

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université M'hamed BOUGARA, Boumerdes**

**Faculté des Sciences de l'Ingénieur**



**Thèse**

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE Boumerdes**

**Discipline : Mécanique des Fluides**

**Spécialité : Ecoulements Diphasiques**

**Application des Méthodes de Suivi d'Interface à la  
Simulation Numérique des Ecoulements Diphasiques  
Gaz-Liquide**

Présentée par : **Djemai MERROUCHE**

Soutenue le : 23 mai 2010

**JURY :**

<b>Pr. Slimane AISSANI</b>	<b>Président</b>	<b>Professeur</b>	<b>UMB Boumerdès</b>
<b>Dr. Aomar AIT-AIDER</b>	<b>Examineur</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>UMM Tizi-Ouzou</b>
<b>Pr. Abdelwahid AZZI</b>	<b>Examineur</b>	<b>Professeur</b>	<b>USTHB Alger</b>
<b>Dr. Idir BELAIDI</b>	<b>Examineur</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>UMB Boumerdès</b>
<b>Dr. Anis BOUSBIA-SALAH</b>	<b>Examineur</b>	<b>Maître de Recherches</b>	<b>FANC Belgique</b>
<b>Dr. Kacem MANSOURI</b>	<b>Examineur</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>UMB Boumerdès</b>
<b>Dr. Kamal MOHAMMEDI</b>	<b>Directeur</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>UMB Boumerdès</b>

## Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été réalisés au sein du centre de recherche nucléaire de Birine (CRNB) en collaboration avec le laboratoire de recherche LMMC (UMB Boumerdès). Je tiens donc à remercier M. Abdelmoumen KERRIS directeur du CRNB et Pr Mohamed Tahar ABADLIA directeur du LMMC, pour m'avoir permis de mener à bien mon travail.

Je remercie les personnes qui m'ont encadrée, encouragée et supportée tout au long des années de thèse. Dr. Kamal MOHAMMEDI Maître de Conférences à l'UMB Boumerdès, tout d'abord, mon directeur de thèse, pour m'avoir initiée à la recherche en Magister et m'avoir accueillie en thèse par la suite ; sa disponibilité, sa bonne humeur, ses précieux conseils, sa patience et la confiance qu'il m'a accordée m'ont accompagnée tout au long de cette étude.

Je tiens à remercier les personnes qui ont accepté de participer à mon jury de thèse :

Pr Slimane AISSANI, Professeur à l'université M'Hamed Bougara Boumerdès pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury, Dr. Aomar AIT-AIDER Maître de Conférences UMM Tizi-Ouzou, Pr. Abdelwahid AZZI, Professeur USTHB Alger, Dr. Idir BELAIDI Maître de Conférences UMB Boumerdès, Dr. Anis BOUSBIA-SALAH, Maître de Recherches FANC Belgique, Dr. Kacem MANSOURI Maître de Conférences UMB Boumerdès, pour avoir accepté d'examiner mes travaux de thèse, pour la patience et la pertinence dont ils ont fait preuve à la lecture de ce document.

Je tiens à remercier MM. Addelhafid BENAZZA, Mohammed SEMINE et Mustapha DAKHIA pour l'aide qu'ils ont apporté surtout concernant la mise en œuvre de la machine parallèle.

J'adresse mes sincères remerciements au professeur Stéphane Zaleski de l'université Pierre & Marie Curie de m'avoir guidé dans l'utilisation du code SURFER. J'adresse aussi mes très respectueux remerciements au professeur Hrvoje Jasak du Foam CFD pour ces précieux conseils concernant le code OpenFOAM. Mes remerciements vont aussi au groupe CERFACS pour la licence du coupleur PALM.

Un grand merci à ma chère femme Ouarda qui a enduré avec moi les difficultés et les épreuves rencontrées le long de ces années de travail.

Enfin, je tiens à remercier ma famille, mes proches et mes amis, dont les encouragements et le soutien ont été indispensables à l'aboutissement de cette recherche.

### ملخص الرسالة

موضوع الرسالة يعنى بالدراسة الرقمية للانسياب ثنائي الطور غاز-سائل ذو الفقعات و الجيوب الهوائية داخل الأنابيب العمودية.

الباب الأول من البحث يعرض المبادئ والأسس العامة الخاصة بالانسيابات ثنائية الطور. اهتمام خاص أعطي لتقنيات متابعة و التقاط الوصلة الفاصلة بين المائعين و خصوصا الطريقة المسماة الحجم الفراغي للمائع. في الباب الثاني سنحاول سرد الأبحاث النظرية و التطبيقية الخاصة بحركة الفقعات و خصوصا تلك المتعلقة بالسرعة النهائية.

الباب الثالث سيتناول بالتحليل الدراسة الرياضية للبرامج المختارة خلال هذه الرسالة, و نعني بها مجموعة البرامج المسماة "سورفر" و "أوبن فوم". هذه الأخيرة تعنى بدراسة انسياب مائعين غير قابلين للانضغاط و للامتزاج من خلال حل معادلات "نافييه - ستوكس" للحركة مع الأخذ بعين الاعتبار المعالجة الرقمية للوصلة الفاصلة بين المائعين بواسطة الطريقة المسماة الحجم الفراغي للمائع.

النموذج الرقمي المختار طبق من أجل ايجاد شكل فقاعات الهواء و مخطط موجهاة السرعة بشكل مقارن بين مختلف الطرق المتوفرة لدينا. التطبيقات تهدف أيضا لدراسة تشتت و اندماج فقاعات الهواء. كما تمت من خلال هذه الدراسة محاولة لدمج هذا النموذج مع نموذج آخر للكهرومغناطيسية لمتابعة أثر هذه الأخيرة على حركة الفقاعات.

كل المحاكاة المستعملة تركز على الحساب المتوازي موزعة على عدد من الحواسيب الغير متجانسة.

### Résumé

Dans cette thèse, nous décrivons une méthode numérique utilisée dans la simulation de l'écoulement d'une bulle en ascension ainsi que la coalescence de bulles dans un liquide visqueux. Le schéma numérique du modèle est basé sur la méthode volume de fluide (VOF) des codes libre SURFER et OpenFOAM. Ces codes utilisent un algorithme de suivi d'interface pour la simulation des écoulements à deux phases.

Une tentative de génération d'un solveur couplé sur la base des modèles VOF et magnétohydrodynamique a également été effectuée afin de simuler le mouvement d'une

bulle dans un liquide métallique sous l'influence d'un champ magnétique longitudinal. Toutes les simulations ont été effectuées en calcul parallèle sous MPI sur des ordinateurs personnels hétérogènes.

**Abstract**

In this thesis we describe a numerical method used in the simulation of a rising bubble and the coalescence of bubbles in a viscous liquid. The numerical scheme of the model is based on the volume of fluid (VOF) method of the open source codes SURFER and *OpenFOAM*. These codes use an interface tracking algorithm for the simulation of two-phase flows.

An attempt to generate a coupled solver based on the VOF and magneto-hydrodynamics models has also been done in order to simulate a rising bubble in liquid metal under the influence of a longitudinal magnetic field.

All the calculations are conducted in parallel MPI protocol on heterogeneous personnel computers.

# Sommaire

Page	
Remerciements .....	1
Résumés .....	3
Sommaire .....	5
Notations .....	9
Liste des figures .....	13
Liste des tableaux .....	16
Introduction générale .....	17
Chapitre 1 Méthodes de simulation des écoulements diphasiques .....	19
I- Notions fondamentales des écoulements diphasiques .....	19
I-1- Définition d'une phase .....	19
I- 2- Concept d'interface .....	20
I-3- Notion de tension de surface .....	20
I-4- Les régimes d'écoulements diphasiques .....	21
I-5- Les forces fondamentales pour un écoulement diphasique .....	23
I-6- Nombres adimensionnels .....	24
II- Simulation des écoulements diphasiques .....	26
II-1- Introduction .....	26

II-2- Méthodes de suivi et de capture d'interfaces .....	28
II-2-1- Méthodes de suivi d'interface ( <i>Interface Tracking Methods</i> ) .....	29
II-2-1-1- Méthode BIM ( <i>Boundary Integral Method</i> ) .....	30
II-2-1-2- Méthodes Front-Tracking .....	31
II-2-2- Méthodes de capture d'interface (ou de suivi en volume) <i>(Interface Capturing Methods)</i> .....	32
II-2-2-1- La méthode volume de fluide VOF .....	33
1) Méthode SLIC .....	36
2) Méthode PLIC .....	37
II-2-2-2- La méthode Level Set LS .....	40
II-2-2-3- Méthode de projection de segment .....	42
II-2-2-4- Couplage des différentes méthodes de suivi et de capture d'interface .....	42
II-3- Méthodes à création spontanée d'interfaces .....	45
Chapitre 2 Mouvement des bulles dans les écoulements diphasiques .....	47
2-1- Les formes de bulles en mouvement d'ascension libre .....	48
2-2- Vitesse terminale d'une bulle .....	49
2-3- Coalescence des bulles .....	54
2-3-1- Collision des bulles .....	55
2-3-2- Interaction au niveau du sillage .....	56

2-3-3- L'amincissement du film .....	56
Chapitre 3 Description des codes <i>SURFER</i> et <i>OpenFOAM</i> .....	57
3-1- Description du code <i>SURFER</i> .....	58
3-1-1- la reconstruction de l'interface .....	58
3-1-1-1- calcul de la normale .....	59
3-1-1-2- Construction de la fraction volumique et de la position de l'interface .....	59
3-1-2- Advection de l'interface .....	62
3-1-3- Résolution des équations du mouvement .....	63
3-2- Description du modèle diphasique VOF du code <i>OpenFOAM</i> .....	66
3-2-1- Discrétisation des équations au sein du code <i>OpenFOAM</i> .....	66
3-2-2- Description du modèle diphasique VOF du code <i>OpenFOAM</i> .....	72
3-2-2-1- Equations du mouvement .....	72
3-2-2-2- Equation de transport de la fraction volumique .....	74
3-2-2-3- Discrétisation des équations du mouvement .....	76
3-2-2-4- Description du programme <i>interFOAM</i> .....	78
3-2-3- Description du modèle de magnétohydrodynamique du code <i>OpenFOAM</i> .....	81
3-3- Conditions aux frontières du domaine de calcul .....	84



Chapitre 4 Simulation Numérique : Applications et résultats .....	86
4-1- Simulation du mouvement d'une bulle par le code <i>SURFER</i> .....	86
4-2- Développement de la machine parallèle et exécution .....	92
4-2-1- Premier test .....	93
4-2-2- Deuxième test .....	105
4-3- Simulation de la montée d'une bulle isolée dans un liquide au repos .....	108
4-4- Couplage des modèles VOF et MHD du code <i>OpenFOAM</i> .....	115
4-5- Simulation du mouvement d'une bulle dans les écoulements à forte variation de densité .....	118
4-5-1- Description du problème .....	118
4-5-2- Discussion des résultats obtenus .....	119
Conclusion Générale .....	141
Annexes .....	142
Bibliographie .....	157

# Notations

Symboles		Dimensions	Unité
<b>Grec</b>			
$\alpha$	paramètre de distance	L	m
$\gamma$	fraction volumique	-	1
$\kappa$	courbure moyenne de la surface	1/L	1/m
$\rho$	densité	M/L <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	viscosité dynamique	M/Lt	Ns/m <sup>2</sup>
$\nu$	viscosité cinématique	M <sup>2</sup> /t	m <sup>2</sup> /s
$\sigma$	tension de surface	M/t <sup>2</sup>	N/m
$\tau$	tenseur de contraintes de cisaillement	M/Lt <sup>2</sup>	Pa
$\phi$	relatif à l'équation de la propriété scalaire $\phi$ , flux		
$\delta$	terme de stabilisation numérique	M <sup>-1</sup>	1/m
$\delta_s$	impulsion de Dirac		
$\Delta$	gradient		

**Roman**

$A$	aire d'une région de l'espace	$L^2$	$m^2$
$B$	vecteur du champ magnétique	$M/t^2I$	$kg/s^2.A$
$C$	longueur caractéristique	$L$	$m$
$d$	diamètre, distance	$L$	$m$
$E$	vecteur du champ électrique	$ML/ct^2$	$V/m$
$F$	flux sur une face de la cellule		
$F_s$	force de la tension de surface	$M/L^2t^2$	$N/m^3$
$g$	accélération gravitationnelle	$L/t^2$	$m/s^2$
$h$	pas de l'espace	$L$	$m$
$H( )$	fonction de Heaviside,	-	1
	coefficients de voisinage plus les sources explicites		
$i, j$	indice de position		
$L$	longueur	$L$	$m$
$m$	composante du vecteur normal		
$n$	vecteur normal	-	1
$n_x, n_y, n_z$	nombres de cellules dans les directions : $x, y, z$		
$N$	dimension de l'espace		
$P$	pression	$M/Lt^2$	$Pa$

R	rayon	L	m
$S$	tenseur de contraintes visqueuses	$M/Lt^2$	Pa
$S_p$	partie implicite du terme source		
$S_u$	partie explicite du terme source		
t	temps	t	s
U	vitesse	L/t	m/s
V	volume,	$L^3$	$m^3$
	vitesse	L/t	m/s
x, X	coordonnée dans un repère	L	m

**Nombres adimensionnels**

$Eo$	nombre de Eötvös
$Eu$	nombre d'Euler
$Fr$	nombre de Froude
$Mo$	nombre de Morton
Re	nombre de Reynolds
$We$	nombre de Weber

**Indices**

1, 2	relatifs aux axes du repère, relatifs aux phases
b	relatif à une bulle

eq	équivalent
ext	extérieur
f	face
g	gaz
h	schéma aux différences
int	intérieur
k	relatif à la phase k
l	liquide
p	centre
r	référence
t	terminal

**Exposants**

*	intermédiaire
n	nouvelle valeur calculée
T	transposé

## Liste des figures

Figure 1 : représentation de l'interface .....	22
Figure 2 : particule fluide sphérique .....	22
Figure 3 : Illustration de différents régimes d'écoulements dans un tuyau horizontal (a) à bulles, (b) à bouchons, (c) stratifié, (d) à vagues, (e) à poches, (f) annulaire et (g) spray ou goutte .....	23
Figure 4 : Illustration de différents régimes d'écoulements dans un tuyau vertical : (a) à bulles, (b) à bouchons, (c) à forte coalescence, (d) wispy-annular, (e) annulaire et (f) spray ou goutte .....	23
Figure 5 : principe de la méthode de suivi d'interface .....	29
Figure 6 : (a) l'idée de base de la méthode Front Tracking, (b) volume de contrôle de la sub-grille, (c) volume de contrôle du maillage eulérien .....	31
Figure 7 : construction de la hauteur locale dans un bloc 3x3 pour une cellule centrale .....	37
Figure 8 : approximation de l'interface par différents algorithmes PLIC .....	40
Figure 9 : régimes des bulles et gouttes .....	51
Figure 10 : l'excentricité d'une bulle en ascension .....	51
Figure 11 : vitesse terminale en fonction du diamètre équivalent .....	52
Figure 12 : bilan de forces agissant sur une bulle près du mur .....	54
Figure 13 : représentation géométrique pour la reconstruction de l'interface .....	61
Figure 14 : illustration de la propagation lagrangienne de l'interface en 2D .....	61
Figure 15 : discrétisation du domaine de solution .....	69
Figure 16 : présentation de deux volumes de contrôle .....	69
Figure 17 : Modèle mathématique du solveur couplé <i>MhdinterFOAM</i> .....	83
Figure 18 : représentation du champ de vitesse pour le premier cas .....	87
Figure 19 : représentation du champ de vitesse pour le deuxième cas .....	88
Figure 20 : représentation du champ de vitesse pour le troisième cas .....	88
Figure 21 : représentation du champ de vitesse pour le quatrième cas .....	89
Figure 22 : évolution des courants parasites au cours du temps, 1 <sup>er</sup> Cas .....	89
Figure 23 : évolution des courants parasites au cours du temps, 2 <sup>ème</sup> Cas .....	90

Figure 24 : évolution des courants parasites au cours du temps, 3ème Cas .....	90
Figure 25 : évolution des courants parasites au cours du temps, 4ème Cas .....	91
Figure 26 : évolution de la fraction volumique dans le premier cas pour un temps de simulation de 1ms (A), 5ms (B), 10ms (C) et 15ms (D) .....	95
Figure 27 : évolution de la fraction volumique dans le deuxième cas pour un temps de simulation de 1ms (A'), 5ms (B'), 10ms (C') et 20ms (D') .....	96
Figure 28 : temps d'exécution du calcul en fonction du temps de simulation .....	97
Figure 29 : évolution du nombre de courant moyen .....	97
Figure 30 : évolution du nombre de courant maximal .....	97
Figure 31 : intensité de vitesse juste avant (A) et après la coalescence (B) pour le premier cas .....	98
Figure 32 : intensité de vitesse pour le deuxième cas à 5ms (A') et 10ms (B') .....	99
Figure 33 : coalescence de deux bulles dans le régime sphérique, 1 <sup>er</sup> cas .....	102
Figure 34 : Forme des bulles avant coalescence à 0.36 seconde .....	102
Figure 35 : Formes des bulles : (A) lors de la coalescence à 0.38 seconde, (B) à la coalescence à 0.39 seconde, (C) après coalescence à 0.42 seconde et (D) après coalescence à 0.45 seconde .....	103
Figure 36 : coalescence de deux bulles, 2 <sup>ème</sup> cas .....	104
Figure 37 : Formes des bulles : (A) avant la coalescence à 0.04 seconde, (B) juste avant la coalescence à 0.11 seconde, (C) durant la coalescence à 0.15 seconde et (D) après coalescence à 0.25 seconde .....	105
Figure 38 : coalescence de deux bulles, 3 <sup>ème</sup> cas .....	106
Figure 39 : Forme des bulles avant coalescence à 0.01 seconde .....	106
Figure 40 : Formes des bulles : (A) avant la coalescence à 0.05 seconde, (B) avant la coalescence à 0.10 seconde, (C) durant la coalescence à 0.15 seconde et (D) après coalescence à 0.29 seconde .....	107
Figure 41 Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle (simulation) .....	109
Figure 42 Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle, d'après [94] .....	109
Figure 43 Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 7 <sup>ème</sup> cas .....	113
Figure 44 Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 7 <sup>ème</sup> cas en version améliorée d' <i>InterFOAM</i> .....	113

Figure 45 Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 8 <sup>ème</sup> cas .....	114
Figure 46 Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 8 <sup>ème</sup> cas en version améliorée d' <i>InterFOAM</i> .....	114
Figure 47 : champs de la fraction volumique et du champ magnétique induit à 0.5 sec ...	116
Figure 48 : champs de la fraction volumique et du champ magnétique induit à 1.4 sec ....	117
Figure 49 : Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le premier cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.02 sec, (D) 0.03 sec, (E) 0.04 sec, (F) 0.05 sec et (G) 0.07 sec .....	124
Figure 50 : Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le deuxième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.020 sec, (C) 0.025 sec, (D) 0.03 sec, (E) 0.035 sec, (F) 0.04 sec, (G) 0.05 sec et (E) 0.065 sec .....	128
Figure 51 : Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le troisième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.021 sec, (D) 0.031 sec, (E) 0.041 sec, (F) 0.05 sec, (G) 0.056 sec et (H) 0.065 sec .....	132
Figure 52 : Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le quatrième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.02 sec, (D) 0.03 sec, (E) 0.045 sec, (F) 0.07 sec, (G) 0.072 sec et (H) 0.08 sec .....	136
Figure 53 : Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le cinquième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.02 sec, (D) 0.025 sec, (E) 0.035 sec, (F) 0.06 sec et (G) 0.09 sec .....	140



## **Liste des tableaux**

Tableau 1 : discrétisation des termes des équations aux dérivées partielles dans <i>OpenFOAM</i> .....	70
Tableau 2 : représentation des conditions aux limites du code <i>OpenFOAM</i> .....	85
Tableau 3 : paramètres de simulation d'une bulle par le code <i>SURFER</i> .....	87
Tableau 4 : conditions de simulation du premier test avec le code <i>OpenFOAM</i> .....	93
Tableau 5 : les données physiques et numériques utilisées dans les simulations du deuxième test avec le code <i>OpenFOAM</i> .....	100
Tableau 6 : les conditions et régimes d'écoulements des bulles de la simulation .....	110
Tableau 7 : les données Physiques & numériques utilisées dans les simulations .....	111
Tableau 8 : comparaison de la vitesse terminale de la bulle pour différents régimes ...	112
Tableau 5 : les données physiques et numériques utilisées dans les simulations du mouvement d'une bulle dans les écoulements à forte variation de la densité .....	118

# Introduction Générale

La présence et le mouvement des bulles, gouttes et particules dans les fluides couvrent notre vie quotidienne à un point et sans aucune exagération qu'on peut dire que le phénomène est omniprésent. Dans l'eau que nous buvons il y a des particules et des gaz dissoutes qui contribuent à notre bien-être, pendant que d'autres ont des effets nocifs. Le sang, un élément vital à la vie, nous revient en mémoire immédiatement avec ces globules rouges et blancs suspendu dans le plasma. On peut penser à de nombreuses applications impliquant l'action réciproque entre les particules et les fluides rencontrés partout dans la vie quotidienne et dans la technologie.

De point de vue technologique, de nombreuses opérations dans les industries chimiques par exemple impliquent des systèmes particule-fluide. La méthode la plus commune qui affecte le mélange gaz-liquide est d'introduire le gaz par un distributeur multi trou sous forme de très petites bulles. Les taux de transfert et de réactions chimiques sont essentiellement gouvernés par le champ d'écoulement établi autour des bulles de gaz en ascension. L'introduction d'un gaz inerte dans une piscine de liquide pour améliorer le mélange est un processus communément utilisé dans les industries chimiques et métallurgiques.

Dans les applications réelles, on rencontre souvent des essaims ou des groupes de particules plutôt qu'une particule simple isolée. En dépit de la complexité intrinsèque d'actions réciproques de particule-particule, l'expérience a montré qu'une compréhension du comportement d'une particule simple nous fournit non seulement des informations utiles sur les processus physiques en question, mais sert aussi d'un projet de démarrage pour entreprendre les modélisations les plus réalistes de ces applications.

L'objectif principal de notre travail est le développement et/ou l'adaptation d'un code de calcul avec ou sans reconstruction d'interfaces appliqué aux écoulements diphasiques. On s'intéressera le long de ce travail au comportement des bulles en ascension dans un fluide initialement au repos. Une synthèse de base succincte sur les méthodes de suivi et de capture d'interface servira de base lors des études de comparaisons qualitatives et quantitatives des méthodes de suivi et de capture d'interface appliquées à la détermination et à la simulation des différents régimes à bulles. Afin de répondre à ce but, des travaux de recherche ont été menés dans le cadre de cette thèse. Les études réalisées ont permis de démontrer la faisabilité de mise en œuvre de ce type de simulation sous les codes ouverts *SURFER* et *OpenFOAM*.

**Le chapitre 1** de la thèse fournit une brève présentation des principales caractéristiques d'écoulement diphasique gaz-liquide et de leur simulation. Les différents types d'écoulements sont décrits. Une sélection des paramètres adimensionnels largement utilisées dans la simulation numérique est présentée.

Le mouvement de bulles dans les mélanges diphasiques est traité dans **le Chapitre 2**. Les développements théoriques et expérimentaux ont été d'un œil critique examiné pour une variété de modèles. En particulier, la vitesse terminale d'ascension.

Dans **le Chapitre 3**, on traite la formulation mathématique utilisée dans les codes *SURFER* et *OpenFOAM* choisi pour nos simulations.

**Le chapitre 4** porte sur des applications mises en œuvre sous les environnements de simulation précités. En particulier, un rapport détaillé sur les simulations numériques d'une bulle dans un tube cylindrique est présenté.

# Chapitre 1

## Méthodes de simulation des écoulements diphasiques

Les écoulements diphasiques recèlent de nombreux problèmes objets d'une intense recherche qui intéresse des domaines aussi importants que le génie nucléaire, l'industrie pétrolière ou l'environnement. La simulation de ces écoulements s'appuie sur des schémas de suivi ou de capture d'interfaces avec ou sans algorithme de reconstruction correspondant à des approximations géométriques d'interfaces.

Dans ce chapitre, on dressera un panorama sur les principales techniques utilisées dans la simulation des écoulements diphasiques gaz-liquide. L'objectif étant l'aide au choix de la méthode qui servira de base pour la satisfaction du but fixé au départ de notre travail, à savoir l'obtention d'un code de calcul fiable capable de prendre en charge les phénomènes de coalescence et de fragmentation des bulles.

### **I- Notions fondamentales des écoulements diphasiques**

On donne une description rapide de quelques notions essentielles pour la compréhension des écoulements diphasiques.

#### **I-1- Définition d'une phase**

Une *phase* est une définition thermodynamique de l'état de la matière, qui peut être solide, liquide ou gaz. Dans la terminologie générale, une phase est continue si elle occupe continuellement les régions connectées de l'espace et elle dispersée si elle occupe de régions

déconnectées. La phase continue peut être gazeuse ou liquide. La phase dispersée est formée de particules (solides ou fluides).

Les particules fluides formées par une phase gazeuse sont appelées bulles, alors qu'on ne parle de gouttes que si les particules fluides sont formées par une phase liquide.

### **I- 2- Concept d'interface**

Mathématiquement, l'*interface* est un objet de dimension  $N$  qui évolue dans un espace de dimension  $N+1$ . Physiquement, c'est une zone de faible épaisseur, où les grandeurs physiques subissent une discontinuité ou un saut. A l'échelle moléculaire, une interface liquide-gaz correspond à une zone de transition où la densité passe progressivement d'une valeur moyenne dans le liquide à une valeur moyenne dans le gaz. La taille de la zone de transition est de l'ordre de quelques libres parcours moyens des molécules. En général, on utilise cette notion d'interface pour évoquer la surface de séparation qui existe entre deux phases (au sens thermodynamique du terme). L'interface a alors pour origine la discontinuité des forces intermoléculaires entre les deux phases. Pour un mélange air - eau, la densité peut varier d'un facteur 1000 entre deux cellules de calcul adjacentes. Ce saut de densité, qui est présent aussi près des bulles d'air et des gouttelettes d'eau présente un défi de stabilité numérique, lors de la résolution des équations de l'écoulement due à la présence de la densité dans plusieurs termes des équations de Navier-Stokes. En effet, les phénomènes physiques intervenant dans cette zone doivent être bien connus, pour prédire correctement les conditions de saut et la vitesse de propagation de l'interface.

### **I-3- Notion de tension de surface**

La *tension de surface* est la tension qui existe à la surface de séparation de deux phases. On la définit comme la force qu'il faut appliquer à l'unité de longueur le long d'une ligne perpendiculaire à la surface d'un liquide en équilibre pour provoquer l'extension de cette surface, ou comme le travail exercé par cette force par unité de surface.

On peut formaliser cette propriété de la manière suivante : il existe une différence de pression entre le liquide et le gaz, égale à la courbure locale de la surface  $\kappa$  multipliée par un coefficient  $\sigma$ , appelé coefficient de tension de surface, dépendant des deux fluides en présence. La pression la plus forte règne dans le fluide dont la surface est convexe voir figure (2).

$$P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \kappa \sigma \quad (1.1)$$

L'équation (1.1) s'appelle équation de Laplace,  $\kappa$  est la courbure moyenne de la surface, c'est-à-dire la somme des deux courbures principales :

$$k = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.2)$$

Si la pression est uniforme à l'intérieur et à l'extérieur de la goutte, le saut de pression est constant sur la surface et, par conséquent, la courbure l'est. La force qui en résulte est orientée du gaz vers le liquide. Une tension de surface élevée implique une forte résistance au mélange.

#### **I-4- Les régimes d'écoulements diphasiques**

Les écoulements diphasiques gaz – liquide peuvent apparaître dans différentes configurations topologiques. Ces différentes structures sont généralement connues sous le nom des régimes d'écoulements ou cartes d'écoulements. Les deux figures (3) et (4) montrent les régimes d'écoulements dans une conduite horizontale et verticale respectivement.

Les paramètres usuellement utilisés pour l'identification des régimes d'écoulements sont les vitesses superficielles des deux phases qui représentent le débit volumétrique de la phase correspondante divisé par la section de la conduite. Cependant, les vitesses superficielles des phases seules ne sont pas suffisantes pour caractériser la configuration géométrique de l'écoulement diphasique. En général, le régime d'écoulement dépend des propriétés physiques des phases et aussi de la géométrie de la conduite.

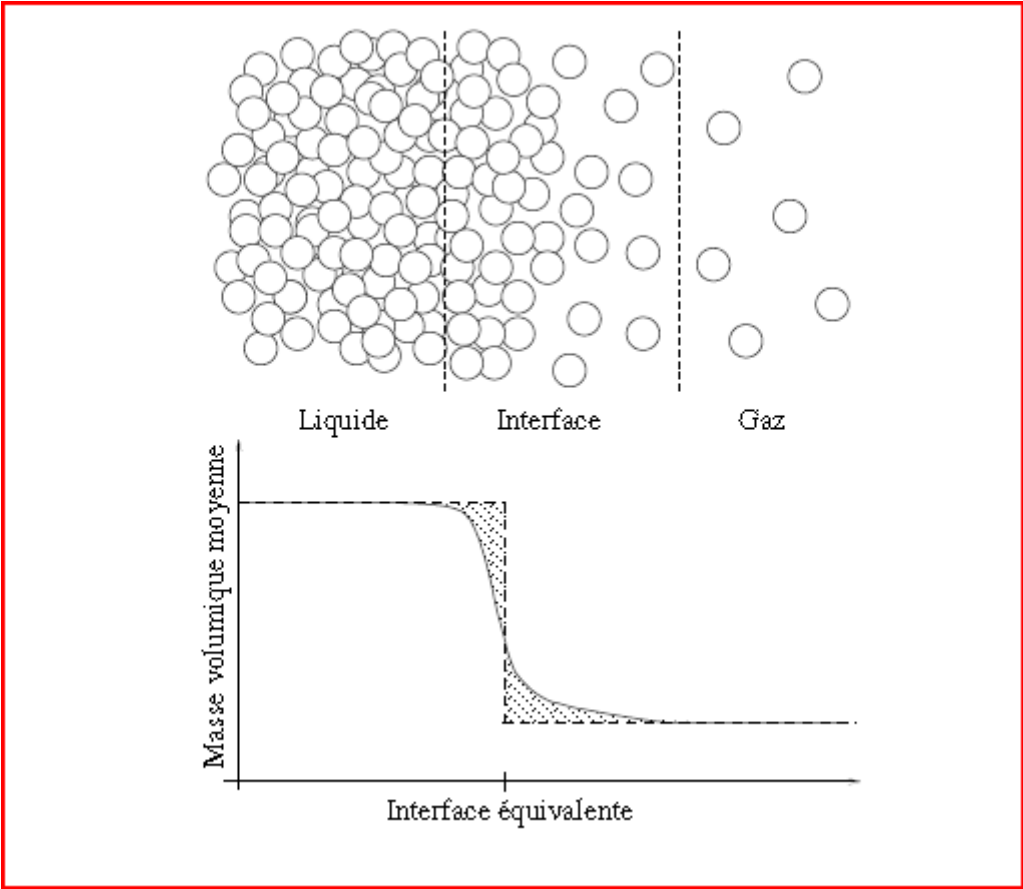


FIG. 1 – Représentation de l'interface, d'après [1].

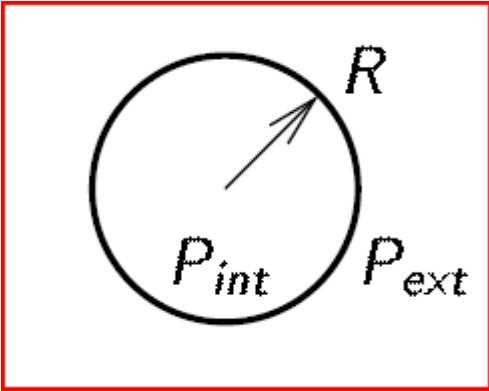
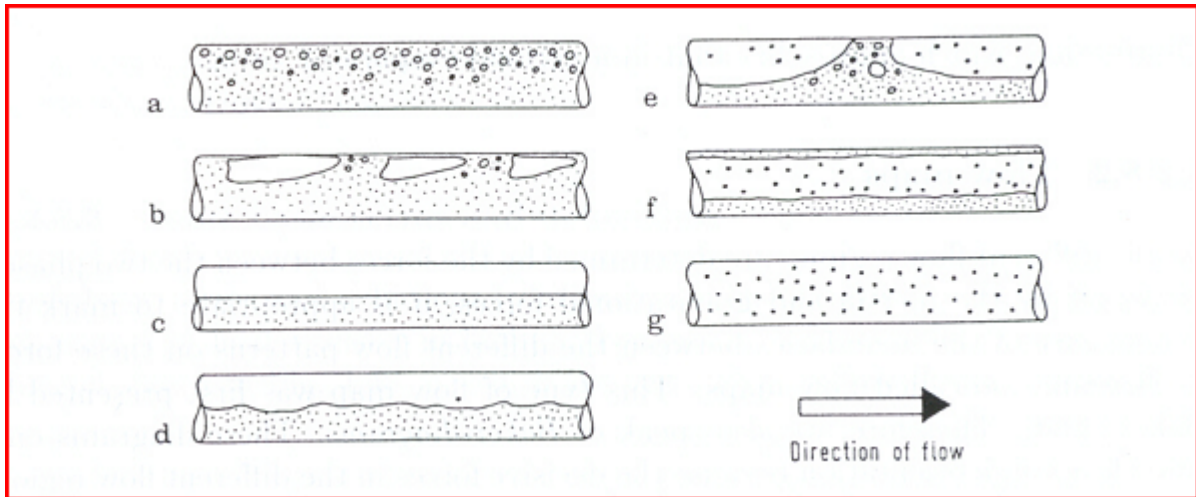
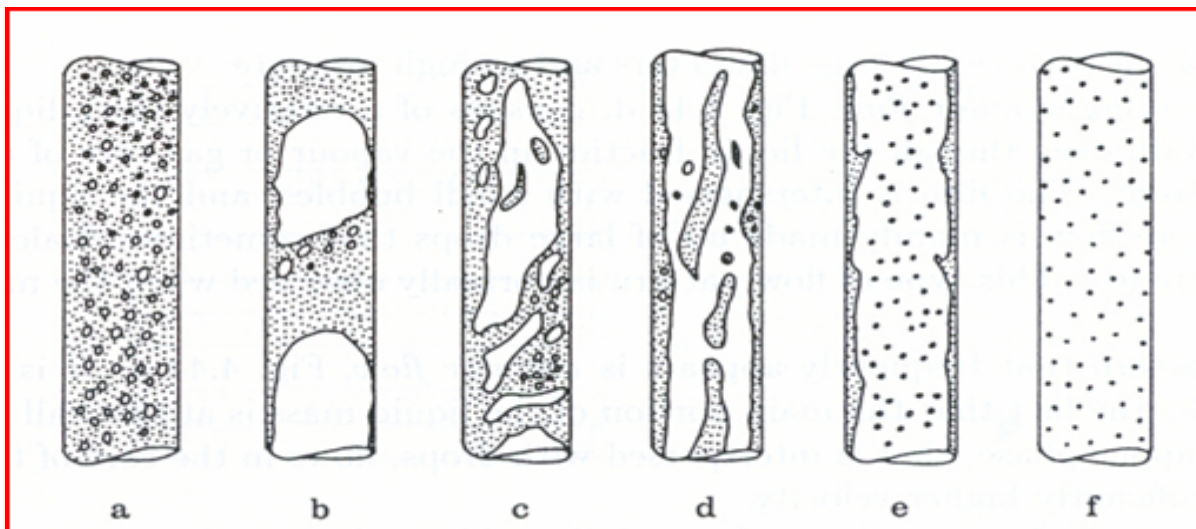


FIG. 2- Particule fluide sphérique



**FIG. 3-** Illustration de différents régimes d'écoulements dans un tuyau horizontal : (a) à bulles, (b) à bouchons, (c) stratifié, (d) à vagues, (e) à poches, (f) annulaire et (g) spray ou goutte, d'après [2].



**FIG. 4-** Illustration de différents régimes d'écoulements dans un tuyau vertical : (a) à bulles, (b) à bouchons, (c) à forte coalescence, (d) wispy-annular, (e) annulaire et (f) spray ou goutte, d'après [2].

**I-5- Les forces fondamentales pour un écoulement diphasique**

Généralement, on distingue trois types de forces : les forces volumiques qui agissent sur l'élément de volume de dimension  $V \propto L^3$ , les forces surfaciques qui agissent sur l'élément de surface de dimension  $A \propto L^2$  et les forces linéaires qui agissent sur l'élément de la courbe



de dimension  $C \propto L$ , où  $L$  est une dimension linéaire. Les forces importantes pour un écoulement diphasique sont :

- La force de pression agit sur les éléments de surface et a tendance à accélérer le fluide dans la direction du gradient de pression.
- La force d'inertie est une force de volume qui agit de manière à maintenir la direction actuelle et l'intensité du mouvement inchangées.
- La force de viscosité agit sur l'élément de surface et a tendance à avoir un champ d'écoulement uniforme et de réduire les différences de vitesse.
- La force de la gravité a tendance à accélérer le fluide dans la direction du vecteur de la pesanteur.
- La force de flottabilité est liée à la force de la gravité ; C'est la différence entre la force de pesanteur et la force d'Archimède. Elle représente l'action nette de la gravité quand la densité n'est pas uniforme. Dans les écoulements diphasiques, la non uniformité de la densité est dû à la présence des deux phases.
- La force de la tension superficielle agit sur une ligne ou un élément de courbe et a tendance à minimiser l'aire de la surface de l'interface. La force de la tension de surface est spécifique aux écoulements gaz-liquide ou liquide-liquide.

### **I-6- Nombres adimensionnels**

Avant d'entamer une simulation numérique d'un écoulement diphasique, il est utile d'avoir une idée sur la grandeur des différentes forces impliquées. La voie la plus appropriée pour identifier les forces dominantes des forces qui peuvent être négligées est d'avoir recours aux nombres adimensionnels, qui expriment le rapport entre deux forces. A partir des forces fondamentales mentionnées ci-dessus, cinq groupes adimensionnels indépendants peuvent être tirés :

- Le nombre de Reynolds qui représente le rapport entre les forces de viscosité et d'inertie  $Re = \frac{\rho LU}{\mu}$ ;
- Le nombre d'Euler qui représente le rapport entre les forces de gradient de pression et d'inertie  $Eu = \frac{\Delta p}{\rho U^2}$ ;

- Le nombre de Froude qui caractérise le rapport entre les forces de gravité et

$$\text{d'inertie } Fr = \frac{U^2}{gL};$$

- Le nombre de Weber qui représente le rapport entre les forces d'inertie et de

$$\text{la tension de surface } We = \frac{\rho LU^2}{\sigma};$$

- Le nombre Eötvös qui est le rapport entre les forces de flottabilité et de la tension de

$$\text{surface } Eo = \frac{\Delta \rho g L^2}{\sigma};$$

On peut déduire d'autres nombres adimensionnels de ces cinq groupes, par exemple : le nombre de capillarité qui est le rapport entre les forces visqueuses et de tension superficielle. Un nombre utile pour les écoulements gaz-liquide et liquide-liquide est le nombre de Morton qui implique la densité et la viscosité de la phase continue. Il est défini par :

$$Mo = \frac{g \Delta \rho \mu_l^4}{\rho_l^2 \sigma^3}$$

Pour un écoulement diphasique incompressible et isotherme, le nombre de Morton est constant. Pour des fluides réels, sa valeur varie : de  $10^{-14}$  pour des bulles dans un liquide métallique et  $10^8$  pour le cas des bulles dans des huiles visqueuses. Pour le cas des bulles de gaz dans l'eau, le nombre de Morton est :  $Mo = 2.48 \cdot 10^{-11}$ .

Deux autres nombres adimensionnels sont utilisés dans la simulation numérique, il s'agit des rapports de viscosité et de densité des deux phases. Le choix de la longueur caractéristique  $L$  et de la vitesse caractéristique  $U$  dépend du type d'écoulement à simuler. Par exemple : pour le cas du mouvement des particules rigide ou liquide sous l'action du champ de la pesanteur, la vitesse caractéristique est la vitesse terminal  $V_t$  de son ascension ou son impact. La longueur caractéristique souhaitable est le diamètre  $d_{eq}$  du volume équivalent. C'est le diamètre d'une sphère du même volume que la particule en question.

**II- Simulation des écoulements diphasiques****II-1- Introduction**

Lorsqu'on modélise un écoulement diphasique, il est nécessaire de savoir les phénomènes, les effets et les structures d'écoulement qui sont importants. Cette simulation numérique est intimement liée à la notion d'échelle. Dans le cas d'un écoulement dispersé par exemple, nous pouvons identifier en nous situant par rapport au gaz : l'échelle macroscopique globale au niveau du système complet qui inclut la conduite (l'ordre de mètres), l'échelle correspondant à une prise de moyenne volumique qui inclut la population des bulles (l'ordre de centimètres) et l'échelle interfaciale de la bulle et de ces interactions avec les bulles voisines (l'ordre de millimètres). Du côté liquide, on peut aussi définir des échelles complémentaires par exemple un écoulement turbulent et d'étudier les interactions entre échelles caractéristiques des différentes phases. Ainsi, les phénomènes pris en compte dépendent de l'échelle à laquelle est effectué le calcul. A nos jours, différentes études numériques se sont intéressées au comportement de la bulle dans son environnement.

Dans les approches numériques moyennes, on utilise la notion de moyenne volumique qui permet de remonter par intégration à l'échelle globale. Il existe globalement deux grands types d'approches selon que l'on moyenne la phase dispersée ou non et des aménagements de détail qui prennent en compte les phénomènes de rupture et coalescence de bulles. Il s'agit de l'approche Euler-Euler et l'approche Euler-Lagrange. Dans la première, chaque phase est traitée séparément. La phase gaz étant considérée comme un continuum, les forces d'interaction avec le liquide doivent être représentées et moyennées et la distinction entre les différents modèles se fera sur l'expression de ces termes d'interaction. Dans la deuxième, la phase continue est traitée dans un repère eulérien alors que la phase dispersée est traitée dans un repère lagrangien, les trajectoires des bulles sont définies par la résolution de l'équation de Newton munie des forces d'interaction appropriées [2].

Une approche intermédiaire qui permettrait de représenter correctement les interactions de la phase dispersée même dans des systèmes de grande taille est connue sous le nom d'approche PDF (*Probability Density Function*). Avec cette approche, il n'est plus nécessaire de suivre individuellement chaque bulle, mais la distribution statistique de leurs propriétés en chaque point. Les propriétés à prendre en compte sont la taille et la vitesse des bulles. Comme une distribution est connue à partir de ses moments, la phase gaz peut être décrite à partir des lois de conservation des moments statistiques de ses propriétés.

Un exemple récent qui détaille le concept de la simulation multi échelles a été démontré dans [3]. L'idée est d'utiliser différents niveaux de modélisation, chacun développé pour étudier un phénomène à une certaine échelle. Le résultat obtenu à la petite échelle peut être utilisé pour fournir de l'information pour la fermeture du problème au niveau de la plus grande échelle. Dans cet article, le modèle de suivi de front est utilisé pour simuler l'ascension d'une bulle dans un liquide au repos et dans un champ de cisaillement. Les résultats du modèle sont utilisés pour obtenir les coefficients de la traînée, la masse virtuelle et les forces d'ascension exigées par le modèle d'Euler-Lagrange utilisé dans l'étude de l'écoulement gaz-liquide dispersé à grand échelle. Finalement, le modèle d'Euler-Lagrange avec les lois de fermetures correctes est utilisé dans la simulation de l'écoulement dans une colonne à bulles.

Si on considère un écoulement diphasique gaz-liquide ou liquide-liquide. Le modèle de diffusion, le modèle à deux fluides et le modèle d'Euler-Lagrange nécessitent une information a priori sur le régime d'écoulement. Pour le régime dispersé, le modèle a besoin de la forme de la bulle (ou goutte). Le modèle à deux fluides nécessite la connaissance de la taille de la bulle (ou goutte). Par contre, la simulation numérique directe (approche à échelle locale) détermine et décrit en détails l'évolution et la déformation de l'interface entre les deux phases. Physiquement, la déformation de l'interface est due à la force de la tension de surface. Les performances de chaque méthode de simulation reposent sur la représentation de cette force dans les calculs. La difficulté majeure dans la simulation de ce type d'écoulements est le mouvement des interfaces dont la forme est partie intégrante de la solution.

Les propriétés physiques (viscosité, densité et pression, etc.) ont un caractère discontinu le long de l'interface qui doit être traité mathématiquement comme une discontinuité. Pour garder cette interface « à front raide », des méthodes numériques spéciales ont été développées.

Ces modèles de simulation peuvent être classés en deux différents groupes. Dans le premier groupe, c'est des modèles qui suivent l'interface. Ces modèles sont les plus utilisés pour les écoulements séparés. Dans le deuxième groupe, on trouve des modèles où la position exacte de l'interface n'est pas suivie spécifiquement. Les écoulements dispersés sont souvent modélisés par des méthodes de ce groupe. Idéalement, on souhaite suivre l'interface entre les deux phases soit pour les écoulements séparés ou dispersés. Les méthodes dites de suivi d'interface utilisent des marqueurs qui se déplacent avec le fluide. A chaque pas de temps, l'interface peut être reconstruite à partir de la position des marqueurs. Ces méthodes, précises au second ordre, ne peuvent s'appliquer que pour un petit nombre d'interfaces. Les méthodes dites de capture d'interface ont recours à un marquage en volume. Elles s'adaptent à des topologies compliquées. Parallèlement à ces méthodes, l'approche dite de Boltzmann s'est développée à partir de la méthode particulière des gaz sur réseau. Dans ce qui suit, nous présenterons les principales méthodes utilisées dans la simulation des écoulements gaz-liquide surtout celles qui considère le mouvement des bulles.

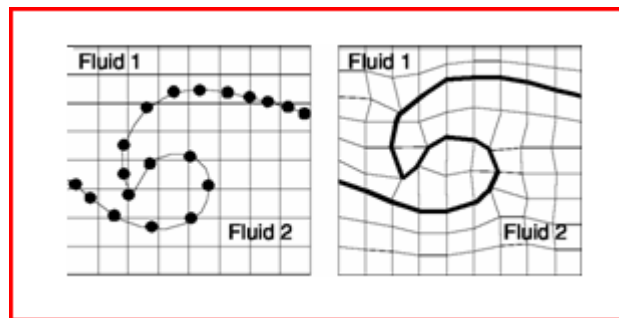
## **II-2- Méthodes de suivi et de capture d'interfaces**

Pour qu'un modèle numérique soit capable de simuler avec fidélité les écoulements à interfaces, il doit répondre à un certains nombre de critères dont en premier lieu la conservation des quantités (la masse, la quantité de mouvement et l'énergie), la précision, la stabilité, l'efficacité et en deuxième lieu :

- la représentation de l'interface du fluide,
- le mouvement de l'interface dans le temps,
- le traitement de cellules de calcul partiellement remplies,
- le couplage des conditions au niveau de l'interface avec les équations de mouvement.

### II-2-1- Méthodes de suivi d'interface (*Interface Tracking Methods*)

Il y a eu de nombreux développements dans le domaine de suivi de l'interface, mais il y a encore des restrictions attachées à chacun d'entre eux. Dans cette catégorie, l'interface est représentée et suivie explicitement en la marquant avec des points de marqueur, ou en l'attachant à un maillage de surface en mouvement avec l'interface. La reconnexion de cet ensemble de marqueurs permettra de reconstruire la géométrie de l'interface.



**FIG. 5** - Principe de la méthode de suivi d'interface, d'après [4].

Le plus souvent les méthodes de suivi d'interface utilisent la formulation lagrangienne eulérienne arbitraire ALE qui peut être considéré comme une généralisation des approches lagrangienne et eulérienne. Dans la description de la méthode ALE [5], on traite le maillage de calcul comme un référentiel en mouvement avec une vitesse arbitraire  $w$ .

Trois cas sont possibles, selon la valeur de  $w$  :

- (1)  $w = 0$ , le référentiel est fixe, ce qui correspond à la description eulérienne;
- (2)  $w = u$ , le référentiel est en mouvement avec la même vitesse du fluide  $u$ , ce qui correspond à la description lagrangienne;
- (3)  $w \neq 0$  et  $w \neq u$ , le référentiel est en mouvement avec une vitesse différente de la vitesse du fluide, c'est la formulation ALE.

Généralement, pour une méthode de suivi, l'interface sur une grille fixe est marquée avec un ensemble de particules connectées sans masse (marqueurs). Les vitesses locales sont utilisées pour l'advection des ces particules de manière lagrangienne [6, 7].

La méthode est sensible à la distance entre les particules. Quand les particules sont éloignées, l'interface n'est pas bien résolue. S'ils sont trop près, les fluctuations locales dans les nouvelles positions de particules peuvent générer une très haute courbure ayant pour résultat d'augmenter l'intensité des forces de tension de surface. Les particules de l'interface ne retiennent pas leur position au cours du temps avec le déplacement de la surface, il est donc nécessaire d'ajouter ou de supprimer des particules dynamiquement.

L'avantage des méthodes de suivi est la détermination précise de l'interface par la position de la grille de surface d'où une implémentation facile des conditions à l'interface. En plus, la courbure peut être bien approchée ce qui permet de prendre en compte l'effet de la tension de surface et de réduire la diffusion numérique. L'inconvénient de ces méthodes est que les écoulements avec fortes déformations d'interface telles que la fragmentation et la coalescence des bulles ne peuvent être simulé qu'après utilisation des algorithmes supplémentaires complexes et coûteux. Cet inconvénient est largement amplifié sur des simulations tridimensionnelles. De nombreux travaux [8, 9] ont été effectués sur le sujet permettant de corriger cette défaillance, mais parfois au prix de l'altération d'autres qualités de ces algorithmes.

Parmi les algorithmes qui utilisent ce type de représentation, on cite principalement les méthodes front tracking et BIM.

#### **II-2-1-1- Méthode BIM (*Boundary Integral Method*)**

La méthode BIM introduite par Rosenhead [10] peut être extrêmement précise dans la modélisation des écoulements à interfaces de topologies relativement régulières. Dans cette approche, l'interface est suivie explicitement, mais la solution dans le domaine est déduite uniquement de l'information que possèdent les points discrets le long de l'interface.

Une caractéristique avantageuse des BIM est la réduction du problème d'écoulement d'une dimension puisque la formulation implique des quantités définies uniquement sur l'interface. Un autre avantage avec cette méthode est son potentiel pour des solutions extrêmement précises si la topologie de l'écoulement est constituée par des interfaces régulières.

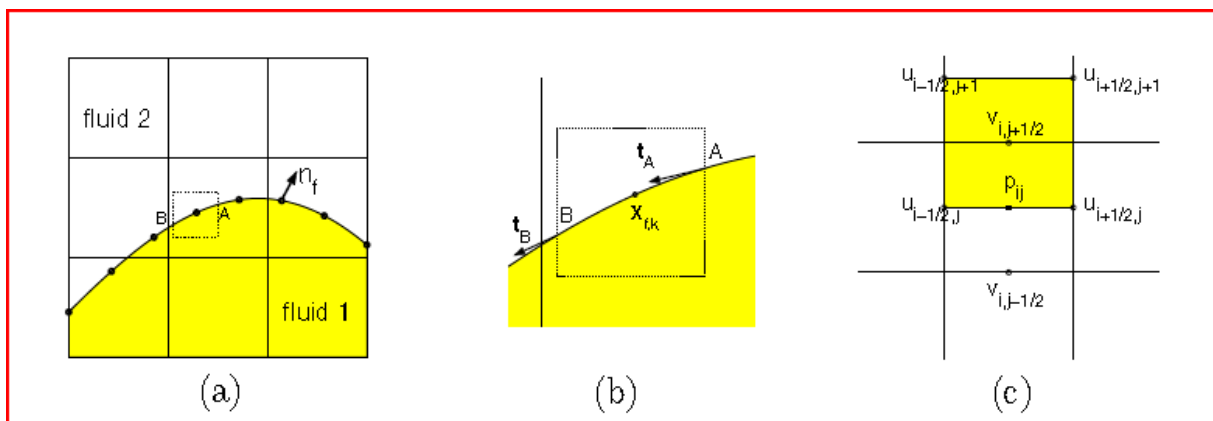
Les inconvénients majeurs sont le développement de quadratures exactes des intégrales avec des kernels singulières (particulièrement en 3D) et le besoin d'une intervention locale au niveau de l'interface en cas des changements topologiques.

Les méthodes BIM ont été largement utilisées pour les simulations des écoulements complexes tels que la déformation et la fragmentation d'une goutte; les écoulements à jets et les interactions des gouttes.

**II-2-1-2- Méthodes Front-Tracking**

L'idée principale derrière la méthode FT est l'utilisation de deux grilles (voir figure 6). Une grille eulérienne avec un maillage de différences finies est utilisée pour résoudre les équations de l'écoulement. L'autre est le maillage de l'interface discrétisée pour suivre l'interface explicitement et calculer la force de tension de surface qui est transférée au maillage de différences finies via une fonction delta discrète. La méthode FT a été proposée par Richtmyer et Morton en premier lieu et développé par la suite par Glimm et al. [11].

Une approche similaire a été développée par Unverdi et Tryggvason [12]. Ils ont combiné une grille en mouvement pour la description de l'interface avec une autre grille fixe pour le calcul de l'écoulement. L'interface est représentée par des marqueurs lagrangiens qui sont raccordés pour former un front qui coïncide et bouge à travers un maillage eulérien fixe.



**FIG. 6 -** (a) l'idée de base de la méthode Front Tracking, (b) volume de contrôle de la sub-grille, (c) volume de contrôle du maillage eulérien, d'après [10].



Torres et Brackbill [13, 14] ont développé une méthode de suivi de front qui élimine le besoin de connectivité. Ils ont utilisé ce qu'ils ont appelé la méthode *Point Set* pour construire une fonction de Heaviside sur une grille fixe à partir d'un ensemble de points d'interface déconnectés. Cette fonction est calculée en plusieurs étapes. Premièrement, on introduit une fonction approximative d'indicateur dont sa valeur est égale à l'unité dans les cellules qui contiennent des points d'interface déconnectés. On résout une équation de Laplace pour cette fonction pour distinguer clairement entre les cellules intérieures et extérieures. Deuxièmement, une nouvelle fonction d'indicateur lissée est calculée par interpolation par l'utilisation d'un produit de tenseur de *B-splines* monodimensionnel. Finalement, on calcule une correction de cette fonction lissée pour que les valeurs de la fonction d'indicateur coïncident avec l'interface. Les normales et les courbures aux points d'interface sont calculées de la même façon que dans la méthode *Level Set* en utilisant les gradients de cette fonction d'indicateur. Pour déterminer la région de surface nécessaire pour le calcul de la tension de surface, on construit un élément circulaire autour de chaque point d'interface. La région pondérée par un *B-spline* de ce cercle est divisée par le nombre des points interfaciales dont la distance jusqu'au centre est inférieure au rayon d'un cercle spécifiée. La reconstruction d'interface périodique dans cette méthode est accomplie en utilisant un maillage auxiliaire raffiné et en explorant (probing) de ce maillage au contour d'interface de la fonction d'indicateur. Ici, on devra faire attention à ce que l'algorithme de régénération régénère des points à partir de l'intérieur ou de l'extérieur selon que l'interface est en coalescence ou en fragmentation. Avec cette approche, Torres et Brackbill ont testé la coalescence en 2D et en 3D des gouttelettes dans un champ de gravité nulle.

### **II-2-2- Méthodes de capture d'interface (ou de suivi en volume) (*Interface Capturing Methods*)**

Dans cette deuxième catégorie de méthodes, les fluides sont marqués par des particules sans masse ou par une fonction d'indicateur. La particularité de ces méthodes est la considération de l'interface comme un champ scalaire, qui sera transporté par le champ de vitesse grâce à une équation de transport.

L'application des méthodes de capture d'interface exige des considérations spéciales durant le calcul de la tension de surface. Comme la courbure est donnée par la deuxième dérivée d'une fonction discontinue, plusieurs approches ont été développées pour un calcul exact de la tension de surface.

Un algorithme de capture d'interface, doit [15]:

- conserver la masse globalement et localement;
- maintenir au minimum une précision de deuxième ordre (pour le temps et l'espace);
- maintenir la largeur de discontinuité de l'interface aussi faible que possible;
- être topologiquement robuste;

Les premières méthodes dans cette catégorie étaient l'approche MAC où des particules marqueurs sont advectées pour chaque fluide et la méthode VOF où une fonction de marqueur est utilisée pour le transport des fluides. Les phénomènes comme la fragmentation et la coalescence peuvent être calculés directement puisque l'interface est capturée implicitement.

Les deux difficultés principales avec l'utilisation de méthodes de captures sont la conservation de l'épaisseur de l'interface et le calcul exact des forces de la tension de surface [16]. Dans ce qui suit on présente les principales méthodes utilisées actuellement.

### **II-2-2-1- La méthode volume de fluide VOF**

La méthode VOF (*Volume Of Fluid*) introduite par Nichols et Hirt, spécialement conçue pour la simulation d'écoulements diphasiques, est basée sur le principe de conservation de la masse. La distribution de fraction volumique de liquide (ou gaz) est répartie dans le domaine de calcul sur un maillage fixe, puis elle est transportée par le champ de vitesse. La méthode comptabilise la fraction d'une phase prise comme référence dans chaque cellule du maillage. La fraction ou Volume de Fluide est propagée implicitement de proche en proche.

Les techniques VOF ont connu un développement intense, en parallèle avec le développement rapide des méthodes de simulation d'écoulements avec interfaces, incluant des méthodes de frontières immergées (ou marqueurs) et des méthodes de ligne de niveau (ou level set). L'amélioration des méthodes VOF est toujours une direction de recherche active. Les perspectives récentes concernent la mise en oeuvre de méthode VOF de haute précision dans un cadre de maillage adaptatif.

Les méthodes VOF sont populaires et ils ont été utilisés dans plusieurs codes commerciaux. Cet avantage de conservation de masse et souvent accompagné par la création des bulles (ou gouttes) parasites car le calcul des quantités géométriques (la courbure et la normal à l'interface) sont obtenus via la dérivation d'une fonction discontinue (fraction volumique) [10]. Ainsi, un ordre élevé de précision est difficile à atteindre à cause de cette discontinuité, lorsque l'on souhaite décrire des structures d'interface dont l'épaisseur est de l'ordre de la maille de calcul. Le phénomène de courants parasites survient lorsque des problèmes à fort saut de masse volumique sont étudiés. Ces courants parasites, qui peuvent empêcher la réalisation d'un calcul où les sauts sont trop raides, ont l'inconvénient de ne pas diminuer lorsque l'on raffine le maillage. De plus, pour des simulations tridimensionnelles, le formalisme devient plus complexe et plus coûteux, car il est nécessaire d'effectuer une reconstruction de l'interface à partir du champ de fraction massique. Une synthèse sur les méthodes VOF se trouve dans [18, 19, 20].

L'algorithme VOF est divisé en deux parties : une étape de reconstruction de l'interface et une autre de propagation. Dès la reconstruction de l'interface, le mouvement de cette dernière est modélisé par un algorithme d'advection approprié. La reconstruction explicite permet aux flux d'être mieux estimés et qui donne une masse exacte avec une interface non diffuse. L'algorithme de la méthode VOF se résume en une [5, 21] :

- détermination d'une fonction "couleur"  $\alpha$  définie tel que :

$\alpha = 1$  on a seulement la présence de la phase 1,

$\alpha = 0$  on a seulement la présence de la phase 2,

$0 < \alpha < 1$  on a la présence de l'interface.

- résolution de l'équation de transport. La fraction  $\alpha$  est gouvernée par l'équation d'advection suivante :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (u\alpha) = 0 \quad (2.1)$$

La première partie de l'algorithme, c'est-à-dire la position de l'interface consiste en un outil permettant le calcul exact de l'évolution de la fonction  $\alpha$ . C'est-à-dire la résolution de l'équation (2.1). Plusieurs approches ont été utilisées. Le point critique dans cette étape est la discrétisation du terme convectif de l'équation (2.1). Le problème vient du fait que l'interface est représentée par une discontinuité dans les valeurs de la fraction volumique  $\alpha$ . En effet, si des schémas classiques d'ordre élevé sont utilisés, des oscillations non physiques apparaîtront près de l'interface et si des schémas d'ordre inférieur sont utilisés, la diffusion numérique sera introduite. Le raffinement de la grille et l'utilisation des schémas numériques de haute résolution sont donc des paramètres importants pour une résolution exacte de l'interface.

- utilisation de la dépendance linéaire de la fonction  $\alpha$  pour le calcul de la densité et de la viscosité.

Dans la pratique, les stratégies de résolutions les plus connues dans l'utilisation de la méthode VOF englobent [23]:

- Pour les formulations explicites :

- l'utilisation de la reconstruction géométrique ou le schéma donateur – accepteur ;
- l'utilisation de l'algorithme PISO avec des facteurs de sous relaxation jusqu'à 1.0 ;
- réduction du pas de temps si le problème de convergence survient ;
- pour garantir la continuité, réduction du critère de fin à 0.001 pour la pression dans le solveur multigrille ;
- résolution de la méthode VOF une fois par pas du temps.

- Pour les formulations implicites :

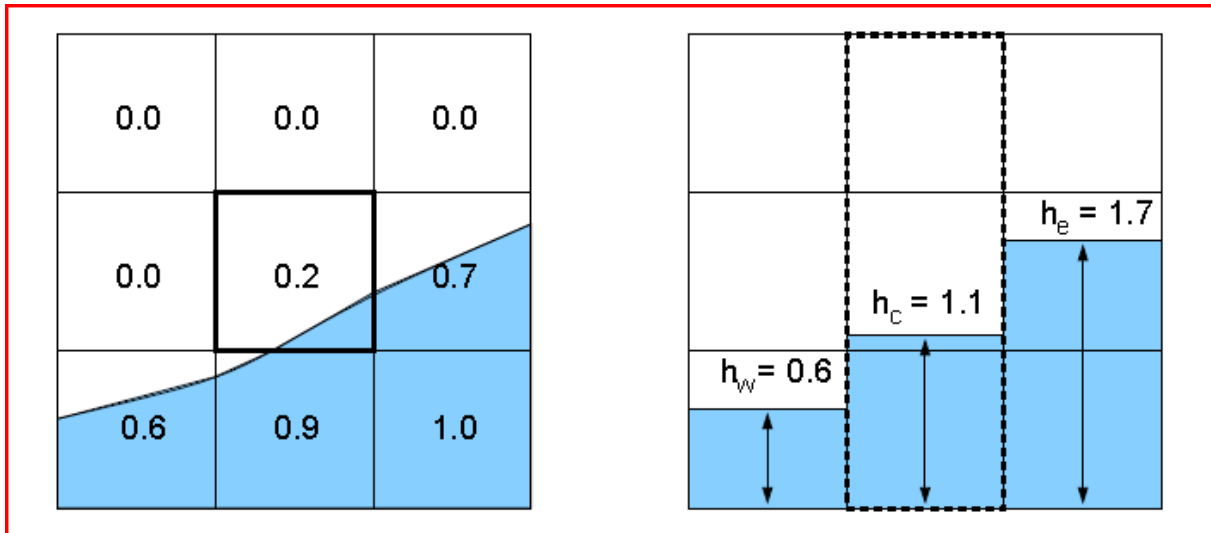
- on utilise souvent le schéma de différence Quick ou de second ordre pour l'équation VOF ;
- on peut augmenter la sous relaxation VOF jusqu'à la valeur 0.5.

Durant la reconstruction de l'interface, un compromis entre la précision de la position de l'interface et les coûts de calcul devra être maintenu. Les méthodes de reconstruction actuelles sont généralement un développement de deux principales techniques de bases, à savoir, les algorithmes SLIC et PLIC.

### **1) Méthode SLIC**

La méthode VOF originale introduite par Hirt et Nichols n'inclut aucune reconstruction explicite de l'interface. En utilisant la méthode SLIC (*Simple Linear Interface Calculation*) développé par Noh et Woodward [24], l'interface se compose seulement des segments de droite qui sont construits de manière parallèle ou verticale aux axes de l'écoulement. Avec cette approche, il existe des discontinuités au niveau de l'interface. Pour palier à cette discontinuité, une fonction de hauteur locale (local height function) a été introduite [25]. Pour la méthode VOF originale sans fonction de hauteur, les valeurs de la fraction volumique sont arrondis à la fin de l'algorithme d'advection (les valeurs au-dessous de zéro sont réinitialisés à zéro et les valeurs au-dessus de un sont réinitialisés à un), en menant à des pertes significatives dans la masse du liquide.

Pour définir la fonction de hauteur locale, d'abord l'orientation de l'interface est déterminée (horizontale ou verticale), selon les valeurs de la fraction volumique dans le bloc de cellules avoisinantes. Après cela, la hauteur locale horizontale ou verticale dans chaque ligne ou colonne dans ce bloc est déterminée par la sommation des fractions volumiques (figure7).



**FIG. 7** - Construction de la hauteur locale dans un bloc 3x3 pour une cellule centrale.

Cette méthode a été aussi appliquée pour les écoulements dont la force de la tension de surface est dominante. La méthode vise la représentation de la tension de surface et la courbure de l'interface. Les auteurs [26] ont montré comment les fonctions d'hauteur peuvent être utilisées pour respecter la condition limite d'angle de contact le long de l'interface pour différents angles de contact.

## 2) Méthode PLIC

Avec le calcul d'interface affine par morceaux PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation), l'interface n'est pas construite comme une ligne horizontale ou verticale, mais comme une ligne droite avec une pente constante. En trois dimensions, l'interface est représentée par des plans obliques. En utilisant la méthode PLIC introduite par Youngs [25], il y a toujours des discontinuités. Dans la reconstruction par l'approche PLIC, l'interface réelle de la figure 1 (a) est rapprochée par une ligne droite perpendiculaire au vecteur normal de l'interface dans chaque cellule. Le vecteur normal est déterminé via le gradient de la fraction volumique dans les cellules avoisinantes. Dans [42], une reconstruction parabolique (PROST) de l'interface est utilisée pour avoir plus de précision sur la force de la tension de surface.

En plus des méthodes SLIC et PLIC, il y a plusieurs possibilités de reconstruction de l'interface. En se basant sur la méthode PLIC, il est possible par exemple, d'utiliser l'interpolation parabolique, l'interpolation cubic-spline [28] ou d'autres méthodes d'interpolation d'ordre élevé pour rendre l'interface lisse [25].

La méthode CIP (Constrained Interpolation Profile) calcule l'advection de l'interface non seulement sur l'équation de transport de la fraction du fluide, mais aussi l'équation de transport de son gradient spatial. Cela signifie que l'interface est gardée pointue comme dans d'autres méthodes. La forme d'interface est courbée, selon la direction du déplacement de l'interface [25].

Dans le but de transporter la fonction  $C$  avec un minimal d'erreur numérique, un nouvel algorithme a été proposé [27]. Dans ce modèle, la position de l'interface est déterminée par le calcul des flux volumiques du fluide sur le maillage fixe par éléments et la mise à jour des valeurs de  $C$  en utilisant le schéma donateur-accepteur.

Dans l'article [28], on trouve une autre variante de la méthode VOF. Le modèle mathématique est celui de VOF et la fraction volumique du liquide est utilisée pour déterminer la position de l'interface. Cependant, le traitement numérique du modèle est différent : un algorithme de *splitting* est utilisé pour découpler les phénomènes d'advection et de diffusion. Les phénomènes d'advection (en incluant le mouvement de la fraction volumique du liquide et le mouvement du liquide) sont résolus en utilisant une grille fixe structurée de cellules rectangulaires et d'une méthode caractéristique avancée. D'autre part, les phénomènes de diffusion (plus précisément, le problème de Stokes généralisé) sont résolus en utilisant des techniques des éléments finis sur une maillage fixe non structurée. Ainsi, la méthode profite des avantages des grilles structurées pour résoudre les phénomènes d'advection et profite des éléments finis pour résoudre les phénomènes de diffusion. Il est à signaler que le traitement numérique des termes advectifs est différent de celui suivi dans les méthodes VOF.

Ce modèle utilise une méthode caractéristique avancée au lieu des volumes finis (ou des différences finies). La méthode est inconditionnellement stable selon la condition du CFL.

D'autres auteurs utilisent une méthode semi-lagrangienne pour la simulation des écoulements diphasiques complexes en 3D. Les équations de Navier-stokes sont résolues séparément dans les deux fluides en utilisant une méthode de pseudo-compressibilité même avec un rapport de densité élevé. Le suivi de l'interface est accompli par la méthode SL-VOF (Segment Lagrangian Volume Of Fluid) [29].

Des évaluations qualitatives et quantitatives des algorithmes de suivi en volume tel que DA (Donor-Acceptor method), FLAIR (Flux Line segment model for Advection and Interface Reconstruction), MARS (Multi-interface Advection and Reconstruction Solver), CIP (Cubic-Interpolated Propagation) et VTEMC (Volume Tracking in Embedded Micro Cells) ont été conduites dans [30] et FCT, L-PLIC, CICSAM and inter-gamma scheme dans [31].

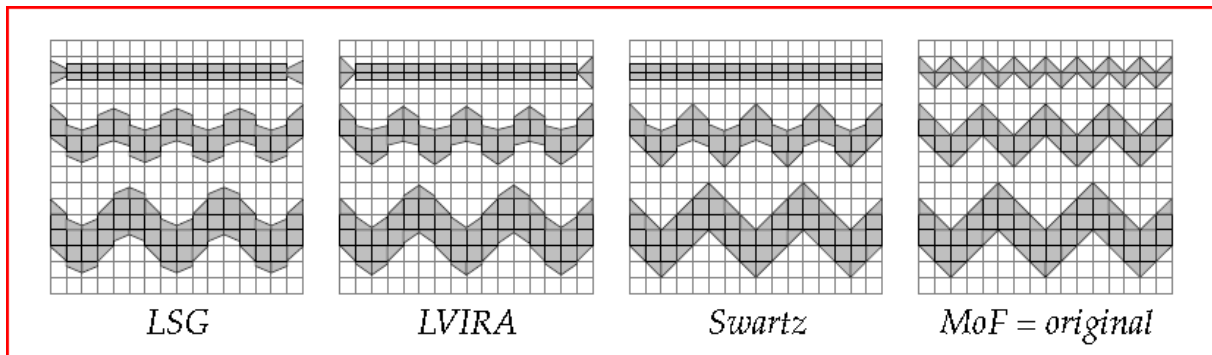
Parmi les problèmes test en deux dimensions, on trouve : (1) une bulle en ascension dans une inclinaison de 45°, (2) le mouvement en zigzags d'une bulle dans une conduite verticale et (4) une bulle en ascension dans un liquide stagnant en coordonnées cylindrique axisymétrique.

Les approches de reconstructions classiques sont généralement du premier ordre (méthode de Young, *least square gradient LSG*, etc.). Les techniques itératives (*least square volume interface reconstruction algorithm LVIRA*, etc.) sont de second ordre. Dans les deux cas, la méthode VOF ne peut résoudre les détails de l'interface plus petits que la taille caractéristique de la cellule du cluster impliqué dans l'évaluation de la normale [32]. Pour surmonter cette restriction des méthodes VOF, une nouvelle méthode [33] propose d'enrichir les données d'entrée avec les centres des cellules mixtes. Le taux d'information portée par les volumes et centres ou, par les deux premiers moments des fractions de cellule est suffisant pour une bonne approximation PLIC, voir même sans échanger des données entre les cellules.



Cette technique est appelée *moment du fluide MOF*. Comparé aux fractions volumiques, traditionnellement utilisées par la méthode VOF, ce choix des données d'entrée permet de définir une approximation linéaire de l'interface par cellule mixte (reconstruction PLIC) même sans échange de l'information entre des éléments voisins.

La localisation de l'interface linéaire dans chaque cellule mixte est choisie pour conserver les volumes et fournir la meilleure approximation des centres des cellules. La technique proposée possède une précision de deuxième ordre dans l'approximation de l'interface.



**FIG. 8** – Approximation de l'interface par différents algorithmes PLIC, d'après [33].

#### II-2-2-2- La méthode Level Set LS

La méthode a été introduite par Osher et Sethian [34, 33], [31, 50]. Cette méthode repose sur une représentation implicite de l'interface par la valeur zéro d'une fonction auxiliaire (la fonction ligne de niveau) et convient bien aux problèmes où les interfaces subissent des changements topologiques extrêmes. L'application de ces méthodes pour le cas des écoulements diphasiques a commencé avec le travail de Sussman et al. [35, 18] et Chang et al.

Son principe est de définir donc une fonction interface dans le domaine de calcul dont la courbe de niveau zéro est l'interface que l'on cherche à décrire. La résolution d'une équation de convection permet alors de prédire les mouvements de l'interface dans un champ de vitesse donné.

Depuis les premiers pas de cette méthode des progrès majeurs ont été réalisés, tant dans l'amélioration de la résolution de l'équation de transport, que dans l'amélioration de ses propriétés algébriques.

L'équation LS est communément résolue dans un référentiel eulérien en utilisant des méthodes de différence finies d'ordre élevé, telles que les schémas WENO de Hamilton-Jacobi de cinquième ordre. La précision des schémas de capture l'interface est réduite lorsque l'interface développe des structures dont la longueur de l'échelle est plus petite que la taille du maillage eulérien [36]. En plus les restrictions du pas de temps sont introduites par la condition CFL associée pour la discrétisation du terme d'advection. Plusieurs remèdes ont été proposés pour palier à ce problème. Par exemple, les techniques semi-lagrangiennes et les techniques hybrides particule - ligne de niveau [37].

Dans la méthode particule - ligne de niveau utilisée pour la capture des interfaces, l'équation de la ligne de niveau est résolue dans un référentiel Lagrangien en utilisant des particules qui portent l'information de la ligne de niveau. Un élément clé de la méthode implique une procédure de remaillage pour la "régularisation" des positions de la particule lorsque la carte des particules est déformée par le champ d'advection [38].

L'avantage de cette formulation est que l'interface a toujours une largeur nulle. Cependant, un inconvénient majeur de la méthode LS est qu'elle ne conserve pas le volume de part sa nature. Les erreurs numériques ont tendance à déplacer l'interface vers le centre de la courbure et ainsi les gouttes ou des structures semblables auront tendance à perdre le volume [39].

**II-2-2-3- Méthode de projection de segment**

Dans cette méthode introduite par A.K. Tornberg [17], chaque interface est représentée par une union de segments de courbe chevauchants. Les segments sont choisis tel que l'on puisse les représenter par des fonctions d'une seule variable.

Le domaine de la variable indépendante d'une telle fonction est la projection du segment sur son axe de coordonnées. Le nombre de segments nécessaire pour la description de l'interface dépend de sa forme. Les segments sont déplacés par l'équation de mouvement et après chaque pas d'advection, la représentation du segment doit être réinitialisée. La création dynamique et la destruction de segments sont employées pour décrire l'évolution des interfaces. De nouveaux segments devraient être créés si de nouveaux extrema ont apparu et les segments devraient être supprimés quand les extrema disparaissent. La connectivité de segments doit être mise à jour.

**II-2-2-4- Couplage des différentes méthodes de suivi et de capture d'interface**

Le premier couplage utilise un algorithme de suivi d'interface VOF couplée avec le modèle à deux fluides qui est basé sur des équations moyennées dans le temps et l'espace et ne peut suivre l'interface explicitement. L'idée est d'utiliser la méthode VOF dans les parties du domaine de calcul où la densité de la grille permet le suivi en surface. Dans les parties du domaine où l'écoulement est dispersé et qui ne peut être décrit par les algorithmes de suivi d'interface, le modèle à deux fluides est utilisé. Les équations du modèle à deux fluides sont moins exactes que le modèle VOF en raison des lois de fermetures empiriques exigées dans les équations moyennées. Le couplage des deux modèles est accompli via la fraction volumique qui est utilisée dans les deux modèles. Un critère spécial pour la transition entre les modèles est tiré de la fonction de reconstruction d'interface dans la méthode VOF [40].

Une propriété commune des méthodes VOF et LS est qu'on a besoin d'un seul champ scalaire supplémentaire pour la représentation de l'interface. L'avantage particulier de la méthode LS est que l'interface est représentée comme une surface continue et aucune reconstruction ultérieure n'est nécessaire.

D'autre part, l'inconvénient avec cette méthode est que la fonction doit être réinitialisée dans chaque pas du temps ce qui mène à des problèmes de conservation de masse. La possibilité de réduire cet inconvénient est de coupler les deux méthodes VOF et LS.

Dernièrement, un certain nombre de méthodes hybrides qui combinent les avantages de chaque algorithme ont été développés. Parmi ces méthodes, on cite : la méthode VOF couplée avec la méthode Level Set (algorithme CLSVOF), méthodes particule-LS, méthodes marqueurs-VOF et les méthodes level-contour front tracking [10].

La méthode CLSVOF a été étudiée dans [35]. La fraction volumique est utilisée pour garantir la conservation de volume, tandis que la fonction ligne de niveau est utilisée pour décrire la géométrie de l'interface. Après chaque pas du temps, la fraction volumique et la fonction ligne de niveau sont rendues compatibles. Le couplage se produit lors de la reconstruction de l'interface et le calcul de sa normal.

La référence [41] donne un exemple de l'utilisation de ce couplage. Le travail utilise la méthode CLSVOF pour la simulation la croissance et la déformation et l'effondrement des bulles de vapeur. Les auteurs ont arrivé à avoir une précision de deuxième ordre par les discrétisations suivantes :

- discrétisation dans le temps de Runge-Kutta de deuxième ordre pour les équations de quantité de mouvement ;
- advection du CLSVOF, on doit utiliser des algorithmes d'advection operator split (Strang-splitting) de deuxième ordre pour la fonction LS et les fractions volumiques.
- la courbure au niveau de l'interface est de deuxième ordre au niveau zéro,
- la condition limite de pression de type Dirichlet doit être de deuxième ordre.

Dans [42], une autre méthode combine la méthode LS avec la méthode VOF comme CLSVOF à l'exception est qu'au lieu de combiner les deux méthodes existantes, l'approche MCLS (*Mass Conserving Level Set*) utilise la relation explicite entre les fonctions volume de fluide et la ligne de niveau. La méthode est basée sur la détermination des petites corrections à la fonction ligne de niveau seulement.

Pour la modélisation des effets de la tension de surface, il est nécessaire de calculer la courbure  $\kappa$  de l'interface. La courbure  $\kappa$  est rattachée aux dérivés première et secondaire de la fonction ligne de niveau  $\Phi$ . Dans l'approche MCLS, les corrections sont faites près de l'interface. Comme ces corrections sont confinées à une petite région près de l'interface, les erreurs dans le calcul des dérivés de  $\Phi$  sont introduites localement. Ces erreurs contribuent aux inexactitudes dans le calcul de la courbure et par conséquent aux forces de tension de surface.

La méthode hybride qui utilise des particules tant que marqueur pour reconstruire et déplacer l'interface et la fraction volumique pour conserver le volume, améliore la précision de suivi de l'interface en comparaison avec la méthode VOF standard.

Le couplage LS-VOF-GFM est utilisé dans la simulation 3D de l'instabilité de Rayleigh d'un jet liquide [43]. Dans cette approche, le suivi de l'interface est assuré par la méthode LS et la méthode du fluide fantôme (GFM) est utilisée pour capturer les discontinuités de la pression, la densité et la viscosité. En utilisant la méthode GFM (Ghost Fluid Method), les variables dans chaque phase sont extrapolées sur des noeuds fantômes *fictious* localisés dans l'autre phase. Les équations d'écoulement sont résolues ensuite dans les deux phases séparément [24]. La méthode LS est couplée avec la méthode VOF pour la conservation de la masse. L'approche GFM nous permet non seulement d'éviter l'introduction d'une épaisseur d'interface fictive mais aussi la discrétisation précise des termes discontinus, la réduction des courants parasites et l'amélioration de l'algorithme de résolution des conditions de saut de la pression.

La méthode hybride qui combine la méthode level contour avec la méthode front tracking a été utilisé pour simuler de manière automatique les phénomènes de fragmentation et de coalescence en 3D.

Dans le couplage LS-Front Tracking, la méthode front tracking sert à l'évaluation des forces et quantités au niveau de l'interface. Les auteurs [44] ont utilisé une procédure géométrique (computational geometry) pour une détermination optimale (coût de calcul linéaire avec le nombre des particules lagrangiennes) de la fonction LS sans résoudre l'équation LS et son initialisation. La méthode a été appliquée dans la simulation de l'instabilité Kelvin-Helmholtz.

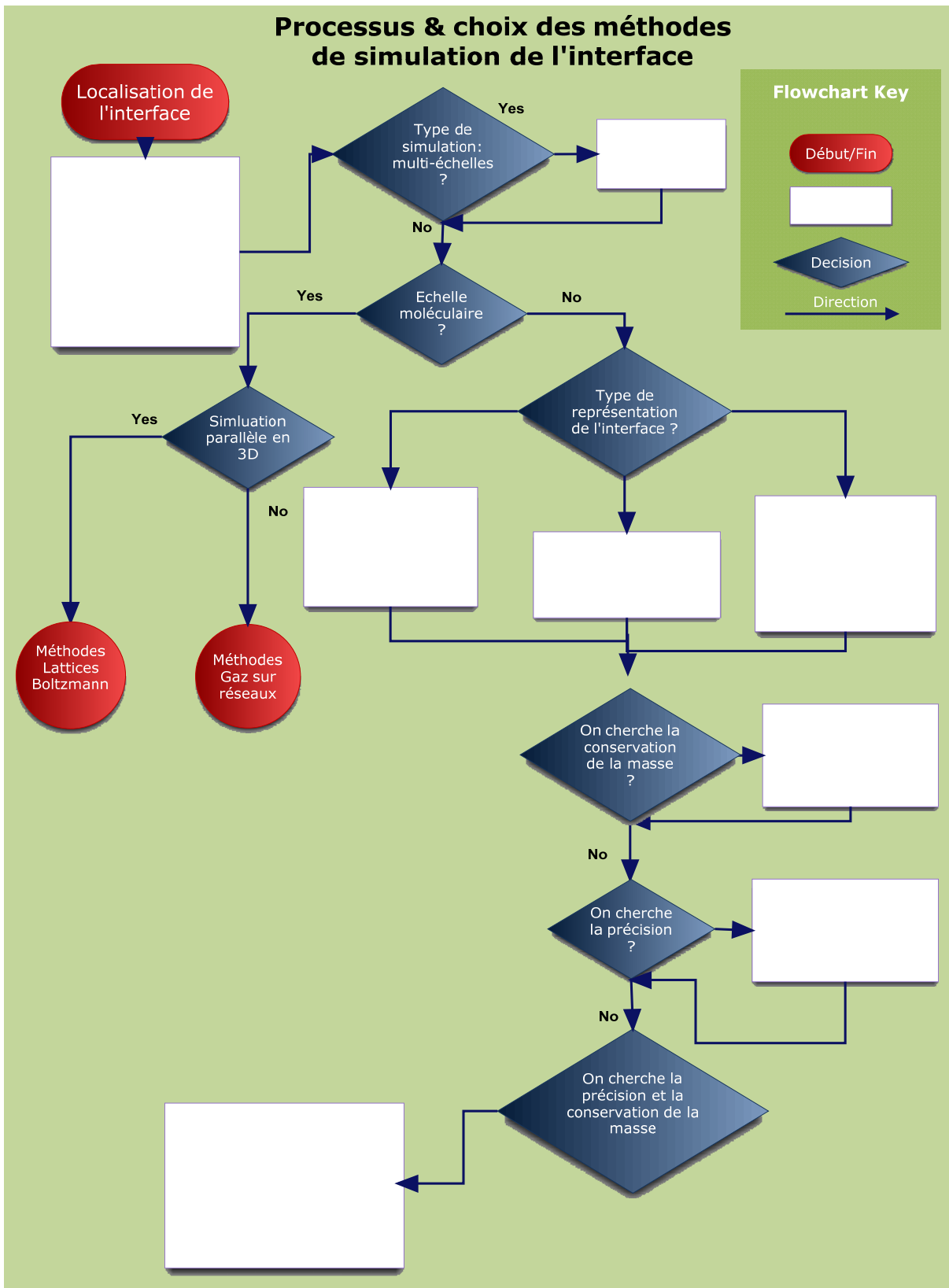
### II-3- Méthodes à création spontanée d'interfaces

Ces des méthodes particulières, elles englobent les modèles gaz des réseaux et leur dérivée la méthode réseaux de Boltzmann. Les présentes alternatives sont puissantes par rapport à l'approche standard dans la modélisation du comportement des systèmes physiques. Cette nouvelle approche est basée sur la description de la particule microscopique/mesoscopique fournie par les équations de la dynamique moléculaire; ici la position et la vitesse de chaque atome ou molécule dans le système sont suivies de près en résolvant les équations de Newton. Dans cette méthode, le fluide est modélisé par des particules en mouvement sur un réseau régulier. À chaque pas du temps, les particules se propagent aux points avoisinant du réseau et redistribuent leurs vitesses dans une phase de collision locale. Ce modèle a été utilisé avec succès dans la simulation des écoulements diphasiques [22].

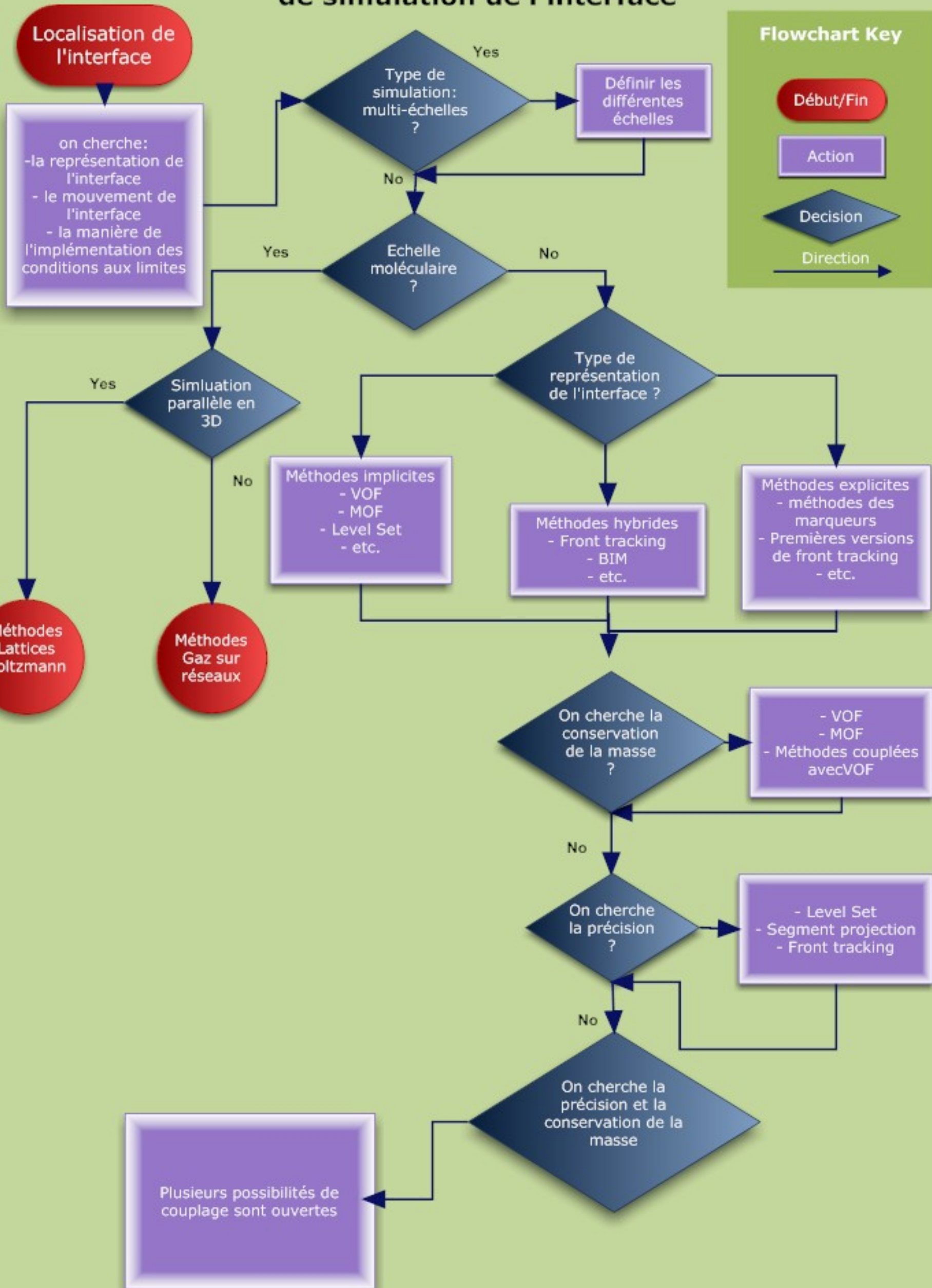
L'inconvénient majeur d'une telle approche est la capacité de calcul requise puisque le temps doit être divisé en petits intervalles et la situation moléculaire enregistrée à chaque pas de temps avec les positions et vitesses acquises par chaque molécule sous l'influence des collisions constatées dans l'état juste antérieur.

Les réseaux de Boltzmann sont une évolution décisive des gaz de réseaux en ce sens que, si le mode de résolution est fondamentalement le même, on travaille sur des fonctions de distribution et non des paquets moléculaires; on déduit de ces fonctions les propriétés macroscopiques du fluide en écoulement.

Xiaoyi He et al, proposent un schéma de *Lattice Boltzmann* pour la simulation des écoulements multiphasiques [59]. Ce schéma simule des écoulements basés sur des fonctions de distribution. La dynamique des interfaces (la tension de surface, par exemple) est simulée en incorporant les interactions moléculaires. Les équations de *Lattice Boltzmann* sont dérivées de l'équation de Boltzmann avec des approximations convenables pour un écoulement incompressible. La stabilité numérique est améliorée en réduisant les erreurs numériques dans le calcul des interactions moléculaires. Une fonction index est utilisée pour le suivi des interfaces entre les différentes phases. Les simulations de l'instabilité de Rayleigh-Taylor en deux dimensions produisent des résultats satisfaisants.



# Processus & choix des méthodes de simulation de l'interface





# Chapitre 2

## Mouvement des bulles dans les écoulements diphasiques

Les bulles jouent un rôle important dans beaucoup d'applications industrielles telles que les bioréacteurs, l'industrie chimique et le génie nucléaire. Le mouvement des bulles peut être très complexe. Elles peuvent être soumises à la rupture ou à la coalescence et, avoir un mouvement hélicoïdal, une trajectoire en zigzag ou un comportement oscillant [45].

L'écoulement à bulles est caractérisé par une suspension de bulles dans une phase liquide continue. Les fractions de vide s'étalent du cas extrême d'une bulle isolée dans un grand récipient à l'écoulement quasi-continu de la mousse contenant moins de 1% de liquide par volume. Dans toutes les applications, il est important en pratique d'estimer le temps de contact entre les bulles et le liquide. Ce temps est dicté par la vitesse et la trajectoire de la bulle. La vitesse de montée de la bulle dépend fortement de sa taille (diamètre) et des propriétés du fluide (la viscosité, la densité et la tension de surface) [46, 47]. Une représentation graphique généralisée [48] est possible en fonction des nombres adimensionnels Eötvös, Morton et Reynolds (voir figure 9). L'abaque de la figure a été développé sur la base d'un grand nombre de données expérimentales et d'analyse théorique.

### 2-1- Les formes de bulles en mouvement d'ascension libre

La forme d'une bulle n'influe pas seulement sur sa vitesse terminale d'ascension, mais aussi elle joue un rôle important dans la détermination des taux de transfert de chaleur et de masse. Suite à leur interface mobile, les bulles se déforment quand elles subissent des champs d'écoulement externes jusqu'à ce qu'il y est équilibre entre la contrainte normale et celle de cisaillement à l'interface. Les formes des bulles (sous les conditions stationnaires) sont limitées en nombre en raison des forces interfaciales. De manière générale, les formes observées des bulles en ascension en l'absence des effets de paroi peuvent être divisé principalement en trois catégories en fonction de la taille de la bulle :

1. *Sphérique* : aux faibles nombres Reynolds, les forces de la tension de surface et les forces visqueuses gouvernent la forme des bulles qui dévient très peu de la forme sphérique. Clift et al. [48] ont défini que les particules fluides avec un rapport d'axes majeur et mineur entre 0.9 et 1.1 (c'est-à-dire, une distorsion de  $\pm 10\%$ ) sont considérées comme étant sphérique. Typiquement, La taille de la bulle est inférieure à 1mm.
2. *Ellipsoïdale* : On appelle les bulles qui sont aplati avec une interface convexe (vu de l'intérieur) autour de la surface entière des bulles ellipsoïdales. Typiquement, le diamètre de la bulle vari de 1.5 à 15mm. En pratique, les formes réelles diffèrent considérablement des vrais ellipsoïdes. En outre, il est connu que les bulles ellipsoïdales subissent une dilatation périodique ou un mouvement rotation déséquilibré (*wobbling*) qui complique leur caractérisation.
3. *La calotte sphérique ou calotte ellipsoïdale* : des bulles larges généralement avec des bases plate ou dentée. Ces particules ressemblent à des segments coupés à partir des sphères. Leur diamètre est supérieur à 15mm.

En plus des trois types principaux susmentionnés, d'autres formes tels que "*dimpled*", à ceintures (*skirts*) avec ou sans un sillage ouvert, etc., ont été reportés dans la littérature [48].

Cependant, toutes ces formes peuvent être considérées comme des variations légères des trois principales catégories discutées au-dessus. En plus des propriétés physiques de la phase continue, les parois exercent aussi une influence appréciable sur la forme des bulles.

Dans l'absence des effets de parois, les formes de bulles en ascension sont gouvernées par les grandeurs des paramètres adimensionnels suivants : nombre de Reynolds, nombre d'Eötvös, nombre de Morton et les rapports de viscosité et de densité des deux phases.

En se basant sur ces nombres adimensionnels, Grace et al. (1976) et Bhaga et Weber (1981) ont développé des "cartes de forme" qui se sont avérées être tout à fait utiles dans la détermination de la forme des bulles pour la plupart des conditions d'intérêt pratique.

En utilisant ces cartes, on devra tenir compte en esprit que toutes ces cartes sont basées sur des observations visuelles. La forme sphérique est observée à de petites valeurs de  $Mo$ ,  $Eo$  et  $Re$ , alors que les bulles ellipsoïdales sont rencontrées pour un nombre de Reynolds relativement élevé et un nombre de Eötvös modéré. La forme de calotte se produit seulement à des nombres de Reynolds et d'Eötvös élevés.

A la différence de la description qualitative susmentionnée de formes de bulle, Tadaki et Maeda (1961) [49] ont développé une carte de forme quantitative simple en utilisant l'excentricité ( $e$ ), défini comme la largeur maximale divisée par la hauteur maximale et un diamètre équivalent (figure 10).

### **2-2- Vitesse terminale d'une bulle**

Les petites bulles en ascension dans des fluides newtoniens se comportent comme des sphères rigides et suivent la loi de Stokes dans leur mouvement. La vitesse de montée de la bulle dans ce cas est donnée par [50, 51] :

$$v_{\infty} = \frac{1}{18} \cdot \frac{d^2 \cdot g \cdot (\rho_l - \rho_g)}{\mu_l}$$

où  $d$  représente le diamètre équivalent de la bulle.

Il n'a pas de couche limite de séparation autour de la bulle, donc pas de sillage.

Cette équation est valide pour des sphères solides avec une supposition que la vitesse du liquide s'annule à la surface de la bulle. Pour le cas de larges bulles, les effets de la tension de surface et de viscosité sont négligeables et la vitesse de la montée est donnée par l'équation de Davies & Taylor :

$$v_{\infty} = \frac{2}{3} \sqrt{gR_c}$$

avec  $R_c$  le rayon de la courbure près du nez de la bulle.

Si on utilise le rayon équivalent de la bulle  $R_b$ , alors

$$v_{\infty} = \sqrt{gR_b}$$

Pour de petits diamètres la bulle est sphérique et monte selon une trajectoire rectiligne. Pour de très grandes bulles la trajectoire est aussi rectiligne avec une forme de calotte sphérique. Dans les deux régimes sphérique et à calotte sphérique, la vitesse d'ascension augmente avec le diamètre équivalent. Pour un diamètre intermédiaire on assiste à un régime ellipsoïdal. Ce régime est complexe avec des données éparpillées selon la pureté de l'eau (figure 11). Dans ce régime et pour de l'eau pure la vitesse de la bulle augmente avec sa taille (diamètre). Cependant, après que la vitesse atteint un maximum local, elle diminue jusqu'à une valeur minimale pour augmenter de nouveau. Si le diamètre équivalent est inférieur à celui correspondant au maximum local de la vitesse de montée, la forme de la bulle ellipsoïdale est stable et sa trajectoire est rectiligne. Pour des diamètres qui dépassent celui qui coïncide avec le maximum local de la vitesse, la forme de la bulle est encore stable mais les instabilités dans le sillage induisent une oscillation dans sa trajectoire.

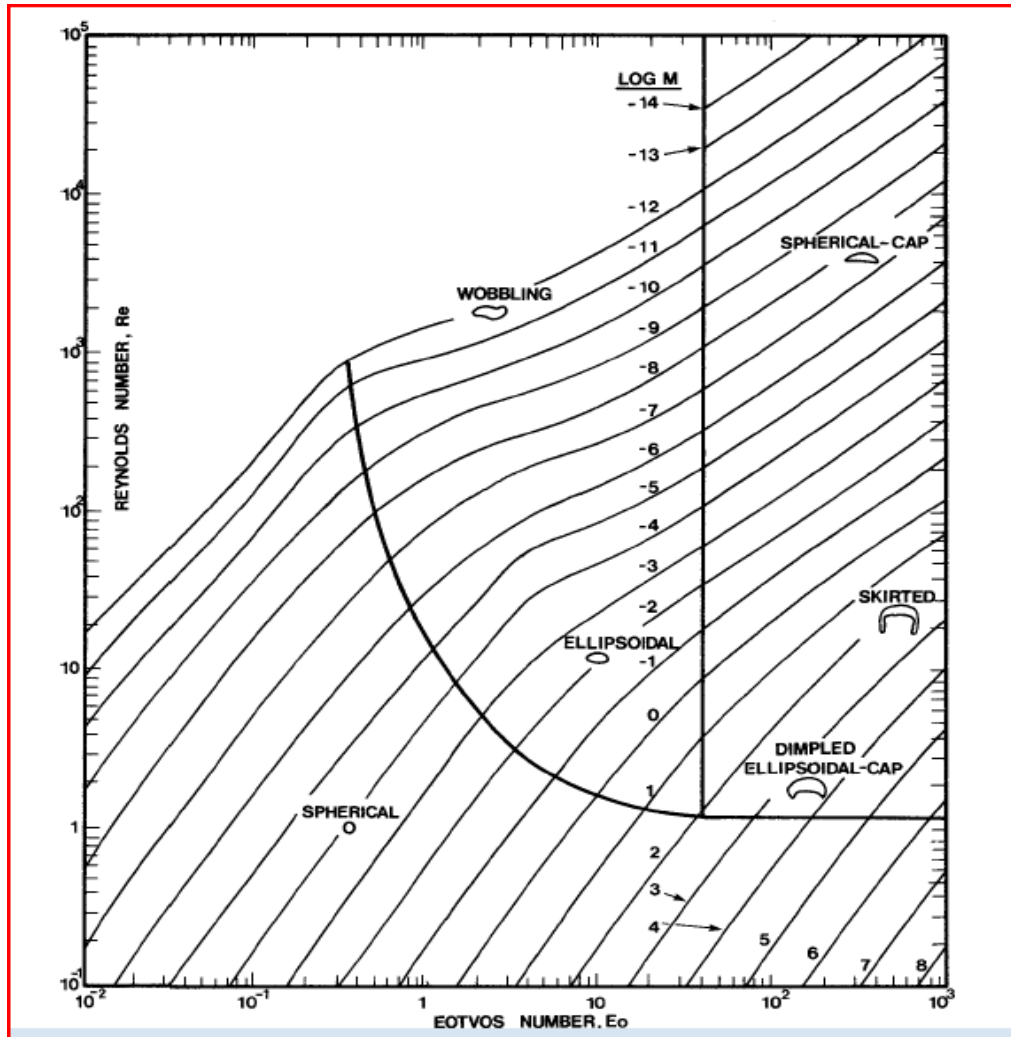


FIG. 9 – Régimes des bulles et gouttes, d’après [48].

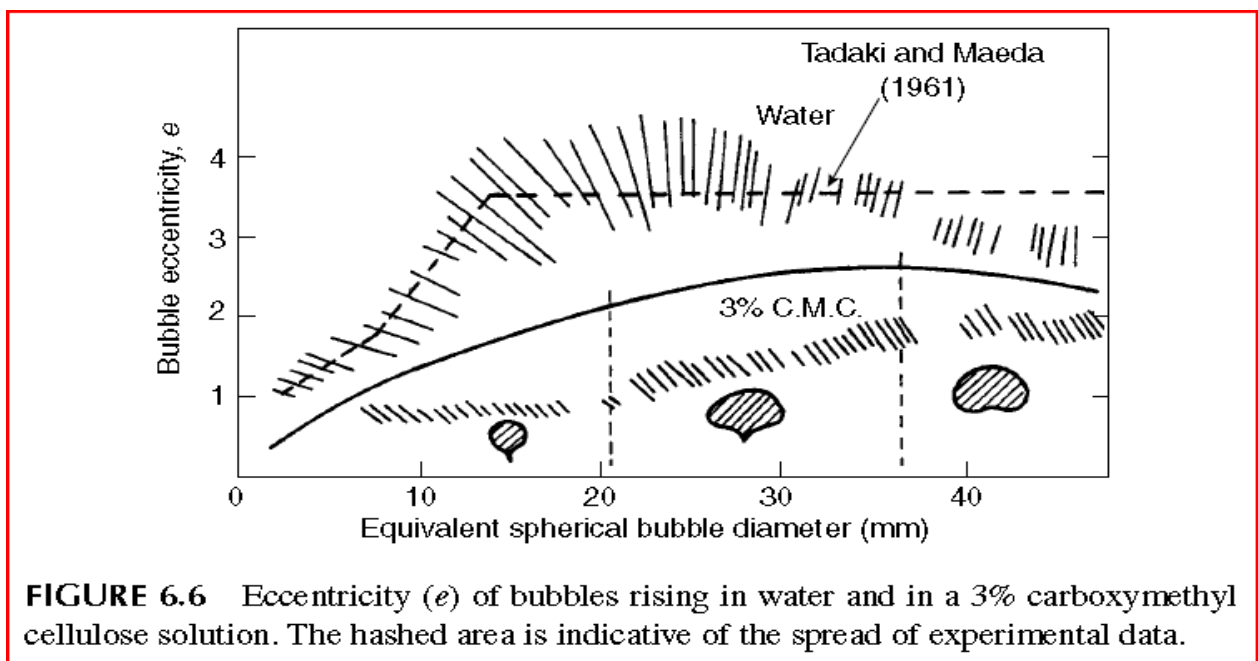


FIGURE 6.6 Eccentricity ( $e$ ) of bubbles rising in water and in a 3% carboxymethyl cellulose solution. The hashed area is indicative of the spread of experimental data.

FIG. 10 – L’excentricité d’une bulle en ascension, d’après [49].

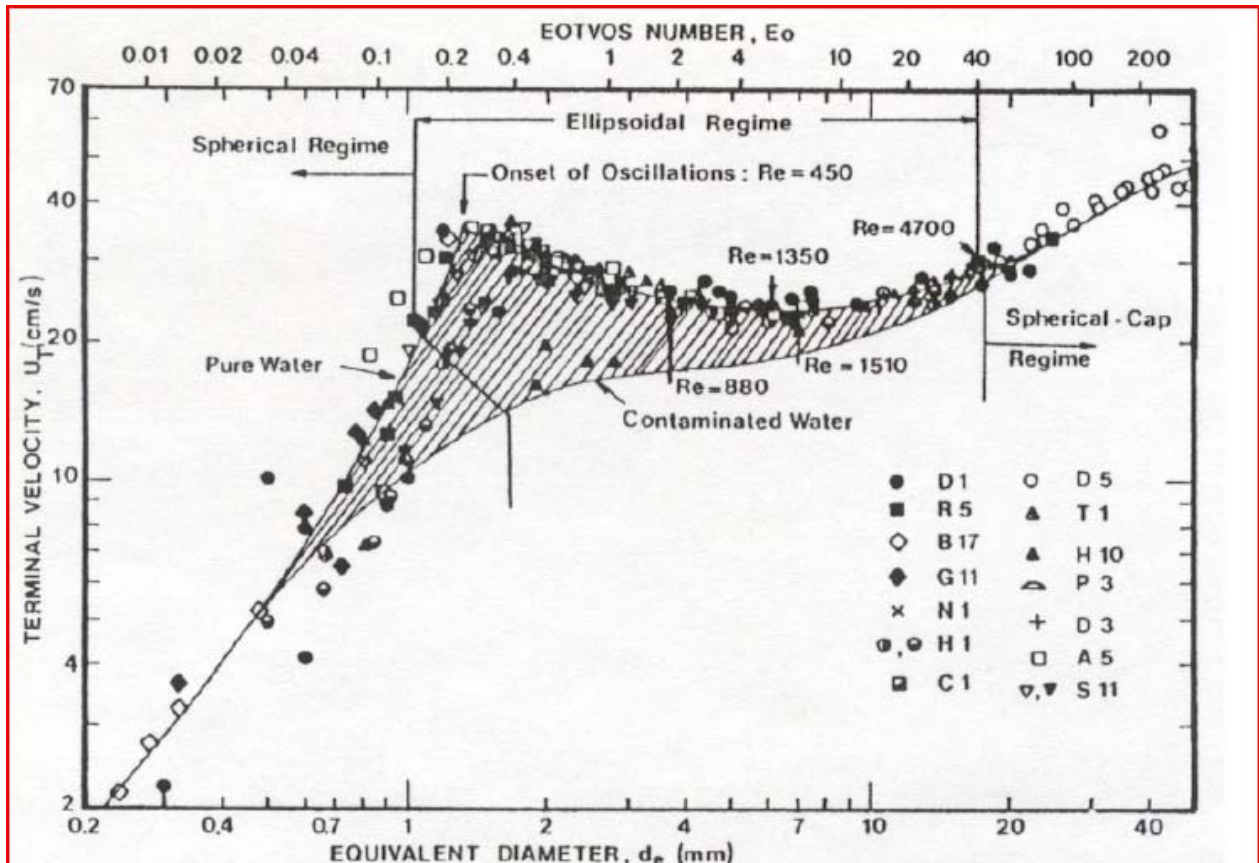


FIG. 11 – Vitesse terminale en fonction du diamètre équivalent, d’après [48].

Cette trajectoire est soit en zigzag ou hélicoïdale et elle contribue à la diminution de la composante verticale de la vitesse d’ascension de la bulle [52]. Avec l’augmentation du diamètre équivalent, la forme de bulle devient instable et on assiste à des oscillations irrégulières dans la forme (*wobbling*) et la trajectoire de la bulle.

Les vitesses terminales d’ascension représentées dans la figure (11) correspondent à un écoulement eau-air. En général, la vitesse terminale d’ascension dépend des propriétés physiques des deux phases. L’influence des propriétés des liquides est quantifiée par le nombre de Morton. La figure (9) est une généralisation de la figure (11) pour les systèmes arbitraires d’écoulements diphasiques gaz-liquide.

Le rapport entre la taille et la vitesse d’une bulle en mouvement dans un liquide est très compliqué. Parmi les facteurs à prendre en compte :

1. La présence d'impuretés actives qui s'accumulent à la surface de l'interface gaz-liquide qui augmente la vitesse d'ascension de la bulle. Ces impuretés actives ne sont pas nécessairement uniformément distribuées à l'interface non plus. Ils ont tendance de s'accumuler à l'arrière de la bulle.
2. La taille de la bulle.
3. La viscosité de la phase continue.
4. Le nombre du Reynolds de la bulle. Avec une augmentation dans les valeurs du nombre de Reynolds, la bulle changera d'une forme sphérique sans circulation à une sphère avec du gaz en circulation suite à la traînée au niveau de l'interface gaz-liquide et à un sphéroïde aplati jusqu'à une forme irrégulière.

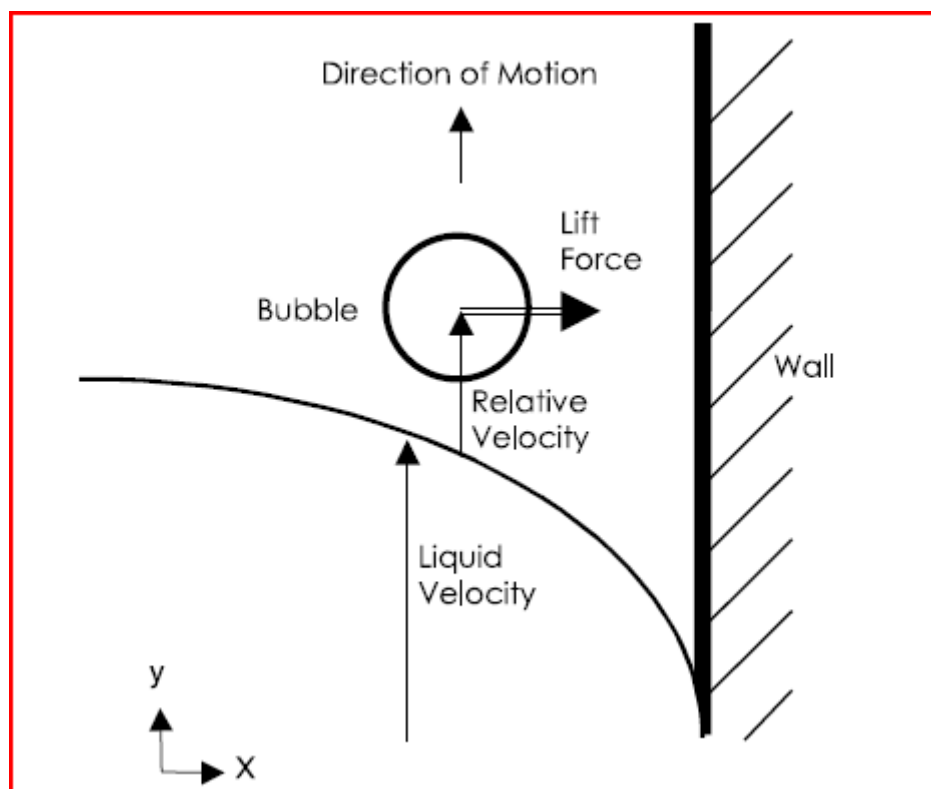
En plus des études expérimentales, la simulation numérique est fréquemment appliquée pour obtenir une meilleure compréhension d'écoulements diphasiques dans les colonnes à bulles. Une simulation exacte du mouvement des bulles exige une connaissance détaillée des forces d'interaction entre les phases du gaz et du liquide. Dans une colonne à bulles, le liquide circule en bas près des parois, mais vers le haut au centre du réacteur. Le champ d'écoulement dans le liquide est exposé à un écoulement de cisaillement. Dans ce cas, les bulles subissent une portance qui les fait migrer latéralement lors de leur ascension. Lorsque la force hydrodynamique agissant sur une bulle est estimée, il y a une composante horizontale de cette force parallèle à l'écoulement. Perpendiculairement à cette force, c'est la portance responsable de la vitesse drift de la bulle (figure 12).

D. Bothe et al. [54] ont confirmé par la méthode VOF du code FS3D que le coefficient de la portance peut être décrit comme une fonction du nombre d'Eötvös modifié (calculé à la base du diamètre horizontal de la bulle) même avec la variation de la tension de surface ou de la force de la pesanteur. Dans les écoulements à cisaillement linéaire (*linear shear*), des champs de pression axisymétriques se développent autour des bulles qui ont résulté à des forces de levage. Leur résultat montre aussi la présence des forces de levage négatives pour le cas des grandes bulles avec des déformations axisymétriques.

En plus de leur instabilité dans leur trajectoire, les bulles peuvent subir une grande déformation. Ce comportement oscillatoire de la trajectoire et de la forme de la bulle est souvent considéré comme "*woobling*". Ce phénomène est encore mal compris en particulier le mouvement, le sillage et la forme des bulles sont sujets de recherche active [55].

### 2-3- Coalescence des bulles

La coalescence des bulles est d'un grand intérêt pour plusieurs applications industrielles. Elle peut être favorable pour le cas des processus de séparation comme elle peut être un inconvénient pour le cas des réacteurs chimiques où il est désirable d'avoir une grande section interfaciale.



**FIG. 12-** bilan de forces agissant sur une bulle près du mur, d'après [53].



Dans les écoulements gaz-liquide, les bulles sont souvent en interaction. En fonction de la taille et de la vitesse de la bulle et de la fréquence des collisions, les bulles peuvent se séparer ou entrer en coalescence. Le phénomène de coalescence englobe trois phases : un contact initial entre les bulles, contrôlé essentiellement par l'hydrodynamique du volume de liquide sous forme d'un film de l'ordre de  $\mu\text{m}$  séparant les deux bulles. La deuxième étape, c'est l'amincissement graduel du film de l'ordre de  $\text{nm}$ . Une fois le film est mince, on assiste à un mécanisme d'instabilité qui conduit à la rupture du film et la formation de la bulle coalescée. Le taux de drainage et l'amincissement du film déterminent l'occurrence ou non de la coalescence.

### 2-3-1- Collision des bulles

La collision entre deux bulles est due à la vitesse relative entre eux. Prince (1990) mentionnait trois mécanismes responsable de cette collision [56, 57] : la turbulence, la flottabilité et le cisaillement laminaire.

Le mouvement d'un tourbillon avec une échelle de longueur de l'ordre du diamètre de la bulle est responsable de la vitesse relative entre les bulles. Les très petits tourbillons ne contiennent pas assez d'énergie pour affecter de manière significative le mouvement de la bulle, par contre des tourbillons plus larges (supérieure à la taille de la bulle) transportent le groupe de bulles sans conduire à un mouvement relatif.

La collision peut être aussi le résultat de la différence des vitesses des bulles de différente taille soumises à l'effet de flottabilité. Dans le cas du cisaillement laminaire, la collision est le résultat du développement de grosse circulation, par exemple, dans une colonne à bulle pour des débits de gaz suffisamment élevés. La collision peut aussi être le résultat de la différence des vitesses des bulles de différente taille soumises à l'effet de flottabilité.

La collision peut conduire à la coalescence et assure le contact des bulles pour une période de temps suffisante pour l'amincissement du film entre eux jusqu'à une valeur critique de rupture. Ce temps de contact est fonction de la taille de la bulle et de l'intensité de la turbulence.

### 2-3-2- Interaction au niveau du sillage

Otake (1977) a étudié l'effet du sillage sur les interactions bulle-bulle. Il a trouvé que dans une distance initiale critique entre deux bulles (3-4 fois le diamètre de la bulle en avance), la bulle en arrière s'accélère dans la zone de sillage de la bulle en avance. La vitesse de d'ascension est la somme des vitesses de la bulle en arrière et celle du sillage. Miyahara (1991) observe que si une large portion de la vitesse en arrière est à l'extérieur de la zone de sillage de la bulle en avance, la bulle de l'arrière se divise en groupe de petites bulles dus à l'écoulement de cisaillement généré par la bulle en avance [56]. Duineveld (1994) a déterminé un nombre de Weber critique basé sur la vitesse d'ascension pour la transition entre la coalescence et le rebondissement ( $We_{cr} = 2.6$ ). Il y a une transition entre le rebondissement et le rebondissement suivis par la séparation. Il a observé que la taille minimale de la bulle pour le rebondissement de séparation est de 0,86 mm.

### 2-3-3- L'amincissement du film

Durant la coalescence, le débit d'amincissement du film liquide est un débit de contrôle puisque l'étape de rupture est généralement instantanée (Chaudhari (1994)). La cinématique du processus d'amincissement suit deux mécanismes. L'un est l'expansion des deux surfaces et du liquide entre eux. L'autre est l'écoulement de la masse du liquide dans le film. Les principales forces responsables du drainage du film sont dues à l'influence de la pesanteur et la dépression due aux forces de capillarité aux bords du film. Lorsque l'épaisseur du film est réduite (de l'ordre de 100 nm), l'attraction de van der Waals augmente le débit du drainage, alors que la force électrostatique répulsive le réduit [56].

# Chapitre 3

## Description des codes *SURFER* et *OpenFOAM*

La Méthode des Différences Finies (DF) approche les équations de conservation écrites sous la forme différentielle en substituant les dérivées partielles via les séries de Taylor tronquées ou par un lissage polynomial. Les applications réelles sont limitées aux grilles structurées. Le plus grand inconvénient de la méthode des différences finies est qu'elle ne peut respecter le critère de conservation. Par conséquent, il devient très difficile d'avoir des simulations fiables pour des géométries complexes et son utilisation devient restreinte aux cas simples.

La Méthode des Volumes Finis (VF) travaille avec la forme intégrale des équations de conservation. Le domaine est divisé en volumes finis dont le *centroïde* représente le nœud de calcul. Dans ce cas, la grille permet juste de définir les limites entre les différents volumes. L'interpolation est utilisée pour exprimer les valeurs des variables à la surface en des valeurs nodales. Cette méthode est conservatrice tant que les intégrales de surface pour les volumes partageant la même face sont égales. L'inconvénient de la méthode des volumes finis en comparaison avec les schémas aux différences finies est notable pour les développements d'ordre supérieur à deux (2) en simulation 3D, à cause des trois niveaux d'approximations introduites: l'interpolation, la différentiation et l'intégration. Compte tenu de son approche très physique et sa facilité d'implémentation l'approche VF est très largement utilisée.

Nous allons exposer au travers de ce chapitre les modèles physiques qui ont été employé afin de simuler le phénomène de coalescence et le mouvement des bulles dans un liquide. Il s'agit en l'occurrence des codes à source ouverte (*open-source codes*) ; **SURFER** basé sur la méthode des différences finies et **OpenFOAM** (*FOAM : Field Operation And Manipulation*) qui appartient à la famille des codes utilisant la méthode des volumes finis.

L'écoulement que l'on veut étudier avec ces deux codes est constitué de gaz et de liquide. Nous ne ferons pas de distinction particulière entre un liquide et un gaz, et adapterons la définition plus générale de fluide. Ainsi, un fluide est un corps simple, composé d'une assemblée de molécules identiques, en phase liquide ou gazeuse.

### 3-1- Description du code SURFER

Dans le code SURFER [60, 63, 64, 65], on utilise une méthode d'advection lagrangienne à pas fractionnaires qui tient compte des variations de la pente de l'interface au cours de son mouvement. Pour la résolution des équations de l'écoulement, on utilise l'algorithme de projection de Chorin [82] et une discrétisation explicite du premier ordre des dérivées temporelles ainsi qu'une discrétisation du second ordre des dérivées spatiales sur un maillage MAC (Mark and Cell). L'équation de Poisson pour la pression est inversée à l'aide d'une méthode multigrille.

Dans un premier temps, le code advecte une interface avec un champ de vitesse déterminé. Cette procédure est effectuée par transport de flux (*fluxing*) de la fraction volumique  $\gamma$  d'une cellule vers son voisinage. L'interface est localisée sur un manifold où la valeur de  $\gamma$  change de 0 à 1. Ce manifold est supposé différentiel dans toutes les directions. Le mouvement de l'interface est obtenu sous condition que la composante de la vitesse normale propre à l'interface soit égale à la vitesse du fluide.

Pour suivre l'interface au cours du temps, la méthode de volume de fluide CIAM (calcul d'interface affine par morceaux) procède en plusieurs étapes [61] :

### 3-1-1- la reconstruction de l'interface :

Pour chaque pas du temps, on utilise le champ de la fraction volumique d'une phase présent dans une cellule de calcul conjointement avec l'estimation du vecteur normal pour construire une ligne droite. Cette droite divise la cellule en deux parties, chacune d'entre elles contient son propre volume de fluide. Cette ligne d'interface est propagée par l'écoulement et les flux volumique, de masse et de quantité de mouvement de chaque phase sont déterminés dans les cellules voisines.

#### 3-1-1-1- calcul de la normale

La reconstruction est basée sur l'idée que le vecteur normal  $n$  avec la fraction volumique  $\gamma$  déterminent une droite unique [62]. Dans la première partie de reconstruction, on estime une direction normale à l'interface par une formule aux différences finies :

$$n^h = \nabla^h \gamma \quad (3.1)$$

Dans le cas bidimensionnel, par exemple, on définit le vecteur normal aux positions  $i + \frac{1}{2}$  et  $j + \frac{1}{2}$  par les équations suivantes:

$$n_{x, i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2h} (\gamma_{i+1, j} - \gamma_{i, j} + \gamma_{i+1, j+1} - \gamma_{i, j+1}) \quad (3.2)$$

$$n_{y, i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2h} (\gamma_{i, j+1} - \gamma_{i, j} + \gamma_{i+1, j+1} - \gamma_{i+1, j}) \quad (3.3)$$

Alors, la valeur moyenne de la normale est donnée par l'expression qui suit:

$$n_{ij} = \frac{1}{4} \left( n_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} - n_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + n_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} - n_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.4)$$

### 3-1-1-2- Construction de la fraction volumique et de la position de l'interface

Dans une deuxième étape, la ligne droite qui divise la cellule de calcul en deux parties contenant le volume propre de chaque fluide doit être déterminé. En bidimensionnel, le problème se traite de la manière suivante : Connaissant la fraction volumique et la normale à l'interface dans chacune des cellules du maillage, il s'agit de construire un plan ayant la même normale et d'ajuster sa position pour que la fraction volumique impartie à chacun des fluides soit respectée.

Soit l'équation d'une droite donnée par :

$$m_1x + m_2y = \alpha \quad (3.5)$$

avec  $(m_1, m_2)$  les composantes du vecteur normal  $n$  [62]. Le paramètre  $\alpha$  est en relation avec la petite distance entre la ligne et l'origine. Il peut être identifié en inversant une équation de la forme

$$A = F(\alpha, m_1, m_2, c_1, c_2)$$

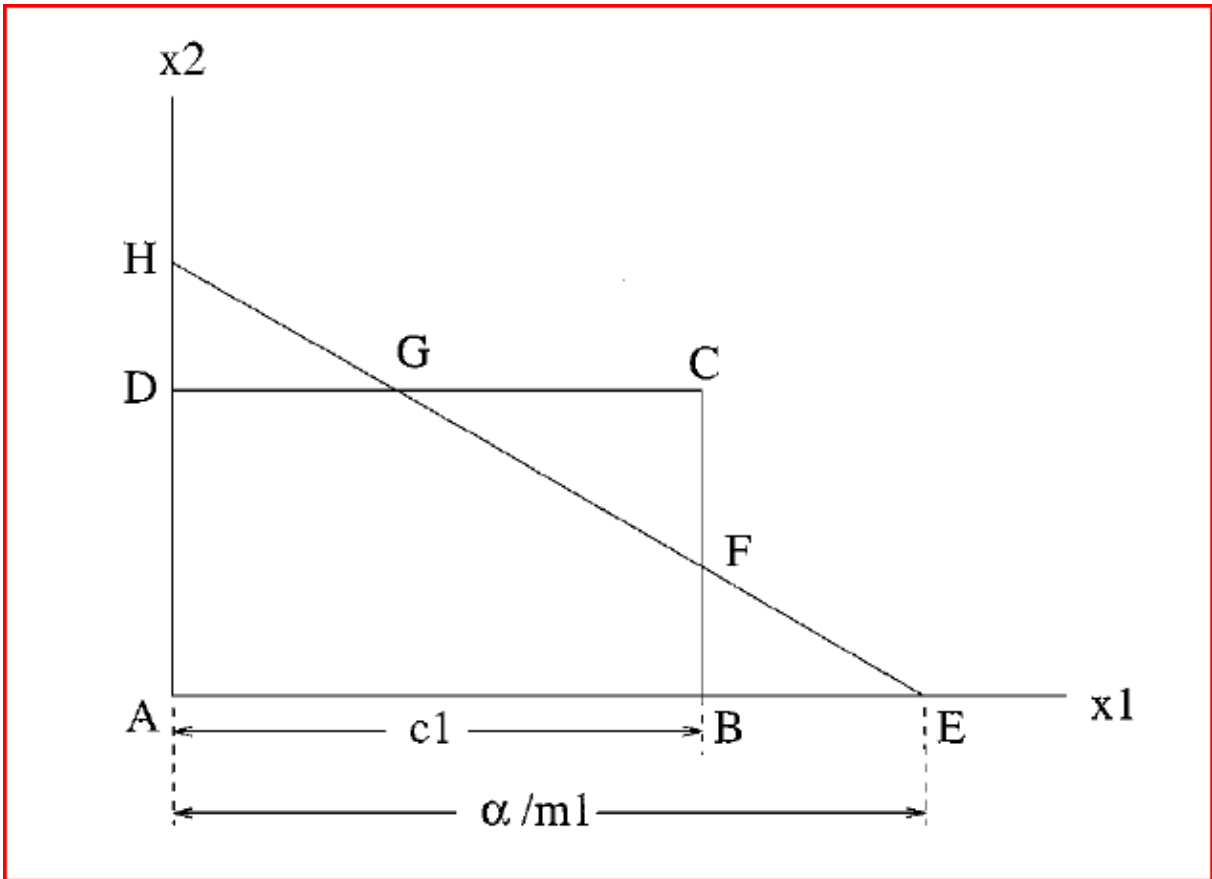
avec  $c_1$  et  $c_2$  la longueur des faces de la cellule et  $A$  l'aire du sous-domaine contenant uniquement le fluide 1. Cette aire doit, par ailleurs, être égale à l'aire de la région se trouvant en dessous du segment de droite à construire. Pendant l'étape d'advection, nous évaluons les flux volumiques à travers les faces des cellules en calculant l'aire de la région comprise dans une bande de largeur variable et en dessous du plan advecté. Dans ce cas l'expression  $F$  peut être obtenue à l'aide de considérations géométriques. Si on considère le triangle AEH de la figure (13), l'aire  $A$  correspond à l'aire de la région ABFGD est :

$$A = \frac{\alpha^2}{2m_1m_2} \left[ 1 - H(\alpha - c_1m_1) \left( \frac{\alpha - c_1m_1}{\alpha} \right)^2 - H(\alpha - c_2m_2) \left( \frac{\alpha - c_2m_2}{\alpha} \right)^2 \right] \quad (3.6)$$

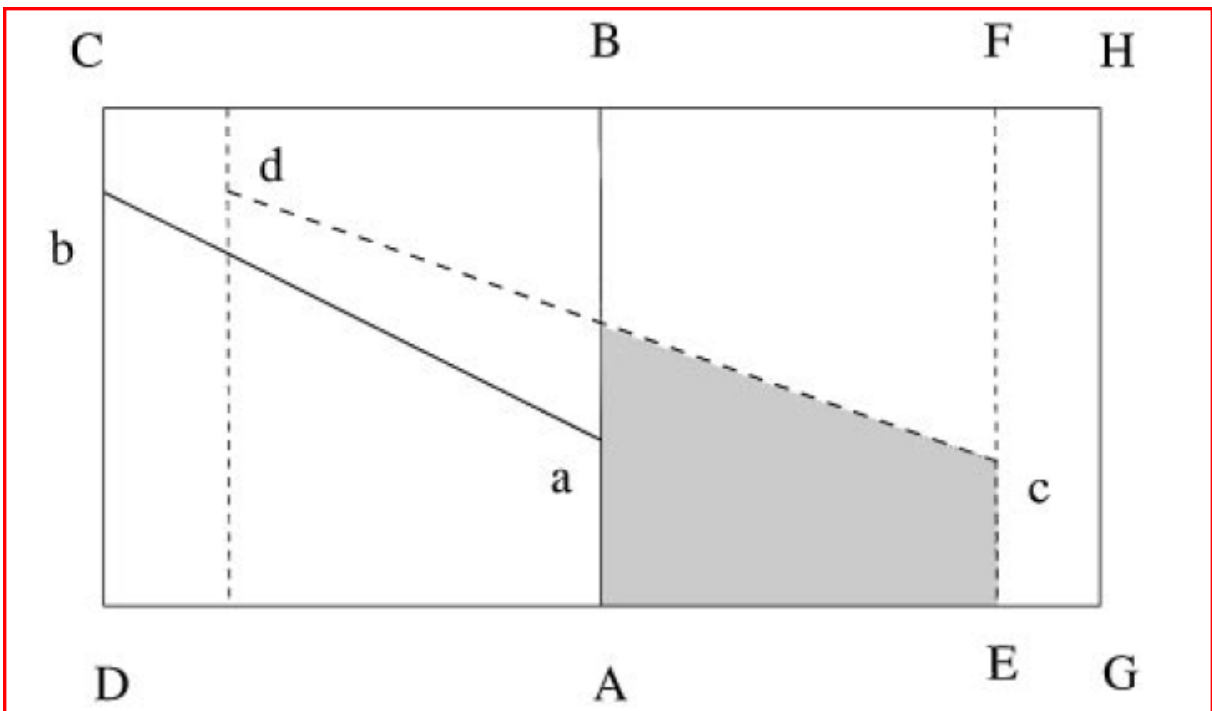
avec  $H(\cdot)$  représentant la fonction de Heaviside, définie par

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ 1 & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Le raisonnement est le même pour le cas tridimensionnel [62].



**FIG. 13-** représentation géométrique pour la reconstruction de l'interface, d'après [62].



**FIG. 14-** illustration de la propagation lagrangienne de l'interface en 2D, d'après [62].

### 3-1-2- Advection de l'interface

L'étape finale de la méthode VOF est de faire évoluer le champ de la fraction volumique. Au n-ième pas de temps, l'interface est reconstruite. La vitesse est linéairement interpolée et la nouvelle position de l'interface au (n+1)-ième pas de temps est calculée à l'aide de la méthode lagrangienne [61] :

$$X^{n+1} = X^n + U(\Delta t) \quad (3.8)$$

La mise à jour des valeurs de la fraction volumique ainsi que les champs de masse et de quantité de mouvement sont déterminés à travers le domaine de calcul, et la simulation numérique se poursuit au pas de temps suivant. L'advection utilise une méthode lagrangienne à pas fractionnaires. A chaque pas, l'interface reconstruite est propagée dans une seule direction de l'espace. Ainsi, au temps  $t_n$ , l'équation du segment est de la forme :

$$m_1^{(n)} x_1^{(n)} + m_2^{(n)} x_2^{(n)} = \alpha^{(n)} \quad (3.9)$$

Pour le pas du temps suivant à  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ , le segment prend une autre forme. Pour un cas simplifié, si on prend la face gauche de la cellule ( $x_1 = 0$ ) et celle de droite ( $x_1 = h = c_1$ ) et les vitesses correspondantes :  $U_0$  et  $U_h$ . Par interpolation linéaire, on aura [62] :

$$U_1(x_1) = U_0 \left(1 - \frac{x_1}{h}\right) + U_h \cdot \frac{x_1}{h} \quad (3.10)$$

Donc, l'équation du segment (3.8) propagé devient :

$$x_1^{(*)} = x_1^{(n)} + U_1(x_1^{(n)}) \cdot \Delta t = \left[1 + \left(\frac{U_h - U_0}{h}\right) \cdot \Delta t\right] x_1^{(n)} + U_0 \cdot \Delta t \quad (3.11)$$



La direction  $x_2$  reste constante durant l'advection de  $x_1$ . L'indice (\*) est utilisé à la place de  $(n+1)$  pour indiquer qu'il s'agit d'un pas fractionnaire qui va être suivi par une étape similaire pour la direction  $x_2$  avant que l'advection au temps  $(n+1)$  ne soit achevée. En remplaçant la valeur de  $x_1^{(n)}$  dans l'équation du segment précédent on obtient la nouvelle forme de l'équation (3.9) :

$$m_1^{(n)} \left[ \frac{x_1^{(*)} - U_0 \cdot \Delta t}{1 + \left( \frac{U_h - U_0}{h} \right) \cdot \Delta t} \right] + m_2^{(n)} \cdot x_2^{(n)} = \alpha^{(n)} \quad (3.12)$$

Finalement, on peut reformuler l'écriture de cette dernière expression sous la forme standard suivante :  $m_1^{(*)} \cdot x_1^{(*)} + m_2^{(*)} \cdot x_2^{(*)} = \alpha^{(*)}$ .

### 3-1-3- Résolution des équations de mouvement

Après la détermination de l'interface, on procède à la résolution des équations de mouvement. Le code *SURFER* résout les équations de Navier-Stokes pour des fluides incompressibles visqueux. Il offre la possibilité de simuler le comportement d'un mélange de fluides non-miscibles avec une tension de surface non nulle.

Au lieu d'introduire la tension de surface au niveau des conditions aux limites sur l'interface sous forme de loi de Laplace, le code le fait apparaître dans les équations de conservation de la quantité de mouvement comme un tenseur de pression isotrope dans chacune des phases mais anisotrope sur l'interface. Le code utilise l'approche multigrille pour résoudre la condition d'incompressibilité.

Les équations de l'écoulement sont résolues par différences finies [60, 62]:

- équation de continuité  $\nabla \cdot U = 0$  (3.13)
- équations de Navier-Stokes

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu S + F_s + \rho g \quad (3.14)$$

- équation de transport de la fraction volumique

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + U \cdot \nabla \gamma = 0 \quad (3.15)$$

avec

$$S \text{ tenseur des contraintes visqueuses : } S_{ij} = \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.16)$$

$F_s$  force de la tension de surface définie par  $F_s = \sigma \kappa \delta_s$ , où  $n$  représente la normale à l'interface et  $\delta_s$  est l'impulsion de Dirac.

La densité et la viscosité dans chaque cellule sont données par :

$$\rho = \gamma \rho_1 + (1 - \gamma) \rho_2 \quad (3.17)$$

$$\mu = \gamma \mu_1 + (1 - \gamma) \mu_2 \quad (3.18)$$

L'approximation de la normale à l'interface dans chaque cellule est égale au gradient du champ de la fraction volumique

$$n = \frac{\nabla \gamma}{|\nabla \gamma|} \quad (3.19)$$

En plus de la formulation CSF (*Continuous Surface Force*), le code SURFER propose pour la modélisation de la tension de surface la méthode CSS (*Continuous Surface Stress*) [60], avec :

$$F_s = -\nabla \cdot T = \sigma \kappa \delta_s \quad \text{et} \quad T = -[(1 - n \otimes n) \sigma \delta_s] \quad (3.20)$$

La réécriture des équations de Navier-Stokes (3.14) sous la forme conservée, avec les définitions suivantes :

- le terme visqueux du tenseur  $S$  à partir de l'équation (3.16) :

$$L_v(\gamma, U) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mu S) \quad (3.21)$$

- le terme d'inertie à partir du tenseur d'advection

$$L_i(\gamma, U) = -\nabla \cdot (U \otimes U) \quad (3.22)$$

- le terme de capillarité peut être exprimé à l'aide du tenseur de pression capillaire  $T$

$$L_s(\gamma) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot [(1 - n \otimes n) \sigma \delta_s] = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left[ \left( |\nabla \gamma| \left[ 1 - \frac{\nabla \gamma \otimes \nabla \gamma}{|\nabla \gamma|^2} \right] \right) \sigma \right] \quad (3.23)$$

Nous donne l'expression suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + L_i(\gamma, U) + L_v(\gamma, U) + L_s(\gamma) + g \quad (3.24)$$

Les dérivées spatiales sont discrétisées sur une grille MAC. Pour assurer l'incompressibilité, on calcule dans un premier temps un champ intermédiaire  $U^*$  de la vitesse et de la fraction volumique au temps  $t_n$  :

$$U_1^* = U^n + \Delta t \cdot [L_v + L_s + g] \quad (3.25)$$

Le résultat de l'équation (3.25) permet de déterminer

$$U^* = U_1^* + \Delta t \cdot L_i \quad (3.26)$$

L'équation est advectée dans le temps par une technique à pas fractionnaires explicite. Pour déterminer la pression, on résout par un algorithme multigrille l'équation de Poisson suivante :

$$\nabla^h \cdot \left( \frac{\Delta t}{\rho^n} \cdot \nabla^h p \right) = \nabla^h \cdot U^* \quad (3.27)$$

Par la suite, le champ intermédiaire  $U^*$  est projeté sur un champ de vitesse à divergence nulle (on choisit  $p$  de manière à avoir  $\nabla^h U^{n+1} = 0$ ) :

$$U^{n+1} = U^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p \quad (3.28)$$

Les opérateurs de projection et d'interpolation sont du premier ordre.

### 3-2- Description du modèle diphasique VOF du code OpenFOAM

#### 3-2-1- Discrétisation des équations au sein du code *OpenFOAM*

La boîte à outils CFD à source ouverte *OpenFOAM* peut simuler des écoulements complexes impliquant des réactions chimiques, la turbulence et le transfert de chaleur, ainsi que la dynamique des solides et l'électromagnétisme. *OpenFOAM* est un produit libre d'OpenCFD Ltd.

La technologie de base du code *OpenFOAM* est un ensemble de modules flexibles et efficaces écrits en C++. Ces modules sont utilisés pour construire des solveurs pour la simulation d'un problème spécifique, des utilités pour effectuer des tâches de pré et post traitement pour la manipulation des maillages et des données. L'environnement *OpenFOAM* utilise la méthode des volumes finis pour la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles mise en œuvre sur nombre de maillages non structurés en 3D constitués de cellules polyédriques. Le parallélisme utilise la méthode de décomposition du domaine. Ce design est intégré à un niveau inférieur de sorte que les solveurs puissent être développés en parallèle sans avoir recours à une programmation supplémentaire.

Une discrétisation de type volume finis d'opérateurs implicite et explicite de deuxième et quatrième ordre sur surface courbée ou en 3D est implémentée dans cette boîte à outils.

On peut traiter les opérateurs différentiels d'un champ (par exemple,  $\nabla^2$ ,  $\nabla$  et  $\frac{\partial}{\partial t}$ ) comme un calcul de volume finis (**fvc**) ou des opérateurs de volume finis (**fvm**). La première approche opère des dérivées explicites en rendant un champ. Les dérivées explicites calculées peuvent être utilisées quelle que soit la position dans le code. La deuxième fonction est une dérivation implicite convertissant l'expression en des coefficients de matrice du système linéaire à résoudre. En fait, les termes sources implicites du système linéaire peuvent aussi être définis en utilisant la fonction fvm. En conséquence, la fonction fvm fournit la discrétisation des équations aux dérivées partielles par l'utilisation de la méthode des volumes finis et de la construction de systèmes linéaires résultant.

L'idée est de considérer les équations aux dérivées partielles comme une somme d'opérateurs différentiels simples qui peuvent être discrétisés séparément avec différents schémas.

Exemple :

- $\text{fvm}::\text{ddt} = \frac{\partial}{\partial t}$ ,
- $\text{fvm}::\text{d2dt2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ ,
- $\text{fvm}::\text{div} = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ ,
- $\text{fvm}::\text{laplacian} = \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ .

Ainsi, au sein du code *OpenFOAM*, l'équation de conservation de la quantité de mouvement ci-après

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) - \nabla \cdot (\mu \nabla U) = -\nabla p \quad (3.29)$$

est discrétisée sous la forme [66] :

**solve**

(

**Fvm::ddt(rho, U)**

**+ fvm::div(phi, U)**

**- fvm::laplacian(mu, U)**

**==**

**- fvc::grad(p)**

);

L'exemple montre clairement que dans *OpenFOAM* on ne pense pas aux termes des cellules ou des faces mais aux objets (U, rho, phi, etc..) définis comme des valeurs de champs.

Le processus de discrétisation dans *OpenFOAM* est réalisé en deux étapes ; la discrétisation du domaine et la discrétisation des équations. Dans la première étape (figure 15), le domaine est converti en un maillage de calcul sur lequel seront discrétisés les équations aux dérivées partielles. L'espace du domaine est divisé en un nombre fini de régions appelées volumes de contrôle ou cellules (figure 16). L'intervalle de temps est divisé en un nombre fini de pas de temps. Les variables dépendantes et les autres propriétés sont généralement stockées au centre de la cellule  $P$ . la cellule est délimitée par un ensemble de faces, désignées par l'indice  $f$ . On distingue deux types de faces, internes entre deux volumes de contrôle et de frontières qui coïncident avec les limites du domaine.

Le vecteur de l'aire de la face  $S_f$  est construit pour chaque face et orienté à l'extérieur de la cellule d'indice inférieur. Ce vecteur qui est normal à la face, possède une intensité de valeur égale à l'aire de cette face. Le point de calcul  $P$  localisé au centre du volume de contrôle, vérifie l'équation :

$$\int_{V_p} (x - x_p) dV = 0 \quad (3.30)$$

En général, l'équation de transport d'une propriété scalaire  $\phi$  est composée des termes convectif, diffusif et du terme source :

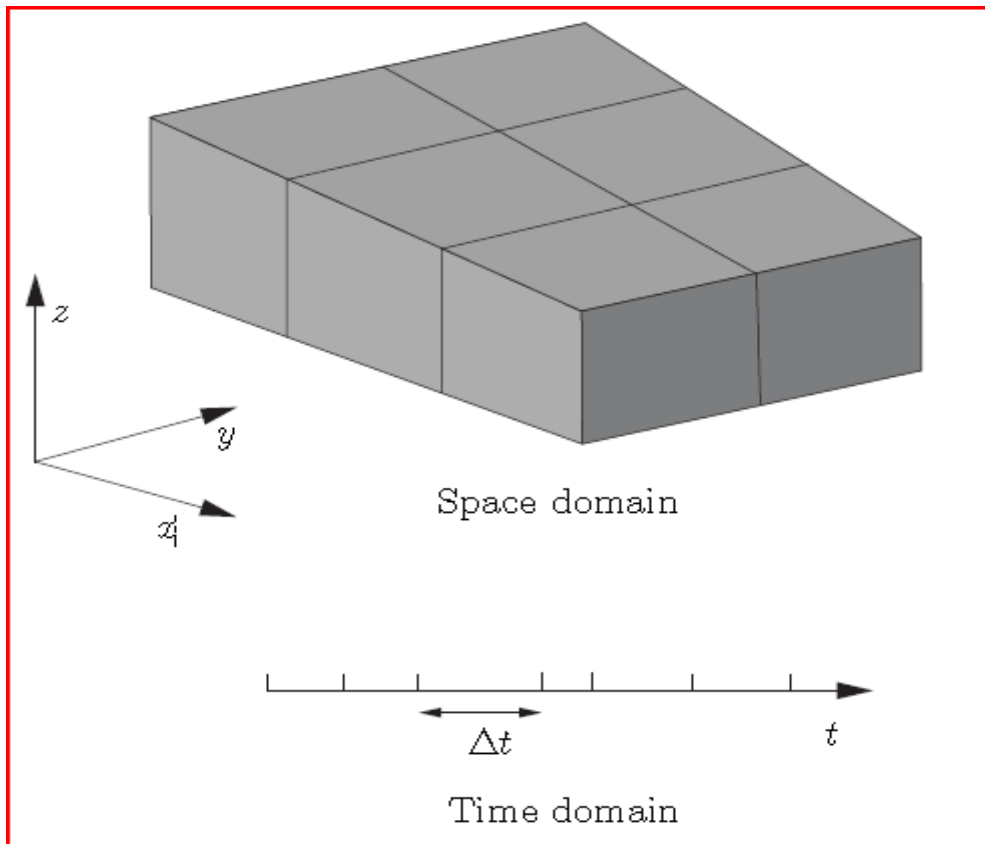
$$\underbrace{\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}}_{\text{dérivée temporelle}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho U \phi)}_{\text{terme convectif}} - \underbrace{\nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)}_{\text{terme diffusif}} = \underbrace{S_\phi(\phi)}_{\text{terme source}} \quad (3.31)$$

Ainsi, la discrétisation du terme diffusif par application du théorème de Gauss est donnée par :

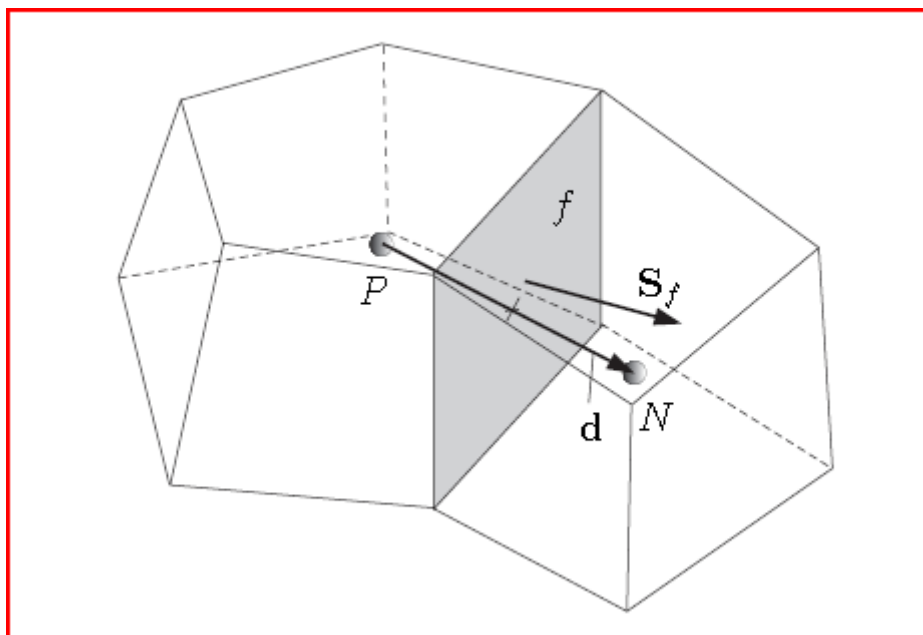
$$\int_V \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) dV = \int_S dS \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) = \sum_f S_f \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)_f = \sum_f (\rho \Gamma_\phi)_f S_f \cdot (\nabla \phi)_f \quad (3.32)$$

Considérant le vecteur distance  $\mathbf{d}$  orthogonal au plan de la face :

$$S_f \cdot (\nabla \phi)_f = |S_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} \quad (3.33)$$



**FIG. 15-** Discrétisation du domaine de solution, d'après [78].



**FIG. 16-** Présentation de deux volumes de contrôle, d'après [78].

Le terme convectif est exprimé par :

$$\int_V \nabla \cdot (\rho U \phi) dV = \int_S dS \cdot (\rho U \phi) = \sum_f S_f \cdot (\rho U)_f \phi_f = \sum_f F \phi_f \quad (3.34)$$

Le champ  $\phi_f$  peut être déterminé par la mise en œuvre d'un schéma numérique à l'exemple des schémas de "central differencing", upwind et "gamma differencing" [70, 71, 78].

Le tableau suivant résume la discrétisation des termes des équations aux dérivées partielles dans *OpenFOAM*. Le choix des schémas de discrétisation s'effectue dans le module *fvScheme*.

**Tableau 1- discrétisation des termes des équations aux dérivées partielles dans *OpenFOAM* [78].**

Description du terme	implicite/explicite	expression	fonctions fvm :: / fvc ::
Laplacien	Imp / Exp	$\nabla^2 \phi$	laplacian(phi)
		$\nabla \cdot \Gamma \nabla \phi$	laplacian(Gamma, phi)
Dérivée du temps	Imp / Exp	$\frac{\partial \phi}{\partial t}$	ddt(phi)
		$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$	ddt(rho, phi)
Convection	Imp / Exp	$\nabla \cdot (\psi)$	div(psi, scheme)
		$\nabla \cdot (\psi \phi)$	div(psi, phi, word) div(psi, phi)
Divergence	Exp	$\nabla \cdot \chi$	div(chi)
Gradient	Exp	$\nabla \chi$	grad(chi)
		$\nabla \phi$	gGrad(phi)
			lsGrad(phi)
			snGrad(phi) snGradCorrection(phi)
Source	Imp	$\rho \phi$	Sp(rho, phi)
	Imp / Exp		SuSp(rho, phi)

Les arguments des fonctions peuvent appartenir aux classes suivantes: phi: vol<Type>Field ;

Gamma: scalar volScalarField, surfaceScalarField, volTensorField, surfaceTensorField ;

rho: scalar, volScalarField ; psi: surfaceScalarField ; chi: surface<Type>Field, vol<Type>Field.



La discrétisation de l'équation de transport engendre une équation pour  $\phi$  dans chaque cellule dans laquelle on trouve des termes qui correspondent aux valeurs de  $\phi$  dans les cellules voisines. En regroupant les coefficients pour la cellule en question et des cellules adjacentes, on obtient pour le temps  $(t + \Delta t)$  une équation de la forme :

$$a_p \phi_p = \sum_{f=1}^{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_u \quad (3.35)$$

où la somme est sur l'ensemble des cellules adjacentes

$a_p$  et  $a_{nb}$  représentent les coefficients centraux et adjacents.

Les coefficients centraux sont donnés par

$$a_p = \sum_{f=1}^{nb} a_{nb} - S_p \quad (3.36)$$

Les solveurs linéaires résolvent le système  $Ax=b$ , où  $A$  est une matrice,  $x$  est le vecteur des variables inconnues (les champs à déterminer) et  $b$  est un vecteur de termes sources. Le contrôle et le choix des solveurs linéaires et de l'algorithme de résolution s'opèrent dans le dictionnaire *fvSolution*. Pour la simulation des bulles avec le code *OpenFOAM*, la solution des systèmes d'équations algébriques linéaires des variables pression et vitesse sont choisies comme suit:

#### 1) Pression

- le système d'équations est résolu par l'utilisation du solveur moyennant la méthode du gradient conjugué préconditionné PCG avec un préconditionnement DIC.
- La solution est considérée convergente lorsque le résidu atteint la valeur tolérance ou si elle est réduite par *relTol* à chaque pas de temps.

#### 2) Vitesse

- le système d'équations est résolu par l'utilisation du solveur du gradient conjugué PBiCG avec un préconditionnement DILU.
- La solution est considérée convergente lorsque le résidu atteint la valeur tolérance ou si elle est réduite par *relTol* à chaque pas du temps.

### 3-2-2- Description du modèle diphasique VOF du code *OpenFOAM*

Au sein du code *OpenFOAM*, Il y a plusieurs solveurs qui traitent des écoulements diphasiques. Le solveur ***interFOAM*** repose sur une approche diphasique qui simule l'écoulement laminaire de deux fluides incompressibles par la méthode VOF. La méthode de résolution peut être perçue comme une DNS (*Direct Numerical Simulation*) si le maillage est suffisamment fin. L'avantage du code *OpenFOAM* réside dans le fait que l'on travaille avec des dictionnaires qui peuvent faire l'objet de modification on-line.

Le dictionnaire des schémas de discrétisation est un exemple de cette bonne pratique. Ainsi, on aura une première opportunité de modification du solveur via le bon choix des discrétisations sans avoir recours au changement du squelette principal.

#### 3-2-2-1- Equations de mouvement

On représente l'écoulement de deux fluides incompressibles non miscibles par un modèle à un seul fluide. Celui-ci demeure incompressible mais les propriétés physiques varient de manière discontinue à la traversée de l'interface. Le mouvement du fluide est supposé répondre aux équations de Navier-Stokes d'un écoulement incompressible. Les équations de continuité et de quantité de mouvement prennent la forme [67, 68]:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho g + \int_{S(t)} \sigma \kappa' n' \delta(x - x') dS \quad (3.38)$$

où  $t$  représente le temps,  $U$  le champ de vitesse et  $\tau$  le tenseur de contrainte visqueuse.

Le dernier terme de l'équation représente le terme source dû à la tension de surface. La notation « ' » est relative à l'interface. Le tenseur de contrainte visqueuse dans le solveur *interFOAM* est donné par :

$$\tau = \mu (\nabla U + \nabla U^T) \quad (3.39)$$

Cette forme peut être réécrite comme suit [68] :

$$\nabla \cdot [\mu(\nabla U + (\nabla U)^T)] = \nabla \cdot (\mu \nabla U) + (\nabla U) \cdot \nabla \mu \quad (3.40)$$

L'équation de quantité de mouvement doit contenir le terme de l'accélération de la pesanteur avec une densité variable due à la présence de l'interface. Cependant, cela va produire une variation linéaire de la pression même pour un fluide au repos ce qui entraîne des problèmes de découplage des variables pression et vitesse [68].

La solution proposée dans le solveur *interFoam* est d'extraire la gravité de la pression et de faire une résolution pour la pression piézométrique. Ainsi, la pression hydrostatique est traitée séparément. En revanche, on a une perte d'information sur la distribution de la pression. Soit,

$$p_d = p - \rho gh \quad (3.41)$$

En introduisant l'opérateur gradient, l'équation (3.41) prend la forme :

$$\nabla p_d = \nabla p - \rho g - gh \nabla \rho \quad (3.42)$$

A noter que h représente la longueur d'une cellule de calcul.

En tenant compte des équations (3.40) et (3.42), la forme finale de l'équation de Navier-Stokes (3.38) devient :

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla p_d + \nabla \cdot (\mu \nabla U) + (\nabla U) \cdot \nabla \mu - gh \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \gamma \quad (3.43)$$

La force de tension de surface est modélisée par la méthode CSF de Brackbill [83] définie dans l'équation (3.20).

### 3-2-2-2- Equation de transport de la fraction volumique

L'interface est simulée comme une discontinuité en utilisant la fonction de fraction volumique définie par :

$$\gamma = \begin{cases} 1 & \text{pour un point à l'intérieur de la phase 1} \\ 0 < \gamma < 1 & \text{pour un point au niveau de l'interface} \\ 0 & \text{pour un point à l'intérieur de la phase 2} \end{cases} \quad (3.44)$$

Le volume de fluide dans une cellule est calculé par :

$$F_{vol} = \gamma V_{cell} \quad (3.45)$$

où  $V_{cell}$  est le volume de la cellule de calcul.

La fraction volumique est propagée de manière lagrangienne et l'équation de transport dans ce cas est similaire à l'équation (3.15).

En utilisant cette fraction volumique, on peut définir les propriétés du mélange par les équations (3.17) et (3.18).

Dans le solveur *interFoam*, l'équation d'advection de la fraction volumique est résolue par une méthode de compression de l'interface [68]. La compression est assurée par l'ajout d'un terme artificiel et non d'un schéma de compression. Ainsi l'équation d'advection (3.15) prend la forme :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (U \gamma) + \nabla \cdot (U_r \gamma (1 - \gamma)) = 0 \quad (3.46)$$

Ce terme de compression est actif uniquement au niveau de l'interface où la vitesse de compression  $U_r$  agit sur elle perpendiculairement. Généralement, la solution de cette équation est bornée entre zéro et un par un schéma *inter-gamma differencing* [69, 81].

Si on définit le gradient de la fraction volumique  $\nabla\gamma$  interpolé sur la face de la cellule par  $(\nabla\gamma)_f$ , la normale unitaire à l'interface interpolée sur la face d'une cellule dans le solveur *interFoam* est donnée par :

$$n_f = \frac{(\nabla\gamma)_f}{|(\nabla\gamma)_f| + \delta} \quad (3.47)$$

La constante  $\delta$  représente un terme de stabilisation numérique pour le cas où  $|\nabla\gamma|$  tends vers zéro en dehors de la zone de transition. Pour la version actuelle du code, sa valeur est donnée par :

$$\delta = \frac{10^{-8}}{\frac{1}{N_{Cell}} \cdot \sum_{Cell=1}^{N_{Cell}} \sqrt[3]{V_{Cell}}} \quad (3.48)$$

Si on pose le flux de la normale unitaire à l'interface comme étant:

$$\phi_f = \vec{n}_f \cdot \vec{S}_f \quad (3.49)$$

La courbure de l'interface sera calculée par :

$$\kappa = -\nabla\phi_f = -\nabla \cdot (\vec{n}_f \cdot \vec{S}_f) \quad (3.50)$$

Dans la version actuelle du code, le schéma de compression de l'interface n'utilise pas les fonctions NVD/TVD, mais il est basé sur un schéma générique limité [80]. Ce schéma de compression quadratique est défini comme :

$$\min \left( \max \left( 1 - \max \left( \sqrt{(1 - 4 \cdot \phi_P \cdot (1 - \phi_P))}, \sqrt{(1 - 4 \cdot \phi_N \cdot (1 - \phi_N))} \right), 0 \right), 1 \right) \quad (3.51)$$

Le flux  $\phi$  est toujours calculé par le produit scalaire de la vitesse à la face et du vecteur normal à cette face

$$\phi = \vec{U}_f \cdot \vec{S}_f \quad (3.52)$$

On posant

$$\phi_c = \left| \frac{\phi}{|S_f|} \right| \quad (3.53)$$

Cette valeur sera minimisée par

$$\phi_c = \min(C_\gamma \cdot \phi_c, \max(\phi_c)) \quad (3.54)$$

avec  $C_\gamma$  est le coefficient de limitation de la vitesse de compression artificielle  $U_r$

et

$$\phi_r = \phi_c \cdot \left( \frac{(\nabla \gamma)_f}{|(\nabla \gamma)_f| + \delta} \right) \cdot |S_f| = \bar{U}_r \cdot \bar{S}_f \quad (3.55)$$

La discrétisation de l'équation (3.55) est réalisée en utilisant une compression quadratique de l'équation (3.51).

La contrainte du petit nombre de courant CFL causée par les schémas de compression conduit à des calculs coûteux. Pour palier à ce problème on calcule l'équation VOF par l'utilisation des sub-cycles. Pour un CFL donné, les équations de l'écoulement sont résolues en premier lieu et ensuite l'équation VOF est mise à jour pour un nombre de cycles prédéfini dans le code. Cela permettra l'utilisation des valeurs élevées du nombre CFL pour toute la simulation sans perdre la précision du schéma VOF utilisé.

### 3-2-2-3- Discrétisation des équations du mouvement :

La correction de la vitesse et l'équation de pression sont dérivées via une semi discrétisation de l'équation de mouvement (3.43) :

$$A_D[U] = A_H - \nabla[p_d] - gh\nabla\rho + \sigma\kappa\nabla\gamma \quad (3.56)$$

où les indices  $D$  et  $H$  sont des opérateurs de discrétisation décomposés à partir de l'équation de Navier Stokes sans les termes dus à la pesanteur et à la tension de surface. Ils sont créés dans le code *openFoam* par exécution des commandes `UEqn.A()` et `UEqn.H()` (voir le code source).

La forme discrétisée  $A$  est équivalente et d'une manière simplifiée à

$$A := \frac{\partial \rho [U]}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \phi [U]_f) = \nabla \cdot (\mu_f \nabla [U]) + (\nabla U) \cdot \nabla \mu_f \quad (3.57)$$

L'équation de correction de la vitesse est obtenue par décomposition de l'équation semi – discrétisée (3.58) en une partie diagonale et une partie "  $H$  " :

$$[U] = \frac{H}{A} - \frac{1}{A} \nabla [p_d] - \frac{gh \nabla \rho}{A} + \frac{\sigma \kappa \nabla \gamma}{A} \quad (3.58)$$

L'équation (3.58) ne peut être résolue à ce stade car le champ de pression n'est pas mis à jour. La prédiction et la correction du flux sont dérivées par interpolation en utilisant un schéma aux différences centrées :

$$\phi = \phi^* - \left( \frac{1}{A_D} \right)_f |S_f| (\nabla p_d)_f \quad (3.59)$$

Avec le flux de prédiction qui est donné par :

$$\phi^* = \left( \frac{A_H}{A_D} \right)_f \cdot S_f - \left( \frac{1}{A_D} \right)_f \cdot (g \cdot h)_f |S_f| (\nabla \rho)_f + \left( \frac{1}{A_D} \right)_f (\sigma \kappa)_f |S_f| (\nabla \gamma)_f \quad (3.60)$$

En reformulant l'équation de continuité (3.37) pour la face d'une cellule et en introduisant l'équation de convection du flux (3.59), la forme finale devient :

$$\nabla \cdot \left( \left( \frac{1}{A_D} \right)_f \nabla p_d \right) = \nabla \phi^* \quad (3.61)$$

La solution de l'équation (3.61) apporte des corrections pour les flux et les vitesses afin de satisfaire l'équation de continuité.

Le système pression-vitesse contient deux termes de couplage ; le terme de convection non linéaire qui contient le couplage vitesse-vitesse et le couplage linéaire pression-vitesse. Pour un petit nombre de courant  $CFL$  (un petit pas de temps), le couplage pression-vitesse est beaucoup plus fort que le couplage non linéaire.

Il est possible de répéter un certain nombre de correcteurs de pression sans actualiser la discrétisation de l'équation de quantité de mouvement (en utilisant les nouveaux flux). Dans ce type de setup, le premier correcteur de pression créera un champ de vitesse conservative, pendant que le deuxième ainsi que le suivant établiront la distribution de pression. En présence de plusieurs correcteurs de pression avec une équation de quantité de mouvement, il n'est pas nécessaire d'avoir une sous relaxation de la pression.

L'algorithme de résolution du système formé par les équations (3.37), (3.38) et (3.46) devient :

1. résolution de l'équation d'advection de la fraction volumique (3.46) (Référence `gammaEqnSubCycle.H` dans le code).
2. construction de la matrice  $A$  via l'équation (3.57) (Référence `UEqn.H` dans le code).
3. boucle de correction *PISO* (Référence `pEqn.H` dans le code).
4. prédiction du flux via l'équation (3.59).
5. construction et résolution de l'équation de pression (3.61).
6. correction des flux par l'équation (3.59).
7. reconstruction des vitesses.

### 3-2-2-4- Description du programme *interFOAM*

Dans cette partie, on décrit les principales étapes du solveur, à savoir, le fichier principal *interFoam.C* et les fichiers de vitesse et de pression *UEqn.H* et *pEqn.H* (voir annexe A-1).

Les deux parties précédentes consacrées à la discrétisation des équations du mouvement aident aussi à la compréhension du code.

L'application *interFoam* simule le mouvement de deux fluides incompressibles isothermes en utilisant la méthode de capture d'interface VOF. La quantité de mouvement et les propriétés du fluide sont celles du mélange. Une seule équation de quantité de mouvement est résolue.



Dans le code source, les fichiers *header* (.H) contiennent les programmes des différentes tâches exécutées dans les applications numériques. Dans «*setRootCase.H*», on assigne le chemin de l'application avec le dictionnaire *system*. Par ailleurs, le fichier «*createMesh.H*» contrôle le temps de début ou de la reprise de la simulation.

Au début de la première itération temporelle, le solveur calcule en premier lieu la correction de la boucle *PISO* autour de la phase  $\gamma$ , ensuite le nombre du courant *CFL*. A la base de la valeur du *CFL*, le nouveau pas du temps est ajusté.

Dans «*gammaEqnSubCycle.H*», le solveur cherche le nombre de corrections de la boucle de l'équation d'advection de la fraction volumique et le nombre des sous cycles. Ensuite, les propriétés diphasiques sont calculées dans «*gammaEqn.H*» incluse dans «*gammaEqnSubCycle.H*» pour le nombre des sous cycles fixé. Finalement, la densité du mélange est calculée en utilisant le champ moyenné de la fraction volumique.

La lecture des paramètres relatifs à la résolution de l'équation de transport de la fraction volumique (*nGammaCorr*, *nGammaSubCycles*), la création des champs (*pd*,  $\gamma$ , *U*,  $\rho$ , *flux massique*) et la création et l'initialisation du flux sur la face et la lecture des propriétés thermodynamiques sont exécutées durant l'appel du fichier «*createFields.H*». L'entrée *nGammaCorr* spécifie le nombre de corrections dans la boucle de l'équation d'advection de l'interface. *nGammaSubCycles* représente le nombre de sous-cycles dans l'équation de la fraction volumique. Les sous-cycles sont des solutions supplémentaires de l'équation dans un pas de temps donné. Cette procédure est utilisée pour avoir une solution stable sans réduire le pas de temps. Le mot clé *cGamma* est un coefficient qui contrôle la compression de l'interface, il sert à limiter la vitesse de compression artificielle  $U_{r,}$ .

Le solveur *interFoam* utilise la méthode *MULES* (*Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution*) pour maintenir les bornes de la fraction volumiques indépendantes des schémas numériques et de la structure du maillage. Donc, le choix des schémas de convection n'est pas limité uniquement pour ceux qui sont stables et bornées.

Dans *MULES*,  $\gamma$  représente la valeur actuelle de  $\gamma$  à résoudre,  $\phi$  est le flux convectif normal et  $\phi_{\text{Gamma}} = (\gamma(\gamma - 1)U_r)$  est la valeur explicite actuelle du flux gamma qui à lui aussi est utilisé pour retourner un flux limité utilisé dans la solution bornée.

Au sein de « *UEqn.H* », l'équation de quantité de mouvement discrétisée est résolue pour donner un champ de vitesse intermédiaire. La première résolution, représente les termes à gauche de l'équation du mouvement. Durant la deuxième partie de résolution, l'algorithme résout la partie gauche de l'équation de vitesse en incluant les termes de forces de la pesanteur et de la tension de surface.

A partir de « *pEqn.H* », les flux massiques des faces des cellules sont calculés et l'équation de la pression est résolue. Ensuite, les flux sont corrigés par le nombre des boucles *PISO* internes prédéfinis. Au lieu de résoudre les équations de transport pour le champ de vitesse, ce dernier est reconstruit à partir du champ du flux qui donne les mêmes informations.

Dans le cas de l'opérateur laplacien, seules les contributions orthogonales sont prises en compte pour la formation des coefficients de la matrice A. Cela conserve la discrétisation et conduit à une matrice simple et creuse. Les corrections non-orthogonales entrent plutôt dans le terme source b. Donc après la résolution de l'équation une première fois, on doit recalculer de nouveau la contribution explicite non-orthogonale dans le terme source b, avec les dernières valeurs de la solution, et recommencer la résolution à nouveau, ... etc. La correction est petite et un petit nombre d'itérations est exigé pour assurer la convergence et la stabilité. Dans le sous-dictionnaire, *PISO*, le nombre de correcteurs est spécifié par le mot clé *nCorrectors*. Pour prendre en compte le non orthogonalité dans le maillage, le nombre de correcteurs non-orthogonaux est spécifié par le mot clé *nNonOrthogonalCorrectors*.

En plus de la méthode *reconstruct* qui convertit le gradient de pression staggered dans la version cellule centrée pour le correcteur de la quantité de mouvement, il y a introduction de la méthode *ddtPhiCorr* qui remplace le taux de changement de la version cellule centrée avec la version du flux sur la face dans la prédiction du flux, ce qui rend la solution non seulement staggered pour le gradient de pression mais aussi pour le taux de changement.

Après l'étape de correction et sur la base du nouveau champ de vitesse, on procède au calcul de l'erreur de continuité pour le nombre prescrit de la boucle extérieure de correction.

En résumé, l'algorithme de résolution par le solveur *interFoam* est comme suit :

Pour un pas du temps

- 1) résolution de l'équation d'advection de la fraction volumique ;
- 2) Définition de l'équation pour la vitesse  $U$  : **FvVectorMatrix UEqn** ;
- 3) Résolution du prédicteur de quantité de mouvement : **Solve UEqn** ;
- 4) Calcul des flux massiques aux faces des mailles PHI. On calcule les  $a_p$  et **U=rUA + UEqn.H()** ;
- 5) Résolution de l'équation de pression : **fv PEqn** ;
- 6) Correction des flux massiques aux faces : **Phi=pEqn.flux()** ;
- 7) Calcul de l'erreur de continuité ;
- 8) Calcul des vitesses à la base du nouveau champ de pression : **U=rUA.fvc::grad(p)** ;
- 9) Mise à jour des conditions aux limites et un nouveau pas du temps.

### 3-2-3- Description du modèle de magnétohydrodynamique du code *OpenFOAM*

Les équations du mouvement d'un écoulement diphasique incompressible en présence d'un champ magnétique sont donnée par :

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho g + \int_{S(t)} \sigma \kappa n' \delta(x - x') dS + J \times B \quad (3.62)$$

Dans cette section, on présente le nouveau modèle établi par couplage entre le code *interFoam* et le modèle numérique (*mhdFoam*) présent dans le code *OpenFOAM*. Le code *mhdFoam* simule le mouvement d'un fluide conducteur influencé par un champ magnétique.

Les équations du modèle sont donnée par [66, 78]:

- les équations du mouvement :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (U \otimes U) - \nabla \cdot \nu \nabla U = -\frac{1}{\rho} \left( p + \frac{B^2}{2\mu_{el}} \right) + \frac{1}{\rho \mu_{el}} \nabla \cdot (B \otimes B) \quad (3.63)$$

- les équations de Maxwell :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.64)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3.65)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} = J \quad (3.66)$$

Si on néglige la variation du vecteur de déplacement électrique ( $\frac{\partial D}{\partial t} \ll J$ ).

- l'équation de continuité de la charge :

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (3.67)$$

- la loi constitutive:

$$B = \mu_{el} H \quad (3.68)$$

- la loi d'Ohm est :

$$J = \sigma_{el} (E + U \times B) \quad (3.69)$$

avec :

$\mu_{el}$ : la perméabilité électrique.

J : le vecteur du champ courant

B : le vecteur du champ magnétique

En combinant ce système d'équations [66, 78], on obtient une nouvelle équation de transport du champ magnétique :

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \cdot (U \otimes B - B \otimes U) - \nabla \cdot \frac{1}{\sigma_{el} \mu_{el}} \nabla B = 0 \quad (3.70)$$

$\sigma_{el}$  est la conductivité électrique donnée par

$$\sigma_{el} = \gamma \cdot \sigma_{elf} + (1 - \gamma) \sigma_{elg} = 0 \quad (3.71)$$

Le couplage des modèles *interFoam* et *mhdFoam*, nous permet d'écrire l'équation (3.62) sous la forme finale :

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla \left( p_d + \frac{B^2}{\mu_{el}} \right) + \frac{1}{\mu_{el}} \nabla \cdot (B \times B) + \nabla \cdot (\mu \nabla U) + (\nabla U) \cdot \nabla \mu - gh \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \gamma \tag{3.72}$$

Les équations (3.37), (3.70) et (3.72) forment le nouveau système d'équations de simulation des écoulements diphasique soumis à un champ magnétique. La figure suivante résume l'approche suivie pour le développement du modèle couplé.

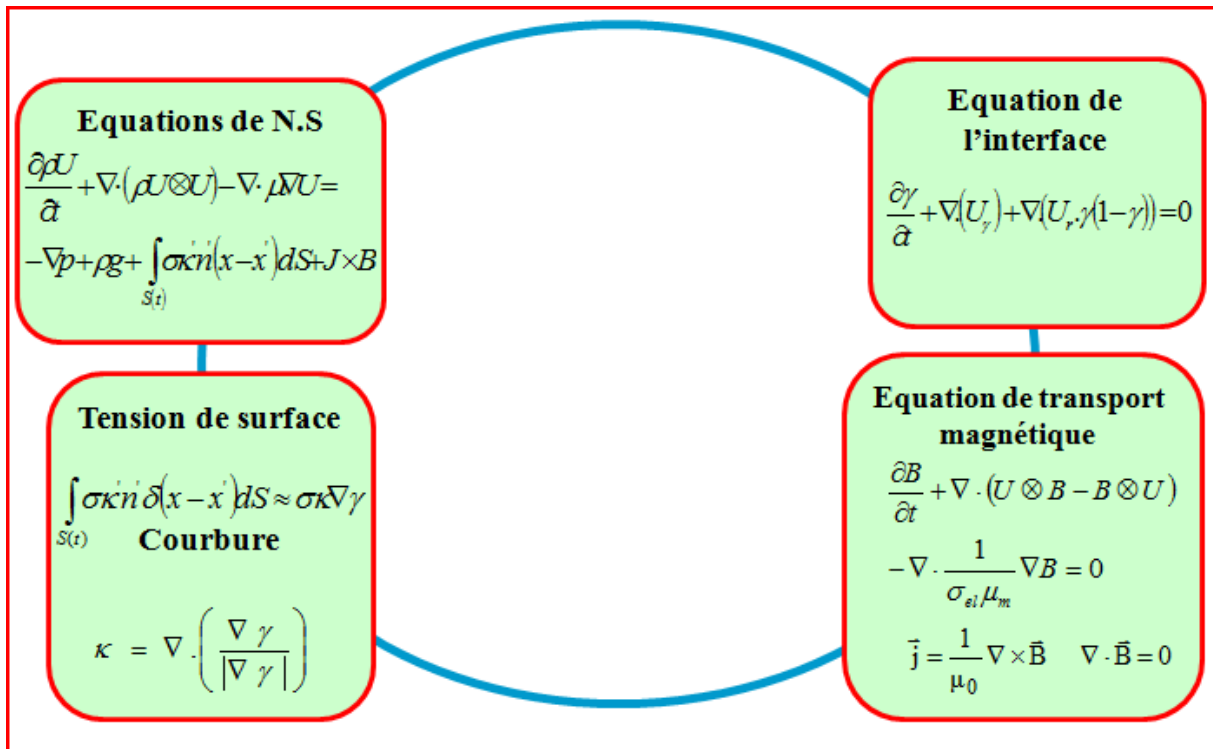


FIG. 17- Modèle mathématique du solveur couplé *MhdinterFOAM*.

### 3-3- Conditions aux frontières du domaine de calcul

Nous allons exposer au cours de ce paragraphe l'ensemble des conditions aux frontières du domaine qui ont été utilisées pour réaliser l'ensemble des simulations présentées par la suite. De telles conditions sont nécessaires pour fermer notre système d'équations.

#### 1) Condition de glissement

Une condition de glissement est généralement utilisée dans le cas où l'épaisseur de la couche limite qui se forme sur la frontière est de l'ordre ou négligeable devant la taille de la maille. Par l'utilisation de cette condition, on laisse numériquement le fluide glisser sur la frontière.

#### 2) Condition de non glissement

Lorsque la couche limite se forme sur la paroi n'est plus négligeable, il est nécessaire de définir des conditions aux parois telles que la composante tangentielle à la paroi de la vitesse  $u$  à l'interface soit nulle.

#### 3) Condition périodique

Une condition périodique est telle que l'écoulement que l'on désire simuler possède une symétrie infinie par translation dans une des directions du maillage ou bien même les deux.

#### 4) Condition d'entrée

Une condition entrante revient à imposer un profil de vitesse sur la frontière du domaine. Une telle condition ne pose pas de problème pour notre cas puisque on considère des profils de vitesse laminaires.

#### 5) Condition de sortie

Pour la sortie on adopte généralement la condition de *outflow*, on suppose qu'on n'a pas d'information ni sur la pression ni sur la vitesse. Les données à la sortie sont extrapolées à partir des données internes. Quelques fois, on impose à la sortie une valeur fixe de la pression.

Si on prend le cas bidimensionnel comme exemple, on utilise dans le code *OpenFOAM* pour le cas d'un domaine rectangulaire les conditions aux limites comme suit :

	<b>La vitesse U</b>	<b>La pression P</b>	<b>La fraction volumique <math>\gamma</math></b>
<b>Axe de symétrie</b>	$u_1 = 0, \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0$	$\frac{\partial p}{\partial x_1} = 0$	$\frac{\partial \gamma}{\partial x_1} = 0$
<b>Partie inférieure</b>	condition de valeur fixe $u_2 = 0, \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = 0$	condition de gradient nul $\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0$	$\frac{\partial \gamma}{\partial x_2} = 0$
<b>Mur</b>	condition de gradient nul $u_2 = 0, \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0$	condition de gradient nul $\frac{\partial p}{\partial x_1} = 0$	$\frac{\partial \gamma}{\partial x_1} = 0$
<b>Partie supérieure</b>	condition de gradient nul $u_1 = 0, \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0$	condition de valeur fixe $p = 0$	$\frac{\partial \gamma}{\partial x_2} = 0$

# Chapitre 4

## Simulation Numérique : Applications et résultats

Dans ce chapitre, on présente d'abord les premiers résultats de simulation avec le code SURFER pour le cas d'une bulle en ascension. Par la suite, on abordera la simulation de la coalescence des bulles réalisée sur la machine parallèle. On présentera ensuite une série de simulations dans une approche comparative entre la méthode VOF du code *OpenFOAM* et des autres méthodes. Cette comparaison nous permet de caler les variantes du code. Dans cette partie, nous analysons en détail le comportement des bulles dans différents régimes d'écoulement. Finalement une tentative de couplage du modèle VOF avec le modèle MHD du même code est présentée pour le cas de l'ascension d'une bulle.

### **4-1- Simulation du mouvement d'une bulle par le code *SURFER***

On considère une bulle remplie de gaz à faible densité entourée par du liquide à forte densité. Dans notre simulation, on suppose :

- une symétrie au niveau de l'axe du domaine ;
- pas de changement de phase ;
- les fluides sont newtoniens et non miscibles.

Le domaine de calcul est discrétisé avec un maillage de 32 X 128 cellules. Pour les conditions aux limites, on impose un gradient nul à l'entrée et à la sortie et une périodicité sur les parois rigides de la conduite.



Pour avoir les formes : sphérique, ellipsoïdale et à tête sphérique, on a réalisé plusieurs simulations. Le but étant de voir l'aptitude du code à prédire la forme et la vitesse de la bulle pour les conditions extrêmes, à savoir, les limites de transition entre les différents régimes d'écoulements selon la figure 9. Les paramètres de simulation sont regroupés dans le tableau (3) suivant :

	Vitesse terminale calculée (cm/s)	Nombre de Reynolds	Nombre de Eötvös	Nombre de Morton
1 <sup>er</sup> cas	25	2442	599.3	10e-11
2 <sup>ème</sup> cas	18.75	935.8	3.40	-
3 <sup>ème</sup> cas	15.625	42.6	60	1.6e-8
4 <sup>ème</sup> cas	28.125	35.7	8.5	10e-9

La forme de la bulle pour les différents cas est portée sur les figures (18), (19), (20) et (21) respectivement [88].

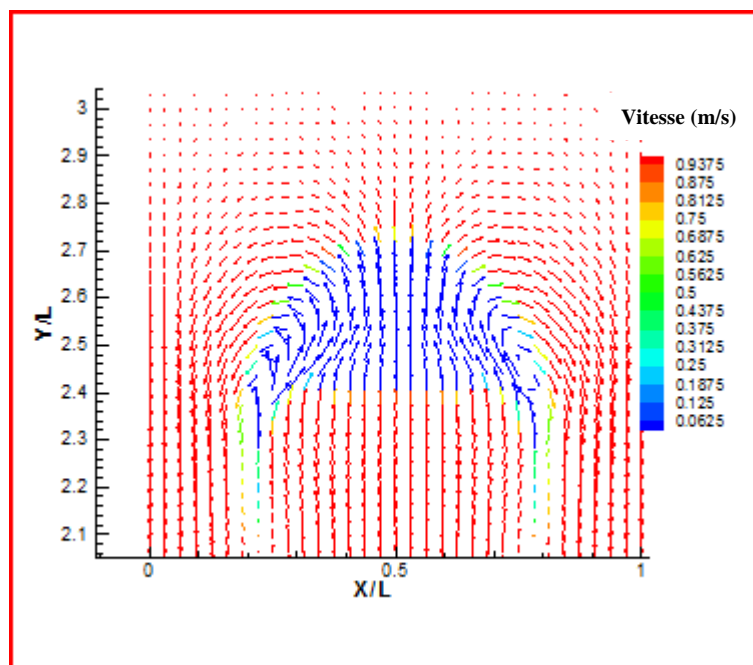


FIG. 18- représentation du champ de vitesse pour le premier cas.

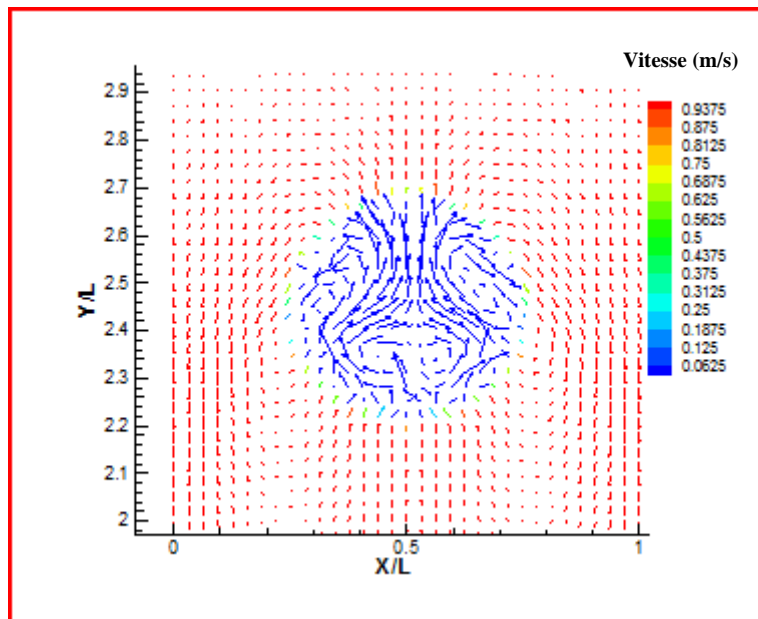


FIG. 19- représentation du champ de vitesse pour le deuxième cas.

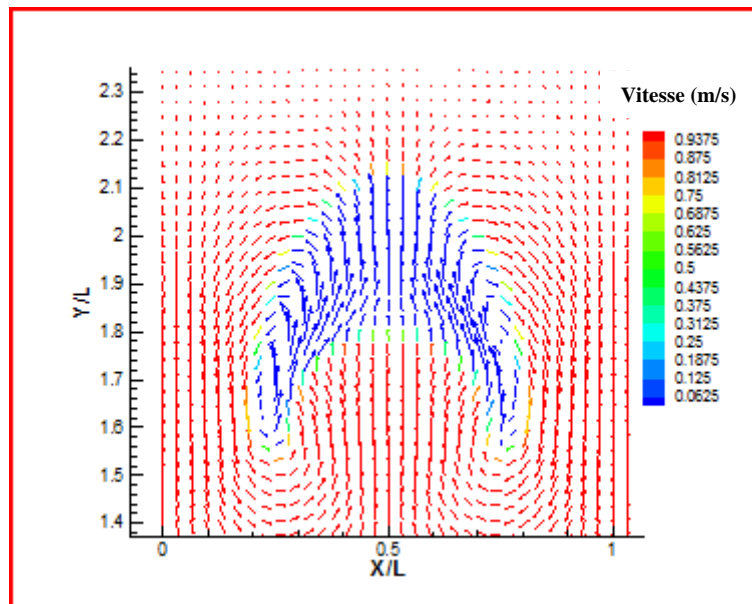


FIG. 20- représentation du champ de vitesse pour le troisième cas.

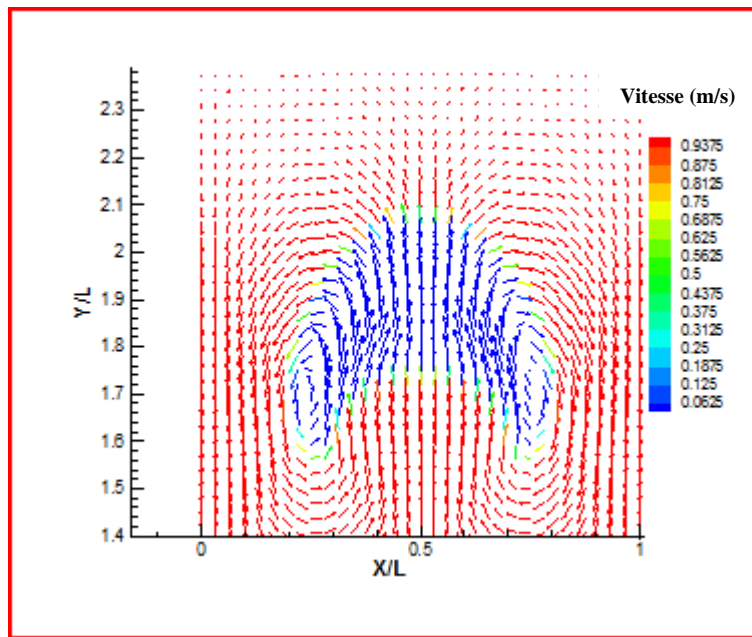


FIG. 21- représentation du champ de vitesse pour le quatrième cas.

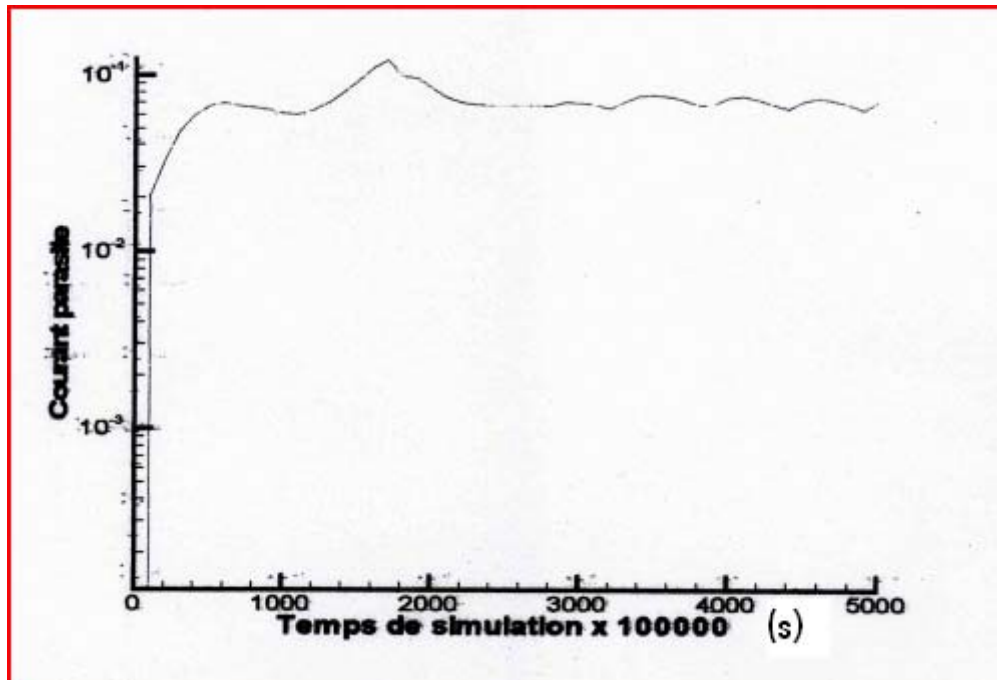


FIG. 22- Evolution des courants parasites au cours du temps, 1<sup>er</sup> Cas.

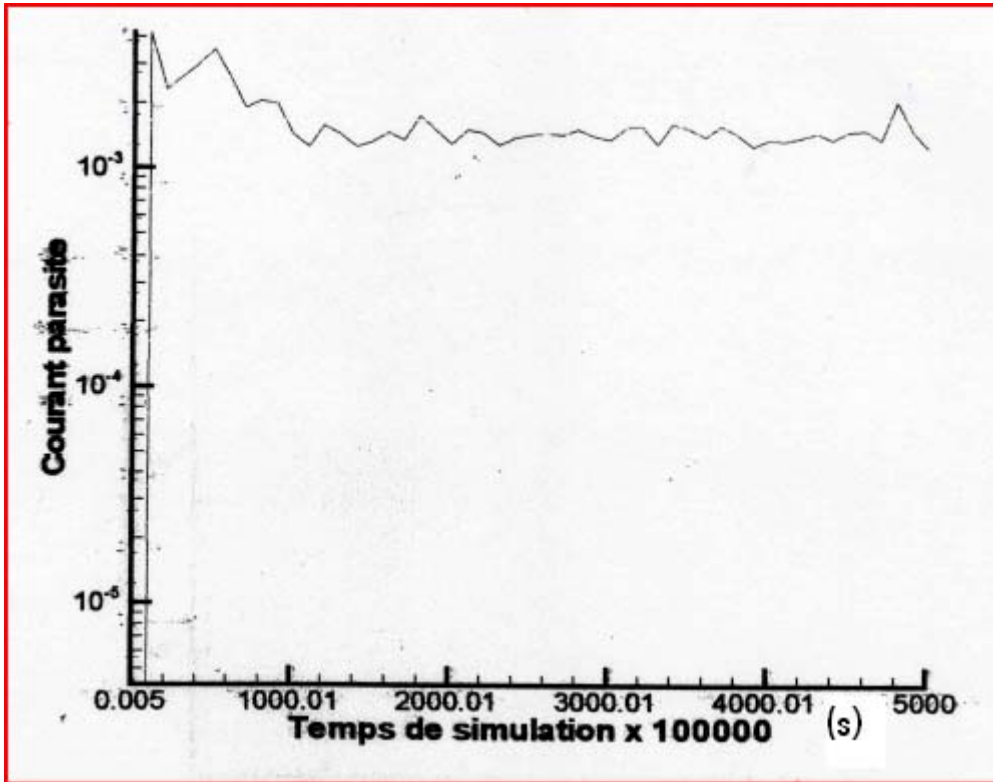


FIG. 23- Evolution des courants parasites au cours du temps, 2ème Cas.

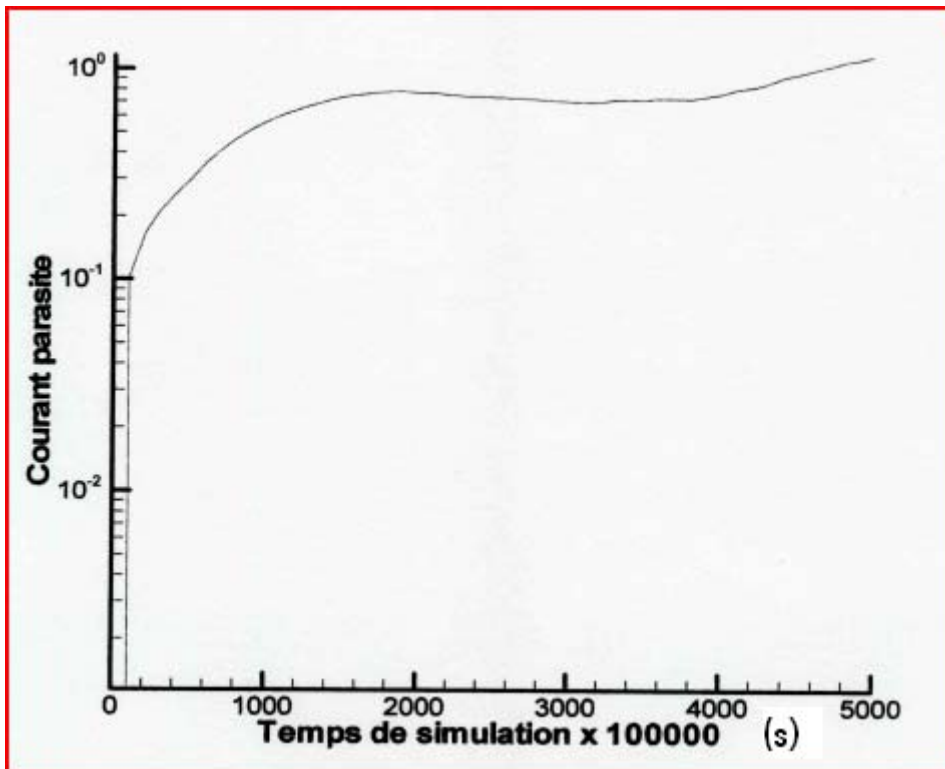
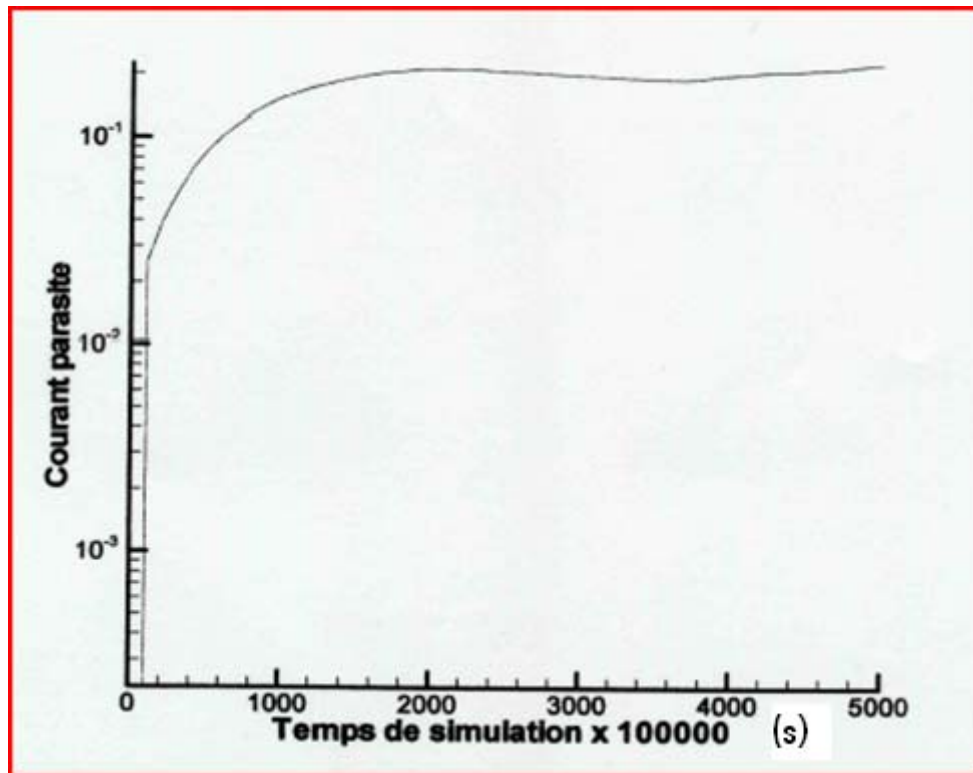


FIG. 24- Evolution des courants parasites au cours du temps, 3ème Cas.



**FIG. 25-** Evolution des courants parasites au cours du temps, 4ème Cas.

Dans la figure (18), on observe une forme de tête sphérique. Selon la figure (9), on peut confirmer que la prédiction de la forme est correcte, mais la valeur du nombre de Reynolds n'est pas conforme avec celle du nombre de Morton [90]. Le calcul des courants parasites (seulement pour la phase liquide puisque la phase gazeuse n'a pas une grande influence sur la quantité de mouvement du système) a montré qu'il n'y a pas une forte instabilité numérique car la tension de surface est négligeable.

Dans la figure (19), on a une forme sphérique qui tend à être ellipsoïdale avec présence d'une faible circulation à l'intérieur de la bulle. Pour ce régime, on a remarqué une certaine instabilité. Sur la figure (9), on peut confirmer qu'on n'est pas très loin de la bulle ellipsoïdale en déformation [90]. La valeur de la vitesse 18.75 cm/s (calculée numériquement) est comparée à la corrélation expérimentale de Peebles & Garber [48, 72] et qui donne une valeur de 23 cm/s.

Dans les figures (20) et (21) respectivement, c'est l'évolution d'une tête ellipsoïdale vers les deux régimes de ceinture (*skirted and dimpled ellipsoidal-cap*) et le régime amortis.

Les deux régimes appartiennent à la même famille et le comportement des courants parasites est similaire pour les deux cas. On constate via les champs de vitesses, un épaissement de l'arrière des deux bulles qui tend à créer une forme de ceinture avec des zones de circulation suite aux forces importantes de la tension de surface [90].

#### 4-2- Développement de la machine parallèle et exécution

Lorsque l'on met en place un système de calculs, on a le choix entre plusieurs types d'architectures processeurs.

La première option est de prendre un petit nombre de processeurs mais qui ont une grande puissance de calcul. La deuxième solution est d'avoir un grand nombre de processeurs mais de faible puissance. Une dernière possibilité est de considérer un compromis entre les deux premières.

Le choix de l'une de ces trois solutions est surtout une histoire de coût. Les processeurs puissants étant chers en comparaison avec les processeurs moins puissants. Il faut savoir aussi que, plus le nombre de processeurs est élevé, plus est le volume des communications nécessaires entre ces processeurs est important, d'où une baisse d'efficacité.

Dans la pratique, on a recours à un compromis entre le *speed-up* et la *scalability*. Ces deux paramètres étant définis comme :

$$\text{speed-up} : S_n = \frac{\text{temps de simulation / itération en utilisant (01) processeur}}{\text{temps de simulation / itération en utilisant (n) processeurs}} \quad (4.1)$$

$$\text{scalability} : S_c = \frac{\text{temps de simulation / itération pour "p" DOF en utilisant (01) processeur}}{\text{temps de simulation / itération pour "N p" DOF en utilisant (N) processeurs}} \quad (4.2)$$

Le *DOF* représente le degré de liberté utilisé pour désigner le nombre total des points de la grille (ou nœuds) dans le domaine de calcul.

En utilisant deux ordinateurs personnels (Pentium III et Pentium IV) sous l'environnement Linux, on est arrivé à construire notre première machine parallèle par l'utilisation de la bibliothèque LAM/MPI. Le calcul parallèle est assuré par l'utilisation de la méthode de décomposition de domaines au sein du code *OpenFOAM*. Chaque sou domaine est supporté par un processeur.

**4-2-1- Premier test**

On considère un domaine rectangulaire en deux dimensions (5cm x 13cm) avec deux bulles initialement circulaires au repos (un champ de vitesse nulle est imposé au départ). On impose la condition du mur sans glissement sur les parois du domaine. Le rayon de la première bulle en amont (0.5cm) est supérieur à celui de la deuxième bulle en aval (0.35cm). Les deux bulles possèdent le même axe de symétrie et elles sont distantes de 0.45cm et 0.65cm pour le 1<sup>er</sup> et le 2<sup>ème</sup> cas respectivement.

Les conditions de simulation (en unité SI) sont représentées dans le tableau (4) suivant :

	$\rho_l$	$\rho_g$	$\mu_l$	$\mu_g$	$\sigma$	$Re$	$Mo$	$Eo$
<b>1<sup>er</sup> Cas</b>	1220	1.22	0.11	0.0011	0.066	12	4.1 x 10 <sup>-3</sup>	20
<b>2<sup>ème</sup> Cas</b>	1427.1	14.27	0.0447	4.47e-4	0.07	100	-	20

Les équations du mouvement sont approximées par des volumes finis sur un maillage fixe (50x150) décalé vitesse/pression. Le couplage entre ces deux variables est résolu grâce à l'algorithme *PISO*. Les termes de convection sont discrétisé par un schéma de *Gauss upwind*.

Dans l'algorithme de décomposition, le *splitting* se fait dans la direction (x) en deux fois. Le raffinement du maillage se fait dans la direction (x) par un facteur de 0.25.

Généralement, lorsqu'une bulle monte due à la force d'ascension, la pression à sa surface inférieure est plus élevée que celle de la surface supérieure. Un tourbillon se développe sur la surface de la bulle avec un sens de rotation. Pour le cas de deux bulles, le même phénomène est observé mais la déformation et la fragmentation des surfaces sont plus complexes que pour le cas d'une bulle isolée.

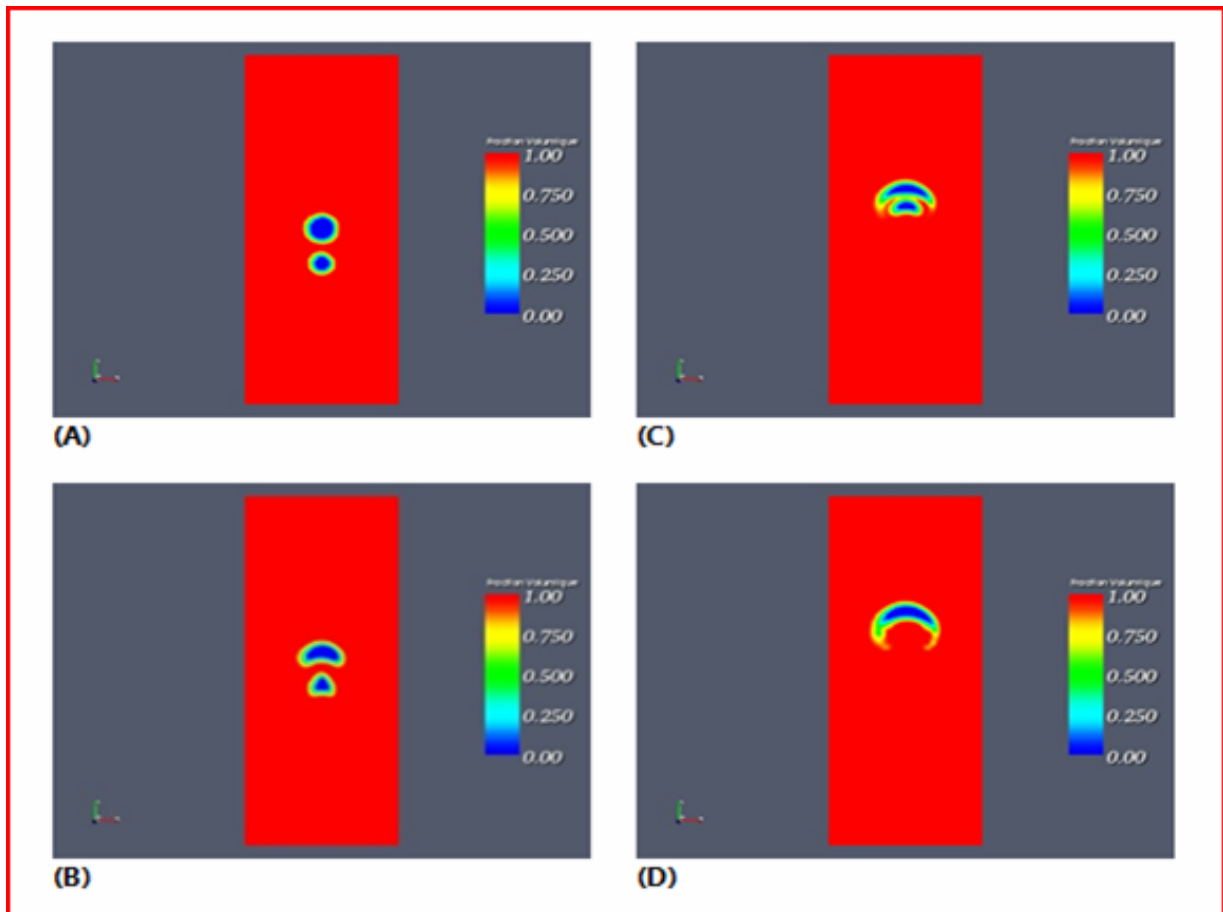
A la montée de la bulle supérieure et à son sillage, on a création de deux tourbillons de signe opposé. Ceci produira une région de basse pression derrière la bulle large et génère un courant dans la ligne de symétrie de l'écoulement. Comme conséquence, le front de la petite bulle devient étroit et pointu. Par la suite les deux bulles entrent en collision pour former une seule bulle.

Le comportement de la coalescence de bulles dans un liquide visqueux est représenté sur les figures en dessous qui portent l'évolution de la fraction volumique avant, au cours et après la coalescence (le pas du temps est de  $10^{-4}$ s). Les résultats sont qualitativement semblables à ceux trouvés dans [73].

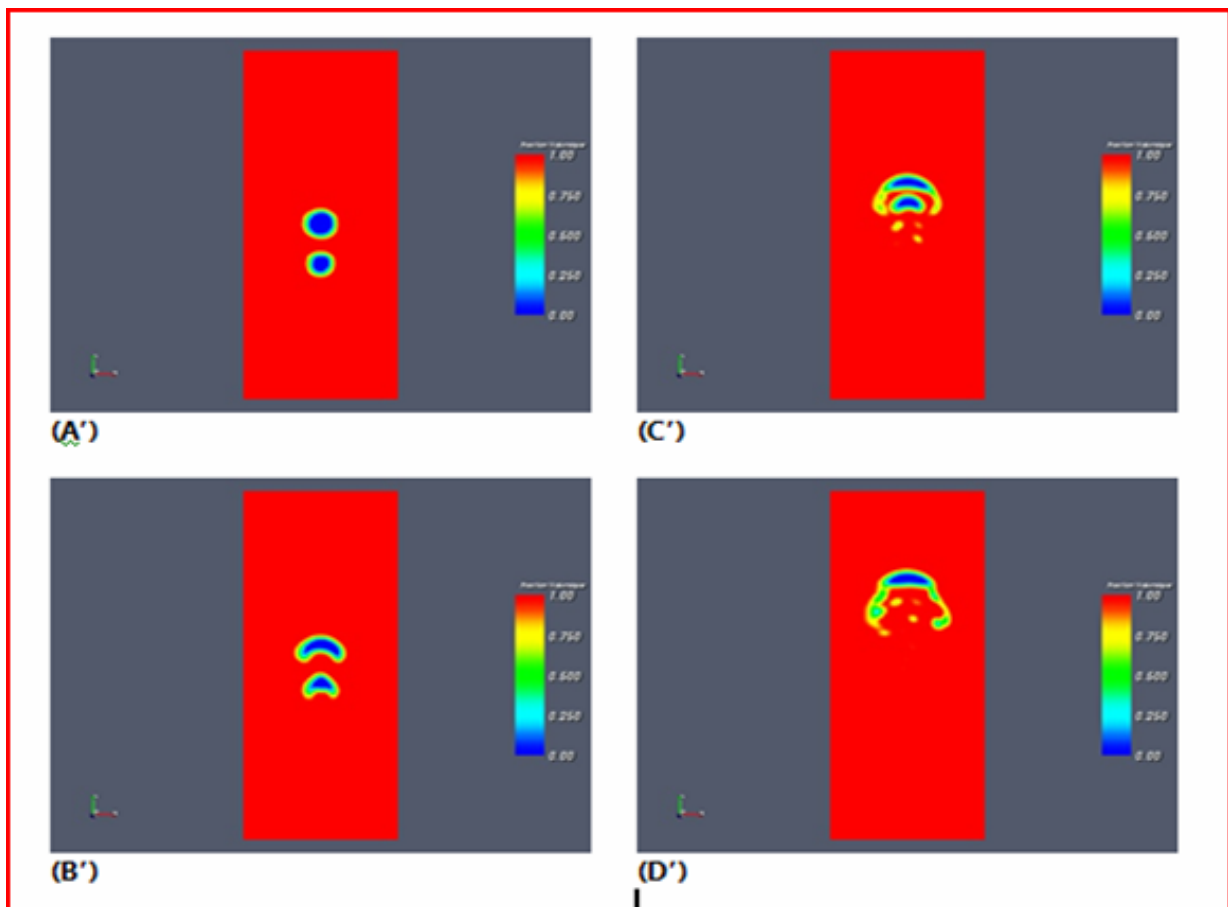
Les figures (26) et (27) montrent que les bulles deviennent ellipsoïdales suite à la différence de pression entre les surfaces inférieures et supérieures des deux bulles. Le jet liquide formé derrière la première bulle induit une déformation sévère de la deuxième bulle en arrière. Une fois les deux bulles s'approchent, on a accélération de la seconde bulle. Avec la progression dans le temps, les bulles entre en collision et en plus de la fragmentation observée individuellement pour les deux bulles avant la coalescence, on assiste de nouveau à une nouvelle fragmentation [89].



On représente sur la figure (28) le temps d'exécution du calcul parallèle pour les deux cas étudiés. Pour un temps de simulation de 0.5 seconde, le temps d'exécution est de 494.15 et 476.25 secondes pour le premier et le deuxième cas respectivement.



**FIG- 26.** Evolution de la fraction volumique dans le premier cas pour un temps de simulation de 1ms (A), 5ms (B), 10ms (C) et 15ms (D).



**FIG- 27.** Evolution de la fraction volumique dans le deuxième cas pour un temps de simulation de 1ms (A'), 5ms (B'), 10ms (C') et 20ms (D').

Le schéma de calcul choisi est relativement stable. Les deux figures (29) et (30) indiquent l'évolution du CFL moyen et maximal. On observe qu'approximativement, au-delà de 0.25 seconde de simulation, les deux courbes du CFL prennent une allure différente à cause du phénomène de fragmentation fortement observé dans le deuxième cas.

La différence dans les deux régimes de coalescence est clairement visible via l'intensité de vitesse des deux cas (figures 31 & 32).

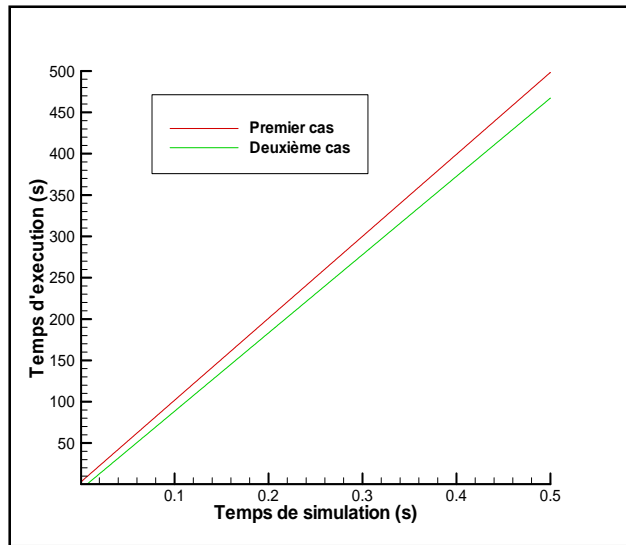


FIG. 28- Temps d'exécution du calcul en fonction du temps de simulation.

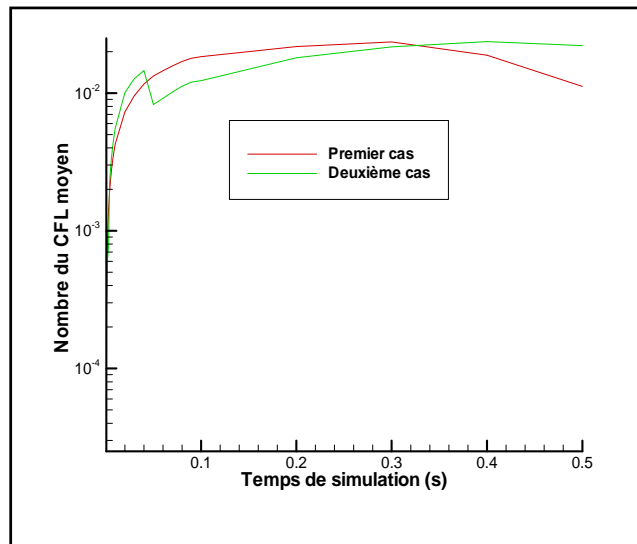


FIG. 29- Evolution du nombre de courant moyen.

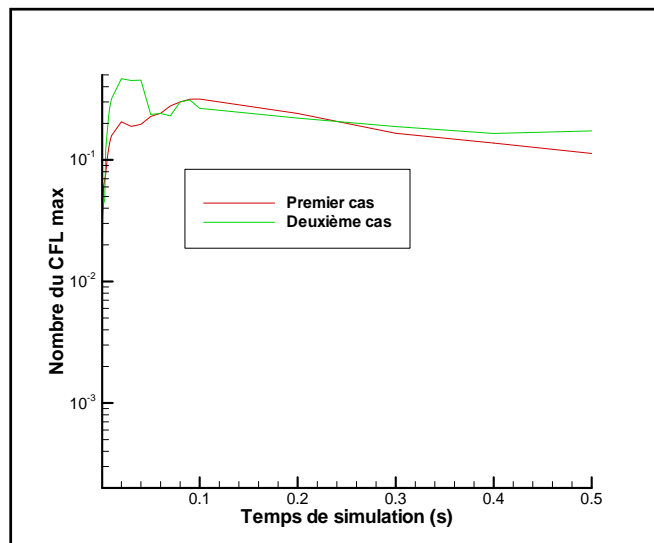
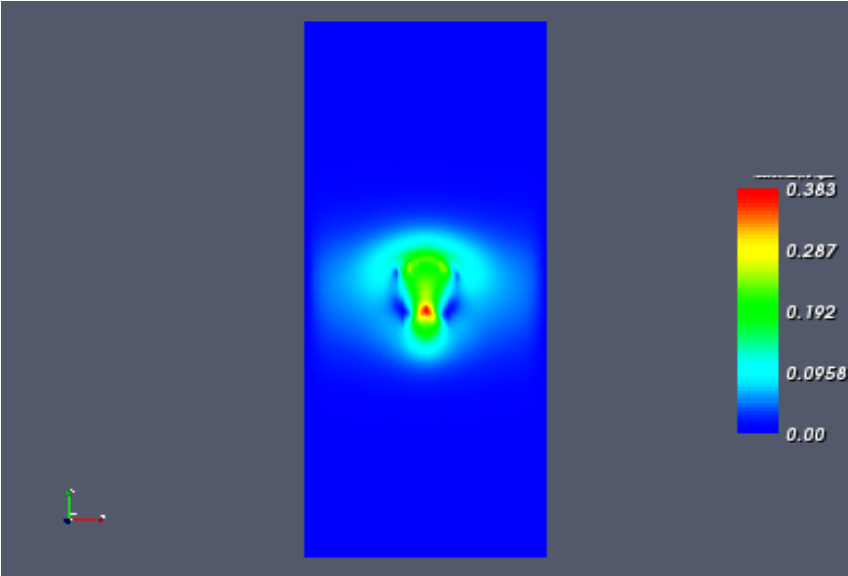
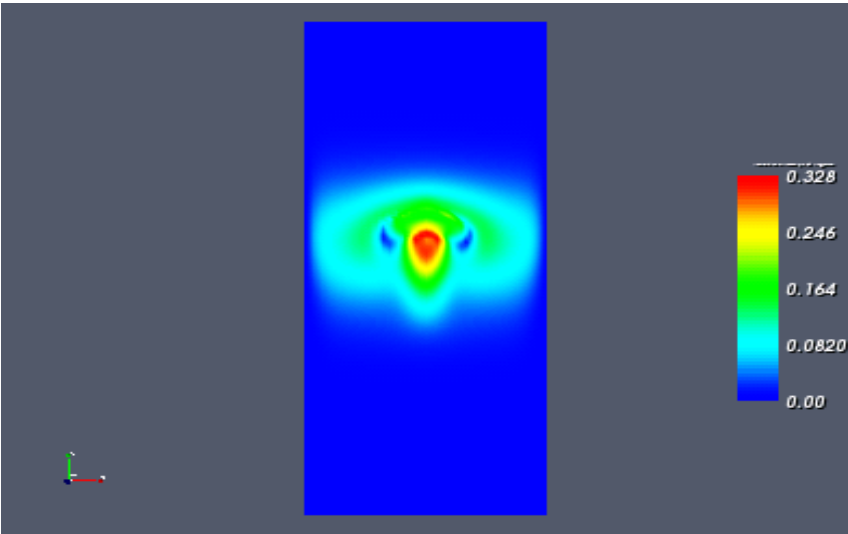


FIG. 30- Evolution du nombre de courant maximal.

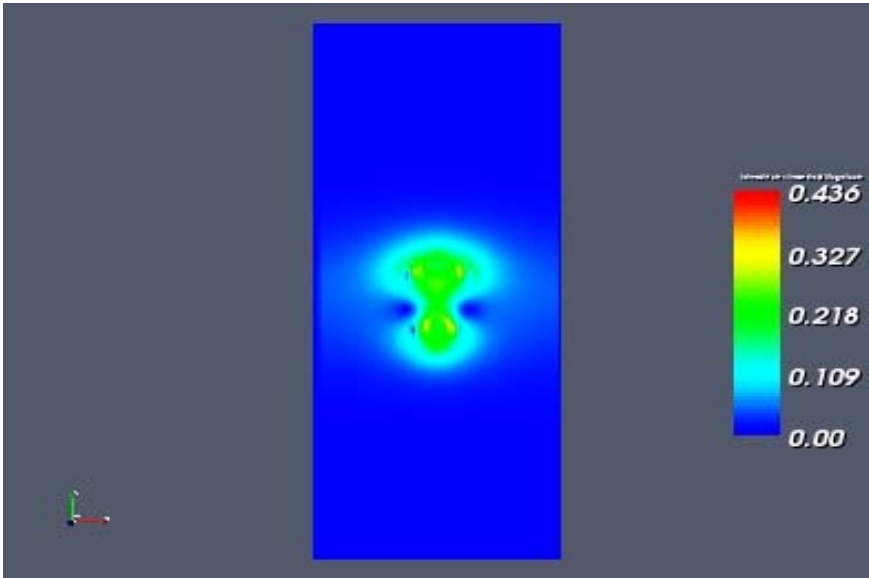


(A)

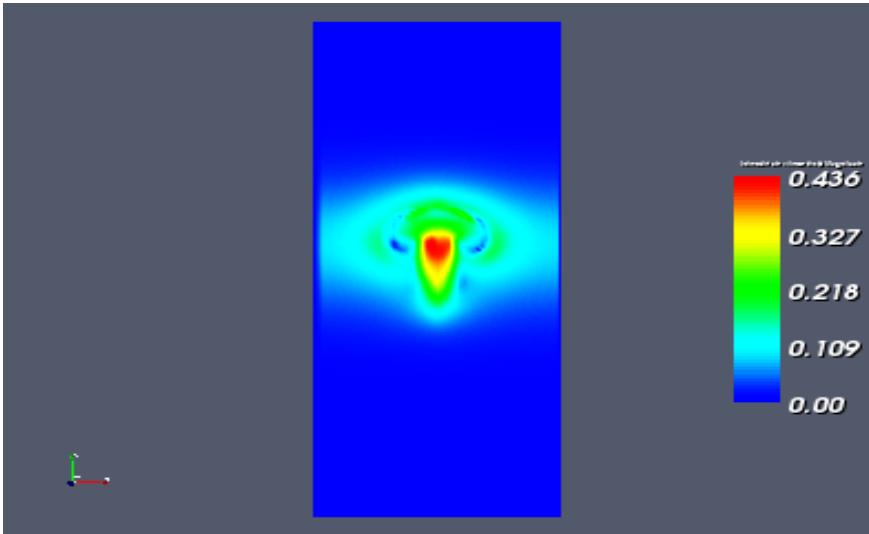


(B)

FIG. 31- Intensité de vitesse juste avant (A) et après la coalescence (B) pour le premier cas.



(A')



(B')

FIG- 32. Intensité de vitesse pour le deuxième cas à 5ms (A') et 10ms (B').

## 4-2-2- Deuxième test

Les simulations ont été conduites pour 3 cas : bulles sur le même axe et bulles en dissymétrie. Nous avons considéré un domaine rectangulaire avec deux bulles initialement circulaires. Les conditions aux limites sont posées de la manière suivante :

- pas de glissement à l'entrée ;
- glissement sur les parois ;
- condition *outflow* à la sortie.

**TABEAU-5** les données physiques et numériques utilisées dans les simulations

CAS	1	2	3
Diamètre de la bulle d	0.01m	0.01m	0.01m
Nombres adimensionnels	Re = 2 $E_0 = 1.2$	Re = 50 $E_0 = 20$	Re = 50 $E_0 = 20$
Distance à partir de l'entrée	d	d	d
La distance (h) entre les bulles	1.15d	1.15d	d et 1.15d
$\rho_1 / \rho_2$	100	100	100
$\mu_1 / \mu_2$	100	100	100
Dimension de domaine	0.04 x 0.08 m	0.04 x 0.08 m	0.04 x 0.08 m
Nombre de Cellules	100 x 200	100 x 200	100 x 200

On cherche de cette simulation, l'influence de bulles voisines sur la dynamique des formes et le comportement collectif des bulles en ascension. Le pas de temps est de  $1e-5$ . Les propriétés physiques qui ont été utilisées dans ces simulations sont énumérées dans le tableau ci-dessus.

Pour vérifier que la coalescence et la fragmentation des bulles ne sont pas produites suite aux erreurs numériques, nous étudions en premier lieu la simulation de deux bulles dans le régime sphérique. Si les deux bulles restent sphériques pour une longue durée avant leur interaction, on peut conclure que nos simulations seront conduites sans erreurs [91]. Le premier cas représente cet état dont nous observons une bonne coalescence dans ce régime (voir figures 33, 34 et 35).

Généralement, lorsqu'une bulle monte en raison des forces de flottabilité, la pression à la surface inférieure de la bulle est plus élevée que celle de la surface supérieure. Un tourbillon développé à la surface de la bulle a un sens de rotation qui incite le liquide à pousser la bulle de l'arrière. La déformation se produit lorsque la forme des bulles devient ellipsoïdale en raison de la différence de pression entre les surfaces inférieure et supérieure des bulles. Le jet liquide formé derrière la principale bulle encourage la déformation de la bulle entraînée. Dès que les bulles deviennent plus proches, la bulle entraînée accélère et touche la principale. Les forces de tension de surface diminuent et conduisent finalement à la coalescence.

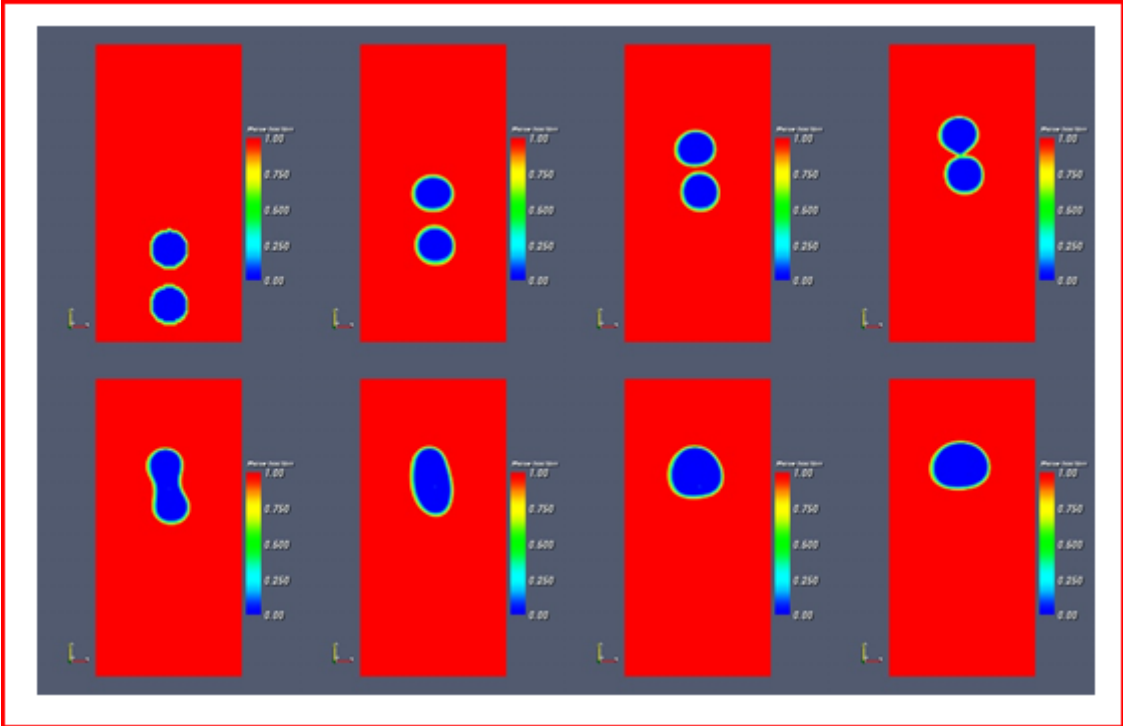


FIG- 33. Coalescence de deux bulles dans le régime sphérique, 1<sup>er</sup> cas.

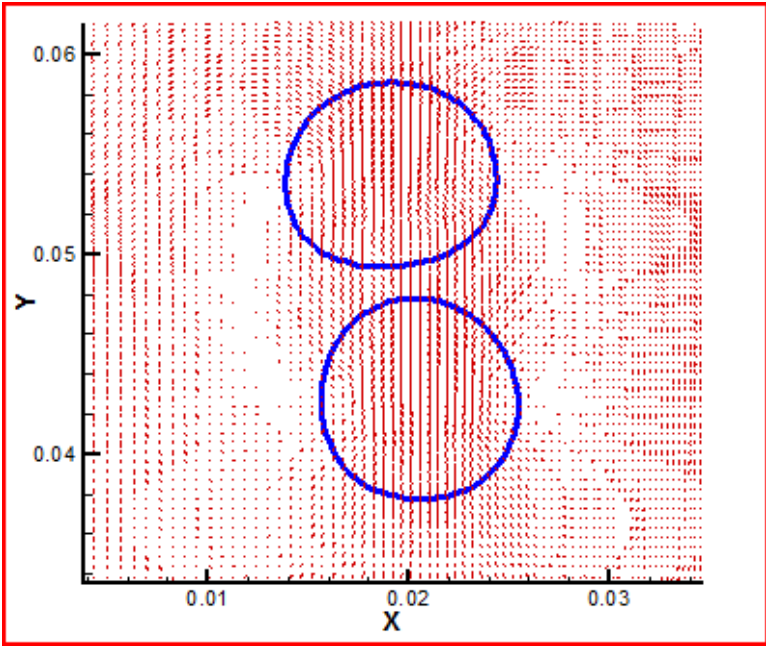
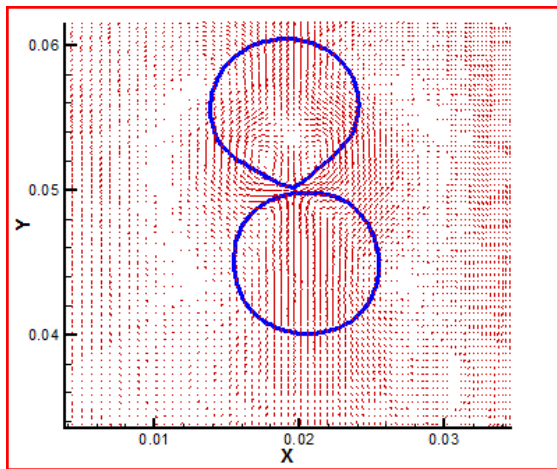
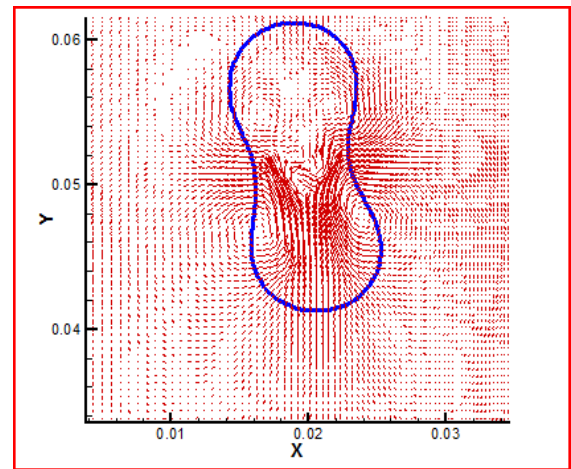


FIG- 34. Forme des bulles avant coalescence à 0.36 seconde.

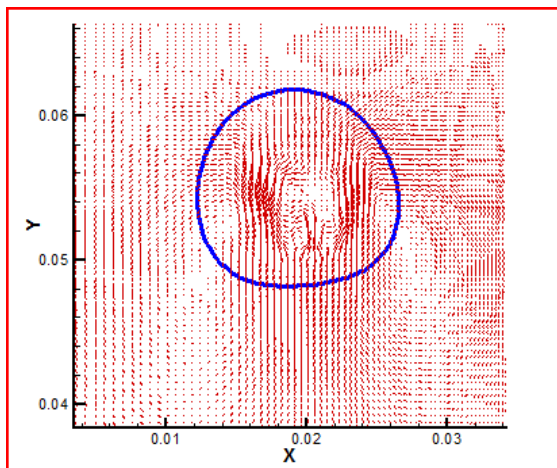




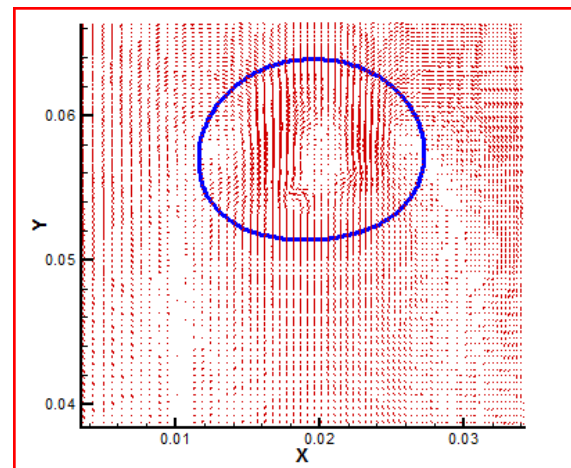
(A)



(B)



(C)



(D)

**FIG- 35.** Formes des bulles : (A) lors de la coalescence à 0.38 seconde, (B) à la coalescence à 0.39 seconde, (C) après coalescence à 0.42 seconde et (D) après coalescence à 0.45 seconde.

Dans le deuxième cas, deux bulles de même diamètre "d" sont initialement au repos et alignées sur la ligne de centre du domaine de calcul. La distance initiale entre les bulles est "h". Les figures (36) et (37) montrent l'évolution des deux bulles dans le temps. La première bulle développe sa forme normale comme si elle était seule dans le domaine. La dernière bulle se déformé sous l'influence des tourbillons derrière la première bulle. Les résultats sont en bon accord avec les travaux cités dans [58, 74, 75]. La figure montre que la première bulle développe la forme de tête sphérique avant la coalescence, ce qui est le même avec les observations d'auteurs dans [58].

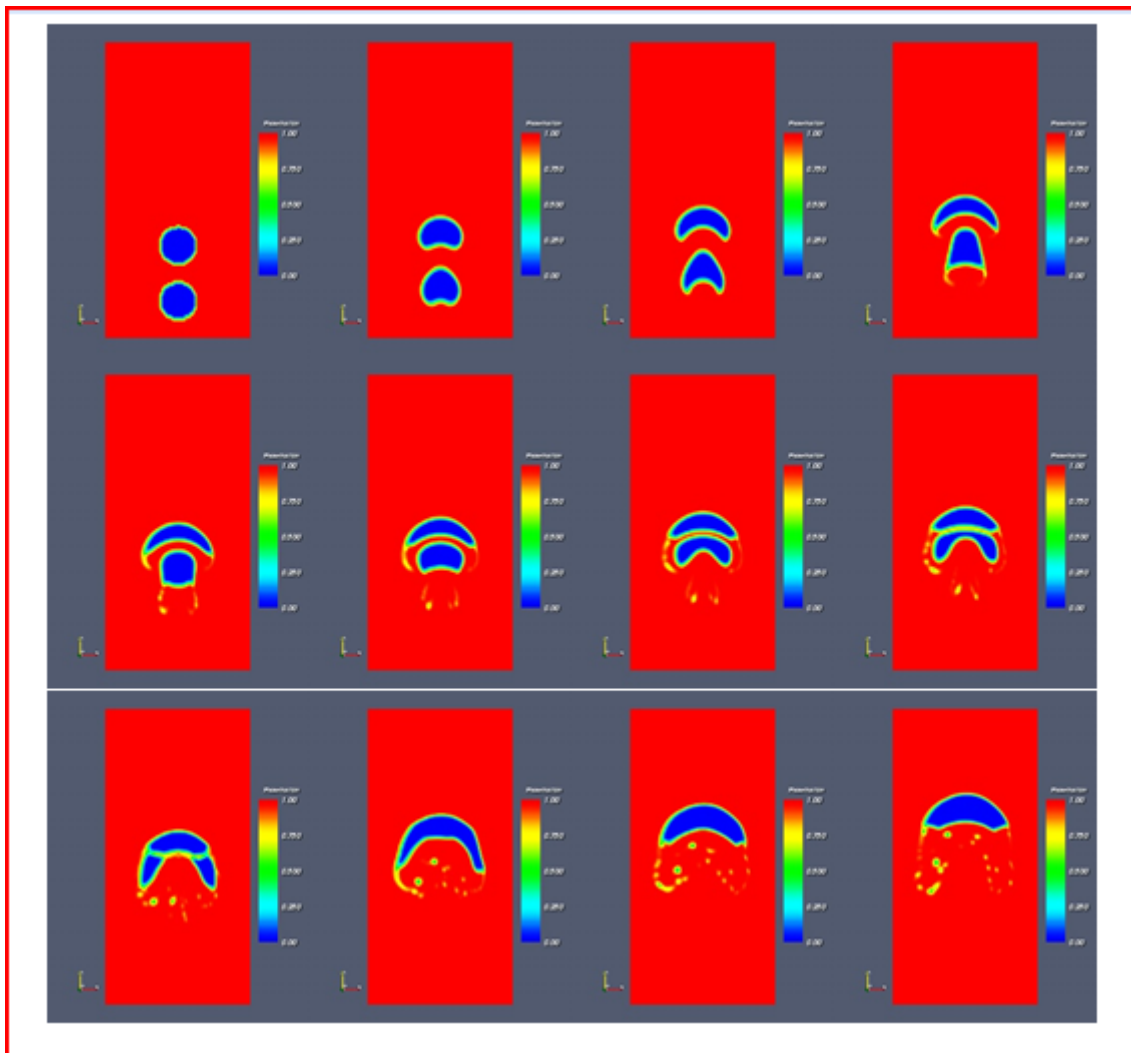
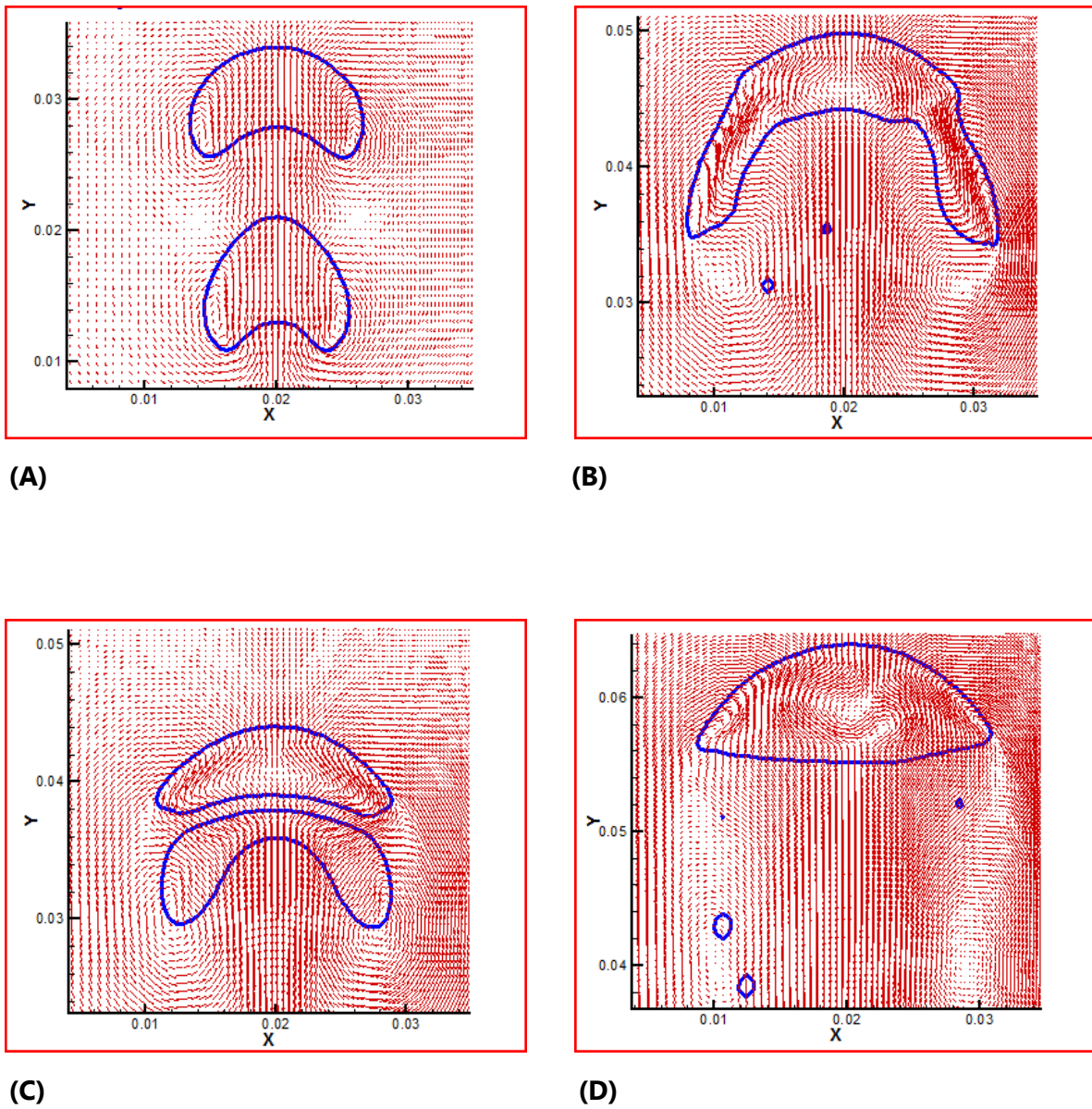


FIG- 36. Coalescence de deux bulles, 2<sup>ème</sup> cas.



**FIG- 37.** Formes des bulles : (A) avant la coalescence à 0.04 seconde, (B) juste avant la coalescence à 0.11 seconde, (C) durant la coalescence à 0.15 seconde et (D) après coalescence à 0.25 seconde.

Dans le 3<sup>ème</sup> cas, les bulles sont initialement décentrées par rapport à l'axe du domaine (figure 39). Le processus de coalescence est représenté via la figure (40). La séquence finale de la figure (38) montre clairement la nature non symétrique du problème.

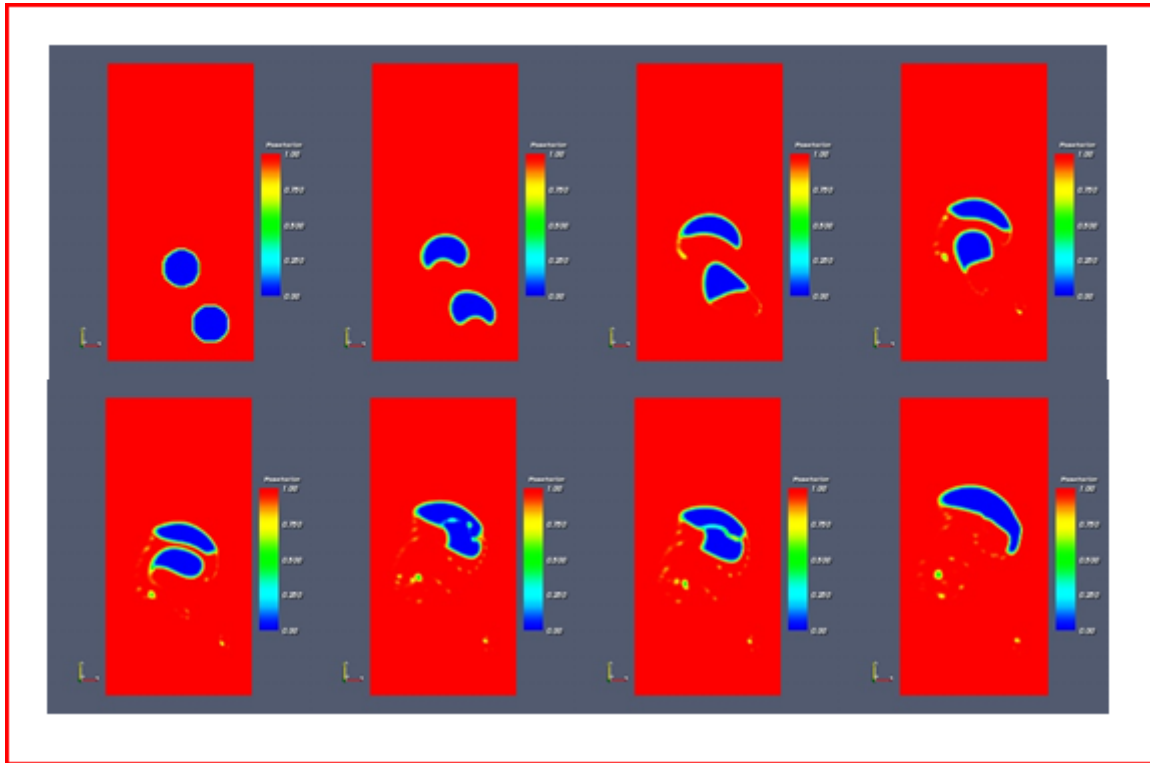


FIG- 38. Coalescence de deux bulles, 3<sup>ème</sup> cas.

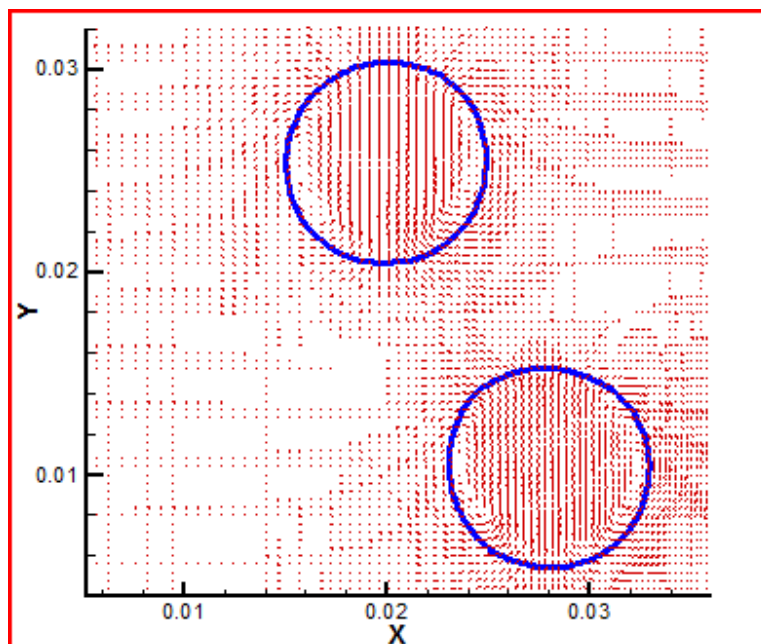
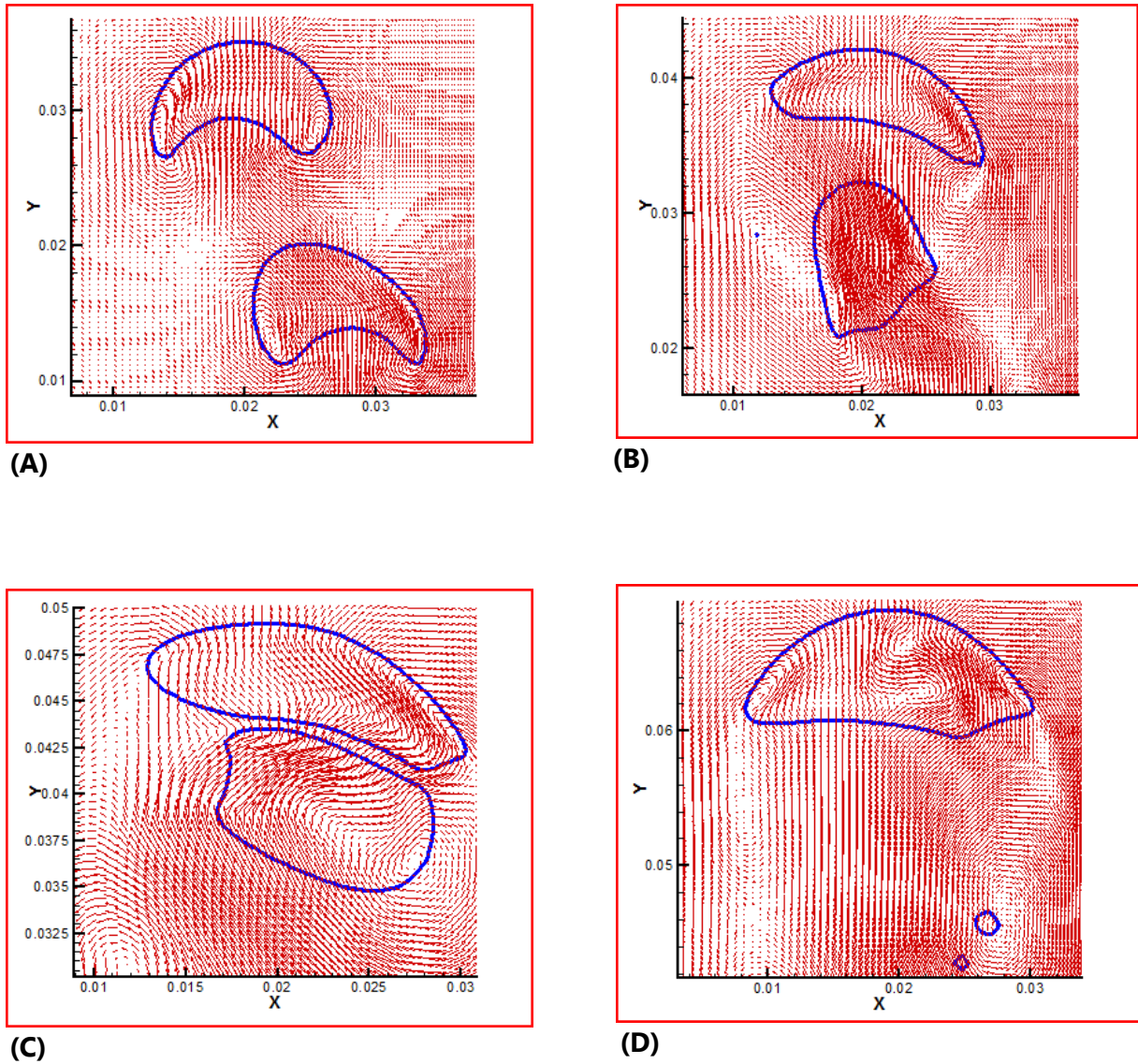


FIG- 39. Forme des bulles avant coalescence à 0.01 seconde.





**FIG- 40.** Formes des bulles : (A) avant la coalescence à 0.05 seconde, (B) avant la coalescence à 0.10 seconde, (C) durant la coalescence à 0.15 seconde et (D) après coalescence à 0.29 seconde.

### 4-3- Simulation de la montée d'une bulle isolée dans un liquide au repos

Cette partie a trait à la simulation axisymétrique de la montée d'une bulle isolée dans un liquide initialement au repos. L'objectif de cette simulation étant de vérifier la validité de la correction apportée à la représentation du terme de la force de tension de surface afin de minimiser l'intensité des courants parasites et de comparer les résultats obtenus avec ceux de la référence [95].

Pour ce qui est du modèle CSF, une pondération de la densité introduite dans la force de tension de surface permet d'améliorer cette méthode pour le traitement des maillages fins avec un rapport de densité supérieure à 10 au niveau de l'interface [93].

Cette correction est donnée par :

$$\tilde{F}_s = \frac{\rho}{\langle \rho \rangle} F_s \quad (4.3)$$

avec :  $\rho$  la densité locale et  $\langle \rho \rangle$  la densité moyennée à l'interface.

On a introduit la valeur de  $\langle \rho \rangle$  qui correspondent à celle utilisée avec le code *SURFER*. A savoir,

$$\langle \rho \rangle = \frac{2\rho}{\rho_2 + \rho_1} \quad (4.4)$$

Avant d'entamer la simulation proprement dite, on doit vérifier en premier lieu la validité de cette modification par la prédiction de la forme et de la vitesse de la bulle présentée dans le cas test de la référence [94].

Les paramètres de simulation correspondent à un diamètre de la bulle de 0.02 m et à des nombres adimensionnels  $Mo = 0.056$  et  $Bo = 40$ , avec comme rapports de densité et de viscosité égaux à :

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 100 \quad \text{et} \quad \frac{\mu_1}{\mu_2} = 100$$

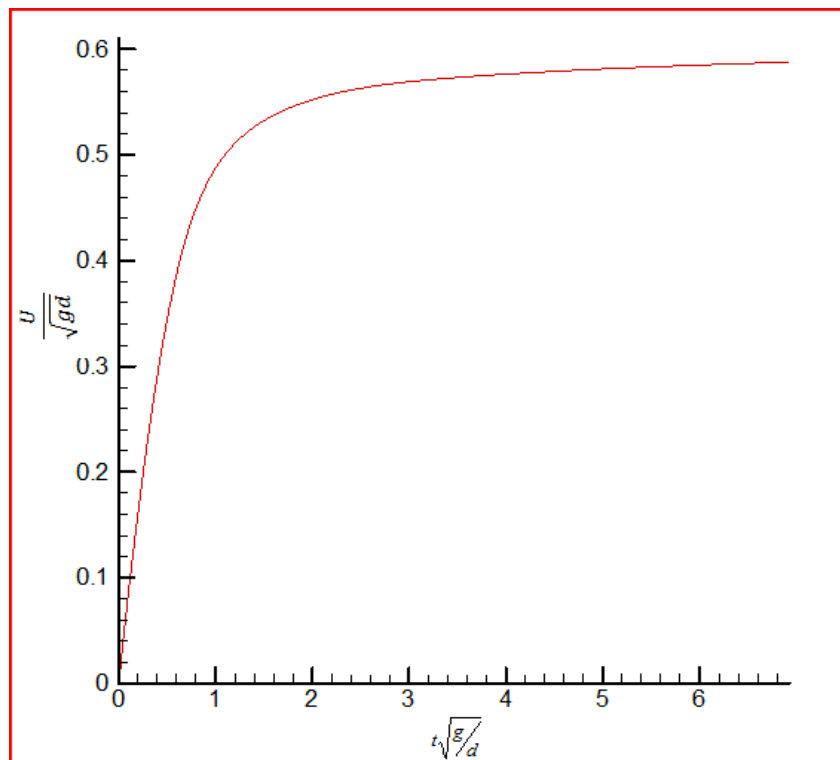


FIG- 41. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle (simulation).

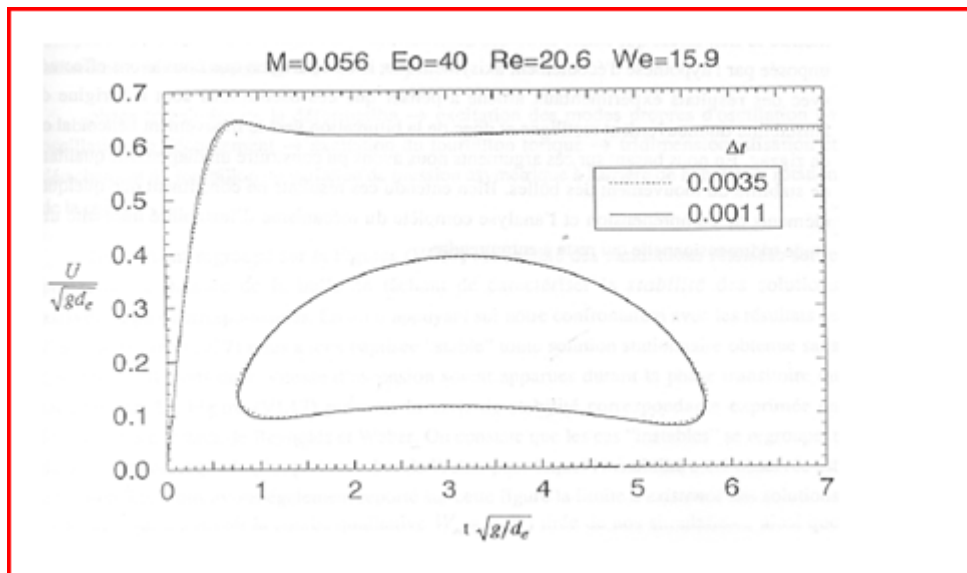


FIG- 42. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle, d'après [94].

D'après la figure (41) on remarque que l'estimation de la vitesse d'ascension par simulation avec le code *InterFOAM* est en très bon accord avec celle de la référence [94]. Sa valeur est au voisinage de 0.59 (26 cm/s).

Par la suite, on réalise une série de simulation en utilisant la version améliorée du solveur *InterFOAM*. Les conditions et les régimes d'écoulements sont donnés dans le tableau (6) tandis que les données physiques et numériques sont reportées dans le tableau (7) :

**Tableau-6** les conditions et régimes d'écoulements des bulles de la simulation

Cas	$E_o$	$\text{Log } M$	Forme de la bulle
1	0.5	-3.86	Spherical
2	0.5	-7.86	Spherical or wobbling
3	10	-1.26	Ellipsoidal
4	10	-5.26	Ellipsoidal or wobbling
5	10	-9.26	Wobbling
6	200	2.32	Dimpled ellispoidal
7	200	-1.68	Skirted
8	200	-5.68	Spherical-cap



<b>Tableau-7</b> les données Physiques & numériques utilisées dans les simulations	
<p><b>Domaine rectangulaire</b></p> <p>0.1035 cm x 0.575 cm (cas 1&amp; 2)</p> <p>0.45 cm x 2.5 cm (cas 3, 4&amp; 5)</p> <p>2.025 cm x 5.625 cm (cas 6, 7 &amp; 8)</p> <p><b>Maillage axisymétrique</b></p> <p>90 x 500</p> <p><b>Raffinement de maillage</b></p> <p>simpleGrading</p>	<p><b>Conditions aux limites</b></p> <p>glissement sur la paroi à droite et à la sortie</p> <p>Vitesse nulle à l'entrée</p> <p>Symétrie au niveau de l'axe</p> <p><b>Rayon de la bulle</b></p> <p>0.0115 cm, 0.05 cm et 0.225 cm</p> <p><b>le pas du temps</b> 1e-5 s</p> <p><b>CFL max</b> 0.3</p>

Les résultats de cette simulation sont indiqués dans le tableau (8). Par comparaison entre les valeurs de vitesse de montée de la bulle des différentes méthodes, on constate que l'introduction d'un facteur de pondération dans le solveur *InterFOAM* permet d'améliorer la prédiction de cette vitesse. Malgré ces améliorations, le code n'arrive pas à prédire correctement la vitesse d'ascension pour les cas (7) et (8).

Les figures (43) et (44) montrent l'évolution anormale de cette vitesse pour le septième cas. Ce constat est beaucoup moins remarquable pour le huitième cas comme c'est indiqué dans les figures (45) et (46).

En conclusion, la version améliorée du solveur réduit de manière notable l'influence des courants parasites sur la vitesse d'ascension de la bulle. C'est cette nouvelle variante qui sera utilisée dans le reste des simulations.

**Tableau- 8** comparaison de la vitesse terminale de la bulle pour différents régimes

Cas	Estimation de la vitesse expérimentale selon (1)	Estimation de la vitesse expérimentale selon (2)	Vitesse de la bulle selon la simulation de (1)	Vitesse de la bulle selon la simulation de (2)	Vitesse de la bulle selon la simulation de (3)	Vitesse de la bulle selon la simulation de (4)
1	1.1	0.75	4.8	0.56	2.06	
2	16.8	4.1	11.0	-	7.7	
3	5.0	4.3	7.3	4.5	5.3	5.3
4	8.7	9.9	8.6	7.0	8.0	7.7
5	8.7	9.4	8.8	7.4	8.2	7.1
6	10.6	15	13.9	15	10.6	10.5
7	14.0	20	14.2	14	8.4	8.4
8	14.0	19	12.9	24	10.2	10.4

(1) Clift et al. according to Dirk-Jan Kort, 2001 ; (2) Clift et al. according to Tomiyama et al, 1993

(3) Référence OpenFOAM, 2007 ; (4) version améliorée du solveur *InterFOAM*

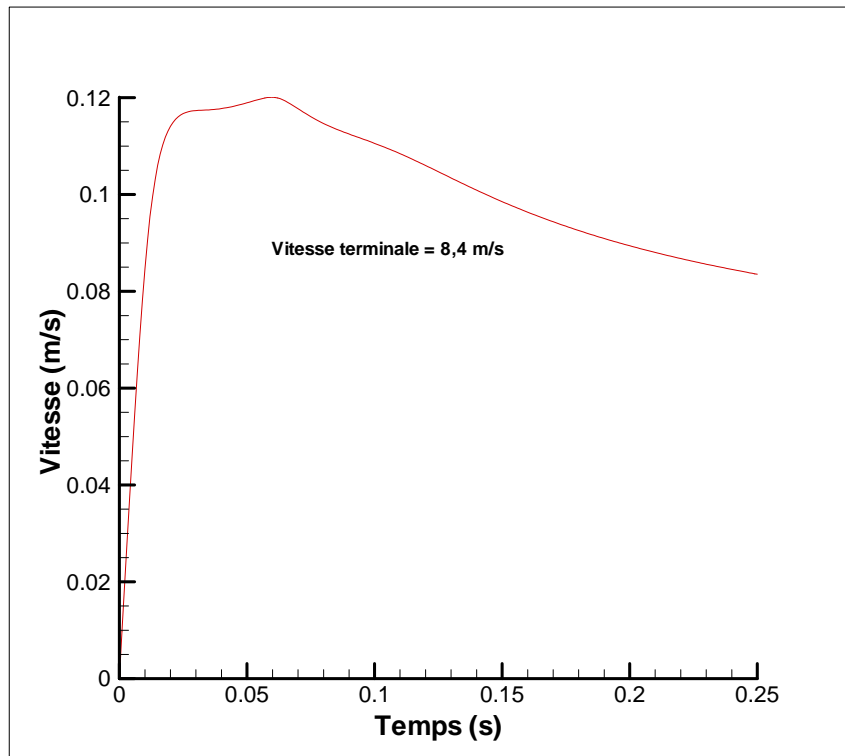


FIG- 43. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 7<sup>ème</sup> cas.

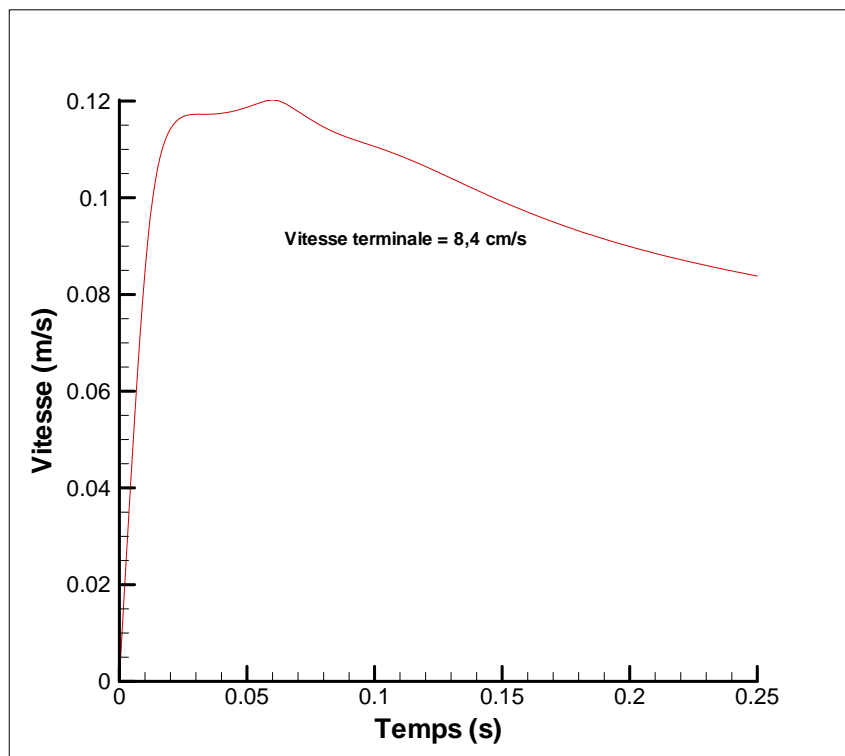


FIG- 44. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 7<sup>ème</sup> cas en version améliorée d'*InterFOAM*.

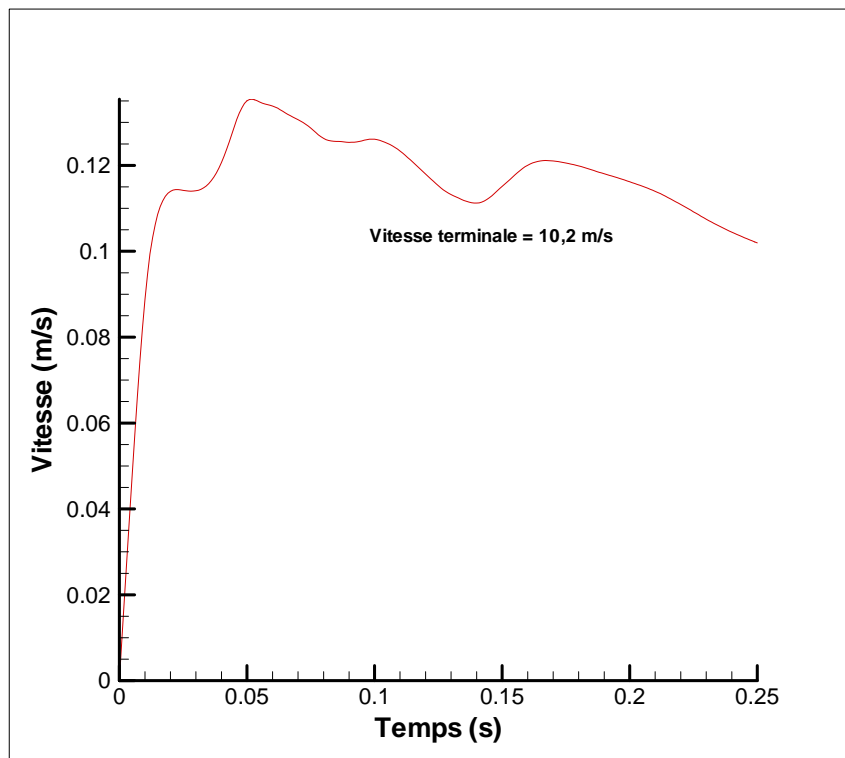


FIG- 45. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 8<sup>ème</sup> cas.

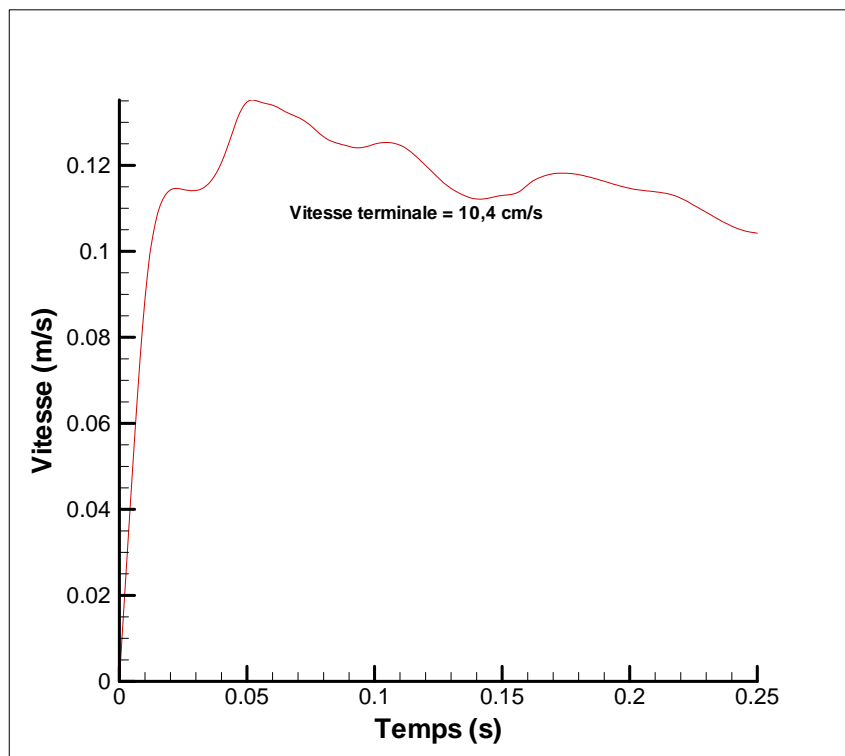


FIG- 46. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle pour le 8<sup>ème</sup> cas en version améliorée d'*InterFOAM*.

#### 4-4- Couplage des modèles VOF et MHD du code *OpenFOAM*

Dans ce cas, on simule l'écoulement d'une bulle dans un liquide métallique en présence d'un champ magnétique. La méthode de simulation est basée sur le couplage des deux modèles disponibles dans le code *OpenFOAM*, il s'agit en occurrence du solveur *interFoam* discuté auparavant et du solveur *MhdFoam* qui traite l'écoulement d'un fluide incompressible monophasique en présence d'un champ magnétique [92].

Le domaine de calcul est un cylindre fermé de diamètre 100 mm et de hauteur 220 mm. Le fluide qui remplit le cylindre est un alliage GaInSn. Le champ magnétique est parallèle au mouvement de la bulle avec une intensité de 0.17 T.

Sur le domaine, on impose les conditions aux limites suivantes :

- pas de glissement à l'entrée, glissement libre sur les parois et condition *outflow* à la sortie.

Les nombres adimensionnels sont donnés par :

Nombre de Morton  $Mo = 2.2e-13$

Nombre de Reynolds  $Re = 3260$

Nombre de Eötvös  $Eo = 3.4$

Les calculs sont conduits avec un pas du temps variable. La valeur du nombre du courant dans notre cas n'excède pas la valeur de 0.5 et la divergence maximale du flux magnétique est de  $3.5777e-09$ .

Dans les figures qui suivent, on présente les premiers résultats de simulation pour les temps 0.5 et 1.4 secondes du champ de la fraction volumique et le champ magnétique induit. Les résultats sont comparables aux travaux de C. Zhang et al. [76, 77].

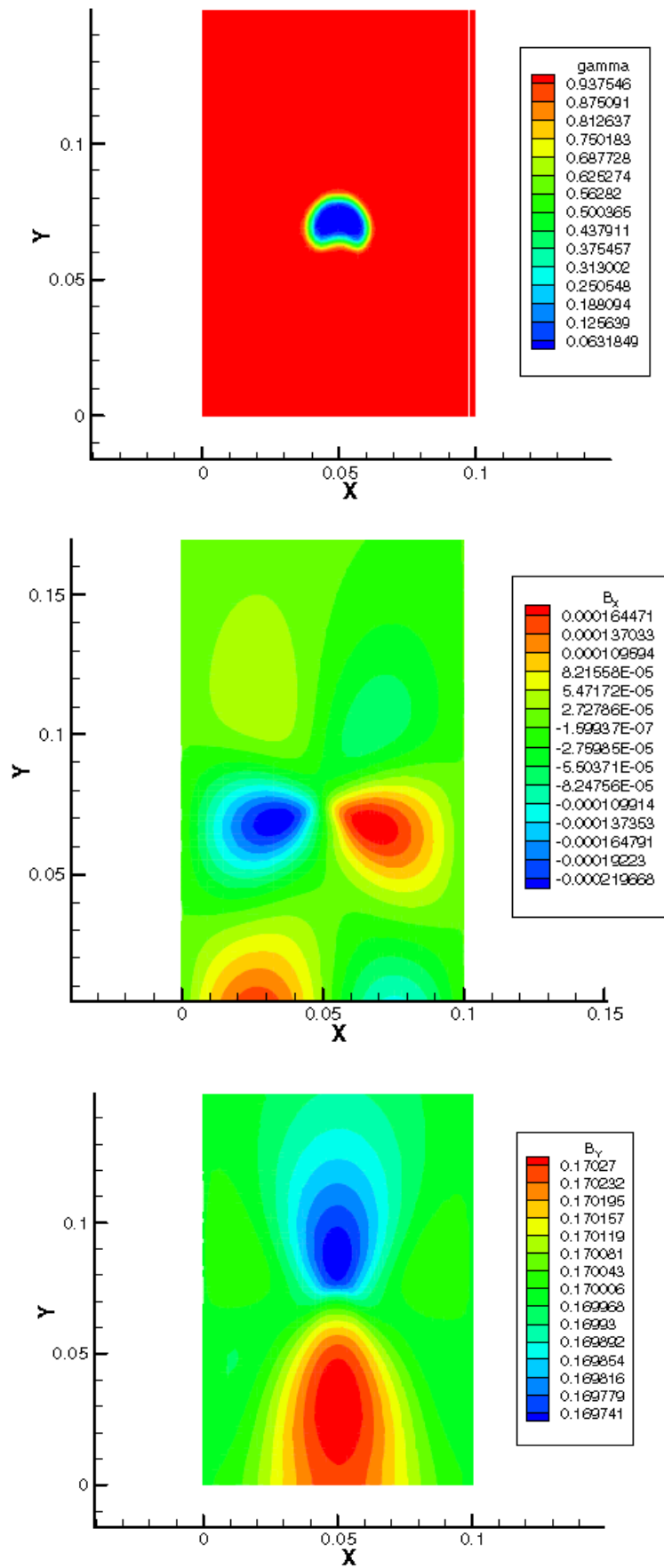


FIG. 47- champs de la fraction volumique et du champ magnétique induit à 0.5 sec.

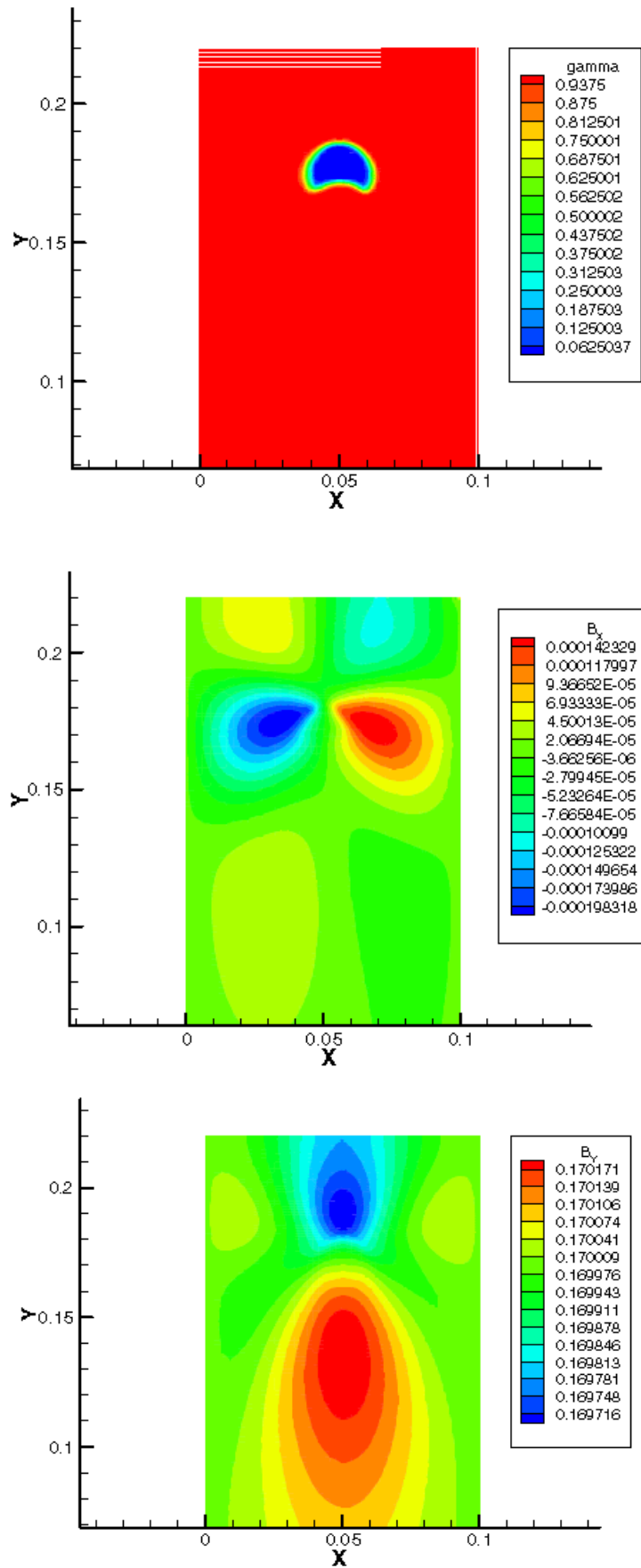


FIG. 48- champs de la fraction volumique et du champ magnétique induit à 1.4 sec.

**4-5- Simulation du mouvement d'une bulle dans les écoulements à forte variation de densité**

**4-5-1- Description du problème**

Dans cet exemple, on considère une bulle remplie de gaz à faible densité entourée par du liquide à forte densité. La simulation vise la détermination de la forme de la bulle. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux obtenus dans la référence [87]. Dans leur article, les auteurs ont utilisé la méthode LS pour la capture de l'interface de la bulle dans des écoulements simulés en 3D. Pour notre cas, suite à la limitation des moyens de calcul, on se limitera à la simulation des mouvements de la bulle par le solveur *interFoam* en utilisant la version axisymétrique.

Les simulations ont été conduites pour cinq (05) cas et qui représentent une variété de nombres adimensionnels comme le montre le tableau (9) :

<b>TABLEAU- 9</b> les données physiques et numériques utilisées dans les simulations						
CAS	1	2	3	4	5	
Diamètre de la bulle d (mm)	4	4	4	4	4	
Nombres adimensionnels	Re = 100 We = 50 Fr = 1	Re = 10 We = 50 Fr = 1	Re = 100 We = 50 Fr = 1	Re = 100 We = 5 Fr = 1	Re = 100 We = 50 Fr = 1	
Position initiale de la bulle (m)	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	
$\rho_1 / \rho_2$	1000	80	80	80	5	
$\mu_1 / \mu_2$	80	80	80	80	80	
Dimensions du domaine (m) <sup>2</sup>	0.024 x 0.048	0.024 x 0.048	0.024 x 0.048	0.024 x 0.048	0.024 x 0.048	
Nombre de Cellules	65 x 85	65 x 85	65 x 85	65 x 85	65 x 85	



Les conditions aux limites sont posées de la manière suivante :

- vitesse nulle à l'entrée ;
- condition de mur (*wall*) sur la paroi à droite ;
- à la sortie du domaine on impose une condition de surface libre.
- une symétrie au niveau de l'axe du domaine ;

Les paramètres de simulation ainsi que les schémas de discrétisation choisis lors de ce test se trouvent en annexe (A) et les résultats de comparaison de la référence [87] sont donnés en annexe (B).

#### 4-5-2- Discussion des résultats obtenus

La simulation des différents mouvements de la bulle dans des écoulements à forte variation de densité a été conduite pour deux valeurs du facteur de compression de l'interface (0.5 et 1.0). Les résultats présentés dans les figures ci-dessous sont celles pour le cas d'un facteur de 0.5. Les résultats de la référence sont donnés en fonction des contours de la vitesse adimensionnelle (multipliée par un facteur de 10 pour avoir la vitesse réelle) pour différents pas du temps adimensionnel  $\tau$  (multiplié par un facteur de 0.02 puisque le nombre de Froude égale à un (01)).

Dans le premier cas, on observe une évolution normale du mouvement de la bulle jusqu'à la valeur du temps 0.05 seconde où commence un nouveau régime qui se termine par une fragmentation qui n'est pas prédite dans la référence. Si on pousse la simulation dans le temps on constate une deuxième fragmentation similaire au phénomène de coalescence représenté dans la figure (36).

Par comparaison, à partir du temps 0.055 seconde, on remarque une déformation de la partie inférieure vers l'intérieur. Cette forme est prédite dans [48] et la seule interprétation qu'on peut donner et que la différence dans les valeurs de la vitesse entre la surface supérieure et la surface inférieure formée à cause de l'effet du jet est importante. L'accélération de la bulle est importante dans le code *interFoam* par rapport à la méthode LS de l'article [87] ce qui conduit rapidement à la fragmentation de la bulle.

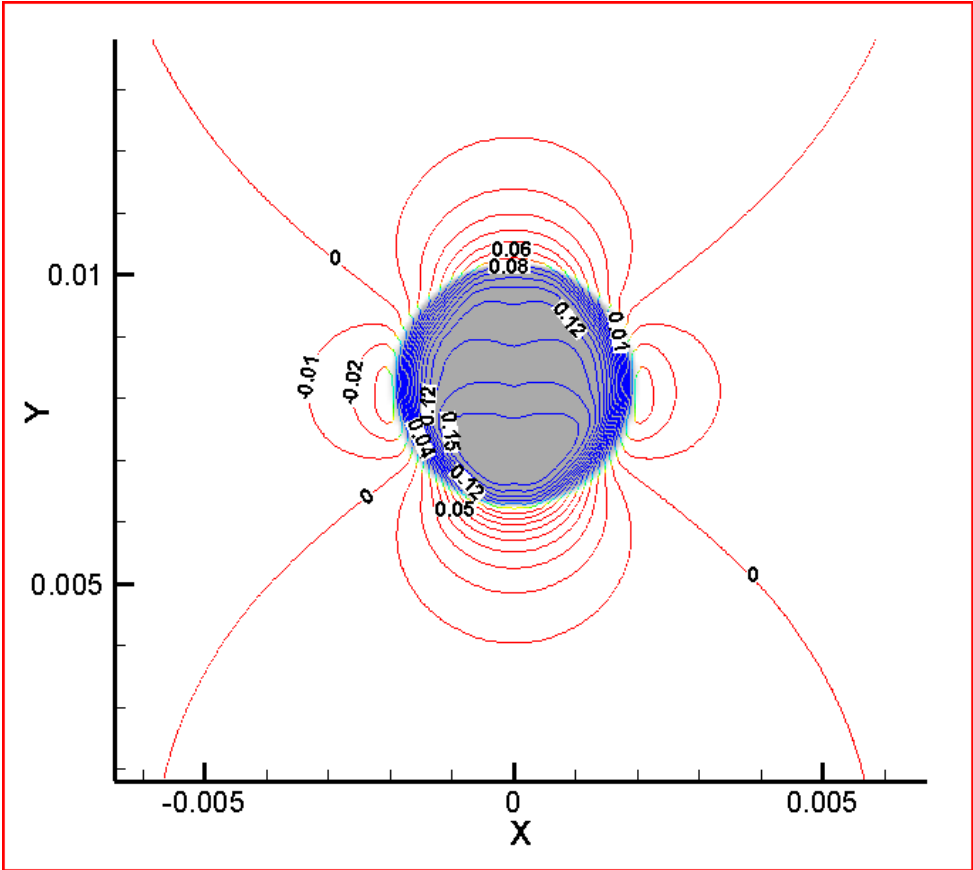
Pour le deuxième cas, le code reprend presque de manière identique les formes et les intensités de vitesse. Pour ce cas, on observe dans notre travail que la bulle est accélérée plus. Les résultats donnent les mêmes profils de vitesses en utilisant une valeur du facteur de compression égale à 0.5.

Dans le troisième cas, c'est le même constat que dans le premier cas, mais d'une manière modéré car l'accélération de la bulle est moindre en comparaison avec la première simulation.

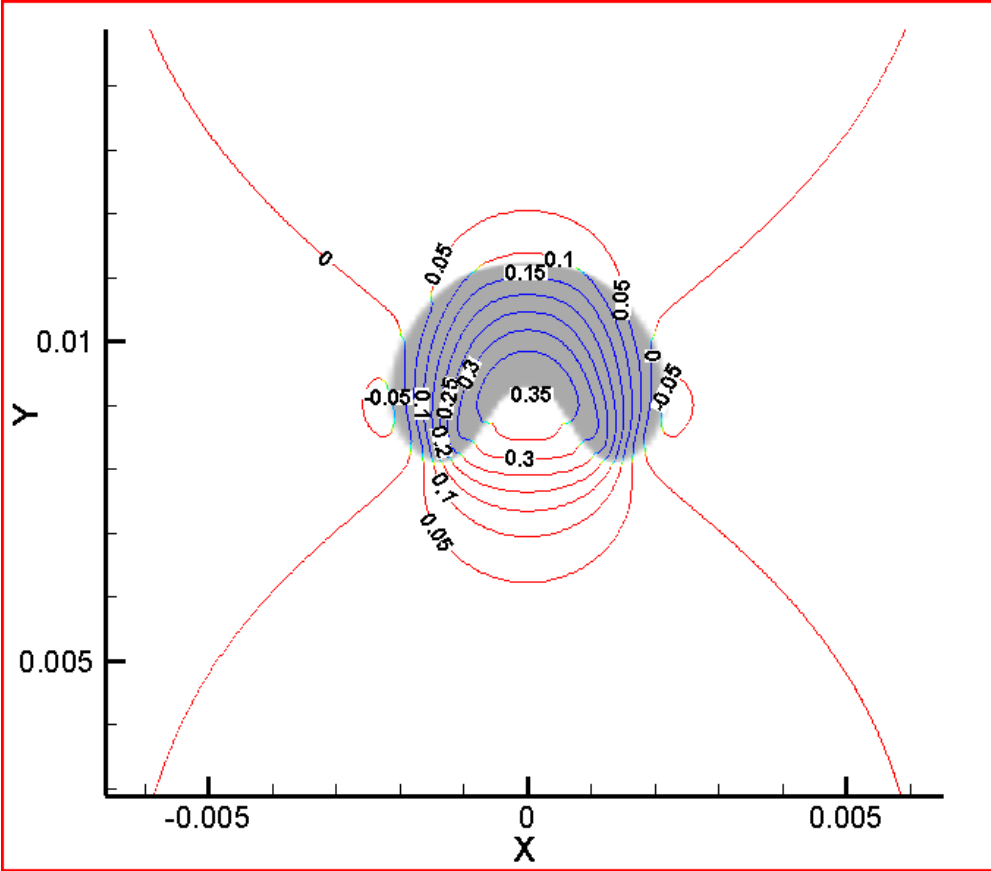
Dans le quatrième cas, la grande valeur de la tension de surface empêche la déformation de la bulle qui présente une forme ellipsoïdale par le jet du liquide formé à la partie inférieure de la bulle.

Dans le cinquième cas, on n'a pas constaté la même évolution de la bulle pour des temps supérieurs à 0.035 s. Dans ce temps ( $\tau = 2.5$  dans la référence), on a enregistré une forme similaire de la bulle mais la valeur de la composante verticale de la vitesse est multipliée par deux (02) pour le cas de notre simulation et ceci dans toutes les directions proches de la bulle. A partir de  $t=0.06$  s, on constate une élongation de la bulle et son épaisseur devient de plus en plus mince jusqu'à sa fragmentation à partir de  $t=0.09$  s. Selon la nouvelle accélération de la vitesse, le régime qu'on a observé nous semble normal. Cette tendance se reproduit pour deux simulations différentes avec des facteurs de compression de l'interface de 0.5 et de 1.0. Seule une simulation en 3D qui reproduit le cas réel peut confirmer ce nouveau régime.

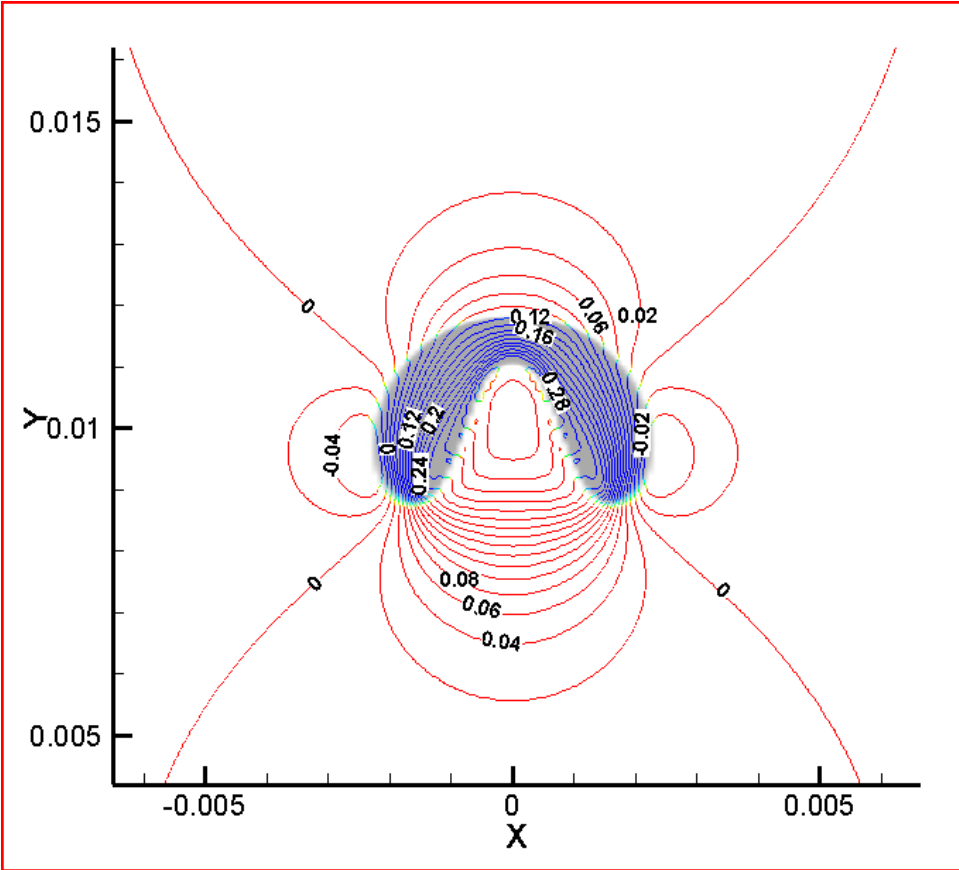
En conclusion, une augmentation dans le rapport de densité conduit à une grande différence entre les forces de flottabilité et de gravité. Cette différence est très notable dans l'approche VOF que dans la méthode LS.



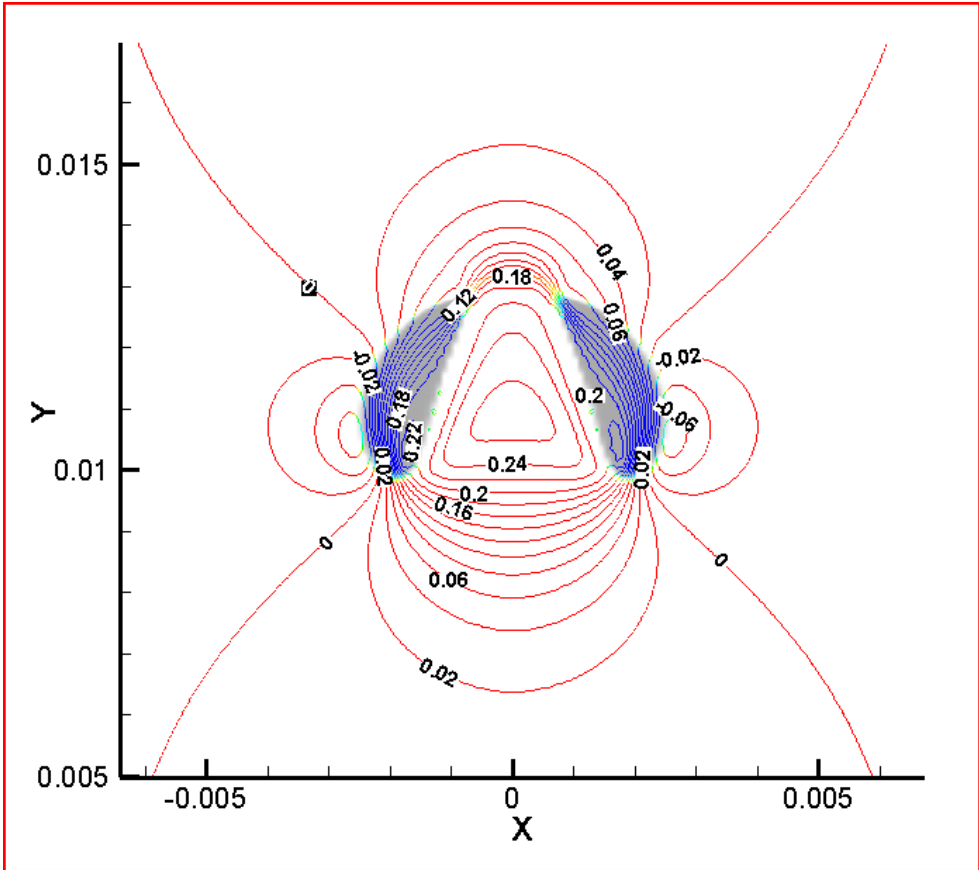
(A)



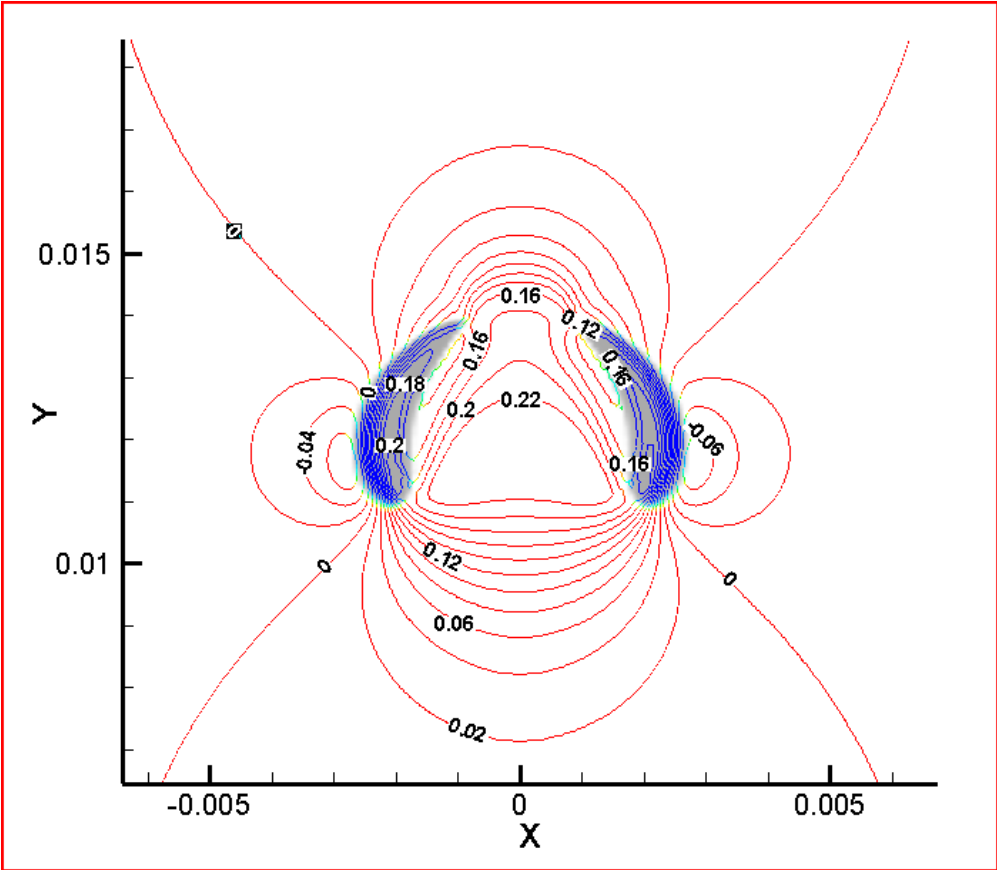
(B)



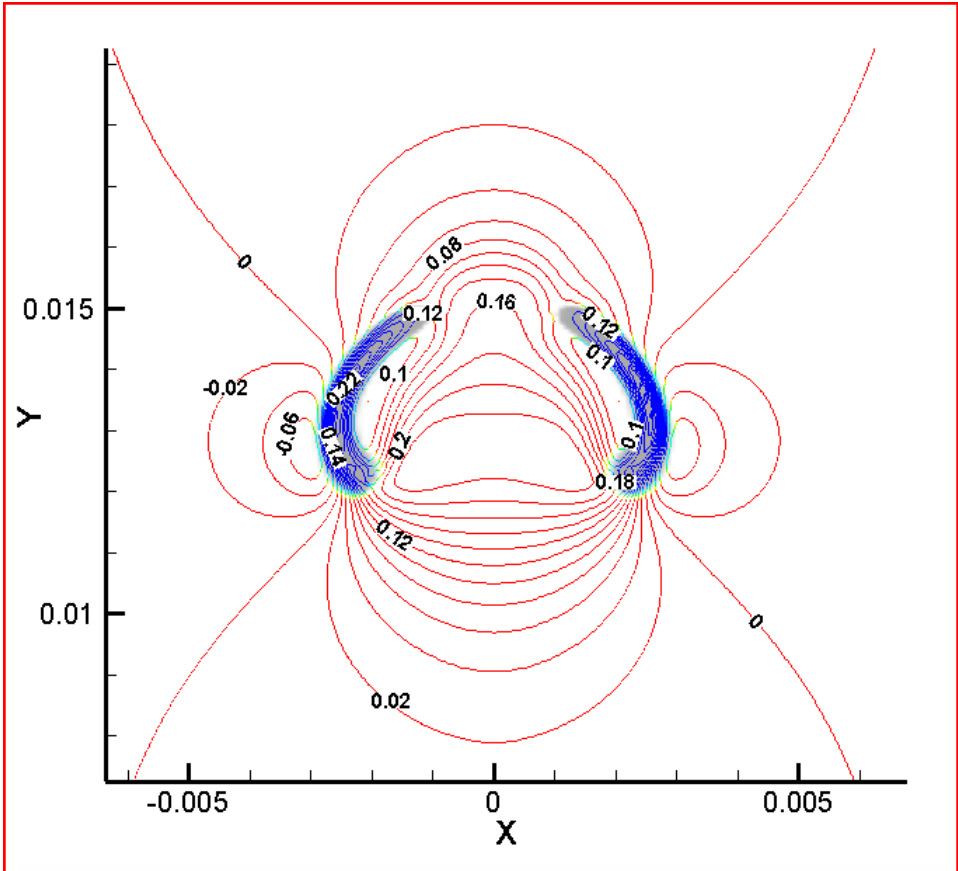
(C)



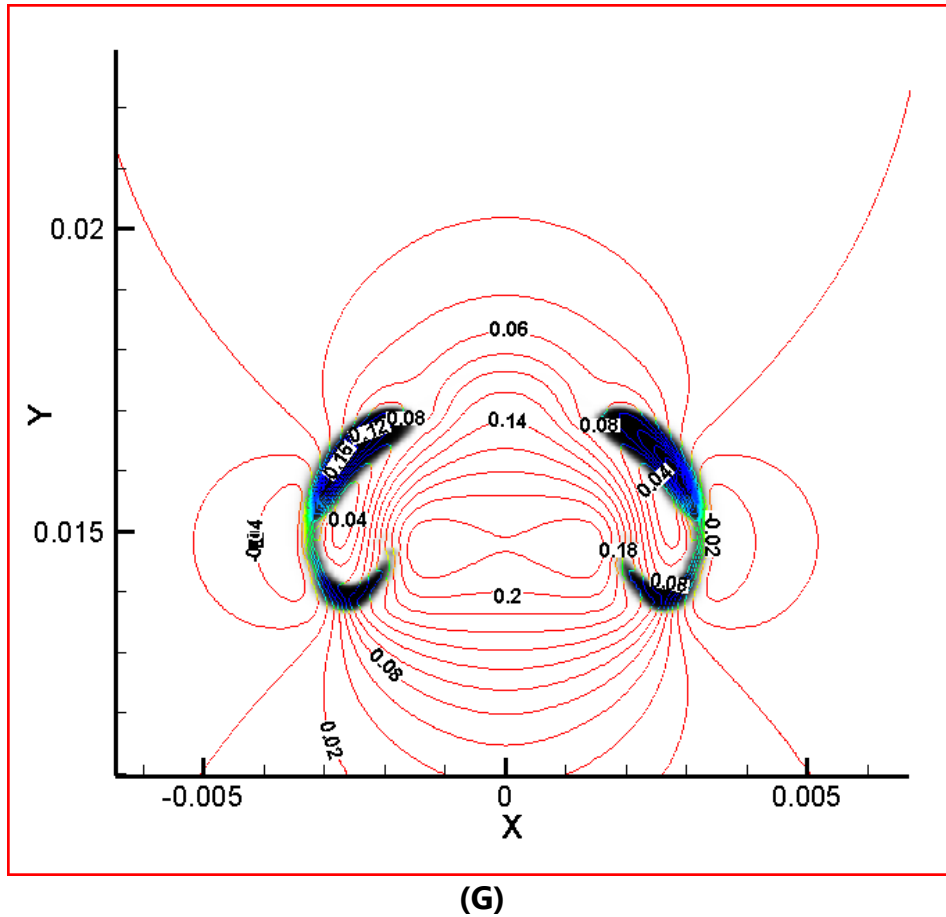
(D)



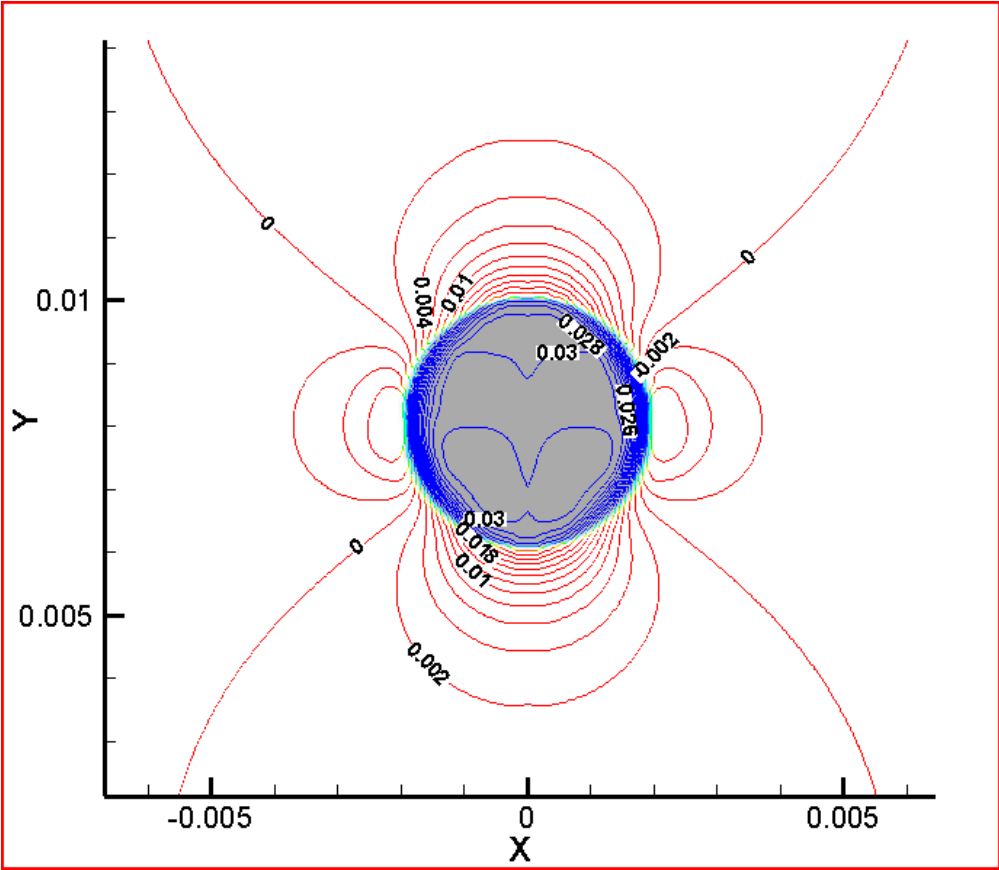
(E)



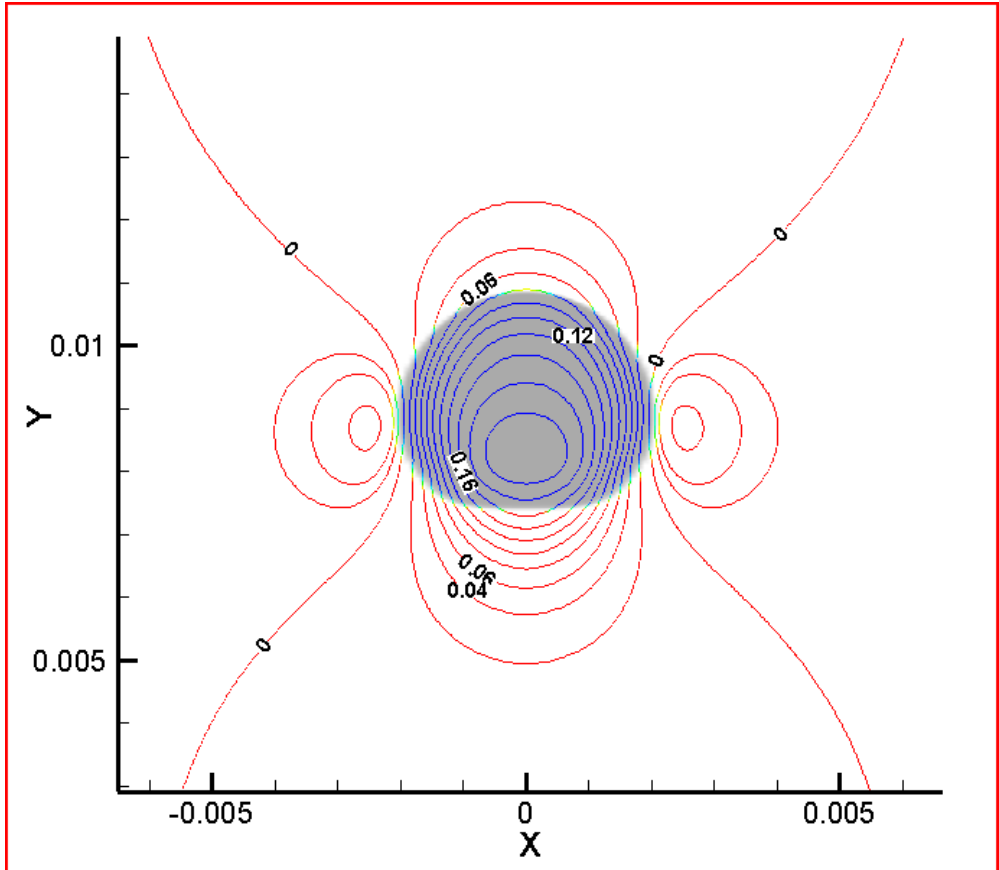
(F)



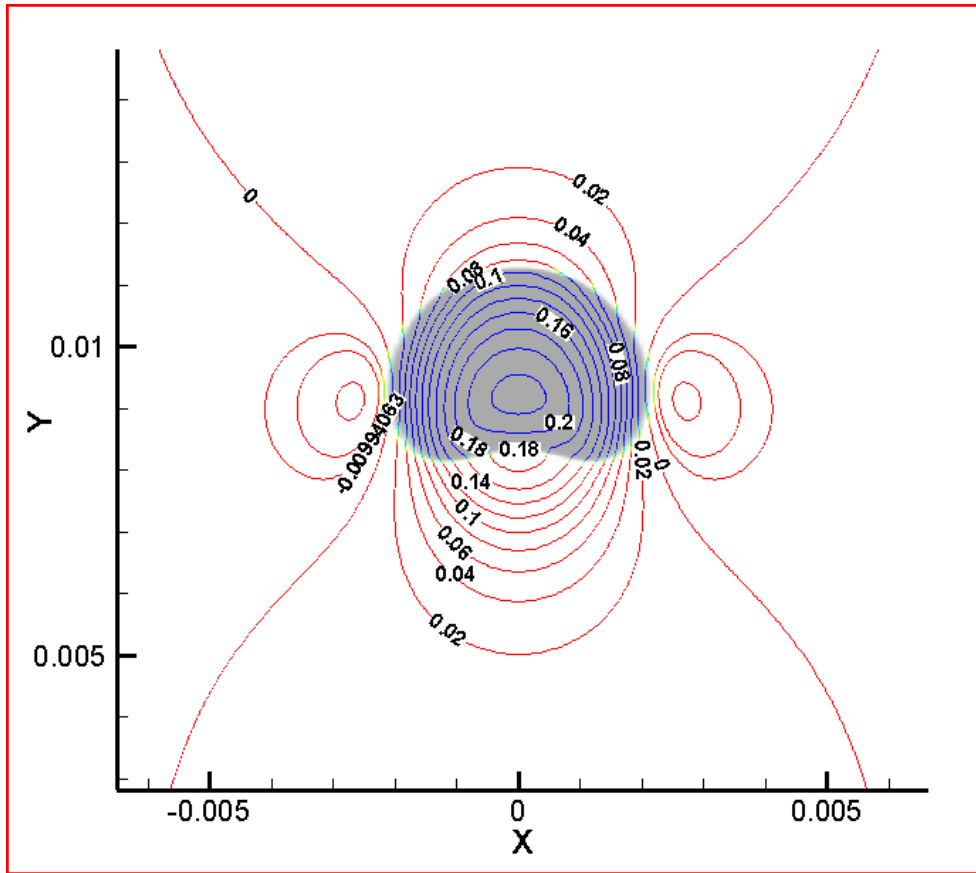
**FIG. 49-** Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le premier cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.02 sec, (D) 0.03 sec, (E) 0.04 sec, (F) 0.05 sec et (G) 0.07 sec.



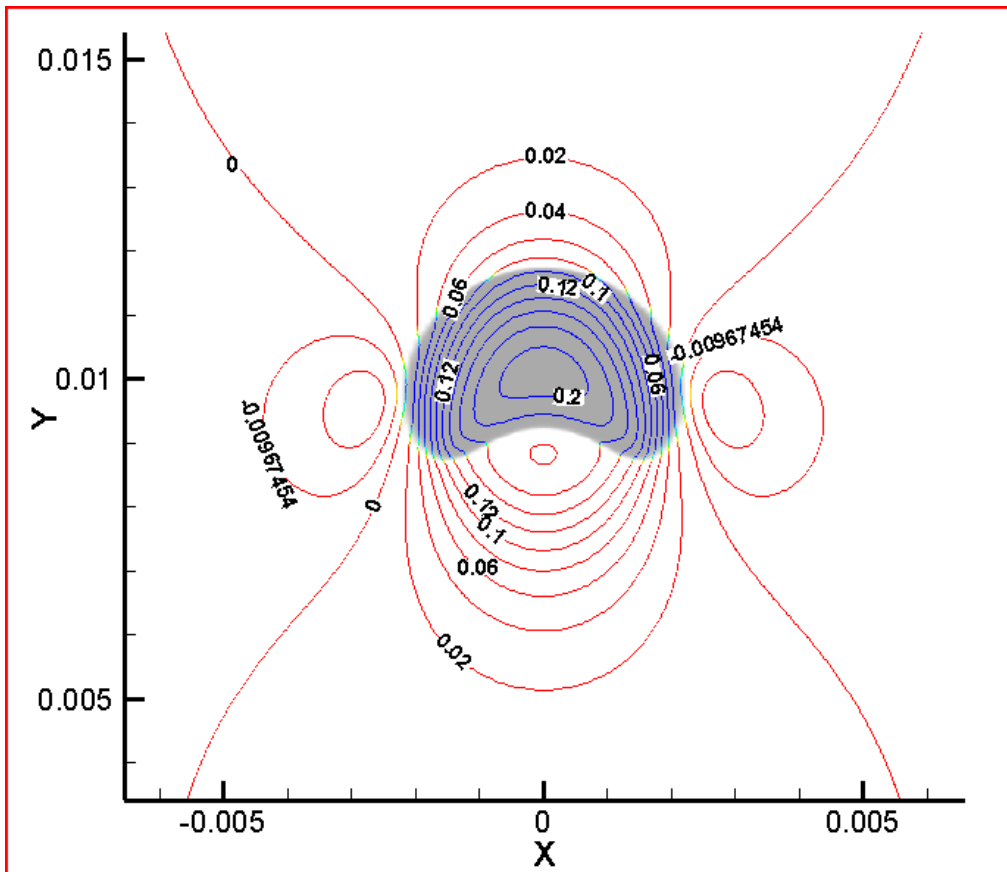
(A)



(B)

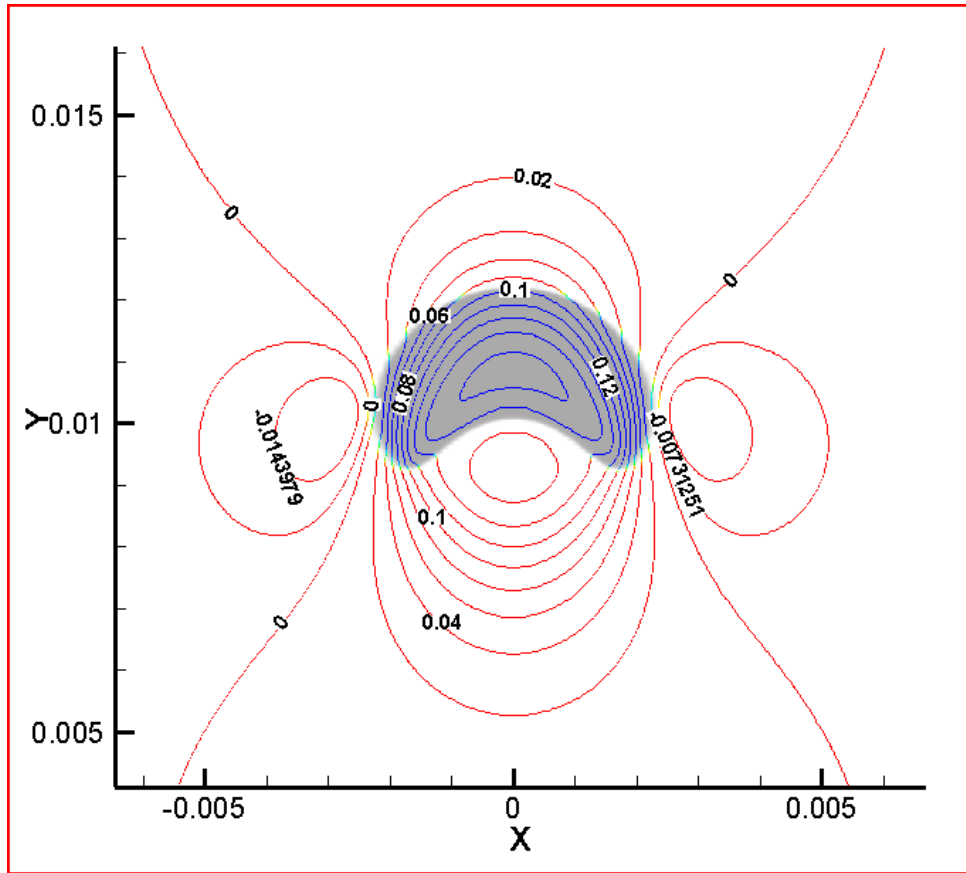


(C)

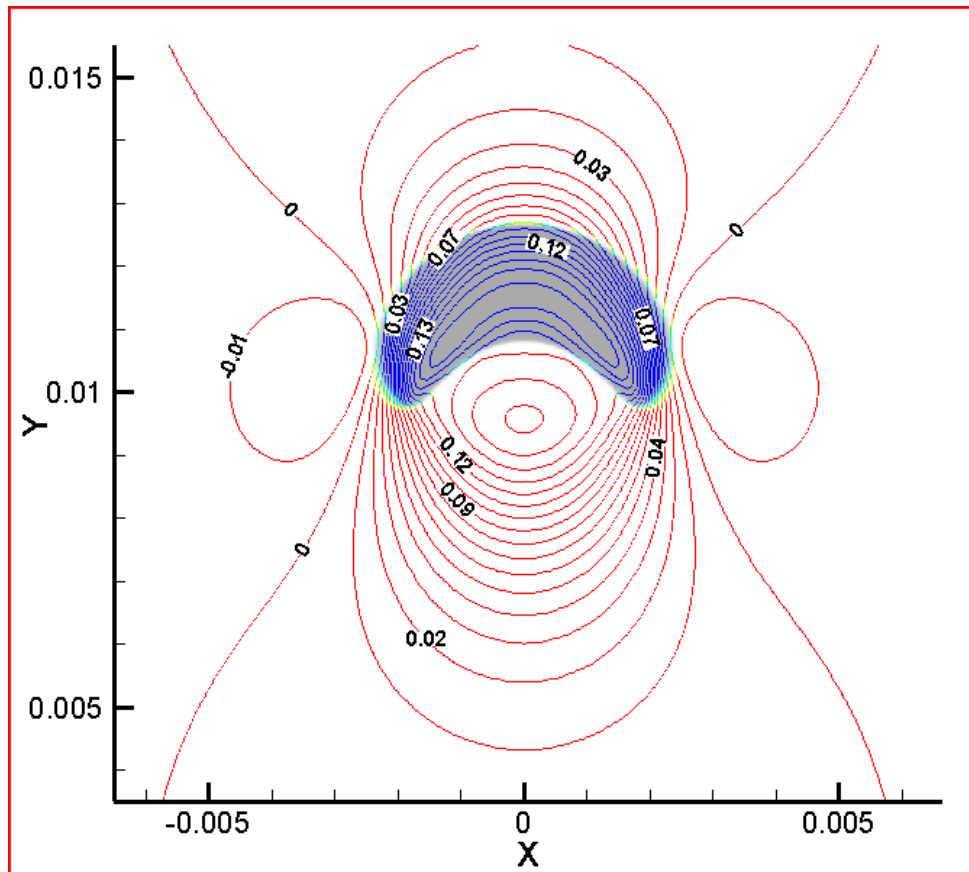


(D)

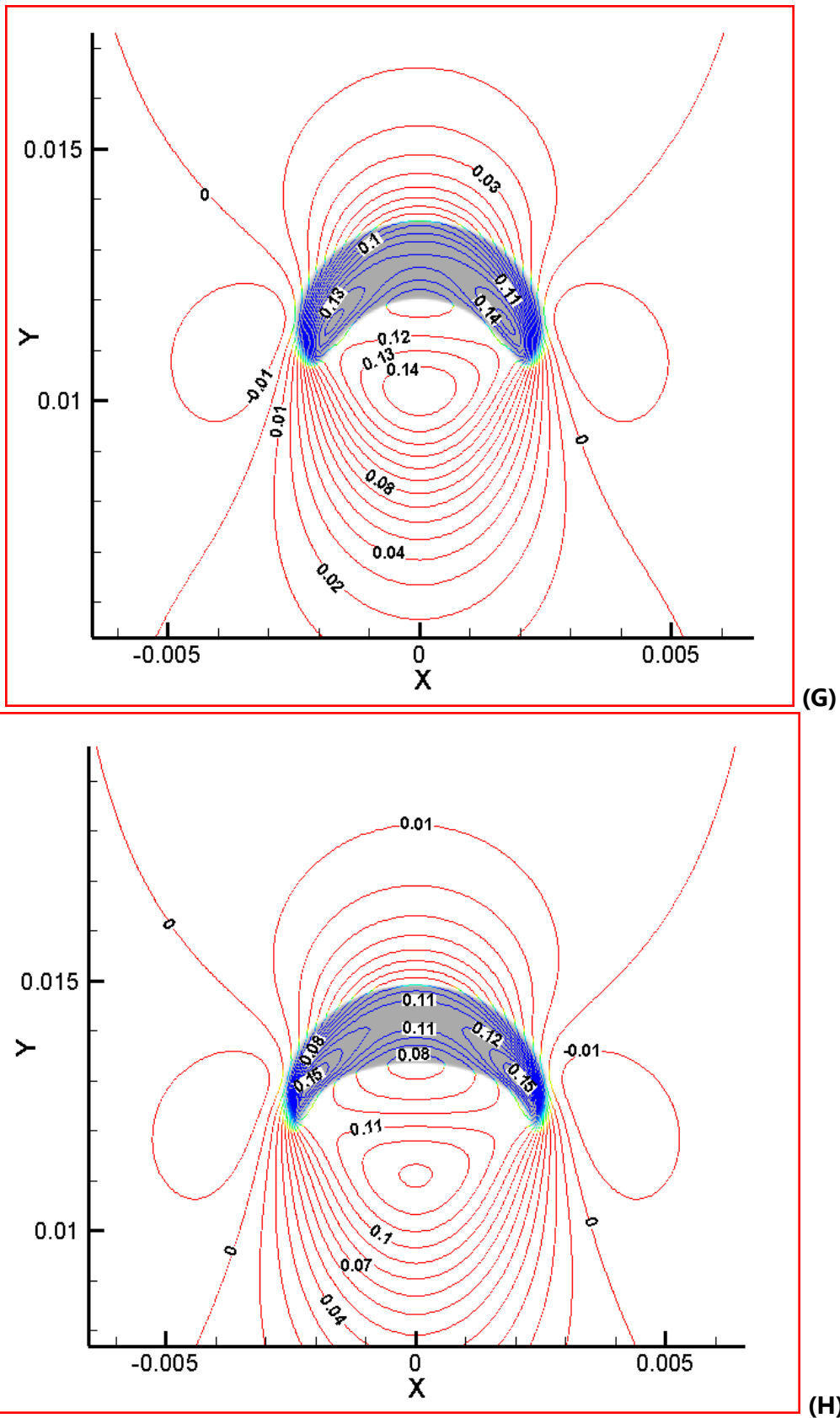




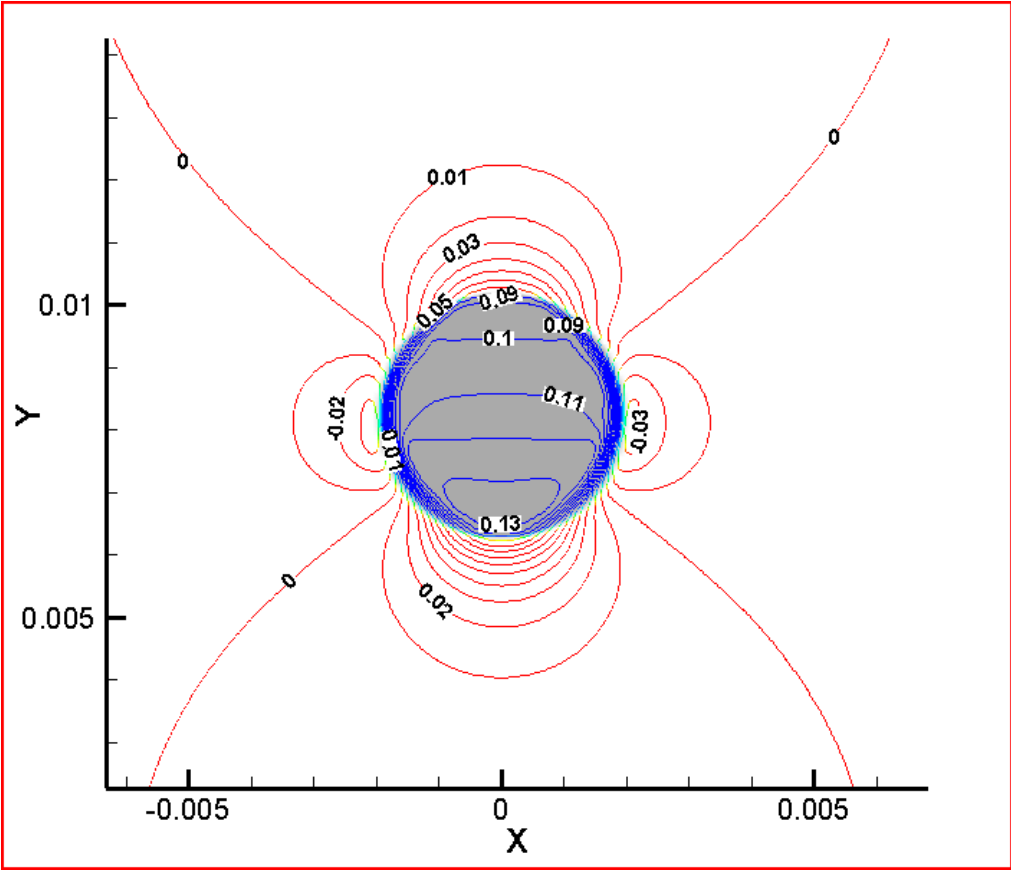
(E)



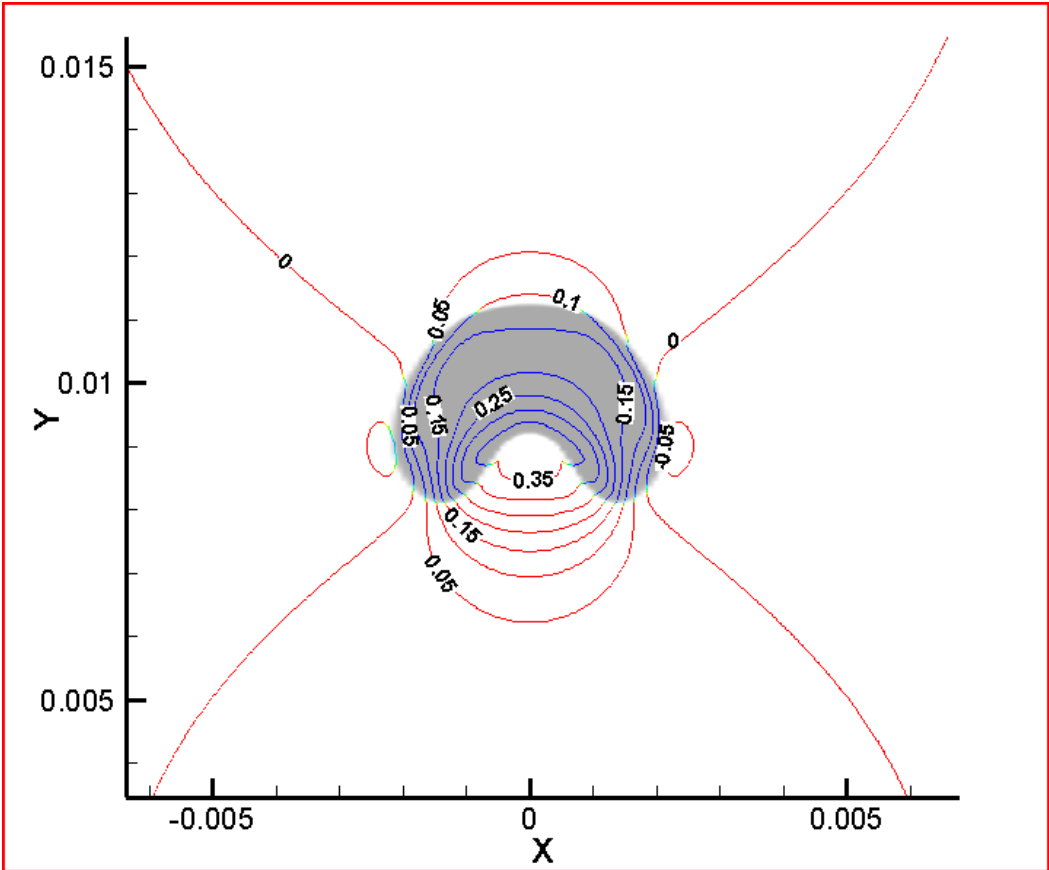
(F)



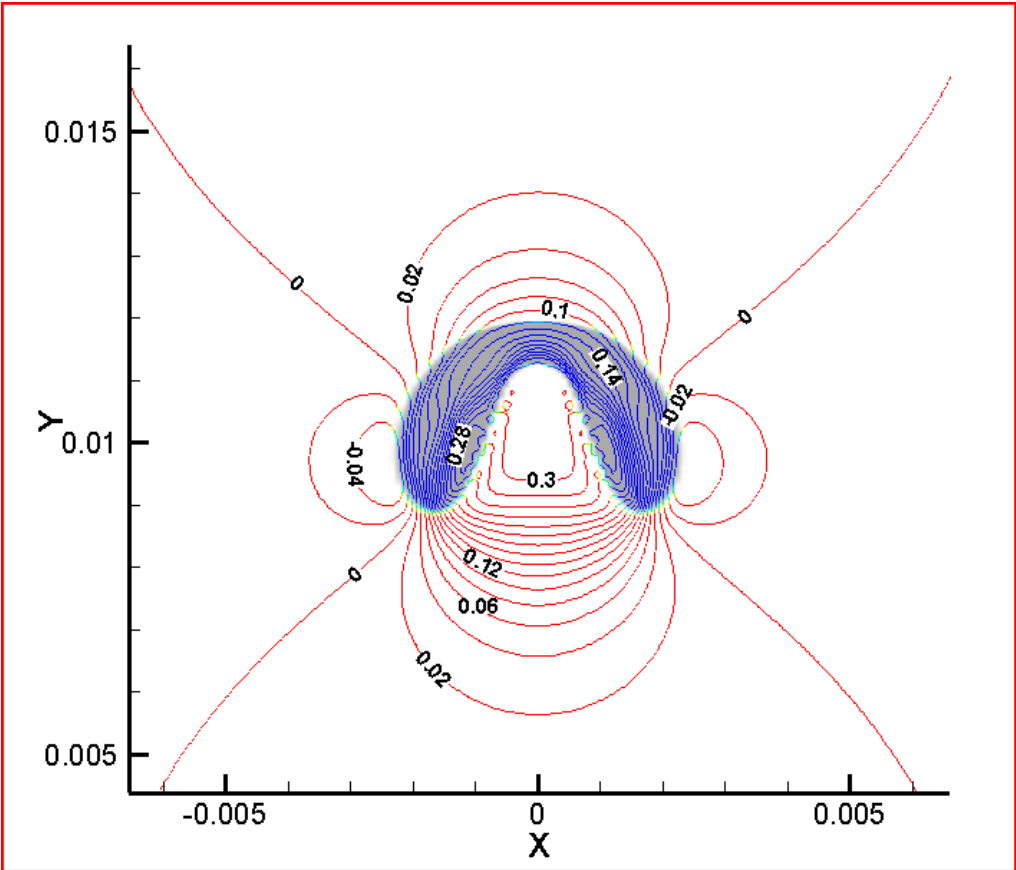
**FIG. 50-** Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le deuxième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.020 sec, (C) 0.025 sec, (D) 0.03 sec, (E) 0.035 sec, (F) 0.04 sec, (G) 0.05 sec et (H) 0.065 sec.



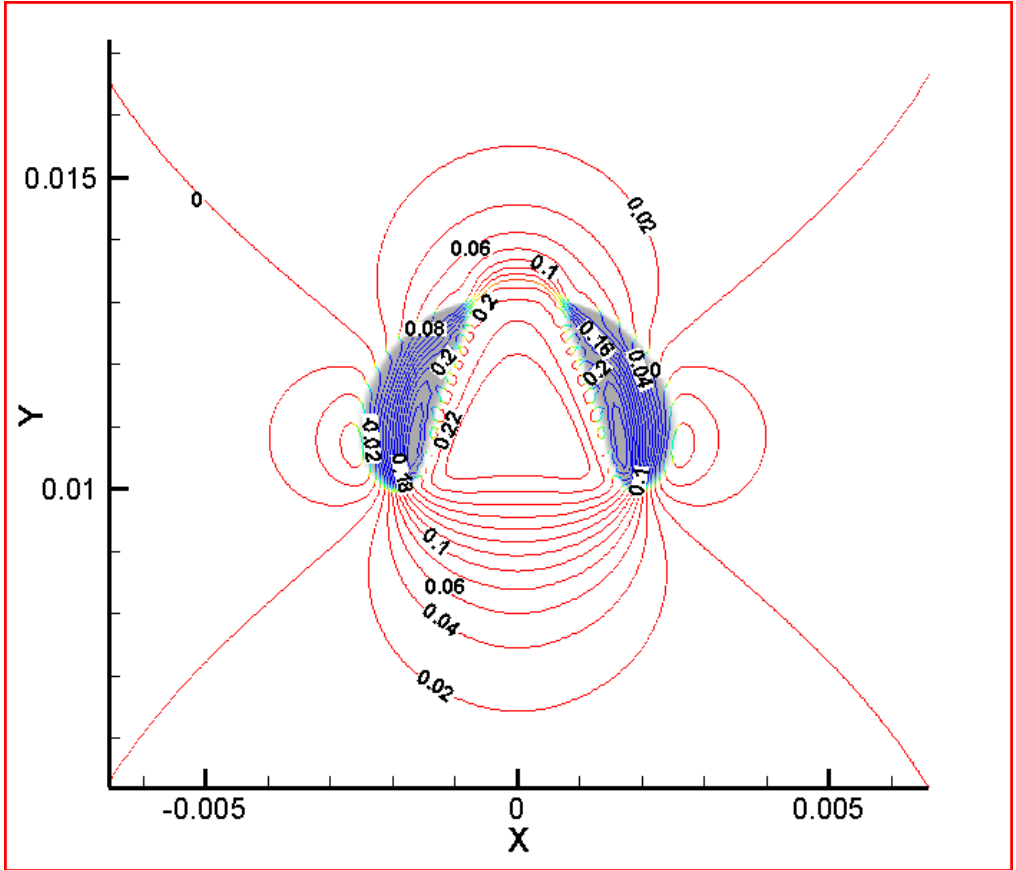
(A)



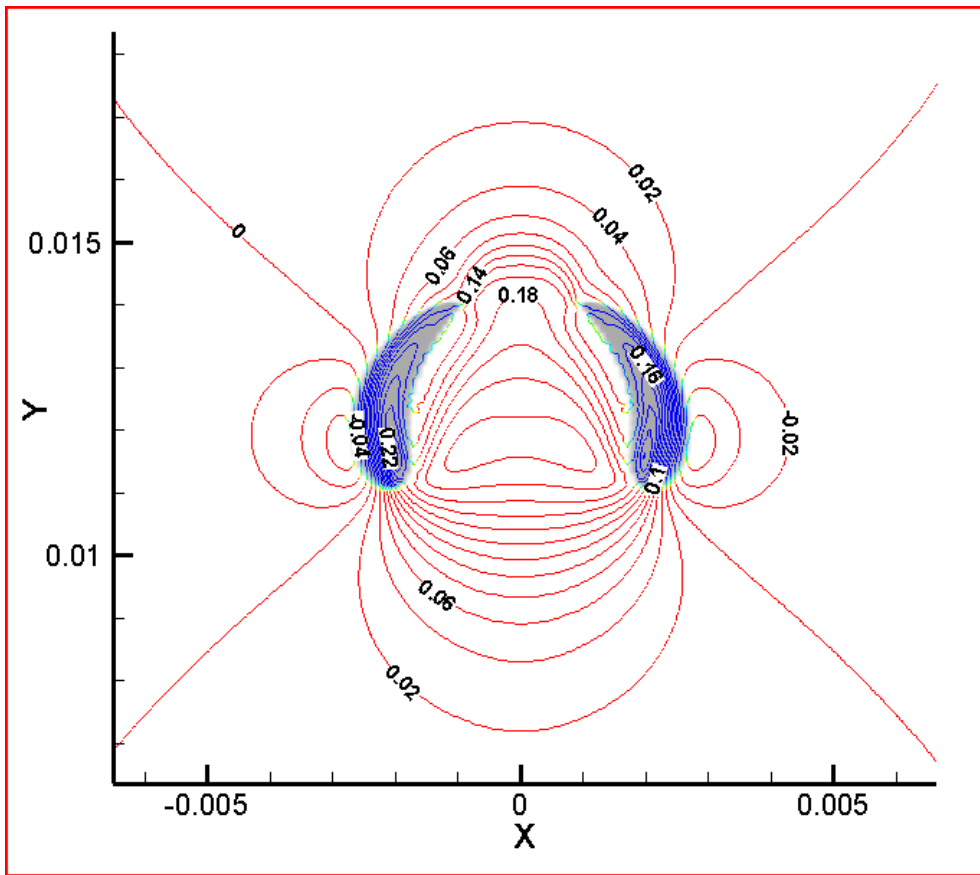
(B)



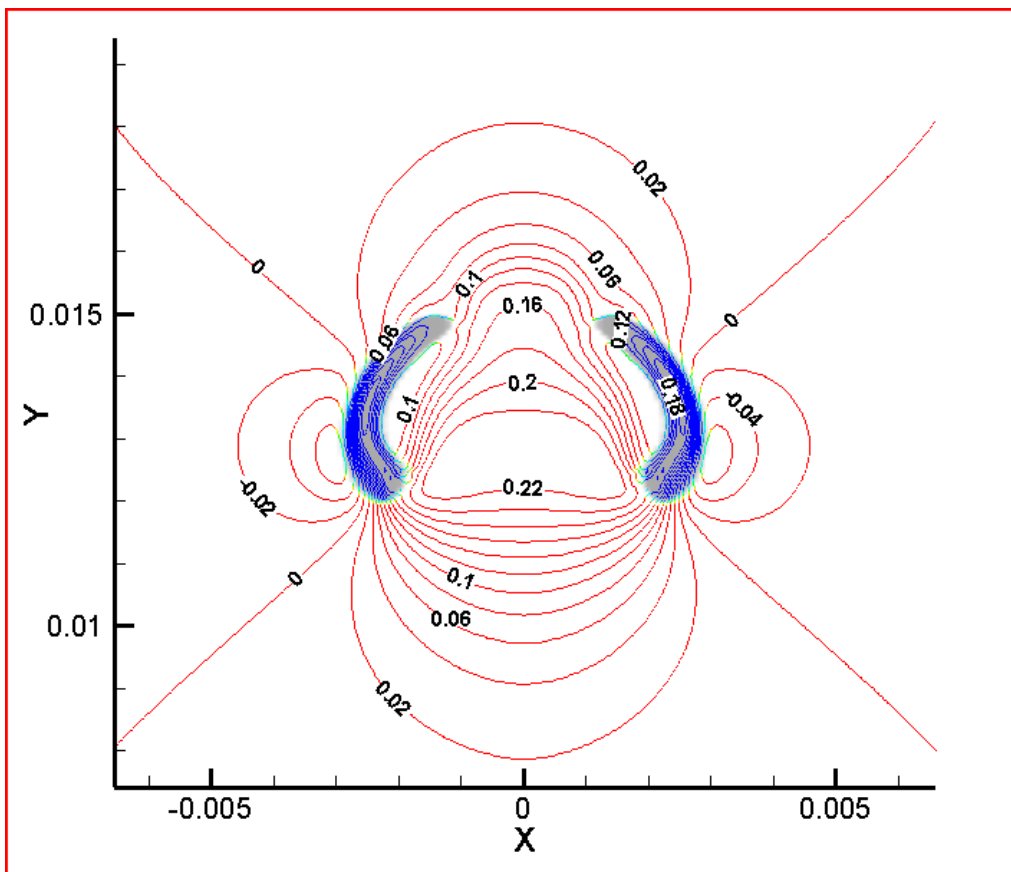
(C)



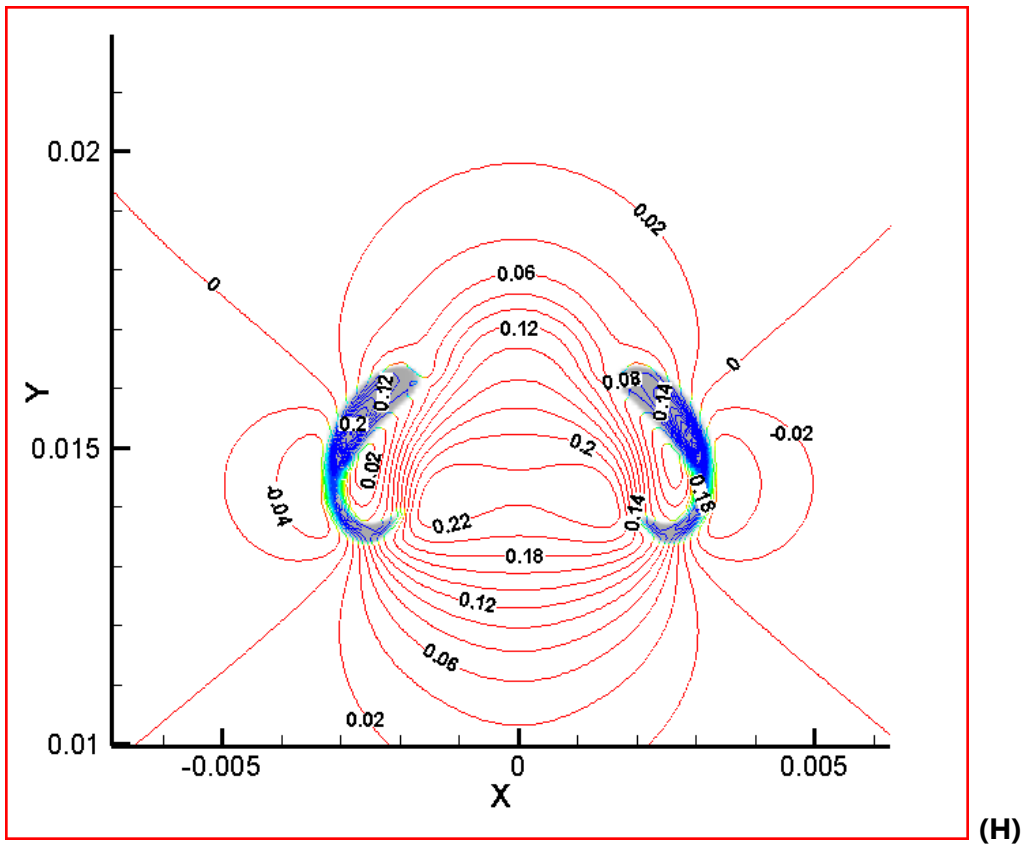
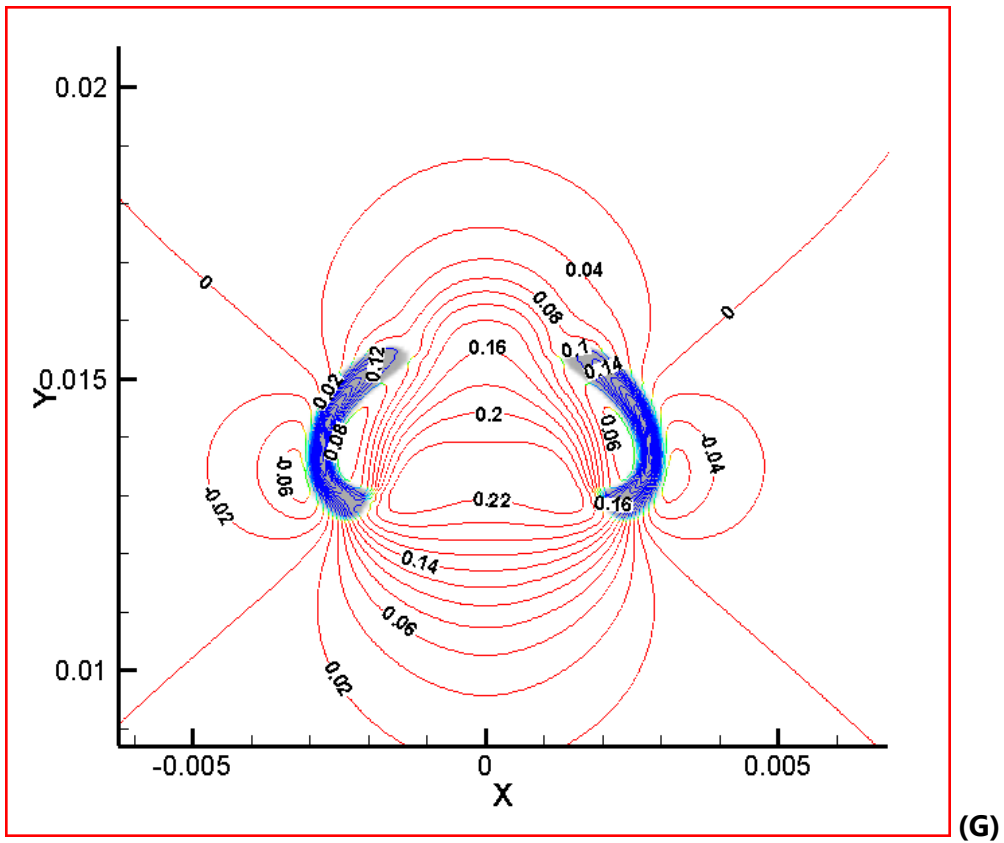
(D)



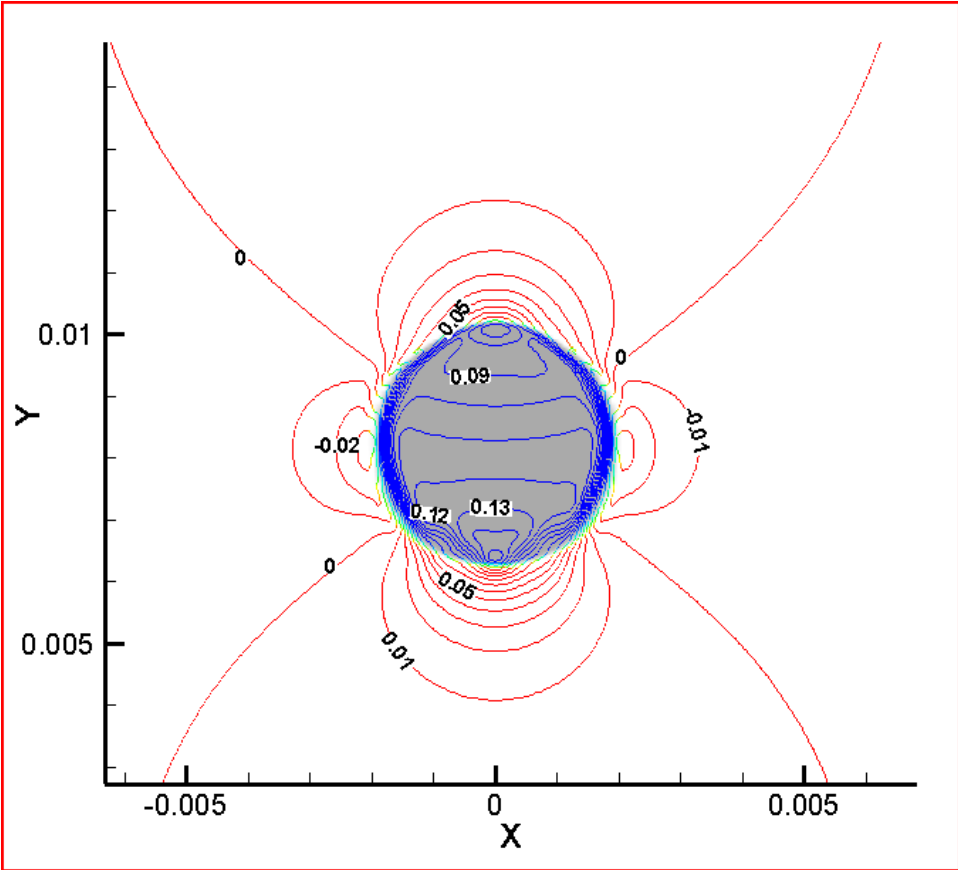
(E)



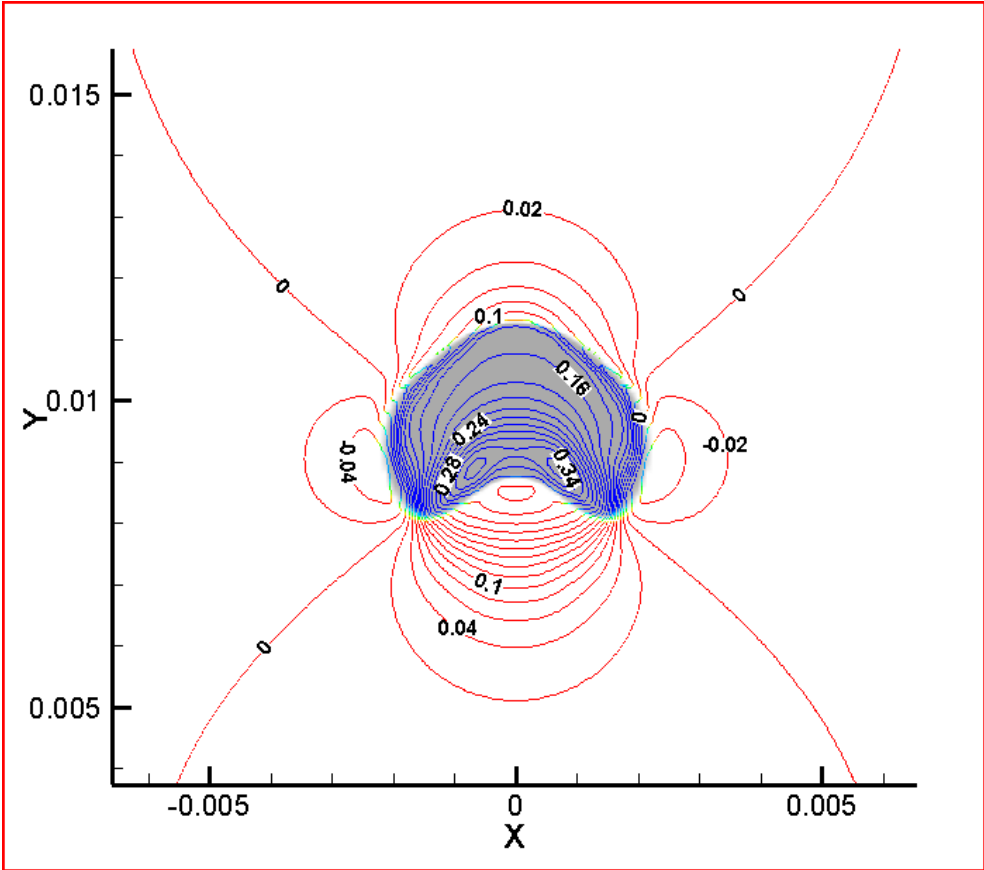
(F)



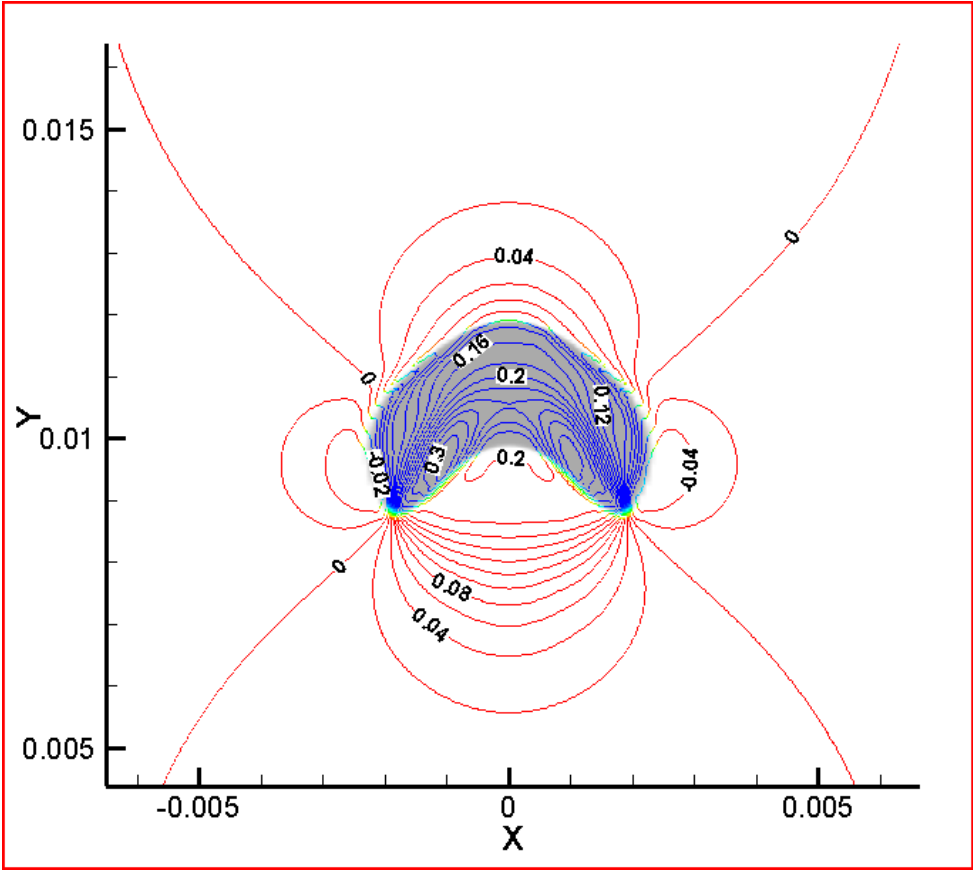
**FIG. 51-** Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le troisième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.021 sec, (D) 0.031 sec, (E) 0.041 sec, (F) 0.05 sec, (G) 0.056 sec et (H) 0.065 sec.



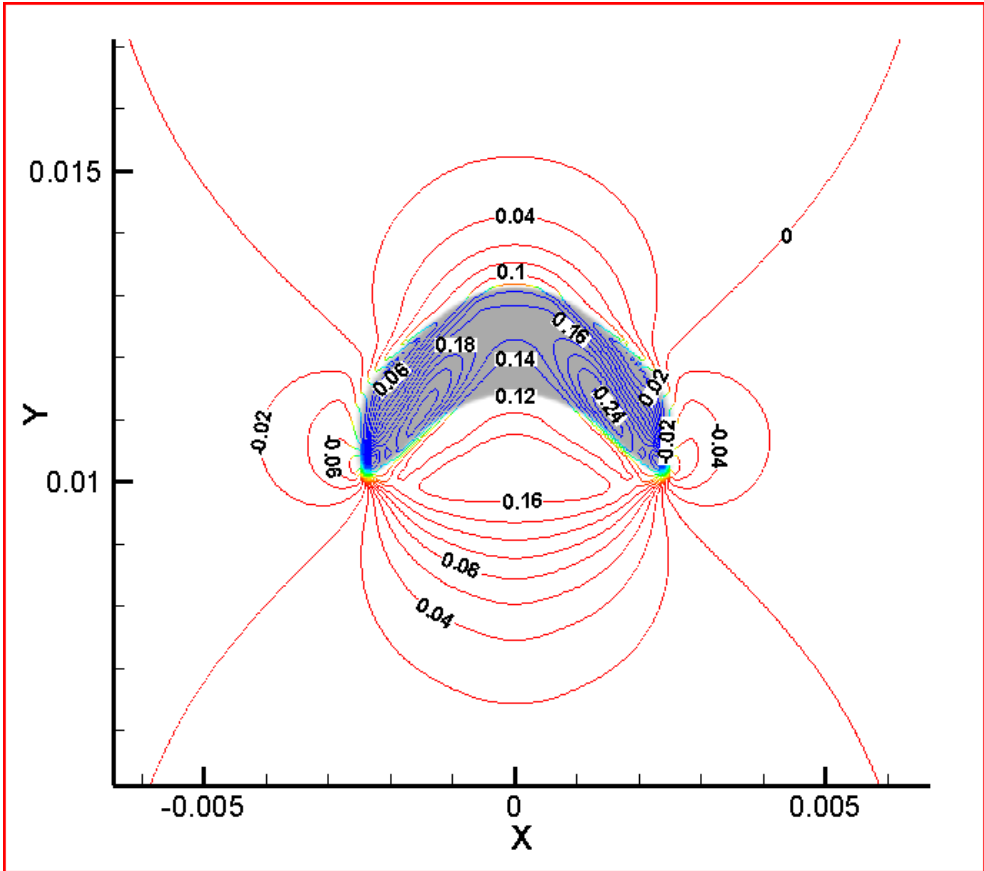
(A)



(B)

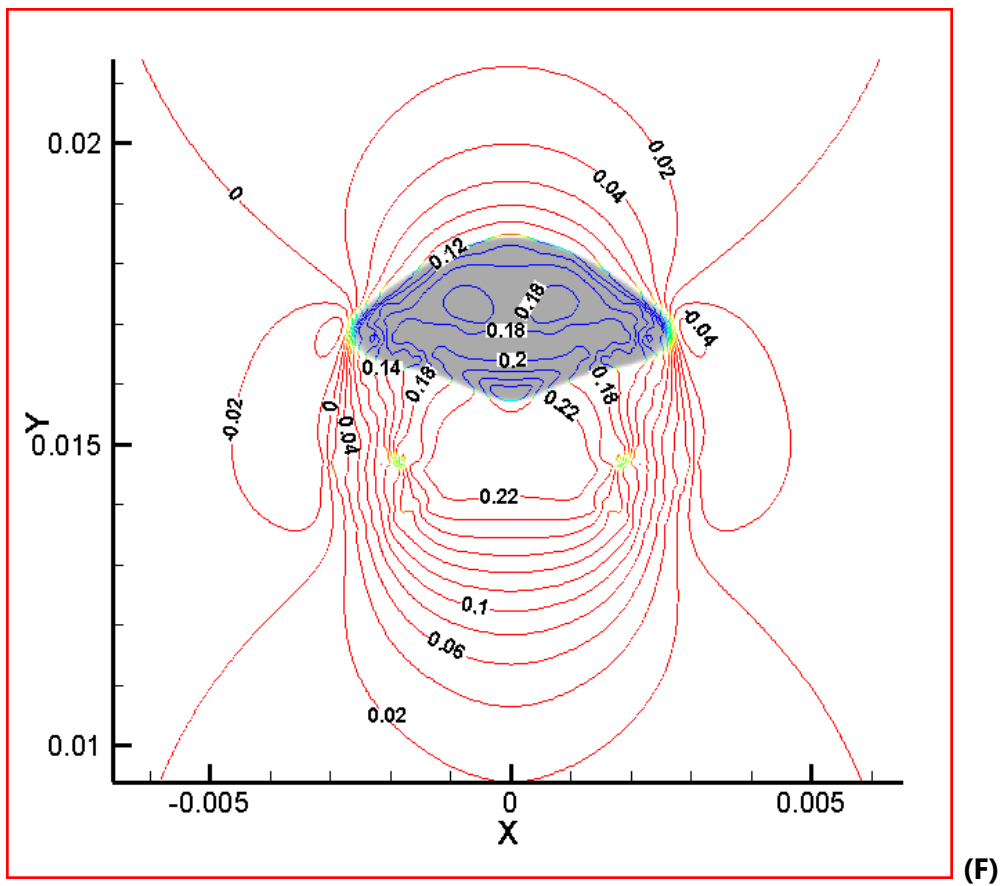
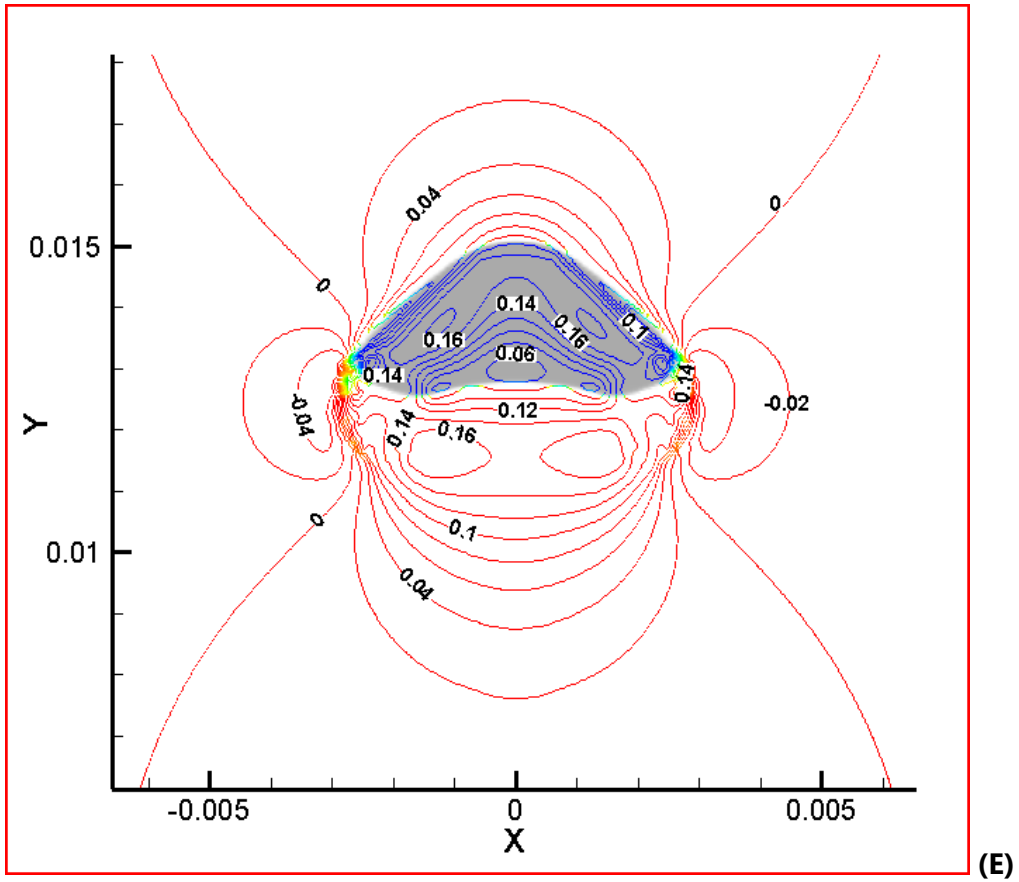


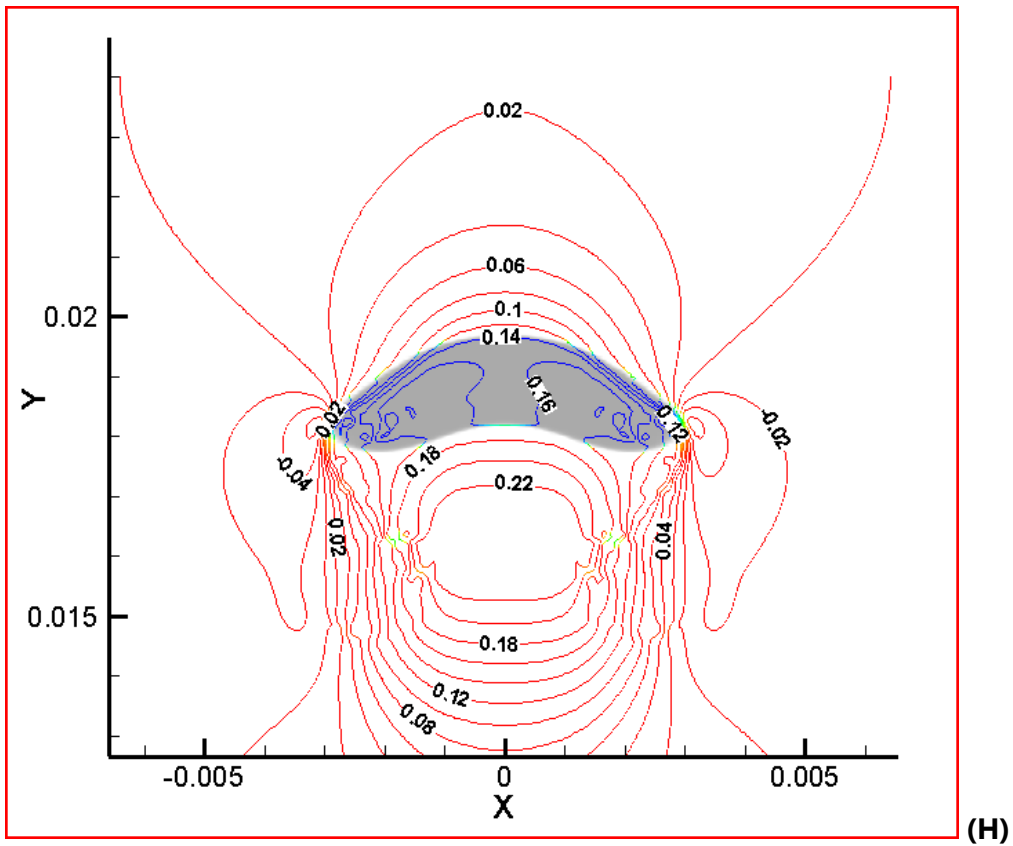
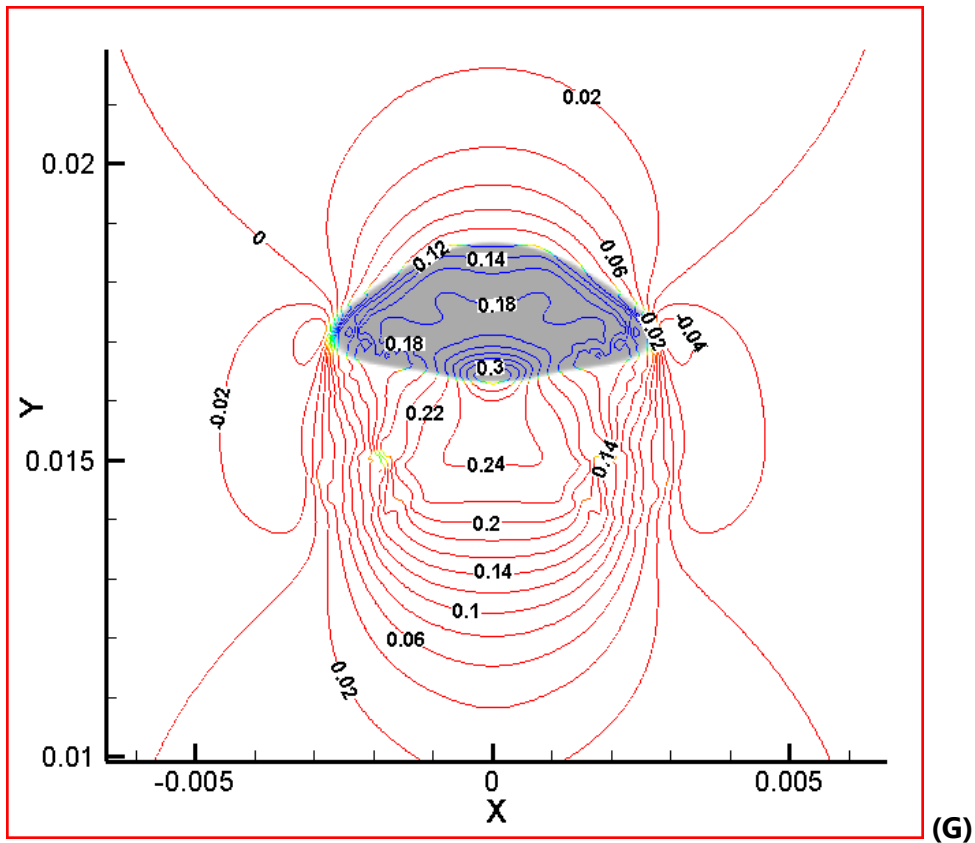
(C)



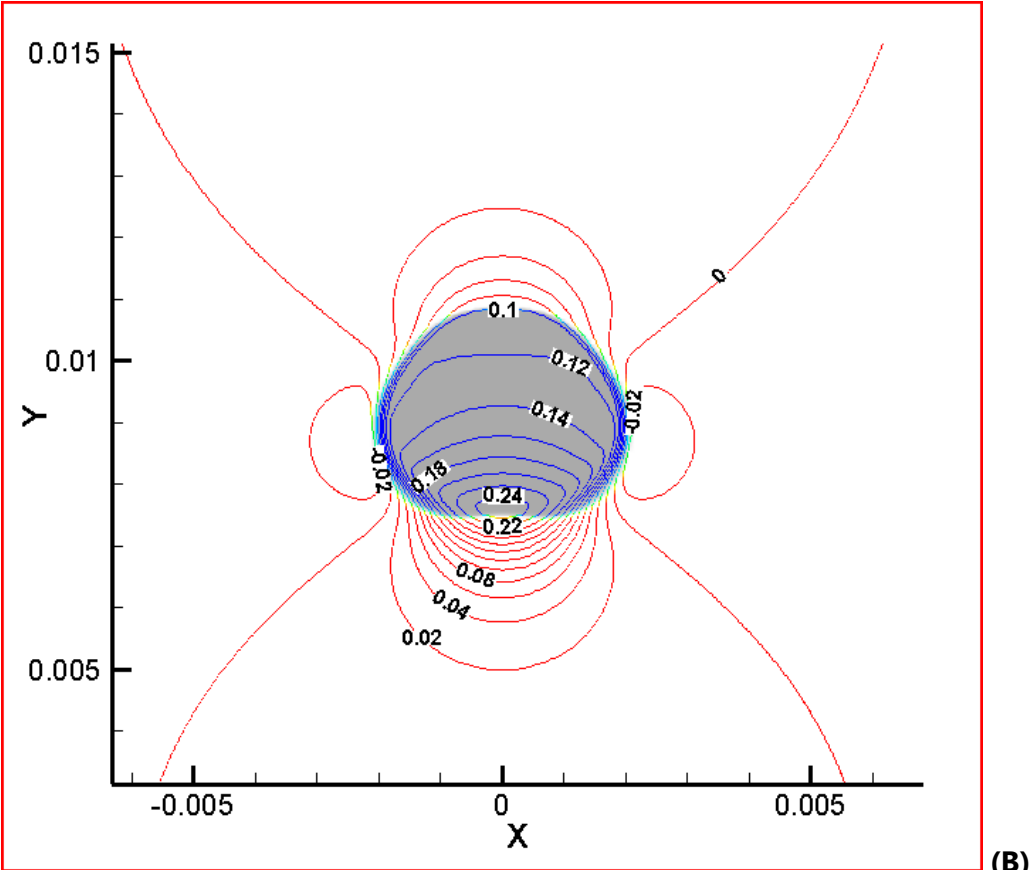
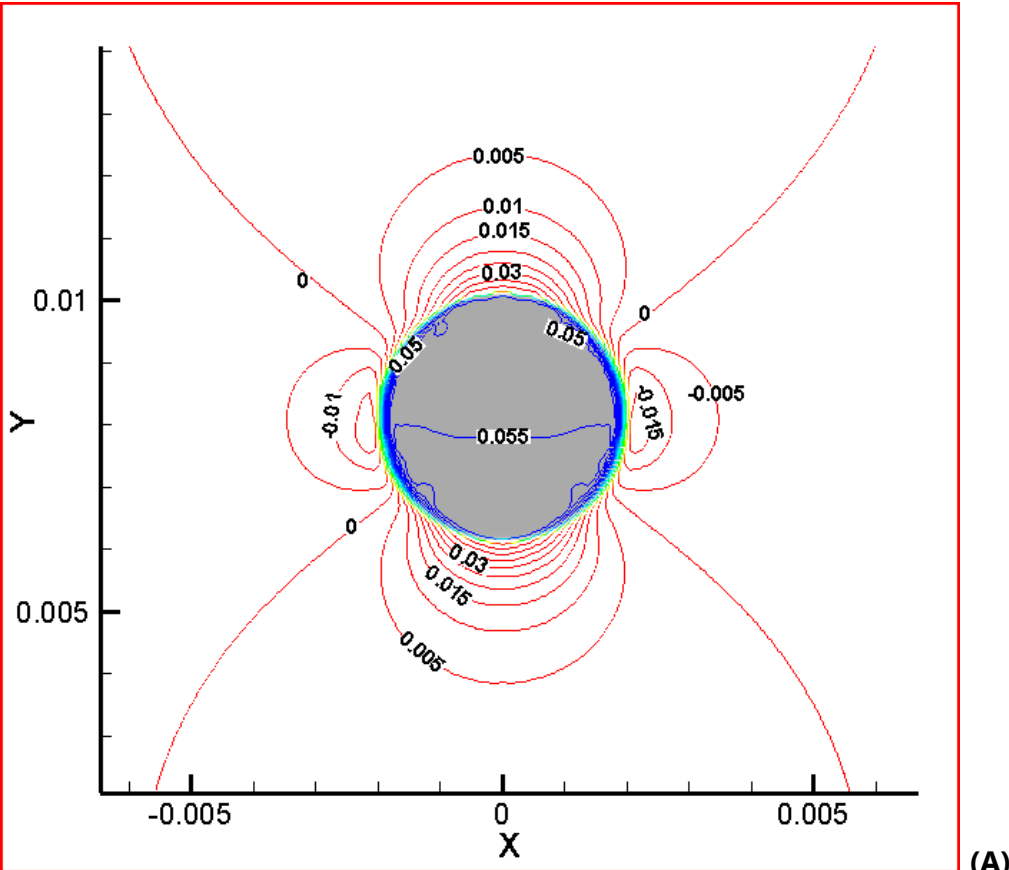
(D)

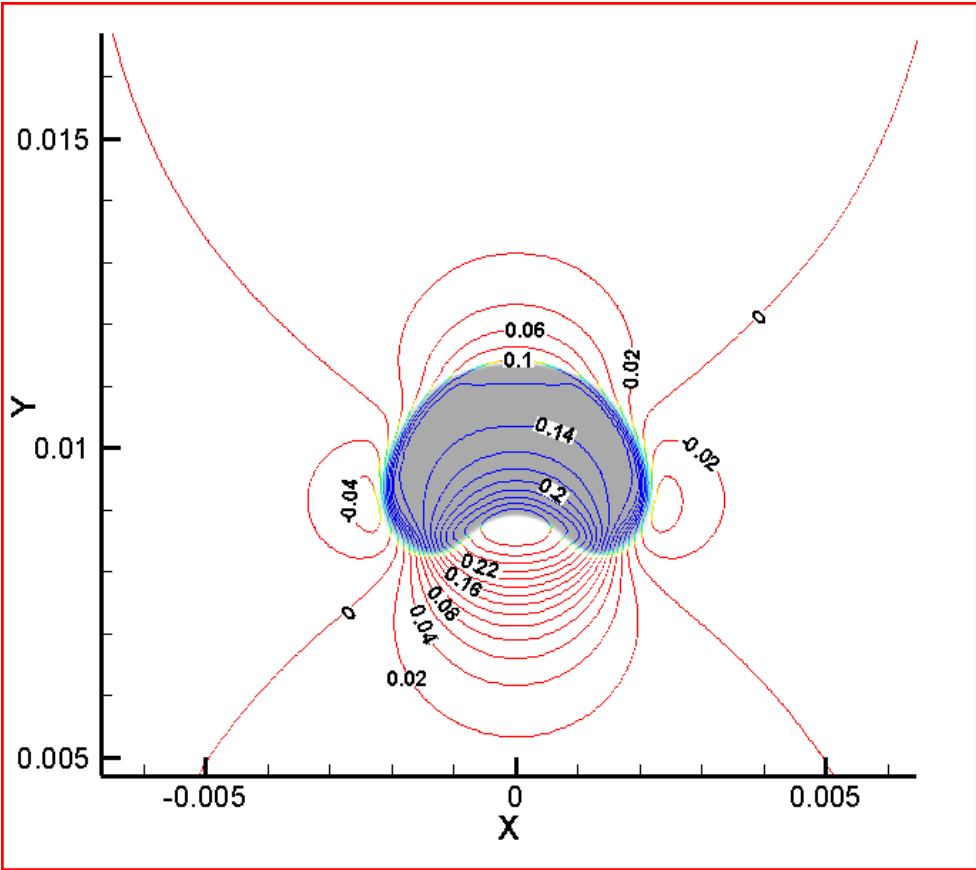




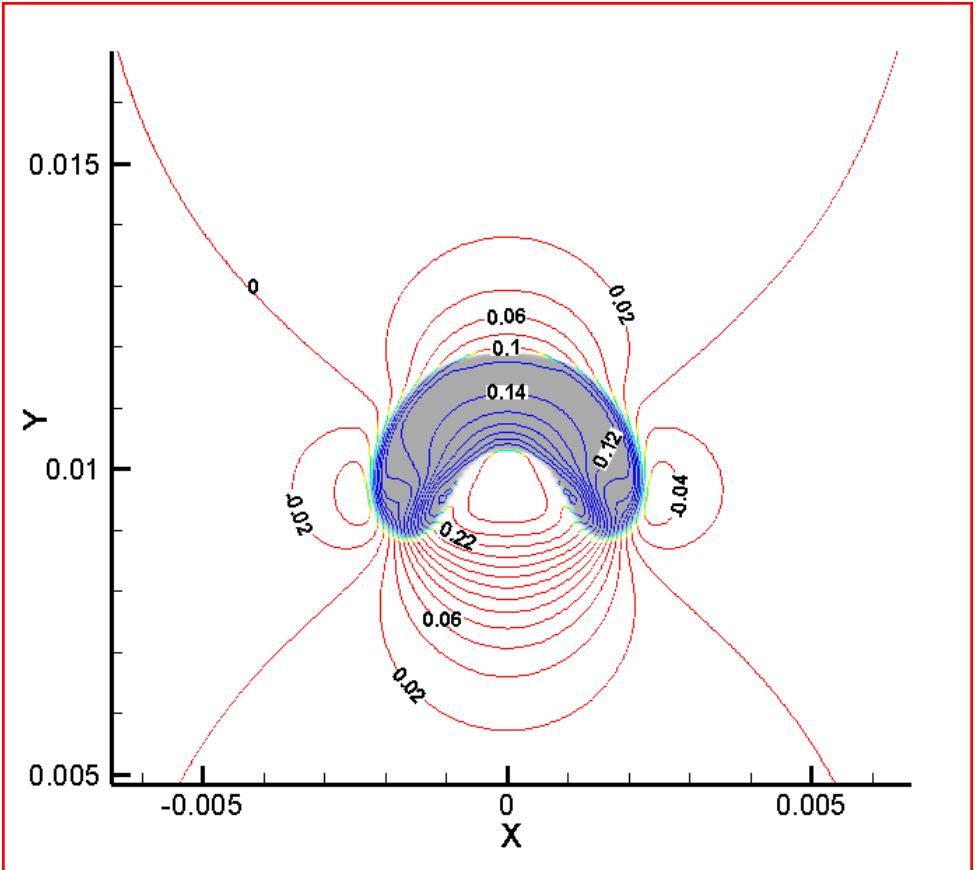


**FIG. 52-** Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le quatrième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.02 sec, (D) 0.03 sec, (E) 0.045 sec, (F) 0.07 sec, (G) 0.072 sec et (H) 0.08 sec.

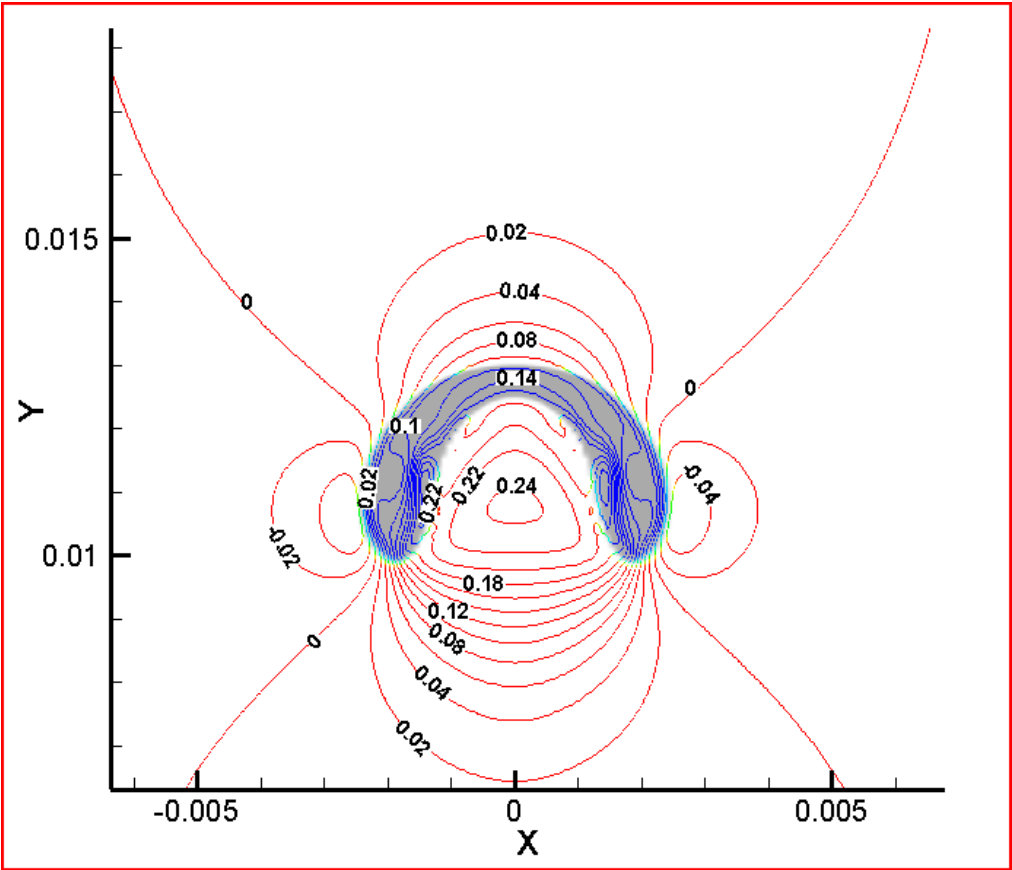




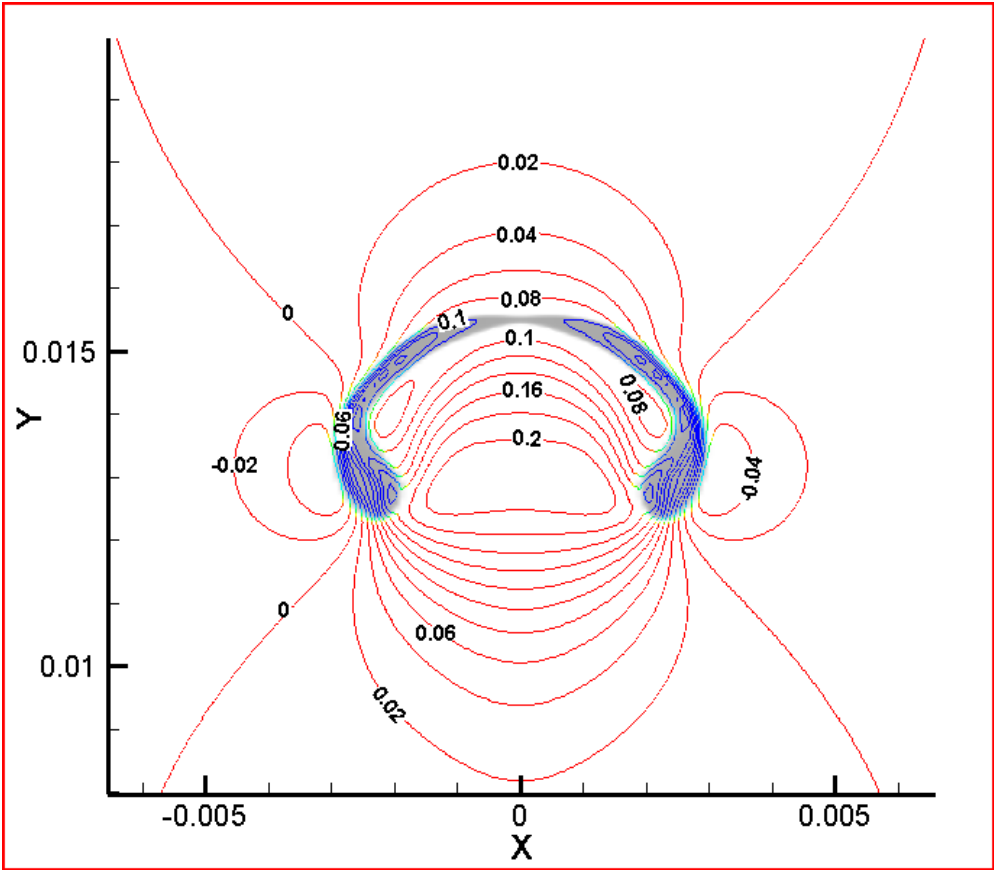
(C)



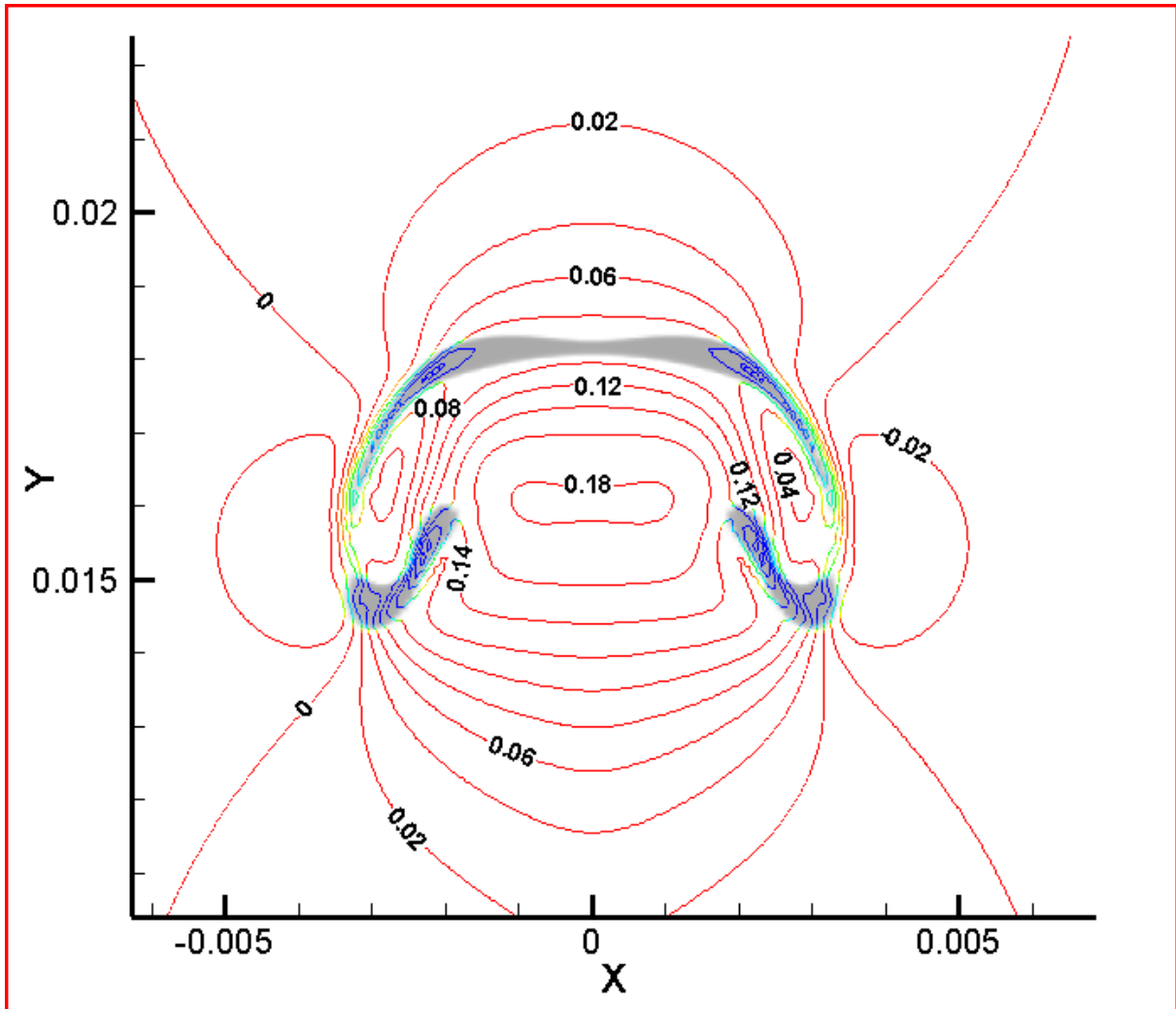
(D)



(E)



(F)



(G)

**FIG. 53-** Formes de la bulle & Contours de la composante verticale de la vitesse pour le cinquième cas, pour les temps : (A) 0.005 sec, (B) 0.015 sec, (C) 0.02 sec, (D) 0.025 sec, (E) 0.035 sec, (F) 0.06 sec et (G) 0.09 sec.

# Conclusion Générale

L'objectif principal de notre travail était le développement et/ou l'adaptation d'un code de calcul avec ou sans reconstruction d'interfaces appliqué aux écoulements diphasiques. Bien que ce travail a traité essentiellement le comportement des bulles dans des fluides au repos, une synthèse de base succincte et à jour sur les méthodes de suivi et de capture d'interface a été réalisée. Ce travail sert aussi de référence pour les comparaisons qualitatives et quantitatives entre les différentes méthodes de simulation pour différents régimes à bulles. Afin de répondre à cet objectif, des travaux de recherche ont été menés dans le cadre de cette thèse. Les études réalisées jusqu'à présent ont permis de démontrer la faisabilité de mise en œuvre de ce type de simulation sous le code ouvert *OpenFOAM*. On a présenté d'abord les premiers résultats de simulation avec le code *SURFER* pour le cas d'une bulle en ascension. Par la suite, on a abordé la simulation de la coalescence des bulles réalisée sur la machine parallèle puis une série de simulations dans une approche comparative entre la méthode VOF du code *OpenFOAM* et des autres méthodes. Cette comparaison nous a permis de caler les variantes du code et d'introduire une amélioration sur la représentation de la force de tension de surface. Nous avons analysé en détail le comportement des bulles dans différents régimes d'écoulement en utilisant cette nouvelle version. Finalement une tentative de couplage du modèle VOF avec le modèle MHD du même code a été présentée pour le cas de l'ascension d'une bulle.

Globalement, les résultats qu'on a obtenus par la simulation de la coalescence des bulles sont en accord avec les travaux d'autres chercheurs. L'implémentation d'une version de calcul parallèle avec les moyens dont on dispose nous a permis de franchir le domaine de simulation sous MPI. L'extension de cette technique sur un grand nombre de PCs individuels est possible et presque maîtrisable.

Comme perspective, on compte reprendre les simulations mais en tenant compte des effets de la turbulence et du transfert de chaleur sur le mouvement des bulles.

# Annexes

## ANNEXE A-1

### Le code source du solveur interFoam

#### 1) interFoam.C

```

/*-----*\
=====
\\      /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O p e r a t i o n |
\\      /  A n d          | Copyright (C) 1991-2007 OpenCFD Ltd.
  \\/    M a n i p u l a t i o n |
-----\

License
This file is part of OpenFOAM.

OpenFOAM is free software; you can redistribute it and/or modify it
under the terms of the GNU General Public License as published by the
Free Software Foundation; either version 2 of the License, or (at your
option) any later version.

OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
for more details.

You should have received a copy of the GNU General Public License
along with OpenFOAM; if not, write to the Free Software Foundation,
Inc., 51 Franklin St, Fifth Floor, Boston, MA 02110-1301 USA

Application
interFoam

Description
Solver for 2 incompressible fluids, which tracks the interface and
includes the option of mesh motion.

\*-----*/

```



```

#include "fvCFD.H"
#include "MULES.H"
#include "subCycle.H"
#include "interfaceProperties.H"
#include "twoPhaseMixture.H"

// * * * * *

int main(int argc, char *argv[])
{

#   include "setRootCase.H"
#   include "createTime.H"
#   include "createMesh.H"
#   include "readEnvironmentalProperties.H"
#   include "readPISOControls.H"
#   include "initContinuityErrs.H"
#   include "createFields.H"
#   include "readTimeControls.H"
#   include "correctPhi.H"
#   include "setInitialDeltaT.H"

// * * * * *

    Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;

//utilisation de l'objet runtime pour le contrôle du pas du temps//

    while (runTime.run())
    {
#       include "readPISOControls.H"

/* lecture des paramètres utilisés dans l'algorithme PISO : nCorrectors,
nNonorthogonalcorrectors, momentumPrediction, fluxGradp, nouterCorrectors */

#       include "readTimeControls.H" /* lecture de : adjustTimestep, maxCo, maxDeltaT */
#       include "CourantNo.H" /* calcul du nombre de courant */
#       include "setDeltaT.H" /* recevoir la valeur de deltaT */

```

```
runTime++;

Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;

twoPhaseProperties.correct();

#   include "gammaEqnSubCycle.H"

#   include "UEqn.H"

    // --- PISO loop
    for (int corr=0; corr<nCorr; corr++)
    {
#       include "pEqn.H"
    }

#   include "continuityErrs.H"

runTime.write();

    Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime() << " s"
        << "   ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime() << " s"
        << nl << endl;
}

Info<< "End\n" << endl;

return(0);
}

// ***** //
```

**2) Ueqn.H**

```
// ***** //

surfaceScalarField muf = twoPhaseProperties.muf();

fvVectorMatrix UEqn
(
    fvm::ddt(rho, U)
  + fvm::div(rhoPhi, U)
  - fvm::laplacian(muf, U)
  - (fvc::grad(U) & fvc::grad(muf))
  //- fvc::div(muf*(fvc::interpolate(dev(fvc::grad(U))) & mesh.Sf()))
);

/* (fvc::grad(U) & fvc::grad(muf)) est une autre formulation du terme
div(mu (grad U)^T) pour tenir compte du cas où mu n'est pas constante */

if (momentumPredictor)
{
    solve
    (
        UEqn
      ==
        fvc::reconstruct
        (
            (
                fvc::interpolate(interface.sigmaK())*fvc::snGrad(gamma)
              - ghf*fvc::snGrad(rho)
              - fvc::snGrad(pd)
            ) * mesh.magSf()
        )
    );
}

// ***** //
```

**3) pEqn.H**

```

// ***** //

{
    volScalarField rUA = 1.0/UEqn.A();
    surfaceScalarField rUAf = fvc::interpolate(rUA);

    /* rUAf est l'inverse de la matrice diagonale de la quantité de mouvement interpolée sur la face*/

    U = rUA*UEqn.H();
    /* l'opérateur H() utilise la solution actuelle pour effectuer un sweep de Jacobi */
    surfaceScalarField phiU
    (
        "phiU",
        (fvc::interpolate(U) & mesh.Sf()) + fvc::ddtPhiCorr(rUA, rho, U,
phi)
    );
    phi = phiU +
    (
        fvc::interpolate(interface.sigmaK())*fvc::snGrad(gamma)
        - ghf*fvc::snGrad(rho)
    )*rUAf*mesh.magSf();

    /* adjustPhi permet d'ajuster le "outlet flow" pour satisfaire l'équation de continuité dans le cas
    où on définit le domaine de solution avec des conditions aux limites égales à un gradient nulle
    pour la variable pression */

    adjustPhi(phi, U, pd);
    for(int nonOrth=0; nonOrth<=nNonOrthCorr; nonOrth++)
    {
        fvScalarMatrix pdEqn
        (
            fvm::laplacian(rUAf, pd) == fvc::div(phi)
        );

        pdEqn.setReference(pdRefCell, pdRefValue);
    }
}

```

```

if (corr == nCorr-1 && nonOrth == nNonOrthCorr)
{
    pdEqn.solve(mesh.solver(pd.name() + "Final"));
}
else
{
    pdEqn.solve(mesh.solver(pd.name()));
}

if (nonOrth == nNonOrthCorr)
{
    phi -= pdEqn.flux();
}
}

```

*/\* Le terme  $\phi$  représente le flux volumique par contre  $\phi U$  est sa composante convective-diffusive \*/*

```
U += rUA*fvc::reconstruct((phi - phiU)/rUaf);
```

*/\* le reste de la correction qui apparaît sur la partie droite de l'équation de la pression est ajouté après la résolution de la pression pour permettre le traitement des termes due à la pesanteur et à la tension de surface \*/*

```
U.correctBoundaryConditions();
}
```

```
// ***** //
```

## 4) gammaEqn.H

```

// ***** //
{
    word gammaScheme("div(phi,gamma)");
    word gammarScheme("div(phirb,gamma)");

    surfaceScalarField phic = mag(phi/mesh.magSf());
    phic = min(interface.cGamma()*phic, max(phic));
    surfaceScalarField phir = phic*interface.nHatf();

    for (int gCorr=0; gCorr<nGammaCorr; gCorr++)
    {
        surfaceScalarField phiGamma =
            fvc::flux
            (
                phi,
                gamma,
                gammaScheme
            )
            + fvc::flux
            (
                -fvc::flux(-phir, scalar(1) - gamma, gammarScheme),
                gamma,
                gammarScheme
            );

        MULES::explicitSolve01(gamma, phi, phiGamma);

        rhoPhi = phiGamma*(rho1 - rho2) + phi*rho2;
    }

    Info<< "Liquid phase volume fraction = "
        << gamma.weightedAverage(mesh.V()).value()
        << "  Min(gamma) = " << min(gamma).value()
        << "  Max(gamma) = " << max(gamma).value()
        << endl;
}

// ***** //

```

## ANNEXE A-2

## Dictionnaire de contrôle de la simulation

```

/*-----*\
| ===== |
| \\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
| \\      / O p e r a t i o n      | Version: 1.0
| \\      / A n d      | Web:      http://www.openfoam.org
|  \\/      M a n i p u l a t i o n      |
|-----*\

```

```

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;

    root         "";
    case         "";
    instance     "";
    local        "";

    class        dictionary;
    object       controlDict;
}

```

```
// * * * * * //
```

```
applicationClass interFoam;
```

```

startFrom      startTime;
startTime      0;
stopAt         endTime;
endTime        0.120;
deltaT         0.00001;
writeControl   adjustableRunTime;
writeInterval  0.001;
cycleWrite     0;
writeFormat    ascii;
writePrecision 6;
writeCompression compressed;
timeFormat     general;
timePrecision  6;
runTimeModifiable yes;
adjustTimeStep yes;
maxCo          0.2;
maxDeltaT      1;

```

```
// * * * * * //
```

## Dictionnaires des schémas de discrétisation

```

/*-----*\
| \ \      /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
| \ \      /  O p e r a t i o n | Version:  1.0
| \ \      /  A n d            | Web:       http://www.openfoam.org
|  \ \     /  M a n i p u l a t i o n |
\*-----*/
FoamFile
{
    version            2.0;
    format             ascii;
    root              "";
    case              "";
    instance          "";
    local             "";
    class             dictionary;
    object            fvSchemes;
}
// ***** //
ddtSchemes
{
    default Euler;
}
gradSchemes
{
    default           Gauss linear;
    grad(U)           Gauss linear;
    grad(gamma)       Gauss linear;
}
divSchemes
{
    div(rho*phi,U)    Gauss limitedLinearV 1;
    div(phi,gamma)    Gauss limitedLinear01 1;
    div(phirb,gamma) Gauss interfaceCompression 1;
}
laplacianSchemes
{
    default           Gauss linear corrected;
}
interpolationSchemes
{
    default           linear;
}
snGradSchemes
{
    default           corrected;
}
fluxRequired
{
    default           no;
    pd;
    pcorr;
    gamma;
}
// ***** //

```



## Dictionnaire des solveurs

```

/*-----*\
|  \ \      /  F i e l d          | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
|  \ \      /  O p e r a t i o n   | Version:  1.4
|  \ \      /  A n d                | Web:      http://www.openfoam.org
|  \ \ /    M a n i p u l a t i o n |
\*-----*/
FoamFile
{
    version          2.0;
    format           ascii;
    root             "";
    case             "";
    instance         "";
    local           "";
    class            dictionary;
    object           fvSolution;
}
// ***** //
solvers
{
    pcorr PCG
    {
        preconditioner  DIC;
        tolerance       1e-6;
        relTol          0;
    };
    pd PCG
    {
        preconditioner  DIC;
        tolerance       1e-7;
        relTol          0.05;
    };
    pdFinal PCG
    {
        preconditioner  DIC;
        tolerance       1e-7;
        relTol          0;
    };
    U PBiCG
    {
        preconditioner  DILU;
        tolerance       1e-06;
        relTol          0;
    };
}
PISO
{
    momentumPredictor no;
    nCorrectors        3;
    nNonOrthogonalCorrectors 0;
    nGammaCorr         1;
    nGammaSubCycles    2;
    cGamma             1;
    pdRefCell          0;
    pdRefValue         0.0;
}
// ***** //

```

## ANNEXE B

Les formes de la bulle & les contours de la composante verticale de la vitesse selon la référence [87]

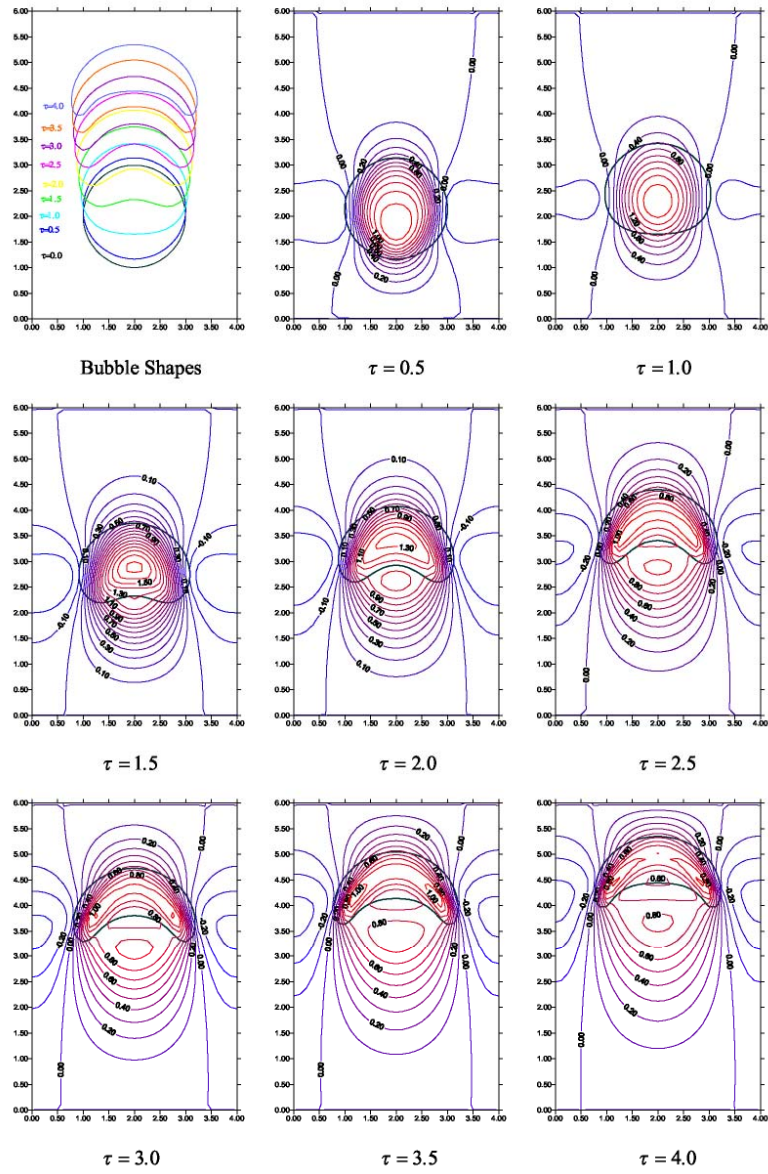


Figure 2 Bubble Evolution Shapes and Vertical Velocity Contours

for the case of  $Re=10, We=50, \rho_l/\rho_g = 80, \mu_l/\mu_g = 80$

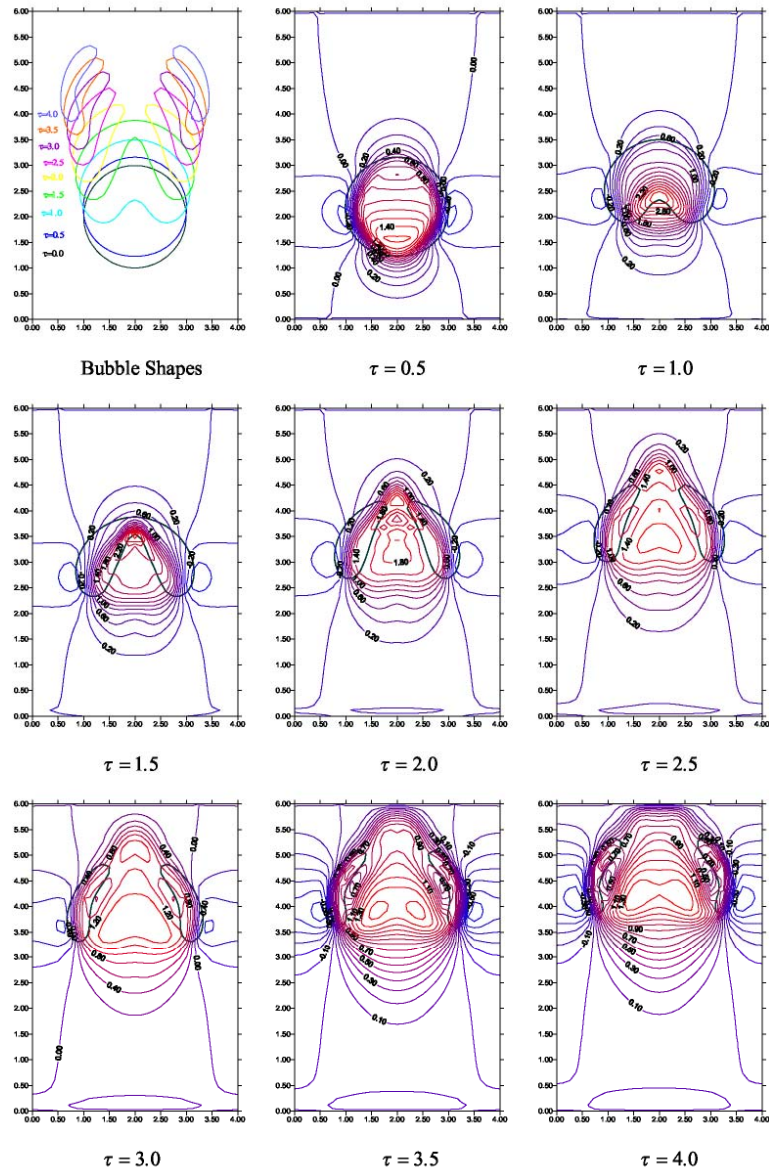


Figure 3 Bubble Evolution Shapes and Vertical Velocity Contours

for the case of  $Re=100$ ,  $We=50$ ,  $\rho_l/\rho_g = 80$ ,  $\mu_l/\mu_g = 80$

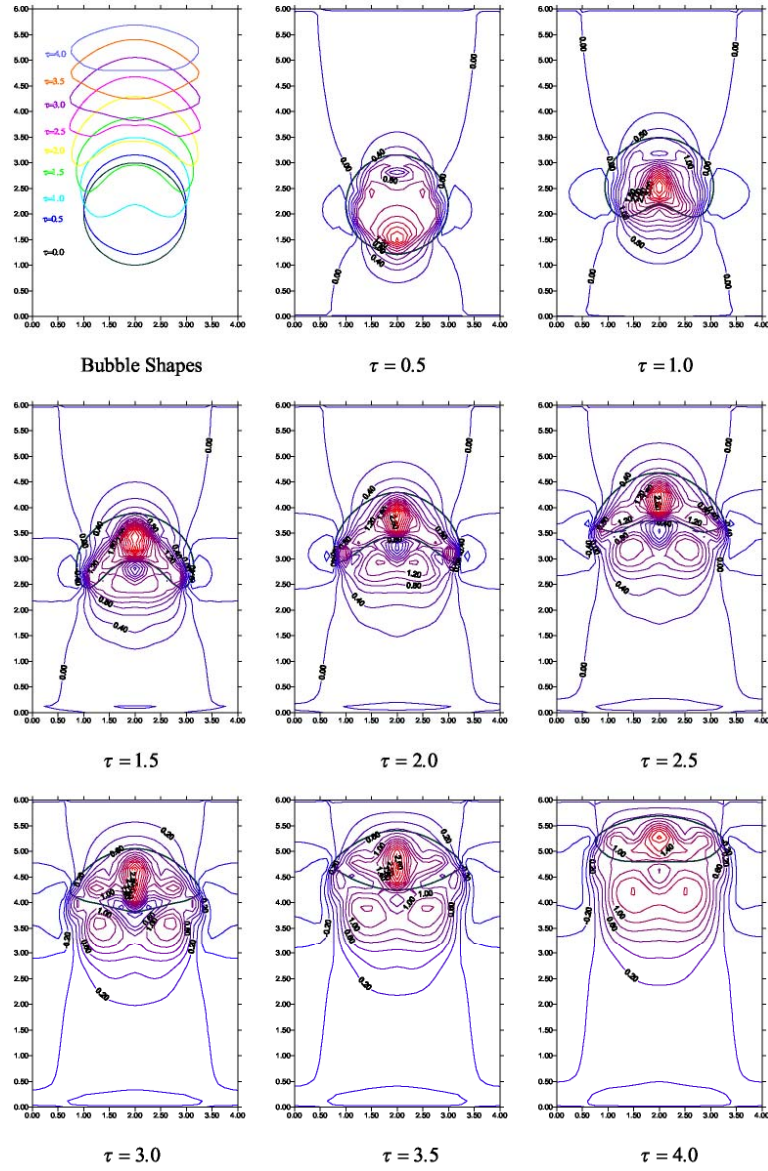


Figure 4 Bubble Evolution Shapes and Vertical Velocity Contours

for the case of  $Re=100$ ,  $We=5$ ,  $\rho_l/\rho_g = 80$ ,  $\mu_l/\mu_g = 80$

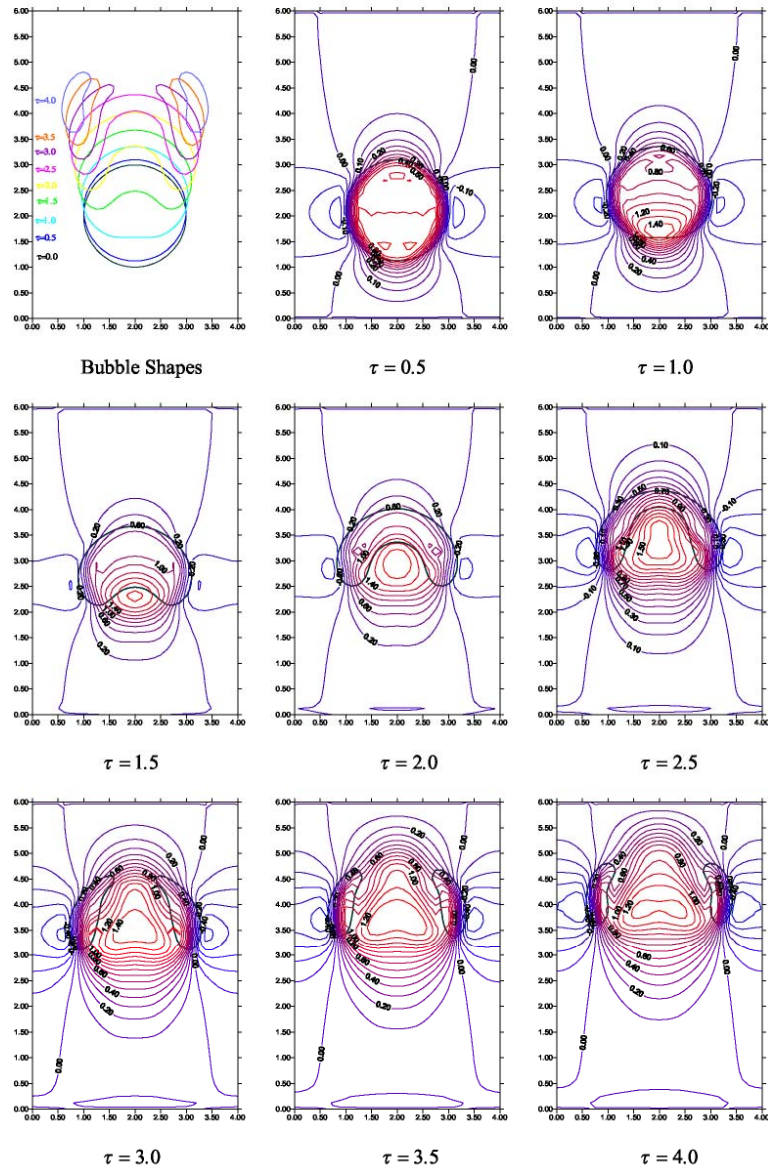


Figure 5 Bubble Evolution Shapes and Vertical Velocity Contours

for the case of  $Re=100$ ,  $We=50$ ,  $\rho_l/\rho_g = 5$ ,  $\mu_l/\mu_g = 80$



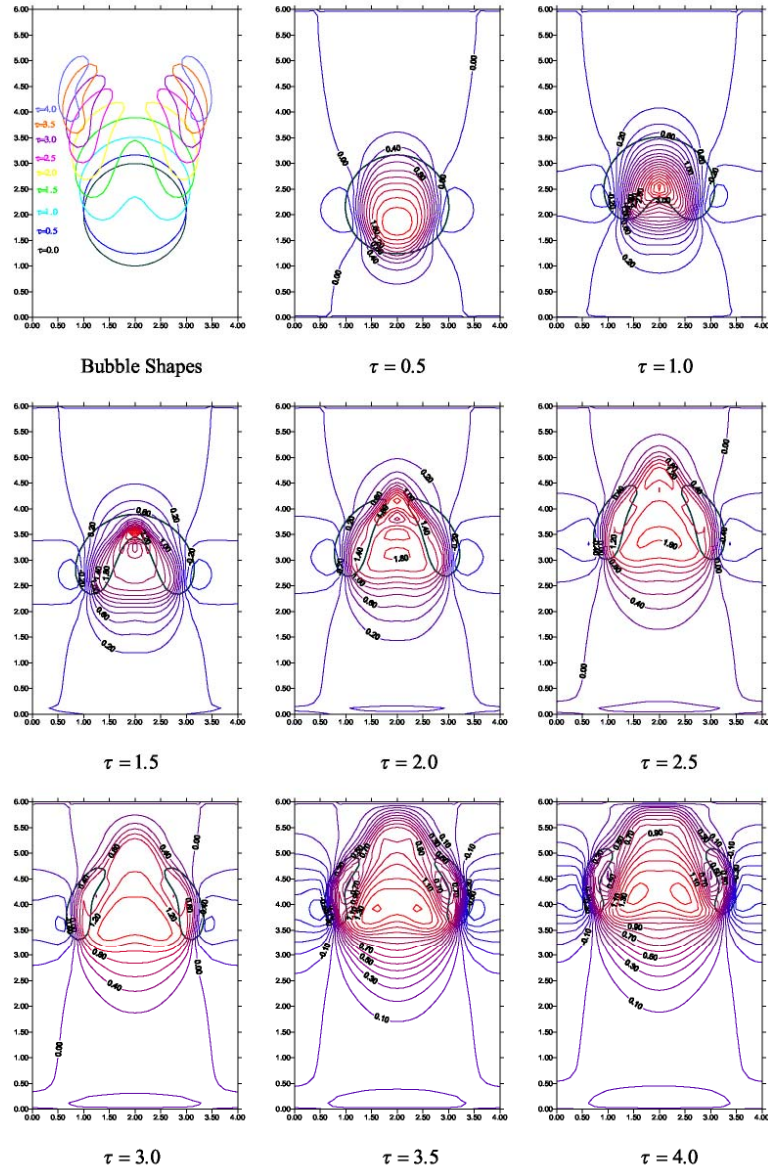


Figure 6 Bubble Evolution Shapes and Vertical Velocity Contours

for the case of  $Re=100$ ,  $We=50$ ,  $\rho_i/\rho_g = 1000$ ,  $\mu_i/\mu_g = 80$

# Bibliographie

- [1] Adrien Toutant, Modélisation physique des interactions entre interfaces et turbulence thèse de Doctorat, l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [2] Delnoij E., J.A.M. Kuipers and W.P.M. van Swaaij, Computational Fluid Dynamics Applied to Gas-Liquid Contactors, *Chem. Eng. Sci.*, 52:3623-3638, 1997a.
- [3] N.G. Deen et al., Multi-scale modelling of dispersed gas-liquid two-phase flow, *Chemical Engineering Science*, 59: 853 – 1861, 2004.
- [4] Stanley Osher and Ronald P. Fedkiw, Level Set Methods: An Overview and Some Recent Results, IPAM GBM Tutorials March 27 – April 6, 2001.
- [5] Samuel R. Ransau, Solution Methods for Incompressible Viscous Free Surface Flows: A Literature Review, Norwegian University of Science and Technology Trondheim, Norway, Preprint Numerics No. 3/2002.
- [6] Rider W., Kothe D., Stretching and tearing interface tracking methods, In 12<sup>th</sup> AIAA CFD Conference, 95-1717, AIAA, 1995.
- [7] Enright D. et al., A hybrid particle level set method for improved interface capturing, *J. Comp. Phys*, 183:83-116, 2002.
- [8] Unverdi S. O. , Tryggvason G., A front-tracking method for viscous, incompressible multi-fluid flows, *J. Comp. Phys.*, 100 :25-37, 1992.

- [9] Popinet S., Stabilité et formation de jets dans les bulles cavitantes : développement d'une méthode de chaîne de marqueurs adaptée au traitement numérique des équations de Navier-Stokes avec surface libre. PhD thesis, Université Paris 6, Laboratoire de Modélisation en Mécanique, 2000.
- [10] Junseok Kim and John Lowengrub, Interfaces and multicomponent fluids, Department of Mathematics University of California, Irvine, USA, 2004.
- [11] J. Glimm et al., Three-dimensional front tracking, *SIAM J. Sci. Comput.* 19 703-727, 1998.
- [12] G. Tryggvason, B. Bunner, A. Esmaeeli, D. Juric, N. Al-Rawahi, W. Tauber, J. Han, S. Nas, and Y.-J. Jan, A front-tracking method for the computations of multiphase Flow, *J. Comput. Phys*, 169:708-759, 2001.
- [13] D. J. Torres and J. U. Brackbill, The point-set method: Front-tracking without connectivity, *J. Comput. Phys.* 165-620, 2000.
- [14] Seungwon Shin and Damir Juric, Modeling Three-Dimensional Multiphase Flow Using a Level Contour Reconstruction Method for Front Tracking without Connectivity, *J. Comput. Phys*, 180:427-470, 2002.
- [15] Douglas B. Kothe, Perspective on Eulerian finite volume methods for incompressible interfacial flows, Los Alamos National Laboratory, disponible à l'adresse: <http://public.lanl.gov/mww/Papers/cism.ps.gz>
- [16] Analysis of Non-Newtonian and Two-Phase Flows, Zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften von der Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik der Universität Paderborn genehmigte Dissertation, 2005.
- [17] Anna-Karin Tornberg, Interface Tracking Methods with Application to Multiphase Flows, Doctoral Dissertation, Royal Institute of Technology, 2000.



- [18] Elin Olsson, Gunilla Kreiss, A conservative level set method for two phase flow, *J. Comput. Phys.*, 210:225–246, 2005.
- [19] R. Scardovelli, S. Zaleski, Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 31:567–603, 1999.
- [20] Dalton J. E. Harvie and David F. Fletcher, a New Volume of Fluid Advection Algorithm: The Stream Scheme, *J. Comput. Phys.* 162:1–32, 2000.
- [21] Vinay Ramohalli Gopala, Volume of Fluid Method, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, disponible à l'adresse: [www.chalmers.se/am/SV/forskning/forskningsavdelningar/stromningslara/siamuf/seminarium-arkiv/seminarium-oktober2005/downloadFile/attachedFile\\_2\\_f0/Volume\\_of\\_Fluid\\_Method.pdf](http://www.chalmers.se/am/SV/forskning/forskningsavdelningar/stromningslara/siamuf/seminarium-arkiv/seminarium-oktober2005/downloadFile/attachedFile_2_f0/Volume_of_Fluid_Method.pdf)
- [22] R.R. Nourgaliev and al., the lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications, *Int J of Multiphase flow*, 29: 117-169, 2003.
- [23] Fluent Inc., User Defined Functions, Fluent Software Training TRN-99-003, 2001.
- [24] Kathleen S. Bonnell et al., Material interface reconstruction, disponible à l'adresse : <http://www.cs.brown.edu/research/vis/docs/pdf/Bonnell-2003-MIR.pdf>.
- [25] Chapter 4, free surface & density, disponible à l'adresse: [dissertations.ub.rug.nl/FILES/faculties/science/2008/r.wemmenhove/04\\_c4.pdf](http://dissertations.ub.rug.nl/FILES/faculties/science/2008/r.wemmenhove/04_c4.pdf).
- [26] S. Afkhami and M. Bussmann, Height functions for applying contact angles to 2D VOF simulations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 2007.
- [27] Min Soo Kim and Woo Il Lee, A new VOF-based numerical scheme for the simulation of fluid flow with free surface. Part I: New free surface-tracking algorithm and its verification, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 42:765–790, 2003.

- [28] V. Maronnier, M. Picasso, and J. Rappaz, Numerical Simulation of Free Surface Flows, *J. Comput. Phys*, 155, 439–455 (1999).
- [29] Benjamin Biausser, 3D two phase flows numerical simulations by SL-VOF method, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 45:581–604, 2004.
- [30] Akira Sou, Evaluation of volume tracking algorithms for gas-liquid two-phase flows, Proceedings of ASME FEDSM'03 4TH ASME\_JSME Joint Fluids Engineering conference Honolulu, Hawaii, USA, July 6-11, 2003.
- [31] Vinay R. Gopala, Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows, *Chemical Engineering Journal*, 2008.
- [32] Gregor Cerne et al., Numerical errors of the volume-of-fluid interface tracking algorithm, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 38:329–350, 2002.
- [33] Vadim Dyadechko and Mikhail Shashkov, Moment-of-fluid interface reconstruction, Los Alamos National Laboratory, LA-UR-05-7571, disponible à l'adresse: [cnls.lanl.gov/~shashkov/papers/main.pdf](http://cnls.lanl.gov/~shashkov/papers/main.pdf).
- [34] S. Osher and R. Fedkiw - Level set methods and dynamic implicit surfaces, Springer, 2003.
- [35] M. Sussman and E. G. Puckett - A coupled level set and volume of fluid method for computing 3d and axisymmetric incompressible two-phase flows", *J.Comp. Phys*, 162:301-337, 2002.
- [36] W.J. Rider, D.B. Kothe, Reconstructing volume tracking, *J. Comput. Phys*, 141:112–152, 1998.
- [37] D. Enright, R. Fedkiw, J. Ferziger, I. Mitchell, A hybrid particle level set method for improved interface capturing, *J. Comput.Phys*, 183 (1):83–116, 2002.

- [38] Simone E. Hieber, Petros Koumoutsakos, A Lagrangian particle level set method, *J. Comput. Phys*, 210:342–367, 2005.
- [39] Brooks Moses, Simulation of multiphase fluid flows using a spatial filtering process, Ph. D. Thesis, 2007.
- [40] Gregor Cerne et al., Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase Flow, *J. Comput. Phys*, 171:776–804, 2001.
- [41] Mark Sussman, A second order coupled level set and volume-of-fluid method for computing growth and collapse of vapor bubbles, *J. Comput. Phys*, 187:110–136, 2003.
- [42] S.P. van der Pijl, A. Segal, C. Vuik, Modeling of three-dimensional multi-phase flows with a Mass-Conserving Level-Set method, Delft University of Technology Report 06-10, 2006.
- [43] T. Ménard et al., Coupling level set/VOF/ghost fluid methods: Validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet, *International Journal of Multiphase Flow*, 33:510–524, 2007.
- [44] Hector D. Cenicerros and Alexandre M. Roma, A multi-phase flow method with a fast, geometry-based fluid indicator, Preprint submitted to *J. Comput. Phys*, 2004.
- [45] G. Bozzano et al., Shape and terminal velocity of single bubble motion: a novel approach, *Computers and Chemical Engineering*, 25:571-576, 2001.
- [46] A. Tomiyama et al., Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime, *International Journal of Multiphase Flow*, 28:1497–1519, 2002.
- [47] Mario A. R. Talaia, Terminal Velocity of a Bubble Rise in Liquid, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 22, July 2007 ISSN 1307-6884.

- [48]. Clift, J.R. Grace and M.E. Weber, Bubbles, drops, and particles, Academic Press, 1978.
- [49] R. P. Chhabra, Bubbles, Drops, and Particles in Non-Newtonian Fluids, Taylor & Francis Group, LLC, 2007.
- [50] Christopher E. Brennen, Fundamentals of Multiphase Flows, Cambridge University Press ISBN 0521 848040, 2005.
- [51] Christopher E. Brennen, Cavitation and Bubble Dynamics, Oxford University Press, 1995.
- [52] Zhengliang Liu, Ying Zheng , PIV study of bubble rising behavior, *Powder Technology*, 168:10–20, 2006.
- [53] N. N. Clarke, K. S. Rezkallah, A study of drift velocity in bubbly two-phase flow under microgravity conditions, *International Journal of Multiphase Flow*, 27:1533-1554, 2001.
- [54] D. Bothe et al., VOF-Simulation of the Lift Force for Single Bubbles in a Simple Shear Flow, *Chem. Eng. Technol*, 29, No. 9:1048–1053, 2006.
- [55] Daniel Lörstad, Laszlo Fuchs, High-order surface tension VOF-model for 3D bubble flows with high density ratio, *J. Comput. Phys*, 200:153–176, 2004.
- [56] Marc Dhainaut, Literature study on observations and experiments on coalescence and breakup of bubbles and drops, SINTEF Report, 2002.
- [57] Lars HAGESÆTHER, Coalescence and Break-up of drops and bubbles, Ph. D. Thesis, 2002.
- [58] Ler Verkrijging Van, Path and weak of a rising bubble, Doctoral Thesis, 2001.
- [59] Xiaoyi He et al., A Lattice Boltzmann Scheme for Incompressible Multiphase Flow and Its Application in Simulation of Rayleigh–Taylor Instability, *Journal J. Comput. Phys*, 152:642–663, 1999.

- [60] B. Lafaurie et al., Modeling Merging and Fragmentation in Multiphase Flows with SURFER, *J. Comput. Phys*, 113:134-147, 1994.
- [61] Jie Li, Calcul d'Interface Affine par Morceaux, C.R. Acad. Sci. Paris, t. 320, Série II b, p. 391-396, 1995.
- [62] Denis Gueyffier, Volume-of-Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface Stress Methods for Three-Dimensional Flows, *J. Comput. Phys*, 152:423-456, 1999.
- [63] Yuriko Renardy and Jie Li, Parallelized Simulations of Two-fluid Dispersions, from *SIAM News*, Volume 33, Number 10.
- [64] Jie Li and Yuriko Renardy, Numerical Study of Flows of Two Immiscible Liquids at Low Reynolds Number, *SIAM REVIEW* Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 42, No. 3, pp. 417-439, 2000.
- [65] Y. Renardy et al., Drop fragment distributions under shear with inertia, *International Journal of Multiphase Flow*, 28:1125-1147, 2002.
- [66] H. G. Weller et al., A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques, *Computers in physics*, Vol. 12, No. 6, NOV/DEC, 1998.
- [67] H. Weller et al., LES Simulation of the Internal Flow and Near-Field Spray Structure of an Outward-Opening GDI Injector and Comparison Imaging Data, *SAE Technical Paper Series*, 2008.
- [68] Henrik Rusche, Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions, Ph. D Thesis, Imperial College of Science, Technology & Medicine, 2002.
- [69] H. Jasak and H. G. Weller, Interface Tracking Capabilities of the Inter-Gamma Differencing Scheme, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 1995

- [70] Hrvoje Jasak, Numerical Solution Algorithms for Compressible Flows, Lecture Notes Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, Croatia, Academic Year 2006-2007.
- [71] H. Jasak et al., High Resolution NVD Differencing Scheme for Arbitrarily Unstructured Meshes, *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 31: 431-499 (1999).
- [72] G.B. Wallis, One-dimensional two-phase flow, Bubbly Flow, Chap 9, Mc Graw-Hill, 2nd edition, 1979.
- [73] Lichen Yuguo Li and Richard Manasseh, The coalescence of bubbles –a numerical study, Third International Conference on Multiphase Flow, ICMF'98, France.
- [74] J.M. Martinez & al., Numerical study of the dynamic coalescence of two air bubbles in quiescent column water, XXI ICTAM, Warsaw, Poland, 15-21 August 2004.
- [75] A. Lucic and al., Numerical simulation and experimental studies of the fluid dynamic behaviour of rising bubbles in stagnant and flowing liquids, Technische Universität München, 2000.
- [76] C. Zhang, S. Eckert, G. Gerbeth, 'Motion of single gas bubbles rising in a liquid metal exposed to a DC magnetic field', The 15<sup>th</sup> Riga and 6th PAMIR Conference on Fundamental and Applied MHD Numerical and experimental methods, 2004.
- [77] C. Zhang, S. Eckert, G. Gerbeth, *Experimental* study of a single bubble motion in a liquid metal column exposed to a DC magnetic field, SFBPreprint SFB609-24-2004.
- [78] OpenCFD Limited, OpenFOAM Programmer's Guide, Version 1.4.1, 2007.
- [79] OpenCFD Limited, OpenFOAM User's Guide, Version 1.4.1, 2007.
- [80] OpenCFD Limited, OpenFOAM programmer's C++ documentation, 2007.

- [81] Onno Ubbink, Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 1997
- [82] Chorin, A. J., Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations, *Math. Comp*, 22: 745–762, 1968.
- [83] J.U. Brackbill, D.B. Kothe, and C. Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys.*, 100:335-354, 1992.
- [84] Daniel Brennan, The numerical simulation of two-phase flows in settling tanks, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 2001.
- [85] Hrvoje Jasak, Error analysis and estimation of the finite volume method with applications to fluid flows, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 1996.
- [86] Vinary R. Gopala & al., Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows, *Chemical Engineering journal*, 2008.
- [87] NI M-J. and KOMORI S., Simulation of Bubble Rising Flows by the Level Set Method, *Journal: Suchi Ryutai Rikigaku Shinpojiumu Koen Ronbunshu*, VOL.14th; page 221, 2000.
- [88] D. Merrouche, K. Mohammedi, I. Belaidi, Application de la méthode VOF au suivi d'interface des écoulements à bulles, *Conférence Internationale de Mécanique Avancée CIMA'04*, 30Nov-1&2 Déc. 2004.
- [89] D. Merrouche, K. Mohammedi, I. Belaidi, Mise en œuvre d'un calcul parallèle sous MPI dans la simulation d'un écoulement diphasique gaz liquide, 5<sup>ème</sup> journées de la Mécanique, 28-29 mars 2006, EMP.
- [90] D. Merrouche, K. Mohammedi, I. Belaidi , Bubble Two-Phase Flow Simulation with Volume of Fluid Interface Tracking Method, *International Review of Mechanical Engineering*, *Print ISSN: 1970 – 8734*, March 2008.

[91] D. Merrouche, K. Mohammedi, I. Belaidi , Simulation of the coalescence of two bubbles rising in a vertical pipe with VOF interface tracking method, AIP Conference proceedings 2007, (volume 907), Print ISSN 0094-243X, Online ISSN 551-7616, ISBN 978-0-7354-0414-4, 2007.

[92] D. Merrouche, K. Mohammedi, I. Belaidi , Coupling the VOF and the MHD models for the simulation of bubble rising in a metallic liquid, International Journal of Material Forming, 1960-6206 (Print) 1960-6214 (Online), Volume 1, Supplement 1, Avril 2008.

[93] D.B. Kothe at al., Volume Tracking of Interface Having Surface Tension in Two and Three Dimensions, AIAA 96-0859.

[94] O. Lebaigue, C. Duquennoy and S. Vincent, Test-case number 1: Rise of a spherical cap bubble in a stagnant liquid (PN), April 2003.

[95] Dirk-Jan Kort, Numerical study of single bubbles rising in a quiescent fluid, Master's thesis, University of Groningen, 2001.