Convection naturelle thermique et solutale entre enceintes parallélépipédiques avec transvasement

T. Rayane(1), A. Djimli(2), S. Maamir(2) et B. Zeghmati(3)

(1) Faculté des Sciences de l'ingénieur, Université M'Hamed BOUGARA, Boumerdès, Algérie.
(2) Laboratoire d'Energétique Mécanique et Matériaux, M'Hamed BOUGARA, Boumerdès, Algérie.
(3) Laboratoire de Mathématique et Physiques des Systèmes- Groupe de Mécanique Energétique (MEPS-GME), Université de Perpignan, 52, avenue Paul Alduy 66860 Perpignan Cedex, France.
e-mail : seghir_maamir@yahoo.fr

Résumé :

Nous présentons une étude numérique des transferts simultanés de chaleur et de masse en convection naturelle qui se déroulent au sein de deux cavités rectangulaires horizontales. La base de l'une des enceintes est soumise à un flux de chaleur de densité constante et à une diffusion de vapeur d'eau dans l'air. La base de la seconde est thermiquement isolée. Les faces externes de ces cavités échangent de la chaleur par conduction, convection et rayonnement avec le milieu environnant. Dès que les régimes permanents des écoulements au sein des enceintes sont obtenus, le transvasement s'effectue à travers un orifice situé dans la paroi commune. Cette paroi commune est en outre soumise à un transfert de chaleur par conduction. La discrétisation des équations est basée sur la méthode des volumes finis et le couplage vitesse-pression est effectué à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Les propriétés physiques de l'ambiance de cavité 1 sont proches de celui de la cavité 2.

Abstract :

We present a numerical simulation of simultaneous heat and mass transfers by natural convection in two horizontal rectangular cavities. The lower horizontal surface of one is submitted to a constant heat flux and a diffusion of water steam in air. The lower horizontal surface of the second cavity is thermally isolated. The external surfaces of these two cavities are submitted to conduction, convection and radiation with the external environment. When permanent regimes are obtained, the exchange between these cavities is induced through an aperture of a common vertical wall. This common vertical wall is submitted to a heat transfer by conduction. The two-dimensional governing equations have been solved by using a control volume finite difference method. The coupling between the continuity and momentum equations is effected using the SIMPLER algorithm. The physical properties of the ambiance of cavity 1 are near of the one of the cavity 2.

Mots-clefs :

Convection naturelle ; transfert de masse ; transfert de chaleur

1 Introduction

Les transferts de chaleur et de masse en convection naturelle laminaire au sein d'enceintes, intéressent divers domaines d'applications (thermique du bâtiment,…) De Vahl Davis (1968), Chen et *al.*(1986)., Hadjadj *et al.* (1999), Maamir *et al.* (2000). Les échanges avec transvasement sont notamment utilisés dans le conditionnement d'ambiance de locaux annexes industriels, où de salles (vestiaires de piscines,..), à faible taux d'occupation. L'effet de ce transvasement sur la structure temporelle des écoulements bidimensionnels et le conditionnement de cet espace annexe y est présenté.

2 Modélisation des transferts de chaleur et de masse

A l'instant $t_0 < t \le t_1$ les fluides, Air (1) et Air (2) évoluent dans des espaces confinés. La combinaison de la diffusion d'eau dans l'air, de l'application d'un flux de chaleur de densité uniforme constant q sur le fond de l'enceinte FIG.1, et des échanges par conduction, rayonnement et convection entre les parois et le milieu extérieur entraîne une convection naturelle thermique et massique dans l'air (1).

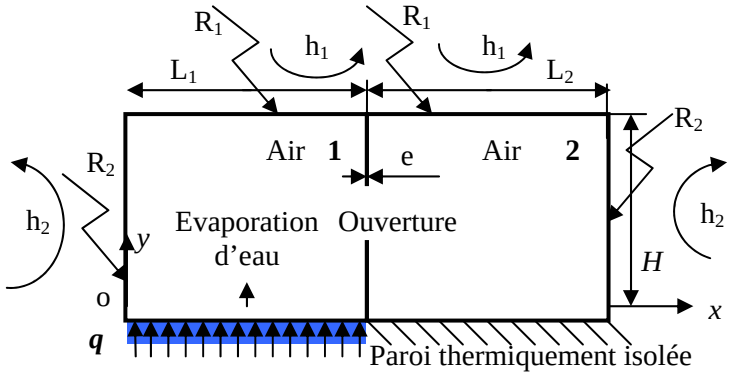


FIG.1 - Schéma du modèle physique.

L'écoulement de l'air (2) résulte de la combinaison des échanges par conduction, rayonnement et convection entre les parois et le milieu extérieur du transfert de chaleur par conduction à travers la paroi les délimitant ($A = 1$ pour l'écoulement de l'air au sein de l'enceinte **1** et $A = 0$ pour l'écoulement de l'air au sein de l'enceinte **2**, dans les équations (1)). Les champs de températures, concentrations et de vitesses obtenus, lorsque les régimes permanents des écoulements dans les deux enceintes sont établis, sont utilisés comme conditions initiales du modèle avec transvasements à l'instant $t > t_1$ ($A = 1$ pour l'écoulement de l'air au sein des cellules **1** et **2**, dans les équations (1)). Les écoulements sont supposés bidimensionnels et laminaires. Les fluides sont incompressibles, à propriétés constantes, et obéissent à l'approximation de Boussinesq. Les termes de poussée, de dissipation visqueuse, de thermodiffusion et de diffusion barométrique sont négligés. Les équations adimensionnelles de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de la chaleur et de la diffusion dans l'air des enceintes, pour les modèles avec et sans transvasements, s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0 \qquad \frac{\partial U}{\partial \tau}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}+Pr\left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+Pr\left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right]-PrRa_T\theta-A\frac{Pr}{Sc}Ra_S C$$

($A = 1$ pour l'écoulement du fluide air (1) et $A = 0$ pour l'écoulement de l'air (2)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+U\frac{\partial \theta}{\partial x}+V\frac{\partial \theta}{\partial y}=\left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right] \quad \frac{\partial C}{\partial \tau}+U\frac{\partial C}{\partial x}+V\frac{\partial C}{\partial y}=\frac{1}{Le}\left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right]$$

$$Ra_T=\frac{g\beta_T H^4 q}{a\upsilon\lambda_a},\ Ra_S=\frac{g\beta_C H^4 q}{\rho L_v a D^2}, \qquad (2)$$

Où $t=\frac{t.a}{H^2}$; $x=\frac{x}{H}$; $y=\frac{y}{H}$; $U=\frac{UH}{a}$; $V=\frac{VH}{a}$; $p=\frac{pH^2}{\rho a}$; $\theta=\frac{\lambda(T-T_0)}{qH}$;

$$C = \frac{\rho_a L_v D(C - C_0)}{qH} \qquad (3)$$

Les équations (1) sont associées aux conditions suivantes

- t_0 application du flux de chaleur q . $U = V = 0$; $T = T_{initiale}$; $C = C_{initiale}$
- $t_0 < t \le t_1$: Paroi intérieure sans ouverture et $t > t_1$: Paroi intérieure avec ouverture

$$x = 0, x = L_1 + L_2, 0 < y < H \ : U = V = 0 ; \frac{\partial C}{\partial x} = 0 ; \ -\lambda_{mat} \frac{\partial T_p}{\partial x} = (h_C(y) + h_R(y))\left(T_{amb} - T_p\right)$$

$$h_R(y) = \varepsilon\sigma_0 \left(T_{amb}^2 + T_p^2\right)\left(T_{amb} + T_p\right) \quad \text{et} \quad h_C(y) = \lambda Nu(y)/y \qquad (5)$$

$$0 < x < L_1 + L_2, y = H \ : U = V = 0 ; \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \ ; \ -\lambda_{mat} \frac{\partial T_p}{\partial y} = (h_C(x) + h_R(x))\left(T_{amb} - T_p\right),$$

$$h_R(x) = \varepsilon\sigma_0 \left(T_{amb}^2 + T_p^2\right)\left(T_{amb} + T_p\right) \text{ et } h_C(x) = \lambda Nu(x)/x \qquad (6)$$

Les relations $Nu(x) = \dfrac{\Pr^{0.5}}{(0.25 + 1.6\Pr^{0.5})\left(\Pr Gr(x)/5\right)^{0.2}}$ et

$Nu(y) = \dfrac{3}{4} \dfrac{Pr^{0.5}}{2.5(0.5 + Pr + Pr^{0.5})} (\Pr Gr(y))^{0.25}$ sont tirés de Chen (1986)

$$\text{Avec } Gr(x) = \frac{gx^3(T_p - T_{amb})}{\upsilon^2 T_{amb}} \text{ et } Gr(y) = \frac{gy^3(T_p - T_{amb})}{\upsilon^2 T_{amb}}$$

$x = L_1$: Transfert de chaleur par conduction à travers la paroi solide verticale

Application du flux de chaleur q $y = 0$ et $0 < x < L_1 : U_e = V_e = 0 ; \dfrac{\partial T_e}{\partial y} = -\dfrac{q}{\lambda_e}$ (7)

Diffusion de la vapeur d'eau : $y = 0, \ 0 < x < L_1 : V = D\dfrac{\partial C}{\partial y}$

$$q_{x=0} = -\lambda_e \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = -\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} - \rho L_v D \left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=0} \ ; \ C_{interface} = 0.622 \frac{P_{vs}}{(P - P_{vs})} \qquad (8)$$

Avec $\log_{10}(P_{vs}) = 17.443 + (2795/T) - 3.868 log_{10} T$

Où T est la température de l'air en °C.

3 Méthode numérique

Les résultats relevés, en considérant que les écoulements des air 1 et 2 s'effectuent au sein d'espaces confinés, lorsque les régimes permanents sont obtenus, sont utilisés pour l'étude numérique du modèle avec transvasement. La discrétisation des équations (1) est basée sur la méthode des volumes finis compte tenu des conditions initiales et aux limites qui leurs sont associées (5-8). Le couplage entre les champs de vitesses et de pression est effectué à l'aide de l'algorithme Simpler, Patankar (1980). Le régime permanent est supposé atteint lorsque l'écart entre deux nombres de Nusselt calculés pour deux pas de temps successifs est inférieur à 10^{-4}. Les nombres de Nusselt et de Sherwood sont calculés à la zone de diffusion de vapeur d'eau.

4 Résultats et discussion

Nos calculs ont été effectués pour une densité de flux de chaleur appliqué à la paroi inférieure de l'enceinte variant entre 5 et 150 W m^{-2} et pour des nombres de Rayleigh thermique variant de $Ra_T = 2.10^6$ à $Ra_T = 2.10^7$. Nous remarquons une similitude de la répartition bicellulaire de l'écoulement de l'air 1 avec celles obtenus par Rayane *et al.* (2005), FIG. 2.b. Les conditions imposées à ce modèle sont en effets proches. Le mouvement de l'air 2, s'effectuant sans transvasement, est quant à lui mono cellulaire. L'évolution temporelle de la structure des écoulements est représentée sur l'ensemble des figures a à d - FIG. 3. A l'initialisation du transvasement nous obtenons une composition des mouvements cellulaires respectifs des enceintes FIG. 3.a. L'intensité des échanges qui s'effectuent au sein de l'enceinte 1 entraîne un accroissement des mouvements convectifs au sein de l'enceinte 2. L'écoulement devient bicellulaire, FIG. 3.d. L'accroissement de l'intensité du flux de chaleur imposé à la base de l'enceinte 1 s'accompagne d'une intensification de la convection naturelle au sein des enceintes, FIG. 4. Cette intensification des transferts est représentée par l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux, moyennés, en fonction respectivement des nombres de Rayleigh thermiques Ra_T , FIG. 4, et solutaux Ra_S , FIG. 5. Le lissage de ces courbes mène aux expressions : $\overline{Nu} = 0.3459 Ra_T^{0.1808}$ et $\overline{Sh} = 2.10^{-9} Ra_S^2 - 5.10^{-5} Ra_S + 2.5803$

La prépondérance des forces volumiques massiques sur les forces volumiques thermiques s'obtient pour une densité de flux de chaleur imposée $q = 50\ W/m^2$, lorsque leur rapport N est supérieur à 1, FIG. 6.

5 Conclusions

Aux premiers instants, sans transvasements, les écoulements sont respectivement bicellulaires au sein de l'enceinte 1 et monocellulaire au sein de l'enceinte 2. Les conditions imposées sur la base de l'enceinte 1 influent notablement sur structure de l'écoulement au sein de l'enceinte 2. La convection naturelle au sein des enceintes est d'autant plus intense que la densité du flux de chaleur imposée à la base de l'enceinte 1 est élevée. Les propriétés physiques de l'ambiance de l'enceinte cavité 1 sont proches de celles de l'enceinte 2, FIG. 3.d

Références

De Vahl Davis, G. 1968 Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **11**, 1675-1693.

De Vahl Davis, G. 1983 Natural convection in square cavity: a comparison exercise, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **3**, 227-248.

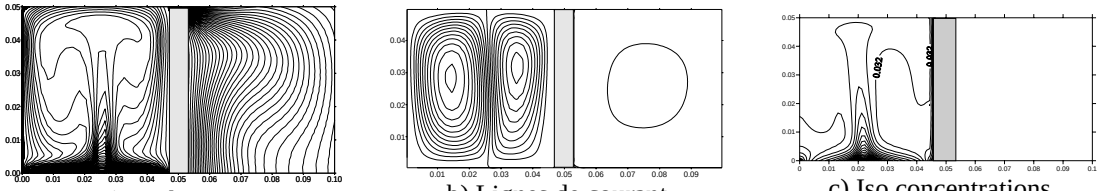
Chen, T. S., Tien, H. C., Armaly, B. F. 1986 Natural convection on horizontal, inclined, and vertical plates with variable surface temperature or heat flux. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **29** n°**10**, 1465-1478.

Hadjadj, A., Maamir, S., Zeghmati, B., Gupta, G. 1999 Numerical and experimental studies of condensation phenomena on a boarding platform. *International Journal of Ambient Energy*, **20** n°**3**, 159-166.

Maamir, S., Zeghmati, B., Hadjadj, A., Rondot, D. 2000 Etude de l'influence d'un bac d'eau sur les transferts dans un canal corrugué. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 78 n°2, 293-303.

Patankar, S. V. 1980 Numerical heat transfer and fluid flow (ed. Hemisphere).

Rayane, T., Maamir, S., Zeghmati, B. 2005 Etude de la convection naturelle thermique et massique transitoire dans une enceinte parallélépipédique, 12ème J.I.T.H, 339-342, Tanger.



a) Isothermes b) Lignes de courant c) Iso concentrations

FIG. 2 – Régime Permanents – q =100 W/m² - Sans transvasements

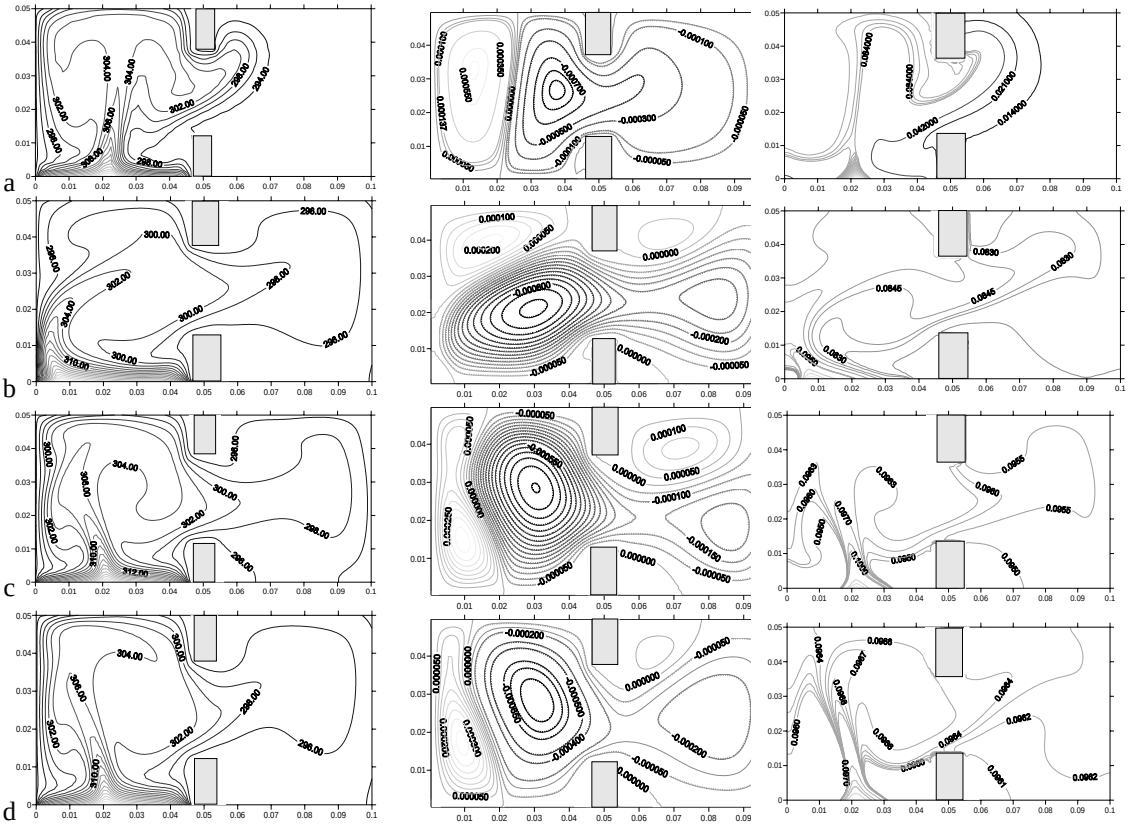


FIG. 3 - Isothermes Lignes de courant Iso concentrations

Evolutions temporelles. a) t=100s - b) t=500 s - c) t=800 s - d) t=1000s - q =100W/m²

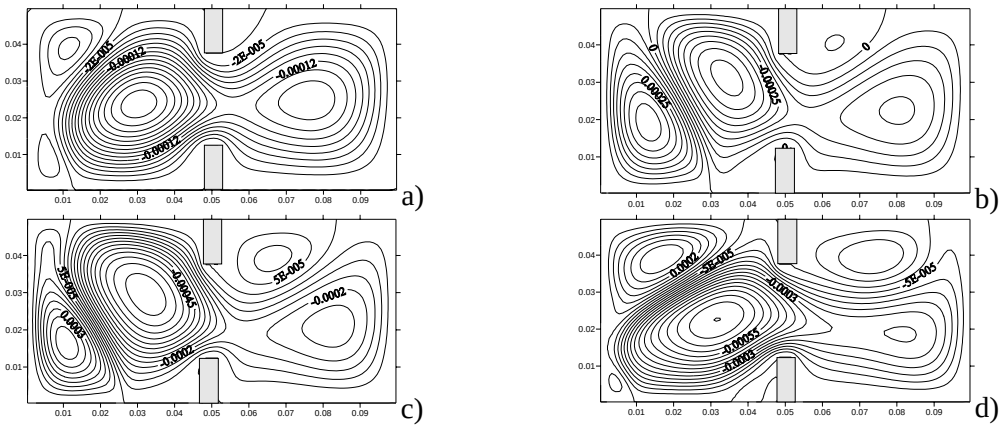


FIG.4 - Lignes de courant pour a) q=10W/m² - b) 50W/m² - c) 100 W/m² - d) 150 W/m²

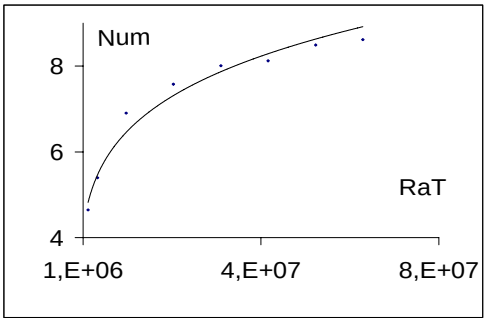


FIG. 4 - Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh thermique Ra_T

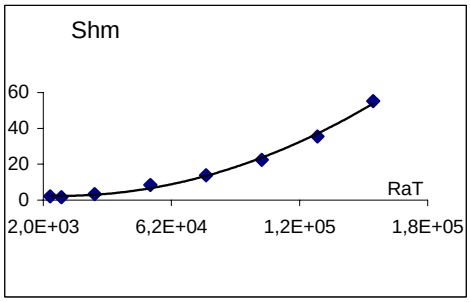


FIG. 5 - Evolution du nombre de Sherwood moyen en fonction du nombre de Rayleigh solutal Ra_S

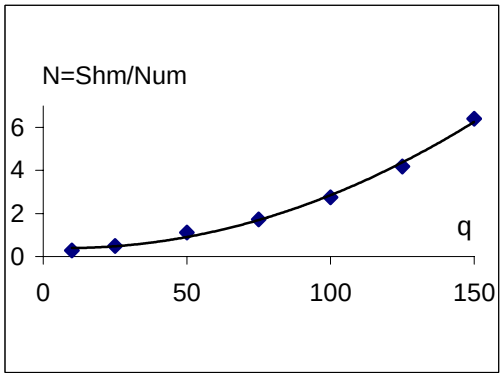


FIG. 6 - Evolution du rapport des forces volumiques Massiques / thermiques en fonction du flux q (W/m²).

Nomenclature

D	coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air
Gr	nombre de Grashoff
h_C , h_R	coefficients d'échange convectif, radiatif.
Le	fonction de Lewis $Le = Sc / Pr = a / D$
L_v	chaleur latente de vaporisation
N	rapport des forces volumiques massiques / thermiques
Nu	nombre de Nusselt
Num	nombre de Nusselt moyen
Pr	nombre de Prandtl $Pr = \upsilon / a = \upsilon Cp / \lambda$
Ra	nombre de Rayleigh
Sh	nombre de Sherwood
Shm	nombre de Sherwood moyen
Sc	nombre de Schmidt $Sc = \upsilon / D$
q	flux de chaleur de densité uniforme

Symboles grecs

β	coefficient d'expansion
ε	émissivité de la paroi
λ	conductivité thermique
υ , μ	viscosité dynamique, cinématique

Indices et exposants

amb	ambiant
a	air, diffusivité thermique
e	eau
mat	matériau
p	paroi
s	solutal
T	thermique
vs	vapeur saturante