

# IDENTIFICATION DES FRÉQUENCES DE RÉSONANCE ET DU MODULE D'ÉLASTICITÉ PAR LA MÉTHODE D'ANALYSE VIBRATOIRE

A. Daoui<sup>1,3</sup>, A.Meslem<sup>2</sup>, A. Zerizer<sup>3</sup>, R.Marchal<sup>4</sup>

T 3.

## RESUME

Le présent travail dont la méthodologie, largement utilisée dans le domaine de la dynamique vibratoire pour l'identification de module d'élasticité des matériaux, repose sur la recherche et l'interprétation du spectre des fréquences propres issues des vibrations naturelles en appliquant la théorie des poutres élastiques. La démarche expérimentale consiste en des essais de vibrations longitudinales sur des poutres (acier, bois) suffisamment longues pour déterminer les fréquences propres des matériaux.

Les résultats d'identification ont montré une très bonne corrélation entre les valeurs théorique et les valeurs expérimentales obtenues : fréquences de résonance et modules d'élasticité des matériaux élaborés.

## MOT CLES

Analyse vibratoire, acquisition de données, module d'élasticité, fréquence de résonance, théorie des poutres élastique

---

<sup>1</sup> Département des sciences techniques, Faculté des Sciences, UMBBoumerdes, hdaouis@gmail.com

<sup>1</sup> Laboratoire LBE , Faculté Génie Civil, USTHB Alger, Algérie, ameslem@yahoo.fr

<sup>1</sup> Laboratoire des Matériaux Minéraux et Composites (LMMC), UMBBoumerdès , Algérie, zerizer\_ab@yahoo.fr

<sup>4</sup> Laboratoire Bourguignon des Matériaux et Procédés (LABOMAP), ENSAM, Marchal.Remy.cluny@ensam.fr

## 1. INTRODUCTION

Les essais d'évaluation non destructive vibratoire sont basés sur l'analyse spectrale des vibrations naturelles d'un élément de structure (poutre, panneau) soumis à une excitation impulsionnelle. Cette méthode, applicable à bien des matériaux, donne une estimation instantanée des propriétés mécaniques des produits testés et peut permettre d'établir une véritable carte d'identité mécanique de chaque pièce (Haines and Leban, 1997; Zaveri et Phil, 1984).

Le principal avantage de cette méthode, outre le fait qu'elle soit non-destructive, est la simplicité. Elle s'adapte à toutes les dimensions de pièces, ne demande que très peu de manipulation et peut être facilement automatisée à court terme.

Les données issues de ces essais permettront d'orienter les choix matière en amont de la production, d'optimiser la production sur des critères de propriétés mécaniques, et bien sur d'accroître l'efficacité du classement en se substituant au classement visuel.

Dans les analyses vibratoires, on est toujours amené vers la mesure des modes de vibration (fréquences naturelles de vibration) afin de les comparer aux références bibliographiques.

On estime que la confirmation des modes propres de vibration par des essais peut fournir la réassurance pour la validation des résultats des essais effectués (Ewins, 1984).

## 2. DÉFINITION DE LA MÉTHODE D'ANALYSE VIBRATOIRE

### 2.1 Mécanisme d'excitation de structures et d'acquisition de données

La méthode d'analyse vibratoire la plus couramment utilisée dans le domaine expérimental consiste en l'excitation de la structure et l'enregistrement de sa réponse. Les techniques de mesure des sollicitations exercées sur les structures et les réponses de ces dernières pour l'analyse dynamique comprennent trois aspects fondamentaux (Døssing, 1987a; Døssing, 1988b; Dumas et Bennevault, 2001) :

- Le mécanisme permettant d'exciter correctement la structure
- Celui permettant de mesurer les signaux souhaités (forces, accélérations, déplacement...etc.)
- Et enfin celui qui assure l'extraction des informations que l'on désire acquérir.

Les excitateurs peuvent être classés en deux catégories : ceux directement en contact avec la structure étudiée pendant toute la durée de l'essai et ceux qui agissent à distance ou qui ne sont en contact que pendant un certain laps de temps (cas des marteaux d'impulsion pour le cas de test d'excitation transitoire).

### 2.2 Transformée de Fourier Discrète d'une fonction réelle

Le calcul et la représentation des fonctions en domaine fréquentiel nécessitent la connaissance des signaux dans le domaine fréquentiel. En pratique, on a seulement accès aux signaux dans le domaine temporel (réponse d'un accéléromètre par exemple). Le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel est réalisé à l'aide de la Transformée de Fourier Rapide (Fast Fourier Transform - FFT).

L'expression de la transformée de Fourier d'une fonction réelle  $y(t)$  définie pour  $0 \leq t \leq \infty$  a la forme (Lemay, 2001).

$$Y(f) = \int_0^{\infty} y(t) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (1)$$

Pour un signal continu défini par sa transformée de Fourier donnée par l'équation (1), en prenant une fréquence d'échantillonnage  $f_s$  et un temps d'observation T on aura alors un échantillon  $y(t_n)$  de

T3. Identification des fréquences de résonance et du module d'élasticité par la méthode d'analyse vibratoire A.Daoui, A.Meslem, A. Zerizer, R.Marchal

taille  $N$ . Cela revient à observer  $y(t)$  à des temps discrets espacés d'un pas  $\Delta t = \frac{1}{f_s}$ ; on observe donc un signal aux instants  $t_n = n \times \Delta t$  avec  $0 \leq n \leq N - 1$ . Ainsi, la transformée de Fourier discrète d'un signal donné s'exprime sous la forme suivante :

$$Y(f_k) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} y_n \exp(-\frac{j2\pi kn}{N}) \quad (2)$$

avec  $k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$

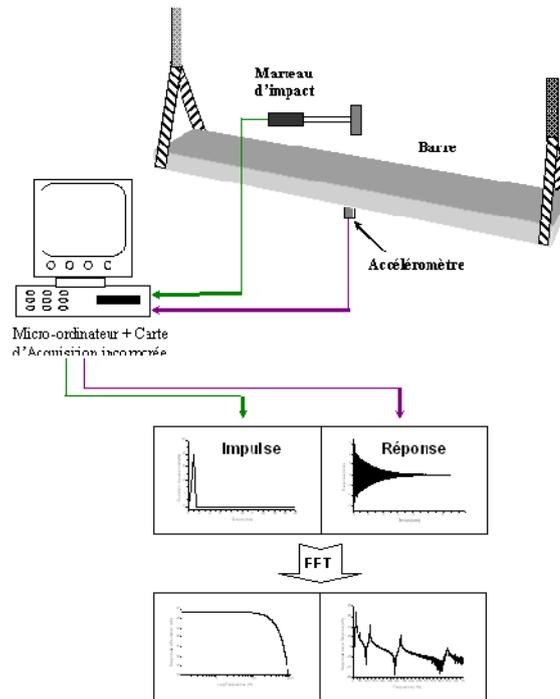
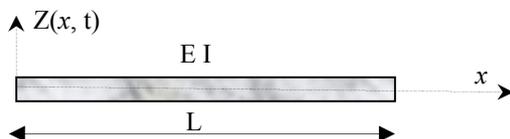


Fig.1 Procédure d'essai de vibration et acquisition de données pour le cas d'une barre libre aux extrémités

### 2.3 Identification du module d'élasticité

Le calcul des fréquences de vibrations propres des systèmes s'effectue sans tenir compte de la force d'amortissement. Ceci est dû au fait que l'effet de l'amortissement sur les fréquences de vibration sont négligeables par rapport à d'autres facteurs tels que: bruits, parasites, force d'impact...



Dans le contexte théorique, une poutre prismatique peut constituer un bon exemple de système vibrant à travers lequel les équations du mouvement peuvent être résolues analytiquement sur la base de la seconde loi de Newton pour les forces et les moments agissant sur la barre (Broch, 1984) :

$$\rho S \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3)$$

E : module de Young  
I : moment d'inertie de la barre  
 $\rho$  : la masse volumique de la barre  
S : la section de la barre

A partir de l'expression (3) on peut aboutir à une forme d'écriture permettant le calcul du module d'élasticité d'un matériau en fonction de la fréquence de résonance du système selon les conditions aux limites appropriées:

$$E = 48 \pi^2 \rho \left( \frac{L^2 f_n}{h K_n^2} \right)^2 \quad \text{N/m}^2 \quad (4)$$

$f_n$  : fréquence de résonance de système.

$K_n$  : constante qui dépend des conditions aux limites de la barre.

### 3. PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE

Le micro-ordinateur gère, sous le contrôle d'une carte d'acquisition, la totalité du paramétrage du boîtier d'acquisition et du traitement de l'information recueillie à la suite de la percussion appliquée. L'onde émise est transformée en signal électrique par un capteur de réponse (accéléromètre). Celui-ci amplifie, filtre puis échantillonne par l'intermédiaire du boîtier d'acquisition. Puis, après conversion du signal analogique en information numérique, l'enregistrement est transféré directement via le port parallèle dans une mémoire utilisateur du PC. La composition spectrale de l'enregistrement est obtenue par (FFT) transformée de Fourier Rapide (fig.1). Les matériaux soumis aux tests expérimentaux sont des poutres (bois de Pin d'Alep, acier) disposées selon un système libre-libre aux deux extrémités (fig.2).



Fig.2. Installation d'équipements pour le cas d'une poutre en bois de Pin d'Alep libre à ses extrémités

### 4. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'acquisition des données nous a permis l'identification des fréquences propres ainsi que le module d'élasticité longitudinale pour chaque mode de vibration. En effet, nos poutres ont été soumises à des excitations impulsionnelles de courte durée, permettant l'enregistrement des réponses et excitations (Fig.3 et 4).

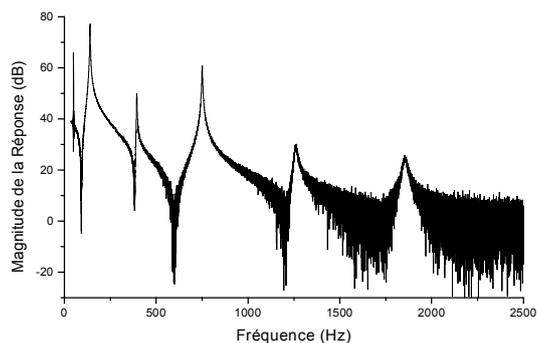


Fig.3. Spectre de réponse de la poutre en acier libre sur ses deux extrémités

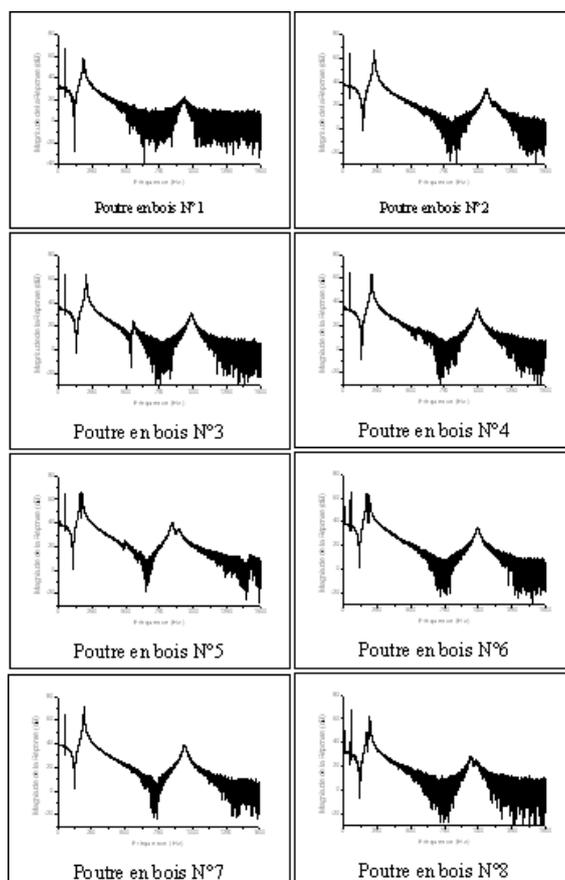


Fig.4. Spectre de réponse de la poutre en bois Pin d'Alep libre sur ses deux extrémités

Les graphes obtenus par acquisition, correspondant aux spectres de réponses pour chaque système sont donnés ci-avant (figure 3 & 4). Ils correspondent aux transformées de Fourier dans le domaine fréquentiel des réponses obtenues dans le domaine temporel. Les fréquences de résonance des modes de vibration sont clairement identifiées et correspondent aux pics présents sur ces spectres. Cependant on peut remarquer l'effet du bruit qui est prédominant, ce qui empêche l'apparition d'autres modes de vibration.

Pour le cas d'un marteau d'impact, l'efficacité du mode de vibrations par le dispositif impulsional est déterminé par la rigidité de surface de contact marteau-poutre ( l'élargissement de la gamme des fréquences de résonance est proportionnelle à la rigidité de la surface de contact).

Les autres modes de vibration de la structure n'étant pas excités du fait d'un manque d'énergie, ce qui explique la raison pour laquelle on a obtenu plus de pics de résonance (phénomène clairement identifié pour le cas d'une poutre en acier que dans le cas d'une poutre en bois).

Le tableau-1, présente les valeurs de fréquence de résonance obtenues à partir des spectres de réponse pour chaque système. Dans le cas de la poutre en acier, les valeurs des quatre (04) premiers modes de vibrations nous ont permis d'effectuer les calculs nécessaires (module d'élasticité longitudinal).

Pour une valeur constante du module d'élasticité ( $21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ) les fréquences de résonance théorique ont été calculées d'où la convergence des valeurs des fréquences aussi bien théoriques qu'expérimentales.

Tableau 1 Valeurs des fréquences de résonance et de module d'élasticité de flexion des quatre premiers mode de vibration pour le cas d'une poutre en acier

Mode	1	2	3	4
Fréq. [Hz] Pour $E = 21 \cdot 10^{10}$ [N/m <sup>2</sup> ]	134,7	371,1	727,7	1202,9
Fréq <sub>exp</sub> [Hz]	135,5	392,3	748,5	1257,9
$E_{exp}$ $10^{10} \times$ [N/m <sup>2</sup> ]	21,29	23,49	22,25	23.00

Pour le cas des poutres de Pin d'Alep (, le tableau-2, fait ressortir les valeurs expérimentales de fréquences de résonances du premier mode de vibration pour chaque poutre testée. Celles ci ont été comparées avec celles théoriques en admettant un interval de  $10^{10} \text{ N/m}^2$  à  $1,3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  pour les modules d'élasticité, montrant la concordance des valeurs expérimentales et théoriques.

Tableau 2 Valeurs des fréquences de résonance et de module d'élasticité de flexion de premier mode de vibration pour le cas des poutres en bois de Pin d'Alep

Ptre N°	Fréq [Hz] ( $E=10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	Fréq [Hz] ( $E=1,3 \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	Fréq. exp [Hz]	$E_{ident}$ [N/m <sup>2</sup> ]
1	189,4	216	183,3	$0,94 \cdot 10^{10}$
2	194,5	222,2	227,5	$1,36 \cdot 10^{10}$
3	196,9	224,5	203,8	$1,07 \cdot 10^{10}$
4	188,6	215,1	208,7	$1,23 \cdot 10^{10}$
5	189,8	216,5	175,1	$0,86 \cdot 10^{10}$
6	191,2	218,5	189,1	$0,98 \cdot 10^{10}$
7	197,6	225,3	195,6	$0,98 \cdot 10^{10}$
8	193,4	220,6	192,1	$0,99 \cdot 10^{10}$

Grâce a ce moyen d'identification, on a pu relever une légère variation des valeurs du module d'élasticité pour les différents modes de vibration due en partie à l'effet densité (la densité est plus ou moins variable dans le sens radial que longitudinal). Dans les calculs théoriques il est courant de considérer que le module d'Young est le même pour tous les modes de vibration( Fig.5).

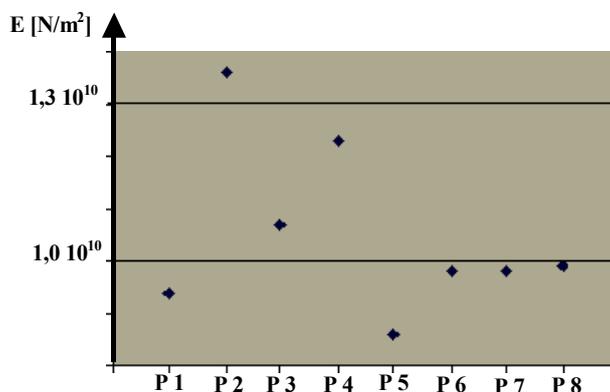


Fig. 5. Distribution des valeurs du module d'élasticité pour l'ensemble des poutres en bois de Pin d'Alep

## 5. CONCLUSION

Le but de ce présent travail est de proposer une méthode expérimentale permettant l'identification du module d'élasticité d'un matériau donné. Les résultats acquis ont montré une convergence avec celles sortant des normes pour les deux matériaux testés (acier et de bois de Pin d'Alep). Ce qui était aussi bien c'est qu'à travers cette méthode d'identification nous avons pu arriver à démontrer la variabilité du module d'élasticité dans les bois. Mais cette variabilité des valeurs est acceptable selon les normes.

Dans le cas de la poutre en acier, cette dernière est en fonction du mode de vibration. Par contre dans le cas des bois, l'identification des modes de vibration s'est limité qu'aux deux premiers modes et ceci est due à la nature de surface de contact marteau-bois, cette surface n'était pas aussi rigide pour permettre l'apparition d'autres mode de vibration.

## RÉFÉRENCES

- Broch J.T. (1984). Mechanical vibration and shock measurements. Brüel&Kjaer. 2<sup>nd</sup> Edition.
- Dumas J, Bennevault B. (2001). Debuter la mesure vibratoire. MVI technologies group. Version Février
- DØssing O. (1987a). Structural Testing Part 1: Mechanical Mobility Measurements. Brüel & Kjaer, April.
- DØssing O. (1988b). Structural Testing Part 2 : Modal Analysis and Simulation. . Brüel & Kjaer, March.
- Ewins D.J. (1984). Modal Testing: Theory and Practice. Research Studies Press, Ltd, England.
- Haines D., Leban J.M. (1997). Evaluation of the MOE of Norway spruce by the resonance flexure method. Forest Products Journal, Vol.47 n°10, p 90-94.
- Lemay J. (2001). Acquisition, traitement de données, cours GMC-64506. Université LAVAL. Septembre
- Zaveri K, Phil M. (1984). Modal Analysis of Large Structures-Multiple Exciter Systems. Brüel &Kjaer, 1<sup>st</sup> edition, November.