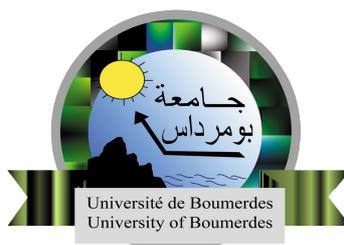


Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche scientifique
Université M'hamed Bougara Boumerdès



Faculté des sciences
Département Mathématiques

Présenté par :

Mr MOKKADEM Abdelhak

Mr CHELBI Billal

Pour l'obtention du diplôme de Master
En Mathématiques Appliquées
Option
Modélisation Stochastique et Statistique

Thème

Évaluation des provisions techniques en réassurance non vie
Cas pratique : La Compagnie Centrale de Réassurance

Devant le Jury composé de :

RAHMOUNE Ahmed

Univ.de Boumerdes

Président

GATT Fella

Univ. de Boumerdes

Rapporteur

BOUNOUA Hani

CERIT

Co.Rapporteur

YASSA Malika

Univ.de Boumerdes

Examineur

Invités :

FATES Farida

C.C.R

Encadreur

SID Ahmed

C.C.R

Encadreur

Année universitaire : 2019/2020

Dédicaces

À Mes parents,

Je tenais à remercier mes parents pour leur soutien sans faille. À vous, cher père, chère maman.

À

Ma chère sœur, mes frères, le petit nouh et sa mère, toute ma famille soit du côté paternelle soit du côté maternelle.

À Mes enseignants

Tous les professeurs qui m'ont enseigné tout au long de ma carrière universitaire, en tête de liste Mr

Y.FERRANI et Mr **TAZROUTI**, et aussi sans oublier Mr **AKLIOUET** et Mr **H.OSMANOV**

(Que Dieu ait pitié d'eux .)

À

Amis d'enfance, amis du quartier, frères d'université, et en particulier mon binôme **BILAL**

CHELBI, aussi **IMAD OUADI**, **BOUDERHAM M^{ed} AMINE**.

À Moi même.

À vous tous

Je dédie ce travail.

MOKKADEM ABDELHAK



Dédicaces

À Mes chers parents

Ma mère, mon père pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire.

À Mes chères sœurs

Pour leur encouragement permanent, et leur soutien moral, leur amour.

À Mes chers enseignants

En tête de liste Mr **Y.FERRANI** et Mr **TAZROUTI** , et aussi sans oublier Mr **AKLIOUET** et Mr

H.OSMANOV

(Que Dieu ait pitié d'eux .)

À Mes chers amis, mes collègues d'université, et mon cher binôme pour leurs efforts .

À Moi même.

À Vous tous

Je dédie ce travail.

CHELBI BILLAL



Remerciements

Ce mémoire est le résultat d'une grande aventure, et n'aurait pas été sous sa forme actuelle sans le concours de nombreuses personnes.

On n'oserait commencer ces remerciements sans exprimer toute la gratitude à *M^{eme}* **GATT Fella**, notre tuteur académique, pour ses conseils avisés, nous avoir encadrée tout le long de notre stage aussi pour la confiance qu'elle nous a accordé. Ainsi qu'à toute l'équipe pédagogique du département de mathématiques de L'UMBB pour nous avoir transmis leur savoir tout au long de ces années d'études.

On adresse également notre reconnaissance et chaleureux remerciements à Mr **BOUNOUA HANI**, pour sa disponibilité, sa gentillesse, son aide précieuse.

On voudrait remercier tout l'équipe de la **CCR**, particulièrement notre tuteurs professionnels, Mr **SID AHMED** et *M^{eme}* **FATES FARIDA**, de nous avoir permis d'effectuer notre stage dans une bonne ambiance et de nous avoir formé, tant sur le monde professionnel que sur les tâches actuarielles. Aussi pour leur disponibilité, l'expertise aussi bien sur les méthodes d'apprentissage statistique que sur le provisionnement en assurance non-vie, sans oublier leur bonne humeur permanente, Cela nous a laissé des souvenirs impérissables. Espérons pouvoir un jour vous rendre tout le temps que vous nous avez consacré..

On adresse enfin notre profonde gratitude à toutes les personnes ayant contribué à l'élaboration de ce mémoire et avec qui on a eu l'opportunité d'échanger notre connaissance, ainsi que à toutes les personnes qui m'ont accompagné au cours de cette période.

Table des matieres

Liste des figures	vii
LISTE DES ABRÉVIATIONS	xi
Introduction général	xiii
1 Présentation générale	2
1.1 Généralités	2
1.2 Présentation de l'entreprise	4
1.3 Problématique	6
1.4 Notions de bases	8
1.4.1 Vision générale des provisions réglementaires :	8
1.4.2 Provisions pour sinistres à payer (PSAP)	10
1.5 Méthodes d'évaluations des provisions	12
2 Méthode déterministe (Chain ladder)	14
2.1 Introduction	14
2.2 Chain Ladder	14
2.2.1 Hypothèses de la méthode Chain Ladder	15
2.2.2 Reconstitution des triangles des sinistres	15
2.3 Estimation de PSAP à partir de MCL	17
3 Application de la Méthode Déterministe (MCL)	20
3.1 Choix du langage de Programmation	20
3.2 Présentation des bases de données et traitement effectués	20
3.2.1 MCL de portefeuille d'incendie	21
3.2.2 MCL de portefeuille d'ingénierie	28
4 Méthodes stochastique.	35
4.1 Introduction	35
4.2 Le Bootstrap	36
4.2.1 Méthodologie du Bootstrap	38

4.2.2	Estimation de PSAP a partir de Bootstrap	40
4.2.3	Construction d'intervalle de confiance pour la provision estimé par bootstrap :	44
4.3	Modèles linéaires Généralisés :	46
4.3.1	Structure générale de GLM :	47
4.3.1.1	Composant d'un modèle GLM	47
4.3.1.2	Le modèle de poisson sur-disperse	49
4.3.2	Estimation de PSAP a partir de GLM et prédiction de la provision totale . .	51
4.3.2.1	Estimation des paramètres du modèle	52
4.3.2.2	La provision estimé par le modèle poisson sur disperse	54
5	Application des méthodes stochastiques.	55
5.1	Introduction	55
5.2	Application de Bootstrap	55
5.2.1	Bootstrap de portefeuille incendie	57
5.2.2	Bootstrap de portefeuille ingénierie	59
5.3	Application de GLM	63
5.3.1	GLM du portefeuille d'incendie	64
5.3.1.1	Modèle Poisson sur-dispersé :	64
5.3.1.2	Modèle Gamma :	68
5.3.1.3	Modèle Poisson composé :	72
5.3.2	GLM de portefeuille d'ingénierie :	76
5.3.2.1	Modèle Poisson sur-dispersé :	76
5.3.2.2	Modèle Gamma :	80
5.3.2.3	Modèle Poisson composé :	84
	Conclusion générale	88
	Bibliographie	89

Liste des figures

1.1	Bilan simplifié d'une compagnie d'assurance	2
1.2	Organigramme Mécanisme de la Compagnie Central Réassurance (C.C.R)	6
1.3	Déroulement de sinistre	9
1.4	Triangle de montants cumulés	13
3.1	Représentation graphique des données de portefeuille d'incendie	21
3.2	Représentation graphique des données de portefeuille d'incendie	21
3.3	Représentation graphique du paiement cumulé	22
3.4	Comparaison entre $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{.,j}$ Portefeuille incendie	25
3.5	Moyenne-Écart type-Coefficient de variation des facteurs de dev individuel pour incendie	26
3.6	Vérification de l'hypothèse H2 Chain-Ladder QQ-plot portefeuille incendie	27
3.7	Représentation graphique des données de portefeuille d'ingénierie	28
3.8	Représentation graphique des données de portefeuille d'ingénierie	28
3.9	Représentation graphique de paiement cumulé portefeuille ingénierie.	29
3.10	Comparaison entre $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{.,j}$ le portefeuille d'ingénierie	32
3.11	Moyenne-Écart type-Coefficient de variation des facteurs de dev individuel pour d'ingénierie	33
3.12	Vérification de l'hypothèse H2 Chain-Ladder QQ-plot portefeuille ingénierie	34
4.1	Procédure du Bootstrap	39
4.2	Schéma classique de choix de régression pour un GLM	46
5.1	Représentation graphique de résultat obtenu	59
5.2	Représentation graphique de résultat obtenu	62
5.3	Estimation du GLM modèle Poisson sur-dispersée portefeuille incendie	64
5.4	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle de poisson sur-dispersée	65
5.5	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle de poisson sur-dispersée	66
5.6	Représentation graphique de résultat complet de GLM poisson sur-dispersée portefeuille incendie	67
5.7	Estimation du GLM GAMMA portefeuille incendie	69
5.8	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle gamma portefeuille incendie	69

5.9	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle gamma portefeuille incendie	70
5.10	Représentation graphique de résultat complet de GLM gamma portefeuille incendie	71
5.11	Estimation du GLM Poisson composé portefeuille incendie	73
5.12	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille incendie	73
5.13	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille incendie	74
5.14	Représentation graphique de résultat complet de GLM poisson composé portefeuille incendie	75
5.15	Résultats obtenu portefeuille incendie	75
5.16	Estimation du GLM modèle Poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie	77
5.17	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie	77
5.18	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie	78
5.19	Représentation graphique de résultat de GLM poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie.	79
5.20	Estimation du GLM Gamma portefeuille d'ingénierie :	81
5.21	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Gamma portefeuille d'ingénierie	81
5.22	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Gamma portefeuille d'ingénierie	82
5.23	Représentation graphique de résultat de GLM Gamma portefeuille d'ingénierie.	83
5.24	Estimation du GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie :	85
5.25	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille d'ingénierie	85
5.26	Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille d'ingénierie	86
5.27	Représentation graphique de résultat de GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie.	87
5.28	Résultats obtenu portefeuille ingénierie	87

Liste des tableaux

2.1	Triangle des paiements non cumulés	16
2.2	Triangle des paiements cumulés	17
2.3	Facteurs de développements	18
2.4	Provision à l'ultime pour l'ensemble des sinistres	19
3.1	Triangle de paiement cumulé portefeuille incendie	22
3.2	Facteurs de développements portefeuille incendie	23
3.3	Résultat total de la MCL portefeuille incendie	23
3.4	Facteur de développement individuel du portefeuille incendie	26
3.5	Triangle de paiement cumulé pour le portefeuille d'ingénierie.	29
3.6	Facteurs de développements du portefeuille d'ingénierie	30
3.7	Résultat total de la MCL portefeuille ingénierie	30
3.8	Facteur de développement individuel portefeuille ingénierie	33
4.1	Triangle des paiements cumulés théorique obtenus par Chain Ladder.	41
4.2	Triangle des paiements non cumulés théorique obtenus par Chain Ladder.	42
4.3	Triangle des résidus de Pearson	43
4.4	Récapitulatif des principaux modèles	49
5.1	Triangle de paiement cumulé portefeuille incendie	57
5.2	Facteurs de développements portefeuille incendie	57
5.3	Résidus de Pearson ajustés portefeuille d'incendie	58
5.4	Résultats du bootstrap portefeuille incendie B=10 000	58
5.5	Triangle de paiement cumulé portefeuille ingénierie.	60
5.6	Facteurs de développements portefeuille ingénierie	60
5.7	Résidus de Pearson ajustés portefeuille ingénierie	60
5.8	Résultats du bootstrap portefeuille ingénierie B=10 000	61
5.9	Statistiques de réserve de sinistre obtenue par GLM Poisson sur-dispersée portefeuille incendie	64
5.10	Résultat complet de GLM poisson sur-dispersée portefeuille incendie	67
5.11	Statistiques de réserve de sinistre obtenu par GLM Gamma portefeuille incendie	68
5.12	Résultat complet de GLM gamma portefeuille incendie	70

5.13	Statistiques de réserve de sinistre obtenu par poisson composé portefeuille incendie .	72
5.14	Résultat de GLM poisson composé portefeuille incendie	74
5.15	Statistiques de réserve de sinistre obtenu par GLM Poisson sur-dispersée portefeuille ingénierie	76
5.16	Résultat complet de GLM poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie.	78
5.17	Statistiques de réserve de sinistre obtenus par GLM Gamma portefeuille ingénierie .	80
5.18	Résultat complet de GLM Gamma portefeuille d'ingeneering.	82
5.19	Statistiques de réserve de sinistre obtenu par GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie	84
5.20	Résultat complet de GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie.	86



Liste des tableaux



Liste des abréviations

*IARD*¹ Incendie Accidents Risque Divers.

*MSR*² Marge de Solvabilité Réglementaire.

*CCR*³ Compagnie Central de Réassurance.

*MENA*⁴ Middle East North Africa.

*OAA*⁵ Organisme Autorise pour L'adoption.

*GAIF*⁶ Général Arab Insurance Fédération.

*FAIR*⁷ Fédération of Afro Asian Insurance.

*FANAF*⁸ Fédération des société d'Assurances de droit Nationale Africaines.

*AWRIS*⁹ Arab War Risks Insurance Sydcate.

*IDEF*¹⁰ Institut d'économique Douanière et Fiscale.

*ESC*¹¹ École Supérieure de Commerce.

*USTHB*¹² Université des Science et Technologie Houari Boumediene.

*SAP*¹³ Sinistre A payer.

*GLM*¹⁴ Modèle linéaire Généralisés.

*PSAP*¹⁵ Provision pour Sinistre A payer.

*OSL*¹⁶ OutSanding Losses.

*PPNA*¹⁷ Provision pour Primes Non Acquise.

*PPRE*¹⁸ Provision Pour Risque En cours.

*PPE*¹⁹ Provision Pour Égalisation.

*IBNR*²⁰ Incurred But Not Reported.

*IBNYR*²¹ Incurred But Not Yet Reported.

LISTE DES ABRÉVIATIONS

*IBNER*²² Incurred But Not Enough Reported.

*MCL*²³ Méthode Chain Ladder.



Introduction général

Les compagnies d'assurances ou de réassurances permettent à ses clients d'éliminer certains risques. Ces derniers transfèrent leurs risques assurables à une compagnie d'assurance ou réassurance qui elle, en revanche, doit les gérer efficacement afin d'éviter des scénarios catastrophiques qui pourraient mettre en péril la situation financière de l'entreprise et par le fait même maintenir sa rentabilité.

Dans le cadre des opérations des compagnies d'assurances ou de réassurances, une des tâches les plus importantes est de gérer efficacement les risques auxquels elle s'expose en assurant des clients.

Parmi les risques que peuvent rencontrer les compagnies d'assurances ou de réassurances on cite le risque actuariel.

Le déroulement de l'activité au secteur d'assurance est inversé ce qui le met en relation permanente avec le risque et l'incertitude. Donc, la compagnie d'assurance ou réassurance peut garantir la sécurité des assurés et honoré ces contrat avec eux, elle doit constituer des réserves ce qu'on appelle « Les provisions techniques » à partir de tout d'une partie des primes. Ces provisions lui permettront de financer les sinistres et constituent donc une dette envers les assurés, pour cela l'organisme de l'assureur se doit évaluer avec précision le montant des réserves à provisionner pour rembourser ces dettes ou cas ou de la réalisation des sinistres.

L'évaluation du montants des réserves se fait avec plusieurs méthodes qui nous donne à la fin des estimations aux provisions pour sinistre a payé(PSAP), donc la variation de ces méthodes nous facilite la tâche de prendre la meilleur estimation (BEST ESTIMATE) pour éviter les risques du déficit de la compagnie ou de ne pas satisfaire son contrat avec ces assurés.

L'objectif de ce mémoire est de présenter quelques méthodes de calcul du PSAP avec leurs applications sur des données réelles fournies par la compagnie C.C.R.

Le contenu de cette étude tourne autour d'introduction générale, conclusion et cinq (05) chapitres.

Le premier chapitre est consacré à la présentation de l'entreprise, l'exposé de la problématique et des notions de bases de l'assurance ainsi que le développement des méthodes de calcul PSAP.

La deuxième chapitre présente la méthode Chain-Ladder .

L'application de cette méthode sur des données de portefeuilles (l'incendie et l'ingénierie) sera l'objet du chapitre 3.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation des méthodes stochastiques usuelles (Bootstrap et GLM) en vue d'exposer des notions théoriques bien détaillés.

Le dernier chapitre (5^{me}) présente une application numérique des méthodes stochastique en utilisant différents modèles (poisson sur-dispersé, gamma et poisson composé).

Enfin, nous terminons avec une conclusion générale qui récapitule tout les résultats obtenus.

1

Présentation générale

1.1 Généralités

Comme toute société, le bilan simplifié d'une compagnie d'assurance se décompose entre un actif, un passif (hors fonds propres), et l'excédent du premier sur le second constitue les fonds propres de la compagnie, ces fonds propres ont un rôle de réserve dans laquelle on puise pour effectuer tout type d'investissement, que ce soit dans du matériel ou des locaux, mais aussi dans d'autres compagnies (rachat de portefeuille ou de sociétés).

L'évaluation du passif d'une compagnie d'assurance est soumise à une grande incertitude. Cela se traduit graphiquement par la double flèche dans ce graphe :

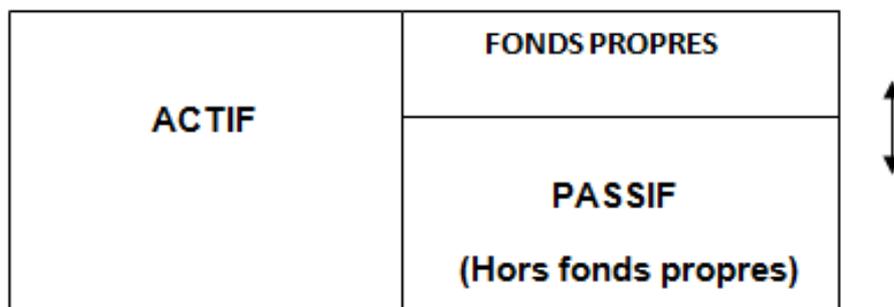


FIGURE 1.1: Bilan simplifié d'une compagnie d'assurance

C'est pourquoi les fonds propres d'une compagnie d'assurance jouent un rôle primordial de tampon absorbant les chocs, dans le cas d'un dérapage de l'évaluation du passif assurantiel.

Dans le cas où les fonds seraient trop faibles pour supporter le transfert d'une perte annuelle la compagnie serait en situation d'insolvabilité.

Les législateurs de la majorité des marchés d'assurance et de réassurance $IARD_1$ ont introduit l'obligation de détenir un montant de fonds propres minimale, appelé la marge de solvabilité réglementaire MSR_2 .

Développement de la marge de solvabilité

Tout d'abord La solvabilité d'une société d'assurance peut être définie comme la capacité de la société à faire face, à tout moment, à ses engagements envers ses assurés et/ou envers les bénéficiaires de contrats d'assurances[2].

L'origine de l'assurance dans chaque pays est différente. Cependant on retrouve souvent la notion de groupe de personnes exposées a un risque identique réalisable avec une fréquence faible. Tout naturellement les porteurs de risque se sont regroupés en mutuelle ou tontine pour former des familles de risques homogènes (garantissant des montants limités) assez nombreuses pour que la tarification puisse s'appuyer sur la théorie des grands nombres. Il est intéressant de rappeler qu'un nombre de risque supérieur à 30 permet déjà l'application de la loi avec une fiabilité acceptable. Dès lors le groupe n'est exposé qu'à la dérive de la sinistralité découlant de phénomènes cumulatifs tels qu'un hiver rude, une épidémie ou un événement naturelle [2].

Lors de l'introduction de l'assurance dans l'univers capitaliste il n'a suffi que de protéger l'assureur contre une dérive cumulative. Ainsi une marge calculée comme pourcentage des primes ou des sinistres était naturelle. Les premiers textes régissant la marge de solvabilité s'appuie sur cette définition.

Au l'aube du troisième millénaire, l'union européenne a décidé de mettre a jour les réglementations en matière de solvabilité minimale réglementaire, en deux étapes [2].

1. La mise à jour de l'ancienne directive de 1973 (méthode fondée sur des pourcentage ou primes et sinistres).
2. La création d'un groupe de travail européen en vue d'une refonte en profondeur de système.

Solvabilité 1

La première étape, est donnée comme une réforme ils ont effectué des changements ponctuels sur l'ancienne méthode dicté par la directivité de 1973. La méthode mise a jour de ces quelques changements fut introduite dans une nouvelle directive en 2002 et est communément appelée solvabilité 1 [3].

Solvabilité 2

La seconde étape est appelée solvabilité 2, elle est encore un projet de directive, à la lumière des évolutions actuelles du secteur de l'assurance, des techniques de gestion de risques et des techniques financières...etc. l'un des principaux objectifs du spécialiste est d'établir un système de solvabilité qui soit plus adapté aux risques effectifs qui pèsent sur les compagnies d'assurance donc ils ont commencé des mises à jour sur solvabilité 1 pour les mettre plus vastes il s'agit d'un exercice de révision plus systématique et plus radicale du régime de solvabilité[4].

1.2 Présentation de l'entreprise

Avant de commencer la présentation de l'entreprise, nous devons faire quelques définitions de base pour faciliter la compréhension, expliquer notre domaine de travail et montrer la compagnie centrale de réassurance. D'abord qu'est-ce que la réassurance ?

La réassurance peut se définir comme étant la technique par laquelle un assureur transfère sur une autre entreprise, appartenant le plus souvent au monde de l'assurance, tout ou partie des risques qu'il a souscrits moyennant une partie des primes d'assurances souscrites par l'assureur [5].

autrement dit La réassurance est l'assurance des assureurs elle permet de stabiliser son bilan et en particulier son compte de résultats Sur la base de cette définition, plusieurs sociétés ont été créées dans le domaine de la réassurance avec toutes ses succursales.

Réassurance non-vie ?

Une réassurance non-vie regroupe toutes les assurances hormis les contrats d'assurance-vie, elle concerne l'ensemble des conventions prudentielles qui ne sont pas liées ou conditionnées directement à la vie de l'assuré.

Réassurance non-vie regroupe l'ensemble des contrats de type $IARD_1$, elle sert à protéger financièrement une personne physique ou morale et ses biens contre les risques inhérents à l'existence. C'est une garantie financière face aux aléas sur les choses et les personnes [6].

La compagnie central de réassurance algérienne

L'Algérie, comme d'autres pays développés, comprend une entreprise leader en réassurance compagnie central de réassurance.

La CCR_3 est une société par actions au capital social de 22 milliards DA, propriété de l'état algérien. L'entreprise a son siège social à Alger (Ouled Fayet). Néanmoins, la CCR_3 continue d'occuper une place majeure dans le paysage de réassurance en Algérie. En effet, la CCR_3 propose ses capacités dans diverses branches de réassurance à sa clientèle nationale et internationale. Aussi, la CCR centralise l'assurance contre les effets des catastrophes naturelles, sous la garantie de l'état, en réassurant l'ensemble des sociétés d'assurance du marché algérien.

Les activités de la CCR_3 s'étendent à toutes les formes de réassurance et à l'ensemble des branches d'assurances. Pour cette raison, elle est en relation d'affaires avec toutes les sociétés d'assurances algériennes ainsi qu'avec une multitude de partenaires (assureurs, réassureurs et courtiers) à travers le monde, et avec lesquels, elle développe un volume d'affaires important et bénéficie aussi bien sur le plan national que international d'une bonne image de marque (Notation B+ délivrée par l'agence de notation AM Best). En se basant sur les données fournies par l'agence de notation AM Best à fin 2016, il est constaté que sur les cinq (5) dernières années, la CCR_3 présente les meilleures performances techniques représentées par le « loss ratio » et le « combined ratio » de tous les réassureurs de la région $MENA_4$ notés par l'agence de notation AM Best. Par ailleurs, la CCR_3 participe activement dans les organisations régionales OAA_5 , GAI_6 , $FAIR_7$, $FANAF_8$. Elle est membre des syndicats et pools $AWRIS_9$, $FAIR_7$, Pool Marine and Non Marine, African Pool Aviation and Fire, Asian Pools Non Marine and Aviation.

L'une des principales forces de la CCR_3 est la qualité de sa ressource humaine qualifiée. Leur cadres sont rigoureusement sélectionnés, et ils suivent des formations approfondies sur les métiers de la réassurance, tant au niveau national qu'à l'étranger avec des stages de perfectionnement au niveau des plus grandes entreprises de réassurance dans le monde, afin d'être à même de servir sa clientèle, aussi bien nationale qu'internationale. Leur capital humain bénéficie d'un cadre de travail compétitif, et l'intégrité constitue l'une de leur principales devises. En matière de responsabilité sociale, la CCR_3 intègre les préoccupations sociales, environnementales, et économiques dans ses activités sur une base volontaire. Ainsi, la compagnie sponsorise un certain nombre de manifestations sportives, notamment celles destinées aux jeunes catégories, certaines activités universitaires (avec nos partenaires $IEDF_{10}$, ESC_{11} , $USTHB_{12}$, etc.), en plus de certaines activités caritatives au profit d'associations d'handicapés.

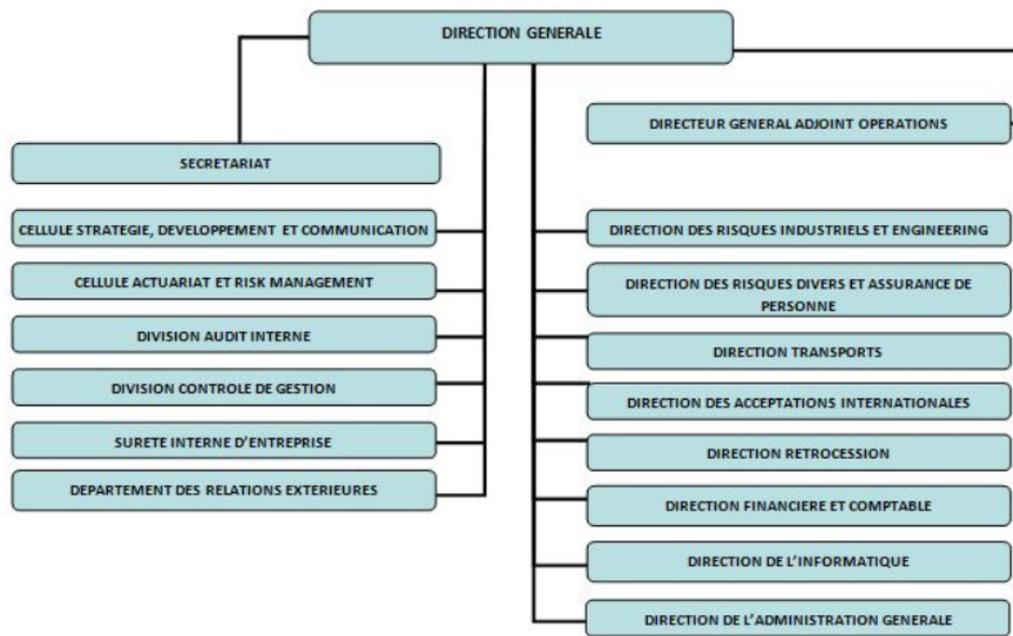


FIGURE 1.2: Organigramme Mécanisme de la Compagnie Central Réassurance (C.C.R)

1.3 Problématique

L'activité d'assurance, par sa nature, se développe, dans un univers incertain, car en assurance le cycle de production est inversé. En effet, le paiement de la prime est effectué avant le règlement des sinistres autrement dit avant que le service soit fourni, d'où la première contrainte d'une compagnie d'assurance est de respecter ses engagements vis-à-vis de ses assurés.

Pour honorer ses engagements envers ses assurés en cas de réalisation du sinistre, l'assureur se doit alors de constituer des provisions au passif de son bilan. Ainsi, l'enjeu pour une compagnie d'assurance et de réassurance est d'évaluer et d'estimer le montant de ces provisions afin d'être capable de faire face à toutes les indemnisations qu'elle aura à verser pour les sinistres qui seront survenus pendant la période couverte par le contrat. L'estimation de ces provisions est, par conséquent, un enjeu crucial. Effectivement, une mauvaise estimation de ces provisions peut avoir de très lourdes conséquences pour la compagnie, allant d'une simple perte à l'insolvabilité, puisque un niveau de provision trop élevé génère une baisse de résultat pour la compagnie et un niveau de provision

sous-estimé ne permettrait pas à la compagnie de respecter ses engagements envers les assurés.

Il existe différents types de provisions selon la branche d'activité considérée et le risque couvert. Or, dans ce mémoire, on se place pour le calcul des provisions des sinistres à payer SAP_{13} dans le cadre de la réassurance non-vie. Les provisions pour sinistres à payer sont souvent les plus importantes en montant, elles représentent, en générale, plus de 50% du montant des provisions techniques des compagnies d'assurances et de réassurances et nécessitent, par conséquent, une évaluation très précise; elles correspondent aux sinistres survenus à la date d'inventaire mais qui n'ont pas encore été réglés. Un très grand nombre de modélisations sont proposées pour déterminer le montant de provisions; ces méthodes se divisent en deux catégories :

1. Méthodes déterministes .
2. Méthodes stochastiques.

La première catégorie a le mérite d'être souple et de renvoyer des résultats facilement interprétables. Elle permet facilement d'apprécier le niveau des provisions sans marge de risque. Ces méthodes reposent sur l'hypothèse de stabilité du délai s'écoulant entre la survenance d'un sinistre et le règlement en absence de l'inflation, de changement de structure de portefeuille et plus généralement dans la gestion des sinistres. Parmi ces méthodes on trouve : Méthode chain-Ladder, Méthode de London-Chain, Méthode de De Vylder, Méthode de Bornuhetter-Ferguson, etc [7] .

La seconde catégorie est introduite justement afin d'obtenir une estimation de cette erreur de prévision. Le recours aux modèles stochastiques est justifié par le besoin de mesurer l'incertitude présentée dans les triangles et les résultats issus des méthodes déterministes, parmi ces méthodes on trouve : Modèles de Mack , Méthode de Bootstrap et Modèle linéaire Généralisés GLM_{14} .. etc. Toutes ces méthodes classiques ont chacune leurs avantages et inconvénients.

Ce mémoire a pour principal objectif de comprendre les mécanismes de provisionnement en réassurance non-vie. Il porte sur l'étude des différentes méthodes mathématiques et actuarielles d'évaluation des provisions et présente une application pratique à un portefeuille de réassurance non-vie.

L'essentiel du sujet concerne donc l'estimation des provisions pour sinistres à payer $PSAP_{15}$, selon une approche déterministe et stochastique.

1.4 Notions de bases

1.4.1 Vision générale des provisions réglementaires :

Provisionnement

Il est important pour les assureurs d'obtenir des estimations fiables de leurs provisions, précises et peu volatiles, on prend l'exemple de USA, la mauvaise estimation des provision, provoque des perte, ces perte sont la cause principale de non solvabilité des sociétés d'assurances américaines de 1969 à 2002 [8].

De là, nous commençons à parler de l'importance de provisionnement

Les provisions techniques représentent la réserve réglementaire devant être constituée pour faire face au règlement des engagements liés aux opération d'assurance ou de réassurance pris envers les assurés pour une compagnie d'assurance ou les compagnie d'assurance cédantes (pour une réassurance)[9].

Les provisions techniques peuvent être classées sous trois formes :

1. Provision pour primes.
2. Provision pour sinistre.
3. Provision concernant les actifs.

Nous nous intéresse sur les provisions pour sinistre tel que les provisions pour sinistre sont composée par les réserves totales comptabilisées, on dit sinistre a payé SAP_{13} ou encore OSL_{16} en anglais, sont l'estimation de la partie du sinistre á charge de réassurance mais non encore débitée puisque non encore réglée par l'assureur [10].

L'évaluation d'un sinistre survenu n'est pas toujours facile et il peut s'écouler un certain temps avant la connaissance de tous les facteurs a prendre comme considération.

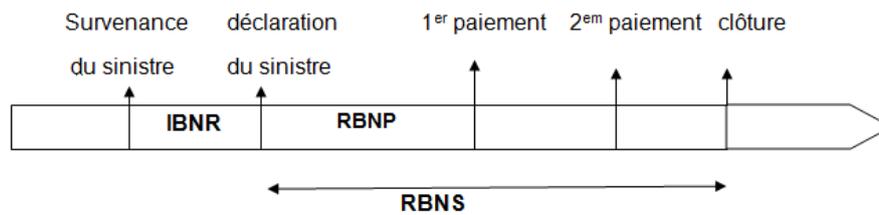


FIGURE 1.3: Déroulement de sinistre

Décision du traitement de sinistre

Le système appliqué a chaque traité et mentionner dans le contrat, si non le réassureur doit choisir un parmi les trois systèmes suivant Selon la branche qui travail sur elle :

1. Année de compte de cédante.
2. Année de souscription.
3. Année de survenance.

Année de souscription

Les primes et les sinistres sont comptabilisés selon l'année de souscription de contrat jusqu'à fin de l'engagement le réassureur reçoit la prime de l'année de souscription mais sera engagé sur les sinistres jusqu'à leur liquidation complète Cela signifie, par exemple, que si la police d'assurance sous-jacente et le contrat de réassurance ont tous deux une durée de douze mois, le contrat de réassurance couvrira les sinistres sous-jacents survenant durant une période de vingt-quatre mois . Ce système est généralement utilisé pour les contrats a développement long et les facultatives[2].

Sinistres attritionnel ou sinistres majeurs

Le comportement global de la sinistralité Affecté par l'Apparition d'un sinistre représente un poids significatif dans un segment a un caractère exceptionnel, Dans ce cas nous devions exclure ce sinistre et de faire une analyse séparée il nécessite des informations exogènes, la souscription et le marché [11].

Le traitement de ce genre de sinistre se fait à travers La théorie des valeurs extrêmes, elle permet d'obtenir des estimations fiables d'événements rares. Trois méthodes classiques (valeurs record, moyenne des excès, approximation par la loi de Pareto généralisée) sont proposées pour la détermination

d'un seuil d'écrêtement au-delà duquel un événement est considéré comme atypique. A priori, cette démarche n'a pas été utilisée en ce projet.

Pour les entreprises de réassurance exerçant leur activité en réassurance non-vie, le risque de souscription est l'un des risques majeurs auquel elles sont soumises, le risque lié à l'évaluation du meilleur estimateur (Best estimate) des provisions pour sinistres à payer $PSAP_{15}$.

1.4.2 Provisions pour sinistres à payer (PSAP)

Les provisions techniques en assurances non-vie sont principalement des provisions pour sinistres à payer $PSAP_{15}$, des provisions pour primes non acquises $PPNA_{17}$, des provisions pour risques en cours $PPRE_{18}$ et des provisions pour égalisation PPE_{19} [12].

Nous nous intéressons dans notre étude à $PSAP_{15}$ qui est l'une des provisions clé pour une entreprise de réassurance non-vie. Ainsi, au 31 Décembre 2008, les provisions pour sinistres, en brut de réassurance, représentaient plus de la moitié du total du bilan de l'ensemble des assureurs non-vie sur le marché européen.

D'après l'ordonnance 95/07 relative aux assurance, la $PSAP_{15}$ est la valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes(frais d'expertise,frais judiciaires) , nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise[13].

Il existe de nombreuses définitions dans différents articles , mais elles ont toutes la même signification c'est que la $PSAP_{15}$ est la dette de l'entreprise d'assurance (réassurance) envers ses assurés pour les sinistres arrivés à échéance et déclarés, mais non encore décaissés par l'assureur ainsi que la provision des sinistres survenus mais non encore déclarés par la société qui a souscrit le contrat de prévoyance (sinistres non déclarés ou sinistres tardifs).

Objectif de PSAP

La $PSAP_{15}$ à comme objectif couvrir les règlements des sinistres survenus avant une date d'évaluation T. Cette provision doit être calculée exercice par exercice sous certaines règles d'applications, elle

peut s'écrire comme la somme de deux composantes [14] :

$$\text{PSAP} = \text{Provision dossier/dossier} + \text{IBNR}$$

Avec :

- La provision dossier par dossier qui est évaluée par les gestionnaires sinistres ; elle correspond au montant restant à payer sur chaque sinistre non clos.

- Les $IBNR_{20}$ qui peuvent être calculés soit de manière forfaitaire, soit de manière statistique ; les sinistres IBNR comprennent les sinistres survenus mais non encore déclarés (IBNYR : Incurred But Not Yet Reported) encore appelés « tardifs » et les sinistres connus de l'assureur mais dont la liquidation future va générer des boni ou des mali (IBNER : Incurred But Not Enough Reported).

Provisions pour sinistres à payer :évaluation de solvabilité 1

L'article R331-1 du code des assurances précise que le montant de la provision pour sinistres à payer doit être suffisant pour satisfaction de tous les sinistres.

Les recours sont des sommes encaissées sous forme de récupération partielle ou totale d'une indemnité de sinistre versée à l'assuré. Les prévisions de recours à encaisser, qui doivent faire l'objet d'une évaluation distincte, correspondent à l'estimation des recours futurs, pour l'ensemble des sinistres survenus à la date d'évaluation. Le montant de $PSAP_{15}$, calculé exercice par exercice, est déterminé en brut de recours [3].

Le montant de $PSAP_{15}$ est complété, à titre de chargement, par une évaluation des charges de gestion qui, compte tenu des éléments déjà inclus dans la provision, doit être suffisante pour liquider tous les sinistres (provision pour frais de gestion des sinistres)[3]. Le montant de $PSAP_{15}$ est évalué en brut de réassurance. En contrepartie, la provision pour sinistres réassurés apparaît à l'actif du bilan.

Les provisions pour sinistres doivent être suffisantes au jour du règlement et pas seulement à la date de l'inventaire : les évaluations doivent donc prendre en compte un coefficient d'érosion monétaire. La méthode réglementaire pour calculer la provision pour sinistres déclarés est la méthode dossier par dossier. Tant que la provision pour sinistres tardifs ne fait pas l'objet d'une réglementation spécifique on peut aussi calculée d'une manière forfaitaire ou statistique [2].

Provisions pour sinistres à payer :évaluation de solvabilité 2

Les provisions techniques sont évaluées selon une approche Best estimate, se définissant comme l'espérance des flux futurs permettant d'honorer les engagements envers les assurés, en prenant en compte la valeur temps. Sur la base de ce Best estimate des engagements s'ajoute une marge pour risques évaluée selon une approche coût du capital.

Dans solvabilité 2 traite les choses de point de vue quantitatif, les deux grandes évolutions dans l'évaluation des provisions pour sinistres à payer sont :

- Le passage d'une évaluation incluant une marge de prudence à une évaluation Best estimate.
- La prise en compte de la valeur temps (actualisation des flux futurs).

1.5 Méthodes d'évaluations des provisions

A l'aide des méthodes actuarielles on peut évaluer des provisions cette évaluation nécessite l'estimation d'un indicateur de position. il existe différentes méthodes pour l'estimer [2].

Méthodes déterministes

Permettent de déterminer un niveau de position nécessaire mais ne fournissent aucune information sur la distribution sous-jacente des réserves.

Parmi les méthodes les plus utilisées on cite [8] [15] [16] :

- Méthode de chain ladder.
- Méthode de borhutter-fergusson.
- Méthode de loss ratio.
- Méthode factorielle des moindres carrés

Méthodes stochastique

L'estimation de la variabilité c'est la simple estimation du montant de réserve avec quelque contrainte la distribution prédictive complète peut être déterminée avec un niveau de confortabilité de 75 pourcent, on note aussi quelque méthode stochastique couramment utilisée [17][18] :

- Modèle de mack.
- Bootstrap.

— GLM_{14} .

Ces méthodes ont pour objet de faire une bonne estimation des engagements futures de l'assureur.

Grâce à la pratique de ces méthodes on peut déterminer un montant de provisions aussi fiable que possible.

Les résultats obtenus donnent une bonne approximation du montant des engagements de la compagnie.

Les méthodes choisies sont applicables à l'analyse des triangles de liquidation tels que présentés ci-dessous :

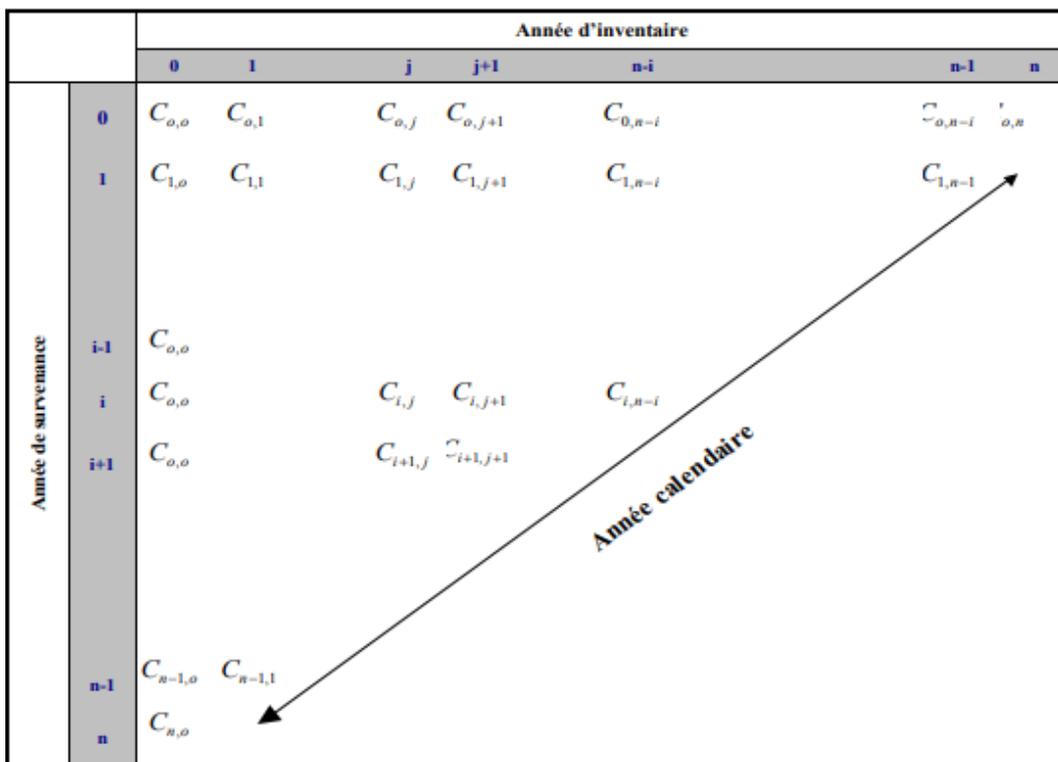


FIGURE 1.4: Triangle de montants cumulés

On note dans la suites :

i : l'année d'origine $i=0, \dots, n$.

j : le délai de règlement $j=0, \dots, n$.

$X_{i,j}$: la mesure de sinistralité correspondant à l'année d'origine i au délai j .

$C_{i,j}$: le montant cumulés des règlements pour l'année d'origine i jusqu'au délai de règlement j .

2

Méthode déterministe (Chain ladder)

2.1 Introduction

Depuis longtemps les actuaires utilisent différentes méthodes de calcul de provisions, Ces méthodes sont soit déterministe ou bien stochastique.

En 1938, E. Astesan [19] a créer la technique des triangles de développement. De cette technique découle la méthode très populaire dite Chain-Ladder.

Dans ce chapitre, nous allons présenté la méthode Chain Ladder (MCL). Une méthode qui appartient à la catégorie des méthodes déterministes caractérisée par sa souplesse, et par ses résultats facilement interprétables.

Dans ce qui suit, nous allons montrer le mécanisme de cette méthode ainsi qu'une application sur des données réelles.

2.2 Chain Ladder

La méthode Chain Ladder est une méthode déterministe fréquemment utilisée, elle est parmi les méthodes les plus utilisée dans le milieu professionnel grâce à sa simplicité de compréhension et facilité de programmation, elle est basée sur les triangles de liquidation, son principe est de reproduire le passé dans le future.

Comme toute les méthodes de provisionnement la MCL_{23} basée sur l'utilisation des triangles de liquidation (Run of triangle), ce dernier explique le déroulement des sinistres et contient des informations de nature différente, montant payé, charges et nombre de sinistres,etc .[20]

2.2.1 Hypothèses de la méthode Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder a deux hypothèses fortes [21] :

- H_1 : L'indépendance des années de survenance. Autrement dit, les sinistres qui sont déjà survenu n'ont aucune influence sur les sinistres pouvant survenir l'année suivante, généralement cette hypothèse est vérifiée dans la majorité des domaines de l'assurance.

- H_2 : Les années de développement sont les variables explicatives du comportement des sinistres futurs. C'est à dire que la seule explication de l'évolution du montant des sinistres au cours des années de développement est la durée de ce développement.

Limites de la MCL :

L'hypothèse d'indépendance utilisée dans la méthode Chain-Ladder est assez restrictive. En effet, les conditions suivantes doivent être réunies pour qu'elle soit valide [22] :

- Le passé doit être suffisamment régulier : Par exemple, il ne doit pas y avoir de changements importants dans la gestion des sinistres ou dans le taux d'inflation spécifique de la branche .
- La branche doit être peu volatile : il est compliqué de traiter les sinistres graves, en particulier s'ils sont ponctuels, par cette méthode.
- Les données du portefeuille doivent être nombreuses et fiables.

Avantage de la MCL :

L'utilisation très répandue des méthodes type Chain-Ladder est essentiellement due à leur simplicité de mise en œuvre, mais également à leur universalité. En effet, adaptées à des valeurs négatives de montants non cumulés, elles peuvent s'appliquer à des triangles de charges ou à des triangles de paiements comprenant des recours.

2.2.2 Reconstitution des triangles des sinistres

Nous disposons d'une base de règlement de sinistre, Pour chaque règlement, nous avons la date de survenance du sinistre associé i , le montant réglé $x_{i,j}$ et la date de règlement j , ainsi nous allons pouvoir constituer notre triangle des règlements comme suit [23] :

Année d'origine <i>i</i>	Délai de règlement <i>j</i>									
	0	1	<i>j</i>	<i>n-i</i>	<i>n-1</i>	<i>n</i>
0	$x_{0,0}$	$x_{0,1}$...	$x_{0,j}$	$x_{0,n-1}$	$x_{0,n}$
1	$x_{1,0}$	$x_{1,1}$...	$x_{1,j}$	$x_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	...	⋮		
<i>i</i>	$x_{i,0}$	$x_{i,1}$...	$x_{i,j}$...	$x_{i,n-i}$...			
⋮	⋮	⋮	...	⋮				
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...					
⋮	⋮	⋮	...	$x_{n-j,j}$						
⋮	⋮	⋮	...							
<i>n-1</i>	$x_{n-1,0}$	$x_{n-1,1}$								
<i>n</i>	$x_{n,0}$									

TABLE 2.1: Triangle des paiements non cumulés

À partir du triangle des montants non cumulés on construit le triangle des montants cumulés on en déduit que $C_{i,j}$ c'est le cumule des règlements déjà réalisés en année $i + j$ des sinistres survenus en année i tel que [24] :

$$C_{i,j} = \sum_{h=0}^j x_{i,h}$$

$$x_{i,0} = C_{i,0}$$

$$x_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1} \text{ si } (j \geq 1)$$

après les calculs on trouvera le tableau de triangle des montants cumulés suivant :

Année d'origine i	Délai de règlement j									
	0	1	...	j	...	n-i	n-1	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$...	$C_{0,j}$	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$...	$C_{1,j}$	$C_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	...	⋮		
i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$...	$C_{i,j}$...	$C_{i,n-1}$...			
⋮	⋮	⋮	...	⋮				
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...					
⋮	⋮	⋮	...	$C_{n-j,j}$						
⋮	⋮	⋮	...							
n-1	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$								
n	$C_{n,0}$									

TABLE 2.2: Triangle des paiements cumulés

On peut noter que ce triangle contient $1 + 2 + \dots + (n + 1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ données .

2.3 Estimation de PSAP à partir de MCL

Dans notre projet, On va traiter nos données à l'aide de méthode de cadence. On sait que la cadence de règlement est l'ensemble des pourcentage de paiement des sinistres calculés pour chaque exercice impliqué dans le paiement des sinistres.

Cette méthode exige la régularité dans les procédures de paiement des sinistres.

Les calculs dans les méthodes de cadence, sont conduits a l'aide des facteurs de développement.

Soit le facteur de développement individuel par année de survenance [25] :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \tag{2.1}$$

d'après l'hypothèse forte H_1 d'indépendance de MCL on a :

$$\frac{C_{0,j+1}}{C_{0,j}} \approx \frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} \approx \dots \approx \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \approx \dots \approx \frac{C_{n-j-1,j+1}}{C_{n-j-1,j}} \quad (2.2)$$

Cette égalité dans la pratique est approximativement vérifiée. Donc il est naturel de choisir comme facteur commun :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \quad (2.3)$$

Du triangle des paiements cumulés donné au tableau (2.2) on déduit les facteurs de développement de chaque année :

	0 - 1	1 - 2	2 - 3	(j-1) - j
j	0	1	2	j
f_j	f_0	f_1	f_2	f_{j-1}

TABLE 2.3: Facteurs de développements

Une fois les facteurs de développement estimés, les paiements cumulés "charges ultimes S_i " sont à leur tour déterminés par : [26]

$$S_i = \hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} [f_{n-i} * \dots * f_{n-1}] = C_{i,n-i} \prod_{h=n-i}^{n-1} f_h \quad (2.4)$$

On peut donc compléter le triangle grâce aux cumule des règlement estimé $\hat{C}_{i,n}$. On obtient ainsi les provisions à l'ultime pour l'année de survénance \hat{R}_i : [27]

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.5)$$

Ainsi la provision à l'ultime pour l'ensemble des sinistres est donnée par :

$$R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i \tag{2.6}$$

Nous obtenons au final le tableau complété des paiements cumulés suivant [27] :

Exercice i	Délai de règlement j									provisions
	0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n	
0									$C_{0,n}$	0
1								$C_{1,n-1}$	$\hat{C}_{1,n}$	\hat{R}_1
⋮							$C_{i,n-i}$	$\hat{C}_{i,n-1}$	⋮	⋮
i						$C_{i,n-i}$	$\hat{C}_{i,n-i}$	$\hat{C}_{i,n-1}$	$\hat{C}_{i,n}$	\hat{R}_i
⋮					$C_{i,n-i}$	$\hat{C}_{i,n-i}$	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮				$C_{i,j}$	$\hat{C}_{i,j}$	$\hat{C}_{i,n-i}$	⋮	⋮
⋮			$C_{i,n-i}$	$\hat{C}_{i,j}$	⋮	⋮
n-1		$C_{n-1,1}$	$\hat{C}_{n-1,j}$	$\hat{C}_{n-1,j}$...	$\hat{C}_{n-1,n-i}$...	$\hat{C}_{n-1,n-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}$	\hat{R}_{n-1}
n	$C_{n,0}$	$\hat{C}_{n,1}$...	$\hat{C}_{n,j}$...	$\hat{C}_{n,n-i}$...	$\hat{C}_{n,n-1}$	$\hat{C}_{n,n}$	\hat{R}_n
	provision totale									R

TABLE 2.4: Provision à l'ultime pour l'ensemble des sinistres

Malgré sa simplicité d'utilisation, il est important d'effectuer certaines vérifications pour valider cette méthode. Par exemple, il faut faire attention aux sinistres graves ou facultatifs qui biaisent le triangle et ne permettent pas d'aboutir à des estimations fiables. Il faut les isoler et les traiter séparément du reste des sinistres attritionnels. Aussi, il faut prendre en considération que cette méthode ne fait aucune hypothèse sur la loi de survie par les coûts et les fréquences des sinistres. Donc, elle ne permet pas d'évaluer la précision de l'estimation obtenue.

3

Application de la Méthode Déterministe (MCL)

Ce chapitre présente l'application de la méthode Chain Ladder (MCL) sur des données réelles.

Nous avons choisis pour notre application deux portefeuilles fournis par la C.C.R la compagnie qui parraine ce projet, l'un c'est le portefeuille d'incendie et l'autre le portefeuille d'ingénierie.

3.1 Choix du langage de Programmation

La technicité croissante des modèles utilisés en actuariat nécessite de recourir à des logiciels performants .Le logiciel R, développé initialement dans un contexte universitaire, constitue aujourd'hui une alternative particulièrement intéressante à ces outils commerciaux.

Au-delà des avantages de la gratuité de la licence, de nombreuses ressources sont disponibles sur internet pour traiter les problèmes les plus classiques (Kaplan-Meier, Cox, valorisation d'options, théorie de extrêmes , etc .[28]

L'interêt du choix du logiciel R est : la disponibilité de la documentation dans le contexte de problèmes actuariels. Cette documentation est fournie sous forme d'exemples de code et d'indications sur les packages utiles dans chaque domaine étudié. Le package Chain Ladder implémente de nombreux modèles de provisionnement non-vie.

3.2 Présentation des bases de données et traitement effectués

Les données dont nous disposons sont des triangles des règlements, chaque portefeuille contient un (01) triangle de règlement (sinistre payé), Chaque triangle fournie des informations d'intérêts pour notre étude répartie sur la période 2009/2019.

Avant d'appliquer nos algorithmes, notons que certaines valeurs ou variables ont été modifiées sans que cela n'impact la pertinence des résultats présentés à cause de confidentialité.

3.2.1 MCL de portefeuille d'incendie

i) Représentation graphique des données de portefeuille d'incendie

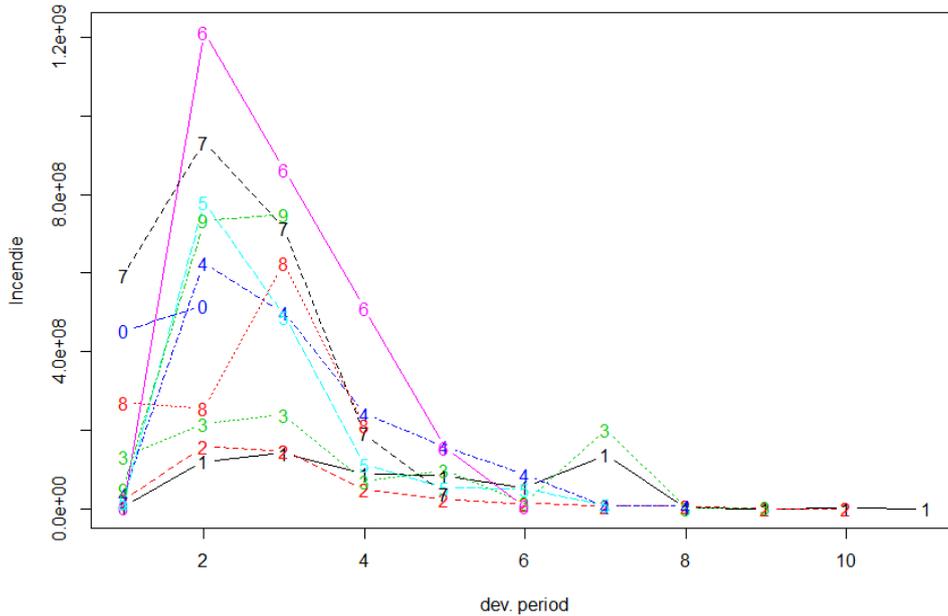


FIGURE 3.1: Représentation graphique des données de portefeuille d'incendie

D'après la représentation graphique du portefeuille d'incendie nous constatons :

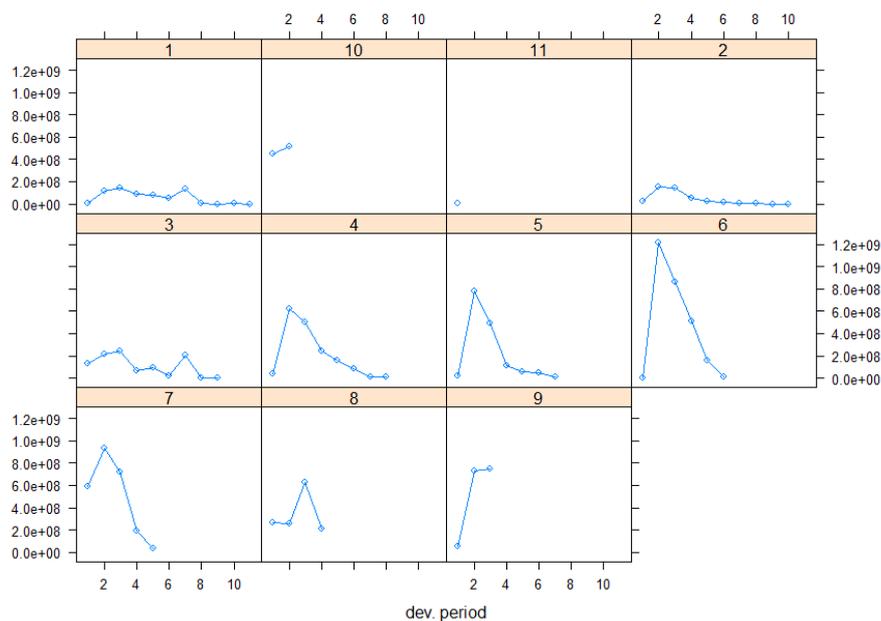


FIGURE 3.2: Représentation graphique des données de portefeuille d'incendie

ii) Application au triangle de règlements d'incendie

Après avoir présenté les données, nous passons à la modélisation de notre triangle de règlement en commençant par la construction du tableau de triangle de paiement cumulé .

UW-year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	6 926 918	127 307 874	268 477 829	357 276 106	440 106 549	493 665 454	630 466 334	631 583 239	631 670 758	632 535 012	632 535 342
2010	19 476 494	177 561 586	325 158 193	373 576 521	397 273 020	410 457 708	416 722 936	423 478 362	423 525 892	423 630 913	
2011	131 587 045	348 257 087	586 934 948	657 216 133	755 431 291	770 587 968	972 172 013	973 627 621	976 429 496		
2012	37 624 209	663 831 868	1 162 823 268	1 404 428 544	1 561 191 068	1 647 842 737	1 654 778 311	1 662 247 461			
2013	17 057 630	798 198 664	1 287 615 208	1 400 243 636	1 453 403 582	1 503 562 702	1 511 713 454				
2014	3 852 298	1 218 759 037	2 081 788 943	2 593 785 475	2 748 483 207	2 755 188 919					
2015	592 906 798	1 526 108 635	2 241 887 969	2 433 326 884	2 470 500 656						
2016	269 434 155	525 166 779	1 150 437 463	1 362 897 892							
2017	49 708 015	783 408 886	1 532 812 992								
2018	452 529 381	969 279 817									
2019	9 039 406										

TABLE 3.1: Triangle de paiement cumulé portefeuille incendie

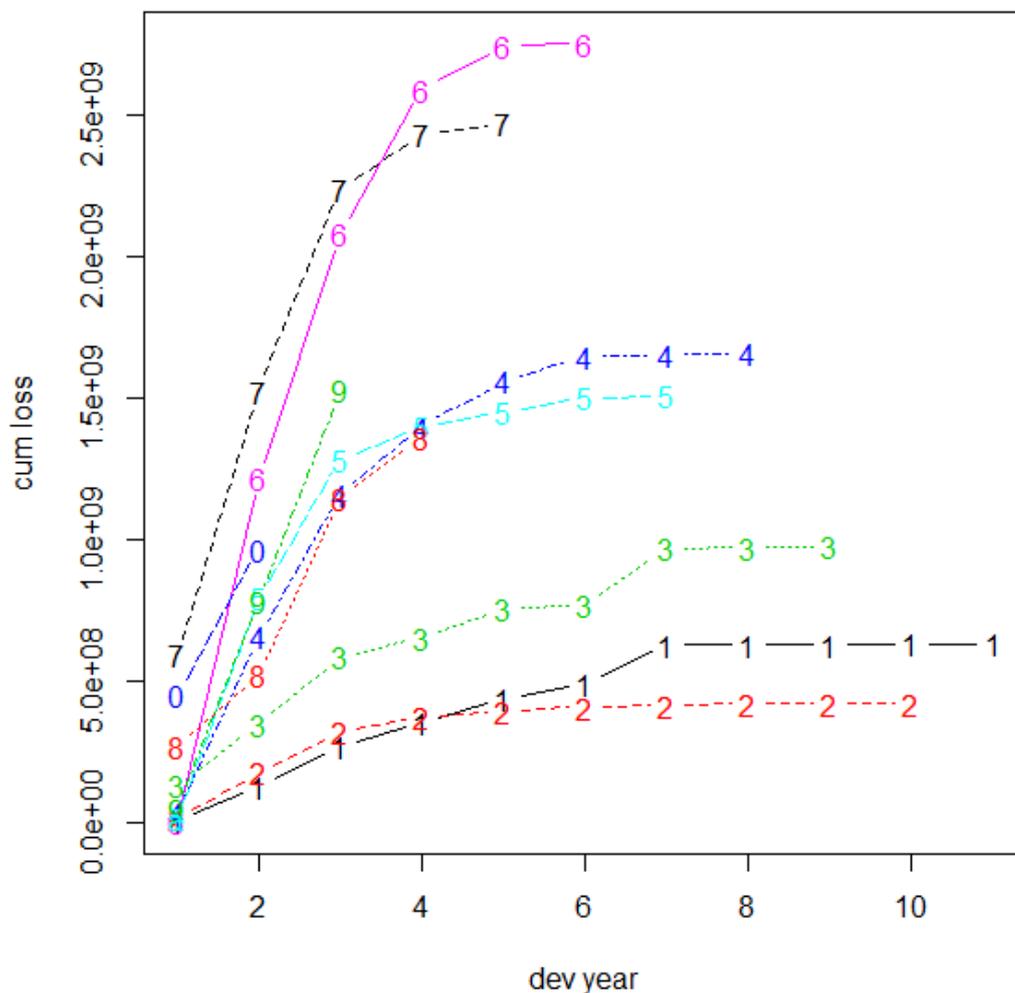


FIGURE 3.3: Représentation graphique du paiement cumulé

Lorsqu'on obtient notre tableau de paiement cumulé on calcul les facteurs de développement dont la formule est mentionnée dans la partie précédente(2.3 page 18) .

	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_j	4.514494	1.724530	1.162285	1.065786	1.030644	1.074540	1.004572	1.001448	1.000919	1.000001

TABLE 3.2: Facteurs de développements portefeuille incendie

Grâce à ces facteurs f_j nous pouvons estimer :

- La Charge ultime S_i
- Les Provisions pour sinistre a payé (PSAP) \hat{R}_i

	Ultime S_i	Provision \hat{R}_i
2009	632 535 342	-
2010	423 631 134	221
2011	977 326 928	897 432
2012	1 666 183 864	3 936 403
2013	1 522 220 852	10 507 397
2014	2 981 137 242	225 948 323
2015	2 755 017 785	284 517 129
2016	1 619 842 209	256 944 317
2017	2 117 440 882	584 627 890
2018	2 309 096 370	1 339 816 552
2019	97 216 928	88 177 522
Total	NA	2 795 373 186

TABLE 3.3: Résultat total de la MCL portefeuille incendie

Voici un tableau récapitulatif représente tout les résultats obtenu par la MCL appliqué sur le portefeuille d'incendie.

CHAPITRE 3. APPLICATION DE LA MÉTHODE DÉTERMINISTE (MCL)

UW-year	Délai de règlement j										provisions	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		11
2009	6 926 918	127 307 874	268 477 829	357 276 106	440 106 549	493 665 454	630 466 334	631 583 239	631 670 758	632 535 012	632 535 342	-
2010	19 476 494	177 561 586	325 158 193	373 576 521	397 273 020	410 457 708	416 722 936	423 478 362	423 525 892	423 630 913	423 631 134	221
2011	131 587 045	348 257 087	586 934 948	657 216 133	755 431 291	770 587 968	972 172 013	973 627 621	976 429 496	977 326 418	977 326 928	897 432
2012	37 624 209	663 831 868	1 162 823 268	1 404 428 544	1 561 191 068	1 647 842 737	1 654 778 311	1 662 247 461	1 664 653 889	1 666 182 995	1 666 183 864	3 936 403
2013	17 057 630	798 198 664	1 287 615 208	1 400 243 636	1 453 403 582	1 503 562 702	1 511 713 454	1 518 624 565	1 520 823 071	1 522 220 058	1 522 220 852	10 507 397
2014	3 852 298	1 218 759 037	2 081 788 943	2 593 785 475	2 748 483 207	2 755 188 919	2 960 559 417	2 974 094 227	2 978 399 809	2 981 135 687	2 981 137 242	225 948 323
2015	592 906 798	1 526 108 635	2 241 887 969	2 433 326 884	2 470 500 656	2 54 620 7658	2 736 000 790	2 748 508 983	2 752 487 987	2 755 016 348	2 755 017 785	284 517 129
2016	269 434 155	525 166 779	1 150 437 463	1 362 897 892	1 452 557 316	1 497 070 058	1 608 660 963	1 616 015 289	1 618 354 787	1 619 841 364	1 619 842 209	256 944 317
2017	49 708 015	783 408 886	1 532 812 992	1 781 565 944	1 898 767 810	1 956 954 404	2 102 824 873	2 112 438 372	2 115 496 539	2 117 439 777	2 117 440 882	584 627 890
2018	452 529 381	969 279 817	1 671 552 177	1 942 820 453	2 070 630 588	2 134 083 813	2 293 157 425	2 303 641 069	2 306 976 039	2 309 095 165	2 309 096 370	1 339 816 552
2019	9039406	40 808 347	70 375 221	81 796 082	87 177 108	89 848 598	96 545 871	96 987 250	97 127 658	97 216 877	97 216 928	88 177 522
	Provision totale R										2 795 373 186	

La valeur de la PSAP de portefeuille d'incendie selon Chain Ladder est de 2 795 373 186 UM .
 Malgré la simplicité de son utilisation, il est important, d'effectuer certaines vérifications pour valider cette méthode.

iii) **Vérification des hypothèses**

La validation des résultats obtenus par la méthode « Chain Ladder » repose sur la vérification des hypothèses sous-jacentes.

- La première hypothèse H_1 dite l'indépendance des années de souscription entre elles, elle signifie que les sinistres survenus auparavant ne doivent pas influencer l'incidence des sinistres des années d'après. En pratique, cette hypothèse est généralement admise, comme (déjà citée dans 2.2 p15) .

Afin de nous assurer de la véracité de cette hypothèse , il faut comparer les coefficients de passages individuel $f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ et $\bar{f}_{.,j} = (\frac{1}{I}) \sum_{i=1}^I f_{i,j}$ où :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \text{ et } \bar{f}_{.,j} = (\frac{1}{I}) \sum_{i=1}^I f_{i,j} \text{ où :}$$

I est le nombre de facteurs de développement $f_{i,j}$ par année de développement, $j=1, \dots, 11$.

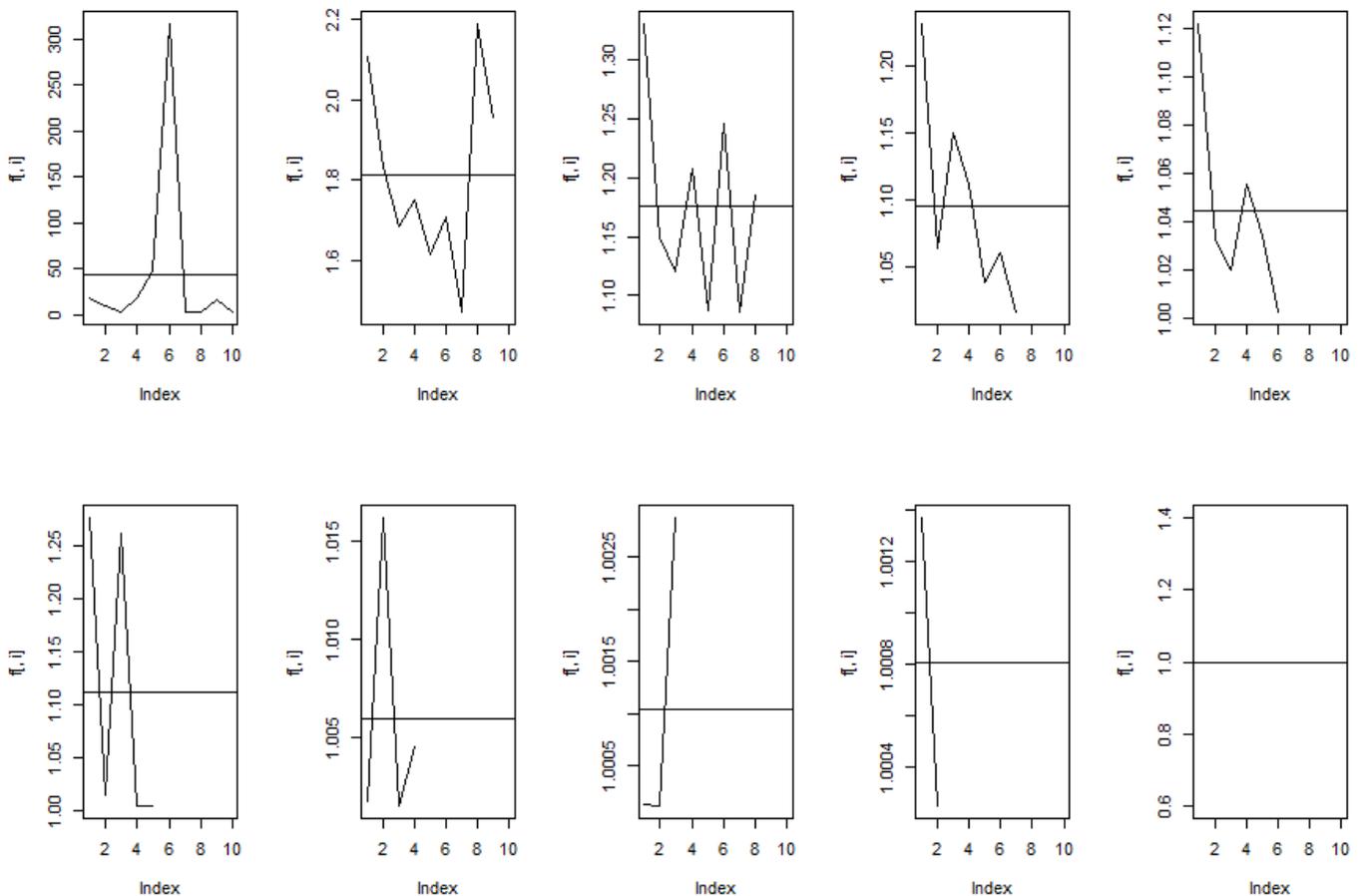


FIGURE 3.4: Comparaison entre $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{.,j}$ Portefeuille incendie

D'après ces graphique, on constate que les $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{i,j}$ ne sont pas confondus, plus précisément pour $j = 1$ mais pratiquement on peut justifier ce phénomène par le cumule résultant du temps écoulé entre les sinistres et leur déclaration ainsi leur traitement (processus administratif, déclaration des sinistres, clôture de trimestre) dans ce cas l'écart entre l'évolution de $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{i,j}$ par année de développement dans la première année dans ce portefeuille on peut l'ignore par contre pour $j = 2, \dots, 10$ l'écart n'est pas grand .

Pour mieux analyser cette hypothèse ,on détermine la moyenne, l'écart type et le coefficient de variation des facteurs de développement individuel .

UW-year	Délai de règlement j									
	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7	j=8	j=9	j=10
2009	18.378717	2.108886	1.330747	1.231839	1.121695	1.277113	1.001772	1.000139	1.001368	1.000001
2010	9.116712	1.831242	1.148907	1.063431	1.033188	1.015264	1.016211	1.000112	1.000248	
2011	2.646591	1.685350	1.119743	1.149441	1.020064	1.261598	1.001497	1.002878		
2012	17.643743	1.751683	1.207775	1.111620	1.055504	1.004209	1.004514			
2013	46.794229	1.613151	1.087471	1.037965	1.034511	1.005421				
2014	316.371937	1.708122	1.245941	1.059642	1.002440					
2015	2.573944	1.469023	1.085392	1.015277						
2016	1.949147	2.190614	1.184678							
2017	15.760213	1.956594								
2018	2.141916									

TABLE 3.4: Facteur de développement individuel du portefeuille incendie

	\bar{f}_1	\bar{f}_2	\bar{f}_3	\bar{f}_4	\bar{f}_5	\bar{f}_6	\bar{f}_7	\bar{f}_8	\bar{f}_9	\bar{f}_{10}
moy	43,3377149	1,81274056	1,17633175	1,09560214	1,044567	1,112721	1,0059985	1,001043	1,000808	1,000001
écart type	96,8973806	0,2346289	0,08440424	0,07507547	0,04165101	0,14315647	0,00694324	0,00158921	0,00079196	
coef de var	223,59%	12,94%	7,18%	6,85%	3,99%	12,87%	0,69%	0,16%	0,08%	

FIGURE 3.5: Moyenne-Écart type-Coefficient de variation des facteurs de dev individuel pour incendie

On remarque toujours pour la première année, que la valeur du coefficient de variation est grand ,Cela explique que l'hypothèse d'égalité des coefficients sur les années de survenance n'est pas réaliste vu qu'il y'a une volatilité importante des $f_{i,1}$ par rapport à $\bar{f}_{i,1}$. mais on à expliqué d'où vient ce écart les coefficients de variation sont inférieurs à 15% (faible) pour tout $j= 2, \dots, 10$. on peut considéré que les $f_{i,j}$ sont stable.

De plus, la moyenne de 43.33 traduit que pour passer de la première année de développement à la deuxième, les chargements cumulés sont en moyenne multipliés par 43.33.

Cette hypothèse paraît plus vraisemblable pour les années de développement qui suivent.

D'après ces résultats, nous pouvons conclure que les facteurs de développement sont stable et par conséquent l'hypothèse H1 de Chain Ladder est vérifiée pour les données de portefeuille incendie .

- Pour la deuxième hypothèse H_2

La deuxième hypothèse repose sur le fait que les années de déroulement sont les seules variables explicatives du comportement des sinistres futures, ce qui veut dire qu'il existe vraisemblablement f_j tel que $C_{i,j+1} = f_j \cdot C_{i,j}$. Ceci sous entend qu'en traçant l'évolution des $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$, il faut obtenir des droites linéaires sans origine. Ainsi, on a vérifié ceci pour toutes les années de développement.

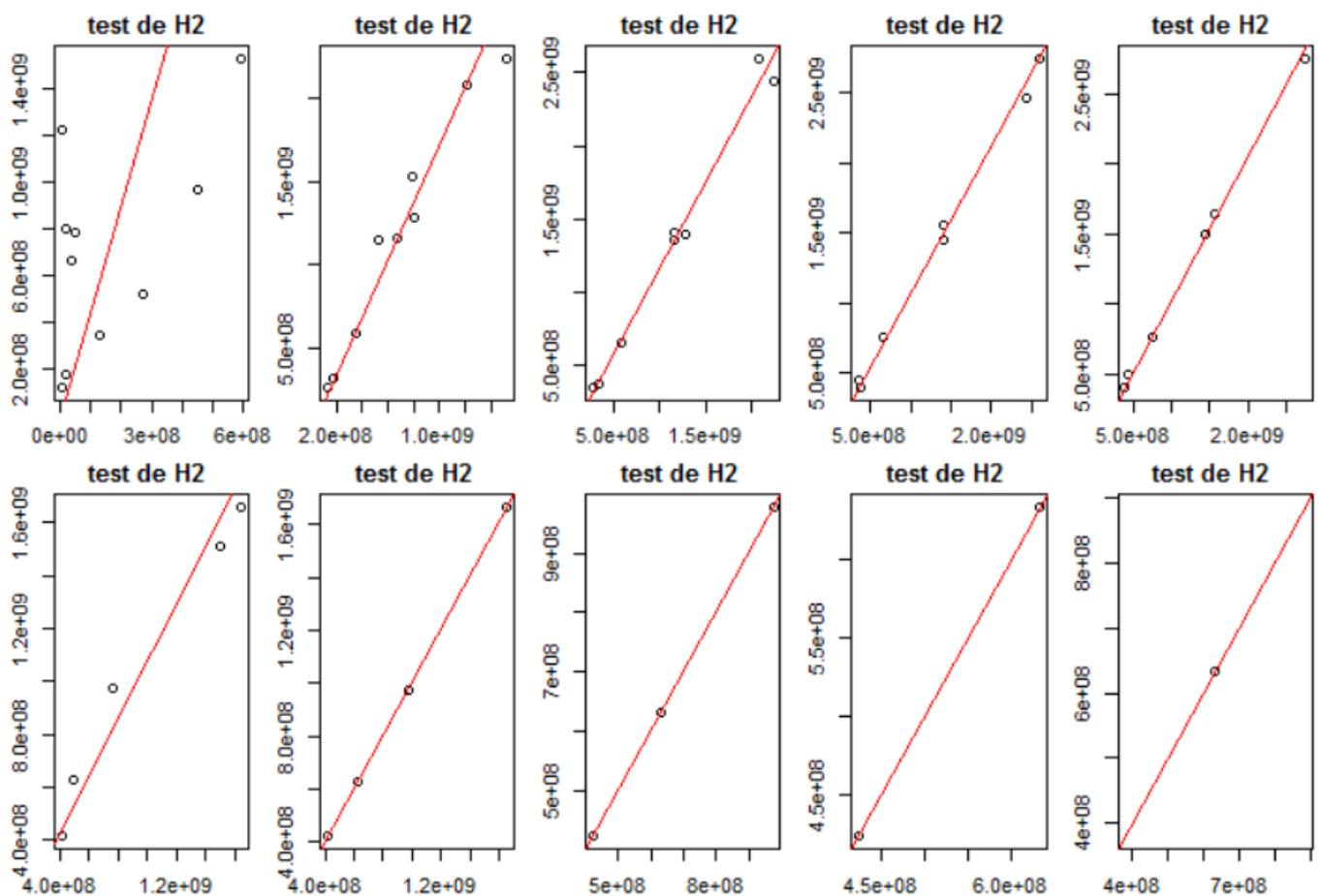


FIGURE 3.6: Vérification de l'hypothèse H2 Chain-Ladder QQ-plot portefeuille incendie

D'après ces graphiques, nous remarquons, sauf pour la première année et on a expliqué pour quoi, que tout les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ semblent bien être alignés sur une droite passant par l'origine, de coefficient directeur le coefficient de développement retenu par la méthode Chain-Ladder. Ce qui nous amène à accepter la validité de l'hypothèse « H_2 ».

3.2.2 MCL de portefeuille d'ingénierie

Pour le portefeuille d'ingénierie on suit les même étapes celles suivies pour le portefeuille d'incendie.

i) **Représentation graphique des données du portefeuille d'ingénierie :**

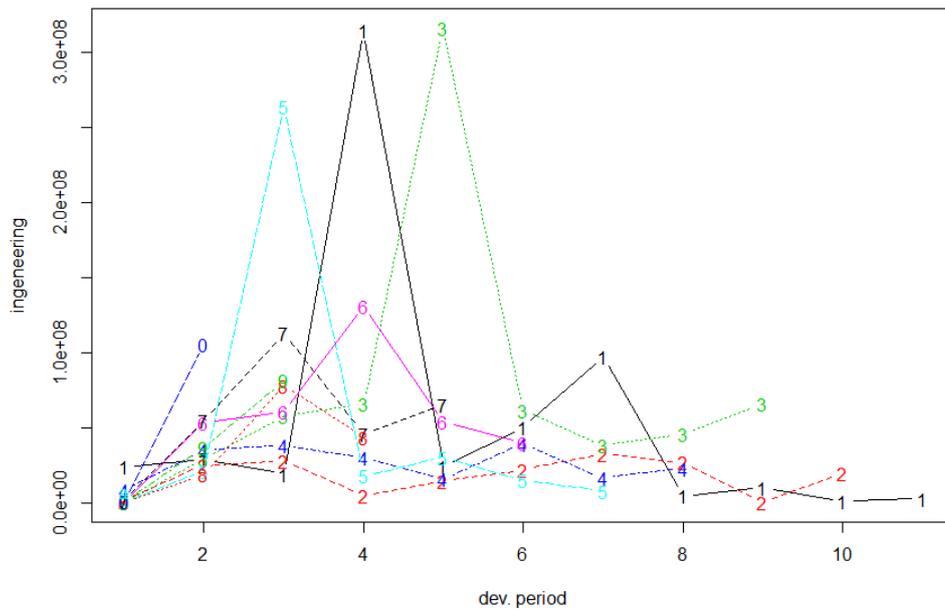


FIGURE 3.7: Représentation graphique des données de portefeuille d'ingénierie

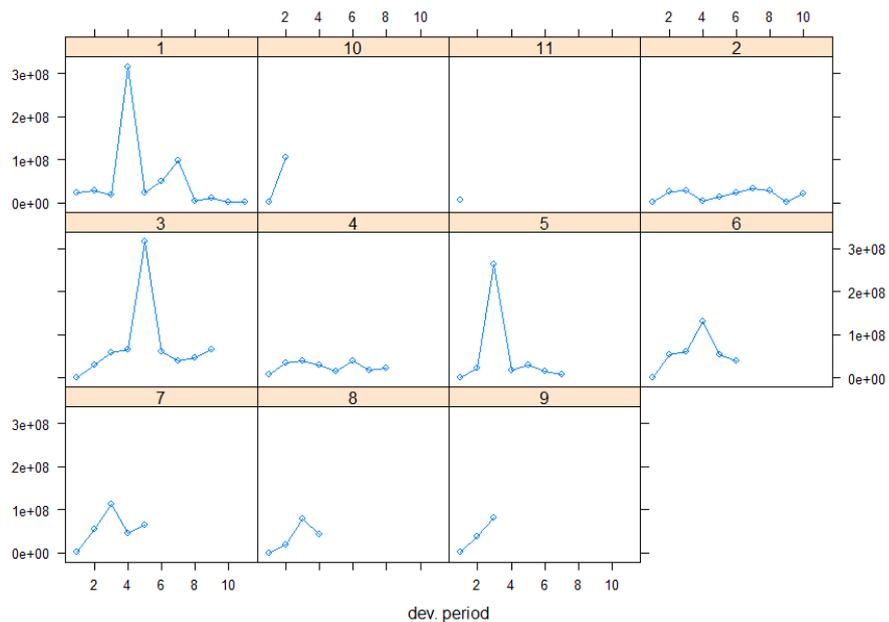


FIGURE 3.8: Représentation graphique des données de portefeuille d'ingénierie

ii) Application au triangle des règlements d'ingénierie :

On obtient les résultats suivants à partir des données de portefeuille d'ingénierie :

UW-year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	24 283 580	53 659 814	73 058 679	387 682 449	412 129 381	462 674 101	560 053 681	564 820 132	575 092 073	576 653 754	579 586 562
2010	1 594 414	26 788 727	55 175 700	60 379 786	74 992 316	97 315 598	130 240 164	157 505 544	158 259 617	178 366 673	
2011	396 087	30 010 444	88 148 666	154 519 491	470 861 054	532 585 355	570 990 654	617 198 968	683 626 145		
2012	8 840 919	44 209 789	82 678 711	113 132 343	129 081 743	168 396 002	185 353 382	208 465 020			
2013	441 881	21 936 978	285 477 823	303 620 426	334 299 823	349 395 664	357 505 680				
2014	624 189	54 305 089	115 067 440	246 394 140	300 417 487	340 147 029					
2015	1 490 899	56 465 083	169 622 962	215 857 112	280 917 296						
2016	722 509	19 906 429	98 284 090	142 238 369							
2017	860 184	37 947 036	119 746 698								
2018	1 313 997	106 698 139									
2019	6 669 220										

TABLE 3.5: Triangle de paiement cumulé pour le portefeuille d'ingénierie.

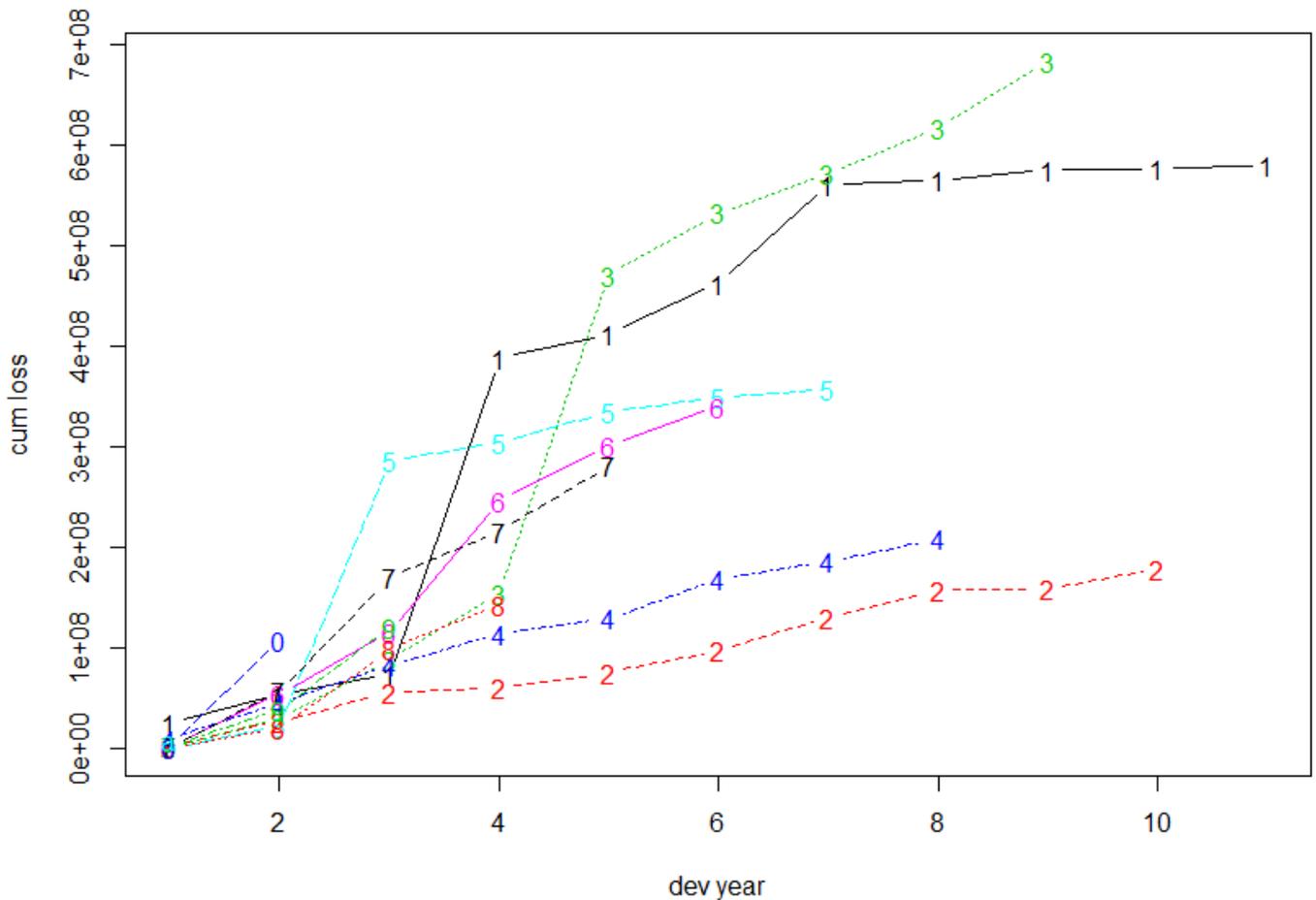


FIGURE 3.9: Représentation graphique de paiement cumulé portefeuille ingénierie.

Lorsqu'on obtient notre tableau de paiement cumulé on calcul les facteurs de développement

	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f _j	11,139819	3,149386	1,678347	1,351727	1,132846	1,120331	1,070060	1,057821	1,029548	1,005086

TABLE 3.6: Facteurs de développements du portefeuille d'ingénierie

Après avoir connu les facteurs de développements on peut maintenant trouver notre provision estimé.

	Ultime	Provision
2009	579 586 562	-
2010	179 273 829	907 157
2011	707 405 207	23 779 062
2012	228 189 223	19 724 203
2013	418 748 349	61 242 669
2014	446 357 821	106 210 792
2015	417 605 153	136 687 857
2016	285 820 282	143 581 913
2017	403 851 337	284 104 639
2018	1 133 289 285	1 026 591 146
2019	789 109 231	782 440 011
Total	NA	2 585 269 447

TABLE 3.7: Résultat total de la MCL portefeuille ingénierie

Voici un tableau récapitulatif représente tout les résultats obtenu par la MCL appliqué sur le portefeuille d'ingénierie.

UW-year	Délai de règlement j											provisions
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
2009	24 283 580	53 659 814	73 058 679	387 682 449	412 129 381	462 674 101	560 053 681	564 820 132	575 092 073	576 653 754	579 586 562	-
2010	1 594 414	26 788 727	55 175 700	60 379 786	74 992 316	97 315 598	130 240 164	157 505 544	158 259 617	178 366 673	179 273 829	907 157
2011	396 087	30 010 444	88 148 666	154 519 491	470 861 054	532 585 355	570 990 654	617 198 968	683 626 145	703 825 614	707 405 207	23 779 062
2012	8 840 919	44 209 789	82 678 711	113 132 343	129 081 743	168 396 002	185 353 382	208 465 020	220 518 760	227 034 546	228 189 223	19 724 203
2013	441 881	21 936 978	285 477 823	303 620 426	334 299 823	349 395 664	357 505 680	382 552 611	404 672 338	416 629 409	418 748 349	61 242 669
2014	624 189	54 305 089	115 067 440	246 394 140	300 417 487	340 147 029	381 077 219	407 775 577	431 353 732	444 099 173	446 357 821	106 210 792
2015	1 490 899	56 465 083	169 622 962	215 857 112	280 917 296	318 236 055	356 529 679	381 508 231	403 567 570	415 491 998	417 605 153	136 687 857
2016	722 509	19 906 429	98 284 090	142 238 369	192 267 409	217 809 378	244 018 572	261 114 570	276 212 580	284 373 981	285 820 282	143 581 913
2017	860 184	37 947 036	119 746 698	200 976 484	271 665 292	307 754 958	344 787 382	368 943 266	390 276 082	401 807 779	403 851 337	284 104 639
2018	1 313 997	106 698 139	336 033 678	563 981 038	762 348 261	863 623 230	967 543 772	1 035 330 112	1 095 194 348	1 127 554 644	1 133 289 285	1 026 591 146
2019	6 669 220	74 293 905	233 980 221	392 699 948	530 823 028	601 340 780	673 700 644	720 900 267	762 583 730	785 116 201	789 109 231	782 440 011
	provision totale R											2 585 269 447

La valeur de la PSAP de portefeuille d'ingénierie selon Chain Ladder est de 2 585 269 447 UM.

On doit aussi vérifier les hypothèses de la méthode.

iii) **Vérification d'hypothèses**

- La première hypothèse H_1

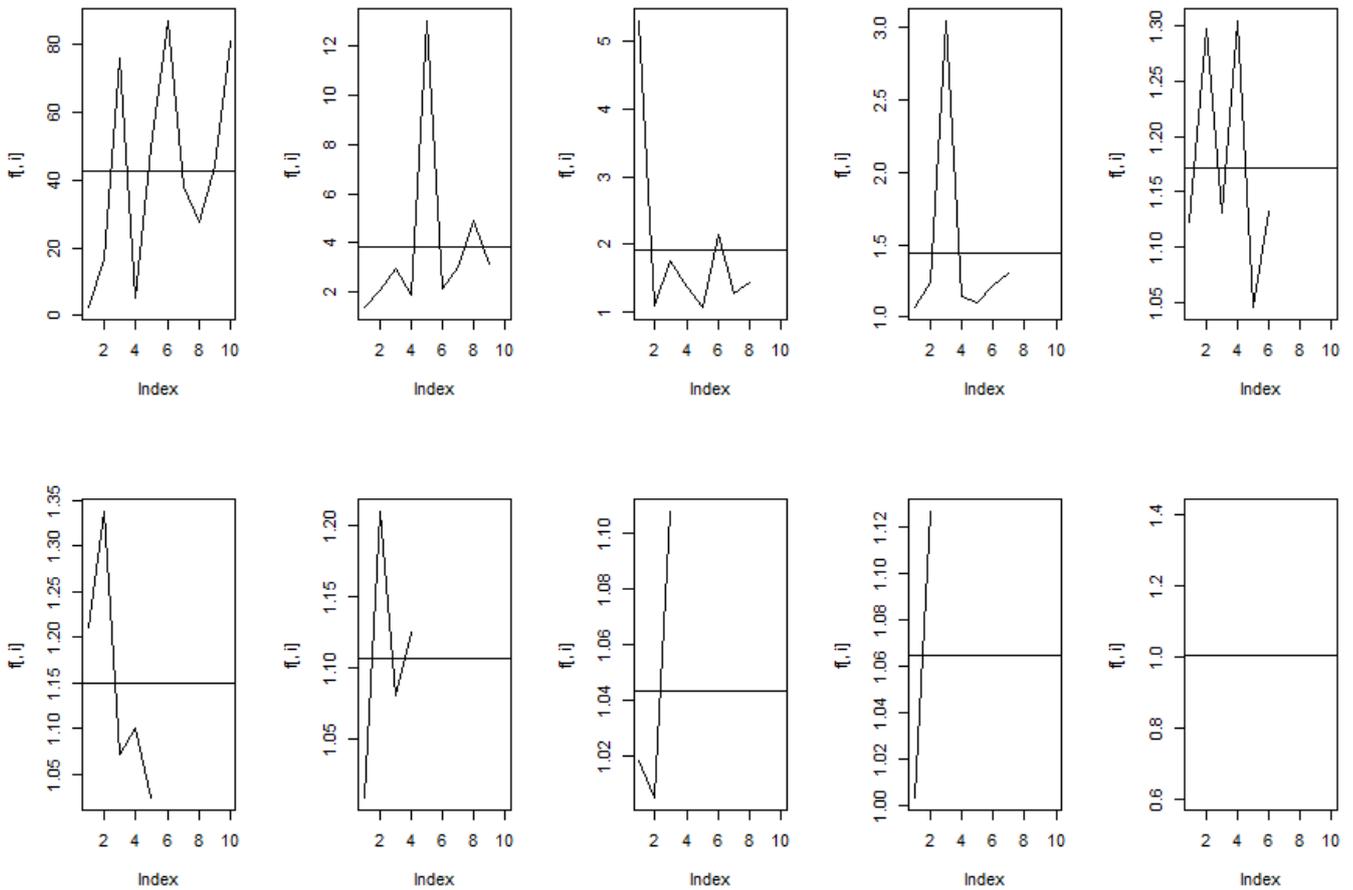


FIGURE 3.10: Comparaison entre $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{.,j}$ le portefeuille d'ingénierie

À partir de ces graphes, on constate que les $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{.,j}$ ne sont pas confondus .

Plus précisément pour $j = 1, 2, 3, 4$ l'écart entre l'évolution de $f_{i,j}$ et $\bar{f}_{.,j}$ par année de développement est grand par contre pour $j = 4, \dots, 10$ l'écart n'est pas grand .

Pour mieux analyser cette hypothèse ,on détermine la moyenne, l'écart type et le coefficient de variation des facteurs de développement individuel.

UW-Year	Délai de règlement j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2009	2.209716	1.361516	5.306453	1.063059	1.122643	1.210471	1.008511	1.018186	1.002716	1.005086
2010	16.801616	2.059661	1.094318	1.242010	1.297674	1.338328	1.209347	1.004788	1.127051	
2011	75.767255	2.937266	1.752942	3.047260	1.131088	1.072111	1.080927	1.107627		
2012	5.000588	1.870145	1.368337	1.140980	1.304569	1.100699	1.124690			
2013	49.644483	13.013544	1.063552	1.101045	1.045157	1.023212				
2014	87.001021	2.118907	2.141302	1.219256	1.132248					
2015	37.873169	3.004033	1.272570	1.301404						
2016	27.551810	4.937304	1.447217							
2017	44.115015	3.155627								
2018	81.201218									

TABLE 3.8: Facteur de développement individuel portefeuille ingénierie

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}
moy	42,7165891	3,828667	1,93083638	1,445002	1,17222983	1,1489642	1,10586875	1,04353367	1,0648835	1,005086
écart type	30,8631279	3,59676843	1,40947218	0,71141108	0,10502138	0,12618567	0,0839893	0,05590924	0,08791812	
coef de var	72,25%	93,94%	73,00%	49,23%	8,96%	10,98%	7,59%	5,36%	8,26%	

FIGURE 3.11: Moyenne-Écart type-Coefficient de variation des facteurs de dev individuel pour d'ingénierie

On remarque pour $j=1,2,3,4$, que la valeur du coefficient de variation est grand, Cela explique que l'hypothèse d'égalité des coefficients sur les années de survenance n'est pas réaliste vu qu'il y'a une volatilité importante des $f_{i,1}$ par rapport à $\bar{f}_{.,1}$.

les coefficients de variation sont grand pour tout $j= 1,2,3,4$. on peut considéré que les $f_{i,j}$ ne sont pas stable.

D'après ces résultats, nous pouvons conclure que les facteurs de développement ne sont pas stable et par conséquent l'hypothèse H1 de Chain Ladder n'est pas vérifiée pour les données de portefeuille ingénierie (rejeter).

- La deuxième hypothèse H_2

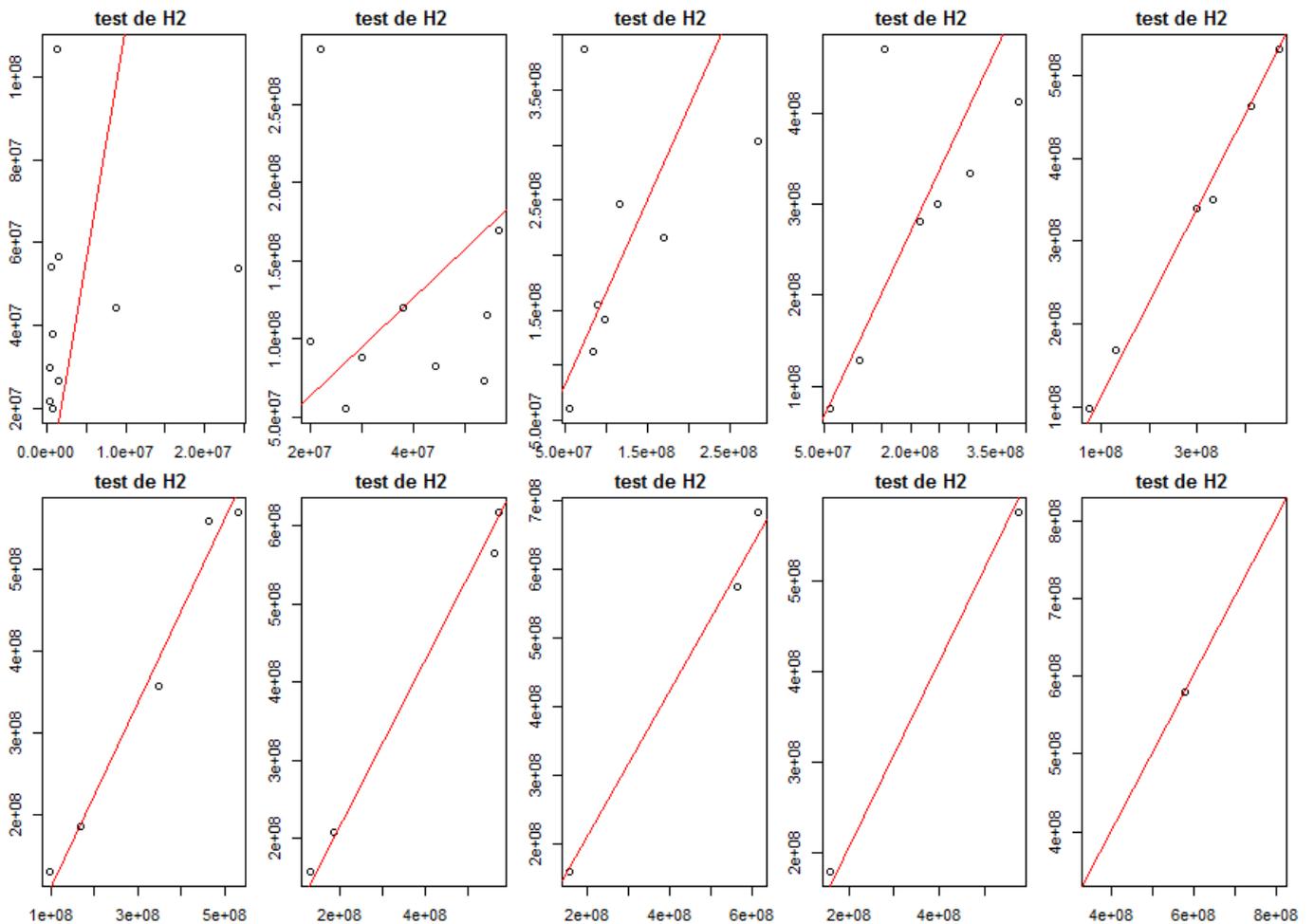


FIGURE 3.12: Vérification de l'hypothèse H2 Chain-Ladder QQ-plot portefeuille ingénierie

D'après ces graphiques, nous remarquons, que les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ ne sont pas alignés sur une droite passant par l'origine, de coefficient directeur de coefficient de développement retenu par la méthode Chain-Ladder. Ce qui nous amène à rejeter la validité de l'hypothèse « H_2 ».

4.1 Introduction

Durant les 20 dernières années , nous remarquons un intérêt limite pour les méthodes de provisionnement stochastiques, ils ne sont encore utilisés que par un nombre limité de pratiquants a cause de plusieurs facteurs comme le manque de compréhension et flexibilité des méthodes , manque de logiciel approprié ,mais la raison principale est le manque de nécessité de ces méthodes, lorsque les méthodes traditionnelles (déterministe) suffisent pour le calcul d'une meilleure estimation pour provision, Plus récemment, un intérêt accru a été manifesté pour ces méthodes, Ceci dans le contexte de la recherche de résultats plus précis [29].

Les méthodes stochastiques étendent les techniques traditionnelles (déterministe), parfois elle fournir des solutions aux problèmes lorsque les méthodes déterministes échouent [29].

L'utilité des méthodes stochastiques est qu'ils peuvent, dans de nombreuses circonstances, fournir plus d'informations qui peuvent être utiles dans le processus de provisionnement et dans la gestion globale de l'entreprise [29] .

Ces méthodes basées sur la modélisation stochastique du rectangle de liquidation, et nous permettent de calculer une estimation de la loi de probabilité de la provision totale R de estimer des paramètre non directement accessible comme la valeur de risque, probabilité d'insuffisance, l'écart-type ou l'erreur standard, la variance de la distribution [2].

Enfin, il faut mentionner que la méthode chain ladder a beaucoup agité le monde académique en développant et en facilitant la compréhension et l'application des méthodes stochastique [2].

Dans ce chapitre nous traitons le cas de deux méthodes stochastique sont le Bootstrap et la méthode linéaire généraliser GLM_{14} .

4.2 Le Bootstrap

Le Bootstrap est une méthode de ré-échantillonnage, il a été présenté pour la première fois par Quenouille en 1949 et amélioré par Jackknife mais plus générale. Le terme de Bootstrap donné par Efron en 1979 a sa méthode provient de l'expression : "to pull one self up by one's Bootstrap".

Efron propose une méthode d'estimation non paramétrique plus "primitive" dans le but de réduire le biais de l'estimateur, il présente l'avantage de donner une distribution prédictive des provisions et d'en déduire les quantiles d'ordre extrêmes dans un contexte non paramétrique [30].

Le principe général de bootstrap est qu'en l'absence de toute information sur la distribution, l'échantillon observé, nous le montre la distribution sous-jacente, et donc le ré-échantillonnage de l'échantillon est le meilleur guide pour ce qui peut être attendu d'un ré-échantillonnage à partir de la distribution initial [31].

Pratiquement le bootstrap est la simulation d'un grand nombre d'échantillons de taille N , en tirant aléatoirement avec remise N observations à partir d'un échantillon initial de taille N , plus précisément le tirage aléatoire des résidus issus de l'application du modèle statistique sous-jacent [31].

L'efficacité de Bootstrap a été prouvée dans nombreux domaines et s'avère être un outil puissant en assurance pour estimer la variabilité des prédictions des estimateurs des paiements futurs ou la distribution empirique des provisions [31]. il existe deux type de Bootstrap [32].

1. Paried Bootstrap : Le ré-échantillonnage se fait directement a partir d'observations qui sont supposées indépendantes et identiquement distribuées .
2. Résidus Bootstrap : Le ré-échantillonnage est appliqué aux résidus dans le modèles et les données sont supposées indépendantes , mais pas identiquement distribuées .toutefois, les résidus sont indépendants et identiquement distribués.

La méthode du bootstrap est généralement appliquée aux résidus plutôt que sur les données de sinistres elles-mêmes. Car, contrairement à ces dernières pour lesquelles l'hypothèse d'indépendance entre les règlements annuels observés n'est pas évidemment vérifiée, les résidus sont approximativement indépendants et identiquement distribués

cette approche permet d'accéder directement par ré-échantillonnage aux distributions prédictives des montants de provisions et leur erreur de prédiction. L'erreur de prédiction peut s'interpréter comme

la combinaison de deux erreurs sous-jacentes que sont respectivement l'erreur de processus et l'erreur de simulation .

Remarque 1

Seulement Les résidus Bootstrap sont considéré dans ce mémoire "Résidus de Pearson" .

Les différents types de Résidus

Les résidus ou erreurs observées sont définis comme étant les différences entre les valeurs observées et les valeurs estimées par un modèle de régression, ils ont la particularité de représenter la partie non expliquée par l'équation de régression .

L'analyse des résidus a pour objectif de tester la validité d'un modèle de régression. Elle permet de déceler les défaillances d'un modèle, c'est pourquoi il est nécessaire de l'effectuer avant toute analyse de régression., on trouve plusieurs type de résidus peuvent être calculer, en proposent quelques-uns parmi lesquels, on peut citer [33] :

— Résidus de péarson : plus généralement, ils peuvent se traduire mathématiquement de la façon suivante :

$$R_i^p = \frac{y_i - \hat{y}_i}{\sqrt{\hat{y}_i}}$$

avec

y_i : les valeurs observées

\hat{y}_i : les valeurs prédites

— Résidus de péarson standard : c'est une estimation de écarts types des résidus de péarson , alors il est donné par :

$$R_i^p = \frac{y_i - \hat{y}_i}{\sqrt{\hat{y}_i} \sqrt{\hat{h}_{i,i}}}$$

tel que :

$h_{i,i}$: montant de projection

A partir des combinaisons des résidus, il est alors possible de créer un nombre souhaité de triangle des taux de paiement et par la suite, générer autant de montants totaux des paiements.

4.2.1 Méthodologie du Bootstrap

England P. D et Verrall R. J. dans son ouvrage expliquent et montrent le concept général de Bootstrap et leur principe d'application, Nous avons résumé les principaux points et la formule générale de la méthode est donnée par [34] [35] [36] :

Soient x_1, \dots, \dots, x_n un échantillon initial de taille n d'une variable aléatoire réelle x de loi f .

Les techniques bootstrap étant essentiellement non paramétriques, f est supposée totalement inconnue.

L'échantillon est supposé identiquement distribué et indépendant (*i.i.d*).

On note θ le paramètre d'intérêt et $\hat{\theta} = T(x_1, \dots, x_n)$ un estimateur du paramètre à partir de l'échantillon initial.

On note (x_1^*, \dots, x_n^*) l'échantillon tiré de sorte que $\hat{\theta}^* = T(x_1^*, \dots, x_n^*)$.

On construit un échantillon Bootstrap par [37] :

- Tirage avec remise de n éléments à partir de l'échantillon initial où chaque réalisation a la même chance d'être tirée.

- Répéter la procédure N fois ; à la k -ième boucle Bootstrap on obtient l'échantillon $(x_1^*(k), \dots, x_n^*(k))$ et un estimateur du paramètre θ donné par : $\hat{\theta}_k^* = T(x_1^*(k), \dots, x_n^*(k))$.

A partir de ces N simulations bootstrap, on est en mesure d'estimer la distribution empirique (moyenne, variance,...) du paramètre d'intérêt.

La moyenne et la variance sont estimées respectivement prévue comme suit [38] :

$$\hat{\theta}_m^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \quad (4.1)$$

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_m^*)^2 \quad (4.2)$$

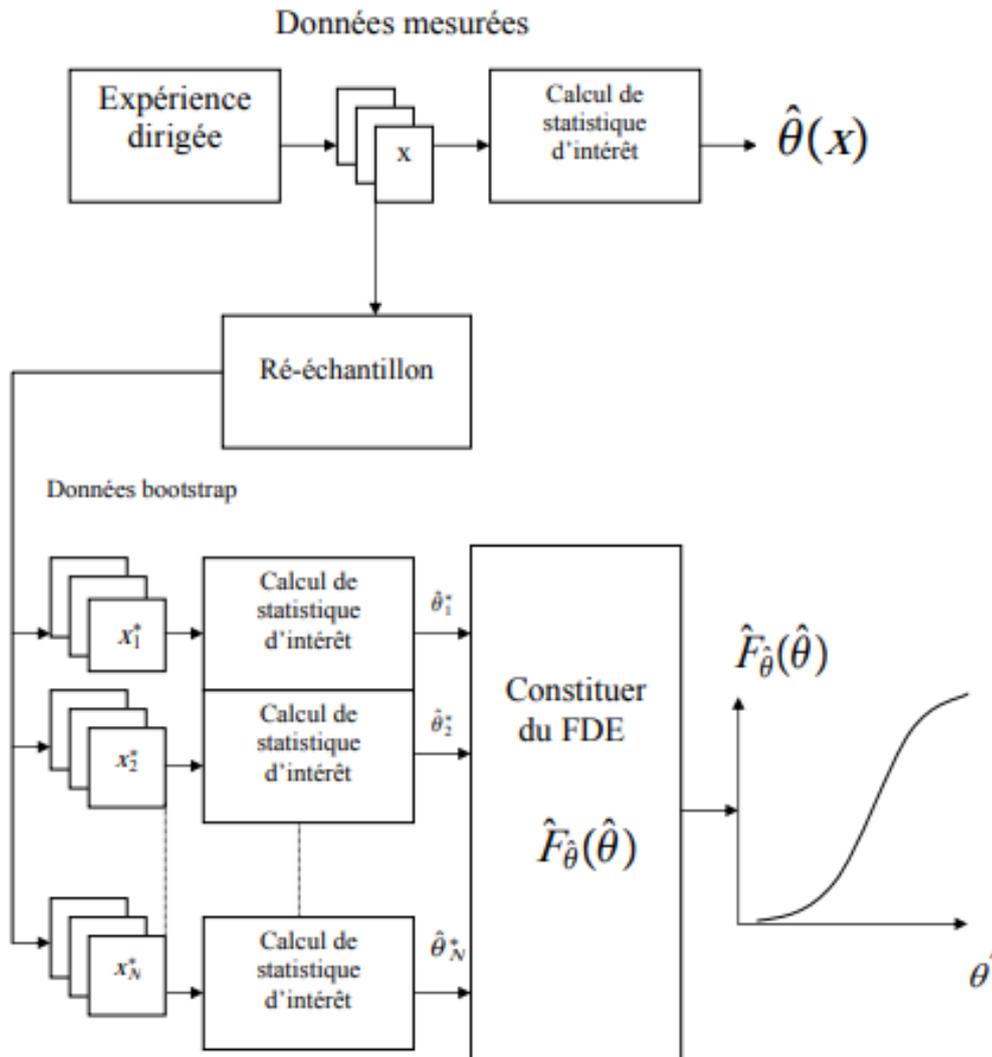


FIGURE 4.1: Procédure du Bootstrap

L'hypothèse du modèle

L'hypothèse de base dans ce modèle est : l'indépendance ainsi que la distribution identique des lois des éléments composant l'échantillon.

4.2.2 Estimation de PSAP a partir de Bootstrap

La méthode de Bootstrap est une méthode permettant de générer un nombre souhaité de triangle de paiement cumulés, compléter par Chain Ladder [39].

partant de l'hypothèse de Bootstrap , Nous concluons que nous pouvons générer une distribution du montant Total des paiement, elle est fondée à partir d'une distribution des résidus entre les valeurs observées des taux de paiement, et valeurs théoriques (déduites par la relation de Chain Ladder).

La méthode Bootstrap appliquée au triangle des règlements qui nous avons vu dans la méthode Chain-Ladder , Dans ce qui suit on donne un algorithme a suivie d'une façon bien détaillés [40][41] :

Étape 1 : Procédure préliminaire

- A) Appliquer la méthode Chain-Ladder pour construire le triangle des paiements cumulés et non cumulés , puis on Déterminer les facteurs de développement f_{ij} à partir du paiements cumulés , ils ont décrits précédemment.
- B) calculer les valeurs prédites par le modèle paiement cumulés théoriques, a l'aide des facteurs développements et la triangle des paiements cumulés , sous la forme suivante :

$$C_{i-1,j}^{thorique} = \frac{C_{i-1,j}}{f_{ij}} \quad i \in \{1, \dots, I\}, \quad j \geq I - i + 1 \quad (4.3)$$

Le tableau ci-dessous représente le triangle des paiements cumulés théoriques :

Année d'origine i	Délai de règlement j									
	0	1	j	n-i	n-1	n
0	$C_{0,0}^{theo}$	$C_{0,1}^{theo}$...	$C_{0,j}^{theo}$	$C_{0,n-1}^{theo}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}^{theo}$	$C_{1,1}^{theo}$...	$C_{1,j}^{theo}$	$C_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	...	⋮		
i	$C_{i,0}^{theo}$	⋮	...	$C_{i,j}^{theo}$			
⋮	⋮	⋮	...	⋮				
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...					
⋮	⋮	⋮	...	$C_{n-j,j}$						
⋮	⋮	⋮	...							
n-1	$C_{n-1,0}^{theo}$	$C_{n-1,1}$								
n	$C_{n,0}$									

TABLE 4.1: Triangle des paiements cumulés théorique obtenus par Chain Ladder.

C) Apartir de le triangle supérieurs de paiement cumulés , en déduire le triangle des paiement NON cumulés théoriques tel que :

$$X_{i,j}^{theo} = C_{i,j}^{theo} - C_{i,j-1} \quad , j \leq 1 \tag{4.4}$$

Année d'origine i	Délai de règlement j									
	0	1	j	n-i	n-1	n
0	$x_{0,0}^{theo}$	$x_{0,1}^{theo}$...	$x_{0,j}^{theo}$	$x_{0,n-1}^{theo}$	$x_{0,n}^{theo}$
1	$x_{1,0}^{theo}$	$x_{1,1}^{theo}$...	$x_{1,j}^{theo}$	$x_{1,n-1}^{theo}$	
⋮	⋮	⋮	...	⋮		
i	$x_{i,0}^{theo}$	⋮	...	$x_{i,j}^{theo}$			
⋮	⋮	⋮	...	⋮				
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...					
⋮	⋮	⋮	...	$x_{n-j,j}^{theo}$						
⋮	⋮	⋮	...							
n-1	$x_{n-1,0}^{theo}$	$x_{n-1,1}^{theo}$								
n	$x_{n,0}^{theo}$									

TABLE 4.2: Triangle des paiements non cumulés théorique obtenus par Chain Ladder.

D) On Calcule le triangle des résidus Péarson qui correspondent aux résidus bruts standarises définit par la formule suivante :

$$R_{i,j}^p = \frac{X_{i,j} - X_{i,j}^{theo}}{\sqrt{X_{i,j}^{theo}}} \tag{4.5}$$

L'erreur standard Bootstrap ne tenant pas compte du nombre de paramètre du modèle, ceci introduit un biais que l'on corrige en ajustant les résidus de Pearson . On note

$$\begin{cases} m = \frac{(n+1)(n+2)}{4} & \text{nombre des données} \\ p = 2n+1 & \text{nombre de paramètre du modèle} \end{cases}$$

$$R_{i,j}^{pajus} = \sqrt{\frac{m}{m-p}} R_{i,j}^p \quad i \in \{0, 1, \dots, n\}, \quad j \leq n-i \tag{4.6}$$

	Délai de règlement j									
Année d'origine i	0	1	j	n-i	n-1	n
0	$R_{0,0}^p$	$R_{0,1}^p$...	$R_{0,j}^p$	$R_{0,n-1}^p$	$R_{0,n}^p$
1	$R_{1,0}^p$	$R_{1,1}^p$...	$R_{1,j}^p$	$R_{1,n-1}^p$	
⋮	⋮	⋮	...	⋮		
i	$R_{i,0}^p$	⋮	...	$R_{i,j}^p$			
⋮	⋮	⋮	...	⋮				
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...					
⋮	⋮	⋮	...	$R_{n-j,j}^p$						
⋮	⋮	⋮	...							
n-1	$R_{n-1,0}^p$	$R_{n-1,1}^p$								
n	$R_{n,0}^p$									

TABLE 4.3: Triangle des résidus de Pearson .

Les résidus étant en moyenne proches de zéro, l'ajustement par le nombre de paramètres augmente la variance, On estime alors le paramètre d'échelle par :

$$\phi_i = \sum_{i+k < n} \left(R_{i,j}^{Pajus} \right)^2 \tag{4.7}$$

E) C'est à partir de triangle des résidus qu'on applique la méthode de Bootstrap qui consiste à tirer, de manière aléatoire, avec remise, des résidus et les réinjecter dans le triangle : c'est une permutation, Pour chaque permutation, nous revenons à le triangle de paiement NON cumulés par la relation :

$$X_{i,j} = X_{i,j}^{tho} + R_{i,j}^p \sqrt{X_{i,j}^{theo}} \tag{4.8}$$

Étape 2 : Procédure d'itération

Cette étape consiste à simuler les paiements à effectuer durant l'année $t + 1$ et la réserve à la fin de cette année pour les sinistres déjà survenus en appliquant le Bootstrap sur les résidus de Péarson ajustés.

Les étapes suivantes sont faites pour chaque itération N fois :

- A) Effectuer un ré échantillonnage aléatoire avec remise des résidus de Péarson ajustés $R_{i,j}^{Pajus}$, on obtient un nouveau triangle de résidus $\tilde{R}_{i,k}(j)$ à la j-ième boucle Bootstrap .
- B) Reconstruire le pseudo-triangle des incréments par la formule suivante :

$$\tilde{X}_{i,k}^{(theo)} = x_{i,k} + \tilde{R}_{i,k}^{(pajus)} \quad i \in \{0, 1, \dots, n\}, \quad 0 \leq k \leq n - i \quad (4.9)$$

- C) Reconstruire le pseudo-triangle des règlements cumulés :

$$\tilde{C}_{i,k}^{(j)} = \sum_{l=0}^k \tilde{X}_{i,l}^{(theo)} \quad (4.10)$$

- D) Appliquons la méthode de Chain-Ladder pour calculer les facteur de développment f_j
- E) Réutilisation du modèle pour :
- i) Obtenir le triangle inférieur prévu par le modèle.
 - ii) Estimer la provision globale $\tilde{R}^{(j)}$
- F) Stocker le résultat de la provision et réitérer.

A la fin de ses étapes on peut obtenir une distribution empirique de l'estimation de la provision ; déterminer un intervalle de confiance et l'erreur de prédiction associée à cette estimation.

4.2.3 Construction d'intervalle de confiance pour la provision estimé par bootstrap :

Avant de chercher les bornes de l'intervalle du confiance pour la provision on doit citée quelques estimations après le B-échantillonnage tel que la moyenne de la provision, sa variance et l'erreur du prédiction [42] :

1. Moyenne de provision :

$$E^B(\hat{R}) = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^B \hat{R}^{(j)} \quad (4.11)$$

2. Variance provision :

$$V^B(\hat{R}) = \frac{1}{B-1} \sum_{j=1}^B (\hat{R}^{(j)} - E^B(\hat{R}))^2 \quad (4.12)$$

3. Erreur de prédiction :

$$\widehat{MSEP} = V^B(\hat{R}) + \hat{V}(R) \quad (4.13)$$

Ou : $\hat{V}(R) = \hat{\phi}_p \hat{R}^{(j)}$

4. Intervalle du confiance pour la provision :

Niveau de confiance : A la méthode du bootstrap on détermine un intervalle de confiance du R au seuil (niveau de confiance) $1 - \alpha$.

Il existe deux façons pour déterminé IC :

i) On peut trouve l'intervalle de confiance pour la provision utilisant cette formule :

$$IC = \left\{ E^B(\hat{R}) - \frac{SE^B}{\sqrt{B}} q_{1-\tau}; E^B(\hat{R}) + \frac{SE^B}{\sqrt{B}} q_{1-\tau} \right\} \quad (4.14)$$

avec : $SE^B = \sqrt{V^B(\hat{R})}$ l'erreur standard 'bootstrap'

$q_{1-\tau}$:Quantile d'ordre $1 - \tau$ de la loi normale centre réduite.

ii) on range les provisions d'ordre croissante $\hat{R}^{(1)}, \dots, \hat{R}^{(B)}$ et on obtient l'intervalle de confiance du cette façons :

$$IC = \left\{ \hat{R}^{(p)}; \hat{R}^{(q)} \right\} \quad (4.15)$$

avec : $p = \lfloor \frac{\tau}{2} B \rfloor$ et $q = \lfloor (1 - \frac{\tau}{2}) B \rfloor + 1$.

4.3 Modèles linéaires Généralisés :

La seconde méthode stochastique que nous allons traiter est appelé modèle linéaire généralisée, c'est une méthode classique pour provisionnement, souvent utilisée par les assureur non-vie pour modélisée les risques lorsque ils sont exposés.

Introduites initialement par Nelder et wedder burn en 1972 [43], en suite elle est détaillée par Nelder et McCullagh en 1982[44], ils ont résumé une approche pour déterminer les hypothèses de distribution des modèles linéaires classiques de modèle et les modèles communs.

Ces méthodes ont fournir une approche unifiée a plusieurs procédures statistiques les plus courantes utilisées en statistique appliquée [45].

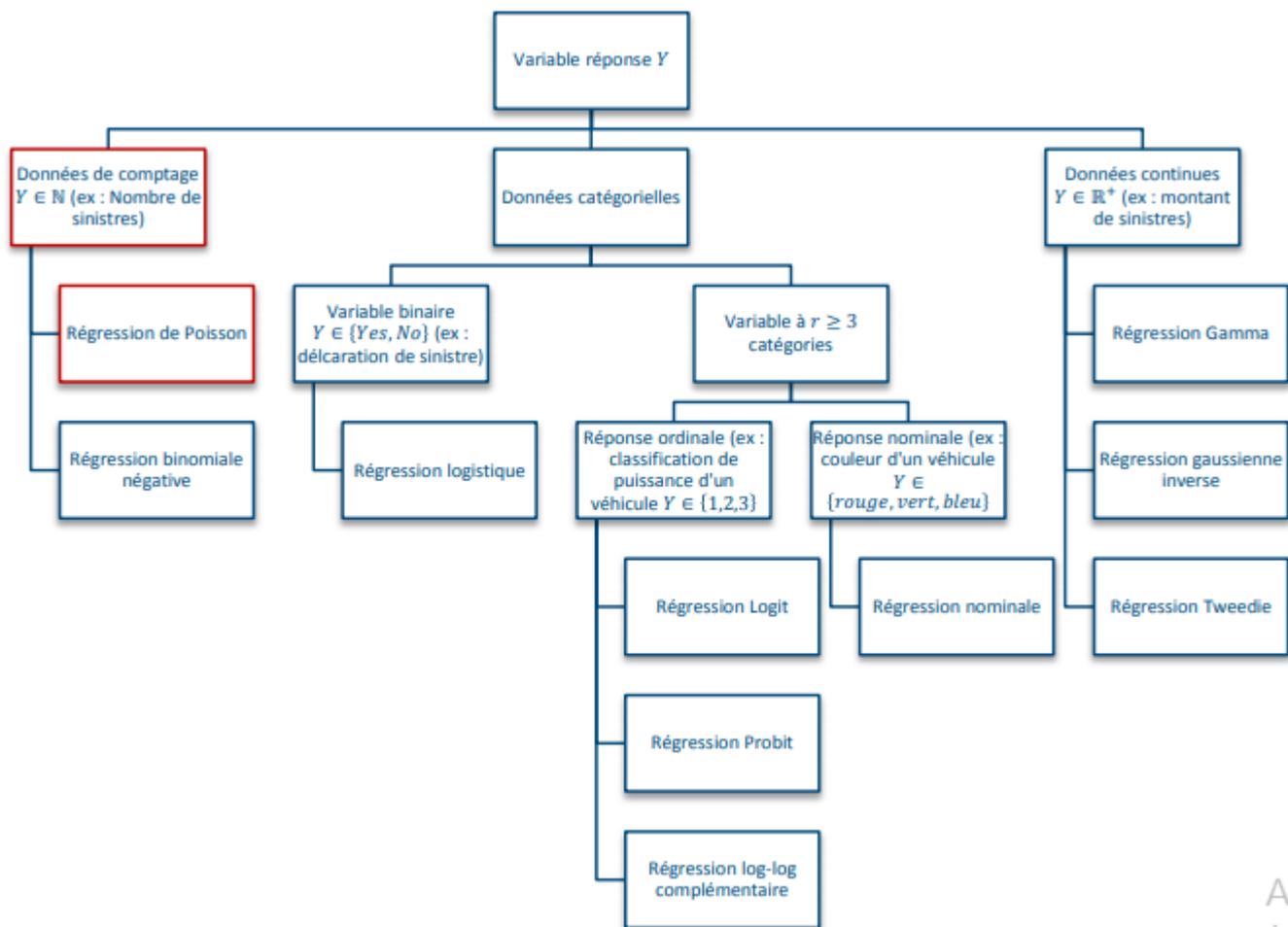


FIGURE 4.2: Schéma classique de choix de régression pour un GLM

4.3.1 Structure générale de GLM :

Les modèles linéaires généralisés permettent d'étudier la liaison entre une variable dépendante Y et un ensemble de variables explicatives $x_1, x_2, \dots, \dots, x_n$. Ils englobent les modèles linéaires généraux et log-linéaire ainsi que les régressions logistiques et de Poisson. Ces modèles, communément appelés GLM [46].

4.3.1.1 Composant d'un modèle GLM

Les modèles linéaires généralisés sont caractérisées par trois composantes comme suivante [47] [48] :

1. La composante aléatoire :

Elle est caractérisée par la distribution de probabilité de la variable a expliquer, ainsi qu'identifie la distribution de probabilité de variable cible noté Y .

Si l'hypothèse dite que la loi de la variable cible Y est de famille exponentielle est vérifie, nous pouvant mettre la densité de Y sous la forme :

$$f(y, \theta, \Phi) = e^{\left(\frac{y\theta + b(\theta)}{u(\Phi)} + c(y, \Phi)\right)} \quad (4.16)$$

avec :

Φ : Paramètre dispersion ; son rôle est d'ajuster la variance du modèle a celle observé, il est strictement positif.

θ : le paramètre naturel de la famille exponentielle.

b et c : sont des fonctions relatives a la distribution, elles sont régulières . .

Cette formule appartenant a la majorité des lois usuelles telle que la loi gaussienne, gaussienne inverse, poisson *...etc.*

2. La composante systématique (déterministe) :

Elle est caractérisée par la matrice des variables explicatives et un vecteur appelé prédicteur linéaire β , il s'écrit comme suit :

$$\eta_{i,j} = \omega + \alpha_i + \beta_j \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (4.17)$$

avec la condition initiale :

$$\alpha_0 + \beta_0 = 0$$

ω : paramètre correspond à l'année calendrier, dans quelques modèles égale a zéro

α_i : paramètre est considère comme un facteur dépend du l'année de la survenance .

β_j : le paramètre qui est en relation avec le délai du règlement, il est comme le facteur du développement
Correspondant au méthode déterministe Chain Ladder

3. La fonction du lien :

C'est la fonction qui fait la liaison entre la composante aléatoire et la composante systématique noté g , cette fonction est suppose monotone et différentielle .

Une fois ces trois composantes définies, nous avons alors :

$$\eta_{i,j} = g(\mu_{i,j}) \quad , \quad g^{-1}(\eta_{i,j}) = \mu_{i,j}$$

Avec

$$E(X_{i,j}) = \mu_{i,j} \quad , \quad V(X_{i,j}) = \phi V(\mu_{i,j})$$

Il existe plusieurs formes de fonction de lien, on va établit les deux forme les plus utilisables :

— Le lien identité : ce lien est utilisé dans le cas les effets des facteurs sont additifs

$$\eta_{i,j} = \mu_{i,j} \quad (4.18)$$

— Le lien logarithmique : le cas où la fonction g prend la forme logarithme $\eta_{i,j} = \log(\mu_{i,j})$, on utilise ce lien dans le cas où les effets des facteurs sont multiplicatif

$$\mu_{i,j} = e^{\eta_{i,j}} \quad (4.19)$$

Remarque 1

Le lien logarithmique applicable sur les données strictement positives par contre le lien identité est utilisé dans le cas où les données sont des réels autrement dit dans le cas additif on peut trouver des valeurs négatives c'est ce qui le rend n'est pas utilisable .

Composante aléatoire	Lieu	Nature des variables la composante déterministe	Modèle
Normale	identité	Quantitative	Régression
Normale	Identité	Quantitative	Analyse du var
Normale	Identité	Mixtes	Analyse de cov
Binomiale	Logit	Mixtes	Régression logistique
Poisson	log	Mixtes	Modèles log -linéaires
Multinomaile	Logit généralisé	Mixtes	Modèles à réponses multinomiales

TABLE 4.4: Récapitulatif des principaux modèles

4.3.1.2 Le modèle de poisson sur-disperse

La distribution de Poisson

Soit X_i désigne l'effectif de l'ième cellule distribué selon une loi de Poisson de paramètres $E(X_i) = \mu_i$ et $VAR(X_i) = \mu_i$. Sa distribution de probabilité est définie par [49] :

$$f(X_i, \mu_i) = \exp(-\mu_i) \frac{\mu_i^{X_i}}{X_i!}$$

$$\log f(X_i, \mu_i) = (X_i \log_i - \mu_i - \log X_i!)$$

La forme exponentielle de La distribution de Poisson est définie par [50] :

$$\begin{aligned} f(X_i, \mu_i) &= \exp(X_i \log_i - \mu_i - \log X_i!) \\ f(X_i, \theta) &= a(\theta_i) b(X_i) \exp[X_i Q(\theta_i)] \\ &= \exp(-\mu_i) \frac{1}{X_i!} \exp[X_i \log \mu_i] \end{aligned}$$

les composantes du modèle sont donnés

$$Q(\theta) = \log \mu_i \quad , \quad a(\theta_i) = \exp(-\mu_i) \quad , \quad b(X_i) = \frac{1}{X_i!}$$

Prise en compte de ce loi dans les modèles GLM

Dans ce modèle on suppose par : que les paiements $X(i, j)$ sont d'une loi poisson sur disperse sa fonction de densité s'écrit comme suit :

$$f(x_{i,j}, \theta, \Phi) = e^{\left(\frac{-\mu_{i,j}}{\Phi} + \frac{x_{i,j}}{\Phi} \ln\left(\frac{\mu_{i,j}}{\Phi}\right) - \ln\left(\frac{x_{i,j}}{\Phi}!\right)\right)} \quad (4.20)$$

tel que : Φ : paramètre de dispersion.

$\mu_{i,j}$: l'espérance du $x_{(i,j)}$.

Donc on a :

$$x_{i,j} \sim p^{sd}\left(\mu_{i,j}, \Phi\right) \iff \frac{x_{i,j}}{\Phi} \sim p\left(\frac{\mu_{i,j}}{\Phi}\right) \quad (4.21)$$

θ : Représente le vecteur des paramètres tel que $\theta = [\omega, \alpha_{i,i=1,\dots,n}, \beta_{j,j=1,\dots,n}]$

Dans ce modèle on a éliminé l'hypothèse d'égalité entre la variance et l'espérance par le coefficient de dispersion Φ .

$$E(X) = \Phi, \quad V(X) = \Phi \quad E(X) = \Phi\Phi$$

Avant de chercher l'estimation de la provision on doit estimer les paramètres de ce modèle tel le coefficient de dispersion et le vecteur des paramètres θ .

4.3.2 Estimation de PSAP a partir de GLM et prédiction de la provision totale

Les méthodes d'estimation des PSAP basées sur les principes des GLM ont été largement développées et adoptées, les facteurs explicatifs qu'il est possible de prendre en compte sont de 3 types, les facteurs lignes α_i , les facteurs colonnes β_j et les facteurs année calendaire (facteur globale) ω ($i+j$).

Dans le cadre de provisionnement. La modélisation GLM est considérée comme une méthode stochastique pure car on va traiter chaque élément $X_{(i,j)}$ du triangle des paiements non cumulés comme une variable aléatoire, et cette dernière décrite par une loi de probabilité qui appartient aux lois des familles exponentielles, tel que la loi du poisson sur-dispersé, gamma,.. etc [51]. Elle est parmi les méthodes stochastiques factorielles sous l'hypothèse de l'indépendance des paiements non cumulés $X_{(i,j)}$.

Le but de cette méthode est de modéliser les paiements $X_{(i,j)}$ par une des lois précédentes et d'étudier la liaison entre les paiements $X_{(i,j)}$ qui définit comme des variables aléatoires et les variables explicatives qui sont présentes ici par le facteur global ω , les facteurs correspondent aux années de survenance α_i et les facteurs correspondent aux délais de règlement β_j , afin d'exprimer les $X_{(i,j)}$ en fonction de ces facteurs $(\omega, \alpha_i, \beta_j)$, c'est pour cela que cette méthode est considérée parmi les méthodes factorielles.

Dans notre étude on se base sur le lien logarithmique car on va traiter des données (les paiements) qui sont positives pour cela on va travailler avec le modèle poisson sur-dispersé, on va estimer $\mu_{i,j} = E(X_{i,j})$ par la formule suivante :

$$\hat{\mu}_{i,j} = e^{\hat{\omega} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j} \tag{4.22}$$

4.3.2.1 Estimation des paramètres du modèle

A cette phase on va travailler sur le triangle du liquidation des paiements non cumulés on applique la méthode du maximum de vraisemblance sur ces données pour estimer les paramètres $(\omega, \alpha_i, \beta_j)$ ainsi le coefficient Φ

L'estimation des paramètres $\omega, \alpha_i, \beta_j$

Les données $X_{i,j}$ sont supposées indépendantes on va appliquer la méthode du maximum de vraisemblance sur leur densité tel que [52] :

$$\begin{aligned} l(x_1, \dots, x_N) &= \prod f(x_{i,j}, \theta, \Phi) \\ &= \exp\left(-\sum \frac{\mu_{i,j}}{\Phi} + \sum \frac{x_{i,j}}{\Phi} \ln\left(\frac{\mu_{i,j}}{\Phi}\right) - \sum \ln\left(\frac{x_{i,j}}{\Phi}!\right)\right) \end{aligned}$$

$$L(x_1, \dots, x_N) = \log l(x_1, \dots, x_N) = \sum \frac{\mu_{i,j}}{\Phi} + \sum \frac{x_{i,j}}{\Phi} \ln\left(\frac{\mu_{i,j}}{\Phi}\right) - \sum \ln\left(\frac{x_{i,j}}{\Phi}!\right)$$

On sait que :

$$\mu_{i,j} = \exp(\omega + \alpha_i + \beta_j) \implies \ln(\mu_{i,j}) = \omega + \alpha_i + \beta_j$$

et on a :

$$\ln\left(\frac{\mu_{i,j}}{\Phi}\right) = \ln(\mu_{i,j}) - \ln \Phi$$

Donc la fonction :

$$\begin{aligned} L(x_1, \dots, x_N) &= \frac{1}{\Phi} \left(-\sum \exp(\omega + \alpha_i + \beta_j) + \sum x_{i,j} (\omega + \alpha_i + \beta_j - \ln(\Phi))\right) - \sum \ln\left(\frac{x_{i,j}}{\Phi}!\right) \\ &= \frac{1}{\Phi} \sum \left(-\exp(\omega + \alpha_i + \beta_j) + x_{i,j} (\omega + \alpha_i + \beta_j)\right) - \sum \left(x_{i,j} \ln(\Phi) + \ln\left(\frac{x_{i,j}}{\Phi}!\right)\right) \end{aligned}$$

On remarque que le terme $-\sum \left(x_{i,j} \ln(\Phi) + \ln\left(\frac{x_{i,j}}{\Phi}!\right)\right)$ ne dépend pas que $x_{i,j}$ et Φ pour cela on va l'affecter à la fonction $S(x_{i,j}, \Phi)$

Donc :

$$L(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{\Phi} \sum \left(-\exp(\omega + \alpha_i + \beta_j) + x_{i,j}(\omega + \alpha_i + \beta_j) \right) + S(x_{i,j}, \Phi) \quad (4.23)$$

l'estimateur de maximum du vraisemblance est le vecteur $\hat{\theta}$ qui contient les composants estimés $(\hat{\omega}, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j)$

$$\hat{\theta} = \frac{1}{\Phi} \sum \left(-\exp(\omega + \alpha_i + \beta_j) + x_{i,j}(\omega + \alpha_i + \beta_j) \right) \quad (4.24)$$

Remarque 2

On élimine $S(x_{i,j}, \Phi)$ car il n'affecte pas la maximisation du vraisemblance par rapport au vecteur θ .

Après qu'on a trouvé la formule de l'estimateur $\hat{\theta}$, on dérive cette équation par rapport à chaque composant du vecteur θ et on résout le système suivant :

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial \omega} = \sum x_{i,j} - \sum \exp(\omega + \alpha_i + \beta_j)$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial \alpha_i} = \sum x_{i,j} - \sum \exp(\omega + \alpha_i + \beta_j)$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial \beta_j} = \sum x_{i,j} - \sum \exp(\omega + \alpha_i + \beta_j)$$

pour résoudre ce système on applique la méthode du newton-raphson et trouvons à la fin toutes les valeurs des estimations $(\hat{\omega}, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j)$

Après avoir estimé toutes les valeurs $\hat{\omega}, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j$, on remplit le triangle inférieur par les valeurs $\hat{\mu}_{i,j}$ ou :

$$\hat{\mu}_{i,j} = \exp(\hat{\omega}, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j) \quad n+1 \leq i+j \leq 2n$$

Ces valeurs considèrent comme des paiements futurs espérés.

L'estimation du coefficient de dispersion Φ

Cette estimation se fait par la méthode des résidus de Péarson, on applique cette méthode sur les données du triangle supérieur $X_{i,j}$, donc on calcule à chaque élément son résidu tel que

$$r_{i,j}^p = \frac{X_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}}} \quad (4.25)$$

avec :

$\hat{\mu}_{i,j}$ représente la valeur estimée de $X_{i,j}$

Après le calcul de chaque résidu des paiements non cumulés du triangle supérieur on estime le paramètre de dispersion sous la forme suivante :

$$\Phi = \frac{1}{N - P} \sum_{i+j \leq n} r_{i,j}^p \quad (4.26)$$

Où :

$N = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$: le nombre des paiements non cumulés

$p = 2n + 1$: le nombre des paramètres du modèle

4.3.2.2 La provision estimée par le modèle poisson sur dispersé

Le but de trouver toutes les valeurs des estimateurs précédents est de calculer et d'estimer la provision

les provisions par année de survenance i , $R_i = \sum_{i+j > n} X_{i,j}$ et la provision totale $R = \sum_i R_i$. Peuvent être prédites respectivement par [53] :

$$\hat{R} = \sum_{i+j > n} \hat{X}_{i,j} = \sum_{i+j > n} u_{i,j} \quad (4.27)$$

et par :

$$\hat{R} = \sum_i \hat{R}_i = \sum_i \sum_{i+j > n} u_{i,j} \quad (4.28)$$

5.1 Introduction

généralement les méthodes stochastiques supposent que les charges cumulés $c_{i,j}$ sont des variables aléatoires et ce pour mesurer l'incertitude qui frappe le calcul de la réserve à constituer pour faire face aux engagements de l'assureur

5.2 Application de Bootstrap

Dans le cadre de recherches sur l'application de l'aspect théorique de notre projet, nous restons toujours sous le logiciel R, à l'intérieur de package CainLadder il existe une fonction appelée.

Bootstrap-ChainLadder, cette dernière fournit une distribution prédictive des réserves (R) ou IBNR pour un triangle de développement cumulatif des sinistres, Cette fonction nécessite les données suivantes (inputs)

1. Triangle des paiements cumulatives.
2. B le nombre de répliques l'échantillonnage bootstrap.
3. La distribution de processus à prendre en compte : Un de "gamma" (par défaut), ou "od.pois" (Poisson sur-dispersé).

La fonction BootChainLadder utilise en deux étapes une approche bootstrap / simulation, dans la première étape, la méthode de chain ladder est appliquée au triangle des paiements cumulatives, a partir de là, nous calculons les résidus de Pearson mis à l'échelle que nous bootstrapons B fois pour prévoir les futurs paiements de sinistres via la méthode chain ladder, dans la deuxième étape, nous simulons l'erreur de processus avec la valeur bootstrap comme moyenne et en utilisant la distribution de processus supposée.

L'ensemble des réserves ainsi obtenues forme la distribution prédictive, à partir de laquelle des statistiques telles que la moyenne, l'erreur de prédiction ou les quantiles peuvent être dérivées.

La méthode qui nous intéresse est la méthode du bootstrap. C'est en effet une méthode stochastique, basée sur la méthode de Chain Ladder, qui permet l'estimation de la distribution des réserves. L'idée de la méthode est de ré échantillonner les résidus obtenus avec la méthode de Chain Ladder un certain nombre de fois (10 000 fois), ce qui permet d'appliquer Chain Ladder sur un certain nombre de triangles différents et d'obtenir la distribution des réserves.

5.2.1 Bootstrap de portefeuille incendie

pour B=10 000

A) Triangle de paiements cumulé.

Premièrement on commence par le calcul de triangle de paiement cumulé exactement comme on a fait avec la MCL, et puisque on travaille sur même portefeuille donc même données on trouve même résultat avec la MCL.

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	6 926 918	127 307 874	268 477 829	357 276 106	440 106 549	493 665 454	630 466 334	631 583 239	631 670 758	632 535 012	632 535 342
2010	19 476 494	177 561 586	325 158 193	373 576 521	397 273 020	410 457 708	416 722 936	423 478 362	423 525 892	423 630 913	
2011	131 587 045	348 257 087	586 934 948	657 216 133	755 431 291	770 587 968	972 172 013	973 627 621	976 429 496		
2012	37 624 209	663 831 868	1 162 823 268	1 404 428 544	1 561 191 068	1 647 842 737	1 654 778 311	1 662 247 461			
2013	17 057 630	798 198 664	1 287 615 208	1 400 243 636	1 453 403 582	1 503 562 702	1 511 713 454				
2014	3 852 298	1 218 759 037	2 081 788 943	2 593 785 475	2 748 483 207	2 755 188 919					
2015	592 906 798	1 526 108 635	2 241 887 969	2 433 326 884	2 470 500 656						
2016	269 434 155	525 166 779	1 150 437 463	1 362 897 892							
2017	49 708 015	783 408 886	1 532 812 992								
2018	452 529 381	969 279 817									
2019	9 039 406										

TABLE 5.1: Triangle de paiement cumulé portefeuille incendie

B) Facteurs de développements

Logiquement même triangle de paiement cumulé nous donne même facteurs de développement.

	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f _j	4.514494	1.724530	1.162285	1.065786	1.030644	1.074540	1.004572	1.001448	1.000919	1.000001

TABLE 5.2: Facteurs de développements portefeuille incendie

C) Résidu de pearson ajustés

Pour B=10 000 on on obtient les résultats suivant :

Après avoir obtenu le triangle de paiement cumulé et les facteurs de développement, nous commençons par le calcul des résidus, appliquons la la formule (4.5) on trouvera le tableau suivant

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	-8193.810	-7271.297	-4470.984	2035.5878	9787.31668	10508.7361	17103.31	-1254.12448	-1046.6400	451.0385	7.947286e-09
2010	-3842.557	2022.489	2001.196	-231.5919	62.07761	547.8426	-5137.88	4219.59299	-873.7048	-551.1402	
2011	5172.307	-6959.950	-4113.498	-5033.2966	7264.63668	-2734.1607	19815.34	-1714.19592	1417.2412		
2012	-11413.147	4241.609	-416.944	3970.1649	8138.76505	7314.0000	-12190.95	-42.08342			
2013	-12671.608	15404.983	1489.252	-5995.1651	-4102.70902	1559.5990	-11437.81				
2014	-19882.808	9340.154	-1754.893	10469.2641	-972.04487	-10064.0607					
2015	25480.007	1328.152	-5108.950	-8900.3475	-11309.42746						
2016	11725.022	-14402.056	7236.311	1945.8413							
2017	-12702.714	1922.374	5030.989								
2018	19656.399	-10485.099									
2019	0.000										

TABLE 5.3: Résidus de Pearson ajustés portefeuille d'incendie

D) Résultats du bootstrap :

Nous pouvons regarder un peu plus en détail les résultats obtenu et les intervalles de confiance avec un bootstrap de 10 000 simulations :

	Latest	Mean ultimate	Mean Provision	provision.S.E	Provision 75%	Provision 95%
2009	6.33e+08	6.33e+08	-	-	-	-
2010	4.24e+08	4.24e08	-7.74e+03	1.79e+06	-	8.80e-34
2011	9.76e+08	9.87e+08	1.23e+06	2.39e+07	6.88e+03	2.19e+07
2012	1.66e+09	1.67e+09	4.69e+06	4.86e+07	6.63e+06	7.86e+07
2013	1.51e+09	1.52e+09	1.11e+07	5.67e+07	1.90e+07	1.06e+08
2014	2.76e+09	2.99e+09	2.31e+08	1.86e+08	3.31e+08	5.76e+08
2015	2.47e+09	2.76e+09	2.94e+08	2.04e+08	4.07e+08	6.73e+08
2016	1.36e+09	1.63e+09	2.68e+08	1.79e+08	3.9e+8	6.04e+8
2017	1.3e+09	2.13e+09	5.98e+08	2.83e+08	7.64e+08	1.12e+09
2018	9.69e+08	2.35e+09	1.38e+09	5.55e+08	1.71e+09	2.37e+09
2019	9.04e+06	1.04e+08	9.49e+07	3.00e+08	2.19e+08	6.42e+08
Total	1.43e+10	1.72e+10	2.88e+09	9.01e+08	3.44e+09	4.49e+09

TABLE 5.4: Résultats du bootstrap portefeuille incendie B=10 000

Le quantile à 95% permet de déduire le montant de provisions à constituer pour que la probabilité d'insuffisance de provision soit inférieure à 5%. Ce montant est de 4.49e+09, il est supérieure que la provision estimée par la méthode Chain Ladder.

E) Représentation graphique de résultat obtenu

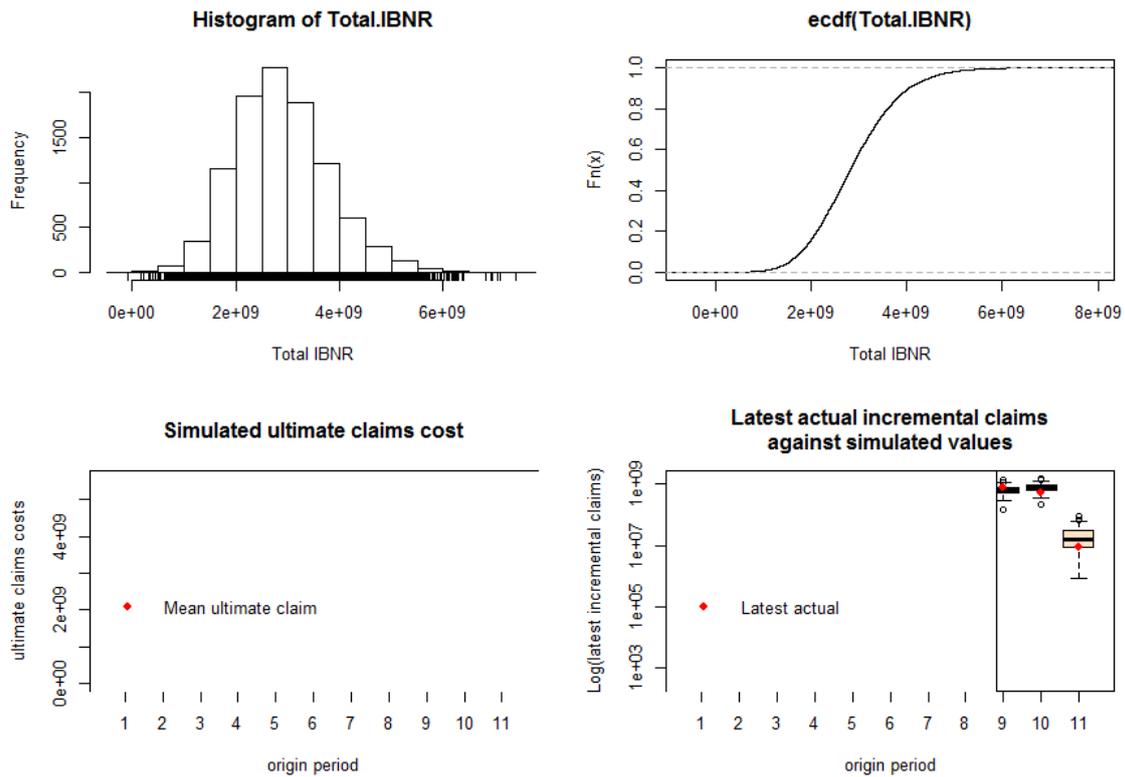


FIGURE 5.1: Représentation graphique de résultat obtenu

De cette distribution estimée par la méthode de bootstrap, il est possible de déduire facilement toutes les statistiques liées à la variabilité de la distribution, à savoir :

L'écart-type standard de prédiction dont le calcul est exposé précédemment.

Les quantiles pour déterminer le niveau de provision à constituer pour que la probabilité d'insuffisance de provision soit inférieur à un niveau $\alpha\%$: $\text{Prob}(R > R_\alpha) < \alpha\%$. et surtout l'intervalle de confiance $[a, b]$ associée à la prédiction de la provision totale : $\text{Prob}(a \leq R < b) = 1 - \alpha\%$.

Remarquons aussi la normalité de distribution de provision ca veut dire que notre modèle est adapté avec nos données

Tous ces statistique on la exposé dans le tableau (5.4).

5.2.2 Bootstrap de portefeuille ingénierie

On répète les même étapes utilisée sur le portefeuille d'incendie, on va trouver ces résultats

pour B=10 000

CHAPITRE 5. APPLICATION DES MÉTHODES STOCHASTIQUES.

A) Triangle de paiements cumulé.

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	24 283 580	53 659 814	73 058 679	387 682 449	412 129 381	462 674 101	560 053 681	564 820 132	575 092 073	576 653 754	579 586 562
2010	1 594 414	26 788 727	55 175 700	60 379 786	74 992 316	97 315 598	130 240 164	157 505 544	158 259 617	178 366 673	
2011	396 087	30 010 444	88 148 666	154 519 491	470 861 054	532 585 355	570 990 654	617 198 968	683 626 145		
2012	8 840 919	44 209 789	82 678 711	113 132 343	129 081 743	168 396 002	185 353 382	208 465 020			
2013	441 881	21 936 978	285 477 823	303 620 426	334 299 823	349 395 664	357 505 680				
2014	624 189	54 305 089	115 067 440	246 394 140	300 417 487	340 147 029					
2015	1 490 899	56 465 083	169 622 962	215 857 112	280 917 296						
2016	722 509	19 906 429	98 284 090	142 238 369							
2017	860 184	37 947 036	119 746 698								
2018	1 313 997	106 698 139									
2019	6 669 220										

TABLE 5.5: Triangle de paiement cumulé portefeuille ingénierie.

B) Facteurs de développements

	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f _j	11,139819	3,149386	1,678347	1,351727	1,132846	1,120331	1,070060	1,057821	1,029548	1,005086

TABLE 5.6: Facteurs de développements portefeuille ingénierie

Pour B=10 000 on obtient les résultats suivant :

C) Résidus de pearson ajustés .

UW-Year	Délai de règlements j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	1.060735e+04	-3487.1148	-10946.3702	22214.057	-9258.571	-210.22945	7347.986	-6150.1968	-4452.722	-4461.849	0
2010	7.798803e+01	3037.5306	-1586.6989	-6222.734	-3624.910	1907.01167	4924.121	6117.9127	-3430.051	8022.607	
2011	-2.765028e+03	-4823.1220	-8605.1409	-7707.491	20952.805	-227.26964	-3979.069	725.3015	5757.155		
2012	6.028031e+03	4330.7739	-1373.7222	-2760.749	-4597.499	5074.74322	-1050.308	3101.9578			
2013	-1.993839e+03	-2909.2674	23523.1620	-8720.383	-6028.466	-4419.78833	-5919.509				
2014	-1.963012e+03	3021.2185	-3767.2096	5310.306	-3302.771	-30.42422					
2015	-1.314104e+03	3884.1299	3774.3695	-4989.895	-1138.310						
2016	-1.319286e+03	-1299.4002	3270.5292	-2161.874							
2017	-1.673541e+03	510.0793	10.0734								
2018	-3.233861e+03	1015.5615									
2019	-4.367454e-13										

TABLE 5.7: Résidus de Pearson ajustés portefeuille ingénierie

D) Résultats du bootstrap :

Nous pouvons regarder un peu plus en détail les résultats obtenu avec un bootstrap de 10 000 simulations :

	Latest	Mean ultimate	Mean Provision	provision.S.E	Provision 75%	Provision 95%
2009	5.80e+08	5.80e+08	-	-	-	-
2010	1.78e+08	1.79e+08	1.01e+06	1.11e+07	5.07e+01	8.20e+60
2011	6.84e+08	7.09e+08	2.57e+07	5.44e+07	3.93e+07	1.36e+08
2012	2.08e+08	2.28e+08	2.00e+07	3.54e+07	2.80e+07	9.14e+07
2013	5.58e+08	4.22e+08	6.49e+07	6.97e+07	9.36e+07	2.03e+08
2014	3.40e+08	4.58e+08	1.12e+08	9.21e+07	1.58e+08	2.90e+08
2015	2.81e+08	4.26e+08	1.45e+08	1.10e+08	1.99e+08	3.57e+08
2016	1.42e+08	2.93e+08	1.51e+08	1.24e+08	2.09e+08	4.02e+08
2017	1.20e+08	4.24e+08	3.05e+08	2.39e+08	4.08e+08	7.67e+08
2018	1.07e+08	1.32e+09	1.21e+09	1.08e+09	1.52e+09	3.16e+09
2019	6.67e+06	-7.45e+10	-7.45e+10	7.64e+12	1.61e+09	9.67e+09
Total	3.00e+09	-6.95e+10	-7.25e+10	7.64e+12	3.98e+09	1.23e+10

TABLE 5.8: Résultats du bootstrap portefeuille ingénierie B=10 000

Aussi bien la provision moyenne que la volatilité des réserves sont inférieure à celles du MCL appliqué sur même portefeuille.

L'écart de provision le plus important est pour l'année 2019.

L'intervalle de confiance obtenu n'est pas intéressant, notamment pour l'année 2019 où les bornes à 95% sont très grande autrement dit n'est pas significative.

Finalement, ce que nous pouvons retenir est une grande volatilité des résultats obtenus.

Ceci est à nuancer par le fait que cette méthode ne peuvent rigoureusement pas être appliqués tels quels.

Cette méthode basé sur la MCL, vu que la MCL dans ce portefeuille est inadapté avec nos donnée ça explique nos résultats.

E) Représentation graphique de résultat obtenu

avant que nous commençons l'interprétation graphique de résultat obtenu, il faut mentionne que dans cette représentation le IBNR représente la PROVISION

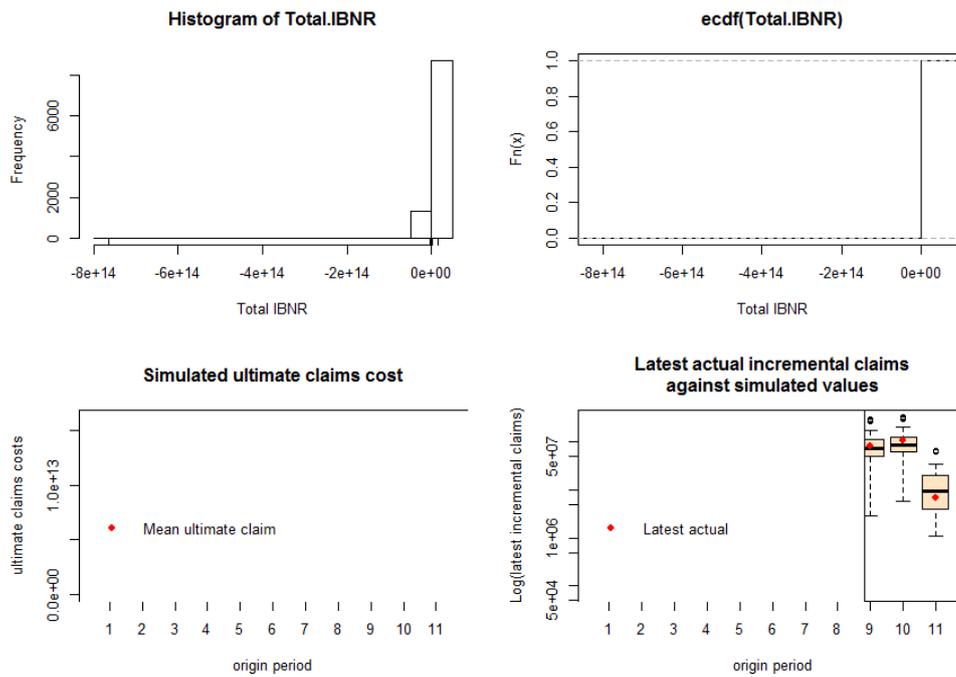


FIGURE 5.2: Représentation graphique de résultat obtenu

La magie des graphes apparaît dans des situations pareilles, le premier regard vous laisse une impression de non fiabilité des résultats.

Nous pouvons observer la dissymétrie dans la distribution. Un pic important observé pour l'année 2019.

Mais le point le plus important à noter est la forte dispersion des réserves.

5.3 Application de GLM

Toujours dans l'application maintenant on va traiter la méthode glm, le package chainladder contient une fonction appelée glmReserve, cette fonction implémente des modèles de réservation de pertes dans le cadre du modèle linéaire généralisé, pour estimer les réserves de perte ultimes Il faut vérifier l'année d'accident et le facteur développement comme prédicteurs moyens,

cette fonction fournit à la fois des méthodes analytiques et bootstrap pour calculer les erreurs de prédiction associées, l'approche bootstrap génère également la distribution prédictive complète des réserves.

L'utilisation de GLM dans la réservation de sinistres d'assurance a de nombreux aspects convaincants, par exemple.

Lorsque le modèle de Poisson sur-dispersé est utilisé, il reproduit les estimations de Chain Ladder.

Toute la théorie statistique établie pertinente peut être directement appliquée pour effectuer des tests d'hypothèses et des vérifications diagnostiques.

Cependant, il faut se méfier de certaines des hypothèses clés qui sous-tendent le modèle GLM, afin de déterminer si ce modèle est approprié pour le problème considéré.

Le modèle GLM suppose qu'il n'y a pas de développement de queue, et il ne projette les pertes qu'au dernier point temporel des données observées.

Le modèle suppose que chaque sinistre incrémentielle est indépendante de toutes les autres. Cette hypothèse peut ne pas être valide dans la mesure où les cellules de la même année civile sont généralement corrélées en raison de l'inflation ou de facteurs d'exploitation des entreprises.

Le modèle a tendance à être sur-paramétré, ce qui peut conduire à des performances prédictives inférieures.

5.3.1 GLM du portefeuille d'incendie

5.3.1.1 Modèle Poisson sur-dispersé :

	Latest	Dev.to.date	Ultimate	Provision	S.E	CV
2010	423 630 913	0.999999948	423 631 134	221	166829.2	754.8833783
2011	976 429 496	0.99908175	977 326 928	897 432	11421804.9	12.7272093
2012	1 662 247 461	0.99763747	1 666 183 864	3 936 403	25080861.6	6.3715178
2013	1 511 713 454	0.99309732	1 522 220 851	10 507 397	35931677.4	3.4196554
2014	2 755 188 919	0.92420734	2 981 137 242	225 948 323	173099941.7	0.7661041
2015	2 470 500 656	0.89672766	2 755 017 785	284 517 129	189963875.9	0.6676711
2016	1 362 897 892	0.84137695	1 619 842 209	256 944 317	168995057.8	0.6577108
2017	1 532 812 992	0.72389884	2 117 440 882	584 627 890	274844483.1	0.4701187
2018	969 279 817	0.41976586	2 309 096 369	1 339 816 552	534331448.8	0.3988094
2019	9 039 406	0.09298181	97 216 928	88 177 522	268239249.8	3.0420366
Total	13 673 741 008	0.83026572	16 469 114 194	2 795 373 186	857641600.8	0.3068076

TABLE 5.9: Statistiques de réserve de sinistre obtenue par GLM Poisson sur-dispersée portefeuille incendie

```

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-22665.7  -4442.5   -17.4    3355.2   17935.0

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  17.8899    0.4059  44.073 < 2e-16 ***
factor(origin)2  -0.4009    0.5452  -0.735 0.466000
factor(origin)3   0.4351    0.4433   0.981 0.331637
factor(origin)4   0.9686    0.4059   2.386 0.021280 *
factor(origin)5   0.8782    0.4115   2.134 0.038318 *
factor(origin)6   1.5503    0.3846   4.031 0.000212 ***
factor(origin)7   1.4714    0.3891   3.782 0.000456 ***
factor(origin)8   0.9403    0.4203   2.237 0.030273 *
factor(origin)9   1.2082    0.4144   2.916 0.005513 **
factor(origin)10  1.2949    0.4533   2.857 0.006456 **
factor(origin)11 -1.8728    2.9169  -0.642 0.524094
factor(dev)2     1.2569    0.2475   5.078 7.10e-06 ***
factor(dev)3     1.1851    0.2574   4.605 3.39e-05 ***
factor(dev)4     0.2338    0.3187   0.734 0.466957
factor(dev)5    -0.5187    0.4195  -1.237 0.222647
factor(dev)6    -1.2190    0.6235  -1.955 0.056811 .
factor(dev)7    -0.2999    0.5191  -0.578 0.566370
factor(dev)8    -3.0194    2.1344  -1.415 0.164060
factor(dev)9    -4.1648    5.0756  -0.821 0.416230
factor(dev)10   -4.6183    8.8276  -0.523 0.603429
factor(dev)11  -12.0908   478.0606 -0.025 0.979934
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 75418771)

Null deviance: 2.0986e+10 on 65 degrees of freedom
Residual deviance: 3.6440e+09 on 45 degrees of freedom
AIC: NA
    
```

FIGURE 5.3: Estimation du GLM modèle Poisson sur-dispersée portefeuille incendie

Après calcul on obtient un montant de réserve de 2 795 373 186 UM qui correspond au montant obtenu avec le modèle Chain Ladder ce qui corrobore avec la littérature qui stipule que le modèle poisson sur-dispersée donne les mêmes montants de réserves que la méthode Chain-Ladder.

Validation du modèle par analyses graphiques des résidus

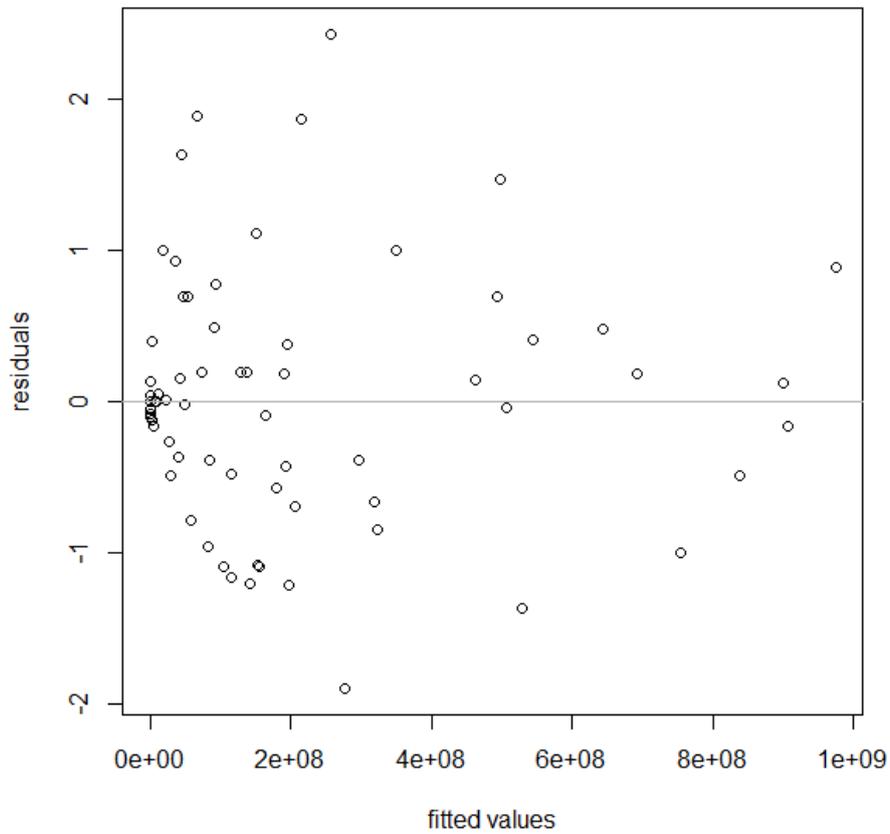


FIGURE 5.4: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle de poisson sur-dispersée

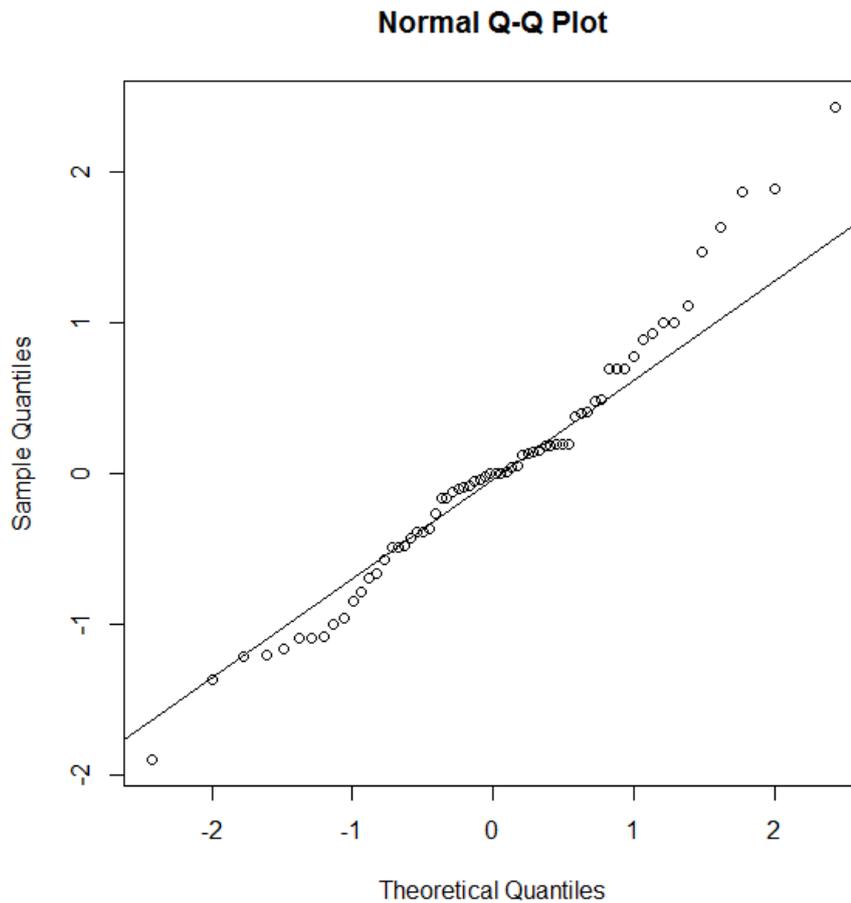


FIGURE 5.5: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle de poisson sur-dispersée

La figure 5.4 montre que les résidus sont dispersés et éloignés par rapport à l'origine.

La figure 5.5 montre que les résidus du test du Q-Q plot son situés autour d'une droite entre -2 et 2 .

L'analyse du Q-Q Plot des résidus et nous permettent de conclure à la normalité des résidus.

Sa donne l'aire de l'adaptation de ce modèle avec nos donnée. avec certain conservation concernant les valeurs extrêmes.

Le triangle du résultat final, où les cellules vides du triangle d'origine sont remplies de prédictions de modèle est présenté comme suit.

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	6 926 918	127 307 874	268 477 829	357 276 106	440 106 549	493 665 454	630 466 334	631 583 239	631 670 758	632 535 012	632 535 342
2010	19 476 494	177 561 586	325 158 193	373 576 521	397 273 020	410 457 708	416 722 936	423 478 362	423 525 892	423 630 913	423 631 134
2011	131 587 045	348 257 087	586 934 948	657 216 133	755 431 291	770 587 968	972 172 013	973 627 621	976 429 496	977 326 418	977 326 928
2012	37 624 209	663 831 868	1 162 823 268	1 404 428 544	1 561 191 068	1 647 842 737	1 654 778 311	1 662 247 461	1 664 653 889	1 666 182 995	1 666 183 864
2013	17 057 630	798 198 664	1 287 615 208	1 400 243 636	1 453 403 582	1 503 562 702	1 511 713 454	1 518 624 565	1 520 823 071	1 522 220 058	1 522 220 852
2014	3 852 298	1 218 759 037	2 081 788 943	2 593 785 475	2 748 483 207	2 755 188 919	2 960 559 417	2 974 094 227	2 978 399 810	2 981 135 687	2 981 137 242
2015	592 906 798	1 526 108 635	2 241 887 969	2 433 326 884	2 470 500 656	2 546 207 658	2 736 000 790	2 748 508 983	2 752 487 987	2 755 016 348	2 755 017 785
2016	269 434 155	525 166 779	1 150 437 463	1 362 897 892	1 452 557 316	1 497 070 058	1 608 660 962	1 616 015 288	1 618 354 786	1 619 841 363	1 619 842 208
2017	49 708 015	783 408 886	1 532 812 992	1 781 565 944	1 898 767 810	1 956 954 404	2 102 824 873	2 112 438 372	2 115 496 539	2 117 439 777	2 117 440 882
2018	452 529 381	969 279 817	1 671 552 176	1 942 820 452	2 070 630 587	2 134 083 812	2 293 157 425	2 303 641 068	2 306 976 039	2 309 095 165	2 309 096 370
2019	9 039 406	40 808 347	70 375 221	81 796 082	87 177 108	89 848 598	96 545 871	96 987 250	97 127 658	97 216 877	97 216 928

TABLE 5.10: Résultat complet de GLM poisson sur-dispersée portefeuille incendie

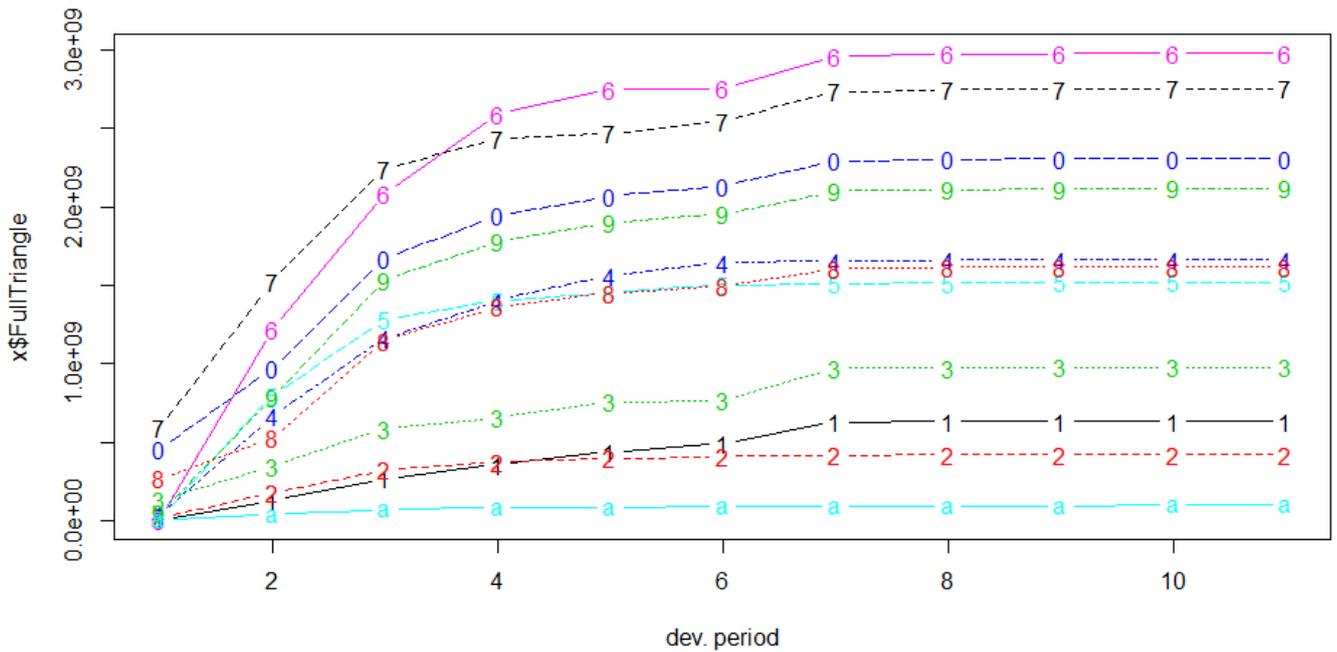


FIGURE 5.6: Représentation graphique de résultat complet de GLM poisson sur-dispersée portefeuille incendie

D'après le graphique (Figure 5.6), remarquons que à partir de la septième année une certaine stabilité ce qui renforce notre décision de l'adaptation de ce modèle avec nos données.

5.3.1.2 Modèle Gamma :

	Latest	Dev.to.date	Ultimate	Provision	S.E	CV
2010	423 630 913	0.99999963	423 631 069	156	1.990432e+02	1.2759179
2011	976 429 496	0.99898303	977 423 504	994 008	1.101814e+06	1.1084560
2012	1 662 247 461	0.99872244	1 664 373 798	2 126 337	1.710889e+06	0.8046179
2013	1 511 713 454	0.99461576	1 519 896 939	8 183 485	7.167153e+06	0.8758070
2014	2 755 188 919	0.94259706	2 922 976 365	167 787 446	1.563395e+08	0.9317711
2015	2 470 500 656	0.86735785	2 848 306 117	377 805 461	2.908210e+08	0.7697639
2016	1 362 897 892	0.77330014	1 762 443 605	399 545 713	2.810754e+08	0.7034874
2017	1 532 812 992	0.74216681	2 065 321 390	532 508 398	3.808531e+08	0.7152057
2018	969 279 817	0.26437158	3 666 353 999	2 697 074 182	2.229019e+09	0.8264580
2019	9 039 406	0.06170864	146 485 254	137 445 848	1.394292e+08	1.0144300
Total	13 673 741 008	0.75976996	17 997 212 042	4 323 471 034	2.370918e+09	0.5483829

TABLE 5.11: Statistiques de réserve de sinistre obtenu par GLM Gamma portefeuille incendie

Le montant total de provision et de 4 323 471 034 UM il est plus grand que celui obtenu par le modèle Chain ladder.

Soit un écart remarquable par rapport au montant de réserve du modèle Chain Ladder. qui conduisait à de meilleurs résultats.

Les écarts de provision son max en 2018 on a vu pourquoi quand on a exposée nos donnés de portefeuille (Le taux des règlement ou bien la sinistralité apparaît a cette année)

Les coefficients de variation reste surtout dans la première année et la deuxième année grand.

Les paramètres estimés sont consignés dans la Table 5.7

```

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.28249 -0.77762 -0.05492  0.38227  1.26170

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  17.71502   0.39466  44.887 < 2e-16 ***
factor(origin)2 -0.74790   0.38419  -1.947 0.057830 .
factor(origin)3  0.60397   0.39988   1.510 0.137932 .
factor(origin)4  0.64423   0.41662   1.546 0.129027 .
factor(origin)5  0.28674   0.43594   0.658 0.514050 .
factor(origin)6  1.02608   0.45949   2.233 0.030561 *
factor(origin)7  1.44186   0.48972   2.944 0.005107 **
factor(origin)8  1.03003   0.53104   1.940 0.058706 .
factor(origin)9  0.81448   0.59261   1.374 0.176128 .
factor(origin)10 1.71483   0.69847   2.455 0.018013 *
factor(origin)11 -1.69792   0.94539  -1.796 0.079211 .
factor(dev)2    1.68153   0.38419   4.377 7.08e-05 ***
factor(dev)3    1.62045   0.39988   4.052 0.000198 ***
factor(dev)4    0.63519   0.41662   1.525 0.134350 .
factor(dev)5    0.07626   0.43594   0.175 0.861922 .
factor(dev)6   -0.52502   0.45949  -1.143 0.259238 .
factor(dev)7    0.08935   0.48972   0.182 0.856050 .
factor(dev)8   -2.28470   0.53104  -4.302 8.99e-05 ***
factor(dev)9   -4.45619   0.59261  -7.520 1.74e-09 ***
factor(dev)10  -4.51010   0.69847  -6.457 6.53e-08 ***
factor(dev)11 -11.91593   0.94539 -12.604 2.30e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 0.7380103)

Null deviance: 207.182 on 65 degrees of freedom
Residual deviance: 47.209 on 45 degrees of freedom
AIC: NA
    
```

FIGURE 5.7: Estimation du GLM GAMMA portefeuille incendie

Validation du modèle par analyses graphiques des résidus

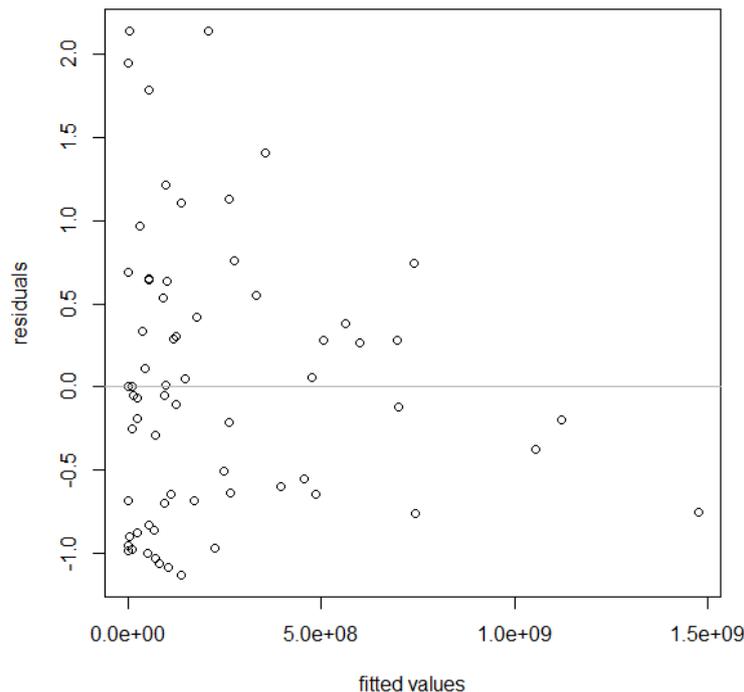


FIGURE 5.8: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle gamma portefeuille incendie

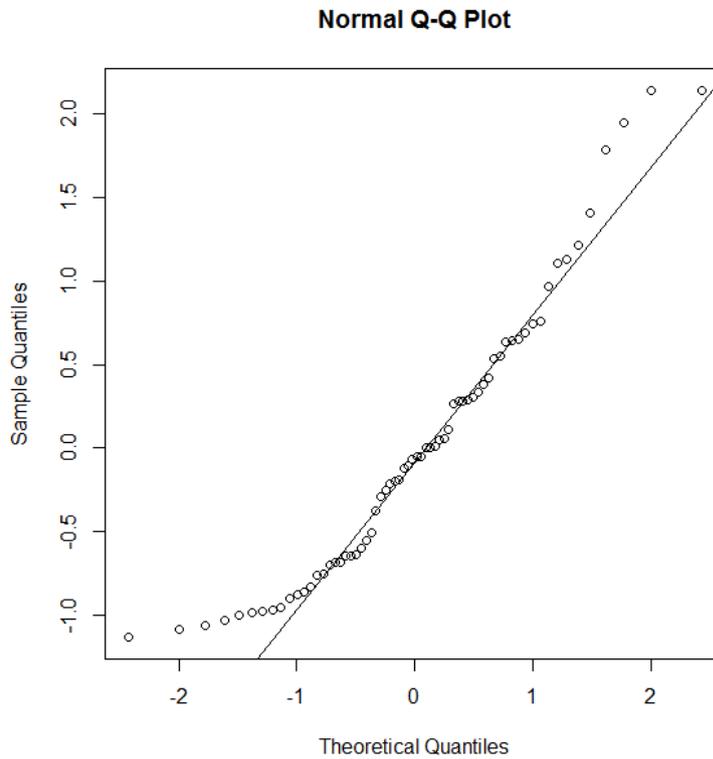


FIGURE 5.9: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle gamma portefeuille incendie

La figure 5.8 illustrent que les résidus sont concentrés autour de l'origine (entre -1 et 2)

La figure 5.9 illustrent que les résidus du test du Q-Q plot situé autour d'une droite entre -1 et 1

Nous constatons que les incréments s'ajustent mieux à une distribution Gamma mais ne conduise pas au même résultat comme la MCL.

L'analyse du Q-Q Plot des résidus nous permettent de conclure à la normalité des résidus.

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	6 926 918	127 307 874	268 477 829	357 276 106	440 106 549	493 665 454	630 466 334	631 583 239	631 670 758	632 535 012	632 535 342
2010	19 476 494	177 561 586	325 158 193	373 576 521	397 273 020	410 457 708	416 722 936	423 478 362	423 525 892	423 630 913	423 631 069
2011	131 587 045	348 257 087	586 934 948	657 216 133	755 431 291	770 587 968	972 172 013	973 627 621	976 429 496	977 422 901	977 423 505
2012	37 624 209	663 831 868	1 162 823 268	1 404 428 544	1 561 191 068	1 647 842 737	1 654 778 311	1 662 247 461	1 663 338 959	1 664 373 169	1 664 373 797
2013	17 057 630	798 198 664	1 287 615 208	1 400 243 636	1 453 403 582	1 503 562 702	1 511 713 454	1 518 409 719	1 519 173 143	1 519 896 499	1 519 896 939
2014	3 852 298	1 218 759 037	2 081 788 943	2 593 785 475	2 748 483 207	2 755 188 919	2 905 835 607	2 919 861 302	2 921 460 336	2 922 975 445	2 922 976 366
2015	592 906 798	1 526 108 635	2 241 887 969	2 433 326 884	2 470 500 656	2 594 014 334	2 822 328 287	2 843 585 055	2 846 008 485	2 848 304 721	2 848 306 116
2016	269 434 155	525 166 779	1 150 437 463	1 362 897 892	1 512 173 202	1 593 992 607	1 745 235 060	1 759 316 222	1 760 921 580	1 762 442 680	1 762 443 604
2017	49 708 015	783 408 886	1 532 812 992	1 743 247 283	1 863 578 225	1 929 532 910	2 051 449 568	2 062 800 404	2 064 094 484	2 065 320 644	2 065 321 389
2018	452 529 381	969 279 817	2 356 130 403	2 873 898 715	3 169 969 989	3 332 249 843	3 632 222 731	3 660 151 178	3 663 335 230	3 666 352 166	3 666 353 999
2019	9 039 406	57 615 346	103 312 748	120 373 466	130 129 159	135 476 359	145 360 612	146 280 868	146 385 784	146 485 194	146 485 254

TABLE 5.12: Résultat complet de GLM gamma portefeuille incendie

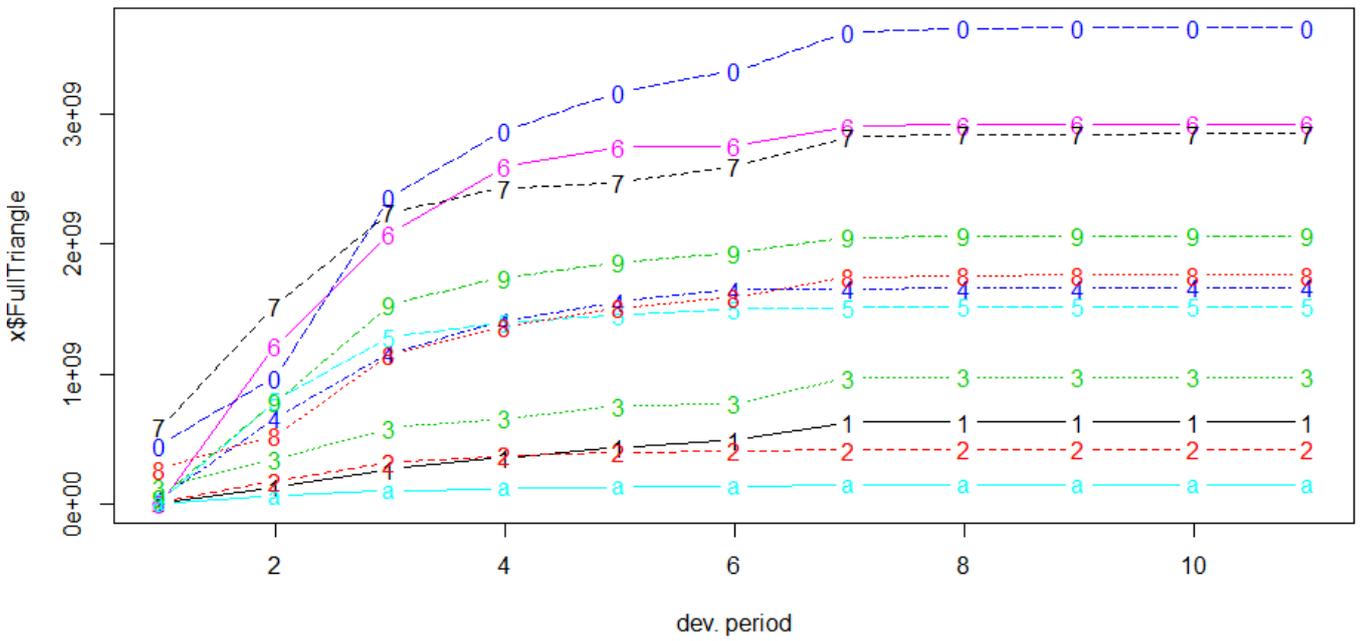


FIGURE 5.10: Représentation graphique de résultat complet de GLM gamma portefeuille incendie

5.3.1.3 Modèle Poisson composé :

	Latest	Dev.to.date	Ultimate	Provision	S.E	CV
2010	423 630 913	0.99999962	423 631 076	163	3.891210e+02	2.3872455
2011	976 429 496	0.99909403	977 314 910	885 414	1.158498e+06	1.3084254
2012	1 662 247 461	0.99854794	1 664 664 647	2 417 186	2.200587e+06	0.9103920
2013	1 511 713 454	0.99456827	1 519 969 524	8 256 070	7.245837e+06	0.8776375
2014	2 755 188 919	0.93641502	2 942 273 310	187 084 391	1.527964e+08	0.8167245
2015	2 470 500 656	0.87278101	2 830 607 726	36 0107 070	2.419312e+08	0.6718313
2016	1 362 897 892	0.78514207	1 735 861 509	372 963 617	2.305779e+08	0.6182316
2017	1 532 812 992	0.73565092	2 083 614 588	550 801 596	3.416022e+08	0.6201911
2018	969 279 817	0.29304575	3 307 605 741	2 338 325 924	1.589686e+09	0.6798395
2019	9 039 406	0.06871184	131 555 299	122 515 893	1.292477e+08	1.0549464
Total	13 673 741 008	0.77616306	17 617 098 333	3 943 357 325	1.742623e+09	0.4419135

TABLE 5.13: Statistiques de réserve de sinistre obtenu par poisson composé portefeuille incendie

Après calcul on obtient un montant de réserve de 3 943 357 325 UM plus grand que le montant obtenu avec le modèle Chain Ladder et plus petit que le montant obtenu par le modèle gamma.

```

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-6.5337 -2.3150 -0.1225  1.0300  3.8014

(Intercept)      17.81657    0.38034   46.843 < 2e-16 ***
factor(origin)2  -0.70428    0.39649   -1.776  0.08245 .
factor(origin)3   0.47234    0.39248    1.203  0.23509 .
factor(origin)4   0.67452    0.39964    1.688  0.09836 .
factor(origin)5   0.34357    0.41645    0.825  0.41373 .
factor(origin)6   1.08952    0.42650    2.555  0.01409 *
factor(origin)7   1.37484    0.44453    3.093  0.00340 **
factor(origin)8   0.95621    0.48237    1.982  0.05357 .
factor(origin)9   0.84995    0.53374    1.592  0.11829 .
factor(origin)10  1.57942    0.61185    2.581  0.01317 *
factor(origin)11 -1.79946    1.00556   -1.790  0.08026 .
factor(dev)2      1.55524    0.34449    4.515  4.54e-05 ***
factor(dev)3      1.50625    0.35977    4.187  0.00013 ***
factor(dev)4      0.52166    0.38543    1.353  0.18268 .
factor(dev)5     -0.04438    0.41125   -0.108  0.91453 .
factor(dev)6     -0.66413    0.44592   -1.489  0.14337 .
factor(dev)7      0.04332    0.46693    0.093  0.92649 .
factor(dev)8     -2.46976    0.56288   -4.388  6.84e-05 ***
factor(dev)9     -4.38786    0.69847   -6.282  1.19e-07 ***
factor(dev)10    -4.59570    0.85716   -5.362  2.74e-06 ***
factor(dev)11   -12.01747    1.73675   -6.920  1.34e-08 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Estimated dispersion parameter: 4.8307
Estimated index parameter: 1.8827

Residual deviance: 356.14 on 45 degrees of freedom
AIC: 2538.7
    
```

FIGURE 5.11: Estimation du GLM Poisson composé portefeuille incendie

Validation du modèle par analyses graphiques des résidus

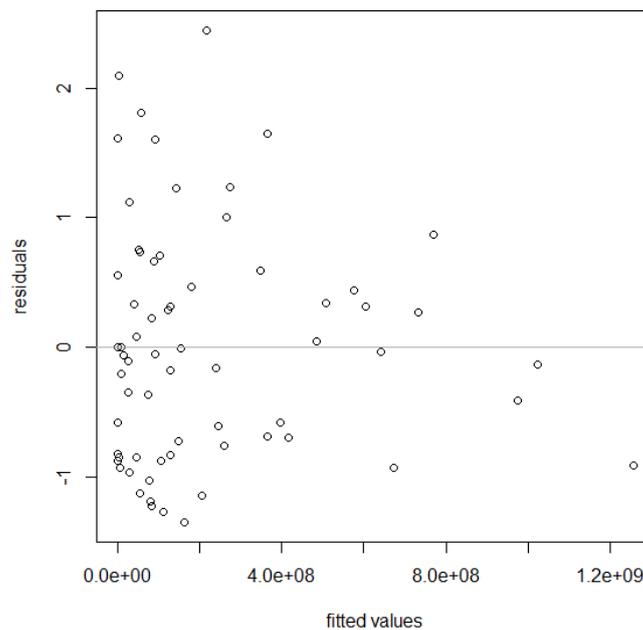


FIGURE 5.12: Q-Q plot sur les résidus de Pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille incendie

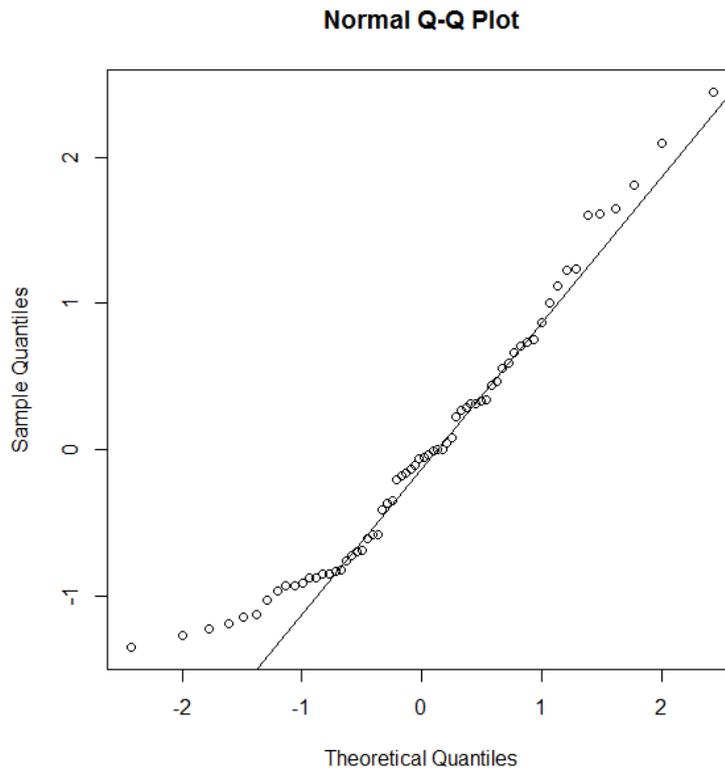


FIGURE 5.13: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille incendie

La figure 5.12 illustrent que les résidus sont concentrés autour de l'origine (entre -1 et 2)

La figure 5.13 illustrent que les résidus du test du Q-Q plot situé autour d'une droite entre -1 et 2

Nous constatons que les incréments s'ajustent mieux à une distribution poisson composé que modèle gamma mais ne conduise pas au même résultat comme la MCL.

L'analyse du Q-Q Plot des résidus nous permettent de conclure à la normalité des résidus.

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	6 926 918	127 307 874	268 477 829	357 276 106	440 106 549	493 665 454	630 466 334	631 583 239	631 670 758	632 535 012	632 535 342
2010	19 476 494	177 561 586	325 158 193	373 576 521	397 273 020	410 457 708	416 722 936	423 478 362	423 525 892	423 630 913	423 631 076
2011	131 587 045	348 257 087	586 934 948	657 216 133	755 431 291	770 587 968	972 172 013	973 627 621	976 429 496	977 314 381	977 314 910
2012	37 624 209	663 831 868	1 162 823 268	1 404 428 544	1 561 191 068	1 647 842 737	1 654 778 311	1 662 247 461	1 663 580 840	1 664 663 999	1 664 664 647
2013	17 057 630	798 198 664	1 287 615 208	1 400 243 636	1 453 403 582	1 503 562 702	1 511 713 454	1 518 233 412	1 519 191 094	1 519 969 059	1 519 969 524
2014	3 852 298	1 218 759 037	2 081 788 943	2 593 785 475	2 748 483 207	2 755 188 919	2 924 865 882	2 938 612 823	2 940 632 037	2 942 272 329	2 942 273 310
2015	592 906 798	1 526 108 635	2 241 887 969	2 433 326 884	2 470 500 656	2 581 749 148	2 807 452 465	2825738567	2828424514	2830606420	2830607725
2016	269 434 155	525 166 779	1 150 437 463	1 362 897 892	1 498 929 342	1 572 125 201	1 720 626 524	1 732 657 851	1 734 425 068	1 735 860 652	1 735 861 511
2017	49 708 015	783 408 886	1 532 812 992	1 748 249 431	1 870 567 551	1 936 384 536	2 069 915 441	2 080 733 890	2 082 322 954	2 083 613 816	2 083 614 588
2018	452 529 381	969 279 817	2 165 261 346	2 612 069 436	2 865 753 193	3 002 255 455	3 279 194 160	3 301 631 267	3 304 926 933	3 307 604 139	3 307 605 740
2019	9 039 406	51 852 013	92 617 784	107 847 514	116 494 482	121 147 246	130 586 873	131 351 656	131 463 991	131 555 245	131 555 300

TABLE 5.14: Résultat de GLM poisson composé portefeuille incendie

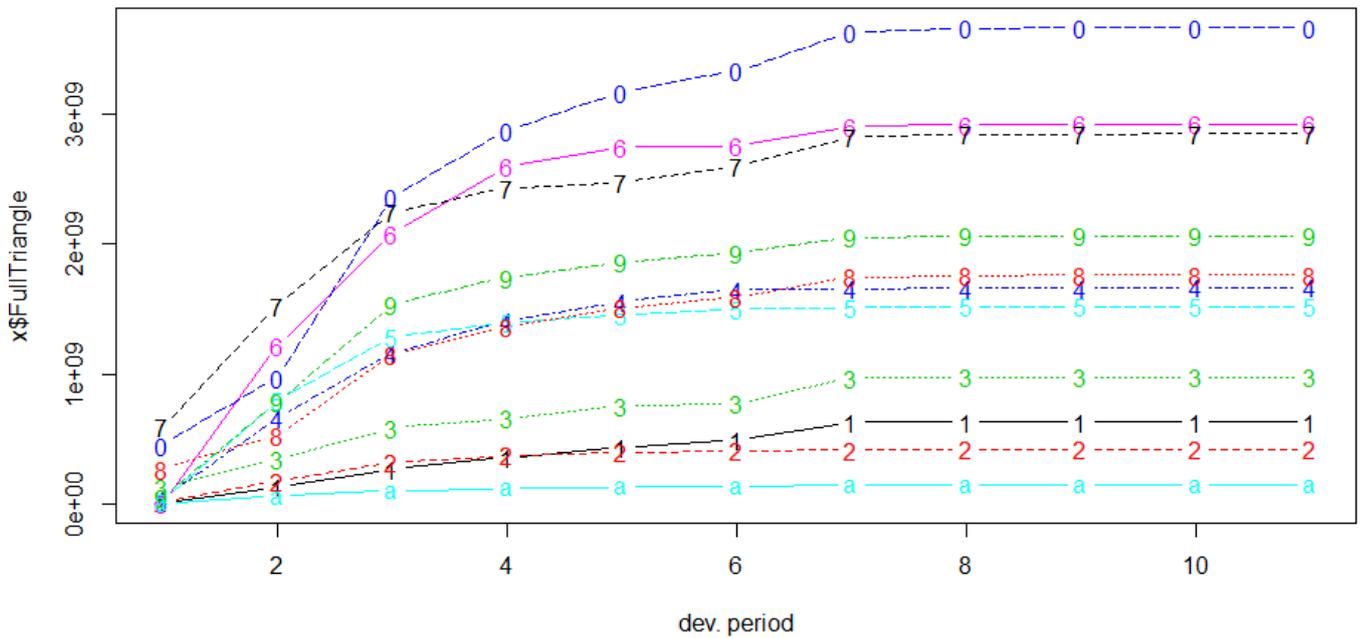


FIGURE 5.14: Représentation graphique de résultat complet de GLM poisson composé portefeuille incendie

Portefeuille d'incendie			
Déterministes	Stochastiques		
Chain-Ladder	bootstrap	GLM Modèle poisson surdispense	GLM Modèle GAMMA
Provisions totale : 2795373186	Provisions totale : 2880000000 Erreur standard : 9.01e⁺⁰⁸ Intervalle des provisions totales : I_R = [1.62e⁺⁰⁹; 4.5e⁺⁰⁹]	Provisions totale : 2795373186 Erreur standard : 857641600.8	Provisions totale : 4323471034 Erreur standard : 2.370918e⁺⁰⁹

FIGURE 5.15: Résultats obtenu portefeuille incendie

5.3.2 GLM de portefeuille d'ingénierie :

5.3.2.1 Modèle Poisson sur-dispersé :

	Latest	Dev.to.date	Ultimate	Provision	S.E	CV
2010	178 366 673	0.99493982	179 273 830	907 157	7148431	7.8800373
2011	683 626 145	0.96638551	707 405 207	23 779 062	45601467	1.9177151
2012	208465020	0.91356207	228189223	19724203	33494886	1.6981617
2013	357 505 680	0.85374827	418 748 349	61 242 669	63844642	1.0424863
2014	340 147 029	0.76205012	446 357 821	106 210 792	87620129	0.8249645
2015	280 917 296	0.67268637	417 605 153	136 687 857	103461174	0.7569156
2016	142 238 369	0.49764967	285 820 282	143 581 913	117915499	0.8212420
2017	119 746 698	0.29651183	403 851 337	284 104 639	216870011	0.7633455
2018	106 698 139	0.09414908	1 133 289 285	1 026 591 146	789187998	0.7687462
2019	6 669 220	0.00845158	789 109 231	782 440 011	2153262480	2.7519841
Total	2 424 380 269	0.48394207	5 009 649 716	2 585 269 447	2393814272	0.9259438

TABLE 5.15: Statistiques de réserve de sinistre obtenu par GLM Poisson sur-dispersée portefeuille ingénierie

Après calcul on obtient un montant de réserves de 2 585 269 447 UM.

L'analyse des écarts de provision S.E montre que sont très grand au cours des années de règlements, par exemple en 2019 un écart de 2153262480 ça veut tout dire de notre modèle par rapport au données traiter de ce portefeuille.

D'un autre coté la non adaptation de la MCL a nos données du portefeuille ingénierie implique aussi la non adaptation de tout les modèles basée sur Chain ladder .

Nous confirmerons nos propos en appliquant sur d'autres modèles.

```

Deviance Residuals:
  Min       1Q   Median       3Q      Max
-11223   -3510   -1142    2345   15506

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  15.4044    1.0751  14.329 < 2e-16 ***
factor(origin)2  -1.1734    0.5605  -2.093  0.04199 *
factor(origin)3   0.1993    0.3722   0.535  0.59497
factor(origin)4  -0.9321    0.5320  -1.752  0.08654 .
factor(origin)5  -0.3250    0.4465  -0.728  0.47035
factor(origin)6  -0.2612    0.4564  -0.572  0.56996
factor(origin)7  -0.3278    0.4876  -0.672  0.50486
factor(origin)8  -0.7070    0.6275  -1.127  0.26591
factor(origin)9  -0.3613    0.6843  -0.528  0.60012
factor(origin)10  0.6706    0.7724   0.868  0.38990
factor(origin)11  0.3086    2.7521   0.112  0.91122
factor(dev)2     2.3165    1.0767   2.152  0.03684 *
factor(dev)3     3.1757    1.0687   2.972  0.00474 **
factor(dev)4     3.1696    1.0745   2.950  0.00503 **
factor(dev)5     3.0306    1.0835   2.797  0.00756 **
factor(dev)6     2.3584    1.1324   2.083  0.04301 *
factor(dev)7     2.3841    1.1493   2.074  0.04378 *
factor(dev)8     1.9569    1.2362   1.583  0.12042
factor(dev)9     1.8326    1.2895   1.421  0.16215
factor(dev)10    1.2175    1.7645   0.690  0.49377
factor(dev)11   -0.5130    3.9687  -0.129  0.89774
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 42804789)

Null deviance: 3719300805  on 65  degrees of freedom
Residual deviance: 1710090498  on 45  degrees of freedom
AIC: NA

```

FIGURE 5.16: Estimation du GLM modèle Poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie

Validation du modèle par analyses graphiques des résidus

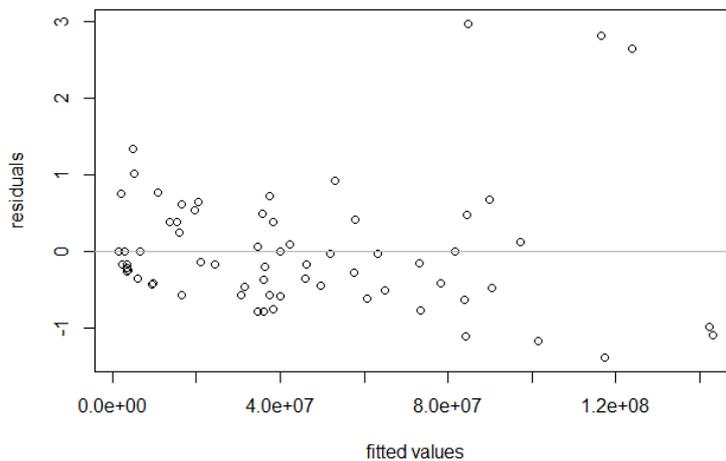


FIGURE 5.17: Q-Q plot sur les résidus de Pearson du modèle GLM Poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie

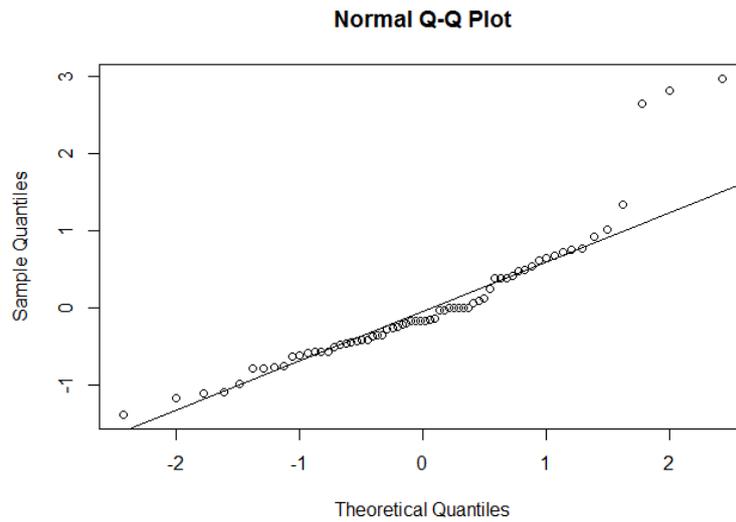


FIGURE 5.18: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie

L'analyse du Q-Q Plot des résidus nous conduise à la normalité des résidus. mais ça ne rien dire lorsque on vois le taux d'erreur.

UW-year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	24 283 580	53 659 814	73 058 679	387 682 449	412 129 381	462 674 101	560 053 681	564 820 132	575 092 073	576 653 754	579 586 562
2010	1 594 414	26 788 727	55 175 700	60 379 786	74 992 316	97 315 598	130 240 164	157 505 544	158 259 617	178 366 673	179 273 830
2011	396 087	30 010 444	88 148 666	154 519 491	470 861 054	532 585 355	570 990 654	617 198 968	683 626 145	703 825 614	707 405 207
2012	8 840 919	44 209 789	82 678 711	113 132 343	129 081 743	168 396 002	185 353 382	208 465 020	220 518 759	227 034 545	228 189 222
2013	441 881	21 936 978	285 477 823	303 620 426	334 299 823	349 395 664	357 505 680	382 552 611	404 672 338	416 629 409	418 748 348
2014	624 189	54 305 089	115 067 440	246 394 140	300 417 487	340 147 029	381 077 220	407 775 578	431 353 733	444 099 174	446 357 822
2015	1 490 899	56 465 083	169 622 962	215 857 112	280 917 296	318 236 055	356 529 679	381 508 231	403 567 571	415 491 999	417 605 154
2016	722 509	19 906 429	98 284 090	142 238 369	192 267 409	217 809 378	244 018 572	261 114 570	276 212 580	284 373 982	285 820 282
2017	860 184	37 947 036	119 746 698	200 976 484	271 665 291	307 754 957	344 787 381	368 943 265	390 276 081	401 807 778	403 851 336
2018	1 313 997	106 698 139	336 033 678	563 981 038	762 348 261	863 623 231	967 543 773	1 035 330 113	1 095 194 349	1 127 554 645	1 133 289 286
2019	6 669 220	74 293 905	233 980 221	392 699 948	530 823 028	601 340 781	673 700 645	720 900 268	762 583 731	785 116 202	789 109 232

TABLE 5.16: Résultat complet de GLM poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie.

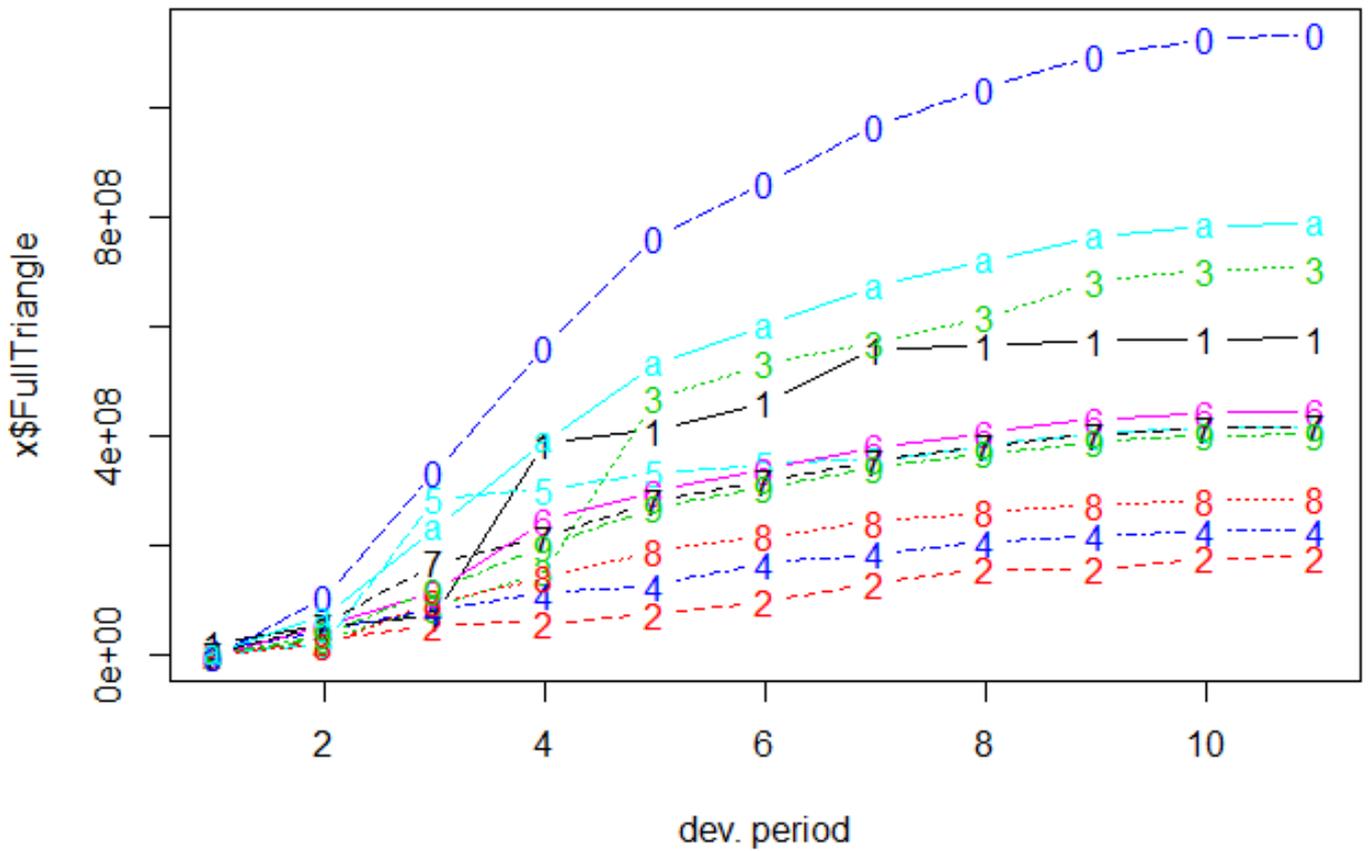


FIGURE 5.19: Représentation graphique de résultat de GLM poisson sur-dispersée portefeuille d'ingénierie.

L'évolution des incréments au long des années de développement nous montre que :

la croissance des paiement ne stabilises pas, elle augmente d'une année a l'autre. Tous ces indices renforce notre décision de non adaptation de modèle basé sur Chain ladder aux données de portefeuille ingénierie.

5.3.2.2 Modèle Gamma :

	Latest	Dev.to.date	Ultimate	Provision	S.E	CV
2010	178 366 673	0.995204683	179 226 119	859 446	1292670	1.5040739
2011	683 626 145	0.945412108	723 098 572	39 472 427	48304891	1.2237629
2012	208 465 020	0.873307762	238 707 394	30 242 374	28269268	0.9347569
2013	357 505 680	0.905149691	394 968 571	37 462 891	30263371	0.8078226
2014	340 147 029	0.787787119	431 775 312	91 628 283	68526714	0.7478773
2015	280 917 296	0.710493335	395 383 436	114 466 140	82483778	0.7205954
2016	142 238 369	0.610474765	232 996 312	90 757 943	66783281	0.7358395
2017	119 746 698	0.440262345	271 989 416	152 242 718	118395691	0.7776772
2018	106 698 139	0.172713030	617 777 011	511 078 872	453983302	0.8882842
2019	6 669 220	0.007927301	841 297 690	834 628 470	959720857	1.1498779
Total	2 424 380 269	0.560262793	4 327 219 833	1 902 839 564	1138613600	0.5983760

TABLE 5.17: Statistiques de réserve de sinistre obtenus par GLM Gamma portefeuille ingénierie

Après calcul on obtient un montant de réserves de 1 902 839 564 UM.

Les écarts de provision sont trop grand.

```

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.0769 -0.7840 -0.1361  0.2547  1.7764

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  15.63107   0.46585  33.554 < 2e-16 ***
factor(origin)2 -1.22743   0.45350  -2.707 0.009571 **
factor(origin)3  0.03739   0.47201  0.079 0.937212
factor(origin)4 -0.74395   0.49177  -1.513 0.137321
factor(origin)5 -1.08957   0.51458  -2.117 0.039785 *
factor(origin)6 -0.63370   0.54238  -1.168 0.248809
factor(origin)7 -0.72970   0.57807  -1.262 0.213337
factor(origin)8 -1.33029   0.62683  -2.122 0.039355 *
factor(origin)9 -1.12992   0.69952  -1.615 0.113239
factor(origin)10 -0.29484   0.82447  -0.358 0.722307
factor(origin)11  0.08194   1.11593  0.073 0.941789
factor(dev)2    2.59883   0.45350  5.731 7.83e-07 ***
factor(dev)3    3.55544   0.47201  7.533 1.67e-09 ***
factor(dev)4    3.03642   0.49177  6.174 1.72e-07 ***
factor(dev)5    2.84602   0.51458  5.531 1.54e-06 ***
factor(dev)6    2.35539   0.54238  4.343 7.90e-05 ***
factor(dev)7    2.30026   0.57807  3.979 0.000249 ***
factor(dev)8    2.05021   0.62683  3.271 0.002062 **
factor(dev)9    1.42756   0.69952  2.041 0.047165 *
factor(dev)10   1.74238   0.82447  2.113 0.040149 *
factor(dev)11  -0.73960   1.11593  -0.663 0.510863
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 1.028291)

Null deviance: 112.725 on 65 degrees of freedom
Residual deviance: 50.153 on 45 degrees of freedom
AIC: NA
    
```

FIGURE 5.20: Estimation du GLM Gamma portefeuille d'ingénierie :

Validation du modèle par analyses graphiques des résidus

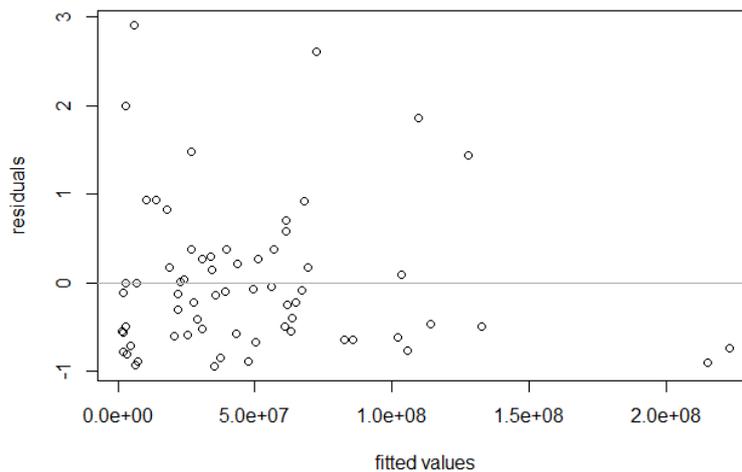


FIGURE 5.21: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Gamma portefeuille d'ingénierie

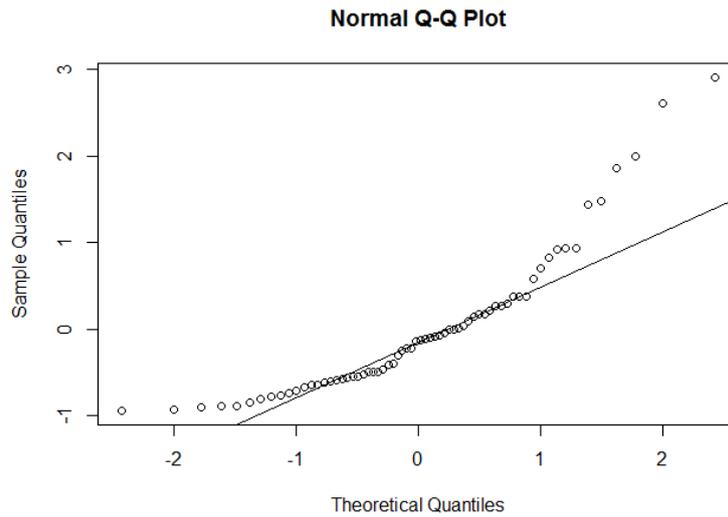


FIGURE 5.22: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM Gamma portefeuille d’ingénierie

L’analyse du Q-Q Plot des résidus nous conduit à la non normalité des résidus ce qui signifie que le modèle n’est pas adapté avec nos données

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	24 283 580	53 659 814	73 058 679	387 682 449	412 129 381	462 674 101	560 053 681	564 820 132	575 092 073	576 653 754	579 586 562
2010	1 594 414	26 788 727	55 175 700	60 379 786	74 992 316	97 315 598	130 240 164	157 505 544	158 259 617	178 366 673	179 226 119
2011	396 087	30 010 444	88 148 666	154 519 491	470 861 054	532 585 355	570 990 654	617 198 968	683 626 145	720 054 026	723 098 572
2012	8 840 919	44 209 789	82 678 711	113 132 343	129 081 743	168 396 002	185 353 382	208 465 020	220 637 306	237 313 631	238 707 394
2013	441 881	21 936 978	285 477 823	303 620 426	334 299 823	349 395 664	357 505 680	373 563 552	382 178 881	393 982 090	394 968 571
2014	624 189	54 305 089	115 067 440	246 394 140	300 417 487	340 147 029	372 675 660	398 007 784	411 598 912	430 219 086	431 775 311
2015	1 490 899	56 465 083	169 622 962	215 857 112	280 917 296	312 142 981	341 693 879	364 707 053	377 054 024	393 969 672	395 383 437
2016	722 509	19 906 429	98 284 090	142 238 369	170 212 843	187 339 801	203 548 157	216 170 640	222 942 823	232 220 877	232 996 312
2017	860 184	37 947 036	119 746 698	161 096 218	195 277 015	216 203 704	236 007 991	251 430 856	259 705 493	271 041 946	271 989 417
2018	1 313 997	106 698 139	266 857 074	362 167 845	440 954 689	489 190 771	534 839 715	570 389 466	589 462 530	615 593 088	617 777 011
2019	6 669 220	96 356 749	329 802 025	468 725 583	583 564 111	653 872 305	720 409 525	772 226 312	800 026 926	838 114 438	841 297 692

TABLE 5.18: Résultat complet de GLM Gamma portefeuille d’ingeneering.

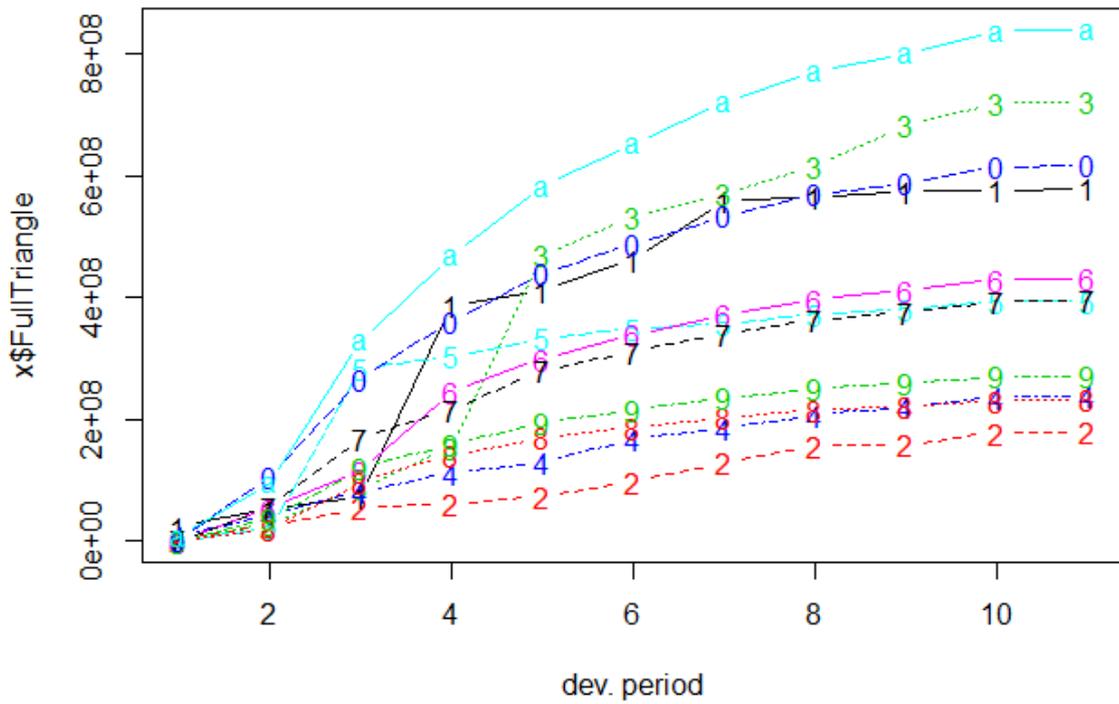


FIGURE 5.23: Représentation graphique de résultat de GLM Gamma portefeuille d'ingénierie.

Ces courbes nous montrent l'étendue des données ne correspondant pas à ce modèle

5.3.2.3 Modèle Poisson composé :

	Latest	Dev.to.date	Ultimate	Provision	S.E	CV
2010	178 366 673	0.994975911	179 267 328	900 655	1330260	1.4769918
2011	683 626 145	0.946848030	722 001 972	38 375 827	41566869	1.0831524
2012	208 465 020	0.878620487	237 264 010	28 798 990	24275265	0.8429207
2013	357 505 680	0.899211165	397 577 003	40 071 323	29379997	0.7331926
2014	340147029	0.782276121	434817093	94670064	64135723	0.6774657
2015	280917296	0.702395880	399941549	119024253	78733827	0.6614940
2016	142 238 369	0.597810925	237 932 033	95 693 664	66100156	0.6907475
2017	119 746 698	0.423014121	283 079 671	163 332 973	120911472	0.7402760
2018	106 698 139	0.163965901	650 733 712	544 035 573	462983084	0.8510162
2019	6 669 220	0.008330607	800 568 346	793 899 126	924375447	1.1643487
Total	2 424 380 269	0.558203609	4 343 182 718	1 918 802 449	1114877171	0.5810276

TABLE 5.19: Statistiques de réserve de sinistre obtenu par GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie

Après calcul on obtient un montant de réserve de 1 918 802 449 UM.

Les écarts de provision sont trop grand.

```

Deviance Residuals:
  Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.2276 -1.2674 -0.2770  0.3629  2.8452

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  15.61527   0.47638  32.779 < 2e-16 ***
factor(origin)2 -1.18059   0.45323  -2.605 0.012413 *
factor(origin)3  0.08128   0.46284   0.176 0.861393
factor(origin)4 -0.74375   0.48738  -1.526 0.134006
factor(origin)5 -0.97318   0.51170  -1.902 0.063606 .
factor(origin)6 -0.55814   0.53586  -1.042 0.303172
factor(origin)7 -0.64721   0.57216  -1.131 0.263980
factor(origin)8 -1.23193   0.62913  -1.958 0.056430 .
factor(origin)9 -1.01527   0.70406  -1.442 0.156219
factor(origin)10 -0.16874   0.83125  -0.203 0.840052
factor(origin)11  0.09775   1.15950   0.084 0.933190
factor(dev)2    2.53008   0.46629   5.426 2.20e-06 ***
factor(dev)3    3.46407   0.47889   7.234 4.60e-09 ***
factor(dev)4    3.01075   0.50023   6.019 2.93e-07 ***
factor(dev)5    2.81203   0.52260   5.381 2.56e-06 ***
factor(dev)6    2.32628   0.55313   4.206 0.000122 ***
factor(dev)7    2.28431   0.58815   3.884 0.000334 ***
factor(dev)8    2.01697   0.63739   3.164 0.002785 **
factor(dev)9    1.42737   0.71553   1.995 0.052138 .
factor(dev)10   1.67987   0.84068   1.998 0.051757 .
factor(dev)11  -0.72379   1.18235  -0.612 0.543511
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Estimated dispersion parameter: 1.7578
Estimated index parameter: 1.943

Residual deviance: 129.45 on 45 degrees of freedom
AIC: 2433.7
    
```

FIGURE 5.24: Estimation du GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie :

Validation du modèle par analyses graphiques des résidus

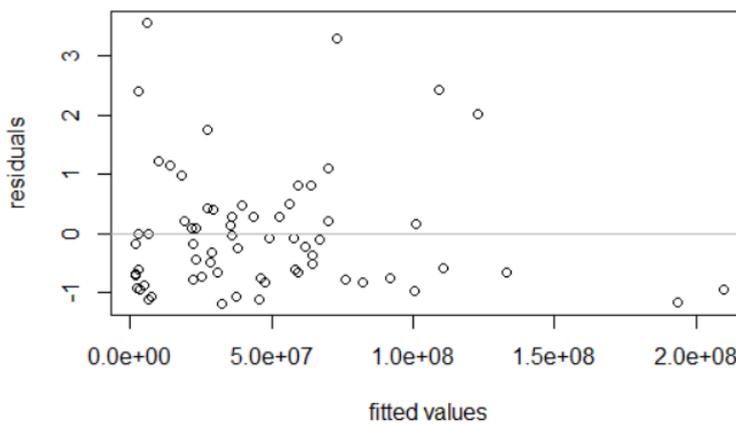


FIGURE 5.25: Q-Q plot sur les résidus de Pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille d'ingénierie

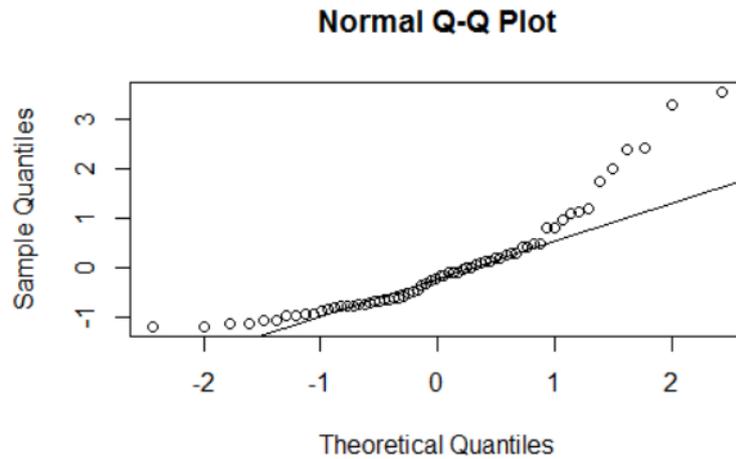


FIGURE 5.26: Q-Q plot sur les résidus de pearson du modèle GLM poisson composé portefeuille d'ingénierie

L'analyse du Q-Q Plot des résidus nous conduise à la non normalité des résidus ça veut dire ce modèle n'est pas adapté avec nos données.

UW-Year	Délai de règlement j										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2009	24 283 580	53 659 814	73 058 679	387 682 449	412 129 381	462 674 101	560 053 681	564 820 132	575 092 073	576 653 754	579 586 562
2010	1 594 414	26 788 727	55 175 700	60 379 786	74 992 316	97 315 598	130 240 164	157 505 544	158 259 617	178 366 673	179 267 328
2011	396 087	30 010 444	88 148 666	154 519 491	470 861 054	532 585 355	570 990 654	617 198 968	683 626 145	718 820 842	722 001 972
2012	8 840 919	44 209 789	82 678 711	113 132 343	129 081 743	168 396 002	185 353 382	208 465 020	220 446 749	235 869 958	237 264 010
2013	441 881	21 936 978	285 477 823	303 620 426	334 299 823	349 395 664	357 505 680	374 682 218	384 207 521	396 468 752	397 577 003
2014	624 189	54 305 089	115 067 440	246 394 140	300 417 487	340 147 029	374 132 148	400 144 697	414 570 038	433 138 732	434 817 093
2015	1 490 899	56 465 083	169 622 962	215 857 112	280 917 296	313 338 810	344 427 881	368 223 767	381 419 850	398 406 209	399 941 549
2016	722 509	19 906 429	98 284 090	142 238 369	171 604 718	189 671 893	206 996 552	220 257 019	227 610 653	237 076 452	237 932 034
2017	860 184	37 947 036	119 746 698	164 235 450	200 706 212	223 144 263	244 660 166	261 128 654	270 261 305	282 017 104	283 079 671
2018	1 313 997	106 698 139	269 915 554	373 643 077	458 676 295	510 991 618	561 156 913	599 553 931	620 847 118	648 256 291	650 733 714
2019	6 669 220	90 397 954	303 457 874	438 861 180	549 861 410	618 152 520	683 637 038	733 759 542	761 555 134	797 334 381	800 568 346

TABLE 5.20: Résultat complet de GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie.

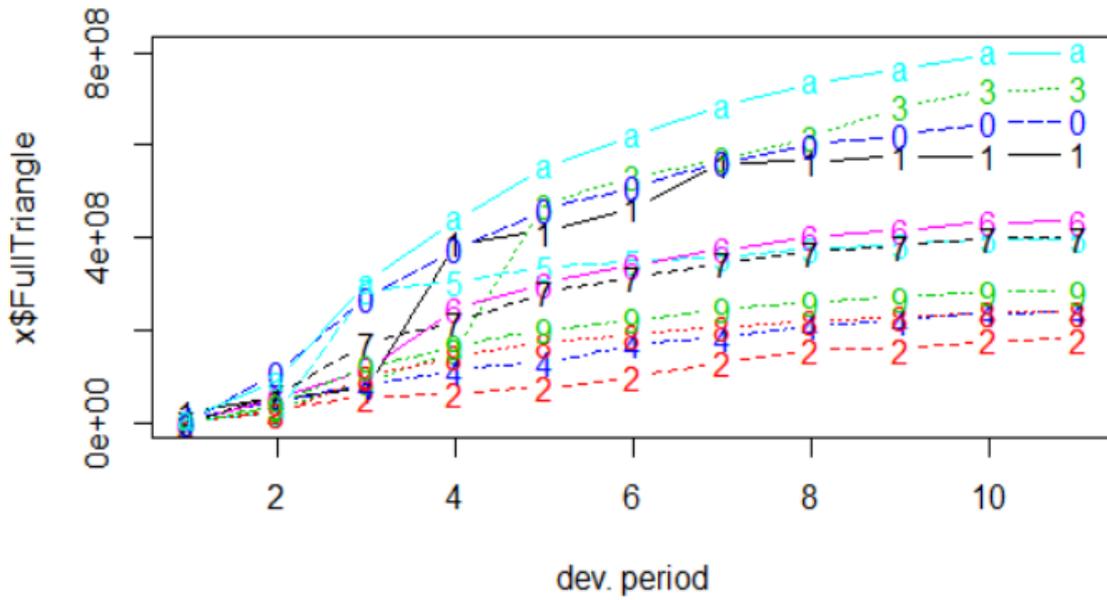


FIGURE 5.27: Représentation graphique de résultat de GLM Poisson composé portefeuille d'ingénierie.

Portefeuille d'ingénierie			
Déterministes	Stochastiques		
Chain-Ladder	bootstrap	GLM Modèle poisson surdispersé	GLM Modèle GAMMA
Provisions totale : 2585269447	Provisions totale : -7.25e⁺¹⁰ Erreur standard : 7.64e⁺¹² Intervalle des provisions totales : I_R = [;]	Provisions totale : 2585269447 Erreur standard : 2393814272	Provisions totale : 1902839564 Erreur standard : 1138613600

FIGURE 5.28: Résultats obtenu portefeuille ingénierie



Conclusion générale

L'évaluation de la force financière d'une compagnie d'assurance non-vie inclut une analyse des règlements attendus et une estimation de la variabilité possible du provisionnement.

Toute erreur de calcul dans le provisionnement pourra causer l'insolvabilité de certains assureurs.

Il est important de choisir la meilleure méthode pour l'estimation des réserves afin d'éviter tous effets négatifs dans la position financière future de l'entreprise.

Dans les premières sections, les modèles déterministes traditionnels avec la technique de Chain-Ladder ont été examinés. Ensuite, nous nous sommes intéressés aux modèles stochastiques qui utilisent la même technique que le Chain-Ladder, comme l'a démontré England Verrall (2002).

Ces dernières années, le sujet du provisionnement a été à l'origine de plusieurs controverses, principalement au sujet du choix du modèle le plus performant à utiliser pour obtenir la meilleure estimation des réserves. Mais, il n'y a pas de réponse particulière à une telle question.

Certains modèles s'adapteront à certains problèmes et type de données.

Calculer des réserves est un exercice pratique d'analyse des données pour lequel il est vital de s'efforcer de comprendre et apprendre des données plutôt que d'imposer la même approche dans toutes les situations.

Pour confirmer tout ce que nous avons dit nous avons noté que nos données de portefeuille incendie sont adapté pour la MCL par contre ne sont pas adapté pour les données de portefeuille ingénierie. De même les méthodes bootstrap et GLM les résultats ont montre la non fiabilité de ces méthodes sur différents modelés.

On conclue de l'étude du portefeuille d'incendie que :

Parmi les modèles stochastiques que nous avons exposés, il est difficile de choisir entre un Poisson sur-dispersion et un modèle Gamma ou bien poisson composé .

En effet, les prédictions et les erreurs de prédiction sont les mêmes, bien que le modèle Poisson sur-dispersion est plus logique avec le modèle de Chain Ladder traditionnel.

L'approximation normale du modèle poisson sur-dispersé offre une plus grande flexibilité .

Il est important de noter que les modèles bootstrap, Glm gamma, Glm poisson composé et l'Approximation Normale sont semblables.

En ressort de cette étude que, lorsque le triangle des règlements ou le triangle des charges n'est pas régulier, les différentes méthodes donnent des résultats complètement différents.

Enfin, au-delà de l'aspect technique du modèle, son utilisateur doit disposer d'une connaissance de la branche des sinistres concernée.

Il lui faut en effet pouvoir anticiper l'évolution jurisprudentielle et les changements de procédure de gestion des sinistres par la compagnie sur les années à venir.

Il existe certes d'autres méthodes de provisionnement qui ne reposent pas sur les hypothèses de Chain Ladder, et qui pourraient obtenir de meilleurs résultats.



Bibliographie

- [1] [28] ALESSANDRO CARRATO , FABIO CONCINA , MARKUS GESMANN , DAN MURPHY , MARIO WUTHRICH AND WAYNE ZHANG (2020) Claims resseving with R Chain Ladder-0.2.11 Package Vignette.
- [2] [3] ANTHONY LEVY (, Solvabilité II : Exigences quantitatives et impacts comptables sur une société d'assurance mutuelle non-vie *Université de Dauphine*
- [3] [4] AYMERIC KAMEGA (**Décembre 2015**, Introduction à Solvabilité 2 Applications de mesure des risques *Université de brest*
- [4] [11] ANTONELLA DI GREGORIO (2011) , La gestion des sinistres en assurance IARD, quels leviers d'optimisation et d'amélioration de la performance opérationnelle pour une gestion efficiente et innovante ? *École nationale d'assurances Enass.*
- [5] [49] ALAN AGRESTI (2010) categorical data analysis *John Wiley ans Sons, Inc.*
- [6] [50] AR SEBASTIEN ´ MARQUE ((2003) Prise en compte de la surdispersion par des modeles a mélange de Poisson *L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX*
- [7] [52] A. CHARPENTIER (2016) Actuariat de l'Assurance Non-Vie (*Université de Rennes 1*
- [8] [38] B.EFERON , AND R.TIBISHIRANI (1993) An Introduction to the Bootstrap. *Chapman and hall/CRC Boca Raton London New York Washington, D.C.*
- [9] [31] B,EFRON . , TIBSHIRANI, R. J (1994).An introduction to the Bootstrap *Chapman andhall , Boca Raton London New York Washington, D.C.*
- [10] [2] C.PARTRAT, E.LECOEUR , J.M.NESSI ,E.NISIPASU , O.REIZ. (2007) , provisionnement technique en assurance non-vie Perspectives actuarielles modernes . *Collection : Assurance Audit Actuariat , 370 pages, parution le 01/07/2007 .*
- [11] [8] CHRISTAIN PATRAT (2007), Provisionnement technique en Assurance non-vie : Perspectives actuarielles modernes. *Assurance, audit, actuariat. Economica .*

- [12] [25] CHRISTIAN BRAUN MUNICH RE, MUNICH ,(2004) , The Prediction Error of the Chain Ladder Method Applied to Correlated Run-off Triangles
- [13] [45] CHAPMAN AND HALL London. NEGRO, JJ AND HIRALDO,F. (1992) . Sex ratios in boods of the lesser kestrel falco naumanni. *ibis*, 134 :190-191 .
- [14] [22] DAMIEN FARBE RUDELLE Apport des méthodes d'apprentissage statistique pour le provisionnement individuel en assurance non-vie *l'institut des Actuaires*.
- [15] [17] E. OHLSSON AND B. JOHANSSON. (2010) Non-Life Insurance Pricing with Generalized Linear Models. *EAA Series. Springer*,
- [16] [19] EUGÈNE ASTESAN, R. PICHON, R. DURAND-AUZIAS (1938).Réerves techniques des sociétés d'assurances contre les accidents d'automobiles, thèse pour le doctorat *Université de Paris. Faculté de droit*.
- [17] [34] ENGLAND, P.D. AND VERRALL, R.J. (2002) Stochastic Claims Reserving in General Insurance (with discussion . *British Actuarial Journal* 8, pp 443-544.
- [18] [35] ENGLAND, P.D. (2002) . Addendum to “Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving”. *Insurance : Mathematics and Economics* 31, 461-466.
- [19] [36] ENGLAND P.D. AND VERRALL, R.J. (2007) Predictive Distributions of Outstanding Liabilities in GeneralInsurance. *Annals of Actuarial Science Institute of Actuaries*. 1(2), 221-270.
- [20] [37] EFRON, B. (1979). Bootstrap methods : another look at the jackknife. *Annals of Statistics* 7, 1-26.
- [21] [39] ENGLAND.P , R.J VERRAL . (1993) , Anlytique and bootstrap estimates of prédiction errors in claims reserving. *Insurance : Mathematics and Economics*,25 :281–293
- [22] [40] ENGLAND PETER A, RICHARD VERRALL (1999) Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving *Insurance : Mathematics and Economics* 25 (1999) 281–293
- [23] [29] ENGLAND.P.D , R.J. VERRALL (2002) . Stochastic Claims Reserving in General Insurance *British Actuarial Journal*,Volume 8, Issue 03
- [24] [16] F. ETIENNE DE VYLDER. (1978) Estimation of ibnr claims by least squares. *Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker*, pages 249–254.
- [25] [30] FRANZDIBOKYEVAUBL1 THIS DRAFT (2012) .cours Bootstrap et ré-échantillonnage *CREST (Ensaï) - IRMAR (Université Européenne de Bretagne)*

- [26] [10] GHIZLANE KHOUZAIMI, AMAL HANNOUDA (2012), Estimation des provisions pour sinistres à payer pour la branche accident de travail *INSTITUT NATIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE . MAROC*.
- [27] [12] H.COMPAIN (2010), Analyse du risque de provisionnement non vie dans le cadre de solvabilité 2 *Université Paris Dauphine* .
- [28] [20] D.HAFFAR ADLANE (2016/2017).conférences en actuariat *université de Boumerdes Faculté Des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion*.
- [29] [32] H.BAOUZ (2008) .Solvency II , Développement d'un modèle interne pour l'évaluation des fonds propres économiques *Université Paris Dauphine*.
- [30] [7] J. DUMONT (2011), Gestion des risques des compagnies d'assurance : une revue de la littérature récente. *Université HEC Montréal* .
- [31] [13] J.P.BOISSEAU (2006) ,Solvabilité 2 et mesure de volatilité dans les provisions pour sinistre a payé . *Université Paris Dauphine*.
- [32] [14] JOACHIM LEMAIRE,Impacts du provisionnement en norme actuelle et en norme Solvabilité II ,*Le Centre d'études Actuarielles*.
- [33] [43] JOHN ASHWORTH NNELDER AND R JACOB BAKER . (1972).Generalized linear model. *Wiley online library 1972*.
- [34] [27] KLAUS D. SCHMIDT AND ANJA SCHNAUS ,(1996), AN EXTENSION OF MACK'S MODEL FOR THE CHAIN LADDER METHOD.
- [35] [9] MARIO V. WÜTHRICH, MICHEL MERZ, ANATALIA LYSENKO. (2009) Uncertainty of the claims development result in the chain ladder method. *Scandinavian Actuarial Journal* , :63–84, 2009.
- [36] [21] M. DENUIT, A. CHARPENTIER. '(2005) Mathématiques de l'assurance non-vie *COLLECTION « Économie et Statistiques avancées .TOME II : Tarification et provisionnement*.
- [37] [23] MARKUS BUCHWALDER, HANS BÜHLMANN, MICHAEL MERZ AND MARIO V. WÜTHRICH (2006) THE MEAN SQUARE ERROR OF PREDICTION IN THE CHAIN LADDER RESERVING METHOD (MACK AND MURPHY REVISITED) *University of Basel*.

- [38] [24] MARIO V. WÜTHRICH , MICHAEL MERZ , NATALIA LYSENKO (2009) Uncertainty of the Claims Development Result in the Chain Ladder Method.
- [39] [26] MICHAEL MERZ , MARIO V. WÜTHRICH , (2008) Prediction Error of the Multivariate Chain Ladder Reserving Method.
- [40] [41] MARIN BOZIC, JOHN NEWTON, CAMERON S. THRAEN AND BRIAN W. GOULD (2012) Parametric Bootstrap Tests for Futures Price and Implied Volatility Biases with Application to Rating Livestock Margin Insurance for Dairy Cattle *college of food, Agricultural and Natural Ressource science . Universiity of Minnesota . Departement of Applied economics.*
- [41] [46] MCCULLAGH, P. AND NELDER, J. A . (1989.) Generalized Linear Models *Vol. 37 of Monographs on Statistics and Applied Probability, 2nd Chapman and Hall, London.*
- [42] [51] MERIEM BELKACEM-NACER ET ABDELOUAHAB LATRECHE. (2015) .Estimation De L'incertitude Du Montant De Provisions Pour Sinistre A Payer : Modele De Mack «cas De La SAA».
- [43] [1] NORBERT GAUTRON , FRÉDÉRIC PLANCHET , PIERRE THEROND (2003) , METHODES FINANCIERES ET ALLOCATION D'ACTIFS EN ASSURANCE. FINANCIAL METHODS AND ASSET MANAGEMENT IN INSURANCE *Universite paris.*
- [44] [6] NARIMEN BOUABANA (2016, AUDIT DES PROVISIONS TECHNIQUES DES COMPANIES D'ASSURANCES : Provision pour Sinistre à Payer *UNIVERSITE DE SFAX ,Institut des Hautes Etudes Commerciales IHEC.*
- [45] [42] NATALIYA DRAGIEVA (2008) CONSTRUCTION D'UN INTERVALLE DE CONFIANCE PAR LA MÉTHODE BOOTSTRAP ET TEST DE PERMUTATION *UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL.*
- [46] [33] PAULO J. R. PINHEIRO , JOÃO MANUEL ANDRADE E SILVA , MARIA DE LOURDES CENTENO . (2003).Bootstrap Methodology in Claim Reserving *Article in Journal of Risk Insurance., 2003 , vol.70,No , 701714.*
- [47] [44] P MCCULLOCH AND JA NELDER . Generalized linear modelling.
- [48] [15] RONALD L. BORNHUETTER AND RONALD E. FERGUSON. (1972) The acutary and ibnr. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society, LIX :181–195,*

- [49] [52] SWISS RE.(2008.).Non-life claims reserving :Improving on a strategic challenge. *Sigma*,2 :1–39,2008
- [50] [5] SITE DE LA COMPANIES CENTRAL DE REASSURANCE ALGERIENNE (<https://www.ccr.dz/fr>).
- [51] [18] THOMAS MACK. (1993) Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. *Astin Bulletin*, Vol. 23 :213 – 25, 1993.
- [52] [47] THEROND P. PLANCHET F. AND JACQUEMIN J. (2005) Modèles Financiers en assurance. *Ed.ECONOMICA*, 49, rue Héricart, 75015 Paris, 2005.
- [53] [48] ZAHRA GHASEMIVANANI (2008) MODÉLISATION DES RÉSERVES EN ASSURANCE I.A.R.D. - UTILISATION DE MÉTHODES ROBUSTES *UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL*