

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA BOUMERDES



FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

**DEPARTEMENT DE TECHNOLOGIE ALIMENTAIRE
LABORATOIRE DE RECHERCHE DE TECHNOLOGIE ALIMENTAIRE**

**RESUME DE MAGISTER
Option : Génie Alimentaire**

**Etude comparative de deux techniques de séchage
(convection et micro-onde) par application des
plans d'expérience. Cas du fruit de datte**

Réalisé par : Mlle CHEKROUNE Malika

Devant le jury :

Mr BENCHABANE Ahmed	Maître de conférences (classe A) INA	Président de jury
Mr NOURI L'hadi	Maître de conférences (classe A) UMBB	Examinateur
Mr YAHY Mustapha	Maître assistant (classe A) USTHB	Examinateur
Mme AMELLAL Hayet	Maître de conférences (classe B) UMBB	Examinateur
Mr BENAMARA Salem	Professeur UMBB	Promoteur

Année universitaire : 2008/2009

ملخص

هذا العمل يركز على التمثيل الرياضي لتقنيتين لتجفيف التمر نوع " مش دقلة" (تجفيف إتفاقي و تجفيف بإستعمال الميكروأوند)، و ذلك بتطبيق المخطط التعاملي الكامل²⁴. التغير الفرق الكلي للون (dE^*) أثناء التجفيف درس أيضا (بإستعمال نفس المخطط التعاملي). النتائج المتحصل عليها، تبين أن التمر مش دقلة (ذو محتوى أولي من الماء 10,54 % بالنسبة للوزن الجاف) قابل للتجفيف بكلتا التقنيتين. لقد إكتشفنا العوامل المؤثرة لكل تقنية تجفيف (الأتفاقي و الميكروأوند) لكلتا الاجابتين (محتوى الماء W و لون التمر (dE^*). العامل " أبعاد التمر " D يؤثر على كلتا الطريقتين، النتيجة: تقنية التجفيف الأولى تلائم حبات التمر المقطوعة إلى البعد $D_{1/16}$ ، أما التقنية الثانية فتلائم حبات التمر المقطوعة إلى البعد $D_{1/2}$. جميع النماذج المتحصل عليها تعطي إجابات قريبة من تلك المقاسة تجريبيا (مع R^2 مرضي). إنتاج التمور الجافة في الجزائر في تزايد مستمر، التنبؤات التي قمنا بها تؤكد ذلك.المثال الذي تحصلنا عليه عبارة عن $ARIMA(0, 1, 8)$.

هذا العمل يندرج ضمن تعميق مذكرة مهندس دولة التي اعلنت نتائجها في المجلة « Industrie Agricoles et Alimentaires » لشهر أفريل /ماي 2008 (أنظر الملحق 06).

الكلمات الدالة: التمور مش دقلة، التجفيف الإتفاقي، التجفيف بالمكروأوند، اللون، مخططات التجارب

Résumé

Ce travail consiste en la modélisation de deux techniques de séchage de dattes de la variété Mech-Degla (conventionnel et par utilisation des micro-ondes « MO »), par application d'un plan factoriel complet 2^4 . La variation de la différence de couleur totale (dE*) « Totale Color Difference TCD » des dattes au cours du séchage est également étudiée (en utilisant le même plan factoriel).

Les résultats obtenus montrent que les dattes Mech-Degla (de teneur en eau initiale de 10.45% par rapport à la masse sèche « m.s ») sont aptes à subir les deux techniques de séchage. Pour chaque type de traitement (conventionnel et MO), nous avons révélé les facteurs influents pour les deux réponses (teneur en eau W et dE*). Le facteur dimension influence et le séchage conventionnel et le séchage au MO ; résultat : le premier type de séchage s'adapte mieux aux dattes coupées à la dimension $D_{1/16}$ et le second à la dimension $D_{1/2}$. Tous les modèles obtenus donnent des valeurs de la réponse proche de celles mesurées expérimentalement (avec R^2 satisfaisant). La production de dattes communes en Algérie est en augmentation continue, la méthodologie de Box-Jenkins nous a permis d'obtenir un modèle ARIMA (0,1,8) représentant la série chronologique de production de dattes sèches et donnant les prévisions à court terme.

Ce travail est consacré à l'approfondissement de mon mémoire d'Ingénieur dont les résultats ont fait l'objet d'une publication dans la revue « Industrie Agricoles et Alimentaires d'avril/mai 2008 » (voir annexe 6).

Mots clés : dattes Mech-Degla, séchage conventionnel, micro-onde, couleur, plans d'expérience.

Abstract

This work consists of the modelisation of two drying technique of dates Mech-Degla variety (conventional drying and microwave drying MW), with application of complete factorial design 2^4 . The total colour difference TCD (dE^*) was also studied (the same design of experiments was applied).

Results obtain show that Mech-Degla dates (initial water content of dates is 10.45% in comparison to dried basis) have ability to undergo the two drying techniques. For each treatment (conventional and MW), we have reveal influents factors for the two answer (water content and dE^*). Factor dimension influences the two drying methods; result: the first drying technique adapts for dates cut to dimension $D_{1/16}$ and the second for dates cut to dimension $D_{1/2}$. All models obtains give answers value near to ones measured experimentally (satisfactory R^2 was obtained). Common dates production is on the increase, this is confirmed by production forecast. The result of the methodology applied (Box-Jenkins) is a model ARIMA (0, 1, 8) was obtained.

This work is a continuation of the engineering memory, witch results were published in "Industrie Alimentaires et Agricoles" revue of April/May 2008 (look at annex 6).

Key words: Mech-Degla dates, conventional drying, micro-wave drying, colour, design of experiments.

Remerciements

Ce travail a été réalisé au laboratoire de technologie alimentaire de la Faculté des sciences de l'ingénieur de l'université de Boumerdès.

J'adresse mes remerciements à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué directement ou indirectement à la réalisation de ce mémoire en particulier :

Mr **Benamara S.**, professeur à l'université de Boumerdès UMBB, je le remercie pour ses précieux conseils et orientations, pour sa disponibilité, son encouragement et pour tout l'intérêt qu'il a accordé à ce travail.

Mr **Benchabane A.**, maître de conférences à l'INA, pour l'honneur qu'il m'a fait en président mon jury.

Mr **Nouri L.**, maître de conférences à l'université de Boumerdès UMBB ;

Mr **Yahi M.**, chargé de cours à l'université de Bab- Zouar USTHB ;

Mme **Amellal H.**, maître de conférences à l'université de Boumerdès UMBB ;

pour avoir honoré en acceptant d'examiner ce travail.

Mrs Iguedad. A et Medahi. A, enseignants à l'université de Boumerdès UMBB ;

Mr El-Bahi. M, enseignant à l'université de Bab-zouar USTHB ;

Mr Ait-Ouarab, responsable service statistique du ministère algérien de l'agriculture ;

Mr Boumechadda du laboratoire de recherche Génie des Matériaux ;

Mr Domaz. M, maître de conférences à l'UMBB ;

Mme Belakhrouf. A, enseignante à l'UMBB ;

Mme Belkhodja enseignante à l'UMBB ;

Laborantins (es) du DTA ;

pour leur aide.

Remerciements

Un grand merci au directeur de l'ENAP (entreprise nationale des peintures de Lakhdaria), et à Mr Foudi. H, de m'avoir accueillis au sein de son laboratoire où la mesure de la couleur des échantillons été faite.

Je n'oublie pas de remercier tous mes enseignants qui se sont évertués à m'enseigner durant le cursus universitaire.

A mes parents

Sommaire

Introduction	1
--------------------	---

Etude bibliographique

Chapitre I

Généralités: datte, séchage, couleur

I. La datte	
1. Composition et classification.....	4
2. La variété Mech-Degla.....	5
II. Le séchage	
1. Définition.....	6
2. Le séchage conventionnel (à l'air chaud).....	6
3. Le séchage au micro-onde.....	7
4. Phénomènes se produisant au cours du séchage.....	7
III. La couleur	
1. Couleur et colorimétrie.....	8
2. Espace colorimétrique.....	9
3. Changement de la couleur.....	10

Chapitre II

Méthodologie : Plans d'expérience-Box_Jenkins

I. Plans d'expérience	
1. Définitions.....	12
2. Plan factoriel complet 2^k : planification.....	12
3. Utilité du plan 2^k	18
II. Notions sur la méthodologie de Box-Jenkins	
1. Définition.....	18
2. Les composantes d'une série chronologique.....	19
3. La stationnarité.....	20
4. Les processus ARMA, ARIMA.....	20
5. Notions sur la méthode de Box et Jenkins.....	22

Partie expérimentale

Chapitre III

Matériels et méthodes

1. Matériels.....	25
1.1. Matériels pour les prévisions.....	25
1.2. Matériel végétal.....	25
2. Méthodes d'analyses.....	25
2.1. Application de la méthodologie de Box-Jenkins.....	25
2.2. Modélisation du procédé de séchage des dattes et de l'indice de couleur.....	26
2.2.1. Détermination de la teneur en eau initiale des dattes.....	26
2.2.2. Le séchage conventionnel des dattes.....	27
2.2.3. Le séchage des dattes au micro-onde.....	28
2.2.4. Mesure de la variation de couleur et du niveau critique de couleur.....	28
2.2.5. Analyse statistique.....	29

Chapitre I V
Résultats et interprétations

1. Analyse statistique et prévisionnelle de la production de dattes communes en Algérie.....	30
1.1. Analyse préliminaire.....	30
1.2. Test sur la non stationnarité.....	32
1.3. Test de racine unitaire DF sur la série différenciée ΔDAT_t	34
1.4. Examen du corrélogramme de la série différenciée ΔDAT_t	36
1.5. Graphe des séries : réelle, estimée et résidus.....	39
1.6. Test sur les résidus.....	39
1.7. Prévision de la production de dattes communes DAT_t	42
2. Modélisation du procédé de séchage conventionnel des dattes utilisées.....	44
2.1. Matrice des expériences (séchage conventionnel).....	44
2.2. Calcul des coefficients du modèle (séchage conventionnel).....	45
2.3. Test sur la validité du modèle (séchage conventionnel).....	47
3. Modélisation du procédé de séchage des dattes séchées au micro-onde.....	49
3.1. Matrice des expériences (séchage au micro-onde).....	49
3.2. Calcul des coefficients du modèle (séchage au micro-onde).....	49
3.3. Test sur la validité du modèle (séchage au micro-onde).....	53
4. Modélisation de la couleur des dattes séchées par convention.....	54
4.1. Matrice des expériences (couleur, séchage conventionnel).....	54
4.2. Calcul des coefficients du modèle (couleur, séchage conventionnel).....	55
4.3. Test sur la validité du modèle (couleur, séchage conventionnel).....	56
5. Modélisation de la couleur des dattes séchées au micro-onde.....	57
5.1. Matrice des expériences (couleur, micro-onde).....	57
5.2. Calcul des coefficients du modèle (couleur, micro-onde).....	57
5.3. Test sur la validité du modèle (couleur, micro-onde).....	60
6. Utilisation de la poudre de dattes préparée.....	62
7. Les combinaisons optimales.....	63
7.1. Le séchage conventionnel.....	63
7.2. Le séchage au micro-onde.....	63
Conclusion	64
Références bibliographiques	
Annexes	

MO : micro-onde

IAA : industrie agro-alimentaire

(DAT)_t : la série temporelle brute de production de dattes sèches en Algérie

AC : autocorrélation simple

PAC : autocorrélation partielle

Prob : probabilité critique

Q-Stat : statistique de Ljung et Box

T : statistique de Dickey-Fuller

ARMA : modèle autorégressif et moyenne mobile

(Δ DAT)_t : la série temporelle différenciée de la production de dattes sèches

ARIMA : modèle autorégressif et moyenne mobile intégré

m.s : masse sèche

t_c : critère de Student calculé.

t_t : critère de Student tabulé

α : Seuil de signification

ν : nombre de degré de liberté

R^2 : coefficient de détermination

T : température

t: temps

D : dimension

M : masse

P : puissance

Liste des abréviations

°C : degré celsius

min : minute

g : gramme

w : watts

sec : seconde

μm : micro mètre

iid : indépendante et identiquement distribuées

W_1 : teneur en eau du premier échantillon

W_2 : teneur en eau du deuxième échantillon

W_3 : teneur en eau du troisième échantillon

W_{moy} : teneur en eau moyenne

$\sigma^2\{y\}$: la variance des expériences

DE_1 : différence de couleur totale du premier échantillon

DE_2 : différence de couleur totale du deuxième échantillon

DE_3 : différence de couleur totale du deuxième échantillon

DE_{MOY} : différence de couleur totale moyenne

Tableau IV.1 : Les meilleurs modèles représentant la série Δ DAT.....	37
Tableau IV.2 : Estimation du modèle ARIMA (0,1,8).....	37
Tableau IV.3: Prévision de la production de dattes sèches.....	42
Tableau IV.4 : Matrice des expériences pour le séchage conventionnel des dattes Mech-Degla.....	44
Tableau IV.5: Les paramètres du modèle (séchage conventionnel des dattes) et leur critères de Student calculé).....	45
Tableau IV.6: Matrice des expériences pour le séchage au MW des dattes Mech-Degla.....	49
Tableau IV.7 : Les paramètres du modèle (séchage au MW des dattes) et leur critères de Student calculé.....	50
Tableau IV.8 : Matrice des expériences pour la couleur des dattes Mech-Degla séchées par convection.....	54
Tableau IV.9: Les paramètres du modèle (couleur des dattes, séchage conventionnel) et leur critères de Student calculé.....	55
Tableau IV.10: Matrice des expériences pour la différence de couleur totale des dattes Mech-Degla séchées au MO.....	57
Tableau IV.11: Les paramètres du modèle (différence de couleur totale des dattes séchées au MO) et leur critères de Student calculé.....	58
Tableau IV.12: Les valeurs de la couleur de la poudre de cacao et de la poudre de dattes séchées jusqu'au point critique.....	62

Figure II.1 : Procédure itérative de Box-Jenkins.....	24
Figure IV.1 : Représentation graphique de la série brute (DAT_t).....	30
Figure IV.2 : Correlogramme de la série (DAT_t)	31
Figure IV.3 : Représentation graphique de la série différenciée (ΔDAT_t)	34
Figure IV.4 : Correlogramme de la série différenciée (ΔDAT_t).....	36
Figure IV.5 : Correlogramme des résidus.....	38
Figure IV.6 : Graphe des séries réelles et estimées.....	39
figure IV.7 : Histogramme de Jarque-Bera.....	40
Figure IV.8 : Correlogramme des résidus au carré.....	41
Figure IV.9 : Préviation de la série production de dattes sèches (DAT_t).	43
Figure IV.10 : Représentation graphique des effets de la température, du temps et du facteur dimension sur l'humidité des dattes (séchage conventionnel).....	47
Figure IV.11 : Représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurées (séchage conventionnel, humidité).....	48
Figure IV.12 : Représentation graphique des effets de la puissance, du temps, du facteur dimension et de la charge sur l'humidité des dattes (séchage au MO).....	52
Figure IV.13 : Représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurées (séchage au MO, humidité).....	53
Figure IV.14 : Représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurées (séchage conventionnel, couleur).....	56
Figure IV.15 : Représentation graphique des effets de la puissance, du temps, du facteur dimension et de la charge sur DE^* des dattes séchées au MO.....	60
Figure IV.16 : représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurée (micro-onde, couleur).....	61

Introduction

L'Algérie est un pays riche en palmiers dattiers. La production en dattes communes a atteint 1649,170 tonnes en l'an 2006 et le nombre de palmier en rapport est estimé à 4584120 durant la même année (Statistiques agricoles du ministère algérien de l'agriculture, 1980-2006).

Vu sa richesse en sucre et en sels minéraux, le fruit de datte constitue une composante principale de l'alimentation dans plusieurs pays (Reynes *et al.*, 1994 ; Al-Shahib et Marshal, 2003).

Les dattes communes telles que Degla Beida et Mech-Degla présentent une importance économique (Brac de la Perriere, 1988), alors que d'autres cultivars produisent des dattes ayant une faible valeur marchande et posent un problème de commercialisation ce qui à pousser les agriculteurs à une orientation sélective. D'où le risque de fragilisation du système phoenicicole (Acourene et Tama, 1997).

Les poudres de fruits ont une teneur en eau d'environ 5% (Espiard, 2002). Ces poudres sont obtenues après séchage et broyage du fruit.

Le séchage est une des anciennes méthodes de conservation des aliments. Il joue un rôle important dans les IAA, à la fois par son influence sur les qualités mécaniques, sensorielles et nutritionnelles des produits, par les possibilités qu'il offre de créer des produits ayant de nouvelles fonctionnalités, et par son poids économique, surtout énergétique (^aBonazzi et Bimbenet, 2000, ^a2008).

Les procédés sont multiples et varient selon le type et la quantité de produit à sécher, la quantité d'eau évaporée à éliminer, la qualité finale souhaitée ou la fonctionnalité recherchée pour le produit séché (^bBonazzi *et al.*, 2008).

Le séchage conventionnel est largement utilisé mais cette méthode n'est pas sans inconvénients. Ces dernières années, le séchage au microonde a été introduit. Ce dernier mode de séchage est efficace pour les produits ayant une teneur en eau < 20% (Mudgett, 1989 ; Giese, 1992). Le séchage aux microondes réduit le temps de séchage à plus de 99% quand il est comparé au séchage au soleil et à l'étuve (Arslan et Musa Ozcan, 2007). L'inconvénient majeur de ce type de séchage est le séchage inégal (non uniforme) (Gowen *et al.*, 2008).

Une longue durée de vie, une diversité des produits et la réduction importante du volume, une grande résistance des consommateurs à l'utilisation des produits chimiques pour la conservation des aliments et l'augmentation de la popularité des aliments rapidement séchés avec une meilleure qualité et une bonne réhydratation, sont les raisons de la popularité des fruits et légumes séchés (Maskan, 2001).

Le séchage des produits alimentaires affecte leur couleur ce qui peut être un inconvénient ou un avantage selon l'utilisation finale du produit.

La couleur est passée du domaine scientifique (physique-optique) peu connue des néophytes, au domaine "public" parce que les industriels ont réellement pris conscience de l'influence de l'aspect coloré de leur produits (SPC Software, 2001).

Une couleur peut être quantifiée par analyse instrumentale, c'est simple et c'est rapide par rapport à l'analyse chimique (Maskan, 2001). Selon l'espace colorimétrique CIE 1976, une couleur est représentée par les paramètres L^* , a^* , b^* , DE^* (SPC Software, 2001).

Pour modéliser un paramètre de qualité, différentes méthodes existent. La méthode des plans d'expériences est un outil sûr, pratique et indispensable pour conduire avec efficacité une étude où de nombreux paramètres interviennent. Délais réduits, coûts diminués, précision augmentée et fiabilité améliorée, constituent les principaux avantages de cette méthode (Goupy, 2001).

Cette méthode utilisée depuis longtemps par les agronomes et les chimistes pour concevoir et analyser leur expérimentation, est devenue un instrument de choix incontournable pour accroître la productivité des cycles de développement dans de différents secteurs (Baléo *et al.*, 2003).

Parmi les plans d'expériences, nous citons le plan factoriel complet à deux niveaux, lequel permet une modélisation linéaire d'une expérimentation.

Notre étude porte sur le séchage du fruit de datte Mech-Degla sous le thème :

"Etude comparative de deux techniques de séchage (conventionnel et micro-onde) par application des plans d'expérience. Cas du fruit de datte".

Vu l'importance de ce fruit, nous commençons par une étude prospective de la production de dattes communes en Algérie par application de la méthodologie de Box-Jenkins. Cette méthodologie traite des prévisions à court et à moyen terme. Cette méthode a connu des développements importants durant les dernières années. La diffusion de logiciels spécialisés la met à la portée de toutes les organisations (Mélard, 1991).

Dans notre cas, l'objectif est l'élaboration d'un modèle mathématique permettant de fournir des prévisions à court et à moyen terme sur la production de dattes communes. Lors de cette étude les logiciels Eviews et SPSS sont utilisés.

Les dattes utilisées dans cette étude appartiennent à la variété Mech-Degla, issues des palmerais de Biskra.

Nous procédons au séchage de ces dattes par deux techniques :

- 1- le séchage conventionnel ;
- 2- le séchage aux micro-ondes.

En plus de la modélisation de ces deux procédés de séchage. Les facteurs fixés pour le séchage par convection sont : la température, le temps, la dimension et la masse ; pour le séchage au MO les facteurs sont la puissance, le temps, la dimension et la masse. Nous choisissons comme indice de qualité la couleur des dattes que nous modélisons également par application d'un plan factoriel complet 2^4 (quatre facteurs influents sont fixés).

Ce travail se situe dans une perspective de valorisation des dattes communes d'Algérie se caractérisant par une faible valeur marchande. En outre ce travail peut être perçu comme une modeste contribution à la sauvegarde de la biodiversité.

Partie

Bibliographique

Chapitre I

Généralités: datte, séchage, couleur

Ce chapitre est un bref aperçu sur la datte, le séchage ainsi que la mesure de la couleur par analyse instrumentale. Vu son importance, ce fruit a bénéficié d'une grande étude bibliographique. Les dattes ont une charge spirituelle ce qui confirme plus leur utilité.

I. La datte

Le nom botanique du palmier dattier dérive du latin : Phoenix Dactylifera. « Phoenix » est le nom donné par les grecs à cet arbre qu'ils considéraient l'arbre des Phéniciens, « dactylifera » décrit les fruits du palmier dattier, en forme de doigts (Peyron, 2000).

1. Composition et classification

Les dattes sont connues pour leur valeur nutritionnelle. Bien qu'elles soient riches en certains sels minéraux, vitamines (surtout caroténoïdes et vitamines du groupe B), tanins et acides organiques, c'est surtout leur teneur en sucres qui en fait un aliment de premier choix (une teneur en sucres totaux très élevée d'en moyenne 75.1% de masse sèche (Acourene et Tama, 1997)). Ce fruit est principalement composé d'eau, de sucres réducteurs (fructose, glucose) et non-réducteurs (saccharose), et de non-sucres (protides, lipides, minéraux, cellulose, pectine, vitamines et enzyme) (Booij, Piombo *et al.*, 1992).

La teneur en eau des fruits varie avec le degré de maturité (Hussein *et al.*, 1974), mais dépend également du caractère variétal. On a coutume de classer les dattes mûres en 3 catégories (Booij *et al.*, 1992):

-les dattes molles : taux d'humidité supérieur ou égal à 30%, elles sont à base de sucres invertis (fructose, glucose) ;

-les dattes sèches : moins de 20% d'humidité, elles sont à base de saccharose ;

-les dattes demi-molles : de 20 à 30% d'humidité, elles occupent une position intermédiaire à l'exception de la Deglet-Nour, datte à base de saccharose par excellence (Cook et Furr, 1952).

2. La variété Mech-Degla

La datte Mech-Degla est une variété sèche. Sa production a atteint 1649,170 tonnes en 2006 (Statistiques agricoles du ministère algérien de l'agriculture, 1980-2006).

Beaucoup de chercheurs se sont penchés sur la valorisation de cette variété peu appréciée par le consommateur. Parmi les travaux qui ont lui ont été consacrés nous citons :

- ✓ Essai de formulation d'un yaourt naturel aux dattes (Benamara *et al.*, 2004).
- ✓ Le séchage sous vide des dattes communes (Amellal et Benamara, 2008).
- ✓ Valorisation des constituants mineurs de la datte Mech-Degla dans une recette de margarine allégée (Djouab, 2007).
- ✓ Effet du couple temps-température sur l'efficacité du séchage. Cas des dattes Mech-Degla (Chekroune *et al.*, 2008).
- ✓ Actuellement, des chercheurs du sud algérien (Tougourt) étudient la "possibilité d'extraction de butanol à partir de dattes" et qui devra être utilisé comme substitut de l'essence du pétrole.

Dans le présent travail, nous étudions deux procédés de séchage ainsi que la variation de la couleur des dattes Mech-Degla, la finalité étant leur transformation en poudre.

Munier (1973) a rapporté que la poudre de datte est obtenue par broyage de dattes dénoyautées, dattes sèches du type Degla-Beida ou Mech-Degla d'Algérie,..., ou des dattes séchées naturellement.

Riche en sucre, cette poudre est utilisée en biscuiterie, en pâtisserie, dans la préparation de nombreux produits alimentaires : entremets, petits déjeuner, aliments pour enfants....

II. Le séchage

1. Définition

Le séchage est l'une des anciennes méthodes de conservation des aliments. Durant le séchage l'eau est enlevée de l'aliment, réduisant le potentiel de croissance des microbes et des réactions chimiques indésirables (ex : brunissement enzymatique), donc augmentation de la durée de vie du produit (Gowen *et al.*, 2008).

^bBonazzi *et al.* (2008) l'ont défini comme l'opération consistant à évaporer de l'eau d'un produit pour aboutir à un solide sec.

Les procédés sont multiples et varient selon le type et la quantité de produit à sécher et la quantité d'eau évaporée à éliminer, la qualité finale souhaitée ou la fonctionnalité recherchée pour le produit séché (^bBonazzi *et al.*, 2008).

Pour les poudres de fruits, souvent nous cherchons à réduire l'humidité initiale du produit aux environ 5% (par rapport à la masse sèche) (Espiard, 2002).

Quelque soit le mode de séchage (air chaud ou aux micro-ondes), le transfert d'eau est dû à la différence de pression de vapeur d'eau entre l'intérieur et la surface du produit, ce qui fournit une force entraînant pour l'humidité (^aMaskan, 2001).

2. Le séchage conventionnel (à l'air chaud)

C'est la méthode de séchage la plus commune pour les aliments (^aMaskan, 2001).

Plusieurs chercheurs ont souligné que le séchage à l'air chaud, (à des température élevées), provoque une dégradation importante de la qualité attribuée aux aliments tel que : la couleur, les nutriments, la flaveur, la texture, un sévère rétrécissement, réduction de la densité de gros et la capacité de réhydratation, endommagement des caractéristiques sensorielles et la migration des solutés vers la surface de l'aliment (Bouraout *et al.*, 1994 ; Yongsawatdigul et Gunasekaran, 1996 ; Feng et Tang, 1998 ; Maskan, 2000). Gowen (2008) ajoute à cela une longue durée de séchage, et une énergie de faible efficacité. La longue durée de séchage s'explique par une réduction rapide de l'humidité à la surface et par conséquent rétrécissement impliquant souvent une réduction de transfert d'humidité et parfois réduction de transfert de

chaleur (Feng et Tang, 1998). Les chercheurs sont alors amenés à rechercher d'autres méthodes de séchage alternatives.

3. Le séchage aux micro-ondes

Le séchage aux micro-ondes est très efficace pour les produits ayant une teneur en eau inférieure à 20% (Mudgett, 1989 ; Giese, 1992). Il représente une alternative pour améliorer la qualité des produits déshydratés (^aMaskan, 2001).

Les micro-ondes peuvent être appliquées seules ou alors combinées au séchage conventionnel. Pour des raisons essentiellement économiques, le dernier cas s'applique à la dernière phase de séchage, lorsqu'une faible teneur en eau est présente dans l'aliment car le séchage conventionnel nécessitant alors beaucoup de temps (^aMaskan, 2001).

Le séchage aux micro-ondes réduit considérablement le temps de séchage (Arslan et Musa Ozcan, 2007) mais cette méthode n'est pas sans inconvénients et le chauffage inégal est le majeur problème (Gowen *et al.*, 2008).

4. Phénomènes se produisant au cours du séchage

Les interactions entre l'eau et les autres constituants dépendent de la mobilité de l'eau et des solutés, entraînant des réactions, des transformations physiques, des phénomènes mécaniques lors du séchage, du stockage et de la consommation (Le Meste *et al.*, 2001).

Les réactions biochimiques

Il s'agit des réactions de Maillard, de l'oxydation de vitamines et de matières grasses, de la dénaturation de protéines, des réactions enzymatiques, etc.

Certains prétraitements permettent de réduire la vitesse de ces réactions. Les exemples classiques sont un traitement (léger) au SO₂ pour limiter les réactions de Maillard dans les fruits secs et le blanchiment pour réduire les réactions enzymatiques dans les légumes séchés.

Certains réactions biochimiques sont recherchées : c'est le cas de la torréfaction du malt qui constitue un séchage poussé, destiné à développer des couleurs et des arômes produits par caramélisation (^bBonazzi *et al.*, 2008).

Les transferts physiques

Il y en a divers types : diminution de l'activité de l'eau a_w , transition vitreuse, fusion de matières grasses, évaporation de constituants volatils, migration ou rétention de constituants volatils ou non.

Ces transferts sont liés à la perte et aux évolutions de températures du produit au cours du séchage (Bonazzi *et al.*, 2008).

Les phénomènes mécaniques

Nous citons le croûtage, les déformations, les fissures... Ces changements ne sont que partiellement réversibles lors de la réhydratation (Bonazzi *et al.*, 2008).

En un mot, le séchage industriel des aliments impose un besoin constant d'améliorer les coûts, l'efficacité du procédé et la qualité du produit final (Bonazzi *et al.*, 2008).

III. La couleur

1. Couleur et colorimétrie (SPC Software, 2001)

Chacun perçoit et interprète différemment la couleur (anomalies visuelles, situation géographique, éducation, goût...). Cette sensation colorée existe parce que les rayonnements lumineux vont interagir sur l'objet et émettent d'autres rayonnements (réfléchis) perceptibles par l'œil puis interprétés par le cerveau.

La couleur n'a donc pas de réalité physique, c'est une interaction résultante entre la lumière qui éclaire un objet et est vue par un observateur/œil. C'est la notion de triplet.

Pour pallier à tous ces facteurs influençant la vision de la couleur, la colorimétrie a été créée : elle permet de quantifier la couleur en donnant des valeurs numériques aux trois facteurs de classement "**tonalité, saturation et clarté**".

Par conséquent, une couleur est représentée par trois valeurs.

La tonalité

La tonalité ou nuance ou angle de teinte, représentée par la lettre h, correspond à la composante colorée de l'échantillon plus précisément au nom de la couleur (bleu, vert, rouge, violet,...).

La saturation

Ce facteur représenté par la lettre C, permet d'évaluer la proportion de couleur pure présente dans la sensation visuelle c'est-à-dire d'évaluer si la teinte est saturée (vive) ou peu vive (délavée-terne). On parle également de chroma.

La clarté

La clarté ou luminance représentée par la lettre L définit le caractère plus ou moins clair de l'objet, teinte claire ou foncée.

2. Espace colorimétrique (SPC Software, 2001)

Les premières recommandations de la CIE (commission internationale d'éclairage) concernant la colorimétrie furent publiées en 1931 : déjà 77 ans qu'on sait quantifier la couleur.

Il existe un grand nombre d'espaces colorimétriques, les plus utilisés : CIE 1976 ($L^*a^*b^*$) ; CIE 1976($L^*c^*h^\circ$).

2.1. Le système CIE 1976 $L^*a^*b^*$

Ce système connu aussi sous le nom de CIE 1976 résulte d'une transformation mathématique du système CIE 1931. On retrouve dans cet espace la méthode de repérage tridimensionnel reprenant la théorie des trois paires antagonistes : blanc-noir, rouge-vert, jaune-bleu.

Pour distinguer ce système il a été convenu d'affecter à tous les paramètres une étoile *.

2.1.1. Chaque point peut être représenté par :**Ses coordonnées rectangulaires L^* , a^* , b^* :**

L^* : clarté ou luminance ;

a^* : composante chromatique rouge-vert ;

b^* : composante chromatique jaune-bleu.

Ses coordonnées cylindriques L^* , c^* , h° :

L^* : clarté ou luminance ;

c^* : chroma ou saturation ;

h° : angle de teinte ou tonalité

2.1.2. Différence de couleur en $L^*a^*b^*$

$$DE^* = (DL^{*2} + Da^{*2} + Db^{*2})^{1/2} \quad (1)$$

avec : $DL^* = L^*(\text{éch}) - L^*(\text{std})$.

$$Da^* = a^*(\text{éch}) - a^*(\text{std}).$$

$$Db^* = b^*(\text{éch}) - b^*(\text{std}).$$

2.1.3. Différence de couleur en $L^*c^*h^\circ$

$$DE = (DL^{*2} + Dc^{*2} + Dh^{\circ 2})^{1/2} \quad (2)$$

avec : $Dc^* = c^*(\text{éch}) - c^*(\text{std})$

$$Dh^\circ = h^\circ(\text{éch}) - h^\circ(\text{std}).$$

3. Changement de la couleur

La couleur c'est l'apparence la plus importante attribuée aux aliments, puisqu'elle influence l'acceptabilité du produit par le consommateur.

Beaucoup de réactions peuvent affecter la couleur durant le processus thermique des fruits et leurs dérivées. Les plus communes sont : la dégradation des pigments, spécialement les caroténoïdes et la chlorophylle, les réactions de brunissement (réaction de Maillard), l'oxydation de l'acide ascorbique (Barreiro *et al.*, 1997 ; Lozano et Ibarz, 1997 ; Lee et Coates, 1999).

D'autres facteurs affectant la couleur : le pH des fruits, l'acidité, la température, la durée du processus, la variété du fruit et la contamination par les métaux lourds (Abers et Wrolstad, 1979 ; Skrede, 1985 ; Garcia-Viguera *et al.*, 1999).

La mesure de la couleur peut être utilisée indirectement pour estimer le changement de la couleur des aliments, puisque c'est plus simple et rapide que l'analyse chimique (Maskan, 2000).

Chapitre II

Méthodologie: Plans d'expérience-Box Jenkins

Le plan factoriel complet permet une modélisation linéaire d'une expérimentation. Dans ce chapitre nous allons donner la définition d'un plan factoriel complet 2^k , ainsi que les différentes étapes de la modélisation..... Nous étudions également des prévisions à moyen et à court terme par l'application de la méthodologie de Box-Jenkins.....

I. Les plans d'expérience

Les inconvénients des méthodes traditionnelles de réalisation d'essai ont poussé les chercheurs à la recherche d'une stratégie qui réduirait au maximum le nombre des essais, sans pour autant sacrifier la précision et qui permettrait d'aboutir aux mêmes conclusions. La notion de plans d'expériences à 2 niveaux a été donc introduite (Baléo *et al.*, 2003 ; Goupy, 2001).

1. Définitions

Le terme "**plans d'expériences**" vient de l'anglais "Design of Experiments" qui se traduit par "conception des expériences" (Schimmerling *et al.*, 1998).

Selon Fisher*, les plans d'expériences constituent « un essai technologique d'utilisation maximale des données » (Schimmerling *et al.*, 1998).

Un plan est dit factoriel, lorsque les niveaux de tous les facteurs, qualitatifs ou quantitatifs sont codés. Un plan factoriel est dit "**plan factoriel total**" ou "**plan factoriel complet**" lorsque toutes les combinaisons distinctes des niveaux des facteurs sont toutes présentes (Schimmerling *et al.*, 1998).

2. Plan factoriel complet 2^k : planification

Le nombre d'expériences à réaliser lors de l'application d'un plan factoriel complet à deux niveaux est donné par la formule ci-dessous (Goupy, 2001) :

$$N = 2^k \quad (3)$$

Où k : nombre de facteurs ;

2 : niveaux des facteurs.

* : statisticien

Le modèle décrivant le comportement d'un système dont la réponse Y est une variable dépendant de p facteurs influents (x_1, x_2, \dots, x_p) est donné par la formule suivante (Baléo *et al.*, 2003) :

$$Y = f_{\beta}(x_1, x_2, \dots, x_p) + \varepsilon$$

β : Ensemble des paramètres caractérisant la forme de la fonction f_{β} ;

ε : le terme d'erreur.

L'objectif étant d'estimer les paramètres du modèle par l'application du plan factoriel complet à deux niveaux en minimisant l'erreur ε (Baléo *et al.*, 2003).

Voici la démarche à suivre :

2.1. La fixation du nombre de facteurs à examiner ainsi que le nombre de niveaux qu'il faut leur donner (Schimmerling *et al.*, 1998).

2.2. La codification des niveaux des facteurs du plan

La codification se fait par les signes (-) et (+) pour les niveaux bas et haut de chaque facteur respectivement. Ces variables sont dites centrées réduites ou codées (Goupy, 2001).

La formule utilisée pour la codification des facteurs est donnée en annexe 1.

2.3. La randomisation des essais

La randomisation des essais a pour résultat de rendre aléatoire la répartition des erreurs systématiques et de permettre ainsi l'application des tests statistiques (qui prennent pour hypothèse de base la distribution au hasard des erreurs). Elle contribue à rendre faible l'erreur aléatoire (Goupy, 2001) (voir annexe 1).

2.4. La réalisation des essais

La réalisation des essais en contrôlant au mieux les facteurs externes : à cette étape les répétitions sont nécessaire car elles permettent de réduire l'incertitude sur les estimations des coefficients du modèle et par conséquent sur les prévision pour des combinaisons observées (Schimmerling *et al.*, 1998).

Les différents résultats obtenus sont portés dans un tableau appelé matrice des expériences (Goupy, 2001) (voir annexe 1).

2.5. Test de Cochran d'homogénéité des variances

Le test de Cochran permet de tester l'homogénéité des variances pour des échantillons composés d'un même nombre de résultat (Schimmerling *et al.*, 1998)

La valeur critique (calculée) ; $C(m, N, \alpha = 0.05)$ du critère :

$$C = \frac{\sigma_{u_{\max}}^2 \{y\}}{\sum_{1 \leq u \leq N} \sigma_u^2 \{Y\}} \quad (4)$$

$$\sigma_u^2 \{y\} = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_{ui} - \bar{Y}_u)^2}{(m-1)} \quad (5)$$

$\sigma_{u_{\max}}^2 \{y\}$: La variance maximale observée sur les échantillons ;

$\sigma_u^2 \{y\}$: est la variance de l'échantillon (variance des expériences dans chaque point) ;

N : est le nombre d'échantillon (d'expériences) ;

α : est la probabilité de l'erreur de 1^{ère} espèce ;

u : Numéro de l'expérience ;

m : Nombre de répétition (la taille de chaque échantillon);

Y_{ui} : Valeur du paramètre d'optimisation dans la $u^{\text{ème}}$ expérience à la $i^{\text{ème}}$ répétition ;

\bar{Y}_u : Valeur moyenne du paramètre d'optimisation dans la $u^{\text{ème}}$ expérience.

Le choix du diviseur (m-1) vient du fait qu'il y a seulement (m-1) mesures indépendantes pour calculer la variance, car il existe une relation entre les m mesures initiales : la relation de définition de la moyenne (Goupy, 2001).

Lorsque $C_i(N, P=0.95, v=m-1) > C$, on rejette l'hypothèse d'égalité des variances au risque α , les variances sont homogène et l'expérience est dite reproductible.

Si les variances ne sont pas homogènes, on vérifiera l'absence de mesures aberrantes pour la ou les combinaisons présentant une variance maximale et nous retestons à nouveau l'homogénéité des variances (Schimmerling *et al.*, 1998) (voir annexe 1).

2.6. Calcul des coefficients du modèle par la régression linéaire multiple RLM

Cette méthode est la plus simple et la plus utilisée lorsqu'on cherche à établir la relation entre une variable expliquée et un ensemble de variables explicatives (Baléo *et al.*, 2003).

Cette méthode prend pour hypothèse la linéarité du modèle par rapport aux paramètres inconnus à estimer (Baléo *et al.*, 2003).

Les coefficients se calculent ainsi :

$$b_0 = \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u / N \quad (6)$$

$$b_i = \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u \times X_{iu} / N \quad (7)$$

$$b_{ij} = \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u \times X_{iu} \times X_{ju} / N \quad (8)$$

X_{iu}, X_{ju}, X_{ku} : Valeurs codées des facteurs ; dans la u^{ème} expérience ;

\bar{Y}_u : Valeur moyenne des paramètres d'optimisation dans la u^{ème} expérience ;

N : Nombres d'essai.

Ce n'est pas par chance que l'on peut calculer ci facilement effets et interactions, mais c'est une conséquence des modèles mathématiques qui sont sous-jacents à la théorie des plans d'expériences (Goupy, 2001).

2.7. Test de signification des paramètres

L'hypothèse est que la vraie valeur du paramètre β_j est nulle alors t_j suit une loi de Student à $\nu = (N(m-1))$ degré de liberté. Le test consiste à comparer t_j au seuil $t_{1-\alpha/2}^{N(m-1)}$ (Baléo *et al.*, 2003).

Quand le nombre de données N est petit, il est préférable d'employer le quantile d'ordre $(1-\alpha/2)$ de la loi de Student, où α est le niveau de signification choisi (Mélard, 1991).

La valeur calculée du critère de Student est :
$$t_j = \frac{|b_j|}{\sigma_{b_j}} \quad (9)$$

$$\sigma^2\{b_j\} = \frac{\sigma_1^2\{Y\}}{N \times m} \quad (10)$$

$$\sigma_{b_j} = \sqrt{\sigma^2\{b_j\}} \quad (11)$$

$$\sigma_1^2\{Y\} = \frac{\sum_{u=1}^N \sigma_u^2\{Y\}}{N} \quad (12)$$

$\sigma_1^2\{y\}$: La moyenne des variances de la série (variance de reproductibilité) ;

$|b_j|$: Valeur absolue du coefficient b_j ;

σ_{b_j} : L'écart type du coefficient b_j .

Pour l'équation factorielle totale $\sigma^2\{b_j\} = \text{constante}$.

Ce test est dit bilatéral (on n'a pas a priori une idée sur le signe du coefficient dans la population), c'est-à-dire qu'on rejette l'hypothèse à tester que le coefficient soit positif ou négatif et de valeur absolue trop grande (Mélard, 1991).

Si $|t_j| > t_{1-\alpha/2}^{N(m-1)}$, l'hypothèse $\beta_j = 0$ est fautive et doit être rejetée, on considère que la valeur observée de b_j est significative.

Si $|t_j| < t_{1-\alpha/2}^{N(m-1)}$, alors l'hypothèse $\beta_j = 0$ ne peut être exclue et doit être conservée, la valeur observée de b_j n'est pas significative (Baléo *et al.*, 2003).

2.8. Vérification de l'adéquation du modèle mathématique

Il s'agit de vérifier si le modèle estimé explique correctement les variations de la réponse observée (Schimmerling *et al.*, 1998).

2.8.1. Le test de Fisher-Snedecor

La valeur calculée du critère de Fisher est donnée par : $F_c = \frac{\sigma_2^2\{Y\}}{\sigma_1^2\{Y\}}$ (13)

$$\sigma_2^2\{Y\} = \frac{m \times \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - Y_{ic})^2}{N - Z_s} \quad (14)$$

$F_c > 1$, pour les valeurs de F comprises entre 0 et 1, on a :

$$F_{1-p}(v_1, v_2) = \frac{1}{F_p(v_2, v_1)} \quad (15)$$

$\sigma_1^2\{Y\}$: La moyenne des variances de la série ;

$\sigma_2^2\{Y\}$: La variance d'adéquation ;

\bar{Y}_i : Valeur moyenne du paramètre d'optimisation dans la ième expérience ;

Y_{ic} : Valeur du paramètre d'optimisation dans la ième expérience, calculée d'après le modèle mathématique obtenu ;

m : Le nombre de répétitions ;

N : Le nombre d'expériences ;

Z_s : Le nombre de coefficients significatifs dans le modèle mathématique.

Si $F_c < F_t(\alpha=0.05, v_1, v_2)$, le modèle obtenu est adéquat ;

Si $F_c > F_t(\alpha = 0.05, \nu_1, \nu_2)$, le modèle n'est pas adéquat, il faut passer à la recherche d'un modèle plus complexe.

2.8.2. Une autre méthode pour contrôler la validité du modèle consistant à réaliser des mesures au centre du domaine expérimental. On compare ainsi la moyenne calculée à partir du modèle et la moyenne mesurée, si les deux valeurs sont proches (l'écart est acceptable) cela signifie que le modèle est valide sinon il faut chercher un modèle plus complexe (Goupy, 2001 ; Schimmerling *et al.*, 1998).

Le modèle mathématique ne présente pas la même précision dans tous le domaine expérimental, c'est au point central qu'il est le plus précis (Goupy, 2001).

3. Utilité du plan 2^k

Les plans factoriels sont les seuls qui permettent l'étude des modèles matriciels complets.

L'avantage de ces plans est qu'ils fournissent l'effet lui même avec son signe. L'interprétation est beaucoup plus facile.

D'une manière générale, le modèle peut servir à 2 utilisations principales :

- identifier la meilleure combinaison des niveaux des facteurs ;
- établir des prévisions.

Lorsque le nombre de facteur devient supérieur à 4 ou 5, ils conduisent à un nombre de combinaisons jugé en général trop élevé, même si le nombre de niveaux des facteurs est limité à 2 (Schimmerling *et al.*, 1998).

II. Notions sur la méthodologie de Box-Jenkins

1. Définition

Une série chronologique, aussi appelée série temporelle ou chronique (Mélard, 1991) est un ensemble d'observations d'un processus aléatoire (voir annexe 2) $(X_t)_{t \in T}$ se réalisant en un instant spécifié $t \in T$. Elle peut être discrète (l'ensemble des instant d'observation est

discret) ou continue (l'ensemble des instants d'observations est non dénombrables) (Bourbonnais, 1998).

2. Les composantes d'une série chronologique

Les séries chronologiques ont non seulement une moyenne non nulle mais ne sont pas stationnaires : elles comportent également une tendance, une saisonnalité ou même une structure plus complexe (Mélard, 1991).

L'examen de cette série mis en évidence quatre composantes fondamentales (Bourbonnais, 1998).

2.1. La tendance (trend) (T_t)

Elle est censée décrire le mouvement à long terme d'une série chronologique. Ce mouvement est représenté généralement par des formes analytiques simple telles que : polynomiale, logarithmique, exponentielle... (Bourbonnais, 1998).

2.2. La composante cyclique (C_t)

C'est une succession de mouvement persistants des variations ascendantes (période de prospérité), et des variations descendantes (période de dépression) retraçant le cycle économique (Bourbonnais, 1998).

2.3. La composante saisonnière (S_t)

C'est une composante cyclique relativement régulière de période intra annuelle et qui correspond souvent à des phénomènes de mode, de coutume, de climat... (Bourbonnais, 1998).

2.4. La composante résiduelle (ε_t)

Elle rassemble tous ce que les autres composantes n'ont pas expliqué. Elle contient donc de nombreuses fluctuations, en particulier accidentelles, dont le caractère est imprévisible (grève, guerre, catastrophes naturelles...) (Bourbonnais, 1998).

3. La stationnarité

Les séries économiques présentent souvent des réalisations non stationnaires, ces séries admettent une moyenne et une variance qui varient dans le temps, or les outils statistiques ne s'appliquent pas à des séries qui ne sont pas stationnaires (Bourbonnais, 1998).

On distingue deux types de non stationnarité :

3.1. Processus de type TS (trend stationary)

Représente une non stationnarité de nature déterministe.

3.2. Processus de type DS (differency stationary)

Représente une non stationnarité de type stockastique.

3.3. Test de Dickey-Fuller DF (1979) (tests de racine unitaires)

Ce test permet de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d'une chronique par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique (voir annexe 2) (Bourbonnais, 1998).

4. Les processus ARMA , ARIMA

4.1. Les processus ARMA

Les processus autorégressifs AR(p), les processus moyenne mobile MA(q) et les processus mixtes ARMA (p,q) ont été introduits comme des processus aléatoires stationnaires. Ils serviront de modèles pour décrire l'évolution des séries chronologiques, c'est-à-dire une série chronologique pourra être vue comme une réalisation de ce processus ARMA (Mélard, 1991).

Ce modèle combine une partie AR(p) et une partie MA(q). En d'autres termes il contient des valeurs passées $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$ et des erreurs passées $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ (Bourbonnais, 1998).

En général, un processus ARMA(p,q) appelé processus mixte autorégressif moyenne mobile d'ordre (p,q) est défini par l'équation suivante :

$$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) X_t = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \quad (16)$$

Où :

$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p)$: Polynôme en l'opérateur de retard L s'appelle le polynôme autorégressif de degré p ou AR(p) ;

$(1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q)$: Est le polynôme moyenne mobile de degré q ou MA (q).

ε_t : Innovations constituent un processus bruit blanc (voir annexe 2) de variance σ^2 .

$\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$: Les paramètres du processus.

p : le retard maximum des variables du passé.

q : le retard maximum des innovations du passé.

L : opérateur de retard linéaire tel que $Ly_t = y_{t-1}$, plus généralement $L^n Y_t = Y_{t-n}$.

Les coefficients des polynômes autorégressif et moyenne mobile sont précédé d'un signe moins, suivant la notation popularisé par Box et Jenkins (1976) (Mélard, 1991).

Un processus AR(p)= ARMA($p,0$) et MA(q)=ARMA($0,q$).

Un processus ARMA (p,q) est stationnaire, si le polynôme $\phi_p(Z)$ a toute ses racines en valeurs absolue inférieure à 1, et inversible si toutes les racines du polynôme $\theta_q(Z)$ sont en valeurs absolue inférieures à 1 (Bourbonnais, 1998).

4.2. Les processus ARIMA

Dans le cas d'un processus de type DS on utilise des filtres aux différence (afin de stationnariser la série) ce qui nous conduit à définir les processus ARMA intégrés, noté ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average).

La forme ARIMA d'ordre p, d, q ou ARIMA (p, d, q) d'une méthode de prévision extrapolative décrit la relation entre l'observation y_t , l'erreur de prévision ε_t et les valeurs retardées des observations et des erreurs de prévisions. Elle est défini ainsi (Mélard, 1991) :

$$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) \nabla^d X_t = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \quad (17)$$

Ajoutons aux caractéristiques du processus ARMA la présence de l'opérateur de différence ∇ pour le processus ARIMA tel que :

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - L)X_t \quad (18)$$

∇^d : Opérateur de différence de degré d.

$$\nabla^d X_t = (1 - L)^d X_t \quad (19)$$

L'application des tests de racine unitaire nous permet du moins en théorie de déterminer si le processus est de type DS ou TS.

5. Notions sur la méthode de Box et Jenkins

La méthode de Box et Jenkins (1976), permet en plusieurs étapes de trouver un modèle ARMA susceptible de représenter une série chronologique (Mélard, 1991).

Il s'agit d'une méthode de prévision extrapolative puisque seul le passé de la variable est utilisé à cette fin, sans apport d'informations extérieures (Mélard, 1991).

La méthode de prévision de Box-Jenkins est particulièrement bien adaptée au traitement de séries chronologiques complexes et en général aux situations dans lesquelles la loi de base n'est pas immédiatement apparente. Comme elle traite des situations beaucoup plus compliquées, il est bien plus difficile de saisir les principes de cette technique, d'autant plus que son application présente certaines limites (Bourbonnais, 1998).

En décrivant leur méthode de prévision George Box et G wilym Jenkins ont établi le diagramme présenté par la figureV.1.

Cette démarche divise le problème de prévision en 5 étapes pour pouvoir trouver le modèle ARMA susceptible de représenter la série chronologique, et la dernière étape c'est l'étape de prévision :

1-Analyse préliminaire-(Stationnarisation).

2-Identification.

3-Estimation.

4-Tests de diagnostic (validation du modèle).

5-Prévision.

Ces différentes étapes sont plus détaillées en anexe 2.

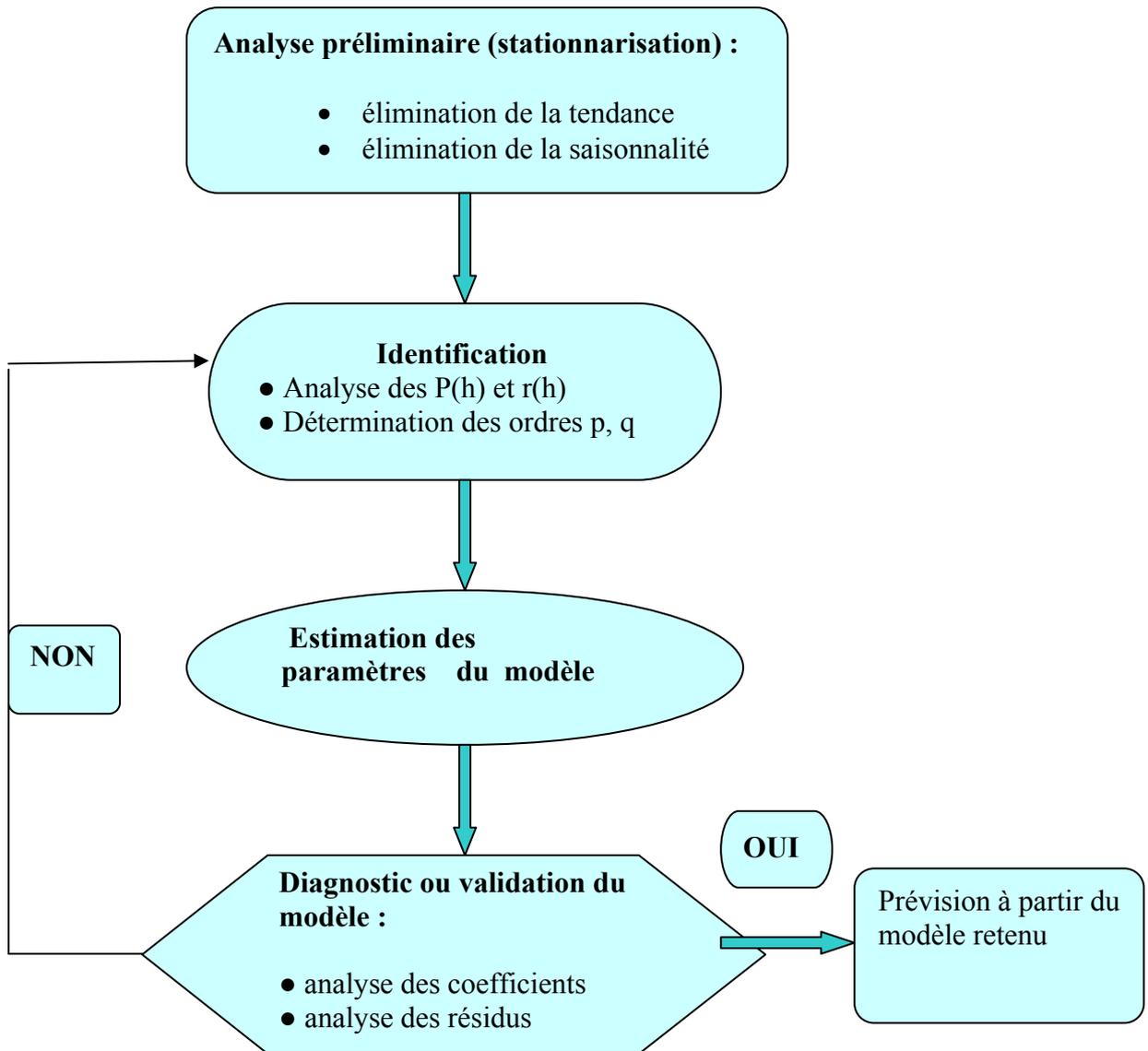


Figure II.1 : procédure itérative de Box-Jenkins (Bourbonnais, 1998)

Partie

Expérimentale

La partie expérimentale comporte deux cas d'étude :

La première partie porte sur une étude prospective de la production de dattes communes en Algérie, par application de la méthodologie de Box-Jenkins ; dont l'objectif est l'élaboration d'un modèle mathématique, permettant de fournir des prévisions à court et à moyen terme sur la production de dattes communes (sèches) en Algérie.

La deuxième partie concerne le séchage de dattes Mech-Degla (séchage conventionnel et séchage par utilisation des MW), en appliquant un plan factoriel complet 2^4 . Nous verrons pour chaque cas, quels sont les facteurs les plus influents et nous révélerons les combinaisons donnant les réponses optimales. Nous choisissons comme indice de qualité la couleur des dattes que nous modélisons également. Le but de cette partie est la modélisation :

- 1) du séchage conventionnel et du séchage par MW des dattes Mech-Degla ;
- 2) la variation de l'indice de couleur associé pour chaque mode de séchage.

Chapitre III

Matériel et méthodes

1. Matériels

1.1. Matériel pour les prévisions

Lors de l'étude prospective, nous avons utilisé des documents du ministère algérien de l'agriculture de 1980 à 2006.

Les logiciels Eviews et SPSS sont également utilisés.

1.2. Matériel végétal

Les dattes utilisées dans cette étude sont de la variété Mech-Degla, achetées durant la période allant du 14-04 au 06-06-2008 chez un marchand de dattes dans la ville de Boumerdès. Elles ont pour origine les palmiers de Biskra.

Les dattes sont stockées au réfrigérateur à 7°C dans le but de ralentir la respiration, les changements chimiques et physiologiques (Maskan, 2000). Avant séchage, elles sont nettoyées, dénoyautées (les noyaux sont récupérés pour servir pour une autre étude) et coupées en 2 et en 16 parties approximativement égales. Nous désignerons respectivement, ces deux dimensions dans la suite du travail par ($D_{1/2}$) et ($D_{1/16}$) correspondant aux niveaux maximum (+) et minimum (-) d'un plan factoriel complet à deux niveaux.

La variété Mech-Degla est une dattes de seconde qualité qui ne coûte pas chère, elle est connue par ses qualités nutritionnelles (source d'énergie) et sa disponibilité sur le marché ainsi que sa facilité de conservation.

2. Méthodes d'analyses

2.1. Application de la méthodologie de Box-Jenkins

Pour réaliser l'étude prospective de la production de dattes communes, nous avons appliqué la méthodologie de Box-Jenkins dont les étapes sont données en partie théorique.

Vu la particularité de cette méthode (utilisation de logiciels), nous récapitulons les différentes étapes de cette méthode :

2.1.1. Analyse préliminaire ;

2.1.2. Test sur la non stationnarité ;

2.1.3. Test de racine unitaire DF sur la série différenciée (ΔDAT_t) ;

2.1.4. Examen du correlogramme de la série différenciée (ΔDAT_t) ;

2.1.5. Graphe des séries : réelle, estimée et résidus ;

2.1.6. Tests sur les résidus ;

2.1.7. Prévion de la production de dattes communes.

2.2. Modélisation du processus de séchage des dattes et de la variation de l'indice de couleur

2.2.1. Détermination de la teneur en eau initiale des dattes

Pour déterminer la teneur en eau initiale des dattes utilisées, nous avons pris trois capsules métalliques préalablement nettoyées, séchées et refroidis dans un dessiccateur, à l'intérieur des quelles nous avons mis 1g de dattes broyé et homogénéisé.

Les capsules contenant les échantillons sont ensuite placées à l'étuve (à air statique), à $105 \pm 2^\circ\text{C}$ selon la méthode décrite par (Acourene et Tama, 1997). Après une heure de séchage, les capsules sont retirées de l'étuve et placées dans un dessiccateur pour qu'elles se refroidissent, nous avons ensuite pesé chaque échantillon avec une balance de précision 0.001 g.

Cette opération est répétée régulièrement pour chaque intervalle de 30 min. Le séchage est arrêté lorsque la variation du poids de l'échantillon devient négligeable.

La formule utilisée pour le calcul de la teneur en eau initiale est la suivante :

$$W_{e/m.h} = \left[\frac{(P_0 - P_f)}{P_0} \right] \times 100 \quad (20)$$

$$W_{e/m.s} = \left[\frac{(P_0 - P_f)}{P_f} \right] \times 100 \quad (21)$$

$$W_{m.s} = 100 - W_{e/m.s} \quad (22)$$

$W_{e/m.h}$: Teneur en eau initiale par rapport à la masse humide en % ;

$W_{e/m.s}$: Teneur en eau initiale par rapport à la masse sèche en % ;

$W_{m.s}$: Teneur en matière sèche des dattes en % ;

P_0 : Masse initiale de l'échantillon en g ;

P_f : Masse finale de l'échantillon en g correspondant à une masse constante.

La teneur en eau des dattes est la moyenne de 3 valeurs.

2.2.2. Le séchage conventionnel des dattes

Nous avons appliqué un plan factoriel complet 2^4 pour la modélisation du séchage des dattes à l'air chaud.

D'après les résultats de l'expérience préliminaire, 4 facteurs jugés influents sont fixés : la température (°C), le temps (min), la dimension, la masse (g). Pour chaque facteur nous avons fixé deux niveaux : le niveau haut et le niveau bas. Nous avons alors 16 expériences à réaliser.

Lors du séchage, les morceaux de dattes sont étalés en monocouche. L'échantillon est pesé avant et après séchage (précision de la balance est de 0.001g). La réponse étant la teneur en eau des dattes séchées obtenue selon cette formule :

$$W_{e/m.s}(t) = \left[\frac{\left[\frac{P_0 \times W_{e/m.h}}{100} \right] - (P_0 - P_t)}{\frac{P_0 \times W_{m.s}}{100}} \right] \times 100 \quad (23)$$

$W_{e/m.s}(t)$: La teneur en eau en % par rapport à la masse sèche au temps t ;

$W_{m.s}$: La teneur en masse sèche en % ;

Pour chaque expérience la teneur en eau est la moyenne de trois valeurs.

2.2.3. Le séchage des dattes au micro-onde

Un plan factoriel complet 2^4 est également appliqué ici et la même démarche que précédemment est suivie, sauf que le premier facteur est la puissance en (w) et le temps est mesuré en seconde. Les morceaux de dattes sont étalés uniformément sur une assiette en verre, et puis séchés au MO conformément à la procédure appliquée par (Arslan et Musa Ozcan, 2007) pour le séchage des feuilles du romarin au MO.

2.2.4. Mesure de la variation de couleur et du niveau critique de couleur

Pour les deux modes de séchage, la différence de couleur totale des dattes par rapport à un standard est considérée comme étant une 2^{ème} réponse à modéliser. La couleur est mesurée par un colorimètre (CM-2500d MINOLTA) fonctionnant en présence d'un logiciel ISOCOLOR. Les paramètres L^* , a^* , b^* et dE^* sont donnés par le colorimètre tel que (^bMaskan, 2001) :

L^* : la clarté varie entre 0 (noir pur) et 100 (blanc pur) ;

a^* : mesure le rouge quand c'est positif et le vert quand c'est négatif ;

b^* : mesure le jaune quand c'est positif et le bleu quand c'est négatif.

L'échantillon pris comme standard étant des dattes lyophilisées à $1.1 \cdot 10^0$ mBar et une température de -048,2 à -049,0°C pendant 15 h.

Ce colorimètre exige que l'échantillon soit sous forme solide. Pour cette raison et avant la mesure de la couleur, les échantillons séchés ainsi que celui lyophilisé sont broyés, tamisés (ouverture du tamis 1 mm), pastillés (sous une force de 1,5 tonne).

Pour calibrer le colorimètre, nous plaçons d'abord le piège à lumière de couleur noir pour éliminer la lumière parasite puis l'étalon blanc de référence jusqu'à ce qu'une boîte de dialogue s'affiche sur l'écran du PC en indiquant une calibration terminée. La même procédure que le séchage est utilisée pour la modélisation. Le colorimètre répète la mesure 4 fois.

Dans le but d'évaluer la coloration maximale (couleur critique) qu'une poudre de datte peut atteindre sans brûler ou changer de goût, nous avons séché un échantillon de poudre de datte lyophilisée dans une étuve avec ventilation d'air avec application de deux paliers de

températures : 55°C pendant 15 heures puis 140°C tant que la caramélisation limite n'est pas visible à l'œil nu.

2.2.5. Analyse statistique

Pour pouvoir juger de l'homogénéité des variances, de la signification des paramètres des modèles, et de leur validité nous avons procédé aux tests suivants : test de Cochran, test de Student et le test de Fisher (voir annexe 1).

Les paramètres des modèles sont déterminés par la régression linéaire multiple (RLM) en utilisant le logiciel SPSS.

Dans le but de confirmer la validité des modèles obtenus (partie séchage), le critère du coefficient de détermination est utilisé R^2 .

Lorsque le coefficient de détermination R^2 est élevé, la régression est bonne (Arslan et Musa Ozcan, 2007).

Chapitre IV

Résultats et interprétations

1. Analyse statistique et prévisionnelle de la production des dattes sèches en Algérie : étude de la série production annuelle de dattes sèches (DAT_t)

1.1. Analyse préliminaire

La série (DAT_t) représente l'évolution de la production de dattes sèches en Algérie de 1980 à 2005. Elle comporte donc 26 observations.

1.1.1. Représentation graphique

La représentation graphique (Figure IV.1) est la première étape de l'analyse des séries temporelles, elle nous fournit une idée globale sur la nature et les caractéristiques du processus.

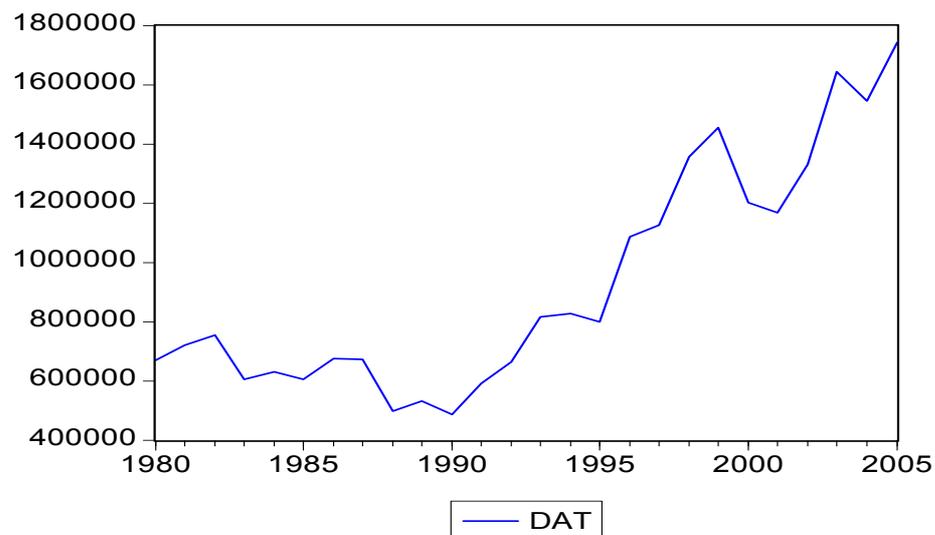


Figure IV.1 : Représentation graphique de la série brute (DAT_t)

La figure ci-dessus laisse clairement apparaître une augmentation de la production de dattes sèches de 1995 à 2005.

1.1.2. Correlogramme de la série (DAT_t)

La figure IV.2 illustre les différentes autocorrelations du correlogramme de la série DAT_t .

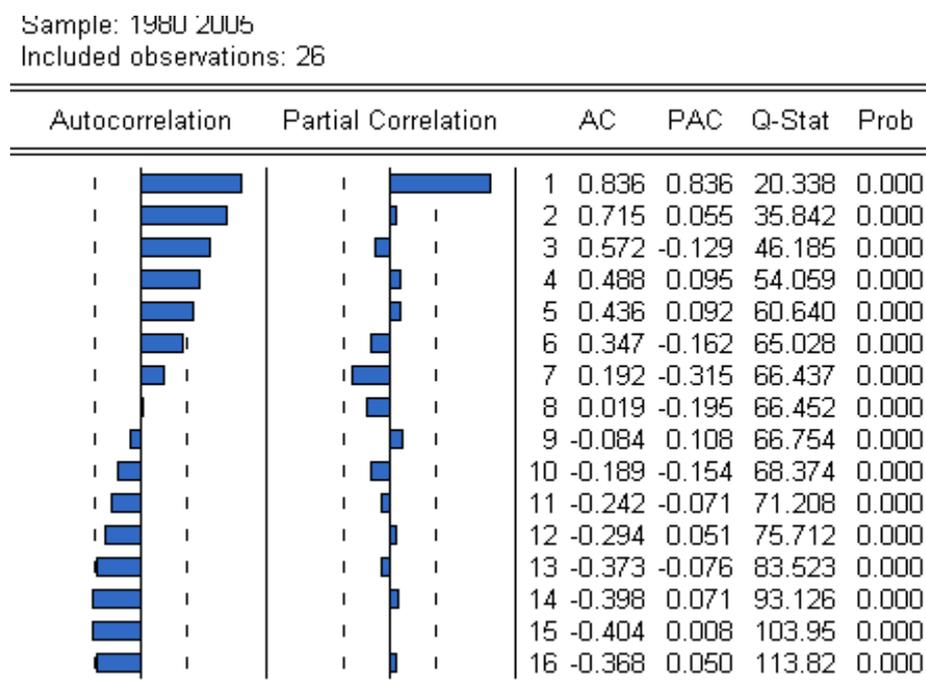


Figure IV.2 : Correlogramme de la série (DAT_t)

On y trouve les autocorrelations simples (AC) et les autocorrelations partielles (PAC) qui sont fournies par le logiciel *Econometric views* (Eviews). Les bornes de l'intervalle de confiance sont stylisée par des pointillés, chaque terme sortant de cet intervalle est donc significativement différent de zéro au seuil 5%.

Eviews fournit aussi la statistique (Q-stat) de Ljung et Box de chaque retard, il spécifie dans la première colonne des valeurs numériques munies de sa probabilité critique (Prob).

Nous observons des correlogrammes typiques d'une série chronologique affectée d'une tendance : un correlogramme simple dont les valeurs diminuent, alors que le correlogramme partiel a uniquement le premier terme différent de zéro (0.836). Nous pouvons ainsi conclure que la série n'est pas stationnaire.

On passe à des tests plus sophistiqués pour la confirmer, et détecter la nature de la non stationnarité.

1.2. Test sur la non stationnarité

1.2.1. Test de racine unitaire (test de Dickey-Fuller)

A l'aide du logiciel Eviews nous appliquons le test de Dickey-Fuller simple sur la série (DAT_t).

La statistique de Dicky-Fuller, le modèle [1], [2] et [3] ainsi que les autres paramètres y afférents sont donnés comme suit :

$$\text{Modèle [3]} : \Delta DAT_t = \phi DAT_{t-1} + c + bt + \varepsilon_t \quad (24)$$

ADF Test Statistic	-1.688098	1% Critical Value*	-4.3738	
		5% Critical Value	-3.6027	
		10% Critical Value	-3.2367	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DAT(-1)	-0.227237	0.134611	-1.688098	0.1055
C	56090.75	72884.87	0.769580	0.4497
@TREND(1980)	14680.88	6494.296	2.260581	0.0340

On trouve $T=-1.688098$ supérieure aux valeurs critique fournies (-4.3738 au seuil 1%, -3.6027 au seuil 5% et -3.2367 au seuil 10%) : nous acceptons en conséquence l'hypothèse de l'existence de racine unitaire et donc la série n'est pas stationnaire.

La valeur empirique de la statistique de student (t-Statistic) relative à la tendance (@TREND (1980)) et égale à 2.26058, inférieure aux valeurs théoriques : 3.49 ; 2.79 ; et 2.38 tabulées par Dicky-Fuller aux seuils 1% ; 5% ; 10% respectivement. Il s'ensuit que le coefficient de la tendance n'est pas significativement différent de zéro, ainsi le processus n'est pas de type TS (Trend Stationnaire).

$$\text{Modèle [2]} : \Delta DAT_t = \phi DAT_{t-1} + c + \varepsilon_t \quad (25)$$

ADF Test Statistic	0.343643	1% Critical Value*	-3.7204	
		5% Critical Value	-2.9850	
		10% Critical Value	-2.6318	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DAT(-1)	0.027477	0.079959	0.343643	0.7342
C	18193.78	77008.18	0.236258	0.8153

La statistique de Student relative à la constante vaut 0.236258, inférieure à la valeur critique 2.53 tabulée par Dicky-Fuller au seuil de 5%. En conséquence la constante n'est pas significativement différente de zéro.

$$\text{Modèle [1]} : \Delta DAT_t = \phi DAT_{t-1} + \varepsilon_t \quad (26)$$

ADF Test Statistic	1.592826	1% Critical Value*	-2.6603	
		5% Critical Value	-1.9552	
		10% Critical Value	-1.6228	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DAT(-1)	0.045093	0.028310	1.592826	0.1243

La statistique de Dicky-Fuller (1.592826) est supérieure aux différentes valeurs critiques relatives (-2.6603, -1.9552, -1.6228) aux seuils de 1%, 5% et 10 %. Donc nous acceptons l'existence de racine unitaire.

D'après les résultats révélés par le test de DF nous concluons que la série n'est pas stationnaire (de type DS). La meilleure façon de la rendre stationnaire est l'application du filtre à différence première (1-L). Nous procédons donc à l'analyse de la série ΔDAT_t (Figure IV.3).

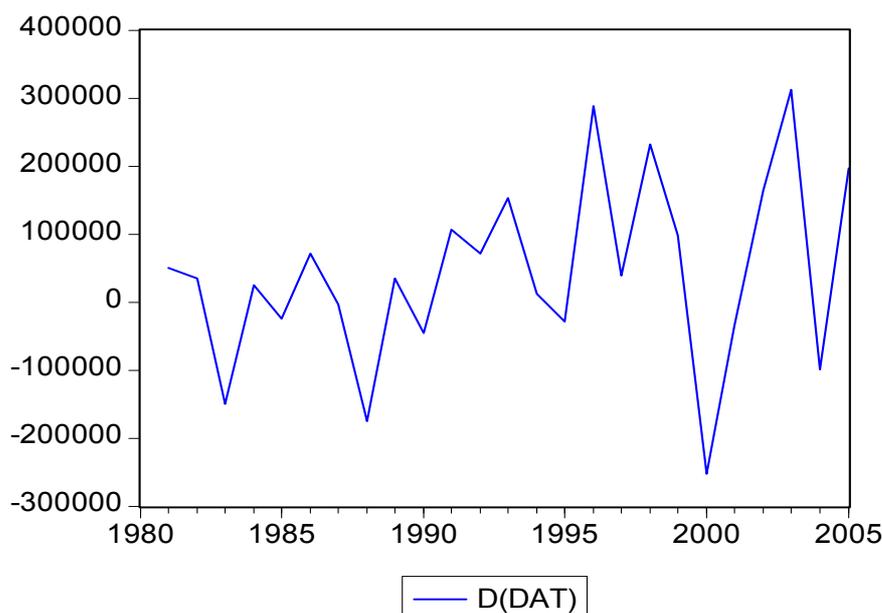


Figure IV.3 : Représentation graphique de la série différenciée ΔDAT_t

1.3. Test de racine unitaire DF sur la série différenciée ΔDAT_t

L'application du test de DF à la série ΔDAT_t nous a donné les résultats suivants (Modèles [1], [2], [3] et tableaux de statistiques y afférentes) :

$$\text{Modèle [3]} : \Delta^2 DAT_t = \phi \Delta DAT_{t-1} + c + bt + \varepsilon_t \quad (27)$$

ADF Test Statistic	-5.296077	1% Critical Value*	-4.3942	
		5% Critical Value	-3.6118	
		10% Critical Value	-3.2418	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(DAT(-1))	-1.147110	0.216596	-5.296077	0.0000
C	-46237.03	61425.73	-0.752731	0.4600
@TREND(1980)	6974.199	4151.684	1.679848	0.1078

La statistique $t_\phi = -5.296077$ est inférieure à toutes les valeurs critiques : -4.3942 ; -3.6118 et -3.2418 aux seuils 1% ; 5% et 10% (respectivement), donc nous rejetons l'hypothèse de la non stationnarité (pas de racine unitaire).

La statistique de Student relative à la tendance 1.679848 est inférieure à toutes les valeurs critiques tabulées par DF : 3.49 au seuil 1% ; 2.79 au seuil 5% et 2.38 au seuil 10%, donc le coefficient de la tendance n'est pas significativement différent de zéro.

$$\text{Modèle [2]} : \Delta^2 DAT_t = \phi \Delta DAT_{t-1} + c + \varepsilon_t \quad (28)$$

ADF Test Statistic	-4.844849	1% Critical Value*	-3.7343	
		5% Critical Value	-2.9907	
		10% Critical Value	-2.6348	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(DAT(-1))	-1.060782	0.218950	-4.844849	0.0001
C	44767.84	30127.48	1.485947	0.1515

La statistique de Student relative à la constante t=1.485947, inférieure à toutes les valeurs critiques tabulées par DF : 3.19 ; 2.53 ; et 2.16 aux seuils 1% ; 5% et 10% (respectivement), ici aussi la constante n'est pas significativement différente de zéro.

$$\text{Modèle [1]} : \Delta^2 DAT_t = \phi \Delta DAT_{t-1} + \varepsilon_t \quad (29)$$

ADF Test Statistic	-4.499474	1% Critical Value*	-2.6649	
		5% Critical Value	-1.9559	
		10% Critical Value	-1.6231	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(DAT(-1))	-0.974593	0.216602	-4.499474	0.0002

Nous avons T-stat= -4.499474 inférieure à toutes les valeurs critiques (-2.6649 ; 1.9559 et -1.6231), nous concluons alors que la série ΔDAT_t est stationnaire.

1.4. Examen du corrélogramme de la série différenciée ΔDAT_t

La figure IV.4 montre le corrélogramme de la série différenciée ΔDAT_t .

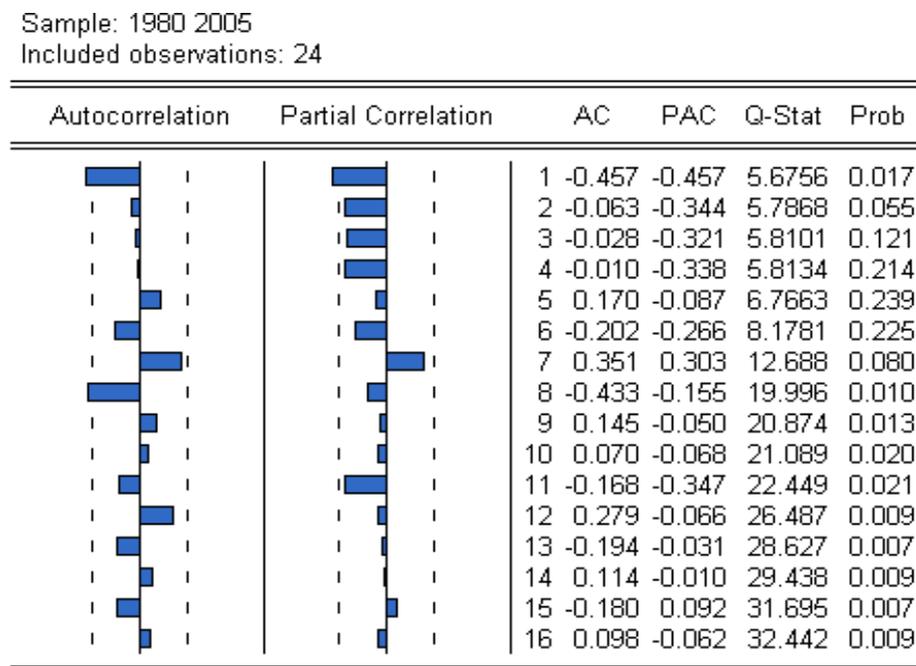


Figure IV.4 : Corrélogramme de la série différenciée (ΔDAT_t)

Le corrélogramme simple indique deux termes significatifs, le premier retard et le huitième retard ; le corrélogramme partiel indique un seul terme significatif, le premier retard.

Par conséquent les modèles susceptibles de représenter l'évolution de la production de dattes sèches sont du type : ARIMA (0.1.8), ARIMA(1.1.6).....etc.

1.4.1. Identification du modèle ΔDAT_t

Le meilleur modèle sera celui dont les critères d'information d'Akaike (AIC), Schwarz (SC) et la somme des carrés des résidus (SSR) sont minimums et le coefficient de détermination R^2 maximum (Tableau IV.1).

Tableau IV.1 : les meilleurs modèles représentant la série Δ DAT

Les paramètres statistiques	ARIMA (0.1.8)	ARIMA (1.1.6)
R^2	0.36	0.26
AIC	26.22	26.59
SC	26.37	26.84
SSR	$2.83 \cdot 10^{11}$	$3.29 \cdot 10^{11}$

D'après ces données, il est aisé de voir que le modèle ARIMA (0.1.8) présente des critères statistiques meilleurs que le modèle ARIMA (1.1.6).

1.4.2. Estimation du modèle ARIMA (0.1.8)

A l'aide du logiciel Eviews, nous trouvons les résultats d'estimation de ce modèle (Tableau IV.2).

Tableau IV.2 : Estimation du modèle ARIMA (0.1.8)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(6)	0.210705	0.104454	2.017206	0.0560
MA(7)	0.426086	0.133440	3.193094	0.0042
MA(8)	-0.569942	0.128216	-4.445162	0.0002
R-squared	0.367795	Mean dependent var		42870.16
Adjusted R-squared	0.310322	S.D. dependent var		136509.5
S.E. of regression	113366.8	Akaike info criterion		26.22681
Sum squared resid	2.83^E+11	Schwarz criterion		26.37308
Log likelihood	-324.8352	Durbin-Watson stat		1.567879
Inverted MA Roots	.77			

1.4.3. Tests d'adéquation du modèle ARIMA (0.1.8)

a- Test sur les paramètres

Nous pouvons noter que les rapports de Student des trois coefficients du modèle ARIMA (0.1.8) sont supérieurs en valeur absolus à 1.96, ils sont donc significativement différents de zéro et ceci est confirmé par les probabilités de nullité de ces coefficients qui sont inférieures à 0.05.

Les racines des polynômes moyennes mobiles sont toutes supérieures en module à 1.

b- Test sur les résidus

Les résultats trouvés sont montrés par le corrélogramme de la figure IV.5

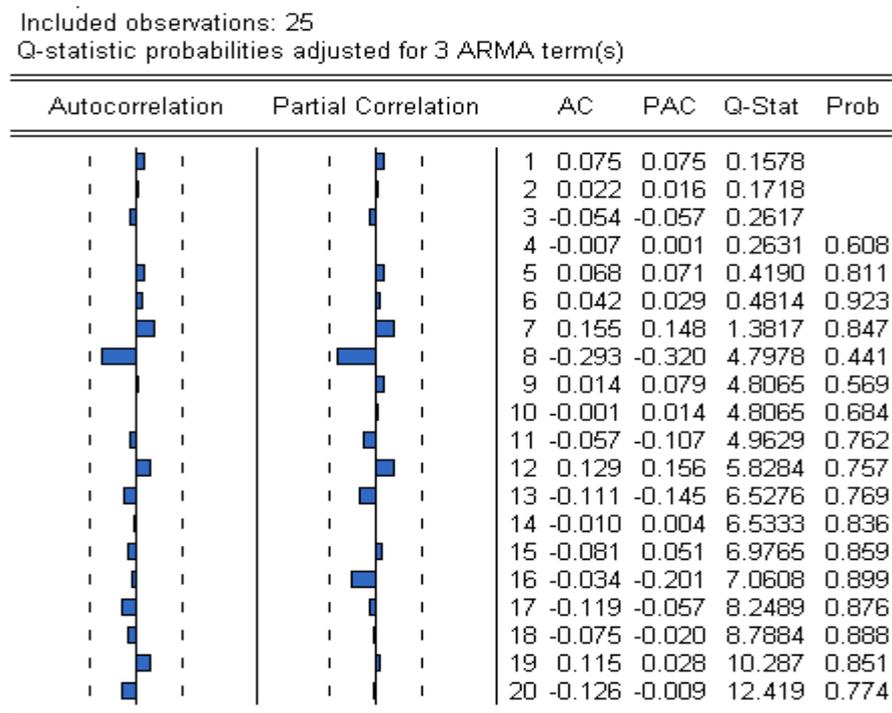


Figure IV.5 : Correlogramme des résidus

D'après le correlogramme des résidus, on remarque que tous les pics sont à l'intérieur de la bande de confiance, d'où il ressort que les résidus sont des bruits blancs.

1.5. Graphe des séries : réelle, estimée et résidus

La figure IV.6 illustre les résultats obtenus.

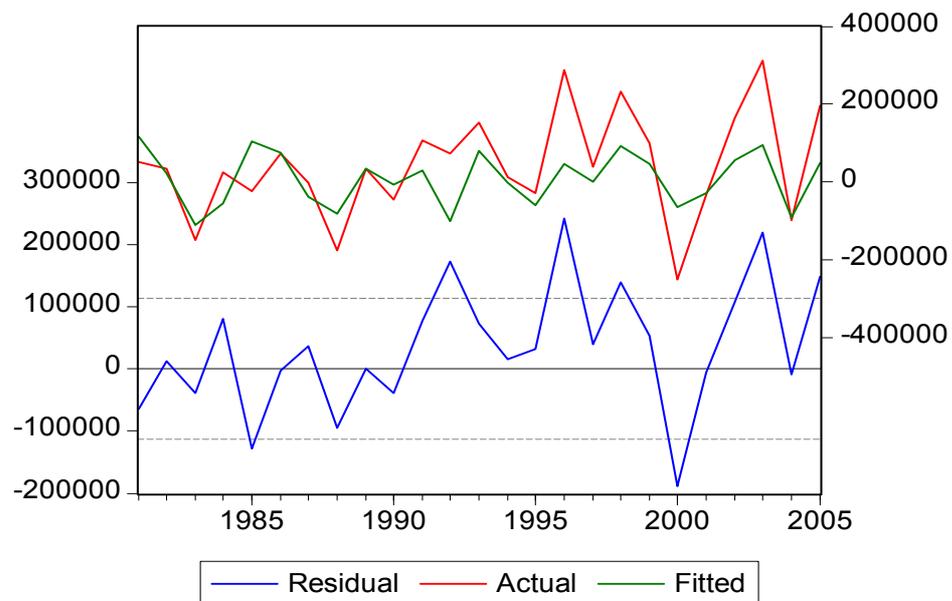


Figure IV.6 : graphe des séries réelles et estimées

1.6. Test sur les résidus

1.6.1. Test de Box-Ljung

Ce test est utilisé pour tester l'hypothèse nulle

H_0 : « les résidus forment un bruit blanc »

Q-stat = 12.419 < $\chi_{17}^2 = 27.587$ au seuil 5%.

En conséquence les résidus forment un bruit blanc.

1.6.2. Test de normalité

On teste l'hypothèse nulle (Figure IV.7) :

H_0 : « les résidus suivent une loi normale ».

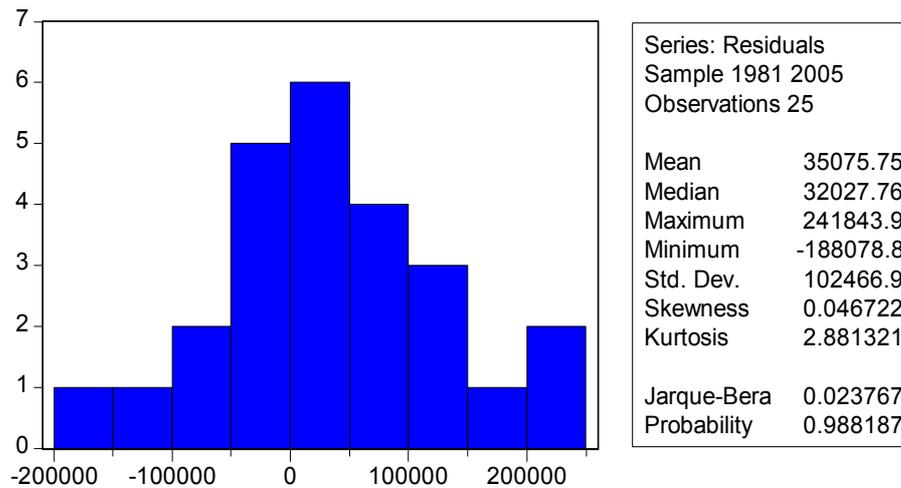


Figure IV.7 : Histogramme de Jarque-Bera

$$\mathbf{a-Test de Skewness : } (S_k)^{1/2} = 0.046722 \text{ donc } V_1 = \frac{|(S_k)^{1/2}|}{\sqrt{6/26}} = 0.097 < 1.96. \quad (30)$$

$V_1 = 0.097 < 1.96$: on accepte l'hypothèse de symétrie.

$$\mathbf{b- Test de Kurtosis : } K_U = 2.881321 \text{ donc } V_2 = \frac{|K_U - 3|}{\sqrt{24/26}} = 0.12 < 1.96. \quad (31)$$

$V_2 = 0.12 < 1.96$: on accepte l'hypothèse d'aplatissement.

$$\mathbf{c- Test de Jarque-Bera : } JB = \frac{26}{6} S_k + \frac{26}{24} (K_U - 3)^2 = 0.0237. \quad (32)$$

La statistique de Jarque-Bera ($JB = 0.023$) est inférieure à la valeur $\chi_{0.05}^2(2) = 5.99$.

En conclusion, nous acceptons l'hypothèse de normalité, donc les résidus forment un bruit blanc gaussien.

1.6.3. Test d'hétéroscédasticité

L'hypothèse à tester est :

H_0 : « les résidus sont homoscédastiques » ;

Contre H_1 : « les résidus sont hétéroscédastiques ».

a- Corrélogramme des résidus au carré :

Le corrélogramme de la figure IV.8 donne les résultats obtenus.

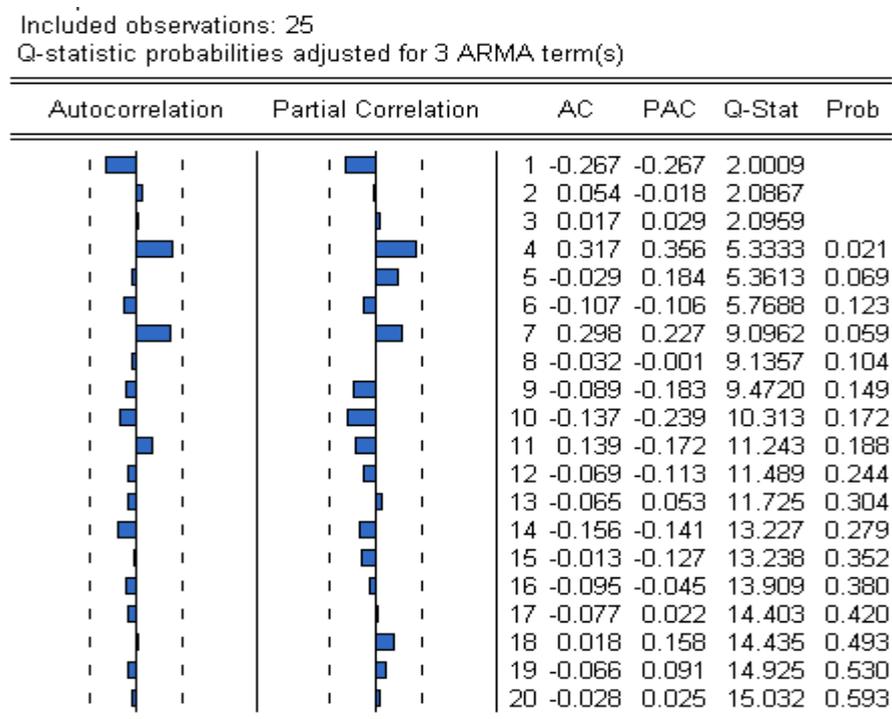


Figure IV.8 : Correlogramme des résidus au carré

b- Test de Box-Ljung

Au seuil de 5% ; $Q = 15.03 < \chi_{17}^2 = 27.587$.

Les résidus au carré sont alors non corrélés, d'où : les résidus sont homoscédastiques.

Conclusion

D'après la méthode appliquée de Box-Jenkins nous pouvons conclure que le modèle ARIMA (0.1.8) est adéquat.

D'où le modèle retenu :

$$(1-L)DAT_t = 0.21\varepsilon_{t-6} + 0.42\varepsilon_{t-7} - 0.56\varepsilon_{t-8} + \varepsilon_t \quad (33)$$

1.7. Préviation de la production de dattes S7CHes DAT_t

Le tableau IV.3 et la figure IV.9 donne les prévisions de la production des dattes sèches.

Tableau IV.3 : prévision de la production de dattes communes

Année	2006	2007	2008	2009	2010
Prévision (tonnes)	1470,395	1374,871	1496,886	1587,162	1603,839
Données réelles (tonnes)	1649,170				
Ecart relatifs (%)	12.16				

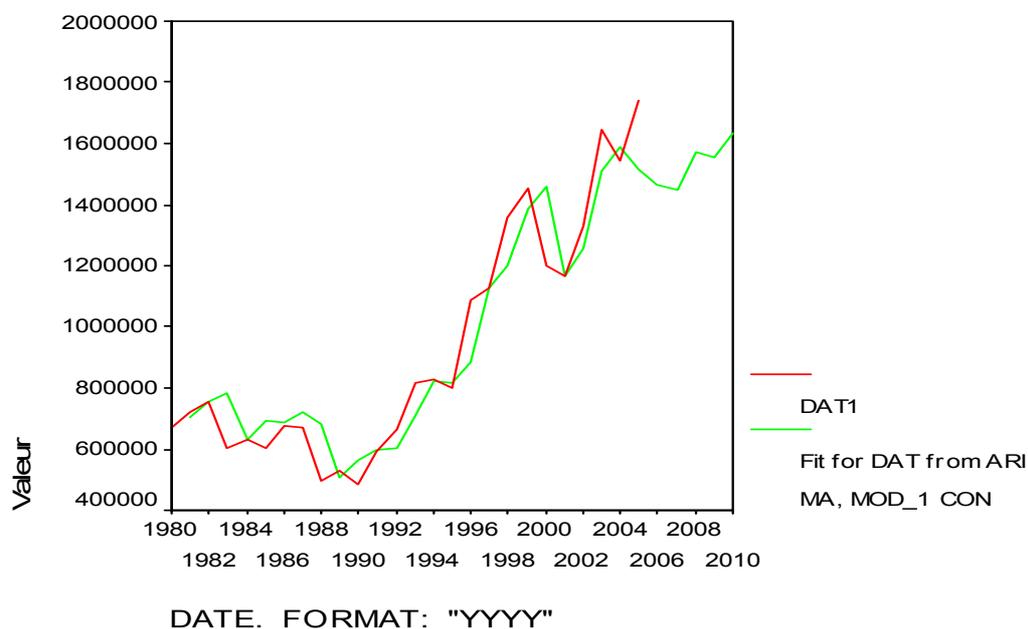


Figure IV.9 : Prédiction de la série production de dattes sèches DAT_t

De ces résultats il convient de s'attendre à une augmentation de la production de dattes sèches en Algérie d'ici l'an 2010. Nous suggérons de ce fait une attention particulière à la valorisation de dattes sèches (variété Mech-Degla comprise) issues des palmerais du sud algérien (Biskra).

2. Modélisation du procédé de séchage conventionnel des dattes utilisées

Les dattes utilisées ont une teneur en eau de 10.45 % par rapport à la masse sèche (m.s).

2.1. Matrice des expériences (séchage conventionnel)

La matrice des expériences pour le séchage conventionnel est donnée par le tableau IV.4 :

Tableau IV.4 : matrice des expériences pour le séchage conventionnel des dattes Mech-Degla

N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	W ₁	W ₂	W ₃	W _{MOY}	$\sigma^2\{y\}$
1	+	-	-	-	-	8.13	7.85	7.85	7.943	0.026
2	+	+	-	-	-	6.59	6.47	5.81	6.290	0.176
3	+	-	+	-	-	6.62	8.33	6.65	7.200	0.958
4	+	+	+	-	-	3.76	2.70	2.95	3.137	0.307
5	+	-	-	+	-	8.74	8.44	8.28	8.487	0.054
6	+	+	-	+	-	7.75	7.04	7.23	7.340	0.135
7	+	-	+	+	-	7.44	9.95	7.48	8.290	2.067
8	+	+	+	+	-	4.39	4.53	4.67	4.530	0.020
9	+	-	-	-	+	7.75	7.78	7.54	7.690	0.017
10	+	+	-	-	+	6.33	5.84	5.66	5.943	0.120
11	+	-	+	-	+	6.30	8.28	6.58	7.053	1.148
12	+	+	+	-	+	4.25	3.94	4.14	4.110	0.025
13	+	-	-	+	+	8.39	8.70	8.31	8.467	0.042
14	+	+	-	+	+	7.28	7.55	7.50	7.443	0.021
15	+	-	+	+	+	7.81	7.68	7.64	7.710	0.008
16	+	+	+	+	+	5.43	7.73	5.58	6.247	1.656
Σ									107.88	6.78

Niveau-	55 (°C)	15 (min)	1/16	5 (g)
Niveau+	85 (°C)	60 (min)	1/2	50 (g)

X₀ : constante, X₁ : la température, X₂ : le temps, X₃ : la dimension, X₄ : la masse.

Pour toutes les modélisations que nous effectuons, la colonne X₀ permet le calcul de la constante des modèles b₀.

Après avoir calculé les variances, le test de Cochran donne une valeur calculée $Cc=0.3049 < Ct (v=m-1=2, \alpha = 0.05, N=16)=0.335$, donc les variances sont homogènes et l'expérience est reproductible.

2.2. Calcul des coefficients du modèle (séchage conventionnel)

Le tableau IV.5 suivant donne les paramètres calculés par la RLM en utilisant le logiciel SPSS ainsi que le critère de Student calculé correspondant à chaque paramètre

Tableau IV.5: les paramètres du modèle (séchage conventionnel des dattes) et leurs critères de Student calculé

paramètres	t_c	paramètres	t_c
$b_0 = 6.742$	71.8	$b_{23} = 0.087$	0.931
$b_1 = -1.112$	11.840	$b_{24} = 0.155$	0.166
$b_2 = -0.707$	7.53	$b_{34} = 0.062$	0.067
$b_3 = 0.572$	6.093	$b_{123} = 0.035$	0.038
$b_4 = 0.09$	0.958	$b_{124} = 0.212$	0.228
$b_{12} = -0.415$	4.417	$b_{234} = -0.022$	0.024
$b_{13} = 0.187$	1.995	$b_{134} = 0.087$	0.926
$b_{14} = 0.215$	2.288	$b_{1234} = 0.06$	0.064

Les paramètres sont jugés significatifs si $t_c > t_t (\alpha = 0.025, \nu = N(m-1) = 32) = 2.037$.

Pour toutes les modélisations que nous effectuons, le terme b_0 représente la moyenne des réponses de toutes les expériences du plan (c'est la constante du modèle). Les paramètres b_1 , b_2 , b_3 , b_4 sont les effets moyens de la température, du temps, de la dimensions et de la charge respectivement. Les autres paramètres représentent les effets d'ordre 2 et d'ordre 3 et d'ordre 4.

Nous avons alors 6 facteurs significatifs et le modèle s'écrit :

$$y = 6.742 - 1.112X_1 - 0.707X_2 + 0.572X_3 - 0.415X_1X_2 + 0.215X_1X_4 \quad (34)$$

L'effet moyen de la température sur la réponse (humidité des dattes) est de **(-1.112)**, un effet négatif ne signifie pas effet néfaste. L'effet est négatif quand la réponse diminue lorsque le facteur correspondant passe du niveau -1 au niveau +1. Il est naturellement dit positif quand la réponse augmente lorsque le facteur correspondant passe du niveau -1 au niveau +1 (Goupy, 2001).

Nous pouvons donc dire que le passage de la température et du temps du niveau -1 au niveau +1 (augmentation) provoque la diminution de l'humidité, alors que le facteur dimension a un effet positif sur l'humidité.

Il est toujours préférable de représenter graphiquement les effets surtout les interactions qui sont plus difficile à apprécier dans le modèle (Schimmerling *et al.*, 1998).

Généralement les interactions d'ordre 2 sont beaucoup plus faibles que les interactions d'ordre 1 et leur interprétation est plus difficile (Baléo *et al.*, 2003).

Représentation graphique des effets

La figure IV.10 illustre les résultats obtenus.

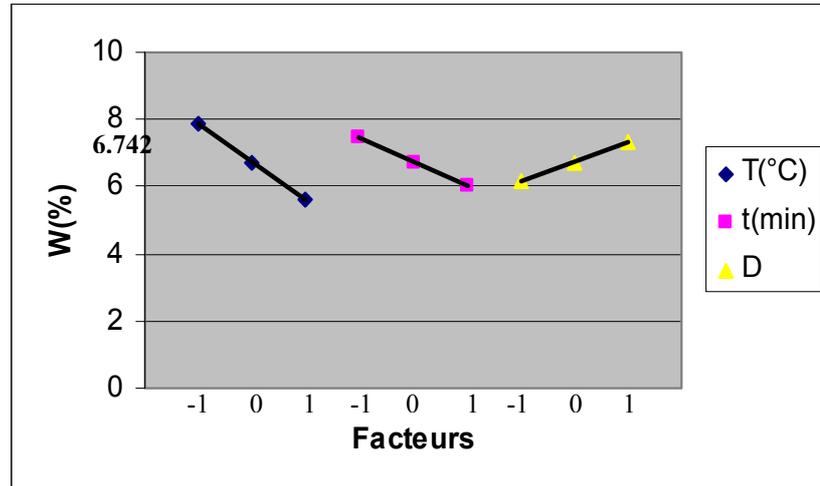


Figure IV.10: représentation graphique des effets de la température, du temps et du facteur dimension sur l'humidité des dattes (séchage conventionnel)

Le schéma ci-dessus montre que lorsqu'on passe du centre du domaine expérimental (valeur moyenne du rendement **6.742**) à la moyenne des rendements des niveaux hauts : de la température, du temps et du facteur dimension, l'humidité diminue de (**1.112**), (**0.707**) points et augmente de (**0.572**) points respectivement.

2.3. Test sur la validité du modèle

Le critère de Fisher calculé $F_c = 1.552 < F_t(\nu_1 = N - Z_s = 10, \nu_2 = N(m - 1) = 32) = 2.14$, donc le modèle est adéquat.

La corrélation, assez satisfaisante ($R^2 = 0.94$), entre les valeurs prédites par le modèle et les valeurs mesurées expérimentalement est illustrée par la figure IV.11.

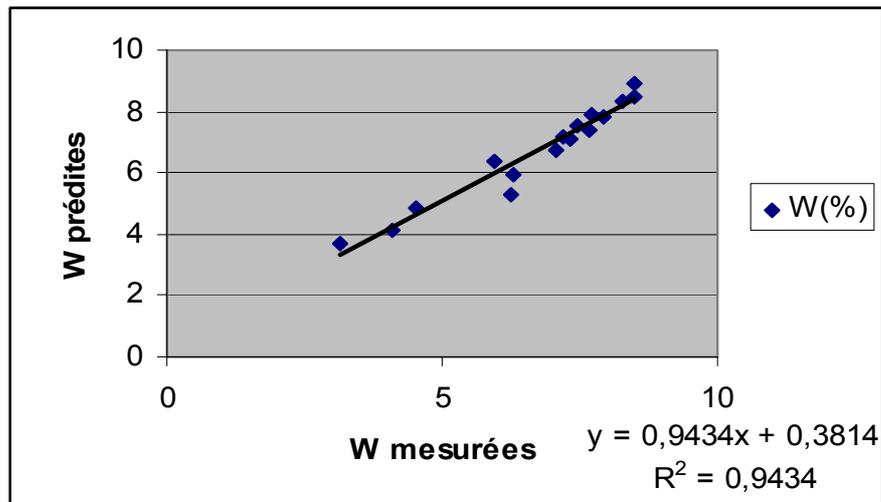


Figure IV.11 : représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurées (séchage conventionnel, humidité)

Goupy (2001) a donné une autre manière pour vérifier la validité du modèle, cela consiste à comparer la moyenne calculée à partir du modèle et celle mesurée au centre du domaine expérimental.

La moyenne des réponses, peut être regardée comme la valeur de la réponse lorsque tous les facteurs sont au niveau zéro, c'est-à-dire la valeur de la réponse au centre du domaine expérimental (Goupy, 2001).

La valeur calculé par le modèle est **W=6.742 %**.

La moyenne mesurée au centre du domaine (70°C, 37.5min, 9/32, 27.5g) est de **7.71% ± 0.093**. Les deux valeurs sont proches, la validité du modèle est confirmée.

Le modèle mathématique ne présente pas la même précision dans tout le domaine expérimental, c'est au point central qu'il est le plus précis (Goupy, 2001).

3. Modélisation du procédé de séchage des dattes séchées au micro-onde

3.1. Matrice des expériences (séchage au MO)

La matrice des expériences donnée ci-dessous rassemble les résultats obtenus pour ce mode de séchage :

Tableau IV.6: matrice des expériences pour le séchage au MO des dattes Mech-Degla

N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	W ₁	W ₂	W ₃	W _{MOY}	$\sigma^2\{y\}$
1	+	-	-	-	-	10.05	10.14	9.98	10.057	0.006
2	+	+	-	-	-	8.43	7.43	7.91	7.923	0.250
3	+	-	+	-	-	9.69	9.61	9.99	9.763	0.040
4	+	+	+	-	-	1.73	0.65	1.07	1.150	0.296
5	+	-	-	+	-	9.84	10.35	9.07	9.753	0.415
6	+	+	-	+	-	4.82	5.54	2.37	4.243	2.762
7	+	-	+	+	-	8.74	8.31	8.92	8.657	0.098
8	+	+	+	+	-	-5.35	-7.41	-6.22	-6.327	1.069
9	+	-	-	-	+	10.35	10.35	10.43	10.377	0.002
10	+	+	-	-	+	9.71	9.69	8.36	9.253	0.599
11	+	-	+	-	+	10.25	10.17	9.95	10.123	0.024
12	+	+	+	-	+	7.05	6.23	6.44	6.573	0.181
13	+	-	-	+	+	10.38	10.35	10.40	10.377	0.001
14	+	+	-	+	+	9.98	7.18	9.83	8.997	2.481
15	+	-	+	+	+	10.31	10.35	10.29	10.317	0.001
16	+	+	+	+	+	6.63	6.26	6.15	6.347	0.063
Σ										8.288

Niveau-	160 (w)	30 (sec)	1/16	5 (g)
Niveau+	480 (w)	60 (sec)	1/2	50 (g)

X₀ : constante, X₁ : la puissance, X₂ : le temps, X₃ : la dimension, X₄ : la masse.

Le critère de Cochran calculé $C_c=0.3332 < C_t(\nu=2, N=16)=0.335$ ce qui implique que les variances sont homogènes et l'expérience reproductible.

3.2. Calcul des coefficients du modèle

Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau IV.7.

Tableau IV.7 : les paramètres du modèle (séchage au MO des dattes) et leurs critères de Student calculé

Paramètres	t_c	Paramètres	t_c
$b_0 = 7.349$	70.74	$b_{23} = -0.272$	2.62
$b_1 = -2.58$	24.83	$b_{24} = 0.817$	7.86
$b_2 = -1.524$	14.67	$b_{34} = 0.769$	7.40
$b_3 = -0.802$	7.72	$b_{123} = -0.199$	1.92
$b_4 = 1.697$	16.33	$b_{124} = 0.684$	6.58
$b_{12} = -1.31$	12.61	$b_{234} = 0.301$	2.90
$b_{13} = -0.651$	6.27	$b_{134} = 0.567$	5.46
$b_{14} = 1.326$	12.76	$b_{1234} = 0.177$	1.71

En comparant le critère de Student calculé à la valeur tabulée $t_c > t_i$ ($\alpha = 0.025$, $\nu = N(m-1) = 32$) = 2.037, nous obtenons 14 facteurs significatifs. Voici le modèle obtenu :

$$\begin{aligned}
 Y = & 7.349 - 2.58X_1 - 1.524X_2 - 0.802X_3 + 1.697X_4 - 1.31X_1X_2 - 0.651X_1X_3 + 1.326X_1X_4 \\
 & - 0.272X_2X_3 + 0.817X_2X_4 + 0.769X_3X_4 + 0.684X_1X_2X_4 + 0.301X_2X_3X_4 + 0.567X_1X_3X_4 \quad (35)
 \end{aligned}$$

L'effet moyen de la puissance est de **-2.58** c'est la valeur la plus élevée, donc c'est le facteur le plus influent.

D'après la matrice des expériences nous remarquons que les teneurs en eau associées à la puissance 480w sont inférieures à celles obtenues pour 160w. Ce qui montre que la vitesse de séchage augmente avec l'augmentation de la puissance. Gowen *et al.*, (2007) ont trouvé le même résultat pour le séchage des grains de soja au MO.

Comme dans le cas du séchage conventionnel, la puissance et le temps ont des effets négatifs sur la réponse. Plus, le séchage est beaucoup plus rapide par rapport au séchage conventionnel, car pour atteindre par exemple une teneur en eau de 4 à 6% (valeur généralement requise pour les poudres de fruits) un traitement de 1 min maximum suffit alors que pour le séchage à l'air chaud cela nécessite 1h. Un autre avantage de ce procédé consiste dans le choix de la dimension : $D_{1/2}$ suffit pour atteindre la teneur en eau désirée contrairement au séchage conventionnel où la dimension $D_{1/16}$ est nécessaire. Le même résultat a été obtenu par (Arslan et Musa Ozcan, 2007) pour le séchage des feuilles du romarin et par (Maskan, 2000) pour le séchage des kiwis.

Selon Arslan et Musa Ozcan (2007), le séchage au MO réduit le temps de séchage de plus de 99% quand il est comparé au séchage à l'étuve : une teneur en eau de 3.95 % (m.s) (par rapport à la masse sèche) est atteinte pendant 225 secondes au MO contre 12heure dans le cas de l'étuve lorsqu'il s'agit d'atteindre 4.65% (m.s) pour les feuilles du romarin.

Beaucoup d'auteurs ont expliqué cette différence par la pénétration rapide de la chaleur des MW qui s'accompagne de l'expulsion forcée des gaz (Maskan, 2000).

Dans notre cas, le séchage des dattes coupées en dimension $D_{1/2}$ est beaucoup plus rapide que celui des dattes coupées en dimensions $D_{1/16}$. Ce résultat peut s'expliquer par la formation d'une croûte imperméable à la surface des morceaux de fruit. En d'autres termes, la désintégration de la datte (par diminution de D) favorise la caramélisation.

La charge a un effet positif sur la réponse, c'est-à-dire quand on passe du niveau – au niveau + de la charge l'humidité augmente, phénomène somme toute normal puisque l'augmentation de la charge accélère la saturation de l'agent de séchage.

Les interactions d'ordre 3 sont faibles par rapport à celles d'ordre 2.

Une teneur en eau $< 0\%$ (-6.33%) est obtenue par la combinaison 480w, 60sec, 1/16, 5g. Ceci peut s'expliquer par une baisse de poids au compte de la matière sèche (décomposition des sucres).

Représentation graphique des effets

La figure IV.12 représente les effets des différents facteurs.

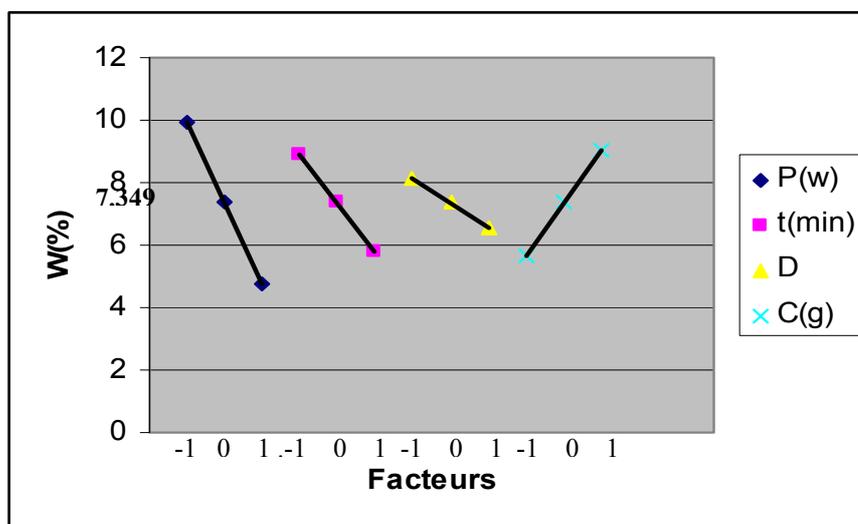


Figure IV.12: représentation graphique des effets de la puissance, du temps, du facteur dimension et de la charge sur l'humidité des dattes (séchage au MO)

La teneur en eau des dattes séchées diminue de 2.58, 1.524, 0.802 points et augmente de 1.697 points quand on passe du centre du domaine (valeur moyenne du rendement **7.349**) à la moyenne des rendements des niveaux + de la puissance, le temps, le facteur dimension et la charge respectivement.

3.3. Test sur la validité du modèle

Le critère de Fisher calculé $F_c=3.28 < F_t(v1=2, v2=32)=3.29$, le modèle est adéquat.

La corrélation entre valeurs mesurées et valeurs calculées est très satisfaisante, $R^2=0.99$ (voir figure IV.13 ci-dessus), cela signifie que le modèle décrit correctement la réalité :

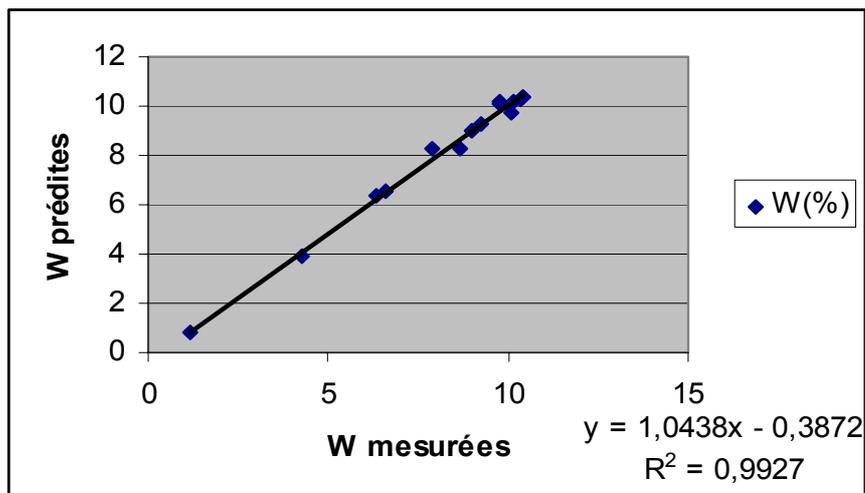


Figure IV.13 : le représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurées (séchage au MO, humidité)

La réponse calculée au centre du domaine expérimentale à partir du modèle est **7.349**, celle mesurée au centre du domaine (320w, 45 sec, 9/32, 27.5g) est **8.72±0.104**. Les deux valeurs sont proches, nous confirmons la validité du modèle (Goupy, 2001).

4. Modélisation de la couleur des dattes séchées par convection

La différence de couleur totale DE^* , qui est une combinaison des valeurs des paramètres L^* , a^* , b^* est un paramètre colorimétrique largement utilisé pour caractériser la variation de couleur des aliments durant le processus (Maskan, 2000).

Pour les deux modes de séchage, les caractéristiques mesurées de l'échantillon pris comme standard (dattes lyophilisée) sont : $L^*=83.71$, $a^*=3.93$, $b^*=20.11$: c'est la couleur des dattes naturelles (sans séchage).

4.1. Matrice des expériences (couleur, séchage conventionnel)

La matrice des expériences représentant la couleur des dattes séchées par convection est la suivante :

Tableau IV.8 : matrice des expériences pour la couleur des dattes Mech-Degla séchées par convection

N	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	DE^*1	DE^*2	DE^*3	DE^*_{MOY}	$\sigma^2\{y\}$
1	+	-	-	-	-	7.01	12.86	12.97	10.947	11.626
2	+	+	-	-	-	7.87	11.70	5.81	8.460	8.934
3	+	-	+	-	-	6.74	4.01	5.48	5.410	1.867
4	+	+	+	-	-	8.14	11.02	6.77	8.643	4.706
5	+	-	-	+	-	8.78	7.08	10.08	8.647	2.263
6	+	+	-	+	-	10.26	12.04	5.93	9.410	9.875
7	+	-	+	+	-	12.02	14.58	8.99	11.863	7.830
8	+	+	+	+	-	13	12.75	9.78	11.843	3.209
9	+	-	-	-	+	12.70	12.35	12.81	12.620	0.058
10	+	+	-	-	+	10.29	8.08	10.24	9.537	1.592
11	+	-	+	-	+	9.92	9.13	7.03	8.693	2.231
12	+	+	+	-	+	7	8.78	7.69	7.823	0.805
13	+	-	-	+	+	6.46	9.85	7.89	8.067	2.896
14	+	+	-	+	+	9.78	6.43	8.54	8.250	2.869
15	+	-	+	+	+	7.13	14.02	9.15	10.100	12.545
16	+	+	+	+	+	12.48	10.58	11.93	11.663	0.956
Σ										74.262

Niveau-	55 (°C)	15 (min)	1/16	5 (g)
Niveau+	85 (°C)	60 (min)	1/2	50 (g)

Le critère de Cochran calculé $C_c=0.1689 < C_t(\nu=2, N=16)=0.335$, les variances sont homogènes et l'expérience est reproductible.

4.2. Calcul des coefficients du modèle (couleur, séchage conventionnel)

Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau IV.9 qui suit :

Tableau IV.9: les paramètres du modèle (couleur des dattes séchées par convection) et leur critères de Student calculé

paramètres	t_c	paramètres	t_c
$b_0= 9.498$	30.544	$b_{23}= 1.381$	4.441
$b_1= -0.046$	0.148	$b_{24}= -0.031$	0.099
$b_2= 0.004$	0.014	$b_{34}= -0.556$	1.788
$b_3= 0.482$	1.550	$b_{123}= -0.458$	1.473
$b_4= 0.096$	0.309	$b_{124}= -0.084$	0.270
$b_{12}= 0.533$	1.714	$b_{234}= 0.006$	0.019
$b_{13}= 0.356$	1.145	$b_{134}= 0.356$	1.145
$b_{14}= -0.231$	0.743	$b_{1234}= 0.354$	1.138

Les valeurs t_c sont comparées à la valeur tabulée $t_t(\alpha = 0.025, \nu = 32)$, deux facteurs seulement sont significatifs, le modèle s'écrit :

$$Y=9.498+1.381X_2X_3 \quad (36)$$

D'après le modèle, tous les facteurs sont sans effets sur la couleur des dattes. Cela signifie que la couleur des dattes séchées à l'air chaud est proche de celle des dattes naturelles (nous le confirmons par les valeurs L^* , a^* , b^* qui sont proches des celle des dattes naturelles). Ce résultat est en accord avec celui que nous avons déjà trouvé mais en utilisant la densité optique à 420 nm comme mesure de l'intensité du brunissement (Chekroune et *al.*, 2008).

4.3. Test sur la validité du modèle

En se basant toujours sur le critère de Fisher nous obtenons :

$F_c = 1.098 < F_t(\nu_1 = 14, \nu_2 = 32) = 2.01$, le modèle est donc adéquat.

La corrélation entre les valeurs prédites et les valeurs mesurées ($R^2 = 0.84$) est donnée par la figure IV.14 ci-dessous :

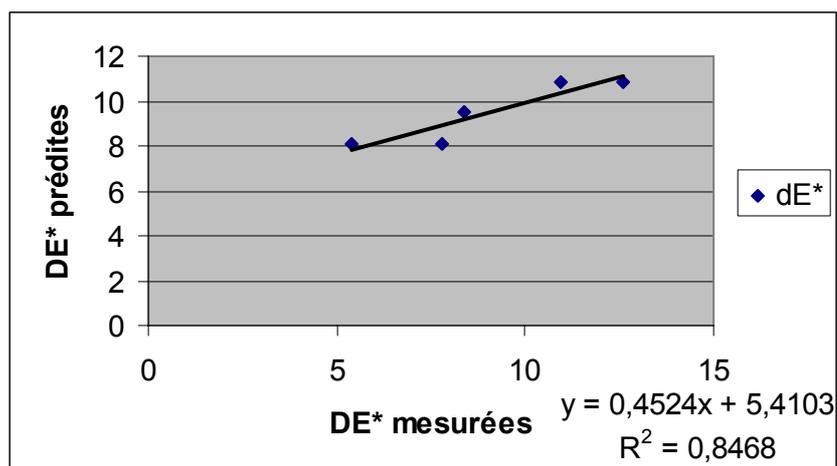


Figure IV.14 : représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurées (séchage conventionnel, couleur)

La réponse calculée au centre du domaine à partir du modèle est de 9.498 et celle mesurée est de 8.38 ± 0.311 , les deux valeurs sont proches ce qui confirme la validité du modèle obtenu (Goupy, 2001).

5. Modélisation de la couleur des dattes séchées au MO

5.1. Matrice des expériences (couleur, séchage au MO)

Nous donnons les résultats de la différence de couleur totale des dattes séchées au MO ci-dessous :

Tableau IV.10: matrice des expériences pour la différence de couleur totale des dattes Mech-Degla séchées au MO

N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	DE* ₁	DE* ₂	DE* ₃	DE* _{MOY}	σ^2
1	+	-	-	-	-	19.02	21.15	16.61	18.927	5.159
2	+	+	-	-	-	15.67	18.97	19.95	18.197	5.028
3	+	-	+	-	-	16.81	20.23	18.71	18.583	2.936
4	+	+	+	-	-	30.49	34.09	29.99	31.523	5.003
5	+	-	-	+	-	23.01	20.95	13.96	19.307	22.501
6	+	+	-	+	-	32.37	26.96	35.52	31.617	18.744
7	+	-	+	+	-	19.11	21.15	22.76	21.007	3.346
8	+	+	+	+	-	50.06	61.37	60.32	57.250	39.048
9	+	-	-	-	+	18.73	20.87	18.58	19.393	1.641
10	+	+	-	-	+	21.05	21.15	19.99	20.730	0.413
11	+	-	+	-	+	22.54	21.99	18.89	21.140	3.872
12	+	+	+	-	+	16.85	18.84	17.57	17.753	1.015
13	+	-	-	+	+	22.47	24.16	22.11	22.913	1.198
14	+	+	-	+	+	22.43	19.54	23.40	21.790	4.032
15	+	-	+	+	+	26.42	21.48	21.70	23.200	7.788
16	+	+	+	+	+	19.71	23.04	19.55	20.767	3.882
Σ										125.606

Niveau-	160 (w)	30 (sec)	1/16	5 (g)
Niveau+	480 (w)	60 (sec)	1/2	50 (g)

Le critère de Cochran calculé $C_c=0.3109 < C_t(\nu=2, N=16) = 0.335$, les variance sont homogènes et l'expérience est reproductible.

5.2. Calcul des coefficients du modèle

Les paramètres du modèle calculés par la RLM (en utilisant le logiciel SPSS) sont donnés dans le tableau IV.11.

Tableau IV.11: les paramètres du modèle (différence de couleur totale des dattes séchées au MO) et leur critères de Student calculé

paramètres	t_c	paramètres	t_c
$b_0= 24.006$	59.36	$b_{23}=0.929$	2.30
$b_1= 3.447$	8.52	$b_{24}= -2.641$	6.53
$b_2= 2.396$	5.92	$b_{34}= -2.019$	4.99
$b_3= 3.226$	7.98	$b_{123}= 0.855$	2.11
$b_4= -3.046$	7.35	$b_{124}= -2.727$	6.74
$b_{12}= 1.972$	4.88	$b_{234}= -0.866$	2.14
$b_{13}= 2.177$	5.38	$b_{134}= -2.365$	5.85
$b_{14}= -4.147$	10.25	$b_{1234}= 0.427$	1.05

Nous avons 15 paramètres significatifs, le modèle s'écrit :

$$\begin{aligned}
 Y = & 24.006 + 3.447X_1 + 2.396X_2 + 3.226X_3 - 3.046X_4 + 1.972X_1X_2 + 2.177X_1X_3 - \\
 & 4.147X_1X_4 + 0.929X_2X_3 - 2.641X_2X_4 - 2.019X_3X_4 + 0.855X_1X_2X_3 - 2.727X_1X_2X_4 - \\
 & 0.866X_2X_3X_4 - 2.365X_1X_3X_4
 \end{aligned} \tag{37}$$

Le modèle obtenu laisse apparaître que les 4 facteurs sont fortement influents, leur classification donne comme résultat que le facteur puissance est le plus influent à effet positif. Cela signifie qu'en passant de la basse puissance 160w à la haute puissance 480w, la différence de couleur totale par rapport au standard augmente.

Les facteurs temps et dimensions ont également des effets positifs sur la réponse. Maskan (2001) a observé le même résultat (augmentation en DE* avec le temps) pour le séchage des kiwi au MO. Il a également rapporté que l'augmentation de la valeur du paramètre a* montre qu'il y a une corrélation positive entre ce paramètre et la production de pigments bruns (séchage des kiwi au MO).

Dans notre cas, nous avons obtenu des valeurs de a* variant entre (4.08 à 6.89) et (5.16 à 11.45) pour le séchage à l'air chaud et au MO respectivement. D'après la matrice des expériences les valeurs de DE* (cas MO) sont supérieures à celle du séchage conventionnel ce qui signifie que les MO impliquent un brunissement intense.

Ce résultat est en contradiction avec ceux trouvés par Krokida et Maroulis (1999), Arslan et Musa Ozcan (2007), Feng et Tang (1998), Maskan (2000) qui ont trouvé que le séchage à l'air chaud intensifie le brunissement par rapport au séchage au MO pour : le séchage de quelques produits, romarin, pommes en cubes, bananes respectivement.

Pour confirmer nos observations, le séchage à l'air chaud de la poudre de dattes à 55°C pendant plus de 15heurs a été appliqué sans caramélisation apparente, alors qu'avec les MO le produit est brûlé après 1min de traitement. Il nous semble que la nature de l'aliment (sa teneur en eau initiale en particulier) peut expliquer cette différence de résultats.

La masse des dattes a un effet négatif. Cela signifie qu'un passage du niveau – au niveau + de la charge abaisse la différence de couleur des dattes.

Les interactions d'ordre 2 et d'ordre 3 sont toutes significatives et légèrement élevées.

Représentation graphique des effets

Les effets des facteurs sont illustrés par la figure IV.15.

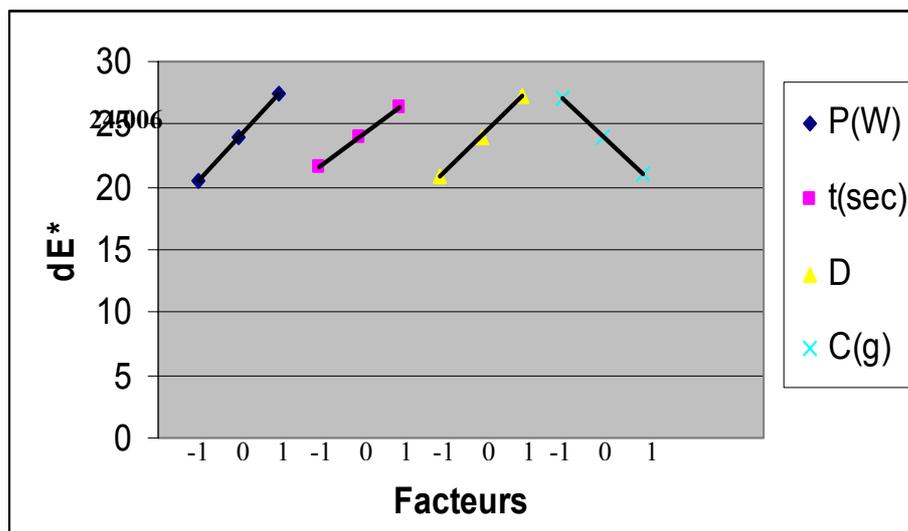


Figure IV.15: représentation graphique des effets de la puissance, du temps, du facteur dimension et de la charge sur dE^* des dattes séchées au MO

La différence de couleur totale des dattes séchées par rapport aux dattes naturelles augmente de 3.447, 2.396, 3.226 et diminue de 3.046 points quand on passe du centre du domaine (valeur moyenne du rendement 24.006) à la moyenne des rendements des niveaux + de la puissance, du temps, du facteur dimension et de la charge respectivement.

Le facteur dimension a un effet positif sur la dE^* , ce qui confirme le résultat trouvé pour la modélisation de l'humidité des dattes (séchage au MO).

5.3. Test sur la validité du modèle

Le critère de $F_c = 1.1174 < F_t(v_1=1, v_2=32) = 4.15$, le modèle est donc adéquat.

La corrélation entre les valeurs mesurées et les valeurs prédites par le modèle est également satisfaisante $R^2 = 0.99$ (voir figure IV.16):

;

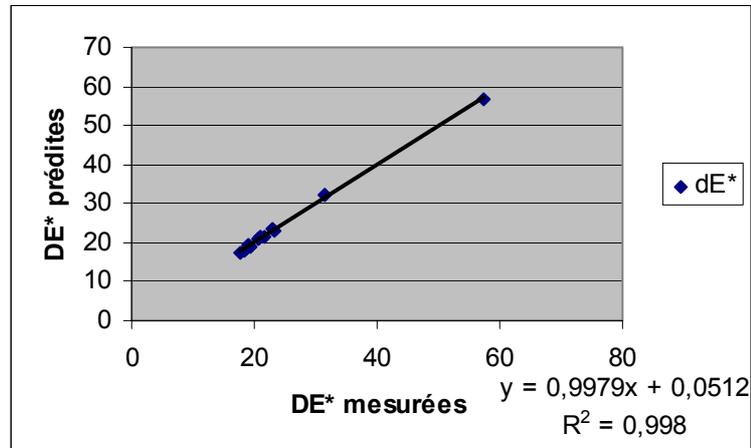


Figure IV.16 : représentation graphique des valeurs prédites en fonction des valeurs mesurée (micro-onde, couleur)

La réponse calculée par le modèle au centre du domaine expérimental est de 24.006. Celle mesurée au centre du domaine expérimental (320w, 45 sec, 9/32, 27.5 g) est de 13.08 ± 0.40 .

6. Utilisation de la poudre de dattes préparée

Le tableau IV.12 ci-dessous donne les différents paramètres mesurés de la couleur pour la poudre de cacao et celle de la poudre de dattes séchées jusqu'au point critique (séchage conventionnel).

La granulométrie des poudres est $\leq 800 \mu m$

Tableau IV.12: les valeurs de la couleur de la poudre de cacao et de la poudre de dattes séchées jusqu'au point critique

	Poudre de Cacao	Poudre de dattes
L*	49.33	53.04
a*	12.40	14.15
b*	22.74	24.05
DE*	35.51	32.58

En comparant les valeurs données par le tableau, on trouve que la couleur de la poudre de dattes séchées jusqu'au point critique est proche de celle de cacao.

Nous pouvons dire donc que la poudre de dattes peut être utilisée comme un substitut de cacao. Plus encore, cette dernière nous offre toute une gamme de couleurs allant du jaune pâle à marron. Elle peut être aussi utilisée comme substitut du sucre blanc dans diverses préparations alimentaires : jus, confiture, pâtisseries...

7. Les combinaisons optimales

Maskan (2000) a défini une bonne qualité d'un produit (pour le cas des kiwi) comme étant une basse densité en volume, faible rétrécissement, une capacité de réhydratation rapide, une couleur attirante. Il a annoncé qu'il est nécessaire de comparer le temps de séchage et les paramètres de qualité.

Dans notre cas, nous comparons le temps et la couleur des dattes. D'après la matrice des expériences les combinaisons jugées intéressantes sont :

7.1. Le séchage conventionnel

Série12 : 85°C 60min 1/16 50g produisant une $W=4.11\%$ et $dE^*=7.82$;

Un séchage à 85°C pendant 60 min des dattes coupées en dimension $D_{1/16}$ donne une poudre d'une teneur en eau de 4.11% et une différence de couleur totale de 7.82.

7.2. Le séchage au MO

Série16 : 480W 60sec 1/2 50g produisant une $W=6.35\%$ et $dE^*=20.77$.

Le séchage des dattes au MO à 480W pendant 60 sec des dattes coupées en dimension $D_{1/2}$, donne une poudre d'une teneur en eau de 6.35 % et une différence de couleur totale de 20.77.

De point de vue économique le séchage au MO est meilleur, celui-ci réduit le temps de séchage à plus de 98 %. Plus que ça, il nous offre la facilité de couper la datte en dimension $D_{1/2}$

Donc il convient de tenir compte de la destination de la poudre préparée. Par exemple, un yaourt à base de datte exige une poudre plus caramélisée que celle utilisée pour la préparation de farine pour les petits enfants.

Conclusion

Les résultats obtenus au terme de ce travail laissent apparaître que le modèle retenu concernant les prévisions est un modèle ARIMA (0,1,8). Les prévisions données montrent qu'il y' aura augmentation de la production de dattes communes d'ici 2010.

L'aptitude au séchage des dattes, tenant compte de la stabilité de la couleur, est le résultat principal à retenir. Il convient de rappeler que le fruit traité se caractérise par une teneur en sucres (sucres totaux) très élevée d'en moyenne 75.1% de masse sèche (Acourene et Tama, 1997), suggérant sa prédisposition à la caramélisation.

Grâce à la méthodologie des plans d'expériences, les modèles suivant ont été déduits :

1) concernant le séchage conventionnel :

✓ Pour le processus d'élimination d'eau :

$$y = 6.742 - 1.112X_1 - 0.707X_2 + 0.572X_3 - 0.415X_1X_2 + 0.215X_1X_4$$

✓ Pour la variation de la couleur :

$$Y = 9.498 + 1.381X_2X_3$$

2) concernant le séchage aux micro-ondes :

✓ Pour le processus d'élimination d'eau :

$$Y = 7.349 - 2.58X_1 - 1.524X_2 - 0.802X_3 + 1.697X_4 - 1.31X_1X_2 - 0.651X_1X_3 + 1.326X_1X_4 - 0.272X_2X_3 + 0.817X_2X_4 + 0.769X_3X_4 + 0.684X_1X_2X_4 + 0.301X_2X_3X_4 + 0.567X_1X_3X_4$$

✓ Pour la variation de la couleur :

$$Y = 24.006 + 3.447X_1 + 2.396X_2 + 3.226X_3 - 3.046X_4 + 1.972X_1X_2 + 2.177X_1X_3 - 4.147X_1X_4 + 0.929X_2X_3 - 2.641X_2X_4 - 2.019X_3X_4 + 0.855X_1X_2X_3 - 2.727X_1X_2X_4 - 0.866X_2X_3X_4 - 2.365X_1X_3X_4$$

Il s'ensuit par ailleurs la possibilité de produire des poudres du fruit de dattes avec une large gamme de couleur et d'utilisations multiples : substitut de sucre, reconstitution de jus et de purée...

Les combinaisons optimales révèlent que du point de vue économique, le séchage au MO est meilleur avec en plus la possibilité d'opter pour la dimension $D_{1/2}$ plus aisée à obtenir pratiquement.

Enfin, nous devons nous intéresser, comme l'actualité s'y prête, à cette espèce de pétrole vert qui est le fruit du palmier dattier pour limiter nos importations en sucre blanc dont notre pays est importateur.

Références bibliographiques

Ait Ameer, L. (2001). Analyse du processus de diffusion des sucres, des acides organiques et de l'acide ascorbique dans le système : Mech-Degla/jus de citron. Mémoire de magister. *Département de technologie alimentaire*. Boumerdes, 80.

Abers, J. E., & Wrolstad, R. E. (1979). Causative factors of colour deterioration in strawberry preserves during processing and storage. *Journal of Food Science*, 44, 75-78, 81.

Acouren, S., & Tama, M. (1997). Caractérisation physico-chimique des principaux cultivars de dattes de la région des Zibans. *Recherche Agronomique*, 1, 59-66.

Al-Shahib, W., & Marshal, R.J. (2003). The fruit of the date palm: Its possible use as the best food for the future?. *International Journal of Food Science and Nutrition*, 54, 247-259.

Amellal, H., & Benamara, S. (2008). Vacuum drying of common date pulp cubes. *Drying Technology*, 26, 378-382.

Arslan, D., & Musa Ozcan, M. (2007). Evaluation of drying methods with respect to drying kinetics, mineral content and colour characteristics of rosemary leaves. *Energy Conversion and Management*, 2-6.

Baléo, J. N., Bourges, B., Courcoux, Ph., Faur-Brasquet, C., & Le cloirec, P. (2003). *Méthodologie Expérimentale, Méthodes et outils pour les expérimentations scientifiques. Techniques et Documentation, Lavoisier*, 361.

Barreiro, J. A., Milano, M., & Sandoval, A. J. (1997). Kinetics of colour change of double concentrated tomato paste during thermal treatment. *Journal of Food Engineering*, 33, 359-371.

Benamara, S., Chibane, H., & Boukhelifa, M. (2004). Essai de formulation d'un yaourt naturel aux dattes. *Revue des Industries Agricoles et Alimentaires*, 1, 11-14.

Bonazzi, C., & Bimbenet, J.J. (2000). Séchage des produits alimentaires-Principes. In: *Techniques de l'Ingénieur, Paris, France, F3000*.

^aBonazzi, C., & Bimbenet, J.J. (2008). Séchage des produits alimentaires-Matériels et applications. In : *Techniques de l'Ingénieur, Paris, France, F3002*.

^bBonazzi, C., Dumoulin, E., & Bimbenet, J. J. (2008). Le séchage des produits alimentaires. *Industrie Alimentaire Agricole, 125 (03-04)*, 12-22.

Booij, I., Piombo, G., Risterucci, J.M., Coupe, M., Thomas, D., & Ferry, M. (1992). Etude de la composition chimique de dattes à différents stades de maturité pour la caractérisation variétale de divers cultivars de palmier dattier (*Phoenix dactylifera L.*). *Fruits, 06*, 667-678.

Bouraout, M., Richard, P., & Durance, T.(1994). Microwave and convective drying of potato slices. *Journal of Food Process Engineering, 17*, 353-363.

Bourbonnais, R., & Teraza, M. (1998). Analyse des séries temporelles en économie. *Presses Universitaires de France*, 280.

Brac de la Perriere. (1988). Les recherches sur les ressources génétiques du palmier dattier. *Dans, Ann. Inst. Nat. Agro, d'El-Harrach, vol 12(1), T(2)*, P(493-506).

Chekroune, M., Derradji, N., Amellal, H., Abdellaoui, R., Akbibouche, N., Allane, T., Hammoudi, N., Ait-Ameur, L., & Benamara, S.(2008). Effet du couple temps-température sur l'efficacité du séchage. Cas des dattes MECH-DELA. *Industrie Alimentaires et Agricoles, 125, 3-4*, 22-25.

Djouab A. (2007). Valorisation des constituants mineurs de la datte Mech-Degla dans une recette de margarine allégée. Mémoire de magister. Département de Technologie Alimentaire. Boumerdès, 103p

Cook, J.A., & Furr, J.R.(1952). Sugars in the fruits of soft, semi-dry and dry commercial date varieties. *Date Grower's Institute Report, 29*, 3-4.

Espiard, E.(2002). Poudres de fruits. Introduction à la transformation industrielle des fruits. *Lavoisier, Paris*, 56-59.

Feng, H., & Tang, J.(1998). Microwave finish drying of diced apples in a spouted bed. *Journal of Food Science, 63*, 679-683.

Garcia-Viguera, C., Zafrilla, P., Romero, F., Abellan, P., Artes, F., & Tomas-Barberan, F.A.(1999). Colour stability of strawberry jam as affected by cultivar and storage temperature. *Journal of Food Science*, 64, 243-247.

Giese, J.(1992). Advances in microwave food processing. *Food Technology*, 46, 118-123.

Goupy, J.(2001). Introduction aux plans d'expériences. *Dunod, Paris*, 2^{ème} édition, 293.

Gowen, A.A., Abu-Ghannam, N., Frias, J., & Oliveira, J.(2008). Modeling dehydration and rehydration of cooked soybeans subjected to combined microwave-hot-air drying. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 9, 129-137.

Hussein, F., Moustafa, S., El-Kahtani, M., El-Samiraie, F.,& El-Zeid, A.(1974). Studies on physical and chemical characteristics of eighteen date cultivars grown in Saudi Arabia. Kingdom of Saudi Arabia, *Ministry of agriculture, Research Bulletin*,4, 5-18.

Lee, H.S., & Coates, G.A.(1999). Thermal pasteurisation effects on colour of red grapefruit juices. *Journal of Food Science*, 64, 663-666.

Le Meste, M., Roudaut, G., Chiotelli, E., Simatos, D., & Colas, B. (2001). Functional properties of water in food. *Ind. Alim. Agr.*, 11(8), 21-28.

Lozano, J.E., & Ibarz, A.(1997). Colour changes in concentrated fruit pulp during heating at high temperatures. *Journal of Food Engineering*, 31, 365-373.

Maskan, M.(2000). Microwave/air and microwave finish drying of banana. *Journal of Food Engineering*, 44, 71-78.

^aMaskan, M.(2001). Drying, Shrinkage and rehydration characteristics of Kiwifruits during hot air and microwave drying. *Journal of Food Engineering* 48, 177-182.

^bMaskan, M.(2001). Kinetics of colour change of kiwifruits during hot air and microwave drying. *Journal of Food Engineering*, 48, 169-175.

Mélard, G.(1991). Statistique et mathématiques appliquées : Méthodes de prévision à court terme. *Ellipses, Paris*, 171-389.

Mudgett, R.E.(1989). Microwave food processing. *Food Technology*, 43, 117-126.

Munier, P.(1973). Techniques agricoles et productions tropicales. Le palmier dattier. Paris : G-P. *Maisonneuve et Larose*,141-150.

Peyron, G.(2000). Guide illustré de formation cultiver le palmier dattier,110.

Reynes, M., Bouabidi, H., Piombo , G., & Ristrucci, A.M.(1994). Caractérisation des principales variétés de dattes cultivées dans la région du Djérid en Tunisie. *Fruits*, 49(4), 289-298.

Schimmerling, P., Sisson, J.C., & Zaidi, A.(1998). Pratique des plans d'expériences. *Technique et Documentation, Lavoisier*, 61-438.

Skrede, G.(1985). Colour quality of blackcurrant syrups during storage evaluated by Hunter. *Journal of Food Science*, 50, 514-517, 525.

SPC Software (document). (2001). Formation à la théorie de la couleur. Parc des Peuplier, Nanterre cedex, 3-22.

Yongsawatdigul, J. & Gunasekaran, S.(1996). Microwave-vacuum drying of cranberries: Part II. Quality evaluation. *Journal of Food Processing and Preservation*, 20, 145-156.

Annexes

Annexe 1 : Plan factoriel complet 2^k

Tableau 1.1 : Matrice des expériences pour un plan 2^2

Figure 1.1 : Processus itératif de la méthodologie expérimentale

Annexe 2 : Méthodologie de Box-Jenkins

Tableau 2.1 : Valeurs critiques de la constante et de la tendance, test de Dickey-Fuller

Figure 2.1 : Résumé de la stratégie du test de Dickey-Fuller

Annexe 3 : Tables statistiques

Tableau 3.1 : Valeurs tabulées du critère de Cochran

Tableau 3.2 : Valeurs tabulées du critère de Student

Tableau 3.3 : Valeurs tabulées du critère de Fisher

Tableau 3.4 : Valeurs tabulées du critère de Khi-deux

Annexe 4 : Matériels utilisés

Annexe 5: Matrice des expériences des paramètres L^* , a^* , b^*

Tableau 5.1: Matrice des expériences des paramètres L^* , a^* , b^* des dattes séchées par convection.

Tableau 5.2: Matrice des expériences des paramètres L^* , a^* , b^* des dattes séchées au micro-onde

Annexe 6: Publication

Annexe 1
Plan factoriel complet 2k

1. Processus itératif de la méthodologie expérimentale

La méthodologie expérimentale doit être conçue comme un processus itératif entre le modèle et le plan expérimental (voir figure 1). Elle permet de planifier les expériences pertinentes pour ajuster un modèle aux données et le valider (Baléo *et al.*, 2003).

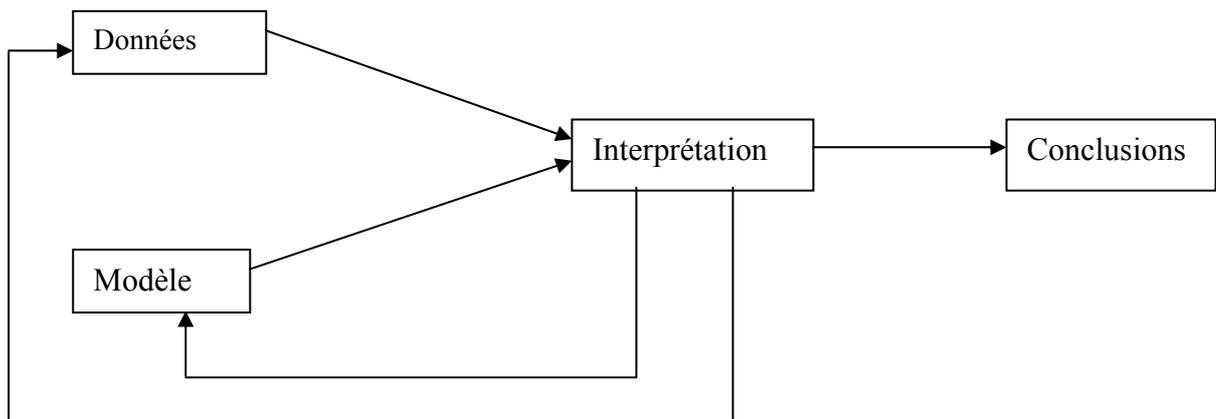


Figure 1.1 : processus itératif de la méthodologie expérimentale (Baléo *et al.*, 2003)

L'expérimentateur réalise séquentiellement des plans expérimentaux permettant d'estimer au mieux les paramètres du modèle suspecté (Baléo *et al.*, 2003).

Si le modèle obtenu après le test d'ajustement est insuffisant pour décrire efficacement les données expérimentales, on procède à la réalisation d'un nouveau plan d'expériences pour compléter le modèle (Baléo *et al.*, 2003).

2. Quelques définitions

Expérience : une expérience c'est le processus d'extraction de données (d'informations) sur un système en agissant sur ses entrées.

Modélisation : la modélisation est la phase d'élaboration du modèle ou du code de calcul, la simulation est son utilisation en routine (Baléo *et al.*, 2003).

Modèle : de manière très générale, un modèle est une représentation simplifiée d'un système, dans un but particulier (Baléo *et al.*, 2003).

Système : Un système peut être un produit, un processus ou un dispositif quelconque (Schimmerling *et al.*, 1998), délivrant une ou plusieurs réponses et dépendant d'un certains nombres de facteurs (Baléo *et al.*, 2003). Il est considéré comme étant une boîte noire (Schimmerling *et al.*, 1998).

Réponses : Les réponses sont les grandeurs à étudier/optimiser dans le système (Schimmerling *et al.*, 1998). Elle est également nommée variable dépendante, variable expliquée (Baléo *et al.*, 2003).

Facteurs: Les facteurs sont les variables ayant à priori une influence sur l'une ou plusieurs de ces réponses .Ils peuvent être quantitatifs ou qualitatifs (Schimmerling *et al.*, 1998).

Variables aléatoires: Une variable aléatoire est une variable qui peut prendre différentes valeurs à la suite d'un processus lié au hasard. Elle est entièrement caractérisée si l'on connaît les probabilités affectées à chacune des valeurs possibles (Baléo *et al.*, 2003).

Niveaux : Les niveaux (réglage, valeur ou position) sont les valeurs d'un facteur. Pour un facteur qualitatif le mot modalité est également utilisé (Schimmerling *et al.*, 1998).

Plan orthogonal : Un plan d'expériences P est orthogonal et équilibré vis-à-vis d'un modèle M donnée, si et seulement si :

Pour chaque couple d'actions disjointes du modèle M, tous ses couples de niveaux possibles sont présents un même nombre de fois dans le plan d'expériences P (Schimmerling *et al.*, 1998).

Tout plan factoriel complet uniformément répété est orthogonal et équilibré vis-à-vis du modèle complet ou incomplet auquel il est associé (Schimmerling *et al.*, 1998).

Ce qui a comme intérêt

-les coefficients relatifs à des actions distinctes ne sont pas corrélés ;

-pour un nombre de résultats observés, l'incertitude sur l'estimation des coefficients du modèle est minimisée ;

-l'estimation des coefficients du modèle et l'analyse statistique s'effectuent par de simples opérations arithmétiques (Schimmerling *et al.*, 1998).

3. Codification des facteurs

La formule ci-dessous permet de passer des variables courantes aux variables centrées réduites (Goupy, 2001).

$$x = \frac{(A - A_0)}{pas} \quad \text{Où :}$$

x : La variable centrée réduite mesurée avec le pas comme unité ;

A : Est la variable courante mesurée en unités habituelles ;

A_0 : Est la valeur (mesurée en unité habituelle) que prend la variable courante au milieu du domaine (au point choisi comme origine pour la variable centrée réduite);

$$A_0 = (X_{i \text{ sup}} + X_{i \text{ inf}})/2$$

pas : C'est la valeur correspondant à l'unité de la variable centrée réduite mesurée en unités d'origine.

$$pas = (X_{i \text{ sup}} - X_{i \text{ inf}})/2$$

4. La randomisation des essais

Des petites variations dues à des facteurs non contrôlés peuvent introduire des erreurs à chaque mesure, si elles sont aléatoires l'ordre des essais peut être quelconque mais si elles ne le sont pas, elles introduiront des erreurs systématiques. D'où l'on parle de randomisation des essais (Goupy, 2001).

La technique est très simple, on inscrit les numéros d'essais sur des morceaux de papiers différents que l'on mélange bien, puis on les tire au sort, le premier numéro tiré étant la première expérience à réaliser et ainsi de suite (**Goupy,2001**).

5. Réalisation des essais

Il est possible de rassembler tous les éléments de l'expérimentation dans un tableau que l'on nomme "matrice des expériences" ou "matrice des essais" (Goupy, 2001) ou encore "matrice de planification" (Schimmerling *et al.*, 1998).

Tableau 1.1: matrice des expériences pour un plan 2^2 (Goupy, 2001)

Numéro de l'essai	Facteur 1	Facteur 2	Réponse
1	-	-	y1
2	+	-	y2
3	-	+	y3
4	+	+	y4

Niveau -		
Niveau +		

Les colonnes sont associées aux facteurs à faire varier. Les lignes représentent les combinaisons de ces facteurs qu'il va falloir tester. L'ensemble des lignes représente donc la séquence d'essai à réaliser (Schimmerling *et al.*, 1998).

Le nombre limité de combinaisons suffit pour estimer les coefficients du modèle avec un minimum d'incertitude, pour un nombre d'observation donnée (Schimmerling *et al.*, 1998).

6. Détection et analyse des données aberrantes

Le test de Grubbs fournit une méthode pour des erreurs normalement distribuées, dans le cas où l'espérance et la variance de l'erreur sont inconnues (Baléo *et al.*, 2003).

Le critère calculé est :

$C_n = (x_{\max} - x_{\text{moy}}) / s$, si la valeur suspecte est le maximum.

$C_n = (x_{\text{moy}} - x_{\min}) / s$, si la valeur suspecte est le minimum.

x_{moy} : moyenne arithmétique des n valeurs de l'échantillon ;

S^2 : somme des carrés des écarts de la moyenne divisée par $(m-1)$;

m : nombre de répétitions.

Si $C_n > C_1$ au seuil 1%, la valeur correspondante est aberrante ;

Si le critère C_n est compris entre les 2 valeurs critiques au seuil de 1 et 5% la valeur correspondante est qualifiée d'isolée (Baléo *et al.*, 2003).

7. La régression linéaire multiple

Généralités

Un modèle de régression explique une variable dépendante y en fonction de variables explicatives x_1, x_2, \dots (Mélard, 1991).

La relation est de nature statistique donc sujette à une erreur aléatoire ε (Mélard, 1991).

En régression linéaire, la fonction de régression est du premier degré en chaque variable explicative, souvent on inclut une constante dans le modèle de régression, ce qui revient à utiliser une variable $x_0=1$ (Mélard, 1991) :

$$Y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+\dots+\varepsilon$$

La détermination des coefficients de régression b_0, b_1, b_2, \dots à partir de données, repose sur le principe des moindres carrés ou l'on minimise la somme des carrés des erreurs (Mélard, 1991).

La régression linéaire simple (Mélard, 1991)

La RLS (régression linéaire simple) comporte une seule variable explicative en plus de la constante : (Mélard, 1991)

$$y=b_0+b_1x+\varepsilon_i$$

b_1 : est la pente de la droite ;

b_0+b_1x : est l'ajustement de y en fonction de x ;

ε : Le résidu de l'ajustement, traduit l'influence des phénomènes perturbateurs (Baléo *et al.*, 2003).

On formule l'hypothèse que ε_i est une variable aléatoire, cela implique que (Mélard, 1991) :

- elle est donc d'espérance mathématique nulle et de variance constante σ^2 .
- Les erreurs du modèle sont non corrélées entre elles :

$$E(\varepsilon_i)=0 ;$$

$$V(\varepsilon_i)=\sigma^2$$

$$\text{COV}(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'})=E(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'})=0 \text{ quels que soient } i \text{ et } i' \text{ (Baléo } et al., 2003).$$

La droite des moindres carrés passe par le centre de gravité des données (\bar{x}, \bar{y}) .

Le principe des moindres carrés étant de minimiser la somme des carrés des résidus en fonction de b_0 et de b_1 . Remplaçons b_1 par b et b_0 par a , nous avons donc :

$$Q(a, b) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$$

Pour obtenir le minimum de cette fonction, on exprime que les dérivées partielles premières de $Q(a, b)$ par rapport à a , d'une part et par rapport à b d'autre part sont nulles, les solutions obtenus :

$$a = \bar{y} - b\bar{x} ;$$

$$b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Coefficient de corrélation et coefficient de détermination

Le coefficient de corrélation entre x et y , r ou r_{xy} , se définit comme suit :

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

Le coefficient de détermination est le carré du coefficient de corrélation

$$R^2 = r_{xy}^2 = \left(\frac{S_{xy}}{S_x S_y} \right)^2$$

r est compris entre -1 et 1, plus précisément $-1 \leq r \leq +1$

r : Proche de zéro indique que x et y sont peu liées ;

r : Proche de 1 indique que x et y sont fortement liées linéairement, en sens direct ;

r : Proche de -1 indique que x et y sont fortement liées linéairement, en sens contraire.

La régression linéaire multiple (Mélard, 1991)

La RLM (régression linéaire multiple) c'est l'étude du cas générale où il y a K variables explicatives : $y = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k + \varepsilon$

b_1, b_2, \dots, b_k : coefficients de régression.

L'estimation des paramètres peut se baser sur le principe des moindres carrés :

$$Q(b_1, \dots, b_k) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_kx_{ki})]^2$$

En égalant à zéro les dérivées partielles de Q par rapport à b_1, \dots, b_k on trouve un système d'équation linéaires en b_1, \dots, b_k .

L'hypothèse de régression au sens des moindres carrés passe par le centre de gravité, point de coordonnées $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{Y})$ de l'espace à k dimensions (x_1, x_2, \dots, y) .

Les coefficients de régression s'obtiennent comme une solution du système :
 $(X^t X) \hat{b} = X^t y$

X^t : La matrice transposé de X .

La solution fournie par la méthode des moindres carrés :

$$\hat{b} = (X^t X)^{-1} X^t y$$

Le coefficient de détermination $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$

Annexe 2

Méthodologie de Box-Jenkins

1. Processus aléatoire (Bourbonnais, 1998)

Soient :

- (Ω, \mathcal{A}) un espace de probabilité muni d'une application p telle que $p : \Omega \rightarrow [0, 1]$.
- $(\mathbb{R}, \mathcal{IB}_{\mathbb{R}})$ un espace probabilisable (\mathcal{IB} tribu des boréliens de \mathbb{R}).
- T un sous ensemble de \mathbb{R} .

On appelle processus aléatoire admettant pour espace d'état \mathcal{A} , espace de base Ω et ensemble des temps T , toute famille $\{X_t, t \in T\}$ de variables aléatoires définies sur le même espace probabilisé (Ω, \mathcal{A}, P) .

Pour tout $t \in T$; $X_t : \Omega \rightarrow \mathcal{A}$

$$w \mapsto X_t(w)$$

est appelée réalisation d'un processus aléatoire.

La fonction : $X(w) : T \rightarrow \mathbb{R}$

$$t \mapsto X_t(w)$$

est appelée une réalisation de X pour l'individu w ou une trajectoire.

2. La stationnarité (Bourbonnais, 1998)

On distingue deux types de stationnarité :

2.1. Stationnarité stricte

Le processus aléatoire $\{X_t, t \in T\}$ est dit strictement stationnaire si :

$$\forall i=1, \dots, n \text{ avec } t_1 < t_2 < \dots < t_n \text{ tel que } t_i \in t, \text{ et } h \in T \text{ avec } t_i + h \in T.$$

Les deux suites suivantes $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$ et $(X_{t_1+h}, \dots, X_{t_n+h})$ ont la même loi de probabilité. Cela signifie que $\forall (x_1, \dots, x_n), \forall (t_1, \dots, t_n)$ et $\forall h \in T$:

$$P [X_{t_1} < x_1, \dots, X_{t_n} < x_n] = P [X_{t_1+h} < x_1, \dots, X_{t_n+h} < x_n].$$

2.2. Stationnarité faible (Stationnarité de 2nd ordre)

Le processus aléatoire $\{X_t, t \in T\}$ est dit stationnaire au sens faible s'il aura une moyenne et une variance qui ne changeront pas au cours du temps et que la covariance entre les valeurs du processus en deux points dans le temps ne va dépendre que de la distance entre les points dans le temps et non du temps lui-même. C'est-à-dire :

$$\bullet E(X_t) = \mu < +\infty \quad \forall t \in T$$

$$\bullet \text{Var}(X_t) = \sigma^2 \quad \forall t \in T$$

$$\bullet \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma_h \quad \forall t, h \in T$$

3. Fonction d'autocovariance, d'autocorrélation simple, d'autocorrélation partielle et processus bruit blanc (Bourbonnais, 1998)

3.1. La fonction d'autocovariance

La fonction d'autocovariance du processus aléatoire $\{X_t, t \in T\}$ mesure la covariance pour un couple de valeurs séparées par un intervalle de longueur h appelé retard. Elle fournit des informations sur la variabilité de la série et sur les liaisons temporelles qui existent entre les différentes composantes de la série X_t .

$$\gamma_h = \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = E[(X_t - E(X_t))(X_{t+h} - E(X_{t+h}))] \quad \forall t, t+h \in T$$

La fonction d'autocovariance d'un processus X_t stationnaire vérifie les propriétés suivantes :

$$- \gamma_0 = \text{cov}(X_t, X_t) = E[(X_t - E(X_t))^2] = V(X_t) = \sigma_t^2 \geq 0.$$

$$- \gamma_{-h} = \gamma_h, \forall h \in T \text{ (symétrie).}$$

$$- |\gamma_h| \leq \gamma_0, \forall h, t \in T$$

La fonction d'autocovariance d'un processus aléatoire stationnaire $\{X_t, t \in Z\}$ est estimée par la fonction d'autocovariance empirique définie par :

$$r_h = \frac{1}{n} \sum_{t=h+1}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-h} - \bar{x}) \quad \text{avec } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t .$$

3.2. La fonction d'autocorrélation simple (la fonction d'autocorrélation)

La fonction d'autocorrélation est la fonction notée ρ_h qui mesure la corrélation de la série avec elle-même décalée d'un pas h.

On supposera par la suite que le processus $\{X_t, t \in T\}$ est stationnaire du second ordre.

Définition : On définit la fonction d'autocorrélation par la formule suivante :

$$\rho_h = \rho(X_t, X_{t+h}) = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+h})}{(\text{Var}(X_t))^{1/2} * (\text{Var}(X_{t+h}))^{1/2}} = \frac{\gamma_h}{\gamma_0} .$$

ρ_h mesure donc l'intensité de la liaison entre X_t et X_{t+h} .

Remarque : $-1 \leq \rho_h \leq +1$.

Propriétés : La fonction d'autocorrélation d'un processus X_t stationnaire vérifie les propriétés suivantes :

- $\rho_0 = 1$.
- $\rho_h \leq \rho_0$.
- $\rho_h = \rho_{-h}$ (symétrie).

3.3. Fonction d'autocorrélation partielle :

Définition : Nous pouvons définir la fonction d'autocorrélation partielle de retard h comme étant le coefficient de corrélation partielle entre X_t et X_{t-h} l'influence des autres variables décalées de h périodes ($X_{t-1}, \dots, X_{t+h-1}$), ayant été retirée. Elle peut être calculée comme un rapport entre deux déterminants par la formule suivante :

$$\phi_{hh} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{h-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{h-3} & \rho_2 \\ \vdots & & & \ddots & \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \dots & \rho_1 & \rho_h \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{h-2} & \rho_{h-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{h-3} & \rho_{h-2} \\ \vdots & & & \ddots & \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

On peut montrer que la fonction d'autocorrélation partielle s'écrit :

$$\phi_{ii} = \begin{cases} \rho_1 & \text{si } i = 1 \\ \frac{\rho_i - \sum_{j=1}^{i-1} \phi_{i-1,j} \rho_{i-j}}{1 - \sum_{j=1}^{i-1} \phi_{i-1,j} \rho_j} & \text{si } i \geq 2 \end{cases}$$

$$\phi_{ij} = \phi_{i-1,j} - \phi_{ii} \phi_{i-1,i-j}, j = 1, \dots, i-1.$$

Cet algorithme est connu sous le nom d'algorithme de **Durbain**.

3.4. Processus bruit blanc :

Définition : Le plus simple des processus stationnaires en analyse des séries chronologiques est le processus bruit blanc $\{\varepsilon_t, t \in T\}$ qui est une suite de variables aléatoires non corrélées de moyenne nulle et de variance σ_ε^2 (si les variables X_t sont normales donc le bruit blanc gaussien).

On dit que le processus de $\{\varepsilon_t, t \in T\}$ est un bruit blanc centré si :

- $E(\varepsilon_t) = 0 \quad \forall t \in T.$
- $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \quad \forall t \in T.$
- $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = \delta_\varepsilon(h) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{si } h = 0 \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$

4. Les opérateurs linéaires (Bourbonnais, 1998)

4.1. Opérateur de retard L

L'opérateur retard L est un opérateur linéaire défini de la manière suivante :

$L X_t = X_{t-1}$. Plus généralement $L^n X_t = X_{t-n}$.

On constate ainsi que l'opérateur retard transforme une variable X_t en sa valeur passée. On posera $L^0 = 1$.

Si l'on applique le polynôme retard $\Phi(L)$ défini comme suit :

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$$

à une série X_t , on a :

$$\Phi(L)X_t = X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p}$$

où ϕ_i des nombres réels, $i=1, \dots, p$.

Cet opérateur est linéaire : $L(\alpha X_t + \beta Y_t) = \alpha L X_t + \beta L Y_t = \alpha X_{t-1} + \beta Y_{t-1}$.

4.2. Opérateur de différence ordinaire

On note Δ opérateur de différence ordinaire associée à un processus $\{X_t, t \in Z\}$ le processus $\{\Delta X_t, t \in Z\}$ tel que : $\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1-L) X_t$.

On définit le $d^{\text{ième}}$ opérateur de différence ordinaire par: $\Delta^d X_t = (1-L)^d X_t$.

5. Théorème (condition de stationnarité) (Bourbonnais, 1998)

Une condition nécessaire et suffisante pour que le processus autorégressif soit stationnaire est que les racines du polynôme caractéristique soient en valeur absolue inférieures à 1, c'est-à-dire que les racines sont à l'intérieur du cercle unitaire.

Caractéristiques d'un AR(p)

- Le corrélogramme simple est caractérisé par une décroissance géométrique de ses termes de type $\rho(k) = \rho^k$.
- Le corrélogramme partiel à ses seuls p premiers termes différents de zéro

Remarque

- Un processus autorégressif est toujours inversible.
- On peut ajouter au modèle une constante qui ne modifie pas ces caractéristiques stochastiques et qui être utile pour expliquer quelques phénomènes économiques.

6. Théorème (condition d'inversibilité) (Bourbonnais, 1998)

Une condition nécessaire et suffisante pour que le processus moyenne mobile soit inversible est que les racines du polynôme caractéristique $\theta_q(z)$ soient en valeurs absolues inférieures à 1.

Caractéristiques d'un processus MA(q)

- Le corrélogramme simple a ses seuls q premiers termes différents de zéro.
- Le corrélogramme partiel est caractérisé par une décroissance exponentielle de ses termes.

Remarque

Un processus moyenne mobile d'ordre q est toujours stationnaire, car il est une combinaison linéaire finie d'un processus stationnaire (ε_t) .

7. Modèle Autorégressif Moyenne Mobile : ARMA(p, q) (Bourbonnais, 1998)

Théorème (condition de stationnarité et d'inversibilité)

Un processus ARMA(p,q) est stationnaire, si le polynôme $\phi_p(z)$ à toutes ses racines en valeurs absolues inférieure à 1, et inversible si toutes les racines du polynôme $\theta_q(z)$ sont en valeur absolue inférieures à 1.

Caractéristique d'un processus ARMA(p,q)

Les corrélogrammes simples et partiels sont un mélange de fonctions exponentielles sinusoïdales amorties. Cependant, l'identification des paramètres p et q à partir de l'étude des autocorrélations empiriques s'avère plus délicate.

8. Tests de stationnarité (Bourbonnais, 1998)

Les tests de Dickey-Fuller permettent non seulement de détecter l'existence d'une tendance (test de racine unitaire) mais aussi de déterminer la bonne manière de stationnariser une chronique, selon que cette dernière soit un processus TS ou DS.

Tests de racines unitaires : tests de Dickey-Fuller (1979)

Les tests de Dickey-Fuller (DF) permettent de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d'une chronique par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique.

Les modèles servant de base à la construction de ces tests qu'on estime par la méthode des moindres carrés ordinaires sont les suivants :

Modèle [3] : $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ Modèle autorégressif d'ordre 1.

Modèle [2] : $X_t = \phi_1 X_{t-1} + c + \varepsilon_t$ Modèle autorégressif d'ordre 1 avec constante.

Modèle [1] : $X_t = \phi_1 X_{t-1} + c + bt + \varepsilon_t$ Modèle autorégressif d'ordre 1 avec constante et une tendance.

Avec $\varepsilon_t \rightarrow iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$ (bruit blanc).

Les hypothèses de test sont :
$$\begin{cases} H_0 : \phi_1 = 1 \\ H_1 : |\phi_1| < 1 \end{cases}$$

- Si l'hypothèse H_0 est retenue dans l'un de ces trois modèles, le processus est alors non stationnaire.
- Si l'hypothèse H_0 est vérifiée, la chronique n'est pas stationnaire quel que soit le modèle retenu.

Dans le dernier modèle, si on accepte H_1 et si le coefficient b est significativement différent de 0 alors le processus est un processus TS. On peut le rendre stationnaire en calculant les résidus par rapport à la tendance estimée par les moindres carrés ordinaires.

Dickey et Fuller ont étudié la distribution asymptotique de l'estimateur de ϕ_1 sous l'hypothèse H_0 , à l'aide de simulation de Monte Carlo. Ils ont tabulé les valeurs critiques pour des échantillons de tailles différentes.

Ces tables sont des tables analogues aux tables du t de Student. Les auteurs ont choisi de tester la valeur $(\phi_1 - 1)$ au lieu de ϕ_1 pour des raisons purement statistiques. Cela n'est pas gênant pour le test. En effet, $X_t = \phi_1 X_{t-1} + b + \varepsilon_t$ s'écrit aussi :

$$X_t - X_{t-1} = \phi_1 X_{t-1} - X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \Leftrightarrow \quad \Delta X_t = (\phi_1 - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Il est donc équivalent de tester $\phi_1 = 1$ ou $\phi_1 - 1 = 0$.

Les principes généraux du test sont les suivants :

On estime par la méthode des moindres carrés ordinaires le paramètre ϕ_1 pour les modèles [1], [2] et [3], soit $\hat{\phi}_1$ cet estimateur.

L'estimateur des coefficients et des écarts type du modèle par la méthode des moindres carrés ordinaire fournit $t_{\hat{\phi}_1}$ qui est analogue à la statistique de Student (rapport du coefficient sur son écart type). Si $t_{\hat{\phi}_1} \geq t_{\text{tabulé}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0 : "il existe une racine unitaire", le processus n'est donc pas stationnaire.

9. La stratégie de test de Dickey Fuller (Bourbonnais, 1998)

Le test de Dickey Fuller (1979) est un test de racine unitaire (ou de non stationnarité) dont l'hypothèse nulle est la non stationnarité d'un processus autorégressif d'ordre 1.

Considérons un processus $(X_t, t \in Z)$ satisfaisant la représentation AR(1) suivante :

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \text{ avec } \varepsilon_t \text{ i.i.d. } (0, \sigma_\varepsilon^2) \text{ et } \rho \in \mathbb{R}$$

Le principe général du test de Dickey Fuller consiste à tester l'hypothèse nulle aléatoire (Random Walk Process). L'hypothèse nulle testée correspond ainsi à une hypothèse de non stationnarité stochastique. Ce test, comme tout test non symétrique, peut être réalisé de différentes façons. La plus simple consiste à utiliser une statistique de Student associée à l'hypothèse H_0 . En cela, le test de Dickey Fuller ne se distingue pas d'un test quelconque d'une hypothèse non symétrique. Là où l'application du test de Dickey Fuller diffère de celle d'un test standard, c'est dans la distribution asymptotique de la statistique de Student associée au test H_0 .

En effet, la distribution asymptotique de l'estimateur des MCO du paramètre ρ , sous l'hypothèse de non stationnarité, est non standard. On n'a plus dans ce cas une distribution asymptotique normale, comme en économétrie de base. De la même façon, la statistique de Student associée au test $\rho = 1$, n'a pas une distribution asymptotique standard (distribution de Student approximée par une distribution normal). C'est pourquoi, l'application du test de Dickey Fuller nécessite que l'on utilise des seuils différents de ceux que l'on utilise traditionnellement pour des statistiques de Student.

Aussi la distribution asymptotique de la statistique de Student associée au test H_0 , n'est pas la même suivant que dans le modèle on inclut ou non, une constante et un trend déterministe.

Dès lors, puisque a priori, on ne sait pas si l'on doit inclure cette constante et ce trend, il convient d'appliquer non pas un test simple, mais une stratégie de tests de Dickey Fuller.

On considère les trois modèles définis comme suit :

Modèle1 : $\Delta X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$

Modèle2 : $\Delta X_t = \phi X_{t-1} + c + \varepsilon_t$

Modèle3 : $\Delta X_t = \phi X_{t-1} + \beta t + c + \varepsilon_t$

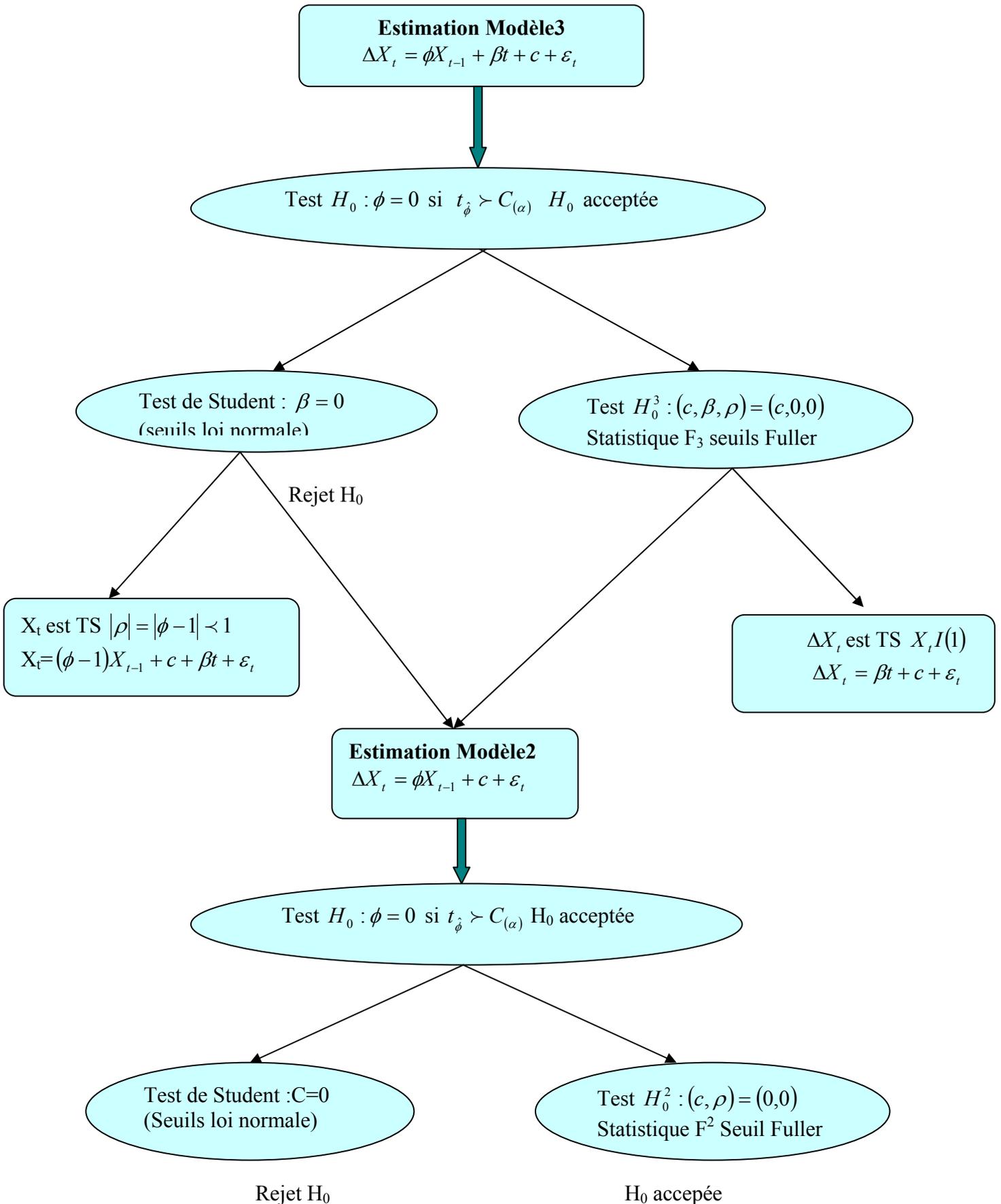
avec ε_t i.i.id. $(0, \sigma_\varepsilon^2)$. On cherche à tester l'hypothèse de racine unitaire :

$$H_0 : \phi = 0 \text{ contre } H_1 : \phi < 0$$

Procédure :

Le principe général de la stratégie de test est illustré par la figure 2.1. Il s'agit de partir du modèle le plus général, d'appliquer le test de racine unitaire en utilisant les seuils correspondant à ce modèle, puis de vérifier par un test approprié que le modèle retenu était le bon. En effet, si le modèle n'était pas le bon, les seuils utilisés pour le test de racine unitaire ne sont pas valables. On risque alors de commettre une erreur de diagnostic quant à la stationnarité de la série.

Il convient dans ce cas, de recommencer le test de racine unitaire dans un autre modèle, plus contraint. Et ainsi de suite, jusqu'à trouver le bon modèle, les bons seuils et bien entendu les bons résultats.



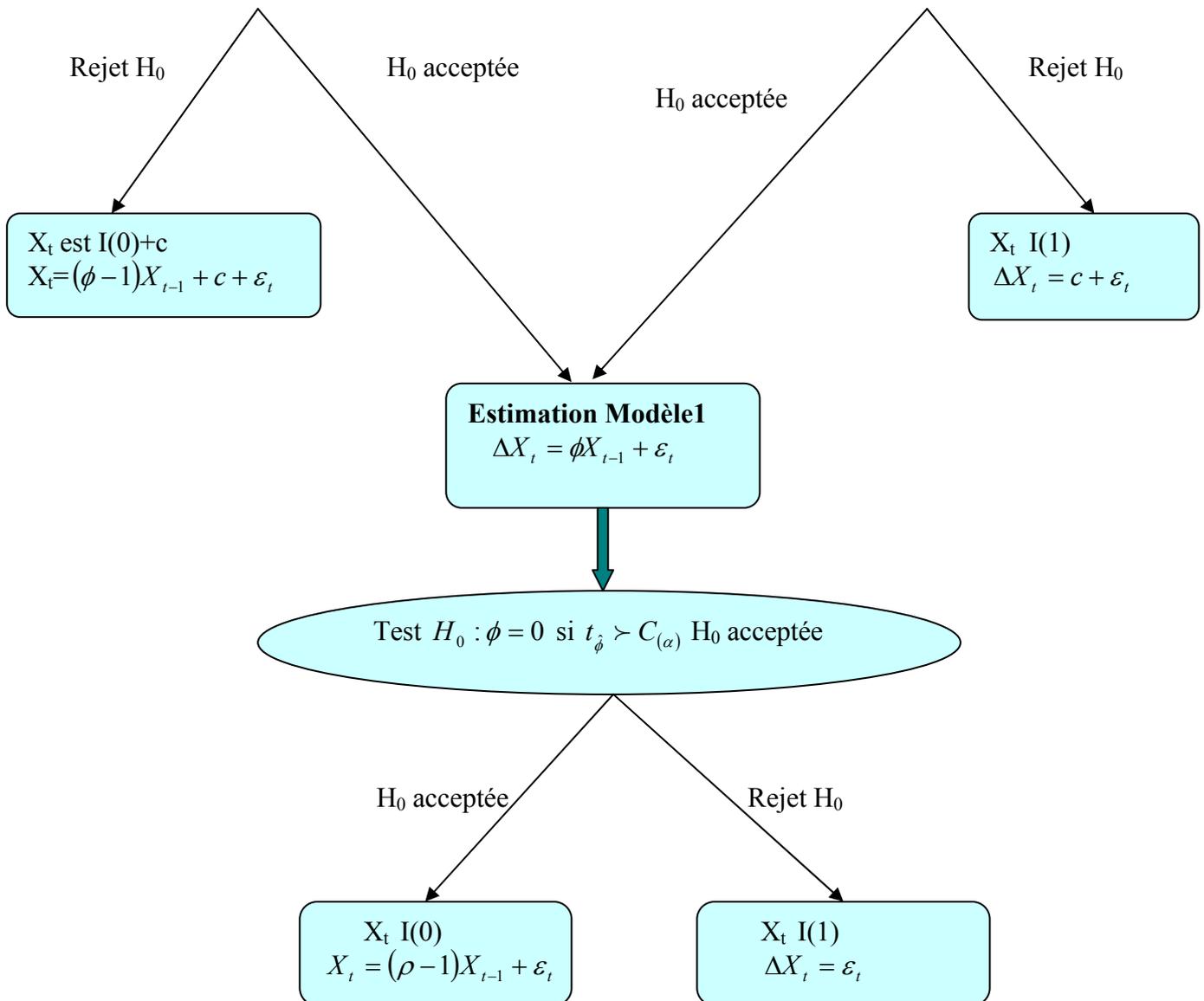


Figure 2.1 : Résumé de la stratégie de test de Dickey-Fuller

Les valeurs critiques de la constante de DF sont données par le tableau 2.1:

Tableau 2.1 : Valeurs critiques de la constante et de la tendance, tests de DF

N	Modèle [2] Constante			Modèle [3]					
	1%	5%	10%	Constante			tendance		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
100	3.22	2.54	2.17	3.78	3.11	2.73	3.53	2.79	2.38
250	3.19	2.53	2.16	3.74	3.09	2.73	3.49	2.79	2.38
500	3.18	2.52	2.16	3.72	3.08	2.72	3.48	2.78	2.38
	3.18	2.52	2.16	3.71	3.08	2.72	3.46	2.78	2.38

10. La méthodologie de Box et Jenkins (Bourbonnais, 1998)

10.1. Analyse préliminaire des données – (Stationnarisation)

Avant de commencer l'analyse, l'utilisateur doit s'informer sur le domaine d'où relèvent les données, la réalité qu'elles recouvrent, leur qualité (leur précision, exactitude...etc....) et les objectifs poursuivis par l'organisme.

Dans l'analyse préliminaire, les options suivantes peuvent être prises :

- Transformer les données (transformation logarithmique, inverse, racine carrée, etc...)
- Corriger les données aberrantes.

Ou bien d'autres options selon l'objectif et la nature des données. Comme il faut se ramener à un modèle ARMA stationnaire, on aura recours aussi aux transformations par d'autres procédures :

- La transformation $(1-L^S)$ élimine une saisonnalité de période 'S', par exemple $(1-L^{12})$ est souvent utilisée pour les séries mensuelles à saisonnalité annuelle.

- L'opérateur $\Delta = (1-L)$: élimine un polynôme tendanciel du 1^{er} degré en 't'. De là, on généralisera la formule par : $\Delta_d = 1-L^d$

un trend polynomial de degré 'd' en 't'.

- Lorsque le processus $X_t \rightarrow \text{ARMA}(p,q)$, et on a : $Y_t = \Delta^d X_t$

Alors : $Y_t \rightarrow \text{ARIMA}(p,d,q)$.

Remarque : Il est généralement recommandé de comparer les variances ou les écarts types des séries obtenues. Celle qui aura la plus petite variance conduit à la modélisation la plus simple.

10.2. Identification

La phase de l'identification est la plus importante et la plus difficile : elle consiste à déterminer le modèle adéquat dans sa famille des modèles ARIMA.

Elle est fondée sur l'étude des corrélogrammes simple et partiel. Voici quelques règles simples pouvant faciliter la recherche des paramètres p , d et q du modèle ARIMA :

- Si le corrélogramme simple n'a que ses (q) premiers termes différents de zéro, et que les termes de corrélogramme partiel diminuent lentement, il s'agit d'un MA (q).
- Si le corrélogramme partiel n'a que ses (p) premiers termes différents de zéro, et que les termes de corrélogramme simple diminuent lentement, il s'agit d'un AR (p).
- Si les fonctions d'autocorrélation simple et partielle ne paraissent pas tronquées, il s'agit alors d'un processus de type ARMA, dont les paramètres dépendent de la forme particulière des corrélogrammes.

10.3. Estimation

La méthode d'estimation des paramètres du modèle identifié dépend du type de processus diagnostiqué :

- Dans le cas d'un modèle AR(p), on peut appliquer la méthode des moindres carrés ordinaire (MCO), pourvu que les résidus résultants soient non corrélés, on peut aussi exploiter les équations de Yule-Walker.

• L'estimation des paramètres d'un modèle MA(q) s'avère plus complexe, plusieurs méthodes itératives ont été mises au point pour confronter cette complexité ; nous citons, à titre d'exemple : la procédure itérative de type balayage, proposée par Box et Jenkins. Mais cette méthode n'est applicable que si le nombre de paramètres à estimer n'est pas trop important, en plus la plage de variation de ces paramètres (délimitée par les conditions de stationnarité et d'inversibilité) est difficile à déterminer.

Cependant, il existe une procédure itérative à deux étapes pour l'estimation des (p+q) paramètres du modèle ARMA(p, q) ses étapes sont les suivantes :

◆ Estimation initiale des paramètres du processus ARMA (p, q)

Pour obtenir les estimateurs des paramètres autorégressifs, on résout le système de Yule-Walker suivant :

$$\hat{R}_{q+1} = \hat{\phi}_1 \hat{r}_q + \hat{\phi}_2 \hat{r}_{q-1} + \dots + \hat{\phi}_p \hat{r}_{q-p+1}$$

$$\hat{R}_{q+2} = \hat{\phi}_1 \hat{r}_{q+1} + \hat{\phi}_2 \hat{r}_q + \dots + \hat{\phi}_p \hat{r}_{q-p+2}$$

⋮

$$\hat{R}_{q+p} = \hat{\phi}_1 \hat{r}_{q+p-1} + \hat{\phi}_2 \hat{r}_{q+p-2} + \dots + \hat{\phi}_p \hat{r}_q$$

Pour estimer les paramètres moyennes mobiles, on utilise l'algorithme de Newton-Raphson.

◆ Estimation finale

Une fois les estimations initiales obtenus, on utilise l'algorithme de Marquardt (qui est une méthode d'estimation itérative pour la régression non linéaire pour obtenir les (p+q) paramètres définitifs.

10.4. Validation

Une fois les paramètres du modèle estimé, nous examinons les résultats d'estimation. Cet examen se fait par plusieurs tests qu'on classera en trois catégories.

- Tests concernant les paramètres du modèle.
- Tests concernant les résidus.
- Tests de choix du modèle adéquat.

Tests concernant les paramètres

Une fois les paramètres estimés, il faudra vérifier s'ils sont tous significativement différents de zéro. Pour cela on utilisera le test de Student.

◆ Test de Student.

Ce test se fait pour chacun des paramètres du processus ARMA en divisant le paramètre par l'estimateur de son écart-type : on calcule alors la statistique de Student donnée par la formule :

$$t_c = \frac{|\hat{\phi}_p|}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_p}}$$

Si un ou plusieurs paramètres ne sont pas significativement différents de zéro, le modèle est alors rejeté, auquel cas, on retourne à l'étape de l'estimation en éliminant la variable dont le coefficient n'est pas significatif.

On teste l'hypothèse nulle de processus ARMA (p-1, q) : ($\phi_p = 0$) contre l'hypothèse alternative de processus ARMA (p, q) : ($\phi_p \neq 0$), avec d.d.l = (nombre d'observation – nombre des paramètres estimés).

- Si $|t_c| < t_{1-\alpha/2}$, on accepte l'hypothèse nulle de processus ARMA (p-1, q).
- Si $|t_c| \geq t_{1-\alpha/2}$ l'hypothèse nulle est rejetée et on retient un processus ARMA (p, q).

Tests concernant les résidus

Ces tests ont pour objet de vérifier que les résidus obtenus suivent bien un processus de Bruit Blanc. Cela se fait à l'aide des tests suivants :

♦ **Test de Box-Pierce** : Ce test a pour objet de tester le caractère non autocorrélé des résidus.

Nous devons donc identifier $\text{cov}(X_t, X_{t-h}) = 0$ ou encore $\rho_h = 0 \quad \forall h$.

Un processus Bruit Blanc implique que $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$.

Soit les hypothèses :

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$$

H_1 : il existe au moins un ρ_i significativement différent de zéro.

La statistique de test est donnée par :

$$Q = n \sum_{k=1}^K \rho_k^2$$

Telle que : n : le nombre d'observations.

K : le nombre de retards.

ρ : autocorrélation empirique d'ordre h .

La statistique Q suit une loi de Khi-deux à $(k-p-q)$ degrés de liberté.

Nous rejetons donc l'hypothèse de bruit blanc au seuil α si $Q > \chi^2$ lu dans la table au seuil

$(1-\alpha)$.

♦ **Test de Box-Ljung** : Ce test est à appliquer, de préférence au test de Box-Pierce, lorsque l'échantillon est de petite taille. La distribution de la statistique du test de Box-Ljung est en effet plus proche de celle du Khi-deux pour un petit échantillon que ne l'est celle du test de Box-Pierce. Ce test utilise la statistique suivante :

$$Q' = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\rho^2}{n-k}$$

Sous l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation :

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$$

La statistique Q' suit une loi de Khi-deux à $(K-p-q)$ degrés de liberté.

♦ **Test de d'hétéroscédasticité**

On teste la nature «ARCH» d'un résidu.

Le test ARCH a été introduit par Engle (1982). Supposons que l'équation de la moyenne soit décrite par un processus ARMA. On considère que la série Y_t est générée par le processus suivant :

$$\begin{cases} \phi(L)X_t = \theta(L)\varepsilon_t \\ \sigma^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2(L) \end{cases}$$

La première approche consiste à calculer le corrélogramme des résidus au carré issu du modèle initial. Si des termes de ce corrélogramme sont significativement différents de zéro, alors on peut conclure à une spécification de type ARCH. On utilise pour cela la statistique Q de Box-Ljung. Ceci est corroboré par la statistique du multiplicateur de Lagrange (LM).

Soit l'hypothèse nulle à tester: $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$

contre l'hypothèse alternative: $H_1: \text{au moins un coefficient } \alpha_i (i = 1 \dots p) \text{ est différent de } 0.$

Le test est fondé soit sur un test de Fisher classique, soit sur le test de Multiplicateur de Lagrange (LM), en pratique on procède de la manière suivante :

- ❖ **1^{er} Etape** : calcul de ε_t le résidu du modèle de régression (ou d'un modèle ARMA).
- ❖ **2^e Etape** : calcul des ε_t^2 .
- ❖ **3^e Etape** : régression autorégressive des résidus sur p retards (résidu décalé) où seuls les retards significatifs sont conservés, $\varepsilon_t = \mu_t \times h_t$ telle que $h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$.

- ❖ **4^e Etape** : calcul de la statistique $LM = n \times R^2$ avec :

n = le nombre d'observations servant au calcul de la régression de l'étape 3.

R^2 = coefficient de détermination de l'étape 3.

Si $LM > \chi^2(p)$ à p degrés de liberté lu dans la table à un seuil 0.05, on rejette H_0 .

◆ Test d'un modèle de type GARCH

Dans le cas d'une hétéroscédasticité conditionnelle supposée, on ne peut tester une spécification de type ARCH que contre une spécification de type GARCH.

Le test sur l'hypothèse nulle H_0 d'une erreur ARCH(p) contre l'hypothèse H_1 d'une erreur GARCH(p,q). On va donc tester l'hypothèse H_0 que les β_j sont nuls.

$H_0 : \beta_j = 0, j = 1, \dots, q$; contre l'hypothèse H_1 : il existe au moins un β_j non nul.

Si $LM = n \times R^2 > \chi_q^2(0.05)$ alors on rejette l'hypothèse H_0 . Les erreurs obéissent à un processus GARCH(p,q).

R^2 est le coefficient de détermination obtenu dans la régression par les MCO dans l'équation :

$$h_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \hat{\beta}_j h_{t-j}^2.$$

Une condition nécessaire et suffisante de stationnarité du processus GARCH(p,q) s'écrit :

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1.$$

■ Test de normalité

Le test de Jarque-Bera (1984), fondé sur la notion de skewness (asymétrie) et kurtosis (aplatissement), permet de vérifier la normalité d'une distance statique.

Test de Skewness et Kurtosis :

Soient $\hat{\mu}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^T (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^k$ le moment empirique centré d'ordre k,

le coefficient de Skewness $(\hat{\beta}_1^{1/2})$, qui est égal à :

$$(\hat{\beta}_1^{1/2}) = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\mu}_2^{3/2}}$$

le coefficient de Kurtosis

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\mu}_2^2}$$

Si la distribution est normale et le nombre d'observation est grand ($n > 30$) alors :

$$\hat{\beta}_1^{1/2} \rightarrow N\left[0; \sqrt{\frac{6}{n}}\right], \text{ et } \hat{\beta}_2 \rightarrow N\left[3; \sqrt{\frac{24}{n}}\right]$$

On construit les statistiques : $V_1 = \frac{|\hat{\beta}_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{\frac{6}{n}}}$ et $V_2 = \frac{|\hat{\beta}_2 - 3|}{\sqrt{\frac{24}{n}}}$, que l'on compare à 1.96

(valeur de la loi normale au seuil de 5%).

Soient les hypothèses :

$$H_0 : V_1=0 \text{ (symétrie) et } V_2=0 \text{ (l'aplatissement)}$$

$$H_1 : V_1 \neq 0 \text{ ou } V_2 \neq 0$$

On acceptera avec un risque 5% l'hypothèse H_0 si $V_1 < 1.96$ et $V_2 < 1.96$, dans le cas contraire l'hypothèse de normalité est rejetée.

Test de Jarque-Bera :

Il s'agit d'un test qui synthétise les résultats précédents, si $(\hat{\beta}_1^{1/2})$ et $(\hat{\beta}_2)$ obéissent à des lois normales alors la quantité $S : S = \frac{n}{6} \hat{\beta}_1 + \frac{n}{24} (\hat{\beta}_2 - 3)^2$ suit un Khi-deux à deux degrés de liberté.

Donc si $S \geq \chi_{1-\alpha}^2(2)$ on rejette l'hypothèse H_0 de normalité des résidus au seuil α .

Choix du modèle adéquat

Dans un premier temps, on repère plusieurs modèles qui représentent bien notre série.

Ensuite, on va choisir parmi ces modèles celui qui la représente le mieux. Ce choix se fait à l'aide d'un certain nombre de critères, les plus utilisés sont :

- **Critère du pouvoir prédictif : coefficient de détermination.** Les critères les plus classiques pour savoir si notre modèle est le meilleur ou non, sont le coefficient de détermination R^2 et le coefficient de détermination corrigée \bar{R}^2 donnés respectivement par les relations :

$$R^2 = \frac{\sum_t \varepsilon_t^2}{\sum_t (X_t - \bar{X})^2} \quad \text{et} \quad \bar{R}^2 = 1 - (N-1/N - p - q) \frac{\sum_t \varepsilon_t^2}{\sum_t (X_t - \bar{X})^2}$$

où : ε_t : le résidu d'estimation.

N : le nombre d'observations.

Dans de nombreux cas, on utilise \bar{R}^2 puisqu'il permet de prendre en compte le nombre de variables explicatives, c'est-à-dire, les retards (p) de l'AR et les retard (q) de MA. La significativité de ces coefficients est testée à l'aide d'une statistique de Fisher.

● **Critère d'information de Akaike (AIC)**. Présenté en 1973 parmi les tests spécialement construits pour les processus ARMA, Akaike a démontré que le meilleur des modèles ARMA non filtré est celui qui minimise la statistique :

$$\text{AIC}(h) = \text{Log} \left(\frac{\text{SCR}_h}{n} \right) + \frac{2h}{n}$$

● **Critère de Schwarz (1978)**. Le meilleur des modèles est celui qui minimise la statistique :

$$\text{SC}(h) = \log \left(\frac{\text{SCR}_h}{n} \right) + \frac{h \text{Log} n}{n}$$

Avec :

SCR_h : somme des carrés des résidus pour le modèle a h retards.

n : nombre d'observations disponibles.

Log : logarithme népérien.

■ Test de redondance

Après avoir estimé un modèle ARMA, on vérifie que les polynômes d'opérateur de la partie AR et de la MA ne possèdent pas de racine commune au moyen de la méthode de Newton Raphson. Lorsque c'est le cas, on dit qu'il y a redondance et les coefficients estimés du modèle sont instables et peuvent conduire à des prévisions erronées.

10.5. Prédiction

La dernière étape de la modélisation ARMA est la prédiction des valeurs futures d'une série temporelle. Ces prédictions dépendent des observations disponibles à la date t ,

Soit $I_t = (X_1, X_2, \dots, X_t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_t)$. L'espérance est ici prise au sens d'espérance conditionnelle : elle présente la meilleure prédiction de la série X conditionnellement à l'ensemble d'information disponible. Dans le cas linéaire il s'agit d'une fonction de régression

Soit le modèle retenu ARMA (p,q) (on suppose en général la constante significative) :

$$\phi_p(L)X_t = C + \theta_q(L)\varepsilon_t$$

On a donc pour l'horizon h :

$$X_{t+h} = \phi_1 X_{t+h-1} - \phi_2 X_{t+h-2} - \dots - \phi_p X_{t+h-p} + \delta + \varepsilon_{t+h} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+h-q}$$

$$X_t(h) = E\{\phi_1 X_{t+h-1} - \phi_2 X_{t+h-2} - \dots - \phi_p X_{t+h-p} + \delta + \varepsilon_{t+h} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+h-q} / X_t, X_{t-1}, \dots\}$$

$$\text{D'où : } E(X_{t-j} / X_t, X_{t-1}, \dots) = \begin{cases} X_{t+j} & \text{si } j \leq 0 \\ \hat{X}_t(j) & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

$$E(\varepsilon_{t+j} / X_t, X_{t-1}, \dots) = \begin{cases} \varepsilon_{t+j} & \text{si } j \leq 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

Il s'agit donc de calculer $\hat{X}_t(h)$ pour l'horizon h de prédiction :

A) On remplace les valeurs observées de X_{t+j} et ε_{t+j} ainsi que $\phi_p(L)$ et $\theta_q(L)$, ($j \leq 0$)

B) Si $j > 0$, alors on calcule $\hat{X}_t(j)$ en remplaçant les valeurs précédentes. Box et Jenkins proposent une formulation en utilisant le principe que tout modèle ARMA (p, q) peut prendre la forme d'un processus MA infini :

$$\phi_p(L)X_t = C + \theta_q(L)\varepsilon_t$$

$$X_t = c\phi_p^{-1}(L) + \theta_q(L)\phi_p^{-1}(L)\varepsilon_t$$

On note

$$\psi(L) = \theta_q(L)\phi_p^{-1}(L)$$

$$\text{et } X_t = \mu + \psi(L)\varepsilon_t = \mu + \varepsilon_t + \psi_1\varepsilon_{t-1} + \psi_2\varepsilon_{t-2} + \dots$$

$$\mu = c\phi_p^{-1}(L) \text{ d'où :}$$

$$\psi(L) = \theta_q(L)\phi_p^{-1}(L) \rightarrow \phi(L)\psi(L) = \theta(L)$$

La valeur prévue à l'horizon h pour un modèle ARMA(p, q) est donnée par :

$$\hat{X}_t(h) = \mu + \sum_{r \geq 0} \psi_{h+r} \varepsilon_{t-r}$$

L'erreur de prévision est donnée par :

$$\hat{\varepsilon}_t(h) = X_{t+h} - \hat{X}_t(h) = \sum \psi \varepsilon_{t+h-r}$$

L'intervalle de prévision au seuil 5% est donnée par :

$$\hat{X}_t(h) \pm 1.96\sigma_\varepsilon \left\{ 1 + \sum_{r=1}^{h-1} \psi_r^2 \right\}^{1/2}$$

11. Test de Khi-deux (Bourbonnais, 1998)

Soient X_i ($i=1, \dots, N$) observations disponibles d'écart type estimé $\hat{\sigma}$ et soient C_j ($j=1, \dots, k$) k classe obtenue à partir de ces dernières observations, tel que : $|C_j| \approx \sqrt{N}$.

Notons P_1, P_2, \dots, P_k les probabilités empiriques respectives des classes C_1, C_2, \dots, C_k

telles que : $P_i = \int_{X_1^i}^{X_2^i} f(t) dt = [F(t)]_{X_1^i}^{X_2^i} \dots \dots \dots (2)$, avec $X_1^i = X_{\text{inf}}^i / \hat{\sigma}$ et $X_2^i = X_{\text{sup}}^i / \hat{\sigma}$.

D'où X_{inf}^i et X_{sup}^i sont les valeurs inférieures et supérieures de la classe $C_i (i=1, \dots, k)$, et $F(t)$ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Dans la lecture de la table de loi normale centrée réduite on obtient les valeurs $F(X_1^i)$ et $F(X_2^i)$. En les remplaçant dans (2) on aura la valeur $P_i (i=1, \dots, k)$. Donc le principe de test est le suivant :

Une fois les P_i calculées, on doit s'assurer que ces dernières peuvent être calculées par une loi normale. Cela on utilisant la distance donnée par : $D = \sum_{i=1}^k (n_i - NP_i)^2 / (NP_i)$ ou n_i est le cardinale de la classe C_i .

Déroulement du test :

Si $D < \chi_{k-1}^2(0.05)$ alors H_0 : $X_i (i=1, \dots, N)$ suivent une loi normale de variance σ^2 , sinon H_1 : On rejette l'hypothèse que X_i suivent une loi normale.

ANNEXE 3

Tables statistiques

Tableau 3.1 : Valeurs tabulées du critère de Cochran , $\alpha=0.05$ (Schimmerling et al., 1998)

		N													
		2	3	4	5	6	7	8	10	12	15	20	30	60	120
m	2	0.999	0.967	0.907	0.841	0.781	0.727	0.680	0.602	0.541	0.471	0.389	0.293	0.174	0.099
	3	0.975	0.871	0.768	0.684	0.616	0.561	0.516	0.445	0.392	0.335	0.271	0.198	0.113	0.063
	4	0.939	0.798	0.684	0.598	0.532	0.480	0.438	0.373	0.326	0.276	0.221	0.159	0.089	0.049
	5	0.906	0.746	0.629	0.544	0.480	0.431	0.391	0.331	0.288	0.242	0.192	0.138	0.076	0.042
	6	0.877	0.707	0.590	0.507	0.445	0.397	0.360	0.303	0.262	0.220	0.174	0.124	0.068	0.037
	7	0.853	0.677	0.560	0.478	0.418	0.373	0.336	0.282	0.244	0.203	0.160	0.114	0.062	0.033
	8	0.833	0.653	0.537	0.456	0.398	0.354	0.319	0.267	0.230	0.191	0.150	0.106	0.058	0.031
	9	0.816	0.633	0.518	0.439	0.382	0.338	0.304	0.254	0.219	0.182	0.142	0.100	0.055	0.029
	10	0.801	0.617	0.502	0.424	0.368	0.326	0.293	0.244	0.210	0.174	0.136	0.096	0.052	0.028
	15	0.749	0.561	0.450	0.377	0.325	0.286	0.256	0.211	0.181	0.149	0.116	0.081	0.043	0.023
	20	0.716	0.529	0.420	0.350	0.300	0.264	0.235	0.194	0.165	0.135	0.105	0.073	0.039	0.020
	30	0.678	0.491	0.387	0.320	0.273	0.238	0.212	0.174	0.148	0.121	0.093	0.064	0.034	0.018
	40	0.654	0.469	0.367	0.302	0.257	0.224	0.199	0.163	0.138	0.112	0.086	0.059	0.031	0.016
	50	0.638	0.454	0.354	0.290	0.247	0.215	0.190	0.155	0.131	0.107	0.082	0.056	0.029	0.015
	100	0.598	0.418	0.322	0.262	0.222	0.192	0.170	0.138	0.116	0.094	0.071	0.049	0.025	0.013
	145	0.581	0.403	0.309	0.251	0.212	0.183	0.162	0.131	0.110	0.089	0.068	0.046	0.023	0.012
	∞	0.500	0.333	0.250	0.200	0.167	0.143	0.125	0.100	0.083	0.067	0.050	0.033	0.017	0.008

Tableau 3.2 : Valeurs tabulées du critère de Grubbs (Baléo et al., 2003)

n	Valeurs critiques	
	Seuil 1%	Seuil 5%
3	1.155	1.155
4	1.496	1.481
5	1.764	1.715
6	1.973	1.887
8	2.274	2.126
10	2.482	2.290
15	2.806	2.549
20	3.001	2.709
30	3.236	2.908
40	3.381	3.036

Tableau 3.3 : Valeurs tabulées du critère de Student (Schimmerling et al., 1998)

	P									
	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	0.975	0.990	0.995	0.999	0.9995
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.3	636.6
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.33	31.60
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.22	12.94
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.859
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.405
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.611	3.922
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	0.256	0.530	0.853	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	0.255	0.529	0.852	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	0.255	0.529	0.852	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	0.255	0.529	0.851	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	0.255	0.528	0.849	1.298	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
70	0.254	0.527	0.847	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435
80	0.254	0.527	0.846	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.415
90	0.254	0.526	0.846	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402
100	0.254	0.526	0.845	1.290	1.660	1.984	2.365	2.626	3.174	3.389
200	0.254	0.525	0.843	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.131	3.339
500	0.253	0.525	0.842	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	3.106	3.310
∞	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Tableau 3.4 : Valeurs tabulées du critère de Fisher, $\alpha=0.05$ (Schimmerling et al., 1998)

		v_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	245	
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.71	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.87	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.64	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.96	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.53	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.24	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.03	
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.86	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.74	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.64	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.55	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.48	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.37	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.33	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.29	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.26	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.22	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.20	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.17	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.15	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.13	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.11	
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.09	
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.08	
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.06	
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.05	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.04	
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.07	2.01	
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.05	1.99	
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.03	1.98	
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.02	1.96	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.95	
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.89	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.86	
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.89	1.84	
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.82	
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	2.99	1.94	1.86	1.80	
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.79	
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.69	

v_1 v_2

	16	18	20	22	24	26	28	30	40	60	100	∞
1	246	247	248	249	249	249	250	250	251	252	253	254
2	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	8.69	8.67	8.66	8.65	8.64	8.63	8.62	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.84	5.82	5.80	5.79	5.77	5.76	5.75	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.60	4.58	4.56	4.54	4.53	4.52	4.50	4.50	4.46	4.43	4.41	4.37
6	3.92	3.90	3.87	3.86	3.84	3.83	3.82	3.81	3.77	3.74	3.71	3.67
7	3.49	3.47	3.44	3.43	3.41	3.40	3.39	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.20	3.17	3.15	3.13	3.12	3.10	3.09	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	2.99	2.96	2.94	2.92	2.90	2.89	2.87	2.86	2.83	2.79	2.76	2.71
10	2.83	2.80	2.77	2.75	2.74	2.72	2.71	2.70	2.66	2.62	2.59	2.54
11	2.70	2.67	2.65	2.63	2.61	2.59	2.58	2.57	2.53	2.49	2.46	2.40
12	2.60	2.57	2.54	2.52	2.51	2.49	2.48	2.47	2.43	2.38	2.35	2.30
13	2.51	2.48	2.46	2.44	2.42	2.41	2.39	2.38	2.34	2.30	2.26	2.21
14	2.44	2.41	2.39	2.37	2.35	2.33	2.32	2.31	2.27	2.22	2.19	2.13
15	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.25	2.20	2.16	2.12	2.07
16	2.33	2.30	2.28	2.25	2.24	2.22	2.21	2.19	2.15	2.11	2.07	2.01
17	2.29	2.26	2.23	2.21	2.19	2.17	2.16	2.15	2.10	2.06	2.02	1.96
18	2.25	2.22	2.19	2.17	2.15	2.13	2.12	2.11	2.06	2.02	1.98	1.92
19	2.21	2.18	2.16	2.13	2.11	2.10	2.08	2.07	2.03	1.98	1.94	1.88
20	2.18	2.15	2.12	2.10	2.08	2.07	2.05	2.04	1.99	1.95	1.91	1.84
21	2.16	2.12	2.10	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	1.96	1.92	1.88	1.81
22	2.13	2.10	2.07	2.05	2.03	2.01	2.00	1.98	1.94	1.89	1.85	1.78
23	2.11	2.07	2.05	2.02	2.00	1.99	1.97	1.96	1.91	1.86	1.82	1.76
24	2.09	2.05	2.03	2.00	1.98	1.97	1.95	1.94	1.89	1.84	1.80	1.73
25	2.07	2.04	2.01	1.98	1.96	1.95	1.93	1.92	1.87	1.82	1.78	1.71
26	2.05	2.02	1.99	1.97	1.95	1.93	1.91	1.90	1.85	1.80	1.76	1.69
27	2.04	2.00	1.97	1.95	1.93	1.91	1.90	1.88	1.84	1.79	1.74	1.67
28	2.02	1.99	1.96	1.93	1.91	1.90	1.88	1.87	1.82	1.77	1.73	1.65
29	2.01	1.97	1.94	1.92	1.90	1.88	1.87	1.85	1.81	1.75	1.71	1.64
30	1.99	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.70	1.62
32	1.97	1.94	1.91	1.88	1.86	1.85	1.83	1.82	1.77	1.71	1.67	1.59
34	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.80	1.75	1.69	1.65	1.57
36	1.93	1.90	1.87	1.85	1.82	1.81	1.79	1.78	1.73	1.67	1.62	1.55
38	1.92	1.88	1.85	1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.71	1.65	1.61	1.53
40	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.77	1.76	1.74	1.69	1.64	1.59	1.51
50	1.85	1.81	1.78	1.76	1.74	1.72	1.70	1.69	1.63	1.58	1.52	1.44
60	1.82	1.78	1.75	1.72	1.70	1.68	1.66	1.65	1.59	1.53	1.48	1.39
70	1.79	1.75	1.72	1.70	1.67	1.65	1.64	1.62	1.57	1.50	1.45	1.35
80	1.77	1.73	1.70	1.68	1.65	1.63	1.62	1.60	1.54	1.48	1.43	1.32
90	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62	1.60	1.59	1.53	1.46	1.41	1.30
100	1.75	1.71	1.68	1.65	1.63	1.61	1.59	1.57	1.52	1.45	1.39	1.28
∞	1.64	1.60	1.57	1.54	1.52	1.50	1.48	1.46	1.39	1.32	1.24	1.00

Annexe 4

Materiels utilisés

Matériel utilisé

Etuve à air statique modèle Heraeus.

Etuve avec ventilation d'air modèle Melag.

Micro-onde LG Grill.

Balance analytique Sartorius.

Pastilleuse Franco Gabrielli Technology.

Colorimètre CM-2500d Minolta.

Lyophilisateur Telstar Gryoclos.

Mixer Microtron MB 550.

Matériel courant du laboratoire.

Logiciels utilisés :

Excel 2003

Eviews 4.0

SPSS 8.0

Annexe 5
Matrices des expériences
des paramètres L^* , a^* , b^*

Tableau 5.1: Matrice des expériences des paramètres L^* , a^* , b^* des dattes séchées par convection

N	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	L^*_{moy}	a^*_{moy}	b^*_{moy}
1	+	-	-	-	-	74.02	5.72	24.85
2	+	+	-	-	-	75.97	4.77	23.30
3	+	-	+	-	-	79.18	4.32	22.68
4	+	+	+	-	-	76.07	4.97	23.93
5	+	-	-	+	-	75.85	5.03	23.46
6	+	+	-	+	-	75.31	5.35	24.03
7	+	-	+	+	-	72.86	6.15	24.34
8	+	+	+	+	-	73.16	6.62	24.72
9	+	-	-	-	+	72.94	6.02	26.33
10	+	+	-	-	+	75.08	5.30	23.82
11	+	-	+	-	+	76.03	5.63	23.79
12	+	+	+	-	+	76.93	5.15	23.75
13	+	-	-	+	+	76.19	4.39	22.95
14	+	+	-	+	+	75.94	5.23	22.50
15	+	-	+	+	+	74.68	5.49	24.27
16	+	+	+	+	+	73.87	6.66	25.66

Niveau-	55 (°C)	15 (min)	1/16	5 (g)
Niveau+	85 (°C)	60 (min)	1/2	50 (g)

Tableau 5.2: Matrice des expériences des paramètres L^* , a^* , b^* des dattes séchées au micro-onde

N	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	L^*_{moy}	a^*_{moy}	b^*_{moy}
1	+	-	-	-	-	66.00	7.35	25.69
2	+	+	-	-	-	66.9	7.48	25.76
3	+	-	+	-	-	66.50	7.38	26.16
4	+	+	+	-	-	53.00	9.85	23.69
5	+	-	-	+	-	65.66	6.56	26.27
6	+	+	-	+	-	53.48	10.94	25.72
7	+	-	+	+	-	63.57	7.78	24.47
8	+	+	+	+	-	27.93	4.58	8.34
9	+	-	-	-	+	66.00	7.56	27.02
10	+	+	-	-	+	64.67	8.45	26.94
11	+	-	+	-	+	64.66	8.18	28.2
12	+	+	+	-	+	67.64	8.1	26.39
13	+	-	-	+	+	62.77	8.81	27.77
14	+	+	-	+	+	62.89	7.98	24.75
15	+	-	+	+	+	61.80	8.44	26.21
16	+	+	+	+	+	64.06	8.70	24.81

Niveau-	160 (w)	30 (sec)	1/16	5 (g)
Niveau+	480 (w)	60 (sec)	1/2	50 (g)