



Journal of Materials and Engineering Structures

Research Paper

Optimisation multi-objectif de la structure d'une machine d'usinage agile de type delta linéaire

Multiobjective optimization of an agile machining type linear delta structure

Khaled Mansouri^{a,b,*}, **Idir Belaidi**^a, **Abdelmalek Atia**^b

^a University Mhamed Bougara of Boumerdès, LAMI Lab, Boumerdès, Algeria

^b University Echahid Hamma Lakhdar of El Oued, LEVRES Lab, El Oued, Algeria

ARTICLE INFO

Historique de l'article :

Recu : 5 avril 2018

Révisé : 26 juin 2018

Accépté : 27 juin 2018

Mots clés:

Système Poly-articulés

Robot parallèle

Modélisation Cinématique

Optimisation Multi-Objectif

Keywords :

Poly-articulated system

Parallel robot

Kinematic modeling

Multi-objective optimization

RESUME

La conception d'architectures innovantes de machines agiles dédiées à l'usinage à très grande vitesse (UTGV) nécessite la mise en œuvre de modèles analytiques et numériques pour l'optimisation du comportement cinématique, statique et dynamique de la machine, avec prise en considération des déformations élastiques et leur compensation au niveau de la commande de la machine. Dans le contexte d'une optimisation multi-objectif, il s'agit dans une première partie d'identifier les paramètres et variables inhérents à chaque élément constitutif d'une machine de type robot DELTA, dont le but d'optimiser les éléments essentiels de sa structure. Ceci nécessite une formulation du problème multi-objectif en exprimant les fonctions objectifs, les contraintes et les espaces de recherche correspondants, ainsi que la résolution du problème par l'utilisation de méthodes et outils mathématiques performants (Algorithmes génétique...).

ABSTRACT

The innovative architectures design of agile machines dedicated to the machining at high speed requires the implementation of analytical and numerical models for the optimization of the kinematic, static and dynamic behavior of the machine, taking into account the elastic deformations and their compensation at level of machine control. In the context of multi-objective optimization, the first part is to identify the parameters and variables inherent to each constituent element of a DELTA robot type machine, the purpose is to optimize the essential elements of its structure. This requires a formulation of the multi-objective problem by expressing the objective functions, the constraints and the corresponding search spaces, as well as the resolution of the problem by the use of high-performance mathematical methods and tools (genetic algorithms, etc.).

* Corresponding author. Tel.: +213 663776480.

E-mail address: khaled-mansouri@univ-eloued.dz

1 Introduction

Le robot delta est un robot parallèle qui est construit à l'aide de mécanismes en forme de parallélogramme et la plateforme mobile possède trois degrés de liberté en translation et une rotation par rapport à la base [1]. Le robot est venu d'abord en 1986 par l'intermédiaire d'un brevet d'invention de l'Organisation Mondiale de la Propriété Intellectuelle [2]. Après que de nombreuses études ont été versées dans le robot delta et ses architectures. Pierrot et al. ont donné les équations correspondant à différents modèles tels que la cinématique directe et inverse ainsi que la dynamique inverse [3]. Codourey a étudié la modélisation dynamique et l'évaluation de la matrice de masse des robots Delta basées sur une application directe du principe du travail virtuel [4]. Récemment, les topologies ont été conçues pour plusieurs versions de machines à cinématique parallèle [5-7]. La synthèse dimensionnelle reste une étape importante de la conception optimale des robots parallèles parce que les critères de performance d'un robot donné sont très sensibles à leur géométrie. Parmi toutes les mesures cinématiques, l'espace de travail est l'un des principaux indices importants dans la conception d'un robot parallèle [1, 8, 9].

La plupart des travaux réalisés dans ce domaine étaient dédiés à l'optimisation d'un seul objectif, or la plupart des applications réelles intègrent plusieurs objectifs souvent contradictoires à optimiser simultanément. Pendant longtemps, les approches de résolution multi-objectif consistaient principalement à les transformer en problèmes mono-objectifs. Depuis quelques années, l'approche Pareto définie initialement dans des travaux en économie au 19ème siècle a été utilisée dans les sciences pour l'ingénieur. Cette approche a l'avantage de traiter les problèmes multi-objectifs sans transformation, sans favoriser un objectif par rapport à un autre.

Maximisation de l'espace de travail seulement ne garantit pas une conception optimale, car il est possible de provoquer des indésirables performances cinématique (et / ou dynamique) de robot au sein de son espace de travail. Alors que, pour surmonter ce problème, le concepteur doit tenir compte de l'un des nombreux indices de performance (problème multi-objectif) qui ont été proposés pour l'estimation et l'évaluation des performances des robots [10, 11]. Les approches de résolution multi-objectif consistaient principalement à les transformer en problèmes mono-objectifs. Depuis quelques années, l'approche Pareto définie initialement dans des travaux en économie a été utilisée dans les sciences pour l'ingénieur. Cette approche a l'avantage de traiter les problèmes multi-objectifs sans transformation, sans favoriser un objectif par rapport à un autre.

Dans ce travail, et dont le but de trouver une structure parallèle optimisée de type Delta, Nous donnons une formulation du problème multi-objectif en exprimant les fonctions objectif, les contraintes et les espaces de recherche correspondants, ainsi que la résolution du problème par l'utilisation de méthodes et outils mathématiques performants (Algorithmes génétique...).

2 Description et modélisation du robot delta

2.1 Géométrie de robot Delta

Les modèles géométriques direct et inverse sont les relations qui expriment la situation de l'organe terminal du robot (la nacelle dans le cas présent) en fonction de la configuration du mécanisme (coordonnées articulaires) et inversement [11].

Dans le cas de l'architecture Delta l'orientation reste constante (le paramétrage de l'orientation de la nacelle est inutile car cette dernière reste parallèle à un plan de référence) et seulement trois actionneurs sont utilisés. Nous devons alors résoudre un système de trois équations à trois inconnues [11, 12].

Les paramètres géométriques de robot Delta sont présentés dans (Fig.1).

Coordonnées des points P_i dans le repère fixe :

$$[P_1 \quad P_2 \quad P_3] = \begin{bmatrix} R & -\frac{R}{2} & -\frac{R}{2} \\ 0 & R\frac{\sqrt{3}}{2} & -R\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Coordonnées des points B_i dans le repère mobile R_n :

$$[B_1 \quad B_2 \quad B_3] = \begin{bmatrix} r & -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ 0 & r\frac{\sqrt{3}}{2} & -r\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Composantes des vecteurs u_i dans le repère fixe :

$$[u_1 \quad u_2 \quad u_3] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

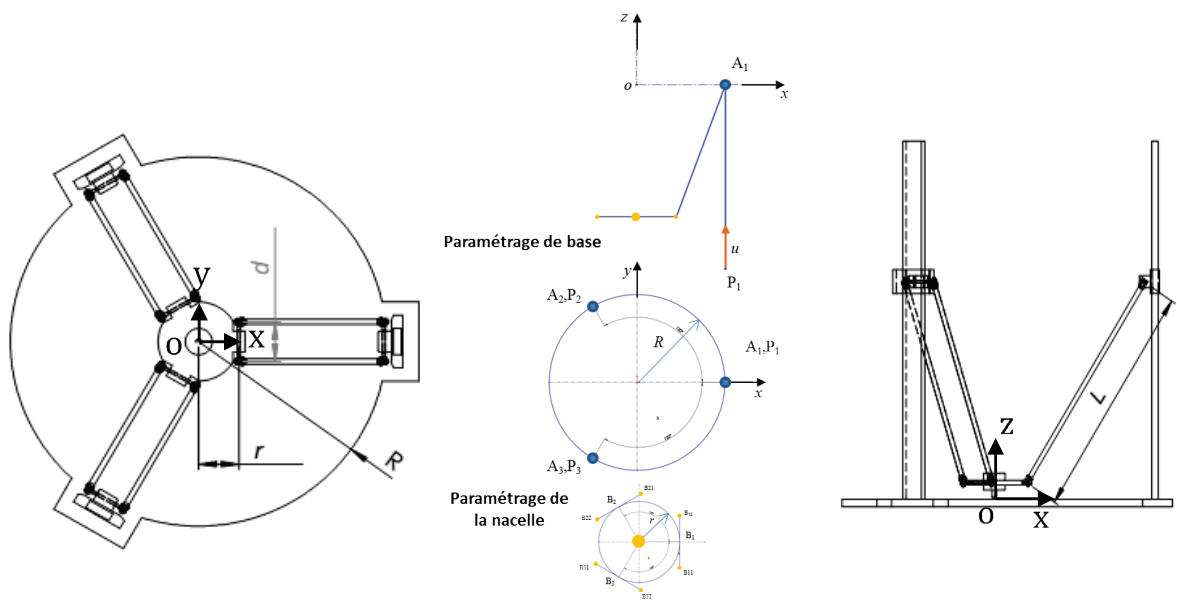


Fig. 1 Paramètres géométriques

Pour calculer le vecteur des variables articulaires q (les coordonnées suivant z des points A), nous écrivons que chacun des segments A_iB_i , pour $1 < i < k$ ($k = 3$) a une longueur constante l_i . Ce qui nous donne le système de trois équations

$$A_iB_i^2 - l_i^2 = 0 \quad / \quad l_i = L \quad (4)$$

$$\overline{A_iB_i} = \overline{A_iP_i} + \overline{P_iO} + \overline{OB_i} \quad (5)$$

$$\overline{A_iB_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_P \\ -y_P \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x + x_{B_i/R_n} \\ y + y_{B_i/R_n} \\ z + z_{B_i/R_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + x_{B_i/R_n} - x_P \\ y + y_{B_i/R_n} - y_P \\ z + z_{B_i/R_n} - q_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

L'équation (4) devient :

$$\left(x - (x_P - x_{B_i/R_n}) \right)^2 + \left(y - (y_P - y_{B_i/R_n}) \right)^2 + \left(z + z_{B_i/R_n} - q_i \right)^2 - L^2 = 0 \quad (7)$$

En utilisant les paramètres définis par les équations (1, 2, 3), nous obtenons l'expression analytique du modèle géométrique inverse :

$$\begin{cases} q_1 = z + \sqrt{L^2 - (r - R + x)^2 - y^2} \\ q_2 = z + \sqrt{L^2 - \left((R - r) \frac{1}{2} + x \right)^2 - \left((r - R) \frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2} \\ q_3 = z + \sqrt{L^2 - \left((R - r) \frac{1}{2} + x \right)^2 - \left((R - r) \frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2} \end{cases} \quad (8)$$

Pour obtenir l'expression analytique du modèle géométrique direct, nous devons résoudre le système suivant par rapport aux variables x , y et z .

$$\begin{cases} (r - R + x)^2 + y^2 + (z - q_1)^2 = L^2 \\ \left((R - r) \frac{1}{2} + x \right)^2 + \left((r - R) \frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2 + (z - q_2)^2 = L^2 \\ \left((R - r) \frac{1}{2} + x \right)^2 + \left((R - r) \frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2 + (z - q_3)^2 = L^2 \end{cases} \quad (9)$$

Le système peut se réécrire :

$$\begin{cases} (A^2 + C^2 + 1)z^2 + 2((C(D - (R - r)) + A \times B - q_1)z + (B^2 + (D - (R - r))^2 + q_1^2 - L^2) = 0 \\ y = Az + B \\ x = Cz + D \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{Avec : } A = \frac{(q_2 - q_3)}{\sqrt{3}(r - R)}, B = \frac{q_3^2 - q_2^2}{\sqrt{3}(r - R)}, C = \frac{2(q_2 - q_1) - A\sqrt{3}(r - R)}{3(R - r)}, D = \frac{q_1^2 - q_2^2 - B\sqrt{3}(r - R)}{3(R - r)}$$

La première équation du système admet deux solutions qui correspondent à deux positions de la nacelle. La solution correspondant à la machine étudiée est la position basse. Il faut donc conserver la plus petite des deux solutions de l'équation polynomiale. Connaissant z , nous pouvons ensuite calculer x et y de manière unique.

2.2 Modélisation cinématique

Le modèle cinématique établit la relation entre la vitesse de la nacelle en translation et en rotation que nous noterons \dot{x} et \dot{q} (vitesse linéaire des actionneurs) pour une position et une orientation données de la nacelle.

Pour la barre numéro i , nous avons :

$$V_{A_i} \cdot A_i B_i = V_{B_i} \cdot A_i B_i \quad (11)$$

L'écriture pour l'ensemble des k barres nous donne l'écriture matricielle :

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{x} \quad (12)$$

$$\text{Avec } J_q = \begin{bmatrix} A_1 B_1 u_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 B_2 u_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 B_3 u_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

et

$$J_x = \begin{bmatrix} (A_1B_1)_x & (A_1B_1)_y & (A_1B_1)_z \\ (A_2B_2)_x & (A_2B_2)_y & (A_2B_2)_z \\ (A_iB_i)_x & (A_iB_i)_y & (A_iB_i)_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

Le modèle cinématique inverse est l'expression de \dot{q} en fonction de \dot{x} . L'écriture du modèle cinématique inverse à partir de (12) est alors :

$$\dot{q} = J_q^{-1} J_x \dot{x} \quad (15)$$

Soit en posant $J = J_x^{-1} J_q$

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{x} \quad (16)$$

Où J est appelée la matrice Jacobienne.

Le modèle cinématique direct est l'expression de \dot{x} en fonction de \dot{q} . Compte tenu des notations précédentes et de l'équation (14), le modèle cinématique direct s'écrit :

$$\dot{x} = J \dot{q}$$

Dans le cas de l'architecture choisie, les matrices J_x et J_q s'écrivent :

$$J_x = \begin{bmatrix} r - R + x & y & z - q_1 \\ \frac{1}{2}(R - r) + x & \frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) + y & z - q_2 \\ \frac{1}{2}(R - r) + x & \frac{\sqrt{3}}{2}(R - r) + y & z - q_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} z - q_1 & 0 & 0 \\ 0 & z - q_2 & 0 \\ 0 & 0 & z - q_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.3 Performance dynamique

Pour pouvoir écrire le modèle dynamique, nous établissons :

- La relation entre \ddot{q} et \ddot{x}
- La relation entre un effort appliqué sur la nacelle et l'effort résultant sur les moteurs.
- Les masses en mouvement.

Nous recherchons l'expression de \ddot{q} (accélération des moteurs) en fonction de \ddot{x} (accélération désirée de la nacelle). En réalité cette accélération est également fonction de \dot{x} , \dot{q} , x et q . La connaissance de cette relation nous permet de déterminer les caractéristiques requises concernant l'accélération des moteurs en fonction des performances en accélération demandées à la nacelle. L'expression recherchée s'obtient en dérivant le modèle cinématique par rapport au temps. En dérivant l'équation (16), nous obtenons :

$$\ddot{q} = J^{-1} \ddot{x} + J_q^{-1} (\dot{J}_x - \dot{J}_q J^{-1}) \dot{x} \quad (19)$$

Pour l'arrangement de l'architecture Delta que nous avons retenue, les matrices \dot{J}_x et \dot{J}_q , s'expriment analytiquement :

$$\dot{J}_x = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} - \dot{q}_1 \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} - \dot{q}_2 \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} - \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

et

$$\dot{J}_q = \begin{bmatrix} \dot{z} - \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{z} - \dot{q}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{z} - \dot{q}_3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

Nous constatons que l'accélération des moteurs est composée de la somme de deux termes :

- $J^{-1}\ddot{x}$ L'accélération des actionneurs due à l'accélération de la nacelle.
- $(\dot{J}_x - \dot{J}_q J^{-1})\dot{x}$ L'accélération des actionneurs due au déplacement de la nacelle à une vitesse constante. Ce terme traduit le non linéarité de la relation entre la vitesse des actionneurs et la vitesse de la nacelle.

Nous calculons dans un premier temps la relation qui relie l'effort de poussée des moteurs aux efforts appliqués sur la nacelle du point de vue statique.

$$F_{mot} = {}^t J F_{nac}$$

$$F_{nac} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_x \\ F_z \end{bmatrix} \text{ et } F_{mot} = \begin{bmatrix} F_{mot1} \\ F_{mot2} \\ F_{mot3} \end{bmatrix}$$

- F_{mot} Effort de poussée des moteurs
- ${}^t J$ Transposée de la matrice jacobienne définie dans modèle cinématique

F_{nac} Torseur des efforts appliqués sur la nacelle.

Masses en mouvement :

La pratique montre que, pour simplifier les calculs, la masse de chaque barre de fixation peut être répartie pour une moitié sur la nacelle et pour l'autre moitié sur la glissière, tandis que son inertie est négligée. Cette simplification est représentée sur la Fig.2.

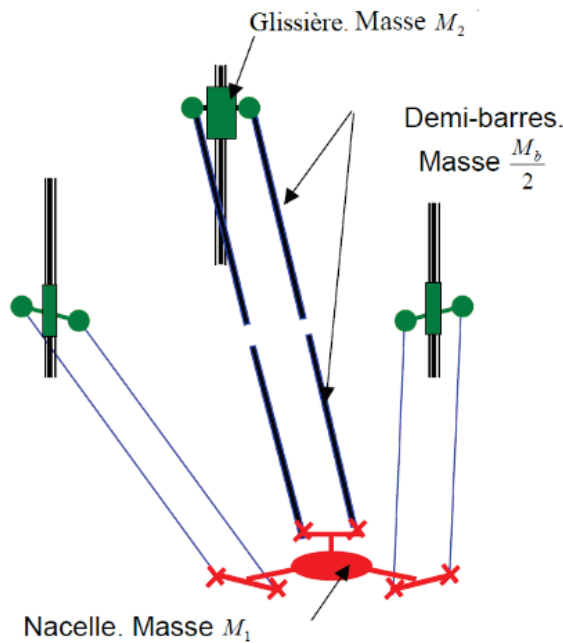


Fig. 2 Répartition de la masse des barres

La simplification proposée ci-dessus nous donne les masses corrigées :

Masse corrigée de la nacelle :

$$M_{nac} = M_1 + 6 \frac{M_b}{2} = M_1 + 3M_b \quad (22)$$

Masse corrigée de chaque glissière :

$$M_{mot} = M_2 + 2 \frac{M_b}{2} = M_2 + M_b \quad (23)$$

La matrice masse du robot est donnée par

$$M = J^{-T} \left(M_{nac} J^T J + \frac{1}{2} M_{mot} \sum_{i=1}^3 J_{m,i}^T J_{m,i} \right) J^{-1} \quad (24)$$

3 Formulation du problème d'optimisation

Plusieurs critères ont été proposés afin de comparer différents mécanismes par rapport à leur géométrie, leur architecture ou leurs dimensions. Ces critères peuvent être de plusieurs natures :

- Géométrique (encombrement de la machine, course des actionneurs, ratio encombrement de la machine par rapport à son volume de travail, volume de travail)
- Cinématiques (transformation des vitesses, isotropie, absence de singularités)
- Dynamiques (poussée des moteurs, efforts dans la structure, capacité d'accélération)
- Autres (rigidité de la machine, précision, facilité d'étalonnage)

Dans notre travail, le problème d'optimisation multi-objectif (conception optimale) de robots parallèles peut être résumé comme suit:

Trouver la meilleure dimension des paramètres géométriques du robot qui assure l'obtention de critères de performance par rapport à des contraintes différentes.

3.1 Critères de performance

3.1.1 Performance cinématique

Par les performances cinématiques, nous entendons la dextérité cinématique et statique. La dextérité cinématique est définie par l'aptitude du la nacelle du robot à effectuer avec une grande précision et facilité des déplacements arbitraires autour d'un point dans l'espace de travail, et la dextérité statique est définie par l'aptitude du la nacelle du robot à appliquer des forces et moments dans toutes les directions de l'espace de travail.

Pour mesurer la performance cinématique, nous pouvons utiliser l'indice d'isotropie (conditionnement de matrice Jacobienne)

$$c = \text{cond}(J) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (25)$$

L'indice d'isotropie cinématique est retenu comme indice de mesure des performances cinématiques du robot parallèle, parce que l'isotropie est une propriété importante dans les applications qui exigent de la précision (par exemple l'usinage).

3.1.2 Espace de travail :

L'espace de travail E est l'un des facteurs les plus importants pour la conception de robots parallèles [13-15]. Théoriquement, c'est l'ensemble de l'espace de configuration que l'organe terminal peut atteindre. Cet espace est défini par ses limites qui sont imposées par les articulations (active et passive), les longueurs des segments et par les collisions internes.

Par conséquent, le problème que nous posons ici est le suivant :

Quel est le meilleur dimensionnement (vecteur des paramètres géométriques optimisés) d'un robot parallèle (robot Delta) qui permet d'avoir le plus grand espace de travail habile ?

Le but de ce travail est de trouver un vecteur de paramètres géométriques P^* qui maximise l'espace de travail du robot parallèle E_{dex} tout en respectant une contrainte fondée sur un critère cinéto-statique (exemple : le nombre de conditionnement de la matrice jacobienne). Par conséquent, la fonction objectif est:

$$E_{dex} = \{Point \in E_T \cdot \cdot \text{Cond}J \leq \text{Cond}J_{max}\}$$

D'où

$$e_t = \frac{n_p(E_{dex})}{n_p(E_T)} \quad (26)$$

3.1.3 Performance dynamique :

Pour mesurer la performance cinématique, nous calculons le conditionnement de la matrice masse du robot

$$cm = \text{cond}(M) \quad (27)$$

Il est à noter que les indices d'isotropie cinématique et dynamique dépendent largement de la configuration et des paramètres géométriques du robot. Nous utilisons les indices globaux η_J et η_M (très souvent utilisés pour comparer les différentes structures), qui sont définies par les moyennes des indices locaux sur l'espace de travail accessible.

$$\eta_J = \frac{\int c_j dE}{\int dE} \quad (28)$$

$$\eta_M = \frac{\int cm dE}{\int dE} \quad (29)$$

3.2 Variables et contraintes :

3.2.1 Limite de l'espace de travail et variables de conception

- Limites des variables articulaires

$$q_{es} = q_{i \min} \leq q_i \leq q_{i \max}$$

- Limites des variables de conception

$$(X_{c,i})_{\min} \leq X_{c,i} \leq (X_{c,i})_{\max}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$X_c = \{L, R, r, D\}$$

- R : Rayon de la base fixe
- r : Rayon de la nacelle
- L : Longueur des barres
- D_b : Diamètre de section des barres

- Limites cinématiques articulaires :

$$|\dot{q}_j| \leq (\dot{q}_j)_{\max}, j=1,2,3 \text{ et } |\ddot{q}_j| \leq (\ddot{q}_j)_{\max}, j=1,2,3$$

- Limites de forces extérieures :

Les forces extérieures agissent sur la nacelle, qui sont les forces de coupes, ne doivent pas dépasser une limite donnée.

$$\left| (F_{ext})_j \right| \leq (F_{ext})_{max}, j=1,2,3$$

3.2.2 Rigidité des barres :

Comme nous l'avons présenté précédemment, toutes les articulations sont considérées parfaitement rigides.

Par construction, les barres sont sollicitées uniquement en traction-compression. Ces sollicitations restent suffisamment petites pour que les problèmes liés au flambement ne soient pas présents.

La déformation d'une de ces barres est :

$$Df_b = \frac{F_b L}{SE} \quad (30)$$

Avec :

- F_b : Effort de traction-compression dans la barre
- L : Longueur initiale de la barre
- S : Surface d'une section droite de la barre
- E : Module d'Young du matériau avec lequel sont réalisées les barres

Cette déformation ne doit pas dépasser une valeur admissible trop petite $Df_b \leq (Df_b)_{ad}$ pour éviter une grande erreur de déplacement de la nacelle, qui risque d'influer négativement sur la rigidité de la machine.

3.2.3 L'absence de la configuration singulière

Les configurations singulières sont des postures particulières de l'organe terminal où la rigidité naturelle des manipulateurs parallèles subit une grande détérioration.

On peut aussi introduire les singularités en abordant sommairement la notion d'équilibre mécanique d'un robot parallèle. Pour un manipulateur parallèle nous notons τ le vecteur des forces articulaires et \mathcal{F} le torseur des efforts externes appliqués sur l'organe terminal. Pour un torseur \mathcal{F} appliqué sur le plateau mobile, le système mécanique est en équilibre s'il existe des forces articulaires dont l'action sur la plate-forme est l'opposée de \mathcal{F} . Si ce n'est pas le cas, l'organe terminal du manipulateur va se déplacer jusqu'à ce qu'une nouvelle position d'équilibre soit atteinte. Or il existe une relation bien connue entre τ et \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} = J^{-t} \tau \quad (31)$$

Où J^{-t} est la transposée de la matrice Jacobienne cinématique inverse. L'équation précédente décrit un système linéaire en terme de composantes du vecteur τ qui admettra en général une solution en τ pour tout \mathcal{F} (solution qui conduit donc à un équilibre mécanique du système) sauf dans le cas où la matrice J^{-t} est dégénérée : dans ce cas le système linéaire n'admet pas de solution et le système mécanique n'est plus en équilibre.

Donc on prend comme contrainte :

$$\left| J^{-t} \right| \neq 0$$

Pour éliminer cette contrainte il suffit d'éviter les singularités parallèles et en séries.

- Singularité en séries ($|J_q| = 0$)

c'est à dire

$$\begin{aligned} |J_q| = 0 &\Rightarrow (z - q_1)(z - q_2)(z - q_3) = 0 \\ &\Rightarrow (z = q_1) \vee (z = q_2) \vee (z = q_3) \end{aligned}$$

Cette singularité apparaît lorsque l'un ou deux ou même trois parallélogrammes deviennent perpendiculaires aux directions des actionneurs linéaires. En d'autres termes, ces configurations sont obtenues lorsque. $L = R - r$ Pour les éliminer, il est nécessaire de choisir. $L > R - r$

- Singularité parallèle ($|J_x| = 0$)

$|J_x| = 0$, signifie que les trois vecteurs $(B_1 - A_1)^t$, $(B_2 - A_2)^t$, $(B_3 - A_3)^t$ sont coplanaires. Pour les éliminer, il faut de choisir $L > R - r$.

3.2.4 Forces des Moteurs :

Les forces fournies par les moteurs doivent être compatibles avec les limites de performances attendues (vitesses, accélérations et charge autorisées) en tout point de l'espace de travail.

L'expression des forces des moteurs est donnée par :

$$F_{mot} = M_{mot}\ddot{q} + M_{nac} {}^tJ\ddot{x} + {}^tJ F_{ext} \quad (32)$$

avec

$$F_{mot} \leq (F_{mot})_{ad}$$

- $M_{mot}\ddot{q}$: composante de l'effort moteur due à l'accélération de la masse (M_{mot}) de la partie mobile des moteurs (glissière + liaison rotule). Tous les moteurs sont identiques (modularité).
- ${}^tJ F_{ext}$: Composante de l'effort moteur due aux efforts extérieurs (principalement les efforts de coupe) appliqués à la nacelle.
- ${}^tJ F_{nac,acc,D} = M_{nac} {}^tJ\ddot{x}$: Composante de l'effort moteur due à l'accélération de la masse de la nacelle (M_{nac}).

4 Procédure algorithmique développée

L'approche numérique que nous avons utilisée pour résoudre notre problème d'optimisation multi-objectif utilisant l'algorithme génétique NSGA II (Non dominated Sorting Genetic Algorithm II) est représentée sur la Fig.3.

4.1 Données de l'algorithme génétique et les caractéristiques du robot

Table 1- Données de l'algorithme NSGA II

Paramètres	Valeurs
Taille de la population	200 Individus
Nombre de générations	700 générations
Nombre de fonctions objectif	03
Nombres de contraintes	02
Pression de sélection	1.9
Type de mutation	mutation réelle
Probabilité de mutation	0.2
Type de codage	Codage réelle

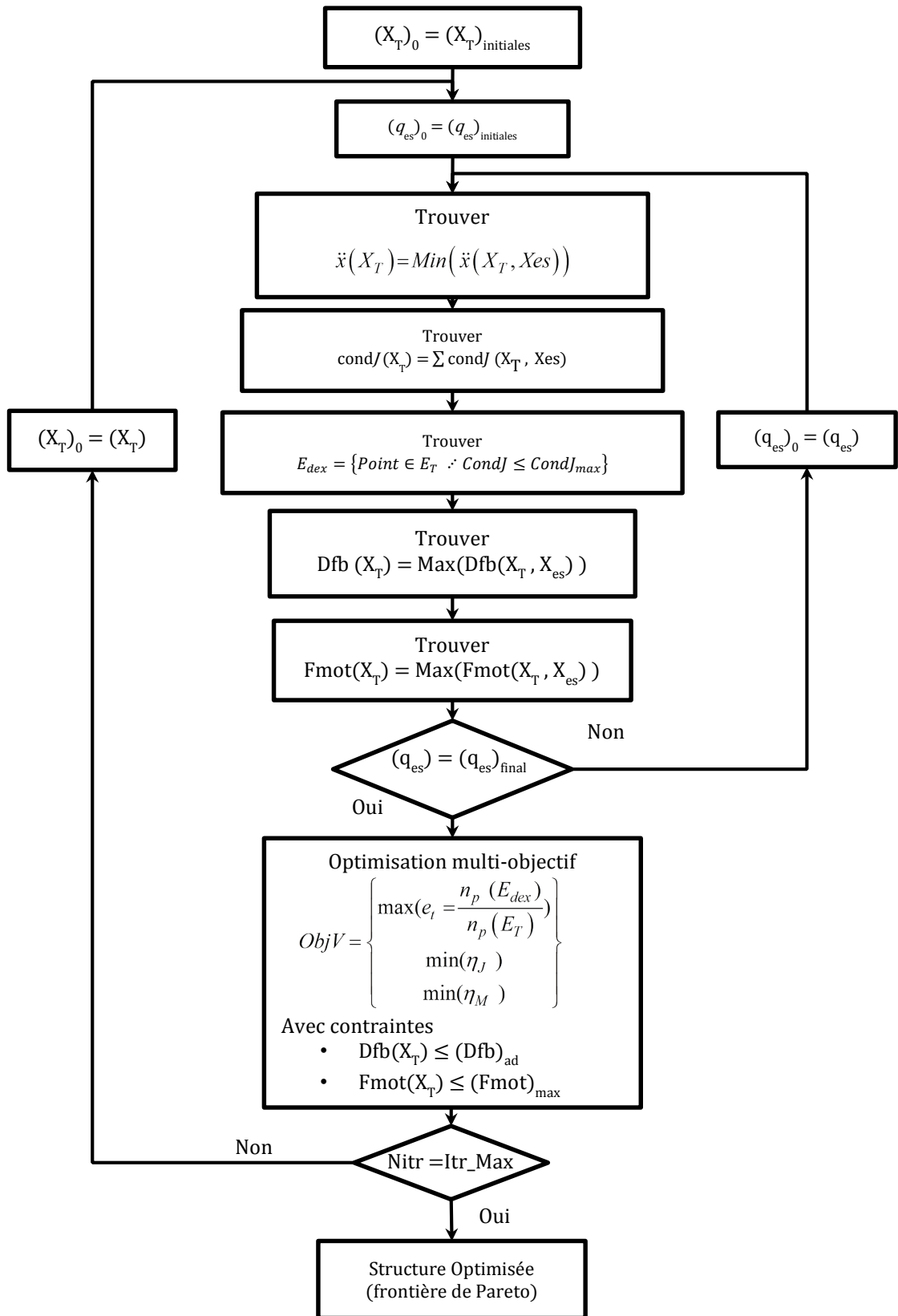


Fig. 3 Procédure algorithmique développée

Table 2- Caractéristiques du robot

	Paramètre	Valeur	
		Min	Max
Espace de recherche	$q(m)$	0	0.6
	$R(m)$	0.5	0.7
	$r(m)$	0.1	0.3
	$L(m)$	0.8	1.7
	$D_b (m)$	0.01	0.05
	$\left \dot{q}_j \right _{max} (m/s)$	0.2	
	$\left \ddot{q}_j \right _{max} (m/s^2)$	0.2	
	$(F_{ext})_{max} (N)$	1000	
	$CondJ_{max}$	4	
	(M_1) Masse de Nacelle (kg)	20	
Paramètres du robot	(M_2) Masse de Moteur (kg)	10	
	$(Df_b)_{ad} (mm)$	0.1	
	$(F_{mot})_{ad} (N)$	9000	

5 Résultats et discussions

Matlab est utilisé comme une plateforme pour l'implémentation des algorithmes génétiques NSGA II, avec les paramètres représentés dans la Table 1. La Fig.4 représente les meilleurs compromis obtenus entre les différentes fonctions objectif. Fig.5 représente l'effet de la longueur des barres L sur les fonctions objectives. Nous remarquons qu'il y a un antagonisme entre les performances (cinématiques et dynamiques) et l'espace de travail dextre. Nous notons que plus les performances indiquées sont élevées, plus l'espace de travail sera petit et vice-versa.

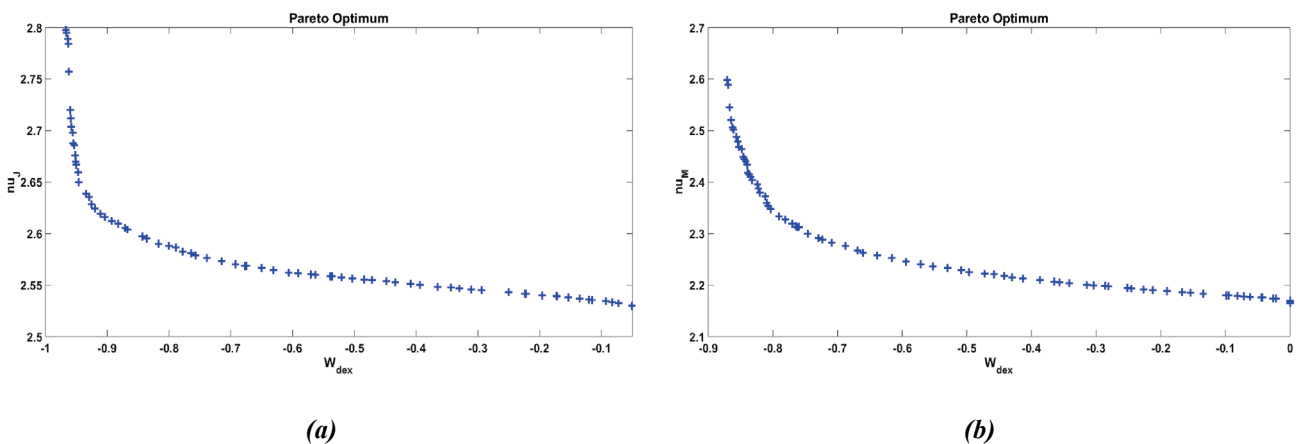


Fig. 4 La frontière de Pareto des solutions, (a) frontière de Pareto entre l'espace de travail dextérité et η_J , (b) frontière de Pareto entre l'espace de travail dextérité et η_M

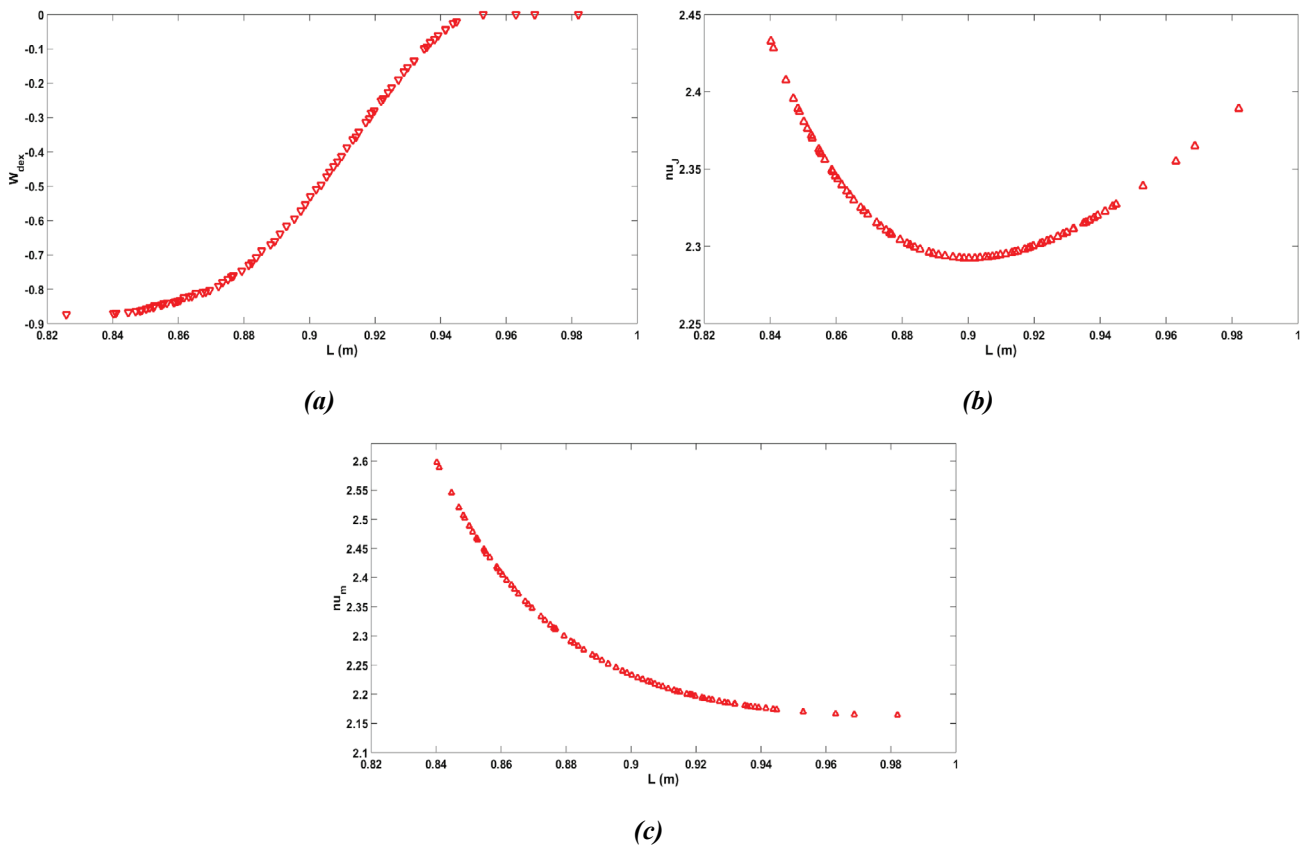


Fig. 5 Effet de la valeur de (L) sur les fonctions objectif, (a) l'espace de travail dextérité en fonction de(L), (b) et η_j en fonction de (L), (c) η_M en fonction de (L)

Le choix des paramètres géométriques optimisés du compromis obtenu entre les différents objectifs qui contient les meilleures solutions, il sera fait selon l'ordre d'importance des critères (préférences du concepteur).

Après avoir pris en compte de plusieurs critères de performance dans la méthodologie développée, nous présentons son impact sur le l'espace de travail dextérité (optimisé par critère cinéto-statique : le conditionnement de la matrice jacobienne inverse), nous pouvons choisir, pour préférer avoir de meilleures performances cinématiques et dynamiques, les valeurs de fonctions objectif optimisées suivantes :

Table 3- Valeurs optimisées choisies

e_t	η_j	η_M	R(m)	r (m)	L(m)
60%	2,3	2,25	0,7	0,15	0,9

Fig.6 présente l'espace de travail dextérité avec les paramètres géométriques (R=0.7 ; r=0.15 ; L=0.9), où (Cond(J) < CondJ_max =3) dans l'espace (xyz) et dans les trois plans (xy), (xz), (yz), pour une meilleure visualisation.

Fig.7 présente l'espace de travail dextérité avec les paramètres géométriques (R=0.7 ; r=0.15 ; L=1.3), où (Cond(J) < CondJ_max =3) dans l'espace (xyz) et dans les trois plans (xy), (xz), (yz),

Les Fig.8 et Fig.9 présentent successivement l'évolution du conditionnement de la matrice Jacobienne et de l'évolution du conditionnement de la matrice Masse dans un plan de l'espace de travail (z=0), avec les paramètres géométriques (R=0.7 ; r=0.15 ; L=0.9)

Représentation de l'espace de travail

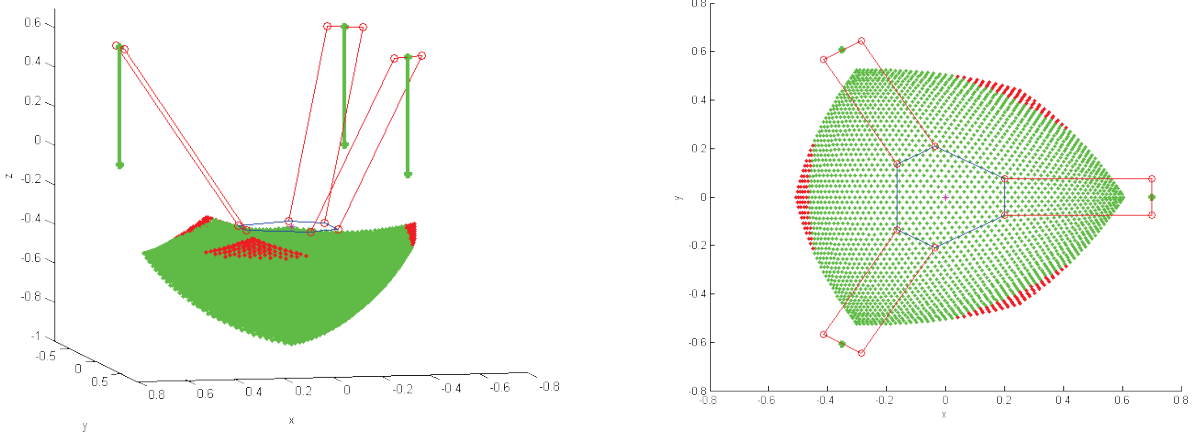


Fig. 6 Espace de travail de robot Delta ($R=0.7 ; r=0.15 ; L=0.9$), Points en vert : $Cond(J) \leq CondJ_{max}$, Points en rouge : $Cond(J) > CondJ_{max}$

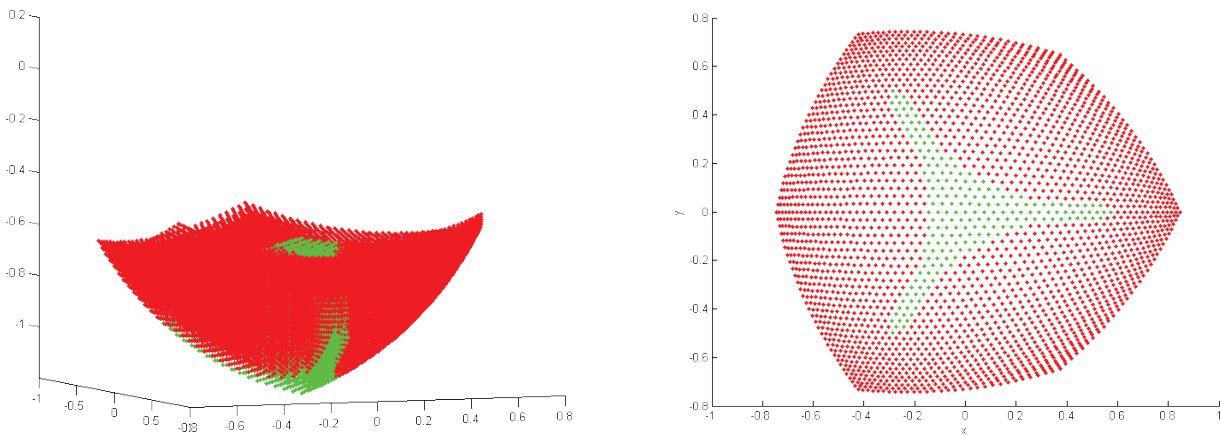


Fig. 7 Espace de travail de robot Delta ($R=0.7 ; r=0.15 ; L=1.3$), Points en vert : $Cond(J) \leq CondJ_{max}$, Points en rouge : $Cond(J) > CondJ_{max}$

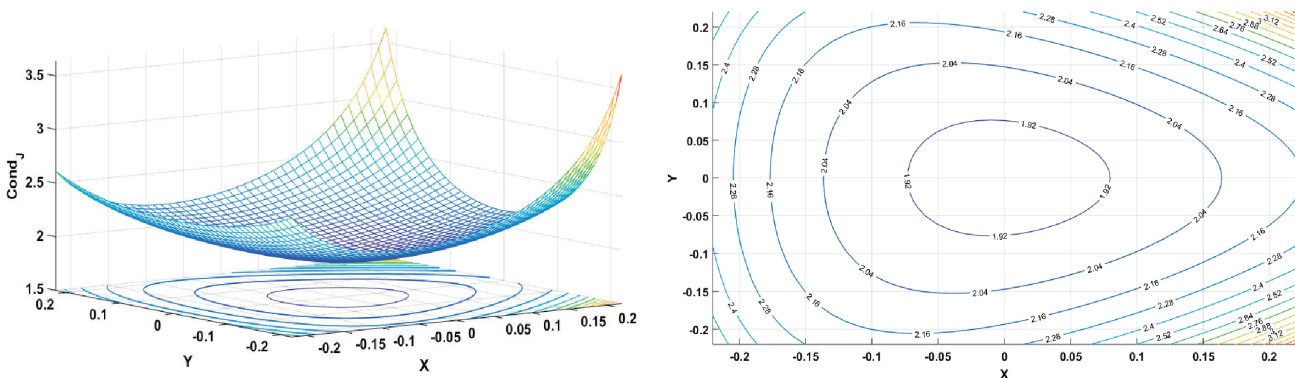


Fig. 8 Représentation de l'évolution du Conditionnement de la matrice Jacobienne dans un plan de l'espace de travail ($z=0$)

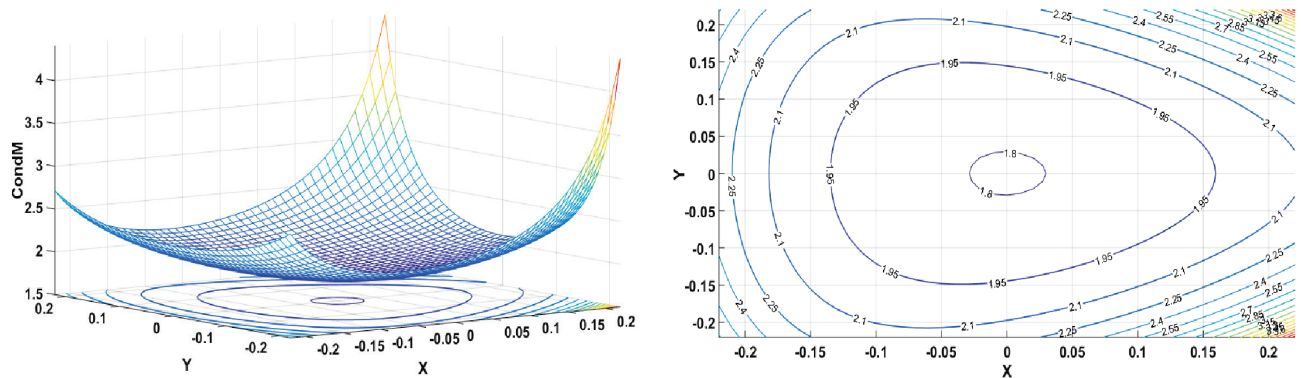


Fig. 9 Représentation de l'évolution du Conditionnement de la matrice Masse dans un plan de l'espace de travail ($z=0$)

6 Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté une méthodologie de conception dimensionnelle des robots parallèles, fondée sur une approche d'optimisation multi-objectif des différents critères de performance, tels que la rigidité, les performances cinématiques et dynamiques, ainsi que l'espace de travail dextérité à l'aide des algorithmes génétiques. Pour sa résolution (Approche de la résolution), nous avons choisi l'algorithme génétique NSGA – II.

L'approche proposée permet de déterminer une bonne approximation du compromis (front de Pareto) entre les différents critères de performance qui sont parfois antagonistes, avec leurs vecteurs associés de paramètres géométriques optimisés, ce qui est très difficile à obtenir avec les méthodes classiques, qui ne peuvent pas prendre en compte tous ces critères simultanément. Le front de Pareto obtenu regroupe les meilleures solutions, notre choix de la solution est fait dans le but d'avoir un grand espace de travail dextérité, qui se traduit par le vecteur de paramètres géométriques $[R=0.7 ; r=0.2 ; L=0.9]$.

REFERENCES

- [1]- R. Clavel, DELTA, a fast robot with parallel geometry. In Proceedings of the 18th International Symposium on Industrial Robots, New York, Springer-Verlag, 1988, pp. 91-100.
- [2]- R. Clavel, Device for displacing and positioning an element in space. Patent, WO1987/003528, 1987.
- [3]- F. Pierrot, C. Reynaud, A. Fournier, DELTA: a simple and efficient parallel robot. Robotica 8(2) (1990) 105-109. doi:10.1017/S0263574700007669.
- [4]- A. Codourey, Dynamic modelling and mass matrix evaluation of the DELTA parallel robot for axes decoupling control. In Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Osaka, Japan, 1996, pp. 1211-1218. doi:10.1109/IROS.1996.568973.
- [5]- M.-O. Demareux, The Delta robot within the industry. In Parallel Kinematic Machines, Ed. Springer, 1999, pp. 395-399, doi:10.1007/978-1-4471-0885-6_28.
- [6]- F. Holy, K. Steiner, Machining system with movable tool head. Patent US6161992A, 2000.
- [7]- O Company, F. Pierrot, Modeling and Preliminary Design Issues of a 3-axis Parallel Machine-Tool. Mech. Mach. Theory 37(11) (2002) 1325-1345. doi:10.1016/S0094-114X(02)00040-X
- [8]- J.-P. Merlet, Parallel robots. Solid Mechanics and its Applications vol. 74, Ed. Springer, 2001. doi:10.1007/978-94-010-9587-7
- [9]- E.F. Fichter, D.R. Kerr, J. Rees-Jones, The Gough-Stewart platform parallel manipulator: A retrospective appreciation. P. I. Mech. Eng. C-J. Mec. 223(1) (2009) 243-281. doi:10.1243/09544062JMES1137.
- [10]- R. Kelaiaia, O. Company, A. Zaatri, Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot. Mech. Mach. Theory 50(2012) 159-178. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2011.11.004.
- [11]- X.-J. Liu, J. Wang, K.-K. Oh, J. Kim, A New Approach to the Design of a DELTA Robot with a Desired Workspace. J. Intell. Robot. Sys. 39(2) (2004) 209-225. doi:10.1023/B:JINT.0000015403.67717.68.

- [12]- O. Company, *Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, 2000.
- [13]- A. Kosinska, M. Galicki, K. Kedzior, Determination of parameters of 3-dof spatial orientation manipulators for a specified workspace. *Robotica* 21(2) (2003) 179-183. doi:10.1017/S0263574702004447.
- [14]- E. Ottaviano, M. Ceccarelli, Optimal design of CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator) with a specified orientation workspace. *Robotica* 20(2) (2002) 159-166. doi:10.1017/S026357470100385X
- [15]- R.E. Stamper, L.-W. Tsai, G.C. Walsh, Optimization of a three DOF translational platform for well-conditioned workspace. In: *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, NM, USA, 1997, pp. 3250-3255. doi:10.1109/ROBOT.1997.606784