

# OPTIMISATION MULTI-OBJECTIF DES PARAMETRES DE CONCEPTION D'UN ROBOT DELTA DEDIE A L'USINAGE A GRANDE VITESSE

I. BELAIDI<sup>a</sup>, Kh. MANSOURI<sup>a</sup>, B. MAIZA<sup>a</sup>, K. MOHAMMEDI<sup>a</sup>, A. BOUZIANE<sup>a</sup>,

a. *Groupe de Recherche en Modélisation et Simulation en Mécanique, Laboratoire d'Energétique Mécanique et Ingénierie – LEMI, Université M'hamed Bougara Boumerdes, Avenue de l'Indépendance 35000 (Algérie).*

## Résumé :

*Cet article présente un modèle pour l'optimisation multi-objectif des paramètres de conception d'un robot DELTA dédié à l'usinage à grande vitesse, basée sur la mise en œuvre de l'algorithme génétique NSGAI sous Matlab<sup>TM</sup>. Le conditionnement de la matrice jacobienne et la capacité d'accélération de la nacelle sont les fonctions 'objectif' du modèle d'optimisation, tandis que les forces extérieures de coupe agissant sur la nacelle, les limites cinématiques articulaires, la déformation des barres, les configurations singulières, ainsi que les forces des moteurs, qui doivent être compatibles avec les limites de performances attendues, représentent les contraintes à respecter.*

## Abstract :

*This paper presents a Multi-Objective Optimization of design parameters of a DELTA robot dedicated to high speed machining, wich based on the implementation of the genetic algorithm NSGAI under Matlab<sup>TM</sup>. The formulation of the optimization model is based on the conditioning of the Jacobian matrix and the acceleration of the car as objective functions, while the external cutting forces acting on the platform, the joint kinematic limits, the bars deformation, the singular configurations, and the strengths of engines to be compatible with the limits of expected performance, are the constraints.*

**Mots clefs :** Optimisation multi-objectif, robot Delta, algorithmes génétiques, usinage à grande vitesse.

## 1 Introduction

Nous considérons dans ce papier une machine poly-articulée de type Delta, dédiée à l'usinage à grande vitesse (figure 1). L'optimisation des paramètres de conception de ce type de machine, à savoir : longueur et diamètre des barres, rayon extérieur du robot et rayon de la nacelle, repose sur un modèle multi-objectif, dont la formulation mathématique est basée sur les équations de la modélisation géométrique, cinématique et dynamique de la machine [1],[2],[3], et le respect des exigences inhérentes à l'isotropie et à la dynamique du robot. Il s'agit en effet de la prise en compte du conditionnement de la matrice Jacobienne et de la capacité d'accélération de la nacelle, qui constituent les fonctions 'objectif' du modèle, et des contraintes liées aux forces extérieures de coupe agissant sur la nacelle, aux limites cinématiques articulaires, à la déformation des barres, à les configurations singulières, ainsi qu'aux forces fournies par les moteurs, qui doivent être compatibles avec les limites de performances attendues en terme de vitesses, d'accélération et de charges autorisées en tout point de l'espace de travail imposé a priori. Pour résoudre le problème d'optimisation ainsi formulée, l'approche proposée est basée sur la mise en œuvre de l'algorithme génétique NSGA II [4],[5],[6],[7], dont le code développé dans la GEAToolbox [8], est implémenté sous Matlab<sup>TM</sup>.

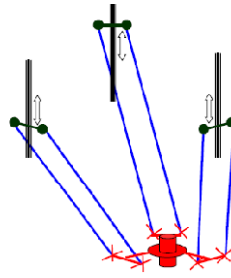


FIG. 1 - Configuration du robot Delta (Espacement angulaire des glissières : 120 degrés).

## 2 Formulation du modèle d'optimisation multi-objectif

### 2.1 Fonctions 'objectifs'

La première **fonction 'objectif'** considérée est l'**accélération de la nacelle**, qui doit être maximisée. En considérant l'expression [2], [3]:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_q^{-1}(\dot{\mathbf{J}}_x - \dot{\mathbf{J}}_q\mathbf{J}^{-1})\dot{\mathbf{x}} \quad (1)$$

Cette accélération s'écrit:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{J}_q^{-1}(\dot{\mathbf{J}}_x - \dot{\mathbf{J}}_q\mathbf{J}^{-1})\dot{\mathbf{x}}) \quad (2)$$

Pour déterminer la valeur maximale de  $\ddot{\mathbf{x}}$ , il faudra donc minimiser le terme  $(1/\ddot{\mathbf{x}})$ .

La deuxième **fonction 'objectif'** prise en compte est le **conditionnement de la matrice Jacobienne**, également appelée indice d'isotropie, qui s'exprime par le critère:

$$\mathbf{c} = \text{cond}(\mathbf{J}) = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (3)$$

où la matrice  $\mathbf{J}$  transforme les vitesses de l'espace articulaire en vitesses de l'espace cartésien. Si le lieu des vitesses articulaires possibles est une hyper-sphère, le lieu des vitesses cartésiennes correspondantes est alors un hyper-ellipsoïde, dont le critère  $\mathbf{c}$  est le rapport entre le grand axe et le petit axe (exprime une relation à l'isotropie cinématique de la machine). Le conditionnement de la matrice Jacobienne est invariant pour des machines homothétiques, et est toujours plus grand que la valeur 1. Par conséquent, plus le conditionnement de la matrice Jacobienne est proche de la valeur 1, plus l'isotropie de la machine est meilleure.

### 2.2 Espace de travail et variables de conception

L'**espace de travail** considéré  $X_{es}$ , qui constitue en fait notre l'espace de recherche, est défini par :

$$X_{es} = \begin{cases} -0.25 \leq \mathbf{x} \leq 0.25 \\ -0.25 \leq \mathbf{y} \leq 0.25 \end{cases}$$

Alors que les **variables de conception** qui seront optimisées s'expriment par :

$$(\mathbf{X}_{c,i})_{\min} \leq \mathbf{X}_{c,i} \leq (\mathbf{X}_{c,i})_{\max}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\mathbf{X}_c = \{\mathbf{L}, \mathbf{R}, \mathbf{r}, \mathbf{D}\}$$

### 2.3 Contraintes mécaniques et particulières considérées

a. Les **forces extérieures** générées par la coupe qui agissent sur la nacelle ne doivent pas dépasser une valeur limite donnée, telle que :

$$|(\mathbf{F}_{ext})_j| \leq (\mathbf{F}_{ext})_{\max}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (4)$$

b. De même, les **limites cinématiques articulaires** qui s'expriment par les inéquations :

$$|\dot{\mathbf{q}}_j| \leq (\dot{\mathbf{q}}_j)_{\max}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

$$|\ddot{\mathbf{q}}_j| \leq (\ddot{\mathbf{q}}_j)_{\max}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (6)$$

Ainsi, le vecteur des variables de conception peut alors s'écrire :  $\mathbf{X}_T = \{\mathbf{X}_c, \mathbf{F}_{ext}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}\}$ .

En considérant toutes les articulations parfaitement rigides, les barres sont alors faiblement sollicitées en traction-compression, tel que le flambage soit négligé. Par conséquent **la déformation d'une barre** ne doit pas dépasser une valeur limite telle que :

$$Df_b = \frac{F_b L}{SE} \leq (Df_b)_{ad} \quad (7)$$

**c. Absence d'une configuration singulière :** Les configurations singulières sont des postures particulières de l'organe terminal, où la rigidité naturelle des machines parallèles subit une grande détérioration. A partir de la notion d'équilibre mécanique d'un robot parallèle, nous introduirons le vecteur des forces articulaires  $\boldsymbol{\tau}$  et le torseur des efforts externes appliqués sur l'organe terminal  $\mathcal{F}$ . Ainsi, pour un torseur  $\mathcal{F}$  appliqué sur le plateau mobile, le système mécanique est en équilibre s'il existe des forces articulaires dont l'action sur la plate-forme est l'opposée de  $\mathcal{F}$ . Dans le cas contraire, l'organe terminal se déplacera jusqu'à atteindre une nouvelle position d'équilibre. Or, il existe une relation entre  $\boldsymbol{\tau}$  et  $\mathcal{F}$ , telle que:

$$\mathcal{F} = \mathbf{J}^{-t} \boldsymbol{\tau}$$

décrit un système linéaire en terme de composantes du vecteur  $\boldsymbol{\tau}$ , qui admettra en général une solution qui conduit alors à un équilibre mécanique du système en  $\boldsymbol{\tau}$  pour tout  $\mathcal{F}$ , sauf dans le cas où la matrice  $\mathbf{J}^{-t}$  est dégénérée (cas où le système linéaire n'admet pas de solution et le système mécanique n'est plus en équilibre). Par conséquent, nous admettons alors comme contrainte:

$$|\mathbf{J}^{-t}| \neq 0 \quad (8)$$

**d. Forces des Moteurs électriques :** les forces fournies par les moteurs électriques doivent être compatibles avec les limites de performances attendues (vitesses, accélérations et charge autorisées) en tout point de l'espace de travail. L'expression des forces des moteurs est donnée par :

$$\mathbf{F}_{mot} = (\mathbf{M}_{nac} \quad {}^t\mathbf{J} + \mathbf{M}_{mot} \mathbf{J}_q^{-1}) \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{M}_{mot} \mathbf{J}_q^{-1} (\mathbf{J}_x - \mathbf{J}_q \mathbf{J}^{-1}) \dot{\mathbf{x}} + {}^t\mathbf{J} \mathbf{F}_{ext}$$

et doit rester au dessous d'une limite admissible, à savoir :

$$\mathbf{F}_{mot} \leq (\mathbf{F}_{mot})_{ad} \quad (9)$$

### 3. Résolution du problème d'optimisation

#### 3.1 Organigramme de l'approche algorithmique proposé

L'approche algorithmique proposée est représentée dans l'organigramme de la figure 2. Deux fonctions principales développées dans la GEAToolbox [8] sont utilisées. La première fonction assure l'exécution de la boucle [B1], et reproduit l'évolution des fonctions 'objectif'. Pour une valeur de  $\mathbf{X}_c$ , l'algorithme calcule par balayage les valeurs optimales de l'accélération de centre de la nacelle  $\ddot{\mathbf{x}}$  et le conditionnement de la matrice Jacobienne  $\mathbf{cond}(\mathbf{J})$ , la déformation maximale des barres et la force maximale fournie par les moteurs dans l'espace de travail considéré. La boucle [B2] prend en charge le problème d'optimisation multi-objectif, et calcule simultanément les valeurs de l'accélération maximale du centre de la nacelle  $\ddot{\mathbf{x}}$ , (équation 2) et du conditionnement de la matrice Jacobienne  $\mathbf{cond}(\mathbf{J})$  (équation 3), qui vérifient les contraintes imposées (inéquations 4 à 9). L'algorithme génétique pour l'optimisation multi-objectif génère un ensemble de solutions formant la frontière de Pareto [4],[5],[6],[7].

#### 3.2 Paramétrage de l'algorithme NSGAI

Le choix des paramètres est effectué en tenant compte des propriétés caractéristiques intéressantes de l'algorithme NSGAI développé [4], sont représentés dans le tableau 1.

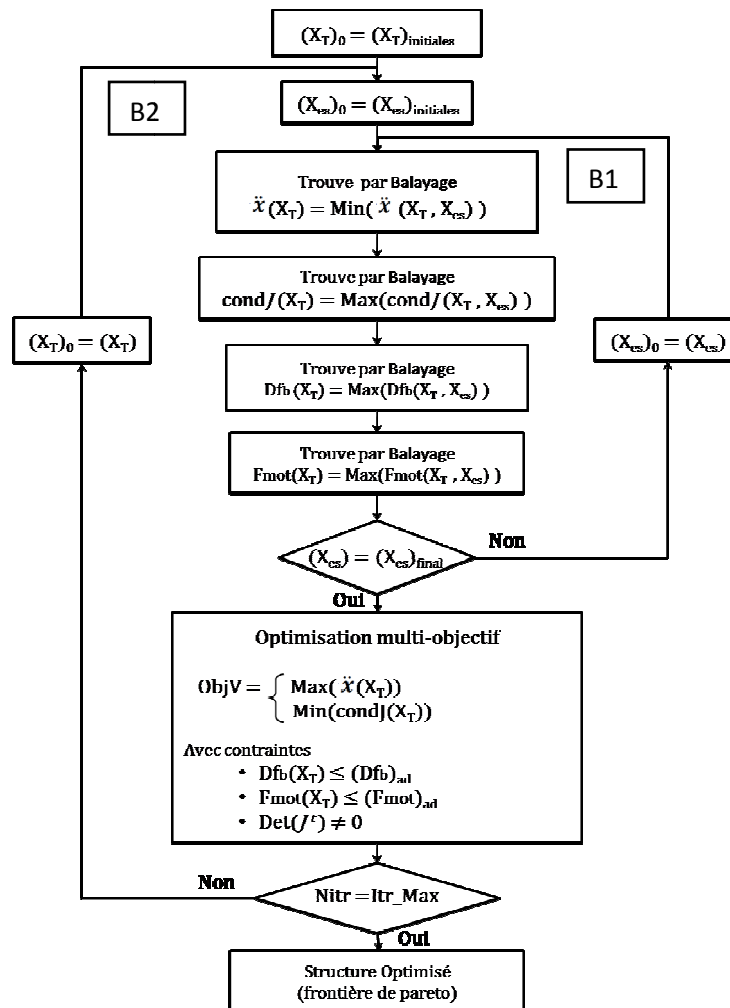


FIG. 2 – Organigramme du pseudo-code de l'approche algorithmique proposée

Paramètres e l'Algorithme NSGAI	Valeurs	Paramètres e l'Algorithme NSGAI	Valeurs
Taille de la population (Individus)	200	Nombre et type des variables	13, real
Sous population	8	Pression de sélection	1.9
Nombre de générations considéré	700	Type de mutation	real
Nombre de fonctions objectives (fitness)	02	Probabilité de mutation	0.2
Nombres de contraintes	03	Type de codage	real

TAB. 1 – Paramètres de l'algorithme NSGA II

## 4. Détermination des paramètres de conception du robot

### 4.1. Caractéristiques du robot delta

Les caractéristiques du robot delta et de l'espace de recherche considérés sont représentées dans le tableau 2 ci-dessous.

	Paramètres de conception du robot	Valeurs	
		Min	Max
Espace de recherche	$x$ (m)	-0.25	0.25
	$y$ (m)	-0.25	0.25
	$R$ (m)	0.5	0.7

	$r$ (m)	0.1	0.3
	$L$ (m)	0.8	1.7
	$D_b$ (m)	0.01	0.02
	$ \dot{q}_j _{max}$ (m/s)	3	
	$ \ddot{q}_j _{max}$ (m/s <sup>2</sup> )	35	
	$(F_{ext})_{max}$ (N)	1000	
Paramètres physiques considérés de robot	$(M_1)$ Masse de Nacelle (kg)	20	
	$(M_2)$ Masse de Moteur (kg)	10	
	Masse volumique des barres (kg/m <sup>3</sup> )	7849	
	Module d'élasticité des barres (N/mm <sup>2</sup> )	210000	
	$(Df_b)_{ad}$ (mm)	1	
	$(F_{mot})_{ad}$ (N)	9000	

TAB. 2 – Données caractéristiques du robot delta considéré.

## 4.2 Résultats et discussions

Nous reproduisons dans le tableau 4 les résultats obtenus pour le cas considéré (tableau 3). Il s'agit des valeurs optimales des fonctions 'objectif' en relation avec le nombre de générations correspondant (critère d'arrêt : 2000), ainsi que les valeurs des variables de conception des meilleurs individus non dominés au sens de Pareto.

Fonctions Objectives		Paramètres de conception						
$\dot{x}(\frac{m}{s^2})$	$Cond(J)$	$R$ (m)	$r$ (m)	$L$ (m)	$D_b$ (m)			
225.337	5.259	0.519	0.218	1.100	0.011			
Paramètres cinématiques						Forces extérieures		
$\dot{q}_1$ ( $\frac{m}{s}$ )	$\dot{q}_2$ ( $\frac{m}{s}$ )	$\dot{q}_3$ ( $\frac{m}{s}$ )	$\ddot{q}_1$ ( $\frac{m}{s^2}$ )	$\ddot{q}_2$ ( $\frac{m}{s^2}$ )	$\ddot{q}_3$ ( $\frac{m}{s^2}$ )	$(F_{ext})_x$ (N)	$(F_{ext})_y$ (N)	$(F_{ext})_z$ (N)
3	-3	-2.773	35	35	-35	-782.24	-606.72	-553.22

TAB. 3 – valeurs correspondant à la solution optimale au sens de Pareto.

La frontière de Pareto et l'espace de recherche, correspondant à la meilleure solution, sont représentés dans la figure 3, pendant que les figures suivantes (figures 4 et 5) représentent l'évolution des grandeurs caractéristiques de la machine, obtenues par balayage de l'espace de travail, suivant x et y, pour les valeurs optimales obtenues des paramètres de conception (longueur et diamètre des barres, rayon extérieur du robot et rayon de la nacelle) de la configuration considérée.

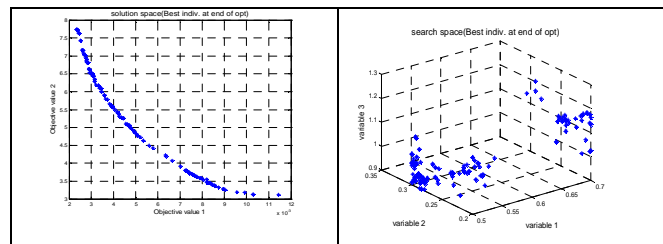


FIG ; 3 – Front de Pareto (à droite) et Espace de Recherche (à gauche)

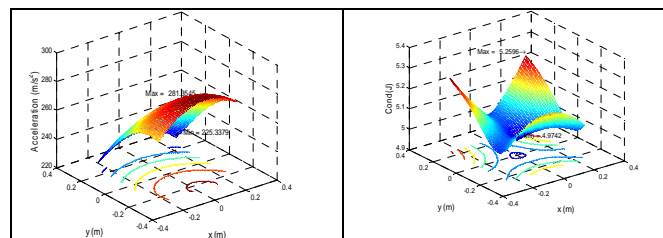


FIG. 4 – Evolutions de l'accélération du centre de la nacelle (gauche) et du Conditionnement de la matrice Jacobienne (droite).

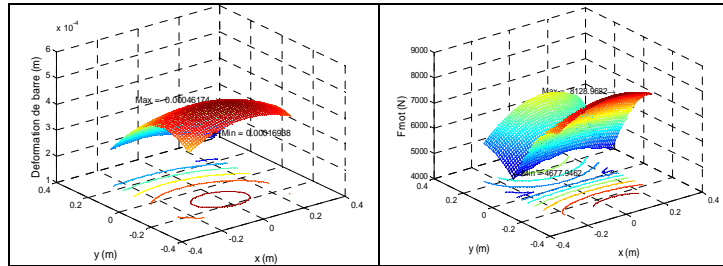


FIG. 5 – Evolutions de la déformation des barres (gauche) et des forces des Moteurs (droite).

## 5. Conclusion

La qualité des solutions géométriques obtenue, validée par une simulation cinématique et dynamique pour les différentes configurations considérées, a montré la faisabilité de l'approche proposée. Une prise en compte de contraintes complémentaires liées à la topologie et aux matériaux des organes de la machine, et l'amélioration du temps d'exécution de l'algorithme génétique par un choix plus affiné des paramètres de départ, et par une parallélisation du processus de calcul, contribueront au renforcement des performance du modèle, en vue d'applications potentielles à des cas réels d'optimisation.

## 6. Références

- [1] Merlet J-P., Les Robots paralleles , Hermes, Paris, 1997.
- [2] Yang G., Chen I-M., and Yeo S-H., Design consideration and kinematic modeling for modular reconfigurable parallel robots, In 10th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, pages 1079-1084, Oulu, 1999.
- [3] Oliver C., Machines-outils rapides à structure parallèle, Méthodologie de conception applications et nouveaux concepts. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2000.
- [4] Belaidi I, et al., Un modèle basé sur l'algorithme NSGA-II pour l'optimisation des paramètres de tournage, 10ème colloque de l'innovation AIP-PPRIMECA, La Plagne 2007.
- [5] Coello C. et al., Evolutionary algorithm, Toolbox Introduction, Overview, Methods, thèse de doctorat, 2004.
- [6] Sergio L-A., Optimisation multi-objectif et analyse de sensibilité appliquées a la conception de Dispositifs. Thèse de doctorat, l'Ecole Centrale de Lyon, 2006.
- [7] Eckart Z., Evolutionary Algorithms for Multi-objective Optimization: Methods and Applications. Thesis Doctor of Technical Sciences, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 1999.
- [8] Hartemut P., Genetic and evolutionary algorithms for solving multi-objective problems" K.A. Publisher, 2002.

## Nomenclature

$L$	Longueur des barres [m]	$J$	Matrice Jacobienne
$R$	Rayon extérieur de robot [m]	$E$	Module d'Young du matériau [N/mm <sup>2</sup> ]
$r$	Rayon de la nacelle [m]	$S$	Surface d'une section droite de la barre [m <sup>2</sup> ]
$D_b$	Diamètre de section des barres [m]	$F_{mot}$	Effort de poussée des moteurs [N]
$q$	Coordonnées articulaires (cordonnés des actionnaires) [m]	$F_{nac}$	Torseur des efforts appliqués sur la nacelle [N]
$\dot{q}$	Vitesse linéaire des actionnaires [m/s]	$F_{ext}$	Efforts extérieurs (principalement les efforts de coupe) appliqués à la nacelle [N]
$\ddot{q}$	Accélération des actionnaires [m/s <sup>2</sup> ]	$F_b$	Efforts à l'intérieur des barres [N]
$x$	Cordonnés de centre de la nacelle [m]	$c$	Conditionnement de la matrice Jacobienne
$\dot{x}$	Vitesse de centre de la nacelle [m/s]	$\sigma_{max}$	Valeur singulière maximale de la matrice Jacobienne
$\ddot{x}$	Accélération de centre de la nacelle [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_{min}$	Valeur singulière minimale de la matrice Jacobienne
$Df_b$	Déformation de la barre [m]	$J^{-t}$	Transposée de la matrice Jacobienne cinématique inverse