possibles est créé aléatoirement. On appelle cet ensemble la population. Les caractéristiques (ou variables à déterminer) sont alors utilisées dans des séquences de gènes qui seront combinées avec d’autres gènes pour former des chromosomes et par après des individus. Chaque solution est associée à un individu, et cet individu est évalué et classifié selon sa ressemblance avec la meilleure, mais

encore inconnue, solution au problème. Il peut être démontré qu'en utilisant un processus de sélection naturelle inspirée de Darwin, cette méthode convergera graduellement à une solution. Comme dans les systèmes biologiques soumis à des contraintes, les meilleurs individus de la population sont ceux qui ont une meilleure chance de se reproduire et de transmettre une partie de leur héritage génétique à la prochaine génération. Une nouvelle population, ou génération, est alors créée en combinant les gènes des parents. On s'attend à ce que certains individus de la nouvelle génération possèdent les meilleures caractéristiques de leur deux parents, et donc qu'ils seront meilleurs et seront une meilleure solution au problème.

Le nouveau groupe (la nouvelle génération) est alors soumis aux mêmes critères de sélection, et après génère ses propres rejetons. Ce processus est répété plusieurs fois, jusqu'à ce que tous les individus possèdent le même héritage génétique. Les membres de cette dernière génération, qui sont habituellement très différents de leurs ancêtres, possèdent de l'information génétique qui correspond à la meilleure solution au problème.

E. Optimisation par essais de particuliers

L'optimisation par Essaim de particule (OEP) ou bien (PSO Particle swarm optimization), a été inventée par Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et James Kennedy (socio-psychologue) en 1995. Au départ J. Kennedy et R. Eberhart cherchaient à simuler la capacité des oiseaux à voler de façon synchrone et leur aptitude à changer brusquement de direction tout en restant en une formation optimale. Le modèle qu'ils ont proposé a ensuite été étendu en un algorithme simple et efficace d'optimisation.

L'OEP est une technique utilisée pour explorer l'espace de recherche d'un problème quelconque pour trouver l'ensemble des paramètres qui maximise/minimise un objectif particulier. Cet objectif est atteint en suivant un algorithme dédié que l'on verra par la suite.

i. les éléments de la PSO

Pour appliquer la PSO il faut définir un espace de recherche constitué de particules et une fonction objectif à optimiser. Le principe de l'algorithme est de déplacer ces particules afin qu'elles trouvent l'optimum [9].

Chacune de ces particules est dotée :

- D'une position, c'est-à-dire ses coordonnées dans l'ensemble de définition.
- D'une vitesse qui permet à la particule de se déplacer. De cette façon, au cours des itérations, chaque particule change de position. Elle évolue en fonction de son meilleur voisin, de sa meilleure position, et de sa position précédente. C'est cette évolution qui permet de tomber sur une particule optimale.
- o D'un voisinage, c'est-à-dire un ensemble de particules qui interagissent directement sur la particule, en particulier celle qui a le meilleur critère.

A tout instant, chaque particule connaît :

- Sa meilleure position visitée. On retient essentiellement la valeur du critère calculée ainsi que ses coordonnées.
- La position du meilleur voisin de l'essaim qui correspond à l'ordonnement optimal.
- La valeur qu'elle donne à la fonction objectif car à chaque itération il faut une comparaison entre la valeur du critère donnée par la particule courante et la valeur optimale.

On se rend compte, en accord avec Maurice Clerc et Patrick Siarry , que l'évolution d'une particule est finalement une combinaison de trois types de comportements : égoïste (suivre sa voie suivant sa vitesse actuelle), conservateur (revenir en arrière en prenant en compte sa meilleure performance) et panurgien (suivre aveuglement le meilleur de tous en considérant sa performance). On voit alors que la bio-inspiration à l'origine de l'optimisation par essaim particulaire ressort dans l'algorithme sous la forme d'une intelligence collective :

Coordination du groupe, instinct individuel et interaction locale entre les individus (grognements, phéromones...).

ii. Notion de voisinage

Le voisinage d'une particule est le sous-ensemble de particules de l'essaim avec lequel il a une communication directe. Ce réseau de rapports entre toutes les particules est connu comme la sociométrie, ou la topologie de l'essaim [9].

Il existe deux principaux types de voisinage :

- Les voisinages géographiques : les voisins sont considérés comme les particules les plus proches. Cependant, à chaque itération, les nouveaux voisins doivent être recalculés à partir d'une distance prédéfinie dans l'espace de recherche. C'est donc un voisinage dynamique.

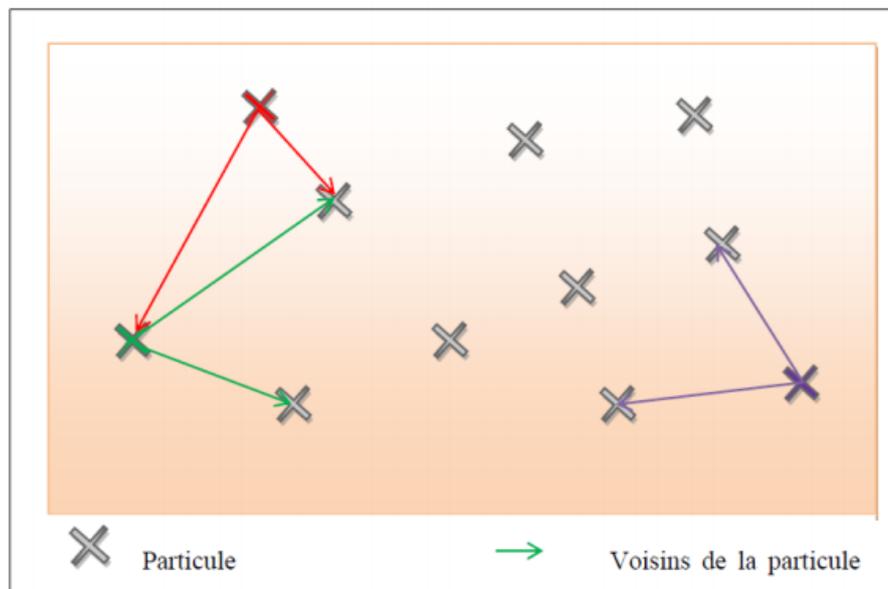


FIGURE 3.11 – Un voisinage géographique

Dans cet exemple, le voisinage de la particule est composé des deux particules les plus proches.

- Les voisinages sociaux : les voisins sont définis à l'initialisation et ne sont pas modifiés ensuite. C'est le voisinage le plus utilisé, pour plusieurs raisons :
 - ◊ Il est plus simple à programmer.
 - ◊ Il est moins coûteux en temps de calcul.
 - ◊ En cas de convergence, un voisinage social tend à devenir un voisinage géographique.

Pour ce faire, on dispose (virtuellement) les particules en cercle puis, pour la particule étudiée, on inclut progressivement dans ses informatrices, d'abord elle-même, puis les plus proches à sa droite et à sa gauche, jusqu'à atteindre la taille voulue.

On peut aussi choisir les informatrices au hasard.

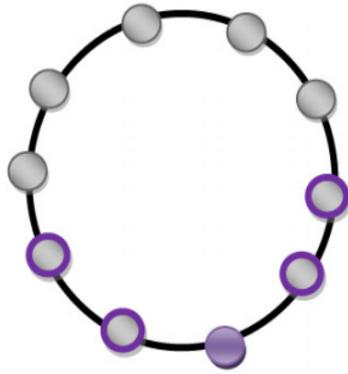


FIGURE 3.12 – Un voisinge en cercle

Dans cet exemple, la particule principale est en bas et ses informatrices correspondent au deux particules directement à sa droite et à sa gauche.

iii. Principe de fonctionnement

L'algorithme de base de la PSO travaille sur une population appelée essaim de solutions possibles, elles-mêmes appelées particules. Ces particules sont placées aléatoirement dans l'espace de recherche de la fonction objectif [9].

À chaque itération, les particules se déplacent en prenant en compte leur meilleure position (déplacement égoïste) mais aussi la meilleure position de son voisinage (déplacement panurgien). Dans les faits, on calcule la nouvelle vitesse à partir de la formule suivante :

$$V_{k+1} = c_1 V_k + c_2(\text{bestparticule} - \text{positionparticule}) + c_3(\text{bestvoisin} - \text{positionparticule})$$

Où :

V_{k+1} et V_k sont les vitesse de la particule aux itérations k et $k + 1$.

bestparticule est la meilleure position de la particule.

bestvoisin est la meilleure position de son voisinage à l'itération k .

positionparticule est la position de la particule à l'itération k .

c_1 , c_2 , c_3 sont des coefficients fixés, c_2 est généré aléatoirement à chaque itération et en général $c_3 = c_2$.

On peut ensuite déterminer la position suivante de la particule grâce à la vitesse que l'on vient de calculer :

$$X_{k+1} = X_k + V_{k+1}$$

Où :

X_k est la position de la particule à l'itération k .

On génère X_0 et V_0 au début de notre algorithme.

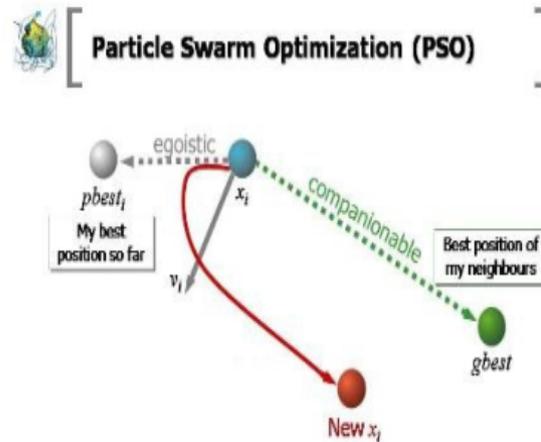


FIGURE 3.13 – Compromis entre deux déplacements possibles

Conclusion

Les problèmes de tournées sont malgré de nombreuses années de recherche un sujet d'actualité qui passionne toujours les chercheurs. Suite à la lecture de ce qui a été dit précédemment, il est possible de conclure qu'autant les problèmes de tournées de véhicules que le problème de voyageur de commerce sont encore très présents dans la littérature. Par contre, la littérature laisse entrevoir une légère tendance vers les problèmes de tournées de véhicules qui sont plus complexes à résoudre. Par ailleurs, de nouveaux problèmes font surface grâce à l'ajout de contraintes supplémentaires, tel est le cas étudié dans ce mémoire. Ces contraintes permettront de se rapprocher de plus en plus de la réalité. En ce qui concerne les algorithmes utilisés, ils sont très diversifiés. L'utilisation d'algorithmes exacts se fait de plus en plus rare, on se penche vers les heuristiques de construction et les méta-heuristiques.

Finalement, il est possible d'affirmer que la recherche sur les problèmes de tournées continuera sans aucun doute à performer et à s'améliorer au cours des années futures.

Chapitre

4

MODÉLISATION

*"Il a bien fallu qu'à un moment donné
quelque chose surgisse du néant"*
[Le jardin d'Eden]

La modélisation constitue une phase primordiale dans la résolution des problèmes rencontrés dans la pratique. L'objectif de cette étape est de traduire mathématiquement un problème du monde réel de sorte à le rendre réalisable du point de vue de l'effort calculatoire. Les propriétés du problème, les facteurs l'influençant et leurs relations sont représentés par un modèle mathématique constitué d'un ensemble de symboles et d'expressions. Les variables de décisions représentent les propriétés des différentes alternatives de décisions. La qualité d'une alternative est calculée en utilisant une fonction objectif. Toutes les restrictions sur le problème et ses variables sont exprimées par un ensemble de contraintes.

Notre but lors de cette modélisation est de représenter de la manière la plus fidèle possible la problématique de la Fromagerie Bel Algérie.

Le présent Chapitre décrit comment le problème a été structuré. Les variables posées seront expliquées ainsi que les paramètres utilisés dans le but d'atteindre au mieux l'objectif ciblé.

Pour ce faire, nous allons suivre les étapes suivantes :

- ✓ Formulation mathématique du problème.
 - Identification des indices, variables, et données du problème.
 - Établissement des contraintes du modèle.
 - Établissement des objectifs de l'entreprise.
 - Modèle mathématique.
- ✓ Évaluation du modèle.
 - Nombre de variables.
 - Nombre de contraintes.

4.1 Formulation mathématiques

De manière formelle, pour représenter le présent problème, on fait appel aux graphes, ceux-ci étant, par définition, adaptés pour représenter les réseaux. Le présent problème qui est considéré comme étant un problème de tournées de véhicules est modélisé sur un graphe orienté valué $G = (V, U, C)$ avec :

- $V = \{0, 1, \dots, n\}$ qui désigne l'ensemble des sommets,
 - 0 représente le dépôt où est positionnée l'ensemble de la flotte ;
 - $\{1, \dots, n\}$ modélisent l'ensemble des clients.
- $U = \{(i, j)/i, j \in V, i \neq j\}$ l'ensemble des arcs correspondant aux routes qui relient les différents clients ;

- $C = \{(C_{ij}) : i, j \in V\}$ une matrice asymétrique qui définit pour chaque arc (i, j) un coût de traversée qui est interprété comme le temps de parcours entre le client i et j .

Concrètement, un nœud dans notre graphe peut désigner un dépôt ou un client c'est-à-dire, en quelque sorte, tout endroit qu'un van visite sur son parcours. Un arc (i, j) représente une route, un tronçon de route ou une rue reliant dans les deux sens les clients i et j (voir figure ci-après illustrant un graphe sur un réseau routier reliant les clients à un dépôt).

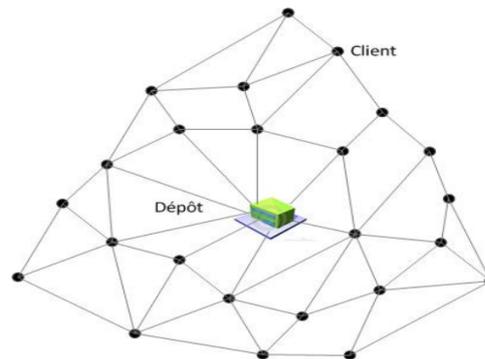


FIGURE 4.1 – Représentation du VRP

4.1.1 Notation et terminologies

Pour simplifier la modélisation, il est important dans un premier temps de définir toutes les notations et les paramètres qui composeront notre modèle mathématique et ce comme suit :

Indices

- i, j : Désignent les clients ou le dépôt (0 représente le dépôt).
- k : Désigne un van.

Paramètres

- I : Le nombre des points de vente (clients).
- K : Le nombre des véhicules (vans).
- q_i : La demande moyenne en poids du client i .
- d_i : La durée moyenne de service chez le client i .
- p_i : Le chiffre d'affaire moyen du client i .
- Q : La capacité maximale en poids de chaque van.
- D : La durée maximale d'une tournée.
- N : Le nombre maximal de clients par tournée.
- C_{ij} : La durée moyenne de déplacement entre le client i et j .
- R : Seuil de rentabilité d'une tournée.

4.1.2 Variables décisionnelles

Nous posons la variable binaire x_{ij}^k qui sera définie comme suit :

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{si le van } k \text{ visite le client } j \text{ juste après le client } i ; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Autrement dit : $x_{ij}^k \in \{0, 1\} \forall i = \overline{0, n}; j = \overline{0, n}; k = \overline{1, K}$

4.1.3 Contraintes

Cette section est destinée à identifier les différentes contraintes auxquelles est soumise l'activité de distribution de Bel Algérie, il est possible de rassembler ces contraintes dans les catégories suivantes :

Contraintes de ressources

Les contraintes de ressources sont les contraintes dont l'origine est imputable aux ressources exploitées par l'entreprise pour mener à bien son activité de distribution. Dans notre cas, l'ensemble de ces ressources concerne d'une part le personnel et d'autre part les vans. S'agissant du personnel, nous rencontrons les contraintes suivantes :

- Le temps de travail des membres du personnel dédiés à la distribution est limité.
- Le nombre de clients que doit visiter un vendeur est en nombre limité.

En ce qui concerne les vans, on trouve qu'on est contraint de respecter que :

- Chaque van a une capacité de chargement en poids limitée,
- Chaque van est rattaché au centre de distribution (dépôt) auquel il doit retourner une fois son service terminé,
- Chaque van se doit d'au moins atteindre un seuil de rentabilité fixé.

Étant le facteur humain présent dans le domaine de distribution, il est élémentaire de comprendre qu'un vendeur a une capacité qu'il ne peut dépasser lors de sa journée de travail et qui implique qu'il ne peut dépasser un certain nombre de clients à visiter et ce pour des raisons purement commerciales. En effet, le temps de travail du personnel est limité et les repas ne sont pas pris au cours de la tournée, on imagine en effet mal une équipe de vendeurs garer un van rempli de produits (argent) pour se rendre tranquillement dans un restaurant.

La contrainte de capacité du van est tout particulièrement spécifique à son chargement journalier c'est-à-dire qu'il ne peut dépasser la capacité en poids du van.

Le fait que chaque van soit attaché au dépôt matérialise ici le fait qu'une tournée débute au dépôt et se termine à celui-ci.

Pour finir, nous allons ajouter une contrainte de rentabilité spécifique à l'activité de vente directe de la fromagerie Bel Algérie. Il s'agit plus précisément du fait qu'une tournée doit au moins rapporter un bénéfice net qui couvre néanmoins les charges du van à savoir les coûts de location, coûts de carburant,...

Contraintes liées au VRP

Ajoutons aux contraintes précédentes, des contraintes spécifiques à notre problème de base soit le problème de tournée de véhicules comme suit :

- Chaque client doit être visité une et une seule fois dans une tournée.
- Continuité d'une tournée.
- Élimination des sous-tours.

Pour le bon service des clients, nous avons consacré deux contraintes qui assurent qu'un client est visité une et une seule fois dans une tournée. En effet, il est facile de comprendre que si un client est visité plus d'une fois dans une même tournée entraînera des coûts supplémentaires.

De ce fait, la contrainte qui assure la conservation des flots sera ajoutée c'est-à-dire qu'elle nous permet de maintenir la continuité d'une tournée en assurant que si un van entre chez le client i , il en convient évidemment d'en ressortir. Enfin, l'ajout de la contrainte éliminant les sous-tours, mathématiquement parlant, elle assure d'éliminer tous les cycles du graphe qui ne passent pas par le dépôt.

4.1.4 Critère d'optimisation

L'objectif premier de ce travail est la minimisation des coûts engendrés par l'activité de distribution. Ces coûts tiennent compte de la durée de déplacement entre les différents clients.

4.1.5 Modèle mathématique

Après avoir présenté la variable de décision, les contraintes et la fonction objectif à minimiser, le programme mathématique se présente comme suit :

$$\text{Minimiser } \sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n \sum_{k=1}^K C_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

Sc :

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K x_{ij}^k = 1; \quad j = 1, \dots, n; \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^K x_{ij}^k = 1; \quad i = 1, \dots, n; \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^k - \sum_{j=0}^n x_{pj}^k = 0; \quad k = 1, \dots, K; p = 1, \dots, n; \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n q_i x_{ij}^k \leq Q; \quad k = 1, \dots, K; \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n (C_{ij} + d_i) x_{ij}^k \leq D; \quad k = 1, \dots, K; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k \leq 1 \quad k = 1, \dots, K; \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq 1 \quad k = 1, \dots, K; \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n p_i x_{ij}^k \geq R; \quad k = 1, \dots, K; \quad (9)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n x_{ij}^k \leq N; \quad k = 1, \dots, K; \quad (10)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 1; \quad \forall S \subset N; 2 \leq |S| \leq (n - 1) \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i = \overline{0, n}; \forall j = \overline{0, n}; \forall k = \overline{1, K} \quad (12)$$

La fonction objectif (1) à minimiser est une somme des coûts reliés à la durée totale de déplacement.

Les contraintes (2) et (3) assurent que chaque client est visité une et une seule fois dans une tournée. La contrainte (4) assurent la continuité des tournées c'est-à-dire, lorsqu'un van k arrive chez le client i , il doit le quitter. les contraintes (5) et (6)

garantissent que la capacité maximale des vans et la durée maximale des tournées soient respectées. Les contraintes (7) et (8) assurent le non dépassement de la disponibilité de chacun des véhicules, un véhicule ne sort du dépôt et n'y revient qu'une seule fois. La contrainte (9) assurent qu'une tournée atteint au moins le seuil de rentabilité. La contrainte (10) garantit que le nombre maximal de clients à visiter dans une tournée soit respecté. La contrainte (11) garantit l'élimination de sous-tours et la dernière contrainte (12) impose que les variables sont bivalentes (0, 1).

4.2 Evaluation du modèle

L'évaluation de la taille du modèle dépend de :

- Nombre de clients $n = 4200$
- Nombre de vans $K = 150$
- Nombre de variables de type x_{ij}^k ce qui nous donne $n(n - 1) \times K$

4.2.1 Nombre de variables

- 4200 variables de type q_i
- 17.640.000 variables de type C_{ij}
- 4200 variables de type d_i
- 4200 variables de type p_i

Total : 17.652.600 variables.

4.2.2 Nombre de contraintes

- $n = 4200$ contraintes de type (2).
- $n = 4200$ contraintes de type (3)
- $n \times K = 630.000$ contraintes de type (4).
- $K = 150$ contraintes de type (5).
- $K = 150$ contraintes de type (6).
- $K = 150$ contraintes de type (7).
- $K = 150$ contraintes de type (8).
- $K = 150$ contraintes de type (9).
- $K = 150$ contraintes de type (10).

Total : 639.300 contraintes.

De ce fait, l'analyse du modèle mathématique du problème posé montre qu'on est en présence d'un problème linéaire bivalents en (0, 1) qui appartient dans notre cas à la classe des problèmes NP-difficile.

Conclusion

Le cas réel présenté dans ce chapitre porte sur la distribution des produits en respectant un ensemble de contraintes induites par les ressources utilisées, le réseau emprunté mais aussi des contraintes liées à l'entreprise. Pour optimiser l'activité ainsi décrite, nous avons lors de ce chapitre pu la modéliser mathématiquement. Le chapitre suivant sera dédié à l'approche de résolution utilisée et aux résultats trouvés.

Chapitre

5

RÉSOLUTION & ANALYSE

*"L'effort ne porte pleinement sa récompense
que lorsqu'on a refusé d'abandonner"*
[Napoleon Hill]

Dans le but de résoudre les problèmes de tournées de véhicules, diverses méthodes ont déjà été présentées dans la section 6 du chapitre 3 portant sur la revue de littérature.

Le présent chapitre qui traite des résolutions et analyses des résultats de l'étude s'articule autour de deux(2) parties :

1. Une première partie relative aux différentes étapes du processus de résolution en l'occurrence :

- Préparations des données d'entreprise.
- Méthode 1 : Heuristique du plus proche voisin (solution de départ) .
- Méthode 2 : Recuit simulé
- Méthode 3 : Optimisation par essais particulière

2. Une deuxième partie relative aux simulations et résultats numériques des trois (3) méthodes définies dans la partie 1 ci-dessous.

Partie 1 : Résolutions

Le problème de tournées de véhicules étant NP-dur, sa résolution par les méthodes exactes exige des temps de calculs prohibitifs pour notre cas qui admet un grand nombre de contraintes et de variables. La complexité croissante de notre problème nous a motivé à mettre au point une heuristique de construction qui tente de trouver une bonne solution à notre problème dans un laps de temps raisonnablement court. Néanmoins, le principal défaut des heuristiques de construction et d'amélioration de tournées présentées au chapitre 3 est leur incapacité d'échapper à des minimums locaux dont la valeur peut être très éloignée de celle d'optimum global.

Afin de remédier à cette situation, de nouvelles méthodes plus générales pouvant surmonter l'obstacle de l'optimalité locale ont été développées au cours des dernières années. Nous citons notamment la méthode du Recuit Simulé et l'optimisation par essais particulière que nous adaptons pour résoudre notre problème.

Dans le chapitre 3 du mémoire, nous avons présenté plusieurs méthodes permettant de résoudre le VRP, ces méthodes sont classées en trois (03) catégories : heuristique gloutonne, métaheuristique à solution unique et métaheuristique à population.

- Heuristique
- Métaheuristique à solution unique
- Métaheuristique à population de solution

Il a été retenu le principe d'appliquer une méthode de chaque catégorie pour effectuer notre résolution et pouvoir comparer au mieux les résultats obtenus par chacune des méthodes.

Nous avons mis au point une heuristique gloutonne basée sur l'adhésion du plus proche voisin et qui construit les tournées pas à pas en s'assurant que toutes les contraintes sont respectées. Cette heuristique a l'avantage d'être facile à implémenter et donne une solution très rapidement, mais ne garantit pas l'optimalité.

C'est pour cette raison que nous avons considéré cette solution comme un point de départ que nous avons injecté dans deux métaheuristicues, l'une à solution unique en l'occurrence, le recuit simulé, l'autre est à population à savoir la PSO.

Nous avons choisi le recuit simulé contrairement à d'autres méthodes de la même catégorie (recherche tabou ou hill climbing) pour la simplicité des choix de ses critères d'arrêts, son efficacité (ne bloque pas dans des optimum locaux) et il n'est pas couteux en point de vue mémoire (ne possède pas de liste Tabou).

En ce qui concerne la PSO, l'avantage qui nous a le plus attiré vers cette méthode en plus de la simplicité de son implémentation et sa politique de génération du voisinage qui est à la fois aléatoire et contrôlée par sa vitesse et son périmètre de recherche, bien sur le PSO ne bloque pas lors d'optimum locaux ce qui nous rapproche de plus en plus vers une optimalité globale complète.

5.1 Préparation des données

5.1.1 Base de données

Pour le besoin de l'étude, une bases de données clients a été mise à notre disposition par l'entreprise, celle-ci comporte les informations suivantes :

- Nom du client,
- Localité,
- Cluster,
- Type du magasin,
- Chiffre d'affaire hebdomadaire,
- Coordonnées GPS.

5.1.2 Matrice de temps

Afin de pouvoir calculer les temps de parcours entre chacune des localisations de notre problème, une matrice de temps a été conçue. Cette matrice contient le temps de parcours entre chaque point de livraison, incluant le dépôt de vente directe sis au Gué de Constantine.

Google Maps a été utilisé afin de déterminer la matrice pour l'ensemble des paires origine-destination du problème. Le logiciel localise chaque client sur une carte géographique à partir de ses coordonnées GPS (latitude- longitude), ce qui donne une bonne approximation des temps de parcours réels.

5.2 Méthode 1 : Heuristique de construction

L'heuristique a été développée afin de construire les routes et déterminer le nombre de tournées et de vans à utiliser. Elle se base principalement sur l'ajout à chaque itération du client qui a le minimum en durée de déplacement avec son précédent. Les étapes de cette heuristique se décrivent comme suit :

1. Initialement, tous les vans sont au dépôt et tous les clients sont à considérer pour la livraison.
2. Ajouter à la première tournée le plus proche client par rapport au précédent.
3. Répéter l'étape 2 jusqu'à vérification de l'un des critères d'arrêts
4. Une fois l'étape 3 terminée, passer à la tournée suivante.
5. Répéter l'étape 4 jusqu'à couverture de tous les clients.
6. Récupérer le CA, la durée et l'ordre de client de chaque tournée.

5.2.1 Critères d'arrêts

L'heuristique de construction a pour critères d'arrêts :

- Le nombre maximal de clients par tournée.
- La durée maximale d'une tournée.

Etant notre modèle mathématique, les contraintes représentant des bornes supérieures sont la capacité du van, nombre maximal de clients par tournée et la durée maximale d'une tournée.

Le choix de nos critères d'arrêts se basent sur les nombreuses sorties terrain que nous avons effectué, ainsi que l'étude des rapports de vente établis par l'entreprise, qui stimule que la capacité du van est nettement plus grande que les demandes journalières des clients.

Algorithme 4 Heuristique du plus proche voisin

Entrées: $nbvan$, $nbclient$, $dureetour$;**Sorties:** $Ensembletournee$

```

1:  $Ensembletournee \leftarrow \Phi$  ;
2: pour  $van = 1$  à  $nbvan$  faire
3:    $tournee \leftarrow \Phi$  ;
4:   pour  $nb = 1$  à  $nbclient$  faire
5:     si Non critère d'arrêt alors
6:        $tournee \leftarrow tournee \cup \{\text{le plus proche client}\}$  ;
7:       Supprimer le client ajouté à la tournée ;
8:     fin si
9:   fin pour
10:   $Ensembletournee = Ensembletournee \cup tournee$  ;
11: fin pour
12: Retourner ( $Ensembletournee$ ) ;
```

Détaillons maintenant l'algorithme d'insertion du plus proche voisin utilisé.

Partant d'un sous tour initial composé uniquement du dépôt. l'heuristique ajoute un à un des clients en sélectionnant celui qui possède la durée de déplacement minimale, et qui sera ensuite ajouté à la tournée. Une insertion d'un client à la tournée n'est réalisé que si elle respecte les contraintes de capacité correspondant au poids des produits à livrer par jour, du nombre maximale de clients à visiter par tournée, de la durée maximale de la tournée ainsi que de la contrainte de rentabilité du van. Si une contrainte n'est pas respectée, on cherche le prochain client le plus près des clients actuels sur la route.

Lorsque l'un des critères d'arrêts est atteint, on passe à la tournée suivante jusqu'à insertion de tous les clients de la base de données.

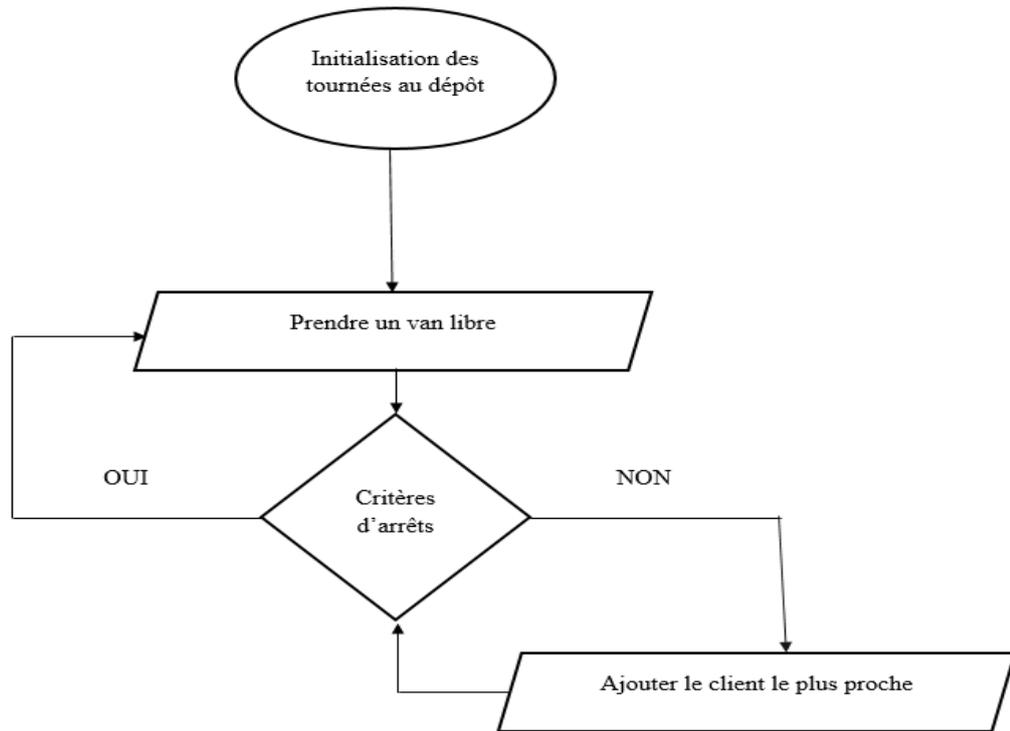


FIGURE 5.1 – Organigramme heuristique de construction

5.3 Méthode 2 :Recuit simulé

L'adaptation de la méthode du recuit simulé définie au chapitre 3, est un processus itératif qui consiste à se déplacer dans l'espace de recherche en minimisant l'objectif considéré en l'occurrence la minimisation de la durée totale des tournées.

Afin d'appliquer cette méthode, nous avons en premier lieu construit une solution de départ réalisable à l'aide de l'heuristique du plus proche voisin de construction cité dans la section précédente. A partir de celle-ci nous avons généré un ensemble de voisins, puis on tire au sort un seul voisin. Celui-ci n'améliore pas forcément la solution contrairement à une méthode de recherche classique.

Un ensemble de voisins correspond à un ensemble de solutions réalisables c'est-à-dire un ensemble de tournées suivant les heuristiques d'amélioration qu'on définira dans les prochaines sections, et qui nous apporte une multitude de solutions réalisables.

Pour déterminer une nouvelle solution, nous avons évalué l'influence de chaque modification sur notre objectif. La "meilleure" modification retenue sera celle qui donne le minimum des durées totales de déplacement.

Il est important de noter que la méthode du recuit simulé permet le déplacement vers une solution voisine même si elle n'améliore pas la fonction objectif et ce, afin de s'éloigner des minimums locaux vers un optimum global. Dans ce cas, on tire un nombre aléatoire 'u' suivant la loi uniforme [0,1] et on calcule la probabilité p à l'aide de la distribution de Boltzman. Si u est inférieur à cette probabilité, la solution trouvée deviendra alors solution courante.

Notons qu'en partant d'une température initiale T_0 , la température diminue à chaque itération suivant un mécanisme de refroidissement qui dépend d'un coefficient $\alpha < 1$.

le critère d'arrêt retenu est donc l'atteinte d'une température finale fixée à T_{stop} .

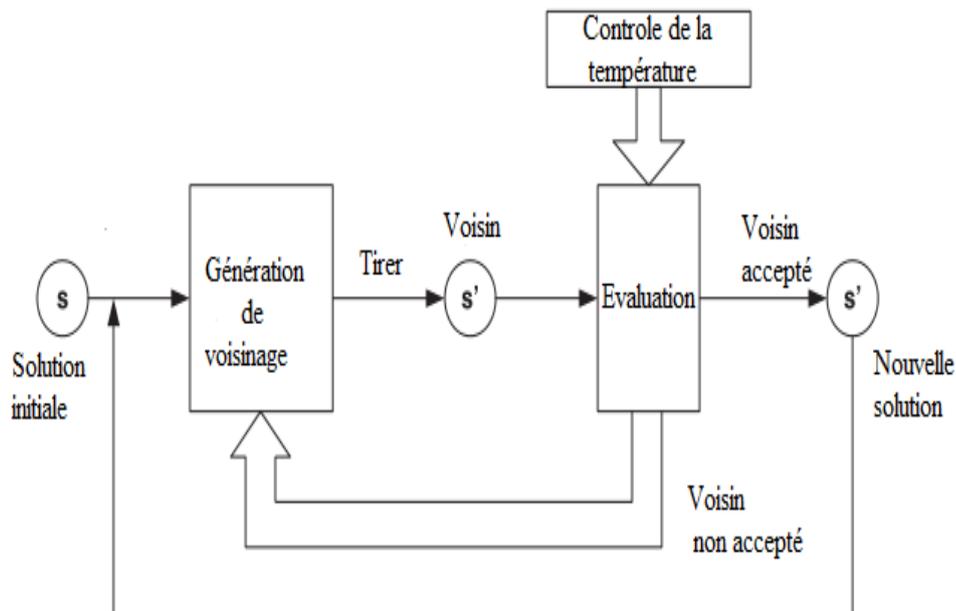


FIGURE 5.2 – Recuit Simulé- Processus de résolution

5.3.1 Génération des voisins

5.3.2 Amélioration individuelle des routes

L'heuristique du 3-opt (Lin 1965) est utilisée pour améliorer individuellement chacune des routes construites par l'heuristique de construction. Ainsi, si la durée totale parcourue pour visiter tous les clients d'une route est inférieurs à celle trouvée auparavant, la route est modifiée. Sinon, aucun changement ne sera apporté à cette route [38].

- ✓ Le 3-opt a été présenté par Lin 1965. Lors du 3-opt les trois arcs suivants sont considérés : (a, b) , (c, d) , (e, f) , ils seront échangés et remplacés de façon à réduire au maximum la durée totale des tournées. Il y a huit façons de reconnecter le tour,

l'une de celles-ci serait de remplacer les arcs initiaux par les arcs (a, d) , (f, b) , (c, e) ce qui est illustré à la figure ci-après. Lorsqu'il n'y aura plus aucune amélioration possible avec l'échange de trois arcs la solution sera appelée 3-optimale. Cet algorithme requiert $O(n^3)$ opérations à chaque itération. Seule la contrainte qui respecte la durée de la tournée sera vérifiée, les autres contraintes n'ont pas à l'être puisqu'elles l'ont été lors de la formation des routes avec l'heuristique de construction.

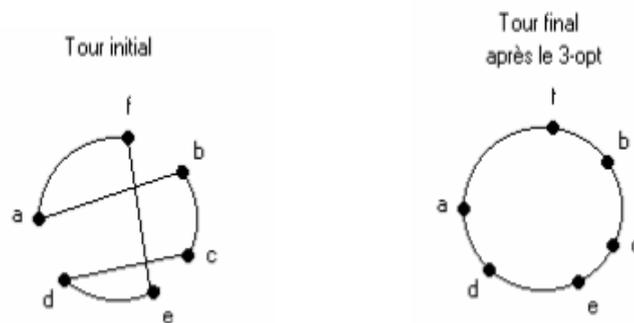


FIGURE 5.3 – Exemple 3-opt

5.3.3 Amélioration collective des routes

Par ailleurs, on a effectué d'autres améliorations en échangeant cette fois ci des clients entre deux tournées. L'heuristique utilisée permet d'améliorer deux routes à la fois. Après avoir sélectionné deux routes, on considère toutes les paires de clients et on teste les échanges comme illustré dans la figure ci-après. Un échange est accepté s'il réduit la durée totale des tournées et respecte toutes les contraintes du modèle mathématique [38].

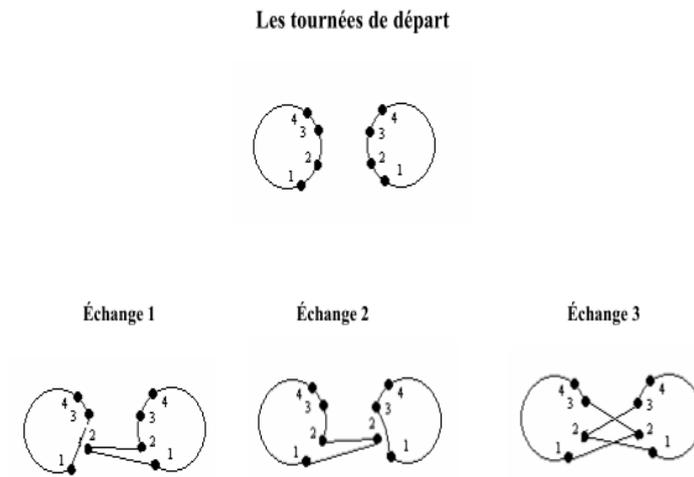


FIGURE 5.4 – Exemple or-opt

5.4 Méthode 3 : Optimisation par essais particuliers

L'optimisation par essais particulière décrite dans le chapitre 3 du présent mémoire, consiste en un essaim de particules. Ces particules coexistent et sont en évolution dans notre espace de recherche, basés sur leurs expérience et le savoir partagés avec le voisinage. Chaque particule possède deux paramètres, la position et la vitesse.

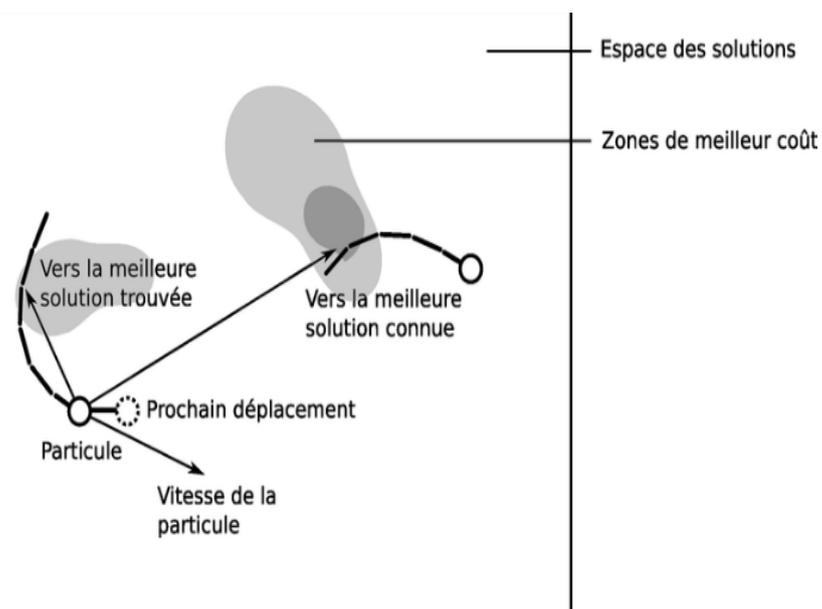


FIGURE 5.5 – Principe de déplacement d'une particule

5.4.1 Configuration de la méthode

Compte tenu de l'heuristique présentée dans la section 2 du présent chapitre, nous avons considéré les résultats obtenus par cette dernière comme notre solution initiale pour l'optimisation par essaim particulaires afin de démarrer d'une solution réalisable.

De ce fait, on a une particule de départ composé d'un ensemble de routes, à laquelle on assigne une position qui sera considéré comme la meilleure position, on évalue la fonction objectif de notre modèle et on initialise la vitesse de la particule.

A partir de la particule de départ, nous allons générer un voisinage en cercle qui inclut progressivement les plus proches clients à sa droite et à sa gauche, de façon à atteindre le total requis. Pour chaque voisin (particule), on tire aléatoirement des coefficients $C2$ et $C3$ pour mettre à jour la vitesse de la particule suivant la formule vue précédemment. On choisira ensuite la meilleure particule en gardant sa position puis on passe à l'itération suivante. Arrivée au critère d'arrêt, nous évaluerons l'ensemble des meilleures solutions tirées à chaque fois et nous ne garderons que la meilleure d'entre elles qui sera l'optimale.

5.4.2 Critère d'arrêt

Il est important de doter la méthode d'une porte de sortie en définissant un nombre maximum d'itérations. Le programme s'arrête alors si et seulement si le nombre maximum d'itération fixé est atteint.

L'algorithme de base de la PSO est très simple :

On note g la meilleure position connue de l'essaim et $f(x)$ la fonction qui calcule le critère de x .

Algorithme 5 Optimisation d'essaims particulaires

```

1: Pour chaque particule :
2: - On initialise sa position ;
3: - On initialise sa meilleure position  $p$  connue comme étant sa position initiale ;
4: - on initialise la vitesse de la particule ;
5: tantque On a pas atteint l'itération maximum ou un critère d'arrêt faire
6:   pour Chaque particule  $i$  faire
7:     On tire aléatoirement  $c_2$  et  $c_3$  ;
8:     On met à jour la vitesse de la particule suivant la formule vue précédemment ;
9:     On met à jour la position  $x_i$  ;
10:    si  $f(x_i) < f(p_i)$  alors
11:      On met à jour la meilleure position de la particule ;
12:    fin si
13:    si  $f(p_i) < f(g)$  alors
14:      On met à jour la meilleure position de l'essaim ;
15:    fin si
16:  fin pour
17: fin tantque
18:  $g$  est l'optimum ;

```

Le principe de l'algorithme peut être plus facilement visualisé grâce à la figure suivante :

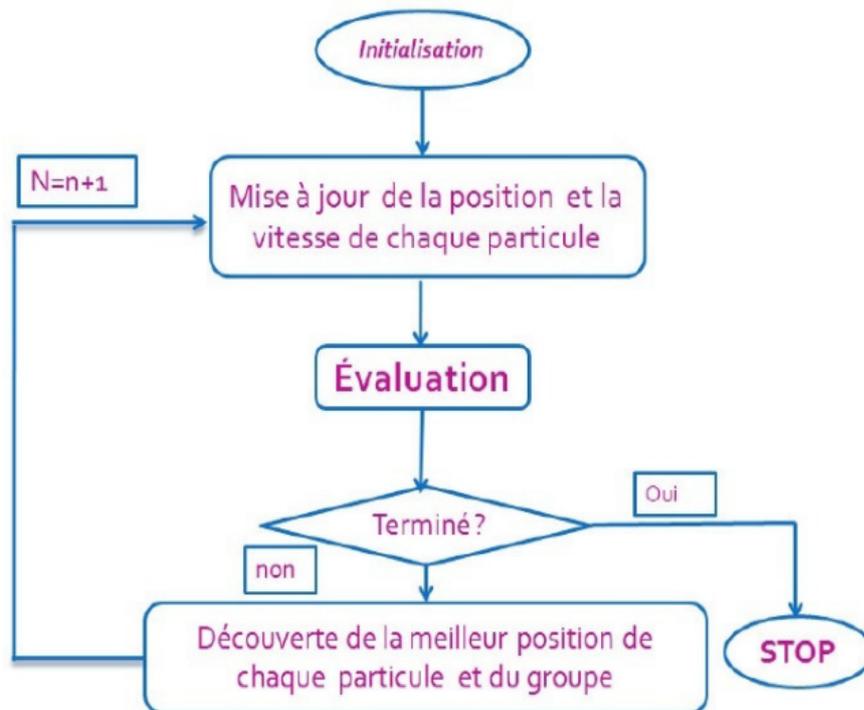


FIGURE 5.6 – Organigramme PSO

Partie 2 : Résultats & Analyse

L'étude a porté sur un échantillon de 587 clients arrêté de concert avec l'entreprise.

Cette population se répartit en :

- 576 clients traditionnels, soit près de 14% du nombre totale de clients de ce secteur qui avoisine 4200.
- 11 clients modernes, soit 2% environs du nombre total de client de ce secteur qui s'élève à 600.

Pour les besoins d'étude, nous avons basé nos simulations essentiellement sur le secteur traditionnel afin de planifier l'ensemble des routes en un minimum de temps.

Les résultats ont été obtenus grâce à une implémentation informatique des trois méthodes faites sur le langage Matlab que nous présenterons dans le chapitre suivant.

5.5 Données d'entreprise

Durant notre stage pratique, nous avons effectué des sorties sur terrain qui nous ont permis à la fois de formuler notre modèle mathématique mais également de récolter les données nécessaire pour les simulations comme suit :

- Nombre totale de client à visiter : 576 clients
- Nombre de van pour assurer la distribution : 4 vans
- Durée maximale d'une tournée : 450 minutes
- Nombre maximal de clients par tournée : 40 clients
- Seuil de rentabilité d'une tournée : 180000 DA
- Capacité du van : 980 kg
- Durée de service chez le client : 8 minutes
- Matrice des coûts, comportant les durées de déplacement entre chaque origine-destination

5.6 Résultats

Ce point traitera pour chacune des trois méthodes retenues et présentées dans la partie 1 ci-dessus les paramètres fixés et les résultats obtenus. En outre, et dans le but de retenir la meilleure méthode qui minimise la durée totale de déplacement, il a été procédé à une comparaison des résultats obtenus par les 3 méthodes conformément à ce qui suit.

5.6.1 Méthode 1 :Heuristique du plus proche voisin

Le tableau 5.1 présente les résultats obtenus par l'heuristique du plus proche voisin.

N° Route	Nombre client	Chiffre d'affaire (DA)	Durée de la route (minutes)
1	40	616.300	364
2	40	614.000	362
3	40	837.000	372
4	40	382.000	387
5	40	445.400	391
6	40	379.500	356
7	40	292.340	382
8	40	488.500	365
9	40	556.500	377
10	40	369.000	450
11	40	356.500	368
12	40	416.500	358
13	40	321.500	382
14	40	356.000	382
15	16	234.500	262
TOTAL :	576	6.565.540	5565

TABLE 5.1 – Routes obtenues par l'heuristique

5.6.2 Méthode 2 : Récuit Simulé

Paramètres :

- Température initiale $T_0 = 1000$
- Température finale $T_f = 10$
- Nombre d'itération $L = 100$
- Coefficient de refroidissement $\alpha = 0.97$

Notons que le coefficient de refroidissement a été fixé à 0.97 pour permettre une meilleure exploration de l'espace de recherche
les résultats sont illustrés dans le tableau 5.2 :

N° Route	Nombre client	Chiffre d'affaire (DA)	Durée de la route (minutes)
1	40	616.300	370
2	40	542.000	420
3	40	834.000	385
4	40	382.000	385
5	40	433.400	390
6	40	379.500	360
7	40	272.000	435
8	40	488.500	340
9	40	563.500	400
10	40	392.000	448
11	40	356.500	380
12	40	412.500	385
13	40	325.500	410
14	40	356.000	390
15	16	215.500	260
TOTAL :	576	6.565.500	5563

TABLE 5.2 – Routes obtenues par le RS

5.6.3 Méthode 3 : Optimisation par essais particuliers

Paramètres :

- Taille de la population $n = 30$
- Nombre d'itérations générale $run = 500$
- Nombre d'itération $L = 100$
- Seuil de tolérance $t = 10^{-6}$

Toutefois, avant d'avoir validé le choix des paramètres cités ci-dessus, une série de tests a été établie pour en choisir les meilleurs.

Le tableau 5.3 donne les résultats obtenus par la PSO

N° Route	Nombre client	Chiffre d'affaire (DA)	Durée de la route (minutes)
1	40	616.300	364
2	40	614.000	362
3	40	837.000	372
4	40	382.000	387
5	40	445.400	391
6	40	379.500	356
7	40	292.340	382
8	40	488.500	365
9	40	556.500	377
10	40	369.000	450
11	40	356.500	368
12	40	416.500	358
13	40	321.500	382
14	40	356.000	382
15	16	234.500	262
TOTAL :	576	6.565.540	5565

TABLE 5.3 – Routes obtenues par la PSO

5.7 Comparaison des résultats obtenus

Méthodes \ Critères	Nombre de routes	Durée totale (min)	Temps d'exécution
Heuristique	15	5565	Négligeable
RS	15	5563	13h
PSO	15	5565	602 secondes

TABLE 5.4 – Tableau comparatif

Compte tenu des spécificités de l'entreprise, la méthode 2 du recuit simulé nous a permis de gagner deux (02) minutes sur la durée totale des tournées comparée aux deux autres méthodes.

Cette différence n'affecte pas conséquemment sur l'échantillon étudié, mais son application sur l'ensemble des clients de la vente directe en donnera une meilleure amélioration.

De ce fait, nous avons retenu la méthode 2 du recuit simulé qui nous a donné la solution la plus optimale pour la résolution de notre problème soit la minimisation de la durée totale des tournées.

5.8 Comparaison des résultats avec ceux de Bel Algérie

L'application des trois méthodes de résolution au niveau d'un échantillon de 576 clients représentant environ 14% de la population totale (4200 clients) a abouti pratiquement aux mêmes résultats en ce qui concerne :

- Le nombre de tournées : 15 tournées pour visiter 40 clients par tournée.
- La durée moyenne d'une route est de l'ordre de 371 minutes, soit 6h11m.

En comparaison avec les résultats de l'entreprise, soit 20 tournées pour desservir la même population de points de ventes, l'application de l'une ou l'autre des trois méthodes retenues permettra un gain de cinq (05) tournées équivalent à un (01) van.

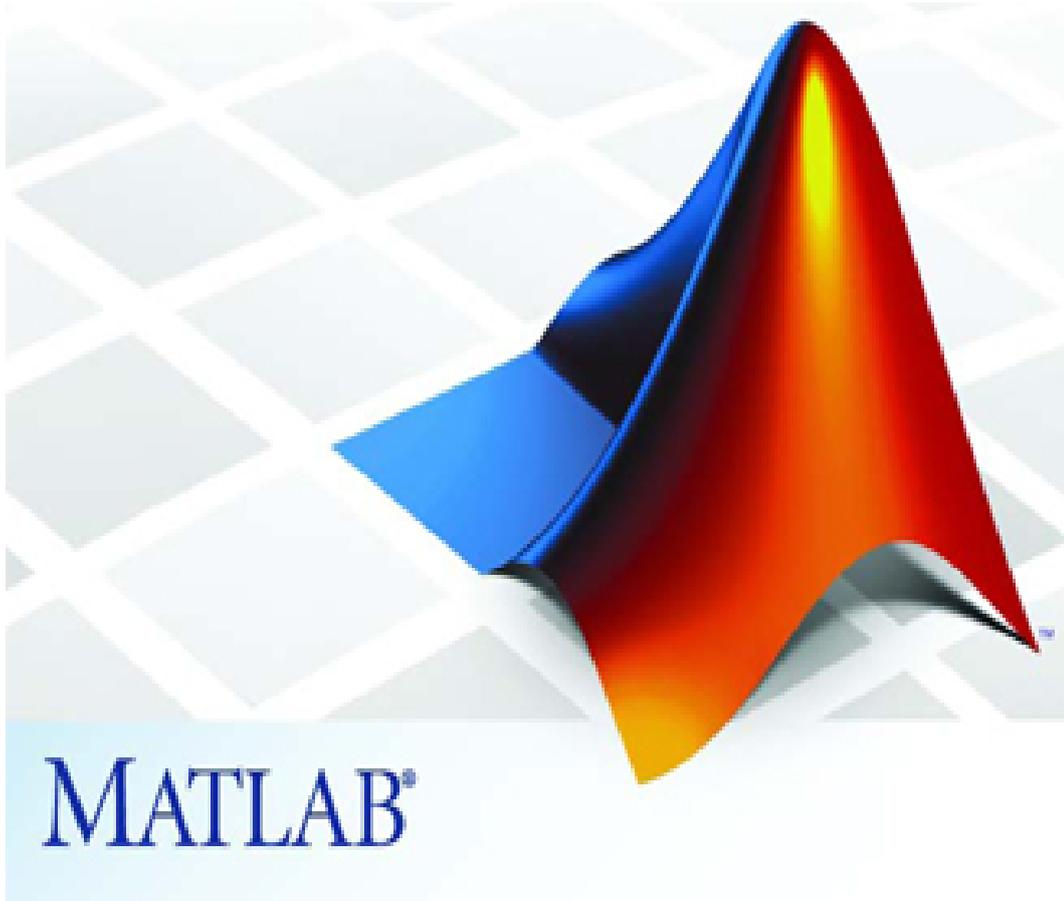
Sur le plan financier, et compte tenu du coût de reviens du van communiqué par la FBA (210.000 DA/mois), notre étude permettra à l'entreprise d'enregistrer un gain estimé à 2.5 million de dinars par ans pour les 576 clients représentant l'échantillon.

Rapporté à l'ensemble des points de ventes, le résultat attendu est évalué à 21 million de dinars par ans équivalent à une réduction du nombre de vans de huit (08).

Chapitre **6**

IMPLÉMENTATION INFORMATIQUE

*"La révolution informatique fait gagner un temps fou aux hommes,
mais ils le passent avec leur ordinateur!"*
[Khalil Assala]



Dans le passé, les mathématiciens et les chercheurs ont longtemps été confrontés à des problèmes volumineux en termes de taille des données, du nombre de variables et du nombre de contraintes dont la résolution pouvait prendre des mois et des mois de calcul. Depuis l'apparition des premiers calculateurs puis de l'outil informatique, la conception de méthodes de résolution rapides et de logiciels performants est devenue possible et de plus en plus accessible, sous plusieurs langages de programmation.

Dans le but de l'optimisation des routes de la vente directe, nous avons réalisé un logiciel qui a été fait avec l'environnement de programmation MATLAB de la société The Mathworks, afin de pouvoir appliquer la méthode du recuit simulé retenue dans le chapitre précédent.

Nous introduisons ce chapitre par une présentation de l'environnement de programmation utilisé et nous finirons par présenter notre solution informatique.

6.1 Présentation du langage

MATLAB, *MATrix LABoratory* est un environnement puissant, complet et facile à utiliser destiné au calcul scientifique. Il apporte aux ingénieurs, chercheurs et à tout scientifique un système interactif intégrant calcul numérique et visualisation. C'est un environnement performant, ouvert et programmable qui permet de remarquables gains de productivité et de créativité.

MATLAB est un environnement ouvert et extensible pour le calcul et la visualisation. Il dispose de plusieurs centaines (voire milliers, selon les versions et les modules optionnels autour du noyau Matlab) de fonctions mathématiques, scientifiques et techniques. L'approche matricielle de MATLAB permet de traiter les données sans aucune limitation de taille et de réaliser des calculs numériques et symboliques de façon fiable et rapide. Grâce aux fonctions graphiques de MATLAB, il devient très facile de modifier interactivement les différents paramètres des graphiques pour les adapter selon nos souhaits.

6.2 Particularités de MATLAB

MATLAB permet le travail interactif soit en mode commande, soit en mode programmation ; tout en ayant toujours la possibilité de faire des visualisations graphiques. Considéré comme un des meilleurs langages de programmations, MATLAB possède les particularités suivantes :

- La programmation facile,
- La continuité parmi les valeurs entière, réelles et complexes,
- La gamme étendue des nombres et leurs précisions,
- La bibliothèque mathématiques très compréhensive,

- L'outil graphique qui inclut les fonction d'interface graphique,
- La possibilité de liaison avec les autres langages de programmation.

Dans MATLAB, aucune déclaration n'est à effectuer sur les nombres. En effet, il n'existe pas de distinction entre les nombres entiers, les nombres réels, les nombres complexes et la simple ou double précision. Cette caractéristique rend le mode de programmation très facile et très rapide.

La bibliothèque des fonctions mathématiques dans MATLAB donne des analyses mathématiques très simples. En effet, l'utilisateur peut exécuter dans le mode commande n'importe quelle fonction mathématique se trouvant dans la bibliothèque sans avoir à recourir à la programmation.

6.3 Présentation de l'application

Le logiciel est destiné à la planification des routes de la vente directe de la Fromagerie Bel Algérie. Il contient trois (03) fenêtres principales :

1. Fenêtre d'accueil
2. Fenêtre de données
3. Fenêtre de résultats et affichage.

Chacune d'elle sera présentée et décrite dans les prochaines sections.

6.3.1 Données d'entrée

Les données suivantes sont obligatoires pour aboutir à la planification des routes :

- * Base de données clients
- * Choix du secteur (Traditionnel /Moderne)
- * Durée de la tournée en minutes
- * Nombre maximum de client par tournée
- * Nombre de van disponible pour la livraison.

6.3.2 Données de sortie

Après avoir effectué des simulations, nous obtiendrons les résultats suivants :

- * Classement de la base de données en deux secteurs distincts.
- * Nombre de client de chaque secteur.
- * Planification des routes.
- * Chiffre d'affaire de chaque tournée.
- * Durée de chaque tournée

6.3.3 Présentation des fenêtres principales

Au lancement du logiciel, s'affiche la fenêtre d'accueil, comportant deux boutons.

Le bouton **Démarrer** et le bouton **Quitter**



FIGURE 6.1 – Fenêtre d'accueil

- Le bouton Quitter comme son nom l'indique permet de quitter la plateforme de planification.
- Quand on clique sur le bouton Démarrer, une boîte de dialogue apparaît, indiquant le téléchargement de la base de données clients dans la plateforme.

Notons que la BDD contient tous les clients non sectorisé en traditionnel et moderne.



FIGURE 6.2 – Téléchargement de la BDD

- À la fin du téléchargement de la BDD, on passe à la deuxième fenêtre du logiciel.

FIGURE 6.3 – Téléchargement de la BDD

Cette fenêtre contient principalement les données à introduire. En premier lieu, l'utilisateur doit choisir le secteur (traditionnel - moderne) à l'aide d'un menu déroulant.

En choisissant un secteur, le logiciel permet de séparer la base de données en deux secteurs, et calcule le nombre de clients pour chacun d'eux.

L'utilisateur doit ensuite remplir le formulaire contenant :

- Durée de la tournée
- Nombre de client maximum par tournée
- Nombre de van disponible pour la distribution

En cliquant sur **Quitter** pour quitter la plateforme, ou lancer la simulation en cliquant sur **Simuler**

En cliquant sur Simuler, la troisième fenêtre prendra du temps à s'afficher, étant donné du fait que notre méthode de résolution lancera l'exécution à cet instant.

	PROPRIÉTAIRE	ADRESSE	COMMUNE	CLUSTER	TYPE MAGAZIN	NOM MAGASIN	CA BEL/SEM
1	Bel Algérie	-	Gué de constantine	D	dépôt	VD	0
2	TAOUTAOUI MOHAMMED	LES ORANGERS	ROUBA	Es	-	-	8000
3	SLEM TERAD	LES ORANGERS	ROUBA	Ds	-	-	8000
4	BAHAR AHMED	RUE DE LYCEE B26	ROUBA	Es	-	-	7000
5	SMEAL YOUNGURTA	Citéssate moustapha	reghaia	Bs	-	SUP DAY TO DAY	45000
6	BOUGUEROUA RACHID	AGENCE ROUBA	ROUBA	Fs	-	-	5000
7	MAROUAN KAMEL	RUE ALI BOUMENDJEL	ROUBA	Cs	-	SUP CHAMPION	2500
8	BELAZOUG SID ALI	LES ORANGERS	ROUBA	Es	-	-	15000
9	BOUNAAMA MAHDI	RUE DE LYCEE B26	ROUBA	Bs	-	SUP PROXIM	30000
10	DAHIA YAZID	RUE DE LYCEE	ROUBA	Es	-	-	3000
11	Hadjjarbi Abderaman	LES ORANGERS	ROUBA	Fs	-	-	4000
12	MEDANE MOUNIR	Citéssate moustapha	reghaia	Cs	-	-	15000
13	KELLOU ALI	CITE 75 LOGEMENT EPLF ROUBA	ROUBA	Fs	-	-	3000
14	TALBI AMAR	CITE 75 LOGEMENT EPLF ROUBA	ROUBA	Fs	-	-	4000
15	GUERBOUCH FAROUK	23 RUE DE PALISTIN	ROUBA	Ds	-	-	13000
16	AIGUE YACIN	CITE 75 LOGEMENT EPLF ROUBA	ROUBA	Fs	-	-	7000
17	SAMMA MESSAOUD	CITÄ 150 LOGEMENT	ROUBA	Fs	-	-	2500
18	Boudali Mohamed	26 Puits Des Zouaves	Rais Hamidou	Bs	-	-	15000
19	RADJI ABDELMADJID	RUE KHAITI HMED	STAOUALI	Fs	-	DAILING SHOP	4000
20	FETOUCHE KAMEL	RUE KHAITI HMED	STAOUALI	Cs	-	-	7000
21	BETACH ABDELHAFID	BOULVARD KACI AMAR	STAOUALI	Cs	-	-	8000
22	BEN AMAR HMED	MARCHE STAOUALI	STAOUALI	Cs	-	-	10000

Chiffre d'affaire (DA) 300500 Durée(minutes) 369.05

Re-simuler Quitter

FIGURE 6.4 – Fenêtre des résultats

La fenêtre ci-dessus contient les résultats obtenue par l'approche de résolution,

Un menu déroulant contient la liste des routes obtenues.

Pour chaque route, le logiciel affiche la liste des clients par ordre de livraison, débutant et finissant par le dépôt sis au Gué de Constantine, le chiffre d'affaire de chaque tournées ainsi que la durée de la tournée en minute.

Le bouton  permet de revenir à la deuxième fenêtre et introduire de nouvelles données, et  pour fermer l'application.

Conclusion générale

Le présent mémoire a porté sur l'étude d'un cas concret qui concerne le réseau de distribution de la Fromagerie Bel Algérie sur la wilaya d'Alger. Il s'agit d'un problème de tournées de véhicules que nous avons essayé de résoudre par proposition de trois méthodes de résolution en l'occurrence une heuristique de plus proche voisin, le recuit simulé et l'optimisation par essais particulière.

L'objectif principal visé à travers ce mémoire est la conception et la mise à disposition d'un modèle mathématique en vue de l'optimisation des routes de la vente directe.

La formation pratique s'est tenue sur une durée de six mois en alternance avec la direction Bel Algérie, département de la vente directe et le département de mathématique de l'université de Boumerdes, et s'est déroulée en trois phases successives :

Phase 1 : connaissance de l'entreprise et exploitation de la documentation bibliographique. Cette phase a porté essentiellement sur une synthèse de la littérature concernant les problèmes de transport routier. Les différentes méthodes de résolutions des problèmes de tournées de véhicules ont été passées en revue.

Phase 2 : Sorties sur le terrain effectuées sur environs 120 points de vente localisées dans l'algérois (Zeralda, Staouali, ouled Fayet, Hussein Dey, Kouba, Ain Naadja, Bir Khadem...etc). Á l'issu de cette phase, les contraintes qui se posent aux différents niveaux de la distribution ont été identifiées.

Phase 3 : représente la phase essentielle de l'étude, qui se subdivise en plusieurs sous-phases à savoir la conception du modèle mathématique, la résolution et l'implémentation.

Le modèle mathématique a été conçu à partir du modèle de base du problème de tournées de véhicules, auquel des contraintes spécifiques à l'entreprise ont été ajoutées à savoir une contrainte relative au nombre maximal de clients à visiter par tournée et une contrainte de rentabilité. La fonction objectif à minimiser est une somme des coûts reliés à la durée totale de déplacement.

Pour la résolution du problème étudié, trois méthodes ont été retenues pour aboutir

aux meilleurs résultats possibles. Primo, une heuristique du plus proche voisin a été développée afin de construire les routes. Elle s'est basée essentiellement sur l'ajout du plus proche voisin. Celle-ci a servi de solution de départ réalisable pour les prochaines méthodes.

Secundo, le recuit simulé a été appliqué au problème étudié en partant d'une solution de départ réalisable obtenue par l'heuristique du plus proche voisin.

Tercio, une dernière méthode à population de solutions a été utilisée. Celle-ci est appelée optimisation par essais particuliers.

Une implémentation des trois méthodes citées a été réalisée avec le langage de programmation Matlab version 2016. Les résultats obtenus montrent que la meilleure méthode retenue est celle du recuit simulé.

L'extrapolation des résultats obtenus à l'échelle de l'échantillon à l'ensemble de la population évalué à 4800 points de ventes, et sur la base de l'application de la méthode du recuit simulé permet d'envisager une réduction de 8 vans équivalents à un gain financier de l'ordre de 21 millions de dinars par ans pour la seule wilaya d'Alger.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Abdelouahab. A, Fraihat Y., Thèse d'ingénieur d'état, *Mise en place d'un réseau de distribution*, USTHB, 2006.
- [2] Akli. M, Thèse de magister, *Problème de tournées de véhicules avec contrainte de fenêtre de temps*, UMMTO, 2013.
- [3] Bel Algérie, Présentation d'entreprise.
- [4] Bel Algérie, Vente directe (Semmar), 2015.
- [5] Ben Ismail. S, Legras. F, Coppin. G, Collection des rapports de recherche, *Synthèse du problème de routage de véhicules*, Télécom Bretagne, 2011.
- [6] Benosman. M, Rapport de stage, *La tournée des plages "La vache qui rit"*, HEC Alger, 2015.
- [7] Bolduc. M-C, Gilles R. d'Avignon et Jacques Renaud, Revue, *La planification des routes pour la distribution de charges partielles*, Université Laval, 2003.
- [8] Bolduc. M-C, thèse de doctorat, *Heuristiques pour la résolution de problèmes complexe de distribution*, Université Laval , 2008.
- [9] Bombrun. M, SENE. A, Rapport d'ingénieur, *L'optimisation par essaim particulière pour les problèmes d'ordonnancement*, ISIMA, 2011.
- [10] Bouzid. A M, Cours des techniques d'optimisation "Magister 1" , *Optimisation par la méthode des essais particuliers d'une fonction trigonométrique*, Université d'Oran, 2008.

- [11] Btisam. M St-p, MSc en Business Administration, *Optimisation de distribution de biens et services Cas de Nestlé pour la distribution des surgelées et des glaces*, Hes. So , Genève, 31août 2012.
- [12] Cadet D-J, Thèse de Doctorat, *Optimisation des flux : Application au problème de distribution en nutrition animale*, Université de technologie de Troyes, 2013.
- [13] Cook. SA, *The complexity theoreme-proving procedures*. In proceedings of the third annual ACM symposium on theory of computing, STOC 71, page 151-158. ACM, 1971
- [14] Courcelle .B, *Introduction à la théorie des graphes : définitions, applications et techniques de preuves*, Université Bordeaux 1.
- [15] Edmonds. J, *Cover and packings in a family ofsets*. Bulletin of American Mathematical Society, 68 :494-499,1962.
- [16] Francis. P, Smilowitz. K, *Modeling Techniques for Periodic Vehicle Routing Problems*, Northwestern University, USA, January 16, 2006.
- [17] Fromagerie Bel, *rapport financier annuel*, document de référence 2012.
- [18] Garey. MR and Johnson. DS, *Computers and Intractability*, A guide to the theory of NP-Completeness. WH. freeman, 1979.
- [19] Ghoudi. S, Thèse de maître des sciences, *Approches de résolution en deux phases pour le problème de tournées de véhicules en région sinistrée*, Université Laval, 2013.
- [20] Guibadj. R N, Thèse de doctorat, *Problème de tournées de véhicules et application industriel pour la réduction de l'empreinte écologique*. UTC, 2013.
- [21] Günther. Z, Braune. R, Bögl. M, *Metaheuristic Search Concepts*, Edition Springer, 2010.

[22] Harbaoui Dridi. I, Thèse de doctorat, *Optimisation heuristique pour la résolution du m-PDPTW statique et dynamique*, Univeristé de Tunis, 2010.

[23] Hollaert. L, Séminaire GRT, *Optimisation des tournées de ramassage scolaire de la commune de SENEFFE* ; 7 novembre 2012

[24] Karp. RM, *Reducibility among combinatorial problems*. In complexity of computer computations, pages 85-103, 1972.

[25] Lepagnot. J, Thèse de doctorat, *Conception de métaheuristiques pour l'optimisation dynamique. Application à l'analyse de séquences d'images IRM*, UP Est, 2011.

[26] Meignan. D, Thèse de doctorat, *Une approche Organisationnelle et Multi-agent pour la modélisation et l'implantation de métaheuristiques-application aux problèmes d'optimisation de réseaux de transports*, Université de technologie de Belfort- Montbéliard, 2008.

[27] Malapert. A, Thèse de Master, *Optimisation de tournées de véhicules pour l'exploitation des réseaux télécom*, Université Paris 6, 2006.

[28] Marchand. H, Thèse de Maitre des sciences de la gestion, *Optimisation d'un problème de tournées de véhicules se posant dans l'industrie du carton*, HEC Montréal, 2006.

[29] Michallet. J, Thèse de doctorat, *Problème de tournées de véhicules périodique avec contraintes de sécurité ou de qualité de services*, Université de Technologie de Troyes, 2013.

[30] Minh Hoang Ha, Thèse de doctorat, *Modélisation et résolution des problèmes généralisés de tournées de véhicules*, Université de Nante, 2013.

[31] Office National des Statistique Algérie, *Annuaire Statistique de l'Algérie*, Edition 2014.

[32] Prodhon. C, *Habilitation à diriger des recherches, Modèles et méthodes d'optimisation pour des problèmes difficiles de localisation et tournées de véhicules*, Université de technologie de Compiègne, 2012

[33] Rego. C, Roucairol.C, Rapport de recherche , *le problème de tournées de véhicules : étude et résolution approchée,N° 2197*, Unité de recherche INRIA Rocquencourt, Février 1994 - 90 pages

[34] Sahbi. BI, Legras. F, Coppin. G, Rapport de recherche, *Synthèse du problème de routage de véhicules*, *Télécom Bretagne*, 2011.

[35] Sakarovitch. M, *Optimisation Combinatoire-Méthodes mathématique et algorithmiques*, 1984.

[36] Tonci. C et Hrvoje. G, *Vehicle Routing Problem*, Edition IN-Teh, 2008.

[37] Toth and Vigo.D, *The vehicle Routing Problem, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, Philadelphoe, 2001

[38] Tricoire. F, Thèse de Doctorat, *Optimisation des tournées de véhicules et de personnel de maintenance : Application à la distribution et au traitement des eaux*, Université de Nante, 2006.

[39] Trudeau. A, Thèse de Master, *Planification des tournées de véhicules pour l'approvisionnement de dépanneurs*, Université du Quebec, 2008.

[40] Walach A-M, Thèse de maitre des sciences, *Optimisation de la distribution de produits alimentaires*, HEC Montréal, 2004.

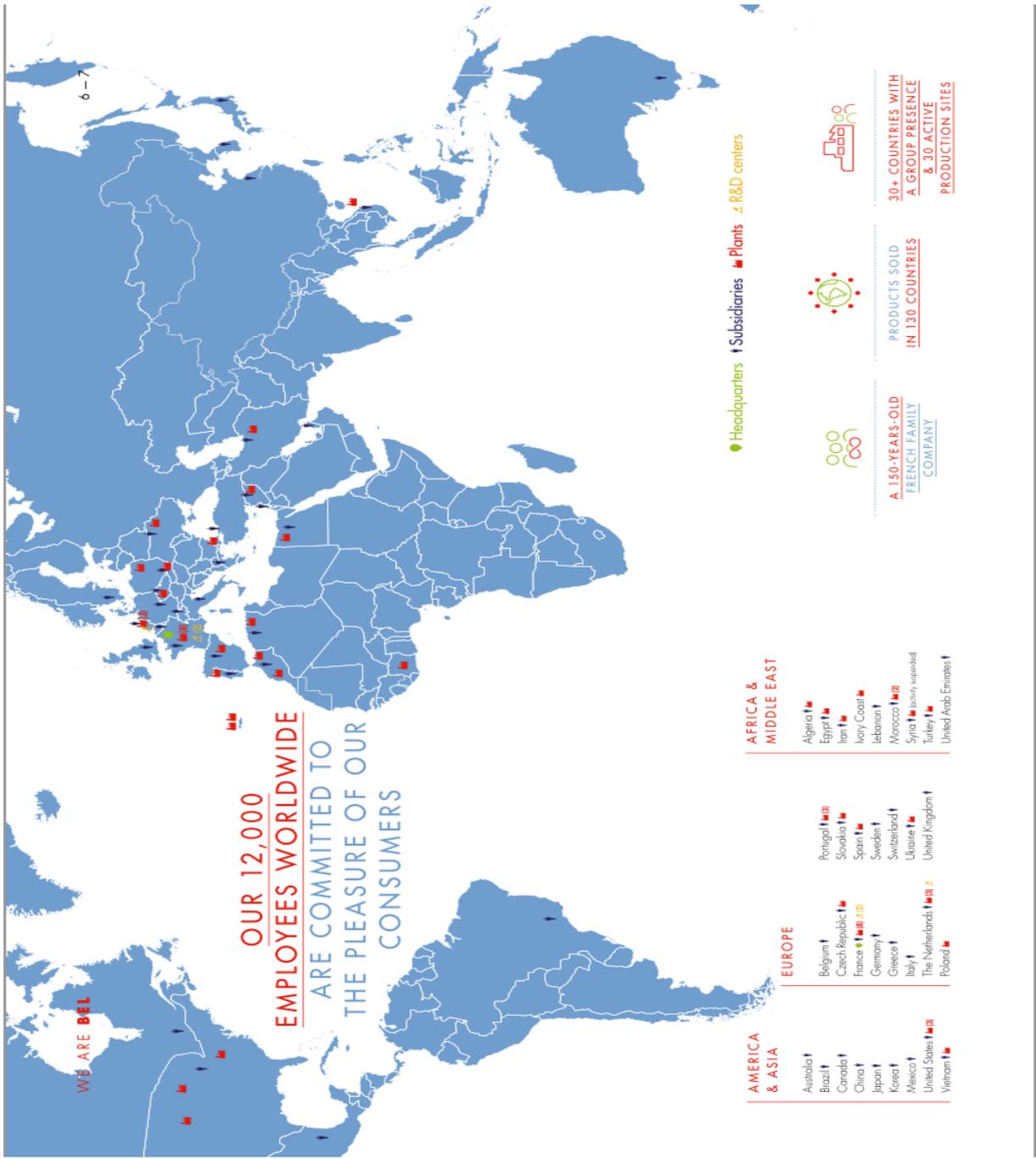
[41] <https://www.groupe-bel.com/fr/>

[42] <http://en.pudn.com/Download/item/id/1822753.html>

NB : L'ensemble de la documentation a été téléchargée sur www.google.com sauf les ouvrages relatifs à l'entreprise.

ANNEXE 1

Sites des filiales Bel



ANNEXE 2
Les marques Bel



ANNEXE 3

Chiffres Clés

CHIFFRES CLES 2016*



(*) Les données présentées ne comprennent pas le Groupe MOM, acquis le 15 décembre 2016, et non consolidées.

Chiffres clés (*)

<i>(millions d'euros)</i>	2016	2015	Variation en %
Chiffre d'affaires	2 936	2 949	- 0,4%
Résultat opérationnel	298	272	+ 9,5 %
Résultat financier	+ 2	-8	- 129,4 %
Charge d'impôt	- 83	-76	+ 8,8 %
Résultat net part du Groupe	213	184	+ 15,6 %

(*) Les données présentées ne comprennent pas le Groupe MOM, acquis le 15 décembre 2016, et non consolidées.

ANNEXE 4

Organes d'administration Groupe Bel

Nom	Fonction actuelle au sein de la Société	Début de mandat	Échéance du mandat	Comité d'Audit	Comité des rémunérations et des nominations
Antoine Fiévet	Administrateur	25/04/2001	AGOA(*) 2014		Membre
	Président - directeur général	14/05/2009	CA 2014		
Florian Sauvin	Administrateur	26/08/2009	AGOA(*) 2014		
Fatine Layt ⁽¹⁾	Administrateur	10/05/2012	AGOA(*) 2016	Membre	
James Lightburn ⁽¹⁾	Administrateur	15/03/2007	AGOA(*) 2016	Membre	
Johnny Thijs ⁽¹⁾⁽²⁾	Administrateur	27/06/2001	AGOA(*) 2013		Membre
Luc Luyten ⁽¹⁾	Administrateur	26/06/2002	AGOA(*) 2014		Président
Michel Arnaud ⁽¹⁾	Administrateur	26/08/2009	AGOA(*) 2014		
Unibel SA représentée par Pascal Viénot ⁽³⁾	Administrateur	16/06/1972	AGOA(*) 2014	Président	
Philippe Deloffre	Censeur	10/05/2012	CA 2016		
Bruno Schoch	Directeur général délégué, non administrateur	17/12/2008	CA 2014		
Francis Le Cam	Directeur général délégué, non administrateur	18/06/2012	(4)		

(*) Assemblée générale ordinaire annuelle des actionnaires

(1) Administrateur indépendant

(2) Le mandat de Monsieur Johnny Thijs venant à échéance à l'issue de l'Assemblée générale annuelle du 16 mai 2013, le Conseil d'administration du 21 mars 2013 a décidé de proposer de ne pas le renouveler (à sa demande) et de ne pas procéder à son remplacement.

(3) Monsieur Pascal Viénot exerce les fonctions de représentant permanent d'Unibel SA au Conseil d'administration et de Président du Comité d'Audit de la Société en remplacement de Monsieur Philippe Deloffre.

(4) Monsieur Francis Le Cam a été nommé Directeur général délégué, en charge des opérations, par décision du Conseil d'administration du 18 juin 2012 pour la durée du mandat de Monsieur Antoine Fiévet, Directeur général. Toutefois, Monsieur Francis Le Cam atteindra la limite d'âge légale de 65 ans en août 2013 et sera réputé démissionnaire d'office si l'Assemblée Générale annuelle du 16 mai 2013 n'approuve pas la modification de l'article 14 des statuts qui lui sera soumise.

ANNEXE 5

Organes d'administration Bel Algérie

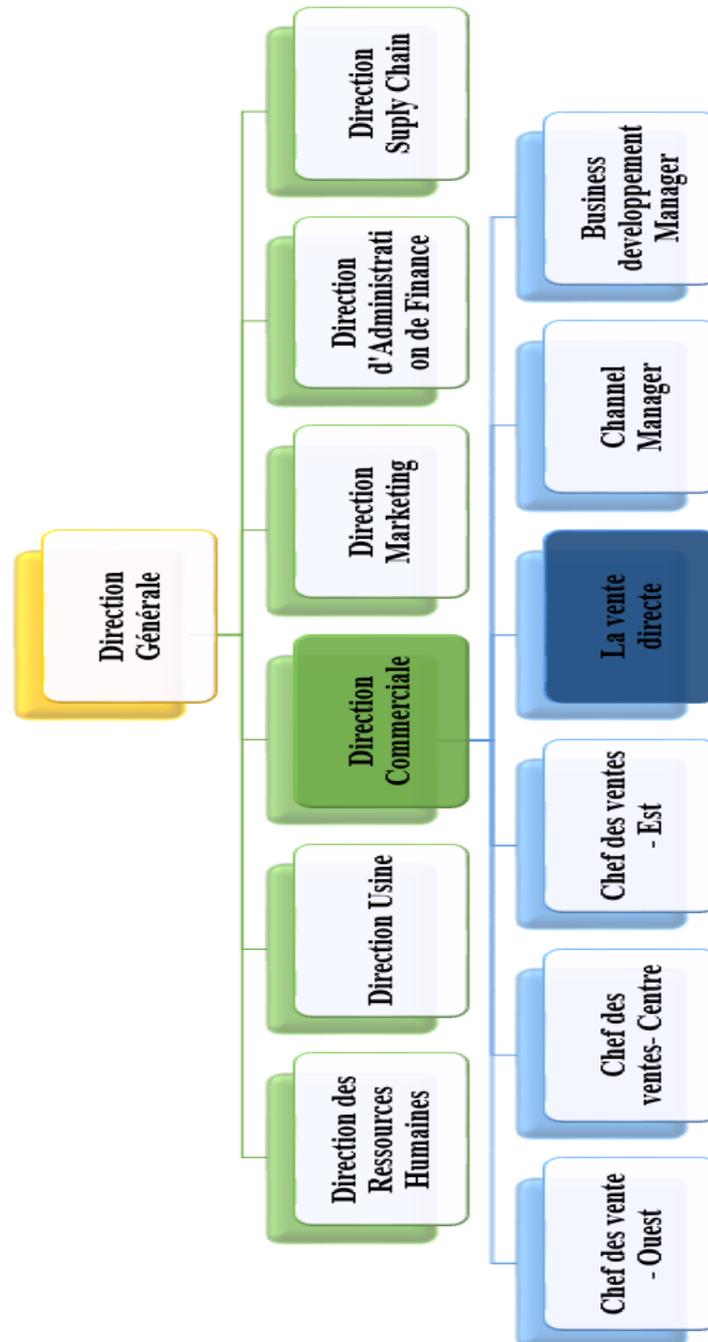


FIGURE 6.5 – Organigramme DG & DC

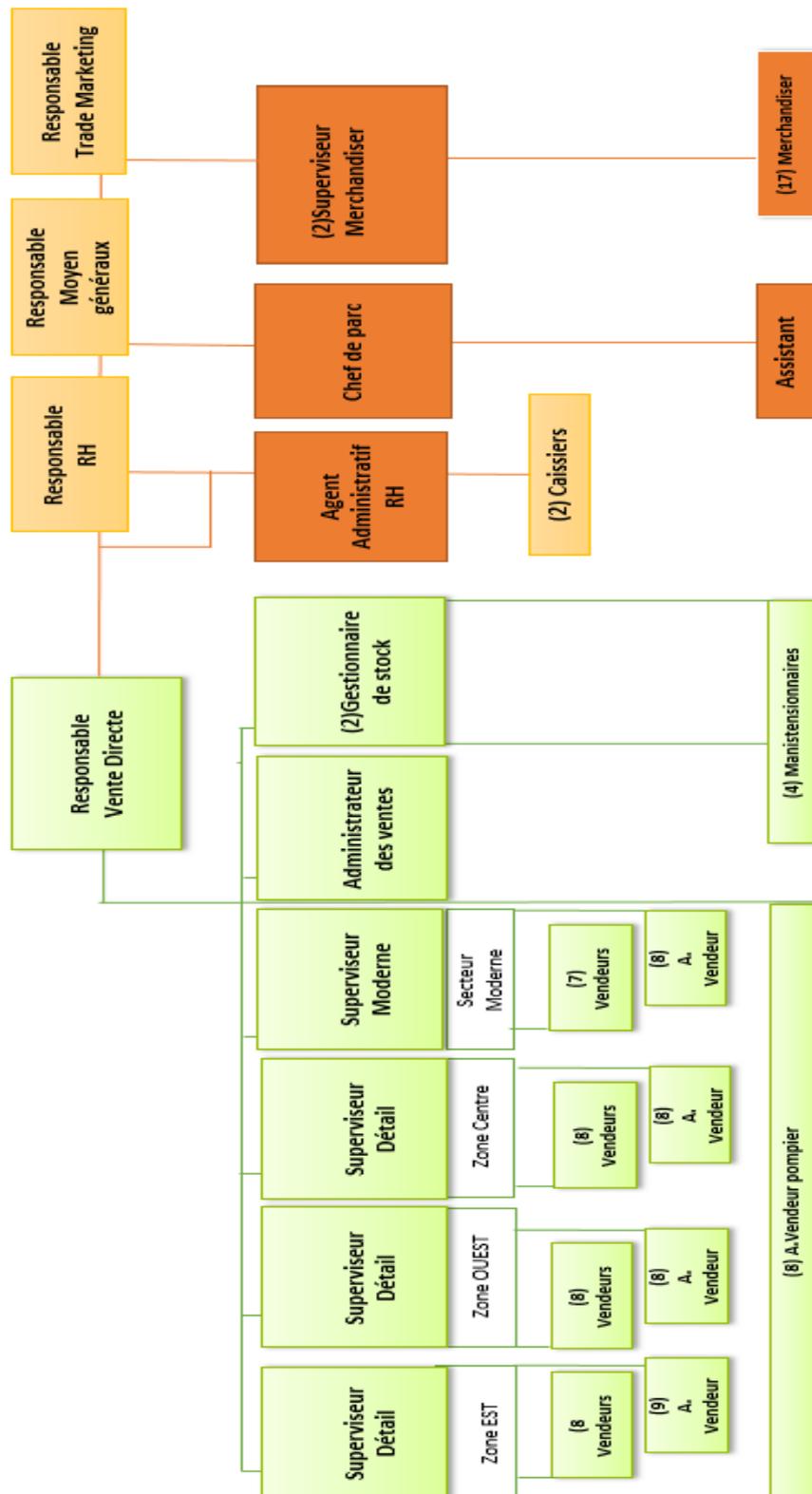


FIGURE 6.6 – Organigramme Vente directe

ANNEXE 6

Stem Time

Visites Progr		Stem Time							Date:								
		Visites Effectu	fréq visites S D L M M J	Code client BDD	Cluster	Heure Entrée	Temps Action Merch	Heure Sortie		Temps passé dans le Pdv/Min	Temps déplacement nt/Min	CA	Nbr caisses vendues	Obs			
Distributeur								Région :		Mat VAN							
Superviseur								Route N°:		Km Départ	145						
Vendeur								Tournée:		Km Retour	199						
Aid-Vendeur								Temps Mort		Km Parcoursu	54						
Heure arrivée vendeur								07:00		Heure arrivée au premier Pdv	08:00		Heure Retour Van	14:20			
Temps connexion HHT								00:04		Temps global passé dans les Pdv	00:48		Temps contrôle Stock retour	00:10			
Temps contrôle stock van								00:05		Temps de déplacement entre Pdv	00:43		Temps Décompte	00:20			
Temps Briefing								00:10		Temps global action merchandising	00:49		Temps Débriefing	00:10			
Heure sortie van								07:30		Heure sortie du dernier Pdv	13:30		Heure Fin de Journée	15:00			
1	1									08:10	00:04	08:16	00:06	00:00	4000,00	1	
2	2									08:20	00:04	08:26	00:06	00:04	4000,00	1	
3	3									08:35	00:04	08:36	00:01	00:09	4000,00	1	
4	4									08:43	00:04	08:49	00:06	00:07	4000,00	1	
5	5									08:53	00:04	09:00	00:07	00:04	4000,00	1	
6	6									09:10	00:04	09:15	00:05	00:10	4000,00	1	