

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université M'hamed Bougara Boumerdès
Faculté des hydrocarbures et de la chimie
Département gisements miniers et pétroliers



MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention
Du diplôme

MASTER

Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Hydrocarbures
Option : production des hydrocarbures

Thème

**Etude comparative de deux modèles de simulation de la
fracturation hydraulique: Pseudo-3D (PS-3D) et Planar-3D
(PL-3D) au niveau du bassin d'Ilizi.**

Présenté par

Louri Faycel

Soutenue publiquement devant le jury composé de :

ZERAIBI Nouredine	Professeur	Président
GARECHE Mourad	MC/A	Encadrant
BENYOUNES Khaled	Professeur	Examineur

Boumerdes 2020

Remerciements :

En préambule à ce mémoire, je remercie **ALLAH** qui m'a donné la force, la patience et le courage d'accomplir ce travail.

Ce travail a été commencé au sien de la société de services **Schlumberger** au département Well services, et après l'apparence de l'épidémie, dans le cadre des précautions prises, il s'est terminé par un travail à distance.

Mes remerciements particuliers à mon co-encadrant **Tayeb Khetib** pour l'opportunité qui m'a donné, pour le soutien continu, pour sa patience, pour sa motivation, pour son immense connaissance, et le temps consacré pour l'élaboration de ce projet.

Je tiens à remercier et à exprimer ma reconnaissance à Mr. **Mourad GARECHE**, encadrant, d'avoir accepté de diriger le présent travail, ses précieux conseils et observations nous ont été d'une grande utilité. Ses encouragements m'ont permis de surmonter les moments difficiles. Je remercie aussi le staff de la faculté des hydrocarbures et de la chimie et particulièrement les enseignants qui ont contribué à ma formation et ont supervisé ce mémoire de fin d'études.

Je tiens à remercier **Yasmine Hadri** de m'avoir donné l'opportunité de faire partie de l'équipe Schlumberger.

Mes sincères remerciements à **Hanane Benkouider** pour son aide, ses recommandations et ses conseils.

Je voudrais exprimer mes remerciements tout particuliers à mes **chers frères** qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche.

Je voudrais adresser ma reconnaissance envers mes amis, Hamza, Senoussi, Fathi, Abdihakim, Ahmed et toute la clique.

Que tous ceux que nous n'avons pu citer ici sachent que nous leur gardons une grande reconnaissance.

Dédicaces

*Tant de fois avais-je pensé à vous offrir
quelques choses en signe de reconnaissance pour
tout ce que vous avez consenti rien que pour me
voir réussir, cette fois c'est l'occasion :*

*Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de son amour, son soutien,
tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son
assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi
modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle
gratitude.*

*Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années
de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie.*

Abstract

Hydraulic fracturing is a complicated process that involves several coupled physical mechanisms: rock deformation, fluid flow inside fracture, fluid leakoff, fracture propagation and proppant transport.

Understanding these mechanisms and their inter-relationships provides a starting point for understanding hydraulic fracture growth behaviour.

The coupled rock and fluid mechanics equations governing fracture propagation are presented. These non-linear partial differential equations are then transformed and solved using integral methods. The criteria for fracture propagation and the effect fracture toughness and confining stress contrast has on fracture propagation are also discussed.

Pseudo 3D simulations are compared to Planar 3D simulations for hydraulic fracturing. For hydraulic fracturing, pseudo 3D simulations are able to substantially reproduce the results from the planar 3D and they take a little or no time. The simulation results are compared using a variety of flow rates. A Thermolog is included to compare the accuracy of each model. The question this work attempts to answer is: "will the use of a Planar 3D model give more reliable predictions of fracture geometry compared with the pseudo 3D."

Pseudo 3D models based on equilibrium height often exaggerate fracture height, Planar 3D give more reliable results for models that use full suite of inputs for geomechanical model parameters such as stress, modulus and permeability.

Keywords: Hydraulic fracture modeling, proppant, Pseudo-3D, Planar 3D, Illizi, comparison.

Résumé:

La fracturation hydraulique est un processus complexe qui implique plusieurs mécanismes physiques couplés: déformation de la roche, écoulement de fluide à l'intérieur de la fracture, fuite de fluide, propagation de fracture et transport d'agent de soutènement.

Comprendre ces mécanismes et leurs interrelations fournit un point de départ pour comprendre le comportement de croissance des fractures hydrauliques.

Les équations couplées de la mécanique des roches et des fluides régissant la propagation des fractures sont présentées. Ces équations aux dérivées partielles non linéaires sont ensuite transformées et résolues à l'aide de méthodes intégrales. Les critères de propagation de la fracture et l'effet de la ténacité à la rupture et du contraste de contrainte de confinement sur la propagation de la fracture sont également discutés.

Les simulations pseudo 3D sont comparées aux simulations planaires 3D pour la fracturation hydraulique. Pour la fracturation hydraulique, les simulations pseudo 3D sont capables de reproduire sensiblement les résultats de la 3D planaire et elles prennent peu ou pas de temps. Les résultats de la simulation sont comparés en utilisant une variété de débits. Un Thermolog est inclus pour comparer la précision de chaque modèle. La question à laquelle ce travail tente de répondre est: « l'utilisation d'un modèle planaire 3D donnera-t-elle des prédictions plus fiables de la géométrie de la fracture par rapport à la pseudo 3D ! ».

Les modèles pseudo 3D basés sur la hauteur d'équilibre exagèrent souvent la hauteur de fracture, Planar 3D donne des résultats plus fiables pour les modèles qui utilisent une suite

complète d'entrées pour les paramètres de modèle géomécanique tels que la contrainte, le module et la perméabilité de l'âne.

Mots clés: Modélisation de fractures hydrauliques, agent de soutènement, Pseudo-3D, Planar 3D, Illizi, comparaison.

ملخص

التكسير الهيدروليكي هو عملية معقدة تتضمن عدة آليات فيزيائية مقترنة: تشوه الصخور ، وتدفق السوائل داخل الكسر ، وتسرب السوائل ، وانتشار التصدع ، ونقل مادة الدعم.

يوفر فهم هذه الآليات والعلاقات البيئية هناك نقطة انطلاق لفهم سلوك نمو الكسر الهيدروليكي.

تم تقديم معادلات الصخور وميكانيكا الموائع المقترنة التي تحكم انتشار الكسور. يتم بعد ذلك تحويل هذه المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية وحلها باستخدام طرق متكاملة. كما تمت مناقشة معايير انتشار الكسر وتأثير صلابة الكسر وحصر تباين الإجهاد على انتشار الكسر.

تتم مقارنة عمليات المحاكاة ثلاثية الأبعاد الزائفة بمحاكاة ثلاثية الأبعاد للتكسير الهيدروليكي. بالنسبة إلى التكسير الهيدروليكي ، فإن عمليات المحاكاة الزائفة ثلاثية الأبعاد قادرة على إعادة إنتاج النتائج بشكل كبير من الشكل ثلاثي الأبعاد المستوي وتستغرق بعض الوقت أو لا تستغرق وقتاً على الإطلاق. تمت مقارنة نتائج المحاكاة باستخدام معدلات تدفق متنوعة. يتم تضمين الثارمولوق (قياس درجة الحرارة) لمقارنة دقة كل نموذج.

السؤال الذي يحاول هذا العمل الإجابة عنه هو: "هل سيعطي استخدام نموذج مستوي ثلاثي الأبعاد تنبؤات أكثر موثوقية لهندسة الكسر مقارنةً بالنموذج الزائف ثلاثي الأبعاد!"

النماذج ثلاثية الأبعاد الزائفة القائمة على ارتفاع التوازن غالباً ما تبالغ في ارتفاع الكسر ، وتعطي نماذج ثلاثية الأبعاد المستوية نتائج أكثر موثوقية للنماذج التي تستخدم مجموعة كاملة من المدخلات لمعلمات النموذج الميكانيكي مثل إجهاد الحمار والمعامل والنفاذية.

الكلمات المفتاحية: نمذجة الكسر الهيدروليكي ، الدعامة ، المستوي ثلاثي الزائفة ، المستوي ثلاثي الأبعاد ، إليزي ، المقارنة.

Table des matières

Remerciements

Dédicaces

Abstract

Résumé

ملخص

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Chapitre 1 : Etat de l'art

1. Introduction :.....	12
2. Contexte historique:	14
3. Historique de la fracturation hydraulique en Algérie :	15
4. Histoire de la modélisation des fractures hydrauliques:	15

Chapitre 2 : Présentation de la région d'étude

1. Introduction	22
2. Bassin d'Illizi.....	22
2.1. Situation géographique	22
2.2. Contexte géologique	23
2.3. Le plan Stratigraphique	24

Chapitre 3 : Design de la fracture hydraulique pour l'amélioration de la production

1. Introduction à la fracturation hydraulique	28
1.1 Principe et domaine d'application	28
1.2 Les mesures avant le traitement	28
1.3 La perméabilité de réservoir homogène	28
1.4 Critères sur le choix des puits candidats à fracturer	228
1.4.1 Réservoir	29
1.4.2 Le puits à fracturer	29
1.4.2.1 Historique du puits	30
1.4.3 Puits voisins	30
1.4.4 Les puits proches fracturés	30
1.4.5 Complétion du puits	30
1.5 Economie de l'opération	30

1.6 Développement de jeux de données.....	30
1.6.1 Les paramètres à connaître (mesurées ou estimées)	30
1.6.2 Les paramètres à choisir (contrôlées)	31
1.6.3 Les paramètres à obtenir.....	31
1.7. Description de l'opération	31
1.7.1 Initiation de la fracture.....	31
1.7.2 Développement ou extension de la fracture	32
1.7.3 Maintien de l'ouverture de la fracture.....	32
1.7.4 Fermeture du puits.....	32
1.7.5 Dégorgement et mise en production.....	32
2. Introduction à la mécanique des roches	33
2.1 Concepts de base	35
2.1.1 Les contraintes exercées	35
2.2. Critères de rupture (Failure Criteria and Yielding)	36
2.2.1 Critère de rupture de Mohr-Coulomb.....	36
2.3. Comportement des roches	37
2.3.1. Coefficient de Poisson	37
2.3.2. Module de Young	37
2.4. Elastique vs plastique	38
2.5. Vitesses soniques longitudinale et transversale	39
2.6. Propriétés dynamiques et statiques des roches	40
2.7. Le module de rigidité	41
2.8. Le module d'incompressibilité (K)	41
2.9. Le module de déformation plane	42
2.10. Les relations entre les quatre constantes élastiques	42
2.11. Autres propriétés mécaniques de roche	42
2.11.1. La résistance à la traction (Rt)	42
2.11.2. La résistance à la compression simple (Rc)	43
2.11.3. Résistance à la fracture (facteur de ténacité de contrainte)	43
2.12. Analyse de stress in situ	43
2.12.1. Théorie du stress in situ	44
3 Caractéristiques rhéologiques de fluides de fracturation et proppants.....	46
3.1 Les fluides non-newtoniens.....	46
3.2 Les additifs	48
3.3 Qualités demandées aux fluides de fracturation	51

3.4 Les agents de soutènement	51
-------------------------------------	----

Chapitre 4 : Simulation de la fracture hydraulique

1. La base de modélisation des fractures	53
2. Modélisation de la fracture hydraulique.....	54
2.1. Dérivation du modèle Perkins et Kern d'une fracture verticale.....	54
2.1.1. Inclusion de filtration « Leakoff »	55
• L'approximation « high-efficiency »	57
• L'approximation « low-efficiency »	57
2.2. Dérivation du modèle Khristianovich – Geertsma– de Klerk.....	58
2.3. Hypothèses des modèles PKN et KGD.....	60
2.4 Downhole tiltmeters.....	62
2.5. Modèles tridimensionnels planaires (Planar three-dimensional models) PL3D	63
2.5.1. Équations gouvernantes.....	66
• Élasticité.....	66
• Lubrification.....	67
• Conditions initiales et aux limites.....	67
• Détermination du pas de temps.....	70
2.6. Modèle classique Pseudo-3D basé sur des cellules « cell-based P3D »	72
2.6.1. Modèle classique Pseudo-3D.....	72
• Solution de la mécanique solide.....	73
• Solution de mécanique des fluides.....	75
• Écoulement laminaire et turbulent.....	76
• Rhéologie des fluides de fracturation.....	76
• Solution numérique du modèle.....	76
• Solution sans l'hypothèse « hauteur d'équilibre » :	80
2.6.2. Incorporation de l'écoulement fluide 2D dans un modèle de fracturation	81
hydraulique P3D	
• Champ de flux modifié « Modified Flow Field »	82
• Comparaison entre les deux modèles Pseudo-3D et Planar	
3D	84
2.7. Placement de l'agent de soutènement :	
.....	85
2.7.1. Effet de l'agent de soutènement sur la rhéologie du fluide de	
fracturation.....	86

2.7.2. Convection.....	86
2.7.3. Transport Proppant	86
2.7.4. Conductivité de fracture	88
• Partie calcul et discussions des résultats	89
Conclusion Générale	99
Recommandations futures	105
Nomenclature.....	106
References Bibliographies.....	107
Annexes.....	109

Liste de Figures

Fig.1-1. Klepper Gas Unit No. 1, Hugoton field, Kansas: La Première Operation de Fracturation.....	14
Fig.1-2. Géométrie du modèle PKN.	17
Fig.1-3. Géométrie du modèle KGD.	17
Fig.1-4. Géométrie du modèle radial.	17
Fig.1-5. Géométrie de la fracture basée sur pseudo 3D lumped elliptical model.	20
Fig.1-6. Géométrie de la fracture cell-based pseudo-3D.	20
Fig.1-7. Géométrie de la fracture planar 3D basée sur un système d'éléments triangulaires en mouvement.....	21
Fig.1-8. Géométrie de la fracture planar 3D basée sur un système d'éléments rectangulaires fixe.	21
Fig.3-1. Pression interne rompant un puits de forage vertical.	31
Fig.3-2. Pression de propagation de la fracture	32
Fig.3-3. Introduction de l'agent de soutènement dans la fracture.	32
Fig.3-4. Rincer le puits de forage pour laisser une fracture étayée.	33
Fig.3-5. Augmentation de la surface d'écoulement résultant d'une fracture.	33
Fig.3-6. Force sur un point P.	35
Fig.3-7. Décomposition bidimensionnelle des contraintes normales et de cisaillements.....	35
Fig.3-8. Critère de rupture de Mohr-Coulomb pour les matériaux « brittle »	36
Fig.3-9. Application de la force F produit également une déformation dans la direction y.....	37
Fig.3-10. Comportement des matériaux soumis à des efforts.	38
Fig.3-11. La déformation angulaire.	41
Fig.3-12. Test hydrostatique.	41
Fig.3-13. Illustration des trois modes de propagation d'une fissure.	43
Fig.3-14. Différents types de fluides.....	47
Fig.3-15. Structure des fluides rhéofluidifiants.....	48
Fig.4-1. PKN fracture.....	57
Fig.4-2. État de la pointe de Barenblatt.....	58
Fig.4-3. KGD fracture	60
Fig.4-4. Réponse de l'inclinomètre à la largeur de la fracture hydraulique.	62

Fig.4-5. Schéma d'une fracture plane en 3D avec une empreinte $A(t)$ et un front de fracture $\partial A(t)$. La contrainte de confinement perpendiculaire au plan de fracture est fonction de y . Le débit d'injection est fonction du temps d'injection t . La position d'injection est située à l'origine du système de coordonnées.66	
Fig.4-6. Schéma du système de maillage pour une fracture hydraulique: (a) type d'élément, où Ac a est la partie de canal des éléments activés, At a est la partie de tip des éléments activés, As n est la partie d'enquête « survey » de les éléments non activés, et An n est la partie non-survey des éléments non activés; (b) détermination du front de fracture.68	
Fig.4-7. Illustration de la méthode de calcul de la vitesse de croissance de l'élément d'enquête.71	
Fig.4-8. Schéma d'un modèle de fracturation hydraulique P3D (By Schlumberger FracCADE Simulator).78	
Fig.4-9. Définition des variables du problème de confinement des fractures.....74	
Fig.4-10. Problème simple de croissance en hauteur à trois couches.74	
Fig.4-11. Fracture divisée en éléments avec des positions et des vitesses définies aux points de la grille.77	
Fig.4-12. Schéma de l'écoulement 2D dans une fracture.83	
Fig.4-13. Approximation du champ d'écoulement externe au niveau de l'élément d'intérêt par un écoulement radial local.83	
Fig.4-14. Illustration de la hauteur et des différentes longueurs d'une fracture hydraulique....88	
Fig.4-15. Evaluation des contraintes minimales Γ_{Ray} et la complétion en fonction de profondeur.89	
Fig.4-16 : tableaux d'Affichage des resultats du scenario1 Well-1-.....90	
Fig.4-17 : Schémas d'affichage des résultats du scenario 1 Well-1-.....91	
Fig.4-18 : tableaux d'Affichage des resultats du scenario1 Well-1-.....91	
Fig.4-19 : Schémas d'affichage des résultats du scenario 2 Well-1-.....92	
Fig.4-20 : tableaux d'Affichage des résultats du scénario 3 Well-1-.....92	
Fig.4-21 : Schémas d'affichage des résultats du scenario 2 Well-1-.....93	
Fig.4-22 : tableaux d'Affichage des résultats du puits Well-2- pour $Q_{inj}=25$ bpm.....95	
Fig.4-23 : Schémas d'affichage des résultats du puits Well-2- avec un $Q_{inj}=25$ bpm.....95	
Fig.4-24 : Evaluation de la température (Thermolog) et d'autres propriétés en fonction de profondeur.96	
Fig.4-25 : Zonage de la fracture à l'aide de Thermolog.97	
Fig.4-26 : Zonage de la fracture à partir le Thermolog avec P3D et Planar3D.97	

Liste des tableaux

Tab.3-1. Valeurs de résistances à la traction de certaines roches.	42
Tab.3-2. Explicatif de l'organisation de la mécanique des milieux continus.	46
Tab.3-3. Différents types de fluides.....	47
Tab.4-1. Comparaison entre les deux modèles P3D et PL3D.....	85
Tab.4-2. Tableau récapitulatif des résultats de simulation Well-1-.....	93
Tab.4-3 : Erreur relatif et erreur relatif moyen entre P3D et PL3D par rapport au Thermolog.....	106

Introduction générale :

La stimulation des réservoirs et l'activation des puits sont les deux principales activités de l'ingénieur de production dans l'industrie pétrolière. Le but principal de la stimulation est d'améliorer la valeur de la propriété c'est à dire la productivité ou l'injectivité par la livraison plus rapide du fluide pétrolier et / ou accroître la récupération économique ultime.

La fracturation hydraulique et l'acidification sont destinées à remédier, voire à améliorer, les connexions du puits avec le réservoir, qui pourrait retarder la nécessité d'un procédé d'activation.

La fracturation hydraulique a été, et restera, l'un des outils principal d'ingénieries pour améliorer la productivité des puits. C'est une technique qui permet de créer, d'une manière artificielle, un drain perméable par l'injection de fluide porteur d'agents de soutènement dans le réservoir. Elle est accomplie par :

- Placer un canal conducteur à travers les endommagements près du puits, en contournant cette zone cruciale.
- Étendre le canal à une profondeur significative dans le réservoir pour augmenter encore la productivité.
- Placer le canal de telle sorte que le flux de fluide dans le réservoir est modifié.

Le concept de la fracturation hydraulique est assez simple. La complexité découle de deux directions: la réalité géologique et la nature multidisciplinaire inhérente au processus de fracturation.

Historiquement, le contrôle de la fracturation a reposé sur les groupes de forage et exploitation en raison de la nature des procédures sur le terrain utilisant des pompes, des obturateurs, des limites de pression, etc. Cependant, les résultats finaux (et ainsi le design) sont principalement un exercice d'ingénierie de production, et la fracture ne peut pas être retirée du contact intime avec l'ingénierie du réservoir. Dans le même temps, le design d'un traitement pour obtenir les résultats souhaités est également profondément liée à la mécanique des roches, à la mécanique des fluides et à la chimie qui régit les performances des matériaux utilisés pour effectuer le traitement. Cependant, le design doit également être cohérente avec les limites physiques fixées par les environnements réels de champ et de puits. De plus, les traitements doivent être effectués comme prévu pour obtenir le résultat souhaité.

La fracturation hydraulique est complexe car elle implique quatre types de mécanismes différents: fluide, solide, fracture et thermique. En fracturation, la mécanique des fluides décrit l'écoulement d'une, deux ou trois phases au sein de la fracture; la mécanique des solides décrit la déformation ou l'ouverture de la roche en raison de la pression du fluide de fracturation; la mécanique des fractures décrit tous les aspects de la rupture et de la séparation qui se produisent près de la pointe de la fracture hydraulique; et la mécanique thermique décrit l'échange de chaleur entre le fluide de fracturation et la formation. De plus, les réponses sont couplées et dépendent les unes des autres. Pour développer des outils de design et d'analyse d'un processus aussi complexe que la fracturation hydraulique, il est nécessaire de construire des modèles décrivant suffisamment chacune des réponses.

En moins d'une décennie, la fracturation hydraulique a fait l'objet d'une attention considérable du public, car une nouvelle technologie pour développer de multiples fractures hydrauliques à partir de puits horizontaux profonds a permis l'extraction d'hydrocarbures à partir de dépôts de schiste imperméables.

Pendant ce temps, le développement de modèles numériques pour capturer la propagation des fractures hydrauliques est devenu un domaine de recherche intense.

Au cours de ce travail, nous nous sommes intéressés à étudier les modèles de propagation de la fracture et de décrire l'histoire et la technologie associées avec ces modèles. Nous tenons compte d'une part, à expliquer chaque modèle, ses hypothèses et ses limites d'application, et d'autre part, de présenter une étude comparative entre les deux modèles : Planar 3D model (PL-3D) et Pseudo-3D model (PS-3D) afin de mettre en évidence l'importance des modèles de propagation pour la réussite de la fracturation hydraulique.

Ce mémoire comporte quatre chapitres. Le premier chapitre décrit l'évolution de la simulation de la fracturation hydraulique. Le second chapitre présente une description géographique et géologique du gisement. Le troisième chapitre traite les généralités sur la fracturation hydraulique. Il décrit le procès, les différents paramètres qui caractérisent la roche, les contraintes naturelles en place, les caractéristiques rhéologiques de fluides de fracturation et proppants. Dans le chapitre quatre, nous exposons les différents modèles de propagation de la fracture. en se concentrant sur les deux modèles qui seront abordés. Ensuite une comparaison entre les deux modèles PL-3D et PS-3D de la fracturation hydraulique et se termine par une présentation des résultats. Et bien sûr, on achève la fin de ce travail par des conclusions et quelques recommandations.

Chapitre 1 : Etat de l'art

1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous donnons un bref historique sur la fracturation hydraulique et un aperçu du développement de la simulation de la fracturation hydraulique dans l'industrie pétrolière.

Tout d'abord, un modèle de processus est une représentation qui capture les caractéristiques essentielles de ce processus permettant de comprendre ce dernier [1]. La construction du modèle dépend du type de question à laquelle il doit répondre. Les trois principaux types de modèles sont physiques, empiriques et analytiques. Chacun d'eux, possède ses avantages et ses inconvénients, qui seront décrits ci-dessous[2]:

- Les modèles physiques sont des modèles réduits de processus réels. L'avantage principal de ces modèles est que, par définition, ils intègrent les hypothèses correctes de comportement des matériaux. Par exemple, si un fluide de fracturation est pompé entre deux parois rocheuses parallèles avec une rugosité comparable à la roche fracturée, aucune hypothèse ne doit être faite sur le comportement rhéologique du fluide. Au lieu de cela, son comportement est simplement observé. Malheureusement, les modèles physiques sont généralement coûteux à construire et à utiliser. De plus, il y a des problèmes majeurs de mise à l'échelle si le modèle est significativement plus petit que la structure réelle. Par exemple, dans un modèle de pont, le poids est proportionnel au facteur d'échelle au cube, mais la longueur d'un élément n'est proportionnelle qu'au facteur d'échelle. Ainsi, même les éléments qui n'échouent pas dans le modèle peuvent échouer dans la pratique. Néanmoins, les modèles d'échelle sont utiles à condition qu'une analyse dimensionnelle appropriée soit effectuée et si le facteur d'échelle n'est pas trop grand.
- Les modèles empiriques sont développés par observation. En règle générale, les données de laboratoire ou de terrain sont collectées et combinées pour créer des graphiques ou des équations empiriques, qui peuvent ensuite être utilisées pour prédire ou concevoir des cas futurs. Par exemple, si 100 puits dans une zone ont été fracturés avec des traitements de tailles différentes, 6 mois de production cumulée pourraient être tracés en fonction de la taille du traitement. Si la dispersion n'est pas trop importante, la réponse de production d'un nouveau traitement peut être prédite à partir des données historiques. Les avantages des modèles empiriques sont qu'aucune hypothèse ne doit être faite sur un comportement et qu'il n'y a pas d'effet d'échelle. Le principal inconvénient est une faible confiance dans l'extrapolation en dehors de la plage des données. L'ensemble de données à 100 puits peut être utile dans le même domaine, même pour des traitements légèrement plus importants que ceux de l'ensemble de données, mais il est très probablement hors de propos dans un autre domaine. Pour qu'un modèle empirique soit utile, les données doivent être organisées en termes de variables adimensionnelles appropriées, afin qu'elles soient aussi générales que possible. Par exemple, l'ensemble de données à 100 puits peut être utile dans une zone différente à condition que les résultats soient normalisés en ce qui concerne la perméabilité et l'épaisseur de la zone productrice. Pour obtenir les bonnes quantités adimensionnelles, cependant, il est généralement nécessaire d'avoir au moins une certaine compréhension de la mécanique du processus physique modélisé.

- Les modèles analytiques sont des représentations mathématiques d'une réalité physique dans lesquelles les mécanismes gouvernants sont énoncés sous forme d'équations. Les équations définissent généralement à la fois les lois physiques, telles que la conservation de la masse, et les lois de comportement, telles que l'élasticité. Les premières sont des lois de la nature inviolable, tandis que les secondes sont des hypothèses de comportement physique qui nécessitent des travaux de laboratoire pour confirmer qu'elles sont applicables et pour déterminer les constantes dans le modèle. Les principaux avantages des modèles analytiques sont qu'ils peuvent être extrapolés en dehors de la plage dans laquelle ils ont été développés, à condition que les différentes lois des composants soient toujours valables. Ainsi, si la constante élastique d'un ressort a été mesurée, la force requise pour un déplacement donné du ressort peut être prédite, même pour des déplacements non testés. Si le ressort est coupé en deux, le comportement de chaque moitié peut être prédit. Cependant, la plus grande limitation des modèles analytiques réside peut-être dans les hypothèses formulées lors de l'élaboration du modèle. Par exemple, on suppose généralement que la roche est homogène, mais il existe de nombreux cas où elle est fracturée ou autrement variable d'un point à un autre, et cela peut ne pas être pris en compte dans le modèle.

Dans notre travail en basant sur les modèles analytiques. Un simulateur est une implémentation informatique d'un modèle. De nombreux modèles analytiques ne peuvent être traités que s'ils sont résolus numériquement, à moins qu'un grand nombre d'approximations ou d'hypothèses simplificatrices ne soient faites. Avec la disponibilité des ordinateurs, il est désormais généralement admis que de meilleures réponses peuvent être obtenues en résolvant numériquement un modèle plus général plutôt qu'en résolvant exactement un modèle simplifié. Quatre raisons importantes pour développer et utiliser des modèles de traitement des fractures hydrauliques sont les suivantes [2]:

- effectuer une optimisation économique (c.-à-d. Déterminer quelle taille de traitement offre le plus haut taux de retour sur investissement).
- élaborer un programme de pompage.
- simuler la géométrie de la rupture et le placement de l'agent de soutènement obtenus par un programme de pompe spécifié.
- évaluer un traitement (en comparant les prédictions d'un modèle avec un comportement réel).

Dans chacun de ces cas, l'objectif est une estimation quantitative du volume de fluide et d'agent de soutènement requis pour créer une fracture avec la conductivité et la géométrie souhaitées ou la géométrie produite par un programme de pompage spécifié.

2. Contexte historique:

Les premières tentatives de fracturation des formations dans le but d'améliorer la production n'étaient pas hydrauliques dans la nature - ils impliquaient l'utilisation d'explosifs puissants pour briser la formation et fournir des «canaux d'écoulement» du réservoir au puits de forage[3].

À la fin des années 1930, l'acidification était devenue une technique de développement de puits acceptée. Plusieurs praticiens ont observé qu'au-dessus d'une certaine pression de «panne», l'injectivité augmenterait considérablement [4]. Il est probable que bon nombre de ces premiers traitements acides étaient en fait des fractures acides.

Le premier processus de fracturation hydraulique intentionnelle pour la stimulation a été réalisé dans le champ de gaz Hugoton dans l'ouest du Kansas, en 1947 (voir Fig. 1-1) [5]. Le puits de l'unité gazière n° 1 de Klepper a été achevé avec quatre intervalles de production de gaz calcaire, dont l'un avait été préalablement traité à l'acide. Quatre traitements séparés ont été pompés, un pour chaque zone, avec un packer primitif utilisé pour l'isolement, une opération sûrement extrêmement dangereuse. Cependant, 3000 gallons de fluide ont été pompés dans chaque formation.

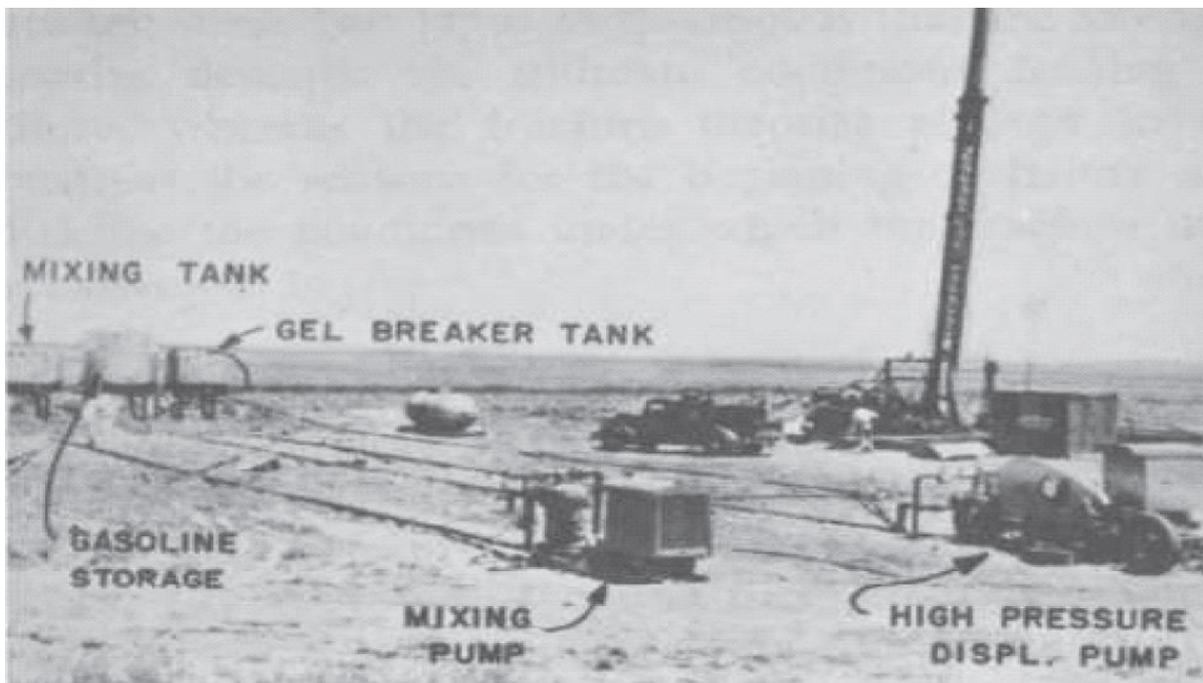


Fig. 1-1 Klepper Gas Unit No. 1, Hugoton field, Kansas: La Première Operation de Fracturation [5]

Bien que les tests de post-traitement aient montré que l'injectivité des gaz de certaines zones avait augmenté par rapport à d'autres, la délivrabilité globale du puits n'a pas augmenté. Il a donc été conclu que la fracturation ne remplacerait pas l'acidification des formations calcaires. Cependant, au milieu des années 1960, la fracturation hydraulique a été étayée remplacer l'acidification comme méthode de stimulation préférée dans le champ Hugoton. Les premiers traitements ont été pompés à 1 à 2 bpm avec des concentrations de sable de 1 à 2 ppga.

Au moment d'écrire ces lignes, des dizaines de milliers de ces traitements sont pompés chaque année, des petites fractures de pontage cutané à moins de 20 000 \$ aux traitements de fracturation massive qui finissent par coûter bien plus d'un million de dollars. De nombreux champs ne produisent qu'à cause du processus de fracturation hydraulique.

3. Historique de la fracturation hydraulique en Algérie :

La fracturation hydraulique est une technique de stimulation relativement ancienne qui a été introduite en Algérie en 1960. Cependant, ce n'est qu'au début des années 1990 qu'elle a été appliquée régulièrement sur tout dans le champ de Hassi Messaoud où SONATRACH a engagé une campagne de fracturation hydraulique sur 3ans.[6]

Le but était de démontrer la faisabilité et la rentabilité de ces stimulations ou, plus ou moins, d'expliquer pourquoi ce type d'opération a priori prometteur, resterait inadapté sur HMD dans l'état actuel de la technique. L'analyse du déroulement des 25 fracturations réalisées sur le champ entre le début des années 60 et le milieu des années 80 a montré que les échecs survenus étaient le plus souvent imputables :

- A la méconnaissance à peu près complète du régime de la contrainte géostatique mineure.
- A la nature des équipements et des fluides mis à la disposition par les sociétés de services.

En 1995, une corrélation en fonction du module de Young et de la saturation en huile exprimée en (psi) a été mise en disposition, afin d'avoir un profil de la contrainte minimale horizontale. Jusqu'en 1999, la technique de la fracturation hydraulique a été renforcée par l'introduction des nouvelles techniques telles que :

- Diverta-frac/Settle-frac(1999) : Utilisée pour limiter la propagation de la fracture vers le bas.
- Stimtube TM (1999): Afin de créer des petites fractures et forcer la fracture à s'amorcer dans l'intervalle désiré.

En octobre 2001 le traitement est amélioré avec l'utilisation du coiled tubing (CoilfracTM), surtout dans le cas d'une communication dans la complétion.

4. Histoire de la modélisation des fractures hydrauliques:

Plusieurs articles d'introduction et clés publiés entre la fin des années 1950 et le début des années 1970 qui ont développé les fondements de la modélisation de la fracture hydraulique abordent le problème en faisant différentes hypothèses concernant l'importance de différents aspects.

Carter (1957) a négligé les effets de la viscosité des fluides et la mécanique des solides et s'est concentré sur la pénétration des fluides dans la formation (filtrations). Khristianovich et Zheltov (1955) ont formulé quelques hypothèses simplificatrices concernant l'écoulement des fluides et se sont concentrés sur la mécanique des fractures. Perkins et Kern (1961) ont supposé que la mécanique de la rupture était relativement peu importante et se concentrait sur l'écoulement des fluides [2]. Ces trois modèles de base seront chacun décrits en détail dans le chapitre 4.

Les premiers travaux sur la modélisation des fractures hydrauliques ont été réalisés par plusieurs chercheurs russes (résumés par Khristianovich et al., 1959). La première référence en anglais est l'article de Khristianovich et Zheltov (1955)[7]. Selon Economides[2]: «L'autre contribution majeure a été le travail de Perkins et Kern (1961). Ces modèles ont été développés pour calculer la géométrie de la fracture, en particulier la largeur, pour une longueur et un débit spécifiés, mais n'ont pas tenté de satisfaire l'équilibre volumique. Carter (1957) a présenté un modèle qui satisfait à l'équilibre des volumes mais suppose une largeur de fracture constante et uniforme. Ce modèle a été utilisé jusqu'à la fin des années 1970 pour déterminer l'équilibre du volume, avec des profils de largeur plus réalistes pour garantir que la largeur de fracture était

suffisante pour l'entrée de l'agent de soutènement. Cette approche a été rendue obsolète par les extensions des modèles Khristianovich et Zheltov et Perkins et Kern développés respectivement par Geertsma et Klerk (1969) et Nordgren (1972). Ces deux modèles de base, généralement connus sous le nom de modèles KGD et PKN d'après leurs développeurs respectifs, ont été les premiers à inclure à la fois l'équilibre des volumes et la mécanique des solides »[2].

Initialement, les traitements de fracturation consistaient à injecter un petit volume de fluide (VOF) pour tester l'intégrité du puits de forage et à «décomposer la formation». Cela a été suivi de plusieurs milliers de gallons de mélange liquide chargé d'agent de soutènement. Les modèles n'ont pas été utilisés dans la conception des traitements, mais les augmentations de production ont été généralement significatives, bien qu'un grand nombre de traitements aient entraîné des ponts prématurés « premature proppant bridging » ou « screen-outs » . Il a fallu près une décennie (1960-1970) avant que les modèles simples de largeur de fracture (KGD et PKN) ont été utilisés pour estimer le volume de tampon nécessaire pour obtenir une largeur de fracture adéquate pour permettre l'entrée de l'agent de soutènement [2]. Pendant cette période, Howard et Fast [8] ont introduit une méthode utilisant les paramètres de perte de fluide de fracturation pour calculer la pénétration de la fracture. Des modèles informatiques simples ont ensuite été développés en utilisant les géométries KGD et PKN avec transport d'agent de soutènement. Ceux-ci ont servi de guides dans la conception du traitement et ont fourni une méthode pour montrer la sensibilité aux paramètres d'entrée critiques du débit d'injection, des volumes de traitement, de la viscosité du fluide et des filtrations, et ont fourni une base pour changer ces paramètres pour augmenter la pénétration de la fracture étayée et aussi pour minimiser les ponts du proppants et les screen-outs.

Les modèles PKN et KGD, tous deux applicables uniquement aux fractures entièrement confinées, diffèrent dans une hypothèse majeure: la manière dont ils convertissent un problème de mécanique des solides et des fractures en trois dimensions (3D) en un problème bidimensionnel (2D) (c.-à-d. , déformation plane).

Le modèle PKN est applicable aux fractures longues de hauteur limitée et de section verticale elliptique (voir figure 1-2), tandis que le modèle KGD pour le calcul de la largeur est indépendant de la hauteur et est utilisé pour les fractures courtes où les hypothèses de déformation plane sont applicables aux sections horizontales (voir Fig 1-3). Le modèle radial est applicable dans les conditions de réservoir homogènes où la région d'injection est pratiquement une source ponctuelle (voir Fig 1-4)[2] (par exemple, lorsque le fluide est injecté à partir d'une courte section perforée dans une couche de réservoir qui peut être considérée comme infinie par rapport à la taille de la fracture). Daneshy[9] a étendu le modèle KGD pour le cas des fluides de loi de puissance, et Spence et Sharp [10] ont correctement introduit la ténacité dans le modèle. Des variantes des modèles KGD, PKN et radiaux ont été utilisées régulièrement pour les conceptions de traitement aussi récemment que dans les années 1990, et sont encore parfois utilisées aujourd'hui.

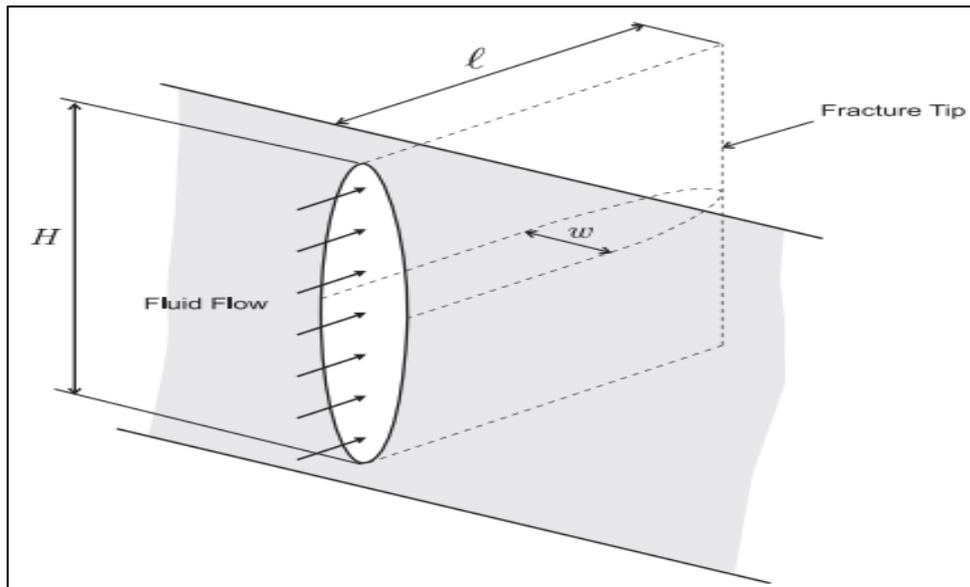


Fig 1-2 : geometry du modèle PKN.

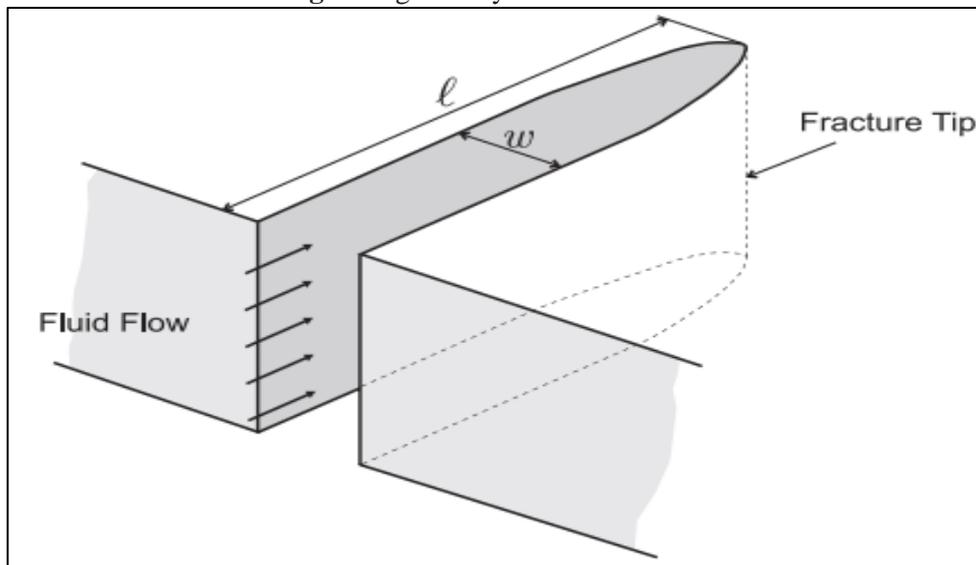


Fig 1-3 : geometry du modèle KGD.

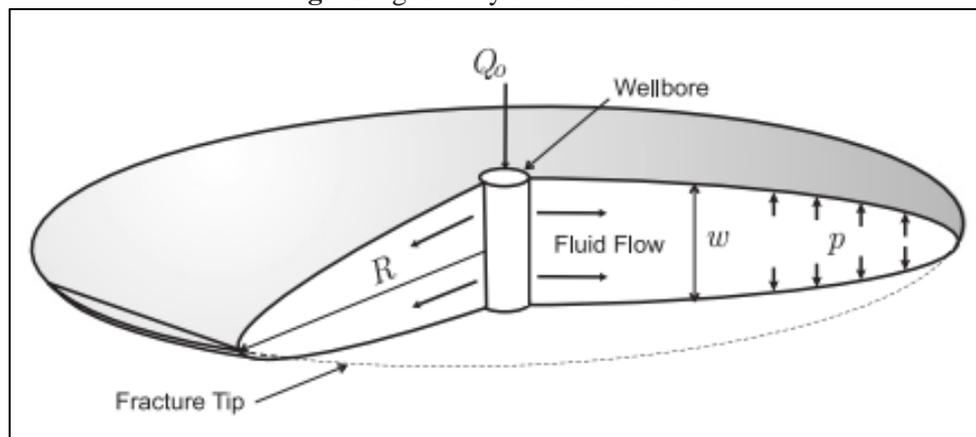


Fig 1-4 : geometry du modèle radial.

Entre-temps, la taille des traitements a considérablement augmenté. À la fin des années 1970, le prix du pétrole et du gaz a augmenté, ce qui a rendu économiquement viable l'exploitation de formations à faible perméabilité. Certains puits ont nécessité des traitements massifs (de l'ordre de centaines de milliers de gallons de fluide et jusqu'à un million de livres d'agent de

soutènement). Le coût relatif de ces traitements de fracture par rapport au coût total du puits est passé de 10% à 50%. Ces traitements importants ont mis en évidence les lacunes des modèles actuels et justifié davantage de recherches sur la modélisation des fractures.

Les modèles existants n'étaient pas applicables aux réservoirs en couches où l'empreinte de rupture est sensible aux changements de contrainte de confinement à travers les interfaces des couches. Dans de tels cas, la prédiction de la croissance de la hauteur de fracture nécessite des algorithmes qui peuvent prédire la croissance d'une fracture à travers des couches contenant des contraintes de confinement différentes. Ainsi, par exemple, Simonson et al. [9] ont développé une solution de croissance en hauteur à trois couches symétriques pour permettre la modélisation de la hauteur de fracture en fonction de la pression dans les zones confinées à contraintes élevées. Cette amélioration fondamentale des modèles de type PKN a permis d'améliorer l'interprétation des pressions de fracturation [10]. Fung et al. [11] ont étendu le concept de Simonson et al. Aux cas multicouches non symétriques. Les modèles KGD et PKN ont été largement remplacés par les modèles dits pseudo-3D (P3D) qui seront décrits plus en détail au chapitre 4. Les modèles P3D ont été développés dans les années 1980 et ont prolongé les travaux de Simonson et al. à plusieurs couches. Les modèles P3D sont une tentative brute, mais efficace, de capturer le comportement physique d'une fracture hydraulique 3D plane à un coût de calcul minimal. Il existe deux catégories: les modèles à base de cellules et les modèles à blocs [2]. Dans l'approche localisée, la géométrie de la fracture à chaque pas de temps consiste en deux demi-ellipses jointes en leur centre dans le sens de la longueur de la fracture. La longueur de fracture, la pointe supérieure (demi-ellipse supérieure) et la pointe inférieure (demi-ellipse inférieure) sont calculées à chaque pas de temps (voir Fig.1-5). L'écoulement de fluide suit des lignes de courant prédéterminées depuis l'intervalle perforé jusqu'aux bords de l'ellipse (ou peut même être 1D le long de la direction de la longueur de fracture). Dans l'approche basée sur les cellules, la longueur de fracture est sous-divisée en une série de cellules de type PKN, chacune avec sa propre hauteur calculée (voir Fig.1-6). Les modèles P3D sont construits sur l'hypothèse de base que les propriétés élastiques du réservoir sont homogènes et moyennées sur toutes les couches contenant la hauteur de rupture. Étant donné que la contrainte de confinement domine les propriétés élastiques lors du calcul de la largeur de fracture, cette hypothèse est raisonnable dans de nombreux cas.

De plus, deux types de mécanismes de croissance en hauteur ont été utilisés: i) croissance en hauteur à l'équilibre, et ii) croissance dynamique en hauteur. Dans le premier cas, on suppose que la pression est uniforme et un critère de propagation de la ténacité est utilisé pour calculer la hauteur de fracture. Dans le second cas, la hauteur est calculée à partir de la solution d'un problème KGD (ou son approximation) pour chaque section verticale.

Avec l'avènement de plus de puissance de calcul, l'effort scientifique s'est déplacé vers le développement de modèles 3D planaires plus précis (PL3D). Dans de tels modèles, l'empreinte de la fracture est supposée plane et discrétisée à l'aide d'un maillage bidimensionnel. L'écoulement de fluide bidimensionnel et les interactions élastiques entre tous les éléments sont alors considérés. Ces modifications augmentent considérablement la précision, mais, dans le même temps, le temps CPU (CPU Time est le temps passé par un programme sur le processeur[12]) augmente considérablement. La raison en est que les modèles PKN et P3D nécessitent la solution d'un problème de lubrification essentiellement unidimensionnel avec une relation locale décrivant les interactions élastiques. En revanche, les modèles PL3D impliquent

un couplage entre l'opérateur de lubrification bidimensionnel et l'opérateur d'élasticité bidimensionnel représentant des interactions non locales complètes.

Motivés par les récents développements dans l'industrie pétrolière et le développement ultérieur de la puissance de calcul, les chercheurs ont commencé à étudier l'interaction entre plusieurs fractures hydrauliques. Les interactions élastiques mutuelles produisent des contraintes de compression qui affectent l'évolution des fractures voisines et se traduisent par une croissance dissemblable des fractures initiées à partir des différentes perforations d'un étage. Enfin, la complexité du problème de la fracturation hydraulique peut être encore augmentée en considérant les fractures non planes.

À partir de la discussion ci-dessus, nous observons que la complexité de la modélisation des fractures hydrauliques a augmenté avec l'avènement de plus de puissance de calcul et le désir de modèles qui représentent plus précisément la fracture hydraulique réel. Bien que des modèles plus complexes nous permettent d'obtenir des résultats précis, il existe des situations dans lesquelles le temps de calcul requis impose des limitations sévères aux expériences numériques qui peuvent être réalisées. Dans cette situation, un modèle P3D efficace et précis du point de vue calcul, qui nous permet d'obtenir des résultats rapidement, devient un choix approprié. L'utilisation d'un modèle P3D permet l'analyse de phénomènes complexes sans utiliser de ressources de calcul excessives. Malheureusement, malgré l'avantage du temps de calcul, les modèles P3D ne sont pas précis lorsque les hypothèses du modèle ne sont pas satisfaites. En particulier, étant donné que les pertes visqueuses dans la direction verticale ne sont pas prises en compte dans un modèle P3D avec croissance en hauteur d'équilibre, les estimations de hauteur de fracture sont inexactes lorsque la valeur de la ténacité à la rupture est petite. De même, en raison de l'hypothèse d'élasticité locale, le modèle P3D peut être imprécis pour de grandes valeurs de ténacité à la rupture, pour lesquelles la propagation de la fracture latérale se produit dans le régime de ténacité. Reconnaisant le problème, des corrections au modèle P3D, destinées à augmenter la précision, ont été apportées. Un écoulement de fluide bidimensionnel a été intégré dans un modèle P3D permettant de capturer plus précisément la croissance de la hauteur de fracture.

La période 1980-2000 a vu le développement de modèles planaires 3D (PL3D). Ces modèles supposent que l'empreinte de fracture et l'équation d'écoulement de fluide couplé sont décrites par un maillage 2D de cellules, généralement un maillage triangulaire mobile (voir Fig.1-7) ou un maillage rectangulaire fixe (voir Fig. 1-8), orienté dans un plan (vertical). Les équations complètes d'élasticité 3D sont utilisées pour décrire la largeur de fracture en fonction de la pression du fluide. Les modèles PL3D sont plus précis et beaucoup plus coûteux en termes de calcul que les modèles P3D. Le besoin de modèles PL3D est apparu parce qu'il existe des types spécifiques de traitements de fracture que les modèles P3D ne sont pas adaptés à modéliser. Par exemple, lorsque les contraintes de confinement des couches varient de façon non monotone en fonction de la profondeur, ou lorsqu'une croissance en hauteur non limitée se produit. Dans de nombreux réservoirs, les zones productrices sont situées dans des grès moins compétents, sujets à des défaillances mécaniques dues aux changements de pression interstitielle induits par la production. Dans de tels cas, la fracturation verticale indirecte peut être utilisée. L'intervalle perforé est sélectionné pour être dans une couche adjacente plus compétente. La fracture s'initie dans cette couche puis croît, par conception, vers le haut ou vers le bas dans la zone productrice moins compétente contenant l'essentiel de la fracture. Il y a également eu des tentatives de modélisation de fractures hydrauliques entièrement en 3D [13] avec un succès limité. La charge

de calcul pesant sur ces systèmes couplés est toujours excessive, même avec les puissantes ressources informatiques d'aujourd'hui. Il existe également des questions physiques non résolues concernant la génération et l'espacement des fractures de mode III que ces modèles ne traitent pas actuellement.

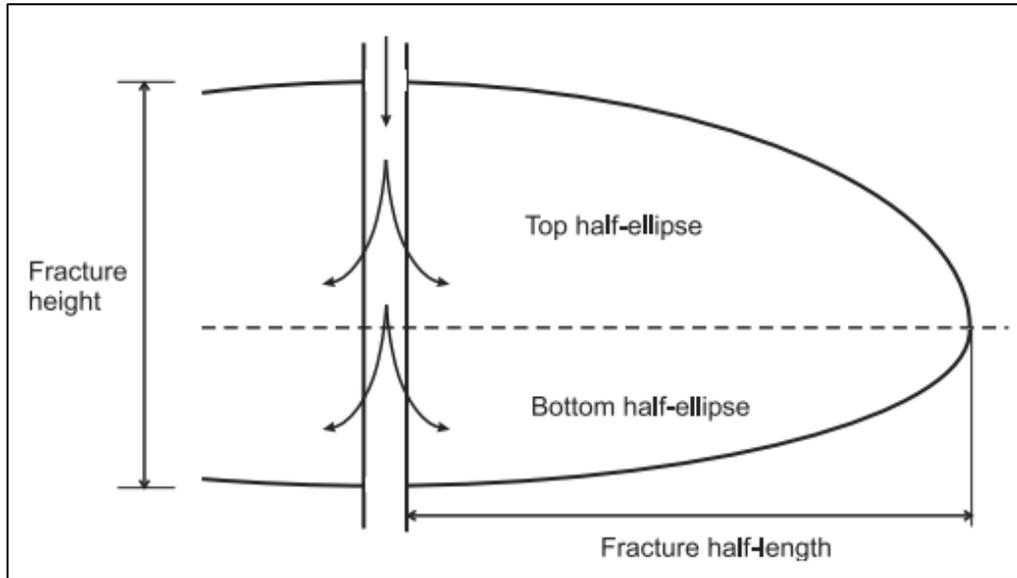


Fig.1-5. Geometry de la fracture basée sur pseudo 3D lumped elliptical model.

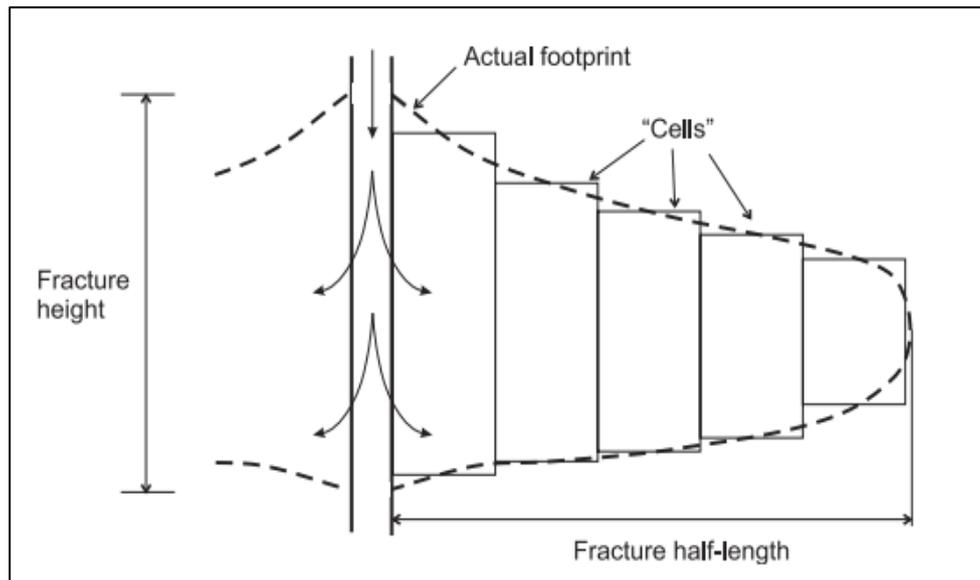


Fig.1-6. Geometry de la fracture cell-based pseudo-3D.

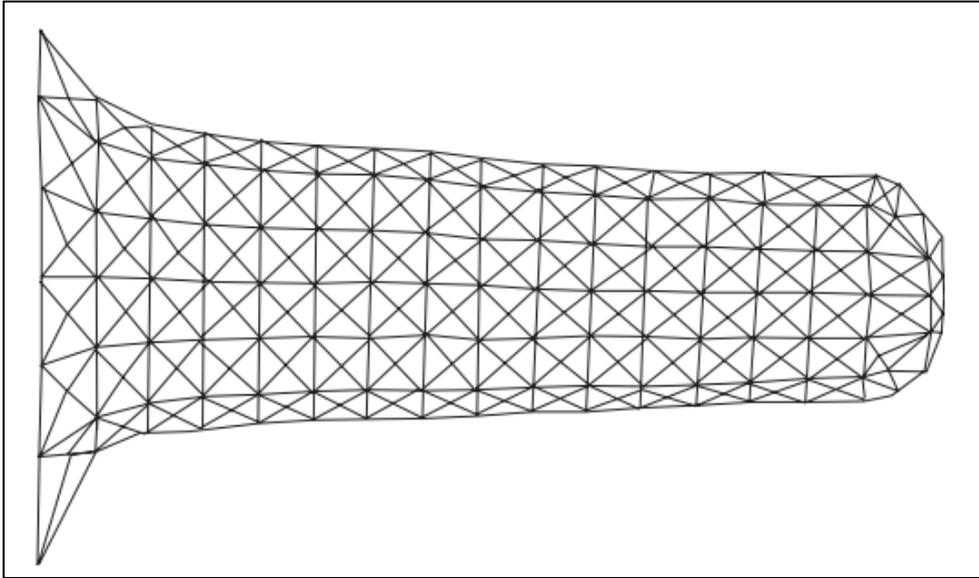


Fig.1-7. Geometry de la fracture planar 3D basée sur un système d'éléments triangulaires en mouvement

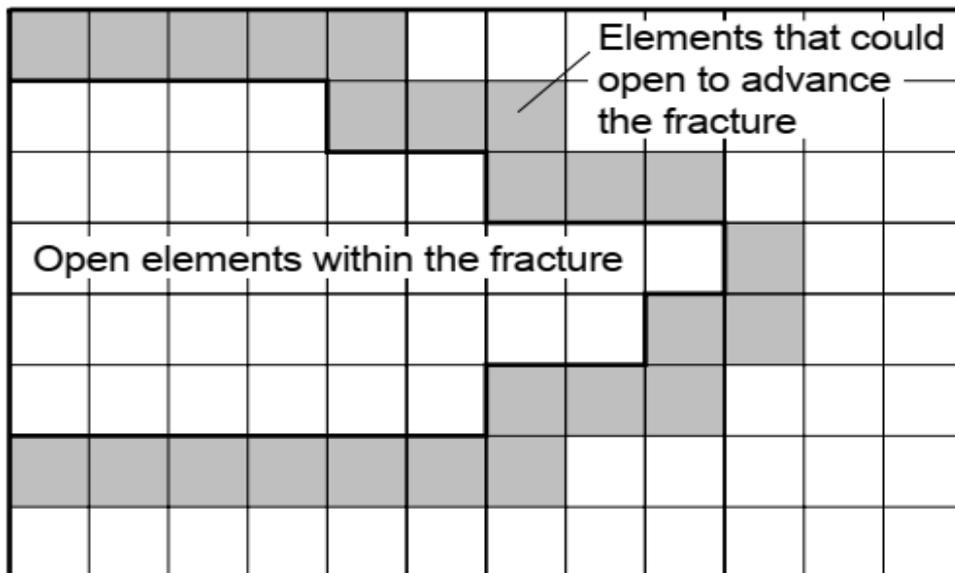


Fig.1-8. . Geometry de la fracture planar 3D basée sur un système d'éléments rectangulaires fixe.

Chapitre 2 : Présentation de la région d'étude

1) Introduction :

Généralement le domaine minier en Algérie est subdivisé en trois provinces: Est, Ouest et Nord. La province Est comprend les bassins d'Illizi, Berkine et le môle d'Amguid-Messaoud où se trouve l'huile (Hassi Messaoud) et le gaz (Rassi R'mel). L'ensemble des bassins d'Illizi, Oued Mya, Berkine et Amguid-Hassi Messaoud constitue un vaste domaine, de près de 493 632 km². Les ressources piégées dans les différents bassins sédimentaires, tout au long de leur histoire géologique, sont loin d'avoir été toutes explorées et découvertes. Les bassins de Hassi Messaoud, Illizi et Oued Mya sont essentiellement paléozoïques.

Le bassin d'Illizi fait partie des domaines d'exploration en hydrocarbures en Algérie grâce à son étendue géologique et sa position géographique. Il renferme une entité géologique des formations détritiques du Paléozoïque très importante capable de contenir des réserves en hydrocarbure de grande quantité.

2) Bassin d'Illizi:

2.1) Situation géographique:

Le bassin d'Illizi est situé dans la partie Sud-Est du Sahara algérien, entre 26° et 30° de latitude Nord et entre 6° et 10° degré de longitude Est (fig.1-1.). Il s'étend sur une superficie de 108 424 km². Présentant une longueur Nord-Sud d'environ 700 km et une largeur Est Ouest qui dépasse 300 km (SONATRACH. 2007).

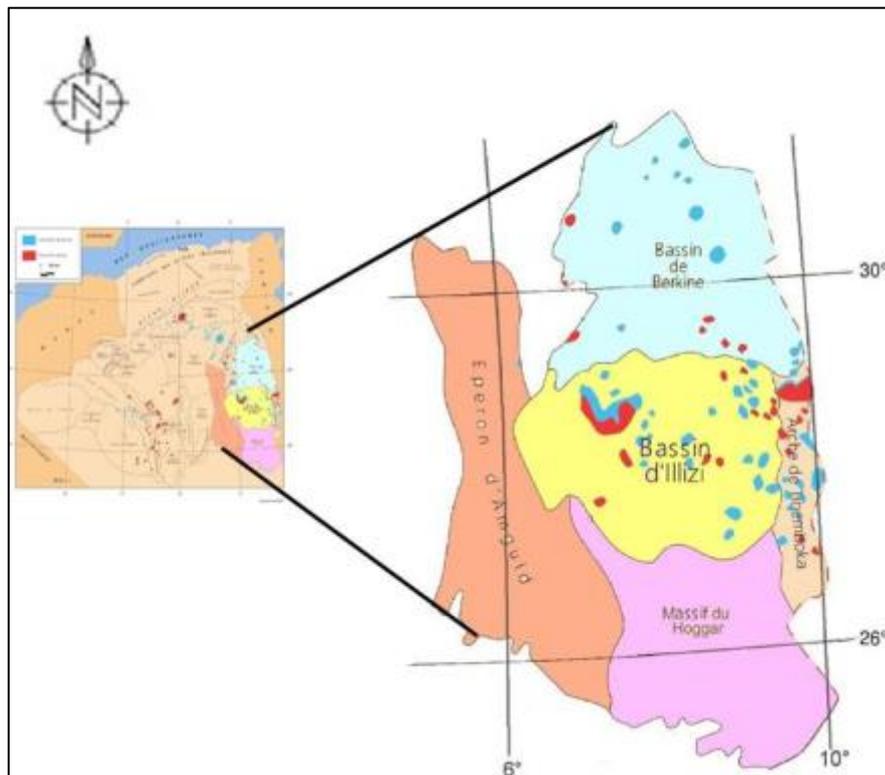


Fig.2-1 : Situation géographique du bassin d'Illizi (WEC 1995)

2.2) Contexte géologique:

Du point de vue géologique, le bassin d'Ilizi correspond à un bassin de plateforme stable. La couverture sédimentaire d'une épaisseur moyenne de 3000 m est essentiellement constituée de dépôts paléozoïques. L'individualisation du bassin s'est faite à la fin du Silurien et au cours du Dévonien inférieur.

Le bassin d'Ilizi est limité (fig.1-2.) au Nord par le bassin de Berkine, à l'Est par le môle de Tihemboka, au Sud par le massif du Hoggar, et à l'Ouest par la dorsale d'Amguid El Biod. A l'Est, le môle de Tihemboka, situé près de la frontière Algéro-Libyenne, sépare le bassin d'Ilizi du bassin de Hamra (Libye). A l'Ouest, la dorsale d'Amguid El Biod le sépare du bassin du Mouydir. Au Nord, la limite entre les bassins d'Ilizi et de Berkine correspond à une remontée du socle connue sous le nom du môle d'Ahara.

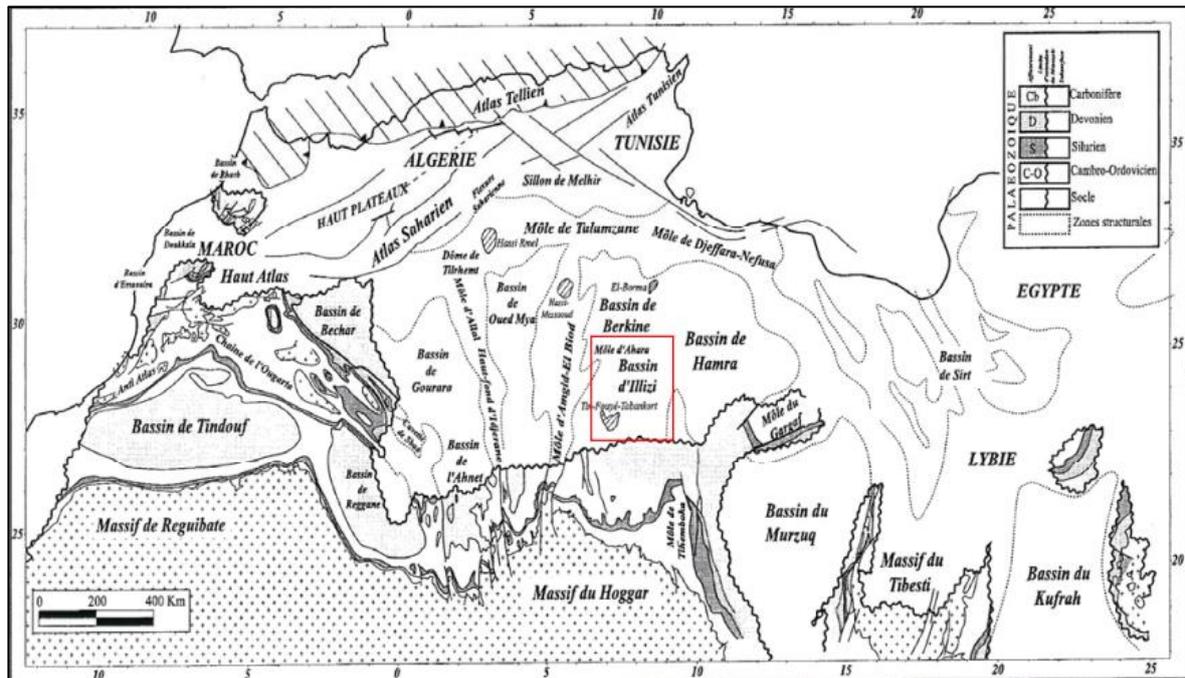


Fig.2-2 : Carte des principaux éléments morfo structuraux de la plate-forme saharienne et localisation du bassin d'Ilizi .

La couverture sédimentaire dans le bassin d'Ilizi est représentée essentiellement par des terrains d'âge Paléozoïque, enfouis au centre de la cuvette et affleurant au Sud-Est et sur sa marge méridionale où ils forment les Tassilis. L'épaisseur de la couverture sédimentaire paléozoïque augmente grossièrement du Sud (1000 m à 1500 m) vers le Nord (1 500 m à 2000 m).

Les dépôts du Mésozoïque sont à l'inverse érodés dans la moitié Sud et affleurent au centre du bassin formant une succession de falaises, orientées Est-Ouest. Ils reposent en discordance sur les terrains Paléozoïques et leur épaisseur est d'environ 1000 m. Les dépôts tertiaires se développent principalement dans la partie Nord-Ouest du bassin, au niveau de la Hamada de Tinherth et sont relativement réduits dans le reste du bassin.

Quant aux dépôts quaternaires, ils sont représentés par les dunes qui marquent la limite méridionale du grand erg oriental.

La couverture sédimentaire du bassin d'Illizi repose sur un socle cristallo-métamorphique d'âge Précambrien qui serait de même nature que celui du Hoggar (fig.1-3.).

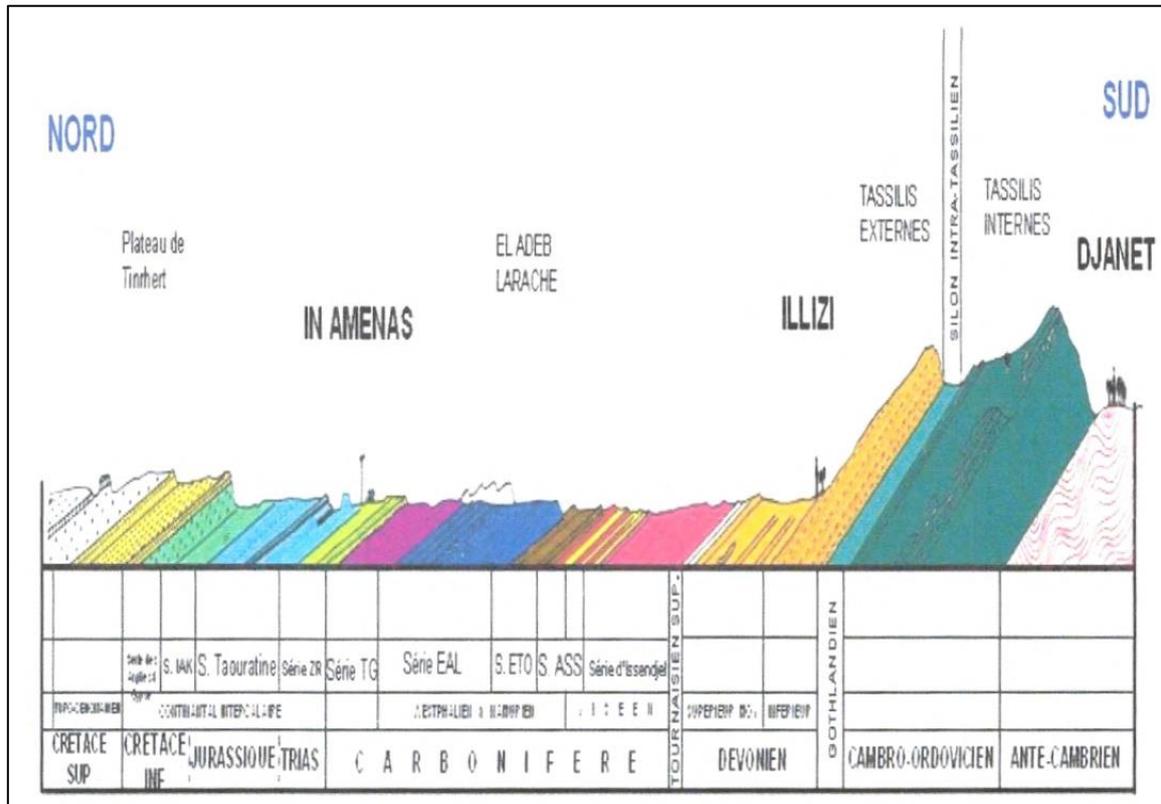


Fig.2-3 : Coupe géologique du bassin d'Illizi.(Sonatrach)

2.3) Le plan Stratigraphique:

La couverture sédimentaire du bassin d'Illizi repose en discordance majeure sur la surface Infra-Tassilienne qui nivelle un socle plissé constitué de roches sédimentaires métamorphiques, cristallophylliennes et volcaniques.

La coupe lithologique type du bassin d'Illizi est constituée d'une série sédimentaire globalement détritique, allant du Cambrien au Paléogène, dans laquelle les terrains paléozoïques occupent les deux tiers de l'épaisseur totale de la série. La litho stratigraphie des séries paléozoïques Tassilienne a été établie grâce aux études réalisées sur les affleurements par Beuf et Al, (1963, 1971), Dubois (1967) et Biju -Duval et Al (1968).

Le découpage litho stratigraphique est principalement basé sur une description morphologique des séries sédimentaires.

La série stratigraphique type du bassin d'Illizi, épaisse de plus de 3 000 m est la suivante:

Le Cambrien:

Il est constitué par une succession de formations détritiques, essentiellement gréseuses.

- L'unité I (conglomérats d'EI Moungar), épaisse de 300 m, est principalement formée de lentilles de grés conglomératiques, c'est une série très localisée et représente les derniers termes de démantèlement de la chaîne panafricaine.

- L'unité II : sa puissance est de l'ordre de 200 à 300m. Les dépôts de base sont essentiellement des grès moyens à grossiers à stratifications obliques avec quelques graviers et galets de quartz. La partie supérieure de cette unité est représentée par des grès fins à ciment siliceux et épaisse de plusieurs mètres avec des intercalations de minces bancs argilo-Silteux ; Ces bancs montrent des traces de bioturbation (Tigillites). L'âge présumé de cette unité est Cambrien.

Ordovicien:

A l'échelle du bassin d'Illizi, l'Ordovicien est subdivisé en quatre unités.

- L'unité III-1: son épaisseur est variable, d'âge Trémadoc, elle est représentée par une alternance de grès fins à stratification oblique et de galets d'argile avec des intercalations de niveaux Silteux. Elle contient des traces de bioturbations essentiellement des Tigillites.
- L'unité III-2 : formée essentiellement de grès fins à grossiers à ciment siliceux. Le développement du ciment peut donner naissance à de véritables quartzites, avec la présence fréquente de joints stylolitiques et de Tigillites. Ce dépôt s'est effectué dans un milieu marin de faible profondeur.
- L'unité III-3 : elle est d'âge Caradoc, son épaisseur peut atteindre 40 à 200 mètres en moyenne constituée de grès micacés fins à ciment argileux ou siliceux à Scolithos alternant avec de rares passées d'argilite; Cette série passe vers le sommet à des grès grossiers à fins à Scolithos et à stratifications obliques qui s'enrichit en argile vers le sommet.
- L'unité IV : son épaisseur est de 100 à 300 mètres en moyenne. Elle est composée de grès et d'argile d'origine glaciaire. Cette formation repose en discordance sur l'unité III-3 ; elle comprend:
 1. L'unité IV-2 qui est une série de comblement des paléo-topographies, façonnés par l'avancement des glaciers est constituée de dépôts variés.
 2. L'unité IV-3 appelée dalle terminale est essentiellement gréseuse.

Le Silurien :

Le Silurien est composé de bas en haut par les formations suivantes:

- ✓ Formation de l'Oued Imirhou, formée d'argiles à graptolites, d'une épaisseur moyenne de l'ordre de 300 m avec de rares intercalations Silteuses ; caractérisée par une série condensée, appelée argiles radioactives, très fossilifère et très riche en matière organique, d'une épaisseur de plus de 30 m.
- ✓ Zone de passage (unité M), formant le réservoir basal du F6, épais d'environ 100m. Cette unité est constituée d'alternance des grès, d'argile et de sut; les grès sont fins à moyens ,à stratifications obliques.
- ✓ Barre inférieure (unité A) du réservoir F6 ; il s'agit de grès fins à moyens, à stratifications obliques, d'une épaisseur moyenne de 30 m.
- ✓ Talus à Tigillites (unité B) du réservoir F6 ; son épaisseur varie de 40 à 50 m. Cette unité est formée d'alternances d'argiles silteuses et de grès fins argileux, associés à des terriers. Les argiles à graptolites s'étendent globalement à l'échelle de toute la plateforme saharienne et fournissent l'une des plus importantes roches mères.

Le Dévonien :

A l'échelle de la région d'étude, il est représenté en général par le Dévonien inférieur, d'une puissance de l'ordre de plus de 200 m et sa stratigraphie est comme suit:

- ✓ La barre moyenne (unité C1) au réservoir F6 d'âge Gédдинien, présente une épaisseur d'environ 50 m. Elle est constituée de grés fins à grossiers à stratifications obliques à entrecroisées.
- ✓ Les trottoirs (unité C2) du réservoir F6 d'âge Gédдинien, son épaisseur varie entre 20 et 30 m. Elle est représentée par des alternances des grés et d'argile silteuses, soulignant un environnement fluvio estuarien.
- ✓ La barre supérieure (unité C3) ; d'âge Siégénien, elle est essentiellement gréseuse, son épaisseur varie de 80 à 100m. Elle est assez caractéristique sur le gamma ray, sa configuration est cylindrique.

Le dévonien moyen et supérieur qui correspond aux séries de Tin-Meras et de Gara Mas Melouki ne sont représentés d'une manière générale que par le réservoir F2, appelé formation d'Irheme d'âge Strunien. Ce sont de grés fins à moyens passant latéralement à des siits et des argiles de l'ordre 40 à 70 m.

Le Carbonifère:

Dans le bassin d'Ilizi le Carbonifère est représenté par une épaisse formation argilo-gréseuse (de 100m environ) qui renferme des roches carbonatées et se termine par des sédiments continentaux. Cette série englobe:

- Le Tournaisien argilo-gréseux.
- Le Viséen argilo-gréseux, caractérisé par l'existence de deux chenaux régionaux B2 B12.
- Le Westphalien, représenté à la base par un chenal et une série argilo-calcaire, avec une zone à gypse, des dolomies et des bancs oolitiques.
- La série de Tiguentourine, constituée par des argiles rouges à gypse.

Age	Lithologie	Nomenclature de Sub-surface (Sonatrach)	Nomenclature des affleurements	Discontinuités majeures
Mio-Plioc.		Mio-Pliocène	Mio-Pliocène	Pyréenne
Crétacé		Série de calcaire	Série de calcaire	Autrichienne
		Argile à Gypse	Argile à Gypse	
		Série d'In Akamil	Série d'In Akamil	
		Tauratine supérieur	Tauratine supérieur	
Jurassique		Tauratine moyen	Tauratine moyen	Hercynienne
		Tauratine inférieur	Tauratine inférieur	
		Zarzitine supérieur	Zarzitine supérieur	
		Zarzitine moyen; salifère	Zarzitine moyen; salifère	
Trias		Zarzitine inférieur	Zarzitine inférieur	Frasnienne
Carbonifère		Formation de Tiguentourine	Formation de Tiguentourine	
		Westphalien F	Formation d'El Adeb Larach	
		Westphalien Namurien E Namurien D	Formation de l'Oued Oubarkat	
		Viséen C	Formation d'Assekaifaf	
		Viséen B Tournaisien A	Formation d'Issendjel	
Dévonien		F2	Formation d'Illérène	
		F3	Formation de Tin Meras	
		F4 F5	Formation d'Orsine	
Silurien		F6 Unité C3 Unité C2 Unité C1 B A M	Barre supérieure	
			Trottoirs	
			Barre moyenne	
			Talus à lignites	
			Barre inférieure	
Cambro-Ordovicien		Silurien argileux	Formation de l'Oued Imirhou	Taconique
		Unité IV	Formation de Tamadjert	
		Unité III.3	Formation d'In Tahouite	
		Unité III.2	Banquette	
		Unité III.1	Vire du Mouflon	
PCmb		Unité II	Formation de Tin Taradjelli	Pan-Africaine
		Socle		

Fig.2-4 : Colonne stratigraphique synthétique du bassin d'Ilizi.

Chapitre 3 : Design de la fracture hydraulique pour l'amélioration de la production

1 Introduction à la fracturation hydraulique :

1.1 Principe et domaine d'application :

La fracturation hydraulique consiste à injecter un fluide plus au moins visqueux à un débit approprié afin de créer au droit de la formation productrice une fracture à une pression croissante à mesure que l'injection se poursuit.

La fracturation hydraulique ne convient qu'aux formations suffisamment consolidées, grés et calcaire par opposition aux formations plastiques, argile, sable très peu consolidés. De plus elle est fortement déconseillée lorsqu'elle risque de favoriser la venue d'un fluide indésirable plus ou moins proche présence d'une interface.

Dans les cas favorables on peut s'attendre à des gains de productivité de 3 à 4.

1.2 Les mesures avant le traitement :

Parmi les principales mesures on distingue [6] :

Mesures de diagraphie :

Les logs avant le traitement permettent de donner des informations sur le contact eau /huile et huile / gaz, précise les zones perméables, ...etc.

A partir de ces informations on peut faire des comparaisons avec les diagraphies après le traitement.

Carottage :

Les opérations dans le laboratoire sur les carottes permettent de détecter l'apparence des fissures au cours de la variation des contraintes, et la prédiction des contraintes in situ.

Les essais du puits :

Les essais du puits (Build-up, Draw-down, DST) sont largement utilisés pour détecter certains paramètres concernant le puits et le réservoir : skin effet, localiser les barrières imperméables.

1.3 La perméabilité de réservoir homogène :

D'après la nature et la perméabilité de réservoir on peut déterminer le type de stimulation :

- Le cas de réservoir gréseux, faible perméabilité, la solution est la fracturation hydraulique.
- Les cas de réservoir carbonaté à perméabilité médiocre la fracturation avec acide (acid frac) constitue la solution intéressante.
Effet de peau (pelliculaire) ou 'skin effect' peut nous aider sur le choix et le déroulement de stimulation.
- Le skin peut être positif ($S > 0$), traduit un colmatage du puits, nécessite une stimulation.
- Le skin est négatif ($S < 0$), traduit une amélioration de perméabilité du puits (Prut être le résultat d'une stimulation du puits).

1.4 Critères sur le choix des puits candidats à fracturer :

Le succès ou l'échec d'un traitement par fracture hydraulique dépend souvent de la qualité du candidat bien sélectionné pour le traitement. Choisir un excellent candidat à la stimulation assure souvent le succès, tout en choisissant un candidat pauvre entraîne normalement un échec

économique. Pour sélectionner le meilleur candidat à la stimulation, l'ingénieur doit tenir compte de nombreuses variables. Les paramètres les plus critiques pour la fracturation hydraulique sont la perméabilité de la formation, la répartition du stress in situ, la viscosité du réservoir, le facteur de peau (skin effect), la pression du réservoir, la profondeur du réservoir et l'état du puits de forage. Si le skin effect est positif, le réservoir est endommagé et le puits pourrait être un excellent candidat à la stimulation.

Les meilleurs puits candidats pour les traitements de fracturation hydraulique ont un volume substantiel de pétrole et de gaz en place et doivent augmenter l'indice de productivité. De tels réservoirs ont une zone d'intérêt épaisse, moyenne à haute pression, des barrières de contrainte in situ pour minimiser la croissance de la hauteur verticale, et soit une zone à faible perméabilité ou une zone qui a été endommagée (skin effect élevé). Avant de sélectionner un puits il faut rassembler et classer les informations nécessaires sur le (réservoir – puits) et sans oublier le côté économique de l'opération.

1.4.1 Réservoir :

- **Nature du réservoir :**

Le succès ou l'échec de l'opération de la fracturation hydraulique on peut l'estimer d'après la nature de la roche réservoir parce que les roches réservoirs peuvent être fracturées plus ou moins facilement mais le problème qui se pose :

Est-ce qu'on peut la soutenir par les agents de soutènement ou non ? Par exemple le cas d'une roche dite tendre (peu consolidées) il y a l'instruction des agents de soutènement.

- **Interface des fluides en place :**

La réalisation d'une fracturation hydraulique nécessite la connaissance parfaite des interfaces des fluides en en place, car il est essentiel d'éviter l'extension, par exemple le gaz et / ou l'eau pour un puits à huile.

- **Nature des fluides en place :**

La compatibilité des fluides de stimulation et celles en place est très importante, car on peut rencontrer des problèmes :

- Formation des émulsions stables.
- Formation des précipités.
- Des résidus de différentes natures ...etc.

- **Perméabilité du réservoir :**

La connaissance plus précise de la perméabilité est essentielle dans le cas de choix du puits à fracturer. Par exemple les valeurs de la perméabilité obtenue par des mesures sur les carottes et surtout l'interprétation des essais sur puits donnent :

- L'indice de productivité IP.
- Conductivité de la formation Kh.
- Endommagement à l'abord du puits (skin effet).

1.4.2 Le puits à fracturer :

Après qu'on examine les divers paramètres intéressants de réservoir, il convient d'examiner la situation de point de vue :

- Opération antérieure.
- Complétion actuelle.

1.4.2.1 Historique du puits :

Dans cette partie on peut citer toutes les opérations entreprises au cours du :

- Forage (opération de diagraphie).
- Tubage et complétion.
- Des essais de la production (dernière remontée de pression, dernier jaugeage)
- Traitement précédents (s'il y a lieu).

1.4.3 Puits voisins :

- Puits producteurs.
- Puits injecteurs.

1.4.4 Les puits proches fracturés :

Caractéristique de chaque puits c'est-à-dire les caractéristiques de production avant et après la fracturation.

1.4.5 Complétion du puits :

La réalisation du traitement implique donc, une bonne isolation des niveaux à stimuler. Une excellente liaison formation / gaine de ciment / tubage, ainsi que l'état des équipements du puits permettent l'injection en toute sécurité, donc il est nécessaire de prévoir un coefficient de sécurité afin de faire face à toute augmentation possible de pression au cours de traitement.

1.5 Economie de l'opération :

L'intérêt économique de la fracturation hydraulique est de l'estimation de la rentabilité du traitement qui nécessite une évaluation précise du :

- Cout de traitement proprement dit.
- Cout des opérations préalables.

La rentabilité du traitement exige un amortissement dans un délai raisonnable varie de:

- La situation géographique.
- Nature de fluide en place (huile, gaz, ... etc.).

1.6 Développement de jeux de données

Pour la plupart des ingénieurs du pétrole, le développement d'un ensemble de données complet et précis est souvent la partie la plus longue de la conception du traitement de fracturation. Les données requises pour exécuter à la fois le modèle de conception de fracture et le modèle de simulation de réservoir peuvent être divisées en deux groupes : les données qui peuvent être « contrôlées » par l'ingénieur et les données qui doivent être mesurées ou estimées mais qui ne peuvent être contrôlées.

1.6.1 Les paramètres à connaître (mesurées ou estimées) :

- Les contraintes in situ de la zone de paiement et des couches environnantes.
- La perméabilité du terrain.
- La porosité de la formation.
- Module de Young.
- Module de poisson.
- La profondeur de formation.
- La pression du réservoir.
- La compressibilité de la formation.
- L'épaisseur du réservoir.

Il existe trois épaisseurs importantes pour l'ingénieur: l'épaisseur brute du

réservoir, l'épaisseur nette de l'intervalle de production d'huile ou de gaz et l'épaisseur perméable qui acceptera la perte de fluide pendant le traitement par fracture hydraulique.

1.6.2 Les paramètres à choisir (contrôlés) :

- Débit d'injection, le volume de traitement.
- Fluide de fracturation (viscosité, filtration).
- Agent de soutènement (type, granulométrie et concentration).

1.6.3 Les paramètres à obtenir

- Extension de la fracture X_f .
- Épaisseur W_f . (Largeur).
- Hauteur soutenue H_f .
- Conductivité ($K_f.W_f$).

Avant d'entamer le frac job de n'importe quel puits, il est impératif de faire une bonne calibration du profil de stress (contraintes) de ce puits afin de bien cibler les zones du stress minimum et les zones du stress maximum et ainsi contrôler la fracture. Notant que c'est la technique la plus risquée et coûteuse.

Dans la conception du traitement principale de fracture hydraulique, les deux paramètres les plus importants sont le profil de contrainte in situ (stress in-situ) et le profil de perméabilité de la zone à stimuler, plus les couches de roche au-dessus et en dessous de la zone ciblée (appelés barrières) qui affecteront la croissance de la hauteur de fracture.[1]

1.7 Description de l'opération :

Il existe cinq étapes distinctes [2] :

1.7.1 Initiation de la fracture

Lors de pompage du fluide dans le puits la pression augmente tant que le débit de pompage est supérieur à celui qui peut filtrer dans la formation, la fracture sera initiée par les contraintes de traction. Elle sera perpendiculaire à la contrainte de compression minimale en place avant le pompage.(fig3-1).

La fracturation de la roche intervient à une pression appelée pression d'initiation de la fracture (P_i). Nous appellerons ΔP_i l'accroissement de la pression P_i dans le puits au-delà de la pression de couche (P_c).

$$\Delta P_i = P_i - P_c \dots \dots \dots (a.1). [2]$$

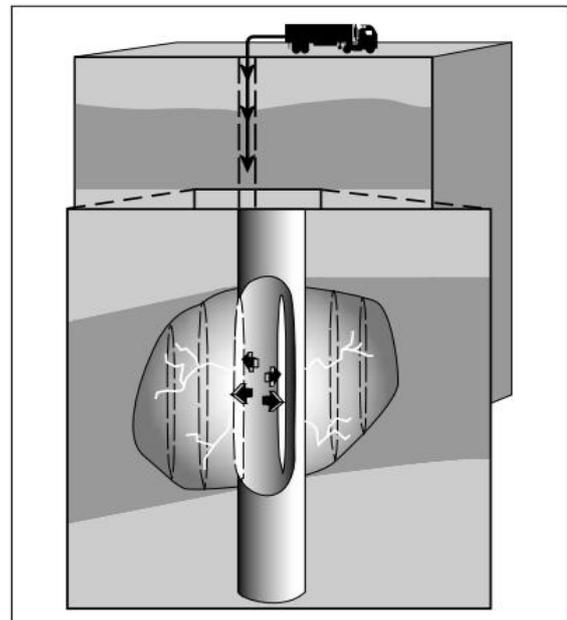


Fig 3-1 : Pression interne rompant un puits de forage vertical.

1.7.2 Développement ou extension de la fracture :

En continuant à pomper, la fracture s'étend de plus en plus tant que le débit de pompage est supérieur au débit de filtration à travers les faces de la fracture. (fig3-2). L'extension de la fracture s'effectue à une pression appelée pression d'extension (P_e), inférieure ou égale à la pression d'initiation, nous désignerons par ΔP_e , l'accroissement de la pression P_e dans le puits au-delà de la pression de couche :

$$\Delta P_e = P_e - P_c \quad [2]$$

1.7.3 Maintien de l'ouverture de la fracture

Dans les formations carbonatées un fluide de fracturation contenant l'acide chlorhydrique assez concentré est utilisé. Cet acide ronge irrégulièrement les parois de la fracture ce qui laisse des canaux résiduels de très haute perméabilité lorsque la fracture se ferme suite à l'arrêt du pompage ; c'est ce que l'on appelle « acid frac ».(fig3-3) Dans les formations gréseuses, des agents de soutènement présentant une très bonne perméabilité (sable,...) sont mélangés au fluide de fracturation (de haute viscosité) et sont entraînés dans la fracture par ce fluide ; ils empêchent la fracture de se fermer quand on arrête le pompage en fin du traitement. Les agents de soutènement sont pompés lorsque la fracture atteint des dimensions géométriques (épaisseur de la fracture particulièrement) suffisantes pour les laisser passer. [2]

1.7.4 Fermeture du puits

Arrêt du pompage et refoulement des fluides de fracturation dans le puits afin de permettre leur récupération, tout en laissant l'agent de soutènement en place dans le réservoir.(fig 3-4)

1.7.5 Dégorgement et mise en production

Il faut évacuer au mieux non seulement le fluide de traitement contenu dans la fracture résiduelle mais encore le fluide qui a filtré dans la formation (fig3-5). [2]

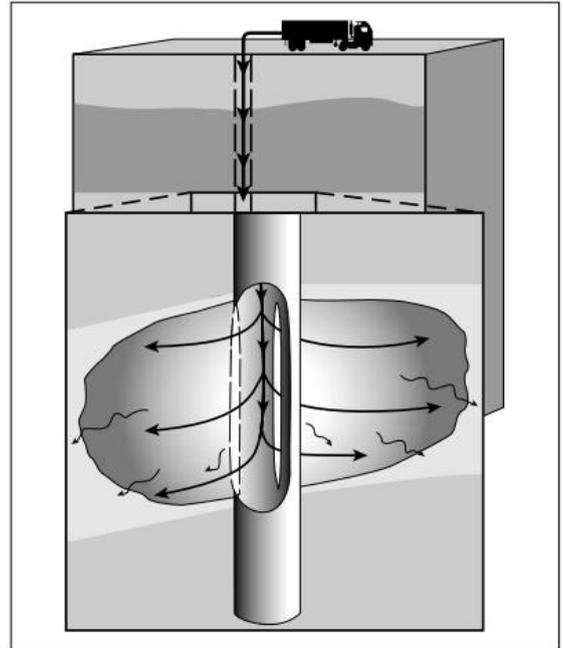


Fig 3-2 : pression de propagation de la fracture.

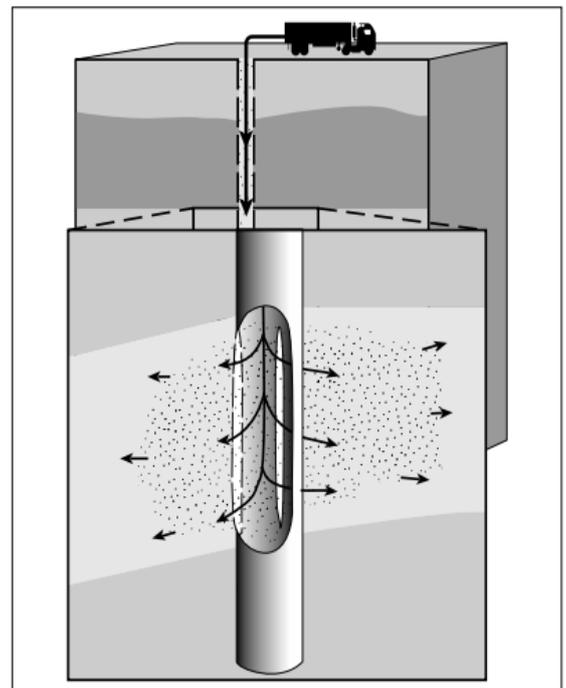


Fig 3-3 : Introduction de l'agent de soutènement dans la fracture.

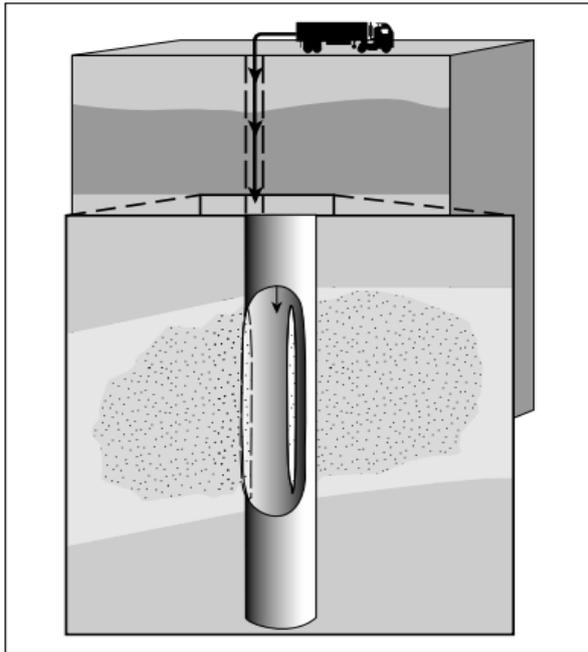


Fig 3-4 : Rincer le puits de forage pour laisser une fracture étayée.

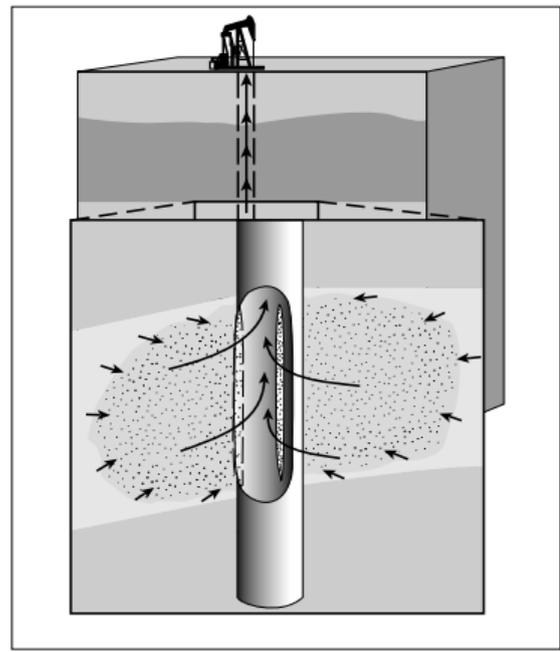


Fig 3-5 : Augmentation de la surface d'écoulement résultant d'une fracture.

2 Introduction à la mécanique des roches :

La mécanique des roches est une discipline qui étudie le comportement des massifs rocheux dans le milieu naturel ou lorsque ces derniers sont sollicités par des ouvrages de génie civil (barrages, galeries, tunnel, cavernes), par des exploitations de matériaux souterraines ou à ciel ouvert (mines et carrières), par des exploitations de fluide (eau, pétrole, gaz)[14].

Elle examine les réponses mécaniques des matériaux géologiques présentant une cohésion significative. Elle est donc nécessaire pour répondre à des problèmes théoriques et pratiques de génie civil, d'énergie, de génie pétrolier, de génie minier, d'environnement et d'aménagement du territoire, notamment pour les infrastructures.

À partir de cette définition, l'importance de la mécanique des roches dans plusieurs aspects de l'industrie pétrolière et gazière peut être facilement comprise. Le comportement mécanique influence tous les aspects de la compléation, de la stimulation et de la production.

Cependant, ce n'est que récemment que cet aspect particulier des sciences de la terre a commencé à jouer un rôle prédominant dans l'extraction d'énergie. L'impulsion était d'expliquer, qualitativement et quantitativement, l'orientation des fractures (Hubbert et Willis, 1957), certaines réponses inattendues du réservoir ou des pannes catastrophiques (par exemple, moins de production après stimulation et baisse de pression dans les puits entourant un puits d'injection; Murphy, 1982) , rupture de cisaillement du tubage (Nester et al., 1956; Cheatham et McEver, 1964), production de sable (Bratli et Risnes, 1981; Perkins et Weingarten, 1988; Morita et al., 1987; Veeken et al., 1991; Kooijman et al., 1992; Cook et al., 1994; Moricca et al., 1994; Geilikman et al., 1994; Ramos et al., 1994), effondrement de la matrice rocheuse pendant la production (Risnes et al., 1982; Pattillo et Smith , 1985; Smits et al., 1988;

Abdulraheem et al., 1992) et les problèmes de stabilité des forages (Gnirk, 1972; Bradley, 1979; Guenot, 1989; Santarelli et al., 1992; Ong et Roegiers, 1993; Maury, 1994 ; Last et al., 1995).[2]

La contribution significative en ce qui concerne l'orientation des fractures a été fournie par les travaux de Hubbert et Willis (1957)[15], montrant que les fractures de la terre sont généralement verticales et non horizontales. ils ont raisonné parce qu'une fracture est un plan de séparation dans la roche. la roche s'ouvrira dans le sens de la moindre résistance. à la profondeur de la zone productrice, la contrainte verticale exerce la plus grande contrainte. la direction de moindre contrainte est donc horizontale. les fractures s'ouvrent perpendiculairement à cette direction et sont donc verticales. sur les puits peu profonds « shallow formations », la contrainte horizontale peut dépasser la contrainte verticale et des fractures horizontales peuvent se former.

Cette partie résume brièvement certains des aspects les plus importants de la mécanique des roches pour caractériser le comportement mécanique des réservoirs et des couches adjacentes, tel qu'appliqué au processus de stimulation, et traite en plus le fluide de fracturation, ses additifs et l'agent de soutènement.

2.1 Concepts de base :

2.1.1 Les contraintes exercées :

En considérant un plan d'aire ΔA orienté aléatoirement et centré sur un point P à l'intérieur d'un corps sur lequel agit une force résultante ΔF (Fig.3-6), le vecteur de contrainte σ en ce point est défini comme

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta F}{\Delta A} \right) \quad (3-1)$$

Par conséquent, cette quantité est exprimée en force par unité de surface. En géomécanique, par convention, la compression est considérée comme positive car les forces régnant dans la terre sont généralement de nature compressive. Cette contrainte résultante σ peut être décomposée en une composante normale σ_n et une composante de cisaillement τ [3]. La composante de cisaillement a tendance à « cisailer » le matériau dans le plan ΔA . Il faut se rendre compte qu'une quantité infinie de plans peut être dessinée à travers un point donné variant, du même coup, les valeurs de σ_n et τ . La condition de contrainte dépend donc de l'inclinaison. Par conséquent, une description complète d'une contrainte doit spécifier non seulement son ampleur, sa direction et son sens, mais également la direction de la surface sur laquelle elle agit.

Dans une situation bidimensionnelle (2D), si σ_x , σ_y et τ_{xy} sont connus (Fig.3-7), l'état de contrainte sur tout plan avec une orientation normale à un angle θ de Ox peut être dérivé en utilisant les expressions suivantes:

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \theta + 2 \tau_{xy} \sin \theta \cos \theta + \sigma_y \sin^2 \theta \quad (3-2)$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (3-3)$$

Ces expressions sont obtenues en écrivant des équations d'équilibre des forces selon les directions σ_n et τ , respectivement. L'équilibre des moments implique que τ_{xy} est égal à τ_{yx} [8].

Il existe toujours deux orientations perpendiculaires de ΔA pour lesquelles les composantes de contrainte de cisaillement s'annulent; ceux-ci sont appelés les plans principaux. Les contraintes normales associées à ces plans sont appelées les contraintes principales. En deux dimensions, les expressions de ces contraintes principales peuvent être trouvées en posant $\tau = 0$ dans l'équation (3-3) ou, parce qu'il s'agit des valeurs minimum et maximum des contraintes normales, en prenant la dérivée de Eq 3-2 par rapport à l'angle θ et en le fixant à zéro.

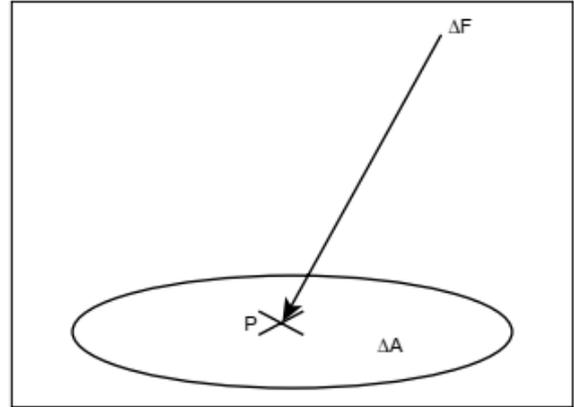


Fig 3-6: Force sur un point P.

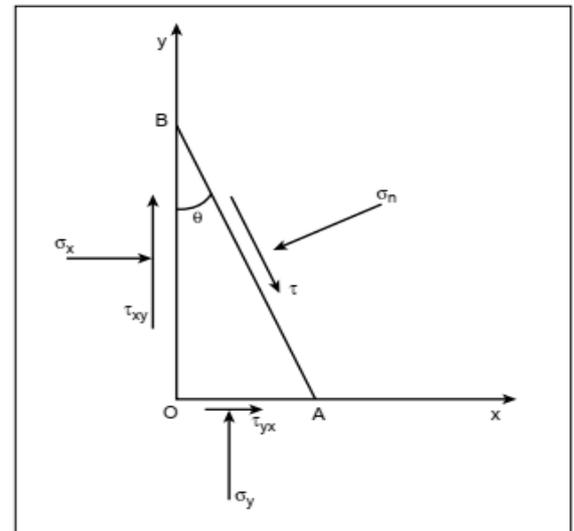


Fig 3-7 : Décomposition bidimensionnelle des contraintes normales et de cisaillements.

Dans les deux cas, on obtient l'expression suivante pour la valeur de θ pour laquelle la contrainte de cisaillement disparaît:

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad (3-4)$$

et les deux principales composantes de contrainte σ_1 et σ_2 sont

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \left[\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 \right]^{1/2} \quad (3-5)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \left[\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 \right]^{1/2} \quad (3-6)$$

2.2. Critères de rupture (Failure Criteria and Yielding) :

Plusieurs méthodes ont été développées pour décider quand un matériau échouera sous un chargement triaxial. Les principaux utilisés aujourd'hui sont Tresca (contrainte de cisaillement maximale), Von Mises (énergie maximale de distorsion) et Mohr-Coulomb. Tresca et von Mises s'appliquent aux matériaux ductiles. Le critère de rupture de Mohr-Coulomb, plus applicable aux matériaux fragiles « brittle » (Un matériau est dit « brittle » si, soumis à une contrainte, il se rompt avec peu de déformation élastique et sans déformation plastique significative.)[16]

2.2.1 Critère de rupture de Mohr-Coulomb :

Ce critère de rupture, comme illustré sur la figure 3-8, repose sur l'utilisation de deux facteurs clés qui doivent généralement être obtenus empiriquement: SUC (la résistance ultime sous compression uniaxiale) et SUT (la résistance ultime sous tension uniaxiale). Pour les roches, comme pour la plupart des matériaux fragiles, le SUC est généralement plusieurs fois supérieur au SUT.[16]

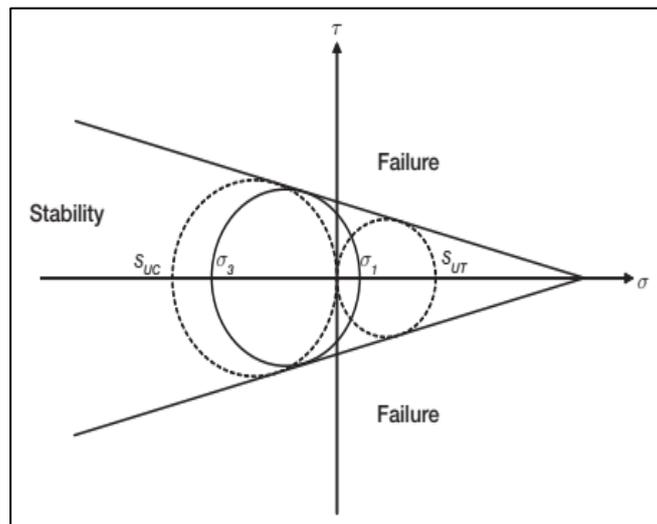


Figure 3-8 Critère de rupture de Mohr-Coulomb pour les matériaux « brittle »

La figure 3-8 semble complexe mais peut être facilement expliquée. Pour construire ce diagramme, tracez d'abord deux cercles de Mohr en fonction des valeurs de SUT et SUC.

Ce sont les deux cercles en pointillés sur la figure 3-8. Tracez ensuite des tangentes à ces lignes comme illustré; ce sont les lignes de rupture. Enfin, construisez un cercle de Mohr basé sur la magnitude et la différence entre σ_1 et σ_3 , comme illustré par le cercle plein sur la figure 3-8,

en vous rappelant que $\sigma_1 > \sigma_3$. Si le cercle plein est suffisamment petit pour rester à l'intérieur des tangentes, le matériau ne failira pas. Cependant, si la différence et la magnitude de σ_1 et σ_3 sont telles que le cercle plein sort des tangentes et dans la région marquée «failure» sur la Fig 3-8, alors le matériau échouera. Sur la figure 3-8, les contraintes sont telles que le matériau est juste au point de rupture, la contrainte principale du cercle de Mohr tombant juste sur les tangentes.(pour plus de details voir annexxe A3)

2.3. Comportement des roches :

Quand un échantillon de roche ou un élément de la terre, est soumis à une charge, il se déforme; afin de déterminer la relation (SS*) entre le stress et la déformation, diverses théories ont été développées pour décrire une procédure simplifiée, La relation la plus simple est la théorie d'élasticité.[6]

(SS*) : (Stress-Strain).

2.3.1. Coefficient de Poisson :

Le coefficient de Poisson ' ν ' représente la tendance du matériel pour transférer sa déformabilité perpendiculairement au chargement, ceci est illustré par la figure(3-10) .

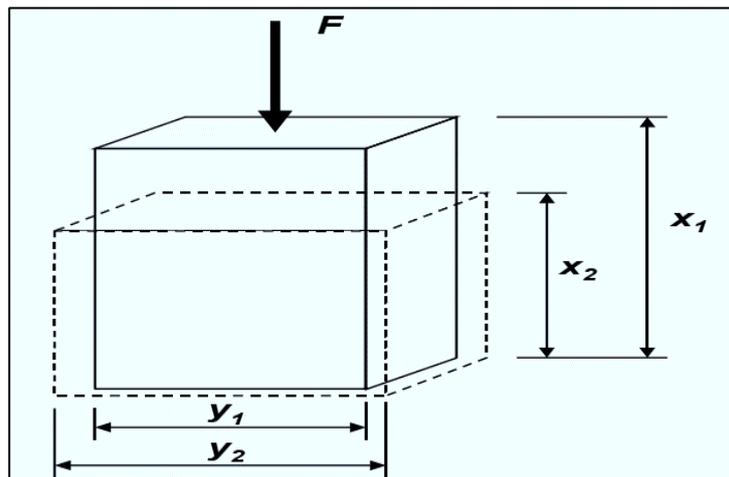


Fig 3-9 : Application de la force F produit également une déformation dans la direction y.

La déformation dans la direction x (axiale) est donnée par : $\epsilon_a = \frac{x_1 - x_2}{x_1}$

La déformation dans la direction y (latérale) est donnée par: $\epsilon_l = \frac{y_1 - y_2}{y_1}$

Le coefficient de Poisson est défini par l'équation : $\nu = -\frac{\epsilon_l}{\epsilon_a}$

Le coefficient de Poisson est un facteur important dans la détermination du gradient de contrainte de la formation, mais il est moins important dans la définition des dimensions de la fracture, même si il a un certain effet. Les valeurs typiques pour ν des roches sont comprises entre 0,1 et 0,35.

2.3.2. Module de Young :

Le module de Young, E, (le module d'élasticité) est défini par la loi de Hook comme suit:

$$E = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a}$$

ϵ_a : La déformation axiale.

σ_a : Contrainte uniaxial appliquée sur l'échantillon.

Le module de Young 'E' est le rapport de la contrainte sur la déformation[6]. Comme la déformation est adimensionnelle, 'E' a les mêmes unités que le stress. Le module de Young est une mesure de combien un matériau se déforme de manière élastique lorsqu'une charge est appliquée sur lui. Ceci est un autre terme pour la dureté. Dans la fracturation, nous pouvons penser au module de Young en tant que mesure de la quantité d'un matériau (roche) qui peut se déformer de manière élastique lorsqu'une pression est appliquée. Comme la pression est stock d'énergie, 'E' est également une mesure de la quantité d'énergie qu'il faut pour faire de la déformation de la roche.

Les contrastes du module de Young ne sont pas très bons pour empêcher la croissance de la hauteur de fracture. Il existe une relation inverse entre la ténacité à la rupture et le module de Young; les formations ont tendance à être « molles et ductiles » ou « dures et cassantes ». Cela signifie qu'une augmentation rapide de E peut également coïncider avec une diminution rapide de la ténacité apparente à la fracture, ce qui facilite la propagation de la fracture.

Cependant, la largeur de fracture est inversement proportionnelle à E pour toute pression nette donnée. Par conséquent, une augmentation rapide de E entraînera une diminution rapide de la largeur de la fracture, où elle est trop étroite pour le placement de l'agent de soutènement.[16]

2.4. Élastique vs plastique :

La déformation élastique est réversible, si la force (la pression ou la contrainte) est enlevée, le matériau retourne à sa taille et sa forme d'origine. Si une telle force est appliquée sur un matériau qui passe au-delà de sa limite élastique le matériau commence à se déformer plastiquement. Ceci est illustré par la figure (fig.3-11)

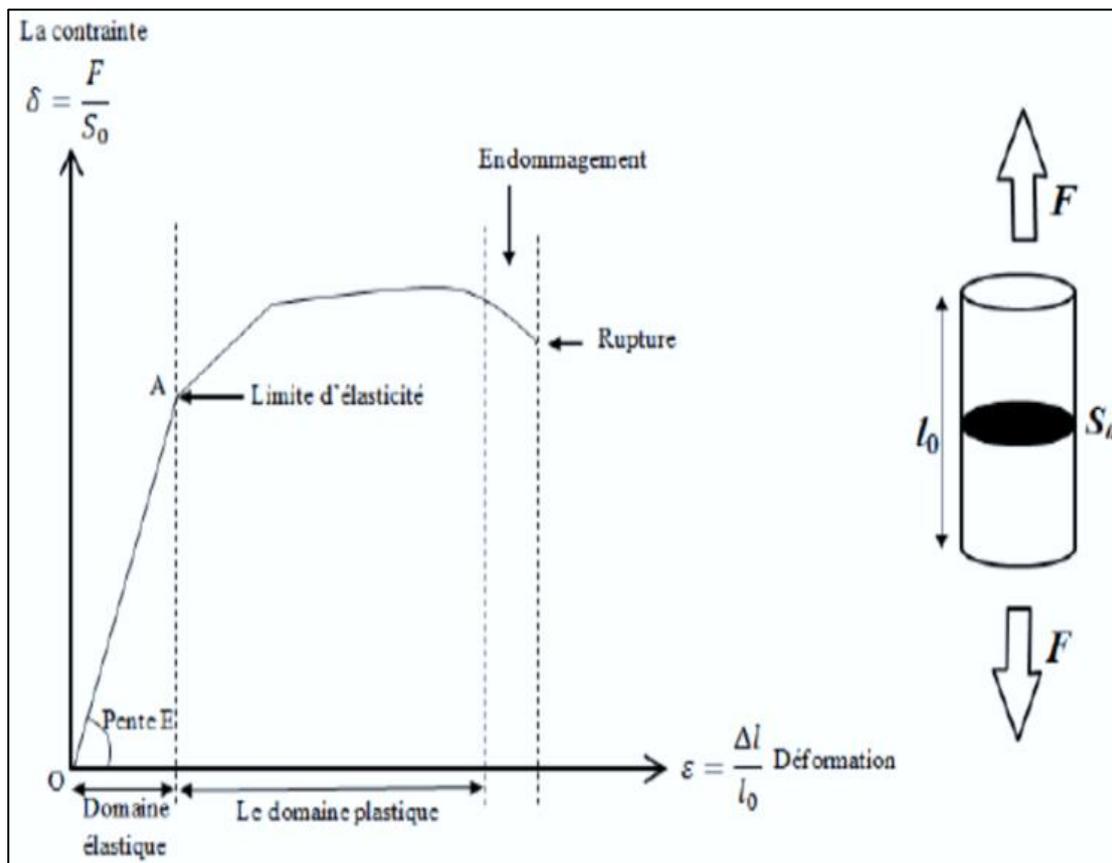


Fig 3-10 : Comportement des matériaux soumis à des efforts.

2.5. Vitesses soniques longitudinale et transversale :

La vitesse des ondes longitudinales (ou compression) dans un milieu élastique est liée au module de Young dynamique et au coefficient de Poisson par la relation :

$$V_c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-\nu)}}$$

La vitesse des ondes transversales (ou de cisaillement) s'exprime par la relation :

$$V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+2\nu)}}$$

Dans ces relations ρ désigne le poids spécifique du matériau[6], la vitesse V_c varie :
 - de 1 500-2 000 m/s pour les roches tendres;
 - de 4 000-5 000 m/s pour les grès et calcaires très consolidés.
 Ces vitesses sont déduites de l'interprétation des logs soniques. A partir des mesures de V_c et V_s , on déduit les valeurs du module de Young dynamique et du coefficient de Poisson.

$$E_d = \frac{\rho V_s^2 (3V_c^2 - 4V_s^2)}{V_c^2 - V_s^2} = 2\mu(1 + \nu_d)$$

$$\mu_d = G_d = \rho V_s^2 = \frac{\rho}{t_s^2} a$$

$$\nu_d = \frac{V_c^2 - 2V_s^2}{2(V_c^2 - V_s^2)} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{t_s}{t_c} \right\}^2 - 1}{\left\{ \frac{t_s}{t_c} \right\}^2 - 1}$$

$$K_d = \rho \left\{ \frac{1}{t_c^2} - \frac{4}{3t_s^2} \right\} a$$

Ou ρ = masse volumique ; (g/cm³).

ν_d = coefficient de poisson dynamique.

$G_d = \mu_d$ = module de cisaillement dynamique. en psi

E_d = module de young dynamique. en psi

K_d = module en bloc dynamique. en psi

t_c : temps de passage d l'onde longitudinale . en $\frac{\mu\text{sec}}{\text{ft}}$.

t_s : emprs de passage de l'onde transeversalle. en $\frac{\mu\text{sec}}{\text{ft}}$.

a : facteur de conversion = $1.34 * 10^{10}$

V_c : vitesse de l'onde de compression

V_s : vitesse de l'onde de cisaillement

2.6. Propriétés dynamiques et statiques des roches :

Les valeurs des constants élastiques obtenues par des techniques dynamiques sont en général plus élevées que ceux obtenus par des méthodes statiques. Cette différence est maintenant considérée comme étant due principalement à l'amplitude de la déformation, avec les mesures dynamiques de très faible amplitude représentant le réel. Le seul outil qui répond aux propriétés élastiques de la formation est le sonique. Les deux types d'ondes d'intérêt pour l'estimation des constantes élastiques d'un milieu sont des ondes de compression (ondes P) et des ondes de cisaillement (ondes S). L'outil sonique mesure la vitesse de propagation caractéristique des ondes P et S. La propagation des ondes est un phénomène de petite souche avec une grande vitesse de déformation. Les formations rocheuses apparaissent plus rigides, en réponse à une onde élastique par rapport à un test mécanique des roches au laboratoire, où les souches beaucoup plus importantes sont appliquées à une vitesse de déformation inférieure.

La différence entre le coefficient de Poisson statique et dynamique n'est pas grande, à condition qu'aucun tassement ne se soit produit lors de l'essai en laboratoire. Ainsi, les valeurs déterminées pour le coefficient de Poisson sont habituellement valides. Si le compactage se produit, un modèle purement élastique n'est plus valide. Les données pour le module de Young devraient être revues. Dans un milieu isotrope, seules les deux constantes élastiques du module de cisaillement 'G' et le rapport de Poisson 'ν' sont indépendantes. Elles sont liées à la vitesse de propagation d'une onde P (Vp) et celle d'une onde S (Vs) par :

$$G = \rho_b \mu_s^2$$

$$\nu = \frac{2\mu_s^2 - \mu_p^2}{2(\mu_s^2 - \mu_p^2)}$$

ρ désigne la masse volumique d'un échantillon de roche. La vitesse de propagation peut être remplacée par le temps Δt, que prend une onde pour parcourir une distance fixe d (par exemple, entre une source et un récepteur).

$$G = \rho_b \frac{d^2}{\Delta t_s^2}$$

$$\nu = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta t_s}{\Delta t_c} \right\}^2 - 1}{\left\{ \frac{\Delta t_s}{\Delta t_c} \right\}^2 - 1}$$

Δts et Δtc sont les temps de trajet des ondes S et des ondes P, respectivement, le module de Young 'E' est lié aux deux constantes par :

$$E = 2G (1 + \nu)$$

Plusieurs corrélations sont utilisées pour estimer les propriétés élastiques statiques à partir des propriétés d'élasticité dynamique. Les corrélations ont été établies en comparant les propriétés élastiques statiques aux propriétés élastiques dynamiques.

La plupart des corrélations sont une variante de la statique comme suit :

$$\text{Statique} = (A * \text{Dynamique}^\alpha) + B$$

Statique : est la propriété élastique statique.

Dynamique : est la propriété élastique dynamique correspondante.

Les constantes A, B et α sont déterminées; α est généralement affecté d'une valeur de 1.

2.7. Le module de rigidité :

Le module de rigidité est similaire au module de Young[16], sauf qu'il se réfère au matériau qui est en cisaillement plutôt qu'en compression ou en torsion. Il définit la quantité d'énergie nécessaire pour déformer élastiquement un matériau en cisaillement (Fig3-12) :

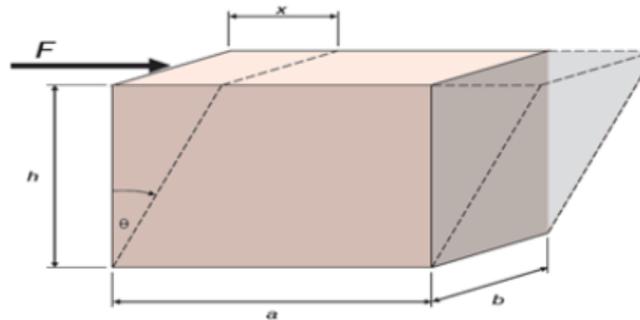


Fig 3-11 : La déformation angulaire.

Il s'exprime comme étant le rapport entre la contrainte de cisaillement (τ) et la déformation angulaire engendrée(γ).

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{F}{A} \quad ; \quad \gamma = \frac{x}{h} = \text{tg}(\theta)$$

2.8. Le module d'incompressibilité (K):

Le module d'incompressibilité K, qui est le coefficient de proportionnalité entre la contrainte moyenne σ_m et la déformation volumétrique ϵ_v lors d'un test hydrostatique. Dans un tel essai, toutes les trois contraintes normales sont égales et, par conséquent, toutes les directions sont principales (Fig3-13).

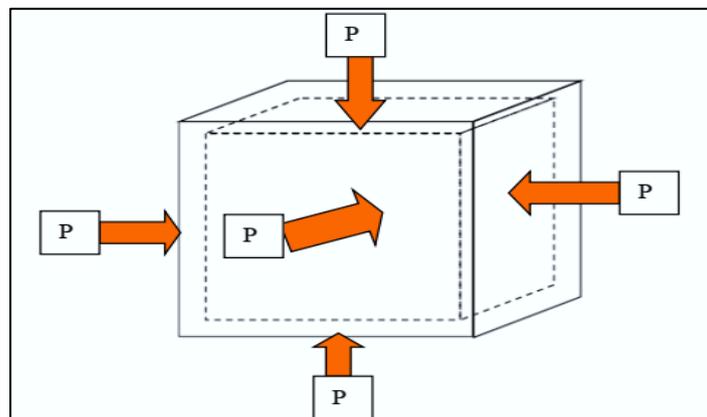


Fig 3-12 : Test hydrostatique.

Le module d'incompressibilité est défini par :

$$K = \frac{\sigma_m}{\varepsilon_v} = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$

Avec : $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = P$ et $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$; $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$

2.9. Le module de déformation plane :

Tous les plans x-y restent parallèles, spécifiés $\varepsilon_z = 0$, avec la contrainte supplémentaire que

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 0 \\ E' &= \sigma_x / \varepsilon_x \\ E' &= E / (1 - \nu^2) = 2G / (1 - \nu) \end{aligned}$$

E' est le module de déformation plane utilisé dans les calculs de la largeur de la fracture pour les modèles en 2D.

2.10. Les relations entre les quatre constantes élastiques :

Les quatre principales constantes élastiques (le module de Young, module de rigidité, module d'incompressibilité et le coefficient de Poisson) sont tous liés les uns aux autres. Si deux de ces propriétés des matériaux sont connus, les deux autres peuvent être déduites:

$$K = E / 3(1 - 2\nu)$$

$$G = E / 2(1 + \nu)$$

Par conséquent, si le module de Young et le coefficient de Poisson sont connus, le module de rigidité et le module d'incompressibilité peuvent être déduites. Ainsi, les simulateurs de fracture ne nécessitent que l'entrée de 'E' et 'ν'.

2.11. Autres propriétés mécaniques de roche :

2.11.1. La résistance à la traction (Rt):

Nous définissons la résistance à la traction comme étant la contrainte maximale que peut supporter un échantillon juste avant sa rupture. La résistance des roches à la traction est généralement beaucoup plus faible que celle de compression. L'estimation de la résistance à la traction peut être déterminée au laboratoire par (Tab 3-1)[6] :

- L'essai de traction direct.
- L'essai de compression diamétral (essai brésilien) ou le plan de rupture est imposé.

Type de roche	RT (bars)	
	Essai Brésilien	Essai traction
Grès consolidés	30 à 50	3 à 10
Calcaires tendres	10 à 15	Négligeable
Calcaires durs	100 à 150	15 30

Tab 3-1 : Valeurs de résistances à la traction de certaines roches.

2.11.2. La résistance à la compression simple (R_c):

C'est la résistance à la rupture en compression, sous une contrainte de confinement nulle ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$). L'estimation de la résistance à la compression peut être déterminée au laboratoire par un essai de compression simple.

$$R_c = \frac{P_{\max}}{S}$$

R_c : Résistance à la compression

S : Section transversale

P_{max}: Charge maximale appliquée à la rupture

2.11.3. Facteur de ténacité de contrainte (résistance à la fracture):

La mécanique de la rupture est une philosophie de conception visant à développer le critère de ruine prenant en considération les fissures existant au sein d'un matériau. Il est donc important de définir un facteur caractérisant la sévérité de la situation obtenue par l'application d'une charge à un matériau fissuré. Ce facteur est obtenu par considération des contraintes et déformations au voisinage du front de fissure [17].

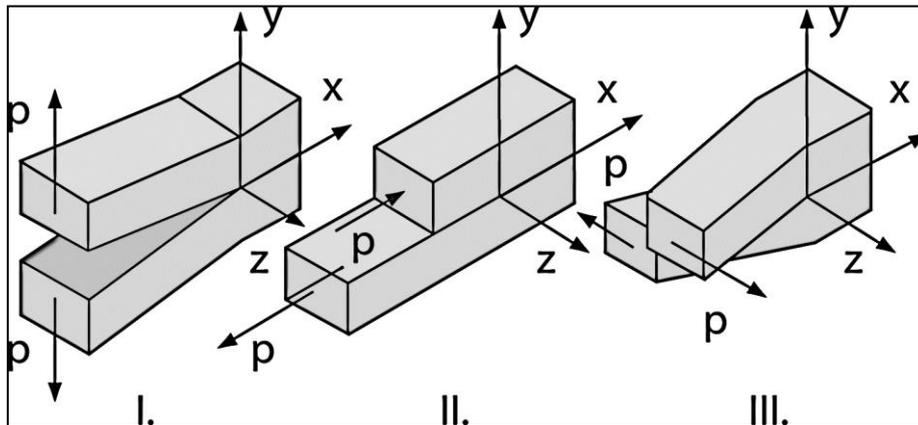


Fig 3-13 : Illustration des trois modes de propagation d'une fissure.

Les définitions des trois modes de propagation [17] :

Mode 1 –ouverture : les surfaces de la fissure s'écartent directement en raison d'une contrainte de traction qui est perpendiculaire au plan de fissure.

Mode 2 –glissement : les surfaces de la fissure s'éloignent en raison d'un cisaillement en plan. Les surfaces de la fissure glissent l'un sur l'autre dans le même plan.

Mode 3-glissement dévié : les surfaces de la fissure s'éloignent en raison d'un cisaillement hors plan. Cette option n'est disponible que pour les modèles 3D (voir annexe A1).

2.12. Analyse de stress in situ :

A côté des propriétés mécaniques de la formation, l'état de contrainte in situ est le facteur le plus important dans l'analyse géomécanique. Cette propriété est également la plus difficile à prévoir, car elle ne peut pas être mesurée directement à travers des sections plus longues lors d'un forage. Les mesures directes, telles que les tests de filtration ou Minifrac, fournissent des résultats pour des profondeurs simples ou des intervalles de profondeur plus courts, mais pas un profil continu dans l'ensemble de la section étudiée. La défaillance induite par le stress,

observée sur les logs (enregistrement) de forage, fournit une preuve indirecte du champ de contrainte mais doit être comparée aux paramètres mécaniques de la roche ainsi qu'aux paramètres de forage afin de produire des informations quantitatives sur le champ de contraintes.

2.12.1. Théorie du stress in situ :

Le stress est une propriété tensorisée qui, à chaque point de la croûte, est définie par trois grandeurs indépendantes et trois directions orthogonales. Pour simplifier, on peut supposer qu'une direction est verticale, correspondant au poids de la colonne de roche au-dessus du point (Overburden Stress), ce qui signifie que les deux autres doivent être situés dans le plan horizontal. La grandeur du stress vertical augmente avec la profondeur, le gradient par la densité de la colonne de roche:

$$\sigma_v = \int \rho g dz$$

σ_v : est la contrainte verticale.

ρ : la densité apparente.

g : l'accélération due à la gravité.

z : la vraie déviation verticale en dessous de la surface.

Les grandeurs des deux contraintes horizontales ne sont pas définies par des gradients simples, et il n'y a aucun moyen de calculer avec précision la variation de celles-ci. Cependant, certaines hypothèses, couramment utilisées dans l'industrie pétrolière, entraînent des variations de contraintes relativement simples avec des propriétés mécaniques. Une telle hypothèse est que le stress horizontal résulte d'un transfert du stress vertical vers le plan horizontal, provoqué par l'incapacité des roches dans la sous-surface à se développer dans la direction horizontale[6]. Cet effet est défini principalement par le rapport Poisson de la roche. Une source de stress externe supplémentaire, agissant dans le plan horizontal, peut induire un stress dans la direction parallèle, qui est proportionnelle au module de Young de la roche. L'état de stress général peut être décrit par les équations suivantes, qui sont basées sur une simple théorie du stress élastique linéaire et en supposant des roches homogènes et isotropes:

$$\sigma_{h1} = \frac{\nu}{1 - \nu} (\sigma_v - \alpha P_p) + \sigma P_p + (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2) \frac{E}{(1 - \nu^2)}$$

$$\sigma_{h2} = \frac{\nu}{1 - \nu} (\sigma_v - \alpha P_p) + \sigma P_p + (\nu \varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{E}{(1 - \nu^2)}$$

σ_{h1} et σ_{h2} : sont les principales contraintes horizontales dans les directions orthogonales.

σ_v : est le stress vertical, α est le coefficient poro-élastique de Biot.

P_p : la pression des pores de formation.

ν : est le rapport de Poisson.

E : est le module de Young.

Les paramètres ε_1 et ε_2 sont des contraintes élastiques dans les directions parallèles à σ_{h1} et σ_{h2} . Notez que si ces déformations (strains) sont nulles, les contraintes sont définies par le rapport de Poisson seul, sans influence du module de Young. En général, on peut supposer que les déformations élastiques varient selon un intervalle donné. Cependant, deux situations extrêmes théoriques peuvent être imaginées: si les couches adjacentes peuvent se développer

ou se contracter librement et indépendamment l'une de l'autre dans les directions horizontales, les contraintes varient linéairement avec le module de Young, ce qui rend l'effet de module de Young constant.

Cela correspond à l'équation plus communément citée dans la littérature:

$$\sigma_H = \frac{\nu}{1 - \nu} (\sigma_v - \alpha P_p) + \alpha P_p + \Delta\sigma_t$$

$\Delta\sigma_t$ est une contrainte constante (tectonique).[6]

3 Caractéristiques rhéologiques de fluides de fracturation et proppants

Nous aborderons tout d'abord les fluides non-newtoniens en général, puis nous nous intéresserons plus particulièrement au fluide de fracturation.

3.1 Les fluides non-newtoniens

Les fluides non-newtoniens sont des fluides complexes. Dans notre quotidien, nous sommes entourés de nombreux fluides. Beaucoup sont dits newtoniens. Ils sont prévisibles et leur viscosité, qui est la tendance d'un fluide à s'écouler plus ou moins facilement, est indépendante de la contrainte que l'on peut leur appliquer. Dans notre cas la contrainte est une force par unité de surface. Prenons l'exemple de l'eau. Si l'on frappe l'eau (en exerçant donc une force sur une surface du liquide) son état, donc sa viscosité, ne change pas, quelle que soit la force de frappe car c'est un fluide newtonien. En revanche le comportement des fluides non-newtoniens n'est pas aussi prévisible car leur viscosité est dépendante de la force appliquée. Ainsi la viscosité de certains fluides augmente quand la force soumise s'accroît. Ils sont appelés fluides rhéoépaississants (dilatant en anglais). A l'inverse, la viscosité de certains fluides diminue lorsqu'ils sont soumis à une force, il s'agit des fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastic en anglais).

La viscosité exprime le degré de résistance d'un fluide aux forces qui lui sont appliquées (contraintes). Elle traduit la difficulté à faire s'écouler ou s'étaler un fluide (à le cisailier). La vitesse de cisaillement représente la tendance d'un fluide à s'écouler en fonction de la contrainte. Ce sont ces notions de viscosité, de contrainte de cisaillement et de gradient de vitesse (aussi appelé taux ou vitesse de cisaillement) qui vont nous permettre de comparer les différents types de fluides non-newtoniens et de mieux les comprendre. La rhéologie est la branche de la mécanique des fluides qui concerne les fluides non-newtoniens et les solides plastiques. La limite entre solide et fluide est parfois très étroite d'où la rhéologie.[18]

Mécanique des milieux continus	Mécanique des solides	des	Élasticité	Rhéologie
			Plasticité	
	Mécanique des fluides	des	Fluide non-newtonien	
			Fluide newtonien	

Tab 3-2 : explicatif de l'organisation de la mécanique des milieux continus.

Les fluides non-newtoniens se divisent en deux catégories principales: ceux au caractère indépendant du temps et ceux qui en dépendent. Dans cette dernière catégorie nous retrouvons les fluides dits thixotropes et les fluides dits antithixotropes. Les fluides thixotropes ont une viscosité qui diminue avec le temps lorsqu'une force leur est appliquée sans être retirée. C'est l'inverse pour les fluides antithixotropes. Prenons l'exemple d'un fluide thixotrope. Placé dans une cuve, si une force est exercée, sous l'effet de la contrainte, l'aspect du fluide change. Cette contrainte reste constante et n'est pas retirée. Dans le cas d'un fluide au caractère indépendant du temps, si la contrainte est conservée, l'aspect est conservé, ce qui est donc l'inverse des fluides dépendants du temps, dont l'aspect change progressivement au fil du temps. Les fluides non-newtoniens au caractère indépendant du temps se classent en différentes catégories: fluides rhéofluidifiants, fluides rhéoépaississants et fluides à seuil (fig.3-15) Cependant un fluide peut combiner plusieurs de ces caractéristiques et donc appartenir à plusieurs catégories. Afin de mieux comprendre ces classifications, voici un tableau récapitulatif:

Fluides au caractère indépendant du temps			Fluides au caractère dépendant du temps	
Rhéofluidifiant	Rhéoépaississant	A seuil	Thixotrope	Antithixotrope

Tab 3-3 : Différents types de fluides

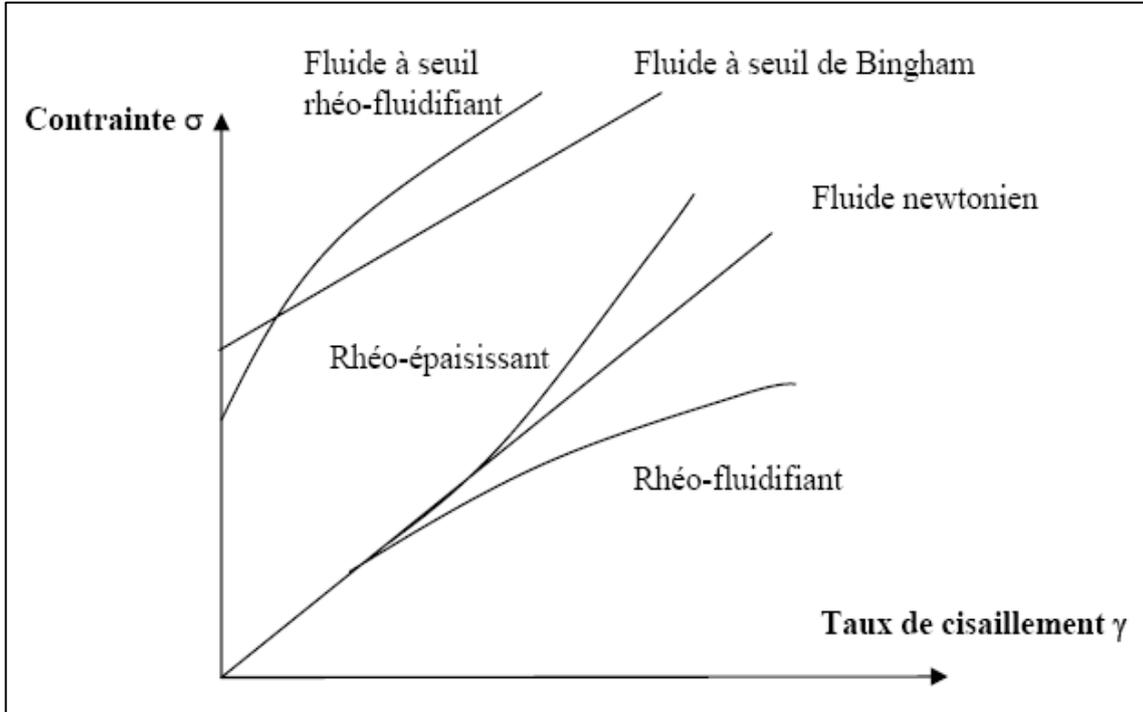


Fig 3-14 : Différents types de fluides

Les fluides de fracturation commercialisés sont des fluides non-newtoniens ayant un comportement rhéologique complexe permettant de mieux transporter les agents de soutènement. Il faut faire des changements au niveau de la viscosité de suspension qui va dépendre de la concentration de particules et du taux de cisaillement.

La grande majorité des fluides de fracturation affiche un comportement rhéofluidifiant (une viscosité qui augmente lorsque le taux de cisaillement diminue) et permettent donc de contrer la sédimentation pour les faibles taux de cisaillement. Il peut être intéressant d'observer leur structure et de schématiser l'action de ces fluides sous une contrainte (fig 3-16). En effet ceux-ci sont souvent constitués de longues chaînes de polymères. Lorsque le fluide est au repos, elles sont désorganisées et n'ont pas de sens particulier. Mais dès qu'une force est appliquée, ces chaînes vont s'ordonner et se placer dans le sens de la contrainte, entraînant ainsi une baisse de la viscosité. Le schéma ci-dessous résume très bien ce mouvement. [18]

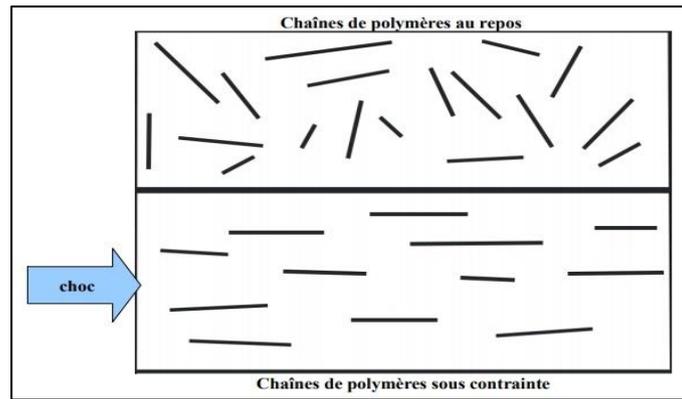


Fig 3-15 : Structure des fluides rhéofluidifiants

Le choix du type de fluide de fracturation se fait en fonction des propriétés du réservoir. Généralement on utilise les fluides à base d'eau, certains réservoirs contiennent de l'argile sensible à l'eau et on utilise d'autres types de fluides tels que des gaz (le dioxyde de carbone, l'azote, le propane) et des fluides à base de pétrole. L'eau est le fluide le plus utilisé en raison du fait qu'elle est peu coûteuse et abondante. Lors d'opération de fracturation au moyen de fluides à base d'eau, on procède aux principaux essais de la compatibilité de l'eau avant d'entreprendre le procédé de fracturation. Le volume du fluide de fracturation requis varie considérablement en fonction de l'importance et du nombre des opérations de traitement envisagés. Dans le cas d'un puits horizontal très profond, un traitement multiétape peut utiliser entre 3500m³ à 15000m³ d'eau, alors que des opérations de fracturation menées à faible profondeur dans le but de stimuler une zone requièrent généralement entre 20m³ à 100m³ d'eau.[6] Les fluides de fracturation actuellement sur le marché se divisent en deux groupes, on les appelle les fluides conventionnels. Ils comprennent :

- Les gels à l'eau.
- Les gels à l'huile qui sont de moins en moins utilisés.

Pour les fluides à base d'eau on distingue par ailleurs deux types de gels : linéaires et réticulés

- a) Gels linéaires
Ces gels sont constitués de longues chaînes polymériques, les unes à côté des autres, sans liaisons les unes avec les autres. La viscosité de tels gels est inférieure à 100 Cp.
- b) Gels réticulés
Ils sont constitués de longues chaînes polymériques mais cette fois, de fortes liaisons, due à un agent réticulant, existent entre les chaînes polymériques, créant ainsi une viscosité supérieure à 100 Cp. Un gel linéaire à base d'eau est appelé : « water frac » abrégé WF, et les gels réticulés sont codés YF ou « wide frac ».

3.2 Les additifs :

Les additifs de fluide de fracturation ont deux objectifs: améliorer la création de fractures et la capacité de charge de l'agent de soutènement et minimiser les dommages à la formation. Les additifs qui aident à la création de fractures comprennent les viscosifiants, les polymères réticulés, les agents de contrôle du pH et les matériaux de contrôle de la perte de fluide. Ceux utilisés pour minimiser les dommages à la formation sont les brisants de gel, les biocides, les surfactants, les stabilisants d'argile et les gaz.

Le nombre de produits chimiques et leur teneur lorsqu'ajoutés à l'agent de soutènement en suspension dans le fluide peuvent varier considérablement et en fonction des propriétés spécifiques du réservoir, une fois combinés leur teneur ne dépassera généralement 1 % du volume total du mélange constitué par le fluide et l'agent de soutènement. [19]

❖ **Les gélifiants** (Viscosifiers) :

Les gélifiants servent à accroître la viscosité et la capacité de suspension des propants et agissent comme lubrifiant. Les polymères hydrosolubles d'origine naturelle, le guar et la cellulose, sont le plus souvent utilisés pour préparer des fluides de fracturation visqueux. La modification chimique de ces polymères a permis d'atteindre une large gamme de propriétés physiques. Des dérivés, tels que l'hydroxypropyl guar, le carboxyméthyl hydroxypropyl guar ou la carboxyméthyl hydroxyéthyl cellulose fournissent une viscosité pour fracturer des puits avec des températures de formation de 60 à plus de 400 ° F [16 à 204 ° C].

❖ **Les polymères réticulés** (Crosslinkers) :

Les polymères réticulés sont utilisés pour assembler des polymères, la réticulation d'une solution de polymère change sa nature d'un fluide visqueux (comme le miel) à un fluide viscoélastique (comme la gélatine). Les fluides viscoélastiques peuvent être dégradés par pompage dans des conditions de cisaillement élevé et dépendent de l'historique du cisaillement. Des techniques ont été développées pour retarder chimiquement ou conjointement le début de la réaction de réticulation jusqu'à ce que la partie à cisaillement élevé du traitement dans le train de tubes soit passée par le fluide. L'augmentation de viscosité résultant de la réticulation peut alors se produire lorsque le fluide pénètre dans la partie la plus basse du traitement dans la fracture elle-même. on a :

✓ Bore, Zirconium, Titane ou Fer : ils augmentent le degré de viscosité du liquide en liant les polymères.

❖ **Le contrôleur d'argile** (Clay Stabilizers):

Le contrôleur d'argile est utilisé dans les formations caractérisées par leur instabilité à l'eau afin d'éviter le gonflement des particules argileuses. Du fait que les formations peuvent contenir certains minéraux argileux de type gonflant ou migrant, des stabilisants argileux peuvent être ajoutés aux fluides de fracturation aqueux. Les argiles dans la roche existent dans un environnement de saumure aqueuse. Les fluides de fracturation doivent fournir une force ionique suffisamment élevée pour que les argiles qui sont en contact avec le fluide ne subissent pas de "choc ionique". Des sels inorganiques, tels que KCl, NaCl, NH₄Cl ou CaCl₂, sont utilisés pour éviter de choquer les argiles. En plus des sels, des stabilisants à base d'argile polymère sont souvent utilisés. Ces polymères ont plusieurs groupes cationiques le long du squelette de la molécule de polymère qui peuvent se fixer à des sites anioniques sur des surfaces d'argile. Ces matériaux sont également utiles pour contrôler la migration des fines.

✓ Chlorure de potassium : réduit les dommages causés au réservoir en empêchant certains minéraux secs de réagir avec l'eau. [20]

❖ **les réducteurs des frictions** (Friction Reducers) :

des réducteurs de friction sont normalement ajoutés aux fluides de fracturation "à la volée" sous forme d'émulsions eau-dans-huile. dans de telles émulsions, les molécules de polymères actifs sont emballées à l'intérieur de gouttelettes d'eau distribuées dans la phase huileuse continue. Lorsque les réducteurs de friction sont pompés dans l'eau, l'émulsion se transforme en émulsion huile dans l'eau, libérant le polymère, qui gonfle (hydrate), les molécules de polymère agissent alors comme réducteurs de friction. qui viennent compléter l'action réductrice de friction des agents gélifiants. [19]

❖ **Les agents interrupteurs (Gel Breakers) :**

Une fois que le fluide et l'agent de soutènement ont été pompés dans la formation, le puits est généralement fermé pendant un certain temps pour permettre à la fracture de se refermer sur l'agent de soutènement et pour permettre au gel de se briser. Des casseurs chimiques sont ajoutés au fluide gélifié pour fournir une réduction de viscosité pour l'élimination du fluide de traitement. On a :

✓ Oxydant : réduit le degré de viscosité des polymères et permet aux fluides de refluer vers la surface, utilisé à des températures plus élevées.

✓ Enzyme : consomme les polymères créés par la gomme de guar et généralement utilisé en dessous de 140 ° F [60 ° C].

❖ **Les surfactants :**

Des tensioactifs peuvent être ajoutés à diverses fins. Les tensioactifs abaissent la tension interfaciale et donc la pression capillaire. Dans les formations à faible perméabilité, le fluide est retenu dans de très petits pores en raison de la pression capillaire. La diminution de la pression capillaire réduit la pression du réservoir nécessaire pour provoquer un reflux du fluide de fracturation. Dans les cas où les pressions du réservoir sont trop faibles pour provoquer une bonne récupération des fluides de fracturation, des gaz, tels que l'azote ou le CO₂, peuvent être ajoutés pour aider au retour des fluides. L'expansion de ces gaz de la formation dans le puits de forage au fur et à mesure que le puits est produit peut améliorer considérablement la récupération des fluides.

Les tensioactifs peuvent être utilisés avec des gaz en pourcentage élevé (par exemple, 60 à 80%) pour former des mousses. Les mousses produisent des fluides à haute viscosité pour un bon transport de l'agent de soutènement, contiennent très peu d'eau et fournissent une excellente récupération des fluides car la majeure partie de la mousse est du gaz. Des pourcentages inférieurs de gaz peuvent également être utilisés comme aide à la récupération de fluide pour minimiser l'endommagement de la formation. Lorsque moins de gaz est utilisé, une plus grande viscosité en phase liquide est requise soit pour plus de gel de base, soit pour réticuler le gel. Les tensioactifs atténuent également les problèmes de compatibilité entre les fluides de fracturation et de réservoir. Une formation d'émulsion potentielle entre le fluide de fracturation aqueux et l'huile de réservoir peut être évitée par l'addition d'un tensioactif non émulsifiant approprié. La suspension de fines et la dispersion d'asphaltènes peuvent également être réalisées avec le tensioactif approprié.

❖ **Les biocides :**

Les biocides sont des additifs développés pour contrôler la croissance des bactéries dans les fluides gélifiés. Les bactéries aérobies se reproduisent rapidement dans les climats chauds et peuvent détruire la viscosité d'un réservoir de fluide de fracturation gélifié en quelques heures. Les bactéries anaérobies se développent en l'absence d'oxygène, une condition généralement trouvée dans les réservoirs d'hydrocarbures. L'introduction par inadvertance de bactéries anaérobies dans une formation par un fluide de stimulation peut conduire à la production de H₂S dans le réservoir. Des biocides sont disponibles pour contrôler les deux types de bactéries., on a :

✓ Biocides naturels et manufacturés : préviennent l'introduction de bactéries qui peuvent produire de sulfure d'hydrogène ou d'autres produits chimiques de nature corrosive ou salissante.

❖ **Contrôleur du pH (pH Control) :**

un bon contrôle du pH est un facteur clé des propriétés du gel. Le pH du fluide affecte la vitesse de gélification initiale du polymère, les propriétés de réticulation, la stabilité de la viscosité, les propriétés de rupture du gel, le contrôle des bactéries et d'autres

propriétés. Les fluides de fracturation vont généralement de pH 3 à 10, bien que des acides forts soient parfois utilisés. Les tampons, qui résistent au changement de pH, sont préparés en combinant un acide faible et une base faible. Les tampons permettent de maintenir le pH dans une plage étroite de sorte que les propriétés de fluide souhaitées peuvent être obtenues.

❖ **Réducteurs de filtrat (Fluid Loss Additives) :**

Les additifs de contrôle de perte de fluide sont des matériaux ajoutés au fluide de fracturation de base pour maintenir le fluide dans la fracture. Lorsque le fluide fuit dans la matrice rocheuse, il n'est plus en mesure de générer une géométrie de fracture supplémentaire ou de transporter l'agent de soutènement. Comme l'agent de soutènement reste dans la fracture, la perte de liquide entraînera une augmentation de la concentration d'agent de soutènement. Si la concentration d'agent de soutènement devient trop élevée, un pont se formera et la propagation de la fracture cessera. La fuite de fluide est contrôlée par la formation d'un cake de filtration en gel sur les faces de fracture. Dans les roches à faible perméabilité, les molécules de polymère sont trop grosses pour pénétrer dans les espaces poreux de la roche, de sorte qu'une filtration se produit. Un certain volume d'eau, appelé jet, est initialement perdu dans la formation avant qu'un cake de filtration en gel ne soit établi. La perte supplémentaire d'eau est contrôlée par la perméabilité et l'épaisseur du cake de filtration en gel. La vitesse de dépôt du cake de filtration en gel augmente avec l'augmentation de la concentration en polymère. Dans les formations à haute perméabilité, la quantité de perte par jaillissement peut être réduite en ajoutant des matériaux particuliers avec une distribution granulométrique similaire à la taille des ouvertures de pores dans la matrice rocheuse. [20]

3.3 Qualités demandées aux fluides de fracturation :

Les principales qualités demandées à un fluide de fracturation sont les suivantes :

- ✓ Forte viscosité et faible filtration pour obtenir une bonne épaisseur et une bonne extension de la fracture et pour assurer une bonne mise en place des agents de soutènement.
- ✓ Capacité de transport d'agents de soutènement lourds et en proportion importante.
- ✓ Faible friction pour limiter la puissance de pompage nécessaire lors d'injection.
- ✓ Bonne compatibilité avec la roche et les fluides de formation, faible teneur en produits insolubles et création d'un minimum de produit de réaction insoluble pour ne pas endommager la formation.
- ✓ Facilement déplaçable par les hydrocarbures en place dans le gisement, faible viscosité (lors de dégorgeement) et faible densité pour faciliter le dégorgeement et la mise en production.
- ✓ Adaptation aux températures rencontrées lors de l'opération à réaliser. [6]

3.4 Les agents de soutènement :

Le Proppant est un matériau granuleux avec des particules de taille uniforme qui est mélangé avec du fluide de fracturation pendant le processus de fracturation hydraulique pour maintenir les fractures ouvertes. Il existe une variété de différents types d'agents de soutènement, y compris le sable naturel et les agents de soutènement artificiels. Les agents de soutènement artificiels comprennent des matériaux tels que du sable enduit de résine (RCS resin-coated sand) ou des matériaux céramiques solides (strong ceramic materials). Les agents de soutènement

sont disponibles dans une variété de tailles et de formes sphériques différentes pour une variété de situations différentes. Récemment, la demande d'agents de soutènement a augmenté à mesure que les puits de pétrole et de gaz naturel sont amenés à produire plus de pétrole et de gaz grâce à la fracturation hydraulique. Un travail peut nécessiter quelques milliers de tonnes de ce matériau de soutènement. Il existe plusieurs types de matériaux différents utilisés comme agent de soutènement tels que le sable de fracturation naturel traité (natural processed frac sand), le sable enduit de résine (RCS resin-coated sand) et les agents de soutènement en céramique (ceramic proppants). Le resin-coated sand est simplement du sable enduit d'un matériau résineux pour lisser la surface du sable et rendre la forme plus uniforme. Le revêtement du sable en résine augmente sa résistance, ce qui le rend plus souhaitable comme agent de soutènement. Enfin, les agents de soutènement en céramique ont la forme la plus uniforme et le plus résistant des agents de soutènement car leur fabrication est entièrement contrôlée. La forme uniforme de ce type d'agent de soutènement garantit qu'il y a plus d'espace pour le pétrole et le gaz pour s'écouler à travers le matériau de soutènement et hors du puits. Les agents de soutènement sont disponibles dans une variété de tailles de grains différentes, ainsi que de formes différentes. La taille et la forme d'un agent de soutènement sont importantes car elles influencent la conductivité finale dans la fracture induite. [21] (pour plus de détails voir annexe **A3**).

Le succès d'une fracturation hydraulique dépend bien souvent des agents de soutènement qui doivent satisfaire une double condition :

- Etre assez résistant pour maintenir la fracture ouverte.
- Etre distribué d'une manière à permettre l'écoulement des fluides vers le puits de production.

Le comportement des agents de soutènement dans la fracture dépend des caractéristiques liées:

- Aux matériaux utilisés (type d'agent).
- A la roche constituante les lèvres de la fracture (roche tendre, roche dure...).
- A l'état des contraintes régnant dans le réservoir.

Chapitre 4 : Simulation de la fracture hydraulique

1. La base de modélisation des fractures :

Sneddon (1946) et Sneddon et Elliot (1946) [22] ont développé des solutions pour le champ de contraintes et la pression associée aux fissures statiques sous pression. Ils ont montré que la largeur d'une fissure statique en forme de penny (c'est-à-dire circulaire) de rayon R sous pression constante est donnée par l'expression :

$$w(r) = \frac{8P_{net}R(1-\nu^2)}{\pi E} \sqrt{1-(r/R)^2} \quad (4-1)$$

qui décrit un ellipsoïde, et le volume de la crack V par :

$$V = \frac{16(1-\nu^2)R^3}{3E} P_{net} \quad (4-2)$$

où la pression nette Pnet est définie comme la pression dans la fissure moins la contrainte contre laquelle elle s'ouvre, ν est le coefficient de Poisson et E est le module de Young. Sack (1946) a montré que la pression nécessaire pour étendre une fissure de rayon R sous pression constante est donnée par :

$$P_{net} = \sqrt{\frac{\pi\gamma_F E}{2(1-\nu^2)R}} \quad (4-3)$$

où γ_F est l'énergie de surface de fracture spécifique. Les équations 4-1 et 4-2 sont dérivées en utilisant la théorie de l'élasticité linéaire et l'équation 4-3 est dérivée en utilisant la mécanique de la rupture élastique linéaire. La base de l'Eq 4-3 est que l'énergie nécessaire pour créer la surface lorsqu'une fissure se propage doit être égale au travail effectué par la pression dans la fissure pour ouvrir la largeur supplémentaire. Combinaison des équations 4-2 et 4-3, Perkins et Kern (1961) ont montré que la pression de propagation d'une fracture radiale est :

$$P_{net} = \left(\frac{2\pi^3\gamma_F^3 E^2}{3(1-\nu^2)^2 V} \right)^{1/5} \quad (4-4)$$

Ainsi, si le volume de fracture est connu, Pnet peut être calculé et Eq 4-2 utilisé pour déterminer R. Par exemple, si le débit d'injection q_i est constant, le frottement du fluide dans la fracture est négligeable et il n'y a pas de filtration « noleakoff », Eq 4-4 peut être remplacé par l'Eq 4-2 avec le volume V remplacé par $q_i t$ comme :

$$q_i t = \frac{16(1-\nu^2)R^3}{3E} \left\{ \frac{2\pi^3\gamma_F^3 E^2}{3(1-\nu^2)^2 q_i t} \right\}^{1/5} \quad (4-5)$$

où t est le temps. Réorganiser et résoudre pour R,

$$R = \left(\frac{9E q_i^2 t^2}{128\pi\gamma_F(1-\nu^2)} \right)^{1/5} \quad (4-6)$$

Sneddon et Elliott (1946) ont également montré que pour les fractures d'une hauteur fixe h_f et d'une étendue infinie (c'est-à-dire une déformation plane), la largeur maximale est :

$$w = \frac{2P_{net}h_f(1-\nu^2)}{E} \quad (4-7)$$

et la forme de la fracture est elliptique, de sorte que la largeur moyenne $\bar{w} = w(\pi / 4)$. Le terme $E / (1 - \nu^2)$ apparaît si couramment dans les équations de la fracturation hydraulique qu'il est commode de définir le module de déformation plan E' comme :

$$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad (4-8)$$

qui est utilisé pour ce chapitre. (Une déformation plane est une déformation dans laquelle les plans qui étaient parallèles avant la déformation restent parallèles par la suite. C'est généralement une bonne hypothèse pour les fractures dans lesquelles une dimension [longueur ou hauteur] est beaucoup plus grande que l'autre.).[2]

2. Modélisation de la fracture hydraulique

2.1. Dérivation du modèle Perkins et Kern d'une fracture verticale:

Perkins et Kern (1961) ont supposé qu'une fracture verticale de hauteur fixe se propageait dans une zone productrice bien confinée; c'est-à-dire que les contraintes dans les couches au-dessus et au-dessous de la zone productrice sont suffisamment importantes pour empêcher la croissance de fracture hors de la zone. Ils ont en outre assumé les conditions de l'Eq. 4-7, comme le montre la Fig.4-1, que la section transversale de fracture est elliptique avec la largeur maximale à une section transversale proportionnelle à la pression nette en ce point et indépendante de la largeur en tout autre point (c.-à-d. Plan vertical souche). Bien que Perkins et Kern aient développé leur solution pour les fluides non newtoniens et inclus l'écoulement turbulent, on suppose ici que le débit du fluide est régi par l'équation de base pour l'écoulement d'un fluide newtonien dans une section elliptique [2]:

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{64q\mu}{\pi h_f w^3} \quad (4-9)$$

où p est la pression, x est la distance le long de la fracture et μ est la viscosité du fluide. Remplacer Eq 4-7 dans l'Eq 4-9, en remplaçant le débit q par la moitié du débit d'injection ($q_i / 2$) et en supposant que le débit est constant le long de la longueur de fracture (ce qui implique que la filtration « leakoff » et le stockage dans la fracture résultant des augmentations de largeur sont négligés) obtient :

$$P_{net}^3 dP_{net} = - \frac{4}{\pi} \frac{\mu q_i E'^3}{h_f^4} dx \quad (4-10)$$

L'intégration de cette expression le long de la demi-longueur de fracture L obtient, avec $P_{net} = 0$ en pointe de fracture,

$$P_{net} = \left[\frac{16\mu q_i E'^3}{\pi h_f^4} L \right]^{1/4} \quad (4-11)$$

à partir de laquelle Eq 4-7 implique que :

$$w(x) = 3 \left[\frac{\mu q_i (L-x)}{E'} \right]^{1/4} \quad (4-12)$$

Dans les unités de champ « oilfield units » (avec q_i en (bbl / min) et w en in.), La largeur de fracture au puits de forage ($x = 0$) est :

$$w = 0.38 \left(\frac{q_i \mu L}{E'} \right)^{1/4} \quad (4-13)$$

Pour ce modèle, la largeur moyenne de la fracture est de $\pi / 4$ (environ 80%) de la largeur du puits de forage. Avec un fluide newtonien, la largeur du modèle est indépendante de la hauteur de fracture.

Perkins et Kern (1961) ont noté que la pression nette moyenne dans la fracture dépasserait largement la pression minimale de propagation, calculée par une équation similaire à l'Eq 4-4, à moins que le débit du fluide ne soit extrêmement faible ou que le fluide n'ait une valeur irréaliste de viscosité. Ainsi, dans des conditions de fracturation hydraulique typiques, la pression résultant de l'écoulement de fluide est bien supérieure à la pression minimale requise pour prolonger une fracture stationnaire. Cela justifie de négliger les effets de la mécanique de la rupture dans ce modèle. En outre, ils ont souligné que la fracture continuerait de s'étendre après l'arrêt du pompage, jusqu'à ce que la filtration limite l'extension supplémentaire ou que la pression minimale de propagation de la fracture soit atteinte.

Plusieurs observations importantes concernent cette solution:

- hypothèse de comportement en déformation plane dans le sens vertical.
- l'hypothèse que la filtration et le stockage ou le changement de volume dans la fracture pourraient être négligés.
- hypothèse de hauteur fixe.
- pas de fourniture directe de longueur de fracture dans le cadre de la solution.

2.1.1. Inclusion de filtration « Leakoff » :

Bien que Perkins et Kern (1961) aient suggéré que leur travail pourrait être utilisé dans des applications pratiques, ils ont négligé à la fois les filtrations « leakoff » et le stockage du fluide dans la fracture. Ils ont supposé qu'une autre méthode serait utilisée pour calculer la longueur de fracture, comme celle proposée par Carter (1957). Carter a présenté l'équation de base de la filtration. La vitesse de filtration u_L en un point de la paroi de fracture est :

$$u_L = \frac{C_L}{\sqrt{t-t_{exp}}} \quad (4-14)$$

où C_L est le coefficient de filtration, t est le temps courant et t_{exp} est le moment auquel u_L a été exposé. Carter a introduit un bilan de masse simple:

$$q_i = q_L + q_f \quad (4-15)$$

où q_L est le débit de filtration sur toute la fracture et q_f est le débit volumique de stockage dans la fracture. Si la largeur de fracture w est supposée constante dans l'espace et dans le temps, Eq. 4-15 peut être écrit comme :

$$q_i = 2 \int_0^{A_f(t)} u_L dA_f + \bar{w} \frac{dA_f}{dt} \quad (4-16)$$

où A_f est la surface du visage de fracture. Carter a montré que Eq. 4-16 peut être réécrit comme :

$$q_i = 2 \int_0^{A_f(t)} u_L(t - \lambda) \frac{dA_f}{d\lambda} d\lambda + \bar{w} \frac{dA_f}{dt} \quad (4-17)$$

Remplacer Eq 4-14 dans l'Eq 4-17 et en utilisant les transformations de Laplace, il a montré que cela pouvait être résolu pour obtenir :

$$A_f = \frac{q_i \bar{w}}{4\pi C_L^2} \left(e^{S^2} \operatorname{erfc}(S) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} S - 1 \right) \quad (4-18)$$

Ou

$$S = \frac{2C_L\sqrt{\pi t}}{\bar{w}} \quad (4-19)$$

La longueur L de l'aile de fracture en fonction du temps est alors obtenue en divisant la zone par deux fois la hauteur de fracture. Harrington et Hannah (1975) ont montré que l'Eq 4-18 pourrait être simplifiée avec peu de perte de précision pour :

$$A_f = \frac{q_i t}{\bar{w} + 2C_L\sqrt{2t}} \quad (4-20)$$

ce qui est beaucoup plus facile à utiliser pour des calculs simples.

Les plans ont été réalisés en itérant entre la technique de Carter pour obtenir la longueur de fracture en fonction du temps (Eq 4-19) et le modèle Perkins et Kern pour déterminer la largeur (Eq 4-13) jusqu'à ce qu'une solution cohérente soit trouvée, puis Eq 4-11 a été utilisé pour déterminer la pression.

Nordgren (1972) a ajouté la filtration et le stockage dans la fracture (résultant de l'augmentation de la largeur) au modèle de Perkins et Kern, en dérivant ce qui est maintenant connu sous le nom de modèle **PKN**. Pour ajouter le stockage et la filtration, l'équation de continuité (c'est-à-dire la conservation de la masse) est ajoutée à l'ensemble des équations (4-7 et 4-9) utilisées par Perkins et Kern :

$$\frac{\partial q}{\partial x} + q_L + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-21)$$

où q est le débit volumique à travers une section transversale, A est l'aire de la section transversale de la fracture ($\pi w h_f / 4$ pour le modèle PKN), et q_L est le débit volumique de filtration par unité de longueur:

$$q_L = 2 h_f u_L \quad (4-22)$$

où u_L provient de l'Eq 4-14. L'aire transversale A n'est pas A_f , l'aire de la face de fracture. Substituant la pression en termes de largeur, similaire à la méthode de Perkins et Kern, Eq. 4-21 peut s'écrire :

$$\frac{E'}{128 \mu h_f} \frac{\partial^2 w^4}{\partial x^2} = \frac{8C_L}{\pi\sqrt{t-t_{exp}(x)}} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (4-23)$$

Nordgren a résolu cette équation numériquement sous une forme sans dimension pour obtenir la largeur et la longueur en fonction du temps. Le temps sans dimension t_D utilisé dans la solution est défini par :

$$t_D = \left[\frac{64C_L^5 E' h_f}{\pi^3 \mu q_i^2} \right]^{2/3} t \quad (4-24)$$

Le temps sans dimension t_D est une fonction plus forte du coefficient de filtration ($C_L^{10/3}$) que le temps t^1 . La solution de Nordgren ayant finalement été obtenue numériquement, il n'est pas possible de l'exprimer de manière analytique. Cependant, certaines approximations utiles de la géométrie de la fracture pour les cas limites de rendement élevé et faible peuvent être obtenues. Ces expressions fournissent un aperçu physique utile du comportement des fractures. Par exemple, l'équation de la longueur lorsque la filtration est élevée (c'est-à-dire une faible

efficacité) indique que la longueur est déterminée simplement par un équilibre de masse entre la filtration et l'écoulement dans la fracture; c'est-à-dire que la longueur augmente juste assez rapidement pour que le taux de filtration équilibre le débit entrant. Des extensions analytiques du modèle PKN qui incluent des fluides de loi de puissance et une prise en compte explicite de l'efficacité entre les valeurs limites de 0 et 1 peuvent être obtenues.

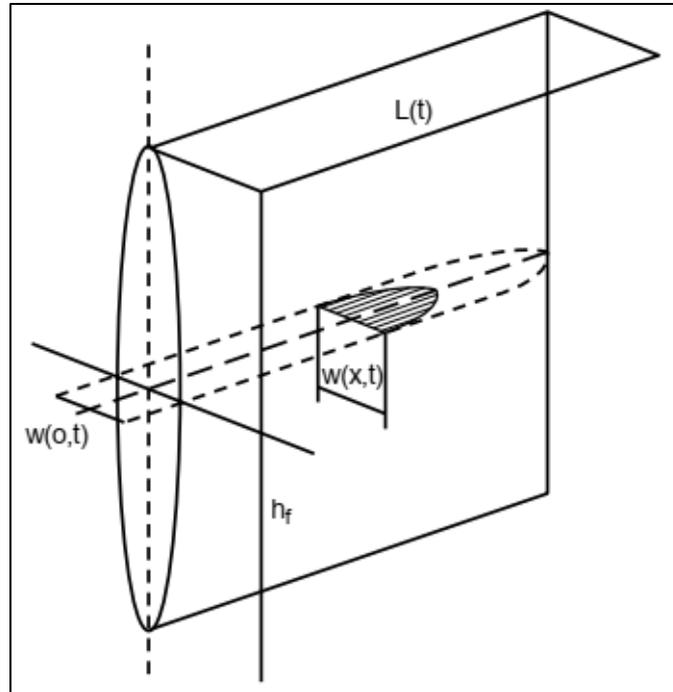


Fig 4-1 : PKN fracture

Nordgren (1972) a dérivé deux approximations limites, pour les cas dominés par le stockage ou à haut rendement (high efficiency) ($tD < 0,01$) et pour les cas dominés par les filtrations ou à faible efficacité (low efficiency) ($tD > 1,0$), avec tD défini par l'éq 4-24. Ils sont utiles pour des estimations rapides de la géométrie et de la pression de la fracture dans les limites des approximations. Les deux solutions limitantes surestiment à la fois la longueur et la largeur de la fracture (l'une néglige la perte de fluide et l'autre néglige le stockage dans la fracture), bien que dans les limites indiquées sur tD , l'erreur soit inférieure à 10%.

- **L'approximation « high-efficiency » ($\eta \rightarrow 1$) dominée par le stockage est :**

$$L(t) = 0.39 \left[\frac{E' q_i^3}{\mu h_f^4} \right]^{1/5} t^{4/5} \quad (4A-1)$$

$$w_w = 2.18 \left[\frac{\mu q_i^2}{E' h_f} \right]^{1/5} t^{1/5} \quad (4A-2)$$

- **L'approximation « low-efficiency » ($\eta \rightarrow 0$) filtration élevée est :**

$$L(t) = \frac{q_i t^{1/2}}{2 \pi C_L h_f} \quad (4B-1)$$

$$w_w = 4 \left[\frac{\mu q_i^2}{\pi^3 E' C_L h_f} \right]^{1/4} t^{1/8} \quad (4B-2)$$

Une fois que la largeur est déterminée à partir de l'Eq 4A-2 ou 4B-2, la pression peut être trouvée à partir de l'équation 4-7.

Il est important de souligner à nouveau que même pour les fractures contenues (confined fracture), la solution PKN n'est valable que lorsque la longueur de la fracture est bien supérieure à la hauteur (fig.4-1.). En règle générale, si la hauteur est inférieure à environ un tiers de la longueur totale de la fracture ($L/h > 3$) (tip-to-tip : la hauteur de la pointe à la pointe), l'erreur résultant de l'hypothèse de déformation plane est négligeable.

2.2. Dérivation du modèle Khristianovich – Geertsma– de Klerk

Khristianovich et Zheltov (1955) ont dérivé une solution pour la propagation d'une fracture hydraulique en supposant que la largeur de la fracture à n'importe quelle distance du puits est indépendante de la position verticale (c'est-à-dire une section transversale rectangulaire avec glissement aux limites supérieure et inférieure) fig.4-3, ce qui est une hypothèse raisonnable pour une fracture d'une hauteur bien supérieure à sa longueur. Leur solution inclut les aspects mécaniques de la rupture de fracture. Ils ont reconnu que pour résoudre ce problème de manière analytique, il était nécessaire de simplifier la solution. Ils ont fait cela en supposant que le débit dans la fracture est constant et que la pression dans la fracture pourrait être approximée par une pression constante dans la majorité du corps de la fracture, à l'exception d'une petite région près de la pointe (l'extrémité de fracture) sans pénétration de fluide, et donc pas de pression de fluide. Cette hypothèse peut être faite parce que le gradient de pression provoqué par l'écoulement de fluide est très sensible à la largeur de fracture et se produit donc principalement dans la région de la pointe. Le concept de retard de fluide (fluid lag) reste un élément important de la mécanique de la fracture et a été validé à l'échelle du terrain (Warpinski, 1985). Ils ont montré qu'à condition que cette région sèche soit assez petite (quelques pour cent de la longueur totale), la pression dans le corps principal de la fracture est presque égale à la pression au puits sur la majeure partie de la longueur, avec une forte diminution près de la pointe (tip of fracture). En utilisant le résultat de Khristianovich et Zheltov selon lequel la région de la pointe est très petite, Geertsma et de Klerk (1969) ont donné une solution beaucoup plus simple au même problème. Leur dérivation est décrite ci-dessous. Pour une section rectangulaire, l'équivalent de l'Eq. 4-9 est :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{12 \mu q}{h_f w^3} \quad (4-25)$$

qui peut être écrit sous forme intégrale comme :

$$P_{net} = \frac{6 \mu q_i}{h_f} \int_0^L \frac{\partial x}{w^3} \quad (4-26)$$

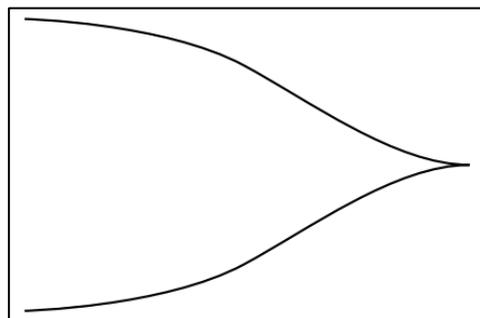


Fig 4-2 : État de la pointe de Barenblatt.

On peut montrer que l'application de la condition de pointe de Barenblatt (qui nécessite que la pointe de fracture se ferme en douceur, comme illustré sur la fig 4-2) implique que le facteur d'intensité de contrainte est nul:

$$\int_0^L \frac{P_{net}(x) \partial x}{\sqrt{1 - (\frac{x}{L})^2}} = 0 \quad (4-27)$$

Le profil de largeur avec une petite région de pointe non pressée est proche de celui obtenu pour une pression nette constante sur toute la fracture, ce qui équivaut à Eq 4-7 avec h_f remplacé par $2L$:

$$w_w = \frac{4}{E'} P_{net} L \quad (4-28)$$

Résolution des équations. 4-26 à 4-28, ils ont trouvé des expressions de la forme donnée par Perkins et Kern (1961):

$$P_{net} = \left[\frac{24 \mu q_i E'^3}{64 \pi h_f L} \right]^{1/4} \quad (6-29)$$

avec la largeur de fracture au puits donnée par :

$$w_w = \left[\frac{84 \mu q_i L^2}{\pi E' h_f} \right]^{1/4} \quad (6-30)$$

Pour aucune filtration, les équations peuvent être résolues pour la longueur et la largeur, respectivement:

$$L(t) = 0.38 \left[\frac{E' q_i^3}{\mu h_f^3} \right]^{1/6} t^{2/3} \quad (6-31)$$

$$w_w = 1.48 \left[\frac{\mu q_i^3}{E' h_f^3} \right]^{1/6} t^{1/3} \quad (6-32)$$

La solution à filtration élevée pour le modèle PKN (Eq. 4B-1) s'applique également au modèle KGD, mais Geertsma et de Klerk n'ont pas fourni de relation de largeur explicite pour le modèle KGD en cas de filtration élevée.

Geertsma et de Klerk ont également étendu le modèle pour inclure les filtrations de fluide, en suivant la méthode de Carter (1957). La perte de fluide est incorporée en supposant qu'elle n'a aucun effet sur la forme de la fracture ou la distribution de la pression. Le volume d'une fracture KGD à deux ailes est :

$$V_f = \frac{\pi}{2} h_f L w_w \quad (4-33)$$

En effectuant une procédure d'équilibrage des volumes et de solution similaire à celle de Carter, ils ont obtenu :

$$A_f = \frac{q_i w_w}{64 C_l^2 h_f} \left(e^{S^2} \operatorname{erfc}(S) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} S - 1 \right) \quad (4-34)$$

où

$$S = \frac{2C_L\sqrt{\pi t}}{\pi w_w} \quad (4-35)$$

Pour inclure les effets de la perte de poussée « Spurt Loss » S_p , w_w doit être remplacé par $w_w + \left(\frac{8}{\pi}\right) S_p$, ce qui équivaut à la relation de Carter avec w remplacé par $\bar{w} \pm 2S_p$ et $\bar{w} = \pi w/4$.

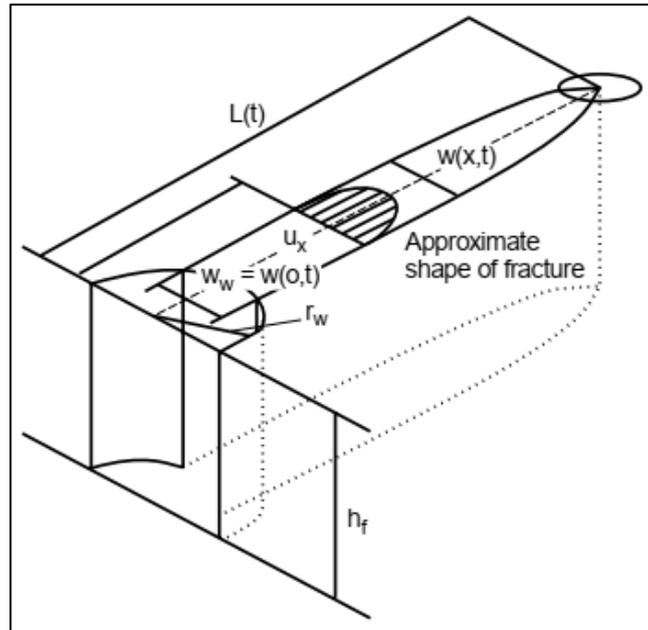


Fig 4-3 : KGD fracture

2.3. Hypothèses des modèles PKN et KGD

Les modèles PKN et KGD contiennent un certain nombre d'hypothèses qui sont revisités dans cette section. Ils supposent que la fracture est plane (c'est-à-dire qu'elle se propage dans une direction particulière, perpendiculaire à la contrainte minimale, comme décrit précédemment). Ils supposent également que l'écoulement du fluide est unidimensionnel (1D) sur la longueur de la fracture. Dans le cas des modèles décrits, ils supposent des fluides newtoniens (bien que Perkins et Kern aient également fourni des solutions pour les fluides de la loi de puissance), et le comportement de filtration est régi par une expression simple dérivée de la théorie de la filtration (Eq. 4-14). La roche dans laquelle se propage la fracture est supposée être un solide élastique linéaire isotrope continu, homogène; la fracture est considérée comme étant de hauteur fixe ou complètement confinée dans une couche donnée; et l'une de deux hypothèses est faite concernant le rapport longueur / hauteur de la fracture - c'est-à-dire que la hauteur est grande (KGD) ou petite (PKN) par rapport à la longueur. Enfin, le modèle KGD inclut l'hypothèse que les processus de pointe « tip processes » dominent la propagation de la fracture, alors que le modèle PKN néglige complètement la mécanique de la rupture. Depuis le développement de ces modèles, de nombreuses extensions ont été faites pour assouplir ces hypothèses, dont les plus importantes sont les solutions pour les fluides de loi de puissance. Ces deux modèles sont encore utilisés pour concevoir des traitements et sont généralement disponibles en option dans les simulateurs.

Des solutions similaires peuvent être dérivées pour les fractures radiales (voir Annexe A4).

Les modèles simples discutés dans les sections précédentes sont limités car ils obligent l'ingénieur à spécifier la hauteur de fracture. Il s'agit d'une limitation importante, car il n'est pas

toujours évident à partir des logs et d'autres données où ou si la fracture sera contenue. En outre, la hauteur de fracture varie généralement du puits (où la pression est la plus élevée) à l'extrémité de la fracture. Cette limitation peut être corrigée par l'utilisation de modèles planar-3D (PL3D) et pseudo-3D (P3D).

Les trois principaux types de modèles de fracture hydraulique qui incluent la croissance en hauteur sont classés en fonction de leurs principales hypothèses. [2]

- Les modèles 3D généraux ne font aucune hypothèse sur l'orientation de la fracture. Des facteurs tels que l'orientation du puits de forage ou le motif de perforation peuvent provoquer le déclenchement de la fracture dans une direction particulière avant de se transformer en une orientation finale préférée (perpendiculaire à la contrainte in situ minimale en champ lointain). Les simulateurs incorporant de tels modèles nécessitent beaucoup de calculs et nécessitent généralement un spécialiste pour obtenir et interpréter les résultats. Ils sont plus applicables dans les environnements de recherche, pour lesquels ils sont utilisés pour étudier les détails de l'initiation de la fracture et les complexités à proximité du puits, plutôt que la croissance globale de la fracture.

Ces modèles ne sont pas abordés plus en détail dans notre travail.

- Les modèles 3D planaires sont basés sur l'hypothèse que la fracture est plane et orientée perpendiculairement à la contrainte in situ minimale en champ lointain. Aucune tentative n'est faite pour tenir compte des complexités qui entraînent des écarts par rapport à ce comportement planaire. Les simulateurs basés sur de tels modèles sont également exigeants en termes de calcul, ils ne sont donc généralement pas utilisés pour les conceptions de routine. Ils doivent être utilisés lorsqu'une partie importante du volume de fracture se trouve en dehors de la zone où la fracture commence ou là où il y a plus d'écoulement de fluide vertical qu'horizontal. De tels cas surviennent généralement lorsque le stress dans les couches autour de la zone de productrice est similaire ou inférieur à celui de la couche productrice.

- Les modèles P3D tentent de capturer le comportement significatif des modèles planaires sans la complexité de calcul. Les deux types principaux sont appelés ici « lumped » regroupé et « cell-based » à base de cellules. Dans les modèles « lumped » (ou elliptiques), le profil vertical de la fracture est supposé être constitué de deux demi-ellipses jointes au centre. La longueur horizontale et les extensions verticales des extrémités du puits de forage sont calculées à chaque pas de temps, et la forme supposée est adaptée à ces positions. Ces modèles font l'hypothèse inhérente que l'écoulement du fluide se fait le long des lignes de courant depuis les perforations jusqu'au bord de l'ellipse et que les lignes de courant ont une forme particulière. Les modèles « cell-based » à base de cellules traitent la fracture comme une série de cellules connectées. Ils ne prescrivent pas une forme de fracture, mais supposent généralement une déformation plane (c'est-à-dire que chaque cellule agit indépendamment) et ne couplent pas complètement le calcul de l'écoulement du fluide dans la direction verticale au calcul de la géométrie de la fracture. Dans les modèles à hauteur fixe décrits précédemment, aucune considération n'est accordée aux couches entourant la zone fracturée. Les modèles planaire et P3D utilisent des données sur les propriétés des zones environnantes pour prédire le taux de croissance dans ces zones. Aux fins de ce chapitre, les modèles 3D plans sont définis comme ceux dans lesquels le calcul du champ d'écoulement de fluide 2D complet dans la fracture est couplé à la réponse élastique de la roche, et les modèles P3D sont définis comme ceux qui se rapprochent soit du couplage ou l'élasticité d'une certaine manière. Quel que soit le type de modèle utilisé pour

calculer la géométrie de la fracture, seules des données limitées sont disponibles sur les traitements typiques pour valider le modèle utilisé. Pour les traitements commerciaux, l'historique de pression pendant le traitement est généralement les seules données disponibles pour valider le modèle. Même dans ces cas, la qualité des données est discutable si la pression de fond doit être déduite de la pression de surface. La pression de fond n'est pas non plus suffisante pour déterminer de manière unique la géométrie de la fracture en l'absence d'autres informations, telles que celles dérivées des inclinomètres (Downhole tiltmeters) et des données micro-sismiques. Si un simulateur incorpore le bon modèle, il doit correspondre aux deux : traitement de pression et la géométrie de fracture. [2]

2.4. Downhole tiltmeters :

Le développement de la largeur dans une fracture hydraulique entraîne une déformation élastique de la formation. Cette déformation peut être utilisée pour des diagnostics de fracture afin de fournir des informations importantes sur la hauteur et la largeur de la fracture ainsi que sur les caractéristiques de la formation.

Lorsqu'une fracture est ouverte, la déformation de la roche s'étend sur de grandes distances dans le réservoir. Bien que la déformation soit faible à des distances de plus de quelques dizaines de pieds, des dispositifs d'inclinaison très sensibles peuvent mesurer ces petits changements de position. Un inclinomètre ne mesure pas réellement le déplacement de la terre, mais plutôt la courbure du déplacement, et il est capable de mesurer jusqu'à une résolution nanoradienne (un nanoradian est l'angle induit en étirant une ligne de New York à Los Angeles environ 4000 km et en élevant le Côté New York par le diamètre d'un crayon). Les inclinomètres sont utilisés depuis longtemps pour le diagnostic de surface du mouvement de la terre, mais l'application d'une série d'inclinomètres de fond fournit des données de fracture très sensibles. La figure 4-4 montre un schéma de la réponse d'inclinaison de la formation mesurée dans un puits décalé par rapport au traitement de fracture.

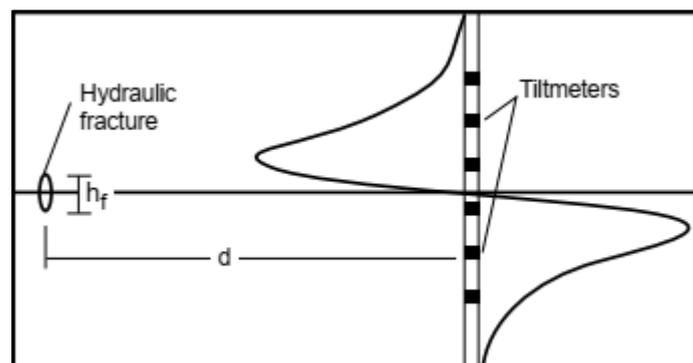


Fig.4-4. Réponse de l'inclinomètre à la largeur de la fracture hydraulique.

La courbe caractéristique en forme de S est typique de l'inclinaison, par opposition à la déformation, et peut être expliquée simplement. Directement en face de la fracture, la roche est repoussée, mais n'est pas inclinée sur l'axe géométrique de la fracture, et il n'y a aucune inclinaison. Au-dessus de la fracture, la terre subit une courbure qui est définie comme négative pour cet exemple. La courbure atteint un maximum en un point bien défini, puis diminue jusqu'à zéro à mesure que la distance de la fracture augmente. Le bas est identique au haut, sauf que la courbure a la direction opposée et le signe opposé.

Deux aspects de cette distribution sont importants pour les diagnostics. Premièrement, les emplacements des valeurs d'inclinaison maximales sont fonction de la hauteur h_f de la fracture par rapport à la distance d . Ainsi, la hauteur de fracture peut être rapidement estimée. Deuxièmement, l'amplitude de l'inclinaison est fonction de la largeur de la fracture, de sorte que la largeur pendant la fracturation, et éventuellement la largeur étayée finale, peuvent également être estimées. Branagan et coll. (1996) ont donné un exemple de l'application des inclinomètres au calcul de la géométrie des fractures hydrauliques. [2]

2.5. Modèles tridimensionnels planaires (Planar three-dimensional models) PL3D :

Une fracture plane est un canal étroit de largeur variable à travers lequel le fluide s'écoule. La géométrie de la fracture est définie par sa largeur et la forme de sa périphérie (c'est-à-dire la hauteur à n'importe quelle distance du puits et sa longueur). La largeur en tout point et la forme générale varient avec le temps. Ils dépendent de la répartition de la pression, elle-même déterminée par les gradients de pression provoqués par l'écoulement du fluide dans la fracture. Du fait que la relation entre le gradient de pression et le débit est très sensible à la largeur de fracture (équation 4-9), la géométrie et l'écoulement du fluide sont étroitement couplés. Bien que la mécanique de ces processus soit décrite séparément dans cette section, la complexité de la résolution de tout modèle de fracture réside dans le couplage étroit entre les différents processus.

Hirth et Lothe (1968) et Bui (1977) ont montré comment la pression et la largeur d'une fracture peuvent être liées. Fondamentalement, la largeur en tout point (x, y) est déterminée par une intégrale de la pression nette sur toute la fracture, exprimée comme [2]:

$$w(x, y) = \iint_S f(x - x', y - y')(p(x', y') - \sigma(x', y')) \partial x' \partial y' \quad (4-36)$$

où σ est la contrainte.

Les détails de la fonction d'influence élastique f dans l'Eq 4-36 sortent du cadre de ce travail. Formes utilisables d'Eq 4-36 ne peut être dérivé généralement que pour des matériaux élastiques linéaires homogènes. Dans les applications de fracturation, on suppose généralement que la roche est isotrope. La forme de la fracture évolue avec le temps. Essentiellement, la limite (c'est-à-dire les pointes verticales et horizontales) se déplace vers l'extérieur lorsque le fluide fournit suffisamment d'énergie pour fracturer la roche à la limite. on suppose que ce processus est décrit par la mécanique linéaire de la rupture élastique (LEFM). Si le critère de rupture LEFM est dépassé en un point quelconque de la périphérie de la fracture, la fracture s'étendra jusqu'à ce que le critère soit à nouveau satisfait. Pour les formes simples et les distributions de pression, telles que les ellipses sous pression constante, le critère peut être spécifié de manière analytique, similaire à Eq 4-3. Pour les formes et les distributions de pression plus complexes, les solutions analytiques ne sont pas disponibles. Dans ces cas, on peut montrer qu'un critère relativement simple peut être écrit en termes de largeur près de la pointe et du facteur d'intensité de contrainte critique ou de ténacité à la rupture K_{IC} , qui est présenté au chapitre 3:

$$w(x) = \frac{4\sqrt{2}K_{IC}}{\sqrt{\pi E'}} \sqrt{x} \quad (4-37)$$

où x est la distance mesurée à partir de la pointe (tip).

L'écoulement du fluide est décrit par des équations pour la conservation de la masse (une forme générale de l'équation 4- 21, y compris la densité ρ et exprimée en termes de vitesse u):

$$\left(\frac{\partial(\rho w u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w u_y)}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + 2\rho u_L = 0 \quad (4-38)$$

qui peut être écrit comme une équation vectorielle:

$$\nabla(\rho w \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + 2\rho u_L = 0 \quad (4-39)$$

et la conservation de la quantité de mouvement (une forme générale de l'équation 4-9) est :

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\nabla P - [\nabla \tau] + \rho \bar{g} \quad (4-40)$$

où τ est la contrainte de cisaillement et g est l'accélération de la pesanteur.

Les deux premiers termes de l'Eq 4-38 concernent le changement spatial du vecteur de débit massique, et les deux seconds termes représentent le stockage résultant des augmentations de largeur et des filtrations, respectivement. L'équation 4-40 est une équation vectorielle. Le terme sur le côté gauche est le taux de changement de quantité de mouvement, et les termes sur le côté droit sont la pression, les forces visqueuses et gravitationnelles, respectivement. Il déclare simplement qu'un petit élément de fluide accélère en raison des forces agissant sur lui. Cette équation peut être développée puis simplifiée pour les géométries d'intérêt en fracturation hydraulique. Pour un composant particulier, tel que le composant x , Eq. 4-40 peut être écrit comme :

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) + \rho g_x \quad (4-41)$$

Une loi de comportement reliant les contraintes τ au débit est nécessaire pour compléter la description de l'écoulement du fluide. Dans le cas d'un écoulement constant dans un canal étroit tel qu'une fracture, les détails complets de la loi de comportement ne sont pas nécessaires, car la largeur étroite de la fracture entraîne la dominance complète de certains termes de contrainte. Les seuls termes d'intérêt sont les contraintes de cisaillement induites par les gradients de vitesse à travers la fracture. De plus, on utilise l'approximation de la lubrification, donc l'écoulement perpendiculaire à la paroi de fracture (la direction z) est négligé. Avec ces hypothèses, les équations de la contrainte dans un fluide newtonien se réduisent à :

$$\begin{aligned} \tau_{xz} = \tau_{zx} &= -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right) \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= -\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z}\right), \end{aligned} \quad (4-42)$$

et Eq 4-41 peut être écrit comme :

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}\right) + \rho g_x \quad (4-43)$$

Pour le cas particulier d'un canal étroit (écoulement de Poiseuille), où les gradients de vitesse parallèles à l'écoulement sont petits et il n'y a pas d'écoulement perpendiculaire au canal, le terme dépendant du temps se simplifie en une dérivée partielle de la vitesse par rapport au

temps. On suppose généralement que le flux est en régime permanent, ce qui obtient finalement :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right) + \rho g_x \quad (4-44)$$

et une équation similaire pour la composante y.

Les équations 4-36 à 4-44 résument le modèle 3D planaire pour les fluides newtoniens. Des résultats similaires peuvent être obtenus pour les fluides non newtoniens (voir L'Annexe A4). Ces équations ne se prêtent généralement pas à des solutions analytiques, mais nécessitent une simulation numérique. De plus, bien qu'il soit relativement simple d'écrire les équations conceptuelles, des solutions numériques efficaces et robustes sont difficiles à obtenir. Les principales raisons de cette difficulté sont le couplage extrêmement étroit des différentes parties de la solution (par exemple, écoulement de fluide et déformation solide), la relation non linéaire entre la largeur et la pression, et la complexité d'un problème de frontière mobile.

La première implémentation numérique d'un modèle planaire a été rapportée par Clifton et Abou Sayed (1979). Essentiellement, leur approche consistait à définir une petite fracture, initiée au niveau des perforations, à la diviser en un nombre d'éléments égaux (généralement 16 carrés), puis à commencer la résolution des équations. Au fur et à mesure que la limite s'étend, les éléments se déforment pour s'adapter à la nouvelle forme. Une difficulté avec une telle solution est que les éléments peuvent développer de grands rapports d'aspect et de très petits angles. Les schémas numériques généralement utilisés pour résoudre les équations ne fonctionnent généralement pas bien avec de telles formes.

Une formulation différente a été décrite par Barree (1983) et de nombreuses applications sur le terrain ont été signalées. Il évite parfaitement le problème de la distorsion de la grille en divisant le réservoir en couches en une grille d'éléments rectangulaires de taille égale, qui sont définis sur toute la région que la fracture peut couvrir. Dans ce cas, la grille ne bouge pas. Au lieu de cela, lorsque le critère de défaillance est dépassé, les éléments situés en amont de la pointe défaillante sont ouverts pour s'écouler et faire partie de la fracture. Deux limites de cette approche sont que :

- le nombre d'éléments de la simulation augmente au fur et à mesure de la simulation, de sorte que le nombre initial peut être petit, ce qui entraîne une imprécision.
- la taille générale de la fracture doit être estimée avant la simulation pour s'assurer qu'un nombre «raisonnable» d'éléments est utilisé.

Pour bien comprendre le déroulement d'un modèle PL3D nous prenons l'exemple d'un algorithme explicite pour la modélisation de la croissance des fractures hydrauliques planaires en 3D basé sur une méthode de super-temporisation [23] , Nous considérons une fracture hydraulique 3D plane se développant dans un milieu imperméable linéairement élastique représenté sur la fig 4-5. Un PL3D HF se propage dans le plan x - y avec une source d'injection $Q_0(t)$ à l'origine du système de coordonnées. La croissance de fracture hydraulique implique une déformation élastique de la roche, un écoulement de fluide dans la fracture hydraulique et une rupture de roche à la pointe de la fracture.

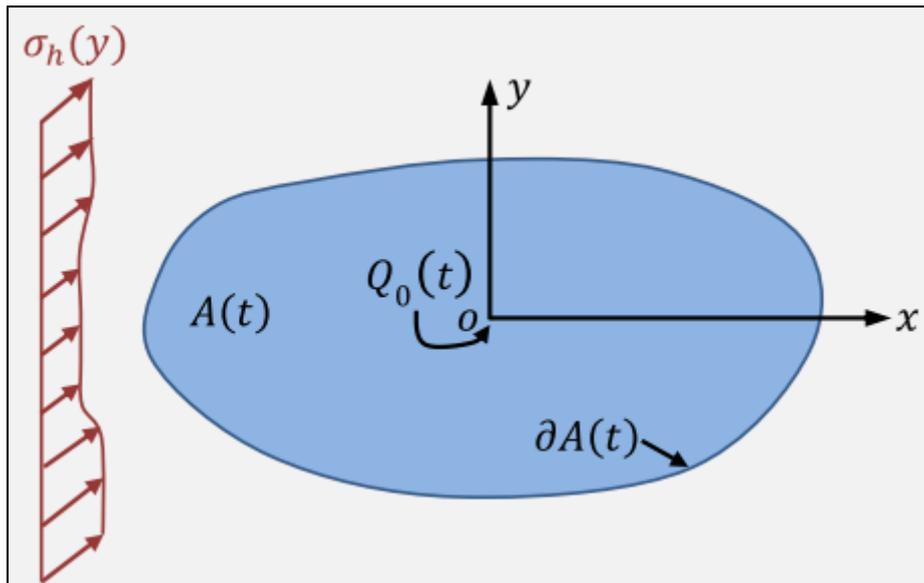


Fig 4-5 : Schéma d'une fracture plane en 3D avec une empreinte $A(t)$ et un front de fracture $\partial A(t)$. La contrainte de confinement perpendiculaire au plan de fracture est fonction de y . Le débit d'injection est fonction du temps d'injection t . La position d'injection est située à l'origine du système de coordonnées.

Pour rendre le problème traitable, une liste des hypothèses suivant est faite [23]:

- (1) Un PL3D HF se développe dans un milieu élastique linéaire avec un module de Young homogène E et un coefficient de Poisson ν .
- (2) La croissance de la fracture est quasi-statique et répond au critère de rupture LEFM.
- (3) Le débit du fluide est régi par la théorie de la lubrification. Le fluide est incompressible et newtonien.
- (4) Le front de fracture coïncide avec le front de fluide car le décalage entre les deux fronts est négligeable en raison de la forte contrainte de confinement dans les réservoirs souterrains.

Les conditions de contrainte sont également données sur la figure 4-5. La contrainte de confinement à travers le plan de fracture est σ_h . Notez que la ténacité à la fracture de la roche K_{Ic} peut être anisotrope. La ténacité anisotrope et la filtration de fluide dans la masse rocheuse peuvent être incorporées sans trop de difficultés. Compte tenu des hypothèses, on cherche donc les solutions en fonction de la coordonnée x , y et du temps d'injection t , pour le front de fracture ∂A , la largeur de fracture w , la pression de fracture p , et la pression d'injection du puits p_0 pendant le processus de fracturation .

- **Équations gouvernantes**
 - **Élasticité**

Pour une fracture plane 3D soumise à une charge normale, la relation entre la largeur de fracture w et la pression nette agissant sur la fracture peut être donnée par une équation intégrale aux limites (Peirce et Detournay, 2008), forme utilisable de Eq 4-36 :

$$p(x, y, t) - \sigma_h(y) = -\frac{E'}{8\pi} \iint_{A(t)} \frac{w(x', y', t)}{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2]^{3/2}} dx' y' \quad (4-45)$$

où A (t) est l'empreinte de la fracture au moment d'injection t.

- **Lubrification**

Pour l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien incompressible dans la fracture hydraulique, le flux de fluide q est donné selon l'équation de Poiseuille, L'équation de lubrification est :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{12\mu} \nabla \cdot w^3 \nabla p + \delta(x, y) Q_0(t) \quad (4-46)$$

où $\nabla = (\partial / \partial x, \partial / \partial y)$ est un opérateur de gradient dans le plan de fracture. $\delta(x, y)$ est une fonction delta de Dirac, et $Q_0(t)$ est le débit d'injection.

- **Conditions initiales et aux limites**

La condition initiale est que l'ouverture le long de la fracture soit nulle, c'est-à-dire:

$$w(x, y, 0) = 0$$

Comme le retard de fluide est négligé, la condition aux limites au front de fracture est donnée comme

$$w(x_{tip}, y_{tip}, t) = 0, \quad q(x_{tip}, y_{tip}, t) = 0$$

où (x_{tip}, y_{tip}) est l'emplacement de la pointe de fracture.

La propagation de la fracture hydraulique est régie par le critère de rupture en traction LEFM, à savoir

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{w}{r^{0.5}} = \frac{K'_{IC}}{E'}$$

où r est la distance de la pointe de la fracture.

Le maillage pour le modèle PL3D est fourni sur la figure 4-6. L'empreinte de la fracture hydraulique est couverte par une série d'éléments rectangulaires de dimensions x et y. Chaque élément a une coordonnée (i, j) pour sa position dans le maillage. Quatre types d'éléments sont considérés en fonction de leurs fonctions, y compris channel, tip, survey, et non-survey elements. « Channel » Les éléments de canal (c à d fracture) et « tip » les éléments de pointe sont des éléments activés qui ont une largeur non nulle car ils sont occupés par l'empreinte de

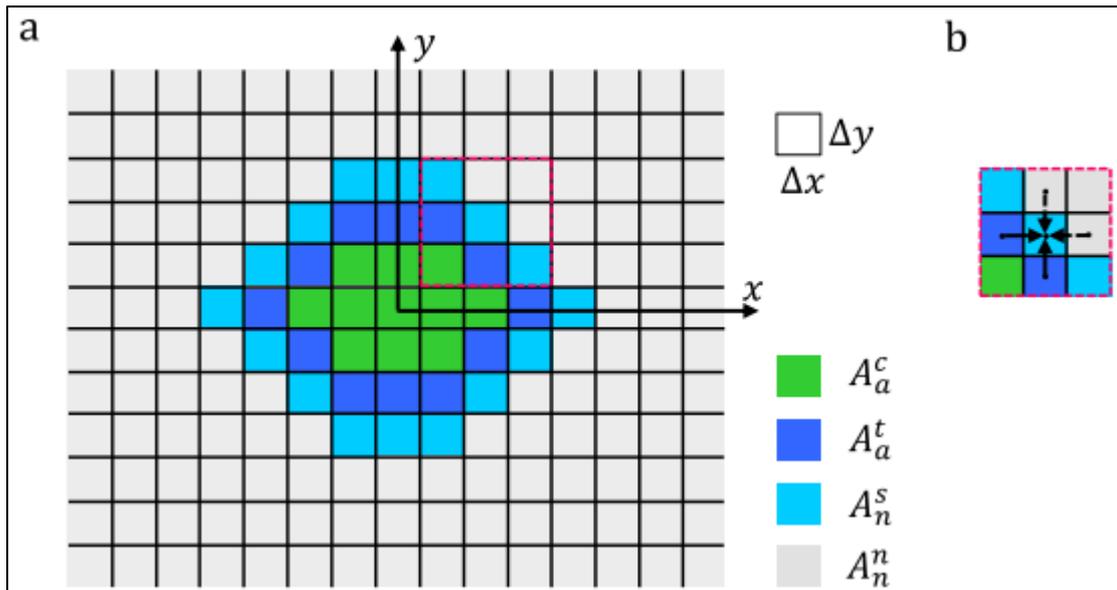


Fig 4-6 : Schéma du système de maillage pour une fracture hydraulique: (a) type d'élément, où A_a^c est la partie de canal des éléments activés, A_a^t est la partie de tip des éléments activés, A_n^s est la partie d'enquête « survey » de les éléments non activés, et A_n^n est la partie non-survey des éléments non activés; (b) détermination du front de fracture.

fracture. « Survey » Les éléments d'enquête et « non-survey » les éléments non d'enquête sont des éléments non activés. Les éléments d'enquête sont à côté des éléments de pointe, qui sont des éléments potentiels pour faire partie de la surface de fracture lorsque l'élément de pointe adjacent atteint le critère de propagation. Les fronts de fracture peuvent être localisés par les éléments de pointe ou le contour de largeur de tous les éléments. À noter que la définition des éléments d'enquête diffère d'un modèle à un autre. Notre objectif est de comprendre la structure du modèle.

Le flux de fluide à travers le bord de chaque élément est calculé pour l'équilibre massique du fluide, et la largeur de fracture et la pression sont calculées au centre de chaque élément pour l'équilibre des forces. Les expressions pour régir les équations seront données ci-dessous.

L'Eq (4-45) peut être exprimé sous forme matricielle :

$$p = \sigma_h + C w \quad (4-47)$$

où C est une matrice de coefficients, w est la largeur de fracture et p est la pression de fracture au pas de temps actuel et :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = [\theta A(w)p + (1 - \theta)A(w^0)p^0] + S \quad (4-48)$$

où w^0 est la largeur de la fracture au pas de temps précédent, A est la matrice de coefficients et S est la matrice source de l'Eq (4-46), et $\theta \in [0, 1]$ est un coefficient. Lorsque $\theta = 0$, l'Equation est un schéma explicite, alors que c'est un schéma entièrement implicite dans le cas de $\theta = 1$.

Remplacer l'Eq (4-47) dans l'Eq (4-48), nous pouvons obtenir une équation différentielle ordinaire non linéaire couplée comme suit :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = [\theta A(w)(\sigma_h + C w) + (1 - \theta)A(w^0)(\sigma_h + C w^0)] + S \quad (4-49)$$

Lorsque $\theta = 0$, on a

$$\frac{\partial w}{\partial t} = [A(w^0)C w^0 + A(w^0)\sigma_h] + S = M w^0 \quad (4-50)$$

où M est défini comme la matrice d'état initial importée du pas de temps précédent.

Pour les équations paraboliques, une méthode de pas de temps explicite efficace est toujours possible (Martín-Vaquero et Janssen, 2009; Meyer et al., 2012). Par exemple, une méthode avec un domaine de stabilité étendu pour les pas de temps s'est avérée efficace et efficiente (Hairer et Wanner, 1996). Dans l'article, pour accélérer le calcul, une approche explicite, appelée Runge – Kutta – Legendre (RKL), est adoptée.[23]

La méthode RKL est une sorte de méthodes Runge – Kutta (RK) stabilisées. En général, la méthode utilise des étapes RK explicites conçues de manière stratégique pour stabiliser la solution dans un pas de temps plus long.

La méthode RKL utilise des polynômes de Legendre décalés pour construire les solutions d'étage afin d'obtenir un résultat précis. Les étapes internes s sont choisies en fonction de la relation de récursivité du polynôme de Legendre. Le domaine temporel numériquement stable peut être étendu jusqu'à $\sim s^2 \Delta t$. De plus, la méthode RKL a une caractéristique souhaitée de préservation de la monotonie. Ceci est important pour résoudre efficacement Eq. (4-50) à coefficients de diffusion variables. Plus de détails sur la méthode RKL ont été documentés par Meyer et al. (2014).

Le schéma RKL utilisé dans le modèle actuel est donné comme :

$$W_0 = w_m W_1 = f(\Delta t, s, w_m, w_{m+1}) \quad (4-51)$$

où Δt est le pas de temps du schéma RKL, s est le numéro d'étape interne, w_m est la largeur de fracture au pas de temps précédent, et w_{m+1} est la largeur de fracture pour le pas de temps actuel. Le schéma RKL montré dans l'Eq. (4-51) est d'une précision de second ordre dans le temps et le pas de temps CFL(Courant Friedrichs Lewy) est :

$$\Delta t \leq \frac{s^2 + s - 2}{4} \Delta t_e, \quad \Delta t_e = \frac{\mu}{E'} \frac{[\min(\Delta x, \Delta y)]^3}{\bar{w}^3} \quad (4-52)$$

Δt_e est le pas de temps stable maximum pour un schéma d'Euler explicite.

La propagation de la fracture hydraulique ayant un comportement à plusieurs échelles, un pas de temps constant n'est pas efficace pour capturer la croissance de la fracture. Pour rendre le schéma numérique plus efficace, le pas de temps t est déterminé par la vitesse de croissance de la fracture à chaque pas de temps.

Le facteur d'intensité de contrainte de l'élément de pointe peut être calculé à partir de la largeur de l'élément comme :

$$K_I = \frac{0.806 w_t E' \pi}{4 \sqrt{l_s}} \quad (4-53)$$

où w_t est la largeur de fracture de l'élément de pointe, et l_s est la demi-longueur de l'élément dans la direction perpendiculaire au front de fracture.

Le front de fracture en marche est suivi par une méthode de grille fixe comme décrit ci-dessous (Barree, 1983; Xu et Wong, 2013). Le facteur d'intensité de contrainte de chaque élément d'extrémité peut être calculé en résolvant l'Eq (4-53) en fonction de la largeur de fracture. Lorsque le critère de propagation est satisfait au niveau d'un élément tip, il est mis à jour en tant qu'élément de canal et les éléments d'enquête « survey » adjacents sont reclassés en tant qu'éléments tip. Notons que pour le cas de l'anisotropie de la ténacité à la rupture, le critère de propagation est modifié comme

$$\begin{cases} K_I = K_{IC}^H \\ K_I = K_{IC}^V \end{cases}, \quad (4-54)$$

où K_{IC}^H et K_{IC}^V sont respectivement la ténacité à la rupture horizontale et verticale.

Pour ce cas d'anisotropie, lorsque le facteur d'intensité de contrainte de l'élément d'extrémité atteint la ténacité horizontale à la fracture, l'élément d'enquête est / ouest à côté de l'élément d'extrémité est activé; de même, lorsque le facteur d'intensité de contrainte atteint la ténacité verticale à la fracture, l'élément d'étude nord / sud à côté de l'élément d'extrémité est activé. Le front de fracture est approximativement reconstruit par cette méthode de marche à grille fixe.

- **Détermination du pas de temps**

La vitesse de propagation d'une fracture hydraulique diminue dans le temps car son volume de fracture augmente plus lentement à un débit d'injection constant si la longueur de fracture est suffisamment grande. De plus, la vitesse de propagation d'une fracture hydraulique change avec les paramètres d'injection et la distribution des contraintes ou de la ténacité. Par conséquent, un algorithme de pas de temps adaptatif approprié est nécessaire pour capturer le front de fracture. Dans l'étude, nous déterminons le pas de temps en utilisant explicitement la vitesse de fracture à l'instant précédent. La vitesse de rupture est calculée en fonction du temps d'ouverture de chaque élément. Notez que le temps d'ouverture t_0 des éléments non activés est infini. Pour un élément de sondage P, sa vitesse à un instant d'injection t peut être calculée comme :

$$\begin{aligned} V_{px} &= \sqrt{\max \left[\left(\frac{\Delta x}{t-t_0^E} \right)^2, \left(\frac{\Delta x}{t-t_0^W} \right)^2 \right]} \\ V_{py} &= \sqrt{\max \left[\left(\frac{\Delta y}{t-t_0^S} \right)^2, \left(\frac{\Delta y}{t-t_0^N} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (4-55)$$

Où V_{px} , V_{py} est la vitesse x et la vitesse y de l'élément P, t est le temps actuel, t_0^E , t_0^W , t_0^S et t_0^N est le temps d'ouverture initial correspondant de l'élément Est, de l'élément Ouest(WEST), de l'élément sud et élément nord de l'élément d'enquête P, respectivement.

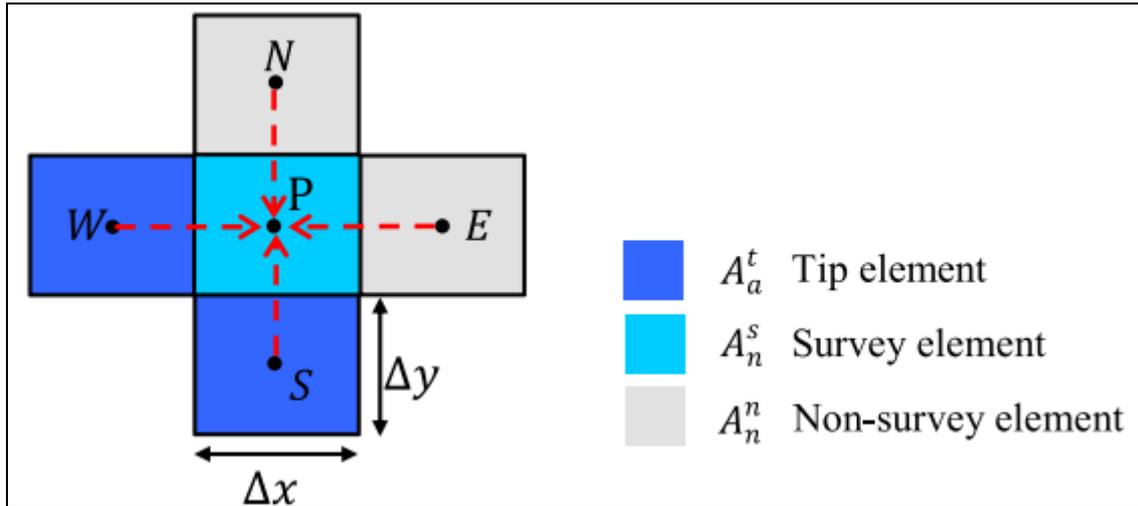


Fig 4-7 : Illustration de la méthode de calcul de la vitesse de croissance de l'élément d'enquête.

A titre d'exemple, utilisons la Fig4-7 pour calculer les vitesses de l'élément d'enquête P défini par l'Eq. (3,15). Sur la figure 4-3, les éléments Est et Nord ne sont pas activés et leur temps d'ouverture est infini. Les vitesses sont données comme :

$$V_{px} = \sqrt{\max \left[\left(\frac{\Delta x}{t-t_0^E} \right)^2, \left(\frac{\Delta x}{t-t_0^W} \right)^2 \right]} = \frac{\Delta x}{t-t_0^W}$$

$$V_{py} = \sqrt{\max \left[\left(\frac{\Delta y}{t-t_0^S} \right)^2, \left(\frac{\Delta y}{t-t_0^N} \right)^2 \right]} = \frac{\Delta y}{t-t_0^S}, \quad (4-56)$$

Supposons que le nombre d'éléments d'enquête à l'heure actuelle est de ns. Ensuite, la vitesse maximale pour tous les éléments de l'enquête peut être déterminée comme :

$$V_{px}^{max} = \max(V_{px}^i)$$

$$V_{py}^{max} = \max(V_{py}^i), \quad i=1, \dots, ns \quad (4-57)$$

Le pas de temps est déterminé en fonction de la vitesse maximale comme suit :

$$\Delta t = \lambda \cdot \min \left(\min \left(\frac{\Delta x}{V_{px}^{max}}, \frac{\Delta y}{V_{py}^{max}} \right), \varepsilon \min \left(\frac{l_f}{V_{px}^{max}}, \frac{l_f}{V_{py}^{max}} \right), \frac{s_{max}^2 + s_{max} - 2}{4} \Delta t_e \right) \quad (4-58)$$

où $\lambda \in (0, 1]$ est un facteur de relaxation, $\varepsilon = 0,08$ est un facteur pour limiter le pas de temps lorsque la longueur de fracture l_f est relativement peu longue par rapport à la dimension de la grille, et $s_{max} = 301$ est le plus grand nombre d'étages internes utilisés dans un pas de temps limité pour éviter les oscillations présentées dans un pas de temps trop grand.

Le pas de temps est explicitement déterminé par Eq (4-58) comme une supposition pour gagner du temps CPU (central processing unit.) Ensuite, le nombre d'étapes d'intégration internes s peut être calculé par l'Eq (4-52). Notez que plus le facteur de relaxation (λ) est grand, plus le nombre de sous-étapes (s) est élevé. Par conséquent, le temps CPU total ne dépend pas linéairement du facteur de relaxation. En règle générale, il est recommandé d'utiliser une valeur relativement petite de λ pour rendre la solution plus stable, en particulier pour les cas de contraintes hétérogènes où une accélération du front de fracture se produit.

Le traitement numérique est brièvement décrit comme suit :

- 1- Définir les paramètres d'entrée (Q_0, μ, E, ν, t_e)
- 2- $m = 0, t = t_0$: Régler l'état de l'élément St_0 au temps t_0 et utiliser les solutions analytiques pour (w_0, p_0)
- 3- Tandis que t inférieur au temps d'injection total
- 4- $m \leftarrow m + 1$
- 5- Résoudre Δt et le nombre correspondant d'étages internes s
- 6- $t_m \leftarrow t_m + t$
- 7- Résoudre une nouvelle largeur et pression (w_m, p_m) par la méthode RKL explicite
- 8- Vérifier les conditions de propagation pour chaque élément de pointe « tip »
- 9- Mettre à jour le statut de l'élément St_m
- 10- Mettre à jour la matrice d'influence C en ajoutant les nouveaux éléments activés
- 11- Fin

2.6. Modèle classique Pseudo-3D basé sur des cellules « cell-based P3D »:

2.6.1. Modèle classique Pseudo-3D :

Dans les modèles à base de cellules, la longueur de fracture est divisée en un certain nombre de cellules discrètes (fig 4-8). Ceci est directement analogue aux modèles plans, sauf qu'une seule direction est discrète au lieu de deux. L'écoulement de fluide est supposé être essentiellement horizontal le long de la longueur de la fracture, et la mécanique du solide est généralement simplifiée en supposant une déformation plane à n'importe quelle section transversale. Comme dans le modèle PKN, ces hypothèses font que ces modèles conviennent principalement aux fractures raisonnablement confinées, qui sont longues par rapport à leur hauteur. Ces deux hypothèses permettent de séparer la solution de mécanique du solide et de la rupture de l'écoulement du fluide comme suit. La déformation plane implique que chaque section transversale agit indépendamment de toute autre. De plus, l'hypothèse d'un débit de fluide 1D implique que la pression dans la section transversale est toujours [2] :

$$p = p_{cp} + \rho gy \quad (4-59)$$

où p_{cp} est la pression le long d'une ligne horizontale passant par le centre des perforations et y est la distance verticale à partir du centre des perforations. L'Eq 4-59 n'est valide que si l'extension verticale de la fracture est suffisamment lente pour que le gradient de pression résultant de l'écoulement vertical puisse être négligé. Cette hypothèse selon laquelle les extrémités verticales de la fracture sont à peu près stationnaires à tout moment est appelée hypothèse de hauteur d'équilibre.

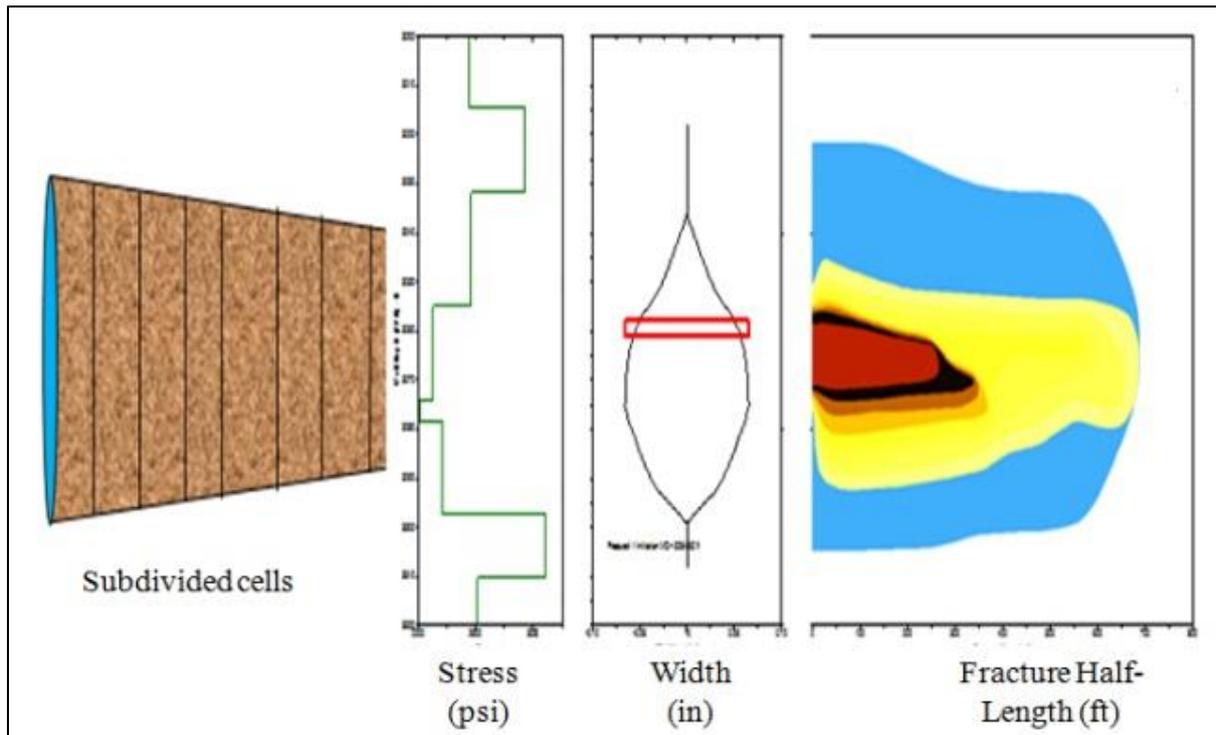


Fig 4-8 : Schéma d'un modèle de fracturation hydraulique P3D (By Schlumberger FracCADE Simulator).

• **Solution de la mécanique solide**

Avec l'hypothèse de hauteur d'équilibre, la solution de la mécanique solide simplifie la détermination de la forme de la section transversale de la fracture en fonction de la pression nette, ou P_{cp} . Simonson et coll. (1978) ont dérivé cette solution pour un cas symétrique à trois couches. Fung et coll. (1987) ont dérivé une solution plus générale pour les cas multicouches non symétriques. À la suite de Fung et al. les facteurs d'intensité de contrainte aux extrémités supérieure et inférieure K_{Iu} et K_{Id} , respectivement, peuvent être écrits en termes de pression au centre des perforations P_{cp} et des contraintes de fermeture dans les couches σ_i comme [2] :

$$K_{Iu} = \sqrt{\frac{\pi h_f}{2}} \left[p_{cp} - \sigma_n + \rho g \left(h_{cp} - \frac{3}{4} h_f \right) \right] + \sqrt{\frac{2}{\pi h_f}} \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{i+1} - \sigma_i) \left[\frac{h_f}{2} \cos^{-1} \left(\frac{h_f - 2h_i}{h_f} \right) - \sqrt{h_i - (h_f - h_i)} \right] \quad (4-60)$$

$$K_{Id} = \sqrt{\frac{\pi h_f}{2}} \left[p_{cp} - \sigma_n + \rho g \left(h_{cp} - \frac{1}{4} h_f \right) \right] + \sqrt{\frac{2}{\pi h_f}} \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{i+1} - \sigma_i) \left[\frac{h_f}{2} \cos^{-1} \left(\frac{h_f - 2h_i}{h_f} \right) - \sqrt{h_i - (h_f - h_i)} \right] \quad (4-61)$$

où ρf est la densité du fluide, h_{cp} est la hauteur au centre des perforations, et h_i est la hauteur de la pointe inférieure de la fracture au sommet de la i ème couche, comme le montre la **figure 4-9**. Cet ensemble d'équations non linéaires peut être résolu par itération. En supposant que la solution (deux positions de pointe verticales plus la pression) à une valeur de P_{cp} est connue,

un incrément de hauteur est supposé. La croissance incrémentielle en hauteur dans les deux directions verticales est ensuite calculée de telle sorte que Eqs. 4-60 et 4-61 sont tous deux satisfaits, et P_{cp} pour obtenir ces positions est calculé. Enfin, le profil de largeur associé à cette solution peut être obtenu comme :

$$w(y) = \frac{4}{E'} [p_{cp} + \rho_f g(h_{cp} - y) - \sigma_n] \sqrt{y(h_f - y)} + \frac{4}{\pi E'} \sum_{i=1}^{n+1} (\sigma_{i+1} - \sigma_i) \left[(h_i - y) \cosh^{-1} \left(\frac{y}{|y-h_i|} \frac{h_f - 2h_i}{h_f} + \frac{h_i}{|y-h_i|} \right) + \sqrt{y(h_f - y)} \cos^{-1} \left(\frac{h_f - 2h_i}{h_f} \right) \right] \quad (4-62)$$

où y est l'élévation mesurée à partir de la pointe inférieure de la fracture.

Considérons, par exemple, le cas à trois couches symétriques représenté sur la **figure 4-10**. Si la composante gravitationnelle est négligée, de sorte que le problème est symétrique, alors les pénétrations dans les deux barrières sont égales. Dans ce cas, Eq 4-60 peut être considérablement simplifié et écrit comme (Simonson et al., 1978)

$$K_{lu} = K_{ld} = \sqrt{\frac{\pi h_f}{2}} \left[p_{cp} - \sigma_{pay} - \frac{2\Delta\sigma}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{h_{pay}}{h_f} \right) \right] \quad (4-63)$$

où $\Delta\sigma$ est la différence de contrainte entre la couche centrale (zone productrice) et les couches environnantes, et h_{pay} et σ_{pay} sont respectivement l'épaisseur et la contrainte de la zone productrice.

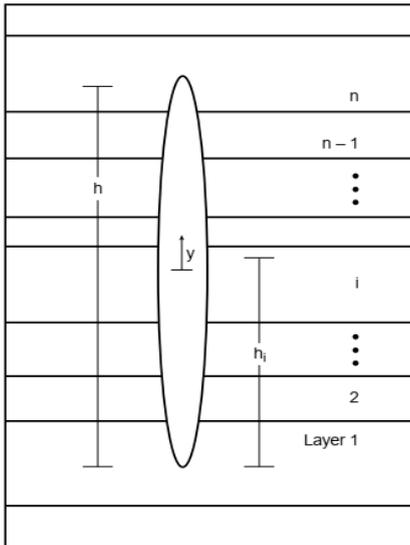


Fig 4-9 : Définition des variables du problème de confinement des fractures

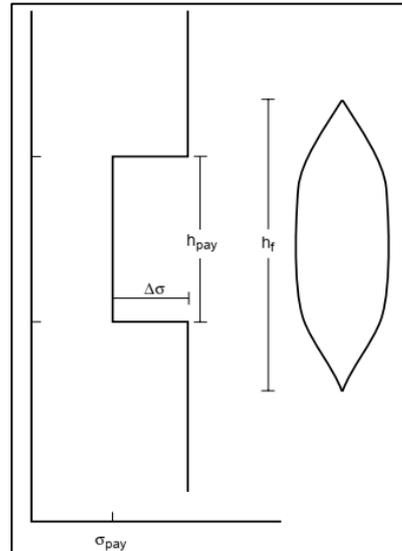


Fig 4-10 : Problème simple de croissance en hauteur à trois couches.

Bien que Eq. 4-63 est pour un cas particulier, il montre deux résultats pratiques intéressants. Premièrement, la pénétration dans les couches barrières se produit à une pression nette critique:

$$P_{net,crit} = \sqrt{\frac{2K_{IC}^2}{\pi h_f}} \quad (4-64)$$

Par exemple, si K_{ic} est de 2000 (psi / in^{1/2}) et h_f est de 20 ft [240 in], la pression nette critique pour la percée est seulement d'environ 100 psi. Deuxièmement, la pression nette ne peut pas atteindre le contraste de contrainte car cela entraînerait une hauteur de fracture infinie.

Dans un simulateur basé sur des cellules typiques, un tableau de ces solutions est calculé avant de simuler l'évolution de la fracture plutôt qu'à chaque pas de temps du calcul, et les relations entre la largeur, la pression et la hauteur sont utilisées pour accélérer considérablement la résolution des équations d'écoulement des fluides (conservation de la masse et de la quantité de mouvement).

• **Solution de mécanique des fluides**

L'une des principales différences entre les modèles planaires 3D et P3D est le calcul du débit de fluide. Le modèle d'écoulement de fluide dans la plupart des modèles P3D classiques est le même que celui introduit par Nordgren (1972) (c'est-à-dire une version 1D du modèle décrit pour le modèle 3D planaire). Dans ce modèle, l'écoulement vertical et la variation de la vitesse horizontale en fonction de la position verticale sont négligés. Cela se traduit par l'incapacité des modèles P3D typiques à représenter plusieurs aspects du comportement, à savoir :

- effet des variations de largeur dans le sens vertical sur la vitesse du fluide.
- perte de fluide après tip screenouts (TSO), lorsque le débit de fluide à travers le pack de soutènement est ignoré.
- sédimentation de l'agent de soutènement résultant de courants de convection ou de gravité.

La vitesse et la largeur moyennes sont utilisées (la largeur est remplacée par la section transversale divisée par la hauteur) pour simplifier la conservation de la masse (Eq 4-38 pour un fluide incompressible) à [2]:

$$\frac{\partial Au}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = -2 \sum_i (u_L h_L)_i \quad (4-65)$$

où u est la vitesse moyenne de la section transversale et u_L et h_L sont le taux de filtration (équation 4-14) et la hauteur dans chaque couche. De même, la conservation de quantité de mouvement simplifiée à :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (4-66)$$

Pour un fluide de loi de puissance avec les propriétés n et K ,

$$\tau_{xz} = K \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^n \quad (4-67)$$

Résolution de l'équation 4-66 avec Eq. 4-67 avec la condition aux limites sans glissement (c.-à-d. Vitesse nulle au niveau de la paroi de fracture), la vitesse moyenne à travers le canal est

$$\bar{u}_x = -sgn \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left(\frac{|\frac{\partial p}{\partial x}|}{K} \right)^{1/n} \frac{n}{1+2n} \left(\frac{w}{2} \right)^{\frac{1+n}{n}} \quad (4-68)$$

où sgn représente le signe de la quantité. Dans le cas particulier d'un fluide newtonien, $n = 1$ et $\mu = K$, et Eq. 4-68 devient

$$\bar{u}_x = - \frac{w^2}{12 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (4-69)$$

Pour obtenir le débit total sur la hauteur de la section transversale, et donc une vitesse moyenne de substitution dans l'Eq 4-65, Eq 4-68 est intégré de bas en haut de la section transversale:

$$q = \int_{h_f} w(y) \bar{u}_x(y) dy \quad (4-70)$$

La vitesse moyenne est ainsi déterminée comme

$$u = \frac{q}{A} = -sgn\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) \Phi \left[\left(\frac{|\partial p / \partial x|}{2K} \right) \left(\frac{A}{h_f} \right)^{1+n} \right]^{1/n} \quad (4-71)$$

où la fonction de canal Φ est

$$\Phi = \left(\frac{h_f}{A} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \frac{n}{2+4n} \frac{1}{h_f} \int_{h_f} w(y) \frac{1+2n}{n} dy \quad (4-72)$$

- **Écoulement laminaire et turbulent**

Lorsque le fluide s'écoule entre des plaques parallèles à faible débit sans filtration, tout élément fluide reste à une distance fixe de la paroi du canal, sauf dans une petite zone d'entrée. Ceci est connu sous le nom d'écoulement laminaire. En revanche, dans un écoulement turbulent, des tourbillons se produisent et le fluide est continuellement mélangé. Ce mélange entraîne une friction supplémentaire et un comportement d'écoulement différent. Le nombre NRe de Reynold (défini dans le tableau 6G-1 dans annexe A5) permet de déterminer si un écoulement laminaire ou turbulent se produira. Si NRe dépasse 2100, le débit sera turbulent. À l'intérieur de la fracture, NRe est généralement bien en dessous de cette valeur, sauf pour les fluides particulièrement fins, tels que l'acide.

- **Rhéologie des fluides de fracturation**

Les fluides de fracturation sont généralement traités comme des fluides de loi de puissance, et comme ils s'amincissent par cisaillement (c'est-à-dire que la viscosité diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement), n : est généralement inférieur à 1. Les paramètres effectifs du modèle de loi de puissance K' et n' sont généralement dérivés à partir de mesures en laboratoire sur une gamme de taux de cisaillement. Pour les fluides fluidifiants, la viscosité apparente (dérivée de K' et n') diminue à mesure que le taux de cisaillement augmente, et la viscosité serait infinie à un taux de cisaillement nul. En réalité, la limitation des viscosités à cisaillement faible et élevé se produit et doit être prise en compte. Les propriétés du fluide de fracturation changent avec le temps et la température. En règle générale, l'exposition à des températures élevées réduit la viscosité du fluide. Cependant, les agents de réticulation peuvent provoquer des augmentations de viscosité initiale avant la dégradation. Les effets de la température et du temps sont inclus dans les simulateurs numériques de fracture hydraulique, généralement au moyen de tableaux de K' et n' en fonction du temps à une série de températures, qui sont similaires à celles des manuels des entreprises de services.

- **Solution numérique du modèle**

Les trois solutions de base décrites pour la mécanique de la croissance en hauteur (relation pression-largeur-hauteur), la conservation de la masse et la conservation de quantité de mouvement (relation vitesse-pression) sont couplées et résolues simultanément. Il existe

plusieurs méthodes par lesquelles les équations couplées peuvent être résolues. Un maillage fixe ou mobile peut être utilisé, comme décrit précédemment pour les modèles 3D plans. Dans cette section, la méthode des différences finies explicite est introduite avec une « grille » grille qui se déplace avec le fluide et une méthode implicite est décrite. Dans chaque cas, avant de commencer la simulation de l'évolution de la fracture, un tableau de la relation pression-hauteur-largeur (à partir de la solution d'équilibre-hauteur) est calculé comme décrit pour «Solution de mécanique solide». Pour l'explicite méthode aux différences finies, le fluide dans la fracture est à tout moment divisé en n éléments, chacun avec une section transversale A_i et délimitée par deux surfaces verticales à x_i et $x_i + 1$, se déplaçant aux vitesses u_i et $u_i + 1$, respectivement, comme le montre la Fig. 4-11. (La grille est numérotée de telle sorte que $i = 1$ représente la pointe pour faciliter l'ajout de nouveaux éléments au puits, si nécessaire.) la conservation de la masse Eq. 4-65 peut être réécrit comme :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -2 \sum_i (u_L h_L)_i + \frac{\partial Au}{\partial x} \quad (4-73)$$

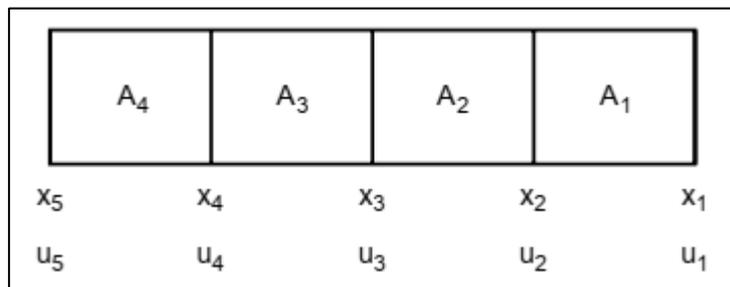


Fig 4-11 : Fracture divisée en éléments avec des positions et des vitesses définies aux points de la grille.

avec les dérivées remplacées par des approximations centrales aux différences finies pour obtenir :

$$A_i^{t+\Delta t} = A_i^t - \frac{h}{\Delta x} V_L + A_i^t (u_{i+1} - u_i) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4-74)$$

où V_L représente le volume qui s'échappe sur l'élément de longueur Δx au pas de temps Δt . Les vitesses sont calculées aux points de la grille et la surface est supposée constante dans chaque élément. La surface en coupe peut ainsi être mise à jour à partir des valeurs des vitesses et des surfaces au pas de temps précédent. Une fois que cela a été fait, la pression à chaque section transversale peut être obtenue à partir de la solution de mécanique solide en recherchant la pression dans le tableau de relation hauteur-largeur pression précalculé pour la zone correspondante A. Les gradients de pression peuvent alors être calculés en utilisant l'approximation :

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_i \approx \frac{p_{i-1} - p_i}{(x_{i-1} - x_{i+1})/2} \quad (4-75)$$

et de nouvelles vitesses obtenues à l'aide de l'Eq 4-71. Une fois que toutes les vitesses sont connues à un instant donné, les positions des points de la grille sont mises à jour à l'aide de

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + u_i(t + \Delta t)\Delta t \quad (4-76)$$

Cette méthode est connue sous le nom de méthode lagrangienne car les coordonnées de la grille se déplacent avec le fluide. La filtration fait rétrécir chaque élément et peut-être même disparaître à mesure qu'il pénètre plus loin dans la fracture, ce qui limite l'utilité de cette méthode pour la modélisation des traitements de fracturation hydraulique. De plus, de nouveaux éléments doivent être continuellement ajoutés au puits de forage. Cela rend difficile de contrôler comment de nombreux éléments sont présents à tout moment ou à la taille des éléments. Une autre approche consiste à introduire une grille fixe, comme indiqué pour les modèles 3D planaires. Cela présente l'avantage que le nombre d'éléments dans la simulation est relativement petite vers le début de la simulation lorsque moins de précision est requise et augmente à mesure que la simulation progresse. Une autre approche encore consiste à introduire un maillage mobile dans lequel les points de la grille se déplacent à une vitesse raisonnable, par exemple, de sorte que la fracture soit toujours divisée en un nombre fixe d'éléments de taille égale. L'une des principales limitations des méthodes explicites de différences finies, telles que celles introduites dans le texte précédent, est que le pas de temps utilisé dans le calcul ne peut dépasser une valeur critique pour assurer la stabilité. Étant donné que seules les quantités de l'étape précédente sont utilisées pour avancer, les erreurs numériques peuvent augmenter d'une étape à l'autre si le pas de temps est trop grand. Dans le développement d'un simulateur de fracturation hydraulique général utilisant de tels schémas de différenciation, le pas de temps doit être choisi avec soin pour éviter les problèmes de stabilité tout en minimisant le temps de calcul. Il a été constaté que dans les cas de filtrations élevées ou de grandes largeurs (telles que les conceptions TSO), le pas de temps critique pour la stabilité peut être trop petit pour une solution efficace du système, limitant l'utilité du schéma explicite. Un schéma implicite de différences finies, sans limitation de pas de temps, peut éliminer cette limitation. Essentiellement, les méthodes implicites et explicites peuvent être distinguées par le fait que les méthodes explicites résolvent des quantités à un pas de temps en se basant uniquement sur des valeurs aux étapes de temps précédentes, alors que les méthodes implicites incluent l'utilisation de quantités à l'instant courant. Cela implique qu'un ensemble d'équations est établi et résolu, car les quantités au pas de temps actuel doivent toutes être trouvées simultanément. Pour les problèmes linéaires, un ensemble d'équations linéaires en résulte, et celles-ci sont facilement résolues par des méthodes standard telles que l'élimination gaussienne. Pour le problème d'écoulement 1D, la formulation implicite aux différences finies donne un système tridiagonal d'équations (c'est-à-dire une matrice avec seulement trois diagonales remplies de non-zéros). Des techniques de résolution très efficaces sont disponibles pour résoudre de tels systèmes. Pour les problèmes non linéaires, cependant, ces méthodes peuvent être complexes et ne sont pas toujours beaucoup plus efficaces que les méthodes explicites. L'itération est fréquemment requise, car un système non linéaire est linéarisé. Si l'approximation de linéarisation est inexacte, elle doit être corrigée et résolue.

Une méthode similaire à celle décrite ci-dessous a été à la base de la méthode commerciale de partage du temps mise à disposition par Amoco entre 1981 et 1983 (Nolte, 1982, 1988a). Considérons à nouveau les équations de base du modèle PKN avec $x = \phi$ à la pointe:

$$w = \frac{2p_{net}h_f}{E'} \quad (4-77)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{64 q \mu}{\pi h_f w^3} \quad (4-78)$$

Remplacer Eq. 4-78 pour p dans Eq. 4-77 obtient

$$\frac{E'}{2h_f} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{64 q \mu}{\pi h_f w^3} \quad (4-79)$$

Des simulations numériques détaillées ont montré que la vitesse varie beaucoup plus lentement que le débit q car la réduction de largeur vers la pointe compense partiellement les filtrations de fluide et le stockage dans la fracture. Au lieu de l'hypothèse de Perkins et Kern (1961) selon laquelle q est constant (Eq. 4-10), le remplacement de q par $\pi u h_f w / 4$ permet d'écrire l'Eq. 4-79 comme :

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{32 \mu h_f}{E' w^2} u \quad (4-80)$$

ou

$$w^2 \partial w = \frac{32 \mu h_f}{E'} u \partial x \quad (4-81)$$

L'intégration sur une distance Δx obtient

$$w(x + \Delta x) = \left[w^3(x) + \int_x^{x+\Delta x} \frac{96 \mu h_f}{E'} u dx \right]^{1/3} \quad (4-82)$$

Si les termes sous l'intégrale peuvent être supposés constants, cela simplifie davantage à

$$w(x + \Delta x) = \left[w^3(x) + \frac{96 \mu h_f}{E'} u \Delta x \right]^{1/3} \quad (4-83)$$

Si la hauteur n'est pas constante et que le fluide n'est pas newtonien, une équation similaire peut être écrite pour la section transversale de la fracture en utilisant les paramètres rhéologiques de la loi de puissance:

$$A_{i+1}^t = \left[(A_i^t)^{n+2} + \frac{(n+2)\pi K h_f^{n+3}}{E' \Phi^n} u^n \Delta x \right]^{1/(n+2)} \quad (4-84)$$

où

$$\Phi = \frac{n}{h_f(2+4n)} \int_{h_f} \left(\frac{w(y)}{\bar{w}} \right)^{\frac{1+2n}{n}} dy \quad (4-85)$$

Pour une solution analytique, Δx serait la longueur totale de la fracture (Nolte, 1991), et cela serait combiné avec un critère de pointe et une équation d'équilibre volumique. La solution numérique procède de la même manière, sauf que Δx est choisi suffisamment petit pour obtenir une solution précise. La perte de fluide est intégrée au cours du pas de temps, ce qui permet d'obtenir une précision acceptable, même avec des pas de temps importants. La méthode de résolution à chaque pas de temps est la suivante:

1. Estimez une vitesse de pointe.
2. Pour chaque élément, de la pointe au puits,
 - a. calculer une vitesse moyenne du fluide basée sur la vitesse du côté extérieur de l'élément et la vitesse estimée du côté intérieur (à la première itération, supposons que la vitesse du fluide interne est égale à la vitesse du fluide externe.)
 - b. déterminer l'aire de section transversale sur le côté intérieur de l'élément pour la vitesse estimée en utilisant Eq. 4-84

c. déterminer la vitesse du côté intérieur de telle sorte que la filtration et le changement de volume de l'élément pendant le pas de temps entraînent un bilan de masse.

d. répétez l'itération en utilisant la nouvelle vitesse.

3. Comparez le débit réel dans la fracture avec la vitesse calculée par le schéma itératif de l'étape précédente.

4. Affinez l'estimation de la vitesse de pointe à l'aide d'une méthode de Newton-Raphson jusqu'à ce que l'équilibre du volume soit atteint, ce qui prend généralement deux à quatre itérations.

Cette méthode de résolution des équations est efficace car la vitesse ne varie pas de manière significative le long de la fracture pour les cas typiques. Pour les cas PKN typiques avec un seul fluide, la fracture peut être divisée en environ 10 éléments. Pour les cas non-PKN, la grille doit être choisie suffisamment fine que l'intégrale dans Eq. 4-82 (qui inclut les effets de la rhéologie des fluides et de la hauteur de fracture) est approximativement constante dans chaque élément (car le schéma de solution est dérivé en supposant qu'il est constant). Indépendamment du fait que l'on utilise une méthode de grille mobile ou fixe, en général, seul un petit nombre d'éléments (environ 10) est nécessaire pour obtenir une solution raisonnablement précise des équations décrites jusqu'à présent. Cependant, d'autres informations peuvent être nécessaires à une résolution beaucoup plus fine. Des quantités telles que la concentration d'agent de soutènement, la température du fluide peuvent ensuite être suivies sur cette grille plus fine. [2]

- **Solution sans l'hypothèse « hauteur d'équilibre » :**

On a noté dans « Solution de la mécanique des solides » que l'hypothèse d'une croissance lente en hauteur permet de créer une table de pression-hauteur-largeur avant de résoudre les équations d'évolution de la fracture. Cette supposition dite de hauteur d'équilibre est assez précise, à condition que le fluide se déplace relativement lentement dans la direction verticale de sorte que la perte de charge résultant de l'écoulement vertical du fluide soit négligeable. Cette hypothèse est violée si des zones à haute perméabilité sont exposées, car le fluide doit alors se déplacer rapidement en raison de la filtration accrue dans ces couches. De plus, si la contrainte dans les zones environnantes est insuffisante pour confiner la fracture et que les pointes verticales s'étendent rapidement, alors le fluide doit se déplacer rapidement pour combler la fracture résultante. Dans l'un ou l'autre de ces cas, le gradient de pression résultant de l'écoulement vertical du fluide peut devenir important, et l'hypothèse de hauteur d'équilibre devient invalide à ces endroits dans la fracture.

Pour supprimer cette hypothèse et obtenir des résultats valides à partir d'un simulateur, certaines restrictions doivent être placées sur la croissance en hauteur. Pour une croissance en hauteur sans équilibre, le gradient de pression dû à l'écoulement du fluide dans la direction verticale doit être approché, sur la base du taux de croissance en hauteur. Il est courant de baser cette approximation sur le modèle KGD (par exemple, Settari et Cleary, 1982). Une solution analytique proche de la pointe développée par Lenoach (1994) fournit une expression de la pression nette de la forme :

$$p_{net} = E' \left(\frac{2\sqrt{2}(2+n)}{\pi(2-n)} \right) \left[\frac{K}{E' h_f^n} \left(\frac{\cos((1-\beta)\pi)}{\sin(\beta\pi)} \right)^{1+n} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{1}{n(2+n)^n} \right]^{1/(2+n)} u_{tip}^{n/(2+n)} \quad (4-86)$$

où u_{tip} est la vitesse de pointe et β est $2 / (2 + n)$. Comme indiqué précédemment, pour une fracture sous pression constante, le facteur d'intensité de contrainte est lié à la pression nette par

$$P_{net,crit} = \sqrt{\frac{2K_{IC}^2}{\pi h_f}} \quad (4-87)$$

La solution de pointe Lenoach peut être utilisée pour obtenir une ténacité apparente à la fracture causée par la vitesse de pointe non nulle en combinant des équations. 4-86 et 4-87. Cet effet peut être ajouté à la ténacité réelle de la roche, et la somme est utilisée dans les équations. 4-60 et 4-61 au lieu de la ténacité réelle de la roche pour déterminer la croissance de la hauteur de fracture. L'algorithme de base utilisé pour passer d'une paire de positions de pointe verticales à une autre pendant un pas de temps est le suivant:

1. Estimez les vitesses de pointe supérieure et inférieure de la cellule.
2. Calculez les nouvelles positions des pointes de fracture à la fin du pas de temps, en utilisant ces vitesses.
3. Calculez les facteurs d'intensité des contraintes à partir des équations. 4-60 et 4-61.
4. Déterminez les facteurs d'intensité des contraintes excessives (c'est-à-dire la valeur calculée moins la ténacité de la roche).
5. Calculez les vitesses requises pour générer ces facteurs d'intensité de contrainte excessive, en utilisant les équations. 4-86 et 4-87.
6. Comparez les vitesses avec les valeurs estimées et répétez jusqu'à ce que les vitesses correctes soient trouvées.

L'un des avantages des modèles d'équilibre-hauteur est la vitesse gagnée en précalculant un tableau de la relation hauteur-pression de fracture. Non seulement cela n'est pas possible pour le modèle sans équilibre, mais le processus itératif pour déterminer les positions des pointes peut prendre du temps. L'algorithme de hauteur de non-équilibre ne doit donc être utilisé que lorsque cela est nécessaire en raison de la croissance rapide apparente de la hauteur indiquée par le calcul de la hauteur d'équilibre. [2]

- **Incorporation de l'écoulement fluide 2D dans un modèle de fracturation hydraulique P3D :**

Les modèles de fracturation hydraulique pseudo 3D (P3D) surestiment souvent la hauteur de fracture pour une fracture mal contenue « poorly contained fracture ». Ceci est dû en partie soit à la négligence de la composante d'écoulement de fluide dans la direction verticale, soit à un traitement brut de l'écoulement de fluide 2D dans la fracture en tant qu'écoulement 1D dans la direction verticale dans le calcul de la hauteur de fracture. Cette partie présente un modèle de croissance en hauteur qui adopte un champ d'écoulement plus représentatif de l'écoulement 2D réel dans une fracture. Dans ce modèle, la fracture est divisée en deux régions: une région intérieure où la direction d'écoulement est presque horizontale et une région extérieure (fig. 4-12) où le champ d'écoulement est approché par un écoulement radial d'une source imaginaire. [24]

• **Champ de flux modifié « Modified Flow Field » :**

Dans le nouveau modèle de hauteur de fracture développé dans l'étude [24], la fracture est divisée en deux régions d'écoulement: une région interne où la direction d'écoulement est presque horizontale, et une région externe où les lignes de courant dévient vers la limite de fracture. Pour chaque élément d'intérêt, l'écoulement dans la zone externe est approché par un écoulement radial à partir d'une ligne source imaginaire au milieu de la zone perforée et à une certaine distance en amont. Ceci est illustré schématiquement sur la figure 4--13. La distance entre l'élément et la ligne source est choisie de telle sorte que la ligne de courant au bord de l'élément soit perpendiculaire à la limite de la fissure. En supposant une géométrie de fracture elliptique approximative avec une longueur d'aile, L, et une hauteur h, cette distance peut être déterminée comme [24] :

$$D = x \left(\frac{h}{2L} \right)^2 \quad (4-88)$$

Pour une fracture en forme radial (h = 2L), le champ d'écoulement supposé coïncide avec le champ d'écoulement réel.

Notez que la "source" définie ci-dessus n'est pas réelle. L'écoulement radial supposé est limité à la région externe uniquement et constitue un moyen de correspondre le plus possible aux lignes de courant courbes. Deux caractéristiques importantes sont associées à l'écoulement dans cette région extérieure. Premièrement, la direction de l'écoulement n'est ni verticale ni horizontale, mais plutôt perpendiculaire à la limite de fracture. Deuxièmement, les lignes de courant divergent. Cette divergence est plus importante près du front de fracture et pour les fractures presque en forme de penny que dans la région proche du puits de forage et pour les fractures allongées. Le champ d'écoulement radial défini ci-dessus capture les deux caractéristiques pour une fracture presque en forme de penny-shaped (radial) mais exagère quelque peu la divergence d'écoulement pour une fracture allongée.

Pour une fracture allongée, cependant, l'effet d'écoulement visqueux est secondaire à l'effet de contraste de contrainte. L'erreur résultant d'une fausse représentation de la divergence de débit est faible. Pour l'écoulement radial supposé, l'équation de continuité est :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) + q_L + \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad (4-89)$$

où r = distance radiale de la source imaginaire et q_r = débit radial. En modifiant cette équation en changeant la dérivée par rapport à r en une dérivée par rapport à z, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} (r q_r) + z q_L + z \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad (4-90)$$

La relation entre le gradient de pression et le débit devient :

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = 2K' \left(\frac{4n'+2}{n'} \right)^{n'} \frac{q_r^{n'-1} - q_z}{w^{2n'+1}} \quad (4-91)$$

où q_z = q_r sin (θ) et (θ) est l'angle de la ligne de courant mesuré à partir de l'axe horizontal.

L'équation de continuité modifiée (Éq 4-89), l'équation d'ouverture de fissure (Éq 4-45) et la relation pression-débit (Éq 4-91) peuvent être résolues pour déterminer les profils de pression et de largeur et les taux de croissance en hauteur comme dans les modèles P3D conventionnels.

Méthode de solution :

la méthodologie de résolution de Settari et Cleary [25] est adoptée pour résoudre les équations de gouvernance ci-dessus. Le processus de solution est le suivant :

1. L'équation intégrale singulière (Eq 4-45) est résolue pour la largeur avec un profil de pression supposé.
2. La même approximation auto-similaire que dans Réf [25] est utilisé pour estimer le terme de stockage dans l'Eq (4-90), Eq (4-90) peut être intégré pour trouver q_r .
3. Le profil de pression est mis à jour en intégrant Eq (4-91).
4. Les taux de croissance en hauteur supérieure et inférieure sont mis à jour en satisfaisant les conditions aux limites aux extrémités des fissures.

Ce processus se répète jusqu'à ce qu'une solution convergente soit atteinte. Réf [25] donne une description détaillée de la méthode.

Les conditions aux limites suivantes aux extrémités des fissures sont respectées:

$$P_{tip} - P_{eq} = 0 \quad (4-92)$$

où P_{tip} est la pression du fluide à la pointe et P_{eq} est la pression d'équilibre. La pression d'équilibre est la pression statique maximale requise pour ouvrir la fissure sans l'étendre; c'est-à-dire que le facteur d'intensité de contrainte atteint ses valeurs critiques au fond de fissure. La fissure ne se propage pas si la pression du fluide est inférieure à la pression d'équilibre.

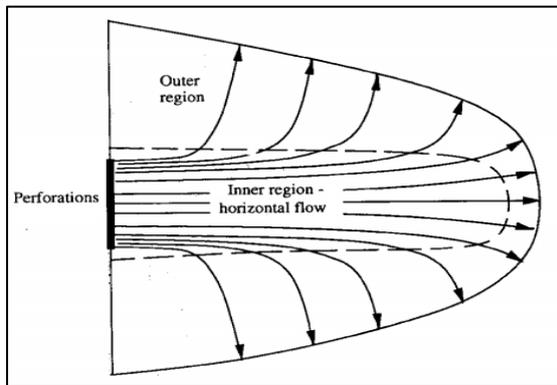


Fig 4-12 : schéma de l'écoulement 2D dans une fracture.

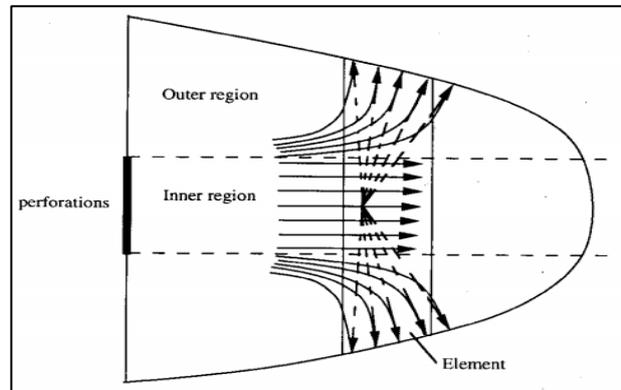


Fig 4-13 : Approximation du champ d'écoulement externe au niveau de l'élément d'intérêt par un écoulement radial local.

Les modèles P3D conventionnels sont limités dans la modélisation de l'écoulement des fluides.

Un nouveau modèle de croissance en hauteur intégrant un écoulement de fluide 2D a été développé [24]. Ce modèle se rapproche de l'écoulement 2D dans une fracture avec une combinaison d'écoulement linéaire dans la région centrale de la fracture et d'un écoulement

radial dans la région externe. Cette approximation capture les caractéristiques de base de l'écoulement 2D dans la fracture dans des conditions de faible confinement.

Comparaison entre les deux modèles Pseudo-3D et Planar 3D :

Les modèles 3D planaires sont basés sur l'hypothèse que la fracture est plane et orientée perpendiculairement à la contrainte in situ minimale en champ lointain. Aucune tentative n'est faite pour tenir compte des complexités qui entraînent des écarts par rapport à ce comportement planaire. Les simulateurs basés sur de tels modèles sont également exigeants en termes de calcul, ils ne sont donc généralement pas utilisés pour les conceptions de routine. Ils doivent être utilisés lorsqu'une partie importante du volume de fracture se trouve en dehors de la zone où la fracture commence ou là où il y a plus d'écoulement de fluide vertical qu'horizontal. De tels cas surviennent généralement lorsque le stress dans les couches autour de la zone de productrice est similaire ou inférieur à celui de la couche productrice.

- Les modèles P3D tentent de capturer le comportement significatif des modèles planaires sans la complexité de calcul. Les deux types principaux sont appelés ici « lumped » regroupé et « cell-based » à base de cellules. Dans les modèles « lumped » (ou elliptiques), le profil vertical de la fracture est supposé être constitué de deux demi-ellipses jointes au centre. La longueur horizontale et les extensions verticales des extrémités du puits de forage sont calculées à chaque pas de temps, et la forme supposée est adaptée à ces positions. Ces modèles font l'hypothèse inhérente que l'écoulement du fluide se fait le long des lignes de courant depuis les perforations jusqu'au bord de l'ellipse et que les lignes de courant ont une forme particulière. Les modèles « cell-based » à base de cellules traitent la fracture comme une série de cellules connectées. Ils ne prescrivent pas une forme de fracture, mais supposent généralement une déformation plane (c'est-à-dire que chaque cellule agit indépendamment) et ne couplent pas complètement le calcul de l'écoulement du fluide dans la direction verticale au calcul de la géométrie de la fracture. Dans les modèles à hauteur fixe décrits précédemment, aucune considération n'est accordée aux couches entourant la zone fracturée. Les modèles planaire et P3D utilisent des données sur les propriétés des zones environnantes pour prédire le taux de croissance dans ces zones. Aux fins de ce chapitre, les modèles 3D plans sont définis comme ceux dans lesquels le calcul du champ d'écoulement de fluide 2D complet dans la fracture est couplé à la réponse élastique de la roche, et les modèles P3D sont définis comme ceux qui se rapprochent soit du couplage ou l'élasticité d'une certaine manière. Quel que soit le type de modèle utilisé pour calculer la géométrie de la fracture, seules des données limitées sont disponibles sur les traitements typiques pour valider le modèle utilisé. Pour les traitements commerciaux, l'historique de pression pendant le traitement est généralement les seules données disponibles pour valider le modèle. Même dans ces cas, la qualité des données est discutable si la pression de fond doit être déduite de la pression de surface. La pression de fond n'est pas non plus suffisante pour déterminer de manière unique la géométrie de la fracture en l'absence d'autres informations, telles que celles dérivées des inclinomètres (Downhole tiltmeters) et des données micro-sismiques. Si un simulateur incorpore le bon modèle, il doit correspondre aux deux : traitement de pression et la géométrie de fracture. [2]

modèles 3D planaires	modèles P3D
la fracture est plane et orientée perpendiculairement à la contrainte in situ minimale	Les modèles P3D tentent de capturer le comportement significatif des modèles planaires sans la complexité de calcul
Modèles sont également exigeants en termes de calcul	Plus rapide en terme de calcul
Ils ne sont donc généralement pas utilisés pour les conceptions de routine.	Ils sont utilisés pour les conceptions de routine.
Ils doivent être utilisés lorsqu'une partie importante du volume de fracture se trouve en dehors de la zone où la fracture commence ou là où il y en a plus écoulement de fluide vertical qu'horizontal.	
le stress dans les couches autour de la zone de productrice est similaire ou inférieur à celui de la couche productrice	

Tab.4-1 : comparaison entre les deux modèles P3D et PL3D.

2.7. Placement de l'agent de soutènement :

2.7.1. Effet de l'agent de soutènement sur la rhéologie du fluide de fracturation

L'objectif de la fracturation hydraulique est de placer un agent de soutènement pour fournir un chemin conducteur pour la production. La présence d'agent de soutènement introduit trois problèmes importants dans le comportement des fluides dans les fractures hydrauliques:

- Effet de l'agent de soutènement sur la rhéologie des fluides
- Courants de convection ou de gravité
- Transport d'agent de soutènement.

En général, la viscosité d'une suspension chargée d'agent de soutènement est supérieure à celle de la base de fluide de transport seule. Les relations expérimentales sont bien établies pour les fluides newtoniens, mais beaucoup moins pour les fluides de la loi de puissance. Nolte (1988b) a montré que les relations pour les fluides de loi de puissance pouvaient être obtenues en utilisant les relations pour les fluides newtoniens et en les élevant à la puissance n. Par exemple, le rapport de viscosité μ_r pourrait être obtenu comme :

$$\mu_r = \frac{\mu_{slurry}}{\mu_{base}} = \frac{1}{(1-f_v/f_{vM})^{2.5n}} \quad (4-93)$$

où f_v est la fraction volumique d'agent de soutènement, et f_{vM} est la fraction maximale pour une suspension mobile.

2.7.2. Convection

Les différences de densité entre les fluides peuvent entraîner le fluide plus dense s'écoulant sous le fluide plus léger ou le fluide plus léger l'emportant sur le fluide plus dense. Ce phénomène, appelé convection ou flux gravitationnel, est important dans de nombreux domaines. Dans la fracturation, il peut être pertinent si un étage de boue à haute densité s'écoule sous un étage ou un tampon préalablement pompé, ainsi que pour d'autres aspects 2D de l'écoulement de fluide, tels que ceux considérés par Clifton et Wang (1988).

Les équations d'écoulement de fluide pour un fluide newtonien peuvent être écrites comme

$$\mu_x = \frac{-w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\mu_y = \frac{-w^2}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) \quad (4-94)$$

et (Eq.4-38 pour les fluides incompressibles)

$$\left(\frac{\partial(\rho w u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w u_y)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho w) + 2\rho u_L = 0 \quad (4-95)$$

Remplacer l'Eq.4-94 dans l'Eq.4-95 obtient

$$\frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial^2 w^3 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^3 p}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial w}{\partial t} + 2u_L - \frac{1}{12\mu} \frac{\partial w^3 \rho g}{\partial y} \quad (4-96)$$

Le dernier terme (gravitationnel) sur le côté droit de l'Eq.4-96 est le terme convectif. Cela peut être traité comme un terme source, tout comme les deux autres termes sont des termes de stockage ou de puits, résultant d'un changement de largeur et d'une filtration. Barea et Conway (1994), Unwin et Hammond (1995) et Smith et Klein (1995) ont montré que cela n'est généralement pas significatif pour la plupart des traitements de fracturation bien conçus. Smith et Klein ont montré que si un excès de tampon « pad » était pompé, le débit de fluide après l'arrêt du pompage (c.-à-d. Un écoulement secondaire) pouvait entraîner une convection jusqu'à ce que le tampon fuit. Aussi, Eq.4-96 montre l'extrême sensibilité de la convection à la largeur de la fracture. Si la largeur est grande (par exemple, dans une roche à faible module), la convection peut être plus critique. Heureusement, ces faibles modules sont généralement associés à des perméabilités élevées, auquel cas les conceptions TSO et la filtration rapide après fermeture empêchent efficacement la convection. Cleary et Fonseca (1992) ont présenté un nombre sans dimension qui reflète le rapport des forces flottantes et visqueuses. Ce rapport peut être utilisé pour estimer l'effet de différentes conditions sur la gravité de la convection.[2]

2.7.3. Transport Proppant :

La fracturation hydraulique produit un canal conducteur en plaçant un agent de soutènement dans une fissure créée dans une zone productrice. Par conséquent, une considération essentielle dans la conception de fluide de fracturation est d'accomplir le transport d'agent de soutènement. L'effet de la convection sur le transport de l'agent de soutènement a été discuté précédemment.

Deux autres facteurs peuvent avoir une influence sur le placement de l'agent de soutènement. Le premier, et le plus communément compris, est la décantation « settling ». Si une bouteille contenant un mélange de sable et d'eau est secouée puis laissée sur une table, le sable se déposera hors de l'eau. On peut montrer théoriquement que la vitesse terminale d'une seule particule éloignée de toute paroi dans un fluide newtonien stagnant est donnée par la loi de Stokes:

$$u_{\infty} = \frac{g(\rho_{sol}-\rho_f)d_{sol}^2}{18\mu} \quad (4-97)$$

où ρ_{sol} est la densité des particules solides, ρ_f est la densité du fluide et d_{sol} est le diamètre des particules solides. Les hypothèses de cette équation sont d'une applicabilité limitée en fracturation hydraulique car les fluides ne sont pas newtoniens et les particules sont très concentrées et peuvent être proches des parois du canal, ce qui entraîne deux effets: une décantation gênée « hindered settling », ce qui implique que les particules gênent les uns les autres, et la décantation en grappes « clustered settling », dans laquelle les particules se rejoignent, augmentant efficacement le diamètre dans Eq.4-97. Novotny (1977) a présenté une corrélation pour la vitesse des particules usol dans la décantation gênée en termes de fraction volumique de solides f_v :

$$u_{sol} = u_{\infty} F(f_v) \quad (4-98)$$

Où

$$F(f_v) = (1 - f_v)^{\beta} \quad (4-99)$$

Et l'exposant β va de 5,5 à de faibles valeurs de NRe à 2 à des valeurs élevées de NRe. Pour les fluides en loi de puissance, une forme généralisée de la loi de Stokes (Eq.4-97) est utilisée:

$$u_{\infty} = \left[\frac{g(\rho_{sol}-\rho_f)d_{sol}^{n+1}}{3^{n-1}18K'} \right]^{1/n} \quad (4-100)$$

L'éq.4-99 peut toujours être utilisée pour tenir compte de hindered settling. D'autres corrélations ont été développées, mais aucune corrélation définitive n'est apparue dans la littérature. De nombreux fluides de fracturation sont conçus pour un transport presque parfait, de sorte que le taux de sédimentation n'est généralement pas important à moins que la fracture ne reste ouverte pendant une longue période après l'arrêt du pompage.

Un autre effet sur le placement de l'agent de soutènement est la migration des fluides (Nolte, 1988b). Les fluides de fracturation sont généralement viscoélastiques. Bien qu'il n'entre pas dans le cadre de cette section de discuter de ce phénomène en détail, l'un de ses effets importants est de conduire l'agent de soutènement au centre du canal d'écoulement. Cette migration pourrait résulter en une feuille dense près du centre du canal, entourée d'un fluide clair. Cela a pour effet d'accélérer la sédimentation des particules, en particulier pour les faibles concentrations d'agent de soutènement. Unwin et Hammond (1995) ont présenté des simulations montrant l'effet de cette migration sur le placement des agents de soutènement.[2]

On suppose généralement qu'une fracture hydraulique se propage sur deux côtés du puits de forage, souvent appelée deux ailes de fracture ou biwings; la longueur de la fracture de chaque côté est appelée demi-longueur de fracture. Il peut mesurer des centaines ou des milliers de pieds de long. Propped fracture half-length est la demi-longueur de la fracture soutenue par

l'agent de soutènement, et elle est plus courte que la demi-longueur de fracture hydraulique. Mais une bonne utilisation de l'agent de soutènement peut faire en sorte que propped fracture half-length se rapproche de la demi-longueur de la fracture. La demi-longueur effective de fracture est la demi-longueur de la fracture qui contribue effectivement à l'écoulement entre le réservoir et le puits de forage. Il est plus petit que propped fracture half-length (fig.4-14). [26]

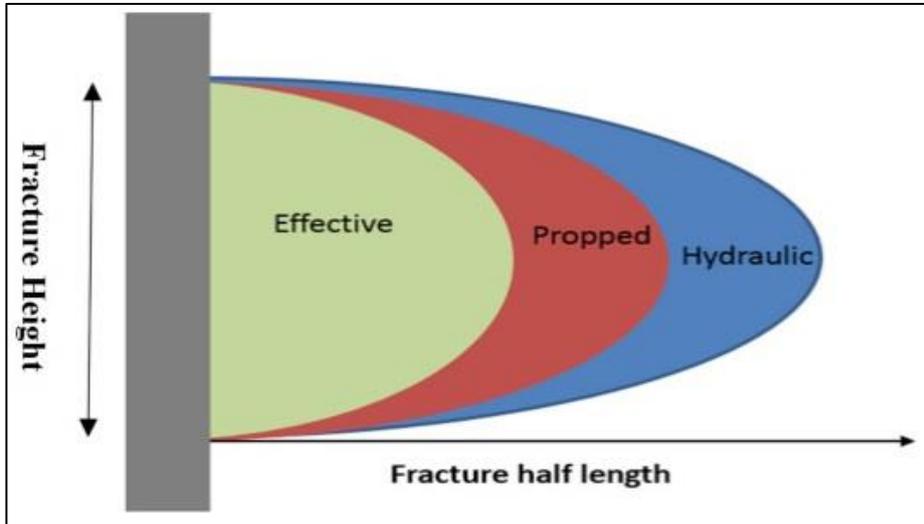


Fig.4-14 : Illustration de la hauteur et des différentes longueurs d'une fracture hydraulique.

2.7.4. Conductivité de fracture :

La conductivité de fracture est une mesure de la propriété d'une fracture étayée « propped fracture » particulière de transporter les fluides produits du puits, et est mesurée en termes de perméabilité de l'agent de soutènement et de largeur moyenne de propped fracture (md-ft). La conductivité de fracture sans dimension « dimensionless fracture conductivity » est définie comme le rapport du produit de la perméabilité à la fracture et de la largeur de fracture sur le produit de la perméabilité de la formation et de la demi-longueur de fracture. La perméabilité de l'agent de soutènement, du sable ou de la céramique, est généralement de centaines de Darcy sans contrainte appliquée, mais dans la formation souterraine, elle est considérablement réduite en raison de la contrainte, de l'enfoncement de l'agent de soutènement, de l'écrasement et d'autres facteurs. [26]

k_f = fracture permeability = constant (md)

C_f = fracture conductivity = $k_f w$ = constant (md ft)

Partie calcul et discussions des résultats :

Tout le long de cette partie nous avons fait appel au software Petrel.

Le logiciel Petrel est l'un des meilleurs logiciels du marché capable de bien modéliser la fracture hydraulique, mais il n'y a pas de document pédagogique disponible pour chaque chercheur.

Par conséquent, dans ce travail, la modélisation de fracture a été effectuée dans le bassin d'Ilizi sur les puits Well-1- et Well-2- à l'aide du logiciel Petrel.

Premier cas d'étude Well-1-

Les données de puits Well-1- :

- La perméabilité : $K= 0.13$ mD
- La porosité : $\emptyset= 4.8\%$
- Pression de réservoir : $Pr=3923$ Psi (270 bar)
- Gradient de fracture : $Gf= 0.48$ Psi/Ft
- Diamètre de tubing : $Dtbg= 4 \frac{1}{2}$ tubing
- Coefficient de Poisson : $\nu= 0.19$
- Module de Young : $E= 6.5$ MPa
- Profondeur des perfos : de 2491 m
- Profile des contraintes minimales, GammaRay et la complétion en fonction de profondeur.

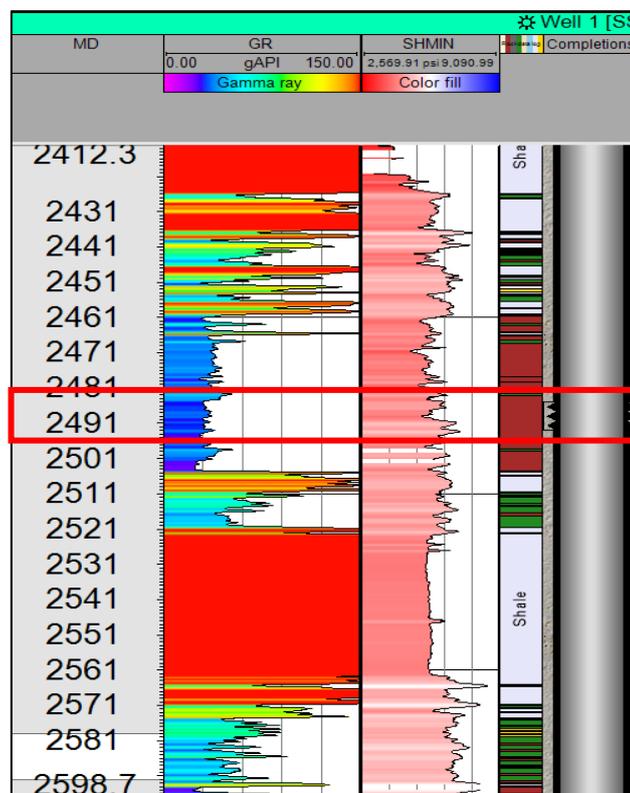


Fig 4-15 : Evaluation des contraintes minimales GammaRay et la complétion en fonction de profondeur.

Nous allons lancer la simulation de 3 scénarios pour Well1-1 avec différents débits pour les deux modèles d'étude PL3D et P3D :

Scénario 1: $Q_{inj} = 30$ bpm.

Scénario 2: $Q_{inj} = 40$ bpm.

Scénario 3 : $Q_{inj} = 60$ bpm.

Les résultats de simulation :

Scénario 1 $Q_{inj} = 30$ bpm :

P3D

Hydraulic Geometry	
Max hydraulic frac half-length:	60.50 m
EOJ hydraulic frac half-length:	43.21 m
EOJ hydraulic height at well:	40.98 m
EOJ hydraulic width at well:	1.73 in
Propped/Conductivity	
Propped frac half-length:	59.89 m
Propped width at well:	0.55 in
Average propped width:	0.46 in
Effective conductivity:	9647.20 mD.ft
Average gel concentration:	756.15 lb/mgal
Effective FCD:	576.16
Pressure/Efficiency	
EOJ net pressure:	2426 psi
Efficiency:	39.00 %
Max surface pressure:	5294 psi
Estimated closure time:	88.14 min

PL3D

All fractures		
Max surface pressure:	4757 psi	
Max bottom hole pressure:	7331 psi	
Active fracture:		
1		
Hydraulic fracture geometry		
	Max	EOJ
Length (2 x Xf):	131.30 m	131.30 m
Width at well:	0.77 in	0.77 in
Height at well:	76.00 m	75.77 m
Propped fracture geometry / conductivity		
	EOJ	ACL
Length (2 x Xf):	112.54 m	112.54 m
Width at well:	0.20 in	0.20 in
Height at well:	72.38 m	72.38 m
Avg conductivity:	14271.03 mD.ft	
Pressure/Efficiency		
EOJ net pressure at perf:	1496.15 psi	
EOJ efficiency:	18.00 %	

Fig.4-16 : tableaux d’Affichage des resultats du scenario1 Well-1-

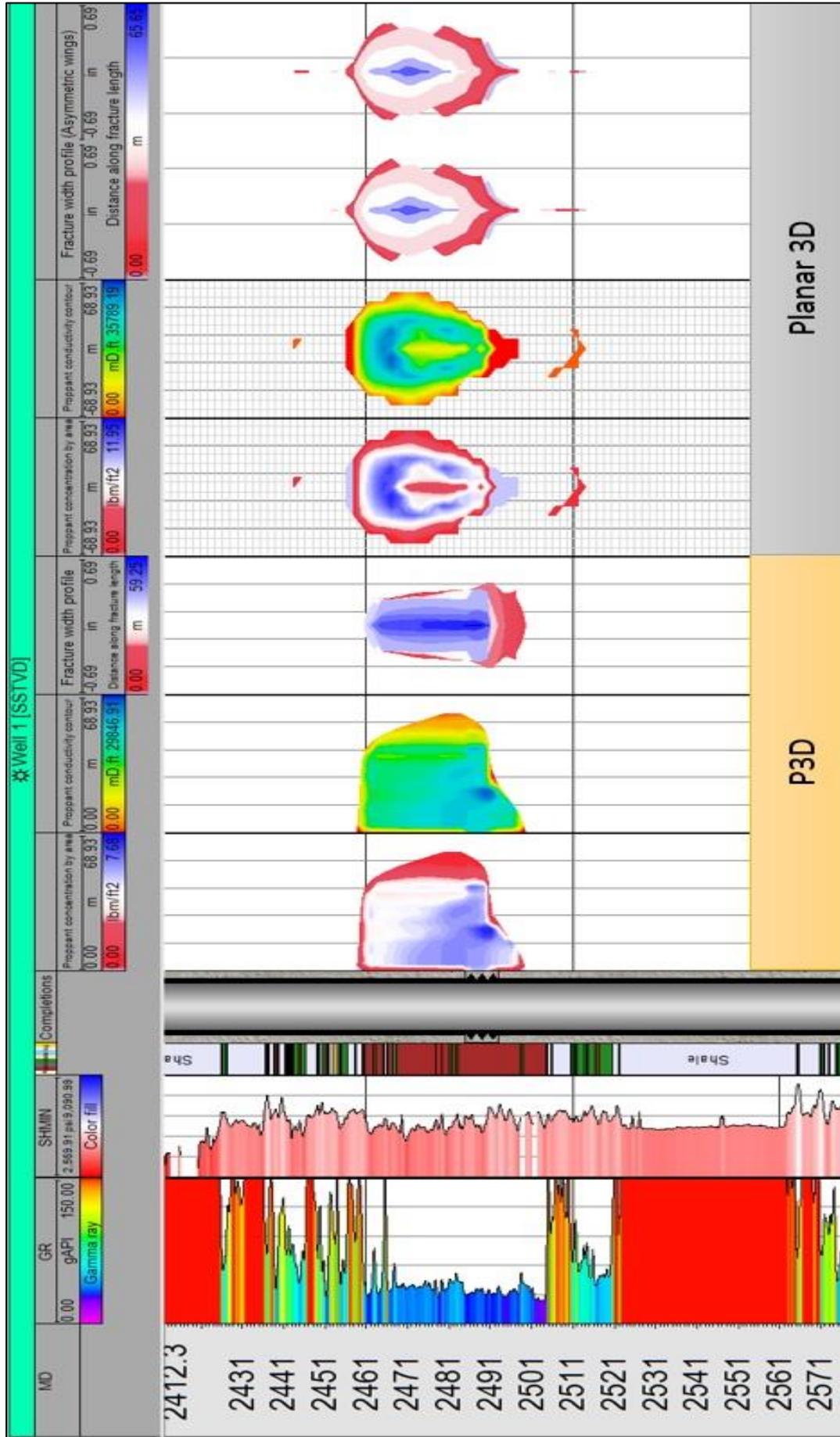


Fig.4-17 : Schémas d'affichage des résultats du scénario 1 Well-1-

Scénario 2 $Q_{inj} = 40 \text{ bpm}$:

P3D

Hydraulic Geometry	
Max hydraulic frac half-length:	68.87 m
EOJ hydraulic frac half-length:	49.19 m
EOJ hydraulic height at well:	42.20 m
EOJ hydraulic width at well:	1.38 in
Propped/Conductivity	
Propped frac half-length:	67.83 m
Propped width at well:	0.40 in
Average propped width:	0.41 in
Effective conductivity:	7291.15 mD.ft
Average gel concentration:	674.94 lb/mgal
Effective FCD:	371.15
Pressure/Efficiency	
EOJ net pressure:	1909 psi
Efficiency:	34.00 %
Max surface pressure:	5128 psi
Estimated closure time:	60.00 min

Planar 3D

All fractures		
Max surface pressure:	5328 psi	
Max bottom hole pressure:	7275 psi	
Active fracture:		
1		
Hydraulic fracture geometry		
	Max	EOJ
Length (2 x Xf):	150.06 m	150.06 m
Width at well:	0.77 in	0.77 in
Height at well:	74.19 m	73.49 m
Propped fracture geometry / conductivity		
	EOJ	ACL
Length (2 x Xf):	131.30 m	131.30 m
Width at well:	0.20 in	0.20 in
Height at well:	70.57 m	70.57 m
Avg conductivity:	12022.76 mD.ft	
Pressure/Efficiency		
EOJ net pressure at perf:	1433.28 psi	
EOJ efficiency:	21.00 %	

Fig.4-18 : tableaux d’Affichage des resultats du scenario1 Well-1-

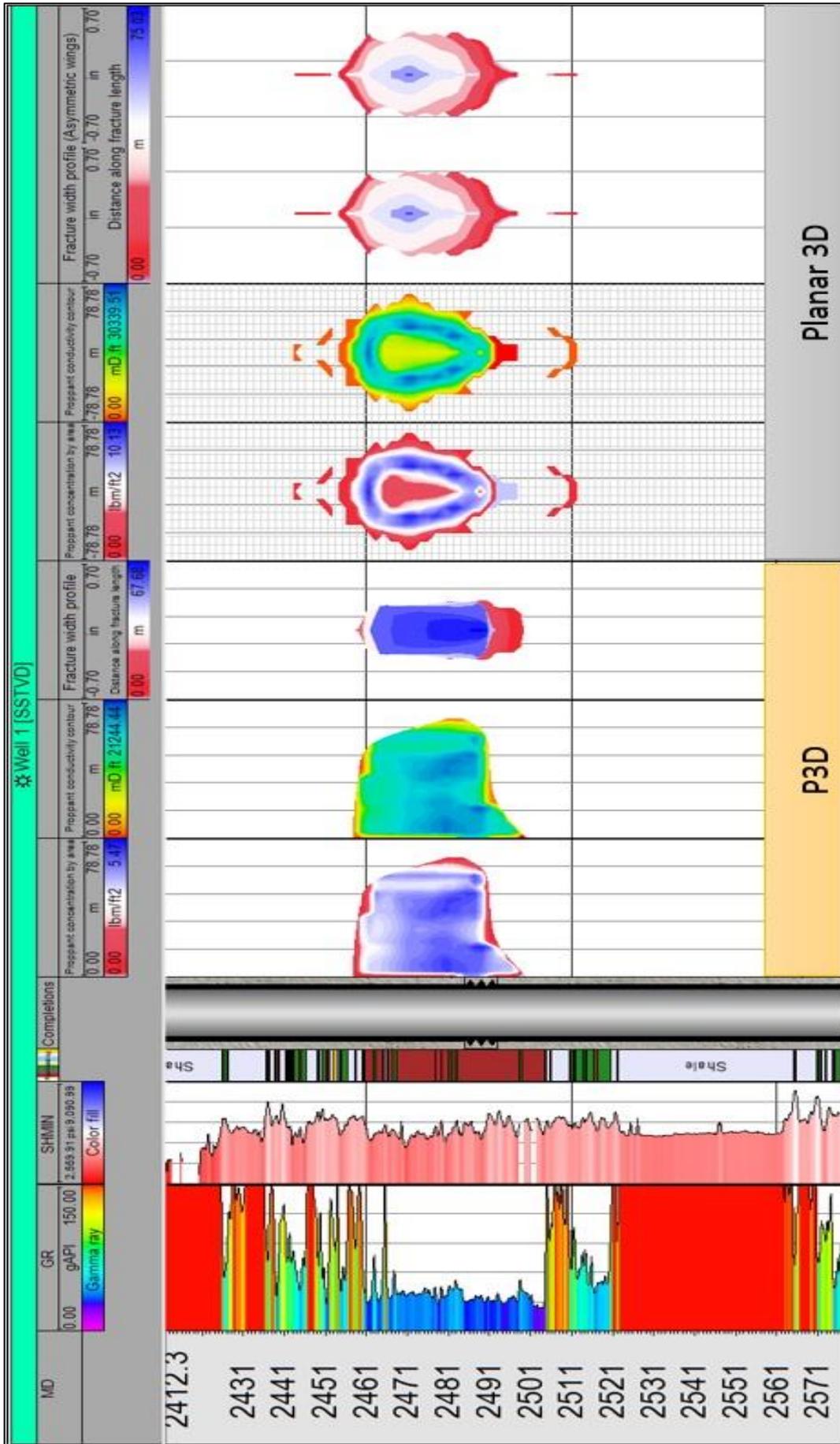


Fig.4-19 : Schémas d'affichage des résultats du scénario 2 Well-1

Scénario 3 $Q_{inj} = 60 \text{ bpm}$:

P3D

Hydraulic Geometry	
Max hydraulic frac half-length:	77.89 m
EOJ hydraulic frac half-length:	66.76 m
EOJ hydraulic height at well:	46.91 m
EOJ hydraulic width at well:	1.05 in
Propped/Conductivity	
Propped frac half-length:	77.89 m
Propped width at well:	0.31 in
Average propped width:	0.33 in
Effective conductivity:	6229.50 mD.ft
Average gel concentration:	673.15 lb/mgal
Effective FCD:	265.33
Pressure/Efficiency	
EOJ net pressure:	1374 psi
Efficiency:	39.00 %
Max surface pressure:	6231 psi
Estimated closure time:	34.90 min

Planar 3D

All fractures		?
Max surface pressure:	6379 psi	
Max bottom hole pressure:	7135 psi	
Active fracture:		?
1		
Hydraulic fracture geometry		?
	Max	EOJ
Length (2 x Xf):	168.81 m	168.81 m
Width at well:	0.80 in	0.80 in
Height at well:	67.79 m	67.79 m
Propped fracture geometry / conductivity		?
	EOJ	ACL
Length (2 x Xf):	150.06 m	150.06 m
Width at well:	0.21 in	0.21 in
Height at well:	65.15 m	65.15 m
Avg conductivity:	8713.85 mD.ft	
Pressure/Efficiency		?
EOJ net pressure at perf:	968.74 psi	
EOJ efficiency:	27.00 %	

Fig.4-20 : tableaux d’Affichage des résultats du scénario 3 Well-1-

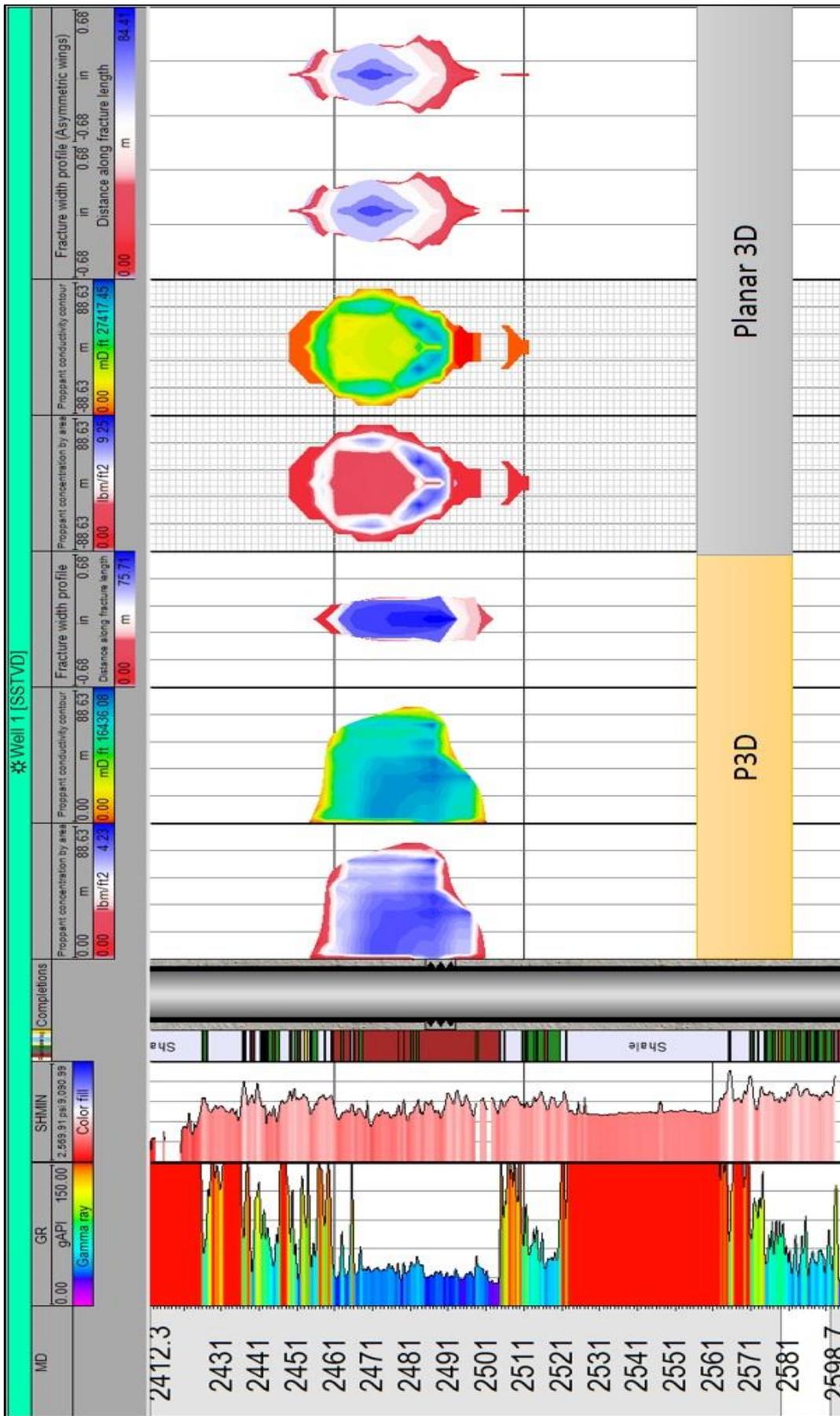


Fig.4-21 : Schémas d'affichage des résultats du scénario 3 Well-1-

Tableau Récapitulatif des résultats :

Well-1-										
propriété		Scénario 1			Scénario 2			Scénario 3		
		P3D	PL 3D	Diff	P3D	PL 3D	Diff	P3D	PL 3D	Diff
Hydraulique Geometry	Max xf(m)	60.5	65.65	5.15	68.87	75.03	6.16	77.89	84.4	6.51
	EOJ xf(m)	43.91	65.65	21.74	49.16	75.03	25.87	66.76	84.4	17.64
	EOJ h(m)	40.98	75.77	34.79	42.20	73.49	31.29	46.91	67.79	20.88
	EOJ w(in)	1.73	0.77	0.96	1.38	0.77	0.61	1.05	0.8	0.97
Propped Geometry	EOJ xf(m)	59.89	56.27	3.62	67.83	65.65	2.18	77.89	75.03	2.86
	EOJ w (in)	0.55	0.2	0.35	0.4	0.2	0.2	0.31	0.21	0.1
	Cf (mD.ft)	9647	14271	4624	7291	12022	4731	6229	8713	2484
Pressure / Efficiency	EOJ <u>Pnet</u> (psi)	2426	1496	930	1909	1433	476	1374	968	379
	EOJ Psm (psi)	5294	4757	537	5128	5328	200	6231	6379	148
	EOJ n	39%	18%	21%	34%	21%	13%	39%	27%	12%

EOJ : End Of Job à la fin de traitement.

Tab.4-2 : tableau récapitulatif des résultats de simulation Well-1-

DISCUSSIONS DES RESULTATS

D'après les résultats obtenus, on peut dire :

- Les deux modèles entièrement 3D testés ont montré une bonne concordance.
- Pour les trois différents scénarios Planar 3D tend à donner des valeurs de demi-longueur maximale de fracture hydraulique presque similaire au P3D.
- Les modèles Planar 3D gardent les mêmes valeurs de demi-longueur de fracture hydraulique maximales et de demi-demi-longueur fracture hydraulique enfin de traitement (EOJ) contrairement au modèles P3D.
- Les modèles Planar 3D donnent plus de précision en matière de hauteur de fracture hydraulique car elles impliquent bien l'écoulement 2D de fluide.
- Les modèles P3D exagèrent souvent la largeur de la fracture enfin de traitement (EOJ) à la fois pour la géométrie hydraulique et la géométrie de fracture étayée (propped fracture geometry), ce qui peut donner une prédiction trop optimiste de la largeur.
- Les modèles Planar 3D tendent à donner des valeurs de conductivité de fracture plus grand que les modèles P3D.
- Pour les faibles débits (scénario 1 et 2) le modèle P3D donne une fracture de longueur plus grande que la hauteur, par contre au modèle Planar3D donne une fracture d'une hauteur plus grande que la longueur.
- Les modèles P3D surestiment souvent la pression nette et l'efficacité du fluide par rapport au modèles PL3D.
- Les résultats obtenues en terme de hauteur (hf) de fracture par le simulateur avancée (intégrant l'écoulement 2D) concorde de façon satisfaisante avec ceux obtenues par les modèles PL3D. En effet, le calcul d'erreur relatif moyenne n'excède pas 10%.

Deuxième cas d'étude Well-2-

Pour le puits Well-2-, Nous allons lancer la simulation avec un seul débit d'injection 25 bpm pour les deux modèles d'étude PL3D et P3D, ensuite nous utilisons les résultats de « Post Data Frac Thermolog » les enregistrements de la température en fonction de la profondeur pour comparer quelle est le modèle le plus précis et le plus proche de la réalité.

Les résultats de simulation :

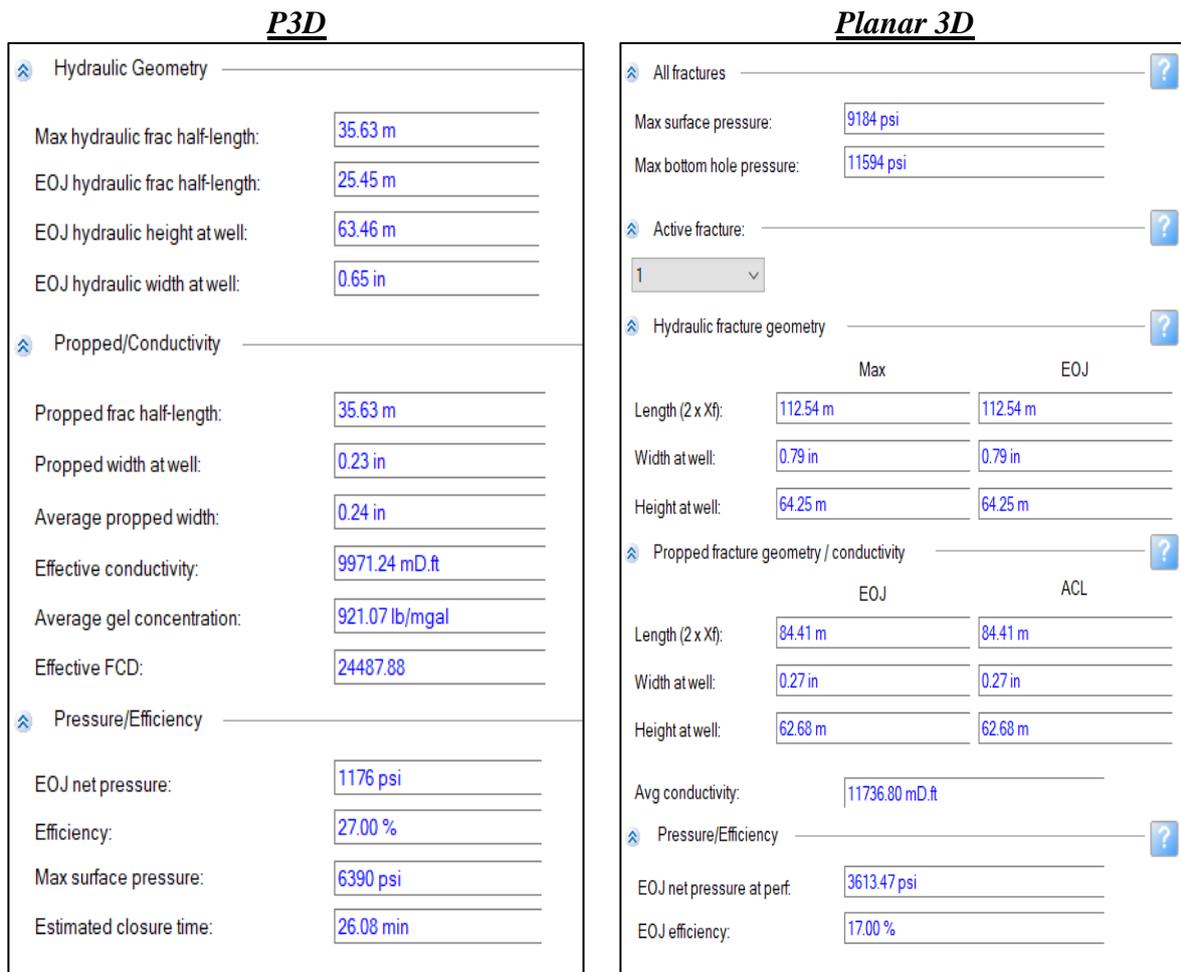


Fig.4-22 : tableaux d’Affichage des résultats du puits Well-2- pour Qinj=25 bpm

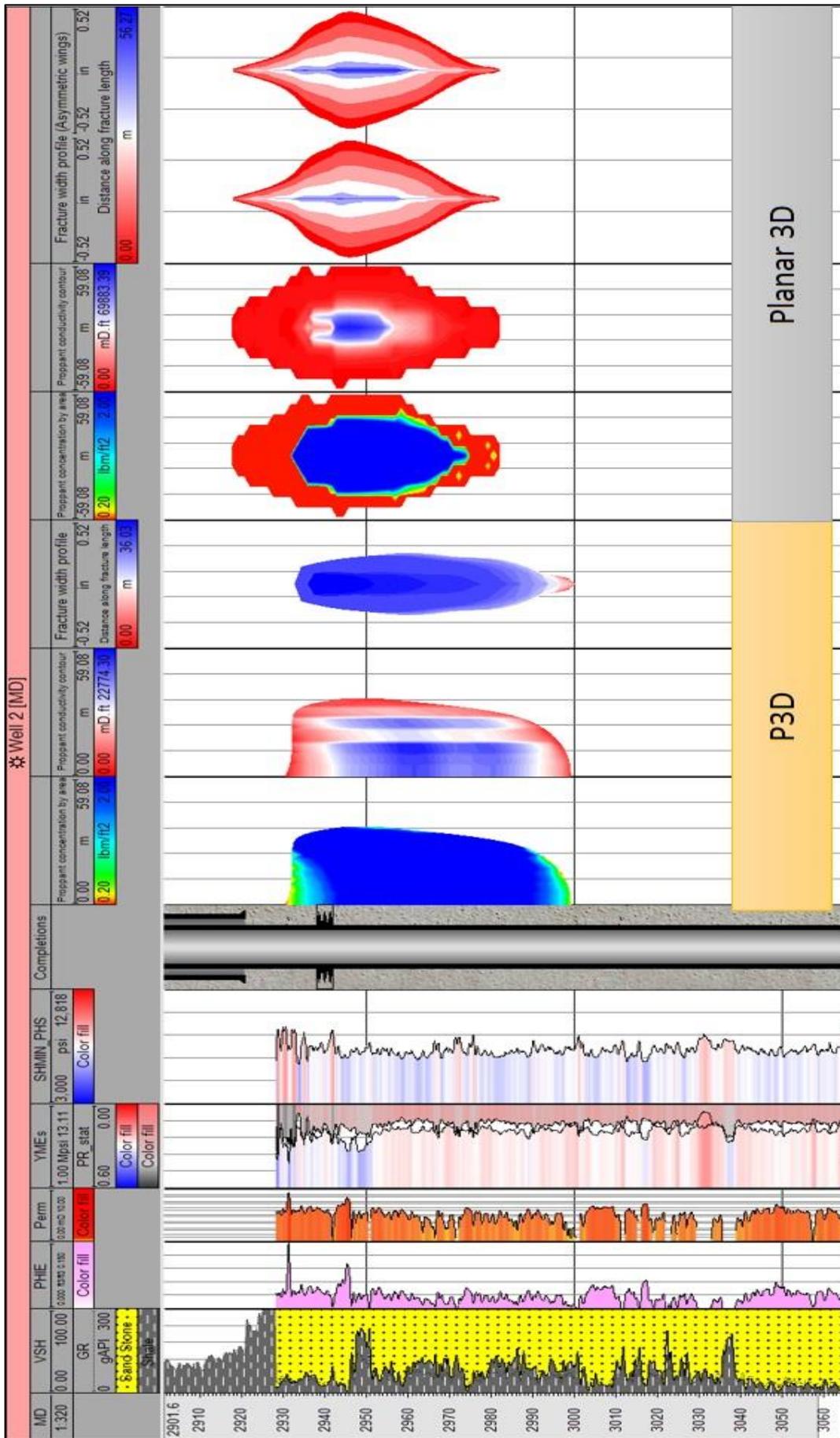


Fig.4-23 : Schémas d'affichage des résultats du puits Well-2- avec un $Q_{inj}=25\text{bpm}$

D'après les résultats obtenus par la simulation on peut fixer l'intervalle de la fracture en fonction de profondeur pour les deux modèles :

P3D :

- La limite supérieure top : 2930 m
- La limite inférieure bottom : 2998 m

Planar 3D :

- La limite supérieure top : 2932 m
- La limite inférieure bottom : 2974 m

Les résultats de Thermolog :

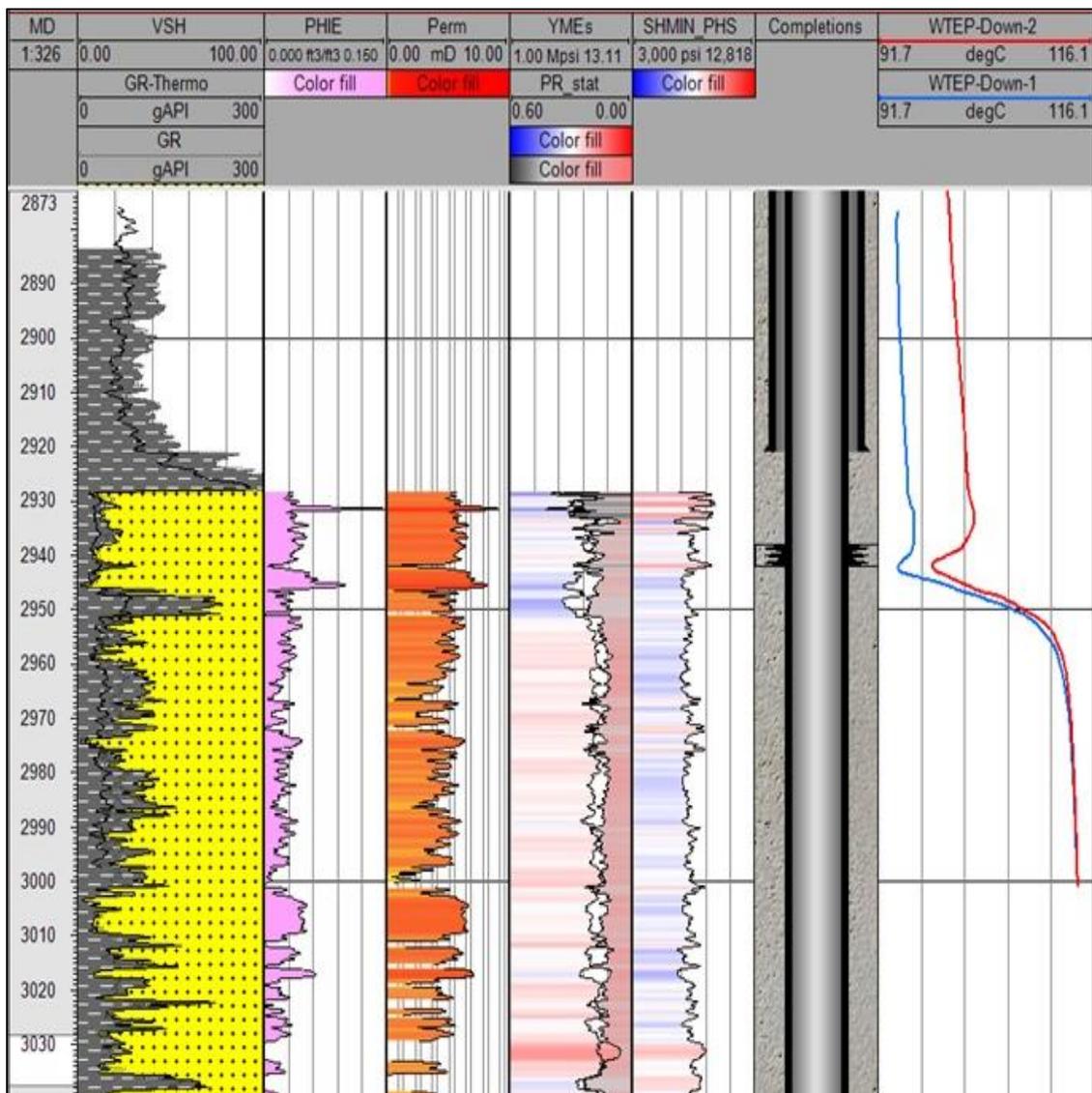


Fig.4-24 : Evaluation de la température (Thermolog) et d'autres propriétés en fonction de profondeur.

D'après le profil de la température en fonction de profondeur nous pouvons élaborer clairement la zone de la fracture en face de fluctuation comme suit : Nous prenons la fracture limite supérieur « top » à 2930m et la limite inférieure « bottom » à 2970 m.

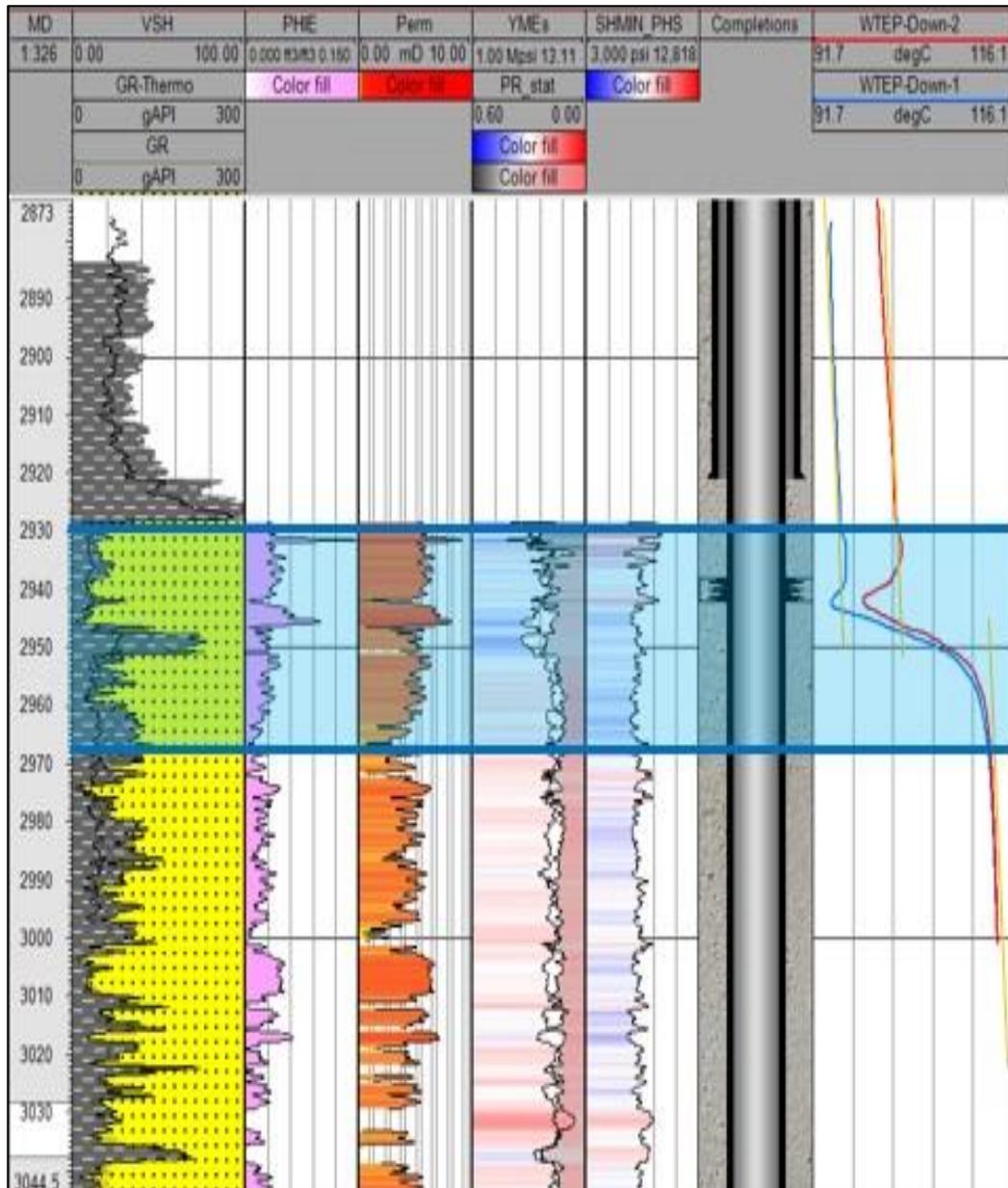


Fig.4-25 : Zonage de la fracture à l'aide de Thermolog.

Calcul d'erreur relatif du deux modèles par rapport Thermolog :

Nous calculons directement l'erreur relatif des deux bornes supérieur et inférieure des deux modèles par rapport au bornes sup et inf. déterminés par le Thermolog par :

$$\text{Erreur relatif} = \frac{\text{mesurée} - \text{réelle}}{\text{réelle}}$$

Mesurée = valeur obtenue par PL3D ou P3D.

Réelle = valeur obtenue par le Thermolog.

Modèle	Borne de fracture	Erreur relatif (%)	Erreur Relatif Moyen
PL3D	Supérieur	0.06	0.095
	Inferieur	0.13	
P3D	Supérieur	0.00	0.8
	inferieur	0.80	

Tab.4-3 : Erreur relatif et erreur relatif moyen entre P3D et PL3D par rapport Thermolog.

D'après Les résultats de simulation et les calculs d'erreur relatif moyen on peut déduire que le de modèle Planar 3D (2932-2974m) sont plus proche au résultats de Thermolog (2930-2970m) par rapport au P3D.

Par conséquent, dans notre cas d'étude on peut clairement constater que le modèle Planar3D et plus précis que le modèle P3D.

Conclusion Générale:

L'objectif de ce mémoire est d'établir une étude comparative entre les deux modèles de simulation de la fracturation hydraulique Pseudo-3D cell-based model et Planar-3D model dans le bassin d'Illizi en Algérie.

Une étude pratique a été réalisée sur 2 puits candidats en utilisant le logiciel Petrel E&P, en lançant trois scénarios pour le premier puits avec différents débits (30, 40 et 60bpm), pour le second puits, nous effectuons une simulation d'un débit de 25 bpm avec les deux modèles d'étude et faisons correspondre le résultat au Thermolog (enregistrement de la température) afin de comparer la précision des résultats obtenues par la simulation.

Au terme de cette étude, nous pouvons conclure que :

- La fracturation conventionnelle est une technique très ancienne mais encore efficace, la preuve, elle vient d'être réalisée dans ces jours à Illizi. Mais si elle se heurte de nos jours à une concurrente redoutable et plus efficace qu'elle, ceci signifie que le progrès scientifique est presque à son comble et que l'on doit se féliciter.
- La prédiction de la géométrie de la fracture est l'un des problèmes centraux de la conception technique des traitements de stimulation ainsi que d'autres processus de champ pétrolifère impliquant la fracturation de la roche réservoir.
- La complexité des traitements a augmenté, mais les techniques de collecte de données et la compréhension des phénomènes de base ont également progressé, de sorte que les méthodes de conception traditionnelles sont maintenant remplacées par des simulations plus détaillées.
- Les modèles 3D planaires sont basés sur l'hypothèse que la fracture est plane et orientée perpendiculairement à la contrainte in situ minimale en champ lointain. Aucune tentative n'est faite pour tenir compte des complexités qui entraînent des écarts par rapport à ce comportement planaire.
- Les simulateurs basés sur Planar3D sont également exigeants en termes de calcul, ils ne sont donc généralement pas utilisés pour les conceptions de routine. Ils doivent être utilisés lorsqu'une partie importante du volume de fracture se trouve en dehors de la zone où la fracture commence ou alors où il y a un écoulement de fluide dominant dans le sens vertical plutôt qu'horizontal.
- Les modèles P3D tentent de capturer le comportement significatif des modèles planaires sans la complexité de calcul.
- Quel que soit le type de modèle utilisé pour calculer la géométrie de la fracture, cette hypothèse aucune tentative pour tenir compte des complexités qui en réalité peuvent affecter le comportement de la fracture.
- Si un simulateur incorpore le bon modèle, il doit correspondre aux deux : traitement de pression et la géométrie de fracture.

Un modèle qui décrit la géométrie de la fracture de manière plus réaliste permet d'extraire beaucoup plus d'informations à partir des données de pression, telles que celles des minitest de fracture et des mesures de pression lors des traitements réels.

D'autre part, une conception de la géométrie de fracture doit être limitée aux caractéristiques essentielles et aux paramètres dominants car, il est très difficile de tenir compte de tous les

paramètres influents pour simuler un phénomène réel sans faire de restrictions car la résolution sera très complexe et pourrait être inutile de point de vue technique.

Recommandations futures :

- Les deux puits étudiés dans ce travail devraient effectuer une analyse Datafrac pour confirmer la géométrie de la fracture hydraulique
- Les deux études de cas se concentrent uniquement sur la comparaison de la géométrie de la fracture et le placement de l'agent de soutènements sans contrainte de champ disponible; ceci devrait être examiné sur la base d'une étude géomécanique intensive pour trouver des solutions plus convaincantes.
- Pour ce travail, nous n'avons pas étudié un problème de simulation de la fracture hydraulique avec un module de réseau de fracture complexe qui est très courant de nos jours; cependant, cela devrait être pris en compte à l'avenir.
- Nous avons mentionné l'existence d'un modèle Full 3D de simulation de la fracturation, mais nous n'avons pas approfondi. Cela pourrait être étudié pour mieux comprendre l'évolution de la fracture hydraulique en Mode 3.
- La croissance des fractures et les non-uniformités des fractures qui restreignent l'écoulement aux régions des fractures ont un effet important sur le transport de l'agent de soutènement dans les fractures verticales. Ceci est prouvé par les 6 figures de simulation. Pour différents types de fluides, la géométrie de la fracture est différente; la distribution de l'agent de soutènement varie pour tous les scénarios.
- L'effet de convection doit toujours être inclus dans la simulation; ce pourrait être le mécanisme dominant.

Nomenclature :

A	area, ft ² , acre, m	G_e	strain energy release rate
B	ratio of the inner cup radius to bob radius	G	shear modulus, psi, bar, Pa
C	wellbore storage, bbl/psi, m ³ /bar	G'	elastic storage modulus, psi, bar, Pa
C	proppant concentration, ft ³ /ft ³ , m ³ /m ³	G_{dyn}	dynamic shear modulus, psi, bar, Pa
C	discharge coefficient	h	height, ft,
CD	dimensionless wellbore storage coefficient	h	formation or reservoir thickness, ft, m
d	diameter, in., m	h	height at the center of perforations, ft, m
d	distance, ft, in., m	cp	fracture height, ft, m
$dsol$	solid particle diameter, in., m	hf	depth, ft, m
d_{tbg}	tubing diameter, in., m	H	
D	diameter, in., m	i	injection rate
D	distance, ft, in., m	K	bulk modulus, psi, bar, Pa
E	Young's modulus, psi, bar, Pa	K	power law fluid rheology consistency coefficient, lbf-sn/ft ²
E'	plane strain modulus, psi, bar, Pa	K'	power law effective consistency coefficient, lbf-sn'/ft ²
E_{dyn}	dynamic Young's modulus, psi, bar, Pa	KI	stress intensity factor, psi/in. ^{1/2} , bar/m ^{1/2}
f	friction factor	KIc	critical stress intensity factor, psi/in. ^{1/2} , bar/m ^{1/2}
f	elastic influence function	KII	stress intensity factor at bottom fracture tip, psi/in. ^{1/2} , bar/m ^{1/2}
f_p	pad volume fraction	KIu	stress intensity factor at top fracture tip, psi/in. ^{1/2} , bar/m ^{1/2}
f_{pad}	pad volume fraction	$Kpipe$	consistency index for pipe flow, lbf-sn/ft ²
		l	length, ft, in., m

Nomenclature

L	fracture half-length, ft, m	tcD	dimensionless closure time
F	force, lbf, N	T	temperature, °F, °C, K
F_c	critical load	u	velocity, ft/s, cm/s
n	power law fluid rheology behavior index, dimensionless	u_{sol}	solid particle velocity, ft/s, cm/s
n	index of time step	V	volume, ft ³ , m ³
n'	power law effective index, dimensionless	w	width, ft, m
P	pressure, psi, bar, Pa	w	fracture width, ft, in., m
p	reservoir pressure, psi, bar, Pa	x	linear distance, ft, m
p_c	constant confining pressure, psi, bar, Pa	y	vertical linear distance, ft, m
p_i	initial reservoir pressure, psi, bar, Pa	z	linear distance, ft, m
p_{net}	net pressure, psi, bar, Pa		
p_{tip}	net pressure at fracture tip for extension, psi, bar, Pa		
PI	productivity index, B/D/psi (oil), Mscf/D/psi (gas), m ³ /d/bar		
q	flow rate, B/D (oil), Mscf/D (gas), m ³ /d		
q_i	injection rate, B/D, bbl/min, m ³ /d, m ³ /s		
r	radial distance, ft, m		
r_{bob}	bob radius		
r_{cup}	cup radius		
s	skin effect, dimensionless		
S	surface area		
S_w	water saturation, fraction		
S_{wi}	irreducible water saturation, fraction		
t	time, day, hr, min, s		

References Bibliographies:

- [1] Starfield et al : How to Model It—Problem Solving for the Computer Age, USA, McGraw-Hill (1990).
- [2] M.J. Economides et Kenneth G.N, reservoir stimulation 3rd edition, book, USA (2000).
- [3] J. Adachi et al, computer simulation of hydraulic fractures, international Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences (2007).
- [4] Grebe JJ, Stoesser M. Increasing crude production 20,000,000 bbl. from established fields. World Petroleum J 1935
- [5] M.J. Economides et al, Modern fracturing enhancing natural gas production, book (2007).
- [6] BERDJA Hicham et KECHAM Sohaib Etudes géomécanique et fracturation hydraulique conventionnelle et conducteur au niveau des réservoirs Cambriens dans le champ de Hassi Messaoud. PFE(2017)
- [7] Khristianovich, S.A. and Zheltov, Y.P.: “Formation of Vertical Fractures by Means of Highly Viscous Liquid,” Proc., Fourth World Pet. Congress, Rome (1955).
- [8] Howard GC, Fast CR. Hydraulic fracturing. Monograph series, vol.2. Richardson: Society of Petroleum Engineers; 1970.
- [9] Simonson ER, Abou-Sayed AS, Clifton RJ. Containment of massive hydraulic fractures. SPE J1978;18(1):27–32 [SPE 6089].
- [10] Nolte KG, Smith MB. Interpretation of fracturing pressures. J Pet Tech 1981(September):1767–75.
- [11] Fung RL, Vilajakumar S, Cormack DE. Calculation of vertical fracture containment in layered formations. SPE Formation Eval 1987;2(4):518–23 [SPE 14707].
- [12] Caroline Prodhon et al, comment mesurer le temps de calcul de votre programmes !, article (2014)
- [13] Carter BJ, Desroches J, Ingraffea AR, Wawrzynek PA. Simulating fully 3D hydraulic fracturing.
In: Zaman M, Booker J, Gioda G, editors. Modeling in geomechanics. New York: Wiley Publishers; 2000.
- [14] siteweb : [https://www.geosoc.fr/actualites-sgf/166-actualites/1819-le-cnam-propose-un-mooc-mecanique-des-roches.html#:~:text=La%20m%C3%A9canique%20des%20roches%20est,mines%20et%20crr%C3%A8res\)%2C%20par%20des.](https://www.geosoc.fr/actualites-sgf/166-actualites/1819-le-cnam-propose-un-mooc-mecanique-des-roches.html#:~:text=La%20m%C3%A9canique%20des%20roches%20est,mines%20et%20crr%C3%A8res)%2C%20par%20des.)
- [15] Hubbert, M.K. and Willis, D.G.: “Mechanics of Hydraulic Fracturing,” paper 686-G, presented at the SPE Annual Meeting, Los Angeles, California, USA (October 14–17, 1956); also in Journal of Petroleum Technology (September 1957).

- [16] M.J Economides et al, Modern Fracturing Enhancing Natural Gas Production, Houston (2007)
- [17] Kh. Benyounes, cours stimulation et traitements de formation ,(chapitre 2 :notions de la mécanique de rupture)(boumerdes, 2020)
- [18] Site internet d'un TPE sur les protections faites à base de fluides non-newtoniens:
<https://www-liphy.univ-grenoble-alpes.fr/IMG/pdf/tpe-mariecur804e.pdf>
- [19] A nondamaging friction reducer for slickwater frac applications. SPE139480 (2011)
- [20] Phillip C. Harris, Fracturing-Fluid Additives., SPE, Journal of Petroleum Technology, October 1988.
- [21] AM Fadhil* and MI Abdou, Proppants Categories for Hydraulic Fracturing Process of Petroleum Wells: A Review. Global Journal of Engineering Sciences (2017)
- [22] Sneddon, I.N. and Elliot, A.A.: "The Opening of a Griffith Crack Under Internal Pressure," Quarterly of Appl. Math. (1946)
- [23] Ming Chen et al, An explicit algorithm for modeling planar 3D hydraulic fracture growth based on a super-time-stepping method. International Journal of Solids and Structures. (january 2020)
- [24] Xiaowei Weng, Incorporation of 2D Fluid Flow Into a Pseudo-3D Hydraulic Fracturing Simulator, SPE Production Engineering, November 1992
- [25] Settari, A. and Cleary, M.P.: "Development and Testing of a Pseudo Three-Dimensional Model of Hydraulic Fracture Geometry (P3DH)," paper SPE 10505 presented at the 1982 SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, Jan. 31-Feb. 3
- [26] Y. ZeeMa et al, book Chapter 19- Glossary for Unconventional Oil and Gas Resource Evaluation and Development, Schlumberger USA (2015)

Annexes :

A1- L'idée et critere de Griffith :

La mécanique de la rupture a été inventée pendant la Première Guerre mondiale par l'ingénieur aéronautique anglais, A.A. Griffith, pour expliquer la rupture des matériaux fragiles. Le travail de Griffith a été motivé par deux faits contradictoires :

- la contrainte nécessaire pour rompre un verre courant est d'environ 100 MPa ;
- la contrainte théorique nécessaire à la rupture de liaisons atomiques est d'environ 10 000 MPa.

Une théorie était nécessaire pour concilier ces observations contradictoires. En outre, les expérimentations sur les fibres de verre que Griffith lui-même a mené suggèrent que la contrainte de rupture augmente d'autant plus que le diamètre des fibres est petit. Par conséquent il en déduit que le paramètre de résistance uniaxiale à la rupture, utilisé jusqu'alors pour prédire les modes de défaillance dans le calcul des structures, ne pourrait pas être une valeur indépendante des propriétés du matériau.

Griffith suggère que la faiblesse de la résistance à la rupture observée dans ses expériences, ainsi que la dépendance de l'intensité de cette résistance, étaient due à la présence de défauts microscopiques préexistant dans le matériau courant.

Pour vérifier l'hypothèse de défauts préexistants, Griffith a introduit une discontinuité artificielle dans ses échantillons expérimentaux. La discontinuité artificielle était une forme de fissure débouchante plus importante que les autres discontinuités supposées préexistantes dans l'échantillon.

Les expériences ont montré que le produit de la racine carrée de la longueur de défauts (a) et la contrainte à la rupture (σ_f) était à peu près constante, ce qui est exprimé par l'équation :

$$\sigma_f \sqrt{a} \approx C.$$

Si l'on suppose la présence d'une fissure de taille a dans un matériau sous traction (contrainte), le calcul de la valeur σ_f de la contrainte à partir de laquelle cette fissure grandit peut s'estimer simplement. L'explication de cette relation en termes de théorie de l'élasticité linéaire pose un problème de point singulier. En élasticité linéaire, la théorie prédit que la contrainte (et par conséquent l'effort) à l'extrémité d'une fissure dans un matériau idéalement élastique est infinie. Pour éviter ce problème, Griffith a développé une approche thermodynamique pour expliquer la relation qu'il a observée.

Le développement d'une fissure nécessite la création de deux nouvelles surfaces et donc une augmentation de l'énergie de surface. Griffith a trouvé une expression pour la constante C sur le plan de l'énergie de surface de la fissure en résolvant le problème de l'élasticité d'une fissure finie dans une plaque élastique. En bref, l'approche était la suivante :

Calculer l'énergie potentielle stockée dans un échantillon parfait sous une charge de traction uniaxiale,

Ajuster la contrainte de sorte que la charge appliquée *ne déforme pas* l'échantillon, puis introduction d'une fissure dans l'éprouvette. La fissure relaxe la contrainte et, par voie de

conséquence, relaxe l'énergie élastique aux abords des faces de la fissure. D'autre part, de par son existence, la fissure augmente l'énergie de surface totale de l'échantillon.

Calculer la différence d'énergie libre (énergie de surface - énergie élastique) en fonction de la longueur de la fissure. La rupture se produit lorsque l'énergie libre atteint une valeur maximale pour une longueur critique de fissure, au-delà de laquelle l'énergie libre diminue du fait de la propagation de la fissure (augmentation de l'énergie de surface) c'est-à-dire de l'augmentation de la longueur de la fissure jusqu'à provoquer la rupture. Grâce à cette méthode, Griffith a constaté que :

$$C = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi}}$$

où :

E est le module de Young du matériau, et

γ est la densité d'énergie de surface du matériau

Les valeurs $E = 62$ GPa et $\gamma = 1$ J/m² donnent un excellent modèle pour déterminer la contrainte de rupture prédite par Griffith pour un matériau fragile.

Les contraintes ont été calculées par Irwin à l'aide de la théorie d'élasticité, elles sont exprimées par les relations suivants :

Mode 1 :

$$\sigma_x = \frac{K_1}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_1}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_1}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

En déformation plane :

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad , \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Mode 2 :

$$\sigma_x = \frac{K_2}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_2}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_2}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$

En déformation plane :

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x - \sigma_y) \quad , \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Mode 3 :

$$\tau_{xz} = -\frac{K_3}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_3}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\sigma_z = \sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$$

Les facteurs K1, K2 et K3 caractérisent à la fois la géométrie de la fissure et la nature de sollicitations. Ils sont appelés facteurs d'intensité de contrainte et s'expriment en (MPa√m).

A2- Cercle de Mohr:

Dans l'analyse des contraintes bidimensionnelles, le cercle de Mohr est une représentation graphique de l'état de contrainte d'un point dans un corps en équilibre statique. L'état de chargement bidimensionnel peut être une contrainte plane ou une charge de déformation plane.

Considérons un corps en équilibre sous un chargement bidimensionnel (Fig A2-1). Le tenseur des contraintes pour ce cas est donné par:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} (*)$$

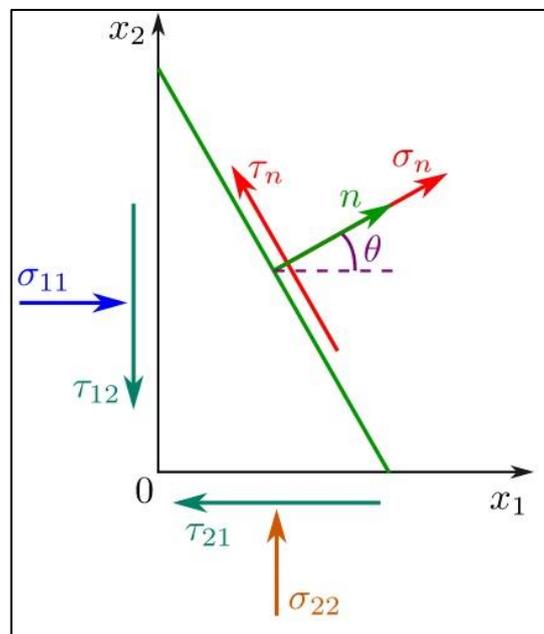


Fig A2-1 : Diagramme de corps libre d'un point en équilibre statique en analyse bidimensionnelle. Illustration des contraintes normales et de cisaillement agissant sur un plan arbitraire.

Les contraintes de compression sont positives et les contraintes de cisaillement sont positives lorsqu'elles ont une direction comme le montre la figure A2-2.

Considérons maintenant un plan arbitraire à l'intérieur de ce corps. Le vecteur normal de cet angle plan θ par rapport à l'axe horizontal x_1 . Le vecteur de contrainte T qui agit sur ce plan peut être calculé par

$$T_i = \sigma_{ij}n_j \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} T_1 = \sigma_{11}n_1 + \sigma_{12}n_2 \\ T_2 = \sigma_{21}n_1 + \sigma_{22}n_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} T_1 = \sigma_{11}\cos\theta + \sigma_{12}\sin\theta \\ T_2 = \sigma_{21}\cos\theta + \sigma_{22}\sin\theta \end{cases}$$

où (n_1, n_2) sont les cosinus directeurs du plan. La contrainte normale σ_n qui agit sur ce plan est donnée par:

$$\sigma_n = T_1n_1 + T_2n_2 = T_1\cos\theta + T_2\sin\theta \quad (A2-1)$$

Élargir l'équation ci-dessus (A2-1) et prendre en considération que:

$$\sigma_{12} = \sigma_{21}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$$

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$$

$$\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$$

nous dérivons l'expression suivante:

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos 2\theta + \sigma_{12}\sin 2\theta \quad (A2-2)$$

La contrainte de cisaillement sur le plan peut être dérivée du théorème de Pythagore

$$\tau_n^2 = T^2 - \sigma_n^2 = T_1^2 + T_2^2 - \sigma_n^2 \quad (A2-3)$$

L'élargissement de l'équation ci-dessus (A2-3) et la prise en compte de l'équation (A2-1) conduit à:

$$\tau_n = T_1\cos\theta - T_2\sin\theta$$

Ou

$$\tau_n = -\frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\sin 2\theta + \sigma_{12}\cos 2\theta \quad (3.12)A2-4$$

Les équations (A2-2) et (A2-4) sont les équations paramétriques d'un cercle. Pour prouver ce dernier, nous réécrivons l'équation (3.10) comme suit:

$$\sigma_n - \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) = \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos 2\theta + \sigma_{12}\sin 2\theta \quad (\text{A2-5})$$

Si les équations sont mises au carré et ajoutées par parties, alors après quelques calculs conduisent à:

$$\left(\sigma_n - \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22})\right)^2 + \tau_n^2 = \left(\frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\right)^2 + \sigma_{12}^2 \quad (\text{A2-6})$$

Si nous définissons

$$C = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

Et

$$R^2 = \left(\frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\right)^2 + \sigma_{12}^2$$

Alors l'équation (A2-6) devient:

$$(\sigma_n - C)^2 + \tau_n^2 = R^2$$

Qui est l'équation d'un cercle de centre C et de rayon R sur un système de coordonnées avec l'abscisse représentant la contrainte normale σ et l'ordonnée la contrainte de cisaillement τ (fig. A2-2).

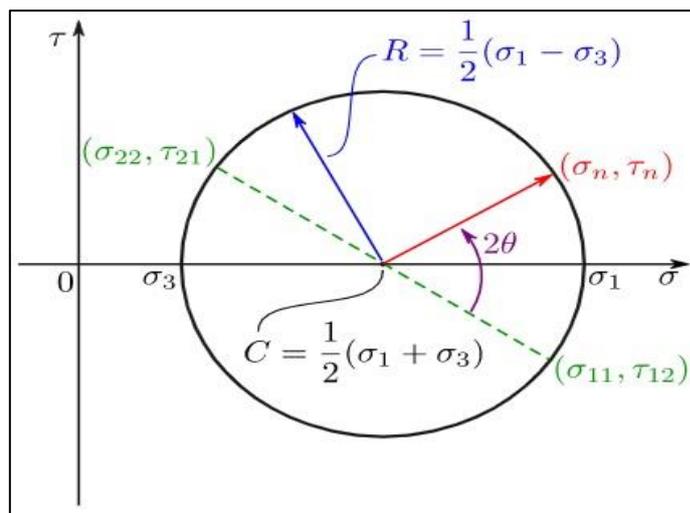


Fig A2-2: Dans l'analyse bidimensionnelle, le cercle de Mohr représente l'état de contrainte d'un point dans un corps en équilibre statique.

Afin de construire le cercle de Mohr pour le tenseur des contraintes (*), nous devons d'abord définir une règle spéciale. Les contraintes de cisaillement qui donnent un moment dans le sens des aiguilles d'une montre autour du point central de l'élément (Fig.A2-1) seront prises

positives. Les contraintes de cisaillement qui ont tendance à faire tourner l'élément dans le sens antihoraire seront considérées comme négatives. Ainsi, pour le cas de la figure 3.8, nous dessinons d'abord les deux points $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ et $(\sigma_{22}, \sigma_{21})$ comme indiqué sur la figure A2-2. Ensuite, nous les connectons aux points par une ligne droite. Cette ligne est le diamètre du cercle. Le point d'interception entre cette ligne et l'axe horizontal est le centre du cercle. La distance entre le centre et $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ ou $(\sigma_{22}, \sigma_{21})$ est égale au rayon. Par conséquent, nous pouvons maintenant dessiner le cercle de Mohr.

Selon les équations (A2-2) et (A2-4), un plan d'angle θ comme indiqué sur la figure A2-1, angle 2θ sur le cercle de Mohr comme illustré sur la figure A2-2. Par conséquent, pour un plan donné, il suffit de mesurer l'angle 2θ sur le cercle de Mohr et les coordonnées du point sur le cercle sont la contrainte normale et de cisaillement qui agissent sur ce plan particulier. Il est à noter que l'angle 2θ est mesuré à partir de la droite reliant le centre du cercle et $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ avec la même direction que dans le diagramme du corps libre (Fig.A2-2).

Par la suite, on peut déduire les principales contraintes et leurs directions. Si nous définissons:

$$\tau_n = 0$$

Puis de l'équation (A2-4) on dérive:

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} \quad (\text{A2-7})$$

L'équation (A2-7) a deux solutions:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_1 \\ \theta &= \theta_2 = \theta_1 + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Les deux angles θ_1 et θ_2 sont appelés directions principales et représentent la direction des deux contraintes principales. En substituant les angles θ de l'équation (A2-7) à l'équation (A2-2) et en tenant compte du fait que:

$$\begin{aligned} \sin(\arctan(x)) &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \\ \cos(\arctan(x)) &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \end{aligned}$$

mène à:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \sigma_{12}^2} \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \sigma_{12}^2} \end{aligned}$$

où σ_1 et σ_2 sont les deux contraintes principales. Sur la figure A2-2, les deux contraintes principales sont les points d'intersection entre le cercle de Mohr et l'axe horizontal.

La contrainte de cisaillement maximale se produit lorsque la dérivée de la contrainte de cisaillement par rapport à θ est égale à zéro (voir l'équation (A2-4)). L'angle de contrainte de

cisaillement maximal $\pm 45^\circ$ par rapport aux directions principales. Sa valeur absolue est égale au rayon du cercle de Mohr:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \sigma_{12}^2} \quad (\text{A2-8})$$

Il faut noter que l'équation ci-dessus (A2-8) est vraie pour les plans parallèles à l'axe z. Si des plans inclinés par rapport à l'axe z sont pris en compte, des contraintes de cisaillement plus élevées peuvent se produire.

A3- Nature des agents de soutènement :

Les agents de soutènement peuvent être regroupés en trois catégories principales (Fig A3-1)

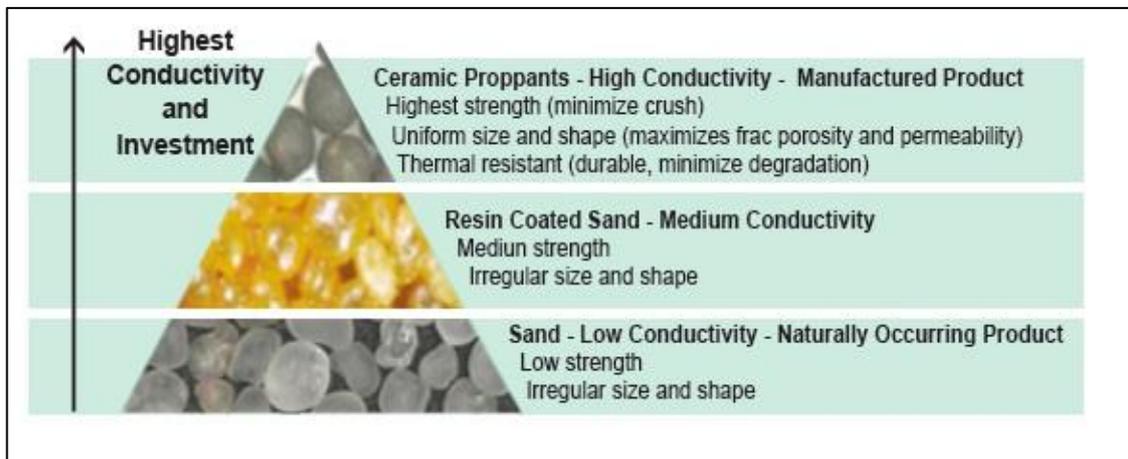


Fig A3-1 : Pyramide des flux d'agent de soutènement.

sable de silice arrondi, sable enduit de gravier et de résine, matériaux céramiques synthétiques frittés et / ou fondus. Les matériaux les plus couramment utilisés sont le sable, la céramique, la résine sablée. Il existe plusieurs types d'agents de soutènement avec des caractéristiques différentes selon la classification standard. Ces caractéristiques doivent être adaptées au type de puits et de réservoir pour être fracturés hydrauliquement. Les agents de soutènement agissent correctement dans le support des fissures ouvertes lors de l'opération de fracturation. La fig (A3-1) montre certains types d'agents de soutènement fixés dans différents types de roches avec et sans contrainte appliquée. La Fig (A3-2) présente un schéma du choix du matériau de soutènement en fonction de la tension de fermeture de fracture.

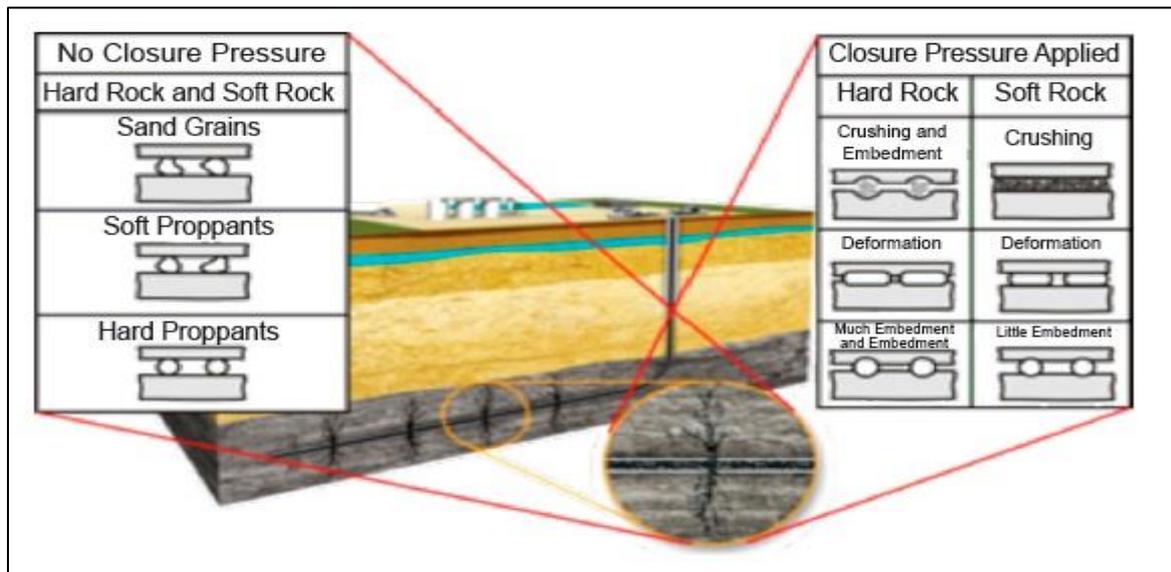


Fig A3-2 : Relation entre certains types d'agents de soutènement et certains types de roches, où les grains de sable sont les agents de soutènement de sable sans revêtement (sand), l'agent de soutènement mou (soft) est l'agent de soutènement synthétique de faible résistance mécanique et l'agent de soutènement dur (hard) est l'agent de soutènement synthétique à haute résistance.

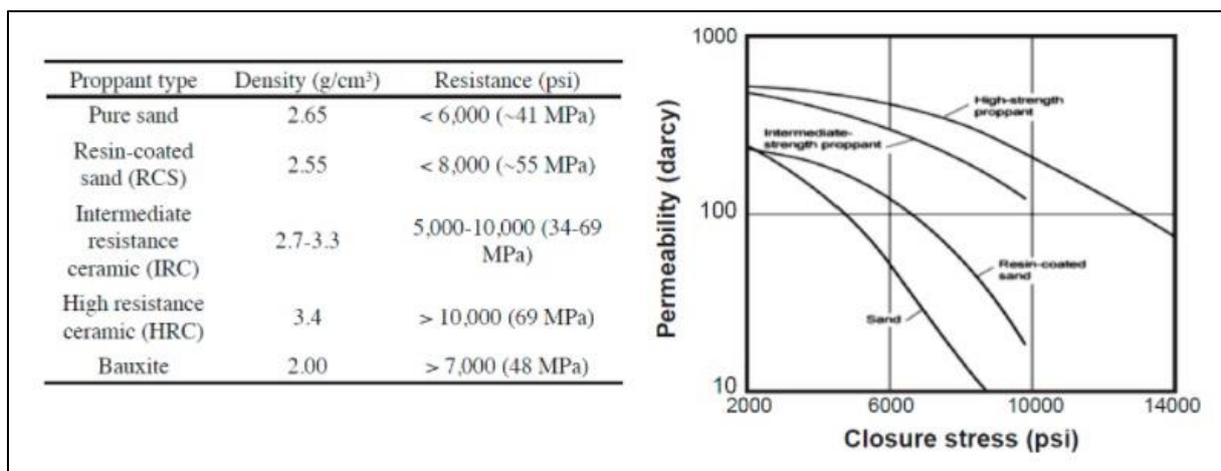


Fig A3-3: Schéma de choix du type d'agent de soutènement en fonction de la contrainte de fermeture de fracture dans le réservoir.

Plusieurs propriétés doivent être évaluées adéquatement pour la sélection des matériaux de soutènement. La résistance est l'une des principales propriétés à considérer car elle définit la durée de vie et la limite de la contrainte de fermeture. La résistance de l'agent de soutènement est également liée à la porosité, qui est donc liée à sa densité. Le mode de production détermine la qualité du format (sphéricité et rondeur) et la taille du produit final. Des normes techniques mondiales ont été utilisées pour la classification des agents de soutènement. Les plus importants sont les API RP 56, 60 et 61, ISO 13503-2, et ASTM E11 22: désignation de la taille par tamis: ASTM E11; format (sphéricité et arrondi): ISO 13503 -2 §7; densité: ISO 13503-2 §10; solubilité dans l'acide: ISO 13503-2 §8; turbidité: ISO 13503-2 §9; essai d'écrasement: ISO 13503-2 §11 / 13503-5; essai de conductivité: API RP 61 / 19D. Les principales tailles de particules des agents de soutènement se situent entre un maillage USA 30 équivalent à 0,589

mm et un maillage USA 50 équivalent à 0,297 mm. On a plusieurs tailles des agents de soutènement par exemple : 6/9, 8/12, 12/20, 16/30, 20/40, 40/70 mesh. En pratique on utilise principalement des agents (20/40 mesh), (16/30 mesh) ou (12/20 mesh). Pour la sélection, 90% du matériau passant à travers le tamis supérieur et seulement 1% passant à travers le tamis inférieur sont considérés. Un polymère à base d'eau (par exemple, la gomme de guar à base d'eau) est normalement utilisé pour le transport des agents de soutènement et en particulier pour l'ouverture et la propagation des fractures. Il existe des études sur l'utilisation de la mer l'eau dans le cadre de la composition du fluide de fracture et l'utilisation d'agents de soutènement dans les réservoirs géothermiques nécessitant une stabilité chimique et une résistance en milieu salin / acide. la densité apparente spécifique (SBD) est comprise entre 2,65 et 3,56 g / cm³ et la densité apparente (BD) est comprise entre 1,60 et 2,00 g / cm³. Le tableau II montre quelques types et leurs densités typiques respectives. La principale différence entre SBD et BD réside dans la précision de l'approche de la densité réelle du matériau par rapport au volume occupé dans les milieux liquides et extérieurs. Les caractéristiques de chaque type d'agent de soutènement en termes d'efficacité de fracturation hydraulique sont présentées ci-dessous.

Proppant type	SBD (g/cm ³)	BD (g/cm ³)
Sand/resin-coated sand (RCS)	2.65	1.60
Light ceramics	2.72	1.62
Intermediate density ceramics	3.27	1.84
High density ceramics	3.56	2.00

SBD - specific bulk density; BD - bulk density.

Tableau A3-1 : Variation de la densité typique de différents types d'agents de soutènement.

Sable de silice:

communément appelé sable canadien, sable d'Ottawa, Jordanie, hickory, blaireau, Brady, silice du Colorado, Arizona, blanc, brun et blanc d'Ottawa, les agents de soutènement de sable de silice sont les agents de soutènement les moins chers à faible résistance à l'écrasement. Cependant, il existe une différence entre les agents de soutènement sable blanc et sable brun. Le sable blanc est monocristallin et plus résistant que le sable brun polycristallin (Fig A3-4). Un problème courant de ce type d'agent de soutènement est la formation de fines à partir de fractures de grains causées par le stress. Pour éviter cela, la résine peut être utilisée comme revêtement sur l'agent de soutènement. La figure A3-4c présente une céramique d'essai de défaillance réalisée avec une fraction d'agent de soutènement de sable Hickory / Brady de 12/20 à 6 000 psi (408,3 atm ou 41,4 MPa). Il est possible d'observer la fragmentation du matériau générant des fines qui empêchent le passage de pétrole et gaz, réduisant ainsi le débit du système.

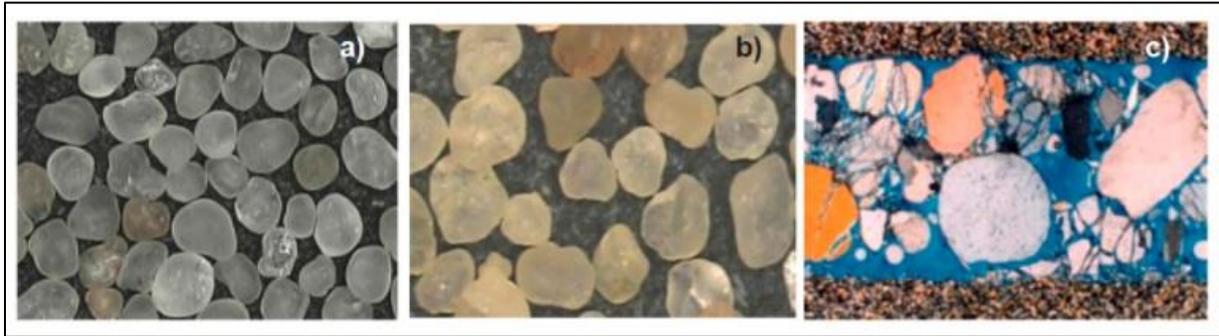


Fig A3-4 : Images de: (a) sable blanc; (b) sable brun; et (c) la céramique d'essai de défaillance de l'agent de soutènement (Stim-Lab).

Sable / agents de soutènement revêtus de résine (Resin coated sand) :

des agents de soutènement revêtus de résines phénoliques partiellement durcies sont également utilisés pendant le processus d'extraction lorsque les agents de soutènement revêtus (fig A3-5 :5a, 5b et 5c) doivent subir une polymérisation in-situ à l'intérieur du réservoir formant un filtre au fond. Il existe différents types et degrés de résine. Tout substrat peut être revêtu de résine (sable, céramique / bauxite, coque en noyer, etc.). Le matériau auparavant fragile devient résistant à l'écrasement et à l'environnement acide grâce à l'utilisation d'un revêtement en résine, réduisant ainsi le reflux du matériau provenant du bien. Cependant, les utilisations de ces matériaux sont limitées à des pressions comprises entre 35 et 69 MPa (~ 5 000 à 10 000 psi). La figure 5d montre une section d'essai de défaillance sur des agents de soutènement revêtus de résine avec 8 000 psi (544,4 atm ou 55,2 MPa). Il est possible d'observer qu'il n'y a pas de fragmentation de la matière générant les fines qui autrement diminuerait l'écoulement. La performance des agents de soutènement revêtus de résine consiste à injecter le fluide de fracture contenant les agents de soutènement, à durcir la résine et à joindre les agents de soutènement adjacents. Après avoir été écrasée à cause du stress, la résine agit comme un film qui empêche les mouvements fins, empêchant le colmatage du canal d'écoulement. Deux types de résines peuvent être utilisées: les résines durcissables qui consolident l'emballage réduisent le reflux des agents de soutènement et encapsulent les fines des agents de soutènement (comme mentionné ci-dessus) et les résines pré-durcies, qui encapsulent les fines et favorisent la répartition des contraintes.

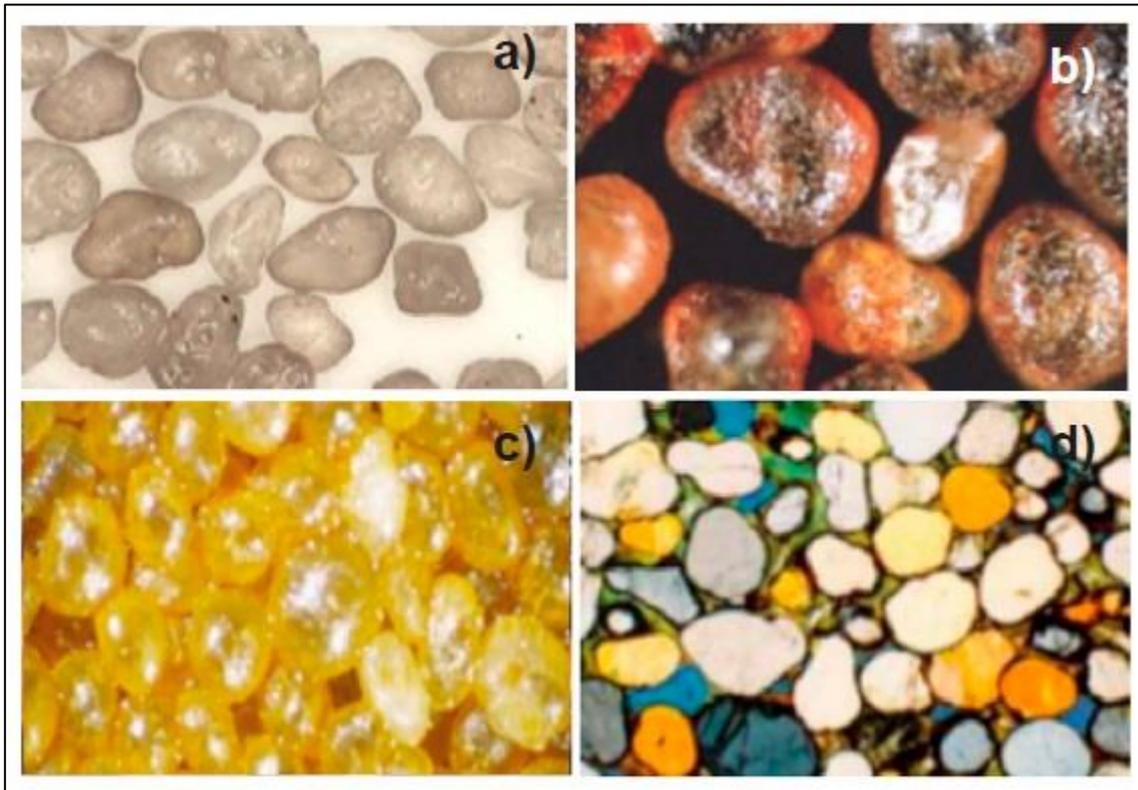


Fig A3-5 : Exemples de: (a) RCS standard; (b, c) agents de soutènement RCS de qualité supérieure; et (d) la céramique d'essai de défaillance des agents de soutènement enduits de résine . (Stim-Lab)

Synthétique céramique / bauxite:

les agents de soutènement céramiques synthétiques sont principalement fabriqués par combustion, fusion ou frittage d'argiles bauxite (Fig A3-6) et / ou kaolinite. La composition minéralogique finale, après traitement du matériau, est composée du mélange de mullite et de corindon. Les compléments peuvent également être préparés en mélangeant d'autres matériaux céramiques. L'agent de soutènement à base de bauxite est le plus utilisé. Avec une résistance plus élevée à l'écrasement, les matériaux céramiques frittés peuvent être utilisés dans des environnements jusqu'à 140 MPa (~ 20 305 psi) en plus d'être chimiquement inertes. Cependant, en raison de leur densité élevée, l'utilisation de fluides de chargement visqueux dans la fracture devient nécessaire, conduisant à des taux de pompage plus élevés et à une énergie accrue pendant le pompage (puissance de freinage). Le coût de ces agents de soutènement est relativement élevé. La densité des agents de soutènement influence leurs performances telles que la résistance à l'écrasement et la portée le long du canal de fracture, variant entre 1,5 et 3,7 g / cm³.

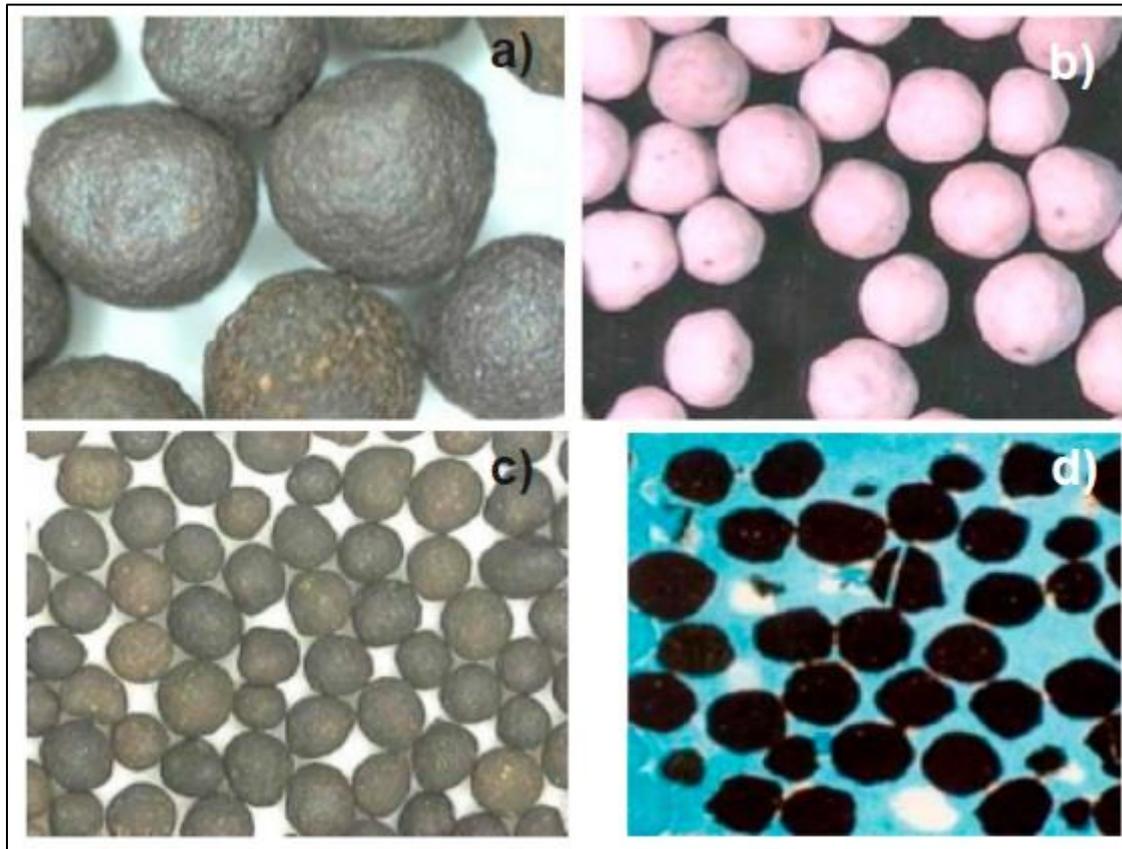


Fig A3-6 : Images de: (a) agents de soutènement céramiques de bauxite haute densité (SBD 3,56 g / cm³); (b) agents de soutènement céramiques basse densité (SBD ~ 2,72 g / cm³); (c) agents de soutènement de densité intermédiaire (SBD ~ 3,27 g / cm³); et (d) coupe transversale de l'essai de défaillance des agents de soutènement en céramique de densité intermédiaire (Stim-Lab)

Il existe une grande variété d'agents de soutènement utilisés pour la fracturation hydraulique, on peut citer d'autres comme : agents de soutènement synthétiques, agents de soutènement synthétiques à base de matériaux recyclés, agents de soutènement synthétiques à base de déchets minéraux, agents de soutènement à base de nano-silice.

A4- Modèles de géométrie de fracture radiale

Tant Perkins et Kern (1961) que Geertsma et de Klerk (1969) ont considéré les fractures radiales, qui se développent sans être confinées à partir d'une source ponctuelle. Ce modèle est applicable lorsqu'il n'y a pas de barrières limitant la croissance en hauteur ou lorsqu'une fracture horizontale est créée. Geertsma et de Klerk ont formulé le modèle radial en utilisant les mêmes arguments décrits dans «Dérivation du modèle Khristianovich – Geertsma – de Klerk». La largeur de fracture est :

$$w_w = 2.56 \left(\frac{\mu q_i R}{E'} \right)^{1/4}$$

et la longueur radiale R est :

$$R = \sqrt{\frac{q_i(4w_w + 15S_p)}{30 \pi^2 C_L^2} \left(e^{S^2} \operatorname{erfc}(S) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} S - 1 \right)}$$

Où

$$S = \frac{15C_L \sqrt{\pi t}}{4w_w + 15S_p}$$

Une relation explicite pour la pression peut être dérivée en considérant la solution pour l'écoulement d'une source ponctuelle, auquel cas la pression dans la fracture est fonction de l'expression $\ln(rw / R)$, où rw est le rayon du puits de forage.

Les approximations sans perte de fluide pour le modèle radial sont :

$$w_w = 2.17 \left[\frac{\mu^2 q_i^3}{E'^2} \right]^{1/9} t^{1/9}$$

$$R = 0.52 \left[\frac{E' q_i^3}{\mu} \right]^{1/9} t^{4/9}$$

L'approximation des grandes pertes de fluide pour la longueur radiale est :

$$R = \frac{1}{\pi} \left[\frac{q_i^2 t}{C_L^2} \right]^{1/4}$$

Une expression pour la largeur dans le cas d'une grande perte de fluide n'a pas été fournie mais peut être trouvée à partir des équations précédentes.

A4- Équation de conservation de la quantité de mouvement pour la fracturation hydraulique:

L'équation 4-40 est une équation vectorielle, pour laquelle un composant peut-être écrit comme :

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \left(\frac{\partial \tau_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yi}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zi}}{\partial z} \right) + \rho g_i$$

où u est la vitesse, g est l'accélération gravitationnelle et i est x , y ou z . Le terme sur le côté gauche de l'Equation est appelé le dérivé substantiel, qui est le taux de changement observé par un observateur se déplaçant avec le mouvement du fluide. Il peut être lié à la dérivée partielle habituelle (c'est-à-dire le taux de changement vu par un observateur stationnaire) comme :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z}$$

Ainsi, Eq peut être étendu à

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_i}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_i}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_i}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \left(\frac{\partial \tau_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yi}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zi}}{\partial z} \right) + \rho g_i$$

Cette équation tout à fait générale peut être simplifiée pour un canal étroit en milieu imperméable. La fuite ne se produit pas dans ce cas, de sorte que les composants dans la

direction z peuvent être négligés. De plus, le flux est supposé être à l'état stationnaire, de sorte que les dérivées temporelles peuvent être ignorées. Dans ce cas, Equation simplifiée à

$$\rho \left(u_x \frac{\partial u_i}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \left(\frac{\partial \tau_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yi}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zi}}{\partial z} \right) + \rho g_i$$

pour $i = 1$ ou 2 . Même pour un milieu perméable, l'équation est utilisée. Dans ce cas, la filtration est traitée comme un terme de puits et incluse dans le bilan de masse, mais on suppose qu'elle n'affecte pas les équations concernant la pression, la contrainte et la vitesse du fluide.

* Fluides newtoniens

Pour faire Equation précédente utile, les composantes de contrainte doivent être déterminées, ce qui se fait en supposant un modèle de comportement des fluides. Par exemple, un fluide newtonien est un modèle avec un paramètre, la viscosité μ . Les composants de contrainte sont

$$\tau_{xx} = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u)$$

$$\tau_{yy} = -\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u)$$

$$\tau_{zz} = -\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = -\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

Les trois premiers composants sont les contraintes normales, et les trois dernières sont les contraintes de cisaillement. Le dernier terme des composants normaux est zéro pour les fluides incompressibles. Dans le cas d'un écoulement 1D entre plaques parallèles, sans fuite, deux des composantes de vitesse sont identiquement nulles.

De plus, la conservation de la masse implique que le troisième composant ne peut pas varier avec la position. Par conséquent, les trois composants normaux sont identiques à zéro. Les équations se réduisent ainsi à celles de l'écoulement de cisaillement. Bien que ces hypothèses ne soient pas strictement vraies en général, elles sont utilisées pour les calculs d'écoulement dans la modélisation des fractures hydrauliques. On peut également montrer que pour un canal étroit, les gradients de vitesse perpendiculaires aux parois (direction z) sont beaucoup plus importants que ceux dans les directions parallèles. Enfin, par conséquent, les composantes de contrainte pour un fluide newtonien dans une fracture hydraulique peuvent être écrites comme :

$$\tau_{zy} = -\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{zx} = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right)$$

Remplacer et simplifier obtient :

$$\rho \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}$$

$$\rho \left(u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} + \rho g$$

Pour un écoulement 1D le long de la longueur de fracture, comme généralement supposé dans les modèles P3D classiques, l'Equation peut être simplifié pour

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

En supposant un glissement nul (c'est-à-dire une vitesse nulle au niveau de la paroi de fracture), la solution est

$$u_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (z^2 - (w/2)^2)$$

Intégration pour obtenir la vitesse moyenne à travers le canal,

$$\bar{u}_x = \frac{-w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Le débit par unité de hauteur est obtenu en multipliant la vitesse moyenne par la largeur w.

Dans le cas d'un flux 2D, pour la direction y, une équation peut être formée similaire sauf qu'il comprend un terme gravitationnel.

A5- Bilan de quantité de mouvement et équation constitutive pour les fluides non newtoniens :

Par exemple, pour un fluide de loi de puissance, la fonction μ_a est :

$$\mu_a = K \left| \frac{I_2}{2} \right|^{n-1}$$

L'indice de consistance K' couramment utilisé dépend de la géométrie de l'écoulement et est lié à une propriété de fluide de base, l'indice de consistance généralisé K . Pour les plaques parallèles (c'est-à-dire dans une fente) « slot », qui peuvent représenter une fracture, la relation est :

$$K' = K \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n$$

Pour une « pipe » c'est :

$$K' = K \left(\frac{3n + 1}{4n} \right)^n$$

La différence maximale entre les deux expressions est inférieure à 4% pour toutes les valeurs de n. Pour l'écoulement 1D d'un fluide de loi de puissance entre des plaques parallèles, la vitesse moyenne du fluide est donnée par :

$$\bar{u}_x = \left(\frac{1}{K} \right)^{1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{1 + 2n} \left(\frac{w}{2} \right)^{(1+n)/n}$$

Pour le cas particulier de l'exposant de la loi de puissance $n = 1$, cela revient à l'équation pour un fluide newtonien, avec K' remplacé par la viscosité. Le tableau A3-1 résume les informations utiles pour l'écoulement laminaire des fluides newtoniens et de la loi de puissance sous différentes géométries. Cependant, les expressions de perte de charge ne sont généralement pas applicables pour les fluides réducteurs de traînée tels que ceux utilisés dans la fracturation hydraulique.

Table 6G-1. Summarized expressions for laminar flow of Newtonian and power law fluids.				
	Fluid Type	Pipe	Parallel Plates	Ellipse (zero eccentricity)
Reynold's number (N_{Re})	Newtonian	$\frac{\rho u D}{\mu}$	$\frac{2\rho u w}{\mu}$	$\frac{\pi\rho u w}{2\mu}$
	Power law	$\frac{8^{1-n}\rho D^n u^{2-n}}{K'_p}$	$\frac{3^{1-n}2^{2-n}\rho u^{2-n}w^n}{K'_{pp}}$	$\frac{\pi^{2-n}\rho u^{2-n}w^n}{2^n K'_{el}}$
Hydraulic diameter (D_H) Friction factor $\left(f = \left(\frac{D_H}{4L}\Delta p\right) / \left(\frac{1}{2}\rho u^2\right)\right)$		D $16/N_{Re}$	$2w$ $24/N_{Re}$	$\pi w/2$ $2\pi^2/N_{Re}$
Velocity distribution	Newtonian	$u_r = 2u \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$	$u_x = \frac{3u}{2} \left[1 - \left(\frac{2y}{w}\right)^2\right]$	$u_x = 2u \left[1 - \left(\frac{2y}{w}\right)^2 - \left(\frac{2z}{h_r}\right)^2\right]$
	Power law	$u_r = \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) u \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]$	$u_x = \left(\frac{2n+1}{n+1}\right) u \left[1 - \left(\frac{2y}{w}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]$	
Pressure drop ($\Delta p/L$ or dp/dx)	Newtonian	$\frac{128\mu q}{\pi D^4}$	$\frac{12\mu q}{h,w^3}$	$\frac{64\mu q}{\pi h,w^3}$
	Power law	$\frac{2^{5n+2}q^n K}{\pi^n D^{3n+1}}$	$\left(\frac{4n+2}{n}\right)^n \frac{2q^n K}{h^n w^{2n+1}}$	See Eq. 6-57
K'		$K'_p = K \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n$	$K'_{pp} = K \left(\frac{2n+1}{3n}\right)^n$	-