

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique



Université M'Hamed Bougara Boumerdes
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département de Génie Civil



Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Génie Civil
Option : Géotechnique

Thème

**Comportement mécanique d'un tunnel
de métro en interaction avec le sol**

Présenté par :

KHOUMARI Samira

Encadré par :

A. ROUABHI

Promotion : 2018/2019



Remerciements

Après avoir rendu grâce à Dieu le tout Puissant, il apparaît opportun de commencer ce mémoire par des remerciements à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce travail de fin d'étude.

J'exprime toute ma profonde reconnaissance à ROUABHI Abdelouahab, mon encadreur de m'avoir proposé un sujet scientifiquement très riche et bénéfique extrêmement intéressant, il m'a témoigné de sa confiance et de son aide et qui, par son expérience et ses compétences, et ses méthodes pédagogiques m'a facilité la maîtrise et la compréhension de phénomènes mécaniques qui m'étaient au début suffisamment compliqués. Plus particulièrement, ce travail m'a donné la possibilité de me perfectionner dans le domaine des mathématiques appliquées. De plus, j'ai beaucoup apprécié leur gentillesse. Sans lui, ce mémoire n'aurait sûrement jamais vu le jour.

Je veux témoigner toute ma gratitude d'avance aux membres du jury qui vont examiner ce travail.

Je profite aussi de cette occasion pour remercier toute l'équipe de formation du département de Génie Civil. Les responsables de l'entreprise Cosider pour l'accueil et l'orientation et également mes responsables et collègues du travail de m'avoir laissée achever la préparation de ce mémoire dans d'excellentes conditions.

Mes remerciements vont à ma très chère sœur et mon enseignante Mme GAHER H. Pour sa gentillesse, son soutien moral et son encouragement durant tout le cycle de ma formation universitaire et à toute personne qui a contribué à ma réussite.



Dédicaces

Je dédie ce travail :

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières pour moi tout au long de mes études. , pour que je puisse atteindre mes objectifs je leur confirme mon profond amour et respect.

A mes chères sœurs pour leurs encouragements permanents, et leurs soutiens moraux, ainsi que Amira et Ikram.

A mes chers frères et à leurs femmes pour leurs appuis et leurs encouragements,

A mes chers petits Elina, Hossam, Hanane, Omar et les autres.

A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,

A ma copine de vie Nora pour sa patience, sa compréhension et son encouragement,

A mes chères amies Messaouda, Nadjet, Sarah, Halima et toutes les autres.

A Souad, Zakia, Khadidja et tous mes collègues du travail.

A mon enseignante Mme Gaher, grand merci.

A mon encadreur Mr. ROUABHI, grand merci d'être toujours là.

Samira



ملخص

يؤدي التطور الحضري للمدن إلى ازدحام الطرق أكثر فأكثر وشغل المساحات التي يمكن استعمالها لتلبية احتياجات أخرى مثل الأنشطة الثقافية، الرياضة والتسلية. كانت هذه الاحتياجات هي أصل الحاجة إلى اللجوء لبناء هياكل مفيدة تحت الارض مثل أنفاق المترو. هذه الهياكل تمكن من التقليل إلى حد كبير من حركة المرور على الطرق وحل العديد من مشاكل النقل. تتطلب فائدة بناء أنفاق المترو تطوير أساليب وطرق الرياضيات وتطوير خوارزميات لدراسة الظواهر الميكانيكية لهذه الهياكل لضمان قوتها وثباتها وقوة تحملها وموثوقيتها.

يتكون هذا العمل من دراسة تحليلية للسلوك الميكانيكي لنفق أسطواني تحت الأرض بالتفاعل مع التربة. تستند النمذجة الرياضية لتفاعل النفق / التربة في عملنا إلى نظرية عتبة تيموشينكو ونظرية أويلر بيرنولي مع نموذج تربة وينكلر. يخضع النموذج الرياضي الذي يصف هذه المشكلة رياضياً بمعادلة تفاضلية جزئية إلى التحويل فوربييه المباشر والعكسي. يتم حساب التكاملات الناتجة عن تحويلات فوربييه باستخدام خصائص الدوال للمتغير المركب، دالة ديراك ونظرية كوشي الخاصة بالتكاملات.

بالإضافة إلى ما سبق، قمنا بإجراء عمليات حسابية خاصة بالتشوهات السطحية الناتجة عن حفر الانفاق الجوفية. ويحتوي العمل أيضاً على عرض للتقنيات والتجارب المتعلقة بتعزيز المراقبة ووصف عام لمكونات ومراحل انجاز النفق.

Résumé

Résumé :

Le développement urbain des villes cause de plus en plus un encombrement des routes et une occupation des espaces qui pourraient être utilisés pour d'autres besoins à savoir, les activités culturelles, sportives ou ludiques. De tels besoins étaient l'origine de la nécessité de recourir à l'exploitation des sous-sols pour la construction d'ouvrages sous-terrains de grande utilité comme les tunnels de Métro. Ces derniers permettent de réduire considérablement le trafic routier et résoudre beaucoup de problèmes de transport. L'utilité de la construction de tunnels de Métro nécessite le développement de méthodes mathématiques et l'élaboration d'algorithmes permettant d'étudier le comportement mécanique de tels ouvrages afin d'assurer leurs résistances, stabilités, durabilités et fiabilités.

Ce travail consiste à étudier analytiquement le comportement mécanique d'un tunnel cylindrique sous-terrain en interaction avec le sol. La modélisation mathématique de l'interaction tunnel/sol dans notre travail est basée sur la théorie des poutres de Timoshenko et celle d'Euler Bernoulli avec le modèle de sol de Winkler. Le modèle mathématique exprimé par une équation aux dérivées partielles dérivant ce problème est soumis à une transformation de Fourier (directe et inverse). Les calculs des intégrales dérivant des transformées de Fourier sont effectués en se servant des propriétés des fonctions à variable complexe, de la fonction généralisée de Dirac, et du théorème des résidus de Cauchy.

En outre nous avons effectué des calculs des tassements en surface dus au creusement de tunnels. Le travail comprend également une présentation des techniques de présoutènement des tunnels et du pilotage ainsi qu'une description générale des étapes de réalisation d'un tunnel.

Abstract

Abstract:

The urban development of cities causes more and more congestion of roads and occupation of spaces that could be used for other needs namely, cultural, sports and play activities. Such needs were essential to the exploitation of basements for the construction of useful underground structures such as metro tunnels. These can significantly reduce road traffic and solve many transportation problems. The utility of tunnel construction requires the development of mathematical methods and algorithms to study the mechanical behavior of such structures in order to ensure their resistance, stability, durability and reliability.

This work consists in studying analytically the mechanical behavior of an underground cylindrical tunnel in interaction with the ground. The mathematical modeling of the tunnel / soil interaction in our work is based on Timoshenko's beam theory and that of Euler-Bernoulli associated with Winkler's soil model. The mathematical model expressed by a partial differential equations deriving from this problem is subjected to a Fourier transformation (direct and inverse). The integrals derived from Fourier transforms are computed using the properties of the complex variable functions, the Dirac generalized function and the Cauchy theorem.

In addition, we performed calculations of surface settlements due to tunneling. The work includes also a presentation of tunnel retaining and piloting techniques as well as a general description of the stages of tunnel construction.

ملخص	I
Résumé	II
Abstract	III
Table des matières	IV
Liste des figures	VI
Liste des abréviations	VIII
 PARTIE I : MODELISATION	
Introduction Générale	1
Chapitre I : Modélisation mathématique d'un tunnel en interaction avec le sol	3
1. Introduction	3
2. Formulation mathématique du problème et sa résolution analytique	4
2.1. Equation différentielle de flexion d'une poutre sur sol élastique.....	5
2.2. Analyse analytique de la flexion d'une poutre soumise à une force mobile à valeur cst	8
2.3. Etude de cas particuliers.....	9
2.3.1. Cas d'une force immobile ($V=0$)	11
2.3.2. Cas d'un sol élastique non visqueux ($c=0$)	24
3. Conclusion	28
Chapitre II : Méthode d'évaluation des tassements en surface durant le creusement d'un tunnel	29
1. Introduction	29
2. Méthodes empiriques	29
3. Méthodes analytiques	34
3.1. Cas de tunnels circulaires profonds	34
4. Méthodes numériques	36
5. Conclusion	37
 PARTIE II : REALISATION	
Chapitre III : Réalisation d'un Métro	38
1. Introduction	38
2. Techniques de présoutènement	38
2.1. Réalisation d'une voûte-parapluie	38
2.2. Renforcement du front de taille par des boulons	40
2.3. Excavation et mise en place du soutènement	40
3. Pilotage du chantier	42
3.1. Dispositifs à mettre en place et fréquence des mesures à effectuer.....	42
3.2. Tassement en surface	42
4. Réalisation d'un métro	43
4.1. Présentation du projet du métro d'Alger	43
4.2. Structure du métro d'Alger.....	44

Table des matières

4.2.1. Stations	45
a. Phases de réalisation d'une station	45
b. Ouvrage annexes de la station.....	48
4.2.2. Puits de ventilation	48
a. Phases de réalisation d'un Puits de ventilation	49
4.2.3. Rameau de connexion	49
a. Méthodes d'excavation d'un tunnel	50
b. Phases des travaux	51
c. Etanchéité du tunnel	52
d. Exécution du revêtement définitif	52
4.2.4. Réalisation du tunnel principal par la Méthode TBM.....	53
a. Phases de construction par tunnelier.....	53
5. Conclusion	55
Conclusion générale	56
Références bibliographiques.	
Annexes	
Certificate of participation (ISHC 8).	

Liste des figures

Liste des figures :

Fig. I.1 : Poutre sur sol élastique.....	5
Fig. I.2 : Poutre sur sol viscoélastique.....	7
Fig. I.3 : Poutre soumise à une charge mobile de vitesse uniforme V	9
Fig. I.4 : Contour d'intégration	9
Fig. I.5 : Position des racines sur le plan complexe (cas 1.a).....	13
Fig. I.6 : Position des racines sur le plan complexe (cas 1.b).....	22
Fig. I.7 : Position des racines sur le plan complexe (cas 2).....	26
Fig. II.1 : Géométrie de la cuvette de tassement de Gauss.....	30
Fig. II.2 : Courbe de la cuvette de tassement dans la direction transversale.....	31
Fig. II.3 : Graphiques des déplacements et des contraintes de la cuvette de tassement.....	33
Fig. II.4 : Conditions aux limites en termes de déplacements.....	35
Fig. III.1 : Pré-soutènement par voûte parapluie.....	39
Fig. III.2 : Ensemble de tubes de la voute parapluie.....	39
Fig. III.3 : Enfilage d'un boulon en fibre de verre.....	40
Fig. III.4 : Pose et réglage des cintres.....	41
Fig. III.5 : Profil de soutènement [10].....	41
Fig. III.6 : Dispositif de mesure des tassements en surface.....	43
Fig. III.7 : Mise en place d'un repère de mesure des tassements en surface.....	44
Fig. III.8 : Tracé du tronçon d'El Harrach- Aéroport.....	45
Fig. III.9 : Vue en plan d'une Station.....	45
FigP.III.10. hase 1	64
FigP.III.11. hase 2	64
FigP.III.12. hase 3	65
FigP.III.13. hase 4	65
Fig. III.14 : Parois d'une station en cour de la réalisation.....	48

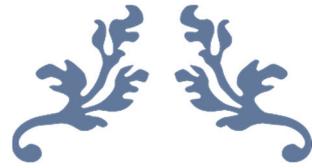
Liste des figures

Fig. III.15 : Vue en plan d'un puits.....	49
Fig. III.16 : Profil longitudinal du rameau de connexion.....	50
Fig. III.17 : Nappes de treillis à souder d'un radier provisoire.....	50
Fig. III.18 : Machine de Jet-grouting	51
Fig. III.19 : Mise en place les renforcements et les cintres métalliques.....	52
Fig. III.20 : Eléments principaux d'un tunnelier.....	53
Fig. III.21 : Tête de coupe et bouclier du tunnelier.....	54
Fig. III.22 : Voussoirs	54
Fig. III.23 : Vis d'Archimède (sert à évacuer les déblais).....	55

Liste des abréviations

Liste des abréviations :

UMBB :	Université M'Hamed Bougara Boumerdes.
PK :	Point Kilométrique.
NMA :	Nouvelle Méthode Autrichienne.
NATM:	New Australian Tunneling Method.
TBM:	Tunnel Boring Machine.
IBO :	Signifie auto ancrage de forage et Boulon d'ancrage.
SV :	Salle de Ventilation.
PE :	Polyéthylène.



Introduction générale



Introduction générale :

Les agglomérations urbaines se densifient de plus en plus et l'évolution démographique associées aux exigences d'amélioration de la qualité de vie et de la protection de l'environnement, génèrent une forte demande d'infrastructures souterraines telles que les parkings, tunnels métropolitains, routiers, ferroviaires...etc. Ces derniers sont devenus un jeu prioritaire dans le cadre de la politique de réorganisation des espaces, d'amélioration de la fiabilité et de développement des transports en commun.

Les tunnels réalisés en zones urbaines sont généralement des tunnels peu profonds pour des raisons à la fois techniques et économiques. La construction de ces tunnels ne peut pas être effectuée sans avoir un impact sur le sol environnant et en conséquence sur les structures avoisinantes.

L'utilisation des nouvelles techniques et des engins de creusement comme les tunneliers à front pressurisé, permet de maîtriser les déformations du terrain et de garantir la stabilité dans des contextes géologiques variables. Cependant ces services ne peuvent exister sans une connaissance adéquate du sol dans lequel ils existent.

Dans les zones fortement urbanisées, le creusement d'ouvrages peut en effet engendrer des désordres importants aux constructions existantes, avec des conséquences humaines et économiques non négligeables. Ainsi, dès la phase du projet, une estimation correcte des tassements est essentielle afin de concevoir les systèmes de soutènement et pré soutènement plus adaptés au site ou l'ouvrage va être réalisé. Ces systèmes peuvent ensuite être modifiés sur la base des mesures prises in situ pendant les travaux.

Lors de la construction d'un tunnel de métro en site urbain, les ingénieurs sont confrontés à un problème très délicat concernant le contrôle des mouvements de terrains induits par le creusement. Ces mouvements affectant la stabilité des structures de surface, une bonne estimation de ces mouvements est donc nécessaire.

Les ouvrages souterrains sont construits à l'aide des nouvelles techniques introduites sur les chantiers. Ces techniques permettent de réaliser des ouvrages souterrains dans des terrains meubles et aquifères sans occasionner de désordre en surface, une technique de creusement doit assurer l'abattement du terrain et sa stabilisation tout en respectant les critères d'économie et de rapidité.

Introduction générale

Alger, Capitale du plus grand pays africain, est confrontée aux problèmes d'encombrement dans la construction et les édifices de transport urbain, les études technico-économiques qui ont été menées montrant que la construction du métro d'Alger présente la meilleure solution. Il est donc impératif que des études soient faites afin de comprendre autant que possible les complexités de cette interaction sol-tunnel-structures avoisinantes auxquelles confrontés lors de la construction de ces projets, comme il est nécessaire de développer des méthodes de calcul et l'importance de la recherche des nouvelles méthodes de calcul afin d'assurer la résistance et la stabilité des tunnels.

Le présent travail touche deux aspects du problème. Un aspect analytique relatif à la modélisation ayant pour but la prévision du comportement mécanique de l'ensemble sol – tunnel et un aspect de l'évaluation de tassement en surface lors du creusement d'un tunnel.

Ce mémoire est structuré en 3 chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la modélisation ou l'étude analytique de comportement mécanique d'un tunnel cylindrique sous terrain en interaction avec le sol. La modélisation mathématique de l'interaction Tunnel/Sol dans notre travail est basée sur la théorie des poutres de Timoshenko et celle d'Euler Bernoulli associées au modèle du sol de Winkler. Le modèle mathématique sous forme d'une équation aux dérivées partielles qui décrit ce problème est soumis à une transformation de Fourier directe et son inverse. Les calculs des intégrales de la transformée de Fourier sont effectués en se servant des propriétés des fonctions à variable complexe, de la fonction généralisée de Dirac, et le théorème des résidus de Cauchy.

Le deuxième chapitre est réservé pour les méthodes d'évaluation des tassements en surface lors du creusement de tunnels : empiriques, numériques et analytiques.

Le fruit d'un stage au niveau de l'entreprise qui se présente dans le troisième chapitre sur des techniques de pré soutènement des tunnels et du pilotage ainsi qu'une description générale des étapes de réalisation d'un tunnel.



Chapitre I

Modélisation d'un tunnel en interaction avec le sol



1. Introduction :

Pour une poutre reposant sur sol élastique soumise à une charge extérieure quelconque, la réaction du sol est supposée distribuée le long de la poutre. L'intensité de cette réaction relative à une longueur unitaire de la poutre est désignée par k . Un exemple d'une telle poutre peut être une semelle filante soumise à une charge transmise par la construction, une fondation profonde comme les pieux, un rail d'une voie ferrée, une route ou une structure allongée comme celle d'un bateau soumise à la poussée d'Archimède...etc.

Il est clair que le problème d'une poutre sur sol élastique est un problème statiquement indéterminé pour lequel les efforts internes ne peuvent pas être déterminés sans considérer les déformations de la poutre. Effectivement pour déterminer les efforts internes dans une section, il est nécessaire de connaître la réaction du sol qui dépend de la flèche de la poutre. Le degré d'indétermination statique d'une poutre peut être considéré théoriquement comme égal à l'infini car le diagramme de la réaction du sol possède une infinité d'ordonnées le long de la poutre [5].

Dans notre travail, Nous modélisons un tunnel sous-terrain par une poutre de type Timoshenko ou Euler-Bernoulli en interaction avec le sol. L'équation différentielle de la flexion des poutres sur sol élastique à un large domaine d'application en génie civil, génie mécanique, géotechnique...etc. Elle était appliquée par I.G. Boubnov [1,2] et P.F. Papkovich [9] à l'étude de l'état de contrainte et de déformation des structures des bateaux et par Fryba et S.P. Timoshenko [15] pour le calcul des rails des voies ferrées. Dans ce qui suit nous allons nous servir d'une équation aux dérivées partielles généralisée de la dynamique d'une poutre de Timoshenko reposant sur sol linéaire homogène, isotrope et élastique pour la modélisation du comportement mécanique d'un tunnel rectiligne horizontal en interaction avec le sol.

La résolution du problème est effectuée analytiquement en se servant de la transformée intégrale directe et inverse de Fourier. La transformée inverse permet d'obtenir la réponse dynamique dans le domaine spatio-temporel.

Le calcul de l'intégrale impropre obtenu est effectué grâce à l'utilisation des propriétés de la fonction généralisée de Dirac, des fonctions analytiques de la variable complexe et du théorème des résidus de Cauchy.

2. Formulation mathématique du problème et sa résolution analytique :

Pour un matériau isotrope et homogène, la relation linéaire entre les contraintes et les déformations s'exprime par la loi de Hooke comme suit :

$$E = \sigma/\varepsilon \text{ ou } \sigma = E\varepsilon$$

D'où il résulte immédiatement que les contraintes agissant sur les fibres longitudinales sont proportionnelles à la distance y de l'axe neutre de la section transversale :

$$\sigma = \frac{Ey}{\rho}$$

Par conséquent, le moment de flexion M agissant sur la section entière peut être exprimé par [17] :

$$M = \int_A \frac{Ey^2}{\rho} da \quad (\text{I.1})$$

Et comme l'expression $I = \int_A y^2 da$, alors l'expression précédente aura la forme suivante :

$$M = \frac{EI}{\rho} \quad (\text{I.2})$$

Ou

M - Moment de flexion agissant sur une section de la poutre.

ρ - Rayon de courbure de la ligne neutre de la poutre en cette même section.

I - Moment d'inertie de la section autour de l'axe neutre passant par son centre de gravité.

Selon le calcul différentiel de l'analyse mathématique l'expression de la courbure en un point quelconque d'une courbe plane à la forme suivante :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y/dx^2}{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}} \quad (\text{I.3})$$

Dans cette expression dy/dx représente la pente de la courbe au point d'abscisse x . Pour les petites déformations cette pente tend vers zéro et l'expression précédente prend une forme plus simple :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (\text{I.4})$$

Et enfin l'équation différentielle ordinaire de la flexion des poutres se simplifie considérablement et aura la forme suivante :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x) \quad (I.5)$$

2.1. Equation différentielle de flexion d'une poutre sur sol élastique :

Considérons le problème de flexion d'une poutre reposant sur sol élastique. Parmi les modèles de sol utilisés dans la littérature, il y a le modèle de Winkler, de Pasternak et de Vlassov. D'après Le modèle Winkler, la réaction du sol en un point quelconque de contact est proportionnelle à la flèche de la poutre en ce point.

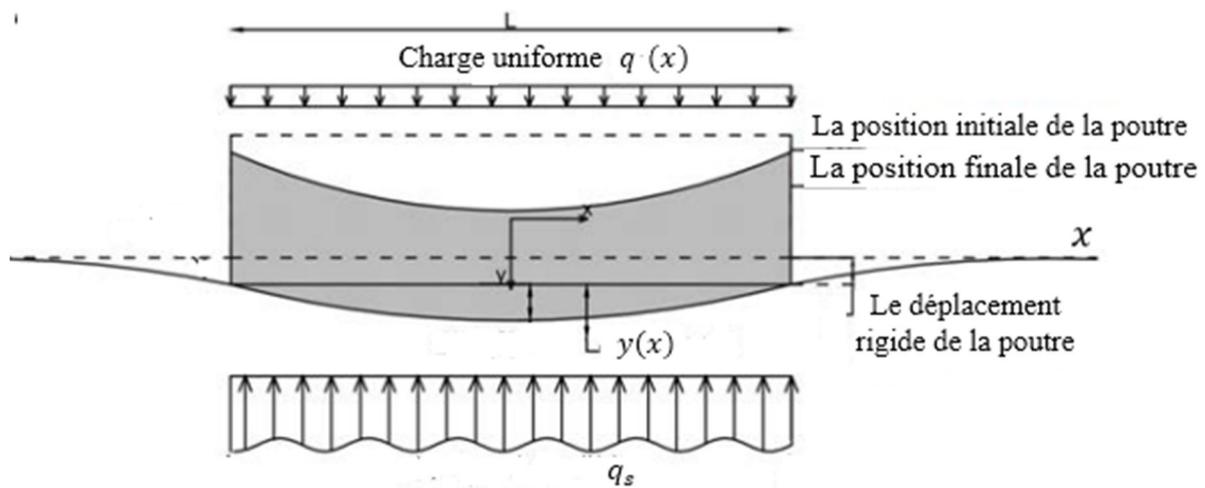


Fig. I.1 Poutre sur sol élastique

La résultante de la charge répartie agissant sur la poutre est égale à l'expression suivante :

$$q^*(x) = q(x) - q_s(x) = q(x) - ky(x) \quad (I.6)$$

Ou :

$q(x)$ - Charge totale répartie agissant verticalement en bas sur la poutre.

$q_s(x)$ - Réaction du sol.

$y(x)$ - Flèche de la poutre ou tassement de la surface de contact.

k - Coefficient de la réaction du sol (coefficient de Winkler).

Pour la détermination de la ligne élastique de la poutre après déformation, nous nous servons de l'équation différentielle (I.5). Une double dérivation de cette dernière nous donne :

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = - \frac{d^2 M}{dx^2} = q^*(x) \quad (I.7)$$

La combinaison des expressions (I.6) et (I.7) permet d'obtenir :

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + ky(x) = q(x) \quad (I.8)$$

Pour les problèmes de vibration des poutres sur sols viscoélastiques, il est nécessaire de rajouter à l'équation différentielle précédente les termes prenant en considération les forces d'inertie et l'influence de la viscosité du sol. Dans ces conditions l'équation différentielle précédente se transforme à l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + ky(x,t) = q(x,t) \quad (I.9)$$

Ou :

c - Viscosité du sol ;

m - Masse d'une longueur unitaire de la poutre ;

t - Temps.

Pour les problèmes de dynamique, l'effet de cisaillement peut avoir une influence importante et ne peut être négligé même pour les poutres de faible hauteur. En introduisant l'effet de cisaillement selon le modèle de Timoshenko [4] ainsi que l'inertie de rotation dans l'équation aux dérivées partielles (I.9), nous aurons :

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - mr^2 \left(1 + \frac{E}{\gamma G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{m^2 r^2}{\gamma GA} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial y}{\partial t} + ky = q(x,t) \quad (I.10)$$

Avec :

$y(x,t)$ – Flèche de la poutre ;

x – Coordonnée spatiale ;

E – Module d'élasticité ;

G – Module de cisaillement ;

I – Moment d'inertie de la section ;

- A – Section de la poutre ;
- r – Rayon d'inertie de la section de la poutre ;
- γ – Coefficient exprimant l'influence de la forme de la section sur la déformation de cisaillement de la poutre ;
- k – Coefficient de réaction du sol ;
- $q(x, t)$ – Charge répartie.

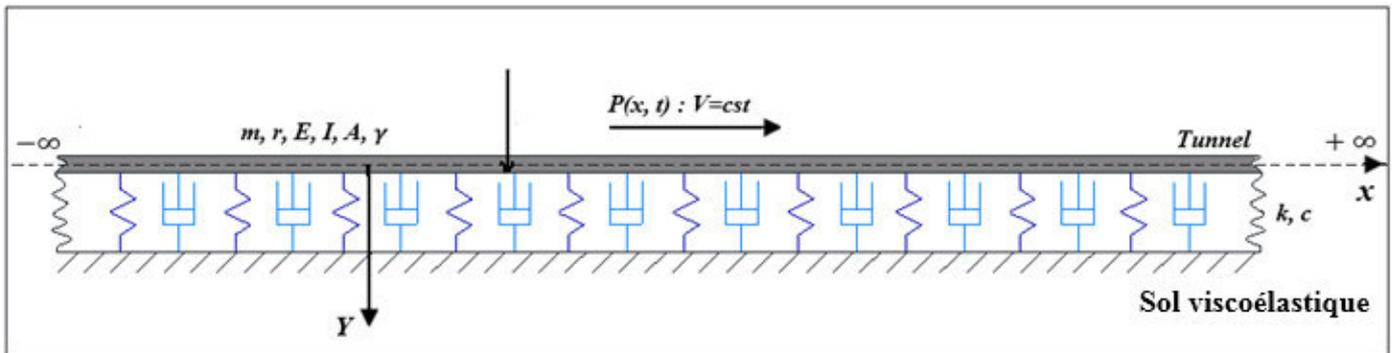


Fig. I.2 Poutre sur sol viscoélastique.

Les modèles de Rayleigh et d'Euler-Bernoulli sont des cas particuliers du modèle de Timochenko qui prend en considération l'effet de cisaillement.

Après avoir appliqué la transformation de Fourier [3] à l'équation (I.10) et la transformation inverse, nous obtenons l'expression la fonction des flèches :

$$y(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{Q}(v, \omega) \exp[-i(vx + \omega t)]}{EIv^4 - mr^2 \left(1 + \frac{E}{\gamma G}\right) v^2 \omega^2 + \frac{m^2 r^2}{\gamma GA} \omega^4 - m\omega^2 - ic\omega + k} dv d\omega \quad (\text{I.11})$$

Avec :

$$\tilde{Q}(v, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(x, t) \exp[i(vx + \omega t)] dx dt \quad (\text{I.12})$$

Cette dernière expression est la transformée de Fourier de la charge répartie $q(x, t)$ ou v et ω sont les paramètres de Fourier. Dans ce qui suit, nous allons étudier et analyser le problème sous l'action d'une charge concentrée mobile.

2.2. Analyse analytique de la flexion d'une poutre soumise à une force mobile de valeur constante :

Une charge concentrée mobile (voir Fig. I.3) peut être écrite sous forme répartie au moyen de la fonction généralisée de Dirac :

$$q(x, t) = P\delta(x - Vt) \quad (\text{I. 13})$$

La transformée de Fourier de cette charge est exprimée par :

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(v, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P\delta(x - Vt)\exp[i(vx + \omega t)] dx dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} P \exp[i(vV + \omega)t] dt = 2\pi P\delta(vV + \omega) \end{aligned} \quad (\text{I. 14})$$

Et par conséquent l'expression (I.11) prendra la forme suivante :

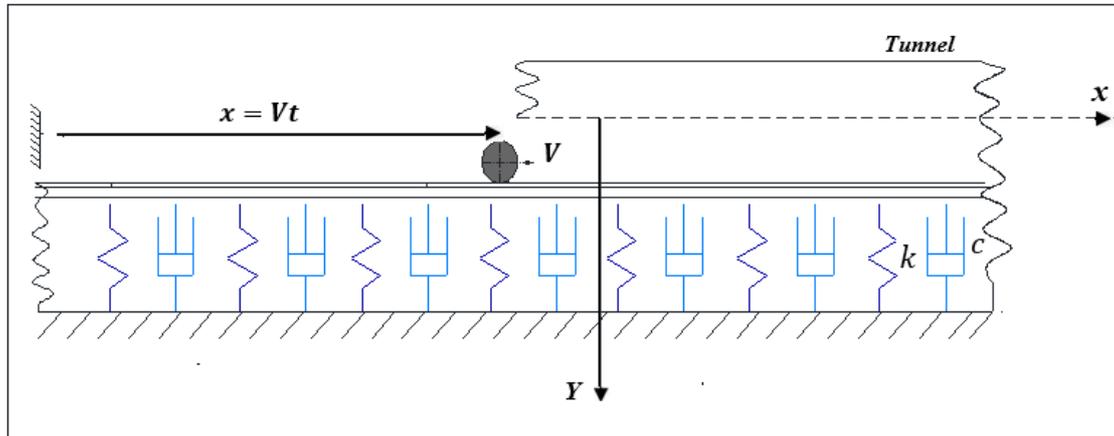
$$\begin{aligned} y(x, t) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\pi P\delta(vV + \omega)\exp[-i(vx + \omega t)]}{EIv^4 - mr^2\left(1 + \frac{E}{\gamma G}\right)v^2\omega^2 + \frac{m^2r^2}{\gamma GA}\omega^4 - m\omega^2 - ic\omega + k} dv d\omega \\ &= \frac{P}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(x - Vt)v]}{\left[EI + \frac{m^2r^2V^4}{\gamma GA} - mr^2V^2\left(1 + \frac{E}{\gamma G}\right)\right]v^4 - mV^2v^2 + icvV + k} dv \end{aligned} \quad (\text{I. 15})$$

$y(x, t)$ – Flèche de la poutre.

Les conditions aux limites utilisées pour ce problème sont :

$$y'(x, t) = y''(x, t) = y'''(x, t) = 0 \text{ pour } x - Vt \rightarrow \pm\infty$$

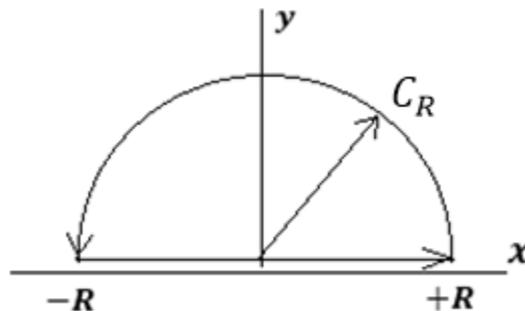
L'expression (I.15) est obtenue grâce à l'utilisation des propriétés de la fonction delta de DIRAC permettant de simplifier considérablement les calculs des intégrales impropres. Pour effectuer le calcul de l'intégrale impropre simple (I.15), nous allons appliquer la théorie des résidus. Pour ce faire il est nécessaire de déterminer les pôles de la fonction se trouvant sous le signe intégrale. Dans notre cas les pôles sont les zéros de l'équation bi-harmonique représentant le dénominateur de la fonction fractionnaire à intégrer.

Fig. I.3 Poutre soumise à une charge mobile de vitesse uniforme V

Dans ce qui suit nous allons déterminer pour des cas particuliers les nombres complexes représentant les pôles et les positionner sur le plan complexe.

2.3. Etude de cas particuliers :

Le calcul de l'intégrale impropre simple (I.15) sera effectué dans le plan complexe selon la théorie des résidus de Cauchy [14] en se servant d'un contour fermé comprenant un axe réel et un demi-cercle comme le montre la figure suivante :

Figure I.4 Contour d'intégration C_R

Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer les racines du dénominateur de l'expression se trouvant sous le signe intégrale qui représente une équation algébrique bi-harmonique :

$$F(v) = \left[EI + \frac{m^2 r^2 V^4}{\gamma GA} - m r^2 V^2 \left(1 + \frac{E}{\gamma G} \right) \right] v^4 - m V^2 v^2 + i c v V + k = 0 \quad (\text{I.16})$$

Cette équation paramétrique est suffisamment compliquée, sa résolution analytique n'est plus possible que pour des cas particuliers. Par suite, nous allons considérer des cas particuliers en fonction des paramètres faisant partie de cette équation algébrique.

L'équation (I.16) possède quatre racines complexes, qui représentent les pôles de l'expression sous le signe de l'intégrale (I.15). Présentons ces racines sous la forme suivante :

$$v_1 = a_1 + bi, \quad v_2 = -a_1 + bi, \quad v_3 = a_2 - bi, \quad v_4 = -a_2 - bi \quad (\text{I.17})$$

Où : a_1, a_2, b – Constantes réelles positives.

Les constantes réelles positives a_1, a_2 , et b dépendant des paramètres de la poutre, des propriétés du sol élastique et également de la vitesse du mouvement de la force, peuvent être déterminés de l'équation bi-harmonique (I.16). Selon le théorème fondamental de l'algèbre ou le théorème d'Alembert-Gauss indiquant que tout polynôme à coefficients réels ou complexes de degré n admet au plus n racines. Cette équation peut être écrite sous la forme suivante :

$$F(v) = \left[EI + \frac{m^2 r^2 V^4}{\gamma GA} - mr^2 V^2 \left(1 + \frac{E}{\gamma G} \right) \right] (v - v_1)(v - v_2)(v - v_3)(v - v_4) = 0 \quad (\text{I.18})$$

En portant l'expression (I.17) dans (I.18) et faisant égaliser les coefficients correspondant aux puissances identiques, nous obtenons les équations algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} 2b^2 - a_1^2 - a_2^2 &= -\bar{m}V^2 \\ 2b(a_2^2 - a_1^2) &= \bar{c}V \\ (a_1^2 + b^2)(a_2^2 + b^2) &= \bar{k} \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Avec :

$$\bar{EI} = EI + \frac{m^2 r^2 V^4}{\gamma GA} - mr^2 V^2 \left(1 + \frac{E}{\gamma G} \right) ;$$

$$\bar{m} = \frac{m}{EI} ;$$

$$\bar{c} = \frac{c}{EI} ;$$

$$\bar{k} = \frac{k}{EI}.$$

Les deux premières équations de (I.19) nous donnent :

$$a_1^2 = \frac{\left(\bar{m}V^2 + 2b^2 - \frac{cV}{2b}\right)}{2} \quad (I.20)$$

$$a_2^2 = \frac{\left(\bar{m}V^2 + 2b^2 + \frac{cV}{2b}\right)}{2} \quad (I.21)$$

Après avoir porté les expressions (I.20) et (I.21) dans la troisième équation (I.19) nous obtenons une équation permettant de déterminer b :

$$64b^6 + 32\bar{m}V^2b^4 + 4(\bar{m}^2V^4 - 4\bar{k})b^2 - \bar{c}^2V^2 = 0 \quad (I.22)$$

Afin de déterminer les paramètres faisant partie de l'expression (I.17), il est nécessaire de trouver les racines positives b de l'équation (I.22). En substituant les expressions obtenues de b dans (I.20) et (I.21), nous aurons les valeurs des coefficients a_1 et a_2 .

Vu la complexité de l'équation algébrique (I.22) et de sa résolution analytique, nous allons considérer dans ce qui suit des cas particuliers de cette équation permettant d'aboutir à des solutions analytiques dépendant de la vitesse et du paramètre d'amortissement et d'intérêt scientifique et pratique.

2.3.1. Cas d'une force immobile (V=0) :

En annulant le paramètre de la vitesse V, ce qui revient à considérer un problème statique, l'équation (II.22) deviendra :

$$64b^6 - 16\bar{k}b^2 = 0 \quad (I.23)$$

Cette équation possède les quatre racines suivantes

$$\begin{aligned} b_1 &= \sqrt[4]{\bar{k}/4} \\ b_2 &= \sqrt[4]{-\bar{k}/4} \\ b_3 &= -\sqrt[4]{\bar{k}/4} \\ b_4 &= -\sqrt[4]{-\bar{k}/4} \end{aligned} \quad (I.24)$$

Et comme la valeur de b est supposée réelle positive, alors la seule racine à retenir est :

$$b = \sqrt[4]{\bar{k}/4}$$

D'où

$$a_1 = a_2 = \sqrt[4]{\bar{k}/4} \quad (I.25)$$

Par conséquent, en tenant en considération que :

$$\bar{k} = \frac{k}{EI} > 0 \text{ et } \bar{EI} = EI$$

les racines (I.17) pour ce cas prennent les formes suivantes :

$$v_1 = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}(1 + i)$$

$$v_2 = -\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}(1 - i)$$

$$v_3 = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}(1 - i)$$

$$v_4 = -\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}(1 + i) \quad (I.26)$$

La figure suivante montre la représentation géométrique de ces quatre différentes racines dans le plan complexe (une racine dans chaque quadrant) :

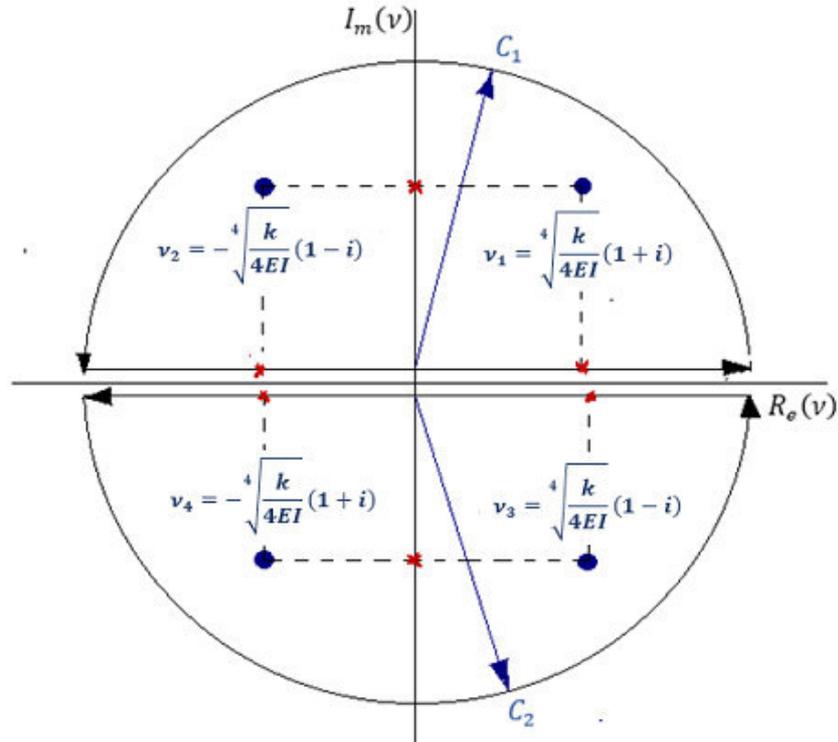


Fig. I.5 Position des racines sur le plan complexe (cas 1.a)

Après avoir déterminé les pôles de l'équation (I.16), nous appliquons le théorème des résidus de Cauchy pour calculer l'intégrale (I.15). Dans notre cas, nous avons dans le contour considéré deux pôles correspondant aux racines \$v_1\$ et \$v_2\$, ce qui nous permet d'écrire l'expression suivante :

$$y(x, t) = \frac{P}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(x-vt)v}}{F(v)} dv = 2\pi i \sum \text{res} \frac{P}{2\pi} \frac{e^{i(x-vt)v}}{F(v)} \quad (I.27)$$

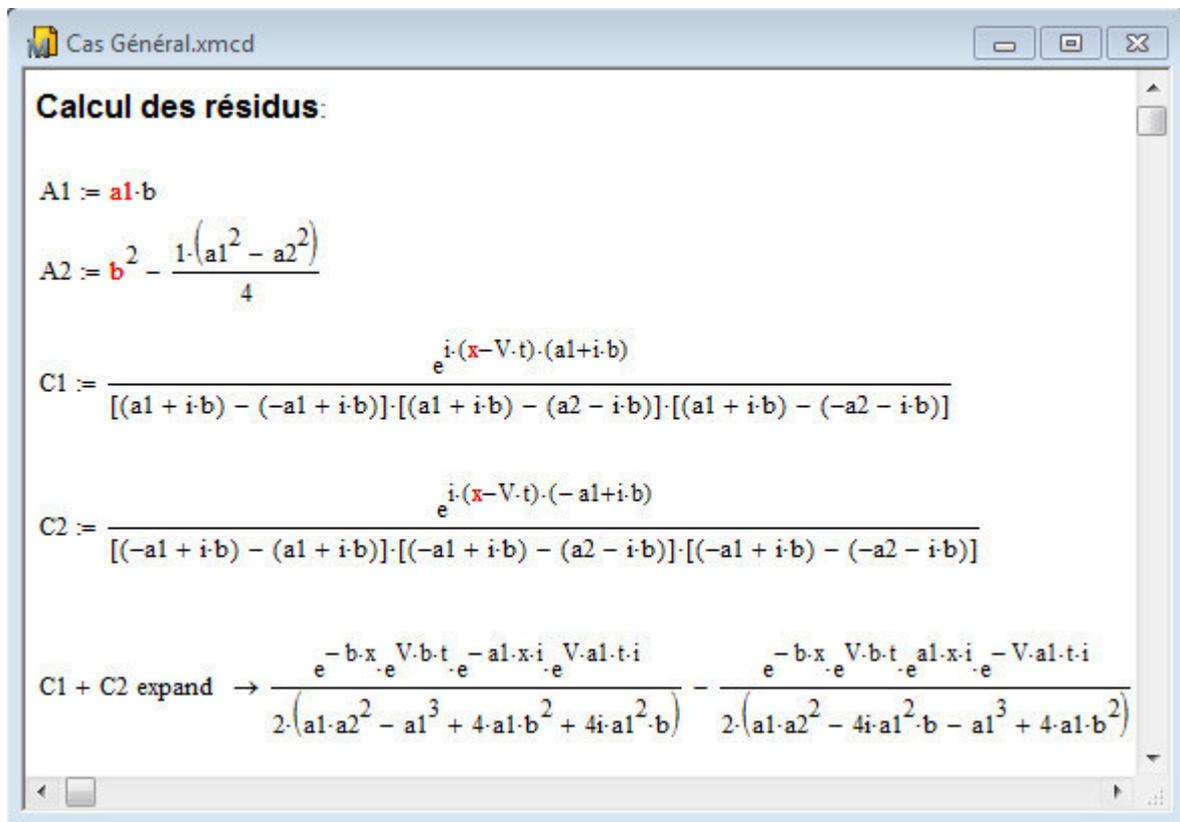
$$\text{res} \left(\frac{P}{2\pi} \frac{e^{i(x-vt)v}}{F(v)}, v_j \right) = \lim_{v \rightarrow v_j} (v - v_j) \frac{P}{2\pi} \frac{e^{i(x-vt)v}}{F(v)}, j = 1, 2$$

D'où :

$$y(x, t) = \frac{iP}{EI} \left[\frac{e^{i(x-vt)v_1}}{(v_1 - v_2)(v_1 - v_3)(v_1 - v_4)} + \frac{e^{i(x-vt)v_2}}{(v_2 - v_1)(v_2 - v_3)(v_2 - v_4)} \right] \quad (I.28)$$

En portant dans l'expression (I.28) les expressions des racines v_j , $j = 1,2,3,4$ calculés précédemment nous obtenons :

$$y(x, t) = \frac{iP}{EI} \left[\frac{e^{i(x-Vt)(a_1+ib)}}{((a_1+ib) - (-a_1+ib))((a_1+ib) - (a_2-ib))((a_1+ib) - (-a_2-ib))} + \frac{e^{i(x-Vt)(-a_1+ib)}}{((-a_1+ib) - (a_1+ib))((-a_1+ib) - (a_2-ib))((-a_1+ib) - (-a_2-ib))} \right] \quad (I.29)$$



Après simplification des calculs au moyen du logiciel Mathcad nous avons l'expression de la réponse :

$$y(x, t) = \frac{2Pe^{-b(x-Vt)}}{EI} \frac{A_1 \cos(a_1 \cdot (x - Vt)) + A_2 \sin(a_1 \cdot (x - Vt))}{a_1(A_1^2 + A_2^2)}; \quad (I.30)$$

Avec :

$$A_1 = a_1 b \quad \text{et} \quad A_2 = b^2 - \frac{1}{4}(a_1^2 - a_2^2); \quad (I.31)$$

Chapitre I : Modélisation d'un tunnel en interaction avec le sol

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

100%

Calcul de la dérivée de $y(x)=y1(x)+y2(x)$:

$$y1(x) := e^{-b \cdot (x-Vt)} \cdot \frac{A1 \cdot \cos[a1 \cdot (x - Vt)]}{a1 \cdot (A1^2 + A2^2)}$$

$$\frac{d}{dx} y1(x) \rightarrow \frac{a1 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt - x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt - x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$y2(x) := e^{-b \cdot (x-Vt)} \cdot \frac{A2 \cdot \sin[a1 \cdot (x - Vt)]}{a1 \cdot (A1^2 + A2^2)}$$

$$\frac{d}{dx} y2(x) \rightarrow \frac{e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt - x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} + \frac{b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt - x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1 \cdot \left[a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2 \right]}$$

Clcul de la deuxieme dérivée de $y(x)$:

$$M1(x) := \frac{b^3 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt - x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$M4(x) := \frac{a1 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt - x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

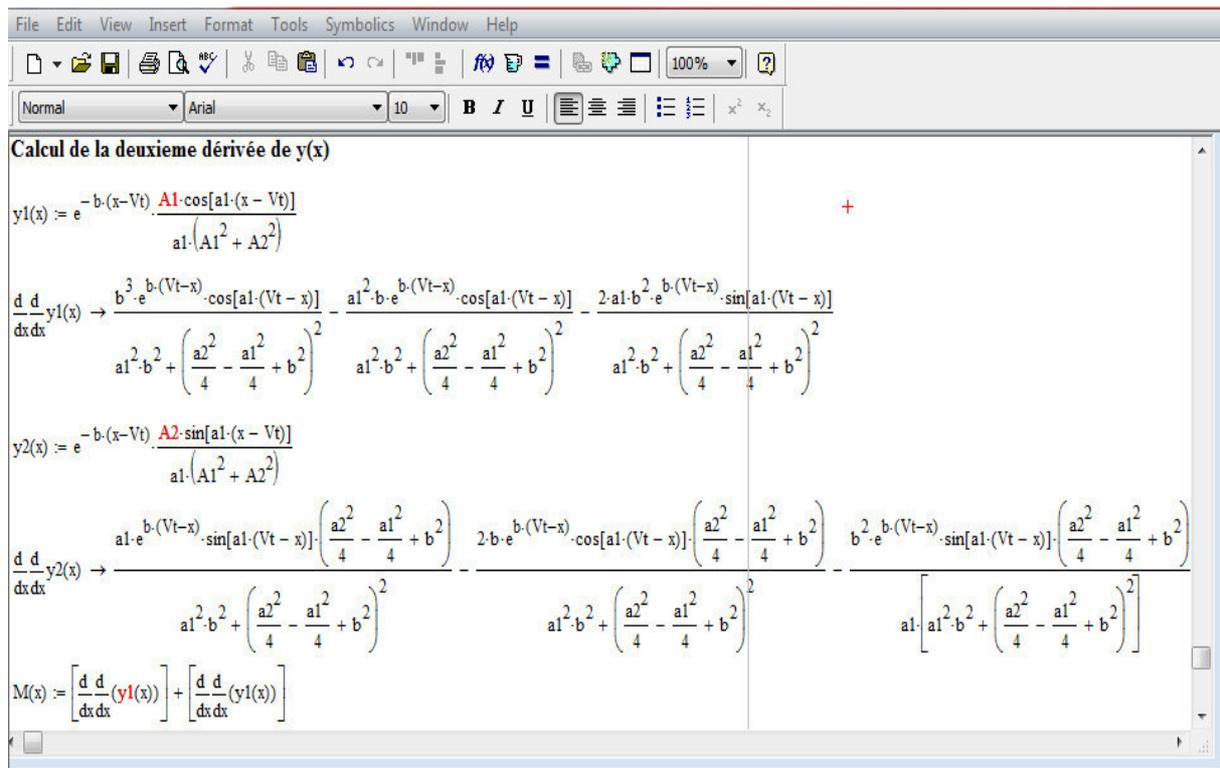
$$M2(x) := \frac{a1^2 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt - x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$M5(x) := \frac{2 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt - x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$M3(x) := \frac{2 \cdot a1 \cdot b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt - x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$M6(x) := \frac{b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt - x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1 \cdot \left[a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2 \right]}$$

$$M(x) := M1(x) + M2(x) + M3(x) + M4(x) + M5(x) + M6(x)$$



Calcul de la deuxième dérivée de $y(x)$

$$y1(x) := e^{-b \cdot (x-Vt)} \cdot \frac{A1 \cdot \cos[a1 \cdot (x-Vt)]}{a1 \cdot (A1^2 + A2^2)}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} y1(x) \rightarrow \frac{b^3 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{a1^2 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{2 \cdot a1 \cdot b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$y2(x) := e^{-b \cdot (x-Vt)} \cdot \frac{A2 \cdot \sin[a1 \cdot (x-Vt)]}{a1 \cdot (A1^2 + A2^2)}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} y2(x) \rightarrow \frac{a1 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{2 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)}{a1 \cdot \left[a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2\right]}$$

$$M(x) := \left[\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} (y1(x)) \right] + \left[\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} (y2(x)) \right]$$

En ayant $y(x, t)$, il est possible de déterminer l'expression du moment fléchissant en utilisant la relation de la résistance du matériau :

$$M = -EIy'' \quad (I.32)$$

Après simplification des calculs au moyen du logiciel Mathcad, en portant l'expression du second dérivé de la flèche (I.30) dans (I.32) nous obtenons l'expression détaillée du moment fléchissant en fonction du temps :

$$M(x, t) = EI \left(\frac{P e^{-b(x-Vt)}}{EI} \frac{(a_1^2 A_1 + 2a_1 b A_2 - b^2 A_1) \cos a_1(x-Vt) + (a_1^2 A_2 - 2a_1 b A_1 - b^2 A_2) \sin a_1(x-Vt)}{a_1(A_1^2 + A_2^2)} \right) \quad (I.33)$$

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

100%

Calcul de la dérivée de M(x):

$$M1(x) := \frac{b^3 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$\frac{d}{dx} M1(x) \rightarrow \frac{a1 \cdot b^3 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{b^4 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$M2(x) := \frac{a1^2 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$\frac{d}{dx} M2(x) \rightarrow \frac{a1^3 \cdot b \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{a1^2 \cdot b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$M3(x) := \frac{2 \cdot a1 \cdot b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

$$\frac{d}{dx} M3(x) \rightarrow -\frac{2 \cdot a1^2 \cdot b^2 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2} - \frac{2 \cdot a1 \cdot b^3 \cdot e^{-b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)]}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2\right)^2}$$

Chapitre I : Modélisation d'un tunnel en interaction avec le sol

Calcul de la dérivée de M(x):

$$M4(x) := \frac{a1 \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2}$$

$$\frac{d}{dx} M4(x) \rightarrow \frac{a1^2 \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2} - \frac{a1 \cdot b \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2}$$

$$M5(x) := \frac{2 \cdot b \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2}$$

$$\frac{d}{dx} M5(x) \rightarrow \frac{2 \cdot a1 \cdot b \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2} - \frac{2 \cdot b^2 \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2}$$

$$M6(x) := \frac{b^2 \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1 \cdot \left[a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2 \right]}$$

$$\frac{d}{dx} M6(x) \rightarrow \frac{b^2 \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \cos[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2} - \frac{b^3 \cdot e^{b \cdot (Vt-x)} \cdot \sin[a1 \cdot (Vt-x)] \cdot \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)}{a1 \cdot \left[a1^2 \cdot b^2 + \left(\frac{a2^2}{4} - \frac{a1^2}{4} + b^2 \right)^2 \right]}$$

$$T(x) := \left(\frac{d}{dx} M1(x) \right) + \left(\frac{d}{dx} M2(x) \right) + \left(\frac{d}{dx} M3(x) \right) + \left(\frac{d}{dx} M4(x) \right) + \left(\frac{d}{dx} M5(x) \right) + \left(\frac{d}{dx} M6(x) \right)$$

Le calcul de la troisième dérivée de $y(x, t)$ nous permet d'avoir l'expression de l'effort tranchant par la formule de la résistance du matériau suivante :

$$T(x, t) = EIy''' \quad (\text{I. 34})$$

D'où l'expression détaillée sera :

$$T(x, t) = \frac{Pe^{-b(x-Vt)}}{EI \cdot 4a_1(A_1^2 + A_2^2)} \left((a_1^3 A_2 - 3a_1^2 b A_1 - 3a_1 b^2 A_2 + b^3 A_1) \cos a_1(x - Vt) - (a_1^3 A_1 + 3a_1^2 b A_2 - 3a_1 b^2 A_1 - b^3 A_2) \sin a_1(x - Vt) \right) ; \quad (\text{I. 35})$$

Après d'avoir déterminé les expressions analytiques générales de la réponse dynamique $y(x, t)$, du moment fléchissant $M(x, t)$ et de l'effort tranchant $T(x, t)$, nous allons dans la suite déterminée les expressions correspondantes à quelque cas particuliers. Ainsi pour le cas d'une force immobile nous avons :

$$a_1 = a_2 = b = \sqrt[4]{\frac{\bar{k}}{4}} = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (II.31) nous obtenons :

$$A_1 = A_2 = \left(\sqrt[4]{\frac{\bar{k}}{4}} \right)^2 = \left(\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \right)^2 \quad (\text{I. 36})$$

Les fonctions des déplacements, des moments fléchissants et des efforts tranchants obtenues au moyen du logiciel de calcul symbolique Mathcad comme le montre la fenêtre ci-dessous prennent les formes définitives suivantes :

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \frac{P \cdot e^{-x \cdot b} (\cos a \cdot x + \sin a \cdot x)}{a^3 \cdot EI} ; \\ M(x, t) &= \frac{P \cdot e^{-x \cdot b} (\cos a \cdot x - \sin a \cdot x)}{a} ; \\ T(x, t) &= -\frac{P \cdot e^{-x \cdot b} \cdot (\cos a \cdot x)}{2} . \end{aligned} \quad (\text{I. 37})$$

Calcul y, M et T pour le cas d'une force immobile:

$A := a \cdot b$

$B := A$

$a := b$

$y(x) := \frac{e^{-b} \cdot 2 \cdot (A \cdot \cos(a \cdot x) + A \cdot \sin(a \cdot x))}{a \cdot (A^2 + A^2)} \text{ simplify } \rightarrow \frac{e^{-b} \cdot (\cos(b \cdot x) + \sin(b \cdot x))}{a \cdot b^2}$

$M(x) := \frac{e^{-bx} \cdot (a^2 \cdot A + 2 \cdot a \cdot b \cdot B - b^2 \cdot A) \cdot \cos(ax) + (a^2 \cdot B - 2 \cdot a \cdot b \cdot A - b^2 \cdot B) \cdot \sin(ax)}{a \cdot (A^2 + B^2)} \text{ simplify } \rightarrow \frac{e^{-bx} \cdot \cos(ax)}{a} - \frac{\sin(ax)}{a}$

$T(x) := \frac{e^{-bx} \cdot [(a^3 \cdot B - 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot A - 3 \cdot a \cdot b^2 \cdot B + b^3 \cdot A) \cdot \cos(ax) - (a^3 \cdot A + 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot B - 3 \cdot a \cdot b^2 \cdot A - b^3 \cdot B) \cdot \sin(ax)]}{4 \cdot a \cdot (A^2 + B^2)}$

$T(x) := -\frac{b \cdot e^{-bx} \cdot \cos(ax)}{2 \cdot a}$

En remplaçant a_1, a_2 et b par $\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$ dans (I.37) nous aurons :

$$y(x, t) = \frac{P \cdot e^{-x \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}} \left(\cos \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \cdot x + \sin \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \cdot x \right)}{\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}^3 \cdot EI};$$

$$M(x, t) = \frac{P \cdot e^{-x \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}} \left(\cos \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \cdot x - \sin \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \cdot x \right)}{\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}};$$

$$T(x, t) = -\frac{P \cdot e^{-x \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}} \left(\cos \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \cdot x \right)}{2}. \quad (\text{I. 38})$$

Une autre démarche permet d'aboutir aux mêmes résultats obtenus précédemment. Elle consiste à utiliser directement l'équation algébrique (I.16) dans laquelle si on élimine l'effet de la dynamique, du cisaillement et de la viscosité on obtient l'équation algébrique de quatrième degré suivante :

$$EIv^4 + k = 0 \quad (\text{I.39})$$

En effet, cette dernière équation algébrique représente l'équation caractéristique de l'équation différentielle homogène (I.8). Elle possède en générale quatre racines complexes que nous allons déterminer leurs expressions ci-dessous.

Du l'équation (I.39) nous obtenons :

$$v = \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} (-1)^{1/4}$$

Et comme :

$$-1 = \cos(2n + 1)\pi + i \sin(2n + 1)\pi = e^{\frac{i(2n+1)\pi}{4}}$$

Alors:

$$v = \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} e^{\frac{i(2n+1)\pi}{4}} \quad (\text{I.40})$$

Et par conséquent, en variant le n de 1 à 4, nous obtenons les quatre racines complexes de l'équation algébrique (I.39) :

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} e^{\frac{i\pi}{4}} = \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ v_2 &= \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} e^{\frac{3i\pi}{4}} = \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \\ v_3 &= \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} e^{\frac{5i\pi}{4}} = \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) \\ v_4 &= \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} e^{\frac{7i\pi}{4}} = \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.41})$$

La représentation géométrique de ces racines sur le plan complexe est illustrée sur la figure suivante :

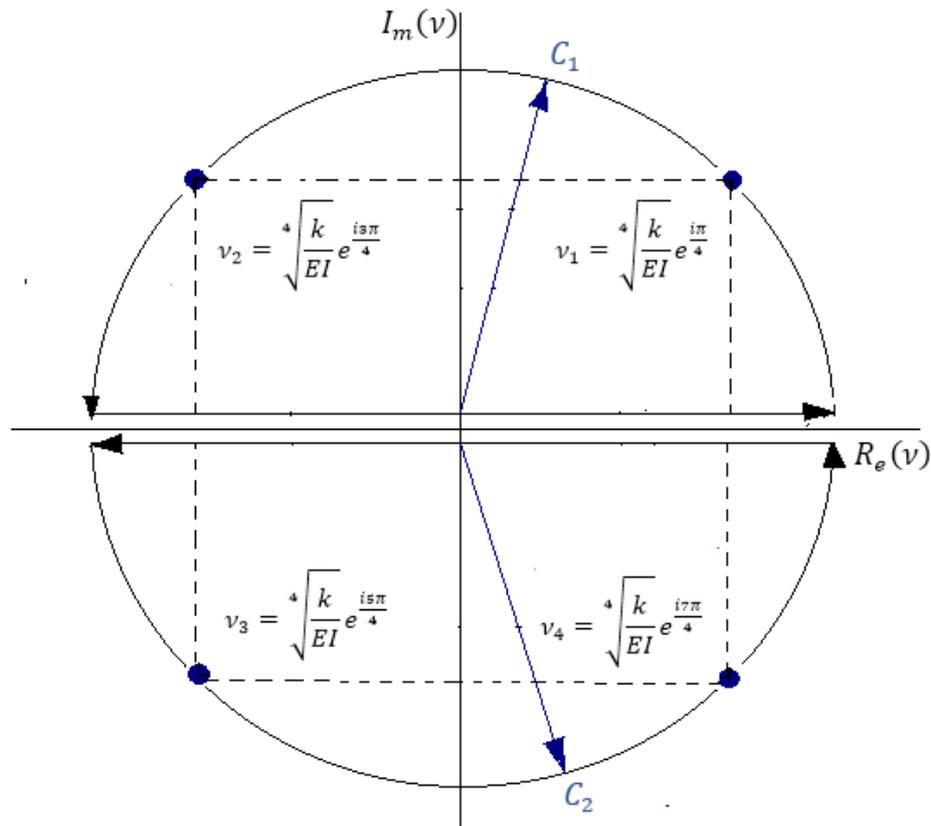


Fig. I.6 Position des racines sur le plan complexe (cas 1.b)

Une simplification des expressions précédentes des racines au moyen du logiciel Mathcad comme le montre la fenêtre ci-dessous, montre que ces racines sont les mêmes que ceux obtenus dans le cas précédent et par conséquent le reste du calcul nous donne les mêmes résultats précédents. Sur la base de cette comparaison, nous pouvons conclure que les démarches mathématiques et les résultats obtenus sont corrects.

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

100

Calcul des résidus (cas 1.b):

$$v1 := \left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$v2 := \left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$$

$$v3 := \left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$$

$$v4 := \left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$$

$$(v - v1) \cdot (v - v2) \cdot (v - v3) \cdot (v - v4) \text{ expand} \rightarrow v^4 + \left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right)^4$$

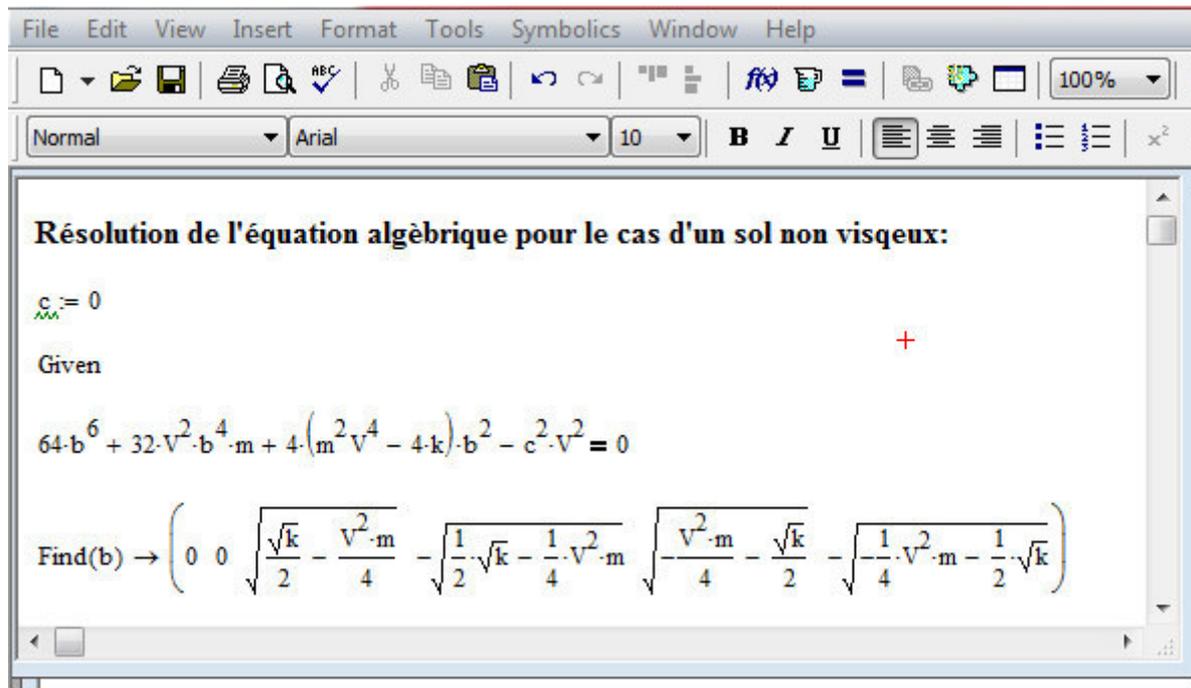
$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ expand} \rightarrow \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$	$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$
$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ expand} \rightarrow -\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$	$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ expand} \rightarrow \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$
$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) \rightarrow -\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$	$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \text{ expand} \rightarrow -\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$
$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) \text{ expand} \rightarrow \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$	$\left(\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}\right) \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) \text{ expand} \rightarrow -\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{EI}}}{2}$

2.3.2. Cas d'un sol élastique non visqueux ($c=0$) :

Pour ce cas l'équation algébrique paramétrique (I.22) prend la forme suivante :

$$64b^6 + 32\bar{m}V^2b^4 + 4(\bar{m}^2V^4 - 4\bar{k})b^2 = 0 \quad (\text{I.42})$$

La résolution analytique de cette équation sera effectuée en se servant du logiciel Mathcad.



Comme le montre la fenêtre ci-dessus, Mathcad nous a donné les six racines :

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = 0$$

$$b_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{k}}{2} - \frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4}}$$

$$b_4 = -\sqrt{\frac{\sqrt{k}}{2} - \frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4}}$$

$$b_5 = \sqrt{-\frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4} - \frac{\sqrt{\bar{m}}}{2}}$$

$$b_6 = -\sqrt{-\frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4} - \frac{\sqrt{k}}{2}} \quad (\text{I.43})$$

Pour des besoins de facilité des écritures dans le logiciel Mathcad, le paramètre \bar{m} est désigné par m , et \bar{k} par k .

Parmi les six racines obtenues précédemment, nous ne retenons que celles ayant des valeurs positives, et qui sont :

$$b_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{k}}{2} - \frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4}} = \sqrt{\frac{\sqrt{k/EI}}{2} - \frac{V^2 \cdot m/EI}{4}} \quad \text{avec} \quad \frac{\sqrt{k}}{2} > \frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4} \quad (\text{I.44})$$

En portant cette racine dans les expressions (I.21) et (I.22) nous aurons :

$$a_1 = a_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot m/EI + \sqrt{k/EI}} \quad (\text{I.45})$$

Finalement, nous obtenons les expressions analytiques paramétriques des quatre racines (I.17) de l'équation algébrique (I.19) :

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot m/EI + \sqrt{k/EI}} + \sqrt{\frac{\sqrt{k/EI}}{2} - \frac{V^2 \cdot m/EI}{4}} \cdot i \\ v_2 &= -\sqrt{\frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot m/EI + \sqrt{k/EI}} + \sqrt{\frac{\sqrt{k/EI}}{2} - \frac{V^2 \cdot m/EI}{4}} \cdot i \\ v_3 &= \sqrt{\frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot m/EI + \sqrt{k/EI}} - \sqrt{\frac{\sqrt{k/EI}}{2} - \frac{V^2 \cdot m/EI}{4}} \cdot i \\ v_4 &= -\sqrt{\frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot m/EI + \sqrt{k/EI}} - \sqrt{\frac{\sqrt{k/EI}}{2} - \frac{V^2 \cdot m/EI}{4}} \cdot i \end{aligned} \quad (\text{I.46})$$

En prenant en considération que :

$$\frac{\sqrt{k}}{2} > \frac{V^2 \cdot \bar{m}}{4}$$

La figure suivante montre la représentation géométrique des quatre différentes racines obtenues précédentes sur le plan complexe (une racine dans chaque quadrant) :

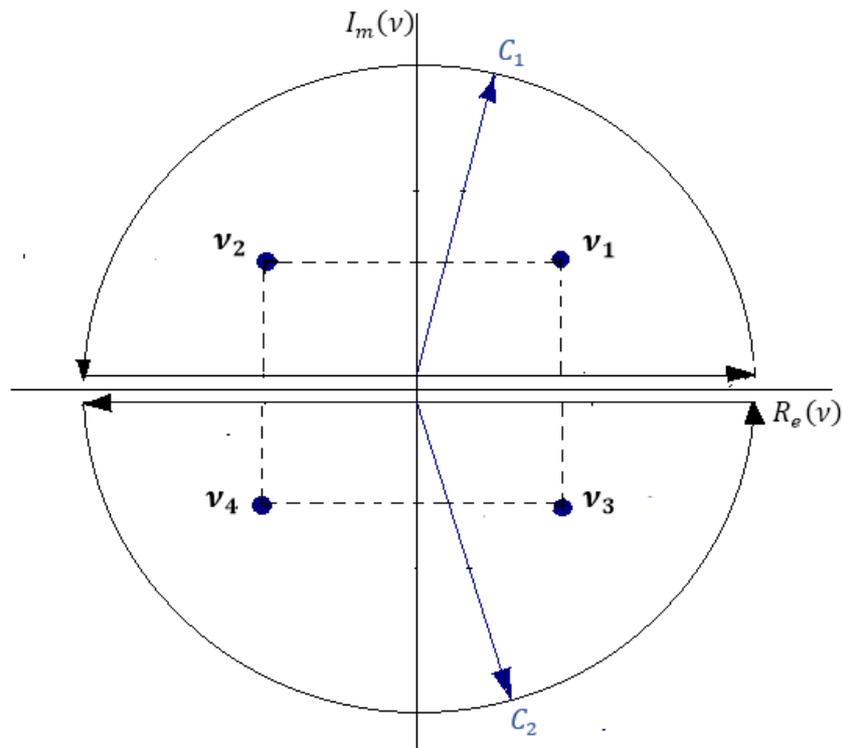


Fig. I.7 Position des racines sur le plan complexe (cas 1.b)

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U

Calcul des résidus pour le cas d'un sol élastique non visqueux

$A := a \cdot b$

$B := b^2$

$$\frac{e^{-b} \cdot 2 \cdot (A \cdot \cos(ax) + B \cdot \sin(ax))}{a \cdot (A^2 + B^2)} \text{ factor} \rightarrow \frac{2 \cdot e^{-b} \cdot (a \cdot \cos(ax) + b \cdot \sin(ax))}{b \cdot a \cdot (a^2 + b^2)}$$

$$\frac{e^{-bx} \cdot (a^2 \cdot A + 2 \cdot a \cdot b \cdot B - b^2 \cdot A) \cdot \cos(ax) + (a^2 \cdot B - 2 \cdot a \cdot b \cdot A - b^2 \cdot B) \cdot \sin(ax)}{a \cdot (A^2 + B^2)} \text{ factor} \rightarrow \frac{a \cdot e^{-bx} \cdot \cos(ax) - b \cdot \sin(ax)}{b \cdot a}$$

$$\frac{e^{-bx} \cdot [(a^3 \cdot B - 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot A - 3 \cdot a \cdot b^2 \cdot B + b^3 \cdot A) \cdot \cos(ax) - (a^3 \cdot A + 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot B - 3 \cdot a \cdot b^2 \cdot A - b^3 \cdot B) \cdot \sin(ax)]}{4 \cdot a \cdot (A^2 + B^2)}$$

$$T(x) := \frac{e^{-bx} \cdot (\sin(ax) \cdot a^2 + 2 \cdot \cos(ax) \cdot a \cdot b - \sin(ax) \cdot b^2)}{4 \cdot b \cdot a}$$

En portant des expressions de a_1, a_2 et b obtenues ci-dessus dans la relation (I.30) nous obtenons finalement la solution analytiques $y(x, t)$ représentant la réponse dynamique d'une poutre en interaction avec le sol soumise à une force mobile de vitesse constante. Les dérivées seconde et troisième permettent d'obtenir les fonctions des moments fléchissants $M(x, t)$ et des efforts tranchants $T(x, t)$. Après toute simplification ces fonctions prennent les formes suivantes :

$$y(x, t) = \frac{2.P.e^{-b(x-Vt)}(a.\cos a.(x-Vt) + b.\sin a.(x-Vt))}{ab.(a^2 + b^2).\bar{EI}} ;$$

$$M(x, t) = \frac{EI.P.e^{-b(x-Vt)}(a.\cos a.(x-Vt) - b.\sin a.(x-Vt))}{ab.\bar{EI}} ;$$

$$T(x, t) = -\frac{EI.P.e^{-b(x-Vt)}(a^2.\sin a.(x-Vt) + 2.ab.\cos a.(x-Vt) - b^2.\sin a.(x-Vt))}{4.ab.\bar{EI}} ; \quad (I.46)$$

Ces dernières relations permettent, en utilisant les fameuses relations de la résistance des matériaux relatives à la flexion simple, de déterminer facilement les contraintes normales et tangentiels maximales. Ces valeurs maximales donnent la possibilité de faire un calcul de résistance en se servant d'une des fameuses théories de résistance comme celle énergétique par exemple. Comme il est possible de faire un calcul de rigidité basé sur l'utilisation de la réponse $y(x, t)$.

3. Conclusion :

Notre objectif est de présenter un modèle mathématique décrivant le comportement mécanique d'un tunnel rectiligne horizontal en interaction avec le sol basé sur la poutre d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko associés au modèle de sol de Winkler. Ce modèle mathématique est exprimé par une équation aux dérivées partielles dont des solutions analytiques paramétriques ont été obtenues pour des cas particuliers.

La poutre de Bernoulli peut être utilisée pour modéliser le comportement statique et dynamique des tunnels suffisamment longs tendus que le modèle de Timochenko peut être utilisé quand il est nécessaire de prendre en considération l'effet de l'effort tranchant ou les déformations de cisaillement comme dans les cas de segment des tunnels courts ou les dimensions caractéristiques des sections sont comparables avec la longueur ou également dans le cas des vibrations mécanique de haute fréquence.

La démarche générale d'obtention de la solution analytique qui est basée sur l'utilisation de la transformée de Fourier directe et inverse. Les intégrales impropres obtenues sont calculées analytiquement en se servant des propriétés de la fonction δ de Dirac et la théorie des résidus de Cauchy.

Les différents calculs analytiques à savoir, le calcul des intégrales, la résolution des équations algébriques, l'évaluation des transformées de Fourier, calculs des résidus sont suffisamment simplifiés par l'utilisation du logiciel de calcul symbolique Mathcad.

Certains résultats identiques ont été obtenus en suivant de différentes démarches, ce qui permet de valider les solutions obtenues.

Les résultats analytiques obtenus, à savoir la réponse dynamique et les expressions des moments fléchissants et des efforts tranchants peuvent être utilisés pour effectuer des calculs de résistance et de rigidité des tunnels souterrains.



Chapitre II

Méthodes d'évaluation des tassements en surface durant le creusement d'un tunnel



1. Introduction :

Le creusement d'un tunnel au tunnelier provoque une perturbation du massif encaissant. Un espace ou un vide pourrait se former entre l'engin et la masse de sol. Ce vide, une fois rempli de terre, produit des venues de sol se produisant principalement au front de taille et au niveau du vide interannulaire situé à l'arrière de la machine et des déformations du sol et par conséquent des tassements en surface. Bien que ce vide en général soit faible, il est néanmoins intéressant d'évaluer les déformations du sol à proximité du tunnel et le tassement en surface.

Les méthodes d'évaluation des tassements en surface lors du creusement de tunnels peuvent être classées en trois groupes à savoir celles empiriques, numériques et analytiques. Ces méthodes sont largement utilisées en pratique pour évaluer les déformations des sols résultant du creusement des tunnels. Le choix de la méthode appropriée dépend des conditions spécifiques et de la complexité du problème.

2. Méthodes empiriques :

Parmi les méthodes empiriques concernant l'évaluation des déformations dues au creusement d'un tunnel, on distingue la méthode de Peck, exprimant la cuvette de tassement de la surface du terrain au-dessus du tunnel à l'aide de la fonction d'erreur de Gauss. Cette méthode est basée sur l'égalisation du volume de la cavité de tassement et du volume de remplissage de l'espace résultant de la déformation du revêtement du tunnel. Dans un cas particulier, en l'absence de revêtement, le volume de cette cavité est égal au volume du sol excavé. La figure (I.1) illustre le développement de la cuvette de tassement à la suite de creusement d'un tunnel.

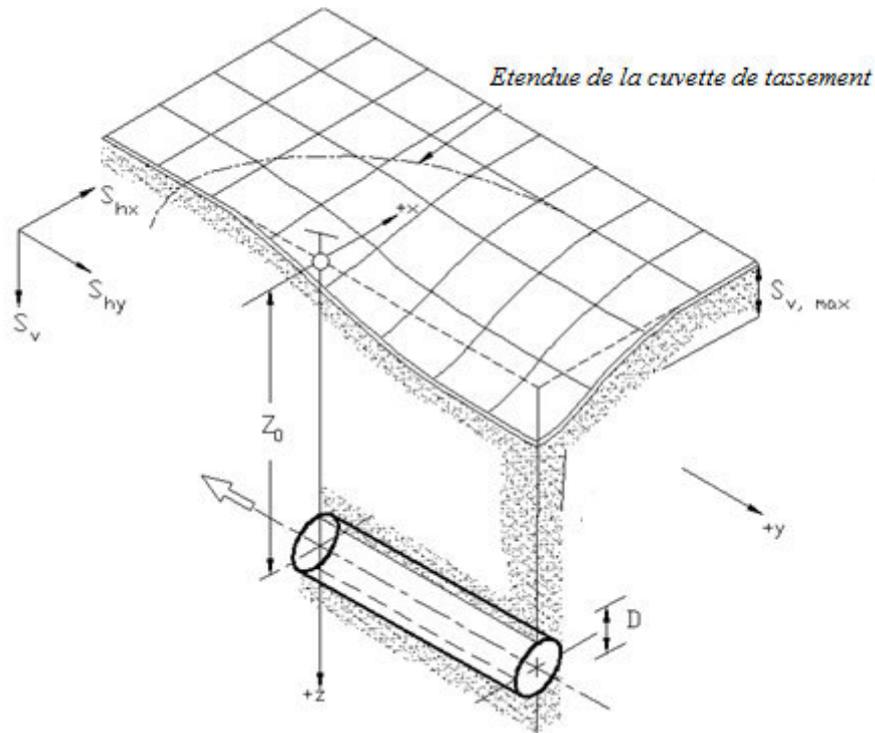


Fig. II.1 Géométrie de la cuvette de tassement de Gauss.

Système de coordonnées :

- x – Distance de la ligne axiale du tunnel dans la direction transversale ;
- y – Coordonnée, dirigée le long de l'axe du tunnel ;
- z – Distance comptée à partir de la surface initiale du terrain ;

Déplacements :

- S_v – Déplacement vertical ;
- S_{hx} et S_{hy} – Déplacements horizontaux dans la direction transversale et celle longitudinale successivement.

Tassement du sol en surface :

Les déplacements verticaux, se produisent non seulement juste au-dessus du tunnel, mais s'étendent au-delà de ses limites et affectent une certaine région. Ces déplacements forment une surface courbe symétrique appelée cuvette de tassement. Le savant Américain Peck a proposé en 1969 [10] un travail décrivant mathématiquement la courbe produite par une coupe transversale de la cuvette de tassement au moyen de la fonction erreur de Gauss. Depuis lors, cette simple description mathématique s'utilisait et s'utilise actuellement de façon large dans beaucoup de pays du monde.

Selon cette démarche, le tassement vertical dans une section transversale peut être exprimé par :

$$S_v(x) = S_{v,max} \text{Exp} \left(\frac{-x^2}{2L_x^2} \right) \quad (\text{II. 1})$$

Ou : $S_{v,max}$ - Tassement maximal au-dessus de la ligne axiale du tunnel ;

L_x - Paramètre caractérisant la largeur de la cuvette.

Une cuvette transversale typique est représentée par la figure ci-dessous.

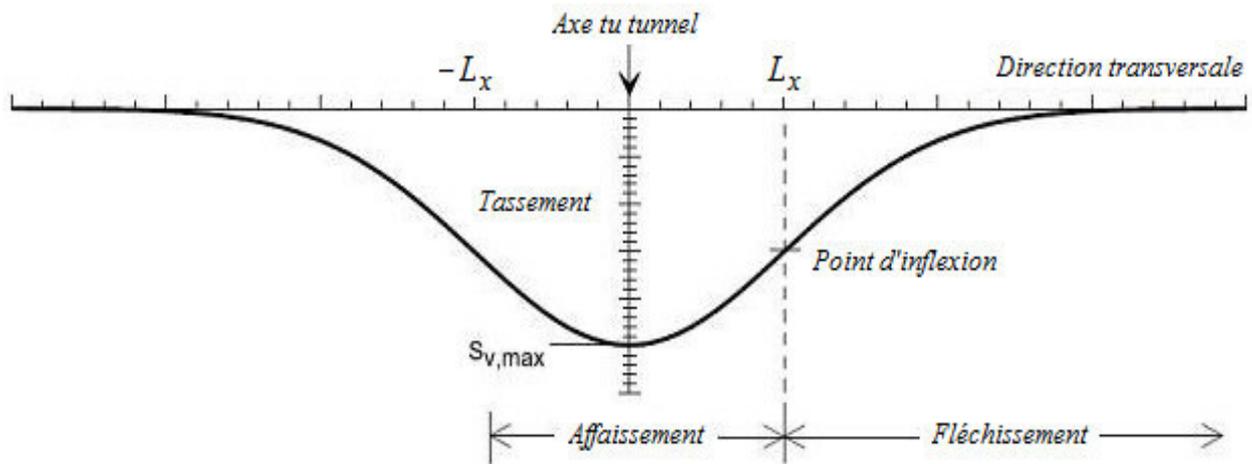
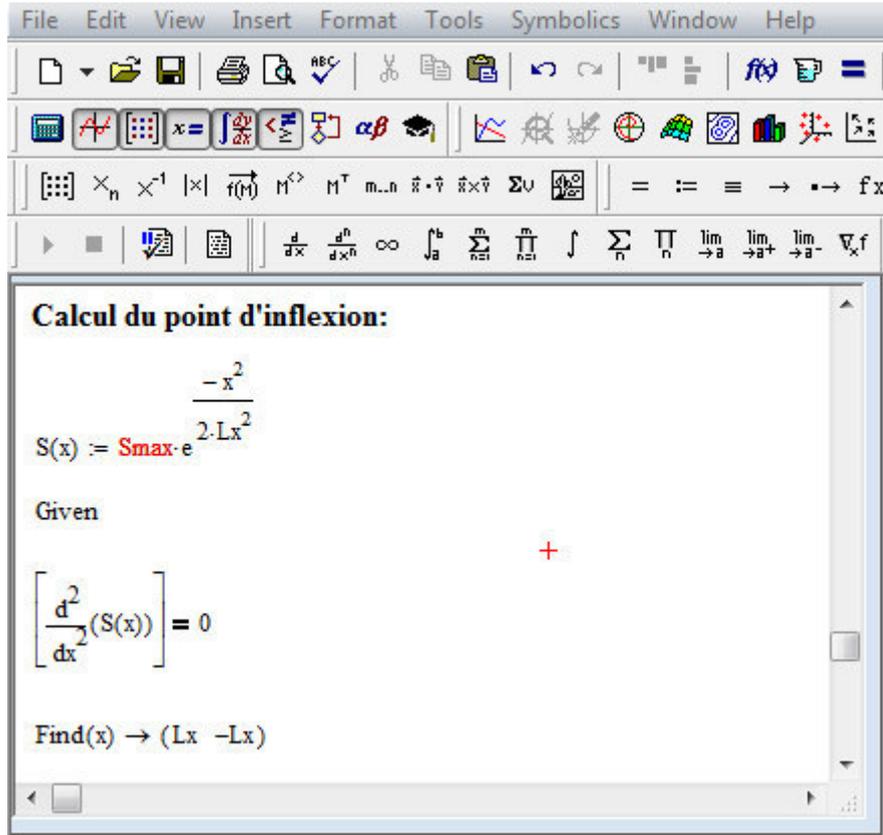


Fig. II.2. Courbe de la cuvette de tassement dans la direction transversale

Il est intéressant de noter ici que la courbe de la cuvette de tassement possède une pente maximale au point d'inflexion, qui est situé à une distance L_x de la ligne axiale du tunnel. Ce point est considéré comme un paramètre critique pour la formulation des critères de déformation des constructions. La position du point d'inflexion sépare la zone d'affaissement de celle de fléchissement comme le montre la Figure (II.2).



Alors, les abscisses des points d'inflexion comme le montre la fenêtre ci-dessus du logiciel de calcul symbolique Mathcad est :

$$x = \pm L_x.$$

Après l'excavation, les parois de la cavité se déforment et génèrent des mouvements de sol qui ont tendance à se déplacer vers le tunnel, de sorte que celui-ci tend à se refermer. La perte de volume V_t représente la différence entre le volume initial et le volume de sol après déformation. Pour le cas simple des déplacements symétriques par rapport à l'axe du tunnel les déplacements en surface possèdent des composantes verticales qui sont les tassements et des composantes horizontales. Dans un plan transversal, le volume comprenant l'aire entre la surface du massif dans l'état initial et la surface déformée ou le volume de la cuvette de tassement, sur une unité de longueur du tunnel, peut être déterminé par la formule de Peck résultant de l'intégration de la fonction erreur de Gauss :

$$V_s(x) = \int_{-\infty}^{\infty} S_v dx = \sqrt{2\pi} L_x S_{v,max} \quad (II. 2)$$

V_s – Volume de la cuvette de tassement par unité de longueur.

O'Reilly & New (1982) [16] ont montré que les composantes horizontales des déplacements en surface dans la direction transversale peuvent également être obtenues à partir des équations présentées ci-dessus, en prenant en considération que, les vecteurs des déplacements sont dirigés vers le centre du tunnel. Ces composantes horizontales des déplacements peuvent être déterminées par la formule suivante :

$$S_{hx}(x) = -\frac{xS_v(x)}{z_0} \quad (\text{II. 3})$$

Les courbes des déplacements horizontaux, de la cuvette de tassement et des contraintes horizontales perpendiculaires à l'axe du tunnel sont présentées sur la Figure (II.3). Il faut noter que les déplacements horizontaux maximaux apparaissent au point d'inflexion. Les expressions des déformations sont obtenues par dérivation de celles des déplacements horizontaux par rapport à x :

$$\varepsilon_{hx}(x) = \frac{S_v(x)}{z_0} \left(\frac{x^2}{L_x^2} - 1 \right) \quad (\text{II. 4})$$

Ces courbes montrent que lors du creusement d'un tunnel, dans les couches superficielles du sol, des contraintes de traction et de compression se produisent et qui doivent être prises en compte durant l'évaluation de l'influence ou l'impact sur les constructions situées le long du tunnel en construction.

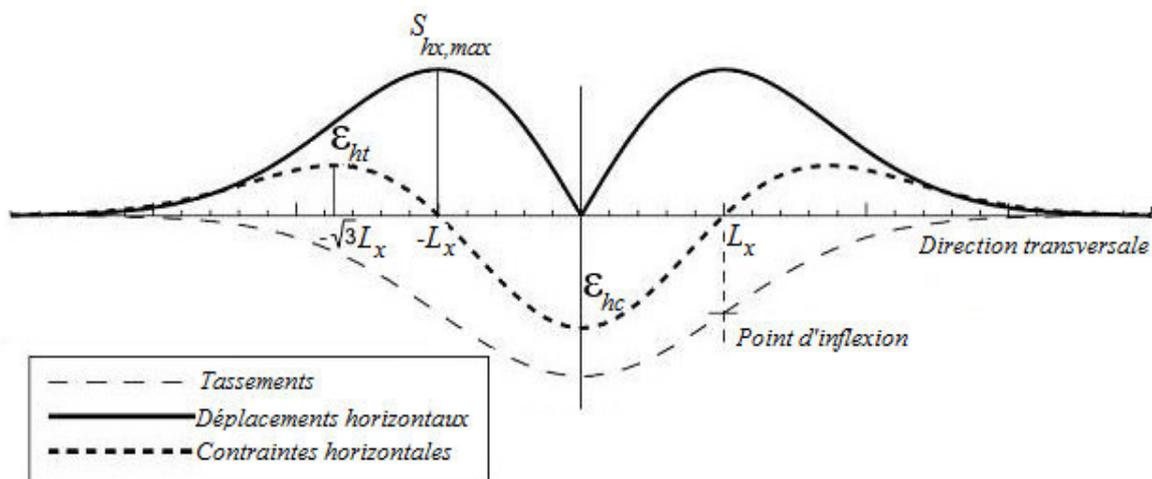


Fig. II.3. . Graphiques de la cuvette de tassement, des déplacements horizontaux en surface et des contraintes dans la direction perpendiculaire à l'axe du tunnel.

Sur la fig. (II.3), il est clair d'observer une zone de compression située entre deux points d'inflexion. En dehors de ces points, il n'y a que des contraintes de traction. Les valeurs maximales des déformations en compression ε_{hc} et en traction ε_{ht} apparaissent aux points d'abscisse $x = 0$ et $x = \sqrt{3}L_x$ successivement. La figure (II.3). Montre clairement que la zone se trouvant entre les points de flexion est une zone de compression.

3. Méthodes analytiques :

Dans la littérature on se sert de différents modèles des sols afin de déterminer les tassements de la surface du sol sous forme analytique. Ces modèles sont basés essentiellement sur la théorie d'élasticité. Pour les tunnels profonds, dans certains cas, on utilise des solutions obtenues sur la base de l'étude des milieux infinis. Le plus souvent, les solutions les plus couramment utilisées sont celles des problèmes plans d'élasticité et précisément celles du problème de la déformation plane.

3.1.Cas de tunnels circulaires profonds :

Park, K.H. a publié un article en 2005 [8], dans lequel il présente une solution analytique du problème d'évaluation des tassements dus au creusement de tunnels dans des sols argileux. Dans le cas des tunnels profonds, pour déterminer les déplacements de la surface du sol, il utilise la solution de Timochenko et Goodier (1970) [11] résultant de l'étude d'un plan infini. Elle est basée sur l'utilisation de l'expression suivante de la fonction d'Airy :

$$\varphi(r) = Ar^2 + B \ln r \quad (\text{II. 5})$$

Ou A et B sont des constantes qui se déterminent au moyen des conditions aux limites.

Les contraintes et les déformations pour un tunnel circulaire suffisamment profond peuvent être déterminées par les formules suivantes :

$$\sigma_{rr} = 2A + Br^{-2} \quad (\text{II. 6})$$

$$\sigma_{\theta} = 2A - Br^{-2} \quad (\text{II. 7})$$

$$2\mu\mu_r = -Br^{-1} \quad (\text{II. 8})$$

$$\tau_{r\theta} = u_{\theta} = 0 \quad (\text{II. 9})$$

Ou μ - Module de cisaillement.

Les conditions aux limites sont données sous forme de déplacements uniformes radiaux u_0 comme le montre la Fig. (II.4).

$$u_r = -u_0 \quad \text{pour } r = a \quad (\text{II. 13})$$

Dans ces conditions on obtient la formule suivante pour la détermination de la constante B :

$$B = 2\mu\mu_0 a \quad (\text{II. 14})$$

Les tassements et les déplacements horizontaux s'expriment par les relations suivantes :

$$u_x = -\varepsilon a^2 \frac{x}{r^2} \quad (\text{II. 15})$$

$$u_z = -\varepsilon a^2 \left(\frac{z-H}{r^2} \right) \quad (\text{II. 16})$$

Où ($\varepsilon = u_0/a$)- La mesure radiale uniforme du sol perdu ;

a - Rayon du tunnel,

H - Profondeur du tunnel.

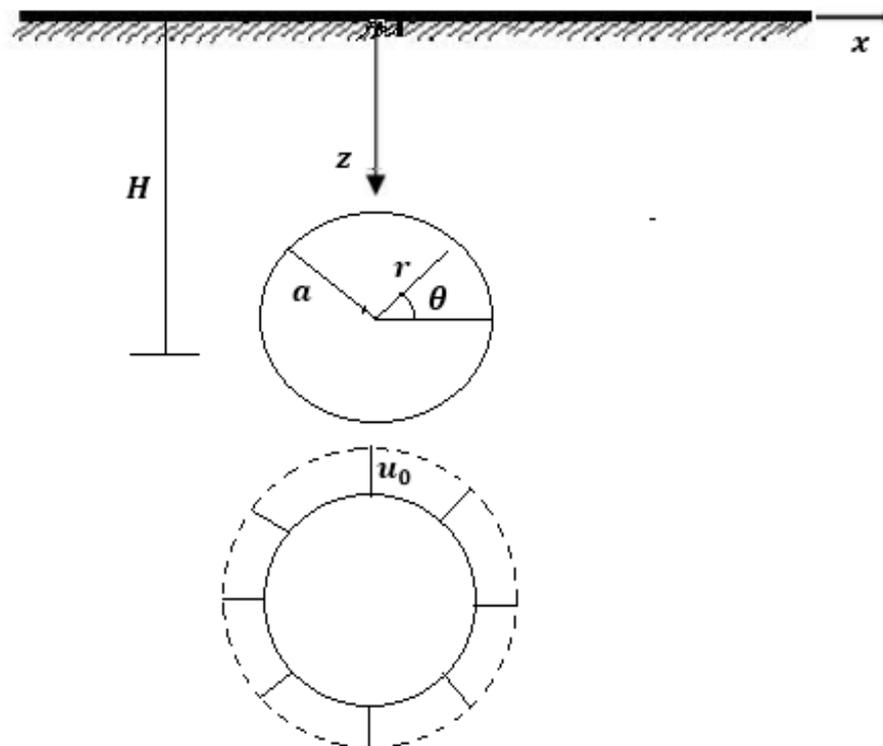


Fig. II.4. Conditions aux limites en termes de déplacements

4. Méthodes numériques :

Parmi les méthodes numériques de discrétisation des problèmes mathématiques continus en général et des problèmes géotechniques en particulier, les plus utilisées, il convient de citer la méthode des éléments finis et celle des différences finies. La méthode des éléments finis présente l'avantage de prendre en compte directement la réponse du terrain et du soutènement et l'avantage d'être automatisable, ainsi que d'une grande partie des spécificités du projet tant sur le plan géométrique que géotechnique. Son utilisation a pris une ampleur considérable au cours des dernières années, aussi bien pour des fins de recherche que pour des applications pratiques. Toutefois, des progrès restent nécessaires pour améliorer les moyens de représenter, dans le calcul, les particularités de comportement des terrains et les modes de changements induits par des méthodes de réalisation particulières. Compte tenu de la géométrie du problème, et notamment de la présence du front de taille, l'analyse du creusement d'un tunnel nécessite, en toute rigueur, la mise en œuvre de calculs tridimensionnels. Ce type d'étude présente toutefois certaines difficultés, qui tiennent tant de la complexité des opérations que des temps de calcul nécessaires. Les progrès réalisés au cours des dernières années, en matière de moyens de calcul, rendent possibles des analyses tridimensionnelles suffisamment complexes, mais le temps de calcul nécessaire et les coûts qui en résultent restent importants.

Par ailleurs la préparation du maillage et l'analyse des résultats nécessitent des logiciels auxiliaires de haute performance à savoir les préprocesseurs et les post-processeurs. Pour ces raisons, les modèles tridimensionnels sont encore peu employés dans la pratique, si ce n'est à des fins de recherche, ou pour étudier des problèmes particuliers. Dans la plupart des cas, on effectue plutôt des calculs bidimensionnels. La méthode des éléments finis est implémentée dans divers logiciels. Pour le calcul des structures souterraines, PLAXIS est le logiciel le plus souvent utilisé. En outre, pour l'implémentation des algorithmes personnels, les ingénieurs appliquent largement d'autres logiciels comme MATLAB et MathCAD.

5. Conclusion :

L'analyse des travaux de recherche de la littérature montre que les méthodes empiriques et analytiques basés sur les modèles des espaces élastiques sont largement utilisées pour évaluer le tassement en surface durant le creusement des tunnels. Les méthodes empiriques permettent de déterminer rapidement et avec une précision suffisante les paramètres de la cuvette de tassement. L'inconvénient des méthodes et des formules empiriques est le domaine limité de leur application, ces méthodes ne permettent pas de prendre en compte dans les calculs, des facteurs tels que les caractéristiques physico-mécaniques des roches et les particularités des conditions techniques et géologiques.

Les méthodes analytiques permettent également d'évaluer rapidement et de manière suffisamment précise les tassements du sol en surface lorsqu'un tunnel est creusé dans des sols argileux ou des roches tendres, dans les cas où, les déformations plastiques au voisinage de l'excavation sont faibles. Elles permettent d'obtenir la répartition des contraintes et des déplacements du sol à différentes profondeurs pour de différents sols.



Chapitre III

Réalisation d'un tunnel de métro



1. Introduction :

Alors que L'agglomération urbaine d'Alger se densifie de plus en plus, la réalisation des extensions de métro est devenue un enjeu prioritaire dans le cadre de la politique de développement des transports en commun. Pour des raisons essentiellement fonctionnelles et économiques ces ouvrages sont généralement creusés à faible profondeur dans des terrains meubles.

2. Techniques de pré-soutènement :

La réalisation d'un tunnel pose à l'ingénieur un certain nombre de problèmes, parmi lesquels il y a le problème de la stabilité du terrain pendant les travaux de creusement (notamment au front de taille), du type de soutènement à mettre en œuvre pour garantir la tenue des parois et de l'estimation des tassements susceptibles d'être induits en surface. De différents outils de calcul ont été développés pour étudier chacun de ces aspects.

Un des systèmes de pré-soutènement les plus connus est celui qui utilise des techniques basés sur des boulonnages au front de taille et des voûtes parapluie. Des études sur les effets de ces deux types de renforcement ont été étudiées et analysées par de différents auteurs dont quelques exemples seront présentés dans les paragraphes suivants.

2.1. Réalisation d'une voûte-parapluie :

De manière générale, chaque neuf mètres, l'avancement du front s'arrête afin d'effectuer un nouveau cycle de pré-soutènement et pouvoir ensuite recommencer l'excavation sous une nouvelle voûte.

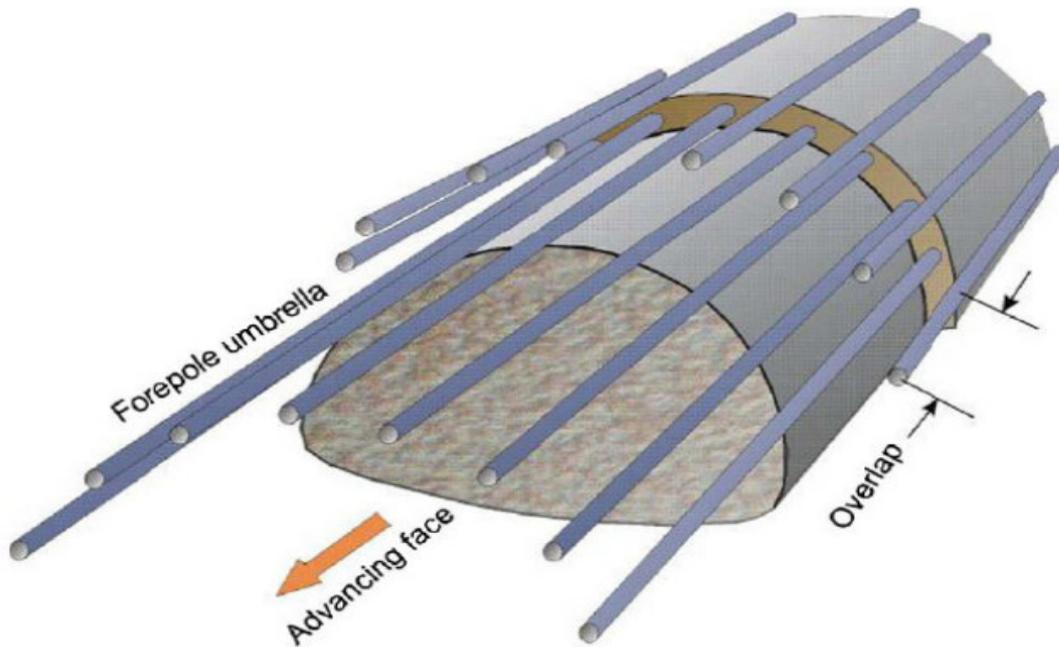


Fig. III.1 Pré-soutènement par voûte parapluie



Fig. III.2 Ensemble de tubes de la voûte parapluie

Les voûtes parapluies ont pour objectifs essentiels :

- Soutènement du tunnel au front.
- Répartition des charges dans le sens longitudinal.
- Confortement du terrain au-devant du front par injection de mortier.
- Limitation des affaissements grâce au confortement du terrain et à la répartition des charges.
- Confortement et drainage possible à l'aide de tubes non-injectés.

Généralement, la base des voûtes parapluies est renforcée latéralement par des micropieux [18].

2.2. Renforcement du front de taille par des boulons :

Le renforcement s'effectue avec des boulons front de taille en fibre de verre sur une longueur qui varie de 8 à 18 m. Il y a deux types de boulons qui sont couramment utilisés, le choix de chaque boulon dépend de la nature du terrain creusé. Généralement on rencontre des tubes pétroliers D 89/70 ou auto-foreurs D 51/33. L'espacement des boulons front de taille varie selon les caractéristiques des sols, mais en général se trouve entre 50 et 70 cm. Le scellement des boulons se fait avec du coulis ou à de la résine.

Les boulons en acier s'adoptent dans les terrains qui posent des problèmes d'enfilage des éléments (resserrement des trous) (Fig.II.3). Un renouvellement du boulonnage au front se fait tous les 4.5 m. il permet de réduire le déconfinement du noyau en augmentant les caractéristiques de résistance et de déformabilité du massif à l'avant du front. Le phénomène d'extrusion est significativement réduit et par conséquent l'évolution des mouvements du sol vers la surface également [6].



Fig. III.3 Enfilage d'un boulon en fibre de verre

2.3. Excavation et mise en place du soutènement :

Après avoir réalisé les phases de mise en place des voute parapluie et des boulons en fibre de verre, La troisième phase consiste en l'excavation du massif à l'aide d'une pelle fraise ou d'un brise roche hydraulique en présence de terrains plus durs. En général, la passe d'excavation s'effectue périodiquement sur une distance de 1,5 m. Pendant cette phase, les boulons au front se détruisent sur la longueur de la passe.

Après l'excavation, un certain nombre de travaux doivent être réalisés :

- Mise en place d'une couche de 5 cm de béton fibré en voûte avec un robot projecteur ;
- Réalisation des drains au front ;
- Confinement du front de taille par une couche de 8 à 15 cm de béton fibré.
- Des cintres HEB 180 sont ensuite posés et fixés sur le contour de l'excavation et une coque en béton projeté fibré de 20 cm d'épaisseur minimale est réalisée par la suite.



Fig. III.4 Pose et réglage des cintres

Le profil présenté ci-dessous comprend tous les éléments courants de pré-soutènement du front de taille :

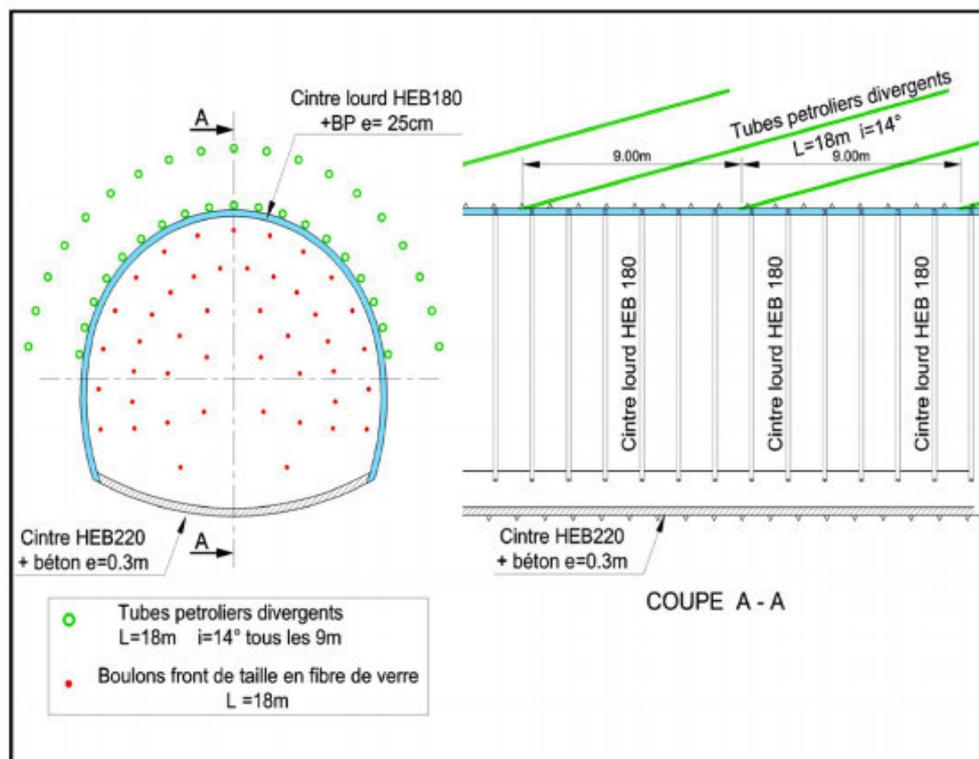


Fig. III.5. Profil de soutènement [6].

Enfin, selon le type de soutènement prévu (profil fermé ou non), deux configurations sont possibles :

- Terrassement du radier, pose du contre cintre HEB 220 et couche de béton armé (30 cm d'épaisseur) ;
- Réalisation d'une couche de roulement en béton (15 cm).

3. Pilotage du chantier :

La réalisation d'un tunnel provoque un changement de l'équilibre des contraintes dans le milieu creusé. Par ailleurs, en cas de tunnels, comme celui du Métro d'Alger, creusés à faible profondeur, les déformations produites se répercutent jusqu'en surface ou apparaît une cuvette de tassement tridimensionnelle, qui pourrait engendrer des tassements différentiels des fondations des ouvrages existants. Afin d'éviter des désordres aux ouvrages, ces tassements doivent être limités [6].

Pour cette raison, sur le chantier de Métro d'Alger, la mise en place d'un système d'auscultation de surface et du bâti a été prévu ainsi qu'un suivi régulier des déformations en tunnel (convergence et extrusion du front). Aussi, le suivi des déformations est principalement destiné à la prévision des tassements en surface.

3.1. Dispositifs à mettre en place et fréquence des mesures à effectuer :

Le type, le nombre et l'implantation des différents dispositifs de surveillance à mettre en place, qu'il s'agisse de ceux à l'intérieur des fouilles ou dans les immeubles se trouvant à proximité sont déterminés en fonction des caractéristiques géométriques, du type et de l'importance des déplacements attendus, ainsi que du modèle géologique et géotechnique en présence [18].

3.2. Tassement en surface :

Les tassements en surface sont déterminés avec des repères de nivellement et/ou des tiges de mesures conventionnelles. Les repères de nivellement sont constitués de barres en acier de 1 mètre de longueur ancrés dans des structures indéformables attachés à une plaque métallique de 25x25 centimètres, le sommet est équipé d'une calotte sphérique qui sert d'appui pour la mise. (fig.III.7) [18].

Les étapes d'excavation et de soutènement doivent être suivies avec précaution non pas seulement en s'appuyant sur les plans d'exécution mais aussi en faisant une observation permanente in situ pour éviter toute anomalie, qu'il s'agit d'un imprévu géotechnique ou de qualité de réalisation, puisque une erreur peut induire un effondrement en bloc des terrains se trouvant au-dessus du tunnel.

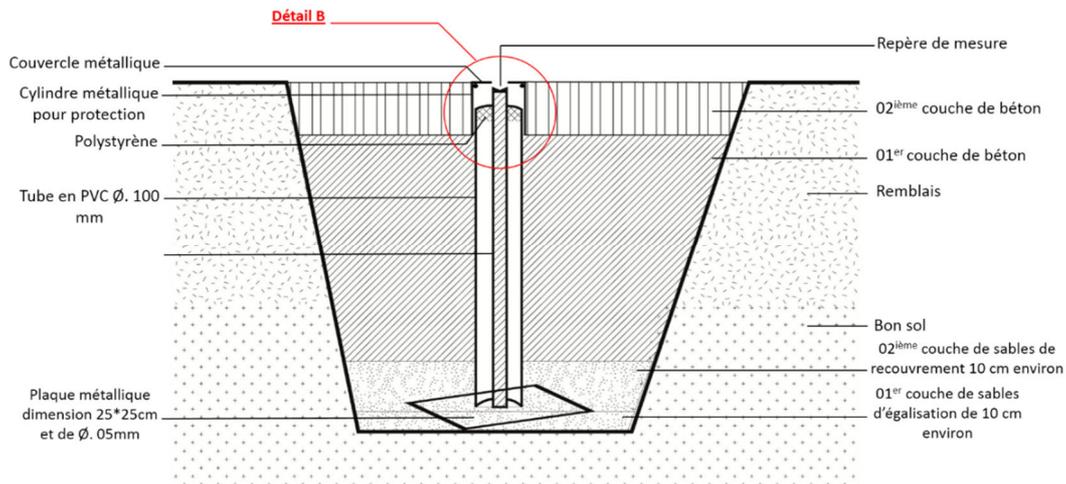


Fig. III.6. Dispositif de mesure des tassements en surface



Fig. III.7. Mise en place d'un repère de mesure de tassement en surface

4. Réalisation d'un métro :

Cette partie est réservée à la présentation d'un résumé des connaissances pratiques acquises durant la période de mon stage au sein de l'entreprise COSIDER. Ces connaissances concernent les étapes principales de réalisation d'un tunnel de Métro.

4.1. Présentation du projet du métro d'Alger :

Dans le cadre de l'extension du réseau du métropolitain, l'Entreprise du métro d'Alger a projeté la réalisation d'un tronçon liant les deux localités El Harrach centre et l'Aéroport. Il s'agit d'une ligne d'environ 9.57 Km.

La réalisation du réseau de ce métro a été lancée, de façon effective, en 1980. La ligne N°1 s'étendait de Hai-Badr à la Grande poste sur une distance de 9.5 Km, suivie de deux extensions, une reliant el Harrach centre d'une longueur de 4 km et mise en service le 04/07/2015, et une seconde composée de deux sections, reliant respectivement Place des Martyrs (longueur de 1.7 Km) et Ain Naadja (longueur de 3 Km).

Deux autres extensions sont en cours de réalisation à savoir la section E reliant El Harrach centre et l'aéroport international, d'une longueur de 9.57 Km, et la section C vers Baraki, lancée en 2015 d'une longueur de 6 Km. La mise en service est prévue pour la fin de 2022.

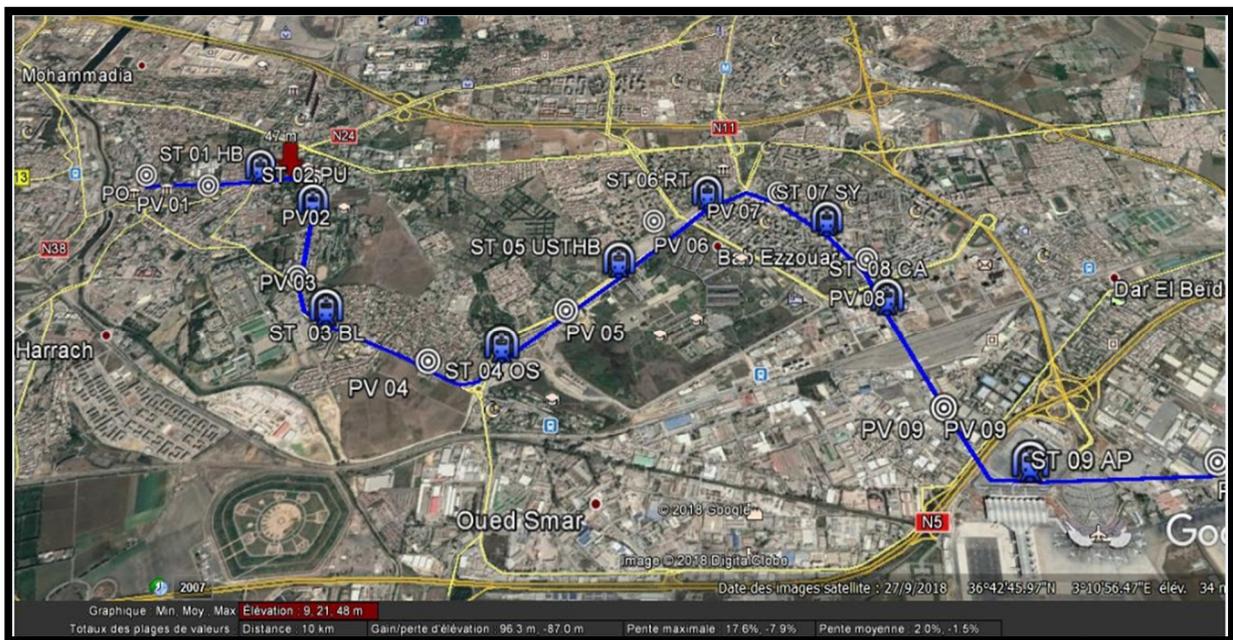


Fig. III.8. Tracé du tronçon d'El Harrach- Aéroport du métro d'Alger.

4.2. Structure du Métro d'Alger :

Les lignes du Métro d'Alger se composent de façon générale des éléments principaux suivants :

- Stations ;
- Puits de ventilation ;
- Rameaux de connexion ;
- Tunnels.

4.2.1. Stations :

Les stations de métro sont construites dans un ordre de construction conventionnel à ciel ouvert, et avec deux types de soutènement différents, le premier type à paroi moulée et le second aux pieux forés à contreforts ancrés.

La méthode utilisée pour l'exécution du génie civil des stations par une méthode inédite dite TOP-DOWN, permettant ainsi au tunnelier de creuser dans les espaces des stations sans aucune entrave ou problème d'enchaînement de tâches [20], contrairement à la méthode à ciel ouvert qui consiste, en premier lieu, à entamer les travaux à réaliser depuis la surface, ensuite passer en sous œuvre (Dalles et parois) pour exécuter enfin les travaux du fond de la station et le radier.

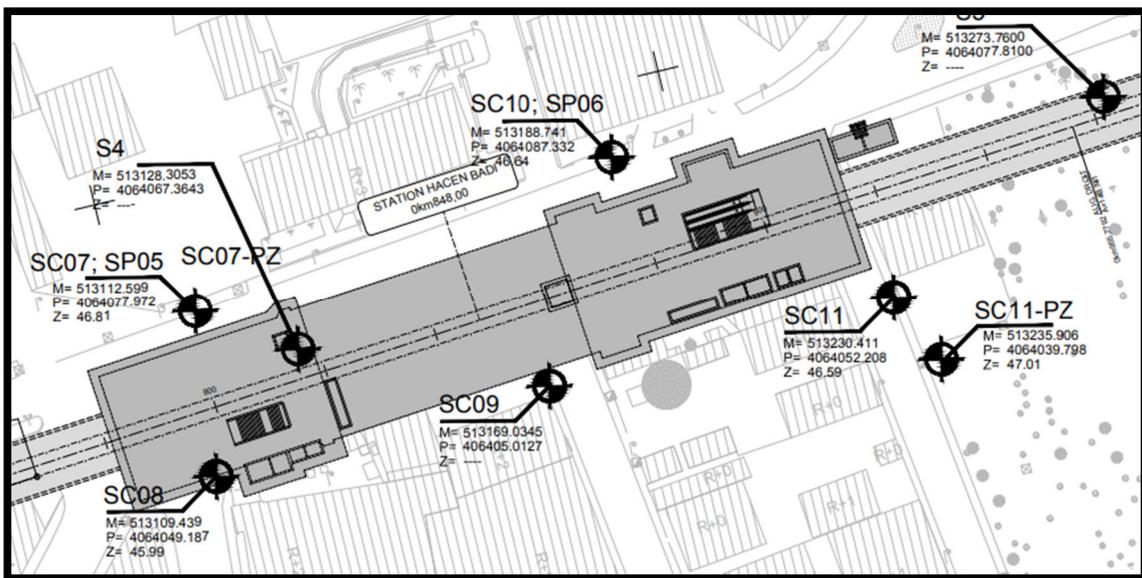


Fig. III.9. Vue en plan d'une station

a. Phases de réalisation d'une station :

- Réalisation du muret guide.
- Réalisation de la paroi moulée.
- Exécution des pieux forés de diamètre 800 mm.
- Excavation jusqu'au niveau de la poutre de couronnement et stabilisation du talus.
- Exécution de la poutre de couronnement.
- Pose des butons à chaque niveau.
- Réalisation des murs.
- Réalisation de la dalle R-1.
- Réalisation du radier.
- Démontage des butons des niveaux.
- Réalisation de la dalle R-1
- Réalisation de la dalle R-0 au niveau 12.77 m à partir du radier.

- Passage du tunnelier.
- Réalisation de la dalle R-2.
- Réalisation des dalles des quais.

Dans ce qui suit, nous présentons quelques phases principales successives de réalisation d'une station de Métro :

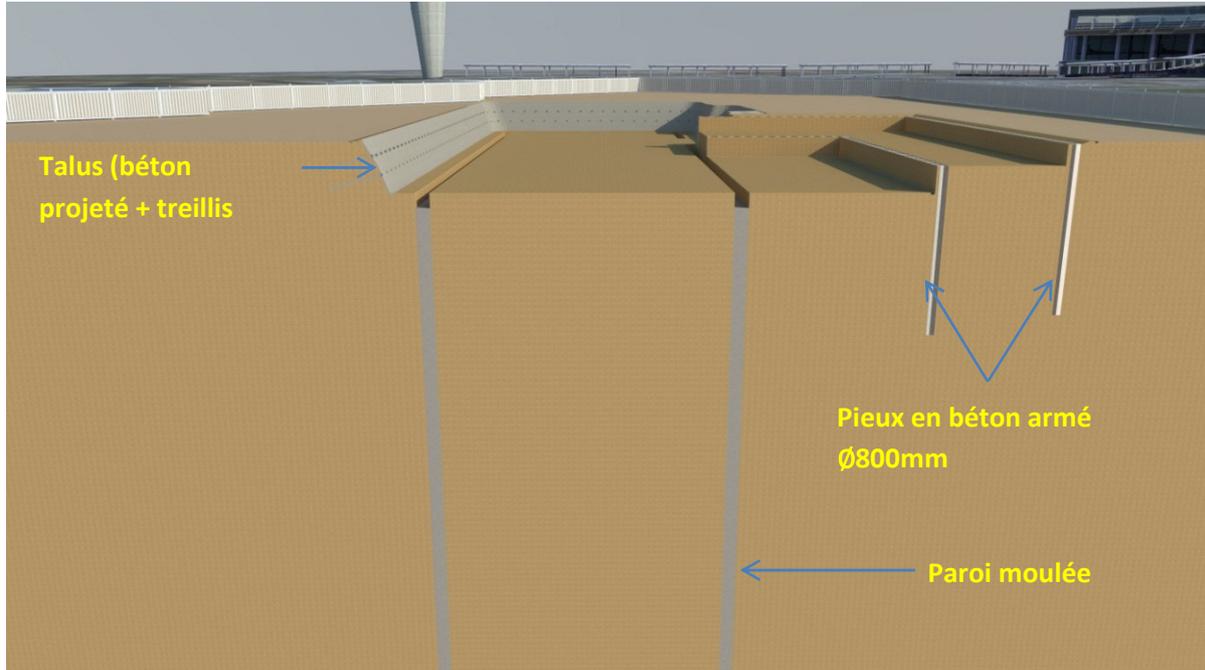


Fig. III.10. Phase 1

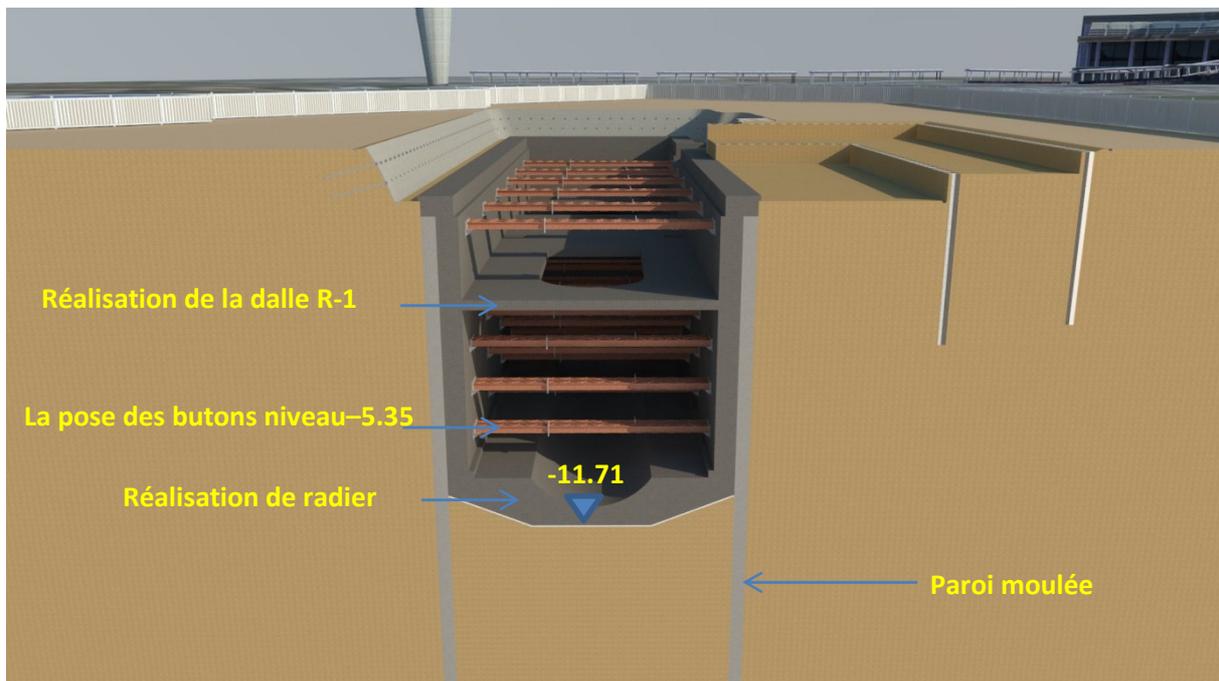


Fig.III.11. Phase 2

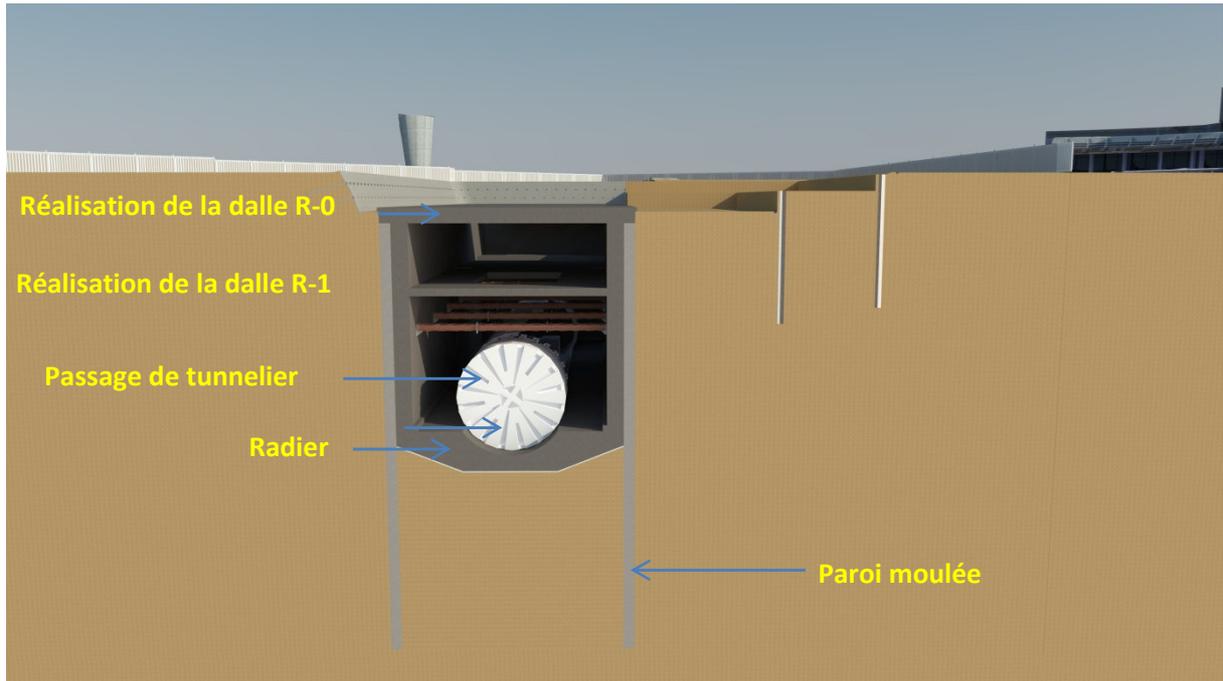


Fig. III.12. Phase 3

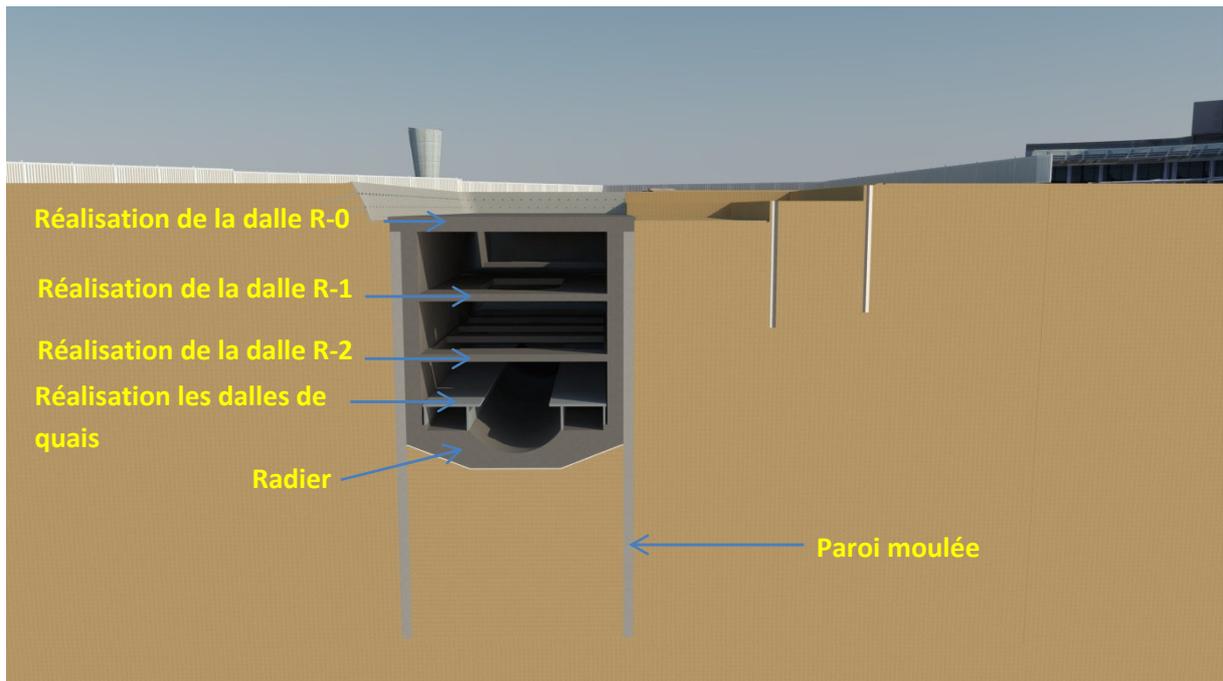


Fig.III.13. Phase 4



Fig. III.14. Parois d'une station en cour de la réalisation

b. Ouvrages annexes de la station :

Les ouvrages annexes tels que les sorties des escaliers, les cheminées d'aération et les lumidômes en entonnoir seront construits en même temps que l'étage supérieur. De plus, les quais et les escaliers peuvent être construits, tronçon par tronçon, dans la station recouverte [18].

4.2.2. Puits de ventilation :

Un puits de ventilation est considéré comme étant une structure annexe du métro, en plus d'être un puits d'attaque et d'exploitation à la ventilation du métro. Les puits qui sont de forme circulaires sont réalisés par des pieux forés de 250 mm de diamètre avec un espacement égal à 600 mm et des murs de soutènement constitués par des éléments de la paroi moulée continuée de 1200 mm d'épaisseur. Cette dernière est exécutée à la moyenne d'une hydro-fraise. Les pieux sont réalisés par extraction du sol à l'aide d'une foreuse, puis par mise en place d'une cage d'armatures et d'un bétonnage de l'excavation. Un puits de ventilation est généralement composé :

- D'un puits,
- D'une caverne qui est un espace prévu pour accueillir l'équipement de ventilation, aussi appelée salle de ventilation SV.

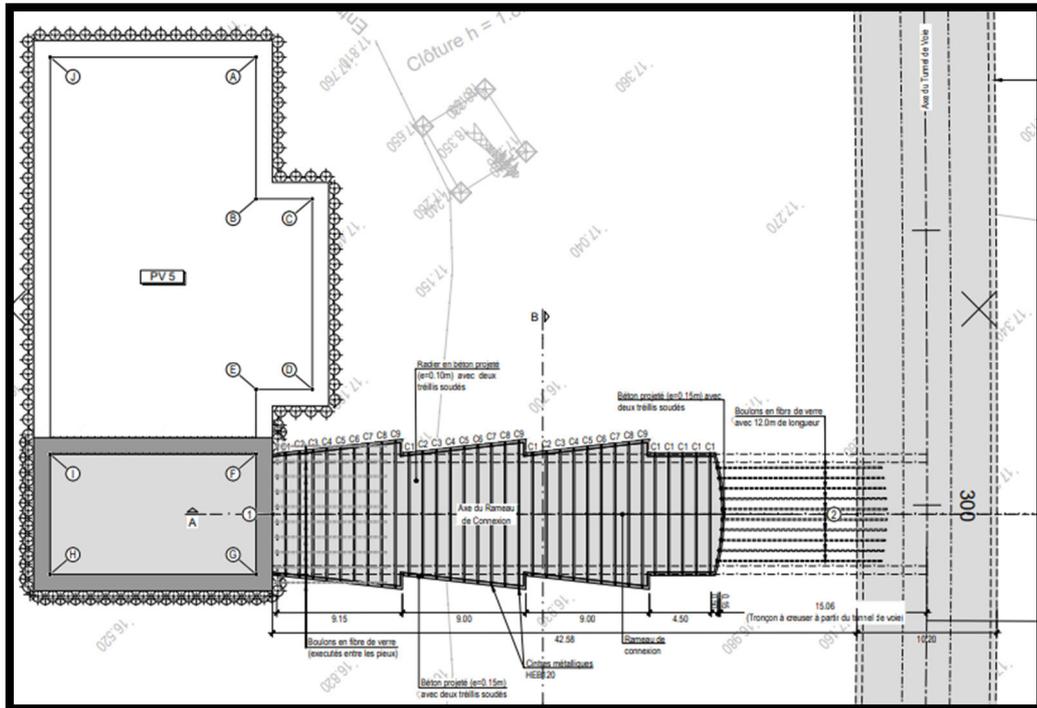


Fig. III.15. Vue en plan d'un puits de ventilation

a. Phases de réalisation d'un puits de ventilation :

Le creusement commence par le percement d'un puits de ventilation à ciel ouvert qu'est considéré comme puits d'attaque après la mise en place de la poutre de couronnement, les phases d'exécution sont comme suit [18] :

- Exécution de mur de soutènement en paroi moulée.
- Construction de la dalle de couverture.
- Excavation jusqu'au 1^{er} niveau et construction de la dalle intermédiaire.
- Excavation jusqu'au 2^{ème} niveau et installation d'un niveau d'étalement temporaires en acier.
- Excavation jusqu'au 3^{ème} niveau et construction de la dalle du fond.
- Enlèvement de niveau de l'étagage.

4.2.3. Rameau de connexion :

Le rameau de connexion est un court tunnel de longueur variant de 100 à 180 m. Il établit la liaison entre le puits vertical et le tunnel de voie (tunnel principal). L'excavation souterraine associée à la matérialisation de ce tunnel est réalisée selon la méthode traditionnelle de creusement des tunnels, appelée «New Australian Tunneling Method» (NATM).

- Technique du Jet-grouting : est un procédé de construction utilisant un jet de fluide à haute énergie cinétique pour déstructurer un terrain et le mélanger avec un coulis liquide. Il ne s'agit donc pas exactement d'une technique d'injection, mais plutôt d'un procédé de mélange hydrodynamique terrain-coulis visant à former un « béton de sol » in situ dans la masse du terrain, cela peut être réalisé à l'aide d'une machine spéciale (Voir Fig.)[18].



Fig.III.18. Machine de Jet-grouting.

b. Phasage des travaux :

Le phasage exécutif est défini selon les conditions géologiques et géotechniques rencontrées. Les étapes principales de réalisation d'un rameau de connexion peuvent être résumées en ce qui suit [19] :

- Exécution de la fouille du puits de ventilation.
- Exécution des enfilages en tube métallique (L=12,0 m) pour la protection de la voute au fur et à mesure de l'excavation du puits ;
- Démolition soigneuse des pieux dans la zone d'ouverture pour l'exécution du rameau de connexion ;
- Excavation tronconique et installation séquentielle des cintres HEB et du soutènement provisoire (treillis à souder + béton projeté).
- Excavation en section totale du rameau en matérialisant une banquette centrale par des avancées séquentielles de 1.00 m et Exécution des enfilages en tube métallique de 12 m longueur et d'éventuels traitements de front ;
- Traitement du front final d'excavation avec des boulons en fibre de verre et une paroi de béton projeté ;
- Excavation du radier provisoire dans une extension minimale de 3 m tous les fois qu'on achève un tronçon d'excavation.

- Éventuelle exécution du revêtement définitif de la zone creusée ;
- L'installation du soutènement provisoire de la partie restante du rameau de connexion s'effectue du côté du tunnel de voie après le passage du tunnelier ;
- Réalisation du revêtement définitif du rameau de connexion.



Fig. III.19. Mise en place des renforcements et des cintres métalliques.

c. Etanchéité du tunnel :

Pour la voute du rameau, la chape d'étanchéité est composée de deux couches de géotextile et une couche en membrane à base de polyéthylène (PE).

d. Exécution du revêtement définitif :

Les radiers et les voûtes sont bétonnés en sections de 10 m de longueur. Le revêtement définitif est exécuté en béton de type C40/50 ou C30/37. Le béton est fabriqué dans des centrales à béton et transporté sur le chantier dans des camions malaxeurs.

Après le bétonnage de la voûte, une injection de contact pour remplir les vides éventuels entre le béton du revêtement définitif et celui du revêtement initial sera effectuée dans la clé de voûte, dès qu'une résistance suffisante du béton sera atteinte entre le revêtement initial et le revêtement définitif.

4.2.4. Réalisation du tunnel principal par la méthode TBM :

Le tronçon El Harrach – Aéroport international de diamètre 10 m, fait extension du métro d'Alger. Son creusement sera effectué selon la méthode de construction à bouclier avec un tunnelier, entre le PK 0+0.000 et PK 9+564.80.

Le tunnelier est un engin destiné à creuser de tunnels souterrains. Il réunit tout le nécessaire à la construction automatique de tunnels dans des conditions optimales.

Chaque tunnelier se compose de quatre parties : le bouclier garantit l'étanchéité, la roue de coupe assure le forage, la jupe permet de poser la paroi définitive du tunnel et le train suiveur assure le pilotage.

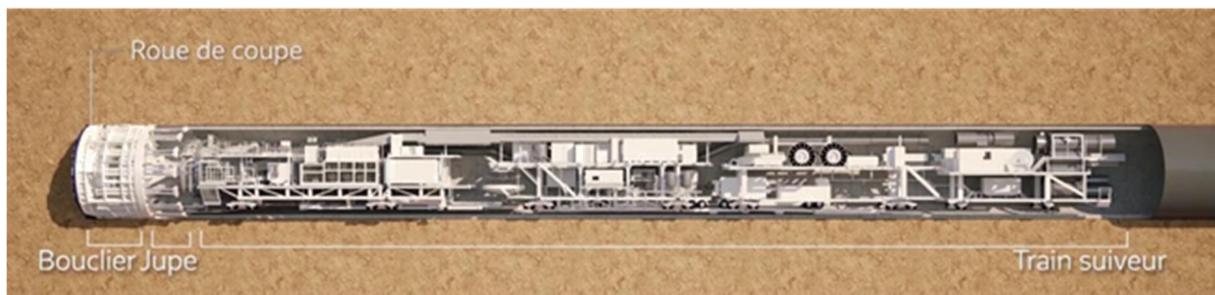


Fig. III.20. Eléments principaux d'un tunnelier [20].

a. Phases de construction par tunnelier :

Les principales étapes de construction d'un tunnelier par la méthode TBM peuvent être résumées en ce qui suit :

- **Excavation du terrain :** découpage du sol dans la chambre d'abattage à l'aide d'une roue de coupe qui est munie de différents types d'outils selon le type du sol.



Fig. I11.17. Tête de coupe et bouclier d'un tunnelier, [21]

- **Avancement du tunnelier dans le sol** : il s'effectue à l'aide de vérins qui s'appuient contre les voussoirs déjà installés pour pousser la tête du tunnelier vers le front de taille.



Fig. III.21. Voussoirs [22]

- **Stabilisation du front de taille par confinement** : elle peut être assurée par de différentes techniques selon le type du sol et du tunnelier utilisé.
- **Evacuation des matériaux excavés** : les déblais sont évacués au moyen d'une vis d'Archimède vers le convoyeur



Fig. III.22. Vis d'Archimède (sert à évacuer les déblais) [20]

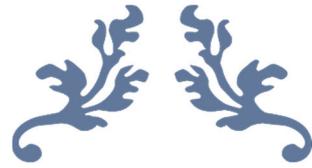
- **Mise en place du revêtement à l'abri de la jupe du tunnelier** : Ce revêtement est généralement constitué de voussoirs préfabriqués en béton armé, boulonnés entre eux, avec joints d'étanchéité entre les voussoirs.
- **Injection des vides annulaires** : elle se fait par un mortier de bourrage afin d'améliorer la solidité du sol et diminuer le tassement en surface. L'injection doit se réaliser le plus rapidement possible après l'installation des anneaux.

5. Conclusion :

Le stage pratique au niveau de Cosider m'a permis de m'initier à la pratique de réalisation de toutes les composantes d'un Métropolitain à savoir les stations, les puits, les rameaux de connexion et le tunnel principal, ainsi que de différentes techniques et méthodes utilisées fréquemment dans ce domaine.

La partie théorique de ce mémoire, complétée par ce stage pratique, m'ont permis d'acquérir des connaissances très utiles et bénéfiques, une bonne expérience et un perfectionnement scientifique dans le domaine de modélisation, de calcul, d'analyse et de construction des différentes structures d'un Métro. En outre j'ai pris connaissance avec de différents engins et outils destinés au creusement de puits, de rameaux de connexion, de tunnels, et également au revêtement et soutènement de ces structures.

Le tunnelier est une véritable usine souterraine qui occupe une position centrale parmi tous les engins destinés à creuser de tunnels souterrains de façon automatique. Il se distingue par la rapidité, la réduction des tassements en surface, le confort pour les utilisateurs, la minimisation du temps d'exécution, la qualité de réalisation...etc.



Conclusion générale



Conclusion générale :

La dimension longitudinale du tunnel étudié est beaucoup plus grande que les dimensions caractéristiques de la section. Une telle structure, selon les hypothèses de la résistance des matériaux, peut être modélisée par une poutre. L'horizontalité et la rectitude du tunnel considéré permettent d'admettre que cette poutre est soumise à une flexion simple.

La poutre d'Euler- Bernoulli et celle de Timoshenko associés au modèle de sol de Winkler sont à la base de modélisation du comportement mécanique de façon générale et dynamique de façon particulière du tunnel considéré en interaction avec le sol. Le modèle de Timoshenko doit être appliqué dans le cas où les déformations de cisaillement sont importantes ou dans le cas de vibrations mécaniques de hautes fréquences.

Mathématiquement, cette modélisation est exprimée de façon générale par une équation paramétrique aux dérivées partielles. Une solution analytique générale de cette équation est obtenue grâce à l'utilisation de la transformée directe et inverse de Fourier, du théorème fondamentale de l'algèbre linéaire, de la distribution de Dirac, des fonctions analytiques de la variable complexe et du théorème des résidus de Cauchy.

Des solutions analytiques pour des cas particuliers sont obtenues à partir de la solution paramétrique exacte du problème générale. Ces solutions représentent la réponse dynamique, les expressions analytiques des moments fléchissants et des efforts tranchants. Ces dernières peuvent être utilisées en pratique pour effectuer des calculs de résistance et de rigidité des tunnels souterrains rectilignes et horizontaux, en interaction avec un sol de Winkler.

En outre nous avons présenté quelques méthodes empiriques, analytiques, numériques et expérimentales d'évaluation des tassements en surface dus au creusement de tunnels souterrains au moyen d'un tunnelier, ainsi que les techniques pratiques de réduction de ces tassements.

Une partie de la modélisation du chapitre I adapté à l'analyse du comportement mécanique des pipelines à fait l'objet d'une communication au symposium ISHC 8 (The 8th International Symposium on Hydrocarbons and Chemistry).



Références bibliographiques

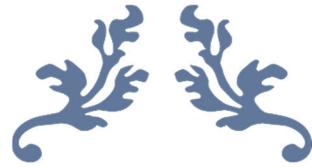


Références bibliographiques :

- [1] Boubnov I.G., RDM appliquée aux constructions navales, (Russe), Rapport Tech., Saint Pétersbourg, 1911.
 - [2] Boubnov I.G., Théorie de la construction du navire, Saint-Pétersbourg, 1914.
 - [3] Duffy, D. G. Transform methods for solving partial differential equations/ D. G. Duffy. Chapman & Hall/CRC.–2004.–713 p.
 - [4] Graff K., Wave Motion in Elastic Solids. Dover, New York, 1975.
 - [5] Hamadache S., Memoire de fin d'étude. Calcul des poutres et plaques sur sol élastique. (Encadré par Mr. Rouabhi).
 - [6] Jean- Pierre Janin.HAL Id. <https://tel.archives.ouvertes.fr/tel-00743362>. Tunnels en milieu urbain : prévision des tassements avec prise en compte des effets des pré-soutènements (renforcement du front de taille et voute parapluie) -INSA de Lyon- France 2012.
 - [7] Mazlik L. Méthodes mathématiques pour l'ingénieur. Ecole polytechnique universitaire- Génie mécanique GM3A- Année 2007-2008- 16 mars 2008.
 - [8] O'Reilly, M. P., & New, B. M. 1982. Settlements above tunnels in the United Kingdom - their magnitude and prediction. Pages 55-64 of: Tunneling 82. The Institution of Mining and Metallurgy, London.
 - [9] Papkovitch P.F., Trudy postroitelnoi mekhanike korablia, vols. 1-4, Moscow, 1962-63.
 - [10] Park, K.H., 2005. Analytical solutions for tunneling-induced ground movements in clays. J. Tunneling and Underground Space Technology 20 (2005) 249–261.
 - [11] Peck, R. B. 1969. Deep excavations and tunneling in soft ground. Pages 225-290 of: Proc. of the seventh int. Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. State of the art volume. Sociedad Mexicana de Mecanica de Suelos, A. C.
 - [12] Provenzi E. Transformée de Fourier et Application, Polycopié de cours.
 - [13] Rama B. Bhat and Waiz A. Dynamic response of a beam subject to moving load and moving supported by Pasternak foundation.
 - [14] Spiegel M., Variables Complexes, Série Schaum, McGraw-Hill, 1973.
 - [15] Timochenko S.P., Problèmes statiques et dynamiques de la théorie d'élasticité, (Russe), Kiev, 1975.
-

Références bibliographiques

- [16] Timoshenko, P., Goodier, J.N., 1970. Theory of Elasticity. McGraw-Hill, New York.
- [17] William A. Nash. Ph.D., Series schaum. Professor of Engineering Mechanics, University of Florida. Résistance des matériaux 1. Cours et problèmes.
- [18] Mémoire technique. Métro d'Alger, extension El Harrach- Aéroport. Cosider Travaux Publics. 2015.
- [19] Phases d'excavations. L1B1 GCG COSM28 3102 A5 13 010 A. PV/ Rameau de connexion.2018.
- [20] Site : <https://www.youtube.com/watch?v=50-mHn2zQII-> (vidéo).
- [21] Site : <https://www.societedugrandparis.fr/gpe/actualite/le-premier-tunnelier-du-grand-parisexpress-1654>.
- [22] Site : <https://www.calcia-infos.fr/produits-services/5-600-voussoirs-sous-le-rhone>.
-



Annexes



1. L'intégrale de la transformée de Fourier :

La théorie de Fourier est appliquée dans beaucoup de domaines, par exemple la résolution des équations différentielles ordinaires et partielles, la physique classique et quantique, les statistiques et probabilités et le traitement du signal numérique, un outil d'une importance capitale dans les techniques d'analyse et l'explication de nombreux phénomènes physiques. La transformée de Fourier est utilisée pour résoudre les équations différentielles et de calculer les intégrales de $(-\infty$ à $+\infty)$.

La transformation de Fourier F associe à une fonction intégrable définie sur \mathbb{R} et à valeurs réelles ou complexes, une autre fonction sur \mathbb{R} appelée transformée de Fourier dont la variable indépendante peut s'interpréter en physique comme la fréquence ou la pulsation.

Si f est une fonction intégrable sur \mathbb{R} , sa transformée de Fourier est la fonction $F(f) = \hat{f}$ donnée par la formule :

$$F(f): x \mapsto \hat{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v)e^{-ivx} dv$$

2. La transformée de Fourier inverse

Si la transformée de Fourier de f , notée \hat{f} , est elle-même une fonction intégrable, la formule dite de transformation de Fourier inverse, opération notée F^{-1} , et appliquée à \hat{f} , permet (sous conditions appropriées) de retrouver f à partir des données fréquentielles :

$$f(x) = F^{-1}\hat{f}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(v)e^{ixv} dv$$

Cette opération de transformation de Fourier inverse a des propriétés analogues à la transformation directe, puisque seuls changent le coefficient multiplicatif et le $-i$ devenu i .

Dans le cas des définitions alternatives, la transformation de Fourier inverse devient [12] :

- **Définition en fréquence :**

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(v)e^{+i2\pi vt} dv \Leftrightarrow \hat{f}(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i2\pi vt} dt$$

- **Définition en pulsation :**

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \Leftrightarrow \hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

3. Transformée de Fourier (cas d'une fonction non périodique) :

La transformation de Fourier permet de résoudre explicitement une équation différentielle linéaire en la transformant en une équation plus simple. Par exemple, l'équation du départ est à coefficients constants, la transformée de Fourier de cette équation est une équation algébrique. La transformation de Fourier est utilisée pour une équation est posée sur tout \mathbb{R} [7].

Soit f une fonction intégrable en $+\infty$ et en $-\infty$ t.q

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad \text{Est définie}$$

On définit la transformée de Fourier par :

$$F(f): \nu \mapsto \hat{f}(\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\nu x} dx$$

Après l'application de la transformée inverse, ce qui permet d'obtenir une équation Algébrique, on revient à déterminer les racines (pôles) de cette équation.

On doit calculer la limite de la fonction selon le théorème des Résidus.

4. Généralisation :

On effectue des transformations de Fourier à deux dimensions : si f est une fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} , sa transformée de Fourier est définie par :

$$\hat{f}(u, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(ux, \nu y)} dx dy.$$

1. La distribution de Dirac :

La distribution de Dirac peut être exprimée comme la dérivée de la répartition de la fonction de Heaviside $H(x - x_0)$ qui est décrit ci-dessous.

$$H(x - x_0)dx = \begin{cases} 1, & x \geq x_0 \\ 0, & x < x_0 \end{cases}$$

Prenant la dérivée de la fonction de Heaviside, la distribution de Dirac peut être donnée comme suite :

$$\delta(x) = \frac{dH(x)}{dx}$$

C'est une fonction généralisée exprime la charge concentrée comme suit :

$$p(x, t) = \delta(x)P$$

La règle opérationnelle fondamentale est, pour mémoire :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0)$$

La fonction de Dirac $\delta(x)$ peut être considéré comme une unité à la force concentrée agissant au point $x = 0$.

En supposant $f(x) = 1 \forall x$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0)dx = \begin{cases} 1, & x = x_0 \\ 0, & x \neq x_0 \end{cases}$$

Ce qui est représenté dans la figure (B.1) :

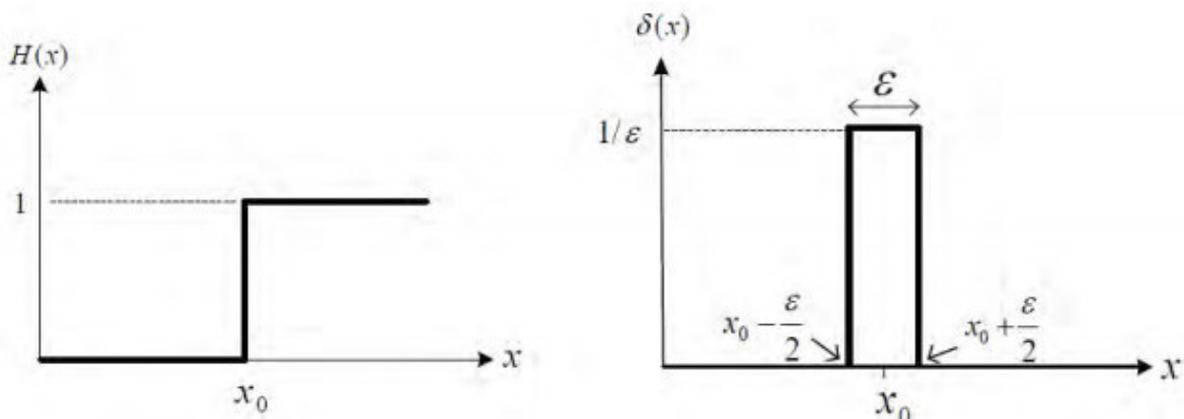


Fig. (B.1) : la fonction de Heaviside et la fonction de Dirac

1. Résidu :

La théorie des résidus et des fonctions de variable complexe, dont la paternité revient à Cauchy, est très...complexe qui décrit le comportement de l'intégrale curviligne d'une fonction holomorphe sur des courbes fermées. Les résidus peuvent aussi bien être utilisés pour calculer des intégrales plus compliquées de fonctions réelles ainsi que la somme de certaines séries.

On dit que f est développable en série entière sur $]-R, R[$. La théorie qui s'occupe de ce type de fonctions est celle des fonctions analytiques, le théorème des résidus qui permet de calculer certaines intégrales [7].

On considère dans le plan complexe K , une fonction holomorphe (dérivable au sens complexe) sauf en un nombre fini de points z_1, z_2, \dots de K qui sont des pôles pour la fonction f . On note (C) un circuit fermé de K , sans point double, entourant un domaine D contenant ces pôles (ci-dessous deux pôles).

Dans ces conditions, f est développable en série de Laurent au voisinage de chaque pôle z_k , il existe pour chacun des z_k un voisinage a_{-k} de celui-ci et une suite $(a_{n,k})$ telle que, pour tout z de a_k :

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{n,k}(z - z_k)^n$$

Soit f une fonction holomorphe sur un ouvert Ω contenant un compact régulier k , excepté en un nombre fini des points $z_1 \dots \dots z_n$. a, b, c, \dots , des singularités intérieures à C pour lesquelles les résidus de $f(z)$ sont $a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, \dots \dots \dots$

Alors le théorème des résidus établit que :

$$\oint_C f(z) dz = 2\pi i (a_{-1} + b_{-1} + c_{-1} + \dots \dots)$$

Notons que les $a_{n,k}$ pour n négatifs, ne peuvent pas être tous nuls du fait que z_k est un pôle de f . En particulier, le coefficient $a_{-1,k}$ est non nul. C'est le résidu de f au point z_k

Le théorème des résidus, s'écrit alors, avec les hypothèses ci-dessus :

$$\int_{\partial k} f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{res}(f, z_k)$$

Si f est continue sur un cercle de centre z_0 , de rayon R et si la limite de $|(z - z_0) \cdot f(z)|$ est nulle lorsque R tend vers l'infini, alors l'intégrale sur tout arc de ce cercle est nulle [6].

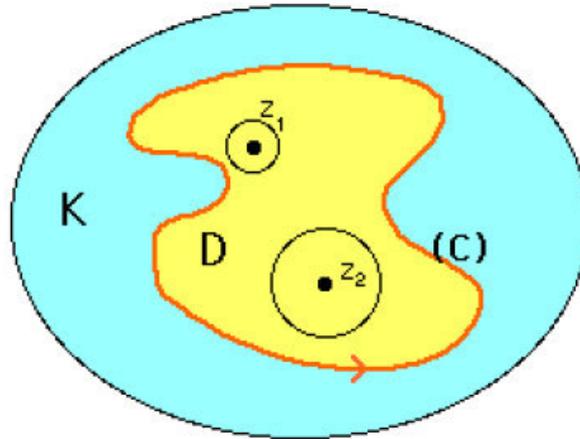


Fig. 1

1. Calcul des Résidus :

2.1. Cas d'un pôle simple :

La formule suivante est une généralisation d'une formule fréquemment utilisée pour le calcul des coefficients de la décomposition en simples d'une fraction rationnelle.

Si z_0 est un pôle simple de f , alors :

$$\text{res}(f, z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z)$$

2.2. Cas d'un pôle multiple :

En supposant que z_0 est un pôle multiple d'ordre m ($m \geq 2$) de la fonction f .

A partir du développement de Laurent de f , on peut montrer et écrire :

$$f(z) = \frac{g(z)}{(z - z_0)^m}$$

g est une fonction holomorphe qui est en fait la somme d'une série entière.

En pratique :

- Faire un développement limité à l'ordre $(m - 1)$ de $h^m f(z_0 + h)$, le résidu de f en z_0 étant alors le coefficient de h^{m-1} .
- Dériver $(m-1)$ fois la fonction $g : z \rightarrow (z - z_0)^m f(z)$.

Pour obtenir le résidu d'une fonction $f(z)$ en $z = a$, on fait dans le cas où $z = a$ est un pôle d'ordre m , il existe une formule simple qui donne a_{-1} .

$$res(f, z) = a_{-1} = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ([z-a]^m f(z)) = 0$$

Si $m = 1$ (pole simple) le résultat est particulièrement simple.

$$a_{-1} = \lim_{z \rightarrow a} (z-a)f(z) \tag{6}$$

2.3. Calcul des intégrales de type $\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)dx$:

Dans cette expression, nous supposons que F est une fonction méromorphe, n'ayant pas de pôle réel ($F(x)$ est continue sur R et n'ayant qu'un nombre fini de pôles complexes).

Nous supposons de plus que l'intégrale $I = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x)dx$ est convergente.

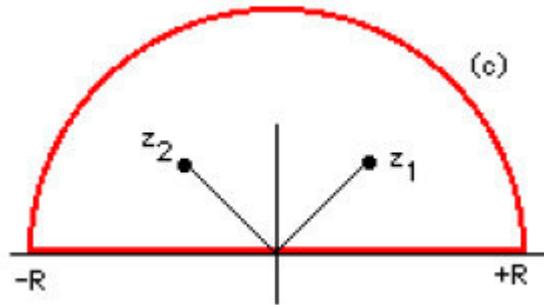


Fig. 2 Contour d'intégration

Pour calculer I , nous intégrons la fonction F complexe sur le bord $\widetilde{\gamma R}$ d'un demi-cercle de centre 0, de rayon R (destiné à tendre vers $+\infty$), situé dans le demi-plan supérieur ou inférieur Fig. 2.

Pour R assez grand, la fonction F n'a pas de pôle sur γR et nous pouvons appliquer la formule des résidus. Cette intégrale se décompose en l'intégrale de F sur le demi-cercle $\widetilde{\gamma R}$ et l'intégrale de F sur segment $[-R, +R]$.

$$\int_{\widetilde{\gamma R}} F(z)dz = \sum_{\text{pôle de } f} res(f, \text{pôle})$$

Lorsque R tend vers $+\infty$, cette seconde intégrale tend vers l'intégrale cherchée, et il reste à prouver que la première intégrale tend vers 0.

2.4. Réalisation de l'intégrale de la transformée de Fourier

Le calcul d'intégrales définies peut souvent être effectué en utilisant le théorème des résidus de Cauchy, l'intégrale dans la direction des aiguilles d'une montre autour du cercle fermé, consistant les segments $[-R, +R]$, ainsi que pour le demi-cercle C_R à la limite $R = \pm\infty$.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(x - Vt)v]}{\left[EI + \frac{m^2 r^2 V^4}{\gamma GA} - m r^2 V^2 \left(1 + \frac{E}{\gamma G} \right) \right] v^4 - m V^2 v^2 + i c v V + k} dv = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(x-Vt)v}}{F(v)}$$

$$\oint \frac{e^{i(x-Vt)v}}{F(v)} dv = \lim_{R \rightarrow \pm\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(x-Vt)v}}{F(v)} dv + \int_{C_R} \frac{e^{i(x-Vt)v}}{F(v)} dv \right] = 2\pi i \sum \text{res} \frac{P}{2\pi} \frac{e^{i(x-Vt)v}}{F(v)}$$

Ou : C_R – Demi – cercle qui passe autour de tous les pôles dans le demi-plan et $\text{res}F(v)$ est le résidu de la fonction $F(v)$ dans le pôle v_j ;

Pour trouver la limite de l'intégrale

$$\int_{C_R} \frac{e^{i(x-Vt)v}}{F(v)} dv$$

La variable complexe v peut être écrite $v = \xi + i\eta$

Ou : le signe (+) pour $\text{lex} > 0$, l'intégrale dans la partie supérieure du cercle [13].

Pour $x' > 0$, $|e^{ixv}| = |e^{ix(\xi+i\eta)}| = |e^{-x\eta+ix\xi}| = e^{-x\eta} \leq 1$; $\eta > 0$;

$U(v)$ – Polynôme de 4 éme degré, généralement de la forme : $F(v) = v^n + a_1 v^{n-1} + \dots + a_n$, $n > 1$ et $|F(v)| \geq R^n$

$$U(v) = \left| \frac{e^{ixv}}{F(v)} \right| = \frac{|e^{ixv}|}{|F(v)|} \leq \frac{1}{R^n}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(v) dv = \pm 2\pi i \sum_{j=1}^n \text{res} F(v)|_{v=v_j}$$

Avec R – Rayon du demi-cercle C_R ;

Le résidu de la fonction $F(v)$ pour un pôle v_j de premier degré est donné par la relation suivante :

$$\operatorname{res}F(v)|_{v=v_j} = (v - v_j)F(v)|_{v=v_j}$$

$$\operatorname{res}F(v)|_{v=v_j} = \frac{e^{i(x-vt)v_j}}{(v_j - v_1)(v_j - v_2)(v_j - v_3)(v_j - v_4)} dv$$

Exemple pour notre cas :

$$\begin{aligned} \operatorname{res}F(v)|_{v=v_1} &= \frac{e^{i(x-vt)v_1}}{(v_1 - v_2)(v_1 - v_3)(v_1 - v_4)} dv + \frac{e^{i(x-vt)v_2}}{(v_2 - v_1)(v_2 - v_3)(v_2 - v_4)} dv = \\ &= \frac{e^{i(x-vt)(a_1+ib)}}{((a_1 + ib) - (-a_1 + ib))((a_1 + ib) - (a_2 - ib))((a_1 + ib) - (-a_2 - ib))} dv \\ &+ \frac{e^{i(x-vt)(-a_1+ib)}}{((-a_1 + ib) - (a_1 + ib))((-a_1 + ib) - (a_2 - ib))((-a_1 + ib) - (-a_2 - ib))} dv \end{aligned}$$

Liste des auteurs

S. Timoshenko : né le 22 décembre 1878 à Chpotovka dans l'oblast de Tchernihiv en Ukraine et mort le 29 mai 1972 à Wuppertal-Elberfeld en Allemagne - est considéré comme un des pères de la mécanique.

Date et lieu de décès : 29 mai 1972, Wuppertal, Allemagne

Épouse : Alexandra Archangelskaya (m. 1902–1946)

Parents : Prokop Timoshenko, Yuzefina Sarnavska

Récompenses : Médaille Timoshenko.



L. Euler :né le 15 avril 1707 à Bâle (Suisse) et mort à 76 ans le 7 septembre 1783 (18 septembre 1783 dans le calendrier grégorien) à Saint-Pétersbourg (Empire russe)¹, est un mathématicien et physicien suisse, qui passa la plus grande partie de sa vie dans l'Empire russe et en Allemagne. Il était notamment membre de l'Académie royale des sciences de Prusse à Berlin.

J. Bernoulli : né le 27 septembre 1654 à Bale (Suisse) et mort à l'âge de 50 ans, le 16 août 170.

Il est un mathématicien et physicien suisse.

Renommé Epreuve de Bernoulli, Nombre de Bernoulli, Lemniscate de Bernoulli



Liste des auteurs



C.F. Gauss : né le 30 avril 1777 à Brunswick (Basse-Saxe) et mort à 77 ans le 23 février 1855 à Göttingen. Nationalité Allemand.

Il est un mathématicien, astronome et physicien allemand. Il a apporté de très importantes contributions à ces trois domaines. Surnommé « le prince des mathématiciens », il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.

J. le Fond d'Alembert : né le 16 novembre 1717 à Paris et mort à 65 ans le 29 octobre 1783 à Paris. Nationalité française.

Ses activités : Philosophe, mathématicien, physicien, musicologue, traducteur, écrivain, théoricien de la musique, collaborateur de l'Encyclopédie, ingénieur, astronome, lexicographe. IL est le premier à ressentir la nécessité de démontrer le théorème fondamental de l'algèbre. Sa motivation est entièrement analytique, il recherche une méthode pour trouver une primitive d'une fonction rationnelle. Sa preuve comporte une lacune, qui ne sera comblée qu'au XIX^e siècle.



Fourier : né le 21 mars 1768 (Auxerre- Paris) et mort à 62 ans le 16 mai 1830, nationalité française, il est mathématicien et physicien.

Renommé de série de Fourier, transformée de Fourier, découverte de l'effet de serre.

الندوة الدولية الثامنة للمحروقات و الكيمياء

The 8th International Symposium on Hydrocarbons and Chemistry



CERTIFICATE OF PARTICIPATION

We hereby certify that

Samira KHOUMARI

A. has attended the 8th International Symposium on Hydrocarbons and Chemistry (ISHC 8),
which is organized from 8th to 10th April 2019 in Boumerdes - ALGERIA;

with communication entitled:

« DYNAMIC ANALYSIS OF ELASTIC DEFORMATIONS OF A PIPELINE INTERACTING
WITH THE SOIL »

A. ROUABHI and S. KHOUMARI

الأستاذ: مراد قارش
رئيس لجنة التنظيم

