République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement Superieur et de la Recherche Scientifique

Université M'hamed Bougara de BOUMERDES
Faculté des Mathématiques

Mémoire de Master Recherche Opérationnelle

Planification et Ordonnancement d'un projet à moyens limitées au sein de L'ENGTP

Réalisé par :
M^{elle} **Mahfouf Nasrine**
M^{elle} **Ramdani Bouchra**

Soutenu le 24 MAI 2017, devant le jury composé de :

Président : M. Harfouche
Encadreur : M.Ferdjallah Baya
Examinateur : M.Zouaoui
Invité : M.Draoui Radia, UNGTP

Année Universitaire 2016/2017

Remerciements

Au nom de dieu le tout puissant, au nom de celui qui nous a donné la vie et qui nous a permis d'apprendre et d'acquérir ce savoir.
Il nous tient à cœur d'exprimer toutes notre reconnaissance, à ceux qui tout au long de notre travail, nous ont apporté leurs aides, leurs conseils et leurs encouragements.

*Nous adressons nos profondes gratitudes et nos vifs remerciements à notre adorable promotrice M^{me}.**Fardjalleh** pour avoir dirigé notre travail, pour ses encouragements, son aide, sa sympathie et les efforts qu'elle a faits pour nous faciliter le travail durant toute la période de cette étude.*
*Nous remercions également M^{me}.**Draoui** pour avoir dirigé notre travail, pour ses encouragements, son aide, sa sympathie et les efforts qu'elle a faits pour nous.*
*Notre reconnaissance respectueuse va à M^{r}. **Boudaoud Abderrazzak** pour son aide.*

Nous remercions également les membres du jury :

- M^{me}**Harfouche** pour l'honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider ce jury et de juger ce travail.
- M^{me}**Zouaoui** pour l'honneur qu'elle nous a fait en acceptant d'examiner ce travail.

Enfin nous remercions tous ceux qui d'une manière ou d'une autre, ont contribué à la réalisation de ce modeste travail.

Dédicaces

Je dédie ce travail :
A celle qui m'a donné le vrai amour avec beaucoup de tendresse A qui je dois ma vie Ma très ***chère mère*** *Que dieu la protège*
A celui qui m'a donné la force et la confiance et qui m'a offert tout le soutient dont j'ai besoin Mon très ***chère père*** *Que dieu le protège*
A mes chères et tendres sœurs ***Faiza*** *et son mari* ***Ali****,* ***Amina*** *et son mari* ***Brahim****,* ***Hanane*** *et* ***Tassaidit*** *.*
A mes très chères neveux ***Akrem****,* ***Achref****, et* ***Tahar****,* ***Nour Ahcene*** *Que DIEU leurs offre le bonheur.*
A mes adorables nièces ***Issraa****,* ***Roua*** *et* ***Raghad*** Que DIEU les protège.
A mon très chère binôme **Bouchra** et toute sa famille.
A tous les membres de ma famille ***Mahfouf*** *et* ***Sayah*** *petits et grands en particulier* ***Khadodja, Kenza, Nadia, Warda, Amel, Basma , Rawia, Merieme et Imane .***
A tous les ***Master 2 RO*** *et ceux qui m'aiment.*

Nasrine

Dédicaces

En premier lieu je tiens à remercie le bon dieu de m'avoir aidé et donner la volonté et la patience pour réaliser ce modeste travail, que je dédie :
A la lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon coeur, ma vie et mon bonheur, **maman** que j'adore.
A celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, qui m'a rendu ce qui je suis aujourd'hui à toi **mon père**.
A mon trés chère marie **Amine** qui m'a toujours soutenu .
A mes chères frères **Mohamed** et **Abd El Aziz** et ma très chère soeur **Amina** .
A mon très chère neveu **Wassim** Que DIEU leur offre le bonheur.
A mes adorables nièces **Djana**, **Houda** et **Lydia** Que DIEU les protège.
A mon trés chère binôme **Nasrine** et toute sa famille.
A tous les **Master 2 RO** et ceux qui m'aiment.

Bouchra.

Table des matières

Introduction générale **7**

1 Présentation de l'organisme d'accueil **13**

1.1 Présentation de l'ENGTP 14

1.2 Les objectifs de L'ENGTP 15

1.3 Les domaines d'activités de l'ENGTP 15

1.4 Politique commerciale 15

1.5 Les clients de l'ENGTP 16

1.5.1 Les ressources de GTP humaines et matériels : 16

1.6 Organigramme Général de L'ENGTP 17

1.7 Le but essentiel du Département Normes et Plans de Production 19

1.8 Conclusion : 20

2 Position du problème **21**

2.1 Introduction 22

2.2 Problématique 22

2.3 L'objectif 24

3 Management de projet **25**

3.1 Introduction 26

3.2 Défintion d'un projet 26

3.2.1 Types de projets 26

3.2.2 Les acteurs de projet : 26

3.2.3 Les disciplines du management de projet : 27

3.2.4 Cycle de vie d'un projet 28

3.3 Le management de projet 29
3.3.1 Comment manager un projet 30
3.3.2 TRIANGLE D'OR 30
3.4 Le découpage du projet 31
3.5 Formulation et représentation du problème d'ordonnancement 32
3.5.1 Données d'un problème d'ordonnancement 33
3.5.2 Formalisation des contraintes 34
3.5.3 Définition générale du problème central de l'ordonnancement 34
3.5.4 Description du problème 34
3.6 Les techniques d'ordonnancement 37
3.6.1 Le Diagramme de Gantt 37
3.6.2 L'ordonnancement par la méthode P.E.R.T 39
3.6.3 Définitions et Conventions de Représentation 40
3.6.4 La méthode du Potentiel-Metra MPM 42
3.6.5 Dates et marges associées à une tâche 43
3.6.6 Comparaison 45

4 Les problèmes d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources RCPSP 46

4.1 Introduction 47
4.2 Définition 47
4.3 Description du problème 47
4.3.1 Exemple 49
4.4 Complexité 49
4.5 Méthodes de résolution pour le RCPSP 50
4.5.1 Le calcul de bornes inférieures 50
4.5.2 Les méthodes de résolution exactes 51
4.5.3 Les méthodes de résolution approcheés :heuristiques et métaheuristiques 52
4.5.4 Les heuristiques 52
4.5.5 Les métaheuristiques 53
4.6 Applications industrielles 54
4.7 Intérêt du RCPSP 55
4.8 Conclusion 56

5 Formulation Mathématique **57**

5.1 Introduction 58

5.2 Modélisation 58

5.3 Programmation linéaire pour le RCPSP 59

5.3.1 Formulation classique en temps discretisé 59

5.3.2 Modèle mathématique 60

5.4 Evaluation et critique 61

5.4.1 Le nombre de variables 61

5.4.2 Le nombre de contraintes 61

5.5 Conclusion 61

6 Méthodes de résolution **62**

6.1 Choix de l'algorithme de résolution 63

6.1.1 Procédure sérielle : 63

6.1.2 Quelques règles de priorité 64

6.1.3 Algorithme sérielle 65

6.2 Résolution par la méthode sérielle 66

6.2.1 La solution optimale donnée par la méthode MPM schématisée comme suit : 67

6.2.2 Les résultats de l'approche sérielle 68

7 Développement **70**

7.1 Introduction 71

7.2 Présentation Primavera P6 71

7.2.1 Le Calendrier des travaux du projet 72

7.3 Présentation JAVA 73

7.3.1 Comparaison 78

7.3.2 Analyse des résultats 78

Annexe **78**

Conclusion générale **80**

Bibliographie **81**

Table des figures

1.1 Les directions régionales de l'ENGTP [20] 14
1.2 Organigramme Général de l'ENGTP [20]. 18
1.3 Organigramme de la direction technique [20]. 19

2.1 Organigramme de projet [20]. 24

3.1 Triangle d'or. 31
3.2 Le Diagramme de Gantt [1] 39
3.3 Le résaux PERT 42

4.1 Exemple d'instance du RCPSP [17]. 49

6.1 Ordonnancement sous contrainte de précédence. 67
6.2 Ordonnancement de l'algorithme Sérielle 69

7.1 Diagramme de Gantt. 72
7.2 Relation de précédence 73
7.3 Durées - Ressources 74
7.4 LST. 75
7.5 LST. 75
7.6 LST. 76
7.7 LST. 76
7.8 LSK. 77
7.9 SPT. 77
7.10 GRD. 78

Résumé :

Les échéanciers sont très importants dans le contexte de la gestion de projet. Le problème d'ordonnancement avec contraintes de ressources consiste à séquencer un ensemble d'activités sujettes à des contraintes de précédence ainsi qu'à une disponibilité limitée des ressources requises pour effectuer ces activités.Ce problème se nomme RCPSP (Resource Constrained project Scheduling Problem). L'objectif de ce mémoire est de trouver un ordonnancement des tâches sous contraintes de ressources. Et la solution doit être obtenue dans un temps de calcul raisonnable.

Notations

- RCPSP : Problème d'ordonnancement sous contraintes de ressources.
- V : L'ensemble des tâches d'un problème d'ordonnancement.
- $G = (V, E)$: Un graphe G dont l'ensemble des noeuds est V et l'ensemble des arcs est E.
- (i, j) : Un arcs orientés allant du noeud i au noeud j.
- p_i : La durée de vie de la tâche i.
- E : Relation d'ordre partiel sur l'ensemble des tâches.
- S_i : La date de début de la tâche i.
- $S = (S_1, ..., S_n)$: Ensemble des temps de début des activités.
- $ESi(respEFi)$: La date de début (resp de fin) au plus tôt de l'activité i.
- $LSi(respLFi)$: La date de début (resp de fin) au plus tard de l'activité i.
- $Succ_i$: Ensemble des succeseurs immédiatement de i.
- $Pred_i$: Ensemble des précédécesseurs immédiatement de i.
- x_{it} : Variable binaire : égale à 1 si l'activité i se début à la date t et 0 dans le cas contraire.
- R_k : Capacité de la ressource k. Les ressources sont renouvelables : la quantité R_k est constante sur toute la durée de l'ordonnancement .
- r_{ik} : consommation de la tâche i sur la ressource à chaque instant de son exécution .
- k : Indice des ressources de type $k \, \epsilon\{1, 2, ...m\}$.
- $T\epsilon$ N : Horizon (ou durée maximale) d'ordonnancement.
- $Cmax$: Durée totale de l'échéancier S.
- NP-difficile :Indique d'un problème Non-déterministe Polynômial.

Introduction générale

Un projet est un ensemble fini d'activités des entreprises dans le but de répondre à un besoin précis, dans des délais fixés et dans la limite de l'enveloppe budgétaire allouée. C'est donc une action temporaire avec un début et une fin, qui mobilise des ressources identifiées (humaines, matérielles, informationnelles et financières) durant sa réalisation, qui possède un coût et fait donc l'objet d'une budgétisation de moyens et d'un bilan indépendant de celui de l'entreprise qui le réalise. La gestion de projet est une démarche visant à structurer, assurer et optimiser le bon déroulement d'un projet suffisamment complexe pour devoir être planifié dans le temps et être budgétisé. Elle permet de maîtriser les risques afin d'atteindre le niveau de qualité souhaité au cours du projet.

L'un des problèmes les plus souvent rencontrés en gestion de projet consiste en la planification des différentes activités à accomplir. Celle-ci peut être effectuée plus ou moins facilement avec les outils familiers tels que les méthodes CPM (Critical Path Method), PERT (Programm Evaluation and Review Technic) et le diagramme de GANTT pour des projets de petite taille. Toutefois, ces méthodes ne prennent pas en compte la gestion des ressources qui, dans un projet réel, sont de capacité limitée. Il est donc utile de faire appel à des outils plus sophistiqués lorsque le nombre d'activités à exécuter au sein du projet est important ou qu'il existe des contraintes sur les ressources. C'est dans ce cadre que se situe le problème d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources, encore appelé RCPSP (Ressource Constrained Project Scheduling Problem).

Le RCPSP consiste en l'ordonnancement d'un ensemble donné de tâches ou activités, à l'aide d'une ou de plusieurs ressources renouvelables ou non, en quantité limitée. La résolution du RCPSP a pour but la détermination des dates d'exécution des activités en fonction de la disponibilité des ressources et de façon à satisfaire les objectifs fixés. Ces objectifs peuvent consister, par exemple, en l'optimisation de la durée totale du projet, de la date d'achèvement ou de l'utilisation des ressources. Le RCPSP a plusieurs applications dans le domaine industriel comme par exemple l'ordonnancement des processus en informatique distribuée, les problèmes de découpe, les problèmes courants d'ordonnancement d'ateliers. On l'utilise aussi dans le domaine organisationnel pour modéliser certains problèmes à savoir, les problèmes d'emploi du temps et les problèmes de planification de personnel.

Le RCPSP est un problème d'optimisation NP-difficile en raison de sa nature fortement combinatoire [Baptiste et al. 2005]. Plusieurs méthodes ont été utilisées dans la littérature pour la résolution de ce problème. Ces méthodes regroupent aussi bien les méthodes exactes que les méthodes approchées. Les méthodes exactes comprennent la programmation par contraintes [Baptiste et al. 2001], les méthodes par séparation et évaluation, les schémas de branchement, les bornes inférieures et la programmation linéaire. Quant aux méthodes approchées, elles sont constituées des heuristiques telles que les algorithmes série et parallèle [Kolisch 1996b], les régies de priorité et les méthaeuristiques. Ces dernières incluent aussi bien des méthodes de recherche locale telles que la recherche tabous et le recuit simulé, ainsi que des méthodes évolutives comme les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaims particulaires, les algorithmes de colonies de fourmis et la recherche par dispersion (Scatter Search). Les algorithmes génétiques demeurent l'une des meilleures méthodes de résolution du RCPSP selon les mesures de performance effectuées par Kolisch et Hartmann .

Le contenu du mémoire est organisé en 7 chapitres :

Dans le premier chapitre, nous donnons une brève présentation de la société des grands travaux pétrolier GTP.

Dans le deuxième chapitre, nous allons voir à quoi consiste la problématique .

Le troisième chapitre a pour but d'introduire les bases de l'approche du management de projet, en mettant l'accent sur les outils de planification existants. Nous définissons ce qu'on entend de projet, ses différentes phases et différents acteurs, des généralités sur le problème d'ordonnancement et en fin des techniques de résolution du problème de l'ordonnancement de projet.

Dans le quatrième chapitre, nous introduisons un nouveau problème d'ordonnancement de projet qui s'appelle problème d'ordonnancement de projet à moyens limités (RCPSP : Resource Constrained Project Scheduling Problem), qui est l'un des problèmes d'ordonnancement cumulatif les plus connus.

Dans le cinquième chapitre, nous allons évoquer la modélisation du problème posé. Cela consiste à éxprimer le problème en terme d'un programme mathématique (Programmation linéaire).

Le chapitre 6 est consacré aux méthodes utilisées dans ce mémoire pour la résolution du problème posé, ce qui nous a permis de choisir l'heuristique sérielle pour l'approche de la résolution, et cela revient à la cause de la complexité du problème

(NP-difficile).

Afin d'outiller l'approche proposée, nous avons développé un logiciel qui aide les responsables de l'entreprise dans leurs prises de décisions.

Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale.

1

Présentation de l'organisme d'accueil

Ce chapitre présente l'organisme d'accueil de l'entreprise nationale des Grands Travaux Pétroliers ≪ ENGTP ≫ avec tous ses métiers, tout en détaillant sa structure générale.

1.1 Présentation de l'ENGTP

L'Entreprise Nationale de Grands Travaux Pétroliers ≪ *ENGTP* ≫ est une société par action crée depuis 19 février 1989, ses actions sont détenues d'une part par la société mère SONATRACH à 51% et d'autre part par la société de gestion de participation à 49% jusqu'àu 13 Décembre 2005 où toutes ses actions sont détenues à 100% par SONATRACH. Son capital social est actuellement de 6.390.000.000 DA. Son objet social est l'étude et la réalisation des projets d'installation matériels notamment dans les domaines des hydrocarbures, de hydrauliques, de l'énergie,de l'agroalimentaire, des matériaux de construction des industries s'y rapportant à l'intérieur du territoire et à l'étranger. Son siège social est fixé à REGHAIA (wilaya d'Alger) est implanté sur le territoire national d'Est en Ouest et du Nord, à SKIKDA- ARZEW- HASSI RMEL- HASSI MESSAOUD -AIN AMENAS qui représentent des directions régionales.

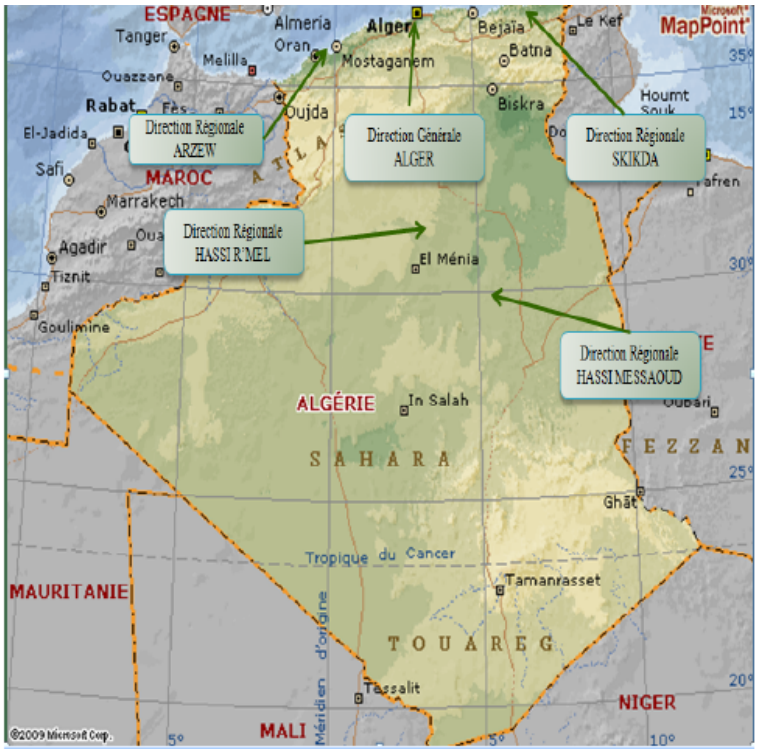

FIGURE 1.1: Les directions régionales de l'ENGTP [20]

1.2 Les objectifs de L'ENGTP

Le Président Directeur Général fixe à l'ensemble du personnel de l'entreprise les objectifs suivants :
► Développer et maintenir l'écoute permanente de leurs clients dans le but de mieux les satisfaire ;
► Améliorer en permanence la qualité de leurs produits et services ;
► Mieux maîtriser leurs coûts par notamment la réduction des charges, la diminution des rebuts, des réparations et des stocks ;
► Perfectionner leurs rendements afin de rester leader dans leurs domaines d'activités ;
► Développer la compétence des personnels par la formation continue ;
► Améliorer en permanence le système de management de la qualité mis en place et certifié conforme aux exigences de la norme ISO 9001 versions 2000. (ISO : Organisation Internationale de Normalisation) ;
► Implanter un système de management environnemental conforme aux exigences de la norme ISO 14001 versions 2004, ainsi qu'à celles de la législation et de la réglementation environnementale.

1.3 Les domaines d'activités de l'ENGTP

A travers son implantation au niveau des principaux pôles industriels au nord, dans l'ensemble des champs pétroliers et gaziers au sud, l'ENGTP dispose d'une capacité de réalisation annuelle de l'ordre de 8,5 Millions d'heures [20].

- Engineering procurement
- Génie- civil et bâtiments
- Montage industriel
- Préfabrication
- Canalisation
- Soudage Procédés
- Contrôle et essais
- Traitement thermique

1.4 Politique commerciale

a- Les produits de L'ENGTP

-Engineering : études de faisabilité, petit engineering de base, engineering détaillé,

et supervision de réalisation ;
-Procurement : supervision, achats, transport, dédouanement ;
-Construction : génie civil, préfabrication, montage de charpente, tuyauterie, montage équipements, réservoirs, sphère de stockage, électricité, instrumentation, canalisation, réseaux de collectes et de dessertes ;
-Maintenance industrielle : Prestations de maintenance, arrêts programmés et interventions ;
-Soudage : contrôle de soudage, expertise [20].

b- La concurrence

Il importe de mentionner qu'une concurrence vive jusqu'à la cantonnée aux aspects engineering et procurement, s'élargit de plus en plus au secteur de la construction ou l'ENGTP était privilégiée par son principal client SONATRACH.

Des concurrents sérieux se positionnent sur les marchés du montage industriel à l'instar des entreprises issues de SONELGAZ : Etterkib pour le montage, Kanagaz pour la canalisation, Inerga pour le génie civil, ainsi que d'autres, telles : Cosider, Tarsi, Enac, GCB, Baticic et enfin des sociétés mixtes (entreprises du secteur public avec des sociétés étrangères) à l'exemple de Sarpi, Entral, Safir, Benco, etc.

L'entreprise connaît une forte concurrence et pour y faire face, elle doit améliorer ses performances décisionnelles.

1.5 Les clients de l'ENGTP

•**Clients nationaux :**
SONATRACH, NAFTAL, SONELGAZ, NAFTEC, ENIP, ASMIDAL et ERCE.
• **Clients étrangers avec Sonatrach :**
SH-CEPSA, SH-ANADARKO (groupement Berkine), SH-OO (Organisation OURHOUD), SHREPSOL (groupement TFT), SONAHESS.
• **Clients étrangers :**
JGC/ KBR (Japon-USA), GE ENERGY (Italie), BECHTEL (canada), FMC (USA), DENYS (Belgique), SAIPEM (Italie), ABB (Italie), JGC(Japon), KELLOG (USA)

1.5.1 Les ressources de GTP humaines et matériels :

•**Humaines :** L'entreprise GTP emploie en moyenne 9000 agents, dont les principaux domaines d'activités sont les suivant :

La réalisation : 54%, la maintenance industrielle 15%, la logistique 13%, la gestion : 7%,Catering : 9%, la sécurité : 2%.
•**Matérielles :** L'ENGTP dispose :
- Un atelier de soudage.
- Des ateliers de tuyauterie.
- Des laboratoires de contrôle destructif et non destructif.
- D'un parc matériel roulant plus de 3000 équipement [20].

1.6 Organigramme Général de L'ENGTP

L'organigramme ci-dessous montre les différentes structures ayant la responsabilité et l'autorité pour exécuter et vérifier le travail accompli par L'ENGTP.
L'entreprise est gérée et administrée par un Président Directeur Général, assistée par les cadres dirigeant et certain nombre de collaborateurs de son choix.

Ces structures sont fixées comme suit :

- Une Direction Générale ;
- Neuf directions centrales ;
- Quatre directions régionales.

- Les directions centrales, chacune en ce qui la concerne assiste la direction générale dans l'administration, le contrôle, la planification développement, la réalisation des activités opérationnelles de l'entreprise.
- Les directions régionales ont pour but d'assurer la réalisation des projets, le support logistique nécessaire aux chantiers dans leurs zones géographiques respectives, et la prestation de service en maintenance industrielle.
- Le centre de soudure et d'expertises a pour mission d'assurer la formation et le perfectionnement et le recyclage du personnel dans les domaines de soudage, de la tuyauterie et de contrôle ultrasons de la radio métallographie.

En outre ce centre fournit des prestations d'expertise dans le domaine de soudage et des activités s'y rapportant.

ORGANIGRAMME DE L'ENGTP

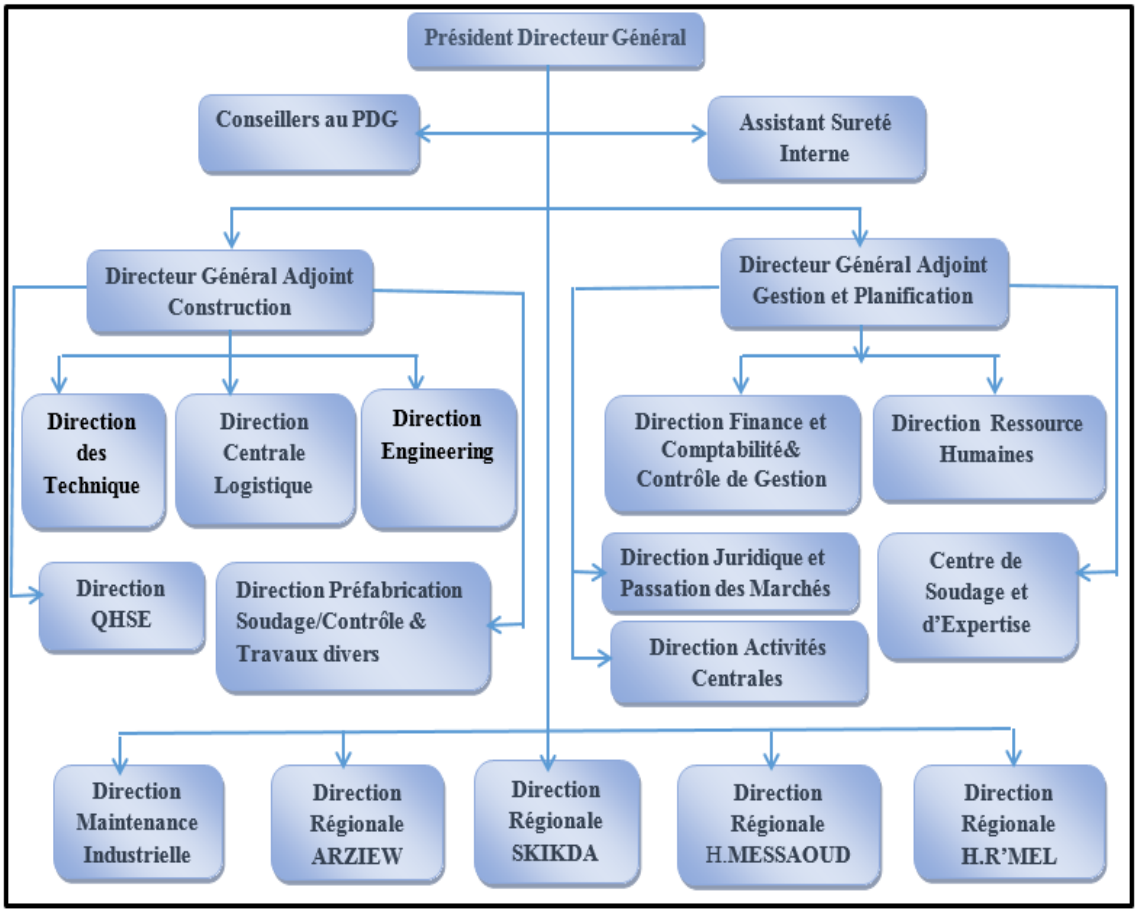

FIGURE 1.2: Organigramme Général de l'ENGTP [20].

L'entreprise est gérée et administrée par un Président ; la Direction Technico Commerciale est l'une des directions qui assurent le bon fonctionnement de l'activité de l'entreprise, pour mener à terme ses objectifs elle est organisée en quatre départements, chacun ses missions, Département Coordination des Offres, Département Technique, Département Estimation et Marchés et Département Normes Plans de Production. Le thème de notre mémoire a été proposé dans ce dernier département [20].

Organigramme de la Direction Technico Commerciale

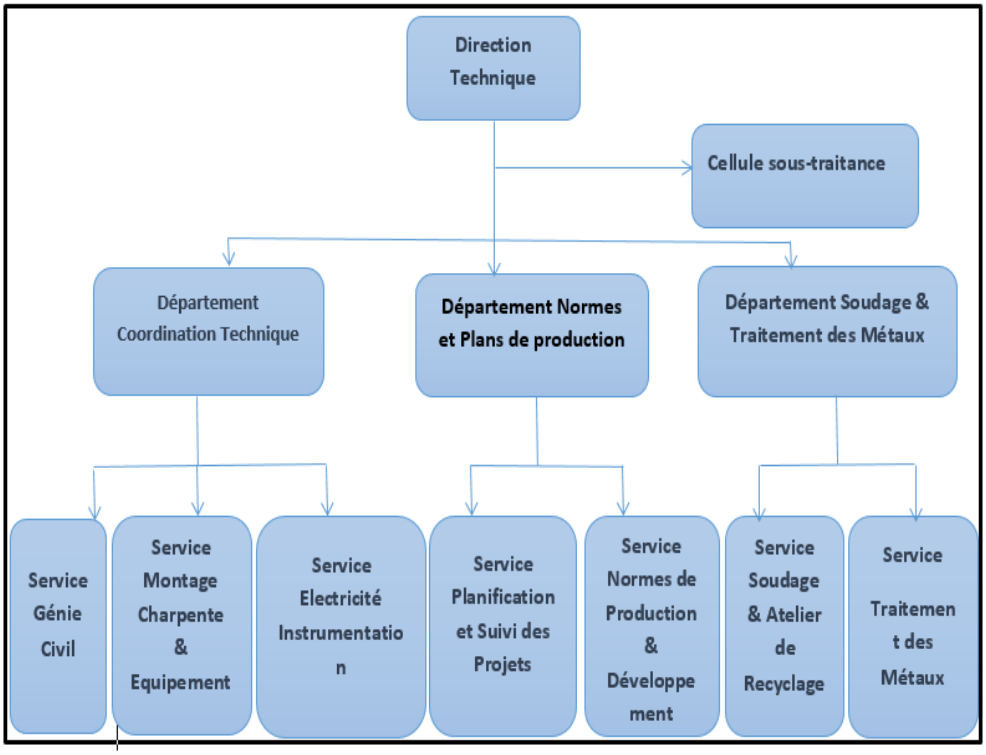

FIGURE 1.3: Organigramme de la direction technique [20].

1.7 Le but essentiel du Département Normes et Plans de Production

✓Formuler et recommander les méthodes et procédure relatives au suivi de l'exécution des projets en matière de planning et contrôle des couts et en assurer la mise en œuvre ;
✓Assurer la planification et le suivi de l'exécution des projets en matière de planning de contrôle des couts ;
✓Mettre en place et assurer la mise à jour d'une base de données relative aux normes de production ;
✓Identifier et développer les techniques, les méthodes et ressources nécessaires au suivi de l'exécution des projets en matière de planning et de contrôle des couts.

1.8 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons pu cerner l'organisme d'accueil en présentant l'entreprise et sont environnement dans lequel il évolue, après avoir étudié globalement ses politiques, ses concurrents et ses activités.
Notre entrepôt de données se limitera à la fonction maintenance des matériels roulants de L'ENGTP.
Dans le prochain chapitre, nous allons entamer la problématique.

2

Position du problème

Ce chapitre a été consacré à la présentation de la problématique et aux principaux objectifs assignés à notre étude, nous avons entamé la problématique en lui donnant l'objectif principale de notre étude.

2.1 Introduction

La conception et la gestion de projet complexe composée de multiples travaux élémentaires pose des problèmes délicat tels que la planification (prévision du déroulement des tâches,établissement d'un calendrier).
La planification a pour objet d'établir un calendrier des travaux. Nous fixons des dates de début et de fin de chaque tâches et nous veillons sur le fait que le matériel nécéssaire pour l'éxecution soit disponible au temps demandé.
Les techniques d'ordonnancement ont pour objet d'aider à la résolution de ce type de problèmes en donnant un ordre d'éxecution aux tâches du projet.

2.2 Problématique

La société des grands travaux pétroliers GTP est une entreprise de réalisation de grands ouvrages industriels, notamment dans le domaine des hydrocarbures. Elle gère des projets dans le cadre des contrats passés avec différents clients. Les termes du contrat et précisément le montant et le délais de réalisation constituent des engagements fermes vis-à-vis de ces clients.

Pour cela, l'entreprise est tenue de mettre en œuvre tous les outils et méthodes qui permettent d'assurer l'exécution des projets dans les délais imparti.

La planification du projet est initialisée au début d'un projet et mise à jour pendant toute sa durée de vie. Un même projet peut faire l'objet de plusieurs plannings ; un planning global et un seul planning ou bien plusieurs plannings détaillés. L'ensemble de ces plannings permet de gérer les principales tâches et jalons du projet.
Un projet comporte toujours un nombre de tâches (activités) plus ou moins grand à réaliser dans des délais impartis et selon un agencement bien déterminé.

GTP veut réaliser un système de stockage de Gaz et de Pétrole Liquéfier 'GPL' par la construction de sphères et de réservoirs de stockage dénomé "LPG 3"
Le projet consiste en un ensemble de tâches, pouvant être indépandantes chacune composée d'activités précises :

Montage mécanique

-Montage, réglage, soudage et NDT des tôles annulaires de fond
-Montage, réglage, soudage et NDT des tôles de fond
-Montage, réglage, soudage et NDT des tôles de la robe
-Préparation et pose supports temporaires T.Flottant
-Montage, réglage, soudage et NDT des tôles inferieurs, caissons et tôles supérieurs du toit flottant
-Montage, réglage, soudage des supports et accessoires du toit flottant
-Montage et soudage des accessoires du bac (échelles, drainage, rampe d'arrosage, supports,tuyauterie, ...)

Tests hydrostatiques

-Remplissage par palier de 25%
-Tests hydrostatiques
-Vidange par palier de 25%

Peinture

-Peinture interieur Extérieur
-Sablage application couche primaire
-Application couche secondaire
-Application couche finale [20].

Organigramme de projet

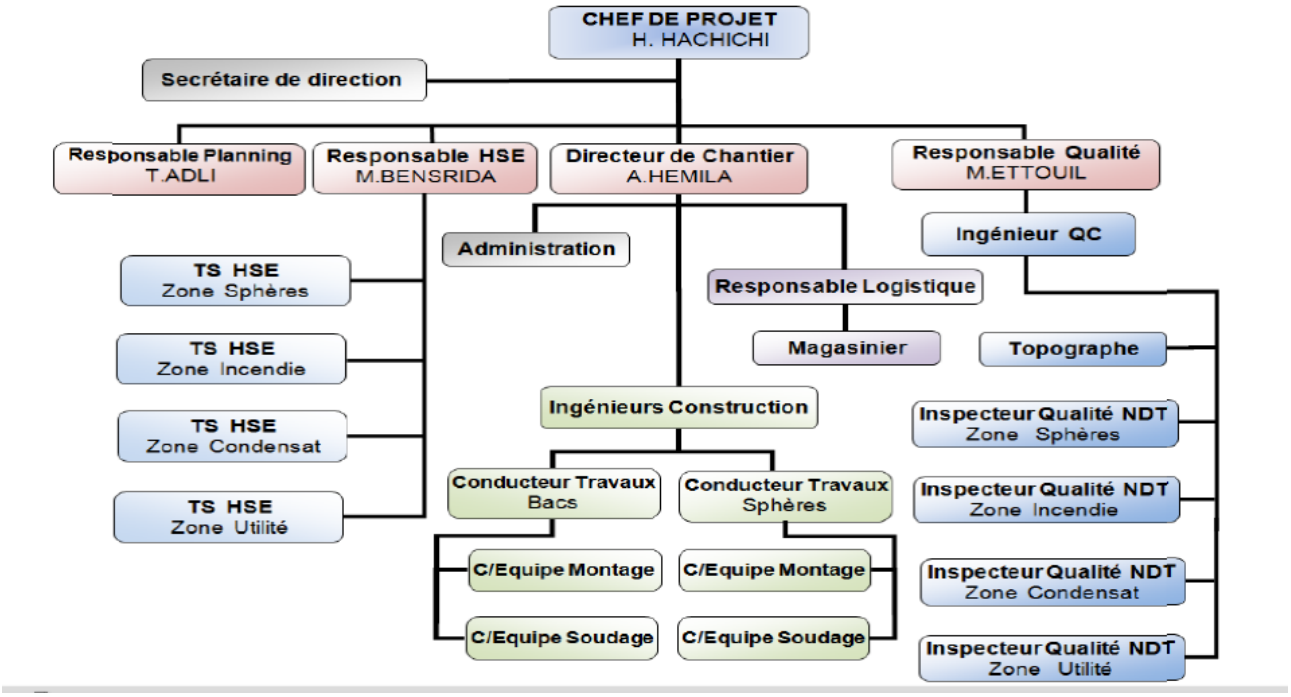

FIGURE 2.1: Organigramme de projet [20].

2.3 L'objectif

Afin de répondre au problème posé, notre objectif est de minimiser la durée du projet, la solution est bien l'ordonnancement de plusieurs tâches en respectant les contraintes de précédence et de ressource ainsi que la quantité disponible, c'est-à-dire proposer un calendrier d'exécution tout en tenant compte de la disponibilité du matériel ainsi que du nombre d'ouvriers qui participe à l'exécution des travaux. Le problème posé est un problème d'ordonnancement de projet, dans lequel toutes les tâches sont considérées connues à l'avance. On cherche à planifier les tâches dans le temps et associer à chaque tâche un ensemble de ressources (humaines et matérielles) nécessaires à son exécution. Ce problème est plus connu sous le nom de problème d'ordonnancement de projet avec contraintes de ressources (Resource Constrained Project Scheduling Problem RCPSP).

3

Management de projet

Ce chapitre a pour but d'introduire les bases de l'approche du management de projet, en mettant l'accent sur les outils de planification et de suivi existants. Nous définissons ce qu'on entend de projet : ses différentes phases et différents acteurs, des généralités sur le problème d'ordonnancement et nous finissons par des méthodes d'ordonnancement de projet .

3.1 Introduction

Le management de projet intervient lorsque les fondements de celui-ci sont bien établis. Il met l'accent sur les aspects humains et organisationnels et conduit à prendre en charge le plan d'action et le plan d'animation. Il consiste ainsi à animer un groupe, à planifier, à mettre en place un suivi, à communiquer et prévoir un bilan. C'est un outil constructif qui permet de tirer des enseignements pour progresser.

3.2 Défintion d'un projet

Projet :"opération ponctuelle ayant un début et une fin, nécessitant la mise en œuvre de ressources humaines et matérielles pour sa réalisation".

On définit un projet par un ensemble d'activités (ou tâches) ayant des caractéristiques propres, qui sont exécutées grâce à un ensemble de ressources.
De manière générale, une activité est caractérisée par sa durée, sa consommation en ressources, son coût et sa priorité [8].

3.2.1 Types de projets

Ouvrage : résultat unique : un pont, un immeuble, un film, une pièce de théâtre, un logiciel.

Produit : mise au point d'une gamme de produit : nouveau modèle de voiture, nouvelle création de haute couture, nouvel aliment.

Opération : fusion de deux entreprises, automatisation des processus, formation des personnels.

Evénement : Coupe du monde de rugby, Jeux Olympique [10].

3.2.2 Les acteurs de projet :

Différents types d'acteurs peuvent intervenir dans un projet, ces acteurs ont des rôles et des responsabilités (droits et obligations) qui doivent être clairement précisés avant le démarrage du projet.

Maîtrise d'ouvrage *MOA* : "Client"

C'est lui qui prend la décision de lancer le projet , responsable d'une fonction opérationnelle ou fonctionnelle : Précise les objectifs du projet, définit le produit répondant aux objectifs (sa composition et son fonctionnement), établit le programme de réalisation , détermine le budget.

Maîtrise d'oeuvre *MOE* : "Réalisateur"

Le maître d'oeuvre est celui qui a en charge la réalisation technique du projet , il a donc une responsabilité opérationnelle et technique :assure l'organisation, contrôle la réalisation du projet, anime l'équipe projet [7].

3.2.3 Les disciplines du management de projet :

La gestion de projet est l'ensemble des connaissances , de l'experience , des outils et des méthodes nécessaires pour que le résultat du projet atteigne les besoins et les attentes des parties prenante. Elle contient (09) disciplines :

- **Gestion de contenu du projet**
  La gestion de contenu du projet recouvre les processus nécessaires pour s'assurer que le projet prévoit toutes les activités nécessaires pour réaliser le projet avec succés .

- **Gestion de délais du projet**
  La gestion de délais du projet recouvre les processus nécessaires pour assurer la réalisation du projet en temps voulu.

- **Gestion de l'intégration du projet**
  La gestion de l'intégration du projet recouvre les processus nécessaires pour s'assurer la coordination correcte des divers éléments du projet.

- **Gestion des coût du projet**
  La gestion des coût du projet recouvre les processus nécessaires à l'exécution du projet dans les limites budgétaires fixées.

- **Gestion de ressources humaines du projet**
  La gestion de ressources humaines du projet recouvre les processus nécessaires au meilleur emploi du personnel impliqué dans le projet.

- **Gestion des approvisionnements du projet**
  La gestion des approvisionnements du projet comprend les processus nécessaires pour acquérir des produits et des services auprés d'organismes extérieurs à l'entreprise en charge du projet .

- **Gestion des communication du projet**
  La gestion de communication du projet comprend les processus nécessaires à la collecte et à la diffusion aux besoin des informations concernant le projet .

- **Gestion de qualité du projet**
  La gestion de qualité du projet recouvre les processus nécessaires s'assurer que le projet répondera aux besoins pour lesquels il a été entrepris .

- **Gestion des risques du projet**
  La gestion des risques du projet recouvre les processus nécessaires pour identifier, analyser et faire face aux risques d'un projet [8].

3.2.4 Cycle de vie d'un projet

Le cycle de vie d'un projet est défini par l'organisation qui arbite le projet.
Il facilite la préparation initiale du projet en définissant par défaut les phases de son déroulement. il matérialise l'élaboration progressive du produit ou service au cours du déroulemment du projet.
Il structure les grands moments de rencontre entre le commanditaire et l'équipe de réalisation de projet.
Les grandes étapes d'un projet financé par le bureau des technologies d'apprentissage sont :

- **la phase préliminaire** :
  Qui consiste en une réflexion sur l'intérêt du projet en termes d'opportunité stratégique.

- **l'expression du besoin** :
  Qui vise à définir les fonctions attendues, le périmètre du projet, mais aussi les critères selon lesquels le projet sera évalué. Ces critères doivent être priorisés en précisant les degrés d'importance relatifs,

- **la faisabilité** :
  Qui consiste en l'étude de ce qui est techniquement et économiquement faisable. Elle comprend la consultation des maîtres d'oeuvres potentiels, la comparaison des propositions techniques et financières des réalisateurs possibles,

- **le développement** :
  Le maître d'oeuvre coordonne les travaux sur le « produit papier », pour préciser ce qui doit être fait jusqu'à l'achèvement de la réalisation. La conception du produit est effectuée au cours de cette phase. Les plans et dossiers de conception sont produits pour permettre la réalisation,

- **la réalisation** :
  Le chantier est lancé, les travaux avancent pour transférer le « produit papier » dans le réel.

- **la vérification** :
  On vérifie (ou on calcule) que les caractéristiques attendues sont bien au rendez-vous. Elle se termine avec la qualification de produit.

- **la phase d'exploitation** :
  Elle commence le plus souvent par la levée des réserves et voit la fin de la relation contractuelle entre maîtrise d'ouvrage et maîtrise d'oeuvre [8].

3.3 Le management de projet

Le management de projet recouvre l'ensemble des tâches qui permettent de conduire une opération quelconque à bonne fin ; il comprendra les tâches de direction, gestion, mâtrise, pilotage.
Piloter un projet, c'est mener à bien et à temps les actions qui vont produire le résultat du projet. Piloter un projet est une des fonctions du management de projet.
Selon la norme AFNOR(Agencde Français Pour la Normalisation) Le management de projets regroupe deux fonctions bien différentes :

1)La Direction de projets

Qui s'intéresse aux décisions stratégiques (décisions à long terme mettant en jeu l'avenir de l'entreprise) cette fonction est assurée par un chef de projet assisté parfois d'une équipe.
Il consiste à :
-Fixer le cadre stratégique (objectifs, moyens, programmes)
-Prioriser les actions
-Coordonner les activités et les différents projets
-Gérer les changements stratégiques
-Optimiser les ressources.

2)La gestion de projet

Qui s'intéresse aux décisions opérationnelles (décisions à court terme de gestion des équipements et du personnel), elle est assurée par un contrôleur de projet. Elle a pour objectif d'apporter à la direction de projet les informations relatives à l'avancement de l'exécution du projet, au respect de ses objectifs et de ses coûts.

Il consiste à :
- Apporter les éléments nécessaires au pilotage
- Gérer les délais
- Gérer les coûts
- Planifier les tâches
- Elaborer des tableaux de bord
- Evaluer le projet.

3.3.1 Comment manager un projet

Outils pour organiser le projet :
- L'organigramme technique de projet
- La méthode P.E.R.T
- Le planning de Gantt
- la méthode MPM

Outils pour gérer le projet :
- Le tableau de bord
- Le tableau des risques

Outils pour animer le projet :
- Les rapports d'avancement
- Le plan de communication [8].

3.3.2 TRIANGLE D'OR

Chaque projet est caractérisé par trois paramètres à savoir, les coûts, les durées et la qualité référant lorsque nous évoquons le triangle du projet. Ces éléments concurrents sont également connus comme étant les trois contraintes d'un projet.
Une bonne compréhension de ce triangle nous permettra de faire des choix optimaux dans toutes nos transactions :
Objectifs Qualité : Tenir l'engagement de qualité, fiabilité, dans le respect de cahier des charges .
Objectif Coût : Garantir le budgets, maîtriser les dépenses, assurer les rentabilités des projets.

Objectif Délais : Tenir l'engagements de planning (Délais, Jalons ...)[8].

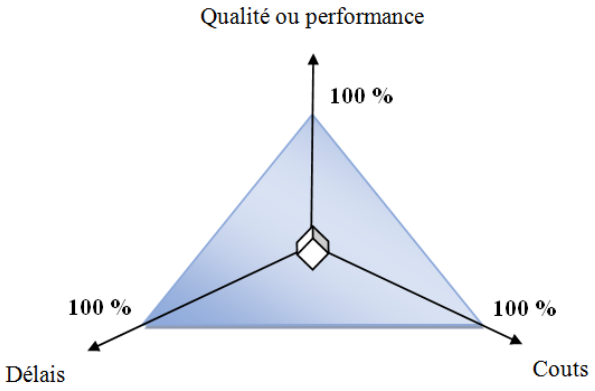

FIGURE 3.1: Triangle d'or.

3.4 Le découpage du projet

Le découpage de projet consiste à fractionner les livrables principaux en éléments plus petits, mieux gérables jusqu'à un point tel que ces éléments livrables soient suffisamment maîtrisables.

Le découpage de projet permet de répondre à un certain nombre de question :

Quoi faire ? $\longmapsto$ Produit attendus(PBS)
Comment faire ? $\longmapsto$ Organisation des tâches (WBS)
Avec quoi le faire ? $\longmapsto$ Ressourse nécessaire (RBS)
Combien pour le faire ? $\longmapsto$ Budget(CBS)
Quelle organisation pour le faire ? $\longmapsto$ Organisation équipe projet (OBS)
Quand le faire ? $\longmapsto$ Planninge de réalisation (PERT,Gantt)

Product Breakdown Structure (PBS) :

Le PBS est une décomposition hiérarchisée et organisée du produit. C'est l'outil principal de la structuration du chef de projet puisque il constitue les livrables du projet .

Le PBS a pour objectifs de définir la nomenclature des objets du projet, de décomposer l'objet du projet en sous-ensembles et définir les compétences nécessaires à la mise en place du projet .

Work Breakdown Structure (WBS) ou Organisation des Tâches (OT) :

Est un outil de gestion de projet qui utilise des diagrammes et des arborescences structurés pour désigner graphiquement un projet. permet le découpage hiérarchique arborescente du projet en composantes élémentaires.

Ressources Breakdown Structure (RBS)ou Organigramme Ressources :

C'est le recensement selon les besoins des ressources critiques nécessaires au projet. C'est un ensemble d'échéanciers des besoins en ressources critiques .

Costing Breakdown Structure (CBS) ou Organigramme des coûts :

Le CBS c'est le processus d'affectation de coût aux différentes tâches du WBS et qui aboutit au budget prévisionnel du projet [18].

3.5 Formulation et représentation du problème d'ordonnancement

Le problème d'ordonnancement consiste à organiser dans le temps la réalisation des activités d'un projet, compte tenu de contraintes temporelles (délais, contraintes d'enchaînement ...) et de contraintes portant sur l'utilisation et la disponibilité de ressources requises pour la réalisation de ce projet. Ainsi, un ordonnancement constitue une solution au problème d'ordonnancement. Il décrit l'exécution des **activités** et l'allocation des **ressources** au cours du **temps**, satisfaisant les contraintes et s'approchant au mieux des objectifs à atteindre. De manière plus précise, on parle d'ordonnancement lorsqu'on parvient à fixer les dates de début ou de fin de chacune des activités du projet. En outre, on réserve le terme de séquencement au cas où seul l'ordre relatif des activités (séquence) est fixé, indépendamment de leurs dates d'exécution.
Mathématiquement, c'est un problème d'optimisation sous contraintes. Il s'agit de déterminer à l'intérieur de l'ensemble des solutions réalisables (c'est-à-dire vérifiant les contraintes du problèmes), un ordre de passage des tâches qui minimise une (ou parfois plusieurs) fonction objectif donnée [3].

L'ordonnancement se déroule en trois étapes :

a) La planification : qui vise à déterminer les différentes opérations à réaliser, les dates correspondantes, et les moyens matériels et humains à y affecter.

b) L'exécution : qui consiste à la mise en oeuvre des différentes opérations définies dans la phase de planification.

c) Le contrôle : qui consiste à effectuer une comparaison entre planification et exécution, soit au niveau des coûts, soit au niveau des dates de réalisation [6].

3.5.1 Données d'un problème d'ordonnancement

Avant d'apporter une définition au problème d'ordonnancement du projet nous définissons les termes suivants :

Tâche /Activité

Une tâche est une action à mener pour aboutir à un résultat.
A chaque tâche définie, il faut associer :
• Un objectif précis et mesurable
• Des ressources humains, matérielles et financières
• Une durée ainsi qu'une date de début et une date de fin.

Contraintes

Les problèmes d'ordonnancement sont rendus difficiles à cause des contraintes à respecter nous pouvons distinguer plusieurs types d'entre elles .

- ***Les contraintes potentielles :*** elles lient les tâches entre elles c'est à dire que telle opération ne peut être exécutée avant telle autre, elles peuvent être temporelles ou de succession (temporelles quand il faut attendre la fin d'une tâche avant de lancer la suivante).
- ***Les contraintes disjonctives (ou non partageables) :*** ce type de contraintes est lié aux ressources utilisées par les tâches, il apparaîtra lorsque deux tâches, utilisant la même machine, ne pourront pas s'exécuter simultanément.
- ***Les contraintes cumulatives (ou partageables) :*** elles sont aussi liées aux ressources, elles apparaîssent par exemple lorsque trois processus sont disponibles pour l'exécution de quatre tâches : on ne pourra exécuter plus de trois de ces tâches en même temps sans que l'on puisse savoir à l'avance laquelle sera retardée [11].

3.5.2 Formalisation des contraintes

Contraintes potentielles

Notation : t_j : date de début de la tâche j, d_j sa durée
Forme générale :$t_j \geq t_i + l_{ij}$

■Localisation temporelle : j ne peut débuter avant une certaine date (livraison de matière première, conditions climatiques,...)

■ Contrainte de délais : j doit être terminée avant une certaine date

■ Contrainte de succession
-succession simple
-succesion immédiate

3.5.3 Définition générale du problème central de l'ordonnancement

Un projet est découpé en un ensemble T de tâches pour lesquelles on dispose des informations suivantes :

- Chaque tâche iϵ T a une durée d_i supposée connue avec certitude,
- Ces tâches sont liées entre elles par des contraintes de succession,
  les tâches peuvent être affectées de contraintes de localisation temporelle : par exemple, date de début imposée pour une tâche.

Remarque
Dans le problème central de l'ordonnancement, on ne tient pas compte de l'utilisation éventuelle de ressources humaines ou matérielles pour réaliser les tâches.

3.5.4 Description du problème

On dispose d'un ensemble T de tâches. Pour chacune d'elles, on a sa durée d_i.

Les décisions à prendre

On souhaite déterminer pour chaque tâche la date à laquelle elle doit débuter.
On associe à chaque tâche i ϵT une variable de décision t_i représentant sa date de début.
On introduit deux tâches fictives : α représentant le début des travaux et ω représentant la fin des travaux. Ces deux tâches ont une durée nulle.
La date de début des travaux correspond à t.
On prend $t\alpha = 0$, c'est-à-dire que l'origine du temps est fixée à la date de début des travaux. La date de fin des travaux sera mesurée par tω, date d'exécution de la

tâche fictive ω.
Si $t\alpha = 0$, tω représente aussi la durée des travaux [1].

Les décisions possibles

Il s'agit de respecter un certain nombre de contraintes portant sur les dates de début des tâches.
Dans le cadre du problème central de l'ordonnancement, on peut prendre en compte par exemple les contraintes suivantes :

1 - *Contraintes de succession* :
La tâche j ne peut commencer avant la fin de i.
2 - *Contraintes de succession partielle* :
La tâche j peut commencer dés qu'un pourcentage pi de la tâche i est exécute.
3 - *Contraintes de succession immediate* :
La tâche j doit commencer dés que i est terminée.
4 - *Date de disponibilité* :
La tâche i ne peut commencer avant une certaine date r_i.
5 - *Date de livraison* :
La tâche i doit être terminée avant une certaine date l_i [1].

Cas 1 :$t_j \geq d_i + t_i$
Cas 2 :$t_j \geq t_i + p_i d_i$
Cas 3 :$t_j = t_i + d_i \;\; t_j - t_i \geq d_i \; et \; t_j - t_i \leq d_i$
Cas 4 :$t_i \geq r_i \;\; soit \;\; t_i \geq t_\alpha + r_i$
Cas 5 :$t_i + d_i \leq l_i \;\; soit \;\; t_\alpha \geq t_i + d_i - l_i$

Toute contraintes entre les dates de début de tâches qui peut se mettre sous la forme $t_j \geq t_i + l_{ij}$ peut être prise en compte dans le cadre du problème central de l'ordonnancement [1].

Fonction objectif

ω représentant la tâche "fin" du projet, le critère peut être traduit par :
Min (t_ω)
Le problème central de l'ordonnancement est alors modélisé par le problème d'optimisation suivant :

$$\left\| \begin{array}{l} Minimiser \;\; t_\omega \\ S.C \\ t_j - t_i \geq l_{ij} \\ t_\alpha = 0 \end{array} \right.$$

Les contraintes portent sur tous les couples (i, j) de tâches de T associées aux contraintes du problème.
Ecrit sous cette forme, le problème central de l'ordonnancement est modélisé par un problème de programmation linéaire [1].

Contraintes disjonctives

Deux tâches i et j sont en disjonction si elles ne peuvent être exécutées simultanément. Les intervalles d'éxécution des tâches disjonctives sont disjoints :

$$[t_i; t_i + d_i] \bigcap [t_j; t_j + d_j] = \emptyset$$

Ex : i et j utilisent une même machine
Disjonction d'inégalités de potentiels
$t_j - t_i \geq d_i \; ou \; t_i - t_j \geq d_j$

Contraintes cumulatives

On parle de contraintes cumulatives lorsque les tâches demandent une partie d'une ou plusieurs ressources présentes en quantité limitée

r_i^k **:**la consommation de ressources par unité de temps où k est le numéro de la ressource et i le numéro de l'activité.

$$\sum_{i \epsilon A(t)} \; r_i^k \leq \; R_k(t) \;\; \forall t = 0...T \;\; \forall k = 1...m$$

$R_k(t)$:la quantité de moyen k disponible à t.
$A(t) : \{i/i \;\; utilse \;\; k \; et \; t_i \leq \; t \leq \; t_i + d_i\}$

Ressources

Le ressource est un moyen technique ou humain destiné à être utilisé pour la réalisation d'une tâche et disponible en quantité limitée.
on peut distinguer plusieurs types de ressources à savoir :
-ressource renouvelable :
si après avoir été allouée à une ou plusieurs tâches elle est à nouveau disponible en même quantité (les hommes, les machines, l'équipement en général).
On distinguera les ressources disjonctives qui ne peuvent exécuter qu'une tâche à la fois (machine-outil, robot manipulateur) et les ressources cumulatives qui peuvent être utilisées par plusieurs tâches simultanément mais en nombre limité (équipe d'ouvriers, poste de travail).
-ressource consommable :
si après avoir été allouée à une tâche,elle n'est plus disponible pour les autres tâches (matières premières, budget) [11].

Critères

Les facteurs importants dans l'évolution d'un problème d'ordonnancement sont l'utilisation efficace des ressources , et le respect du plus grand nombre possible de contraintes. Il convient donc de préciser les objectifs devant intervenir dans le choix d'un ordonnancement. La détermination de ces objectifs s'avère souvent extrêmement délicate.Parmi ces critères nous pouvons citer :

-Le coût et la durée de la réalisation
-le respect du délais d'exécution
-la quantité de moyens nécessaires
-la quantité de travail en attente
-l'équilibrage dans le temps de la quantité de moyens utilisés [11].

Jalons

Les jalons d'un projet se définissant comme
- Des événements clé d'un projet ,montrant certaine progression du projet
- Des dates importantes de réalisation d'un projet
- Une réalisation concret(production de livrable).

Livrable

Un livrable est tout résultat,document,mesurable,tangible ou véritable qui résulte de l'achevement d'une partie de projet
Exemple :Un cahier des charges et un étude de faisabilité sont des livrables.

3.6 Les techniques d'ordonnancement

Les techniques d'ordonnancement permettent d'ordonnancer minimisant le délais d'éxécution, un ensemble de tâche T soumis uniquement à des contraintes potentielle (et non à des contraintes se ressources).

3.6.1 Le Diagramme de Gantt

Le graphique de Gantt n'est pas une méthode pour résoudre les problème d'ordonnancement mais seulement une méthode pour répresenter une solution .
cette méthode très encienne est excellente car trés facile à lire même pour les profanes.

Principe

Ce type de diagramme a été mis au point en 1917 par un américain Henry Gantt.
On représente au sein d'un tableau, en ligne les différentes tâches et en colonne les unités de temps(exprimées en mois, semaines, jours, heures...)
La durée d'exécution d'une tâche est matérialisée par un trait au sein du diagramme.

Réalisation

Les différentes étapes de réalisation d'un diagramme de Gantt sont les suivantes :

Première étape : On détermine les différentes tâches (ou opérations) à réaliser et leurs durées.

Deuxième étape : on définit les relations d'antériorité entre tâches.

Troisième étape : on représente d'abord les tâches n'ayant aucune antériorité, puis les tâches dont les tâches antérieures ont déjà été représentées, et ainsi de suite...

Quatrième étape : on représente par un trait parallèle en pointillé à la tâche planifiée la progression réelle du travail [7].

Exemple :
Dans l'exemple présenté, on n'a que des contraintes de succession.

	Durée	Prédécesseurs
A	7	-
B	8	-
C	2	A
D	4	A,B
E	3	C,D
F	1	C,D

L'ensemble des résultats est regroupé dans le tableau ci-dessous :

	Durée	PTÔ	PTR	MT	ML
α	0	0	0	0	0
A	7	0	3	3	1
B	8	0	0	0	0
C	2	7	10	3	3
D	4	8	8	0	0
E	3	12	12	0	0
F	1	12	14	2	2
ω	0	15	15	0	0

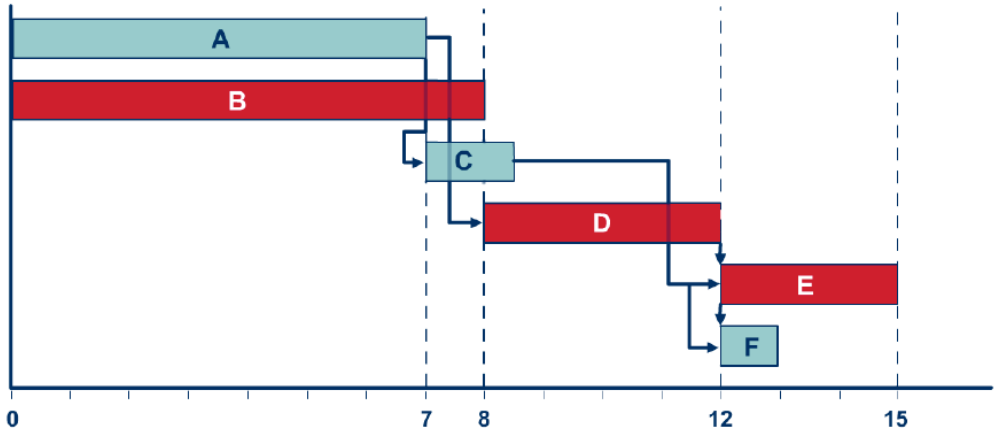

FIGURE 3.2: Le Diagramme de Gantt [1]

Théorème d'existence :
Une condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe un ensemble de potentiels sur un graphe conjonctif G = (X, U) est que ce graphe n'ait pas de circuit de valeur strictement positive .

3.6.2 L'ordonnancement par la méthode P.E.R.T

Définition

La méthode P.E.R.T (Program Evaluation Review Technic)Technique d'élaboration et de Mise à Jour de Programme est un outil d'organisation du projet , une méthode découverte par Willar Frazard en 1958 . Elle permet à l'USA NAVY de gagner 2 ans sur la fabrication des fusées polars (projet établit initialement sur 7 ans).
C'est une modélisation du problème central de l'ordonnancement par un graphe, elle permet d'évaluer la durée de réalisation d'un projet complexe et de détecter les parties de ce projet ne supportant aucun retard.

But de la méthode P.E.R.T

▶ Définir le délais total d'accomplissement de l'oeuvre et éventuellement proposer des moyens pour le réduire .
▶ Connaitre les conséquences du changement de la durée d'une tâche partielle .
▶ Evaluer les moyens à mettre en oeuvre .
▶ Etablir une relation entre les délais et les coûts .

Une tâche ne peut être représentée qu'une seul fois ,inversement une flèche ne peut représenter qu'une tâche.

Principe

Basé sur un Graphe G=(X,U)
U : est l'ensemble des tâches + 2 tâches fictives
X : est un ensemble d'évènements

Dans un graphe PERT :
Chaque tâche est représenté par un arc, auquel on associe un chiffre entre parenthèses qui représente la durée de la tâche.
Entre les arcs figurent des cercles appelées étape ou « évènement » qui marquent l'aboutissement d'une ou plusieurs tâches. Ces cercles sont numérotées afin de suivre l'ordre de succession des divers évènements.

Réalisation

- **Première étape :** Les tâches doivent être identifiées, quantifiées en durée
- **Deuxième étape :** on définit les relations d'antériorité entre tâches. Pour construire un graphe PERT, on utilise la méthode des niveaux.
- **Troisième étapes :** on détermine les niveaux de chaque tâche

Les tâches sans antécédents, qui constituent le niveau 1. On identifie ensuite les tâches dont les antécédents sont exclusivement du niveau 1. Ces tâches constituent le niveau 2, et ainsi de suite...

- **Quatrième étape** :construction du graphe PERT
- **Cinquième étape :** Calcul des dates au plus tôt, au plus tard et chemin critique.

Relations entre tâches :

- Fin à début (FD) : la fin de la tâche précède immédiatement le début de la suivante
- Début à début (DD) : Les deux tâches peuvent débuter au même moment
- Fin à fin (FF) : La fin d'une tâche autorise la fin de l'autre
- Début à fin (DF) : Le début d'une tâche autorise la fin de l'autre

3.6.3 Définitions et Conventions de Représentation

- **Une tâche :** fait évoluer l'oeuvre vers son état final , elle consomme donc du temps de l'énergie , de la matière et de ce fait coûte .
  Chaque tâche est représentée par une flèche (segment orienté dans le sens de l'écoulement du temps) dont la longueur est indépendante de la durée de la tâche .

- **Tâche fictive :** si deux tâches(flèches) partent d'une même étape pour aboutir à une même étape ,on crée une tâche fictive

Chaque tâche fictive est représentée par une fléche pointillée , sa durée est nulle , elle ne consomme aucune ressource , elle ne coûte donc rien .

- **Tâches convergentes :** plusieurs tâches peuvent se terminer sur une même étape.

- **Etape :** On appelle étape le début ou la fin d'une tâche une étape sera représentée par un cercle ou une autre figure géométrique .
  Une étape est de durée nulle , elle ne coûte donc rien.

- **Tâches simultanées :**elles peuvent commencer en même temps en partant d'une même étape.

- **Réseau :**C'est l'ensemble des tâches et des étapes qui représente l'oeuvre.
  Le réseau met en évidence les relations entre les tâches et les étapes .

Exemple :

Tâche	Durée	Antériorités
A	4	-
B	8	-
C	1	-
D	1	C
E	6	A
F	3	A
G	5	B
H	3	E,F,G
I	1	D
J	2	I
K	2	H
L	5	J,K

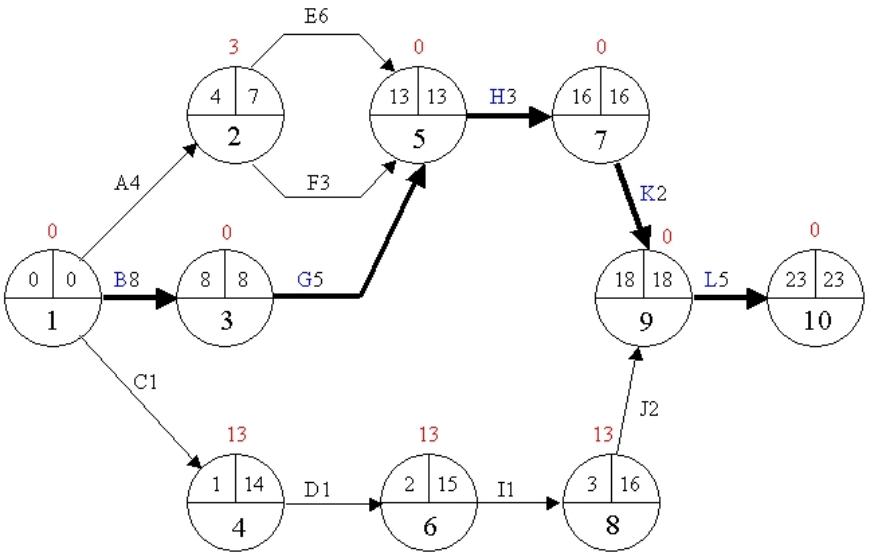

FIGURE 3.3: Le résaux PERT

Tâch	ML	MT
A	4-0-4= 0	3-0= 3
B	8-0-8= 0	0-0= 0
C	1-0-1= 0	13-0=13
D	2-1-1= 0	14-1=13
E	13-6-4= 3	7-4=3
F	13-4-3= 6	10-4=6
G	13-8-5= 0	8-8=0
H	16-13-3=0	13-13=0
I	3-2-1= 0	15-2=13
J	18-3-2=13	16-3=13
K	18-16-2=0	16-16=0
L	23-18-5=0	18-18=0

3.6.4 La méthode du Potentiel-Metra MPM

Définition

La Méthode des Potentiels et antécédents Métra (MPM) est comme le PERT une technique d'ordonnancement basée sur la théorie des graphes, visant à optimiser la planification des tâches d'un projet. Ainsi, Le principe de la méthode est le même et donc la méthodologie à adopter sera sensiblement identique à celle du PERT. Seule la représentation diffère.
Le graphe MPM se présente tel comme suit :

• Chaque tâche est représentée par un sommet, et les arcs entre les sommets traduisent uniquement les relations d'anteriorite des tâches.

• Chaque tâche (ou sommet) est renseignée sur la date à laquelle elle peut commencer au plus tôt (date de début au plus tôt) et terminer au plus tard (date de fin au plus tard) pour respecter le délais optimal de réalisation du projet.

• A chaque arc est associée une valeur numérique qui représente soit une durée d'opération, soit un délais, et la longueur des arcs n'est pas proportionnelle à cette durée.

• Le graphe commence et termine sur 2 sommets, respectivement appeles Début et Fin symbolisant les début et fin des operations. Ces deux sommets ne correspondent pas à une tâche.

• Le graphe se lit de gauche à droite (du sommet "DEBUT" à celui de "FIN").

3.6.5 Dates et marges associées à une tâche

a- La date de début au plus tôt

La date de début au plus tôt $\underline{t}_i$ est égale à la longueur du plus long chemin de la tâche Début (ou 0)à i.

$$\underline{t}_i = \max_{j \epsilon \Gamma^{-1}(i)} \{\underline{t}_j + d_{ij}\}$$

$\Gamma^{-1}(i)$: est l'ensemble des pèdrècesseurs de i.
d_{ij} : est la valuation de l'arc (i, j)(la durée de i)

b- La date de début au plus tard

La date de début au plus tard $\bar{t}_i$ de i est la date maximum à laquelle on peut exécuter i sans retarder le projet.
Dans le cas d'un graphe sans circuit, on a :

$$\bar{t}_i = \min_{j \epsilon \Gamma(i)} \{\bar{t}_j - d_{ij}\}$$

$j \epsilon \Gamma(i)$: est l'ensemble des successeurs de i.
d_{ij} **:** est la valuation de l'arc (i, j)(la durée de i)

c- Date de fin au plus tôt

La date de fin au plus tôt $\underline{T}_i$ d'une tâche i est la date à laquelle i se termine en commençant à sa date de début au plus tôt.

$$\underline{\mathrm{T}}\mathrm{i} = \{\underline{t}_i + d_{ij}\}$$

d- Date de fin au plus tard

La date de fin au plus tard $\overline{T}_i$ d'une tâche i est la date à laquelle i se termine si elle commence à sa date de début au plus tard.

$$\overline{T}i = \{\bar{t}_i + d_{ij}\}$$

e- La marge totale

d'une tâche i est le retard total qu'on peut se permettre sur i sans remettre en cause la date de fin du projet.

-Pour la méthode PERT :

$$\text{MTi} = \{\overline{T}_i - (\underline{t}_i + d_{ij})\}$$

-Pour la mèthode MPM :

$$MTi = \{\bar{t}_i - \underline{t}_i\} \text{ ou } MTi = \{\overline{T}_i - \underline{T}_i\}$$

f- La marge libre

d'une tâche i est le retard total qu'on peut se permettre sur i sans retarder l'exécution d'une autre tâche (par rapport aux dates de début au plus tôt).

-Pour la méthode PERT :

$$\text{MLi} = \min_{j\epsilon\Gamma(i)}\{\underline{T}_j - (\underline{t}_i + d_{ij})\}$$

-Pour la mèthode MPM :

$$\text{MLi} = \min_{j\epsilon\Gamma(i)}\{\underline{t}_j - (\underline{t}_i + d_{ij})\}$$

$j\epsilon\Gamma(i)$:est l'ensemble des successeurs de i

d_{ij} : est la valuation de l'arc (i, j)(la durée de i)[12].

g- Tâches critiques :

C'est l'ensemble des tâches dont la marge totale et la marge libre sont nulles. C'est le chemin dont la succession des tâches donne la durée d'exécution la plus longue du projet et fournit le délais d'achèvement le plus court. Si l'on prend du retard sur la réalisation de ces tâches, la durée globale du projet est allongée.

h- Chemin critique :

est le plus long chemin du sommet "début" au sommet "fin". Il est constitué des arêtes associées à des tâches critiques. Il n'est pas nécessairement unique [12].

3.6.6 Comparaison

Nous venons de décrire la modélisation du problème central de l'ordonnancement par les graphes, et plus précisément par la méthode des potentiels et la méthode PERT. Un inconvénient de cette dernière par rapport à la méthode des potentiels est de doubler initialement les sommets du graphe puisqu'on associe à chaque tâche une étape « début de tâche » et une étape « fin de tâche ».
Une autre difficulté apparaît, comme on l'a vu précédemment, il est souvent nécessaire d'introduire de nombreuses tâches fictives.
De plus, à un même problème correspondent plusieurs graphes PERT plus ou moins simples. N'oublions pas qu'il y a une infinité de graphes PERT à cause des tâches fictives qu'on peut introduire comme on veut et là ou on veut puisqu'elles ne nécessitent aucun moyen matériel ou financier qui influe sur la durée ou le coût global du projet.
Parmi les avantages de cette méthode est qu'elle est plus facilement lisible par les praticiens car une tâche est représentée par un arc et un seul. Donc, le nombre de tâches représente le nombre d'arcs réels.
De plus, en disposant ces arcs horizontalement et en leurS donnant une longueur proportionnelle à la durée de la tâche, on présente le graphe PERT sous forme de diagramme de Gantt [13] .

4

Les problèmes d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources RCPSP

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème d'ordonnancement de projet à moyens limités (RCPSP : Resource-Constrained Project Scheduling Problem), qui est l'un des problèmes d'ordonnancement cumulatif les plus connus.
Après une description détaillée du problème et des notations que nous utiliserons tout au long de ce document, nous présentons sa formulation conceptuelle, la complexité du problème et quelques-unes de ses applications industrielles. et pour finir, nous exhibons quelques techniques et méthodes utilisées pour sa résolution.

4.1 Introduction

Au fil des années, de nombreuses méthodes d'ordonnancement de projets ont été développées tels que les méthodes CPM (Critical Path Method), PERT (Programm Evaluation and Technic), et le Diagramme de Gantt. Leur efficacité a surtout été démontrée en gestion traditionnelle de projets, dans le but d'encadrer l'exécution des projets de petite taille. Dans un contexte réel, les problèmes liés à la gestion de projets sont très complexes en raison de la grande taille des projets et de la présence de contraintes sur les ressources humaines et matérielles.

Toutefois, ces méthodes ne prennent pas en compte la gestion des ressources qui sont de capacité limitée dans un projet réel. C'est dans ce cadre que se situe le problème d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources, encore appelé RCPSP (Resource Constrained Project Scheduling Problem).

4.2 Définition

Les problèmes d'ordonnancement de projet avec contraintes de ressources, appelé aussi RCPSP (Resource-Constrained Project Scheduling Problems), formalisés pour la première fois par Pritsker et al. (1969), ont été abondamment étudiés depuis plus de trente ans et de nombreuses recherches ont été menées dans le but d'optimiser la planification d'activités sujettes à des contraintes de précédence et de ressources afin de minimiser la durée totale du projet et ce dans différents contextes.
Ce type de problème est dit NP-difficile au sens fort du fait de la nature cumulative de la consommation des ressources, qui permet l'exécution d'activités en parallèle. Durant les dernières décennies, le RCPSP est d'ailleurs devenu un problème standard de planification de projets et de nombreuses approches ont été développées, ce qui a poussé certains auteurs à les répertorier [17].

4.3 Description du problème

Le RCPSP est un problème d'optimisation NP-difficile en raison de sa nature fortement combinatoire. Le cas étudié ici est celui de la minimisation de la durée totale du projet.
Le RCPSP consiste en l'ordonnancement d'un ensemble donné de tâches sur une ou plusieurs ressources dont la capacité est fixée et connue. Les tâches sont liées entre elles par des contraintes de précédence, et chaque tâche nécessite une quantité donnée de chacune des ressources tout au long de son exécution.

Une instance du RCPSP se caractérise formellement comme suit :

- i : indice des tâches, i $\epsilon\{0, 1..., n, n+1\}$ 0 *et* $n+1$ désignent des tâches fictives modélisant respectivement le début et la fin du projet .
- p_i : durée de la tâche i. La préemption n'est pas autorisée : chaque tâche i s'exécute durant exactement p_i unités de temps consécutives .
- E : relation d'ordre partiel sur l'ensemble des tâches .
- k : indice des ressources de type k $\epsilon\{1, 2, ...m\}$.
- R_k : capacité de la ressource k. Les ressources sont renouvelables : la quantité R_k est constante sur toute la durée de l'ordonnancement .
- r_{ik} : consommation de la tâche i sur la ressource k à chaque instant de son exécution .
- $T \epsilon$ N : horizon (ou durée maximale) d'ordonnancement.
- S_i : la date de début d'exécution de la tâche i, avec la convention S_0= 0 [17].

Le RCPSP consiste à déterminer un ordonnancement de durée minimale, autrement dit, un vecteur $S = (S_0, S_1, ..S_{n+1})$ qui satisfasse :

- *les contraintes de précédence entre les tâches* :

indique que la tâche j ne peut commencer son exécution avant l'achèvement de la tâche i, pour tout $(i, j)\epsilon E$:

$$S_j \geq S_i + p_i, \quad \forall \quad (i, j) \quad \epsilon \quad \text{E}$$

- *les contraintes de ressources*

indiquant qu'à chaque instant t, la quantité d'une ressource k utilisée par l'ensemble A_t des tâches en cours d'exécution n'excède pas la capacité de k :

$$\sum_{i\epsilon A(t)} r_{ik} \leq \quad R_k(t) \quad \forall k = 1..m, \quad \forall t = 1..T$$

avec

$A_t = \{i = 1...n/ \quad S_i \leq \quad t \leq \quad S_i + p_i\}$

La formulation conceptuelle du RCPSP se présente donc comme suit :

$$\left\| \begin{array}{l} Min \quad S_{n+1} \\ S.C \\ t_j - t_i \geq p_i \quad \forall (i, j)\epsilon E \\ \sum_{i\epsilon A(t)} r_{ik} \leq \quad R_k(t) \quad \forall k = 1..m, \quad \forall t = 1..T \end{array} \right.$$

Habituellement, un projet est représenté par un graphe orienté G, le graphe potentiels tâches, où les noeuds identifient les tâches du projet et à tout couple (i ; j) de E est associé un arc i $\longrightarrow$ j valué par la durée p_i [17].

4.3.1 Exemple

La figure (4.1) représente une instance simple du RCPSP à 7 tâches et 3 ressources. Les noeuds du graphe potentiels-tâches sont valués ici par les consommations des tâches sur les ressources. Une solution du problème, de durée optimale égale à 12, est représentée à droite par le diagramme de Gantt d'occupation des ressources en fonction du temps .

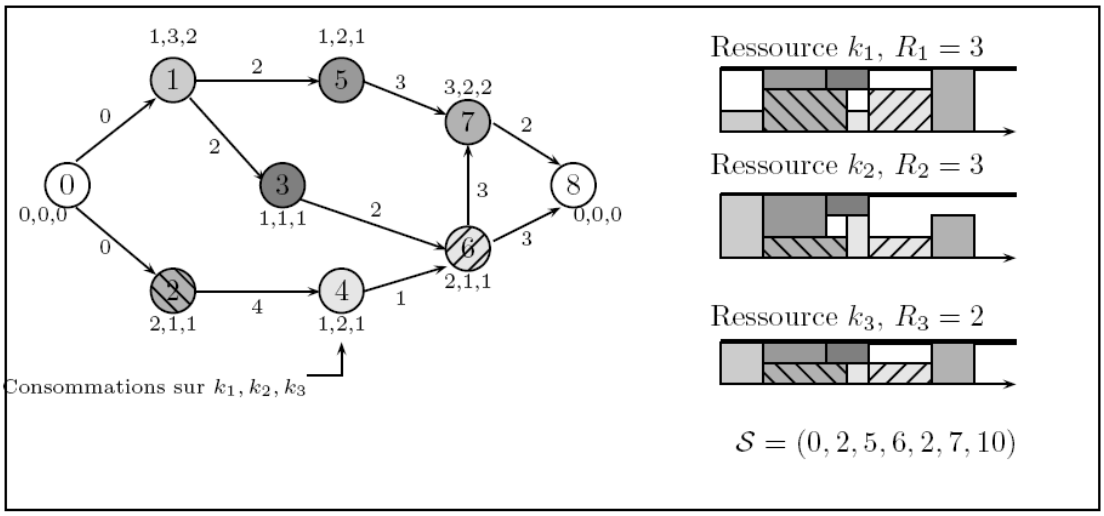

FIGURE 4.1: Exemple d'instance du RCPSP [17].

4.4 Complexité

En accord avec la théorie de la complexité , le RCPSP est l'un des problèmes d'optimisation combinatoire les plus difficiles à résoudre. En effet, il appartient à la classe des problèmes NP-difficiles au sens fort. La théorie de la complexité stipule qu'un problème d'optimisation est NP-difficile au sens fort, si sa version de problème de décision qui peut lui être associée est NP-complet au sens fort. La démonstration

de sa NP-difficulté au sens fort est donnée par Garey et Johnson et également par Blazewicz et al.
Ainsi, Garey et Johnson ont démontré que le seul problème d'ordonnancement à contraintes de ressources, sans contrainte de précédence et à une seule ressource, par réduction au problème de 3-partition est déjà un problème NP-difficile au sens fort. En revanche, sans contraintes de ressources, le problème devient facile et peut être résolu en temps polynomial [14].

4.5 Méthodes de résolution pour le RCPSP

Compte-tenu de l'intérêt que suscite le RCPSP, il existe une littérature importante concernant sa résolution, qu'on peut regrouper en trois catégories :

– les méthodes de calcul de bornes inférieures ;
– les méthodes de résolution exactes ;
– les méthodes de calcul de bornes supérieures (résolution approchée)[14].

4.5.1 Le calcul de bornes inférieures

Ces méthodes consistent à autoriser la violation de certaines contraintes du problème ou à la réduction du problème initial à un problème plus simple dont la solution fournit une borne inférieure pour la valeur optimale du problème initial. La relaxation des contraintes de précédences conduit à l'obtention des bornes inférieures basées sur les ressources, comme la borne énergétique, tandis que la relaxation des contraintes de ressources donnent des bornes de chemin critique. Explicitement, il s'agit donc d'élargir l'espace des solutions en autorisant certaines solutions irréalisables pour le problème initial.
Les premières bornes utilisées pour le RCPSP sont fondées sur la notion de chemin critique dans le graphe potentiel-tâches G (Une borne simple est la longueur CP du plus long chemin, le chemin critique du graphe G : c'est la solution du problème quand toutes les contraintes de ressources sont relâchées.
Une autre borne consiste à calculer sur chaque ressource le rapport entre l'énergie totale requise par les tâches et la disponibilité de la ressource. Cette borne est évaluée par : $Max_{1\leq k\leq K}\lceil \sum_i \frac{r_{ik} * p_i}{R_K} \rceil$.
Où
– r_{ik} : Quantité de la ressource k requise lors de l'exécution de l'activité i.
– P_i : Le temps d'exécution de l'activité i.
– R_K : La capacité de la ressource K .

4.5.2 Les méthodes de résolution exactes

Ces méthodes garantissent la complétude de la résolution et le caractère optimal des solutions trouvées, mais elles sont coûteuses en temps de calcul. Elles se caractérisent par une exploration déterministe de l'espace de solutions. On peut regrouper les travaux sur la résolution exacte du RCPSP en deux grandes familles comme suit :

Les méthodes de type branch-and-bound

Les méthodes de type Branch-and-Bound construisent un arbre de recherche afin d'explorer implicitement l'espace de recherche. A chaque noeud de l'arbre de recherche, deux situations se produisent :
– un noeud feuille est atteint et une solution économiquement viable, peut être déduite ou bien après le calcul de bornes inférieures, on atteint une borne supérieure ce qui dans les deux cas stoppe l'exploration à partir du noeud.
– on se retrouve à un noeud (noeud courant) permettant de diviser l'espace de recherche associé en des sous-ensembles tels que leurs union corresponde à l'ensemble des solutions du noeud courant. Cette opération de partitionnement d'un espace de recherche en sous-zones s'appelle la séparation ou le branchement. Construire un arbre de recherche qui explore de manière efficace toutes les solutions pertinentes est un défi du problème. Il est connu que l'efficacité d'un système de branchement est généralement liée à la fois à la qualité des bornes inférieures et aux règles de dominance appliquées. Déjà dans les premiers travaux sur le RCPSP , de nombreux auteurs ont proposé plusieurs schémas de branchement dans la littérature. Il existe principalement deux approches concernant les types de branchement. La première consiste à ajouter une seule activité à chaque noeud, la seconde intègre tout un sous-ensemble d'activités.

Les modèles utilisant la programmation par contraintes (PPC)

La programmation par contraintes est d'un très grand intérêt pour la résolution du RCPSP. Dans le cadre d'une résolution exacte, sa démarche consiste à décomposer le problème en éléments simples, c'est-à-dire des contraintes qui interagissent entre elles. À travers ses techniques de propagation de contraintes, elle permet notamment la réduction des fenêtres de temps des activités. Utilisée très souvent en prétraitement (preproces sing), elle permet (par exemple grâce au raisonnement énergétique et la recherche d'inconsistance globale des contraintes) de tester la réalisabilité du problème et même d'affiner le contour du polyèdre représentant l'espace de solutions. De ce fait, elle réduit la taille de l'arbre en éliminant certains noeuds moins intéressants à explorer.
Cette approche fournit des résultats intéressants, mais elle est mal adaptée pour une

exploration complète de l'espace de recherche. C'est pourquoi elle est très souvent utilisée en coopération avec la programmation linéaire en nombres entiers.
La limitation due à la taille et à la complexité des projets représentant un frein important aux recherches. En effet, selon l'étude réalisée par Kolisch et Sprecher (1996), la majorité des projets type de plus de 60 activités demeurent insolubles par une méthode exacte. Ces approches sont désormais principalement utilisées pour obtenir les solutions exactes de problèmes simples, qui serviront alors à tester la qualité d'autres approches [14].

4.5.3 Les méthodes de résolution approcheés :heuristiques et métaheuristiques

Ces méthodes sacrifient le caractère optimal de la solution pour obtenir, en un temps de calcul raisonnable, des solutions sous-optimales de bonne qualité. Ces méthodes reposent généralement sur un mécanisme de déplacement (aléatoire ou non) dans l'espace des solutions. Elles ne sont pas exactes, mais permettent en général d'obtenir des solutions proches de l'optimum.

4.5.4 Les heuristiques

Afin de pouvoir malgré tout traiter ces problèmes, les chercheurs ont développé des méthodes heuristiques qui utilisent diverses règles de priorités pour générer des échéanciers réalisables dans un délais acceptable.
Nous présentons les deux principaux algorithmes d'ordonnancement par construction progressive :

L'algorithme sériel et l'algorithme parallèle

Dans les deux cas, ces deux algorithmes prennent en entrée une liste de tâche classées dans un ordre compatible avec les contraintes de précédence (aucune tâche ne peut se trouver classée après un de ses successeurs). La différence principale est qu'on ne se situe plus ici dans le cadre d'une approche distribuée car une tâche peut utiliser plusieurs ressources simultanément. Le point commun est qu'il s'agit bien de simuler l'évolution de l'exécution du projet dans l'ordre topologique ou chronologique pour les algorithmes sériel ou parallèle, respectivement. L'algorithme sériel sélectionne les tâches dans l'ordre de la liste et ordonnance la tâche le plus tôt possible compte tenu des contraintes de précédences et de ressources, en tenant compte des tâches ordonnancées aux étapes précédentes.

L'algorithme parallèle ordonnance les tâches en incrémentant un instant de décision t initialisé à 0. A chaque étape, l'algorithme parcourt la liste des tâches non encore ordonnancées et place successivement au temps t les tâches possibles, sans violer de contraintes de précédence ou de ressources. Quand plus aucune tâche ne peut démarrer à t, t est augmenté d'une unité [14].

4.5.5 Les métaheuristiques

Nous décrivons brièvement quelques approches de résolution, basée sur des métaheuristiques telles que le recuit simulé, la recherche tabou et les métaheuristiques basées sur les populations.

Le recuit simulé

Le recuit simulé est une méthode inspirée de principes de thermodynamique et de processus utilisés en métallurgie, qui alternent des cycles de refroidissement lent et de réchauffage tendant à minimiser l'énergie du matériau. Appliquée à l'optimisation, elle permet de trouver les extrema d'une fonction. Au début de l'algorithme, une première solution est choisie. Ensuite, un voisin est crée à partir de cette solution. Si le voisin a une meilleure valeur que celle de la solution courante, alors il est accepté. Par contre, s'il n'améliore pas la solution actuelle, il peut être accepté selon une certaine probabilité calculée à partir du rapport suivant : E/T, où E est la différence absolue entre les valeurs de la solution courante et celle du voisin, et T est la température actuelle du système. Lorsque l'algorithme débute, la température est élevée de sorte que les solutions n'améliorant pas le critère ont une probabilité élevée d'être acceptées. Par la suite, comme le processus converge, la température baisse, donc seules les petites détériorations de la valeur de la fonction-objectif auront une chance d'être tolérées. Boctor et Bouleimen et Lecocq (la meilleure méthode à ce jour pour la résolution du RCPSP utilisant cette technique) proposent un schéma d'ordonnancement sériel avec une liste de priorité dans laquelle les voisins sont choisis à l'aide d'un opérateur de déplacement dans la liste. D'autres auteurs Lee et Kim décrivent une méthode de recuit simulé basé sur le déplacement aléatoire dans un schéma d'ordonnancement parallèle.

La recherche tabou

La recherche tabou est une métaheuristique d'optimisation présentée par(Fred Glover en 1986). On trouve souvent l'appellation recherche avec tabous en français.

Principe :

L'idée de la recherche tabou consiste à partir d'une position donnée à en explorer le voisinage et à choisir la position dans ce voisinage qui minimise la fonction objectif. Il est essentiel de noter que cette opération peut conduire à augmenter la valeur de la fonction, c'est le cas lorsque tous les points du voisinage ont une valeur plus

élevée. C'est à partir de ce mécanisme que l'on échappe aux minima locaux. Le risque cependant est qu'à l'étape suivante, on retombe dans le minimum local auquel on vient d'échapper. C'est pourquoi il faut que l'heuristique ait de la mémoire, le mécanisme consiste à interdire (d'où le nom de tabou) certains mouvements ou certaines composantes de ce mouvement (l'exemple le plus simple est d'interdire les derniers mouvements). Les positions déjà explorées sont conservées dans ce qu'on appel la Liste Tabou d'une taille donnée, qui est un paramètre ajustable de l'heuristique.

Algorithme génétique

L'algorithme génétique est un des premiers algorithmes à avoir été développé puis étudié.
C'est une méthode de recherche métaheuristique présentée par Holland (1975)
De nombreuses analogies avec la biologie et la génétique sont effectuées. Ainsi l'algorithme opère sur une population de chromosomes, entité à la base de tout organisme vivant, chacun représentant ici une solution au problème considéré. Un chromosome est composé de gènes, chaque gène représentant une donnée de la solution. Différentes opérations sont effectuées sur cette population de chromosome. Les trois principales sont la sélection, le croisement et la mutation.
Afin de résoudre un problème, il est nécessaire de créer une représentation sous forme génétique du domaine de solution et de coder la fonction d'évaluation des différentes solutions, qui sont les deux bases de fonctionnement de l'algorithme. Et il est important d'accorder une attention toute particulière à la fonction d'évaluation, qui doit être pensée le plus simplement possible, car elle est appelée de nombreuses fois durant le traitement. Une fois ceci effectué et les paramètres initialisés, la population initiale de solutions est générée . Chaque solution est ensuite évaluée, et elles sont sélectionnées et appariées pour produire par croisement et reproduction une nouvelle génération de solutions, celles-ci pouvant subir une mutation. Chaque nouvelle solution est évaluée et la population mise à jour. Le processus reprend alors avec un nouvel appariement des chromosomes de la population. L'algorithme se termine quand l'un des critères d'arrêt est atteint. Il retourne alors la meilleure solution parmi la population [14].

4.6 Applications industrielles

En dépit de sa nature fortement combinatoire, le RCPSP a fait l'objet de nombreuses recherches. Principalement, car il possède un large champ d'applications industrielles, d'un point de vue technologique comme :
- L'ordonnancement des processus en informatique distribuée, où il est question

d'exécuter des processus (les activités) sur des machines parallèles ou multi-processeurs (les ressources) en gérant les exclusions mutuelles et la synchronisation .
- les problèmes de découpes : dans le textile ou la métallèrgie par exemple, il s'agit de débiter de larges rouleaux de taille standard R, en rouleaux de moindres largeurs de façcon à minimiser le nombre de rouleaux initiaux. Ce problème se modélise en un RCPSP avec une seule ressource de capacité R et où à chaque rouleau à découper, correspond une activité de durée unitaire et de consommation égale à la largeur du rouleau .
- le processus de production dans l'industrie chimique : le processus qui consiste à produire des quantités données de produits chimiques se modélise après simplification en un LCSP (labor-constrained scheduling problem) où chaque produit correspond une suite d'activités identiques dont les consommations, c-à-d le nombre évidemment limité de travailleurs assignés à leur production varient en fonction du temps .
- les problèmes d'ateliers courant : des travaux décomposés en séquences (déterminées pour le job-shop et le Flow-shop ou pas pour l'open-shop) d'opérations doivent être exécutées par des machines disjonctives n'exécutant qu'une opération à la fois, chaque opération ayant sa machine dédiée. Tous les problèmes d'ateliers sont des cas particuliers du RCPSP, où les activités sont les opérations et où une ressource unitaire correspond soit à un travail soit à une machine. La consommation d'une activité-opération est de 1 sur la ressource-machine dédiée correspondante et sur la ressource-travail contenant l'opèration, elle est de 0 sur toutes les autres ressources.
Le RCPSP a aussi des applications dans le domaine organisationnel comme :
- les problèmes d'emploi du temps : il s'agit d'organiser dans le temps un certain nombre d'activités impliquant différents groupes de personnes et nécessitant du matèriel ou de l'espace. Dans un exemple simple d'emploi du temps à l'université, où il est question de répartir les cours par enseignants et par salles, le problème se modélise en un RCPSP, pratiquement de la même manière qu'un problème d'atelier, mais où les ressources (classes et enseignants) ont des capacités dépendantes du temps, les enseignants n'étant disponibles qu'à certaines périodes.
la planification du personnel, dans l'aviation par exemple [14].

4.7 Intérêt du RCPSP

- Problème d'ordonnancement relativement général et possédant des applications pratiques (ordonnancement d'atelier, gestion de projet, problème de découpe, équilibrage de lignes d'assemblage...).
- Problème d'optimisation combinatoire NP-difficile .
- Problème très étudié .
- Problème mal résolu : méthodes exactes 30 tâches et 4 ressources [16].

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les problèmes d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources (RCPSP). Ainsi, après une description détaillée présentant un exemple, nous avons évoqué quelques techniques et travaux de résolution (état de l'art) que nous avons trouver dans la littérature qui lui a été consacrée. Enfin, nous avons présenté brièvement quelques extensions de ce problème. Le prochain chapitre (chapitre 5) est consacré à la modélisation mathematique du RCPSP.

5

Formulation Mathématique

Dans ce chapitre nous allons évoquer la modélisation du problème posé. Cela consiste à éxprimer le problème en terme d'un programme mathématique (Programmation linéaire).

5.1 Introduction

Les travaux les plus anciens menés sur la résolution exacte du RCPSP font appel à la programmation linéaire en nombres entiers. La principale **dificulté** ici consiste à modéliser les **contraintes de ressources** par le moyen **d'inégalités linéaires**. Les diférentes formulations linéaires du RCPSP soufrent ainsi soit de leur taille (large nombre de contraintes ou de variables) soit de la faiblesse de leurs relaxations. Pour traiter des instances de taille raisonnable (au moins 60 tâches), l'application de techniques de programmation linéaire bien spécifiques est alors nécessaire.

5.2 Modélisation

Le modèle de base est un modèle d'ordonnancement de projet avec contraintes de ressources défini comme suit :

Un projet est représenté par un graphe orienté $G = (V, E)$ où V est l'ensemble des so mmets correspondant aux activités du projet et E l'ensemble des arcs indiquant l'ordre des activités selon des relations de précédence. Dans le graphe potentiels tâches G, chaque couple (i, j) est représenté par une relation de précédence $i \rightarrow j$, correspondant à un arc dans l'ensemble E et indiquant que l'activité j ne peut démarrer avant la fin de l'activité i.

Les tâches constituant le projet sont identifiées par un ensemble $\{0, .., n + 1\}$. La tâche 0 représente le début de l'ordonnancement (début du projet), et la tâche n+1 représente la fin de l'ordonnancement (fin du projet). Toutes deux sont des tâches fictives appelées également tâches jalons. variables non négatives S_i et C_{max} dénotent respectivement l'instant où débute La tâche i et la durée totale du projet [9].

Description des données du problème :

- i : Indice de tâche.
- k : Indice de ressources.
- t : Indice des instants.

n	Le nombre des tâches durant toute la période du projet.
m	Le nombre des ressources à utiliser durant la période du projet.
V	l'ensemble des tâches $\|V\|$=n+2.
E	Ensemble des contraintes de précédence.
p_i	La durée d'exécution de la tâche i.
r_{ik}	Quantité de la ressource R_k requise lors de l'exécution de l'activité i. $q_{0k} = q_{n+1,k} = 0$, pour tout
R_k	Quantité de ressources renouvelables k disponibles au total.
T	l'horizon(durée maximale)d'ordonnancement.

5.3 Programmation linéaire pour le RCPSP

On distingue principalement deux sortes de formulations : celles en temps continu sont basées sur des variables binaires x_{ij} définies par $x_{ij} = 1$ si et seulement si la tâche i précède la tâche j, et celles en temps discrétisé reposent sur des variables binaires indicées à la fois par les tâches et les instants.

5.3.1 Formulation classique en temps discretisé

La première modélisation du RCPSP en un programme linéaire a été donnée par Pritsker et al. Et ne contient qu'un seul type de variables binaires pour figurer la date de fin des activités. Nous reportons ici le modèle équivalent avec les dates de début :
x_{it} **= 1 ssi** $S_i = t$; i débute à l'instant t et 0 sinon.
Nous définissons l'ensemble des activités en cours d'exécution à l'instant t $(0 \leq t \leq T)$ par :

$A_t = \{i \epsilon A/ \ \exists \tau | \sum_{\tau=t-pi+1}^{t} t x_{i\tau} = 1\}$ [9].

Supposons un horizon d'ordonnancement T connu à l'avance (délais de projet) et considérons les variables binaires suivantes :

Description des variables :

$$x_{it} = \begin{cases} 1 & \text{si la tâche i débute son éxécution à linstant t} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La date de début d'exécution de l'activité i est noté par :

$$S_i = \sum_{t \epsilon T} t x_{it} \ \ \forall \{i = 0...n+1\}$$

Description des contraintes :

Le modèle RCPSP traite deux types de contraintes : les contraintes de précédence et les contraintes de ressources.

1. La contrainte de non-préemption des activités (1), impose à chaque activité de ne débuter qu'une et une seule fois, sur toute la durée du projet. Ceci revient à interdire qu'on puisse interrompre (préempter) une activité déjà en cours d'exécution pour débuter/poursuivre/achever une autre :

$$\sum_{t \epsilon T} x_{it} = 1$$

2. Les contraintes de précédences entre les activités i et j (2) indique que l'activité j ne peut commencer son exécution avant l'achèvement de l'activité i :

$$\sum_{t\epsilon T} tx_{jt} \ \geq \ \sum_{t\epsilon T} tx_{it} + p_i \ \ \forall (i,j)\epsilon E$$

3. La contrainte (3) représente la contrainte de ressource ; elle est aussi appelée contrainte cumulative, elle s'assure pour chaque ressource que la somme des consommations des activités en cours d'exécution ne dépasse pas la capacité de la ressource.

$$\sum_{i\epsilon V} r_{ik} \ (\sum_{\tau=t-pi+1}^{t} x_{i\tau}) \ \ \leq R_k$$

4. La contrainte (4) assure que toutes les activités doivent finir leurs exécution avant la fin du projet.

$$\sum_{t\epsilon T} tx_{(n+1)t} \leq C_{max}$$

Définition de la fonction objectif :

L'objectif de notre étude est de réaliser en un temps minimum le projet, en tenant compte de contraintes éventuelle sur l'enchainement des tâches et sur les moyens à mettre en oueuvre
Min $C_{max} = max_{i=1..n}(S_i + p_i)$ (durée totale ou makespan)[9].

5.3.2 Modèle mathématique

À la suite des indications données ci-dessus, on peut alors formuler ce modèle, en utilisant la notation du paragraphe précédent, sous la forme du programme linéaire en nombres entiers suivant :

$$\begin{cases} \textbf{Min } C_{max} \\ \sum_{t\epsilon T} x_{it} = 1 \ \ \forall \ \ i\epsilon V. & (1) \\ \sum_{t\epsilon T} tx_{jt} \ \geq \ \sum_{t\epsilon T} tx_{it} + p_i \qquad \forall (i,j)\epsilon E & (2) \\ \sum_{i\epsilon V} r_{ik} \ (\sum_{\tau=t-pi+1}^{t} x_{i\tau}) \ \ \leq R_k \qquad \forall k\epsilon R \ \ \forall t\epsilon T. & (3) \\ \sum_{t\epsilon T} tx_{(n+1)t} \leq C_{max} & (4) \\ x_{it}\epsilon\{0,1\} \ \ \forall i\epsilon V, \ \ t\epsilon T. \end{cases}$$

5.4 Evaluation et critique

A cette étape de notre étude, nous avons exprimé notre problème par une formulation en un programme mathématique linéaire à variables binaires. Nous allons effectuer une brève analyse concernant la taille du modèle proposé, en évaluant le nombre de variables et de contraintes mises en jeu.
Le but de cette évaluation est d'éstimer la taille et la complexité du problème d'optimisation combinatoire en question, il suffit de décrire une expression simple pour le calcul de ces paramètres.
Rappelons :
V : Ensemble des activités ; $\mid V \mid = n + 2$;
T : La durée maximale de l'ordonnancement ;
R : L'ensemble des ressources ; $\mid R \mid = m$.

5.4.1 Le nombre de variables

Le nombre de variable bivalent $x_{it} = (T) \times (n + 2)$.

5.4.2 Le nombre de contraintes

Le nombre de contraintes de type (1) : $(n + 2)$ contraintes ;
Le nombre de contraintes de type (2) : $\mid E \mid$ontraintes ;
Le nombre de contraintes de type (3) : $m \times (T)$ contraintes ;
Le nombre de contraintes de type (4) :1 contrainte.

Soient au total $\mid E \mid + m \times (T) + (n + 2) + 1$ contraintes de tous types confondus [14].

5.5 Conclusion

Nous remarquons que le nombre de variables et le nombre de contrainets est trés grand, ce qui augmente rapidement la complexité du model. L'inconvénient de ce modèle comme tout les autres programmes linéaires à variables binaires se pose dans la résolution, lorsuqe le nombre de variables est des grande instances car le problème défini est NP-difficile [ie Qu'il n'éxiste pas actuellment un algorithme efficace qui le résout en temp polynomiale].
Dans le chapitre suivant nous décrirons des approches pour la résolution appropriée pour le problème posé.

6

Méthodes de résolution

Les méthodes de résolution des modèles mathématiques sont nombreuses, le choix d'une méthode parmi d'autres est relatif selon la structure du modèle mathématique et la famille au quelle il appartient. Cependant, il est préférable que la résolution soit entreprise par des méthodes de résolution exacte par le fait qu'elles permettent d'obtenir la solution optimale pour le problème donné. Mais dans plusieurs cas l'utilisation de ces méthodes est très coûteuse en terme de temps c'est-à-dire le temps nécessaire pour fournir la solution, il sera donc plus intéressant d'utiliser les méthodes dites approchées qui donnent une solution de bonne qualité mais pas forcément optimale dans un temps réduit. Pour cela il existe deux classes de méthode dite approchée (heuristique).

6.1 Choix de l'algorithme de résolution

La taille des projets est un facteur clairement limitant. Les recherches se sont ainsi tournées vers des méthodes de résolution approchées, dites ***heuristiques*** qui sont des algorithmes de résolution d'un problème d'optimisation bien défini, qui permettent d'obtenir dans un délais acceptable une solution réalisable. Les solutions obtenues ne sont pas optimales, mais compte tenu des incertitudes inhérentes aux projets, ces résultats approchés sont suffisants.

6.1.1 Procédure sérielle :

L'heuristique que nous utiliserons ici appelé méthode sérielle parce que l'on va y balayer séquentiellement l'ensemble des tâches du projet pour déterminer dans quelles conditions (nominales retardées) elles pouront être exécutées, comporte trois étape :

Principe du méthode sérielle

Les tâches sont placées progressivement.
Une tâche ne peut être placée que si elle est exécutable : les tâches qui doivent la précéder sont terminées et on dispose des ressources nécessaires.
En cas de conflit, on place les tâches selon un ordre de priorité prédéfini.

1- Résolution du problème d'ordonnancement classique (sans contrainte de moyens) et construction du diagramme de charge. Si les moyens nécessaires sont compatibles avec les limitations imposées, fin de l'algorithme sinon :

2- Classement des tâches suivant l'un des critére : par date au plus tard croissante,par durées croissantes.

3- Reconstruction séquentielle de l'ordonnancement en réalisant les tâches dans l'ordre prévu en fonction de disponibilité des moyens : Nous étudions les tâches l'une aprés l'autre suivant l'ordre difini par le classement (2) en vérifiant à chaque fois si elle peut commencer à la date au plus tôt initialement prévue, cela nécessite que :

- Toutes tâches qui la précédent doivent etre achever .
- Tous les moyens nécessaire à sa réalisation doivent être disponibe pendent toute la durée prévue.

Si ces deux conditions sont vérifiées, la tâches peut s'exécuté comme prévu.
Dans le cas contraire, on doit retarder son démarrage jusq'au moment oú les moyens sont enfin disponibles.
Si le retard est inferieur a la marge, il n'y a pas d'impact sur le projet, sinon des répercussions sont à prévoir sur l'ensemble de projet [19].

Cette méthode est récapitulée comme suit : sélectionner une tâche de plus haute priorité dont tous les prédécesseurs sont achevés et l'ordonnancer le plustôt possible en respectant les contraintes de ressource.

6.1.2 Quelques règles de priorité

La liste des critères utiliser pour choisi des activités à planifier en priorité est trés longue. Nous allons donc nous attacher à présenter une liste qui regroupe un ensemble significatif et majoritairement utiliser dans les heuristiques.

- **Minslk (minimum job slack) :** les activités qui ont le moins marge sont planifier en priorité ce sont aussi les activités que l'on doit retarder le moins sous peine d'augmenter la durée de projet. $min\{\bar{t}_i - \underline{t}_i\}$
- **LPT (Longest Processing Time) :** encore une règle relativement général est présente dans d'autre domaines de l'ordonnancement pour des instances de problèmes particuliers, il est possible qu'il soit plus intéressant de retarder les activités les plus courtes. En effet, ces dernières ont plus de chance de disposer de marge plus importantes vis-à-vis d'activités de longue durée. $Max_{i \in T}$ { P_i }.
- **SPT (Short Processing Time) :** la règle SPT n'est pas seulement présente dans la planification de projets puisque l'on trouve cette règle par exemple. Elle cherche donc à planifier le plus tôt possible les activités dont la durée est la plus petite. On peut imaginer facilement qu'une activité à durée courte va permettre de libérer les ressources plus rapidement et donc d'autoriser leurs utilisation par un autre ensemble des activités plus rapidement. $Min_{i \in T}$ { P_i }.
- **LFT (Minimum Late Finish Time)** : le critère LFT cherche à démarrer les activités dont la fin au plus tard est le plus proche afin de maximiser nos chances de ne pas augmenter la durée du projet. $Min_{i \in T}$ { LF_i }.
- **LST (Letest Start Time)** : le critère LST est similaire au critère LFT la seul différence c'est qu'il s'appuie sur les dates de début au lieu des dates de fin. $Min_{i \in T}$ { LS_i }.
- **GRD (Greatest Ressource Demand)** : Nous sélectionnons l'ensemble des activités qui utilisent le maximum de ressources [4].

6.1.3 Algorithme sérielle

Algorithm 1 Algorithme sérielle

Debut
Initialization : $F_0 = 0; S_0 = \{0\}$
For $g = 1 \;\; to \;\; n \;\; do$
Calculate $D_g, F_g, \overline{R}k(t)(k\epsilon K; t\epsilon F_g)$
$select \; j \; \epsilon \; D_g$
$ESj = max_{h\epsilon prd(j)} \; \{F_h\}$
$S_j = min\{t/t \geq ESj \;, t\epsilon F_g | r_{jk} \leq \overline{R}k(\tau), k\epsilon K; \tau \; \epsilon \; [t; t + pj[\; \cap F_g\}$
$S_g = S_{g-1} \cup \{j\}$
$F_j = S_j + p_j$
$F_{n+1} = max_{h\epsilon Pred(n+1)}\{F_h\}$
Fin.

Notons que :

- g : 1... n l'etape
- S_g :ensemble des tâches planifier
- D_g :ensemble des tâches eligible (prête a être exécuter)
- $D_g = \{j\epsilon J \backslash S_g | pred_j \epsilon S_g\}$
- F_g : ensemble des dates de fin de tâche planifier
- $F_g = \{F_j | j\epsilon S_g\}$
- $\overline{R}k(t) = R_k - \sum_{j\epsilon A(t)} \; r_{jk}$
- Sj :la date de début de tâche j
- ESj : la date de début au plus tôt de tâche j
- EFj : la date de début au plus tard de tâche j
- $pred_j$:ensemble des prédécesseurs directs de j
- Fj :la date de fin de tâche j [5].

6.2 Résolution par la méthode sérielle

Notre projet contient 15 tâches utilisant une ressource pour laquelle on dispose de 4 unités.
Pour chacune de ces tâches, on connaît : la durée d'execution, les tâches qui doivent la précéder, sa date de début au plus tard, et le montant des ressources qu'elles mobilisent. Le critère de priorité est la date de *début au plus tard*.

Tâches	Durée(j)	Prédécesseurs	Niveau	Ressource
1	84	-	0	3
2	96	-	0	2
3	49	1	1	1
4	62	1	1	3
5	45	2	1	2
6	63	3	2	2
7	105	3	3	1
8	129	4	5	2
9	91	6	3	1
10	52	6	3	2
11	110	6,8	3	2
12	48	5,9	4	1
13	39	11	4	1
14	41	13	5	3
15	28	13	5	1

Tâches	Durée(j)	Début au plustôt	Début au Plustard	ML	MT
1	84	0	0	0	0
2	96	0	276	0	276
3	49	84	163	0	79
4	62	84	84	0	0
5	45	96	372	146	276
6	63	133	212	79	79
7	105	133	360	227	227
8	129	146	146	0	0
9	91	196	326	0	130
10	52	196	413	217	217
11	110	275	275	0	0
12	48	287	417	130	130
13	39	385	385	0	0
14	41	424	424	0	0
15	28	424	437	13	13

6.2.1 La solution optimale donnée par la méthode MPM schématisée comme suit :

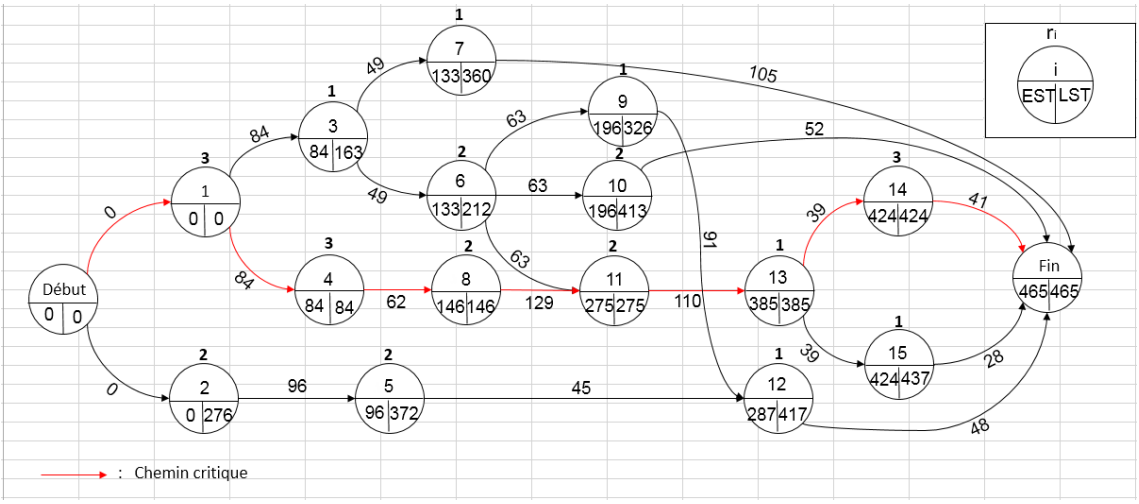

FIGURE 6.1: Ordonnancement sous contrainte de précédence.

6.2.2 Les résultats de l'approche sérielle

La solution réalisable obtenu par la méthode sérielle après vérification de contraintes de ressources peut être schématisée comme suit :

g	1	2	3	4	5	6	7
Sg	{0}	Sg∪{1}	Sg∪{4}	Sg∪{8}	Sg∪{3}	Sg∪{6}	Sg∪ {11}
Fg	{0}	Fg ∪{84}	Fg∪ {146}	Fg∪{275}	Fg∪{133}	Fg ∪{209}	Fg ∪{385}
Dg	{1,2}	{2,3,4}	{2,3,8}	{2,3}	{2,6,7}	{2,7,9,11}	{2,7,9,10,13}
j	1	4	8	3	6	11	2

g	8	9	10	11	12	13
Sg	Sg∪ {2}	Sg ∪{9}	Sg∪ {7}	Sg ∪{5}	Sg ∪ {13}	Sg ∪ {10}
Fg	Fg ∪{305}	Fg ∪{396}	Fg∪{410}	Fg∪{430}	Fg ∪ {435}	Fg∪ {482}
Dg	{5,7,9,10,13}	{5,7,10,13}	{5,10,13}	{10,12,13}	{10,12,14,15}	{12,14,15}
j	9	7	5	13	10	12

g	14	15
Sg	Sg∪ {12}	Sg ∪{14}
Fg	Fg∪ {478}	Fg∪ {523}
Dg	{14,15}	{15}
j	14	15

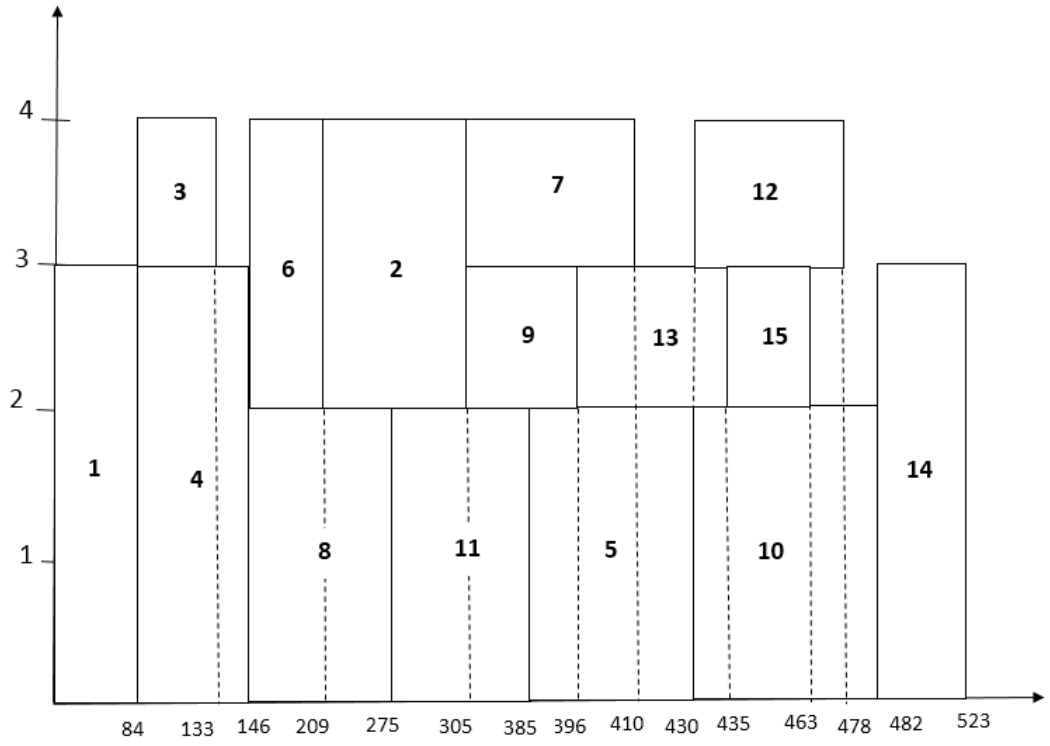

FIGURE 6.2: Ordonnancement de l'algorithme Sérielle .

7

Développement

Nous aboutissons maintenant à l'étape finale à savoir l'élaboration d'un logiciel aussi convivial que possible, sans perdre de vue son aspect pratique et encore moins sa performance, muni d'une interface claire et accessible, facilitant ainsi son utilisation. Nous aborderons dans ce chapitre l'implémentation et la validation des algorithmes conçus.

7.1 Introduction

Au fil des dernières années, les langages de programmation informatique ont connu un formidable développement et un trés grand nombre de logiciels de programmation ont vu le jour , d'où la tendance à choisir les logiciels plus spécialisés et plus productifs selon le domaine. Maintenant et aprés avoir introduit aux chapitres précédents la méthodologie de résolution de notre problème, il s'agit à présent d'intégrer l'heuristique présenté précédemment dans un logiciel d'ordonnancement. Ce logiciel permet d'expliquer toute ses fonctionnalités, c'est-à-dire toutes les méthodes utilisées, les contraintes prises en compte et la visualisation des résultats. La réalisation de notre logiciel nécessite un langage évolué, notamment pour l'allocation dynamique de la mémoire. Nous avons appliquées dans ce but un langage de programmation trés performant c'est **JAVA**.
Nous allons par conséquent, en premier lieu, présenter le langage de programmation utilisé. En second lieu, nous présentons l'application et son contenu.

7.2 Présentation Primavera P6

Primavera P6 PM est une application de planification de projet du client Windows installé sur le poste de travail d'un utilisateur. P6 Professionnel peut être utilisé comme une application autonome et accédé à une base de données installée localement comme Oracle XE ou Microsoft SQL Server.
Il peut également accéder à une base de données centrale et être utilisé comme un système multi-utilisateur lorsque les données doivent être partagées avec d'autres.
P6 Professionel est généralement utilisé dans des industries telles que l'ingénierie, la construction, l'aérospatiale, la défense, les services publics, le pétrole le gaz. P6 Professionnel est l'outil le plus pratique pour les utilisateurs tels que les planificateurs et les gestionnaires de projets

7.2.1 Le Calendrier des travaux du projet

Diagramme de GANTT :

Le diagramme de gantt est un outil permettant de modéliser la planification de tâches nécessaires à la réalisation d'un projet. Le diagramme gantt représente un outil pour le chef de projet, permettant de représenter graphiquement l'avancement du projet, mais c'est également un bon moyen de communication entre les différents acteurs d'un projet.

Notre projet a été commencé le **25 octobre 2016** et se termine le **1 fevrier 2018**, il a une durée de **465** jours.

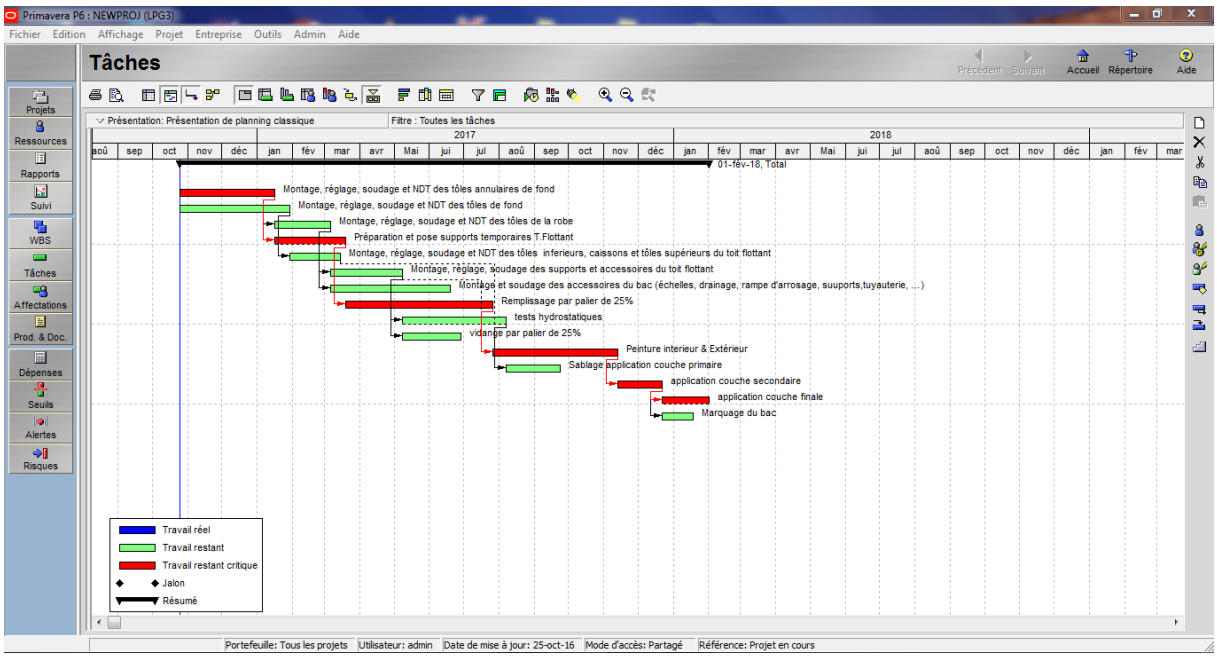

FIGURE 7.1: Diagramme de Gantt.

7.3 Présentation JAVA

l'application développé en JAVA et utilisant une base de données ORACLE, permet un véritable suivi de projet de manière collaborative grâce à son interface Web, fait de cette application un outil performant pour gérer plusieurs projets complexes en même temps.
Avant de procéder à la présentation du logiciel, une description de langage de programmation utilisé s'avère nécessaire.

Présentation de l'application avec l'exécution

Lors de lancement de notre application, le programme demande d'introduire le nombre de tâches, la durée d'execution, les tâches qui doivent la succsedé, et le montant des ressources qu'elles mobilisent.

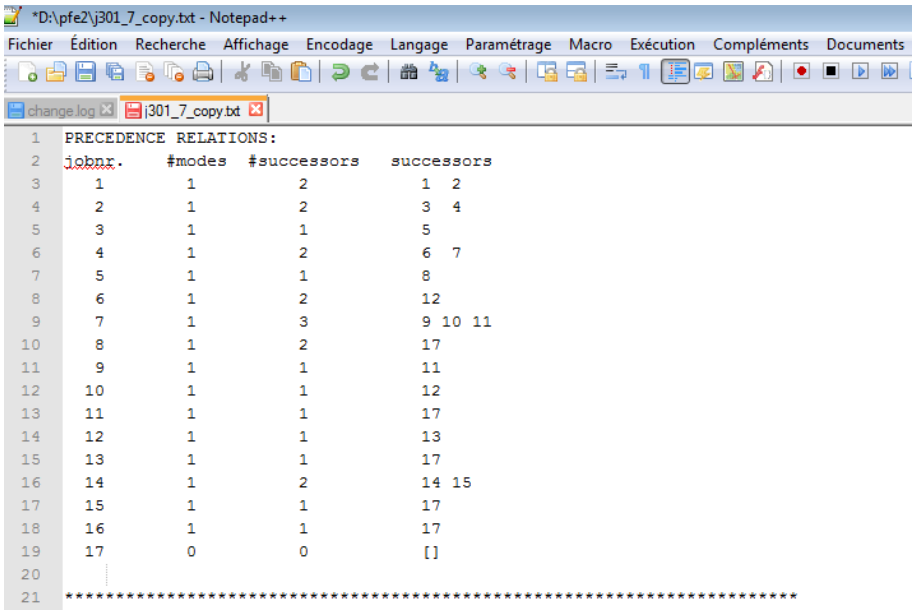

FIGURE 7.2: Relation de précédence

```
21  ******************************************************************************
22  REQUESTS/DURATIONS:
23  jobnr. mode duration   R 1  R 2  R 3  R 4
24  ------------------------------------------------------------------------------
25    1      1      0       0    0    0    0
26    2      1      84      3    0    0    0
27    3      1      96      2    0    0    0
28    4      1      49      1    0    0    0
29    5      1      62      3    0    0    0
30    6      1      45      2    0    0    0
31    7      1      63      2    0    0    0
32    8      1      105     1    0    0    0
33    9      1      129     2    0    0    0
34   10      1      91      1    0    0    0
35   11      1      52      2    0    0    0
36   12      1      110     2    0    0    0
37   13      1      48      1    0    0    0
38   14      1      39      1    0    0    0
39   15      1      41      3    0    0    0
40   16      1      28      1    0    0    0
41   17      1      0       0    0    0    0
42
43  ******************************************************************************
44  RESOURCEAVAILABILITIES:
45    R 1  R 2  R 3  R 4
46       4    0    0    0
47  ******************************************************************************
```

FIGURE 7.3: Durées - Ressources

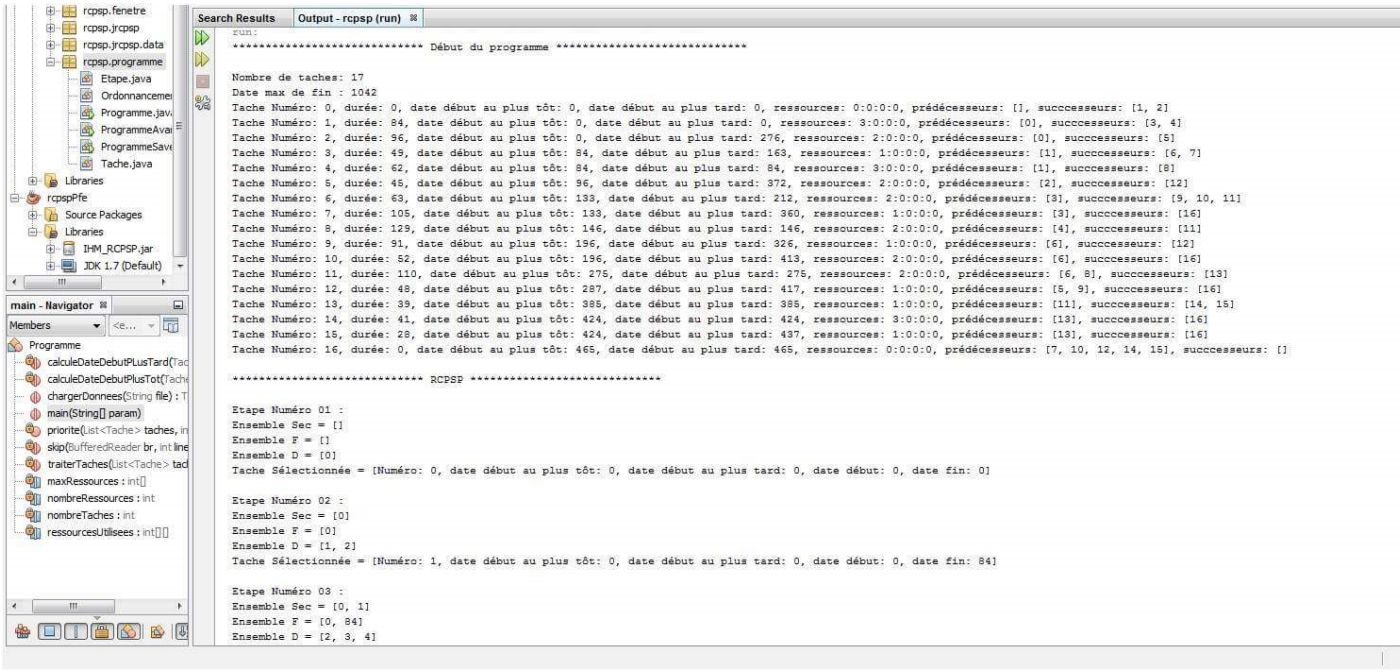

FIGURE 7.4: LST.

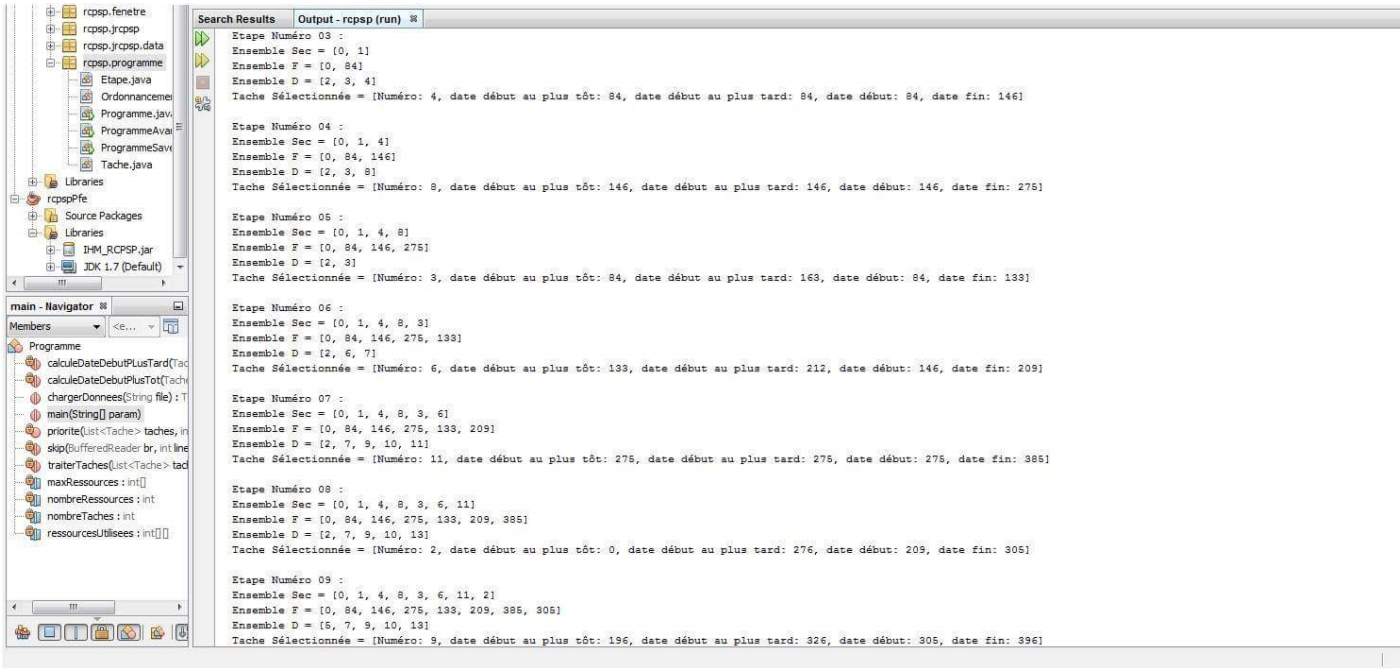

FIGURE 7.5: LST.

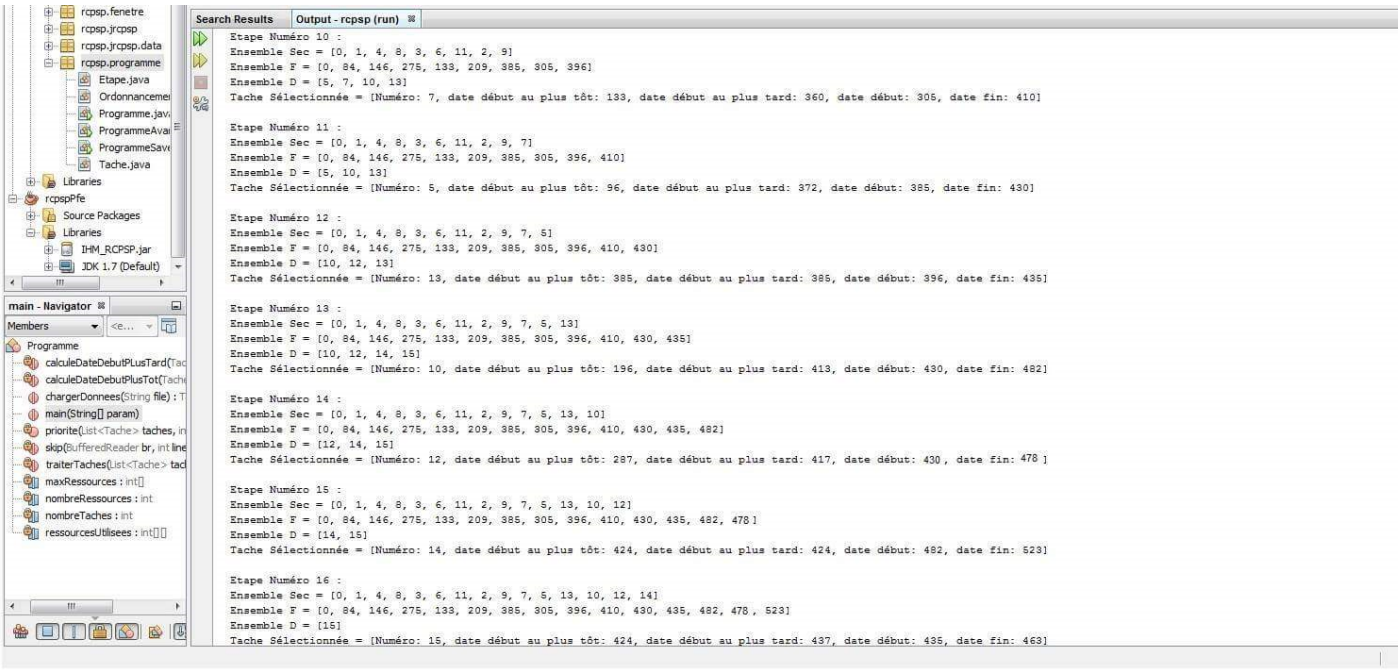

FIGURE 7.6: LST.

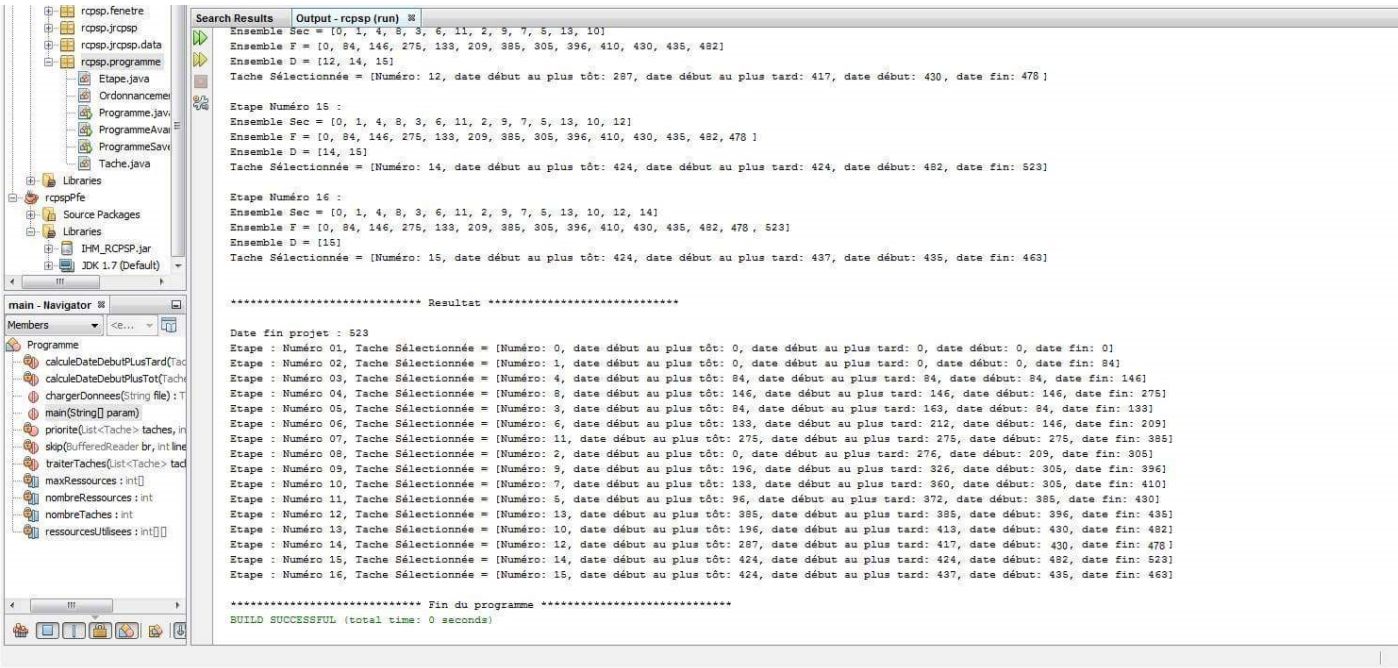

FIGURE 7.7: LST.

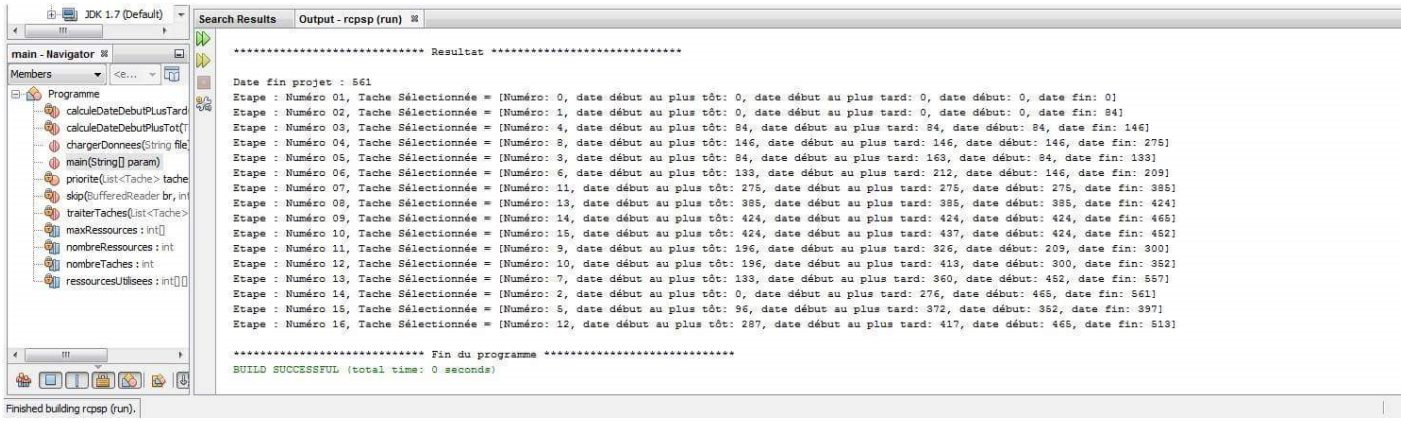

FIGURE 7.8: LSK.

- SPT -

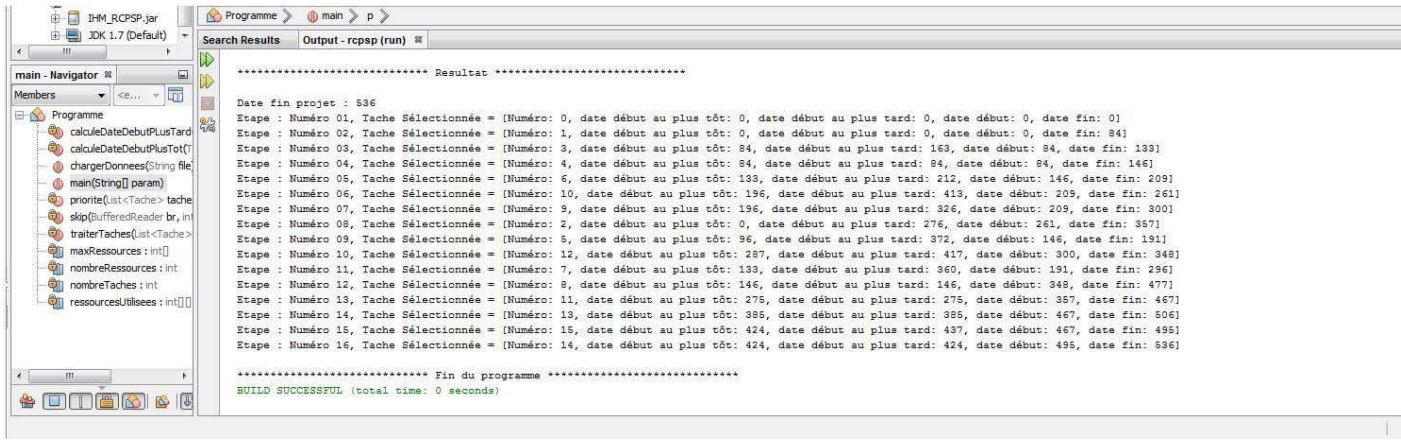

FIGURE 7.9: SPT.

- GRD -

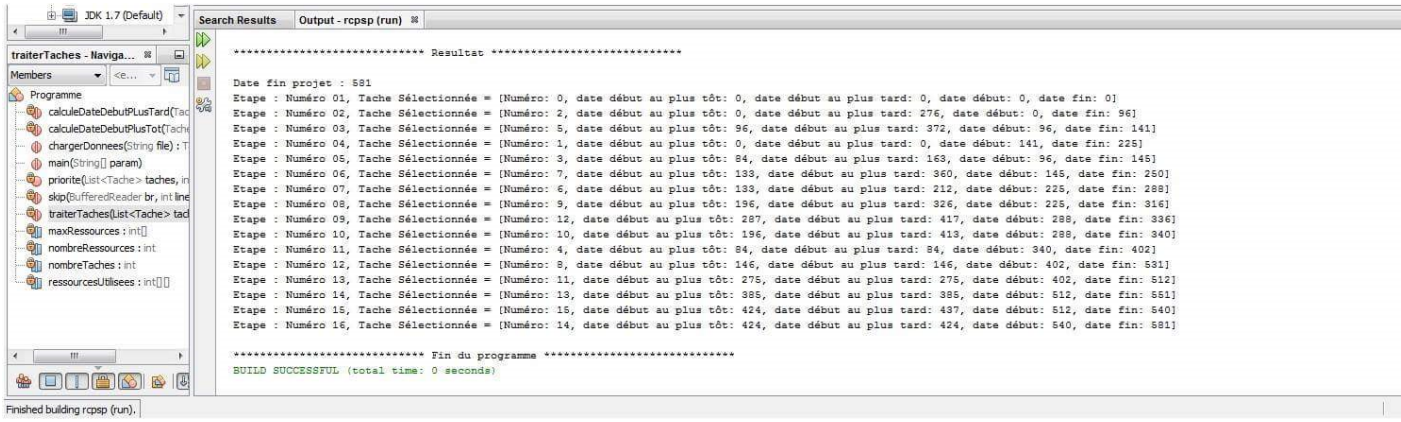

FIGURE 7.10: GRD.

7.3.1 Comparaison

Dans ce programme, on a comparé entre quatre priorités et on a trouvé que la mielleure priorité est celle de LST.

priorité	LST	MINLSK	SPT	GRD
durée	523	561	536	581

7.3.2 Analyse des résultats

Aprés l'exécution , tous les résultats obtenus sont satisfaisants, suite à la comparaison effectuée avec les calculs manuels, qui sont présentés dans le chapitre précédant, et qui permet de confirmer que la durée minimale de projet LPG3 et de 523 jours.

Annexe

La programmation linéaire en nombres entiers

Un programme linéaire est un problème d'optimisation qui consiste à maximiser ou minimiser une fonction-objectif linéaire soumise à un ensemble de contraintes exprimées sous la forme d'équations ou d'inéquations linéaires.
Ces contraintes définissent le polyèdre des solutions admissibles. La principale caractéristique d'un programme linéaire réside dans sa facilité de résolution grâce au célèbre algorithme de résolution du Simplexe, qui consiste à se déplacer d'un sommet du polyèdre des solutions admissibles à un sommet adjacent de coût inférieur (ou égal). Ainsi, l'algorithme évalue de façon itérative différentes solutions du problème afin d'en extraire une de coût optimal.
Lorsque les variables sont de plus contraintes à être entières, on parle de programme linéaire en nombres entiers (PLNE).
Les PLNE sont difficiles à résoudre, du fait notamment que le domaine admissible n'est plus convexe mais discret. Notons néanmoins que la programmation linéaire en nombres entiers est un outil très utile de modélisation de problèmes comportant des contraintes logiques, des discontinuités et bien d'autres aspects combinatoires.
De ce fait, de nombreux problèmes d'optimisation issus de domaines d'applications très divers, sont modélisés comme des PLNE.
Un PLNE dans sa forme la plus générale se présente de la manière suivante :

$$\left\| \begin{array}{l} Max\ z\ = cx \\ S.C. \\ ax \leq b \\ x \epsilon \aleph \end{array} \right.$$

où a est une matrice $n \times m$, b est un vecteur colonne de taille m, c et b sont des vecteurs (respectivement ligne et colonne) de taille n. Les composantes du vecteur colonne x (de taille n) sont des variables d'optimisation du problème.

Complexité de problèmes

Pour résoudre un problème d'ordonnancement, il ne suffit pas de prouver l'existence d'une solution, il faut également la construire, il est clair que construire la solution est plus difficile que de prouver son existence ce qui nous conduit donc à classer les problèmes comme étant difficiles ou faciles.
Les problèmes les plus difficiles : ce sont les problèmes indécidables pour lesquels il n'existe pas d'algorithme pour leurs résolution.

Les problèmes de classe P :

Un problème de décision est dit facile ou appartenir à la classe P s'il existe au moins un algorithme polynomial pour le résoudre.

Les problèmes de la classe NP :

Dans la classe NP, les problèmes sont dits NP-difficiles, ces derniers sont liés par la propriété suivante : si un seul problème NP-difficile est polynomial, alors la plus part des problèmes difficiles sont également polynomiaux. Aussi les chercheurs pensent-ils que si un problème est NP-difficile il n'existe pas d'algorithme polynomial le résolvant, c'est la conjecture fondamentale de la théorie de la complexité [11].

Conclusion générale

En guise de la conclusion, il serait pertinent de remettre en question même montanément, le modeste travail qu'on vient de réaliser : avons-nous atteint les objectifs fixes au départ.

Le travail qui nous a été demandé de réaliser au sein de l'entreprise « ENGTP» consistait à établir une plannification d'un Projet de construction des bacs et des sphéres en minimisant leurs durée et définir les indicateurs qui nous permetteront un bon suivi du projet en cours d'exécution.

Notre travail portait sur le développement d'un nouveau modèle d'ordonnancement de projets intégrant des contraintes de ressources,"Problèmes d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressource" RCPSP.

Le modèle retenu est un modèle RCPSP classique. La modélisation de ce problème a aboutit à un programme mathématique linéaire en variable binaires

Au niveau de la résolution, nous avons préférée une méthode approchée à une méthéode exacte, du fait de la complexité des problèmes obtenus par l'intermédiaire de notre modèle. Parmi ces méthodes approchées, nous avons proposé une heuristique sérielle utilise des méthodes basées sur des règles de priorités adaptés au problème de RCPSP.

Ce travail nous a également permis d'appliquer nos connaissances acquises durant nos années de formation. Nous espérons que l'étude effectuée présente un intérêt pour l'entreprise, et apporte un éclairage aux étudiants qui auront à préparer leurs projets de fin d'études ultérieurement.

Bibliographie

[1] AUNEGE,le probleme central de l'ordonnancement.

[2] Badr El-azrak, «memoire de fin d'etudes Pour l'obtention du Diplôme de Licence Sciences et Techniques» ,«Problèmes d'Ordonnancement De Projet et Métaheuristiques».

[3] Benikhlef Taha, memoire de magister,« theme Optimisation des Problèmes d'Ordonnancement Multi-Objectifs dans les Systèmes de Production »UMBB.

[4] Biad Mouhammed ,Ferhat Amar, «Les outiles de gestion ,méthode sérielle Ingénieure d'etas en informatique".

[5] Edgar Gutiérrez Franco.1, Fernando La Torre Zurita.2, Gonzalo Mejía Delgadillo, «A genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem (RCPCP)». 1. School of Industrial Engineering, Universidad de La Sabana. 2. Department of Industrial Engineering, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

[6] G.BAVIERLES,Techniques d'ordonnancement».

[7] Henri-Pierre,COMMENT MANAGER

[8] Hung NGUYEN, « Thèse doctora : Contribution à la planification de projet : proposition d'un modèle d'évaluation des scenarios de risque-projet », 2011, université de Toulouse.

[9] Jean-baptiste Bouchrite,« Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de maîtrise sciences appliquées (génie industriel) : Ordonnancement de projets internationaux avec contraintes de matériel et de ressources », Ecole polytechnique de montréal, décembre 2010.

[10] Jean-Charles Régin, «Gestion de projet» ,Licence Informatique 3ème année - MIAGE. .

[11] Khaled mesghouni, Ingénieur électronicien de l'université de Constantine, «Application des algorithmes évolutionnistes dans les problèmes d'optimisation en ordonnancement de la production» ; se présentée à l'université des sciences et technologies de lille pour obtenir le titre de docteur.

[12] Mohamed Ali Aloulou, Université Paris Dauphine E-mail : aloulou@lamsade.dauphine.fr : «Introduction aux problèmes d'ordonnancement» , 28 novembre 2005.

[13] Mouhoub Nasser eddine,these présentée pour l'obtention du diplôme de doctorat en sciences.

»Thème : Algorithmes de construction de graphes dans les problèmes d'ordonnancement de projet».

[14] Oumar kone, «thèse en vue de l'obtention du doctorat de l'université de toulouse», Nouvelles approches pour la résolution du problème d'ordonnancement de projet à moyens limités , Le 07 décembre 2009.

[15] Oumar Kone,«Nouvelles approches pour la résolution du problème d'ordonnancement de projet à ressources limitées (RCPSP)».

[16] Sophie Demassey, Christian Artigues, Philippe Michelon, «Coopération entre programmation linéaire et propagation de contraintes pour l'ordonnancement de projet à moyens limités».

[17] Sophie Demassey et Christian Artigues, «Gestion de production et ressources humaines, Méthodes de planification dans les systèmes productifs »,18 mars 2005.

[18] Vincent Galvagnon ,these en vue de l'obtention de titre docteur«Aide à la décision en gestion multi-projet distrubuer»,«Approche local pour la planification à moyen terme».

[19] Yvec Correc, «Recherche opérationelle».

[20] GTP.