

N° Ordre..../FT/UMBB/2022

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA DE BOUMERDES



Faculté de Technologie
Département Génie Mécanique

Polycopie de cours

Titre:

Dynamique des Machines Tournantes

Réalisé par:

Dr. CHELLIL Ahmed

جامعة بومرداس
كلية التكنولوجيا
- مكتبة -
رقم: 60104/04

Année Universitaire 2021/2022



Préface

Les rotors sont souvent utilisés pour transmettre l'énergie. Leurs domaines d'application sont aussi variés que l'aéronautique (hélicoptères), l'industrie mécanique (turbine, compresseur), l'industrie électronique et pharmaceutique (pompes à vide) ...etc.

Dans un souci d'augmentation de la productivité et de diminution des coûts, la masse de l'arbre tournant (rotor) tend à diminuer tandis que sa vitesse de rotation augmente. Les phénomènes vibratoires auxquels est soumis le rotor sont de plus en plus importants et peuvent amener à l'instabilité du système, c'est pourquoi les technologies sont développées pour augmenter la puissance massique tout en contenant le niveau vibratoire en dessous d'un seuil acceptable.

De nos jours, les machines tournantes sont de plus en plus performantes notamment en terme de rapport masse/puissance. Cela implique qu'elles deviennent de plus en plus souples et qu'elles peuvent fonctionner au delà d'une ou plusieurs vitesses critiques. Ces bases théoriques permettront d'aborder dans d'autres cours les phénomènes plus complexes cités précédemment.

Dans le cadre de ce support de cours adressé aux étudiants des masters : Maintenance Industrielle, Construction Mécanique et Fabrication mécanique et productique.

Sommaire

CHAPITRE I	Caractéristiques des éléments de rotor.....	1
CHAPITRE II	Modèle simple d'un rotor et phénomènes de base.....	12
CHAPITRE III	Modélisation des rotors par éléments finis.....	26
CHAPITRE IV	Analyse modale.....	33
CHAPITRE V	Vibration des machines.....	50
CHAPITRE VI	Méthodes de surveillance et diagnostic	68
CHAPITRE VII	défauts dans les machines tournantes	92
CHAPITRE VIII	Exercices corrigés.....	110
	<i>Références Bibliographiques.....</i>	122

I.1 Détermination des caractéristiques des éléments de rotor

Cette partie expose les éléments théoriques utilisés pour obtenir les équations du mouvement d'un système en rotation. Il permet de définir aussi bien un modèle analytique d'analyse qu'un modèle Éléments Finis à usage plus général.

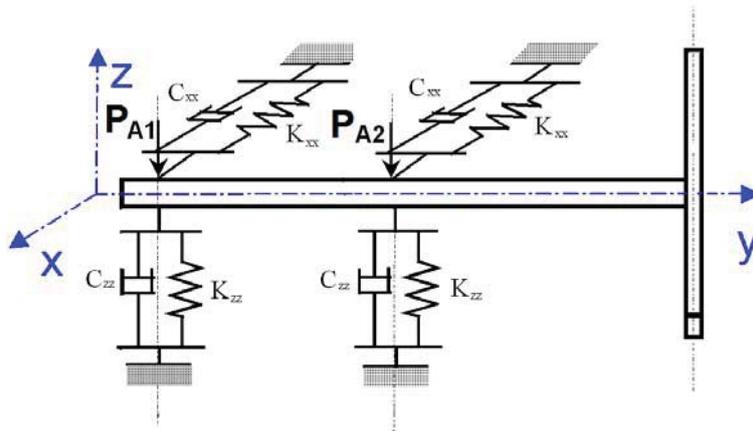


Figure 1.1 Exemple de rotor

Les éléments de base d'un rotor sont : disque, arbre et palier (figure 1.1). Le balourd qui ne peut pas être complètement évité doit aussi être pris en compte. Les expressions de l'énergie cinétique sont nécessaires pour caractériser disque, arbre et balourd. L'énergie de déformation est nécessaire pour caractériser l'arbre. L'expression du travail virtuel des forces dues aux paliers permet de déterminer les forces généralisées. Les équations générales du mouvement d'un rotor sont obtenues à partir des étapes suivantes :

- l'énergie cinétique T , l'énergie de déformation U et le travail virtuel des forces extérieures δW sont calculés pour tous les éléments du système ;
- une méthode numérique est choisie : la méthode de Rayleigh-Ritz pour mettre en évidence les phénomènes de base ou la méthode des éléments finis pour les applications industrielles.
- les équations de Lagrange sont appliquées sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F q_i \quad (1.1)$$

Avec $i=1, 2$

Où N ($1 \leq i \leq N$) est le nombre de degrés de liberté, q_i sont les coordonnées généralisées indépendantes et F_{q_i} sont les forces généralisées.

I.1.1. Le disque

Le disque est supposé rigide. Seule son énergie cinétique est considérée. Soient $R_0(X, Y, Z)$ un repère fixe et $R(x, y, z)$ un repère tournant lié au disque (figure 1.2). Le système de coordonnées x, y et z est relié au système de coordonnées X, Y et Z par l'intermédiaire des angles ψ, θ et ϕ . Pour déterminer la position du disque, on effectue une rotation initiale d'un angle ψ autour de l'axe Z , puis d'un angle θ autour du nouvel axe x , noté x_1 , enfin d'un angle ϕ autour de l'axe de rotation propre du disque y .

Le vecteur rotation instantanée traduisant la position du repère R s'écrit

$$\vec{\omega}_{R/R_0}^R = \dot{\psi} \vec{Z} + \dot{\theta} \vec{x}_1 + \dot{\phi} \vec{y} \quad (1.2)$$

Où \vec{Z}, \vec{x}_1 et \vec{y} sont les vecteurs unitaires suivant les axes \vec{OZ}, \vec{Ox}_1 et \vec{Oy} .

L'énergie cinétique du disque autour de son centre de masse O est calculée dans le repère tournant R . Le vecteur de rotation instantanée s'exprime alors dans ce repère :

$$\vec{\omega}_{R/R_0}^R = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos \psi \sin \theta + \dot{\psi} \cos \theta \\ \dot{\theta} + \dot{\phi} \sin \psi \\ -\dot{\theta}_z \cos \theta_x \cos \theta_y + \dot{\theta}_x \sin \theta_y \end{bmatrix}_R \quad (1.3)$$

ω_x, ω_y et ω_z étant les composants du vecteur de rotation instantanée suivant x, y et z . Soient u et w les coordonnées du centre du disque O suivant OX, OZ dans R_0 ; la coordonnée suivant OY restant constante.

La masse de disque est m_d .

Le tenseur d'inertie est noté :

$$I_{/o} = \begin{bmatrix} I_{dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{dz} \end{bmatrix}_R \quad (1.4)$$

I_{dx}, I_{dy} et I_{dz} sont les moments d'inertie suivant les axes x, y et z respectivement.

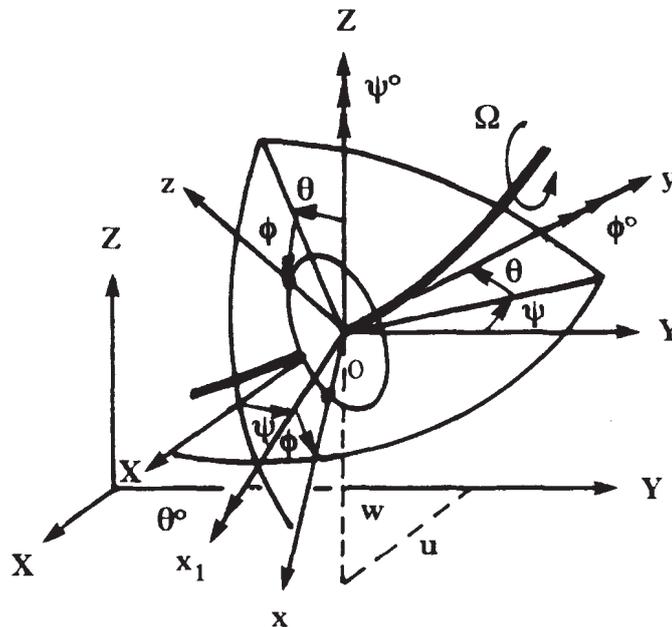


Figure 1.2 Repère de référence d'un disque monté sur un arbre flexible

L'expression générale de l'énergie cinétique du disque T_d s'écrit alors :

$$T_d = \frac{1}{2} m_d (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{dx} \omega_x^2 + I_{dy} \omega_y^2 + I_{dz} \omega_z^2) \quad (1.5)$$

Cette expression peut être simplifiée quand le disque est symétrique $I_{dx} = I_{dz}$. Lorsque les angles θ et ψ sont petits et la vitesse angulaire constante $\dot{\theta}_y = \Omega$, l'équation (1.5) devient :

$$T_d = \frac{1}{2} m_d (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{dx} (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2) + \frac{1}{2} I_{dy} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\theta}_x \theta_x) \quad (1.6)$$

Le terme $\frac{1}{2} I_{dy} \Omega^2$, qui est constant, n'a pas d'influence sur les équations du mouvement et représente l'énergie cinétique du disque tournant à la vitesse Ω , dans le cas où tous les autres déplacements sont nuls. Le dernier terme $I_{dy} \Omega \dot{\theta}_x \theta_x$ représente l'effet gyroscopique (Coriolis).

1.1.2 L'arbre

L'arbre est assimilé à une poutre de section circulaire et caractérisé par ses énergies cinétique et potentielle.

1.1.2.1 L'énergie cinétique

La formulation générale de l'énergie cinétique de l'arbre est similaire à celle développée pour le disque (équation 1.6). Pour un élément de longueur L , de section droite constante, l'expression de l'énergie cinétique s'écrit :

$$T = \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \right] dy + \rho I L \Omega^2 + 2\rho I \Omega \int_0^L \dot{\psi} \theta dy \quad (1.7)$$

Où

ρ : la masse volumique,

S : la section de l'arbre,

I_a est le moment d'inertie transverse (diamétral).

La première intégrale de l'équation (1.7) correspond à l'expression de l'énergie cinétique d'une poutre en flexion, la seconde à l'effet d'inertie dû à la rotation et la dernière intégrale représente l'effet gyroscopique.

1.1.2.2 Energie de déformation

L'énergie de déformation n'est pas affectée par le mouvement du support car elle ne dépend que des contraintes et donc de la déformée de l'arbre par rapport au support. Dans ce calcul, on néglige les effets de cisaillement.

Les notations suivantes sont utilisées (figure 1.3) :

\mathbf{C} est le centre géométrique de l'arbre, $B(x,z)$ est un point typique de section, E est le module d'Young du matériau, ε et σ représentent respectivement la déformation et la contrainte, u^* et w^* sont les déplacements du centre géométrique suivant les axes x et z (dans le repère mobile).

Le déplacement d'un point de la section droite s'exprime en considérant seules les déformations dues à la flexion, les effets de cisaillement ne sont pas pris en compte.

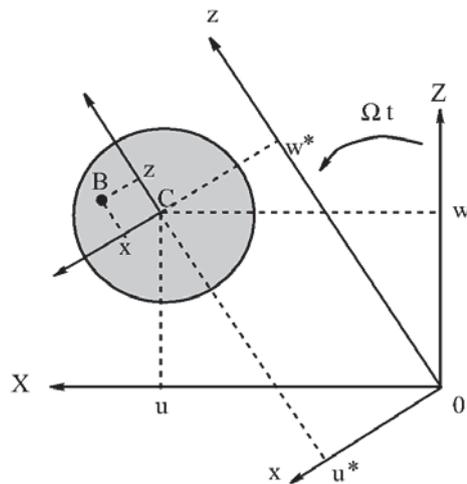


Figure 1.3 Coordonnées du centre géométrique C et d'un point arbitraire B de la section du rotor

La déformation en flexion d'un point de l'arbre de coordonnées x et z dans le repère R est

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} \quad \text{avec :}$$

La déformation linéaire est donnée par:

$$\varepsilon_l = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \tag{1.8}$$

La déformation non linéaire est donnée par:

$$\varepsilon_{nl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \tag{1.9}$$

L'expression générale de l'énergie de déformation du rotor en flexion est alors :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^t [\sigma] d\tau \tag{1.10}$$

où τ est le volume de l'arbre et σ est la contrainte de flexion.

La relation entre contraintes et déformations est: $\sigma = E\varepsilon$, on trouve:

$$U = \frac{E}{2} \int_V (\varepsilon_l^2 + 2\varepsilon_l \varepsilon_{nl} + \varepsilon_{nl}^2) d\tau \tag{1.11}$$

A cause de la symétrie de l'arbre par rapport aux axes x et y , on obtient :

$$\int_V \varepsilon_{nl} \varepsilon_l d\tau = 0 \quad (1.12)$$

Le troisième terme de l'intégrale (1.11) représente l'effet d'une force axiale et n'est pas pris en compte dans cette étude. Le recours à l'expression (1.8) donne:

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L \int_S \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 dS dy \quad (1.13)$$

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L \int_S \left(x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xy \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) dS dy \quad (1.14)$$

Par symétrie, le troisième terme de (1.14) est nul et, en introduisant les inerties de section :

$$\begin{aligned} I_x &= \int_S z^2 dS \\ I_z &= \int_S x^2 dS \\ \int_S xz dS &= 0 \end{aligned} \quad (1.15)$$

On trouve

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L \left(I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right) dy \quad (1.16)$$

Pour éviter des termes périodiques, explicitement fonction du temps, il est nécessaire compte tenu des propriétés des paliers, d'exprimer l'énergie de déformation en fonction de u et w composantes du déplacement dans le repère R_0 .

Le passage de u^* , w^* à u , w à partir de la figure 1.3 s'écrit:

$$\begin{cases} u^* = u \cos \Omega t - w \sin \Omega t \\ w^* = u \sin \Omega t + w \cos \Omega t \end{cases} \quad (1.17)$$

En remplaçant u^* et w^* par leurs valeurs (1.17) :

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L \left(I_z \left(\cos \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\sin \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right) dy \quad (1.18)$$

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L I_z \left(\cos^2 \Omega t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \sin^2 \Omega t \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cos \Omega t \sin \Omega t \right) \\ + I_x \left(\sin^2 \Omega t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \cos^2 \Omega t \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cos \Omega t \sin \Omega t \right) dy \quad (1.19)$$

Pour un arbre symétrique, $I_x = I_z = I_a$, l'expression de l'énergie potentielle devient :

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L I_z \left((\cos^2 \Omega t + \sin^2 \Omega t) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + (\sin^2 \Omega t + \cos^2 \Omega t) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right) dy \quad (1.20)$$

Finalement :

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L I_z \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right) dy \quad (21)$$

1.1.3 Paliers

Un palier comporte des caractéristiques de raideur et d'amortissement dans les deux plans, plus des termes croisés (Figure 1.4). Les forces induites par ces paliers sont dues au déplacement de l'arbre (repère R) par rapport au support (repère R_s). Elles ne dépendent donc pas du mouvement du repère R_s par rapport au repère R_0 .

Le travail virtuel δW_p , des forces extérieures agissant sur l'arbre s'écrit sous la forme :

$$\delta W_p = -k_{xx} u \delta u - k_{xz} w \delta u - k_{zx} u \delta w - k_{zz} w \delta w - c_{xx} \dot{u} \delta u - c_{xz} \dot{w} \delta u - c_{zx} \dot{u} \delta w - c_{zz} \dot{w} \delta w \quad (1.22)$$

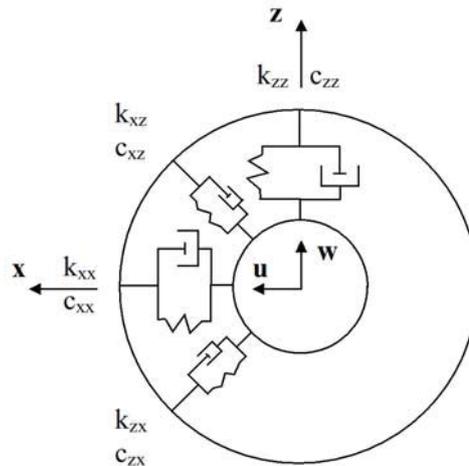


Figure 1.4 Amortissement et raideur des paliers

Sous une forme plus compacte :

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (1.23)$$

Où F_u et F_w sont les forces généralisées déterminées à partir des caractéristiques de raideur et d'amortissement des paliers (figure 1.4). En utilisant les deux équations (1.22) et (1.23), il vient:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Remarque :

Ces équations peuvent également être exprimées en fonction des déplacements dans le repère R. Ces dernières ne font intervenir que k_{xx} et k_{zz} sont obtenues à partir de l'expression du travail virtuel suivant :

$$\begin{aligned} \delta W_p = & -k_{xx} (u^* \cos \Omega t + w^* \sin \Omega t) (\delta u^* \cos \Omega t + \delta w^* \sin \Omega t) \\ & - k_{zz} (-u^* \sin \Omega t + w^* \cos \Omega t) (-\delta u^* \sin \Omega t + \delta w^* \cos \Omega t) \end{aligned} \quad (1.25)$$

Regroupant les termes de l'équation en δu^* et δw^* , on obtient :

$$\begin{aligned} \delta W_p = & - \left[(k_{xx} \cos^2 \Omega t + k_{zz} \sin^2 \Omega t) u^* + \frac{\sin 2\Omega t}{2} (k_{xx} - k_{zz}) w^* \right] \delta u^* \\ & - \left[(k_{xx} \sin^2 \Omega t + k_{zz} \cos^2 \Omega t) w^* + \frac{\sin 2\Omega t}{2} (k_{xx} - k_{zz}) u^* \right] \delta w^* \end{aligned} \quad (1.26)$$

L'équation (1.26) montre que, si $k_{xx} \neq k_{zz}$ la contribution des paliers ne permet pas dans ce cas d'éliminer la variable temps des équations.

1.1.4 Le balourd

Le balourd initial est généralement réparti de manière continue et quelconque sur le rotor (figure 1.5).

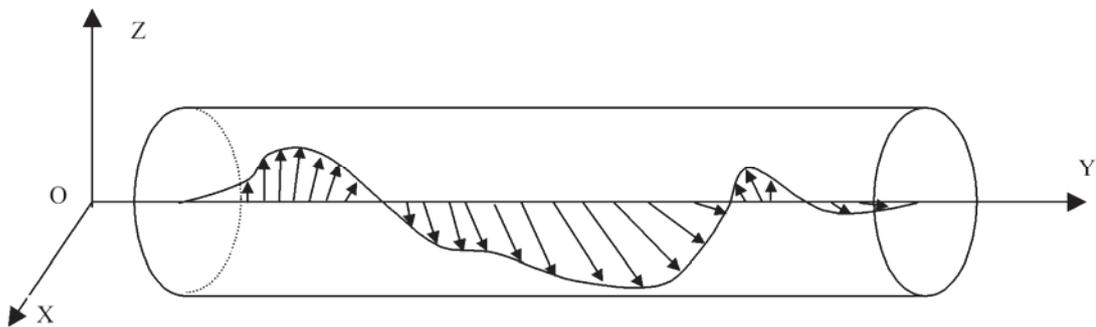


Figure 1.5 Répartition du balourd sur le rotor

Pour modéliser simplement le balourd, il est décomposé en masses concentrées situées dans différents plans (figure 1.5). Ces masses sont supposées avoir le même effet que le balourd continu sur le comportement dynamique du rotor.

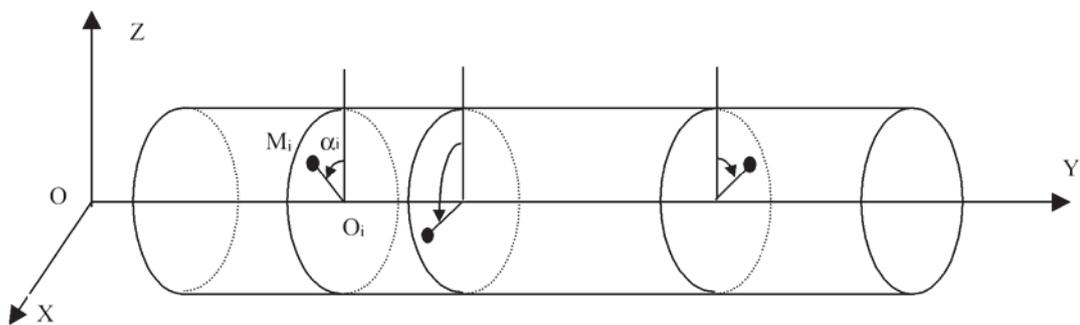


Figure 1.6 Modélisation de la répartition du balourd sur le rotor

A l'arrêt, la position M_i de chaque masse m_b est définie par

- son abscisse sur l'axe Y_i .
- la distance $r_i = O_i M_i$, O_i étant le centre de la section de l'arbre,
- l'angle α_i , que fait la position de la masse par rapport au repère tournant de référence. Lors de la rotation du rotor, chaque masse m_b est liée à l'arbre en position déformée (figure 1.7).

La masse m_b située à la distance d du centre géométrique de l'arbre. Son énergie cinétique doit être prise en compte.

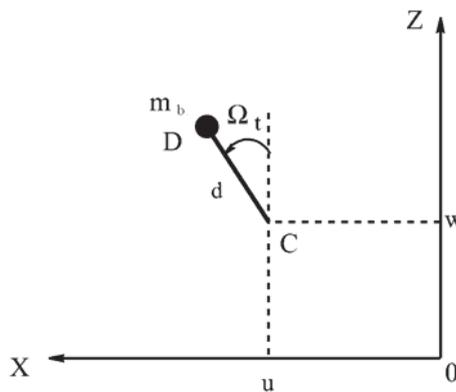


Figure 1.7 Masse de balourd

La masse m_b reste dans un plan perpendiculaire à l'axe y , sa coordonnée selon cet axe dans le repère R_0 est donc constante.

$$\overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} u + d \sin \Omega t \\ \text{constante} \\ w + d \cos \Omega t \end{bmatrix}_{R_0} \quad (1.27)$$

La vitesse du balourd s'écrit alors :

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OD}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u} + d\Omega \cos \Omega t \\ 0 \\ \dot{w} + d\Omega \sin \Omega t \end{bmatrix}_{R_0} \quad (1.28)$$

L'expression de l'énergie cinétique T_b du balourd:

$$T_b = \frac{1}{2} m_b (\vec{V}^0(D))^2 \quad (1.29)$$

Introduisant (1.28) dans (1.29) :

$$T_b = \frac{m_b}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 d^2 + 2\Omega \dot{u} d \cos \Omega t - 2\Omega \dot{w} d \sin \Omega t) \quad (1.30)$$

Le terme $\Omega^2 d^2 / 2$ est constant et n'interviendra pas dans les équations. La masse du balourd étant négligeable par rapport à la masse de rotor, l'expression de l'énergie cinétique peut être approximée par:

$$T_b \approx m_b \Omega d (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \sin \Omega t) \quad (1.31)$$

Les expressions de l'énergie cinétique, de déformation et du travail virtuel étant établies, la dissipation due à l'amortissement interne peut être développée à partir des modèles analytiques ou d'éléments finis.

II. Modèle simple d'un rotor et phénomènes de base

L'objectif étant présenter la mise en place d'un modèle de calcul suivant une approche simplifiée pour déterminer le comportement dynamique d'un rotor pas à pas dans le temps. Ainsi, après avoir validé le modèle sur des exemples simples en particulier la présence d'un balourd et d'une force asynchrone respectivement.

II. 1 Description du modèle

Le modèle retenu est issu de [7]. Il s'agit d'un modèle simple mais réaliste, permettant de rendre compte des phénomènes de base de la dynamique des rotors.

$R_0(X, Y, Z)$ est le repère initial, l'axe du rotor au repos étant porté par la direction Y. La vitesse de rotation est constante. Afin de pouvoir simplifier les calculs, un seul degré de liberté est utilisé pour les déplacements dans les directions X et Z.

Les expressions des déplacements dans les directions X et Z sont respectivement mises sous la forme (méthode de séparation des variables)

$$\begin{aligned} u(y, t) &= f(y)q_1(t) = f(y)q_1 \\ w(y, t) &= f(y)q_2(t) = f(y)q_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

où q_1 et q_2 sont des coordonnées indépendantes généralisées. Etant donné, que les déplacements angulaires ψ et θ , Figure 2.1, sont petits, ils sont approchés par :

$$\left(\begin{aligned} \theta &= \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{df(y)}{dy} q_2 = g(y)q_2 \\ \psi &= -\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{df(y)}{dy} q_1 = -g(y)q_1 \end{aligned} \right. \quad (2.2)$$

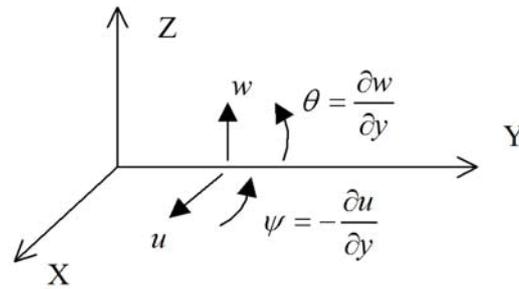


Figure 2.1 Représentation des coordonnées

Le second ordre des dérivées des déplacements u et w est nécessaire pour exprimer l'énergie élastique de l'arbre :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{d^2 f(y)}{dy^2} q_1 = h(y) q_1 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \frac{d^2 f(y)}{dy^2} q_2 = h(y) q_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Les fonctions $g(y)$ et $h(y)$ représente la première dérivée et la deuxième dérivée de $f(y)$ respectivement.

La fonction de déplacement f est choisie pour représenter exactement la forme du premier mode d'une poutre de section constante en flexion sur deux appuis situés à ses extrémités.

$$f(y) = \sin \frac{\pi y}{L} \quad (2.5)$$

D'où,

$$g(y) = \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi y}{L} \quad (2.6)$$

$$h(y) = -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{L} \quad (2.7)$$

Dans ce qui suit toutes les expressions seront données en fonction des coordonnées généralisées q_1 et q_2 et de leurs dérivées.

Les constituants de la ligne d'arbre à prendre en compte sont:

- le(s) disque(s)
- le rotor (section circulaire pleine ou creuse)
- le(s) roulement(s), (palier(s) à action linéaire)
- le(s) palier(s) aérodynamique(s), (palier(s) à action non linéaire)
- le(s) balourd(s)

II. 2 Élément de disque

Le disque est considéré comme étant parfaitement axisymétrique. Son énergie cinétique T_D , peut s'écrire de la façon suivante:

$$T_D = \frac{1}{2} \left[M_D f^2(y_{disk}) + I_{Dx} g^2(y_{disk}) \right] (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - I_{Dy} \Omega g^2(y_{disk}) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (2.8)$$

Le disque est considéré rigide, son énergie de déformation est donc nulle.

II. 3 Élément de l'arbre

Le rotor est lui aussi considéré axisymétrique. L'expression de son énergie cinétique, T_a , est la suivante:

$$T_a = \frac{1}{2} \left[\rho S \int_0^L f^2(y) dy + \rho I \int_0^L g^2(y) dy \right] (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - 2\rho I \Omega \int_0^L g^2(y) dy \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (2.9)$$

L'énergie de déformation de l'arbre U_a , s'écrit:

$$U_a = \frac{EI}{2} \int_0^L h^2(y) dy (q_1^2 + q_2^2) \quad (2.10)$$

Il peut être intéressant d'exprimer l'énergie cinétique T_{Da} , de l'ensemble disque — arbre.

$$T_{Da} = T_a + T_D = \frac{1}{2} m (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - a \Omega \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (2.11)$$

$$\text{Avec } m = \left[M_D f^2(y_{disque}) + I_{Dx} g^2(y_{disque}) + \rho S \int_0^L f^2(y) dy + \rho I \int_0^L g^2(y) dy \right]$$

$$\text{Et } a = I_{Dy} g^2(y_{disque}) + 2\rho I \int_0^L g^2(y) dy$$

II. 4. Paliers à roulement

La ligne d'arbre peut éventuellement recevoir des paliers à roulement. L'expression du travail virtuel des forces exercées sur la ligne d'arbre s'écrit de la façon suivante :

$$\delta W = F_1 q_1 \delta q_1 + F_2 q_2 \delta q_2 \quad (2.12)$$

Nous n'avons pris en compte ici que les termes directs de la matrice de raideur qui sont dans un premier temps assez représentatifs du comportement des roulements. En plus de la géométrie du palier et de la déformation de sa structure, il prend en compte la position de l'arbre à l'intérieur du palier qui peut être due au déplacement et à la déformation du rotor.

II. 5. Balourd

La ligne d'arbre peut être déséquilibrée par la présence d'un balourd. L'énergie cinétique du balourd s'écrit :

$$T_u = m_b d\Omega f(y_{bal})(\dot{q}_1 \cos \Omega t - \dot{q}_2 \sin \Omega t) \quad (2.13)$$

II. 6. Equations du mouvement

L'application des équations de Lagrange, Permet d'obtenir le système d'équations du rotor:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_c}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = \delta W_i \quad \text{avec } i=1, 2 \quad (2.14)$$

Les étapes sont :

- La résolution de ce système d'équations permet d'obtenir les déflexions de la ligne d'arbre en chacun de ses points.
- Le système d'équations de la dynamique de rotor permet alors de calculer les composantes de l'accélération du rotor.

Les conditions initiales sont choisies de façon arbitraire.

II. 7 Validation du modèle

Le premier cas concerne une ligne d'arbre simplement supportée par deux appuis.

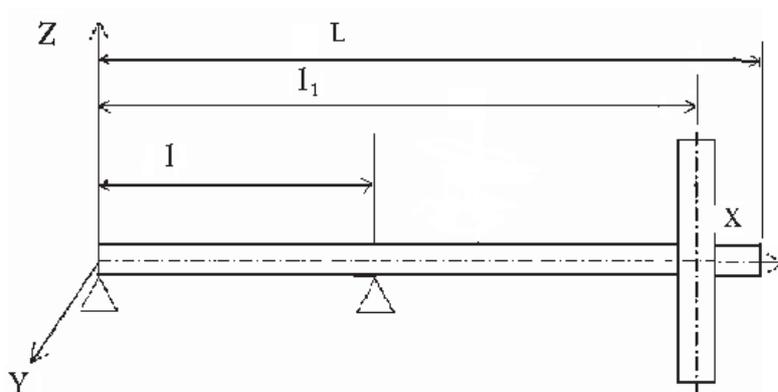


Figure 2.2 Schématisation du modèle simple du rotor

Les données numériques communes du cas étudié sont:

Disque :

$$\text{Rayon intérieur } R_1 = 0.025 \text{ m}$$

$$\text{Rayon extérieur } R_2 = 0.15 \text{ m}$$

$$\text{Épaisseur } h = 0.03 \text{ m}$$

$$\text{Masse volumique } \rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$l_1 = 1 \text{ m (Position du disque)}$$

La masse :

$$M_d = \pi (R_2^2 - R_1^2) h \rho = 16.07 \text{ kg}$$

Les inerties du disque sont :

$$I_{dx} = I_{dz} = \frac{M_d}{12} (3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2) = 9.41 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{dy} = \frac{M_d}{12} (R_1^2 + R_2^2) = 0,1858 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Arbre :

$$\text{Longueur } L = 1,2 \text{ m}$$

$$\text{Rayon de section droite } R_1 = 0.025 \text{ m}$$

$$\text{Masse volumique } \rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Le module de Young } E = 200 \text{ GPa}$$

L'aire de la section droite et le moment d'inertie sont :

$$S = \pi R_1^2 = 1.96 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I = \frac{\pi R_1^4}{4} = 3.066 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

Balourd :

$$\text{Masse } m_b = 10^{-4} \text{ kg}$$

$$\text{Distance } d = 0.15 \text{ m}$$

Les fonctions de déplacement sont celles du premier mode d'une poutre de section constante, en flexion et appuyée aux deux extrémités, soit :

$$f(y) = \sin \frac{\pi y}{L} = \sin \frac{\pi y}{1,2}$$

Les expressions générales de l'énergie cinétique T , de l'énergie de déformation U et du travail virtuel δW peuvent être obtenues.

L'énergie cinétique a pour expression :

$$T = T_d + T_a + T_b$$

Où T_d, T_a, T_b sont les énergies cinétiques respectives du disque, de l'arbre, du balourd.

Tous calculs faits, on a :

$$T = 2.25(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - 0.975\Omega\dot{q}_1q_2 + 7.5 \times 10^{-6}\Omega(\cos\Omega t\dot{q}_1 - \sin\Omega t\dot{q}_2) \quad (2.15)$$

L'énergie de déformation a pour expression :

$$U_a = 17.28 \times 10^5 (q_1^2 + q_2^2) \quad (2.16)$$

II. 7.1 Modèle symétrique

L'application des équations de Lagrange (2.14) en utilisant les expressions (2.15) et (2.16) conduit aux équations du mouvement :

$$\begin{aligned} 4.5\ddot{q}_1 - 0.975\Omega\dot{q}_2 + 3.456 \times 10^6 q_1 &= 0.75 \times 10^{-5} \Omega^2 \sin\Omega t \\ 4.5\ddot{q}_2 + 0.975\Omega\dot{q}_1 + 3.456 \times 10^6 q_2 &= 0.75 \times 10^{-5} \Omega^2 \cos\Omega t \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ces expressions sous forme générale s'écrivent :

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_2 + kq_1 &= m_b d \Omega^2 f(l_1) \sin\Omega t \\ m\ddot{q}_2 + a\Omega\dot{q}_1 + kq_2 &= m_b d \Omega^2 f(l_1) \cos\Omega t \end{aligned} \quad (2.18)$$

II. 7.2 Fréquences naturelles en fonction de la vitesse de rotation

Diagramme de Campbell

Le rotor est tout d'abord étudié en mouvement libre. Seule la solution de système (2.20) sans second membre, est considérée :

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_2 + kq_1 &= 0 \\ m\ddot{q}_2 + a\Omega\dot{q}_1 + kq_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.20)$$

La deuxième matrice, représente l'effet gyroscopique. Les deux autres matrices sont les matrices de masse et de raideur. Les solutions des équations sont de la forme :

$$\begin{cases} q_1 = Q_1 \exp(rt) \\ q_2 = Q_2 \exp(rt) \end{cases} \quad (2.21)$$

En remplaçant (2.21) dans (2.20), il vient :

$$\begin{bmatrix} k + mr^2 & -a\Omega r \\ a\Omega r & k + mr^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

La solution simple $Q_1 = Q_2 = 0$ est sans intérêt et les autres solutions sont celles qui correspondent à l'annulation du déterminant de la matrice. Le calcul du déterminant donne l'équation caractéristique :

$$\begin{aligned} (k + mr^2)^2 + a^2 \Omega^2 r^2 &= 0 \\ m^2 r^4 + (2km + a^2 \Omega^2) r^2 + k^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

A l'arrêt ($\Omega = 0$), les racines r_{10} et r_{20} de (2.23) sont :

$$r_{10}^2 = r_{20}^2 = j^2 \omega_{10}^2 = j^2 \omega_{20}^2 = -\frac{k}{m} \quad (2.24)$$

Avec $j^2 = -1$

Et les pulsations :

$$\omega_{10} = \omega_{20} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.25)$$

En rotation ($\Omega \neq 0$), les racines de (2.23) sont r_1 et r_2 et les pulsations correspondantes ω_1 et ω_2 . Il vient :

$$r_1^2 = -\left[\omega_{10}^2 + \frac{a^2 \Omega^2}{2m^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4m^2 \omega_{10}^2}{a^2 \Omega^2}} \right) \right] = j^2 \omega_1^2 \quad (2.26)$$

Alors :

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{10}^2 + \frac{a^2 \Omega^2}{2m^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4m^2 \omega_{10}^2}{a^2 \Omega^2}} \right)} \quad (2.27)$$

Et :

$$r_2^2 = - \left[\omega_{10}^2 + \frac{a^2 \Omega^2}{2m^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4m^2 \omega_{10}^2}{a^2 \Omega^2}} \right) \right] = j^2 \omega_2^2 \quad (2.28)$$

Alors :

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_{10}^2 + \frac{a^2 \Omega^2}{2m^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4m^2 \omega_{10}^2}{a^2 \Omega^2}} \right)} \quad (2.29)$$

A partir de (2.27) et (2.29) il est clair que :

$$\omega_1 < \omega_{10} = \omega_{20} < \omega_2 \quad (2.30)$$

De plus, les équations (2.26) et (2.28) montrent que r_1^2 et r_2^2 sont des quantités négatives ; ainsi sont des quantités imaginaires et la solution générale du mouvement reste donc limitée dans le temps, le rotor est stable. La représentation de ω en fonction de la vitesse de rotation, $\omega_1 = \omega_1(\Omega)$ et $\omega_2 = \omega_2(\Omega)$ est le diagramme de Campbell. En général le diagramme de Campbell représente f_1 et f_2 :

$$\begin{aligned} f_1 &= \omega_1 / 2\pi \\ f_2 &= \omega_2 / 2\pi \end{aligned} \quad (2.31)$$

en fonction de la vitesse de rotation N (tr/min) qui est reliée à Ω (rad/s) par :

$$N = 30 \Omega / \pi \quad (2.32)$$

Ici ω et Ω sont des pulsations et f une fréquence. Dans ce qui suit les trois quantités sont simplement appelées fréquences. Compte tenu des symboles utilisés, il est facile de savoir de quelle unité il s'agit. Les formes modales (modes) sont examinées ensuite. La première équation de (2.22) donne :

$$Q_1 = \frac{a \Omega r Q_2}{k + m r^2} \quad (2.33)$$

Il est clair que les modes sont complexes ($r = \pm j \omega$) et leur interprétation est délicate. Choisissons l'ensemble de conditions initiales suivant, à $t_0 = 0$:

$$\begin{cases} q_1 = q_{10} \\ q_1 = 0 \\ \dot{q}_1 = 0 \\ \dot{q}_2 = -\omega_2 q_{10} \end{cases} \quad (2.34)$$

Tous calculs faits, il vient :

$$\begin{aligned} q_1 &= -q_{10} \cos \omega_2 t \\ q_2 &= q_{10} \sin \omega_2 t \end{aligned} \quad (2.35)$$

Les déplacements u et v d'un point situé à l'origine de l'axe du rotor sont donnés par (2.1), soit :

$$\begin{cases} u(l,t) = q_{10} \sin \frac{\pi l}{L} \cos \omega_2 t = R \cos \omega_2 t \\ u(l,t) = -q_{10} \sin \frac{\pi l}{L} \sin \omega_2 t = -R \sin \omega_2 t \end{cases} \quad (2.36)$$

Tel que :

$$R = \sqrt{u^2(l,t) + w^2(l,t)} = q_{20} \sin \frac{\pi l}{L} \quad (2.37)$$

Pour notre cas le rotor est défini par les équations :

$$r^4 + (1.536 \times 10^6 + 4.69 \times 10^{-2} \Omega^2) r^2 + 5.898 \times 10^{11} = 0 \quad (2.38)$$

Les fréquences à l'arrêt du rotor sont :

$$f_{10} = \frac{\omega_{10}}{2\pi} = f_{20} = \frac{\omega_{20}}{2\pi} = 139.48 \text{ Hz} \quad (2.39)$$

Les fréquences en rotation sont :

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{7.68 \times 10^5 + 2.347 \times 10^{-2} \Omega^2 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{6.544 \times 10^7}{\Omega^2}} \right)} \quad (2.40)$$

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{7.68 \times 10^5 + 2.347 \times 10^{-2} \Omega^2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{6.544 \times 10^7}{\Omega^2}} \right)} \quad (2.41)$$

Le diagramme de Campbell [$f_1 = f_1(N)$ $f_2 = f_2(N)$] est présenté sur la figure 10 et les intersections de $f_1(N)$, $f_2(N)$ avec deux droites sont indiquées. Les points A et B correspondent aux intersections avec la droite $f = N/60$; à ces deux points une fréquence du rotor égale la fréquence de rotation. Les points C et D correspondent aux intersections avec la droite $f = 0,5 N / 60$; ces deux points correspondent à une fréquence du rotor égale à la moitié de la fréquence de rotation. Il est intéressant d'avoir une expression générale des fréquences correspondant aux points A, B, C, D.

La relation entre ω et Ω est :

$$\omega = s \Omega \tag{2.42}$$

Où $s = 1$ en A et B, $s = 0,5$ en C et D, les expressions $r_1^2 = j^2 \omega_1^2$ et $r_2^2 = j^2 \omega_2^2$ permettent d'écrire :

$$r = \pm j \omega = \pm j s \Omega \tag{2.43}$$

Par substitution dans (2.23) on trouve l'équation suivante :

$$s^4 m^2 \Omega^4 - (2km + a^2 \Omega^2) s^2 \Omega^2 + k^2 = 0$$

En développant

$$s^2 (s^2 m^2 - a^2) \Omega^4 - 2km s^2 \Omega^2 + k^2 = 0 \tag{2.44}$$

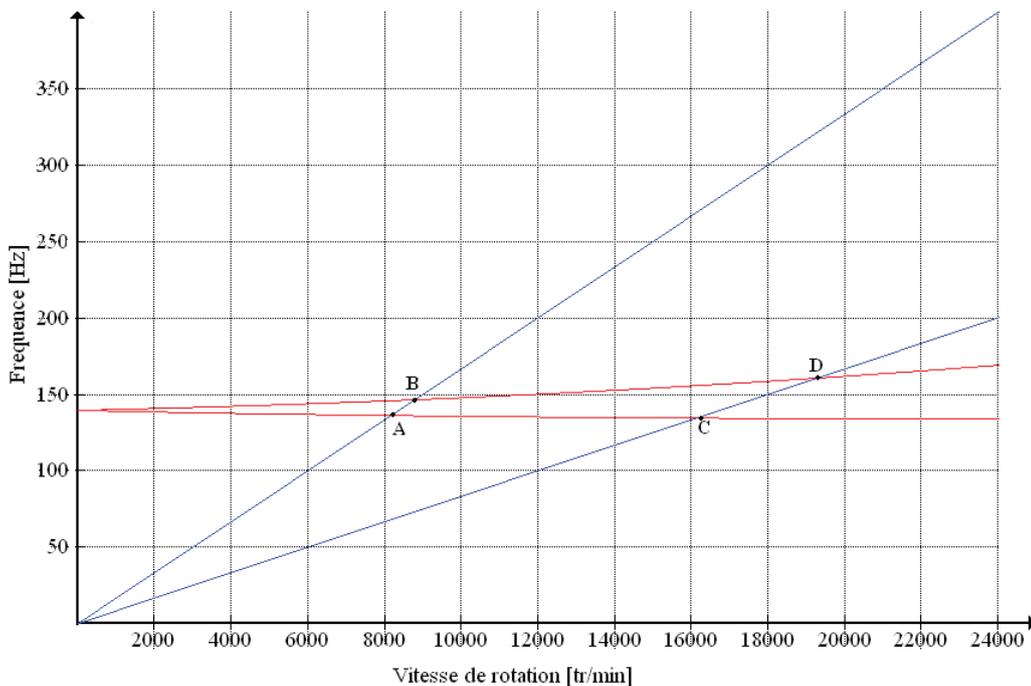


Figure 2.3 Diagramme de Campbell pour modèle simple

Les solutions de (2.44) sont :

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{k}{s(sm+a)}} \quad (2.45)$$

$$\Omega_2 = \sqrt{\frac{k}{s(sm-a)}} \quad (2.46)$$

Et à partir de (2.42), on tire le fréquence ω_1 qui correspond aux points A(s=1) et

$$C(s=0,5) \quad \omega_1 = s \sqrt{\frac{k}{s(sm+a)}} \quad (2.47)$$

Et de (2.42) ω_2 qui correspond aux points B(s=1) et D(s=0,5)

$$\omega_2 = s \sqrt{\frac{k}{s(sm-a)}} \quad (2.48)$$

Pour l'application :

- en A : $f_1 = 135,5$ Hz ; $N = 8190$ tr/min
- en B : $f_2 = 146,5$ Hz ; $N = 8795$ tr/min
- en C : $f_1 = 134,7$ Hz ; $N = 16170$ tr/min
- en D : $f_2 = 160,5$ Hz ; $N = 19260$ tr/min

II. 7.3 Réponse aux forces d'excitation

Il s'agit ici de réponses en régime permanent. Seule la solution particulière des équations complètes (2.18) est considérée.

II. 7.3.a. Balourd

Les équations avec $m^* = m_b f(l_1)$ deviennent :

$$\begin{cases} m \ddot{q}_1 - a \Omega \dot{q}_2 + k q_1 = m^* d \Omega^2 \sin \Omega t \\ m \ddot{q}_2 + a \Omega \dot{q}_1 + k q_2 = m^* d \Omega^2 \cos \Omega t \end{cases} \quad (2.49)$$

Et comme il n'y a pas d'amortissement, les solutions peuvent être cherchées sous la forme :

$$\begin{aligned} q_1 &= Q_1 \sin \Omega t \\ q_2 &= Q_2 \cos \Omega t \end{aligned} \quad (2.50)$$

Remplaçant(2.50) dans(2.49):

$$\begin{cases} -m\Omega^2 Q_1 + a\Omega^2 Q_2 + k Q_1 = m^* d \Omega^2 \\ -m\Omega^2 Q_2 + a\Omega^2 Q_1 + k Q_2 = m^* d \Omega^2 \end{cases} \quad (2.51)$$

$$\text{On trouve } Q_1 = Q_2 = \frac{m^* \cdot d \Omega^2}{k + (a - m)\Omega^2} \quad (2.52)$$

La vitesse critique Ω_c , correspond à la valeur de la vitesse qui rend les déplacements infinis et l'annulation du dénominateur de (2.52) entraîne :

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{k}{m - a}} \quad (2.53)$$

Ce résultat montre une seule vitesse critique, elle correspond à la valeur de Ω_2 donnée en (2.46), quand $s = 1$. La valeur correspondante est celle du point *B* de la figure 2.3.

Pour le rotor défini par les équations (2.17)

$$Q_1 = Q_2 = \frac{0.75 \times 10^{-5} \Omega^2}{3.456 \times 10^6 - 3.525 \Omega^2} \quad (2.54)$$

et la vitesse critique correspond à $\Omega_c / 2\pi = 157,5$ Hz ; soit $N = 9453$ tr/min. Il faut remarquer que lorsque Ω croît, la valeur limite du déplacement est :

$$|Q_1| = |Q_2| = \left| \frac{m^* d}{a - m} \right| \quad (2.55)$$

Pour notre cas :

$$|Q_1| = |Q_2| = 2,127 \times 10^{-6} \text{ m}$$

L'amplitude en déplacement de la réponse Q_1 est représentée sur la figure 2.4.

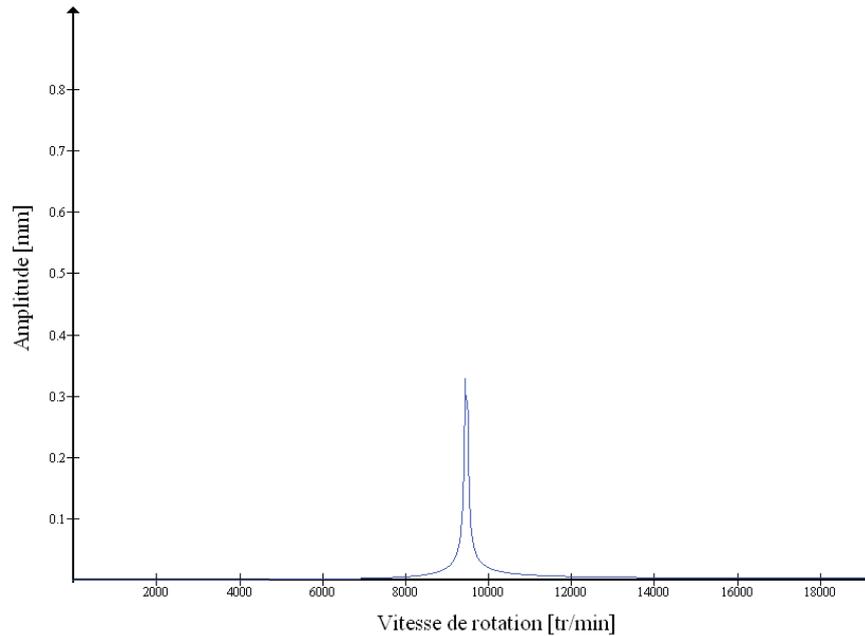


Figure 2.4 Réponse due à un balourd

Amplitude : $A_{\max} = 0.35 \times 10^{-3} \text{ m}$, vitesse de rotation : $N = 9453 \text{ tr / min}$

II. 7.3.b Force asynchrone

En fonctionnement le rotor peut être excité par des forces asynchrones. Une force asynchrone est une force d'amplitude constante F_0 tournant à une vitesse ($s \Omega$) différente de celle du rotor. Si cette force est en l_3 il vient :

$$\begin{aligned} F_{q_1} &= F_0 f(l_3) \sin s\Omega t = F \sin s\Omega t \\ F_{q_2} &= F_0 f(l_3) \cos s\Omega t = F \cos s\Omega t \end{aligned} \quad (2.56)$$

Les équations à résoudre :

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_2 + kq_1 &= F \sin s\Omega t \\ m\ddot{q}_2 + a\Omega\dot{q}_1 + kq_2 &= F \cos s\Omega t \end{aligned} \quad (2.57)$$

et comme il n'y a pas d'amortissement, les solutions peuvent être cherchées sous la forme :

$$\begin{aligned} q_1 &= Q_1 \sin s\Omega t \\ q_2 &= Q_2 \cos s\Omega t \end{aligned} \quad (2.58)$$

D'où :

$$Q_1 = Q_2 = \frac{F}{k + (as - ms^2)\Omega^2} \quad (2.59)$$

La vitesse critique Ω_c , correspond à l'annulation du dénominateur de (2.59):

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{k}{s(ms-a)}} \quad (2.60)$$

Le résultat montre une seule vitesse critique, qui correspond à la valeur de Ω_2 donnée en (2.46), la valeur correspondante est celle du point D de la figure 2.3.

Pour le rotor défini par (2.17) modèle symétrique :

$$Q_1 = Q_2 = \frac{F}{3.456 \times 10^6 - 0.637 \Omega^2} \quad (2.61)$$

Et la vitesse correspond à $\Omega_c / 2\pi = 370.8 \text{ Hz}$; soit $N = 22\ 250 \text{ tr/min}$.

L'amplitude de la réponse Q_1 est représentée sur la figure 2.5 avec $F = 1 \text{ N}$.

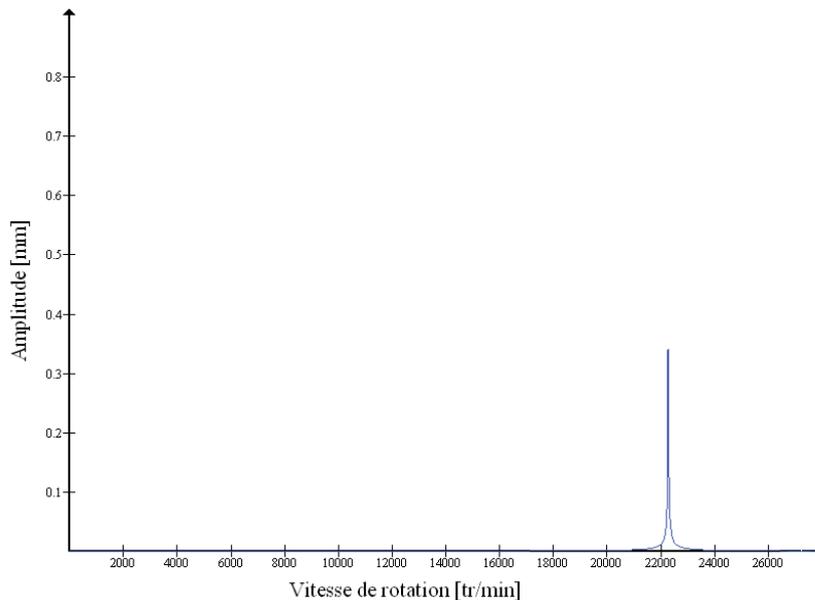


Figure 2.5 Réponse à une force d'excitation asynchrone

Amplitude : $A_{\max} = 0.34 \times 10^{-3} \text{ m}$, Vitesse de rotation : $N = 22250 \text{ tr/min}$

Le modèle simple développé a permis de mettre en évidence la spécificité du comportement dynamique des rotors. Ce modèle simplifié nous a permis d'acquérir une expérience intéressante pour l'étude des réponses aux excitations.

III. Modélisation des rotors par éléments finis

La mise en équations d'un système de solides, reliés par des éléments flexibles (de raideurs connues) et des amortisseurs (de constantes données) fournit une modélisation exacte du système. La modélisation en système continu (masse et rigidité réparties sur tout l'élément) fournit des résultats analytiques en s'appuyant sur la mécanique des milieux continus. Ses formulations sont générales mais ses résultats analytiques se limitent à des cas élémentaires. Les vibrations d'une structure plus complexe, admettant un nombre élevé de degrés de liberté (ddl), nécessitent une méthode générale, modulable et programmable. La méthode des éléments finis (MEF) décompose une structure en petits éléments simples, discrétisés, de type poutre, plaque, rotor... Le comportement vibratoire de l'élément est ramené à celui des noeuds. Ensuite on connecte les différents éléments (maillage) en respectant les conditions de continuité.

On peut alors extraire les matrices de masse et de raideur de la structure complète et déduire les pulsations propres du système non amorti et ses modes normaux. Cet outil de simulation de systèmes mécaniques permet de mieux comprendre le comportement dynamique d'un rotor.

L'effet gyroscopique doit être pris en compte et des méthodes de résolution spécifiques peuvent être avantageusement employées.

III.1 Éléments finis de rotor

Il est nécessaire de définir les éléments finis permettant de modéliser les rotors : disques, arbres, paliers et de représenter les forces extérieures, en particulier celles dues aux balourds.

III.1.1 Disque

Chaque noeud possède quatre degrés de liberté : deux déplacements u, w , suivant X et Z , et deux pentes θ et ψ autour de X et Z . Le vecteur δ des déplacements nodaux du centre du disque est :

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^t \quad (3.1)$$

L'expression de l'énergie cinétique de disque est :

$$T_d = \frac{1}{2} M_d (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} I_{dy} (\Omega^2 + 2\Omega\dot{\psi}\theta) \quad (3.2)$$

L'application des équations de Lagrange à l'expression (3.2) donne :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_d}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_d}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} M_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{dy} \\ 0 & 0 & I_{dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La première matrice est la matrice de masse et la seconde est la matrice gyroscopique.

III.1.2 Arbre

L'arbre est modélisé par des éléments de poutre de section circulaire constante. L'élément fini classique utilisé a 2 noeuds et 4 degrés de liberté par noeud ; les matrices élémentaires ont donc 8 degrés de liberté. Les relations pentes-déplacements sont :

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.4)$$

$$\psi = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.5)$$

et le vecteur des déplacements nodaux est :

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^t \quad (3.6)$$

De plus, on définit les vecteurs δu , δw tels que :

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^t \quad (3.7)$$

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^t \quad (3.8)$$

et on construit les matrices caractéristiques à partir de :

$$u = N_1(y) \delta u \quad (3.9)$$

$$w = N_2(y) \delta w \quad (3.10)$$

Où $N_1(y)$ et $N_2(y)$ sont les fonctions de forme classiques d'une poutre en flexion:

$$N_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (3.11)$$

$$N_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (3.12)$$

L'énergie cinétique de l'arbre est obtenue à partir de l'expression (3.4) qui donne :

$$\begin{aligned} T_a = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^t N_1^t N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^t N_2^t N_2 \delta \dot{w} \right] dy \\ & + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^t \frac{dN_1^t}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^t \frac{dN_2^t}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right] dy \\ & - 2\rho I \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^t \frac{dN_1^t}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} dy + \rho I L \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Et en substituant (3.11) et (3.12) ainsi que leurs dérivées dans (3.13) on aboutit à la forme compacte :

$$\begin{aligned} T_a = & \frac{1}{2} \delta \dot{u}^t M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^t M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^t M_3 \delta \dot{u} \\ & + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^t M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^t M_5 \delta \dot{w} + \rho I L \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Où les matrices M_1 et M_2 sont les matrices classiques de masse, M_3 et M_4 représentent l'effet secondaire d'inertie de rotation de la section par rapport à un diamètre et M_5 l'effet gyroscopique. Le dernier terme qui est une constante a une contribution nulle lors de l'application des équations de Lagrange à 3.14); alors :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_a}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_a}{\partial \delta} = (M + M_a) \ddot{\delta} + C \dot{\delta} \quad (3.15)$$

Où M et M_a sont déduites respectivement de M_1 , M_2 et M_3 , M_4 et où C vient de M_5 .

Les matrices sont :

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -36 & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$M_a = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$M = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

L'énergie de déformation est obtenue à partir de l'expression:

$$U_a = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u' \frac{d^2 N_1'}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w' \frac{d^2 N_2'}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy \quad (3.19)$$

Après intégration, on a sous une forme compacte l'expression de l'énergie cinétique de l'arbre:

$$T_a = \frac{1}{2} \delta u^t K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^t K_2 \delta w \quad (3.20)$$

Où K_1 et K_2 sont les matrices classiques de raideur. L'effet de cisaillement n'est pas pris en compte.

$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

III.1.3 Paliers

Les caractéristiques de raideur et d'amortissement relient les forces d'interaction au niveau des paliers aux déplacements et vitesses. L'influence des pentes et des moments est habituellement négligée et compte tenu de (1.24) on trouve les forces d'interaction au niveau des paliers :

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

La première matrice est une matrice de raideur, la seconde une matrice d'amortissement visqueux. Ces matrices ne sont généralement pas symétriques (paliers hydrodynamiques) et les termes peuvent varier d'une manière importante en fonction de la vitesse de rotation [7].

III.1.4 Balourds

L'expression générale de l'énergie cinétique due à un balourd est donnée équation (1.31). L'application des équations de Lagrange donne :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = -m_b d \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \Omega t \\ \cos \Omega t \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Avec :

$$\delta = [u, w]^t \quad (3.24)$$

III.2 Système d'équations

L'obtention du système d'équations se fera classiquement en appliquant les équations de Lagrange.

Le système d'équations général est :

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{Effort\} \quad (3.25)$$

La résolution des équations que nous venons de déterminer conduira donc à obtenir les informations relatives au comportement dynamique du rotor, c'est à dire le mouvement et la déformation de celle-ci dans les paliers.

Nous présentons par la suite une réflexion sur la résolution du système d'équations dynamiques mis en place.

III.3 Résolution des équations

Si l'on considère que le rotor est discrétiser en n éléments finis, à 4 degrés de liberté, le système obtenu présente ainsi 4(n+1) inconnus. Compte tenu de la taille du système matriciel, la résolution itérative pas à pas dans le temps risque de demander un temps de calcul important. De plus, la convergence numérique du calcul peut être difficile à obtenir.

C'est ainsi, que l'on retrouve classiquement dans la littérature associée à la dynamique des rotors, l'utilisation de la méthode pseudo-modale, [3, 5]. Elle permet notamment de réduire l'ordre du système d'équations, ce qui autorise un gain important en temps de calcul et en place mémoire. De plus, il est possible d'introduire dans les équations, de l'amortissement modal.

Nos efforts se sont portés sur la modélisation du comportement dynamique des systèmes déformables en rotation. Etant donnée l'originalité de cette approche nous avons procédé par des étapes de façon à :

- mieux appréhender la modélisation de rotors déformables,
- affiner la modélisation de l'ensemble pour rendre compte de phénomènes physiques intéressants.

Les possibilités de ces modèles sont nombreuses et dépassent de loin celles du modèle classique du rotor rigide symétrique par :

- la prise en compte de la flexibilité du rotor,
- la prise en compte de disques rigides de dimensions et positions quelconques,
- la prise en compte de roulements définis par leur matrice de raideur et d'amortissement.

En vue d'augmenter les possibilités du code de calcul mis en place, on a mené une réflexion sur l'utilisation de la méthode des éléments finis. Les principales caractéristiques de ce type de modélisation ont été présentées. Le point dur reste la résolution des équations obtenues. Dans la littérature de dynamique des rotors, on retrouve le plus souvent la méthode pseudo-modale dont l'efficacité fait la renommée. Toute fois, cette méthode considère que le comportement des paliers est linéaire.

IV. Analyse modale

IV.1 Introduction

L'analyse modale permet d'établir un modèle de comportement vibratoire d'une structure en basse fréquence (de quelques Hz jusqu'à quelques centaines de Hz). On identifie par le calcul, ces deux paramètres modaux (les fréquences et les vecteurs propres d'un système), on peut construire un modèle analytique qui pourra être employé en simulation pour connaître le comportement dynamique de ce système dans d'autres cas pratiques. En hautes et moyennes fréquences, la densité des modes est souvent trop importante pour que cette méthode soit applicable. Ces considérations dépendent de la complexité du problème étudié pour une poutre ou un rotor, le domaine d'utilisation de l'analyse modale est basé sur quelques hypothèses :

1. Le système est linéaire dans la gamme des amplitudes étudiées.
2. Le système, s'il est continu peut se représenté par un système discret où les paramètres sont exprimés pour chaque noeud du maillage (nombre de degrés de liberté (ddl) total est égal au nombre de nœuds multiplier par le nombre de (ddl) par noeud).
3. L'amortissement qui correspond à la modélisation d'une énergie dissipée proportionnelle à la vitesse est supposé proportionnel à la rigidité et à la masse.
4. Pour des modes clairement identifiés, la méthode de comparaison à une somme de systèmes à 1 ddl est facile à appliquer.

On s'intéresse ici aussi bien à l'aspect numérique qu'à l'aspect pratique, en plus les mathématiques permettent d'exprimer les paramètres modaux à partir des données de l'analyse modale mais aussi à partir des modèles éléments finis de structure.

Il s'agit de calculer le comportement dynamique d'un rotor pas à pas dans le temps, donc l'objectif est de présenter la mise en place d'un modèle de calcul à l'aide d'une approche simplifiée.

La construction du maillage est faite avec le logiciel ANSYS à partir des données fournies pour les profils des différents éléments du rotor.

La modélisation éléments finis nécessite la fourniture de données relatives à la géométrie (coordonnées des noeuds, conditions aux limites, description des éléments : arbre, disque, paliers, éléments supplémentaires), aux données mécaniques (caractéristiques des matériaux, des raideurs et d'amortissement des paliers) et aux informations relatives aux excitations.

Les éléments supplémentaires sont de type masse, raideur, effet gyroscopique et amortissement et ces éléments permettent la modélisation de nombreuses particularités : accouplements, prise en compte du bâti et des supports.

IV.2 Description du modèle

Le modèle éléments finis du rotor est constitué d'un arbre et d'un disque. L'arbre est de longueur $L=1.4\text{ m}$ et de diamètre externe $r_a=0.1\text{ m}$. Le matériau est un alliage spécial supposé homogène et isotrope, de masse volumique $\rho_a=7850\text{ kg/m}^3$, de coefficient de Poisson $\nu=0.3$ et de module d'Young élastique $E_a=248\text{ GPa}$.

Le disque est une couronne en alliage spécial supposé homogène, isotrope et ayant caractéristiques : masse volumique $\rho_a=7850\text{ kg/m}^3$, de coefficient de Poisson $\nu=0.3$ et de module de Young élastique $E_a=248\text{ GPa}$.

IV.2.1 Données fournies

Propriétés géométriques:

Le disque :

$$\text{Masse : } M_d = 396.8\text{ kg}$$

$$\text{Moment d'inertie : } I_0 = 4762\text{ kg.m}^2$$

$$\text{Moment d'inertie polaire : } I_p = 14.88\text{ kg.m}^2$$

Arbre :

$$\text{Longueur : } L=1.4\text{ m}$$

$$\text{Diamètre : } d=0.1\text{ m}$$

Palier 1 :

$$k_{yy} = 1.10^8 \text{ N/m}$$

$$c_{yy} = 1,2.10^4 \text{ N.s/m}$$

$$k_{zz} = 8.10^7 \text{ N/m}$$

$$c_{zz} = 8.10^3 \text{ N.s/m}$$

Palier 2 :

$$k_{yy} = 7.10^8 \text{ N/m}$$

$$c_{yy} = 8.10^3 \text{ N.s/m}$$

$$k_{zz} = 5.10^7 \text{ N/m}$$

$$c_{zz} = 6.10^3 \text{ N.s/m}$$

IV.2.2 Caractéristiques

Le modèle E.F. du rotor est réalisé avec le code de calcul ANSYS. L'arbre est discrétisé par des éléments de poutre à 4 degrés de liberté par nœud, deux déplacements u et w et deux rotations selon Y et Z . Chaque palier (PA_1 , PA_2) est modélisé par un ensemble raideur /amortisseur suivant les directions Y et Z placés aux noeuds 1 (pour $x=0$) et 15 (pour $x=L/2$)(voir figure 4.3). La base modale du modèle E F est réduite aux cinq premiers modes, ce modèle permet de réaliser les simulations temporelles du comportement dynamique du rotor. Le disque est supposé parfaitement rigide et pour sa modélisation on utilise un élément pipe (Pipe16). Pour modéliser l'arbre on utilise l'élément poutre (Beam189).

Pour modéliser les paliers, on utilise l'élément spring-damper (Combin14).

Le calcul est donc fait à partir de la discrétisation de l'arbre en plusieurs éléments, une fois les données sont introduits le modèle géométrique est établi et on abouti au maillage du rotor.

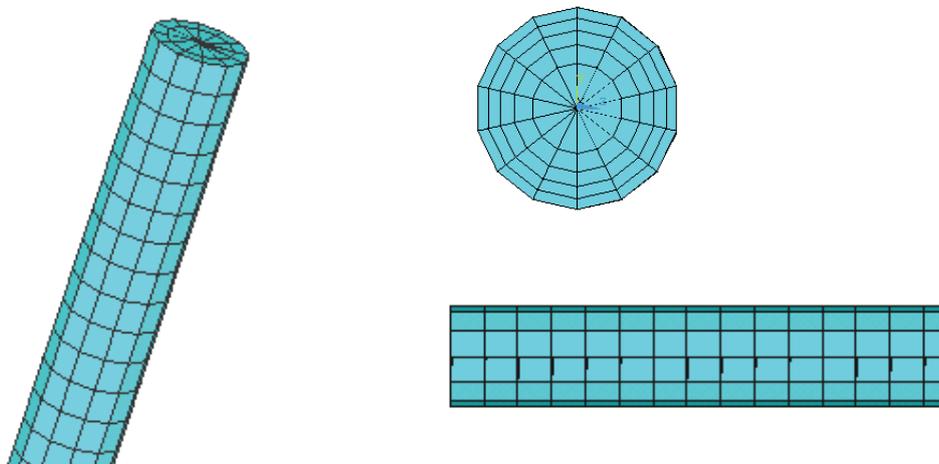


Figure 4.1 Maillage du rotor

L'ensemble des données numériques concernant le maillage de la structure est résumé dans le tableau suivant :

Tableau 4.1 Maillage du rotor

structure	Eléments	Noeuds	DDLs
Rotor	30	51	204

Le modèle comporte 51 noeuds, soit 204 degrés de liberté et la base modale est constituée de dix modes.

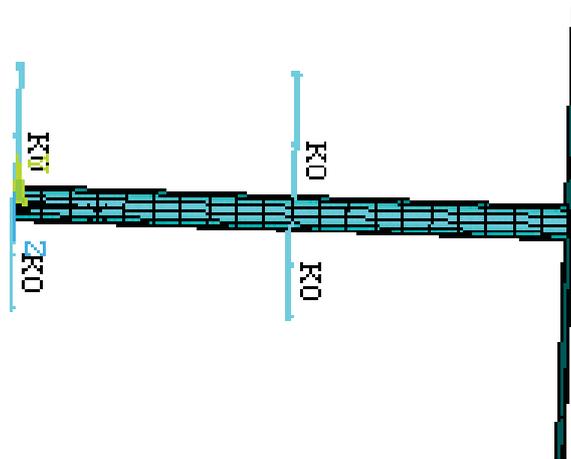


Figure 4.2 Modèle éléments finis du rotor

IV.2.3 Conditions aux limites

Maintenant que le rotor est modélisé, on va présenter la méthode de caractérisation des conditions aux limites. La caractérisation de la structure peut se faire par sa décomposition en éléments finis flexibles et donc étudier noeud par noeud les conditions aux limites.

Lors du mouvement, la ligne moyenne de l'arbre ne reste pas confondue avec la droite initiale soient (U_x, U_y, U_z) les déplacements de l'arbre, U_y et U_z sont variables alors que U_x est considéré comme constant puisque seuls les mouvements de flexion de l'arbre sont étudiés.

Donc pour les noeuds des deux paliers, on annule tous les degrés de libertés.

Pour les noeuds propres au rotor, on annule les degrés de liberté de translation et de rotation suivant l'axe x, il ne reste que quatre degrés de liberté par nœud : deux rotations suivant y et z, et deux translations suivant y et z.

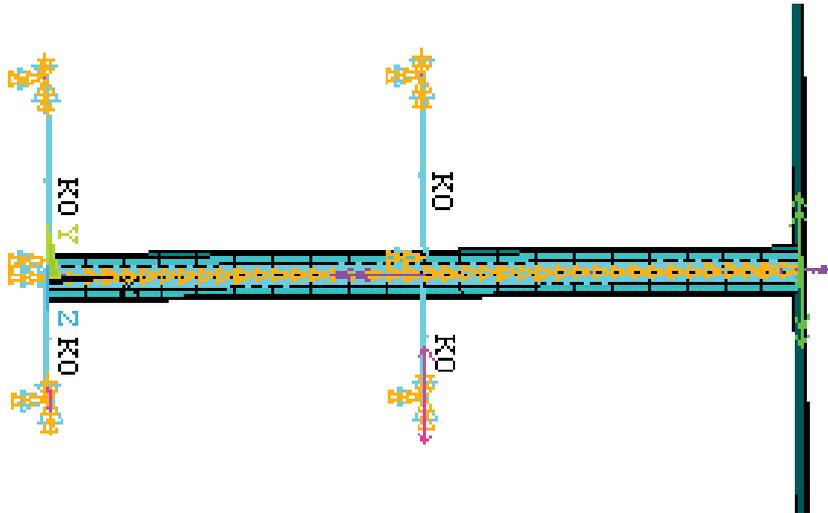


Figure 4.3 Conditions aux limites

IV.3 Fréquences et modes propres

L'objectif de cette étude est de déterminer les fréquences propres, les modes propres et les contraintes qui se produisent lors des vibrations de flexion du rotor. Les fréquences propres sont représentées au tableau ci-dessous :

Tableau IV.2 Les fréquences propres du rotor

mode	1	2	3	4	5
Fréquence (Hz)	35	45	238	328	392

IV.3.1 Les déformées modales

La modélisation par éléments finis a été présentée figure 4.2. La base modale contient cinq modes. L'allure des quatre modes du rotor est présentée sur les figures 4.5, 4.6 et 4.7.

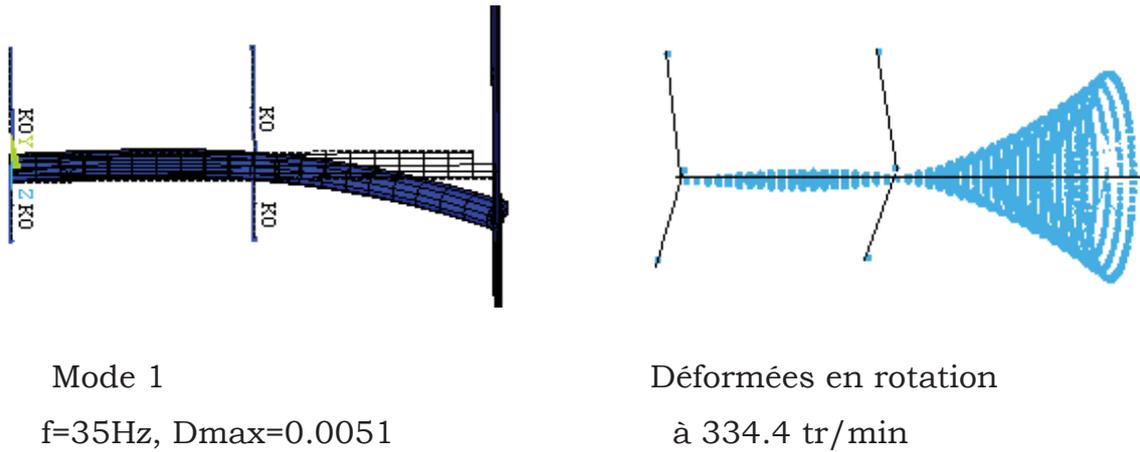


Figure 4.5 Premier mode calculé

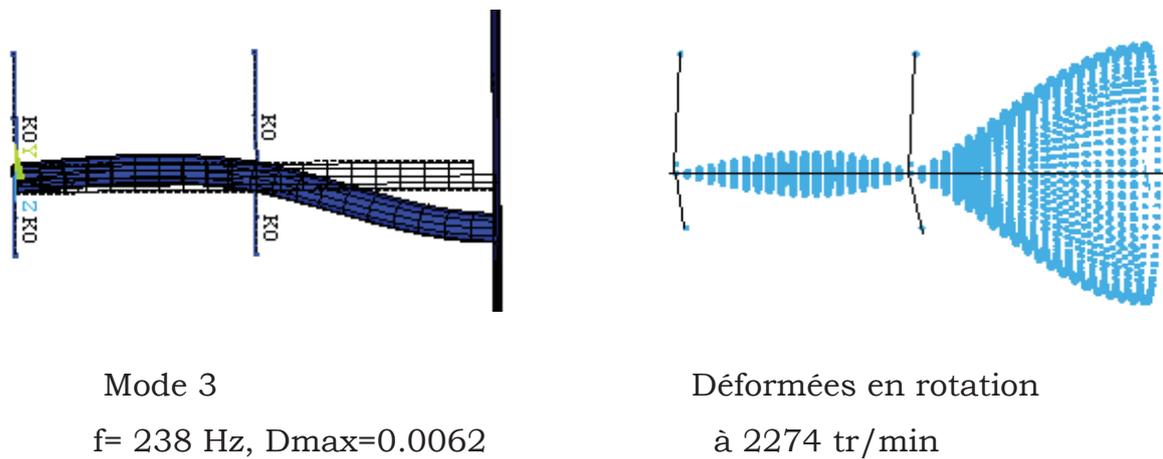
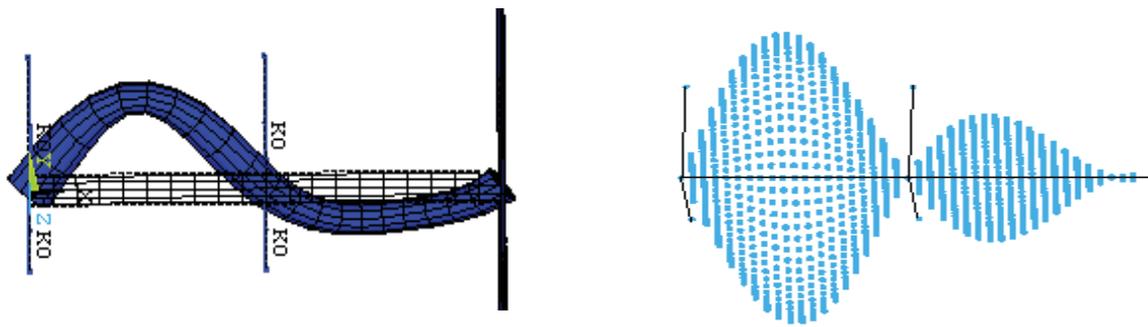


Figure 4.6 Troisième mode calculé



Mode 5
 f= 392 Hz, Dmax=0.042

Déformées en rotation
 à 3745.2 tr/min

Figure 4.7 Cinquième mode calculé

Ces modes sont caractérisées par une flexion locale dans des zones remarquables.

IV.3.2 Evolution des contraintes

Pour le cinquième mode calculé, on obtient la contrainte équivalente de Von Misés.

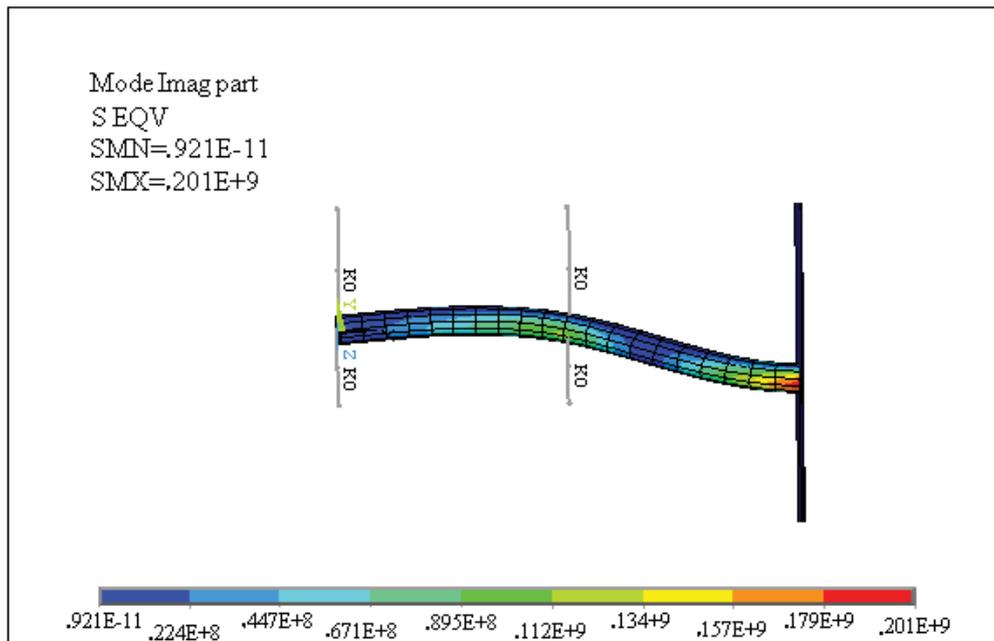


Figure 4.8 Contrainte équivalente de Von Misés

Smax=0.201 GPa Smin=0.921 × 10⁻²⁰ GPa

On remarque la localisation des contraintes maximales aux niveaux des zones soumises à la flexion maximale pour les contraintes principales, l'intensité de contrainte et la contrainte équivalente de Von-Misés.

IV.5 Diagramme de Campbell du rotor par éléments finis

Les vitesses critiques sont données par les points d'intersection des sources d'excitation (harmoniques 1, 4, 5...) avec les modes propres à précession directe et précession inverse. On obtient Le diagramme de Campbell.

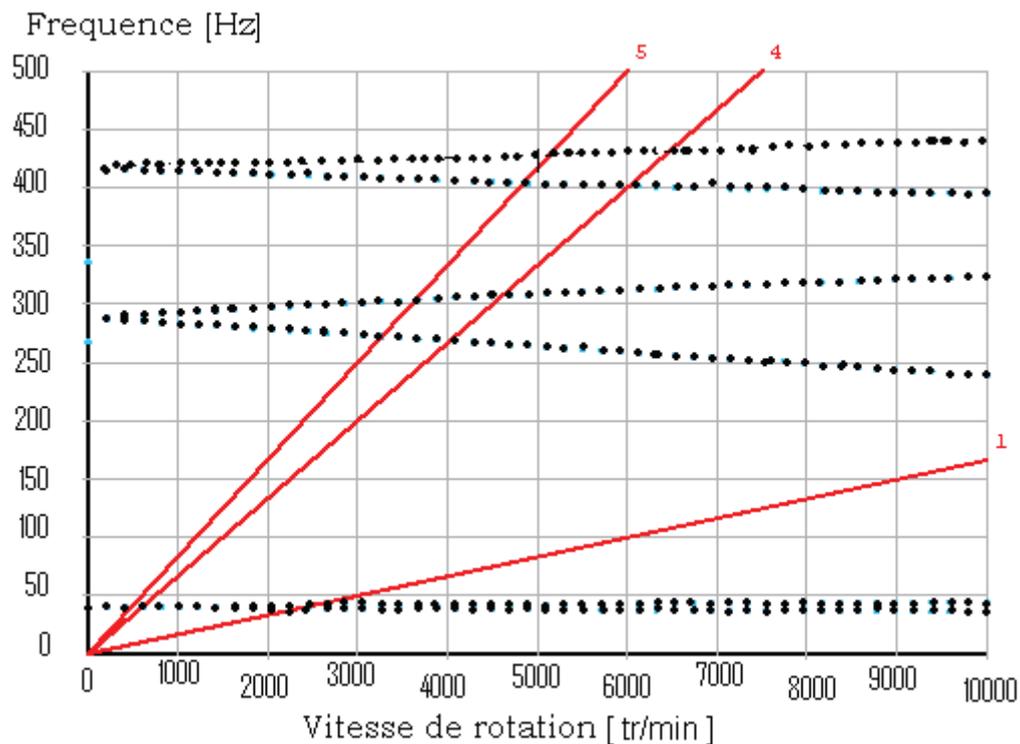


Figure 4.9 Diagramme de Campbell pour le modèle du rotor par éléments finis

Le diagramme de Campbell (figure 4.9) montre que la première vitesse critique pour l'harmonique d'ordre 1 correspond au premier mode de l'arbre qui se situe à 2500tr/min (40 Hz) pour le mode direct.

Pour l'harmonique d'ordre 4, la première vitesse critique citée à 600tr/min (40Hz) et la deuxième vitesse critique citée en 4000 tr/min (270Hz) pour le mode rétrograde et 4500 tr/min (310Hz) pour le mode direct.

IV.6 Analyse de la réponse aux forces asynchrones du rotor

Cette étude permet de comprendre la réponse aux forces asynchrones.

On suppose le vecteur des forces d'excitation ($F_Y=28.26N$, $F_Z=28.26N$), et la fréquence varie dans la plage 0-400 Hz.

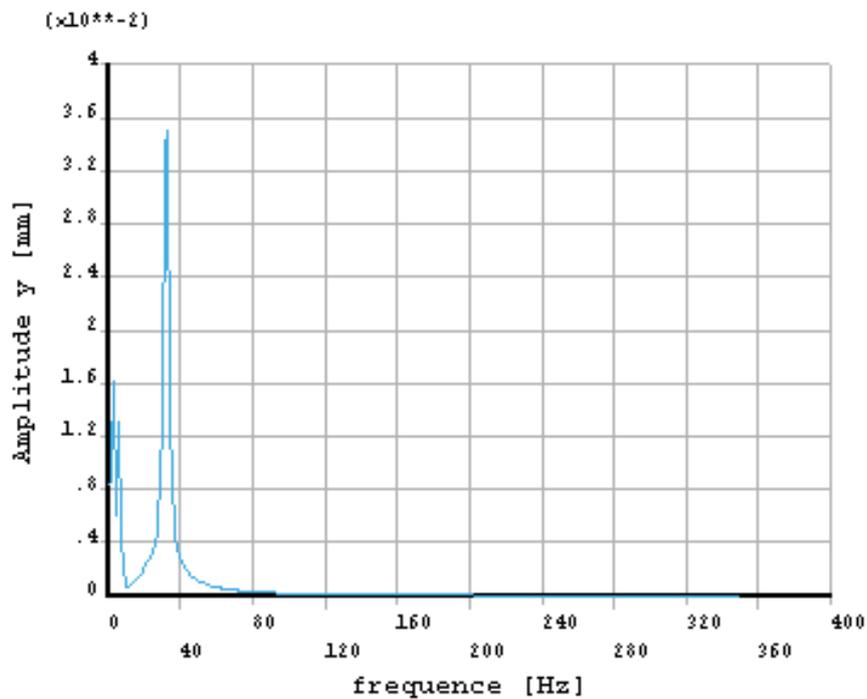


Figure 4.10 Réponse en déplacement aux forces asynchrones en fonction de la fréquence suivant l'axe y

$$A_{1,y_{MAX}} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ mm} \quad A_{2,y_{MAX}} = 3.5 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

Pour la figure (4.10), On remarque la présence de deux pics :

1^{ère} pic pour la fréquence $f = 7 \text{ Hz}$ où la valeur maximale d'amplitude est

$$A_{1,y_{MAX}} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ mm}.$$

2^{ème} pic pour la fréquence $f = 35 \text{ Hz}$ où la valeur maximale d'amplitude est

$$A_1 y_{MAX} = 3.5 \times 10^{-2} \text{ mm} .$$

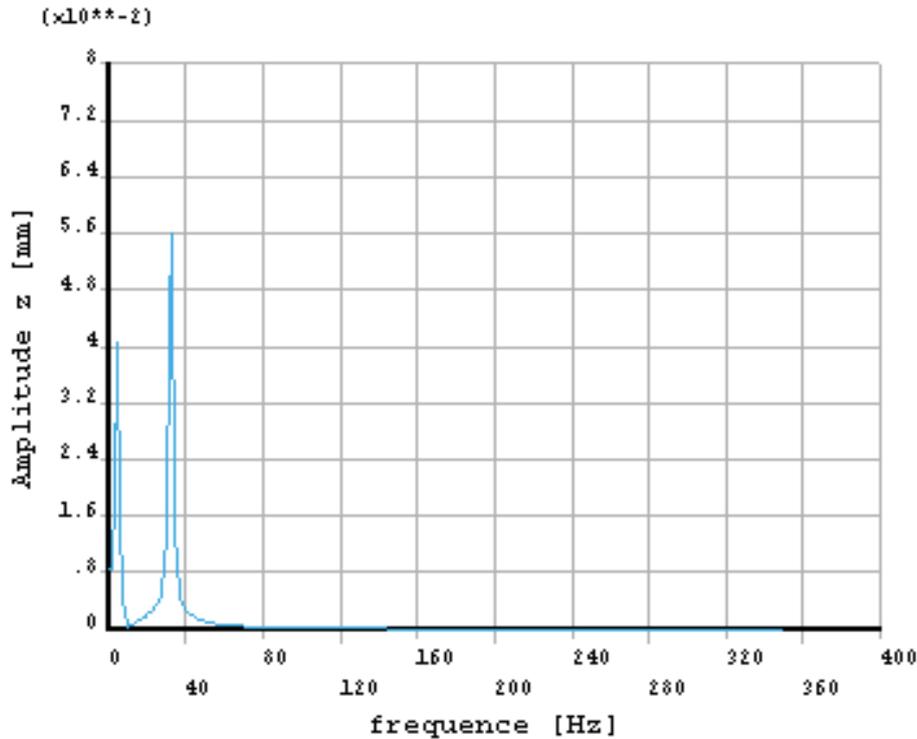


Figure 4.11 Réponse en déplacement aux forces asynchrones en fonction de la fréquence suivant l'axe z

$$A_1 z_{MAX} = 4 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

$$A_2 z_{MAX} = 5.6 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

Pour la figure (4.11), On remarque la présence de deux pics :

1^{ere} pic pour la fréquence $f = 7 \text{ Hz}$ où la valeur maximale d'amplitude est

$$A_1 y_{MAX} = 4 \times 10^{-2} \text{ mm} .$$

2^{eme} pic pour la fréquence $f = 35 \text{ Hz}$ où la valeur maximale d'amplitude est

$$A_1 y_{MAX} = 5.6 \times 10^{-2} \text{ mm} .$$

Les spectres des figures (4.10) (4.11) sont calculés dans la plage [0 -400 Hz]. Ils mettent en évidence l'existence des composantes d'amplitude prépondérante à la fréquence de rotation 7 et 35 Hz, il s'agit de la réponse aux forces asynchrones.

IV.7 Simulation numérique en régime transitoire à la résonance

Le comportement dynamique du rotor est simulé. Le rotor est soumis à un balourd de 0.001 kg placé au nœud 19. En montée linéaire de vitesse de 0 à 650 tr/min avec une accélération angulaire constante de l'ordre 30rad/s^2 , après l'exécution on aura les réponses à chaque nœud.

Les résultats des réponses au niveau du nœud N°19 sont présentés sous forme de graphes montrant l'amplitude du signal en déplacement en fonction du temps.

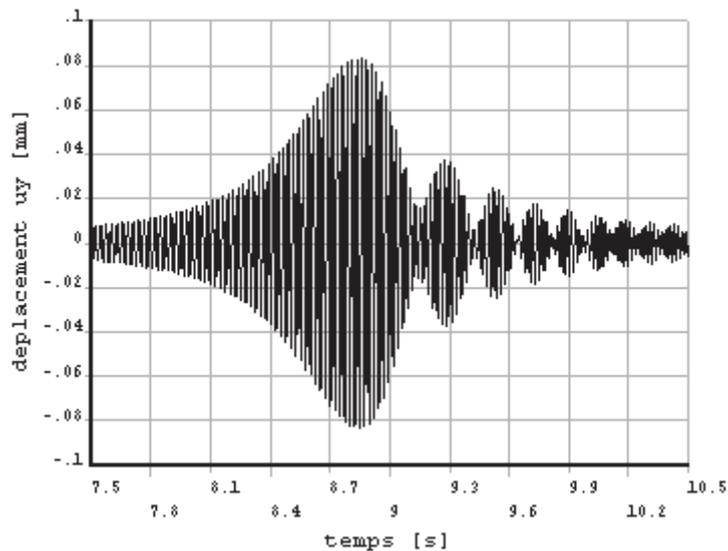


Figure 4.12 Signal temporel de la réponse en déplacement suivant l'axe y

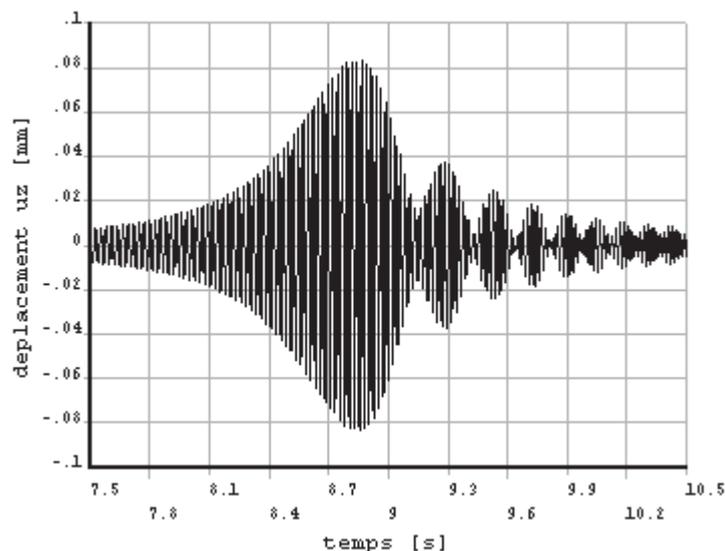
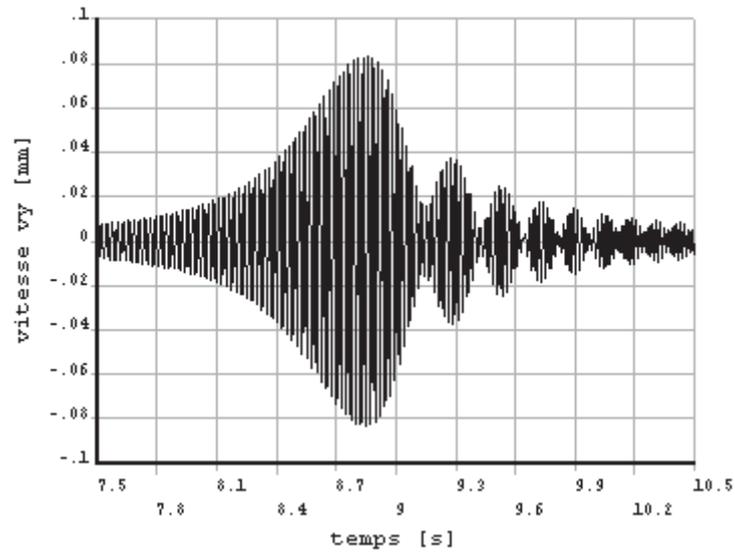
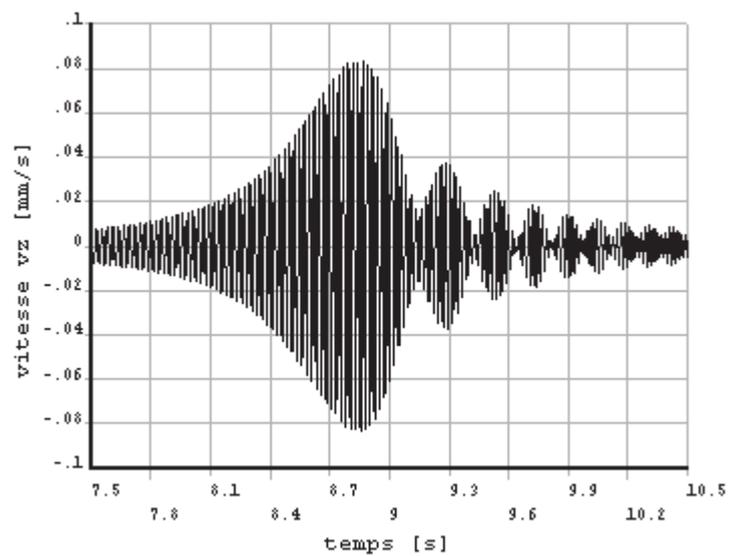


Figure 4.13 Signal temporel de la réponse en déplacement suivant l'axe z**Figure 4.14** Signal temporel de la réponse en vitesse suivant l'axe y**Figure 4.15** Signal temporel de la réponse en vitesse suivant l'axe z

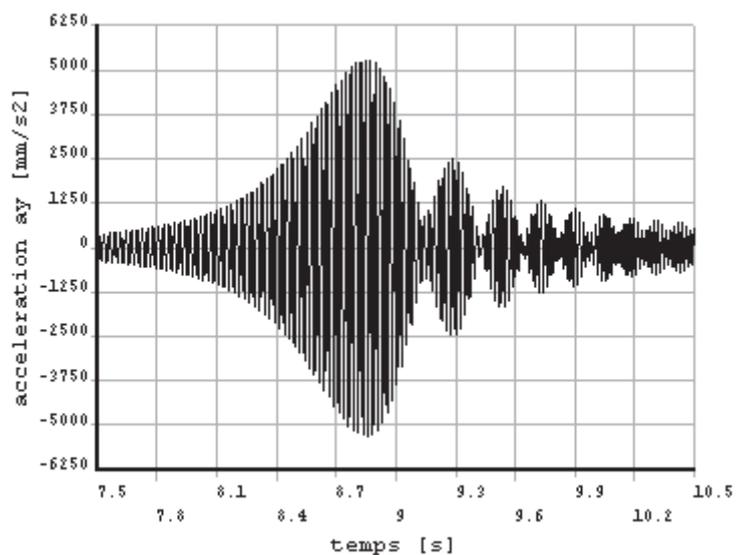


Figure 4.16 Signal temporel de la réponse en accélération suivant l'axe y

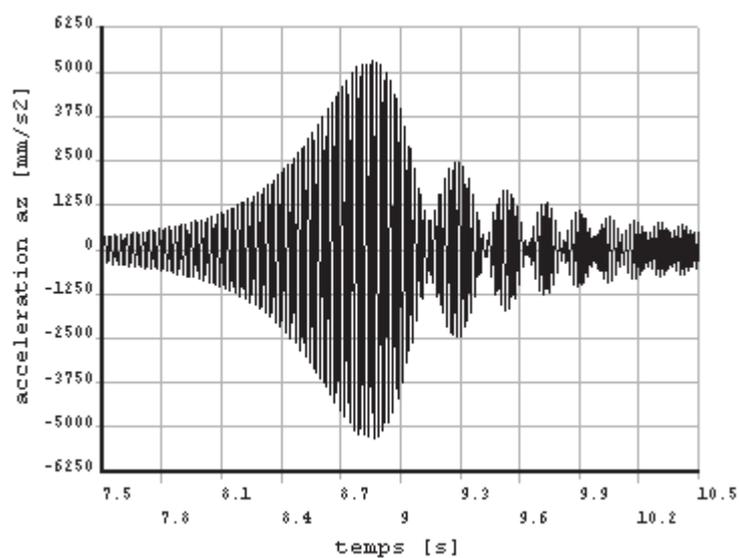


Figure 4.17 Signal temporel de la réponse en accélération suivant l'axe z

On observe pour tous les signaux que la valeur maximale de l'amplitude de la grandeur concernée (déplacement, vitesse, accélération) est située au niveau

de la période $t= 8.8$ s, correspondant au passage de la vitesse critique du rotor suivie d'une atténuation de l'amplitude jusqu'à la stabilité qui se trouve à partir du temps $t=10.2$ s, en effet les réponses en déplacement, vitesse et accélération sont symétriques par rapport aux axes y et z .

IV.8 Réponse transitoire du rotor à vitesse constante

Les simulations numériques sont effectuées sur le rotor tournant à une vitesse constante de 450 tr/min, avec un intervalle de temps pas à pas de 3s. Le rotor soumis à un balourd de 0.001kg et une force constante R_H appliquée au disque tel que $R_H=6060$ N. Les influences du régime transitoire sur le comportement dynamique de structure peuvent être observées. Les résultats des simulations sont transmis puis sont représentés sur les graphes suivants :

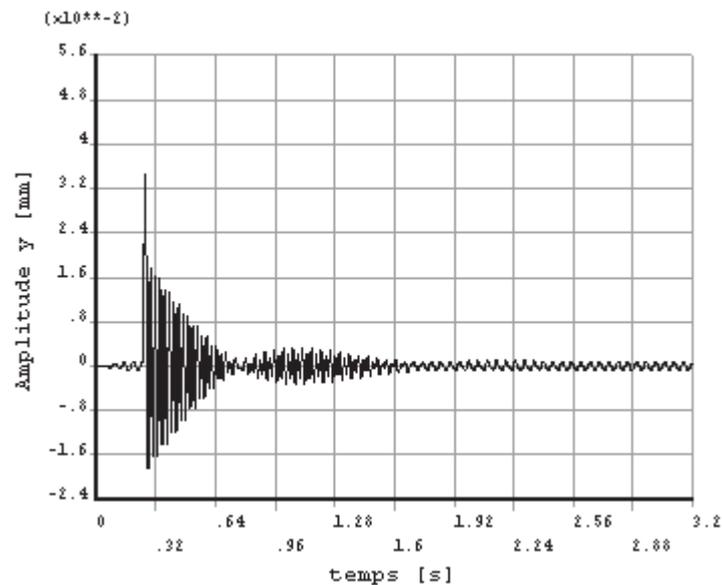


Figure 4.18 Signal temporel de la réponse en déplacement suivant l'axe y

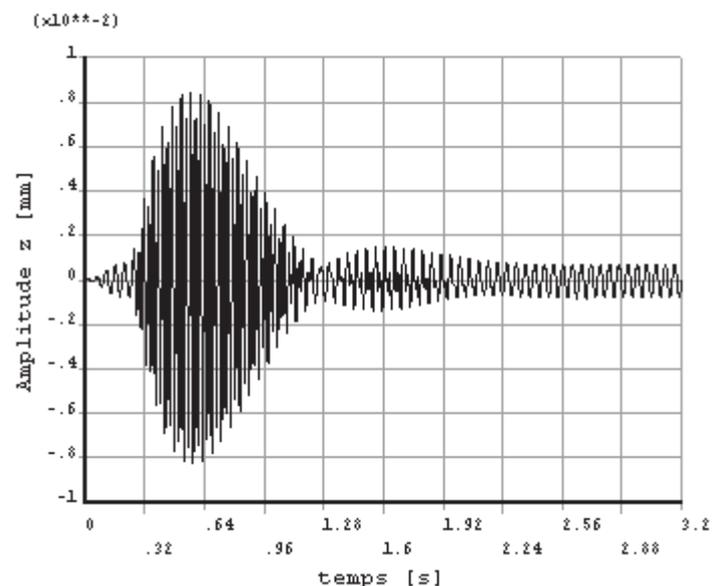


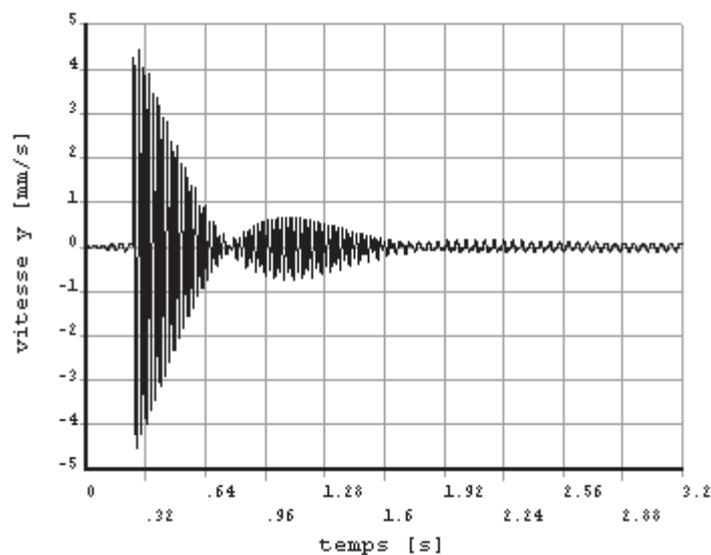
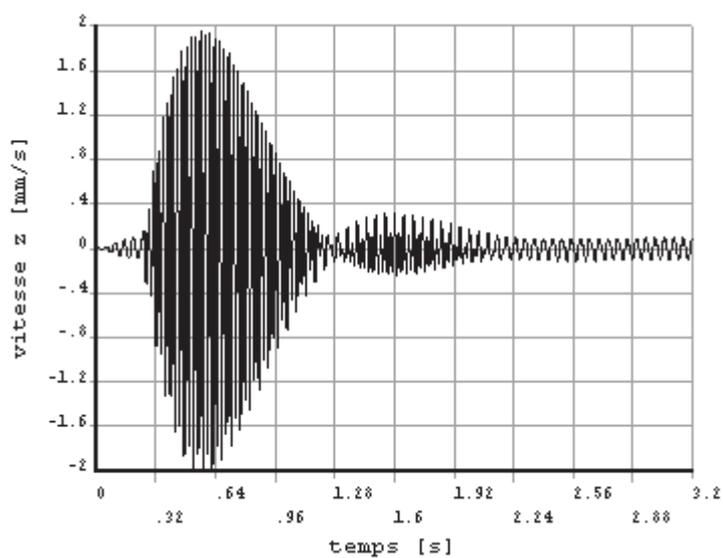
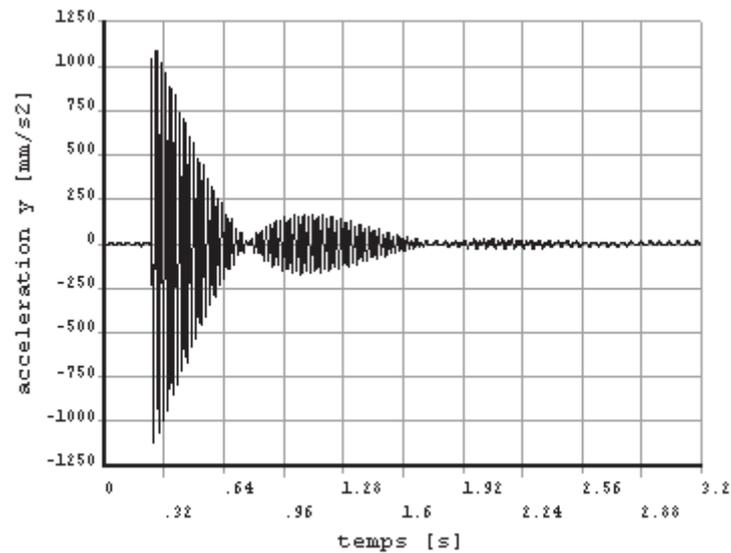
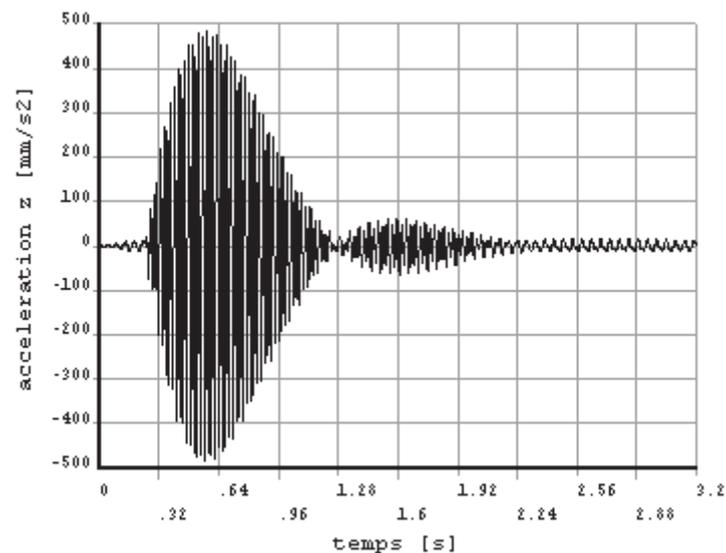
Figure 4.19 Signal temporel de la réponse en déplacements suivant l'axe z**Figure 4.20** signal temporel de la réponse en vitesse suivant l'axe y

Figure 4.21 Signal temporel de la réponse en vitesse suivant l'axe z**Figure 4.22** Signal temporel de la réponse en accélération suivant l'axe y**Figure 4.23** Signal temporel de la réponse en accélération suivant l'axe y

L'influence des phénomènes transitoires est marquée par une montée rapide en amplitudes (amplitudes maximales). C'est pourquoi, les effets du régime transitoire sont influents lors d'une montée en amplitude de vibration du rotor alors que son comportement lors d'un ralentissement est proche de celui en

régime permanent, en effet les réponses en déplacement, vitesse et accélération ne sont pas symétriques par rapport aux axes y et z.

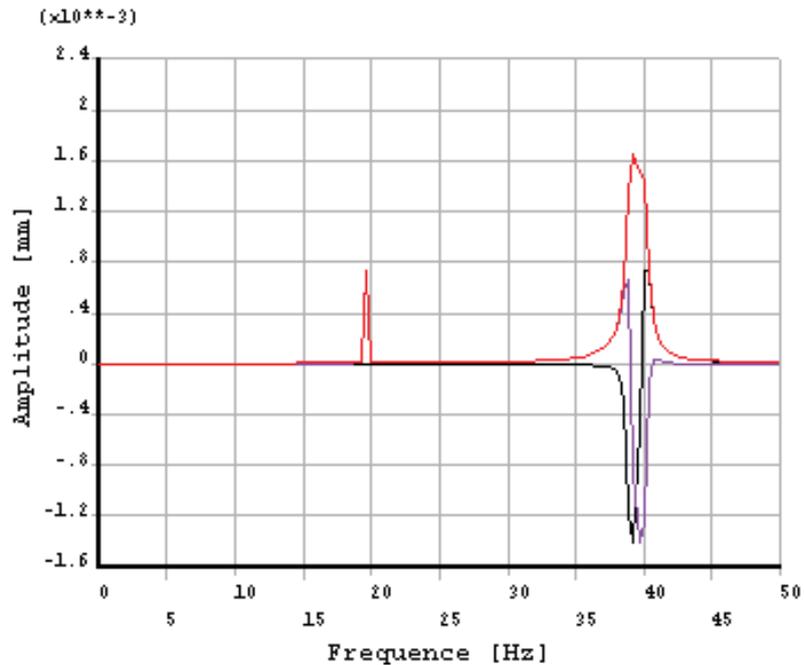


Figure 4.24 Spectre du signal en amplitude de déplacement

La figure (4.24) représente la courbe de réponse en fréquence pour des vitesses de rotation allant de 0 à 500 tr/min (l'amplitude de vibration tracée est définie comme la moyenne entre les déplacements suivant y et z maximum et minimum). La fréquence à laquelle le pic de réponse intervient est de 18Hz et 37Hz. La première fréquence correspond bien à la fréquence de la vitesse critique du système linéaire associé, cela revient au balourd initial mais la présence du deuxième pic d'amplitude croissante est expliquée par un choc initial dû à la force appliquée.

V. Vibration des machines

Nous proposons quelques pistes sur l'origine du "fait vibratoire" des machines depuis les considérations technologiques de conception et de réalisation, jusqu'au comportement dynamique des structures, des assemblages, des lignes d'arbres et des paliers. Nous avons pour cela fait quelques emprunts à de nombreux spécialistes plus ou moins célèbres, mais tous dignes du plus grand respect.

Les machines vibrent, c'est d'une telle évidence que le mécanicien associe inconsciemment le bruit et la vibration perçue à leur bon ou mauvais fonctionnement.

Les vibrations sont en fait l'expression du comportement dynamique d'ensembles complexes de structures, assemblages, guidages... Ce comportement procède de la combinaison d'objets liés et de mouvements, les objets et les mouvements sont réels donc imparfaits et variables.

En fait on s'intéresse aux vibrations sur des critères de maintenance (amplitude est trop élevée, défaut process ou problèmes récurrents). L'objectif étant en général de limiter et de prévoir les incidents.

Théoriquement, l'étude du comportement dynamique des machines existantes devrait s'inscrire dans la démarche Qualité. Il faudrait donc: identifier les écarts par rapport à une référence (CDCF, règles de l'art, normes, législation etc.), les expliquer et proposer une action corrective.

LES VIBRATIONS

Les vibrations sont des déplacements ou des déformations alternatives d'objets matériels. Les vibrations sont rarement stables, l'amplitude et sa répartition spectrale varient sans pour autant diverger à court terme, elles ne sont pas stationnaires. Le mouvement (la vitesse, l'accélération) est donc au moins de sens variable, il peut aussi être irrégulier en direction, en amplitude et en fréquence.

Dans les objets métalliques, la vitesse de propagation des vibrations est de quelques km/s, ce qui veut dire qu'à 1000 Hz, la longueur d'onde est encore de quelques mètres. Pour illustrer ce point on peut imaginer que le capteur

collé à la paroi d'une structure est un peu comme une bouée sur la houle de l'océan, un jour de mer calme. Le rapport de l'amplitude sur la longueur d'onde est d'environ 10^{-2} alors qu'il est plutôt de 10^{-6} à la surface d'une machine soit dix mille fois plus faible.

Les déphasages et les distorsions sont essentiellement le fait des assemblages et des guidages

On ne mesure pas la vibration d'une machine, mais celle de la petite masse instrumentée située à l'intérieur du capteur. On ne mesure jamais les vibrations d'un arbre, d'un roulement, mais la part qui est transmise au capteur via les pièces de structures, cela implique plusieurs chemins directs et indirects. Les différents chemins provoquent atténuations, des déphasages et traversent de nombreuses discontinuités qui transforment le signal, il ne faut donc utiliser qu'en termes relatifs les valeurs de niveau.

La valeur efficace ou niveaux global RMS 10-1000 Hz qui est la base des normes ne traduit ni l'amplitude réelle, ni sa variation temporelle (c'est une moyenne), et représente mal l'effet des chocs et les mouvements lents.

Pour établir un lien intuitif entre la technologie de construction des machines et les vibrations il est très important de remarquer que les vibrations ont des amplitudes voisines de celles des défauts géométriques tolérés et des jeux considérés à juste titre comme "l'âme de la mécanique". On peut même dire qu'en général les vibrations sont de l'ordre des incertitudes!

V.1 STABILITE/INSTABILITE

Dans la mesure ou l'on cherche à prévoir l'évolution d'une machine les notions de stabilité et d'instabilité émergent, il faut les préciser. En théorie l'instabilité caractérise un phénomène évolutif divergent, en pratique, il y a toujours une évolution lente des mécanismes vers la ruine, cette évolution est inévitable.

La dégradation progressive des assemblages et des guidages notamment est une source d'augmentation des sollicitations hors dimensionnement, d'où l'évolution généralement hyperbolique de l'endommagement. Une machine

soumise à des vibrations anormales peut donc être considérée comme instable puisque son évolution vers la ruine sera plus rapide que prévue.

La stabilité est plutôt un objectif qu'un état, nous proposons de convenir que la stabilité des machines est leur capacité de supporter les conditions de fonctionnement en conservant pendant un temps minimum convenu, des propriétés fonctionnelles bornées dans un domaine compatible avec sa fonction. Par opposition nous appellerons instables les machines que nous jugeons ne pas satisfaire à ce critère.

Cette définition peut paraître générale, en fait, elle est très contraignante pour peu que les propriétés et leur domaine acceptable soit défini correctement.

Incidemment, le niveau de vibration n'est pas un critère fondamental, on trouve des machines qui assurent très correctement leur fonction avec des niveaux vibratoires très élevés.

La bonne question est: la machine assure-t-elle correctement et assez longtemps sa fonction sans dommages inacceptables?

V.2 ENERGIE VIBRATOIRE

Le mouvement vibratoire est produit par la transformation de l'énergie mécanique, l'énergie vibratoire est une perte de rendement. Toutefois l'échange entre l'énergie cinétique (forces d'inertie) et de l'énergie potentielle (déformation élastique) limite la dissipation. Il s'agit d'un échange entre l'excitateur et l'élément excité, chaque mouvement simple (direction, fréquence, phase, amplitude) consomme initialement, l'entretien du mouvement serait "gratuit" sans frottements. La fin de l'excitation permet théoriquement de récupérer l'énergie l'initiation en pratique, elle est perdue. La dissipation de l'énergie vibratoire est liée à:

- la composante de force d'excitation de même fréquence et en phase avec la vitesse du corps excité,
- la dégradation thermique par amortissement et plastification interne des matériaux,
- la dégradation thermique par frottement dans les contacts solide/solide,

- la dégradation thermique par amortissement visqueux dans les interactions solide/liquide.

On peut aussi considérer comme une perte d'énergie les transferts vers "l'extérieur" de la machine, en solidien vers les fondations, par un fluide (dans les pompes par exemple). Pour mémoire une très faible partie de l'énergie est perdue par le couplage avec l'air (les gaz en général), mais elle nous permet d'entendre les vibrations mécaniques de fréquence suffisamment élevées.

En synthèse, les termes de dissipations sont les frottements en général, les transferts vers l'extérieur, et l'irrégularité de l'excitation en direction, fréquence, phase et amplitude.

Dans les machines nous avons toujours une rétroaction du système exciteur au système excité. L'excitation est en général régulière mais la réponse du système excité introduit justement des irrégularités, notamment de phase et de direction.

V.3 FORCES D'EXCITATION

Pour les machines tournantes, les excitations peuvent être externes à l'objet mobile ou liées à son fonctionnement propre, les phénomènes observés sont une combinaison des sources.

Les forces d'excitation internes sont liées à des variations de raideur, aux irrégularités cinématiques, à la force centrifuge ou à des effets hydrauliques.

Un mouvement linéaire de vitesse parfaitement constante ne fabrique pas de vibration, par contre un mouvement de rotation parfaitement constant autour d'un axe parfaitement fixe "fabrique" une accélération centrifuge de chaque atome de matière, si le centre de gravité est exactement sur l'axe les forces s'annulent parfaitement. Dans la pratique les forces ne s'annulent pas parfaitement (défauts du guidage, déformations de l'arbre, inhomogénéités). D'autre part les machines sont constituées de l'assemblage d'arbres (ligne d'arbre) dont les défauts interagissent par les accouplements et les transmissions.

Dans une machine tournante on trouve toujours au moins un organe moteur, un organe récepteur et des guidages. Cet ensemble définit les conditions aux limites de la ligne d'arbre.

- Les moteurs électriques exercent des efforts variables dus à la commutation, à la construction discontinue en circuits magnétiques et aux défauts géométriques d'entrefer.
- Les récepteurs exercent un couple résistant et des efforts axiaux et radiaux ces forces sont variables pendant chaque cycle de rotation.
- Les guidages par roulements ou par paliers ne présentent pas la même raideur dans toutes les directions, ils fournissent donc aussi des forces variables pendant chaque cycle.

V.4 COMBINAISON ET TRANSFORMATIONS

La structure va transmettre et transformer les actions du rotor, tous les éléments en liaison avec l'arbre sont interdépendants. Le rotor étant lui aussi une structure il participe à cette transmission mutuelle.

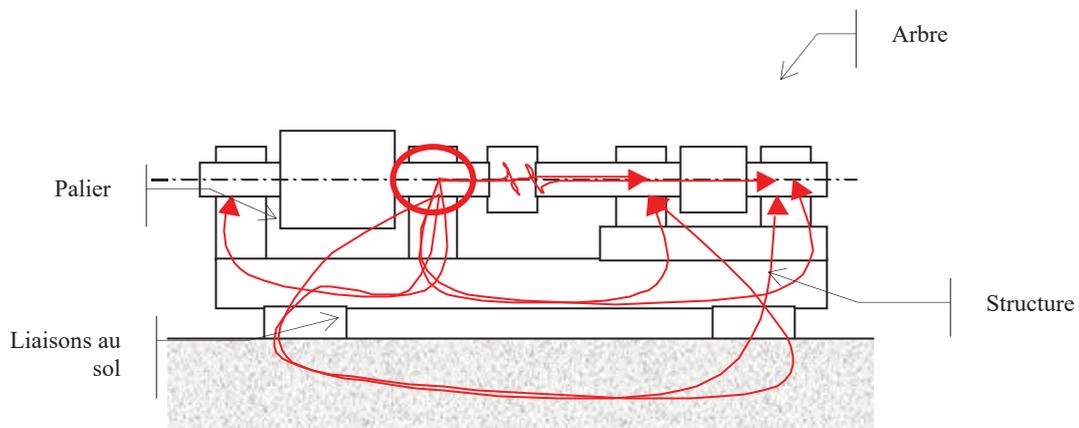


Figure 5.1: chemins de transmission solidiennes des vibrations

Les efforts dynamiques sont conditionnés par l'ensemble du système, on ne peut étudier isolément, le comportement dynamique d'un organe sans risque d'erreur grossière.

Schématiquement un système structurel peut être représenté par une composition discrète de masse, de ressort (et éventuellement d'amortisseurs), soumis à des efforts variables.

Dans un système linéaire, la distorsion des excitations sera faible, le mouvement en chaque point pourra être décrit par l'amplitude, la phase et l'ordre des harmoniques de la pulsation fondamentale.

$$\gamma = a.\sin(\omega.t + \varphi_1) + b.\sin(2\omega.t + \varphi_2) + b.\sin(3\omega.t + \varphi_3) \dots$$

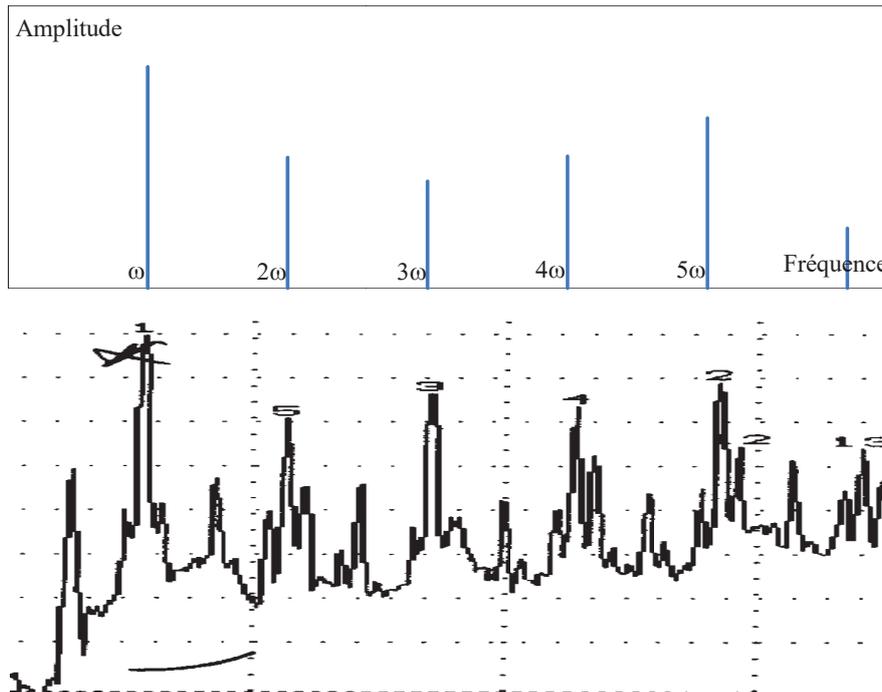


Figure 5.2: *théorique et spectre mesuré*

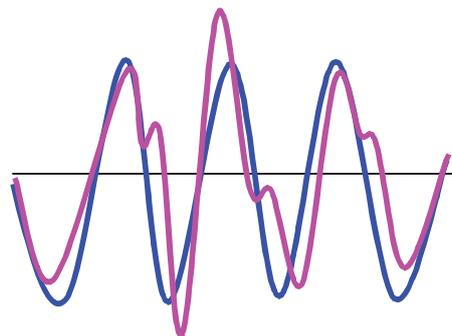


Figure 5.3: *distorsion d'un mouvement sinusoïdal*

Si le système comprend plusieurs vitesses de rotation on trouvera autant de termes de pulsation ω_i .

Cette description présente l'avantage de permettre la simplification du calcul du comportement dynamique.

Les liaisons et les guidages sont les sources dominantes de distorsion, dans certains cas les liaisons deviennent fortement non linéaires et même discontinues, la réponse varie alors avec l'amplitude de l'excitation, on voit apparaître des impulsions et des chocs, le comportement n'est plus stationnaire.

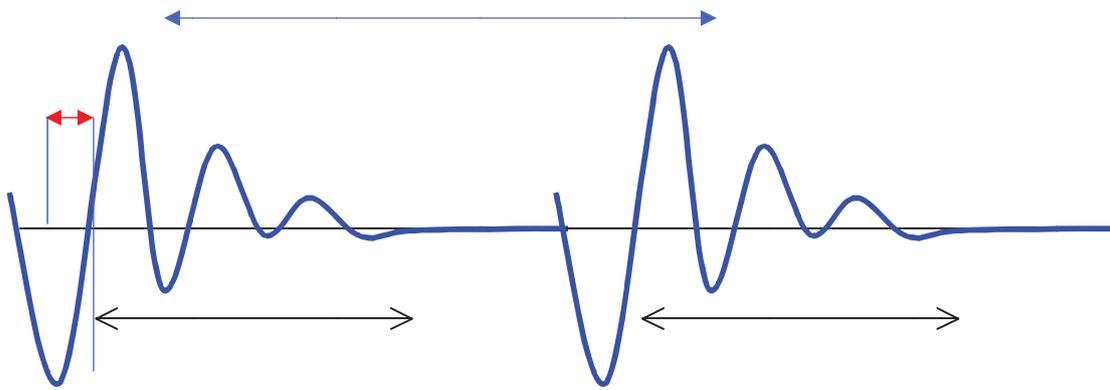
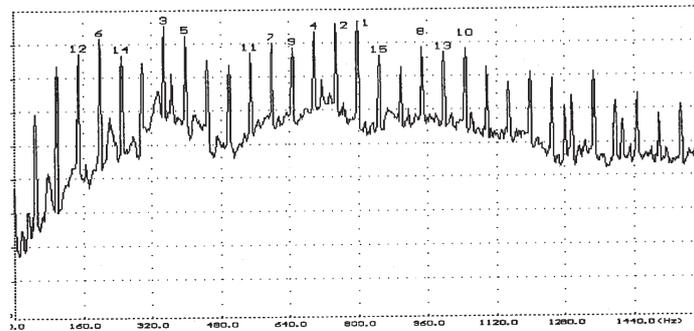


Figure 5.4: cadence et amortissement



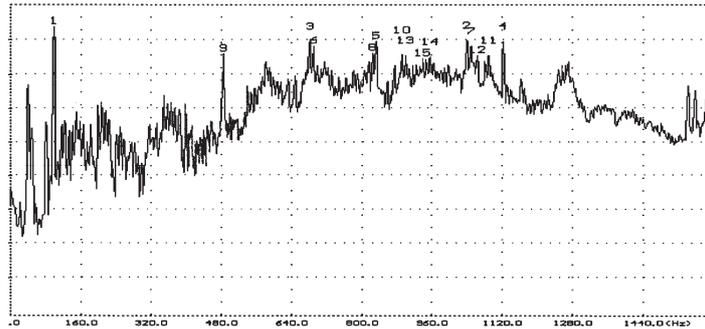


Figure 5.5: *distorsion harmonique normales en haut, distorsion et chocs en bas*

Les principales sources de distorsion sont les suivantes:

- Lorsque la direction des efforts varie, les structures ne présentent pas la même raideur, l'amplitude de la déflexion sous charge varie.
- Lorsque un effort dans une direction se traduit par un déplacement qui n'est pas exactement dans la même direction que l'effort.
- Lorsque le contact de deux pièces à une raideur variable,
- Les variations de frottement et d'amortissement notamment avec la vitesse.
- Lorsque les surfaces de contact "décollent" et rentrent collision avec les parois.

V.5 COMPORTEMENT VIBRATOIRE

Toute structure, bâti de machine et lignes d'arbres possèdent une infinité de fréquences naturelles de résonance. Ces "modes propres" ont la propriété de "stocker" les forces excitatrices de fréquence voisine, sous forme de déformations de la structure correspondante.

Il faut une ou plusieurs excitations de fréquences proches de celle des modes pour réaliser le "couplage modal" efficace. Le couplage modal sera d'autant plus grand que les excitations seront appliquées aux zones de grande déformation de la déformée modale.

L'amplitude du mouvement croît jusqu'à ce que la dissipation soit égale à l'énergie d'excitation. Si l'énergie entrante est élevée et l'amortissement faible, selon l'efficacité de l'excitation:

- on accroît seulement la fatigue du matériau par contrainte alternée
- Les liaisons et guidages deviennent non linéaires
- Les liaisons et les guidages introduisent des chocs,
- Le domaine élastique est dépassé, on obtient une dissipation destructive.

On peut limiter la déformation modale si on dispose s'il existe des éléments dissipatifs de l'énergie des excitations en les transformant en chaleur. Il est donc plus difficile de maîtriser les modes de structure purs que ceux qui font intervenir les liaisons.

Il faut aux éléments dissipatifs:

- une bonne conduction vers une zone d'échange efficace pour évacuer la chaleur dissipée par l'amortissement,
- supporter une amplitude suffisante pour que la vitesse produise un amortissement sensible
- accepter une augmentation de la mobilité fournie par la souplesse hors de plages de couplage.

Comme nous l'avons dit plus haut les liaisons perturbent considérablement l'interprétation du comportement modal en transformant considérablement la répartition fréquentielle de l'énergie, au point de perturber complètement la signature caractéristique.

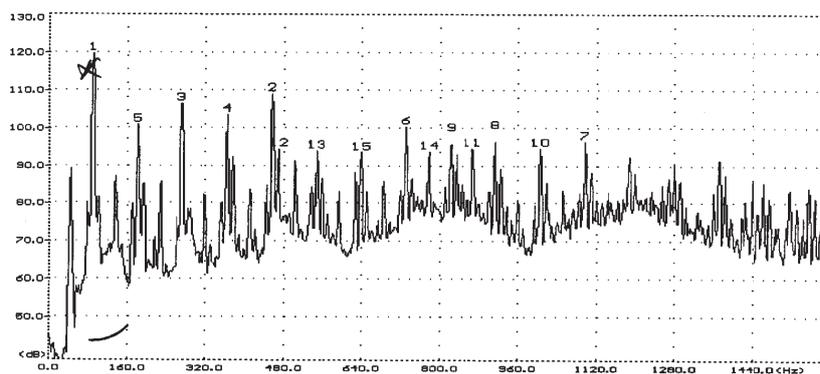


Figure 5.6: spectre mesuré à 5500 rpm d'une machine avec deux modes de structure à 80 et 100 Hz (le pic n°1 est la rotation)

Lorsque aucun mode n'est excité la raideur et l'inertie s'opposent aux déformations de manière prévisible pour un système linéaire. Le

mouvement sera la composition des différentes excitations, sous forme d'un mouvement harmonique.

En résumé:

- il n'est pas nécessaire qu'une excitation soit de forte amplitude pour avoir des conséquences importantes.
- plus large est le domaine de vitesse, plus la maîtrise des amplification dynamique sera difficile à obtenir.
- Plus les mécanismes présentent de non-linéarités et de distorsions plus le domaine de stabilité se réduit

V.6 Excitations vibratoires

V.6.1 ARBRES

Dans la réalité industrielle toute réalisation est acceptée comme conforme, avec une tolérance plus ou moins définie. Il faut compter avec :

- une incertitude sur la mesure objet de la tolérance et sur les propriétés non vérifiées.
- l'effet des systèmes connexes (les autres composants associés),
- l'évolution du système causée par l'usure, la pollution, la corrosion et par le remplacement de certains composants par d'autres pas tout à fait identiques.
- l'équilibrage et le lignage.

V.6.2 Equilibrage

Si l'axe de rotation ne passe pas par le centre de gravité, le système fabrique une force radiale constante mais de direction variable tournant à la vitesse de rotation de l'arbre. C'est une excitation d'amplitude et de fréquence constante (un sinus pur).

$$F = M \cdot \omega^2 \cdot r$$

On peut obtenir un équilibrage statique, c'est à dire un équilibre indifférent sur un axe sans que l'équilibre dynamique soit obtenu. Dans la figure ci-dessous les défauts locaux vont donner lieu à des moments de flexion lorsque le rotor tourne, alors que l'équilibre statique est indifférent.

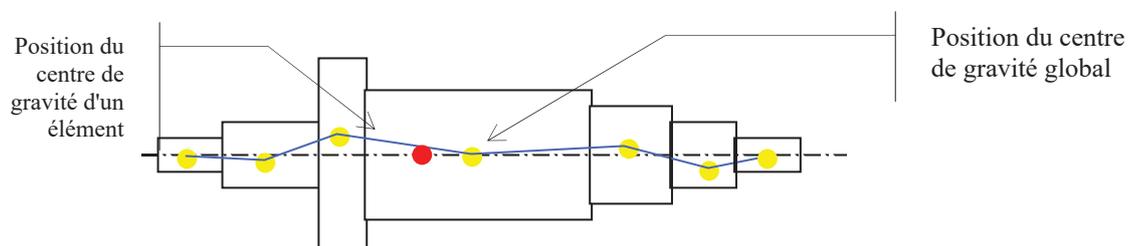


Figure 5.7: écarts des centres de gravité par élément d'arbre

La répartition des défauts locaux est variable dans toutes les directions, donc aussi dans le plan radial, formant des écarts angulaires entre les centres de gravité locaux.

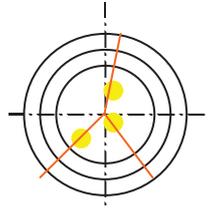


Figure 5.8: répartition dans le plan radial

L'équilibrage est en général obtenu sur le rotor seul monté sur des points de centre, sur une machine d'équilibrage. L'opération est réalisée par enlèvement de matière sur deux disques suffisamment éloignés et prévus à cet effet.

Les figures ci dessous donnent des repères pour les valeurs usuelles et le calcul du balourd résiduel.

Tableau 1 – Degrés de qualité d'équilibrage pour différents groupes de rotors rigides représentatifs

Degré de qualité d'équilibrage	Produit de la relation ($e_{adm} \times \omega$) ^{1), 2)} mm/s	Types de rotors — Exemples généraux
G4 000	4 000	Entraînement par vilebrequin ³⁾ de moteurs Diesel marins à vitesse lente ⁴⁾ , montage rigide, avec un nombre de cylindres impair
G1 800	1 800	Entraînement par vilebrequin, montage rigide, de gros moteurs à deux temps
G630	630	Entraînement par vilebrequin, montage rigide, de gros moteurs à quatre temps
G250	250	Entraînement par vilebrequin, montage élastique, des moteurs Diesel marins
G100	100	Entraînement par vilebrequin, montage rigide, de moteurs Diesel rapides ⁴⁾ à quatre cylindres Moteurs complets ⁵⁾ (à essence ou Diesel) pour voitures, camions et locomotives
G40	40	Roues de voitures, jantes de roues, ensemble de roues, arbres d'entraînement Entraînement par vilebrequin, montage élastique de moteurs rapides ⁴⁾ à quatre temps (à essence ou Diesel) avec six cylindres ou plus Entraînement par vilebrequin de moteurs de voitures, camions et locomotives
G16	16	Arbres d'entraînement (arbres d'hélices, arbres à la cardan) avec exigences particulières Pièces de machines à broyer Pièces de machines agricoles Pièces détachées de moteurs (à essence ou Diesel) pour voitures, camions et locomotives Entraînement par vilebrequin de moteurs avec six cylindres ou plus dans des conditions particulières
G6,3	6,3	Pièces de machines de transformation Engrenages de turbines marines principales (marine marchande) Tambours centrifuges Rouleaux de machines à papier ; rouleaux de machines d'impression Ventilateurs Montage de rotors avec turbines à gaz pour l'aéronautique Volants Impulseurs de pompes Machines-outils et pièces de machines courantes Armatures électriques grandes et moyennes (de moteurs électriques ayant au moins une hauteur de tige de 80 mm) sans exigences spéciales Petites armatures électriques souvent produites en série, pour les applications insensibles aux vibrations et/ou avec des supports isolants contre les vibrations Pièces détachées de moteurs avec des exigences particulières
G2,5	2,5	Turbines à gaz et à vapeur y compris les turbines marines principales (marine marchande) Rotors de turbogénérateur rigides Tambours et disques de mémoire d'ordinateur Turbocompresseurs Entraînements de machines-outils Armatures électriques grandes et moyennes avec des exigences particulières Petites armatures électriques ne se qualifiant pas pour l'une ou les deux conditions spécifiées pour les petites armatures électriques de degré de qualité d'équilibrage G6,3 Pompes à entraînement par turbines
G1	1	Entraînement de magnétophones et de phonographe (gramophone) Entraînement de meules Petites armatures électriques avec exigences particulières
G0,4	0,4	Broches, disques et armatures de meules de précision Gyroscopes

1) $\omega = 2\pi n/60 = n/10$ si n est mesuré en tours par minute et ω en radians par seconde.

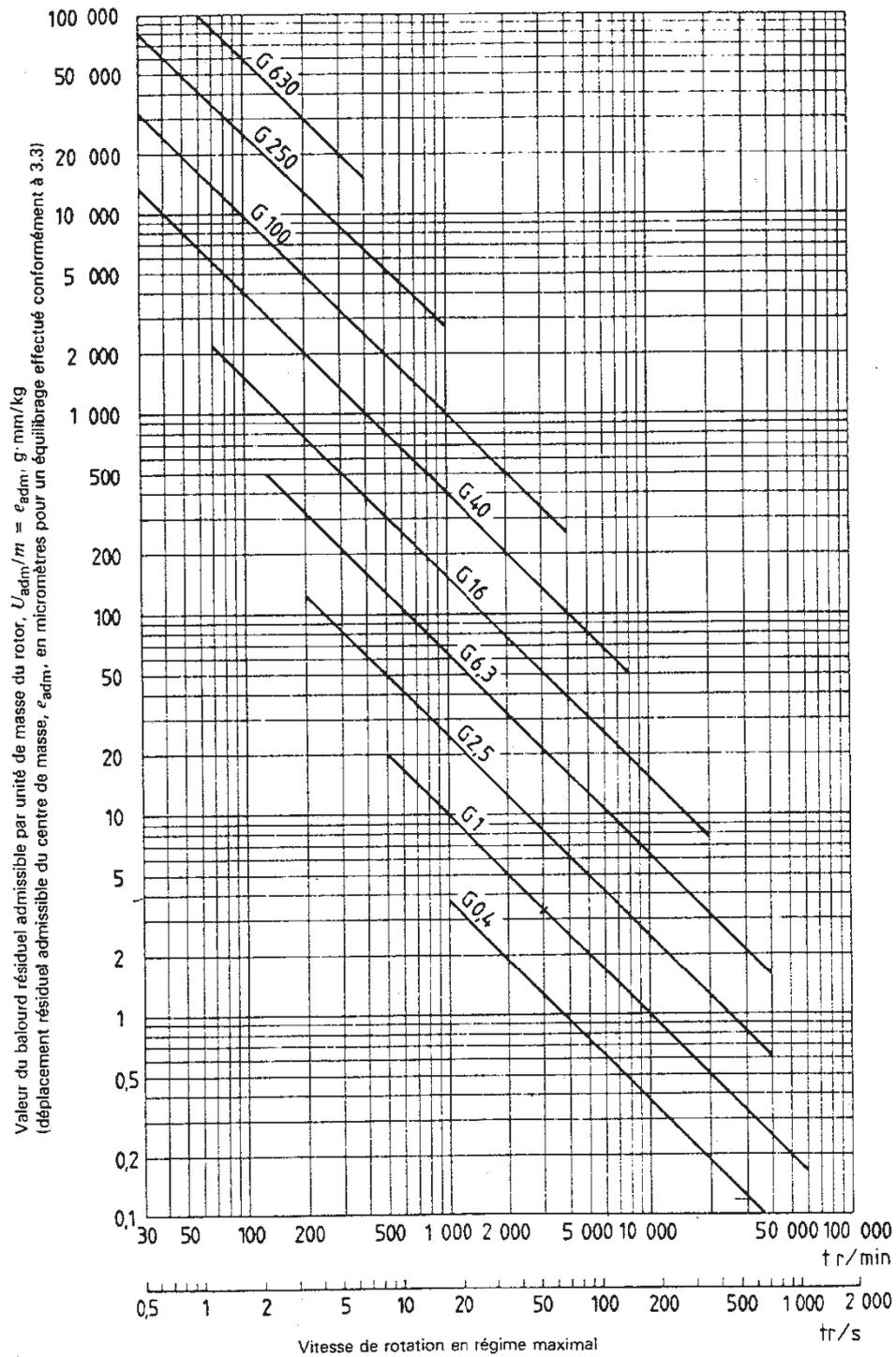
2) Pour l'attribution du balourd résiduel admissible aux plans de correction, voir chapitre 7.

3) Un entraînement par vilebrequin est un montage qui comprend le vilebrequin, un volant, un embrayage, une poulie, un amortisseur de vibrations, la partie en rotation de la bielle, etc. (voir 3.5).

4) Dans la présente partie de l'ISO 1940, les moteurs Diesel lents sont ceux dont la vitesse du piston est inférieure à 9 m/s, les moteurs Diesel rapides sont ceux dont la vitesse du piston est supérieure à 9 m/s.

5) Pour les moteurs complets, la masse du rotor comprend la somme de toutes les masses qui appartiennent à l'entraînement par vilebrequin décrit dans la note 3 ci-dessus.

Figure 5.9: classes d'équilibrage(Document Schenk)



La valeur numérique après la lettre G est égale au produit ($e_{adm} \times \omega$), exprimé en millimètres par seconde.

Figure 510: abaque de calcul du balourd en fonction de la classe d'équilibrage et de la vitesse de rotation

V.6.3 Exemples:

Un rotor de 30 tonnes et $\varnothing 1200$ mm équilibré à G6.3 à 1000 m/mn de vitesse tangentielle fourni un effort tournant résiduel de $30 \times 6.3 \times 4.4 \times 6.28 \approx 5000$ N.

Un rotor de 400 kg et $\varnothing 350$ mm à 3000 trs/mn, équilibré à G6.3 fourni un effort tournant résiduel de $0,4 \times 6.3 \times 50 \times 6.28 \approx 800$ N.

Ces notions supposent un axe de rotation parfait, ce qui ne correspond pas aux conditions de fonctionnement réelles. Les conditions de fonctionnement sous charge sont différentes de celles de l'équilibrage:

- La déformée entre pointes à basse vitesse ne correspond pas à celle à vitesse nominale guidée par les paliers.
- La rigidité des paliers est différente de celle des points de centre.
- Le jeu autorise une orbitation de l'axe de rotor.
- Les efforts externes appliqués au rotor ne sont pas présents lors de l'équilibrage, donc la déformée est différente en fonctionnement.
- Les paliers peuvent subir des déformations qui perturbent le guidage.

En fonctionnement il n'est pas impossible d'observer des efforts tournants sur des rotors équilibrés "dynamiquement" avec soin.

V.6.4 Effet des déformations sous la charge

Les déformations sous charge sont de deux ordres, la déformation de l'arbre et la déformation des guidages.

V.6.4.1 Déformation d'arbre

Prenons par exemple un arbre chargé radialement dans une direction constante. Supposons-le parfaitement équilibré.

La clavette d'entraînement "c" de la poulie diminue la raideur en flexion selon l'axe "y", elle devient légèrement plus faible que celle selon l'axe "z". Donc en rotation régulière et équilibrée les paliers "P" vont subir des variations de réaction.

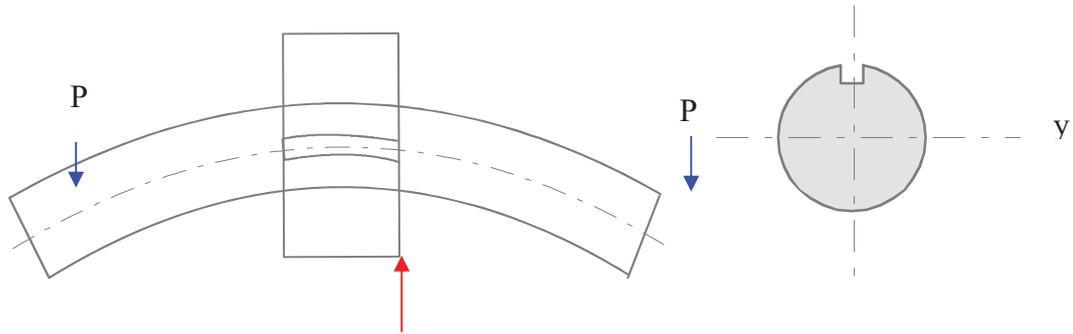


Figure 6.11: effet de la flexion rotative pure

On peut trouver d'autres cas d'anisotropie de raideur ayant des conséquences semblables, par exemple les emmanchements serrés de pièces ayant des défauts de cylindricité.

V.6.4.2 Déflexion des paliers

Dans le cas de la déformation des guidages nous pouvons distinguer l'effet des paliers et celui des structures. Dans les deux cas une variation de charge produit un déplacement qui dépend de la raideur des paliers par rapport au sol ou à la référence dynamique (massif sismique par exemple). On observe que la déformation ne se produit pas tout à fait dans la direction de la force d'excitation. Dans les structures, le phénomène est peu important

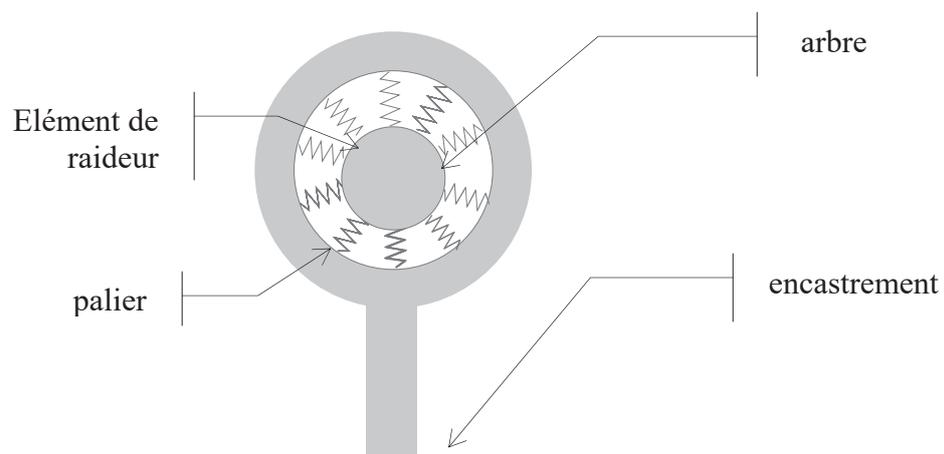


Figure 5.12: anisotropie de raideur radiale d'un palier et de sa structure

Un palier a comme caractéristique une "matrice de rigidité" constituée par les 5 degrés de liberté contrôlés par la fonction de guidage en rotation.

Chaque direction de chargement interagit avec les autres, par exemple une variation d'effort axial à un effet radial sur un roulement à bille (voir plus bas l'étude des roulements). Il y a donc dans le cas général $5 \times 5 = 25$ coefficients de raideur et au moins 5 coefficients directs (diagonaux).

Lorsqu'un effort radial tournant est appliqué en plus du poids constant la résultante des efforts changent rapidement de direction et d'amplitude, ce qui à pour effet un déplacement de l'axe théorique de la rotation. Ce déplacement engendre un déplacement alterné du centre de gravité donc une force d'inertie variable.

Dans le cas de la figure ci-dessus, à chaque rotation la raideur élevée dans le sens vertical crée une impulsion de réaction du palier lorsque l'effort tournant passe en bas, même en l'absence de chocs (par exemple: excursion horizontale dans le jeu de palier) la distorsion de l'effort régulier est la source d'excitation aux harmoniques de la fréquence de rotation.

V.6.4.3 Mésalignement statique et dynamique

La raideur composée de l'élément de guidage et de sa structure porteuse dépend de la taille de la machine, en général plus les machines sont importantes plus les efforts appliqués sont élevés.

A titre d'exemple un palier très rigide à une raideur de $5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$ une structure très rigide à une raideur de 10^9 N/m ce qui donne en série:

$$1/K = 1/10^9 + 5/10^8 = 3 \cdot 10^{-9}$$

$$K = 3,33 \cdot 10^8$$

Le déplacement est dans ce cas de $3 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$ soit $30 \text{ }\mu\text{m}$ pour 1000 daN d'effort dynamique

Un calcul du même type donne $5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ soit $200 \mu\text{m}$ pour 1000 daN par exemple pour une machine monobloc mécano-soudée sur roulements à billes.

Il est remarquable que la qualité du lignage soit du même ordre de grandeur, voire meilleur que la déformée dynamique des paliers! De plus la présence d'un assemblage un peu souple, d'un jeu de guidage ou d'une légère amplification dynamique suffit à augmenter l'amplitude des mouvements donc le mésalignement.

Dans la plupart des cas le lignage assuré à l'arrêt disparaît dès que la machine est en marche normale.

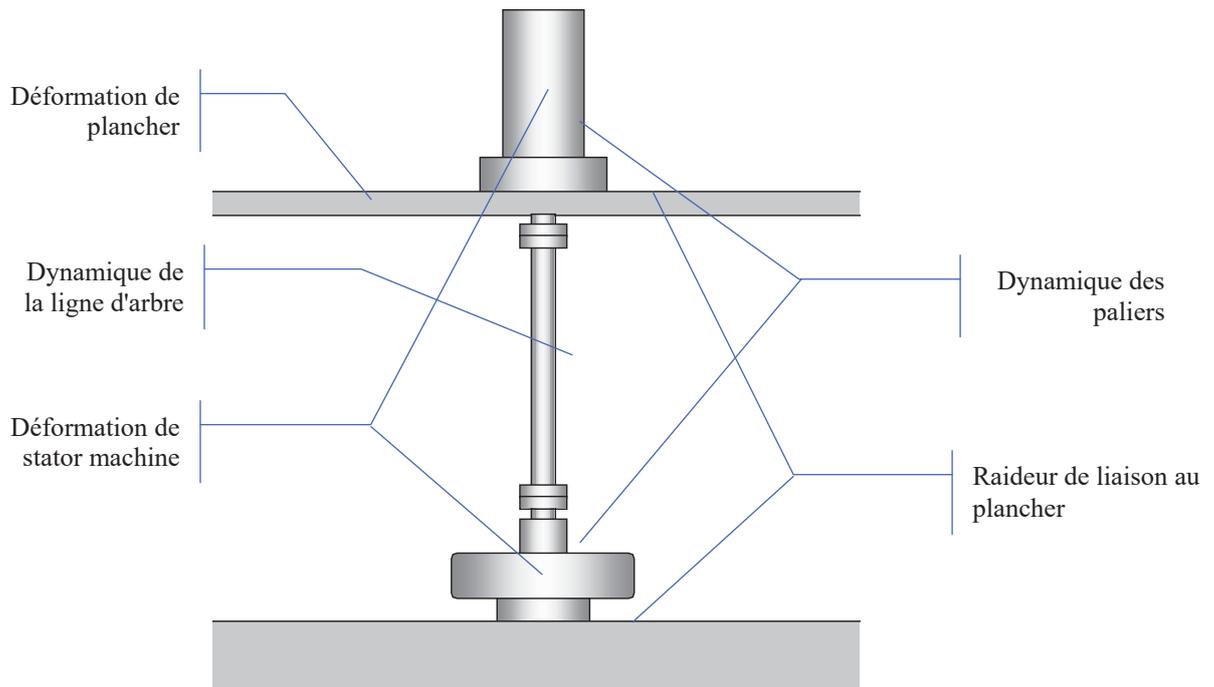


Figure 5.13: éléments d'instabilité d'une pompe verticale

La stabilité dynamique du lignage de transmission est une propriété dépendante de la stabilité dynamique de chacun des rotors, et de celle des structures qui portent les paliers, jusqu'aux fondations.

Le mésalignement dynamique des machines constituées d'un moteur et d'un organe entraîné séparé est plus important que celui des paliers d'une machine monolithique. Il n'est pas rare dans ce cas, d'avoir un mésalignement dynamique égal à plusieurs fois à la tolérance de lignage.

Contrairement à une opinion répandue, la forme de la distorsion n'est pas seulement dépendante du type de défaut d'alignement mais aussi pour ne pas dire essentiellement du type de l'accouplement. Pour certaines transmissions, il ne peut exister de mésalignement radial, notamment dans les transmissions à accouplements doubles à arbre intermédiaire cardans double, dentures double, à lames, etc. Chaque accouplement subit dans ce cas un mésalignement angulaire.

VI. Méthodes de surveillance et diagnostic

VI. 1.Introduction

La maintenance industrielle a pour vocation d'assurer le bon fonctionnement des outils de production, elle est une fonction stratégique dans les entreprises. Intimement liée à l'incessant développement technologique, à l'apparition de nouveaux modes de gestion, à la nécessité de réduire les coûts de production, elle est en constante évolution. Elle n'a plus aujourd'hui comme seul objectif de réparer l'outil de travail mais aussi de prévoir et éviter les dysfonctionnements. Au fil de ces changements, l'activité des personnels de maintenance a également évolué, pour combiner compétences technologiques, organisationnelles et relationnelles.

Pour atteindre ces objectifs la maintenance industrielle classée en générale aux trois phases :

➤Maintenance corrective.

- Maintenance systématique.
 - Maintenance conditionnelle.
- } Maintenance

Les deux derniers types enveloppent une autre phase, comme l'explique le schéma synoptique suivant :

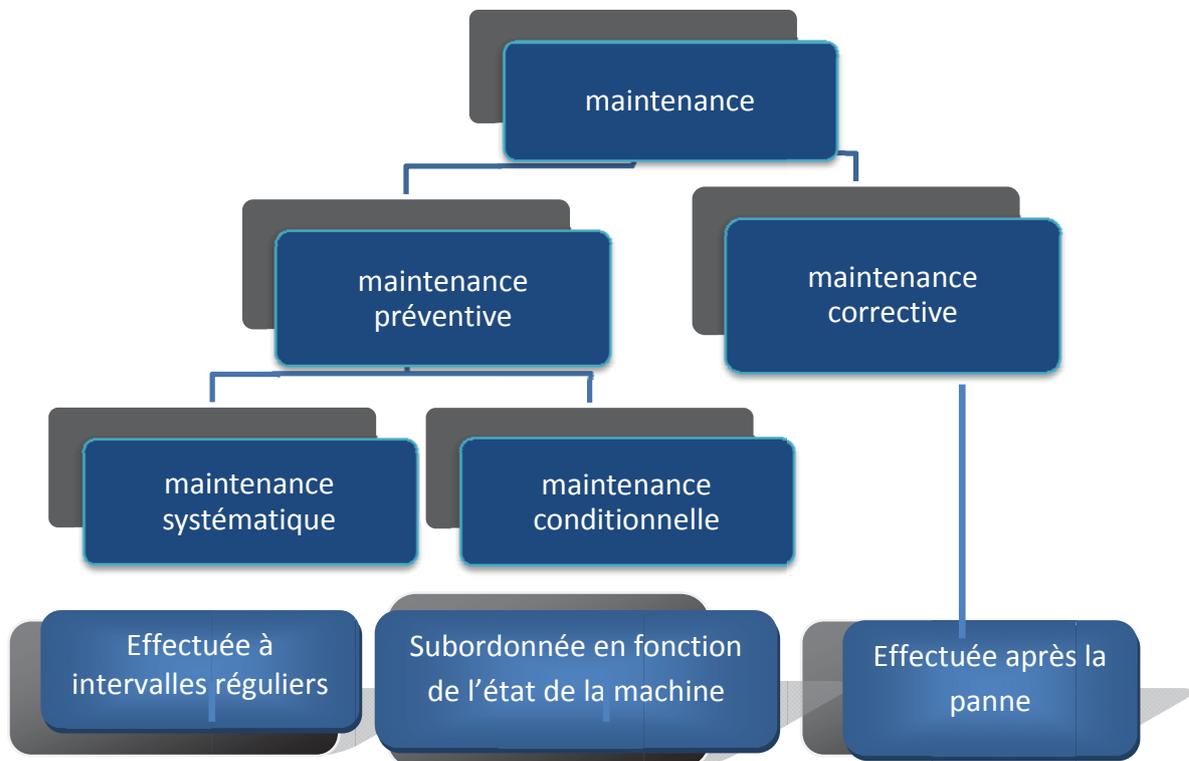


Fig. 6.1. Schéma synoptique des différents types de maintenance

VI. 2. Définition de la maintenance conditionnelle

C'est une maintenance préventive subordonnée à un type d'événement prédéterminé (autodiagnostic, information donnée par un capteur, mesure d'une usure,...etc.) révélateur de l'état de dégradation d'un bien. On appelle aussi ce type de maintenance : maintenance prédictive ou prévisionnelle. La maintenance conditionnelle permet de réajuster les prévisions d'opérations à effectuer, en estimant la tendance évolutive du dysfonctionnement éventuel détecté sur une machine et le temps pendant le quel il est possible de continuer à l'utiliser avant la panne. Ces estimations se font à partir des analyses périodiques de l'état de chaque équipement obtenus par les méthodes de la maintenance conditionnelle.

VI. 3. Pratique de la maintenance conditionnelle

Un démontage, un remplacement coûtent cher en temps et en perte de production. La pratique de la maintenance conditionnelle consiste à ne changer l'élément que lorsque celui-ci présente des signes de vieillissement ou d'usures mettant en cause, à brève échéance, ces performances. La maintenance conditionnelle comporte trois phases :

- La détection du défaut.
- L'établissement d'un diagnostic.
- L'analyse de la tendance.

II. 3. 1. Détections des défauts

A la mise en route de chaque équipement, les principales caractéristiques de base des machines sont enregistrées, notamment la signature vibratoire et les divers paramètres de fonctionnement (température, performance...).

Ces caractéristiques ou signatures, serviront de référence pour suivre, par comparaison, l'évolution d'éventuels défauts ultérieurs.

II. 3. 2. Etablissement d'un diagnostic

Dès qu'une anomalie est détectée par les outils de la maintenance conditionnelle, le responsable d'entretien aura la charge d'établir, dans la mesure du possible, un diagnostic concernant l'origine et la gravité du défaut constaté.

II. 3. 3. Analyse de la tendance

Le diagnostic permet au responsable de préjuger du temps dont il dispose, avant la panne pour laisser l'équipement fonctionner et prévoir la réparation

VI. 4. Avantages et limites de la maintenance conditionnelle[14]

La maintenance conditionnelle est caractérisée par ces avantages et quelques limites comme suite:

II. 4. 1. Avantages

La maintenance conditionnelle présente des divers avantages parmi elles:

- Une augmentation de la longévité du matériel.
- Un contrôle de matériel mieux géré.
- Un coût de réparation moins élevé.
- Une amélioration de la productibilité de l'entreprise.
- La limitation de stock des pièces de rechanges.
- Une amélioration de sécurité.
- Une plus grande motivation de la personnel maintenance.
- Une image de marque de la société

II. 4. 2. Limites

Il existe deux catégories des limites pour la maintenance conditionnelle :

❖ Techniques

L'efficacité d'une maintenance conditionnelle est subordonnée à l'efficacité et la fiabilité des paramètres de mesures qui la caractérisent.

La maintenance conditionnelle sera donc réservée aux matériels dont l'évolution d'éventuels défauts est facilement détectable et mesurable avec des capteurs fiables.

❖ Économiques

Le service maintenance doit gérer et entretenir un parc de machines avec le plus de fiabilité possible, au plus juste coût.

Le choix du type de maintenance devra toujours résulter d'un compromis financier et technique. De ce fait l'ingénieur responsable devra effectuer pour chaque machine la comparaison des avantages et inconvénients inhérents à chaque type de maintenance.

La maintenance conditionnelle est appliquée aux machines tournantes lorsque ces avantages sont supérieurs au coût de la maintenance systématique ou corrective.

VI. 5.Outils de la maintenance conditionnelle

Généralement pour faire une bonne application de la maintenance conditionnelle il faut choisir les outils les plus convenables, pour les machines tournantes les outils les plus adaptés pour la surveillance et au diagnostic sont :

- Analyse vibratoire.
- Analyse d'huile.
- La thermographie infrarouge.

VI. 5. 1.Analyse vibratoire

Une onde vibratoire peut être étudiée par plusieurs méthodes (analyse de niveau globale, analyse spectrale...) qui correspondent à des niveaux différents de connaissance du phénomène et à l'utilisation des outils d'analyse plus ou moins sophistiqués.

VI. 5. 1. 1.Généralités sur les vibrations

Toute machine en fonctionnement induit des vibrations, Les vibrations sont des déplacements ou des déformations alternatives d'objets matériels, les vibrations sont rarement stables, l'amplitude et sa répartition spectrale varient sans pour autant diverger à court terme, elles ne sont pas stationnaires. Le mouvement (la vitesse, l'accélération) est donc au moins de sens variable, il peut aussi être irrégulier en direction, en amplitude et en fréquence.

Selon la norme AFNOR E90 001, une vibration mécanique est une caractéristique du mouvement ou la position d'un système mécanique,

lorsque la grandeur est alternativement plus grande et plus petite qu'une certaine valeur moyenne ou la référence.

A. Les différentes formes de vibrations

On distingue trois formes de vibrations qui sont classées suivant leur périodicité.

- vibration harmonique.
- vibration périodique.
- vibration apériodique.

❖ Vibration harmonique

Une vibration harmonique est une vibration qui est représentée par une sinusoïde dans un diagramme amplitude-temps (Fig. II.2).

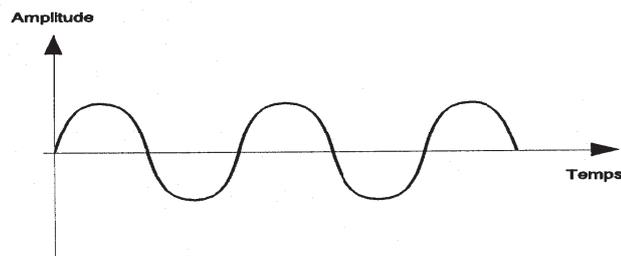


Fig. 6.2. Vibration harmonique

Exemple

Le balourd affecte un rotor en mouvement générer une vibration harmonique
Elle est décrite par l'équation :

$$X(t) = X \sin(\omega t + \varphi) \dots \dots \dots (6.1)$$

❖ Vibration périodique

Une vibration périodique peut correspondre à un mouvement sinusoïdal pur ou à un mouvement complexe périodique que l'on peut décomposer en une somme de mouvements sinusoïdaux élémentaires, plus facile à analyser.

Les mouvements sinusoïdaux élémentaires sont appelés composantes harmoniques et leurs fréquences sont des multiples entiers de la fréquence

du mouvement étudié qui est appelée « fréquence fondamentale » ou fréquence de harmonique d'ordre 1.

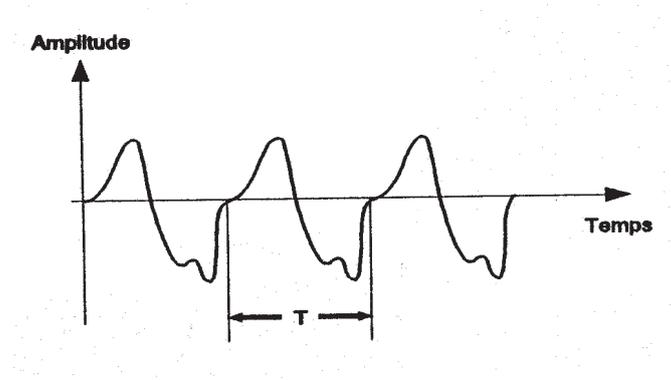


Fig. 6.3. Vibration périodique

Elle est décrite par l'équation :

$$X(t) = \sum_{i=0}^n [X_i \times \sin(\omega_i \times t + \varphi_i)] \dots \dots \dots (6.2)$$

❖ **Vibration apériodique**

Une vibration apériodique ou aléatoire est celle que son comportement temporel est quelconque, c'est-à-dire que l'on n'observe jamais de reproductibilité dans le temps.

Exemple : les chocs enregistrés dans un broyeur.

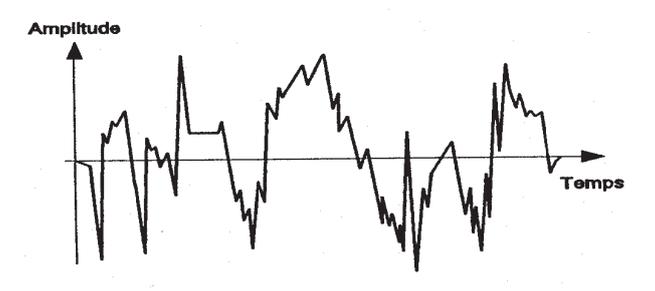


Fig. 6.4. Vibration apériodique

Elle décrit par l'équation :

$$X(t) = \sum_{i=1}^{\infty} [X_i \cdot \sin(\omega_i + \varphi)] \dots \dots \dots (6.3)$$

❖ Vocabulaire

Variable: $x(t)$ valeur instantanée de la grandeur considérée.

Module : X la plus grande valeur que la variable $x(t)$ puisse prendre.

Période : T l'intervalle de temps au bout duquel la variable $x(t)$ reprend la même valeur dans la même direction (unité : seconde [s]).

Fréquence : f C'est le nombre de périodes par unité de temps. La fréquence est l'inverse de la période.

Les unités usuelles de mesure de la fréquence sont :

- l'hertz [Hz], égal à 1 cycle par seconde.
- le cycle par minute [cpm].

Pulsation : ω Encore appelée vitesse angulaire, sa formule est : $\omega = 2\pi f$. Unité: radian/seconde

[rad/s].

Phase : ϕ La phase est représentative du temps qui s'écoule entre une référence que l'on se donne et l'instant que l'on considère. Elle est exprimée en unités d'angle, sachant que :

- à $t = 0$, $\phi = 0$ rad
- à $t = T$, $\phi = 2\pi$ rad ou 360°

La notion de phase n'a de signification que pour une vibration harmonique.

B. Modes de détections

En mesure vibratoire, on utilise couramment trois modes de détection.

- ❖ Valeur efficace X_{eff} : Pour une vibration périodique, cette valeur est la moyenne quadratique des valeurs efficaces de chacune des vibrations harmoniques la constituant

$$X_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [X(t)]^2 dt} \dots\dots\dots(6.4)$$

Dans la littérature, X_{eff} peut également être notée X_{rms} ($rms = \text{root mean square}$).

- ❖ Valeur crête X_c : La valeur crête d'une vibration est la valeur maximale prise par la variable $x(t)$ dans l'un des sens positif ou négatif.

Dans la littérature, X_c peut également être notée X_p (**peak**) ou X_s (**Spitze**) ou encore X_t .

- ❖ Valeur crête à crête X_{cc} : La valeur crête à crête d'une vibration est la somme des deux valeurs crêtes pour les sens positif et négatif.

Dans la littérature, X_{cc} peut également être notée X_{pp} (**peak to peak**) ou X_{ss} (**Spitze-Spitze**).

Pour une vibration harmonique, à l'exclusion de toute autre vibration périodique, les relations suivantes sont vérifiées :

$$X_{eff} = \frac{X_c}{\sqrt{2}} = \frac{X_{cc}}{2\sqrt{2}} \dots \dots \dots (6.5)$$

$$X_c = X_{eff} \cdot \sqrt{2} = \frac{X_{cc}}{2} \dots \dots \dots (6.6)$$

$$X_c = X_{eff} \cdot 2\sqrt{2} = 2 \cdot X_{cc} \dots \dots \dots (6.7)$$

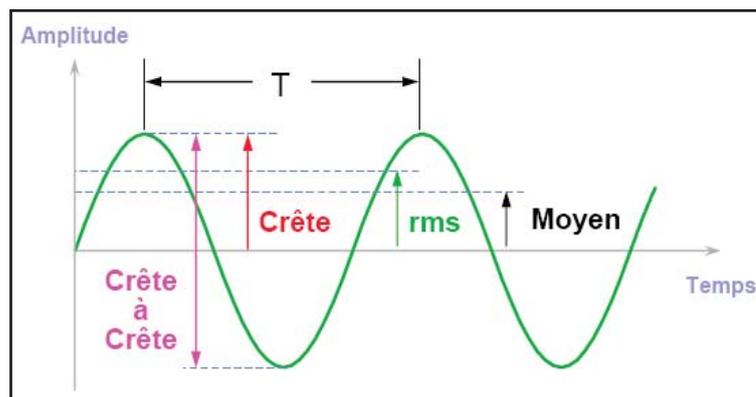


Fig. 6.5. Les modes de détection

Les différents modes de détection peuvent être utilisés comme suite :

- On choisira de faire une mesure efficace lorsque l'on cherchera à apprécier l'énergie mise en jeu dans la Machine (effet de la moyenne quadratique).
- On choisira de faire des mesures crête ou crête à crête lorsque l'on cherchera à apprécier les contraintes maximales subies par la machine (effet des valeurs maximales).

C. Grandeurs de mesures des vibrations mécaniques

On distingue trois grandeurs pour mesurer une vibration mécanique :

❖ Le déplacement vibratoire $s(t)$

C'est la distance entre le point mesuré et le point de repos, l'unité de mesure est le mètre(m).

$$X(t) = X \sin(\omega t + \varphi) \dots \dots \dots (6.8)$$

❖ Vitesse vibratoire $v(t)$

C'est une variation de déplacement de point considéré sur un intervalle de temps, l'unité de mesure est (m/s).

$$V(t) = \frac{dX(t)}{d(t)} = X\omega \cos(\omega t + \varphi) \dots \dots \dots (6.9)$$

$$V(t) = X\omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \dots \dots \dots (6.10)$$

$$V(t) = V \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \dots \dots \dots (6.11)$$

❖ L'accélération vibratoire $a(t)$

C'est la variation des vitesses vibratoires en fonction du temps, l'unité de mesure est (m /s²)

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt} = V\omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \dots \dots \dots (6.12)$$

$$a(t) = A \sin(\omega t + \varphi + \pi) \dots \dots \dots (6.13)$$

$$a(t) = -A \sin(\omega t + \varphi) \dots \dots \dots (6.14)$$

Relation entre X, V et A : ils ne sont valables que pour des vibrations purement harmoniques avec une seule vitesse angulaire ω .

$$|S| = \frac{|V|}{\omega} = \frac{A}{\omega^2} \dots \dots \dots (6.15)$$

$$|V| = |S|\omega = \frac{|A|}{\omega} \dots \dots \dots (6.16)$$

$$|A| = |V|\omega = |S|\omega^2 \dots \dots \dots (6.17)$$

Les équations précédentes montrent que l'on choisira de préférence :

La grandeur *déplacement* pour détecter des phénomènes à basse fréquence $\omega = 2\pi f$ petit.

La grandeur *accélération* pour détecter des phénomènes à haute fréquence $\omega = 2\pi f$ grand.

La grandeur *vitesse* pour détecter des phénomènes se situant dans une large gamme de fréquence $\omega = 2\pi f$ moyen.

D. Avantages et inconvénients des vibrations

❖ Inconvénients

- Provoquent la fatigue des matériaux qui peut conduire à leur destruction prématurée.
- Les vibrations d'un élément de machine par rapport à un autre peuvent provoquer leur contact.
- Les vibrations excitent par voie mécanique et par voie aérienne les corps vivants, ceux des hommes, leurs systèmes nerveux.

❖ Avantages

- Apprécier l'état mécanique d'un système (surveillance et diagnostic).
- Transmission des flux d'informations.

VI. 5. 1. 2. Activités de l'analyse vibratoire

On distingue deux principales activités :

- La surveillance.
- Le diagnostic.

L'outil de mesure enregistre le signal vibratoire brut, ensuite on définit des indicateurs calculés à partir de ce signal en fonction des besoins de l'analyse. Il existe deux types d'indicateurs :

- Indicateur de surveillance.
- Indicateur de diagnostic.

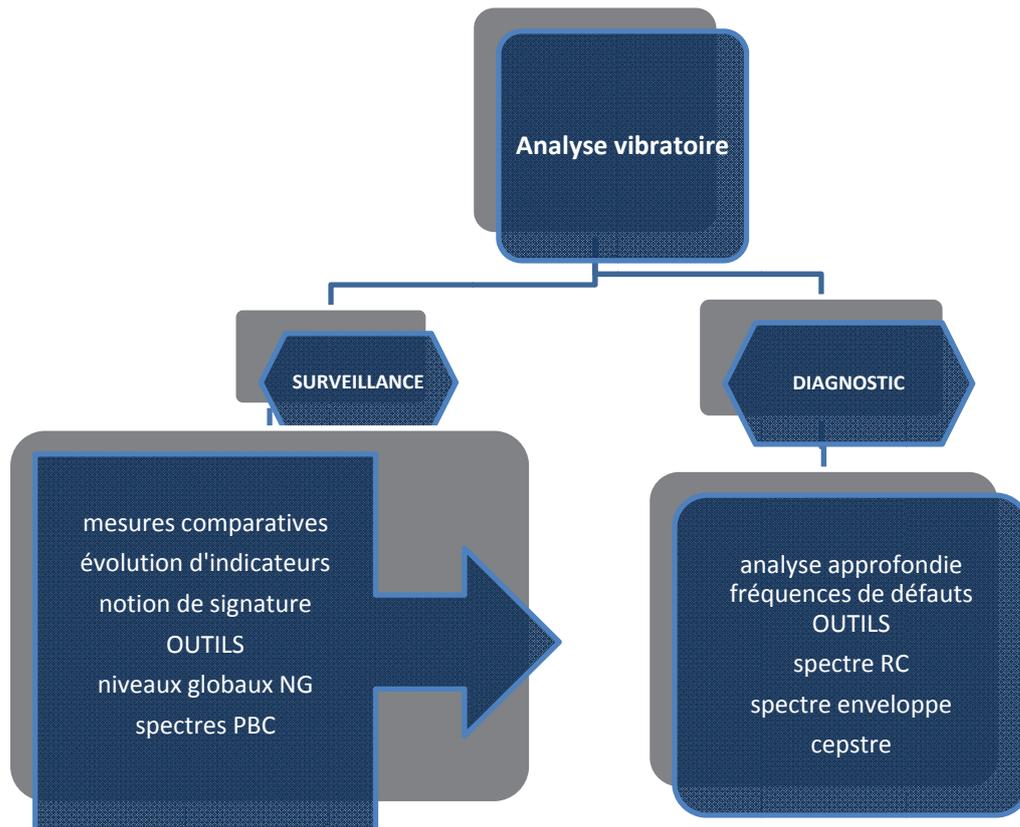


Fig. 6.6.Schéma synoptique des activités d'analyses vibratoires

VI. 5. 1. 3.Surveillance

le but est de suivre l'évolution successive des vibrations d'une machine par une comparaison des valeurs de référence constituant la signature d'alerte qui est établie à partir d'une première campagne de mesure sur la machine neuve ou révisée. Elle peut détecter un fonctionnement anormal et déclencher un arrêt avant la panne des machines.

Le signal provenant d'un capteur posé sur une machine sera dépendant de tous ses paramètres de fonctionnement et du bon ou mauvais état de tous ses éléments, et les amplitudes relevées en déplacement, vitesse ou accélération nous donnent une indication globale sur ces derniers. Ces valeurs d'amplitudes sont appelées niveaux globaux (crête à crête et valeur efficace).

VI. 5. 1. 4.Outils de surveillance

Ce sont des grandeurs physiques employées régulièrement pour la surveillance des installations. Leurs évolutions permettent d'alerter les

utilisateurs d'une dégradation du fonctionnement sans pour autant désigner l'élément défectueux, on distingue :

- Les indicateurs scalaires ou niveaux globaux (NG).
- Les indicateurs de forme ou de spectres.

A. Analyse de niveaux globaux

La mesure de la valeur globale est une méthode approximative d'analyse de signal qui fait abstraction du paramètre fréquentiel pour ne mesurer que l'amplitude évalué a différentes façons. Les niveaux globaux sont des indicateurs scalaires plus ou moins sensibles à un nombre important de phénomènes.

La surveillance par niveaux globaux ne peut donc convenir que dans le cadre d'une politique de sécurité. Elle permet de détecter un fonctionnement anormal et de déclencher un arrêt avant la panne des installations.

Les indicateurs de surveillance sont classés suivant trois catégories :

❖ Indicateur basse fréquence (signal de grande énergie) de déplacement crête à crête entre [10,1 000] Hz : D_{cc} (en μm)

C'est l'indicateur préconisé par l'API (American Petroleum Institut). Il est utilisé par tout industriel intervenant dans la pétrochimie et il est sensible aux phénomènes dits « basses fréquences ».

❖ Indicateur basse fréquence Vitesse efficace [10,1000] Hz: V_{eff} (en mm/s)

Cet indicateur est un révélateur des phénomènes dits « basse fréquences ». Ces phénomènes sont les plus énergétiques donc les plus destructeurs. Ils peuvent aussi être à l'origine de desserrages ou de fissures.

Une augmentation du balourd, un défaut de lignage, se traduira par une augmentation anormale de cet indicateur qui est pris comme référence dans la norme ISO 10816.

❖ Indicateur hautes fréquences (signal de faible énergie) Acc_{eff} [1-10 KHz] (en g ou m/s^2)

C'est un indicateur révélateur des phénomènes dits « hautes fréquences » tels que les défauts de roulement, de denture...etc. Une élévation anormale de l'accélération sera en général, sur une machine simple, révélatrice d'une dégradation avancée des roulements.

Quelque soit le mode de relevé retenue le responsable se trouve confronté à la définition des seuils à partir desquels il aura à prendre une décision, donc il faut utiliser :

- L'historique des pannes liées à la machine.
- La signature de l'état initial de la machine (vibration, huile...).
- Les statistiques et les normes se rapportant à la machine.
- Le conseil d'éventuelles sociétés spécialisées dans ce type de prestations.

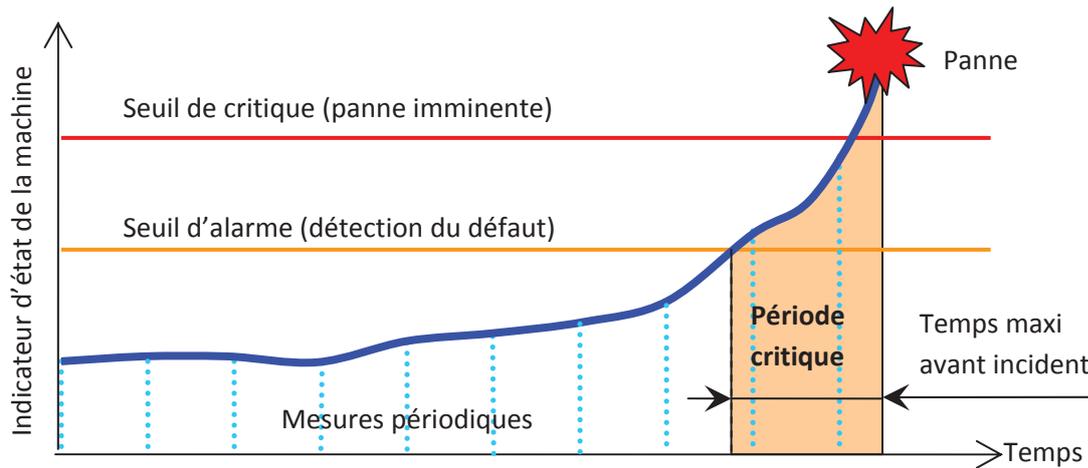


Fig. 6.7. Les seuils de surveillance en analyse de niveau globale

L'indicateur d'état évolue dans le temps. On définit alors au moins 2 seuils :

- Un seuil d'alarme : il nous prévient que l'état de la machine se dégrade et qu'il va falloir prévoir une intervention de maintenance. On a le temps de programmer l'arrêt de la machine afin de pénaliser le moins possible la production.
- Un seuil de critique : il nous prévient de l'imminence d'une panne. Il faut intervenir rapidement.

On peut également définir des seuils intermédiaires afin d'être plus précis dans notre analyse. Cependant, des ordres de grandeurs de niveaux acceptables, alarmants ou critiques, sont indiqués dans les normes (NF, ISO, VDI, API...).

Le suivi simultané des 3 niveaux globaux de déplacement, vitesse et accélération est un indicateur de l'origine du phénomène. Il ne permet pas d'établir un diagnostic précis, mais d'orienter le diagnostic.

B. Indicateurs de forme (spectre PBC)

C'est une technique fiable et rapide. Elle constitue un bon crible.

Une largeur de bande relative de 6% apporte une solution optimale à tous les problèmes courants sur les machines simples.

- Niveaux de référence : (vert) représente la signature de la machine. Cette signature est établie lors des premières campagnes de mesures.
- Niveau d'alerte : (jaune) est déduit du niveau de référence de la façon suivante :

$$\text{Alerte} = \text{Référence} + X\text{dB}$$

- Niveau de critique :(rouge) est déduit du niveau de référence de la façon suivante :

$$\text{Danger} = \text{Référence} + Y\text{dB}$$

X et Y sont définis soit par le logiciel utilisé (il existe des « standards » tels que X = 6 dB et Y = 20 dB), soit par l'analyste si celui-ci a suffisamment d'expérience.

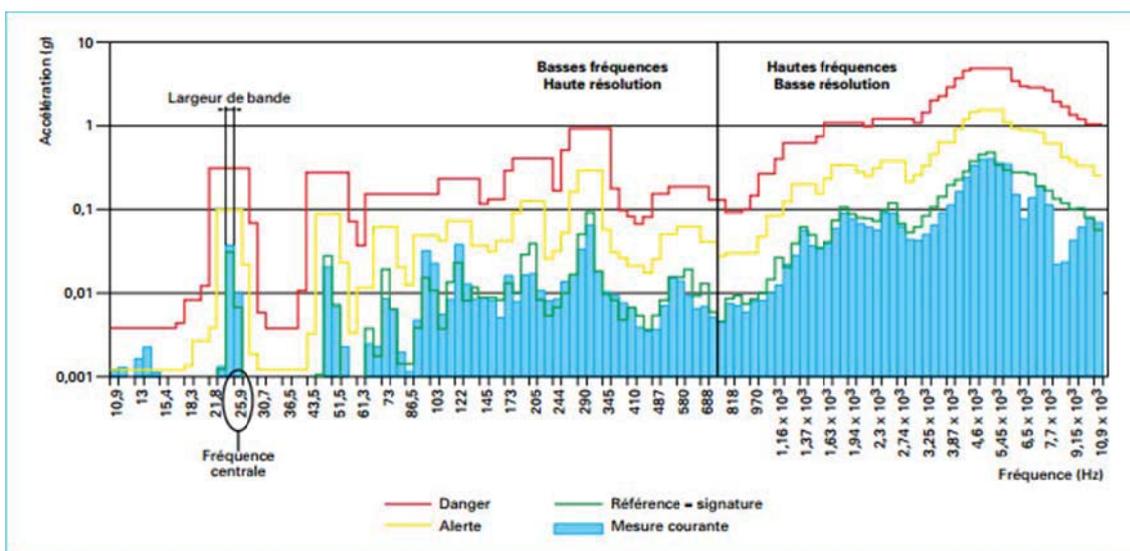


Fig.6.8. Exemple de spectre PBC

II.5.1.5.Outils de diagnostic

Ces indicateurs sont utilisés lorsque l'on détecte une anomalie par surveillance.

Le diagnostic du défaut détecté demande souvent une précision que ne peuvent donner les indicateurs de surveillance. Pour cela, les maintenanciers doivent disposer des outils suivants :

- Les indicateurs généraux (spectres).
- Les indicateurs spécifiques.

A. Indicateurs généraux (spectre)

Le spectre est l'outil de cette analyse, il se présente sous forme d'un graphique montrant l'amplitude de la vibration à chaque fréquence. Donc dans un spectre toutes les composantes du signal vibratoire sont représentées sous forme de pics et l'on peut suivre individuellement la variation d'amplitude et sa fréquence correspondante.

Un spectre permet de déterminer non seulement l'importance de l'anomalie mais aussi sa nature (balourd, désalignement, roulements et engrenages...). Le diagnostic rendu possible permet de définir la cause et l'urgence de l'intervention à effectuer. Pour cela il ya plusieurs analyseurs (Schenckdunégan, IRD...) informatisés ou non, qui sont des appareils très pratiques, bien adaptés a la maintenance industrielle et qui permettent de diagnostiquer l'évolution des différentes raies du spectre, mais limiter par manque de précision pour le diagnostic de défauts plus complexes comme les engrenages, les phénomènes électromagnétiques et les défauts simples de machines à faible vitesse. Il ya aussi des analyseurs haute résolution (type BRUEL et KJAER) qui sont des appareils plus sophistiqués et précis mais plus complexe a l'utilisation.

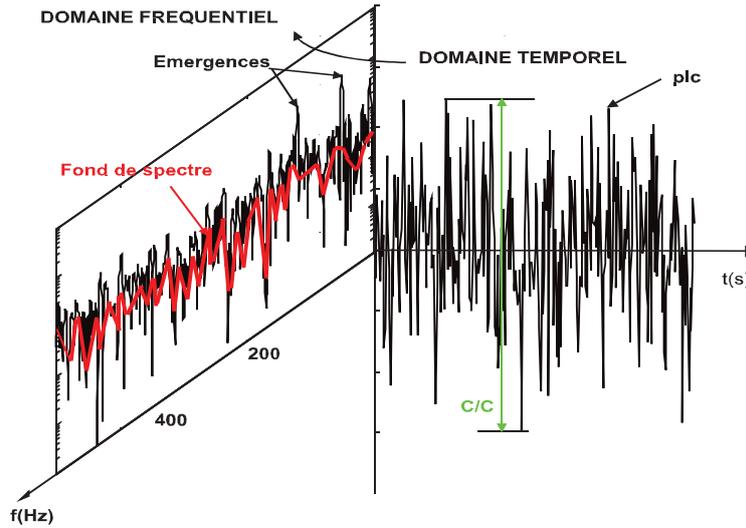


Fig. 6.9. Représentation spectrale d'un signal temporel

B. Indicateur spécifique

Parmi les indicateurs spécifiques on trouve :

❖ Cepstre

C'est la représentation de la transformée de Fourier du spectre, soit deux fois la transformée de Fourier du signal temporel de base. L'image obtenue est une courbe fonction du temps mesuré en secondes.

C'est un outil de diagnostic utilisé pour distinguer des défauts qui donnent des images spectrales complexes dues à plusieurs modulations d'amplitude concomitantes. Les engrenages peuvent nécessiter ce type d'analyse. En effet, la fréquence d'engrènement est souvent modulée par les fréquences de rotation des roues menantes et menées.

Le cepstre permet de séparer et d'identifier sur une seule image toutes les fréquences de modulation (fréquences de rotation des arbres d'entrée, intermédiaire et de sortie dans un réducteur).

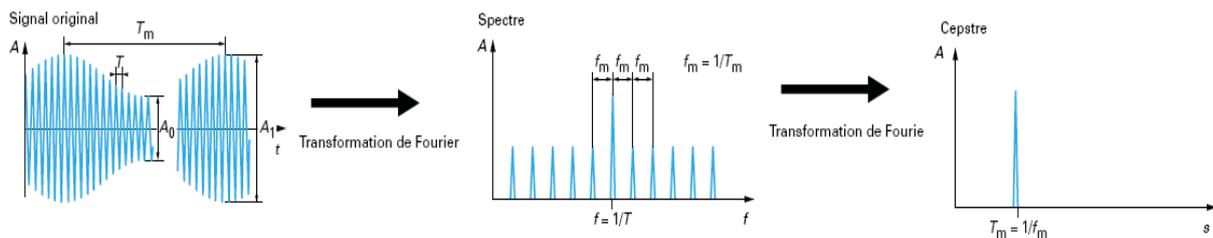


Fig.6.10. Représentation d'un cepstre

❖ Analyse d'enveloppe

Cette technique est très utilisée pour la détection des défauts qui se manifestent dans les hautes fréquences. Un spectre enveloppe doit se paramétrer de façon précise sur deux gammes de fréquences différentes :

- la gamme haute fréquence : c'est la gamme de fréquences excitée par les défauts sur laquelle réagit la structure. Elle est généralement comprise entre 1 et 10 kHz. C'est la gamme dont les valeurs croissent en forme de « cloche » sur un spectre PBC ou RC HF.
- la gamme de fréquences des défauts « excitateurs » possibles. Ces défauts sont ceux des roulements.

II.5.2. Analyse d'huile et comptage de particules

Les lubrifiants en service dans les installations industrielles sont soumis à des phénomènes de dégradation et de contamination qui évoluent dans le temps et les rendent inaptes à leur emploi. Il est donc nécessaire de les remplacer régulièrement, à ce titre, les constructeurs donnent souvent la fréquence moyenne de vidange qu'il suffit de respecter ou d'adapter le cas échéant à la sévérité des conditions de service des machines.

Mais pour les installations qui nécessitent de gros volumes d'huile, il est également possible de surveiller régulièrement les lubrifiants en service, afin de ne les remplacer que lorsqu'ils présentent des niveaux de dégradation et de contamination trop importants. Dans ce cas, les analyses mise en œuvre pour suivre les caractéristiques de l'huile fournissent aussi des informations intéressantes sur l'usure des organes de la machine.

En effet, les particules métalliques véhiculées par l'huile sont de vrais révélateurs de l'usure des systèmes en frottement. Les phénomènes de dégradation et de contamination sont étudiés, au moyen de méthodes d'analyses de laboratoire ou bien à l'aide des méthodes rapides de contrôle, utilisées directement sur les sites industriels.

Comme il n'est pas possible de caractériser de manière globale les niveaux de dégradation et de contamination d'une huile en service au moyen d'une seule analyse, on fera appel à un ensemble d'analyses répondant au mieux aux objectifs fixés. Les divers contrôles qui se font sur l'huile pour

suivre son état et l'état de la machine sont :

- Comptage de particules.
- La contamination en eau.
- La spectrographie infrarouge.
- Mesure de l'indice d'acide TAN.

II. 5. 2. 1. Comptage de particules

L'observation du filtre permet de compter les particules par tailles normalisées. Le nombre de particules dans chaque taille est ensuite ramené à un échantillon de 100 ml. On détermine ensuite une classe de pollution pour chaque taille, l'ensemble de ces classes forme le code de pollution de l'huile, le nombre le plus grand de ce code est la classe de pollution de l'huile (plus le nombre de la classe est élevé et plus l'huile est polluée).

On vérifie alors si l'huile est conforme pour l'utilisation que l'on fait. On peut également noter l'élévation de la pollution au cours du temps. Les particules observées dans l'huile représentent un type d'usure bien déterminé, une surveillance des particules présente (la taille des particules et le nombre) c'est le meilleur moyen pour lutter contre les types d'usure les plus dangereux (Tab. II.1).

Forme des particules	Type d'usure	Importance d'usure
Petites plaquettes 0,3 μm à 5 μm	Adhésive	Normale
Gros plaquettes 5 μm à 150 μm	Grippage	Dangereuse
Ecailles 20 μm à 1mm	Ecaillage	Dangereuse
Copeaux enroulé Bouclé	Abrasion	Grave, surtout si les copeaux sont nombreux
Sphères métalliques Petites 1 μm à 5 μm Grosses > 10 μm	Fatigue des roulements	Incident grave
	Cavitation-érosion	Incident grave
Sphères plastiques	Dépôts d'additifs	
Magmas, agglomération 2 μm à 150 μm	Corrosion-oxydation	Incident grave

Tab. 6.1. Types d'usures en fonction des particules présentées dans l'huile

La surveillance d'huile se fait sur des critères normalisés, on utilise pour les paliers lisse et les paliers a roulement les recommandations de BENTLY NEVADA (Tab. 6.2).

On place un appareil sur la sortie de circuit d'huile, cet appareil prend un échantillon de 100 ml et donne le nombre de particules trouvées sur plusieurs catégories suivant leurs tailles.

Un résultat sain c'est un résultat qui ne dépasse pas le seuil d'alerte de cette norme iso (Tab. 6.3).

Equipement	Classification iso
Palier lisse	17/15/12
Palier a roulement	16/14/12

Tab. 6.2. Recommandations d'BENTLY NEVADA

Nombre de particule max admissible dans 100ml			
Norme iso	>2 μm	>5 μm	>15 μm
16/14/12	32000	8000	2000
17/15/12	65000	16000	2000

Tab. 6.3. Norme iso de particule

II. 5. 2. 2. Contamination en eau

La présence d'eau dans l'huile peut entraîner de graves défaillances sur les systèmes mécaniques et hydrauliques : cavitation, corrosion, réactions chimiques avec les additifs, etc.

L'eau pénètre dans les systèmes mécaniques et hydrauliques, généralement par condensation ou par fuite (fuite sur un échangeur, lavage avec un nettoyeur à haute pression, etc.). Dans les systèmes hydrauliques à haute pression, il est nécessaire de surveiller et de limiter la présence d'eau dans l'huile à une valeur inférieure à 0,5%.

Il existe plusieurs méthodes de mesures de la contamination en eau :

- Méthode DEAN et STARK
- Méthode Karl FISCHER.
- Méthode AQUATEST de FINA

II. 5. 2. 3. Analyse de dégradation des huiles

A. Aspect visuel

La plus part des huiles neuves ont une couleur claire, par conséquent une couleur rougeâtre laisse supposer une altération thermique. L'aspect brouillé ou opaque fera suspecter la présence d'eau

B. Masse volumique

La densité ne peut être considérée comme une caractéristique d'identification du lubrifiant. Un important changement de densité dans un sens décroissant indique une dilution et par contre un accroissement indique une pollution par l'eau. La masse volumique des huiles minérale varie de 0.85 à 0.95 kg/m³.

C. Viscosité

Selon la norme N.F. T 60-100 : « La viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide, résultant de la résistance qu'opposent ses molécules à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein ».

D. Indice de viscosité

Il caractérise le comportement de la viscosité en fonction de la température. Les huiles dont l'indice de viscosité est élevé ont de faibles variations de viscosité.

E. Point éclair

C'est la température à laquelle un mélange de vapeur d'huile et d'air prend feu au contact d'une flamme, c'est le point d'inflammabilité, pour une huile neuve, il varie de 180 °C à 250 °C.

F. Point d'écoulement

Il définit la température à laquelle l'huile réchauffée puis refroidie dans des conditions normalisées, commence à couler, il donne une indication sur la température minimum d'utilisation.

G. Teneur en cendres

C'est le poids de résidus qui demeurent quand l'huile est complètement brûlée. Il est évident qu'il y a intérêt à utiliser des huiles à faible teneur en cendre, afin d'éviter notamment les dépôts de calamine dans

les cylindre ou l'huile, étant donné la forte température. Une teneur en cendre élevée indique une forte usure ou une pollution importante par les poussières atmosphériques.

H. Indice d'acide total

L'indice d'acide total est utilisé pour des lubrifiants dont le temps de service est élevé et permet de vérifier le niveau d'acidité du lubrifiant, de déterminer l'oxydation de l'huile, la présence de contaminants et la dépréciation des additifs. Dans le cas où l'acidité deviendrait très importante et donc corrosive, l'indice d'acidité total devient un déclencheur de vidange.

I. Indice de base total

Permet de vérifier la réserve d'alcalinité de l'huile, Ce contrôle permet d'apprécier la faculté du produit à rester en service et de vérifier l'aptitude du lubrifiant à neutraliser l'acidité contenue dans l'huile deviennes corrosif pour les éléments métalliques de l'organe lubrifié.

II.5.3. Thermographie-infrarouge

La thermographie est définie comme une technique permettant d'obtenir, au moyen d'un appareillage approprié l'image thermique d'une scène thermique dans un domaine spectral de l'infrarouge.

La mesure au moyen de thermomètre à rayonnement ne nécessite aucun contact : ces appareils mesurent des rayonnements émis par tout corps dont la température est supérieure à $-273,15^{\circ}\text{C}$ ou zéro K° : ces rayonnements ont des longueurs d'onde qui se situent dans l'infrarouge et sont proportionnels à la température des corps. Le thermomètre à rayonnement se compose d'un radiomètre et d'un calculateur. Le radiomètre mesure la puissance de rayonnement émis et le calculateur transcrit en températures.

Si on associe à l'observation d'une même scène thermique, un système radiométrique de captation spatiale adjoint à un calculateur qui à la fois convertit les rayonnements infrarouges en points lumineux et en températures, on obtient une caméra infrarouge. Cet équipement permet de visualiser et de quantifier les températures d'une scène thermique : cette technique est appelée « Thermographie Infrarouge ».

Le moteur est chaud et le point le plus chaud c'est l'accouplement. Le fonctionnement normal ou anormal de moteur émet des rayonnements infrarouges qui échauffent la carcasse extrême et le palier (Fig. 6.11). La carcasse du moteur rayonne à son tour : cette émission est directement influencée par la source de chaleur initiale. La caméra infrarouge mesure tous les rayonnements émis par la surface du moteur et les restitue sous forme de thermogramme cette image thermique est composée par des niveaux de couleurs ou de gris (thermogramme noir et blanc), lesquels sont en corrélation avec les niveaux de T° mesurés (échelle des températures). Dans ce cas, le thermogramme nous indique l'échauffement de l'accouplement et la température de fonctionnement du moteur.

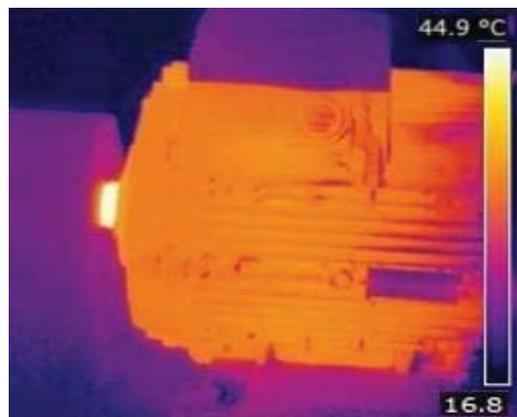


Fig. 6.11. Image thermographique d'un moteur électrique

II.5.3.1. Plage de fonctionnement

La lumière visible, les rayons X sont des rayonnements électromagnétiques, le domaine visible s'étend des longueurs d'onde allant de 0,4 à 0,8 μm et la bande infrarouge s'étend de 0,8 à 1000 μm et peut-être divisée en plusieurs sections :

- l'infrarouge proche : 0,8 à 3 μm .
- l'infrarouge moyen : 3 à 6 μm .
- l'infrarouge éloigné : 6 à 15 μm .
- l'infrarouge lointain : 15 à 1000 μm .

En thermographie infrarouge, on travaille généralement dans une bande spectrale qui s'étend de 2 à 15 μm et plus particulièrement dans les fenêtres 2-5 μm et 7-15 μm (Fig 6.12).

Les applications de la thermographie infrarouge s'effectuent dans un milieu ambiant naturel ou atmosphère naturelle : celle-ci constitue un milieu semi-transparent (ou « hublot ») entre les rayonnements émis par un corps quelconque dont on veut mesurer la température et la caméra thermique. Ce milieu transmet donc en partie le rayonnement émis par une scène thermique.

Pour optimiser la qualité d'image et de mesures thermiques, il faut que la transmission des rayonnements infrarouges soit optimale. Dans ce contexte, les fabricants de matériels infrarouges ont analysé la transmission atmosphérique des ondes infrarouges et ont relevé deux bandes spécifiques où la transmission est maximale mais non optimale (transmission inférieure à 100%) :

- La bande 2-5 μm appelée ondes courtes (SW, Short Waves).
- La bande 7-15 μm appelée ondes longues (LW, Long Waves).

C'est principalement la vapeur d'eau et le gaz carbonique contenus à l'état gazeux dans l'atmosphère naturelle qui atténuent les rayonnements.

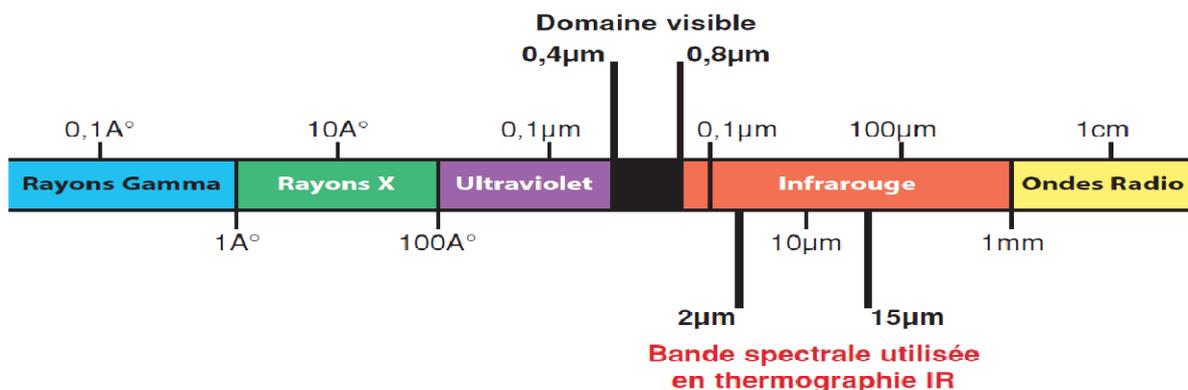


Fig. 6.12. Bande spectrale utilisée en thermographie

II.5.3.2. Généralités sur les mesures

La mesure de la température d'un corps réel « opaque » dans une atmosphère à une distance d comprend trois types de rayonnement.

- Une partie du rayonnement émis par l'objet.
- Une partie du rayonnement émis par une source environnante et partiellement réfléchi par l'objet.
- Le rayonnement émis par l'atmosphère.

Chacune de ces fractions sont transmises à travers l'atmosphère, donc la transmission émis par l'objet est non optimale.

Le système radiométrique doit corriger le rayonnement capté afin de calculer avec précision la valeur de la température du corps. Cette correction tient compte d'une série des paramètres influant directement sur la mesure exacte de température. Ces paramètres sont appelés « Grandeurs d'influence ».

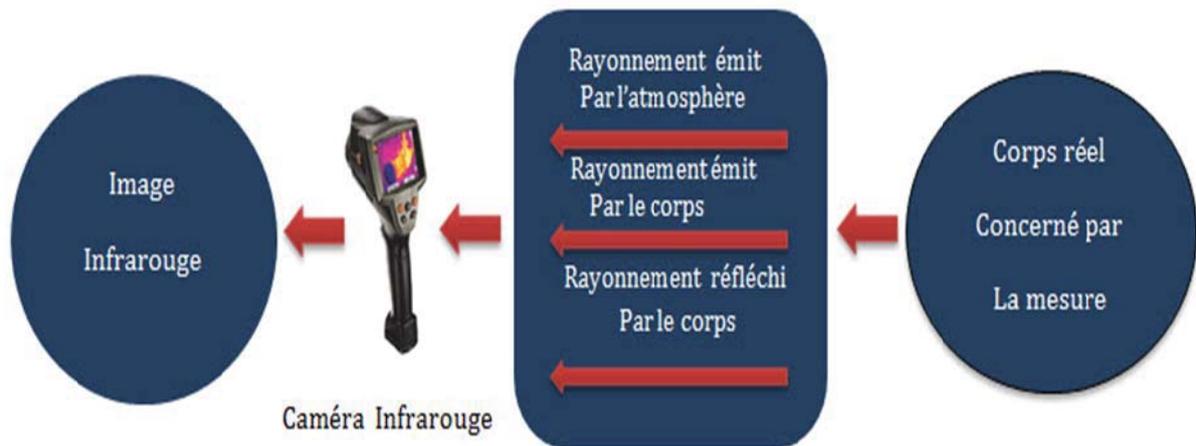


Fig. 6.13. Système de mesure thermographique

II.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu les méthodes de surveillance et de diagnostic dans une politique d'une maintenance conditionnelle qui doit s'appliquer à toute machine tournante dont le fonctionnement conditionne le processus de production, se substituer à la corrective pour la maintenance de toute machine coûteuse ou vitale pour la production et remplacer la maintenance systématique pour la plupart des opérations importantes ou nécessitant un arrêt de production, son intérêt est de pouvoir détecter rapidement les anomalies sans même devoir démonter l'équipement ainsi que de pouvoir prévenir la panne et prévoir la réparation le plus tard possible en fonction des impératifs de production, pour cela nous avons cité ces outils, l'analyse vibratoire, analyse thermographie, analyse des huiles et comptage de particules qui sont des moyens utilisés pour suivre la santé des machines tournantes. Cela s'inscrit dans le cadre d'une politique de maintenance prévisionnelle.

VII. Les défauts dans les machines tournantes

VII. 1. Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent les différentes méthodes de surveillance et de diagnostic, comme suite nous avons prévu un chapitre sur les défauts mécaniques dans les machines tournantes.

Comme les maladies chaque défaut est caractérisé par ces symptômes, on utilise les différents outils de la maintenance conditionnelle (analyse vibratoire, thermographie-infrarouge, analyse des huiles ...) pour trouver ces symptômes, et donc le défaut présent. Une connaissance complète des défauts et leurs symptômes est primordial pour permettre de lire et d'interpréter les résultats obtenus par les différents types d'outils.

On classe les différents défauts des machines tournantes suivant les outils utilisés pour sa localisation, en trois catégories :

- Défauts détectables par analyse vibratoire (analyse spectrale).
- Défauts détectables par analyse des huiles et comptage de particules.
- Défauts détectables par thermographie-infrarouge.

VII. 2. Défauts détectables par analyse vibratoire (analyse spectrale)

Les anomalies spectrales sont classées en trois catégories :

- Pics apparaissant à des fréquences multiples ou sous multiples de fréquence de rotation de rotor.
- Pics apparaissant à des fréquences non liées à la vitesse du rotor.
- Densité spectrale provenant de la composante aléatoire de la vibration.

VII. 2. 1. Pics apparaissant à des fréquences multiples ou sous multiples de la fréquence de rotation de rotor

Les principaux défauts apparaissent dans cette catégorie sont :

- Le balourd.
- Le desserrage et jeu.
- Le désalignement.
- défauts d'engrenage.
- Instabilité d'huile dans le palier lisse.
- Un mauvais état d'une courroie...etc.

A. Défaut de balourd

Un rotor est parfaitement équilibré si son axe principal d'inertie se confond avec son axe de rotation. Dans les autres cas, l'équilibre du rotor est perturbé et le rotor est affecté d'un balourd, il est donc impossible qu'il soit parfaitement équilibré et il existe donc toujours une vibration à la fréquence

de rotation dont l'amplitude est directement proportionnelle à l'importance du balourd et au carré de la vitesse de rotation. Une modification brusque de l'amplitude correspond systématiquement à une modification du balourd dont l'origine peut-être une rupture ou la déformation d'une partie du rotor, si cette modification d'amplitude est plus lente, il peut s'agir d'une usure ou d'un encrassement de la partie tournante (suie, dépôt, etc.). Le phénomène se caractérise par une vibration radiale importante à la fréquence de rotation.

Le meilleur outil pour la détection de défaut est l'utilisation de l'analyse vibratoire (analyse spectral), l'utilisation d'un capteur de proximité (capteur a courant de Foucault) ou un accéléromètre avec intégrateur de signal, on prend deux mesures radiales déphasées de 90°, l'image vibratoire est une raie sur la fréquence de rotation qui présente un dépassement d'amplitude de seuil d'alerte, le spectre théorique de défaut et présenté dans la figure suivante :

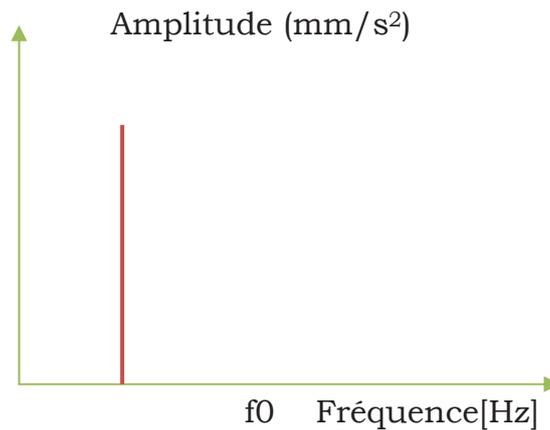


Fig.7.1. Spectre théorique d'un défaut de balourd

f_0 est la fréquence de rotation de l'arbre

Une amplitude élevée sera visible dans la fréquence de rotation f_0 . L'apparition de défaut sera caractérisée par une vibration du rotor due à la création d'une force centrifuge.

$$F = m_b \omega^2 r_b [N] \dots \dots \dots (7.1)$$

- Avec m_b : masse théorique du balourd [Kg].
- r_b : rayon théorique du balourd [m].
- ω : pulsation ou vitesse angulaire [rad /s].
- F : force centrifuge [N].

Suivant la répartition du balourd sur le long du rotor, on distingue trois types de balourd.

❖ Balourd statique

Deux balourds (représentés ici par des flèches sur Fig.III.2) peuvent avoir même importance, même position angulaire et même distance du centre de gravité. On obtient la même situation avec un seul balourd deux

fois plus grand agissant dans le centre de gravité, il n'y a pas donc de déphasage entre les mesures prises aux mêmes angles sur les deux paliers.

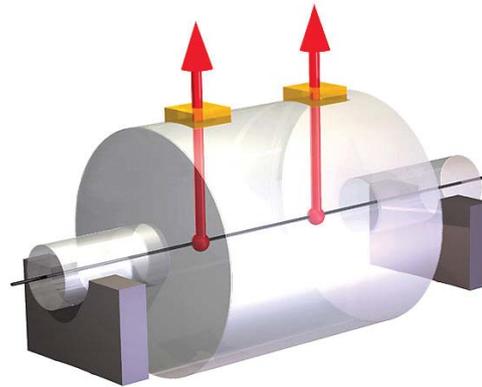


Fig.III.2. Représentation d'un balourd statique

❖ Balourd couple

Deux balourds (représentés ici par des flèches Fig.7.3) sont décalés de 180° l'un par rapport à l'autre dans leurs positions angulaires. Le déphasage proche de 180° observé entre les mesures effectuées aux mêmes angles sur les deux paliers est révélateur d'un balourd couple.

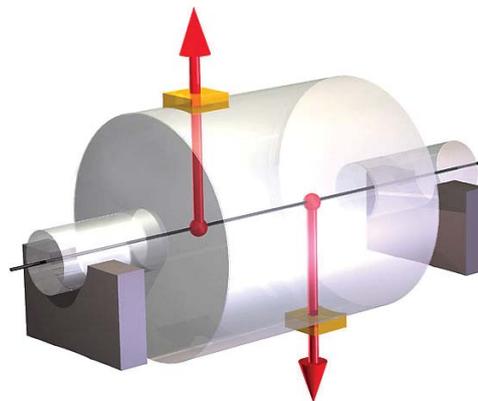


Fig.7.3. Représentation d'un balourd couple

❖ Balourd dynamique

Dans la réalité, le rotor ne possède pas qu'un seul balourd, mais en théorie une multitude des balourds répartie arbitrairement le long de l'axe de rotation, Cette multitude est présentée par deux balourds résultants (représentés ici par des flèches Fig.III.4) placées dans deux plans quelconques et ayant en général des valeurs et des positions angulaires différentes. L'état de ce balourd ne peut être constaté vraiment qu'en rotation, on parle de balourd dynamique. Il se décompose en un balourd statique et un balourd couple.

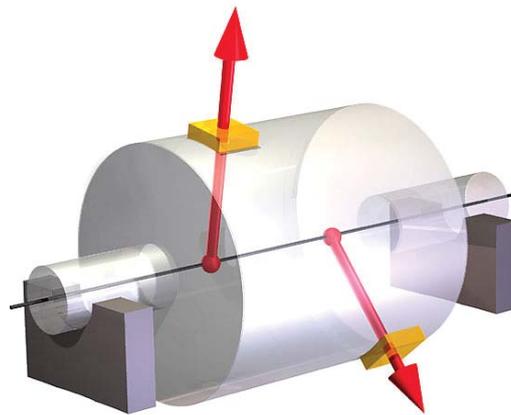


Fig.7.4. Représentation de balourd dynamique

B. Défaut de désalignement

Un défaut désalignement peut apparaître lorsqu'un arbre doit entraîner un autre arbre, souvent par l'intermédiaire d'un accouplement, si les axes des deux paliers ne sont pas concentriques (Fig.7.5). Il y a deux types de désalignements possibles :

- Le décalage d'axe : les axes sont parallèles mais non concentriques.
- Le désalignement angulaire : les axes ne sont pas parallèles.

Dans la réalité, les défauts de désalignement sont une combinaison du décalage d'axe et du désalignement angulaire.

Un désalignement peut être également la conséquence :

- D'un défaut de montage d'un palier.
- D'un mauvais calage des pattes de fixation.
- D'une déformation du châssis qui se traduit par une flexion de l'arbre du rotor.

Dans ce cas, les deux paliers ne sont pas concentriques.

Le défaut de désalignement est l'une des principales causes de réduction de la durée de vie des machines tournantes. Il engendre des efforts importants qui entraînent la dégradation rapide du système d'accouplement. Dans la plupart des cas, on peut y remédier facilement par un lignage.

Un défaut de désalignements est facilement détectable grâce à sa signature temporelle et par l'échauffement détecté sur l'accouplement, on retrouve un phénomène périodique à la fréquence de rotation mais également des phénomènes se répétant chaque $\frac{1}{2}$ tour et $\frac{1}{3}$ tour (Fig.III.6). Cela se traduira le plus souvent par la présence de composantes d'ordre deux, trois ou même quatre de la fréquence de rotation avec des amplitudes supérieures à celles de la composante d'ordre 1 (Fig.III.7). Pour mesurer ces vibrations On utilise un accéléromètre et on fait trois mesure, deux radial et une axial et pour la température on utilise une caméra infrarouge.

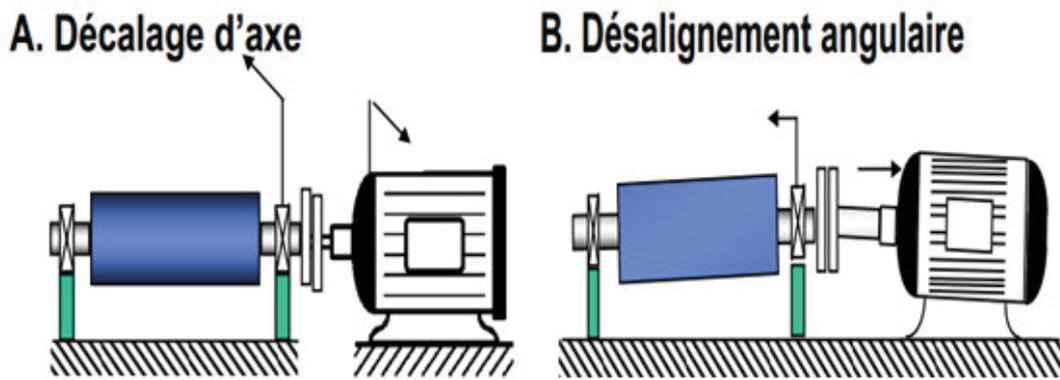


Fig.7.5. Les types des défauts de désalignement

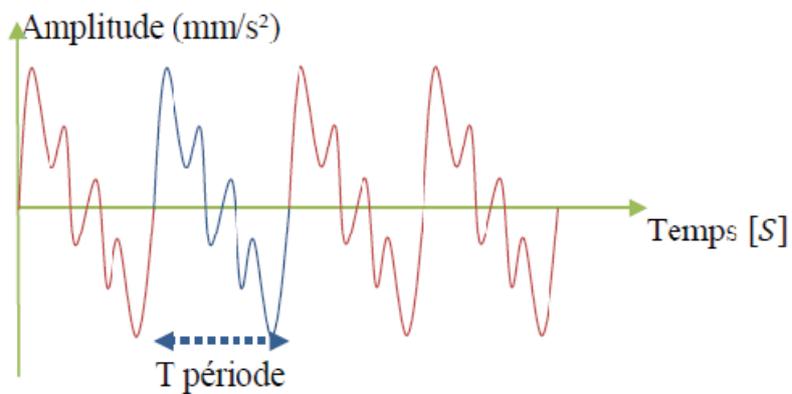


Fig.7.6. Signature temporelle d'un défaut de désalignement
Amplitude (mm/s^2)

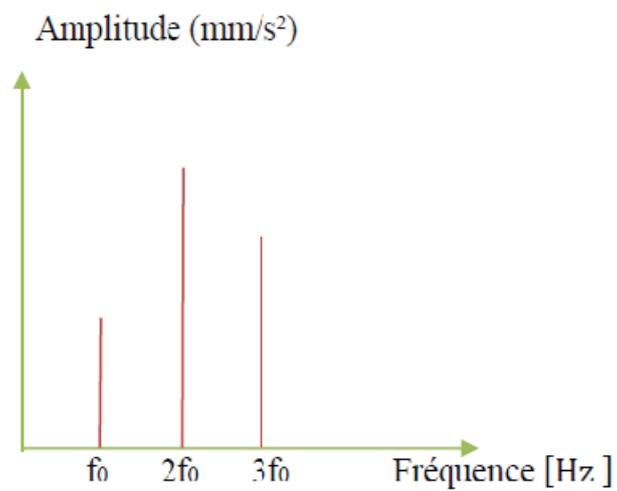


Fig.7.7. Spectre théorique d'un défaut de désalignement

C. Défaut de desserrage et de jeu

Le défaut de desserrage est donné par un manque de rigidité de montage sur la structure. Cela peut être dû effectivement à un desserrage des vis de fixation de la structure mais également à une fissuration de bâti. Des défauts comme le balourd entraînent le bâti à se désolidariser de la structure. Cela entraîne un signal temporel écrêté (Fig.III.8).

Le spectre fait apparaître des harmoniques de la fréquence de rotation, comme les autres défauts, mais également des sous-harmoniques à $[\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]$ de la fréquence de rotation (Fig.III.9). Le phénomène de jeu va avoir pratiquement la même signature vibratoire. Le jeu se retrouve en général dans les roulements. Il peut s'agir de jeu entre la bague extérieure et le palier, entre la bague intérieure et l'arbre ou un jeu excessif entre les billes/galets et les cages internes et externes. Pour les paliers lisses, le jeu signifie un espace trop important entre l'arbre et le palier.

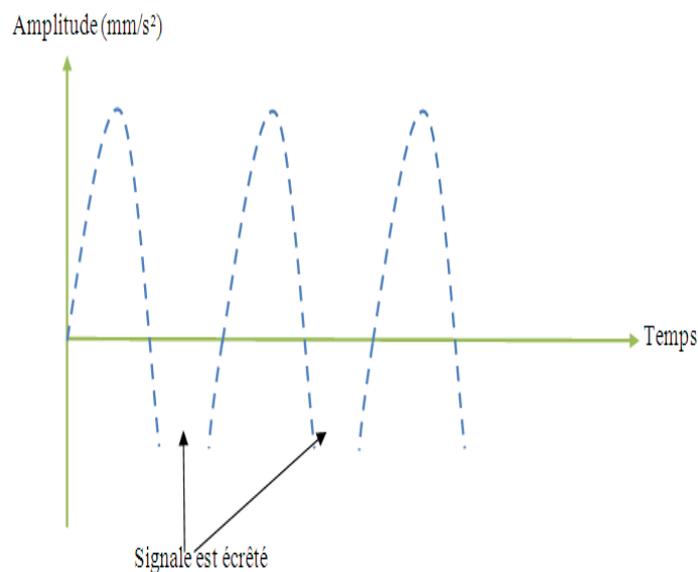


Fig.7.8. Signal temporel d'un défaut de desserrage ou de jeu

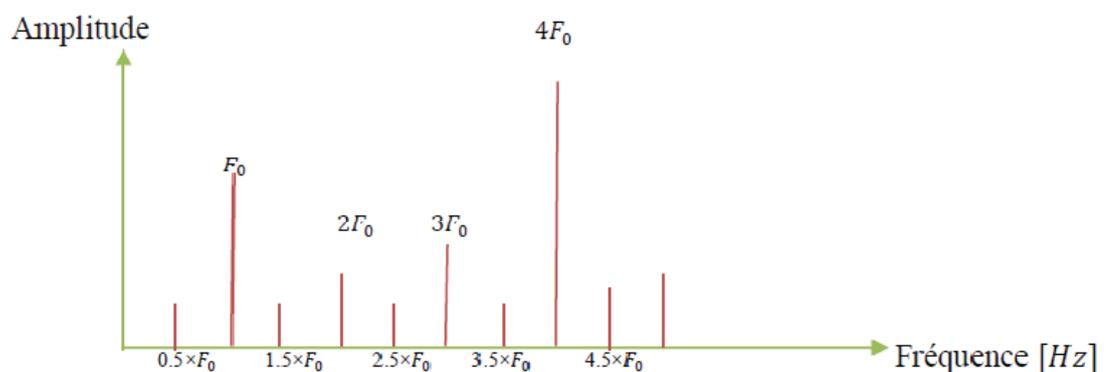


Fig.7.9. Spectre théorique d'un défaut de désalignement

D. Défaut d'engrenage

Un engrenage est composé de deux roues dentées possédant un certain nombre de dents (noté Z) tournant à des vitesses différentes.

Un réducteur ou un multiplicateur peut être composé de plusieurs engrenages. L'engrènement se fait au rythme d'engagement des dents selon une fréquence d'engrènement f_e égale à la fréquence de rotation multipliée par le nombre de dents :

$$f_e = z \times f \dots \dots \dots (7.1)$$

Avec f_e : fréquence d'engrènement.

z : nombre de dent.

f : fréquence de rotation.

Il n'y a qu'une seule fréquence d'engrènement pour un engrenage par ce que $f_{e1} = f_{e2}$

$$f_{e2} = z_2 \times f_2 = z_2 \times \frac{z_1 \times f_1}{z_1} = z_1 \times f_1 = f_{e1} \dots \dots \dots (7.2)$$

avec z_1, z_2 : nombre de dent de 1^{er}, 2^{eme} roue.

f_1, f_2 : fréquence de rotation de 1^{er}, 2^{eme} roue.

f_{e1}, f_{e2} : fréquence d'engrènement de 1^{er}, 2^{eme} roue.

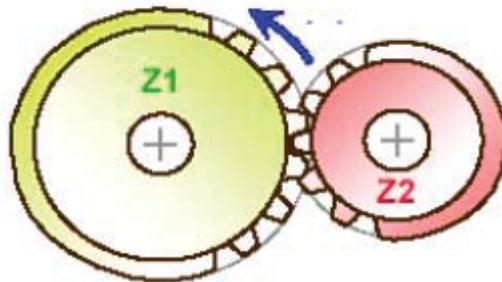


Fig.7.10. Exemple d'engrenage

Si la denture est correcte et si aucun phénomène parasite ne vient perturber l'engrènement, le spectre vibratoire est constitué de composantes dont les fréquences correspondent à la fréquence d'engrènement f_e et ses harmoniques (Fig.7.10). Les défauts peuvent apparaître dans les engrenages sont de deux sortes :

- Détérioration d'une dent.
- Excentricité d'une roue.

Si l'une des roues possède une dent détériorée, il se produit un choc périodique à la fréquence de rotation de la roue considérée. Le spectre montrera donc, non seulement la fréquence d'engrènement, mais aussi un pic à la fréquence de rotation et de nombreuses harmoniques. Les nombreuses harmoniques de la fréquence constituent ce que l'on appelle un peigne de raie. Elles sont dues au phénomène de choc. Dès qu'un défaut se traduit par des chocs, cela se retrouve sur le spectre par un peigne de raie dont la fréquence est celle du défaut (Fig.7.12).

Si l'arbre ou le pignon présente un défaut d'excentricité, ou de faux rond, il va apparaître une modulation d'amplitude du signal par la fréquence de rotation due à la modulation de l'effort d'engrènement. L'image vibratoire théorique de ce type de défaut présente autour de la fréquence d'engrènement, ou de ses harmoniques, des raies latérales dont le «pas» correspond à la fréquence de rotation de l'arbre qui porte le défaut. C'est ce qu'on appelle des bandes latérales de modulation d'amplitude. Les amplitudes des bandes latérales sont généralement très faibles devant l'amplitude de la fréquence d'engrènement (Fig.7.13).

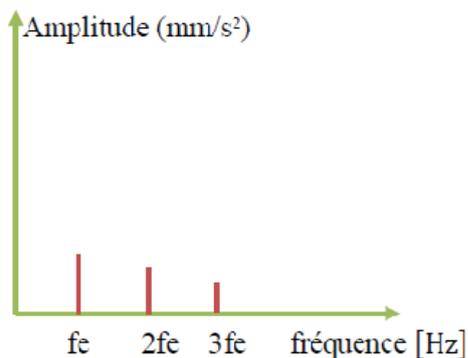


Fig.7.11. Spectre théorique d'un engrènement sain

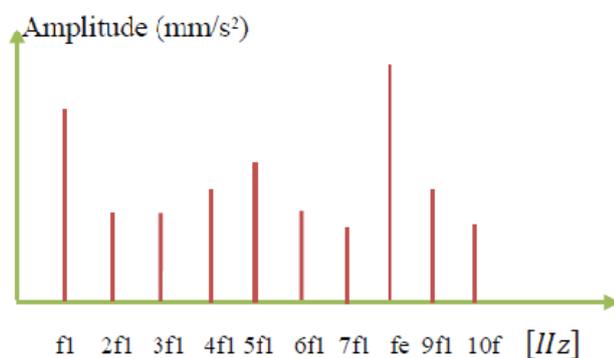


Fig.7.12. Spectre théorique d'un défaut d'engrènement (dent détérioré).

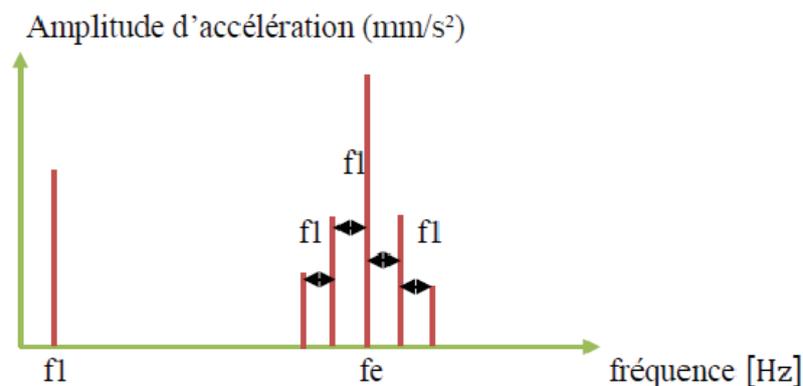


Fig.7.13. Spectre théorique d'un défaut d'excentricité

Dans le cas où l'ensemble de la denture est usée, l'engrènement prend l'aspect d'un choc pour chaque rencontre de dent. Il se produit dans ce cas encore un train d'impulsion à la période d'engrènement T_e ce qui se traduira par un spectre de raies de la fréquence fondamentale f_e (Fig.7.14).

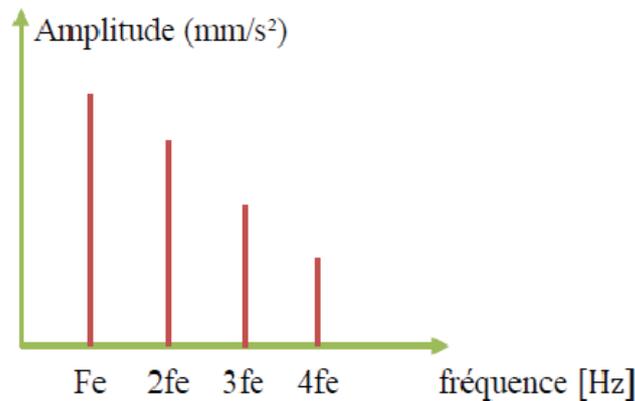


Fig.III.14. Spectre théorique d'un défaut d'usure complet d'une denture.

E. Défauts de transmission par courroie

Le principal défaut rencontré dans ce type de transmission est lié à une détérioration localisée de la courroie (partie arrachée...) impliquant un effort ou un choc particulier à la fréquence de passage de ce défaut f_c . Le calcul de f_c ci-dessous n'inclue pas d'éventuels glissements.

$$f_{c1} = \frac{N_1}{60} \times \frac{\pi D_1}{L} \dots\dots\dots(7.3)$$

$$f_{c2} = \frac{N_2}{60} \times \frac{\pi D_2}{L} \dots\dots\dots(7.4)$$

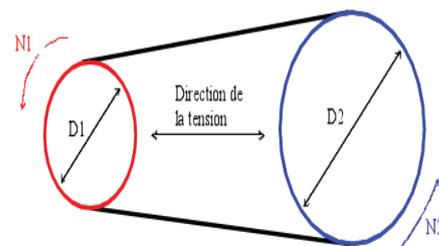


Fig.7.15. Transmission par courroie

Avec :

N_1, N_2 [tour/min] : vitesse de rotation des roues 1, 2.

D_1, D_2 [m] : diamètre des roues 1, 2.

f_{c1}, f_{c2} [Hz] : fréquence de passage de défaut.

L [m] : longueur de la courroie.

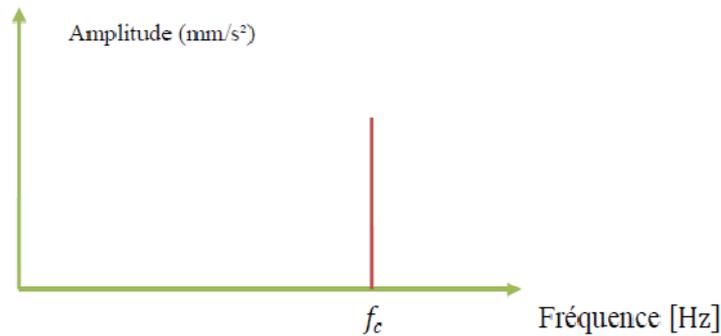


Fig.7.16. Spectre théorique d'un défaut de la courroie

F. Défauts propres aux pompes et turbines

Les pompes et les turbines sont des machines formées de deux roues à aubes (rotor, stator), La dégradation de l'état des roues tournantes (rotor) crée une vibration de ces roues, on utilise l'analyse spectrale nous allons observer une amplitude trop importante à la fréquence de passage des aubes et de ses harmoniques si :

- L'entrefer entre les aubes en rotation et les aubes du diffuseur n'est pas constant.
- f_a coïncide avec une fréquence propre de la structure.
- Des aubes sont légèrement décalées sur leur support ou si elles n'ont pas l'orientation voulue.
- Des aubes de la roue mobile ou du diffuseur sont corrodées ou fissurées.
- Le flux est perturbé par une déformation ou obstruction de conduite.

La fréquence de défaut de passage d'aube f_p est donnée par :

$$f_p = f \times n \dots\dots\dots(7.5)$$

Avec f : fréquence de rotation de la machine [Hz]

n : nombre des aubes

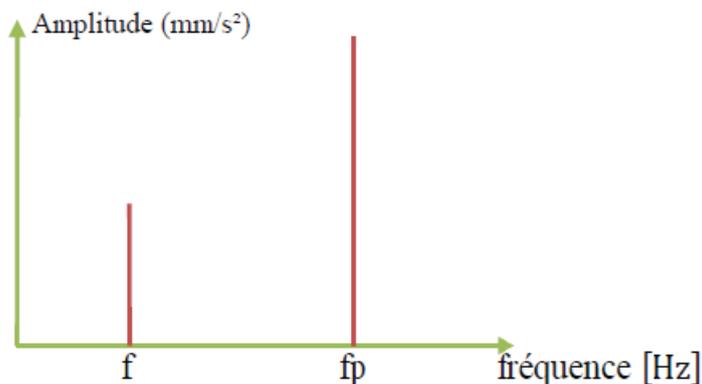


Fig.7.17. Spectre théorique d'un défaut d'usure d'une ailette d'une pompe ou turbine.

G. Défaut d'instabilité d'huile dans les paliers lisses

❖ Tourbillon d'huile (Oil-Whirl)

Le tourbillon d'huile (en anglais «Oil-Whirl») est une instabilité de la position d'équilibre de l'arbre dépendant de la vitesse de l'huile dans le palier. Il peut commencer avec des basses vitesses de rotation, sa fréquence est située habituellement vers 42% à 49% de la fréquence de rotation (Fig.7.19). Un meilleur équilibrage a plutôt tendance à aggraver ce phénomène car la force centrifuge due au balourd compense les instabilités du palier. Cette instabilité peut être soit amplifiée soit atténuée par :

- Une modification de la charge.
- Un changement de la température de l'huile.
- Une dilatation thermique du bâti de la machine modifiant l'alignement des paliers.

Ces instabilités ne sont pas nécessairement répétitives, en réduisant la vitesse du rotor puis en retournant à la vitesse nominale, l'instabilité peut avoir disparu.

On peut diminuer ce phénomène par une augmentation de la pression ou un changement de viscosité d'huile.

La figure ci-dessous (Fig.7.18) montre l'orbite cinétique typique d'un tourbillon d'huile : on observe un mouvement de précession de l'axe du rotor dans le sens de rotation de l'arbre, dont la fréquence égale à 0,42 jusqu'à 0,49 fois la fréquence de rotation. C'est pour quoi l'orbite contient deux marques de références de phases.

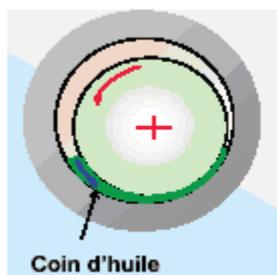


Fig.7.18.Tourbillon d'huile

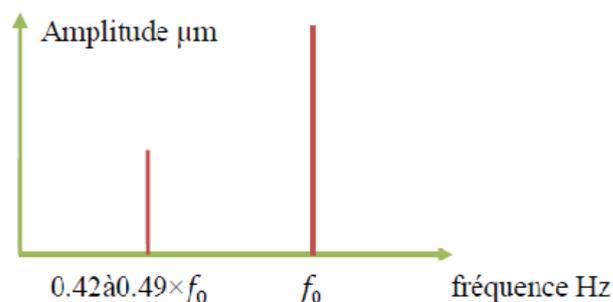


Fig.7.19.Représentation spectrale d'un tourbillon d'huile

❖ Fouettement d'huile (Oil-Whip)

Lorsque la fréquence de précession du tourbillon d'huile coïncide ou elle est supérieure à la première fréquence critique de l'arbre, il apparaît une augmentation importante des vibrations : le rotor est soulevé périodiquement par le film d'huile puis retombe. Cette instabilité appelée fouettement d'huile (en anglais Oil-Whip) n'apparaît que pour des rotors dont la vitesse est supérieure à environ 3000 tour/min. Elle peut être l'origine de graves dommages pour les paliers et le rotor.

L'image vibratoire du fouettement d'huile est la même que celle du tourbillon d'huile (Fig.7.20) : on observe un mouvement de précession de l'axe du rotor dans le sens de rotation de l'arbre, dont la fréquence fixe est égale à 0,3 jusqu'à 0,5 fois la fréquence de rotation. L'amplitude du mouvement peut devenir suffisamment importante pour qu'il y ait finalement rupture de film d'huile et contact de rotor avec le palier, dont la fréquence est égale à 0,5 fois la fréquence de rotation (en anglais dry frictional whirl).

Théoriquement il faut agir en :

- Modifiant la conception des paliers (taille, jeu, système de lubrification).
- Modifiant la fréquence propre du rotor (diminution de la distance entre les paliers, augmentation du diamètre du rotor).

Dans la pratique, on agit surtout en :

- Modifiant les paliers : paliers à plusieurs lobes, améliorations du système de lubrification.
- Augmentant la charge spécifique des paliers.
- Diminuant la viscosité de l'huile.
- Modifiant l'état d'équilibre.

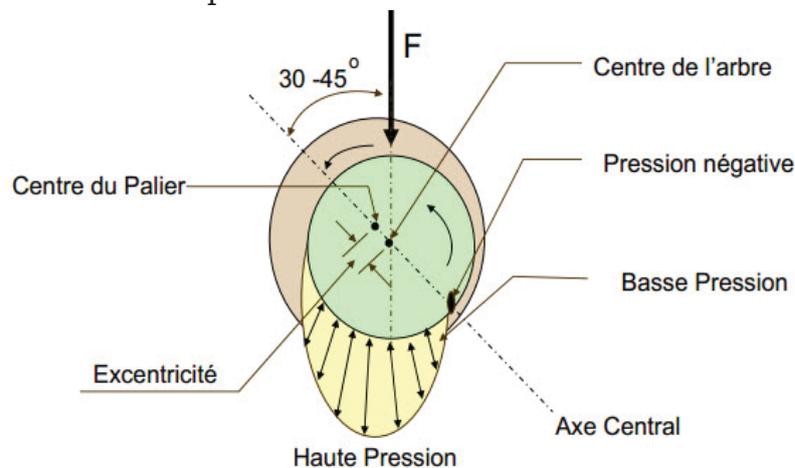


Fig.7.20. Représentation d'un Fouettement d'huile

VII. 2. 2. Pics apparaissant à des fréquences non liée à la vitesse du rotor

Les divers phénomènes qui créent des vibrations non liées à la fréquence de rotation du rotor sont en générale :

- Vibrations des machines voisines.
- Vibrations d'origine électrique.
- Résonance de la structure ou du rotor.

A. Vibrations des machines voisines.

Le sol ou les socles de fixation peuvent transmettre les vibrations d'une machine à une autre. Ces vibrations sont aléatoires et indépendantes de la fréquence de rotation du rotor, Si on arrête la machine voisine le pic spectral va disparaître.

B. Vibrations d'origine électrique.

Les vibrations des paliers ou du stator dans les moteurs électriques sous l'excitation du champ électromagnétique produisent des pics sur la fréquence du courant (la fréquence de notre réseau électrique est 50Hz) où ces harmoniques. Ces pics doivent disparaître lorsqu'on coupe l'alimentation au moteur.

C. Résonance de la structure ou du rotor

Chaque élément de la machine possède une fréquence propre, ces fréquences sont en fonction de plusieurs paramètres tels que la rigidité, la masse, et la forme géométrique...etc. Si une excitation quelconque possède une fréquence voisine à celle de résonance, un pic apparaît dans le spectre.

Une étude dynamique de la structure permet la détermination des fréquences de résonance, ces fréquences seront présentées dans le domaine transitoire de la machine, donc au régime de fonctionnement on ne peut rencontrer ces fréquences de résonance.

VII. 2. 3. Densité spectrale provenant de composante aléatoire de la vibration

Cette densité spectrale est due essentiellement à :

- Défaut de roulement (cage, bille, bag interne et externe).
- Cavitation.
- Frottement.

A. Défauts de roulement

Lorsqu'un roulement tourne, les contacts métalliques entre les éléments roulants et les cages émettent des bruits de fond aléatoires. La plupart d'usures de roulements débutent par une fissure qui se transforme en craquelure. La craquelure va produire des impacts énergétiques en haute fréquence.

Pour chaque type de roulement, et en fonction de ses cotes de fabrication, on peut considérer 4 fréquences caractéristiques.

$$\text{Défaut de bague externe } BPF0 = \frac{n}{2} \times fr \times \left(1 - \frac{DB}{DR} \cos\beta\right) \dots \dots \dots (7.6)$$

$$\text{Défaut de bague interne } BPFI = \frac{n}{2} \times fr \times \left(1 + \frac{DB}{DR} \cos\beta\right) \dots \dots \dots (7.7)$$

$$\text{Défaut de cage } ftf = \frac{1}{2} \times fr \times \left(1 - \frac{DB}{DR} \cos\beta\right) \dots \dots \dots (7.8)$$

$$\text{Défaut de bille } bsf = fr \times \frac{DR}{DB} \times 1 - \left(\frac{DB}{DR} \cos\beta\right)^2 \dots \dots \dots (7.9)$$

Avec :

f_r : fréquence de rotation

n : nombre de bille

$$D_R = \frac{D_1 + D_2}{2} \dots \dots \dots (7.10)$$

β : angle de contact
 D_B : Diamètre de bille
 D_R : Diamètre du roulement

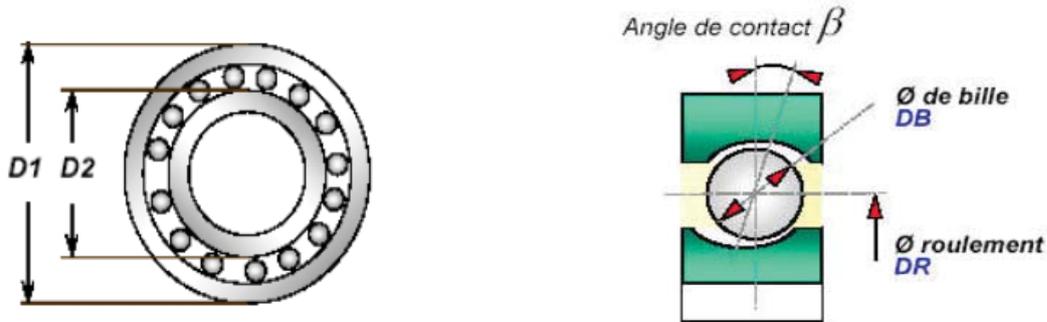


Fig.7.21.Représentation d'un roulement à bille

BPFO = Ball Pass Frequency Outer Race = fréquence de passage d'une bille sur un défaut de piste externe.

BPFI = Ball Pass Frequency Inner Race = fréquence de passage d'une bille sur un défaut de piste interne.

FTF = Fundamental 1 train Frequency = fréquence de passage d'un défaut de cage.

BSF = Ball Spin frequency = fréquence de passage d'un défaut de bille sur la bague interne ou externe.

L'identification d'un défaut de roulement se fait par analyse vibratoire, le spectre de ce dernier présente une raie dans les hautes fréquences (en comparant avec le spectre sain), chaque fréquence caractérise un type de défaut ce qui permet de le détecter facilement.

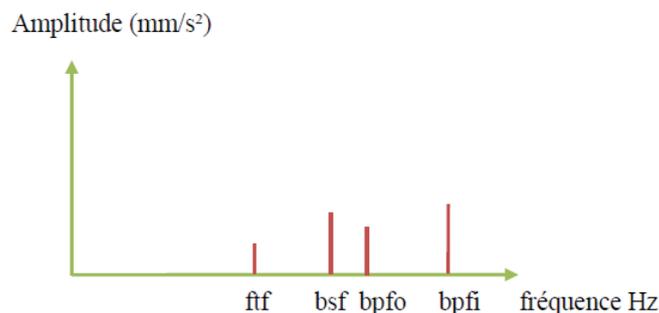


Fig.7.22.Spectre théorique d'un roulement sans défaut

Parmi les défauts de roulement on distingue :

❖ Défaut d'écaillage

Les défauts d'écaillages du roulement seront modulés en amplitude par la vitesse de rotation. Cela se traduira sur le spectre par un pic à la fréquence du défaut ($f_{\text{défaut}} = \text{BPFI}$ ou BPFO ou FTF ou BSF) et des bandes latérales à la fréquence de rotation de l'arbre. De plus, les défauts d'écaillage

se traduisent par des chocs. Le spectre va donc faire apparaître un peigne de raies à la fréquence du défaut ($f_{\text{défaut}} = \text{BPFI}$ ou BPFO ou FTF ou BSF).

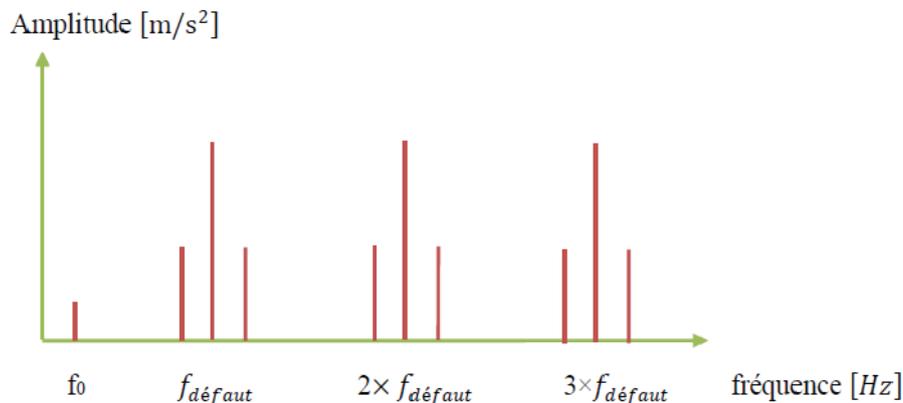


Fig.7.23. Spectre théorique d'un défaut d'écaillage d'un roulement

❖ Rupture de cage

Lorsque la cage d'un roulement se casse, les billes ne sont plus maintenues à une distance égale les unes des autres et elles seront regroupées. Cela entraîne une excentricité de l'arbre et un balourd tournant à la vitesse de rotation de la cage. Ce type de défaut apparaît donc sur le spectre par une raie unique à la fréquence de la cage FTF . En général, FTF est égale à $0,4 \times$ la vitesse de rotation. En réalité, une rupture de cage est très difficilement détectable car un roulement dans la cage est rompue se détériore très rapidement.

❖ Défaut de billes

Un défaut de billes génère une image typique dans le spectre. Il aura plusieurs groupes de pics qui apparaissent, ils sont composés d'un pic central et des modulations autour de ce pic central. Ce pic correspond au défaut de billes et la modulation correspond au défaut de cage. La fréquence à laquelle les billes tournent autour de leur propre axe dans la cage est le pas des raies des modulations.

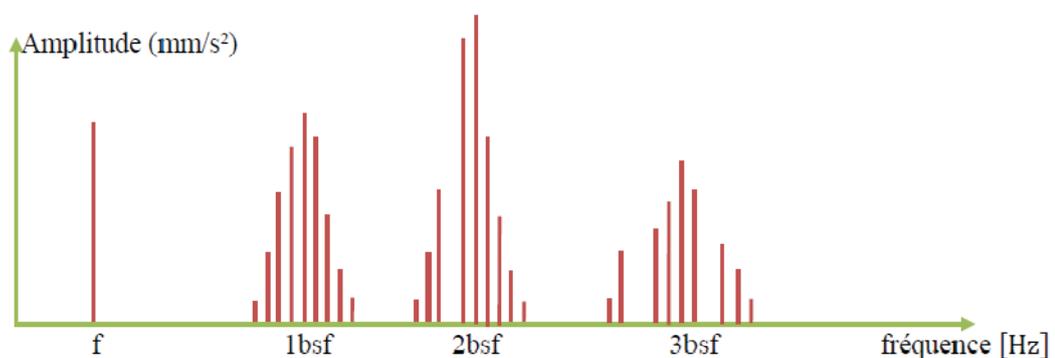


Fig.7.24. Spectre théorique d'un défaut de bille.

B. Défaut de cavitation

Une cavitation provient de la collision de bulles (produit d'ébullitions locales dans certaines conditions du fluide : basse pression dynamique), ces collisions sont excessivement brèves et donc amples en fréquence.

Ce phénomène de cavitation se traduit, au niveau vibratoire, par une augmentation générale du bruit de fond.

Il n'y a pas de raie caractéristique, Toutes les fréquences sont excitées de façon aléatoire.

- Les résonances sont excitées dans tout le spectre.
- Les hautes fréquences sont particulièrement excitées.

C. Défauts de frottements

Si au passage par un orifice (paliers, joint d'étanchéité par exemple), l'arbre s'échauffe de manière dissymétrique, soit parce qu'il frotte, soit parce que le passage d'huile provoque un échauffement plus intense d'un côté de l'arbre que de l'autre, si de plus, la déformation de l'arbre qui résulte de cet échauffement déplace à son tour de point chaud (vibration maximum décalée par rapport au point chaud qui lui donne naissance), alors toutes les conditions sont réunies pour amorcer un phénomène de variations cycliques du déséquilibre.

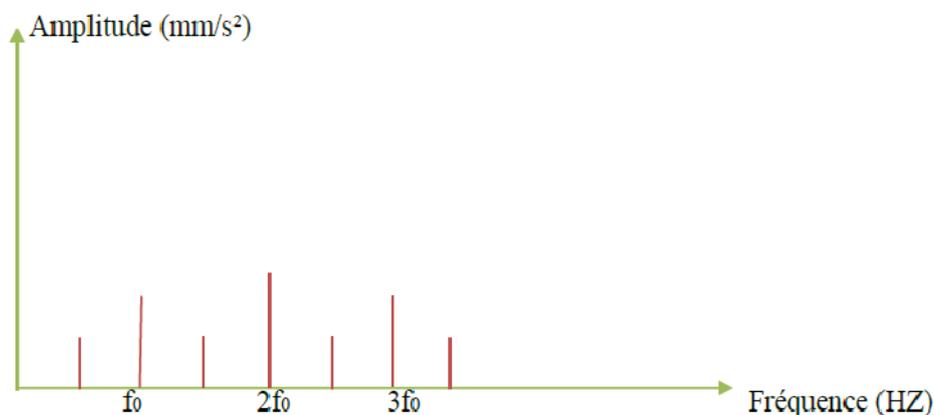
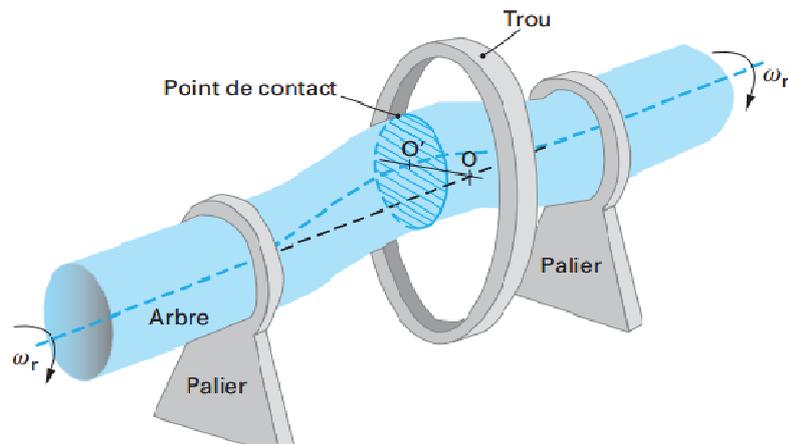


Fig.III.25.Spectre théorique d'un défaut de frottement

La mise en équation du mouvement montre que la trajectoire du vecteur représentant la vibration à la fréquence de rotation f_r est une spirale amortie ou divergente selon la position des vitesses critiques, ou plus exactement selon la valeur de l'angle que fait la vibration (déplacement) avec la force qui lui donne naissance (balourd créé par l'échauffement).

Le décalage du point d'échauffement s'explique parce qu'il y a déphasage entre la déformation et la force qui la crée.



O : centre instantané de rotation de l'arbre au droit du trou.

O' : centre de l'arbre

Fig.III.26. Phénomène de frottement échauffement (rotor/partie fixe)

VII. 3. Défauts détectables par analyse des huiles

Plusieurs défauts apparaissent avec les méthodes d'analyses utilisées, parmi ces défauts on distingue:

III. 3. 1. défauts d'étanchéité

Les défauts d'étanchéités qui peuvent exister sont dus à la détérioration des systèmes d'étanchéités ou de fuite dans le circuit de refroidissement, une présence d'eau est détectée au niveau d'analyse d'huiles.

Si ce problème persiste, on risque de rencontrer un problème de corrosion. Après une détection d'eau dans l'huile, il faut procéder à une réparation de la fuite et un changement d'huile.

III. 3. 2. Défauts d'usure

L'usure est un phénomène inévitable, l'usure sévère provoque une détérioration rapide des pièces en contact, afin de diminuer les risques d'apparition des types graves d'usure, un système de surveillance basé sur le comptage de particules véhiculées dans les huiles doivent exister.

Le comptage de particules véhiculées dans l'huile montre la présence des différentes particules de plusieurs tailles dans 100ml d'échantillons. Chaque type d'usure est caractérisé par un dépassement de nombre de particules mesurées, le nombre d'alerte ou critique, ou apparition de particules de tailles critiques.

VII. 4. Défauts détectés par analyse thermographique

Les images thermographiques déterminent les températures des éléments surveillés, une comparaison avec l'état sain détecte les variations de température, cette variation indique l'apparition d'une défaillance, suivant la nature de l'élément analysé, et son fonctionnement. On distingue plusieurs types de défauts détectables par ce outil:

- Désalignement des paliers.
- Desserrage ou jeu du palier.
- Défauts de graissage.
- Défauts dans le circuit de refroidissement.
- Défauts de Frottement.

VII. 5. Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à l'explication de la plupart des défauts des machines tournantes existant, leurs signatures et les outils de surveillance et de diagnostic nécessaires. Une détection à travers ces signatures est devenue plus facile. Après l'identification d'un défaut dans les machines tournantes, suivre son évolution soit l'objectif numéro un de la maintenance conditionnelle.

Les compétences d'un expert en surveillance et diagnostic de machines sont essentielles pour définir les techniques de traitement du signal spécifiques adaptées à chaque type d'installation. Ainsi, la fiabilité du diagnostic repose essentiellement sur une bonne connaissance des défauts. C'est pourquoi la première démarche d'une action de surveillance est de rechercher les incidents les plus fréquemment rencontrés sur la machine à surveiller, comment ils se manifestent et quelle est leur signature.

Exercice 1 :

Pour une masse m située à la distance d du centre géométrique de l'arbre, avec la rotation de l'arbre cette masse génère des vibrations.

- 1- Expliquer l'effet de balourd.
- 2- Déterminer le vecteur position et vitesse de la masse
- 3- Donner l'expression de l'énergie cinétique du balourd.

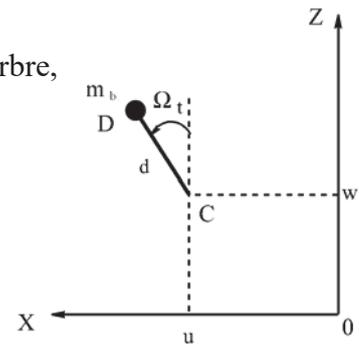


Figure 8.1

Exercice 2:

Pour étudier la stabilité d'un rotor (voir la figure 5.2), les équations du mouvement libre sont données par le système:

$$\begin{cases} 5\ddot{q}_1 - 0.98\Omega\dot{q}_2 + 3.5 \times 10^6 q_1 = 0 \\ 5\ddot{q}_2 + 0.98\Omega\dot{q}_1 + 3.5 \times 10^6 q_2 = 0 \end{cases}$$

- 1-Trouver l'équation caractéristique.
- 2-Trouver les pulsations à l'arrêt et en rotation.
- 3-Tracer le diagramme de Campbell.
- 4-Interpréter le diagramme de Campbell.

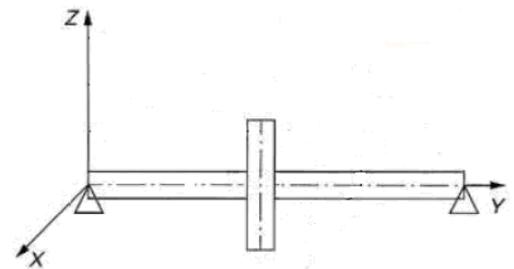


Figure 8.2

Exercice 3 :

Un arbre encastré en torsion (figure 5.3), est discrétisé par deux (02) degrés de liberté θ_1, θ_2 , aux quels correspondent les inerties J, J . La raideur en torsion des éléments élastiques est $K, 2K, K$. La rotation de l'arbre s'effectue à vitesse constante Ω , et les angles θ_1, θ_2 sont mesurés par rapport à la position instantanée de l'arbre.

- 1-Ecrire les énergies cinétique et de déformation de l'arbre.
- 2- Ecrire les équations du mouvement.
- 3-Calculer les fréquences propres de l'arbre.
- 4- Trouver les expressions des déplacements angulaires θ_1 et θ_2

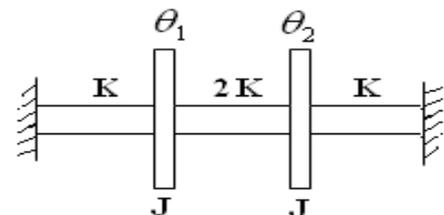
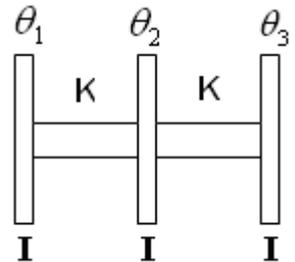


Figure 8.3

Exercice □:

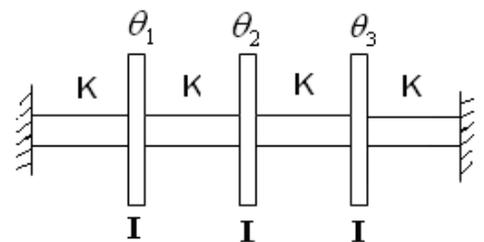
Un arbre en torsion (figure 5.4), est discrétisé par trois (03) degrés de liberté $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ aux quels correspondent aux inerties identiques I . La raideur en torsion de chaque élément élastique est K . La rotation de l'arbre s'effectue à vitesse constante Ω . Les angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sont mesurées par rapport à la position instantanée de l'arbre.

- 1-Ecrire les énergies cinétique et de déformation de l'arbre.
- 2- Ecrire les équations du mouvement.
- 3-calculer les fréquences propres de l'arbre.

**Figure 8.□****Exercice □:**

Un arbre encastré en torsion (figure 5.5), est discrétisé par trois (03) degrés de liberté $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ aux quels correspondent les inerties I, I, I . La raideur en torsion des élément élastique est K . La rotation de l'arbre s'effectue à vitesse constante Ω , et les angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sont mesurées par rapport à la position instantanée de l'arbre.

- 1-Ecrire les énergies cinétique et de déformation de l'arbre.
- 2- Ecrire les équations du mouvement.
- 3-calculer les fréquences propres de l'arbre.

**Figure 8.□**

Corrigé de l'exercice

Exercice 1:

1^{ère} partie

Le balourd est un déséquilibre massique, comme il est défini par la norme Internationale Iso 1925 (vibrations mécaniques - équilibrage - vocabulaire), est l'état dans lequel se trouve un rotor quand, à la suite de forces centrifuges, une force ou un mouvement vibratoire est communiqué à ses paliers. La mesure quantitative du balourd d'un rotor est obtenue en faisant le produit de la masse de déséquilibre m_b par la distance d qui la sépare de l'axe de l'arbre (dans le cas de paliers rigides, l'axe de rotation est l'axe de l'arbre). La valeur ainsi calculée est appelée $m_b d$. Les unités de valeur du balourd sont les grammes millimètres (g·mm).

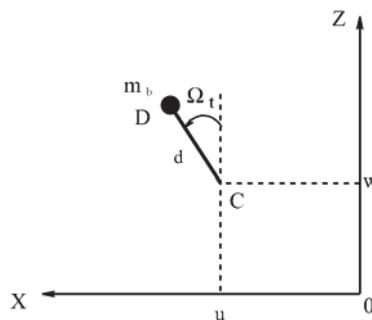


Figure 8. Masse de balourd

2^{ème} partie

La masse reste dans un plan perpendiculaire à l'axe y, sa coordonnée selon cet axe dans le repère \mathcal{R}_0 est donc constante.

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} u + d \sin \Omega t \\ 0 \\ u + d \cos \Omega t \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_0} \tag{5.1}$$

La vitesse du balourd s'écrit alors :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{bmatrix} d\Omega \cos \Omega t \\ 0 \\ -d\Omega \sin \Omega t \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_0} \tag{5.2}$$

3^{ème} exercice : Le moment cinétique du balourd.

L'expression de l'énergie cinétique E_c du balourd :

$$E_c = \frac{1}{2} m_b (\vec{v}^0(\theta))^2 \quad (5.3)$$

Introduisant (5.2) dans (5.3) :

$$E_c = \frac{m_b}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 + \Omega^2 d^2 + 2\Omega \dot{\theta} d \cos \Omega t - 2\Omega \dot{\phi} d \sin \Omega t) \quad (5.4)$$

Le terme $\Omega^2 d^2$ est constant et n'interviendra pas dans les équations. La masse du balourd étant négligeable par rapport à la masse de rotor, l'expression de l'énergie cinétique peut être approximée par :

$$E_c \approx m_b \Omega d (\dot{\theta} \cos \Omega t - \dot{\phi} \sin \Omega t) \quad (5.5)$$

Exercice 2 :

Les équations du mouvement du rotor sont données par le système :

$$\begin{cases} 5\ddot{q}_1 - 0.98 \Omega \dot{q}_2 + 3.5 \times 10^6 q_1 = 0 \\ 5\ddot{q}_2 + 0.98 \Omega \dot{q}_1 + 3.5 \times 10^6 q_2 = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

1^{ère} partie : caractéristique :

-Le système sous forme matricielle s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -0.98 \\ 0.98 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.5 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 3.5 \times 10^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.7)$$

soit :

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0.98 \Omega \\ 0.98 \Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.5 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 3.5 \times 10^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.8)$$

Les solutions des équations sont de la forme

$$\begin{cases} q_1 = A_1 \exp(i\omega t) \\ q_2 = A_2 \exp(i\omega t) \end{cases} \quad (5.9)$$

En remplaçant (5.9) dans (5.8), il vient :

$$\begin{bmatrix} \square + \square \square^2 & -\square \Omega \square \\ \square \Omega \square & \square + \square \square^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \square_1 \\ \square_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.10)$$

La solution simple $\square_1 = \square_2 = 0$ est sans intérêt et les autres solutions sont celles qui correspondent à l'annulation du déterminant de la matrice.

Le calcul du déterminant donne l'équation caractéristique :

$$(\square + \square \square^2)^2 + \square^2 \Omega^2 \square^2 = 0$$

$$\square^2 \square^4 + (2\square\square + \square^2 \Omega^2) \square^2 + \square^2 = 0$$

$$\square.\square : \square^4 + (1.4 \times 10^6 + 3.16 \times 10^{-2} \Omega^2) \square^2 + 4.9 \times 10^{11} = 0 \quad (5)$$

2. Cas à l'arrêt :

□ l'arrêt ($\Omega = 0$), les racines \square_{10} □ \square_{20} de (5) sont :

$$\square_{10}^2 = \square_{20}^2 = \square^2 \omega_{10}^2 = \square^2 \omega_{20}^2 = -\frac{\square}{\square}$$

$$\square \text{vec } \square^2 = -1$$

Et les pulsations à l'arrêt : $\omega_{10} = \omega_{20} = \sqrt{\frac{\square}{\square}}$

$$\square.\square : \square_{10} = \frac{\omega_{10}}{2\pi} = \square_{20} = \frac{\omega_{20}}{2\pi} = 133.16 \text{ □□}$$

En rotation ($\Omega \neq 0$), les racines de (5) sont \square_1 et \square_2 et les pulsations correspondantes ω_1 et ω_2 . Il vient :

□ lors :

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{10}^2 + \frac{\square^2 \Omega^2}{2\square^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4\square^2 \omega_{10}^2}{\square^2 \Omega^2}} \right)} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \sqrt{\omega_{10}^2 + \frac{\square^2 \Omega^2}{2\square^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\square^2 \omega_{10}^2}{\square^2 \Omega^2}} \right)}$$

$$\square.\square : \square_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\square \times 10^5 + 1.92 \times 10^{-2} \Omega^2 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{\square 143 \times 10^{\square}}{\Omega^2}} \right)}$$

$$\square_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\square \times 10^5 + 1.92 \times 10^{-2} \Omega^2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\square 143 \times 10^{\square}}{\Omega^2}} \right)}$$

3. Diagramme de Campbell :

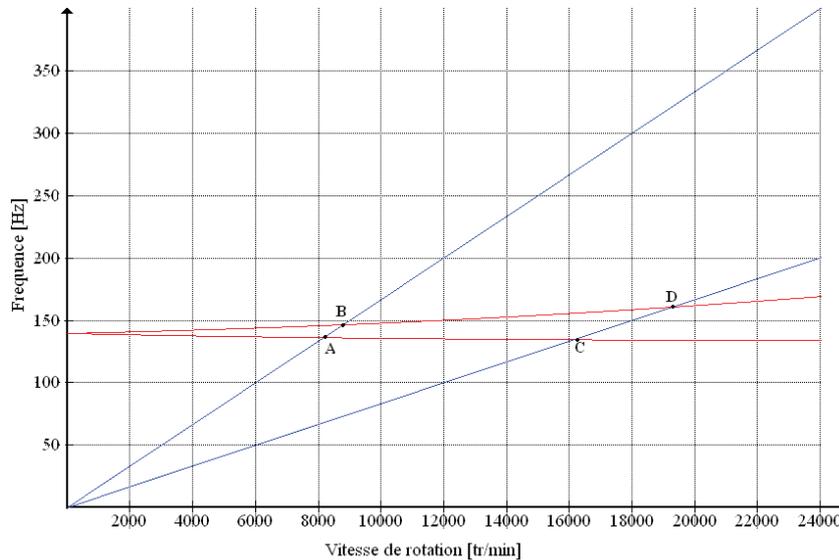


Figure 8. Diagramme de Campbell

Interprétation :

Le diagramme de Campbell $\omega_1 = \omega_1(\Omega)$ $\omega_2 = \omega_2(\Omega)$ est présenté sur la figure I.10 et les intersections de $\omega_1(\Omega)$, $\omega_2(\Omega)$ avec deux droites sont indiquées. Les points A et B correspondent aux intersections avec la droite $\omega = \Omega$ à ces deux points une fréquence du rotor égale la fréquence de rotation. Les points C et D correspondent aux intersections avec la droite $\omega = 0,5 \Omega$ ces deux points correspondent à une fréquence du rotor égale à la moitié de la fréquence de rotation. Il est intéressant d'avoir une expression générale des fréquences correspondant aux points A, B, C, D, qui correspondent aux vitesses critiques.

à partir du graphe on détermine les vitesses critiques :

Pour l'application :

- en A : $N=7914$ tr/min
- en B : $N=8070$ tr/min
- en C : $N=15678$ tr/min
- en D : $N=16314$ tr/min

Exercice 3:

1. L'énergie cinétique et l'énergie potentielle :

Énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}_2^2$$

Énergie potentielle :

$$E_p = \frac{1}{2} K \theta_1^2 + K (\theta_1 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} K \theta_2^2$$

Équation de Lagrange :

À l'aide de l'équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_i} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_i} = 0$$

On trouve :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_1} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_1} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_2} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_2} = 0 \end{cases}$$

En dérivant :

$$\begin{cases} J \ddot{\theta}_1 + 3K \theta_1 - K \theta_2 = 0 \\ J \ddot{\theta}_2 + 3K \theta_2 - K \theta_1 = 0 \end{cases}$$

3. L'énergie cinétique et l'énergie potentielle :

Équation de Lagrange et l'équation de Lagrange et l'équation de Lagrange

On trouve l'équation de Lagrange :

$$\begin{cases} \theta_1 = A \cos \omega t + \phi \\ \theta_2 = B \cos \omega t + \phi \end{cases} \quad [1]$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 = -A \omega^2 \cos \omega t + \phi \\ \ddot{\theta}_2 = -B \omega^2 \cos \omega t + \phi \end{cases} \quad [2]$$

En dérivant [1] et en utilisant l'équation de Lagrange on trouve

$$\begin{cases} [3K - J\omega^2]A - KB = 0 \\ -KA + [3K - J\omega^2]B = 0 \end{cases} \quad [3]$$

Écrire la matrice de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} 3K - J\omega^2 & -K \\ -K & 3K - J\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0$$

Calculer la forme caractéristique en mettant comme condition :

- condition nulle condition d'annulation
- la trace est égale à zéro en fonction de K et J terminent la forme

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3K - J\omega^2 & -K \\ -K & 3K - J\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

En développant et terminant :

$$(3K - J\omega^2)(3K - J\omega^2) - K^2 = 0$$

$$3K - J\omega^2 - K = 0$$

$$3K - J\omega^2 = \pm K \quad \Rightarrow \begin{cases} 3K - J\omega^2 = +K \\ \quad \quad \quad \vee \\ 3K - J\omega^2 = -K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J\omega^2 = K \\ \quad \quad \quad \vee \\ J\omega^2 = 5K \end{cases}$$

Les conditions de résonance sont :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{5K}{J}}$$

Les fréquences de résonance sont :

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{J}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5K}{J}}$$

Exercice 1 :

1. Écrire l'énergie cinétique et l'énergie de déformation :

Énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} I \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}_3^2$$

Énergie de déformation :

$$E_p = \frac{1}{2} K (\theta_1 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} K (\theta_2 - \theta_3)^2$$

Équation de Lagrange :

À l'aide de l'équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_i} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_i} = 0$$

On trouve :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_1} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_1} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_2} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_2} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_3} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_3} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_3} = 0 \end{cases}$$

Les équations de mouvement sont :

$$\begin{cases} I \ddot{\theta}_1 + K \theta_1 - K \theta_2 = 0 \\ I \ddot{\theta}_2 + K \theta_2 - K \theta_1 - K \theta_3 = 0 \\ I \ddot{\theta}_3 + K \theta_3 - K \theta_2 = 0 \end{cases}$$

3. Écrire l'équation de mouvement :

Le mouvement est périodique et on suppose que le mouvement est harmonique et que l'angle de rotation est

l'angle de rotation est :

$$\begin{cases} \theta_1 = A \cos \omega t + \phi \\ \theta_2 = B \cos \omega t + \phi \\ \theta_3 = C \cos \omega t + \phi \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 = -A \omega^2 \sin \omega t + \phi \\ \ddot{\theta}_2 = -B \omega^2 \sin \omega t + \phi \\ \ddot{\theta}_3 = -\omega^2 \sin \omega t + \phi \end{cases}$$

Remarquons que les équations sont linéaires et homogènes en θ

$$\begin{cases} (K - I\omega^2)A - KB = 0 \\ -KA + (K - I\omega^2)B - K\phi = 0 \\ -KB + (K - I\omega^2)\phi = 0 \end{cases}$$

On écrit donc le système sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} K - I\omega^2 & -K & 0 \\ -K & K - I\omega^2 & -K \\ 0 & -K & K - I\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ \phi \end{bmatrix} = 0$$

Cela nous donne les conditions de compatibilité :

- les conditions de compatibilité sont satisfaites
- les conditions de compatibilité sont satisfaites en tout point de la structure

$$\Delta = \begin{vmatrix} K - I\omega^2 & -K & 0 \\ -K & K - I\omega^2 & -K \\ 0 & -K & K - I\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

On remarque que le déterminant est nul :

$$\begin{aligned} (K - I\omega^2)[(K - I\omega^2)(K - I\omega^2) - K^2] - K^2(K - I\omega^2) &= 0 \\ (K - I\omega^2)[3K - I\omega^2(K - I\omega^2) - K^2] &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} K - I\omega^2 = 0 \\ I\omega^2 = 0 \\ 3K - I\omega^2 = 0 \end{cases}$$

Les conditions de compatibilité sont satisfaites :

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K}{I}}$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{3K}{I}}$$

Les conditions de compatibilité sont satisfaites :

$$\phi = 0$$

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{K}{I}}$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{3K}{I}}$$

Exercice 1 :

1. Écrire l'énergie cinétique et l'énergie de déformation :

Énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} I \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}_3^2$$

Énergie de déformation :

$$E_p = \frac{1}{2} K \theta_1^2 + \frac{1}{2} K (\theta_1 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} K (\theta_2 - \theta_3)^2 + \frac{1}{2} K \theta_3^2$$

Équation de Lagrange :

Ainsi, l'équation de Lagrange s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta_i} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta_i} = 0$$

On trouve :

$$\begin{cases} I \ddot{\theta}_1 + K \theta_1 - K \theta_2 = 0 \\ I \ddot{\theta}_2 + K \theta_2 - K \theta_1 - K \theta_3 = 0 \\ I \ddot{\theta}_3 + K \theta_3 - K \theta_2 = 0 \end{cases}$$

3. Les caractéristiques de la réponse :

Le mouvement est périodique et harmonique et le déplacement et le déplacement relatif

ont la même fréquence :

$$\begin{cases} \theta_1 = A \cos \omega t + \phi \\ \theta_2 = B \cos \omega t + \phi \\ \theta_3 = C \cos \omega t + \phi \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 = -A \omega^2 \cos \omega t + \phi \\ \ddot{\theta}_2 = -B \omega^2 \cos \omega t + \phi \\ \ddot{\theta}_3 = -C \omega^2 \cos \omega t + \phi \end{cases} \quad (2)$$

En substituant (1) et (2) dans les équations de Lagrange on trouve en fait la même

équation :

$$\begin{cases} (K - I\omega^2)A - KB = 0 \\ -KA + (K - I\omega^2)B - K\varphi = 0 \\ -KB + (K - I\omega^2)\varphi = 0 \end{cases}$$

Écrivons le système matriciel de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} (K - I\omega^2) & -K & 0 \\ -K & (K - I\omega^2) & -K \\ 0 & -K & (K - I\omega^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ \varphi \end{bmatrix} = 0$$

Calculons le déterminant et mettons comme condition :

- le déterminant n'est nul que si :
- le déterminant est nul en tenant en compte les termes

$$\Delta = \begin{vmatrix} (K - I\omega^2) & -K & 0 \\ -K & (K - I\omega^2) & -K \\ 0 & -K & (K - I\omega^2) \end{vmatrix} = 0$$

Le déterminant est nul :

$$(K - I\omega^2) [(K - I\omega^2)(K - I\omega^2) - K^2] + K [-K(K - I\omega^2)] = 0$$

$$(K - I\omega^2) [(K - I\omega^2)(K - I\omega^2) - K^2] + K [-K(K - I\omega^2)] = 0$$

$$(K - I\omega^2) [(K - I\omega^2)(K - I\omega^2) - K^2] = 0 \Rightarrow \begin{cases} (K - I\omega^2) = 0 \\ \vee \\ (K - I\omega^2)(K - I\omega^2) - K^2 = 0 \end{cases}$$

Les solutions sont :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(-1 - \sqrt{5})K}{I}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K}{I}}$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{5})K}{I}}$$

Les constantes de temps sont :

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_1} \sqrt{\frac{(-1 - \sqrt{5})K}{I}}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_2} \sqrt{\frac{K}{I}}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{\omega_3} \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{5})K}{I}}$$

Références Bibliographiques

- [1] Dunkerly, S., “On the whirling and vibration of shafts”, Phil. Trans. R. Soc., London A, 185, 279, (1894).
- [2] Greenhill, A.G., “On the strength of shafting when exposed both to torsion and to end thrust”, Proc. I. Mech. Eng (London), 182, (1883).
- [3] Gunter, E.J. Jr., “Dynamic stability of rotor-bearing systems”, NASA SP-113, (1966).
- [5] Jeffcott, H.H., “The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed—the effect of want of balance”, Phil. Mag., 37, 304, (1919).
- [6] MAURICE L. ADAMS, JR., rotating machinery vibration, from analysis to troubleshooting, case western reserve university, marcel dekker, inc. new york ,2001.
- [7] Lalanne M., Ferraris G. Rotordynamics prediction in engineering, 2nd Edition, Chichester, John Wiley, 254 p, (1998).
- [8] Ahmed Chellil, « La dynamique du rotor d’hélicoptère », ISBN:978-6-131-53467-6, Editions universitaires européennes, 2011, 108 pages.
- [9] Chong-Won Lee, Vibration analysis of rotors, Springer Verlag, 1993.