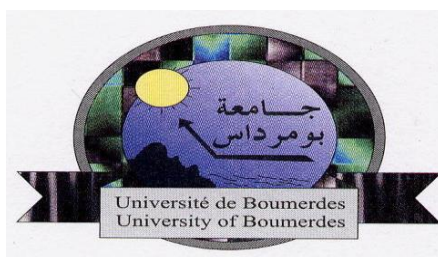


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université M'hamed Bougara de Boumerdès



Faculté des Sciences
Département de Physique

Mémoire

Présenté pour l'obtention du Diplôme de **Magister**

Spécialité: **Physique**

Option: **Physique de la Matière et du Rayonnement**

Par : **Nouria LATEB**

Thème

**Extraction et correction des non linéarités de phase dans
un signal interférométrique obtenu par un balayage continu
en longueur d'onde**

Soutenu le: 22 / 01 /2008,

Devant le jury composé de:

Mr. Amghar	Abdelhamid	Professeur	UMBB	Président
Mr. Mokdad	Rabah	Maître de conférences	UMMTO	Examineur
Mr. Beldjoudi	Nadir	Maître de conférences	USTHB	Examineur
Mr. Lamrous	Omar	Professeur	UMMTO	Rapporteur

Année universitaire: 2007 – 2008

Extraction et correction des non linéarités de phase dans un signal interférométrique obtenu par un balayage continu en longueur d'onde

Résumé

Dans ce mémoire nous présentons une méthode d'extraction et de correction des non linéarités de la phase d'un signal interférométrique. Ce dernier est obtenu en balayant un double interféromètre avec une source laser accordable en longueur d'onde dans un système de mesure de distances absolues. Les signaux de battement sont traités avec une méthode paramétrique du type autorégressif. Nous montrons à travers des simulations que les non linéarités de la fréquence de battement sont l'un des paramètres limitatifs de la résolution des mesures de distance. L'objet de ce mémoire est de proposer des algorithmes d'extraction et de correction de ces non linéarités basés sur le principe des échantillonnages non périodiques.

Mots clés

Laser accordable, Distance absolue, interférométrie, échantillonnage irrégulier; modélisation autorégressive

Title: Extraction and correction of phase nonlinearities in an interferometric signal obtained by tunable laser

Abstract

In this memory we present a method of extraction and correction of the nonlinearities of the phase of an interferometric signal. This last is obtained by sweeping an interferometer with a tunable laser in wavelength in a system of measurement of absolute distances. The signals of beat from the two interferometers are treated with a parametric method autoregression. We show through simulations that the nonlinearities of the frequency of beat are one of the restrictive parameters of the resolution of measurements of distance by a method AR. For this purpose we propose an algorithm of correction based on the principle of a irregular sampling.

Keywords:

Tunable laser; absolute distance; Interferometry; Irregular sampling, autoregressive modeling

العنوان: استخراج وتصحيح الصفحة اللاخطية للأهداب الناتجة من ليزر قابل للتعديل

ملخص

في هذه المذكرة نطرح طرق استخراج وتصحيح الصفحة اللاخطية للأهداب الناتجة عن تداخل الأمواج بهدف قياس المسافات المطلقة. هذا التداخل ناتج عن مسح عينة من الأمواج خلال فترة زمنية معينة باستعمال ليزر قابل للتعديل . الأهداب معالجة بنموذج تراجع عن طريق الحاسوب لاستخراج المسافة المطلقة الموجودة في الصفحة اللاخطية. بمختلف الطرق العددية نبين أن التواتر النبضي اللاخطي هو من العوامل المؤثرة على دقة قياس المسافات المطلقة. ولهذا الغرض نقترح قواعد مبنية على أساس مبدأ تجزئة الأهداب بعينات لا دورية لتصحيح الصفحة اللاخطية.

كلمات الدالة

ليزر قابل للتعديل ، المسافة المطلقة، مقياس التداخل، التجزئة اللادورية، النموذج التراجعي

Remerciements

C'est seulement après la clôture des travaux de cet humble mémoire, que je réalise l'ampleur des travaux, les contraintes, le temps, l'engagement, la disponibilité et la patience nécessaire à mes promoteurs *Mr Omar LAMROUS* et *Mr Rabah MOKDAD* pour coordonner et diriger mon mémoire de Magister. De ce fait, je leur demande d'agréer mes vifs remerciements, car la meilleure des satisfactions pour un Homme est de transmettre son savoir.

Je remercie *Mr Abdelhamid AMGHAR* qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

J'aimerais également remercier *Mr Nadir BELDJOUDI* qui a accepté d'être l'examineur de ce travail.

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail, trouvent ici l'expression de ma sincère et profonde gratitude.

Introduction

Le travail de magister que nous présentons porte sur l'extraction et la correction des non linéarités de phase d'un signal interférométrique obtenu par un balayage continu en longueur d'onde dans un dispositif de mesure de distance absolue.

Dans la littérature, les méthodes optiques de mesure de distance sont classées en trois catégories : télémétrie par temps de vol, triangulation [1] et interférométrie [2,3]. Ces techniques bien qu'elles soient évolutives, leurs utilisations dépendent de l'application recherchée et des limitations propres à chacune des méthodes. Par exemple, une limitation de la télémétrie par temps de vol est de disposer d'un détecteur de très large bande passante pour la mesure des courtes distances. Quant à la méthode de mesure de triangulation, elle reste sensible à l'effet d'ombrage. L'interférométrie conventionnelle est utilisée pour mesurer une variation de distance en mesurant le déplacement d'un réflecteur mobile. Un dispositif de mesure basé sur une modulation continue de fréquence (MCF) est capable de déterminer une distance absolue à partir d'une fréquence dépendant du temps de vol. Ce dispositif appelé interféromètre absolu mesure directement la distance au réflecteur ce qui lui confère des avantages, il supporte une interruption de faisceau mais aussi une mise hors tension après le calibrage et évite l'ambiguïté de la mesure modulo une demi longueur d'onde. Enfin, il a été démontré que l'intérêt particulier de l'interférométrie absolue concerne la mesure de pièces de grandes dimensions avec une résolution élevée rencontrée dans les applications de l'industrie aéronautiques et dans d'autres applications où il reste difficile de réaliser un déplacement continu du réflecteur.

La MCF utilise un laser accordable en longueur d'onde comme source de lumière. Le faisceau issu de ce laser est injecté dans un interféromètre. A la sortie de l'interféromètre, le signal de battement présente une phase qui est fonction de la différence de chemin optique de l'interféromètre. La détermination de la phase du signal interférométrique nous permet de remonter à la fréquence du signal de battement qui est proportionnelle à la grandeur physique recherchée (distance). Plusieurs méthodes ont été proposées pour l'analyse de franges d'interférence produites par un système interférométrique de mesure de distance absolue. Citons

comme exemple la méthode de comptage des franges [3] et la technique de la transformée de Fourier développée par Takeda [4], dont l'optimisation pour la télémétrie est réalisée par Suematsu [5].

Le travail que nous présentons fait suite, au travail de doctorat de R. Mokdad et ayant pour objectif l'amélioration de la résolution de mesure de distance. On sait que la résolution est un paramètre qui croît avec le nombre de données, mais comme la plage d'accord continue des sources est souvent limitée, le nombre de franges à analyser est de ce fait également limité. Afin de dépasser cette limitation, nous avons proposé une méthode paramétrique appliquée à l'analyse des franges d'interférence obtenues à partir d'une diode laser à cavité externe accordable en longueur d'onde en configuration de Littman [6,7,8]. Cette méthode qui nécessite seulement la connaissance du signal à traiter présente l'avantage d'étendre le signal au delà de la fenêtre d'observation ce qui donne une meilleure résolution [9]. La modélisation du signal par un processus autorégressif (AR) qui est un cas particulier du modèle ARMA (AutoRégressive Moving Average) est appliquée et constitue l'objet de ce travail.

Dans le premier chapitre, après avoir expliqué le fonctionnement des lasers accordables et rappelé les différentes configurations, nous examinons le principe de mesure de distance absolue par voie interférométrique tout en mettant en évidence la relation qui lie la fréquence du signal interférométrique à la distance à mesurer.

Le deuxième chapitre cite les différentes méthodes d'analyse des franges, les différents paramètres expérimentaux limitatifs de la résolution qui interviennent dans la mesure et leurs effets sur le signal en tenant compte des effets matériels qui limitent la résolution. Les concepts généraux de la modélisation paramétrique ainsi que le panorama des méthodes dites haute résolution dans le domaine du traitement du signal sont ensuite détaillés. La modélisation comporte trois parties principales : le choix du modèle, la détermination des paramètres du modèle, et l'estimation de la fréquence du signal via les coefficients et l'ordre du modèle.

Enfin le troisième et dernier chapitre est consacré à la mise en évidence et à l'évaluation des non linéarités des signaux interférométriques via l'implémentation d'algorithmes basés sur des méthodes de ré-échantillonnage non uniforme. Nous présentons et discutons les résultats obtenus.

Chapitre 1 : Interférométrie par balayage en longueur d'onde

1.1 Introduction générale sur le laser

Le laser est une cavité résonnante dans laquelle se trouve un milieu liquide, solide, ou gazeux susceptible d'être excité. Ce milieu dit actif, peut fournir un rayonnement cohérent dans le temps et dans l'espace.

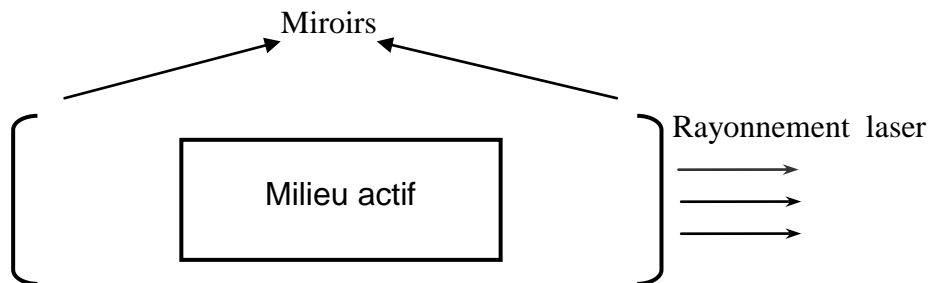


Figure 1-1: laser à cavité résonnante

La cavité résonnante du laser comme indiquée dans la figure (1-1), s'étend entre deux miroirs, l'un réfléchissant et l'autre semi réfléchissant. La longueur d'onde autorisée à résonner dans cette cavité doit remplir deux critères:

- la longueur d'onde oscillante est apportée par le milieu actif,
- la longueur optique du parcours L_{opt} dans un aller-retour doit égal un nombre entier de longueurs d'onde.

$$L_{opt} = \frac{m_{FP}}{2} \lambda_{FP} \quad (1.1)$$

où λ_{FP} désigne la longueur d'onde dans le Fabry-Perot et m_{FP} est un entier qui caractérise le numéro du mode Fabry-Perot.

La longueur de cohérence spectrale L_C est donnée par :

$$L_C = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (1.2)$$

Où, c et $\Delta\nu$ représentent respectivement la vitesse de la lumière dans le vide et la largeur à mi-hauteur de la raie spectrale d'émission.

On définit également la durée de cohérence temporelle par :

$$T_c = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1.3)$$

1.2 Laser accordable

Généralement les lasers ne peuvent émettre que sur une seule longueur d'onde. Cependant, il existe des lasers à longueur d'onde variable appelés lasers accordables. Ils utilisent des diodes de type semi-conducteur qui agissent comme un milieu amplificateur, ou réservoir de gain et non pas comme cavité résonante pour obtenir des plages d'accord continu en longueur d'onde. Les lasers à semi-conducteurs se distinguent des lasers à gaz ou solides par leur petite taille et par leur forte sensibilité au milieu extérieur. Il existe cependant plusieurs configurations développées pour la réalisation des sources lasers à cavité externe à savoir celle de Littrow [10, 11, 12] et celle de Littman/Metcalf [6, 7, 8] (voir figure 1-2 (a) et (b)) [8]. Les diodes laser à cavité externe permettent d'obtenir des plages d'accord continues très importantes avec une faible largeur spectrale et de grandes longueurs de cohérence spectrale. Grâce à ces deux caractéristiques, ces lasers sont appliqués dans les télécommunications par fibre optique, la spectroscopie haute résolution [13] et en particulier dans la télémétrie [14].

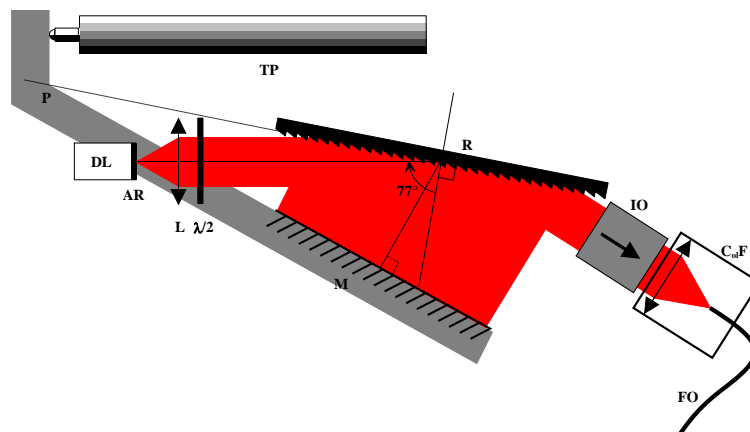


Figure 1-2 (a): prototype de laser accordable à cavité externe en configuration de Littman

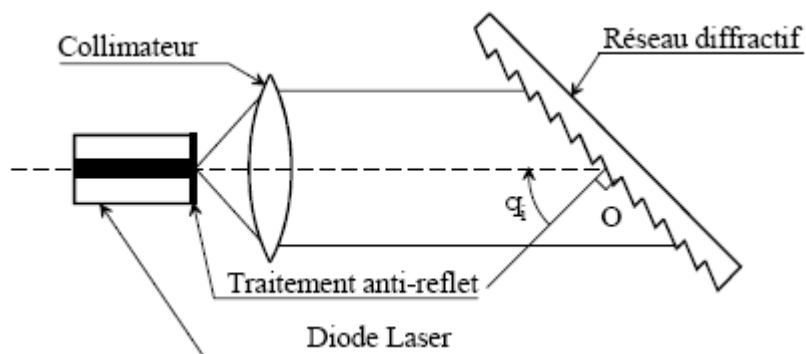


figure1-2 (b): Configuration en Littrow

le prototype de laser accordable montré dans la figure 1-2 (a) est composé d'une diode laser (DL), d'un antireflet (AR), de lentille (L), d'un réseau de diffraction (R), d'un point de pivot (p), d'un miroir (M), d'un isolateur optique (IO) et d'une fibre optique(FO).

1.2.1 Configuration de Littrow

La configuration de Littrow est montrée sur la figure (1-3) [15].

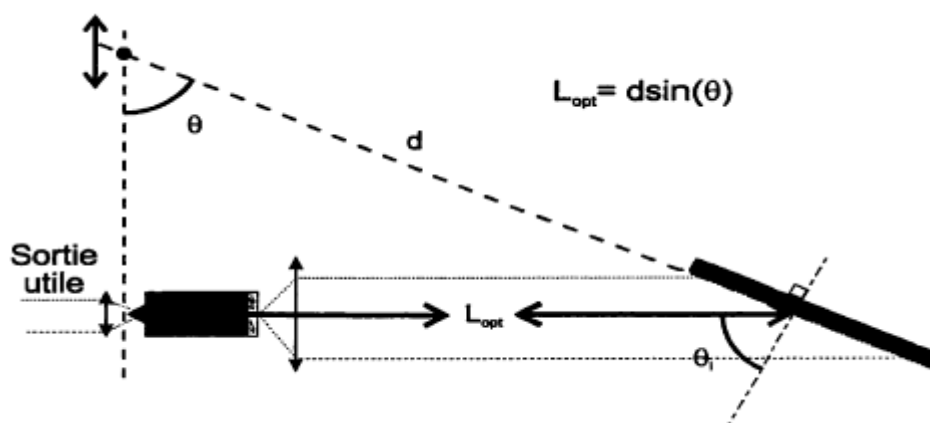


Figure 1-3: Configuration de Littrow

Le réseau tourne autour d'un point distant de d , d est la distance entre le point de pivot et le point d'impact entre le faisceau et le réseau. Le faisceau provenant de la diode superluminescente est réfléchi par le réseau de diffraction et réinjecté dans la diode. La sortie utile du laser en configuration de Littrow se trouve habituellement du côté de la facette hautement réfléchissante. Il est à noter que la longueur optique de la cavité est un peu plus longue que sa longueur physique. Ceci est dû à l'indice de réfraction élevé ($n \sim 3,5$) du semiconducteur. Le seul inconvénient de la présente configuration est la nécessité de corriger verticalement la position du pivot pendant l'accord.

1.2.2 Configuration de Littman/Metcalf

La configuration de Littman/Metcalf est illustrée dans la figure (1-4) [15] :

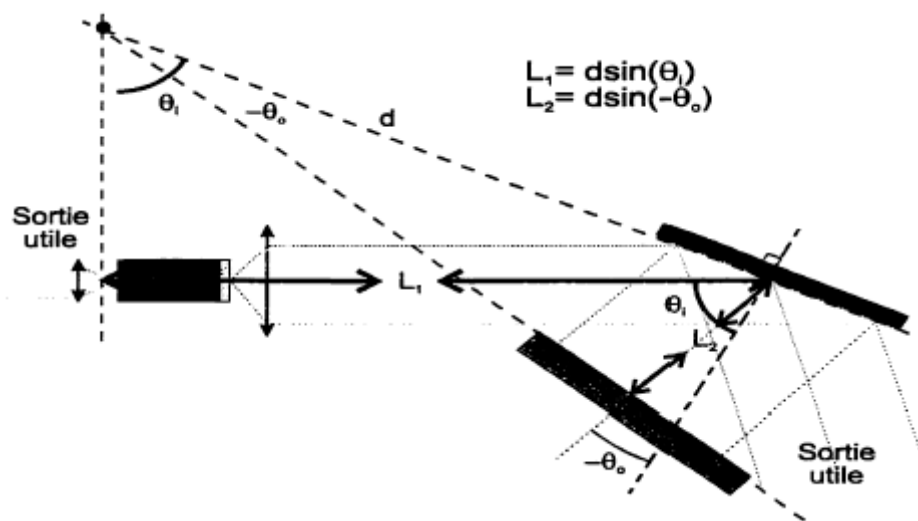


Figure 1-4: configuration de Littman/Metcalf

Cette configuration permet un accord théoriquement plus facile à réaliser que par la configuration de Littrow. En effet, la rotation de l'élément mobile s'effectue autour d'un point fixe contrairement à un point nécessitant une correction continue.

Le faisceau optique sortant de la diode frappe le réseau après un parcours L_1 pour ensuite se projeter partiellement vers un miroir à une distance L_2 du réseau. L'autre partie de la lumière incidente au réseau est réfléchiée pour former une des sorties utiles possibles. La lumière frappant le miroir est retournée en direction de la diode laser par l'intermédiaire du réseau. L'accord est possible par la rotation du

miroir autour du point de rotation tandis que le réseau est immobile. Une seconde sortie optique peut être formée de l'autre côté de la facette hautement réfléchissante.

Pour la configuration de Littman/Metcalf, la figure (1-5) indique

$$L_{\text{OPT}} = L_1 + L_2 = d[\sin(\theta_i) + \sin(-\theta_o)] \quad (1.4)$$

Le miroir est l'élément essentiel pour la réalisation du balayage dans cette configuration.

1.2.3 Comparaison entre les deux configurations

L'avantage de la configuration de Littman/Metcalf sur la configuration de Littrow présentée ici est la possibilité d'un accord continu à partir de la rotation d'un élément autour d'un point fixe. Néanmoins les quatre réflexions du faisceau dans le périmètre de la cavité de Littman/Metcalf entraînent plusieurs désavantages par rapport à la configuration de Littrow. En premier lieu, les nombreuses réflexions entraînent des pertes dans la cavité résonante. Il en résulte que la plage d'accord sera plus étroite et la puissance de sortie plus faible que dans la configuration de Littrow. En plus, l'alignement sera plus sensible dans la configuration de Littman/Metcalf que dans la configuration de Littrow. Ceci permet à la configuration de Littrow une plus grande robustesse que par la configuration de Littman/Metcalf.

1.3 Les éléments constitutifs du laser accordable

Nous allons donner le rôle de chaque élément constituant la cavité externe.

1.3.1 Le milieu amplificateur

On utilise une diode laser comme élément amplificateur du système. L'amplification est rendue possible par le biais d'une inversion de population à la jonction P-I-N de la diode. La lumière en contact avec la jonction, et dont la fréquence est comprise à l'intérieur de la bande de gain du semiconducteur, se trouve alors amplifiée par le mécanisme de l'émission stimulée. Des lasers accordables actuellement commercialisés fondés sur ce principe permettent d'atteindre une plage d'accord continu de 120nm autour 1.52 μm , par exemple, avec une largeur spectrale inférieure à 100 kHz [16].

1.3.2 L'antireflet

Dans le laser à cavité étendue, la diode laser doit être munie d'une couche antireflet (AR) sur sa facette intra-cavité voir figure (1-1). La diode laser ainsi modifiée devient alors une diode superluminescente étant donné le spectre large et puissant qu'elle émet. L'utilité de l'antireflet est d'effacer la cavité résonante de la diode laser de manière à ne conserver que l'amplificateur optique. Une résonance résiduelle dans la diode tend à interférer avec la cavité étendue pour l'établissement d'un mode longitudinal dominant. L'apparition d'un comportement multimode ou l'arrêt de l'oscillation laser lors d'une variation en longueur d'onde est le résultat de l'absence ou d'une carence d'antireflet. Une couche antireflet transmettant au moins 99,90% de la lumière incidente est recommandée pour le bon fonctionnement du laser accordable [17, 18, 19]. De plus, la qualité exigée pour l'antireflet doit croître proportionnellement avec la plage d'accordabilité souhaitée pour le module laser. L'utilisation d'une diode laser sans antireflet comme élément amplificateur conduit à l'obtention d'un laser à cavité externe par opposition au laser à cavité étendue. Le laser à cavité externe est préférentiellement utilisé comme source à faible largeur de raie non-accordable en longueur d'onde.

1.3.3 L'élément sélectif en longueur d'onde

Le plus souvent, l'élément sélectif en longueur d'onde d'un laser à cavité étendue est un réseau de diffraction. Celui-ci diffracte le spectre incident en séparant spatialement les longueurs d'onde selon différents angles de réflexion, voir figure 1-5 (a) [15].

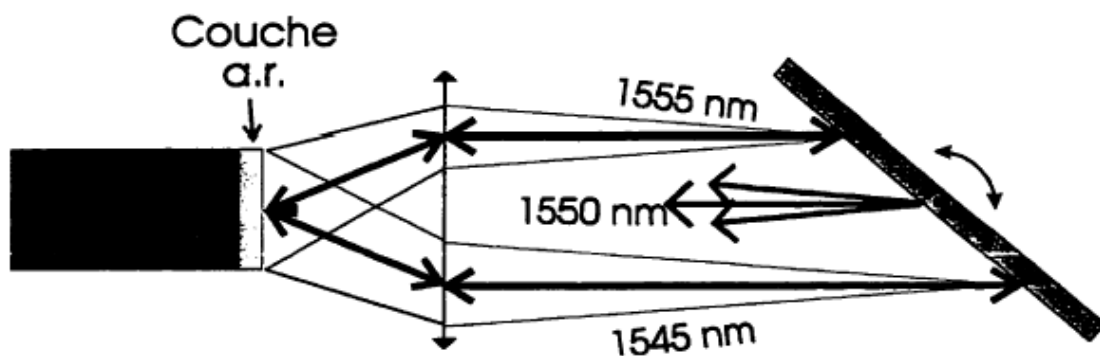


Figure 1-5 (a): laser est composé d'une diode munie d'un antireflet, et d'un réseau de diffraction

La rotation du réseau a pour effet de changer la longueur d'onde réfléchiée dans la diode et il en résulte un changement de la longueur d'onde dominante. Il est donc possible de sélectionner une raie affinée à l'intérieur du spectre d'amplification du laser simplement par une rotation du réseau.

Outre le réseau de diffraction, un réseau de Bragg, un filtre à cristaux liquides ou encore un étalon peuvent être utilisés comme élément sélectif en longueur d'onde.

La figure 1-5 (b) [15] montre la dispersion des longueurs d'onde du spectre incident avec l'angle de sortie. Le faisceau multicolore frappe le réseau avec un angle θ_i par rapport à la normale et est réfléchi à différents angles θ_o . Trois ordres de diffraction sont illustrés ($m_r = -1, 0, +1$) et ce nombre varie selon les paramètres du faisceau et du réseau. Les ordres $m_r = -1$ et $m_r = +1$ diffractent le faisceau incident sur une certaine plage angulaire ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$). L'ordre $m_r = 0$ ne sépare pas les composantes spectrales du faisceau incident.

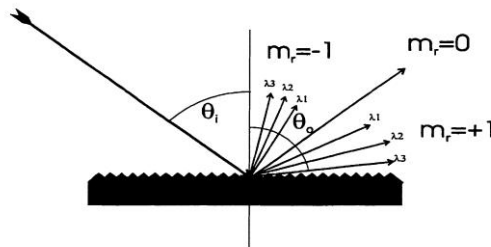


Figure 1-5 b: Faisceau incident de la gauche sur un réseau de diffraction. Le réseau sépare spatialement les composantes spectrales du faisceau incident ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$).

1.3.4 La Cavité résonante:

Sur la figure 1-5 (a), la cavité résonante s'étend de la facette hautement réfléchissante de la diode superluminescente (facette gauche de la diode) jusqu'au réseau de diffraction. La longueur d'onde autorisée à résonner dans cette cavité doit remplir deux critères:

- la longueur d'onde oscillante est sélectionnée par le réseau,
- la longueur du parcours dans un aller-retour doit égaliser un nombre entier de longueurs d'onde.

1.4 Équations d'accordabilité

En admettant que le spectre de gain de la diode superluminescente soit assez large et que les lentilles remplissent leur rôle, les éléments qui ont une influence prédominante sur la longueur d'onde nominale et le comportement dynamique de l'accord sont le réseau de diffraction et la cavité résonante. Voyons comment ils se comportent par une revue des équations qui les régissent.

1.4.1 Équations des réseaux

Les sillons du réseau de diffraction subdivisent le faisceau incident en une multitude de rayons indépendants. Les rayons suivent par la suite un parcours qui leur permet de se regrouper en une position où l'interférence est constructive [20]. Il en résulte que le réseau sépare spatialement les longueurs d'onde. Mathématiquement,

$$\lambda_r = \Lambda \left[\frac{\sin(\theta_0) - \sin(\theta_i)}{m_r} \right] \quad (1.5)$$

où λ_r est la longueur d'onde considérée, Λ est l'espacement entre les sillons. θ_i L'angle du rayon incident par rapport à la normale au réseau, θ_0 l'angle du faisceau de sortie et m_r l'ordre du rayon de sortie.

1.4.2 Équation de la cavité résonante

Outre le réseau de diffraction, la longueur d'onde qui oscille dans un laser à cavité étendue est régie par les modes d'oscillation longitudinaux de la cavité résonante. En effet, l'onde doit être en phase avec elle-même après un aller retour dans la cavité. Cette condition est celle du résonateur Fabry-Perot équation (1.1).

Pour une cavité résonante de longueur L_{opt} constante, seulement certaines longueurs d'onde répondant à la condition (1.1) sont admises. La figure (1-6) [15] ci-dessous illustre le spectre de transmission du Fabry-Perot et le spectre sélectionné par le réseau en fonction de la longueur d'onde. La longueur d'onde qui oscillera dans le laser est celle qui sera sélectionnée simultanément par le réseau de diffraction et par un mode Fabry-Perot.

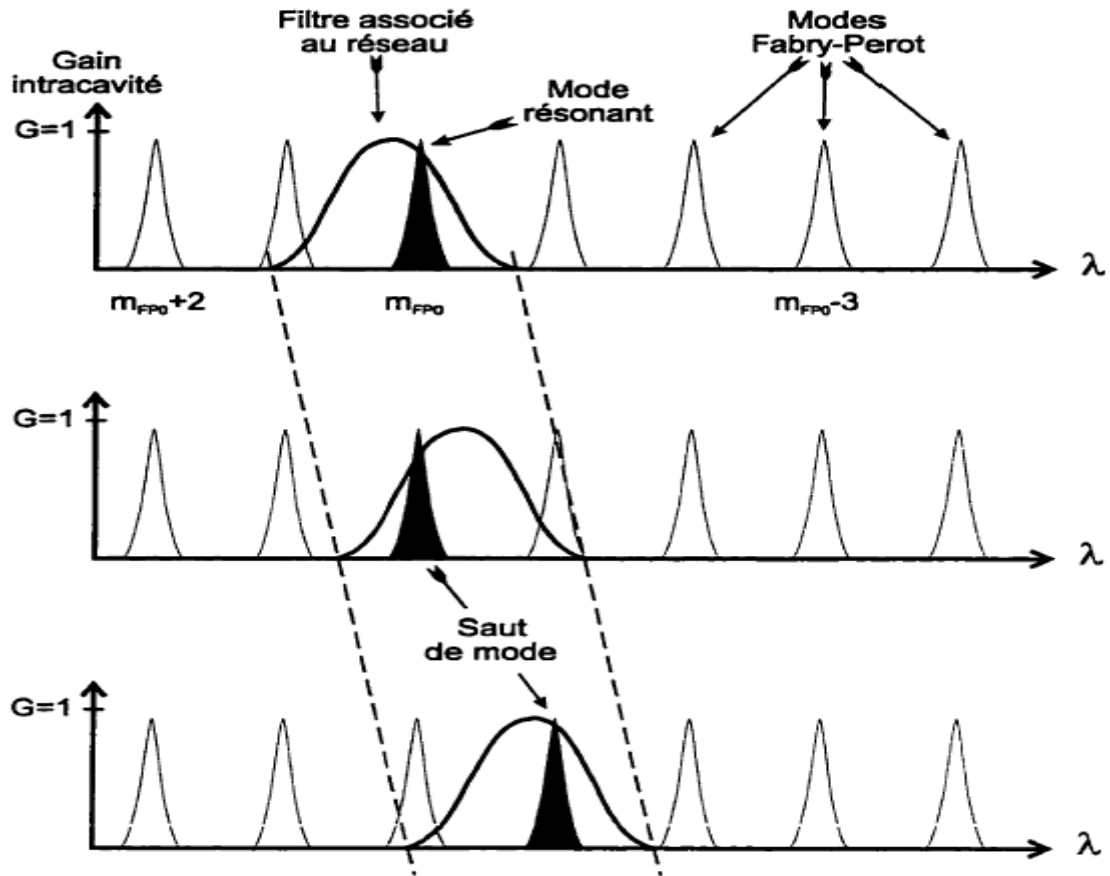


Figure 1-6: Gain intra-cavité des modes Fabry-Perot et du filtre associé au réseau en fonction de la longueur d'onde. Démonstration du processus de sauts de modes lors d'une variation exclusive de la longueur d'onde à partir du réseau

1.4.3 Lasers à accordabilité continue

En tenant compte qu'un laser à accordabilité continue doit simultanément obéir à l'équation des réseaux (1.5) et à l'équation d'un Fabry-Perot (1.1) tel que

$$\lambda_{FP} = \lambda_r \text{ alors}$$

$$\frac{2L_{opt}}{m_{FP}} = \Lambda \left[\frac{\sin(\theta_0) - \sin(\theta_i)}{m_r} \right] \tag{1.6}$$

Cette équation est l'équation générale des lasers à accordabilité continue. Elle exprime mathématiquement la solution du mouvement combiné de translation et de rotation que doit subir le réseau pour l'accord continu.

1.5 Conclusion

L'objectif des lasers accordables est d'obtenir des plages d'accord continu en longueur d'onde assez importantes pour injecter ces sources lasers dans l'interféromètre et avoir par la suite des interférogrammes pour extraire l'information recherchée.

1.6 Principe de la mesure du spectre de la diode

La grandeur à mesurer est la longueur d'onde de sortie de la source. La représentation schématique du procédé de contrôle du fonctionnement de la source est donnée par la figure ci-dessous

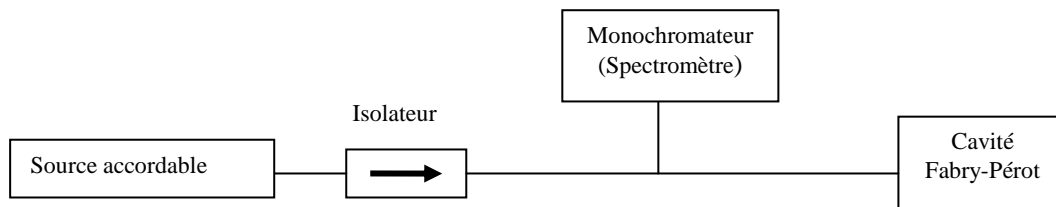


Figure 1-7 : Architecture de la source

1.6.1 Spectromètre

Il permet d'analyser le spectre issu de la diode laser et de pouvoir résoudre l'intervalle entre deux modes de la diode. Le monochromateur est muni d'un photodétecteur qui permet d'obtenir sur un écran d'ordinateur le spectre de la diode

1.6.2 Cavité Fabry-Pérot

L'évaluation des modifications spectrales nécessite un analyseur de spectre optique. Parmi les techniques existantes pour ce genre de mesure, autres que le monochromateur, nous utilisons les cavités résonantes qui reposent sur le principe classique de l'interféromètre Fabry-Pérot. La propriété caractéristique de ce type d'analyseur de spectre est la finesse de la cavité Fabry-Pérot [21].

1.7 Dispositif expérimental utilisé pour la mesure de distance absolue

Le dispositif expérimental utilisé se compose d'une source laser accordable en longueur d'onde, de deux interféromètres montés en parallèle, d'une chaîne d'acquisition et de traitement de signal. Celle-ci est constituée de deux systèmes de détection (photodiode suivie d'un circuit électronique d'amplification) qui délivrent leurs signaux à un oscilloscope numérique. Les données échantillonnées et mémorisées par l'oscilloscope sont envoyées vers un ordinateur et vont être traitées pour extraire la valeur de la distance absolue D_{obj} . La figure (1-8) montre le schéma du montage:

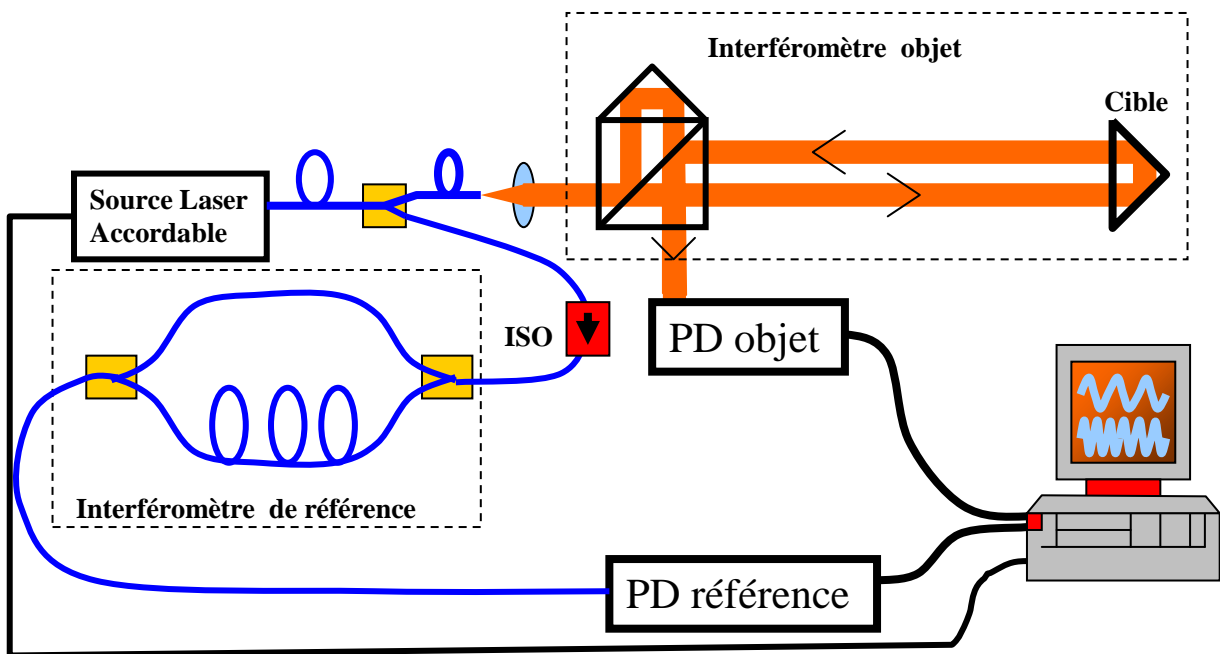


Figure 1- 8: montage expérimentale

L'Oscilloscope permet en plus de la numérisation du signal, de faire une sélection de signaux interférométriques traités. En effet la visualisation du signal sur l'écran de l'oscilloscope permet de détecter les sauts de modes qui peuvent se produire lors du balayage. La présence de sauts de modes se traduit en effet par une variation brutale de la phase du signal interférométrique. Ce type de signal n'est donc pas mémorisé pour le traitement final. Le convertisseur analogique numérique de l'oscilloscope permet de coder des données sur des bits ce qui est largement suffisant pour négliger l'effet de quantification sur la précision de mesure

1.7.1 Principe de mesure par un interféromètre de Michelson

Différents montages optiques sont utilisés pour l'obtention d'interférences (interféromètre de Michelson, interféromètre de Mach-Zehnder, ...).

Nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'interféromètre de Michelson. Dans le domaine de la métrologie dimensionnelle, de nombreux auteurs l'ont utilisé [22, 23, 24]. Le schéma de principe est donné par la figure (1-9). Il est composé d'une source laser, d'un élément séparateur et de deux miroirs M_1 et M_2 . On considère une source laser cohérente qui éclaire la lame semi-transparente laquelle divise le faisceau lumineux en deux, l'un sur le miroir M_1 à la distance D_1 de l'élément séparateur et l'autre sur le miroir M_2 à la distance D_2 . Dans le plan d'observation où les deux faisceaux sont superposés, on observe des franges sombres et des franges claires, ce sont les interférences dues au retard entre les deux ondes respectives réfléchies par le miroir M_1 et le miroir M_2 .

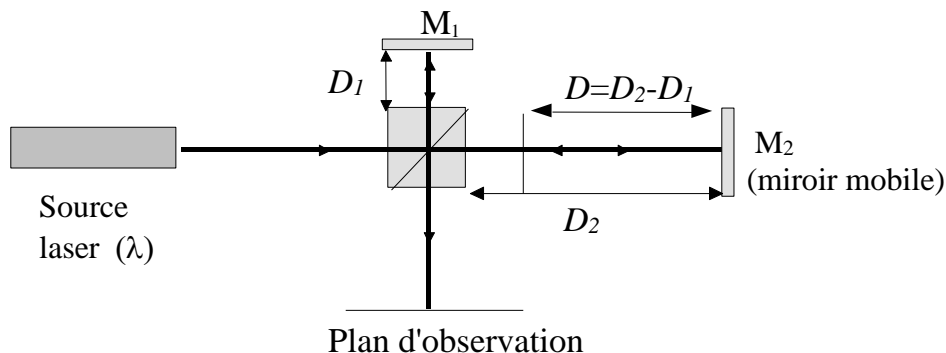


Figure 1-9: Principe classique de l'interféromètre de Michelson.

Pour décrire analytiquement le champ électrique obtenu par la superposition de ces deux faisceaux dans le plan d'observation, nous allons considérer ces deux faisceaux à l'instant t et au point de coordonnées \vec{r} , comme deux ondes planes $e_1(\vec{r}, t)$ et $e_2(\vec{r}, t)$ monochromatiques, de polarisation identique et de même fréquence angulaire ω , issues respectivement des deux bras contenant les miroirs M_1 et M_2 .

On peut représenter les champs électriques de ces deux ondes par les notations complexes suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1(\vec{r}, t) &= A_1 \mathbf{e}^{j(\vec{k}\vec{r} + 2kD_1 - \omega t)} \\ \mathbf{e}_2(\vec{r}, t) &= A_2 \mathbf{e}^{j(\vec{k}\vec{r} + 2kD_2 - \omega t)} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Avec $\mathbf{k} = \frac{2\pi\mathbf{n}}{\lambda}$, n étant l'indice de réfraction du milieu, λ la longueur d'onde dans le vide, A_i l'amplitude du champ et i un élément du couple $\{1,2\}$.

Le champ électrique $\mathbf{e}(\vec{r}, t)$ résultant de la superposition de ces deux ondes dans la zone d'observation est égal à la somme des champs de ces deux ondes :

$$\mathbf{e}(\vec{r}, t) = \mathbf{e}_1(\vec{r}, t) + \mathbf{e}_2(\vec{r}, t) \quad (1.8)$$

Les détecteurs utilisables pour accéder à une information sur l'onde lumineuse sont des récepteurs ayant des réponses quadratiques, ou encore, ils détectent une grandeur proportionnelle à $\langle \mathbf{e}^2(\vec{r}, t) \rangle$, la valeur moyenne temporelle du carré du champ électrique $\mathbf{e}(\vec{r}, t)$. On introduit l'intensité de l'onde $I(\vec{r}, t) = \langle \mathbf{e}^2(\vec{r}, t) \rangle$ que l'on peut écrire sous la forme :

$$I(\vec{r}, t) = I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t) + 2\Re\left\{\langle \mathbf{e}_1(\vec{r}, t)\mathbf{e}_2^*(\vec{r}, t) \rangle\right\}. \quad (1.9)$$

Après développement on obtient :

$$I(\vec{r}, t) = I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t) + 2\sqrt{I_1(\vec{r}, t) \cdot I_2(\vec{r}, t)} \cos(2k(D_2 - D_1)) \quad (1.10)$$

On introduit V la visibilité des franges représentée par :

$$V(t) = \frac{2\sqrt{I_1(t) \cdot I_2(t)}}{I_1(t) + I_2(t)}. \quad (1.11)$$

En posant $D = D_2 - D_1$ et en mettant en évidence l'influence de la visibilité, on peut réécrire la relation (1.10).

$$I(\vec{r}, t) = (I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t)) (1 + V(t) \cos(2kD)) \quad (1.12)$$

Une variation de D produit ainsi une modulation du signal I . En particulier, si D varie linéairement dans le temps, I est un signal sinusoïdal et chacune de ses périodes, communément appelée frange d'interférence ou simplement frange, correspond à une variation de $\lambda/(2n)$ de D . On comprend ainsi comment à partir d'un tel montage interférométrique, il est possible de mesurer un déplacement.

On remarque que l'amplitude du signal, ou encore la visibilité des franges est proportionnelle au coefficient V qui justifie ainsi sa dénomination de facteur de visibilité. A cause de son rôle déterminant dans la qualité du signal, nous allons mettre en évidence les principaux paramètres physiques dont il dépend.

1.7.2 Visibilité de la figure d'interférence

La relation (1.11) montre que la visibilité des franges V est maximale lorsque les intensités I_1 et I_2 des deux ondes qui se superposent sont égales, c'est à dire que les intensités des faisceaux lumineux, après avoir parcourus les deux bras de l'interféromètre, sont identiques. On retrouve donc l'une des qualités que doit posséder l'élément séparateur, à savoir une division de l'intensité du faisceau en deux parties identiques.

Dans le développement précédent, qui nous a amené à l'expression de la visibilité des franges donnée par la relation (1.11), nous avons fait l'hypothèse de deux ondes monochromatiques de même polarisation. Pour prendre en compte le fait que la source laser possède une largeur spectrale non nulle et que les deux ondes $e_1(\vec{r}, t)$ et $e_2(\vec{r}, t)$ n'ont pas nécessairement une polarisation identique, il nous faut réécrire la relation (1.11) et incluant le caractère vectoriel des champs et le degré de cohérence mutuel $|\gamma_{12}|$:

$$V(t) = \frac{2\sqrt{I_1(t) \cdot I_2(t)}}{I_1(t) + I_2(t)} \left(\frac{\vec{e}_1(t) \cdot \vec{e}_2(t)}{|\vec{e}_1(t)| \cdot |\vec{e}_2(t)|} \right) |\gamma_{12}(D)| \quad (1.13)$$

Cette nouvelle expression met à présent en évidence comment la visibilité des franges est dégradée quantitativement lorsque les polarisations des deux ondes incidentes diffèrent l'une de l'autre. En particulier, pour deux ondes polarisées linéairement, la visibilité diminue proportionnellement au cosinus de l'angle entre les deux directions de polarisation. Elle s'annulera donc pour deux ondes de polarisation

orthogonale. Le degré de cohérence mutuel $|\gamma_{12}|$ dépend lui de la transformée de Fourier de la densité spectrale de puissance optique de l'émission laser. Il est donc fonction de la largeur spectrale de l'émission laser mais aussi de sa forme. Par convention, cette longueur particulière est désignée comme étant la longueur de cohérence de l'émission laser. Concernant l'application télémétrique, la source laser choisie doit donc posséder des propriétés spectrales qui offrent une longueur de cohérence suffisamment grande devant la distance maximale que l'on souhaite mesurer.

1.7.3 Degré de cohérence

C'est un paramètre lié à la qualité de la source laser et du séparateur de faisceau; il est compris entre zéro et un et est donné par l'équation suivante :

$$\gamma(t) = \frac{\langle A_1(t+\tau) \cdot A_2^*(t) \rangle}{[I_1(t) \cdot I_2(t)]^{\frac{1}{2}}} \quad (1.14)$$

Dans notre cas, le faisceau est séparé en deux parties supposées identiques donc on a

$$I_1(t) = I_2(t) \text{ et } A_1(t) = A_2(t) \quad (1.15)$$

La source laser bénéficie d'une très grande cohérence temporelle proportionnelle à $1/\Delta\nu$. Dans notre cas, nous utilisons comme source laser une diode à cavité externe dont la longueur de cohérence peut atteindre plusieurs centaines de mètres.

1.8 Interférométrie par balayage en longueur d'onde (MCF)

Par opposition à l'interférométrie classique où la fréquence optique est fixe, et la distance à mesurer est variable, l'interférométrie par MCF fonctionne avec une source laser de fréquence variable et mesure une distance fixe. Le principe de la méthode découle de l'expression de l'intensité $I(t)$ donnée par l'équation (1.10). On constate que pour observer un défilement de franges d'interférences, il faudrait faire varier la phase du signal, exprimée analytiquement par l'expression (1.16), au cours de la mesure. On remarque que la phase de l'interférogramme résultant de l'interféromètre de Michelson dépend de la différence de chemin optique entre les

deux bras et de la longueur d'onde. La différence de phase du signal interférométrique s'écrit

$$\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} nD \quad (1.16)$$

Où nD est la différence de chemin optique entre les deux ondes.

Pour pouvoir observer une figure d'interférence, il faut que la différence de phase varie au cours de la mesure ; pour cela il suffit d'agir sur l'un des paramètres susceptibles de la faire varier. Dans notre cas, le principe de la mesure repose sur l'utilisation d'une source laser accordable en longueur d'onde. La source balaie une plage de longueur d'onde $\Delta\lambda$ à partir de λ_0 de façon linéaire en fonction du temps. L'expression de la longueur d'onde à un instant t est donnée par :

$$\lambda(t) = \alpha t + \lambda_0 \quad (1.17)$$

où α est la vitesse de balayage en longueur d'onde exprimée en $\mu\text{m/s}$.

L'expression de la phase devient alors :

$$\phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda_0 + \alpha t} nD \quad (1.18)$$

Sachant qu'en pratique la plage de balayage est très petite devant la longueur d'onde de la source laser, on effectue un développement limité d'ordre n de l'expression de la phase au voisinage de λ_0 ce qui nous donne :

$$\phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda_0} nD - \sum_{i=1}^N \frac{4\pi}{\lambda_0^{i+1}} nD (\alpha t)^i \quad (1.19)$$

et peut aussi se mettre sous la forme suivante :

$$\phi(t) = \phi_0 + \sum_{i=1}^N \phi_{\lambda i}(t) \quad (1.20)$$

avec

$$\phi_{\lambda i}(t) = -\frac{4\pi}{\lambda_0^2} nD \alpha t \quad (1.21)$$

On constate, que la connaissance de la vitesse de balayage nous permet de déduire la différence de chemin optique D . Comme en pratique, il est difficile de réaliser un

balayage en longueur d'onde parfaitement reproductible et linéaire, α n'est pas constant dans le temps et ne peut être connu avec précision. $\alpha(t)$ est donnée par l'expression suivante :

$$\alpha(t) = (\alpha + \Delta\alpha(t)) \quad (1.22)$$

où $\Delta\alpha(t)$ est la variation de la vitesse de balayage.

Pour s'affranchir de cette contrainte T. Kobayashi [25] a proposé une solution qui consiste à utiliser deux interféromètres dont l'un sert de référence et l'autre de mesure.

1.8.1 Méthode de mesure avec deux interféromètres

Grâce aux deux interféromètres objet et référence, on dispose de deux signaux $I_{\text{ref}}(t)$ et $I_{\text{obj}}(t)$ dont on peut tirer les informations de phase suivantes :

$$\phi_{\text{Ref}}(t) = \phi_r + \frac{4\pi}{\lambda_0^2} n_{\text{Ref}} D_{\text{Ref}} [\alpha_0 + \Delta\alpha(t)] t \quad (1.23)$$

$$\phi_{\text{Obj}}(t) = \phi_o + \frac{4\pi}{\lambda_0^2} n_{\text{Obj}} D_{\text{Obj}} [\alpha_0 + \Delta\alpha(t + \Delta t)] (t + \Delta t) \quad (1.24)$$

où $\Delta(t)$ est la différence entre les instants de départ entre les deux trains d'onde parcourant les bras de référence et de mesure. La connaissance des phases instantanées nous donne les différences de chemin optique des deux interféromètres. L'analyse des deux phases objet et référence montre que pour obtenir le rapport des distances objet et référence, il faudrait éliminer la phase initiale des deux signaux. Pour cela une simple dérivation des deux phases, par rapport au temps, nous donne les fréquences respectives des signaux interférométriques de référence f_{Ref} et objet f_{Obj} . En tenant compte du fait que la phase peut être écrite de la forme $\varphi = 2\pi f t$:

$$\frac{f_{\text{Obj}}(t)}{f_{\text{Ref}}(t)} = \frac{n_{\text{Obj}} D_{\text{Obj}}}{n_{\text{Ref}} D_{\text{Ref}}} \quad (1.25)$$

Cette relation montre qu'il est possible d'effectuer la mesure de distance par cette méthode sans avoir besoin de la connaissance de la longueur d'onde de la source.

Ainsi une connaissance préalable de D_{Ref} nous permet d'obtenir une mesure de la distance D_{Obj} avec une grande précision. A cette fin plusieurs conditions sont nécessaires :

- la distance de référence doit être connue avec une grande précision,
- le chemin optique n'est pas soumis à des variations dues aux phénomènes physiques (comme par exemple la variation de température) qui seront à l'origine de fluctuations de l'indice de réfraction du milieu de propagation,
- la cible objet n'est pas exposée à des vibrations mécaniques au cours de la mesure,
- et l'étendue de la plage d'accord continue en longueur d'onde sera la plus grand possible pour minimiser l'amplification des vibrations. Elle sera liée au traitement du signal adopté pour extraire la fréquence du signal de battement.

Afin de voir l'effet de ces différents paramètres sur nos signaux, on est amené à regarder leur influence sur les solutions existantes.

Cette méthode présente l'avantage de s'affranchir de la vitesse de balayage, cependant elle présente aussi certains inconvénients comme, le nombre de données à traiter qui est plus élevé que dans le cas à un seul interféromètre. La gestion de l'acquisition et le traitement du signal sont plus complexes, le calibrage de l'interféromètre de référence est difficile à réaliser avec une grande précision (la précision sur la mesure dépend de celle de la référence).

1.8.2 Paramètres influents sur la résolution

Dans cette partie, nous allons mettre en exergue quelques phénomènes physiques qui sont susceptibles d'être à l'origine des limitations de la résolution des mesures. On définit alors la résolution fréquentielle comme étant la plus petite variation de fréquence détectable. L'algorithme décrit par l'équation (1.25), montre que la distance qu'on cherche à estimer dépend à la fois de l'environnement et de la méthode mise en œuvre pour l'estimation des fréquences des signaux interférométriques. Parmi les paramètres qui agissent directement sur la précision des distances estimées, on trouve la précision avec laquelle l'interféromètre de référence est calibré, l'influence des perturbations externes tel que les vibrations, les

fluctuations thermiques et les turbulences atmosphériques sur la variation du chemin optique.

1.8.2.1 Effet d'une vibration sur la mesure

L'algorithme de calcul de la distance ne tient pas compte des variations de chemin optique $2nD$. Il est supposé constant, et, que l'origine des variations de la phase instantanée est uniquement due aux variations de la longueur d'onde. Dans le cas d'une vibration mécanique [26] au cours de la mesure, il résulte une variation de la distance géométrique $\Delta D_{\text{vib}}(t)$.

Pour éclaircir la question, nous allons poser l'hypothèse qu'une vibration mécanique au cours de la mesure n'affecte que le miroir cible, ce qui donne le développement suivant :

$$\frac{\partial \varphi_{\text{obj}}}{\partial \varphi_{\text{ref}}} = \frac{D_{\text{obj}} + \Delta D_{\text{vib}}(t)}{D_{\text{ref}}} \quad (1.26)$$

Une variation au cours de la mesure de la cible de l'ordre de la longueur d'onde engendre une variation de la mesure de l'ordre de la longueur d'onde synthétique ($\zeta = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda}$). Donc, pour réduire cette erreur de mesure, deux solutions existent : soit augmenter la plage d'accord continue en longueur d'onde $\Delta \lambda$, soit utiliser en parallèle un autre interféromètre qui permettra de détecter toute variation du chemin optique de l'ordre de la longueur d'onde lors de la mesure [27].

1.8.2.2 Effet de la distance de référence

L'interféromètre de référence doit avoir une différence de chemin optique calibrée avec une précision meilleure que celle de la distance que l'on cherche à déterminer. Pour assurer sa stabilité en fonction de la température, il est nécessaire d'utiliser un matériau de faible coefficient de dilatation thermique. Le matériau ayant le plus faible coefficient connu est le Zérodur [27]. Son coefficient de dilatation est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-8} \text{ K}^{-1}$ sur une plage de température de -20°C à $+50^\circ\text{C}$. La deuxième solution consiste à placer l'interféromètre dans une enceinte qui l'isole du milieu extérieur. Le contrôle précis de la température à l'intérieur de cette enceinte permet d'assurer la stabilité de l'interféromètre. Une des contraintes au niveau de la conception de cet interféromètre, est essentiellement sa longueur ou plus précisément l'ordre de grandeur de la distance de référence. En effet la recherche

d'un système compact et stable conduit à limiter la longueur de l'interféromètre, alors que la recherche d'une grande précision impose une grande différence du chemin optique. Ceci peut être réalisé en utilisant un interféromètre de référence à fibres optiques monomodes [28]. Dans sa thèse, B. Pécheux [8] a effectué la réalisation et l'optimisation des différents paramètres. Cela a permis d'obtenir une différence de chemin optique de l'ordre de la quinzaine de mètres pour un faible encombrement. Il offre en plus l'avantage de pouvoir facilement être isolé des perturbations environnementales [29].

1.8.2.3 Effet de la température

La température modifie la différence de chemin optique de l'interféromètre fibré par deux phénomènes. D'une part l'expansion de la silice avec la température provoque un allongement de la fibre. Et d'autre part, l'indice de réfraction de la silice augmente avec la température. L'allongement d'une longueur L de fibre avec la température T est décrit par le coefficient d'expansion linéaire α qui s'écrit :

$$\alpha_T = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dT} \quad (1.27)$$

et vaut $4,1 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ à 20°C [30]. La variation thermique de l'indice de réfraction $\frac{dn}{dT}$ s'élève à $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [30] à la longueur d'onde de $1,55 \mu\text{m}$. Tenant compte de ces deux coefficients, la variation relative de la différence de chemin optique D_i de l'interféromètre avec la température s'écrit :

$$\frac{1}{D_i} \frac{dD_i}{dT} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} + \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} \quad (1.28)$$

Avec les valeurs numériques précédentes et $n = 1,444$ [31] à la longueur d'onde $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, on trouve $\frac{1}{D_i} \frac{dD_i}{dT} = 8,2 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Ce résultat implique que la température de l'interféromètre de référence doit être maintenue stable à moins de $0,01\text{K}$ afin de contenir l'incertitude relative sur l'interféromètre de référence inférieure à 10^{-6} . Un procédé classique [32] pour améliorer la stabilité de l'interféromètre de référence consiste à l'insérer dans une enceinte isotherme de grande inertie thermique. Une autre solution, qui peut être

complémentaire à la première, est de réaliser l'interféromètre fibré avec des fibres optiques dont la sensibilité thermique est différente pour chacun des bras.

1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le fonctionnement des lasers accordables ainsi que le principe de l'interférométrie par balayage en longueur d'onde

Certains paramètres limitatifs qui peuvent être déterminants pour la dégradation de la précision des mesures ont été discutés. Ces explications nous permettront de mieux saisir la problématique de l'extraction et de la correction des non linéarités de phase dans un signal interférométrique discutée dans le chapitre 3.

Chapitre 2 : Optimisations du traitement du signal

Nous citerons deux méthodes d'analyse des franges à savoir la méthode de comptage des franges et la technique de transformée de Fourier. Ces méthodes présentent des limites de résolution qui se traduit par les non linéarités de la phase du signal interférométrique. Pour palier à ces insuffisances, nous allons proposer une méthode paramétrique appliquée à l'analyse des franges d'interférence. Cette méthode présente l'avantage d'étendre le signal au delà de la fenêtre d'observation, et qui permet donc d'augmenter le pouvoir de résolution. Il conviendra alors de présenter les concepts généraux de la modélisation paramétrique ainsi que le panorama des méthodes dites haute résolution dans le domaine du traitement du signal.

2.1 Les différentes méthodes d'analyse des franges

2.1.1 La méthode de comptage des franges

2.1.1.1 Le principe

Le principe de la méthode découle des observations du signal interférométrique et du théorème des valeurs intermédiaires qui stipule que si le produit d'une fonction $f(x)$ en un point x par elle-même au point x' est négatif, alors il existe un point x'' tel que $f(x'')$ est égale à zéro. La technique de comptage des franges dépend de la méthode choisie [33]. En utilisant deux interféromètres dont l'un sert de référence et l'autre d'objet. La figure (2-1) [34] illustre le principe du comptage des franges le long d'un intervalle de temps $[t_1 t_2]$ qui correspond à une plage de variation continue en longueur d'onde $\Delta\lambda$ [34]. Le premier graphe de la figure (2-1) représente la variation continue en longueur d'onde, que nous avons supposée linéaire pour favoriser la clarté de présentation du principe. Les deux autres graphes représentent les signaux de battement respectifs des deux interféromètres. Les instants de début et de fin du comptage sont respectivement t_1 et t_2 . Ils doivent être parfaitement identiques pour les deux interféromètres, ce qui

nécessite une acquisition synchrone des données, cette condition est rempli avec une carte d'acquisition.

Le traitement du signal nous permettra de déterminer le rapport du nombre de franges du signal objet N_{obj} au nombre de franges du signal référence N_{ref} dans le même intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$. Ceci conduit à extraire le nombre de demi-périodes entières dans chaque signal interférométrique et de déterminer la valeur de la phase initiale et finale de chaque signal.

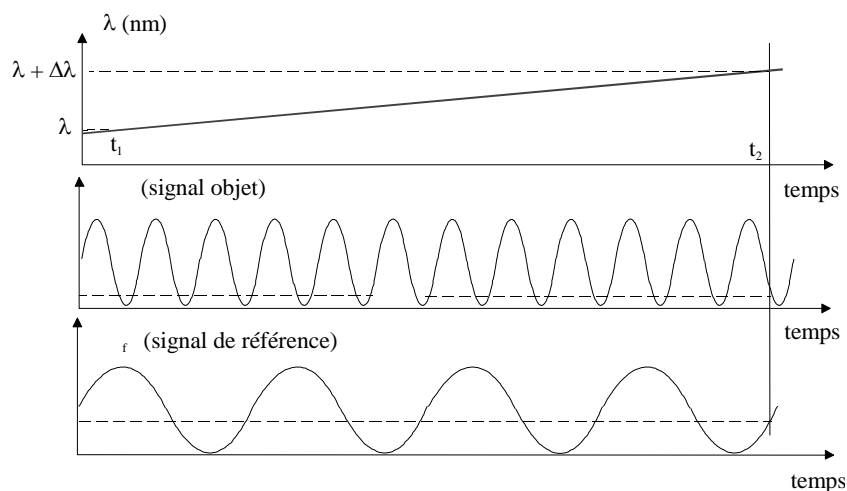


Figure 2-1 : Principe d'extraction de la distance objet par la méthode du comptage de franges.

2.1.1.2 Technique de comptage de franges

La technique de comptage de franges est une des méthodes les plus répandues dans les mesures interférométriques [21]. Le principe de base de cette technique consiste à déterminer la période du signal en détectant le passage du signal par un seuil fixé au préalable et dans un sens donné. Le temps entre deux passages successifs correspond à la période du signal $T_s = 1/f_s$ ou à une frange. La mesure de ce temps permet donc de déterminer la fréquence du signal f_s . Le nombre de périodes ou de franges est déterminé pratiquement en comptant le nombre de fois que le signal interférométrique passe par un seuil. Pour obtenir une estimation de la fréquence du signal ainsi celle du nombre de franges N_{fr} par la relation suivante :

$$f_s = \frac{N_{fr}}{2 \Delta t} \quad (2.1)$$

Il faut alors effectuer la mesure sur un nombre élevé de franges ou considérer un temps d'acquisition assez long. En négligeant l'incertitude sur Δt , l'incertitude relative $\Delta f_s / f_s$ sur la détermination de la fréquence du signal est donnée par :

$$\frac{\Delta f_s}{f_s} = \frac{\Delta N_{fr}}{N_{fr}} = \frac{1}{N_{fr}} \quad (2.2)$$

On constate alors d'après l'équation (2.2) que l'incertitude relative sera d'autant plus faible que le nombre de franges N_{fr} est élevé. Le fait que nous ayons compté un nombre entier de demi franges, nous donne alors une incertitude $\Delta N_{fr} = 1$, c'est la résolution de base de cette technique de comptage. Afin d'améliorer cette résolution, il faut fixer différents seuils de détection du passage du signal. Ce qui permet de prendre en compte plusieurs points par frange. On ne se limite plus au nombre de franges mais on prend en compte le quart de frange si le nombre de seuils est de deux, du huitième de frange, si le nombre de seuils est de quatre, et ainsi de suite. Ce principe est connu sous le nom de l'interpolation de frange, et est largement utilisé dans les systèmes interférométriques actuels [35, 36]. En conséquence, plus la fraction de frange détectée est petite, plus la mesure effectuée sera précise. Donc l'incertitude relative sera inversement proportionnelle au nombre d'échantillons par frange N_{ef} , l'équation (2.2) devient :

$$\frac{\Delta f_s}{f_s} = \frac{1}{N_{fr} \cdot N_{ef}} \quad (2.3)$$

2.1.2 Technique de la Transformée de Fourier

La méthode de traitement désignée par "technique de la transformée de Fourier" (TTF) a été initialement développée pour la topographie par interférométrie par Takeda et *al.* [4]. Elle a été appliquée à la mesure de distance absolue par balayage continu de longueur d'onde par Suematsu et Takeda [5]. L'intérêt principal de l'utilisation de la TTF est de permettre d'extraire une valeur des fréquences $f_{obj}(t)$ et $f_{ref}(t)$ à chaque instant de l'acquisition des signaux interférométriques. On peut

donc accéder à la variation temporelle de chacune des fréquences, contrairement aux méthodes fondées sur la détection du pic du spectre du signal interférométrique.

Contrairement au cas du comptage des franges qui ne fournit qu'une valeur moyenne de ces fréquences, le fait de connaître la valeur de la fréquence à chaque instant permet d'une part de réduire de façon statistique les incertitudes relatives

$\frac{\Delta f_{\text{obj}}}{f_{\text{obj}}}$ et $\frac{\Delta f_{\text{ref}}}{f_{\text{ref}}}$ et d'autre part de diminuer l'effet des non-linéarités de balayage en

fréquence optique [21].

Algorithme d'extraction de la phase

Les intensités qui proviennent de chacun des bras de l'interféromètre de Michelson varient en fonction du temps, en tenant compte des imperfections de la source laser, le signal détecté est donné par :

$$I(t) = I_1(t) + I_2(t) + 2[I_1(t) \cdot I_2(t)]^{\frac{1}{2}} \cos[\phi(t)] \cdot v \quad (2.4)$$

$$I(t) = a(t) + b(t) \cos[\phi(t)] \quad (2.5)$$

$$a(t) = I_1(t) + I_2(t) \quad (2.6)$$

$$b(t) = 2 [I_1(t) \cdot I_2(t)]^{1/2} v \quad (2.7)$$

L'objectif est d'extraire le terme de la différence de phase:

$$\phi(t) = 2\pi f_s(t) \cdot t + \phi_0 \quad (2.8)$$

Où $f_s(t)$ est la fréquence du signal interférométrique et ϕ_0 une constante de phase initiale. Pour cela, on s'affranchit du terme $a(t)$ en suivant les étapes suivantes :

On réécrit l'expression précédente de $I(t)$ en utilisant la formule d'Euler, soit

$$I(t) = a(t) + c(t) \exp\{i2\pi f_s(t) \cdot t\} + c^*(t) \exp\{-i2\pi f_s(t) \cdot t\} \quad (2.9)$$

où $c^*(t)$ est le conjugué de $c(t)$ tel que:

$$c(t) = \frac{1}{2} b(t) \exp\{i\phi_0\} \quad (2.10)$$

La transformée de Fourier de $I(t)$ nous donne:

$$I(\nu) = A(\nu) + C(\nu - f_s) + C^*(-\nu + f_s) \quad (2.11)$$

Où $A(\nu)$ et $C(\nu)$ sont les transformées de Fourier respectives de $a(t)$ et $c(t)$, la phase peut être isolée en suivant l'algorithme :

- sélection de la composante $C(\nu - f_s)$ par filtrage,
- calcul de la transformée de Fourier inverse de $C(\nu - f_s)$ qui nous donne

$$c(t) \exp\{+i2\pi f_s(t) \cdot t\} = \frac{1}{2} b(t) \exp\{i(2\pi f_s(t) \cdot t + \phi_0)\} \quad (2.12)$$

- linéarisation de cette expression, en calculant son logarithme complexe, qui donne:

$$\log(c(t) \exp\{+i2\pi f_s(t) \cdot t\}) = \log(\frac{1}{2} b(t) \exp\{i(2\pi f_s(t) \cdot t + \phi_0)\}) \quad (2.13)$$

- extraction de la partie imaginaire

On obtient finalement la phase $2\pi f_s(t) \cdot t + \phi_0$ d'où les perturbations introduites par les termes $a(t)$ et $c(t)$ ont été éliminées.

On utilise les équations suivantes pour enfin déterminer la distance L_{obj} à partir de L_{ref}

$$\phi_{obj} = \phi_0 + \frac{4\pi}{\lambda_0^2} n L_{obj} \cos(\beta) [\alpha_0 + \Delta\alpha(t)] t \quad (2.14)$$

$$\phi_{Ref} = \phi_0 + \frac{4\pi}{\lambda_0^2} n L_{ref} \cos(\beta) [\alpha_0 + \Delta\alpha(t)] t \quad (2.15)$$

On remarque l'existence du terme ϕ_0 dans $\phi_{ref}(t)$ et $\phi_{obj}(t)$. Celui-ci peut être éliminer en dérivant les deux phases respectives Objet et Référence par rapport à la variable temps, ce qui nous donne les pulsations $\omega_{ref}(t)$ et $\omega_{obj}(t)$.

Comme l'onde objet et l'onde de référence sont issues de la même source laser et le temps de parcours dans les deux interféromètres est pratiquement le même alors la connaissance du rapport des pulsations nous permet de connaître la distance L_{obj}

$$\frac{d\phi_{\text{ref}}}{dt} = \omega_{\text{ref}} = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} nL_{\text{ref}} \cos(\beta) d \frac{[\alpha_0 + \Delta\alpha(t)]t}{dt} \quad (2.16)$$

$$\frac{d\phi_{\text{obj}}}{dt} = \omega_{\text{obj}} = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} nL_{\text{obj}} \cos(\beta) d \frac{[\alpha_0 + \Delta\alpha(t)]t}{dt} \quad (2.17)$$

$$\frac{\omega_{\text{ref}}}{\omega_{\text{obj}}} = \frac{L_{\text{ref}}}{L_{\text{obj}}} \quad (2.18)$$

En gardant les hypothèses émises précédemment :

- les deux signaux interférométriques sont issus de la même source laser,
- le temps de parcours des ondes dans les interféromètres de mesure et de référence étant peu différent, il ne peut engendrer une dégradation importante de la précision sur la détermination de la phase.

Par ailleurs d'autres paramètres altèrent de façon indirecte la précision sur la phase. Ceux-ci sont la durée du signal, le choix des fenêtres temporelle et fréquentielle pour la sélection de la composante utile, etc.

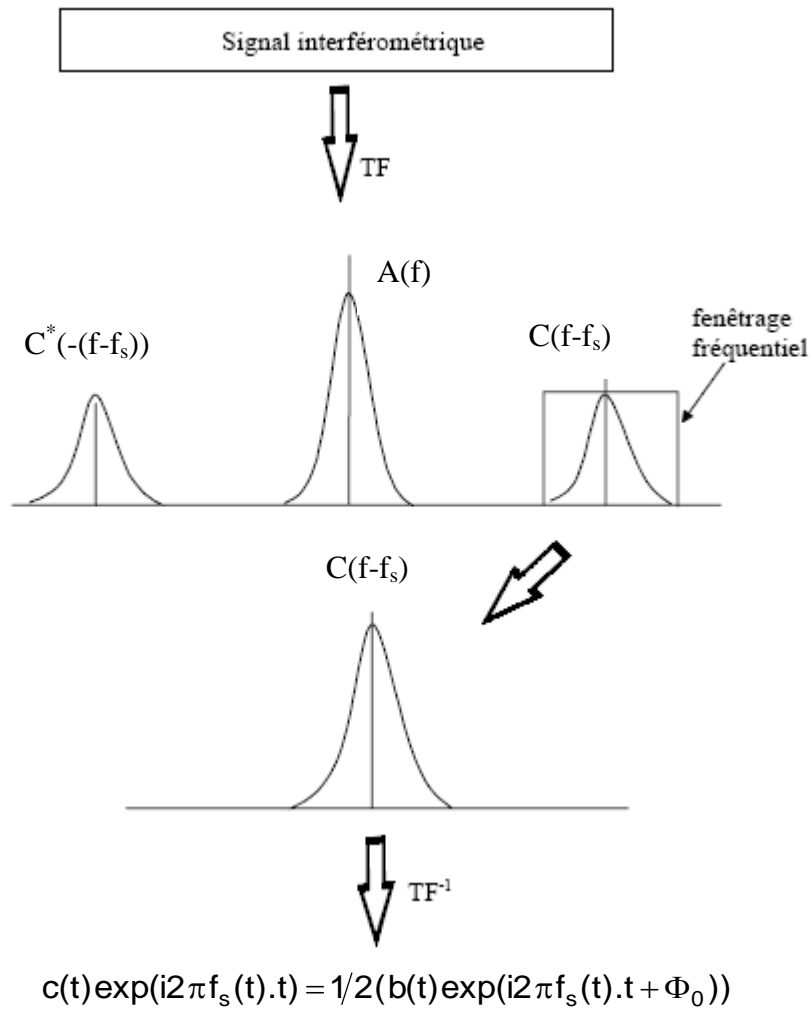


Figure 2-2: Résumé de la Technique de la Transformée de Fourier.

L'une des limitations de la technique de la transformée de Fourier est la sensibilité au bruit d'amplitude qui engendre une dégradation de la résolution [37], une autre limitation est la présence de sous composantes spectrales qui peuvent être très proches de la composante recherchée et ne peuvent pas être éliminées par filtrage.

Par ce biais, nous pouvons nous affranchir de certains problèmes propres à la technique de la transformée de Fourier tels que ceux liés au fenêtrage (à savoir qu'une partie du signal est inexploitable, distorsion du spectre, ...).

2. 2 Les limites du traitement de signal

En se basant sur des résultats bibliographiques, nous allons discuter dans cette partie sur quelques phénomènes physiques qui seront susceptibles d'être à l'origine des limitations de la résolution des mesures. On définit la résolution fréquentielle $\Delta f = f_e / N$ comme étant la plus petite variation de fréquence détectable, avec f_e la fréquence d'échantillonnage et N le nombre d'échantillons.

La distance dépend à la fois de l'environnement et de la méthode mise en œuvre pour l'estimation des fréquences des signaux interférométriques. Parmi les paramètres qui agissent directement sur la précision des distances estimées, on trouve la précision avec laquelle l'interféromètre de référence est calibré, l'influence des perturbations externes tel que les vibrations, les fluctuations thermiques et les turbulences atmosphériques sur la variation du chemin optique. Dans le cadre de notre travail, nous allons nous intéressés uniquement aux limitations de la méthode du traitement.

- **Effet de quantification**

La numérisation des signaux analogiques passe par une opération de quantification du signal analogique. Cette opération induit une perte d'information désignée sous le terme de bruit de quantification. Le bruit de quantification, inversement proportionnel au nombre de bits sur lesquels se fait l'acquisition, provoque ainsi une erreur sur la mesure en fréquence.

L'objectif de ce paragraphe est de préciser l'influence de la quantification des signaux sur le traitement du signal interférométrique. L'effet de la quantification que nous avons évalué dans notre étude est dû à la conversion analogique numérique du signal. Ce bruit est lié en fait au nombre de bits utilisé pour le codage des données acquises. Plus ce nombre de bits est grand plus le bruit dû à la quantification est faible.

- **Bruit blanc**

Le bruit blanc modélise les vibrations, erreurs d'alignement du dispositif, perturbations atmosphériques induisant des variations de position de la cible et variations thermiques.

- **Modulation d'amplitude**

Les signaux étudiés peuvent présenter de légères variations au niveau de leur amplitude. Ces légères variations sont modélisées par une modulation d'amplitude, en faisant jouer aux signaux le rôle d'ondes porteuses et en les modulant par un signal de plus faible fréquence.

Le taux de modulation en amplitude, donné par $m = (A_{\max} - A_{\min}) / (A_{\max} + A_{\min})$, caractérise les variations plus ou moins fortes en amplitude de la porteuse modulée. Le signal modulateur, de fréquence de modulation $f_{\text{mod_ampl}}$ et à la fréquence d'échantillonnage f_e , est donné par :

$$S(n) = A * (1 + m * \cos(2 * \pi * n * f_{\text{mod_ampl}} / f_e)) \quad (2.19)$$

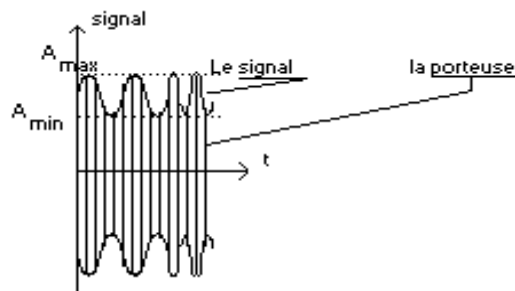


Figure 2-3: Principe de la modulation d'amplitude

- **Modulation de fréquence**

La vitesse de balayage en longueur d'onde, dépendante de la diode laser utilisée, induisait, dans le calcul de la distance, une erreur liée à la non-linéarité de cette vitesse. Ce problème, résolu par l'utilisation de deux interféromètres dont l'un joue le rôle de référence et l'autre d'objet, ne doit cependant pas faire oublier que la non-linéarité de la vitesse de balayage en longueur d'onde induit sur les signaux générés même des variations sur leur phase.

La phase φ des signaux en sortie du laser s'écrit : $\varphi = 2\pi D / \lambda$ avec D la distance absolue recherchée et λ la longueur d'onde. Le balayage en longueur d'onde du laser revient à faire varier sa longueur d'onde λ sous la forme $\lambda = \lambda_0 + \alpha t$,

avec λ_0 longueur d'onde de départ et α la vitesse de balayage, ce qui permet de réécrire : $\varphi = 2\pi D/(\lambda_0 + \alpha t)$.

La vitesse de balayage α n'étant pas linéaire mais elle-même dépendante du temps, elle introduit sur les signaux une variation de la phase en fonction du temps, c'est-à-dire une modulation de phase.

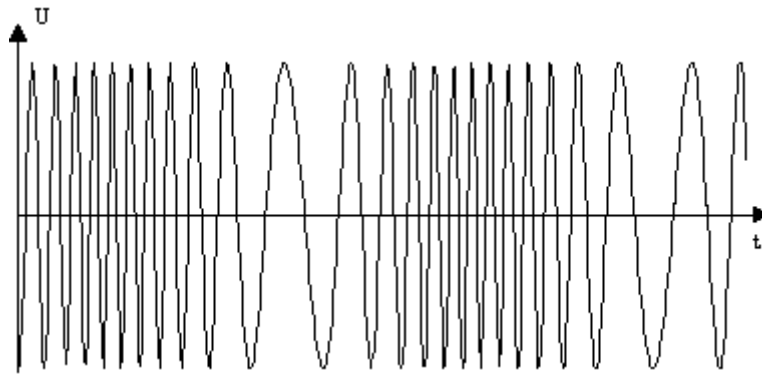


Figure 2-4: principe de la modulation de fréquence

- **Influence de la durée finie sur le traitement du signal**

Le nombre de points de mesure influe sur l'incertitude en fréquence. Si ce nombre de points est trop important, on allonge inutilement les calculs et le programme tourne lentement. Il faut donc déterminer un nombre suffisant de points expérimentaux à acquérir.

2. 3 Les Méthodes paramétriques

Il existe deux grandes classes de méthodes pour l'estimation de la densité spectrale d'un signal : les méthodes non paramétriques basées sur l'analyse de Fourier qui permettent l'accès direct à l'information [38] et les méthodes paramétriques, qui contrairement à la première catégorie, exigent l'identification des paramètres du modèle pour accéder à l'information. Ces méthodes, dites à « haute résolution », sont apparues en traitement de signal. Elles permettent de séparer des signaux que le traitement classique ne sépare pas. En analyse spectrale de signaux temporels, elles distinguent des sinusoides dont l'écart en fréquence est inférieur à la résolution classique obtenue par la transformée de Fourier. Devant la diversité des méthodes existantes, il est apparu intéressant d'évaluer les limites théoriques

absolues des performances en haute résolution. Pour cela, à l'aide des bornes de Cramer-Rao, les erreurs minimales d'estimation des fréquences sont calculées pour deux sinusoïdes. La formule littérale ainsi obtenue, permet d'évaluer l'influence des différents paramètres (rapport signal sur bruit, déphasage relatif). A partir des erreurs d'estimation, un critère intuitif de résolution est introduit, chiffrant les limites des gains en haute résolution.

La modélisation paramétrique est une démarche qui consiste à supposer qu'un signal observé est produit par un système auquel on attribue une structure particulière par l'intermédiaire d'un produit mathématique, plus au moins simple, qui est le reflet du système physique à étudier. Il existe plusieurs articles et ouvrages de synthèse sur l'estimation paramétrique [9, 39, 40] et différents auteurs ont consacré plusieurs chapitres dans leurs ouvrages à l'estimation des fréquences d'une somme de sinusoïdes bruitées [41, 42].

Pour qu'un modèle paramétrique présente un intérêt pratique, il doit être défini par un nombre limité de paramètres [43].

La modélisation paramétrique de l'estimation spectrale comporte trois parties principales : la première partie consiste à choisir le modèle, la deuxième portera sur la détermination des paramètres du modèle et enfin la troisième partie sera consacré à l'estimation de la fréquence du signal via les coefficients et l'ordre du modèle (paramètres du modèle), par la suite nous allons préciser les critères de choix du nombre de coefficients du modèle.

Une classe importante de signaux est constituée par ceux que l'on considère issus d'un système linéaire excité par un bruit blanc. Le système linéaire dynamique est appelé processus générateur, ce qui veut dire que le signal est modélisé par un filtre [43] (voir schéma). L'accès aux informations portées par le signal se fait via les paramètres du filtre générateur d'où le qualificatif de méthodes paramétriques.



Schéma illustratif

On rencontre dans la littérature, les modèles autorégressifs à moyennes ajustées (ARMA), les modèles autorégressifs (AR) et les modèles à moyennes ajustées (MA).

Dans le cadre de notre étude, nous allons plus particulièrement nous focaliser sur les modèles AR. Ce modèle nous permet de prédire le signal dans les zones de sauts de modes qui engendrent les sauts de phase en se basant sur les observations passées du signal.

2.3.1 Modèle autorégressif

L'approximation d'un processus aléatoire par une série ou par un modèle à fonction de transfert rationnelle est chose courante.

Soit un signal analogique $x(t)$ représenté par ses échantillons à des instants $n-p, \dots, n-1, n$ avec des intervalles en période d'échantillonnage T_e et que nous noterons: $x(n-p), \dots, x(n-1), x(n)$. Nous supposons que ce signal est généré par une excitation $w(n)$.

2.3.1.1 Représentation temporelle

Un modèle AR d'ordre p est donné par l'équation suivante :

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + w(n) \quad (2.20)$$

Où les $\{a_k\}$ sont les paramètres du modèle et les $w(n)$ un bruit blanc centré.

Lorsqu'un signal $x(n)$ est approché par le modèle (2.10) le bruit $w(n)$ correspond à l'erreur de modélisation qui ne vérifie pas forcément l'hypothèse de blancheur.

2.3.1.2 Représentation fréquentielle

Le passage du domaine temporel vers le domaine fréquentiel est réalisé par l'application de la transformée en z du signal échantillonné. Le signal $u(n)$ correspond alors au filtrage linéaire du bruit blanc $w(n)$ par un filtre stable de fonction de transfert en z [44] (les pôles sont à l'intérieur du cercle unité):

$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} = \frac{1}{A(z)} \quad (2.21)$$

On constate que $H(z)$ représente la fonction de transfert du filtre AR et peut être interprété comme un filtre excité par une entrée $E(z)$.

$$\frac{X(z)}{E(z)} = H(z) \quad (2.22)$$

La résolution des polynômes $A(z)$ nous donne les pôles de $H(z)$ dans le plan complexe. $A(z)$ représente les coefficients du filtre.

Dans le cas où le signal $x(n)$ est composé d'une somme de sinusôides, alors la relation de récurrence est la suivante :

$$x(n) = \sum_{k=1}^K A_k \cos(2\pi f_k n + \phi_k) = -\sum_{k=1}^{2K} a_k x(n-k) \quad (2.23)$$

Les pôles $Z_k = \alpha_k e^{j2\pi f_k}$ sont les racines du polynôme suivant [48]:

$$1 + \sum_{k=1}^{2K} a_k z^{-k} = \prod_{k=1}^K (1 - Z_k z^{-1})(1 - Z_k^* z^{-1}) \quad (2.24)$$

Avec $k=1, 2, \dots, K$

Les pôles $Z_k = \alpha_k e^{j2\pi f_k}$ contiennent l'information recherchée. L'analyse de l'équation (2.23) montre qu'il faut connaître l'ordre du modèle générateur et ses paramètres.

La densité spectrale de puissance

On définit La densité spectrale de puissance DSP d'un signal comme la transformée de Fourier de la fonction d'auto corrélation du signal. Elle représente la répartition de la puissance sur l'axe des fréquences. La densité spectrale de puissance est quadratique c'est-à-dire qu'elle est indépendante de la phase du signal. De plus elle est toujours réelle et positive.

La densité spectrale de puissance du modèle Autorégressif AR (p) est donnée par l'équation suivante :

$$P_{AR} = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum_{i=1}^p a_i \cdot e^{(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_k \cdot i)} \right|^2} \quad (2.25)$$

Où σ^2 est la variance du bruit blanc.

2.3.2 Choix du modèle autorégressif

La modélisation AR est une des méthodes les plus utilisées en analyse spectrale paramétrique. Le choix du modèle AR est dû à son aspect linéaire qui est facile à exploiter, puisqu'il suffit seulement de déterminer les paramètres du modèle.

Le modèle AR exprime le signal à l'instant n comme étant la combinaison linéaire des $n-1$ échantillons précédant l'instant n . Du fait qu'on peut prédire linéairement la valeur future d'un signal en se basant sur les observations précédentes, on pourra exploiter le signal en dehors de la fenêtre d'observation pour augmenter la résolution [9].

2.3.3 Identification des paramètres du modèle

Plusieurs méthodes ont été proposées pour l'estimation des paramètres du modèle générateur du signal. Parmi elles, on trouve : les méthodes basées sur la minimisation de l'erreur de prédiction, les méthodes du type Yule-Walker, les méthodes géométriques, les méthodes basées sur les moments d'ordre supérieur, etc.... Dans un premier temps nous allons décrire la méthode basée sur la minimisation de l'erreur de prédiction et la méthode de type Yule-Walker pour l'estimation des paramètres du modèle.

2.3.3.1 Equation de Yule-Walker

L'estimation de la DSP nécessite la connaissance des coefficients, a_1, \dots, a_p et la variance du bruit σ^2 . Il existe des relations linéaires entre ces coefficients et la fonction d'autocorrélation du signal $x(n)$ à analyser. Ces relations sont connues sous le nom des équations de Yule-Walker développées ci-dessous. La fonction d'autocorrélation du signal $x(n)$ a pour expression :

$$r_{xx}(k) = E[x_{n+k} x_n] \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned}
r_{xx}(k) &= \mathbb{E} \left[x(n) \cdot \left(- \sum_{l=1}^p a_l x(n-l+k) \right) + w_n(n+k) \right] \\
&= - \sum_{l=1}^p a_l \cdot r_{xx}(k-l) + \mathbb{E}[w(n+k) \cdot x_n(n)]
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Le modèle est parfaitement défini par la solution d'un système linéaire de $p+1$ équations à $p+1$ inconnues la résolution de ce système peut se faire par une méthode classique, par exemple une méthode de Gauss, ce qui nécessite une complexité (nombre d'opérations) en $O(p^3)$. Levinson et Durbin ont exploité la structure Toeplitz [45] de matrice d'autocorrélation pour mettre au point un algorithme qui a une structure récursive ne nécessitant que $O(p^2)$ opérations [46].

2.3.3.2 Algorithme de Levinson Durbin

La résolution des équations Yule-Walker par les méthodes d'analyse numérique classique est gourmande en temps de calcul. En profitant de la structure particulière de la matrice de corrélation définie positive (matrice de Toeplitz) l'algorithme de Levinson, permet de réduire la complexité. Cet algorithme permet de résoudre efficacement les équations du système (2.35), calcule récursivement l'ensemble des paramètres du modèle $a_1, \rho_1, a_2, \rho_2, \dots, a_p, \rho_p$ ainsi que σ . L'algorithme récursif de Levinson est initialisé par :

$$a_1 = - \frac{r_{yy}(1)}{r_{yy}(0)} \tag{2.28}$$

$$\rho = (1 - |a_1|^2) \cdot r_{yy}(0) \tag{2.29}$$

où ρ est un coefficient de réflexion, pour $k = 2, 3, \dots, p$

$$a_k(k) = - \frac{r_{yy}(k) + \sum_{l=1}^{k-1} a_{k-1}(l) \cdot r_{yy}(k-l)}{\rho_{k-1}} \tag{2.30}$$

Pour $i = 1, 2, \dots, k-1$

$$a_k(i) = a_{k-1}(i) + a_{k-1}(i) \cdot a_{k-1}(k-i) \quad (2.31)$$

$$\rho_k = \left(1 - |a_k(k)|^2\right) \cdot \rho_{k-1} \quad (2.32)$$

Finalement $a_p(p) = a(p)$ pour $i = 1, 2, \dots, p$

Donc un processus AR (p) est donné par :

$$r_{yy}(k) = \begin{cases} -\sum_{i=1}^p a_i(i) r_{yy}(k-i) & \text{pour } k \geq 1 \\ -\sum_{i=1}^p a_i(i) r_{yy}(i) + \sigma^2 & \text{pour } k=0 \end{cases} \quad (2.33)$$

2.3.3.3 Méthodes basées sur la minimisation de l'erreur de prédiction

Si on souhaite approcher un signal $x(n)$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, par un modèle AR donné par l'équation (2.20) on minimise l'erreur quadratique de la prédiction exprimée par l'équation suivante :

$$\min \left\{ \varepsilon = \sum_{k=p}^{N-1} |w(n)|^2 = \sum_{k=p}^{N-1} \left| x(n) + \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) \right|^2 \right\} \quad (2.34)$$

La résolution de cette équation nous donne des solutions de la forme suivante :

$$\hat{a} = -(X_1^H X_1)^{-1} X_1^H x_1 \quad (2.35)$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{a}_p \end{bmatrix} \quad X_1 = \begin{bmatrix} x(p-1) & \cdot & \cdot & \cdot & x(0) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x(N-2) & \cdot & \cdot & \cdot & x(N-p-1) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} x(p) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Où $(.)^H$ désigne le transposé conjugué de $(.)$, \hat{a} est l'estimateur de 'a' et X' est la matrice transposée de X . Afin de ne pas nous limiter uniquement au cas des signaux réels, nous garderons par la suite les notations complexes. Cette méthode d'estimation est appelée méthode des covariances car la matrice $X_1^H X_1$ et le vecteur $X_1^H x_1$ sont les estimateurs du signal $x(n)$ à un coefficient multiplicatif près. Morf a établi un algorithme récursif permettant de calculer cette solution sans inversion de matrice [48]. Les pôles estimés peuvent être parfois à l'extérieur du cercle unité, mais c'est relativement rare. Cette méthode peut être améliorée en tenant compte du fait que le signal $x(n)$ vérifie les équations suivantes :

$$x(n) = \sum_{k=1}^p a_k^* x(n+k) + w_r(n) \quad (2.38)$$

où $w_r(n)$ représente l'erreur de prédiction arrière, par contre dans l'équation (2.20) $w(n)$ est l'erreur de prédiction avant. La solution des moindres carrés qui minimise la somme des erreurs de prédiction arrière et avant est donnée comme suit :

$$\hat{a} = -(X_2^H X_2)^{-1} X_2^H x_2 \quad (2.39)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} x^*(N-p) & \dots & x^*(N-1) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x^*(p) & \dots & x^*(1) \\ x(p-1) & \dots & x(0) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x(N-2) & \dots & x(N-p-1) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} x^*(N-p-1) \\ \vdots \\ \vdots \\ x^*(0) \\ x(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Cette méthode est appelée méthode modifiée des covariances [49]. Elle est généralement plus performante que la méthode des covariances (où méthode du maximum d'entropie) car elle est un cas particulier lorsque le bruit est Gaussien.

Burg [50] a développé un algorithme récursif permettant d'obtenir les coefficients de réflexion qui minimisent la somme des erreurs de prédiction avant et arrière [51], ce qui permet d'en déduire, en utilisant la récursion de Levinson-Durbin, les paramètres AR. L'avantage de cette méthode est que les pôles estimés sont toujours à l'intérieur ou sur le cercle unité, ce qui assure la stabilité du filtre. Ses principaux inconvénients sont un dédoublement des raies spectrales dans le cas d'un signal composé d'une sinusoïde bruitée avec un fort rapport signal sur bruit et une sensibilité à la phase initiale.

La sensibilité de la solution est évaluée grâce au conditionnement κ du système d'après Goulub et est donnée par [52]:

$$\kappa = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (2.42)$$

Où λ_{\max} et λ_{\min} sont les valeurs propres de la matrice.

Lorsque l'estimation des paramètres AR est réalisée au sens des moindres carrés, la sensibilité aux phases initiales diminue mais peut rester importante si le nombre d'échantillons est faible. W. Y. Chen [53] a montré par des simulations que cette sensibilité diminue quand le nombre de données augmente.

2.3.3.4 Méthode de Burg :

Le principe de la méthode de Burg est basé sur la minimisation de la moyenne arithmétique des erreurs de prédiction avant et arrière de chaque ordre en utilisant la méthode de Levinson sur les paramètres du modèle AR et la variance du bruit blanc est donnée par l'expression suivante :

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=p+1}^N |w_p^{\text{ar}}(n)|^2 + \frac{1}{N} \sum_{n=p+1}^N |w_p^{\text{av}}(n)|^2 \right) \quad (2.43)$$

Les erreurs de prédiction avant et arrière sont définies comme suit :

$$w_p^{\text{ar}}(n) = x_n + \sum_{i=1}^p a_{i,p}^{\text{ar}} x_{n-i} \quad (2.44)$$

$$w_p^{\text{av}}(n) = x_n + \sum_{i=1}^p a_{i,p}^{\text{av}} x_{n+i} \quad (2.45)$$

$$a_{i,p} = \begin{cases} a_{i,p-1} + \rho_{p-1} a_{i,p-1} & 1 \leq i \leq p-1 \\ \rho_p & i=p \end{cases} \quad (2.46)$$

Où les a_i sont les coefficients du modèle et les ρ_k sont les coefficients de réflexion.

Nous avons choisi d'utiliser la méthode de Burg pour la modélisation de nos signaux interférométriques, car cette méthode assure la stabilité contrairement à la méthode de la covariance et de la covariance modifiée. Cette méthode présente une meilleure résolution que la méthode de Yule-Walker dans le cas des courtes séquences. La méthode de Yule-Walker nécessite un prétraitement des données (fenêtrage) et pour cette raison nous avons dans un premier temps écarté cette méthode. Le tableau ci-dessous résume les avantages et les limitations des différentes méthodes de calcul des coefficients d'un modèle AR. Parmi les limitations majeures de cette méthode on relève le dédoublement des raies spectrales dans le cas des ordres élevés mais dans notre cas comme l'ordre de notre modèle ne dépasse pas 10, ce problème n'a pas été observé dans le cas de nos signaux analysés par cette méthode. La différence majeure entre ces méthodes est: les méthodes de la covariance et la covariance modifiée sont basées sur la minimisation de l'erreur de prédiction avant par contre la méthode de Burg est basée sur la minimisation de l'erreur de prédiction avant et arrière. Le biais engendré par la présence du bruit sur la localisation des fréquences et la dépendance de la fréquence initiale sont négligeables par rapport aux autres sources d'erreurs tel que les non-linéarités.

Tableau 2.2: Caractéristiques des différentes méthodes de calcul des coefficients du modèle AR [54]:

	Burg	Covariance	Covariance modifiée
Avantages	Haute résolution pour les courtes séquences	Haute résolution pour les courtes séquences	Haute résolution pour les courtes séquences
Limitations	Fréquence dépend de la phase initiale Dédoublage de raie pour les ordres élevés Biaisé en présence de bruit	Stabilité du modèle non garantie Nécessite un ordre élevé	Fréquence dépend de la phase initiale Stabilité du modèle non garantie

2.3.4 Identification de l'ordre du modèle

Plusieurs critères de sélection de l'ordre du modèle AR ont été proposés, mais cela ne reste qu'une approche. Tous sont basés sur la détermination de l'ordre qui minimise l'erreur quadratique de prédiction. Parmi ces critères on trouve : le critère "final prediction error" (FPE) élaboré par Akaike en 1970 [55]. Le même auteur a développé en 1974 un autre critère, "Akaike information criterion" AIC [56], en 1974 Parzen a mis au point le "criterion autoregressive transfer function" CAT et on trouve encore un autre critère dit des autocorrélations partielles qui est le résultat des travaux de Box et Jenkins 1976 [43]. Tous ces critères sont basés sur la minimisation de l'erreur quadratique.

2.3.5 Critère AIC

L'ordre sélectionné par le critère AIC est celui qui minimise l'équation suivante :

$$\text{AIC}(p) = N \ln(\sigma_p^2) + 2p \quad (2.47)$$

où σ_p^2 est l'estimation de la variance de bruit blanc à l'ordre p et N est la taille du signal (erreur quadratique de prédiction). Ce critère de sélection de l'ordre a tendance à surestimer l'ordre du modèle pour des courtes séquences du signal [34].

2.4 Conclusion

Nous avons présenté deux méthodes classiques du traitement des signaux interférométriques, comptage de franges, et la technique de la transformée de fourrier pour L'extraction de la mesure de distance par modulation continue de fréquence optique.

Nous avons vu que le problème de mesure des distances se transpose directement au cas de l'estimation des fréquences. Ces méthodes sont limitées intrinsèquement par le pouvoir de résolution qui est inversement proportionnel au nombre d'échantillons traités. Afin, de surmonter ces limitations, nous avons proposé une méthode haute résolution pour l'estimation des fréquences qui est la modélisation par un processus AR. Les résultats de la méthode que nous proposons seront traités dans le chapitre 3.

Chapitre 3 : Extraction et correction des non linéarités de phase dans un signal interférométrique

On appelle la non linéarité d'un signal interférométrique tout phénomène engendrant une variation temporelle de la fréquence du signal interférométrique [21]. Elle est caractérisée par l'ensemble des paramètres qui rendent la fréquence du signal variable durant la mesure en considérant un balayage en longueur d'onde [25]. Les non linéarités de la phase du signal interférométrique peuvent être dues à plusieurs facteurs : instabilité de la source laser, erreurs d'alignement du système de mesure, vibrations, variation de la température, turbulences atmosphériques et non linéarité de la fréquence du signal.

L'objectif de ce chapitre est, d'une part, de mettre en évidence la présence des non linéarités dans la phase du signal interférométrique et de proposer des algorithmes d'évaluation de ces non linéarités à travers des simulations. D'autre part, nous déduisons la résolution sur la mesure de distance absolue.

3.1 Mise en évidence des non linéarités dans un signal réel

Par une simple analyse fréquentielle, nous allons montrer que les signaux interférométriques dont nous disposons sont affectés par des non linéarités de phase. On sait que l'analyse en fréquence est une opération qui effectue une moyenne sur toute la durée, et que certains aspects temporels peuvent être complètement cachés [57], comme c'est le cas par exemple pour l'ordre d'apparition des fréquences. La méthode d'analyse du signal qui a été utilisée [34], consiste à découper dans le temps le signal en N sous-intervalles et à effectuer des transformées de Fourier par sous-intervalles. Il est à noter que le choix de la taille et du nombre de blocs sont conditionnés par la résolution du calcul de la transformée de Fourier [57]. Dans le cas étudié, la variation de la fréquence du signal interférométrique étant de l'ordre de 1% de la fréquence moyenne. Il a été vérifié que la subdivision de ce signal en deux ou trois blocs suffit pour montrer qu'il présente des non linéarités.

Résultats:

La figure (3-1) représente une partie du signal interférométrique expérimental à analyser. Les figures (3-2) et (3-3) montrent la densité spectrale du signal composé respectivement d'un et deux blocs de même taille.

Les résultats obtenus montrent clairement que les différentes séquences du signal interférométrique présentent des fréquences différentes.

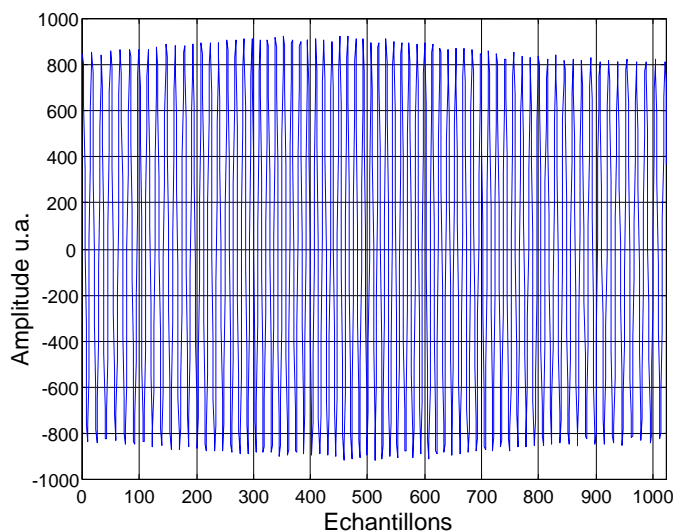


Figure 3-1: Partie du signal interférométrique enregistré

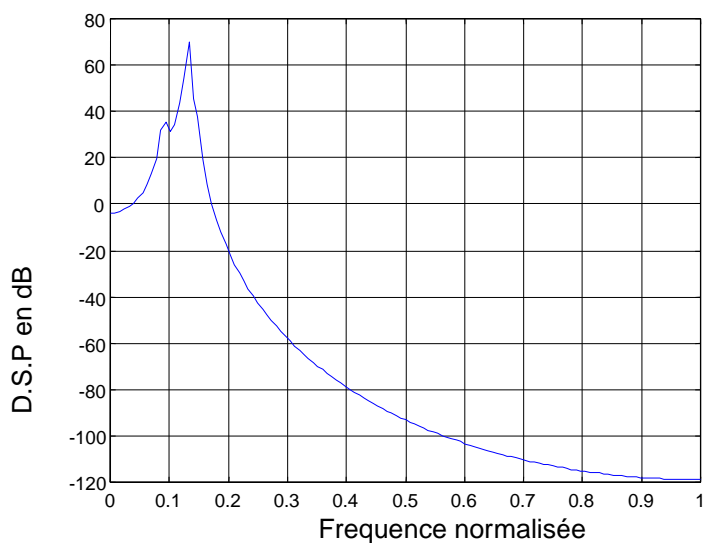


Figure 3-2: Densité spectrale du signal composé d'un bloc.

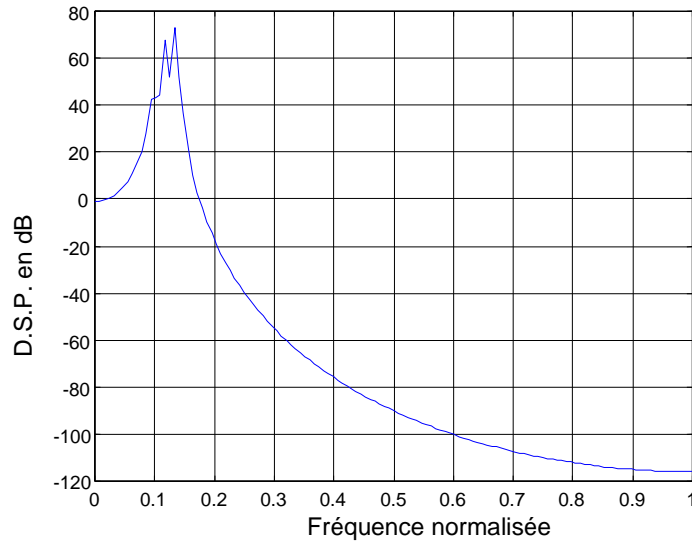


Figure 3-3: Densité spectrale du signal composé de deux blocs

3.2 Algorithmes d'extraction et de correction des non linéarités par AR

La dépendance temporelle du balayage en longueur d'onde du laser n'est pas un facteur linéaire et en général fluctue à chaque mesure. Cette non linéarité peut être introduite en considérant que la vitesse de balayage devient une fonction temporelle qui peut être exprimée de la manière suivante $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha(t)$ où α_0 est une constante représentant la variation linéaire de la fréquence et $\Delta\alpha(t)$ exprime l'écart par rapport à cette linéarité.

3.2.1 Algorithme d'évaluation des non linéarités

Afin d'affiner l'analyse de notre signal interférométrique, nous avons proposé un algorithme d'extraction des variations de fréquence des signaux expérimentaux. Il comprend les étapes suivantes :

- acquisition et prétraitement,
- décalage d'un échantillon du signal original et calcul du produit scalaire du vecteur décalé avec le vecteur non décalé,
- comptage du nombre d'échantillons entre les valeurs négatives successives,
- approximation de la phase par un polynôme d'ordre 1 durant une demi-période,

- approximation de la fréquence par un polynôme d'ordre adéquat et extraction des coefficients.

3.2.2 Algorithme de correction des non linéarités

Le principe de la méthode que nous avons proposé pour la correction des variations de la fréquence des signaux est basé sur l'échantillonnage non uniforme (échantillonnage non périodique) et les observations :

- extraction de la période la plus courte du signal,
- asservissement du signal à partir de cette période, cette opération consiste à éliminer des échantillons chaque fois que le nombre de points détectés par période dépasse le nombre de points de la période la plus courte. A ce stade, reste à déterminer le critère pour lever l'ambiguïté sur les points à éliminer dans une période.

On relève deux cas de figure, le cas où le nombre d'échantillons à enlever est pair et le cas où il est impair :

- a. lorsque le nombre d'échantillons est pair on enlève les points qui sont près des zéros de part et d'autre de la valeur maximale de la demi période,
- b. si le nombre de points à éliminer est impair on répète la même procédure que précédemment et on enlève l'échantillon du milieu.

Résultats

La figure (3-4) [34] montre l'évolution de l'erreur commise sur la fréquence le long du balayage en longueur d'onde, obtenue par la dérivation du polynôme qui approche au mieux la fréquence instantanée du signal interférométrique. L'extraction des non linéarités a permis d'effectuer des simulations qui ont montrées que lorsque les signaux interférométriques sont analysés par la méthode AR, le paramètre dominant dans la dégradation est les non linéarités de l'évolution de la fréquence instantanée.

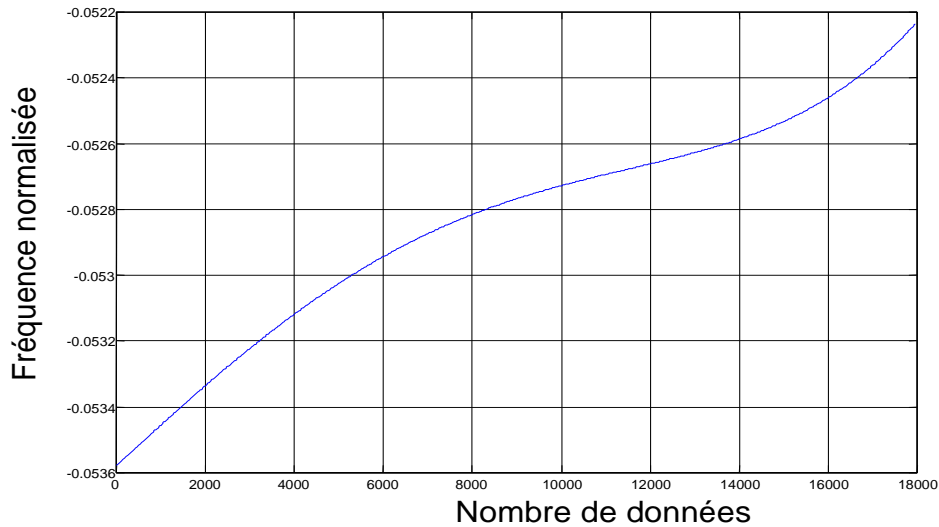


Figure 3-4: Extraction des non linéarités d'un signal interférométrique et interpolation par un polynôme d'ordre 4 de la fréquence instantanée.

Nous avons proposé au paragraphe précédent, un algorithme simple de correction des variations de la fréquence. L'effet de l'opération du ré-échantillonnage sur les signaux interférométriques est rapporté sur la figure (3-5). Le graphe (a) de la figure (3-5) représente une partie des 1024 échantillons du signal interférométrique original, le graphe (c) est sa densité spectrale de puissance calculée sur 1024 points, le graphe (b) représente une partie du même signal ré-échantillonné selon la période la plus courte et le graphe (d) illustre la densité spectrale de puissance du signal ré-échantillonné complété par des zéros pour maintenir le nombre de point à 1024 calculé sur 1024 points (avec du zéro padding). On constate que la zone d'intérêt dans le cas du spectre du signal traité est décalée par rapport à celle du signal original. Pour remédier à ce problème, il suffit de normaliser le nombre d'échantillons initial par un facteur d'échelle déterminé à partir du nombre de points après ré-échantillonnage.

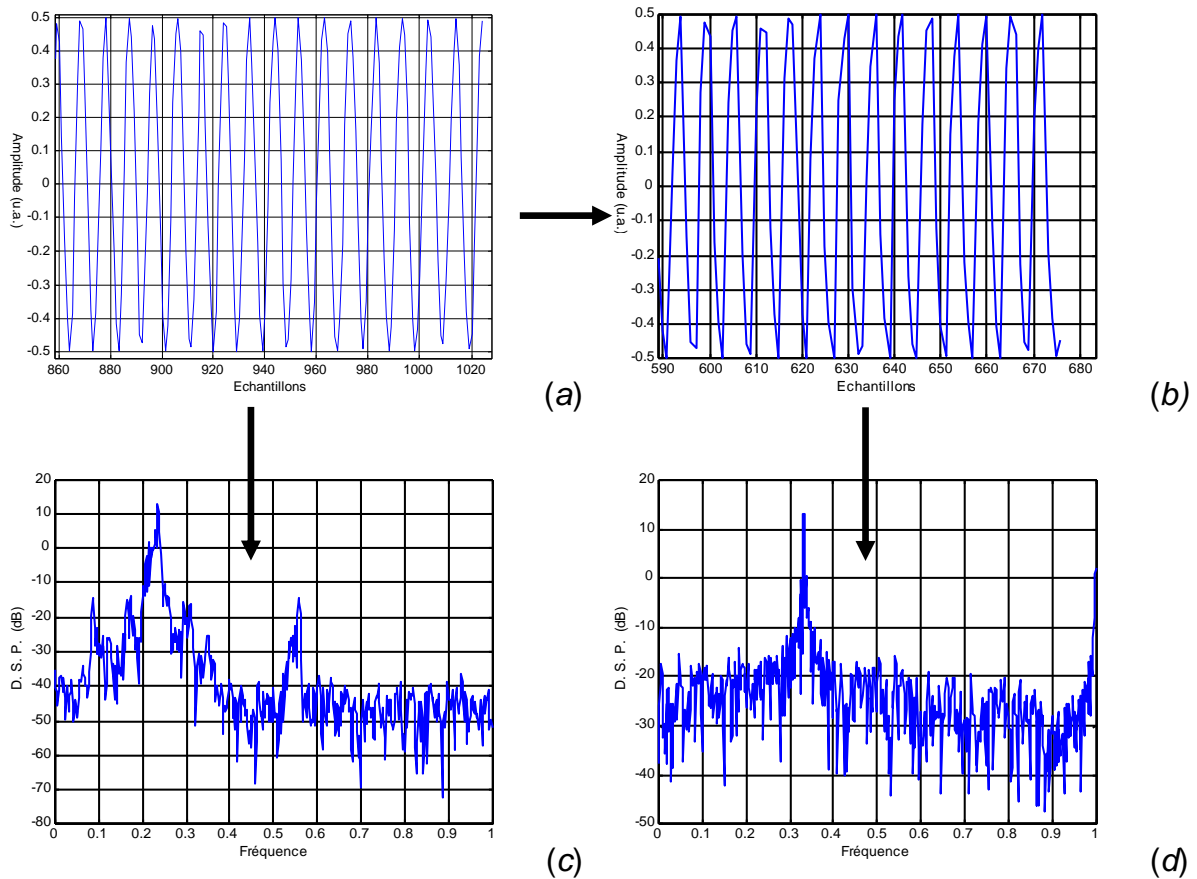


Figure 3-5 : Effet du ré-échantillonnage sur les interférogrammes (a) signal original, (b) signal ré-échantillonné, (c) densité spectrale du signal original et (d) densité spectrale du signal ré-échantillonné.

3.2.3 Résultats de simulations

Nous avons effectué des simulations qui ont montré que les non linéarités de la fréquence de battement constituent l'un des paramètres limitatifs de la résolution de nos mesures par la modélisation AR. A cet effet, nous avons pris un signal interférométrique de séquences de 1000 échantillons obtenues par un balayage de 3,2 nm avec la longueur d'onde de la source est 1520nm et d'une vitesse de balayage de 0,5 nm/s. on injecte à ce signal un chirp de 0.1%, estimé par approximation de l'erreur commise sur la fréquence extraite dans le cas des signaux expérimentaux figure (3-3). Les non linéarités déterminées par un polynôme se limitant au premier ordre ont été considérées lors des simulations. Pour une plus grande clarté de la figure (3-6) [34], les distances estimées et simulées sont représentées à partir d'une longueur de 1 m.

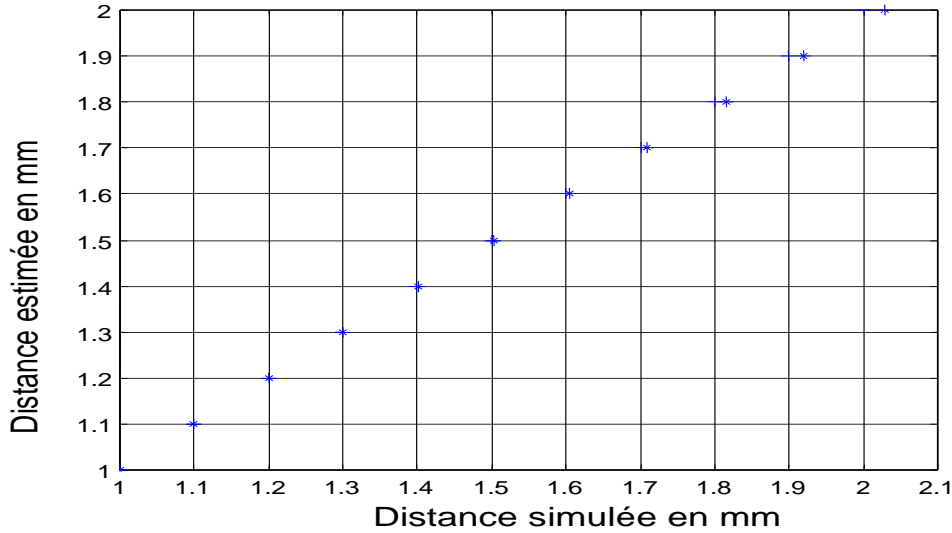


Figure 3-6: Estimation de la distance par un AR(2), représentation des points calculés (***) dans le cas chirpé et (+++) dans le cas non chirpé.

La figure (3-6) montre que l'écart relatif maximum enregistré par rapport à la droite théorique est de 4×10^{-3} . Sans les non linéarités et dans les mêmes conditions, l'écart relatif maximum est de 7×10^{-5} .

Validation expérimentale

La méthode de correction des non linéarités est appliquée à la mesure de distances par variation continue de la fréquence optique. 19 séquences sont enregistrées lors de la mesure d'une distance fixe. La comparaison de la dispersion des fréquences normalisées estimées par une méthode paramétrique avec et sans correction des non linéarités montre que l'écart type passe de $1,0 \times 10^{-3}$ à $0,6 \times 10^{-3}$ soit une amélioration d'un facteur 1,7 [34].

Le tableau ci-dessous donne quelques paramètres utiles pour caractériser la qualité de la mesure. L'analyse est faite sur 19 séquences enregistrées à une position fixe du translateur. Des séquences de 3000 échantillons ré-échantillonnées à raison de 1 échantillon sur 3 ont été traitées. Les séquences finales ont 1 kéchantillon et correspondent à une plage de balayage de 0,09 nm avec une vitesse de 0,5 nm/s. On constate que la variance sur la fréquence obtenue par AR après correction est inférieure à celle observée dans le cas du traitement par AR sans correction. Le nombre de données est réduit en moyenne de plus 1/3.

Tableau 3.1 : AR avec et sans ré-échantillonnage uniforme

Différents traitements	Fréquence max. estimée	Fréquence min. estimée	Variance
AR	0,1115	0,1068	$1,0 \cdot 10^{-6}$
AR avec linéarisation	0,1140	0,1102	$3,5 \cdot 10^{-7}$

On relève également que la variance sur la fréquence estimée demeure loin de la variance théorique calculé $4,9 \times 10^{-10}$ dans le cas d'un signal interférométrique linéarisé et analysé par la méthode paramétrique AR, une amélioration de la première d'un facteur 1,7 est apportée par un ré-échantillonnage non uniforme.

3.4.1.2 Conclusion

Nous avons montré dans ce travail qu'un ré-échantillonnage du signal interférométrique permet d'améliorer d'un facteur 1,7 la dispersion sur les mesures. Les simulations nous ont permis de confirmer que les non linéarités sont le paramètre dominant dans la dégradation de la résolution.

3.3 Méthode d'analyse des signaux interférométriques développée

Notre méthode est fondée sur les corrections des non linéarités de phase en utilisant le principe d'échantillonnage non périodique et un traitement paramétrique du type autorégressif (AR) du signal interférométrique. Nous avons appliqué des algorithmes à des signaux simulés. Les résultats obtenus montre une amélioration de la résolution de mesure des distances.

Cette partie des non linéarités peuvent être facilement éliminées de la phase du signal à traiter en utilisant une méthode d'échantillonnage non périodique dans le temps. Nous présentons un algorithme optimal pour l'analyse des signaux interférométriques.

Identification d'une composante spectrale par un modèle AR(2)

Le choix de l'ordre adéquat du modèle AR permet de réduire l'erreur sur la fréquence estimée. Dans notre cas, on considère le signal monofréquence et peut être estimé par un modèle AR d'ordre 2 par la relation suivante :

$$x(n) = -a_1 x(n-1) - a_2 x(n-2) + w(n) \quad (3.1)$$

où a_1, a_2 sont les paramètres du modèle et $w(n)$ un bruit blanc de moyenne nulle qui correspond à l'erreur de modélisation qu'on néglige dans la suite de notre approche. Ceci facilite les explications sans perdre aucune généralité. Le signal à modéliser peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$x(n) = a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) \quad (3.2)$$

Cette équation correspond à une réponse d'un filtre dont la fonction de transfert est donnée par sa transformée en z notée $H(z)$:

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (3.3)$$

Les racines du dénominateur de $H(z)$ sont les pôles du filtre. Elles sont à l'intérieur du cercle unité, ce qui garantit la stabilité du filtre. Comme dans ce cas on suppose que le signal $l(n)$ est composé d'une sinusoïde, alors la relation de récurrence peut s'écrire de la manière suivante :

$$x(n) = a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) = A \cos(2\pi n f + \Phi) \quad (3.4)$$

où f est la fréquence du signal, Φ est la phase initiale et A représente son amplitude. Les pôles du filtre sont donnés par $Z = e^{j2\pi f}$ et $Z^* = e^{-j2\pi f}$ qui est le complexe conjugué de Z . L'algorithme de calcul des coefficients du modèle a été discuté au chapitre 2, mais nous allons rappeler la forme des coefficients dans ce cas particulier :

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{r_{11}(1)}{r_{11}(0)} \\ a_2 &= -\frac{r_{11}(2) + a_1 r_{11}(1)}{\rho_1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

où r_{11} est la fonction d'autocorrélation du signal et ρ_1 est le coefficient de réflexion donné par:

$$\rho_1 = (1 - |a_1|^2) r_{11}(0) \quad (3.6)$$

La transformée en z de l'équation (3.1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} = (1 - Z_1 z^{-1})(1 - Z_1^* z^{-1}) = 0 \quad (3.7)$$

La résolution du polynôme du second ordre conduit à deux solutions complexes conjuguées :

$$\begin{aligned} Z_1 &= e^{j2\pi \hat{f}_1 T_e} \\ Z_1^* &= e^{-j2\pi \hat{f}_1 T_e} \end{aligned} \quad (3.8)$$

où \hat{f}_1 représente la fréquence estimée. La phase du pôle d'intérêt est isolée dans la partie imaginaire du logarithme népérien. Donc la fréquence estimée de notre signal est donnée par :

$$\hat{f}_1 = \frac{\text{Im}(\ln Z_1)}{2\pi T_e} \quad (3.9)$$

S. Kay a montré que la variance de la fréquence estimée par la méthode AR tend asymptotiquement vers les bornes de Cramér-Rao selon l'équation 3.10 dans le cas d'un signal monofréquence entaché d'un bruit blanc [16, 58]:

$$\text{var}(\hat{f}_1) \geq \frac{6\sigma^2}{A_1^2 N(N^2 - 1)(2\pi)^2} \quad (3.10)$$

où $\frac{A_1^2}{2 \cdot \sigma^2}$ correspond au rapport signal sur bruit et N au nombre d'échantillons du signal.

Pour corriger les non linéarités, nous avons utilisé une méthode de ré-échantillonnage non uniforme. Tout en tenant compte des modèles synthétisés par des fichiers de mesure, nous avons mis en évidence les effets des non linéarités sur la dégradation de la résolution du signal interférométrique.

3.3.1 Algorithme du calcul de la fonction d'échantillonnage

La méthode de linéarisation de la phase du signal interférométrique est basée sur l'échantillonnage non uniforme. Nous supposons que la partie la plus importante des non linéarités est due au balayage en longueur d'onde. La fonction d'échantillonnage est calculée en tenant compte de la vitesse du balayage en longueur d'onde et de la longueur d'onde à chaque instant [59]. Dans notre cas la fonction optimale d'échantillonnage est donnée par t_k :

1. Calcul de la phase théorique par un développement limité.
2. Arrangement de la plage de l'échantillonnage uniforme
3. Le calcul de temps d'échantillonnages par égalisation de la phase théorique avec la phase linéaire théorique ϕ_1 pour chaque point de l'échantillonnage uniforme.

À ce stade de l'algorithme, on obtient une fonction d'échantillonnage uniforme, à partir du balayage linéaire en longueur d'onde, nous montrons facilement que la fonction optimale d'échantillonnage t_k peut être calculée comme suit:

$$\phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda_0 + \alpha t} nD = \frac{4\pi}{\lambda_0} nD \left(1 - \frac{\alpha t_k}{\lambda_0} \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\lambda_0 + \alpha t} = \left(1 - \frac{\alpha t_k}{\lambda_0} \right) / \lambda_0 \quad (3.12)$$

$$t_k = \frac{\lambda_0}{\alpha} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_k} \right) \quad (3.13)$$

3.3.2 Exemple de validation

Avec une plage d'accord de 5nm, le temps "chirping" due au balayage en longueur d'onde est de 0.35% [37] montrent que la modulation de fréquence dégrades la précision de la mesure de distances par MCF. Avec cet exemple la figure (3-7) montre la fonction d'échantillonnage décrite précédemment.

La compression non-linéaire de temps par la fonction de t_k nous permet d'éliminer les termes d'ordre supérieur de phase. D'un point de vue théorique, en ce point, la fréquence du signal monofréquence doit être extraite.

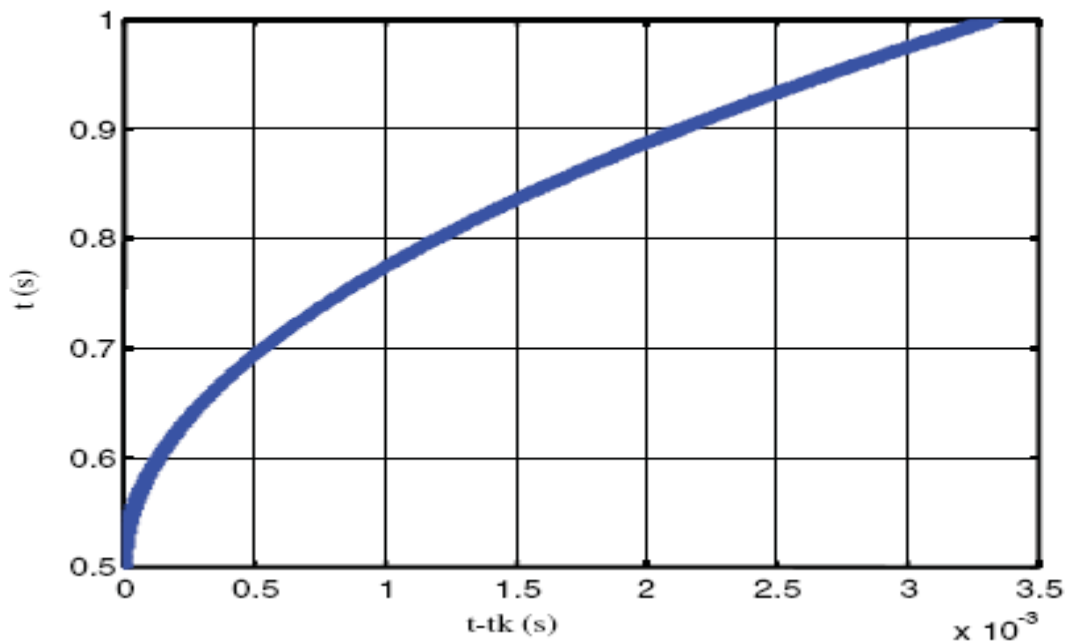


Figure 3-7: l'évaluation de la fonction d'échantillonnage optimale

3.3.3 Application de la méthode aux interférogrammes simulés

Dans le but de valider la méthode, nous avons procédé à des simulations de signaux interférométriques tout en supposant que la vitesse de balayage en longueur d'onde est connue et que l'indice du milieu reste constant. Nous avons travaillé à la longueur d'onde de 1500nm. La figure (3-8) montre les résultats des mesures des distances absolues obtenus par des simulations des signaux interférométriques. Dans cette simulation nous considérons un dispositif similaire à celui de Suematsu [5] et Talamonti [37]. La plage d'accord continue est de 0.5nm. La différence de

chemin optique de l'interféromètre de référence est de 1.00m et la distance objet varie de 1000mm à 1000.02mm avec un pas de $10\mu\text{m}$. Chaque signal contient 1001 échantillons.

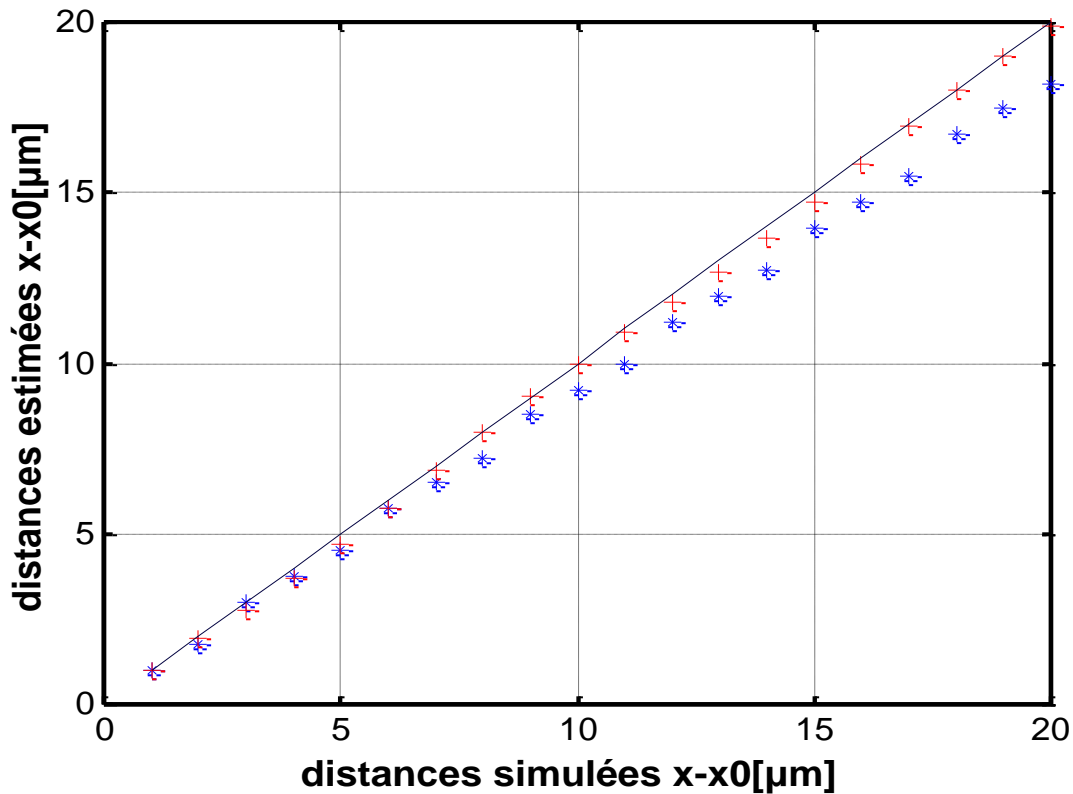


Figure 3-8 : distances théoriques et simulées par le modèle AR(2):

- les valeurs calculées, (+++) les valeurs estimées après linéarisation
- et (***) les valeurs estimées du signal original

Nous pouvons conclure que l'erreur commise sur la localisation des fréquences due à la présence des non linéarités de phase des signaux interférométriques peut être corrigée par un échantillonnage non périodique. Les résultats des simulations nous ont permis de montrer que la linéarisation logiciel du signal interférométrique améliore d'un facteur important la résolution des résultats obtenus par modélisation autorégressive d'ordre 2. Dans le cas considéré une erreur maximale de $2,5\mu\text{m}$ sur la distance est ramenée à $0,3\mu\text{m}$.

3.4 Conclusion:

Nous avons montré, dans ce chapitre, les limitations en résolution apportées par la présence des non linéarités de phase de l'interférogramme à partir des algorithmes d'extraction et de correction des non linéarités.

A travers des simulations nous avons apporté une amélioration d'un facteur de gain de huit en résolution en associant la modélisation autorégressive avec la linéarisation logicielle des interférogrammes basée sur le principe d'échantillonnage non uniforme.

Conclusion

Notre étude est une contribution à la métrologie de distances en utilisant l'interférométrie absolue par modulation continue de fréquences optiques MCF. Nous avons ainsi identifié les paramètres limitatifs qui sont responsables de la dégradation de la précision des mesures.

Nous avons présenté deux méthodes classiques du traitement du signal interférométrique, comptage de franges, et la technique de la transformée de fourrier pour l'extraction de la mesure de distance par modulation continue de fréquence optique. Ces méthodes sont limitées intrinsèquement par le pouvoir de résolution qui est inversement proportionnel au nombre d'échantillons traités. Ainsi, nous avons mis en œuvre une correction des non linéarités par ré-échantillonnage non uniforme. Nous avons au moyen d'une modélisation basée sur un processus autorégressif mis en œuvre une méthode qui permet d'atteindre une résolution relative de $0,3\mu\text{m}$.

Enfin, cette étude nous a permis d'acquérir un savoir faire dans le domaine de la théorie et de la modélisation des systèmes photoniques. En perspective, nous estimons valider notre méthode sur la mesure de distance absolue sur plusieurs cibles.

Bibliographie

- [1] T. Bosch, "Distance and Displacement Measurements by Laser Technique," *Optical Engineering*, Vol. 40, Issue 1, 2001, p. 8.
- [2] T. Pfeifer, J. Thiel, and C. Haas, "Absolute interferometric distance measurement with tunable laser diodes," *Laser Metrology for Precision Measurement and Inspection in Industry*, IMEKO-Symposium, Heidelberg, 1994; DVI-Ber. 1118, 1994; pp. 79-84
- [3] J. A. Stone, A. Stejskal, L. Howard, "Absolute interferometry with a 670-nm external cavity diode laser," *Applied Optics*, vol.38, n°28; 1 Oct. 1999; pp.5981-5994
- [4] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer based topography and interferometry," *Journal of Optical Society of America*, Vol. 72, n° 1, 1982, p.156-160.
- [5] M. Suematsu and M. Takeda, "Wavelength-shift interferometry for distance measurements using the Fourier transformation technique for fringe analysis," *Appl. Opt.*, Vol. 30, No. 28, 1991, pp. 4046-4055
- [6] T. Day et M. Brownell, I. Wu, "Widely tunable external cavity diode lasers," *SPIE*, vol. 2378, 1995, pp. 35-41.
- [7] H. Sun, S. Menhart, A Adams, "Calculation of spectral linewidth reduction of external-cavity strong-feedback semiconductor lasers," *Applied optics*, VOL 33, No. 21, pp. 4771- 4775, 1994.
- [8] B. Pécheux, "Optimisation d'un dispositif interférométrique de mesure de distance absolue utilisant une diode laser à cavité externe continûment syntonisable dans les bandes S et C," , ULP Strasbourg, 2002.
- [9] A. Ducasse, C. Mailhes, F. Castanié, "Panorama des méthodes paramétriques," *Traitement du signal*, L. Howard, Vol. 15 No. 2, (1998).
- [10] W. R. Trutna, J. F. Stokes, "Continuously tuned external cavity semiconductor laser," *J. Lightwave Technology*, Vol. 11, No. 8, pp. 1279- 1286, 1993.
- [11] P. Zorabedian, W.R Trunta, "Alignment-stabilized grating-tuned external-cavity semiconductor laser," *Optics Letters* Vol. 15, No. 9, pp. 483-485, 1990.
- [12] F. Favre, D. Le Guen, J. C. Simon, B. Landousies, "External-cavity semiconductor laser with 15nm continuous tuning range," *Electronics Letters*, vol. 22, No. 15, juillet 1986, pp.795-796.
- [13] D. Wandt, M. Laschek, A. Tunnermann, H. Welling, "Continuously tunable external-cavity diode laser with a double-grating arrangement," *Optics Letters*, Vol. 22, n° 6, 15 March 1997, p. 390-392.

- [14] H. J. Tiziani, B. Franze, P. Haible, C. Joenathan, "Surface topometry by multi-wavelength technique and temporal Fourier transformation," Proceedings of the SPIE --The International Society for Optical Engineering, Vol. 3407, 1998, p. 96-103.
- [15] Martin Rochette "Réalisation d'un prototype de laser à cavité étendue continûment accordable," Mémoire, l'université Laval, 1997
- [16] Agilent Technologies, "Agilent 81682A Tunable Lasers Technical Specifications", (Agilent Technologies, 2001).
- [17] G. Eisenstein, G. Raybon, L.W. Stulz, "Deposition and measurements of electron-beam-evaporated SiO₂ antireflection coatings on InGaAsP injection laser facets," J. Light Tech., Vol. 6, No. 1, pp. 12-15, Jan. 1988.
- [18] I.P. Kaminow, G. Eisenstein, L.W. Stulz, "Measurement of the modal reflectivity of an antireflection coating on a superluminescent diode," IEEE J. Quant. Elect, VOL QE- 19, No. 4, pp. 493-495, April 1983.
- [19] T. Mukai, Y. Yamamoto, Gain, "frequency bandwidth and saturation output power of AlGaAs DH lasers and amplifiers," IEEE J. Quant. Elec., Vol QE-17, No. 6, pp. L028-1034. 1981.
- [20] E. Hecht. A. Zia. Optics, second edition. Addison-Wesley. 1990.
- [21] A. Hafidi, "Etude d'une méthode interférométrique utilisant une source laser à balayage continu de longueur d'onde. Application à la mesure de distance," Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, 1998.
- [22] K. M. Baird, "The role of interferometry in long distance measurement," Metrologia, Vol. 4, No 3, 1968, pp. 135-144.
- [23] J. P. Monchalain, M. J. Kelly, J. E. Thomas, N. A. Kurnit, A. Szoke, F. Zernike, P. H. Les, A. Javan, , "Accurate laser wavelength measurement with a precision two-beam scanning Michelson interferometer," Appl. Optics, Vol. 20; No. 5, 1981, pp. 736-757.
- [24] C. J. Walsh, "Measurement of absolute distances to 25 m by multiwavelength CO₂ laser interferometry," Appl. Opt., Vol. 26, No. 9, 1987, pp. 1680-1687.
- [25] K. Kobayashi, I. Mito "Single frequency and tunable laser diodes," J. Lightwave Technology, Vol. 6, No. 11, 1988, pp. 1623-1633.
- [26] S. Jin, Y. Li, M. Xiao, , "Single mode diode laser with a large frequency scanning range based on weak grating feedback," Appl. Opt., Vol. 35, No. 9, 1996, pp. 1436-1441.
- [27] K. H. Bechstein, W. Fuchs, "High precision distance measurement in the range of several meters for industrial applications,". Proceeding OPTO'96 Kongressband, p. 73-78, Leipzig, 1996.

- [28] A. Dieckmann, M. C. Amann "FMCW-LIDAR with tunable twin-guide laser diode," Proceedings of the SPIE Vol.2271; 1994; pp.134-42.
- [29] G. Economou, R. C. Youngquist, D. E. N. Davies, "Limitations and noise in interferometric systems using frequency ramped single-mode diode lasers", Journal of Lightwave Technology. vol.LT-4, no.11; Nov. 1986; pp.1601-8.
- [30] P. Bansal, Narottam, "*Handbook of Glass Properties*", (Academic Press, Boston San Diego New York, 1986).
- [31] Corning Incorporated, "Corning SMF-28 CPC6 Single-Mode Optical Fiber, Product Information," (Corning Incorporated,).
- [32] S. J. Wilson, "Temperature sensitivity of optical fiber path length," Optics Communication Vol. 71, N° 6, pp. 345-350 (1989).
- [33] H. J. Tiziani, "High precision optical measurement methods," SPIE, Vol. 2248, 1994, pp. 2-15.
- [34] R. Mokdad, "Implémentation d'une méthode haute résolution pour l'analyse des franges d'interférence d'un télémètre à balayage en longueur d'onde. Application à la mesure de distances absolue," Thèse de doctorat, Optronique et Systèmes, Strasbourg, Université Louis Pasteur, 2002.
- [35] J. A. Kramar, P. S. Hertik, E. C. Teague, , "Electronic limitations in phase meters for heterodyne interferometry," Precision Engineering, Vol. 15, No 3, 1993, p. 173-179.
- [36] R. Thibout, P. Juncar, L. Pujol, D. Bouteaud, , "Absolute distance measurement by laser interferometry," ICSO'97, CNES Toulouse, 2-4 Décembre 1997, France.
- [37] James J. Talamonti, Richard B. Kay, and Danny J. Krebs, "Numerical model estimating the capabilities and limitations of the fast Fourier transform technique in the absolute interferometry" App. Opt. Vol 35, N°13, 2182-2191 (1996).
- [38] Ta-Hsin Li, "A Fast Algorithm for Efficient Estimation of Frequencies," presented at the signal processing 1X: Theories and Applications Vol.1 proc. Of Eusipco_98, Eds. Patras, Greece, 1998.
- [39] L. Marple, "*Digital Spectral Analysis with Applications*," Englewood Cliffs., NJ: Prentice-Hall ed. ed. (Nov. 1981).
- [40] J. Makhoul, Linear prediction : "A tutorial review", Proceedings of the IEEE Vol. 63, pp.561-580. (1975).
- [41] S. Haykin, "*Modern filters*", MacMillan Publishing, Compagny. ed. (1989).
- [42] B. Porat, "*Digital processing of random signals, Theory & Methods*", Prentice Hall. ed. (1994).

- [43] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, "*Times series analysis*", (San Francisco, 1976).
- [44] M. Kunt, "*Traitement numérique des signaux*", Presses polytechniques romandes ed. (1980).
- [45] J. Wilson, J.F.B. Hanks "Optoelectronics an introduction," Prentice/Hall, (1983).
- [46] N. Levinson, "The Weiner RMS error criterion in filter design and prediction", J. Math. Phys., 25, pp. 261-278, (1947).
- [47] M. Morf, B. Dickinson, T. Kailath and A. Vieira, "Efficient solution of covariance equations for linear prediction", IEEE Trans. on ASSP, 25, pp. 429-433. (1977).
- [48] S. M. Kay, "*Modern spectral estimation, theory and application*", (PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, United States of America, 1988), chap. 13.
- [49] S. Shon and K. Mehrotra, "Performance comparaison of Autoregressive estimation methods", IEEE (1984).
- [50] J. P. Burg, "*Maximum likelihood spectral analysis*", in proc. 37th Meeting Society Exploration Geophysist, Oklahoma city, pp. 1-6 (1967).
- [51] J. P. Burg, "Maximum entropy spectral analysis," 1975.
- [52] G. H. Golub and C. F. Van Loan, "Matrix computation," ed. The Johns Hopkins Uneversity press (1989).
- [53] W. Y. Chen and G. R. Stegen, "Experiments with Maximum Entropy Power Spectra of Sinusoids", Journal of Geophysical Research 79 No. 20 (1974).
- [54] User's Guide version 5 "Signal Processing Toolbox," for use MATLAB. ed. (2000).
- [55] H. Akaike, "Statistical predictor identification," Ann. Inst. Statist. Math. vol 22, pp.203-217 (1970).
- [56] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification," IEEE. Trans. Autom. Contr., Vol. AC19, Dec. (1974).
- [57] G. Blanchet et M. Charbit, "*Traitement numérique du signal*"(1998,).
- [58] L. Marple, "*Digital Spectral Analysis with Applications*", Englewood Cliffs., NJ: Prentice-Hall ed. (1987).
- [59] R. Mokdad, M. Remouche, O. Lamrous, P. Pfeiffer, P. Meyrueis, "Irregular sampling to reduce the limitations induced by the nonlinearities in laser scanning" Elsevier Optics & Laser Technology (**article in press**) visible , ScienceDirect.com .

Sommaire

Introduction	1
Chapitre 1 : Interférométrie par balayage en longueur d'onde	3
1.1 Introduction générale sur le laser	3
1.2 Laser accordable	4
1.2.1 Configuration de Littrow	5
1.2.2 Configuration de Littman/Metcalf	6
1.2.3 Comparaison entre les deux configurations	7
1.3 Les éléments constitutifs du laser accordable	7
1.3.1 Le milieu amplificateur	7
1.3.2 L'antireflet	8
1.3.3 L'élément sélectif en longueur d'onde	8
1.3.4 La Cavité résonante:	9
1.4 Équations d'accordabilité	10
1.4.1 Équations des réseaux	10
1.4.2 Équation de la cavité résonante	10
1.4.3 Lasers à accordabilité continue	11
1.5 Conclusion	12
1.6 Principe de la mesure du spectre de la diode	12
1.6.1 Spectromètre	12
1.6.2 Cavité Fabry-Pérot	12
1.7 Dispositif expérimental utilisé pour la mesure de distance absolue	13
1.7.1 Principe de mesure par un interféromètre de Michelson	14
1.7.2 Visibilité de la figure d'interférence	16
1.7.3 Degré de cohérence	17
1.8 Interférométrie par balayage en longueur d'onde (MCF)	17
1.8.1 Méthode de mesure avec deux interféromètres	19
1.8.2 Paramètres influents sur la résolution	20
1.8.2.1 Effet d'une vibration sur la mesure	21
1.8.2.2 Effet de la distance de référence	21
1.8.2.3 Effet de la température	22
1.9 Conclusion	23

Chapitre 2 : Optimisations du traitement du signal	24
2.1 Les différentes méthodes d'analyse des franges	24
2.1.1 La méthode de comptage des franges	24
2.1.1.1 Le principe	24
2.1.1.2 Technique de comptage de franges	25
2.1.2 Technique de la Transformée de Fourier	26
2. 2 Les limites du traitement de signal	31
2. 3 Les Méthodes paramétriques	33
2.3.1 Modèle autorégressif	35
2.3.1.1 Représentation temporelle	35
2.3.1.2 Représentation fréquentielle	35
2.3.2 Choix du modèle autorégressif	37
2.3.3 Identification des paramètres du modèle	37
2.3.3.1 Equation de Yule-Walker	37
2.3.3.2 Algorithme de Levinson Durbin	38
2.3.3.3 Méthodes basées sur la minimisation de l'erreur de prédiction	39
2.3.3.4 Méthode de Burg :	41
2.3.4 Identification de l'ordre du modèle	43
2.3.5 Critère AIC	44
2.4 Conclusion	44
Chapitre 3 : Extraction et correction des non linéarités de phase dans un signal interférométrique	45
3.1 Mise en évidence des non linéarités dans un signal réel	45
3.2 Algorithmes d'extraction et de correction des non linéarités par AR	47
3.2.1 Algorithme d'évaluation des non linéarités	47
3.2.2 Algorithme de correction des non linéarités	48
3.2.3 Résultats de simulations	50
3.3 Méthode d'analyse des signaux interférométriques développée	52
3.3.1 Algorithme du calcul de la fonction d'échantillonnage	55
3.3.2 Exemple de validation	56
3.3.3 Application de la méthode aux interférogrammes simulés	56
3.4 Conclusion:	58
Conclusion	59
Bibliographie	60