# REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique





## Université M'Hamed Bougara-Boumerdès Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie

#### Département Transport et Equipements des Hydrocarbures

Mémoire de fin d'études En vue de l'obtention du diplôme de

### Master

**Domaine**: Sciences et Technologies

Filière : Hydrocarbures

Spécialité : Génie mécanique

**Option** : Mécanique des chantiers pétroliers

Présenté par : RAHICHE Mouad

#### **THEME**

# ETUDE DES METHODES GENERALES DE CALCUL DE LA RESISTANCE DES ELEMENTS DE MACHINE. APPLICATIONS AUX PRINCIPAUX ELEMENTS D'U TREUIL OIL WELL 840E

Soutenu publiquement le 04/07/2022

Devant le jury :

Nom et Prénom Grade Université/Affiliation

Examinateur: GACEB Mohamed Professeur UMBB

Examinateur: ARBAOUI Mohamed MC/A UMBB

Examinateur: BLOUL Benattia MC/A UMBB

Encadreur: GUEBLI Abdelhamid MC/B UMBB

2021-2022

#### Remerciements

En premier lieu, je remercie Dieu tout puissant de m'avoir donné la force et le courage décrire ce mémoire.

Je le dédie à mes très chers parents, exemple du don et de sérieux qui m'ont tout donné pour me permettre de réaliser mes rêves.

En second lieu, je tiens à remercier Monsieur **GUEBLI Abdelhamid** qui, en tant qu'Encadreur, s'est toujours montré à l'écoute et très disponible malgré ses soucis de santé ces derniers jours, aussi pour l'inspiration, l'aide et les efforts qu'il a fournis, sans lesquels je n'aurais pas pu terminer ce travail.

Mes vifs remerciements vont aussi à toute la famille de faculté des hydrocarbures, en particulier les enseignants du département de transport et équipements d'hydrocarbures qui ont contribué à ma formation.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui, de près ou de loin, ont participé à la réalisation de ce travail.

#### Résumé

Le calcul de résistance des éléments de machines est une tâche très importante au stade de projet de construction de ces machines. Les éléments de machines sont soumises à des sollicitations complexes (traction, compression, flexion, torsion,...etc.) qui provoquent des contraintes dans les sections de ces éléments. Pour cela le calcul préalable et le calcul de vérification de résistance des éléments de machines sont important pour assurer les dimensions permettant aux éléments de supporter les charges actives en sécurité.

Ce mémoire de fin d'étude a pour thème étude des méthodes générales de calcul de résistance des éléments de machines, Applications aux éléments principaux d'un treuil de de forage.

Dans le premier chapitre j'ai fait une recherche bibliographique sur les exigences attribuées aux machines et leurs éléments, dans ce chapitre ressort particulièrement l'importance de la Sûreté de fonctionnement (SDF) des machines, qui se base principalement sur la résistance des EDM.

Dans le deuxième chapitre j'ai fait une recherche bibliographique sur les méthodes de calcul de la résistance (volumique et superficiel) des EDM en général.

Dans le troisième chapitre j'ai considéré l'application de ces méthodes de calcul de résistance pour les éléments d'un treuil de forage.

Dans le quatrième chapitre j'ai fait une application numérique des méthodes de calcul établies au chapitre précédent qui nous a permis de vérifier la résistance des principaux éléments du treuil OIL WELL 840E, dans les conditions de charge données.

#### Abstract

The resistance calculation of the machine elements is a very important task either at the design level or at the verification level. The elements of machines are subjected to complex stresses (traction, compression, flexural, torsion, etc.) that cause constraints in the sections of these elements. For this purpose, the preliminary calculation and the resistance check calculation of the machine elements are important to support these types of requests.

This thesis is about general methods of calculation of resistance of the elements of machines and applications to the main elements of a drilling Draw works.

In the first chapter I made a bibliographic research on the requirements attributed to the machines and their elements, in this chapter is particularly emphasized the importance of the reliability of the machines, which is based mainly on the resistance of the machine elements.

In the second chapter, I made a bibliographic search on the methods of calculation of the resistance (voluminal and superficial) of EDMs in general.

In the third chapter, I considered the application of these methods of calculation of resistance for the elements of a drilling Draw works.

In the fourth chapter I made a numerical application of the calculation methods established in the previous chapter which enabled us to check the resistance of the main elements of the Draw Work OIL WELL 840E, under the given load conditions.

### Tableau des matières

Liste des tableaux	
Liste des figures	
Nomenclatures	
Introduction générale	01
Chapitre 1. Principales exigences attribuées aux machines et leurs Pièces	
1.1 Introduction	03
1.2 Principales exigences attribuées aux machines et leurs Pièces	04
1.3 Les charges dans les machines	06
1.4 Notions d'aptitude au travail et de sureté de fonctionnement des machines et de leurs	
pièces	09
1.5 Conclusion	10
Chapitre 2. Etude des méthodes générales de calcul de la résistance	
des éléments de machines	
2.1 Introduction	11
2.2 Résistance des éléments de machines	11
2.2.1 Méthodes générales de calcul de la résistance	12
2.2.2 Résistance volumique	14
2.2.3 Résistance superficielle	34
2.3 Conclusion	39
Chapitre 3. Méthodes de calcul de résistance des principaux éléments d'un treuil de forage	
3.1 Introduction	
3.2 Méthodes de calcul de la résistance de l'arbre du tambour	
3.2.1 Calcul préalable de l'arbre du tambour.	
3.2.2 Calcul de vérification de la résistance statique de l'arbre du tambour	
3.2.3 Calcul de vérification de la résistance à la fatigue de l'arbre du tambour	
3.3.1 Calcul de vérification de la résistance du fût du tambour	
3.4 Calcul du frein principal	
3.4.1 Calcul du couple de freinage	
3.4.2 Calcul des tensions sur la bande de frein.	
3.4.3. Variation de la pression de contact	
5.7.5. Tarration de la pression de contact	55

### Chapitre 4. Calculs de vérification des principaux éléments du treuil oil well 840E

4.1 Introduction	56				
4.2 Caractéristiques du treuil OIL WELL 840 E et de ses éléments calculés					
4.2.1 Spécifications techniques					
4.2.2 Structure (Ensembles) du treuil 840-E					
4.2.3 Système de transmission de mouvement					
4.2.4 L'arbre du tambour	63				
4.2.5 Le tambour de manœuvre	63				
4.2.6 Frein principal (frein mécanique à bandes)	64				
4.3 Calcul de l'arbre du tambour	65				
4.3.1 Calcul la force de traction maximale sur le brin actif du câble $T_{amax}$	65				
4.3.2 Calcul la tension de la chaine $(P_{ch})$	65				
4.3.3 Calcul le moment de torsion ( $M_{tmax}$ )	66				
4.3.4 Calcul des efforts sur l'arbre					
4.3.5 Calcul des moments fléchissant et résultants	72				
4.3.6 Calcul de vérification de la résistance statique de l'arbre	77				
4.3.7 Calcul de vérification à l'endurance	78				
4.4 Calcul de vérification de la résistance du fût du tambour	80				
4.4.1 Détermination de la charge spécifique	80				
4.4.2 Les contraintes sur les fibres de la surface intérieure	81				
4.4.3 Les contraintes sur les fibres de la surface extérieure	81				
4.4.4 Les contraintes équivalentes	81				
4.5 Calcul du frein principal	82				
4.5.1 Calcul du couple de freinage	82				
4.5.2 Calcul des tensions sur la bande de frein	83				
4.5.3 Variation de la pression de contact	83				
4.6 Conclusion	85				
Conclusion Générale					
Conclusion gánárala	06				
Conclusion générale	86				
Bibliographie					

### Liste des figures

Figure 1.1: Types de charges	6
Figure 1.2 : Exemple de graphe de la charge en fonction du temps	7
Figure 2.1 : Concentration de contraintes dans un congé d'arbre	14
Figure 2.2 : Facies d'une pièce cassée par fatigue	17
Figure 2.3 : Facies de rupture d'un essieu	17
Figure 2.4 : courbe deWöhler	18
Figure 2.5 : Diagrammes de Goodman mortifié, de Soderberg ou de Gerber, Haig	19
Figure 2.6 : Schéma principal de l'influence des facteurs de forme et dimensions absolues des	
éléments de machines sur leur fatigue	21
Figure 2.7 : Graphique de détermination du coefficient d'échelle	23
Figure 2.8: L'influence des modes de traitement d'une surface sur la limite d'endurance	24
Figure 2.9 : schémas de charges stationnaires variables	31
Figure 2.10: Schéma montre des contacts entre deux sphères (a) et entre deux cylindres (b)	34
Figure 2.11: Schéma expliquant la fissuration des surfaces d'un contact hertzien mobile	37
Figure 3.1 : Ensemble arbretambour	41
Figure 3.2 : Schéma de construction de l'arbre tambour	42
Figure 3.3 : Schéma de calcul des charges agissantes sur l'arbre dans le plan vertical	44
Figure 3.4 : Schéma de calcul des charges agissantes sur l'arbre dans le planhorizontal	44
Figure 3.5 : Dessin d'ensemble de l'arbre tambour définissant les diamètres del'arbre	46
Figure 3.6 : Caractère de variation des contraintes $\sigma_f$ et $\tau$	47
Figure 3.7 : Schéma de calcul des tensions sur la bande defrein	53
Figure 3.8 : Efforts sur un élément debande	
Figure 3.9 : Distribution de pression de contact	
Figure 4.1 : Vue générale du treuil de forage Oil Well840E	58
Figure 4.2 : Schéma de transmission du treuil de forage OIL WEL840E	60
Figure 4.3 : Ensemble arbre- tambour du treuil OIL WELL 840E	
Figure 4.4 : Vue générale du frein bandes	64
Figure 4.5 : Schéma de l'arbretambour	67
Figure 4.6 : Schéma de calcul des charges dans le planvertical	67
Figure 4.7 : Schéma de calcul de l'arbre dans le plan horizontal	70
Figure 4.8 : Efforts agissants sur l'arbre dutambour	71
Figure 4.9 : Momentsfléchissant	75
Figure 4.10: Distribution de pression decontact	84

### Liste des tableaux

Tableau	2.1: Valeurs approchées des limites d'endurances pour les aciers	20
Tableau	3.1 : Valeurs du coefficient A	51
Tableau	4.1 : Principales caractéristiques techniques du treuil OIL WELL 840E	57
Tableau	4.2 : Dimensions des arbres de transmission	61
Tableau	4.3 : Caractéristiques du câble	65
Tableau	4.4 : Valeurs des moments résultants.	76

### **NOMENCLATURES**

$k_{long}$	Coefficient de longévité		
$\sigma$	Contrainte normale		
τ	Contrainte tangentielle		
[σ]	Contrainte normale admissible		
[τ]	Contrainte tangentielle admissible		
$\sigma_{lim}$	Contrainte limite normale		
$ au_{lim}$	Contrainte limite tangentielle		
$\sigma_{max}$	Contrainte normale maximale		
$ au_{max}$	Contrainte tangentielle maximale		
$\sigma_{nom}$	Contrainte normale nominale		
$ au_{nom}$	Contrainte tangentielle nominale		
$\sigma_E;  au_E$	Limites d'endurance d'une éprouvette lisse		
${\sigma'}_E \ ; {\tau'}_E$	Limites d'endurance d'une éprouvette avec concentration de contraintes		
$\sigma_T$ ; $\tau_T$	$\sigma_T$ ; $\tau_T$ Limites d'écoulement du matériau		
$\sigma_r;  au_r$	$\sigma_r; \tau_r$ Limites de rupture du matériau		
$\sigma_{-1}$ ; $\tau_{-1}$	Limites d'endurance pour un cycle de contrainte normale ou tangentielle symétrique $\tau_1$ ; $\tau_{-1}$		
$\sigma_{-1N}$	Limite de fatigue restreinte pour un nombre de cycle N		
$\sigma_m ; \tau_m$	Contraintes normales et tangentielles moyennes		
$\sigma_a$ ; $\tau_a$	L'amplitude de cycle de contraintes normales ou tangentielles		
$\sigma_e$	Limite d'élasticité du matériau		
$\sigma_0$ ; $\tau_0$	$\tau_0$ Limites d'endurance pour un cycle de contrainte pulsatoire		
$\sigma_{-1k}; \tau_{-1k}$	$\sigma_{-1k}$ ; $\tau_{-1k}$ limites de fatigue pour un cycle symétrique correspondent pour l'éprouvette concentrateur des contraintes		
$\alpha_{\sigma}$ ; $\alpha_{\tau}$	Coefficients de forme dans le cas des contraintes normales et tangentielles		
$k_{\sigma}$ ; $k_{ au}$	·		
$q_{\sigma}$ ; $q_{\tau}$			
$k_{\sigma D}$ ; $k_{\tau D}$	Coefficients équivalentes de concentration des contraintes normales et tangentielles		
$\psi_{\sigma};\;\psi_{ au}$	Coefficients de sensibilité du matériau à l'asymétrie du cycle		
β	Coefficient de renforcement de la résistance des couches superficielles		
$\varepsilon_{\sigma}$ ; $\varepsilon_{\tau}$	$_{ au}$ ; $\varepsilon_{ au}$ Coefficients d'échelles		
$n_{\sigma}$ ; $n_{\tau}$	Coefficients de sécurité dans le cas des contraintes normales ou tangentielles		
$[n_{\sigma}]$ ; $[n_{\tau}]$	Coefficients de sécurité admissibles		
$p_{lim}$	charge limite de rupture de l'élément		

p	Charge de calcul
$[n_r]$	Coefficient de sécurité admissible selon la limite de rupture du matériau
$[n_T]$	Coefficient de sécurité admissible selon la limite d'écoulement du matériau
$n_r$	Coefficient de sécurité réel selon la limite de rupture du matériau
$n_T$	Coefficient de sécurité réel selon la limite d'écoulement du matériau
$T_{amax}$	Tension du brin actif maximale
$R_r$	Résistance à la rupture du câble de forage
$M_{amax}$	Moment de torsion maximale de l'arbre du tambour
$D_{em}$	Diamètre d'enroulement moyenne du câble
$P_{ch}$	Tension de la chaine
$M_{1max}$	moment de rotation maximal de l'arbre de transmission
$d_1$	diamètre primitif de la noix de l'arbre de transmission
η	rendement de l'ensemble arbre-tambour et de la transmission par chaine
t; z	Nombre de dents et pas des dents de la noix calée sur l'arbre du tambour
$F_c$ ; $F_D$ forces verticales appliquées aux moyeux des rebords du tambour	
$R_B^v$ ; $R_E^v$ réactions des paliers sur l'arbre dans le plan vertical	
$R_B^h$ ; $R_E^h$	réactions des paliers sur l'arbre dans le plan horizontal
$M_f^{res}$	moments fléchissant résultants
$M_f^v$ ; $M_f^h$	Moments fléchissant dans le plan vertical et dans le plan horizontal
$M_t$	Moment de torsion de l'arbre du tambour
$W_t$ ; $W_f$	modules de résistance à la torsion et à la flexion de la section de l'arbre
$\sigma_{min}$ ; $ au_{min}$	contraintes normales et tangentielles minimales
$k_{d\sigma};~k_{d\tau}$	Coefficients de durabilité selon les contraintes normales et tangentielles
$k_{eq\sigma};~k_{eq au}$	Coefficient d'équivalence des charges selon les contraintes normales et tangentielles
$\sigma_i$	contrainte au niveau de la charge i
$N_0$	Nombre de cycles de base correspondant au point de rupture de la courbe
m	indice de la pente de la courbe de fatigue
$R_t$	Rayon extérieure du tambour
$E_c$ ; $E_t$	modules d'élasticité du câble et du tambour respectivement
$F_c$ ; $F_t$	sections du câble et du tambour respectivement
$R_i$	rayon intérieure du fût du tambour
δ	l'épaisseur de la paroi du fût du tambour
$\sigma_{te}$ ; $\sigma_{ti}$	contraintes sur les fibres de la surface extérieure et intérieure respectivement
$\sigma_1$ ; $\sigma_2$ ; $\sigma_3$	Contraintes principales
$\sigma_{eqe}$ ; $\sigma_{eqi}$	contraintes équivalentes sur les fibres extérieures et sur les fibres intérieures

 ${\rm M_{fr\,max}}$  Le moment de freinage maximal

f coefficient de frottement des patins de frein sur la jante

α Angle d'embrassement bande-jante

T; t les tensions des brins de la bande de freinage

b largeur de janteR rayon de jante

 $P_{max}$  pression de contact maximale des patins

 $P_{min}$  pression de contact minimale des patins

 $[P_{max}]$  Pression de contact admissible

#### **Introduction Générale**

Dans un projet de fabrication des machines mécanique, diverses exigences techniques précisées dans le cahier des charges doivent être respectées. Ces exigences sont liées à l'efficacité technique (productivité de la machine : vitesse ou capacité) ; à la sécurité de fonctionnement ; à son coût (prix de revient et coûts d'exploitation), etc.

Lors de la phase de développement d'un projet de construction de machines, ces exigences sont satisfaites par : les schémas cinématiques et leurs principaux paramètres ; la taille et la forme des pièces de la machine ; les techniques et la technologie de la fabrication des pièces et l'assemblage des machines.

La taille et la forme des pièces de la machine, déterminées par les conditions de fonctionnement (charge et vitesse), doivent répondre à différents critères, à commencer par la résistance (volumique et superficielle).

Pour le forage pétrolier, des équipements performants doivent être conçus et construits, considérant que cette activité est complexe et coûteuse. Par conséquent, les équipements de forage pétrolier doivent répondre aux exigences techniques et économiques correspondantes (capacité de travail, fiabilité, durabilité, maintenabilité, sécurité des équipements et vitesse de forage, exigences économiques, etc.), tout en tenant compte de leurs conditions de travail difficiles (forte charge, conditions climatiques défavorables, conditions, surcharge et possibilité d'accidents, etc.).

Il existe différentes méthodes de calcul de la résistance des éléments de la machine en phase de projet de construction ou de rénovation. L'étude et la maîtrise de ces méthodes de calcul permettront de sélectionner correctement la méthode appropriée pour chaque élément de machine (équipement) considéré, en tenant compte de tous les facteurs affectant la résistance (valeur et type de charge, propriétés de matérielles de la structure, particularités) dans la conception et fabrication, etc.).

Sur la base de ces faits, l'objectif principal de ce mémoire de fin d'étude est d'étudier les méthodes de calcul de la résistance des éléments de la machine et d'appliquer ces méthodes aux principaux éléments du treuil de forage OIL WELL 840E pour vérifier leur résistance.

Les faits suivants justifient l'application de ces méthodes à la sélection des éléments de treuil :

- le treuil est l'un des principaux équipements d'un appareil de forage des puits pétroliers. En effet le treuil est considéré comme le cœur d'un appareil de forage, puisque c'est la capacité du treuil qui caractérise la classe de profondeur des forages que l'on pourra effectuer;

- la sureté de fonctionnement de cet équipement travaillant dans des conditions difficiles est déterminée en premier lieu par la résistance de ces principaux éléments parmi les quelles, on a l'arbre du tambour, le tambour et le frein principal.

Pour ces raisons l'application des méthodes de calcul de la résistance étudiées concernera les principaux éléments du treuil. L'arbre du tambour et le tambour sont concernés par la résistance volumique et le frein est concerné par la résistance superficielle.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres :

Le premier chapitre est une analyse bibliographique consacrée aux exigences attribuées aux machines et aux critères d'aptitude au service de leurs éléments ;

Le deuxième chapitre est consacré à une étude bibliographique portant sur les méthodes générales de calcul de résistance des éléments de machines ;

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des méthodes de calcul de la résistance des principaux éléments d'un treuil de forage : arbre, tambour et frein principal;

Le quatrième chapitre est réservé à l'application des méthodes de calcul de la résistance, établies au troisième chapitre, aux principaux éléments du treuil OIL WELL 840 E afin de vérifier leur résistance pour des conditions de travail données.

#### Chapitre 1 : Principales exigences attribuées aux machines et leurs pièces

#### 1.1 Introduction

Dans la vie moderne on peut distinguer plusieurs divers dispositifs techniques, parmi lesquels on peut citer : les machines, agrégats de machine, mécanismes, équipements et appareils.

Ces dispositifs sont destinés à la transformation de l'énergie, ou bien pour la transformation du mouvement, ou bien pour l'accumulation et le traitement de l'information dans le but d'augmenter la productivité, le remplacement ou faciliter le travail physique ou mental de l'homme.

Les machines et les autres dispositifs techniques, en fonction de leur complexité, sont constitués d'ensembles, d'organes et de pièces.

Une pièce est un article (élément), fabriqué à partir d'un seul matériau (selon le type et la nuance) sans utilisation d'opérations de montage. Exemples d'éléments : vis, écrou, arbre, roue dentée, poulie, etc.

Un organe (ou unité de montage) est un article (élément), dont les pièces ont subi un assemblage entre elles au niveau de l'usine de fabrication par des opérations de montage (par vis, par soudage, etc.) pour assurer un travail commun (une fonction). Exemple d'organes plus moins complexes : roulement, palier de roulement, transmission par engrenage, etc.

Un ensemble est un assemblage d'organes et de pièces réunis par des fonctions communes constituant une des composantes essentielles d'une machine. Exemples d'ensembles d'une machine : la partie mécanique et la partie hydraulique d'une pompe à pistons.

On peut aussi concevoir une machine comme **une chaine métallique** constituée de chainons (comme en théorie de mécanismes et machines).

**Un chainon** est un ensemble de pièces rigidement liées entre-elles. Parfois il est constitué d'une seule pièce (Piston, bielle, vilebrequin ...). L'ensemble de deux chainons ayant un mouvement relatif entre eux s'appelle **couple cinématique** (arbre-palier, piston-cylindre...).

**Un mécanisme** est un ensemble de chainons liés entre eux par des assemblages mobiles et exécutant des mouvements bien déterminés sous l'action des forces qui leur sont appliquées (Mécanisme bielle-manivelle, mécanisme de transmission,...).

#### On distingue deux catégories d'éléments de machines :

- les éléments de machines à usage général : éléments d'assemblages démontables et permanents, éléments de transmission : arbres, axes, manchons, paliers, ressorts, pièces de support ;
- les éléments de machines à usage spécial : éléments d'assemblages utilisés dans les machines de types particuliers : pistons, soupapes, vérins, glissières, broches ...etc.... dont l'étude fait l'objet de cours spéciaux tels que : appareils de levage et de manutention, Machines-outils, Machines agricoles, etc....

Le développement général de la construction des éléments de machines est intimement lié au développement de la construction des machines en général. Les constructions des machines se

perfectionnent de plus en plus en conformité avec les exigences de l'exploitation et de la production et des possibilités, qui s'offrent avec le développement de la science, l'apparition de nouveaux matériaux et de procédés permettant de donner la forme et les propriétés requises.

#### 1.2 Principales exigences attribuées aux machines et leurs pièces

#### Généralités [1,2]

Toute machine étudiée (en projet de construction) doit satisfaire les conditions (exigences) techniques spécifiées par le cahier des charges. Ces exigences concernent avant tout :

- La productivité de la machine (cadence ou capacité) ;
- La fiabilité et la durée de service espérée ;
- Son coût (prix de revient et frais d'exploitation);
- Les spécifications de poids.

Dans certains cas, la machine doit satisfaire des prescriptions supplémentaires telles que :

- L'encombrement et la possibilité de transport (par exemple par rail) ;
- Degré de l'uniformité de rotation ;
- L'insonorisation (travail sans bruit);
- La simplicité et la facilité de manœuvre ;
- L'esthétique;
- Autres exigences.

A l'étape d'élaboration de projet de construction de la machine la réalisation de ces exigences est assurée par : le schéma cinématique et ses principaux paramètres ; les dimensions et formes des pièces de la machine, déterminées en partant des régimes d'exploitation ; la technologie prévue de fabrication des pièces et de montage de la machine.

En considérant les bases d'élaboration de projet des pièces, il est important de distinguer les exigences qu'on attribue aux différentes pièces : la résistance volumique, la résistance superficielle, la rigidité, la tenue aux vibrations, la tenue à l'usure, la tenue à la chaleur, l'aptitude à la fabrication et à l'assemblage.

Parmi ces prescriptions il y en a dont la non observation rend impossible le fonctionnement normal de la machine et qui sont considérés comme les principaux critères (indicateurs) d'aptitude au service et de sûreté de fonctionnement de la machine : ce sont en premier lieu la résistance volumique, la résistance superficielle et la rigidité nécessaires et suffisantes, et pour certaines pièces la tenue aux vibrations, la tenue à la chaleur, etc.

Les notions d'aptitude au service et de sûreté de fonctionnement d'une machine sont données au sous-chapitre 1.4.

La satisfaction de ces principaux critères, exigeant l'accomplissement des calculs correspondants (à la résistance volumique, la résistance superficielle, la rigidité, et autres), représente une partie essentielle du processus d'élaboration de projet des pièces de machines.

Ce processus s'accomplit habituellement dans la succession suivante [1,2] :

- 1. On dresse un schéma de calcul (croquis), dans lequel on simplifie au maximum la construction de la pièce et le caractère de ses contacts avec les autres pièces, et en admet qu'elle est sollicitée par des forces concentrées ou réparties suivant des lois données ou admises par convention ;
- 2. On détermine les valeurs des charges supportées par la pièce ;

La détermination et le choix des charges agissant sur les éléments de machines est une tâche très importante, et qui peut être complexe. Cette tâche est considérée par la suite avec plus de détails ;

- **3**. On choisit le matériau en fonction de ses caractéristiques physiques et mécaniques, de son aptitude à l'usinage et des facteurs économiques (prix, disponibilité, etc.) ;
- **4**. On effectue les calculs de certaines dimensions (les plus caractéristiques) de la pièce en partant des critères d'aptitude au service essentiels pour le cas considéré et rendre ces dimensions conformes aux normes en vigueur ;

Le plus souvent ce sont des calculs préalables, car ils s'effectuent sur la base des croquis mentionnés précédemment qui et ne permettent pas d'apprécier d'une manière précise (crédible) l'aptitude au service réelle de la pièce ;

De plus, lorsqu'on est en présence de régimes de charge typiques pour la mécanique, qui se caractérisent par l'apparition de contraintes variables dans les sections des pièces de machines, les caractéristiques mécaniques de résistance (limite de fatigue, par exemple) ne sont pas invariables pour un matériau donné, car elles dépendent des dimensions réelles de la pièce, de sa forme et d'autres facteurs.

Par conséquent, le calcul précis n'est donc possible que lorsqu'on connaît la géométrie (la forme) et les dimensions absolues de la pièce, ainsi que les autres éléments qui caractérisent sa fonction dans un ensemble. C'est pourquoi ces calculs préalables ne permettent d'établir que les dimensions de départ nécessaires pour l'établissement d'une pièce ou d'un ensemble, et ce n'est que dans les cas les plus simples qu'on peut les considérer comme définitifs. Dans ces derniers cas ces calculs préalables sont appelés calculs de projet.

- 5. On établit le dessin de définition de la pièce donnée au sein de la vue générale de l'organe, puis on établit le dessin d'exécution (de définition) de la pièce en indiquant sur ce dessin toutes ses cotes, les tolérances, les classes d'état de surface, les exigences technologiques spéciales (traitement thermique, revêtements, etc.);
- 6. On effectue les calculs de vérification selon les principaux critères d'aptitude au service, c'est-à-dire on détermine les coefficients de sécurité pour les sections calculées (dangereuses : les plus sollicitées), déformations (flèches, angles de torsion), température de l'organe, etc., et ensuite on compare les valeurs obtenues de ces coefficients avec leurs valeurs admissibles. Lorsque ces valeurs ne s'accordent pas, on apporte des corrections nécessaires à la construction, puis on refait les calculs de vérification, etc. En procédant ainsi par approximations successives, on parvient à rendre conformes les valeurs réelles aux valeurs admissibles des coefficients de sécurité, flèches, etc ;

La recherche d'une solution optimale susceptible de satisfaire au mieux aux exigences les plus diverses et parfois même contradictoires exige l'étude de plusieurs variantes de construction, leur confrontation et appréciation (évaluation).

#### 1.3 Les charges dans les machines

On appelle charge active une charge (force, moment, etc...) que subit la pièce ou l'organe pendant le processus d'exploitation des machines [1,2].

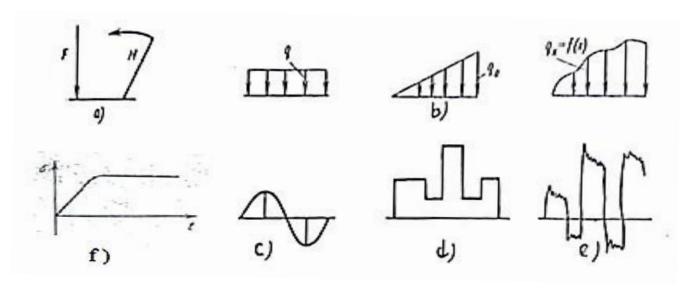
Dans la pratique des calculs les forces sont habituellement appelées charges.

Selon le caractère de chargement on divise les charges (forces) agissant sur les corps (éléments de machines) en charges volumiques et charges superficielles.

Les charges volumiques sont les forces de la pesanteur et d'attraction magnétique et les forces d'inertie. Ces forces sont réparties suivant le volume.

Les charges superficielles sont appliquées à des parties des surfaces dans les zones de contact du corps considéré avec les corps voisins (environnants).

En fonction de l'aire relative d'action, on divise les charges actives : charges concentrées (force F, moment M), forces réparties q (fig.1.1).



a - force et moment concentré ; b - charges réparties d'égale intensité et d'intensité quelconque ; c - charges cyclique harmonique (charge variable à cycle constant) ; d - charge par palier ; e - processus aléatoire (variable d'une façon aléatoire) ; f - charge stationnaire statique.

Fig1.1: Types de charges

En fonction du caractère de l'action on distingue les charges statiques et dynamiques.

Aux charges statiques on rapporte habituellement les charges constantes, par exemple les poids propres des pièces de la machine, et les charges qui s'appliquent lentement aux pièces (avec l'augmentation progressive de leurs valeurs). Dans ce cas les forces d'inertie sont négligées, tel que le chargement ne provoque pas les vibrations du système.

Aux charges dynamiques on rapporte les charges qui varient rapidement dans le temps, dont l'application provoque les vibrations du système, et lors de leur application subite apparaissent aussi des chocs. Exemple de charges dynamiques : les charges cycliques décrites par des lois harmoniques ou des lois plus complexes, y compris des fonctions et processus aléatoires (fig.1.1). Dans le cas de charges dynamiques les accélérations sont importantes et les forces d'inertie ne doivent pas être négligées.

Dans le processus d'exploitation, les pièces des machines se trouvent le plus souvent sous l'action de charges variables, dont le caractère de variation peut dépendre de facteurs systématiques ou aléatoires. Ainsi, dans les machines, accomplissant dans le processus de production des fonctions technologiques déterminées, le caractère de variation des charges pour un cycle technologique reste approximativement constant. Dans d'autres cas par exemple pour les machines de transport, il dépend d'une série de facteurs (résistance, naissante au cours de la marche, déterminée par le relief et l'état de la route, les influences d'inertie et du vent, etc.).

En liaison avec le caractère de variation des charges actives parfois dans les calculs des pièces de machines, on introduit ou bien ce qu'on appelle les charges nominales ou bien les charges équivalentes.

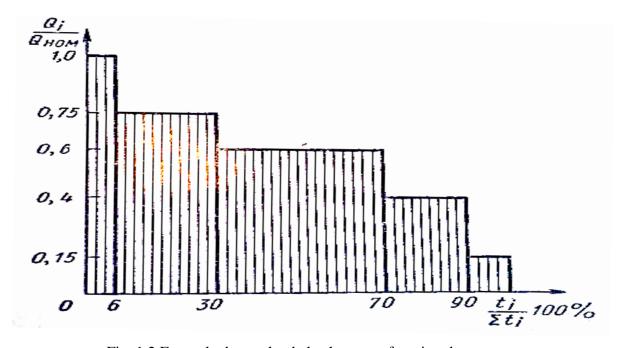


Fig. 1.2 Exemple de graphe de la charge en fonction du temps

Par charge nominale on entend la charge  $Q_{_{nom}}$  choisie parmi les charges agissantes en régime stationnaire. On préfère choisir en qualité de  $Q_{_{nom}}$  la charge maximale  $Q_{_{max}}$  ou la charge qui agit le plus longtemps. Parfois, on choisit en qualité de  $Q_{_{nom}}$  la charge active moyenne  $Q_{_{mov}}$ .

Les charges actives variables sont habituellement données sous formes de graphiques ordonnées dans l'ordre décroissant du niveau des charges actives.

Sur la figure 1.2 en qualité d'exemple est montré le graphe de la charge du mécanisme de la

montée d'une grue, construit dans les coordonnées  $\frac{Q_i}{Q_{_{nom}}}$  ;  $\frac{t_i}{\sum t_i}$  où  $Q_{_{nom}}$  – la capacité de

levage nominale;  $t_i$ - temps d'action de la charge donnée (variable) d'intensité  $Q_i$ ;  $\sum t_i$ - temps machine de travail du mécanisme le long du temps de service calculé.

On appelle charge équivalente une telle charge constante, par laquelle on peut remplacer la charge réelle agissante (charge active variable), en supposant, qu'elles sont équivalentes du point de vue des critères de fiabilité correspondants (par exemple, la longévité) :

$$Q_{ea} = Q_{nom} \cdot k_{long} \tag{1.1}$$

Où  $k_{long}$  - coefficient de longévité dépendent du graphe de variation de la charge active et de quelle charge prise en qualité de charge nominale.

On détermine les dimensions des pièces selon les charges de calcul  $\mathbf{Q}_{_{\mathrm{C}}}$ ; qui dépendent non seulement de la valeur et du caractère de variation de la charge active, mais aussi des particularités de la transmission de la charge selon la chaine des forces : degré de dynamisme, uniformité de répartition de la charge sur les surfaces de contact, les particularités d'interaction de ces dernières (par frottement ou engrènement) ; elles dépendent aussi de la destination du nœud (pièce) et des conditions d'exploitation.

Ainsi, on comprend par charge de calcul la charge conventionnelle, calculée selon la charge active en tenant compte du caractère de sa variation et de l'interaction des pièces conjuguées, déterminant les dimensions et la forme de la pièce correspondent au critère d'aptitude au travail.

En correspondance avec ceci, la structure principale de la formule pour déterminer la charge calculée :

$$Q_{c} = Q_{eq} \cdot k_{k} \cdot k_{d} \cdot k_{v} = Q_{nom} \cdot k_{long} \cdot k_{k} \cdot k_{d} \cdot k_{v}$$
 1.2

Où  $k_k$  - coefficient, tenant compte de la non uniformité de distribution de la charge sur les surfaces de contacte ; A l'aide de ce coefficient on détermine la charge maximale (locale) ;

 $k_{\it d}$  - coefficient de dynamisme, conditionné par les particularités de la chaine des forces ;

 $k_{\nu}$ - coefficient, dépende des conditions de travail et de la transmission de la charge (par exemple, par engrènement, à l'aide des forces de frottement).

La relation (2) change de forme en fonction du cas ; dans certains cas certains coefficients sont égaux à l'unité, dans d'autres — la nécessité dans l'élargissement de la formule et l'introduction de nouveaux coefficients.

Dans les calculs préliminaires (simplifiés) on prend la charge nominale en qualité de charge de calcul.

# 1.4 Notions d'aptitude au travail et de sureté de fonctionnement des machines et de leurs pièces

En théorie de fiabilité les objets étudiés sont des articles, par lesquels on entend n'importe quels systèmes ou leurs éléments. Dans ce cas on est concerné par les machines et leurs éléments [3].

L'aptitude au service d'une machine est l'état pour lequel elle est capable de remplir ses fonctions avec les paramètres établies dans sa documentation technique normative.

La sûreté de fonctionnement est une propriété complexe qui peut en fonction de la destination de la machine et des conditions de son exploitation comprendre la fiabilité, la durabilité, la maintenabilité, la conservabilité et la sécurité.

La sûreté de fonctionnement se caractérise par la fréquence des défaillances ; la durée de bon fonctionnement de la machine (travail sans troubles, dysfonctionnements) entre les défaillances ; la loi de la variation de la fréquence durant la période de service ; le degré de gravité (criticité des défaillances) ; le coût et la durée des travaux nécessaires pour l'élimination des défaillances.

La sûreté de fonctionnement d'une machine est déterminée par la sûreté de fonctionnement de ses éléments et le caractère de leur interaction.

L'estimation quantitative de la sûreté de fonctionnement est la mesure de l'aptitude de la machine à effectuer la fonction prescrite (s'exprimant en% ou comme un rapport du nombre des machines remplissant leur fonction, au nombre global des machines observées).

Les indicateurs de la sûreté de fonctionnement des machines (la fiabilité, la maintenabilité, la durabilité, la conservabilité) sont déterminée par plusieurs critères, dont les principaux sont : la résistance, la rigidité, la tenue à l'usure, la tenue aux vibrations, et autres de ses éléments, du procédé d'estimation de la valeur de la charge et ses variations dans le temps.

La fiabilité : est la propriété d'un objet de maintenir de façon continue son aptitude au travail pendant un certain temps ou un temps de bon fonctionnement dans des conditions d'exploitation déterminées.

La durabilité : est la propriété d'un objet de conserver son aptitude (état) au travail jusqu'à l'état limite dans le système d'entretien technique et de réparation (système de maintenance) établi. Sur la durabilité influe un grand nombre de facteurs de natures différentes : le degré de perfectionnement de la construction ; le niveau technique de l'exploitation ; les régimes de travail ; la qualité de fabrication et autres.

La maintenabilité: est l'aptitude d'un objet à la prévention et la détection des causes de l'apparition de ces défaillances, endommagements et l'élimination de leur conséquences par voie de la réparation et de l'entretien technique qui se caractérisent par des dépenses (frais) de travail, de temps et de moyens.

#### Chapitre 1 : Principales exigences attribuées aux machines et leurs pièces

La conservabilité : est la propriété de l'objet de conserver continuellement le bon état de fonctionnement (la capacité de travail) durant le stockage et après le transport.

La sécurité : est l'aptitude d'un objet à éviter de faire apparaître dans les conditions données des évènements critiques ou catastrophiques.

#### 1.5 Conclusion

Toute machine étudiée (en projet de construction) doit satisfaire les conditions (exigences) techniques spécifiées par le cahier des charges. Ces exigences concernent la productivité de la machine (cadence ou capacité) ; la fiabilité et la durée de service espérée ; son coût (prix de revient et frais d'exploitation) et autres.

A l'étape d'élaboration de projet de construction de la machine la réalisation de ces exigences est assurée par : le schéma cinématique et ses principaux paramètres ; les dimensions et formes des pièces de la machine ; la technologie prévue de fabrication des pièces et de montage de la machine.

Les dimensions et formes des pièces de la machines, déterminées en partant des régimes d'exploitation (charges et vitesses), doivent répondre à divers critères, en premier lieu la résistance (volumique et superficielle).

# Chapitre 2 : Etude des méthodes générales de calcul de la résistance des éléments de machines

#### 2.1 Introduction

La sûreté de fonctionnement d'une machine est déterminée par les particularités de construction, la technologie de fabrication et les régimes d'exploitation de cette machine.

Les fondements de la sureté de fonctionnement sont assurés à l'étape d'élaboration de projet de construction de la machine.

Les propriétés de fiabilité et durabilité sont établies et assurées dans le processus de calcul des éléments selon les critères correspondants d'aptitude au travail et leur construction (processus) et exploitation.

La propriété de maintenabilité est établie et assurées au cours de l'élaboration de la construction (conception) des éléments, des organes et machines.

Ce chapitre sera essentiellement consacré à étudier les méthodes générales de calcul de la résistance des éléments de machines.

#### 2.2 Résistance des éléments de machines

Une résistance insuffisante aux charges supportées en service par les pièces d'une machine peut amener des déformations résiduelles inadmissibles et entraîner la rupture de diverses parties de la machine [1].

Dans la majorité des Cas, les déformations résiduelles sont à proscrire, car la modification de la forme et des dimensions de la pièce peut perturber l'interaction normale des ensembles, modifier la conjugaison des pièces dans l'ensemble, etc.

Les détériorations observées pratiquement en mécanique sont les ruptures ou la formation beaucoup plus fréquente des défauts de surface active qui se manifestent sous forme de piqûres, d'usure, etc.

Les ruptures survenant avant le délai prévu et la détérioration progressive des surfaces actives des éléments de machines sont inadmissibles.

Ainsi, le problème de la résistance des pièces d'une machine doit être examiné à la lumière du facteur temps qui définit la durée de leur service. Il est évident que la durée de service optimale des machines varie suivant leur destination. D'autre part, les pièces d'une même machine étant sollicitées d'une façon différente, cela impose l'observation des délais de révision ou de remplacement et par conséquent la connaissance des phénomènes d'usure et d'autres détériorations superficielles sans Laquelle il est impossible de parer à la mise hors service prématurée de ces pièces et des machines. Pour certaines pièces il importe de prévoir une durée de service optimale : elle est de 5 000 heures pour les roulements utilisés dans les machines-outils et certaines autres machines. Elle est de 3000 h pour les roulements du mouflage de forage.

Ainsi, pour assurer la résistance nécessaire et suffisante, il faut établir les dimensions et les formes des éléments de machines susceptibles de rendre impossibles les déformations résiduelles inadmissibles, les ruptures prématurées et les détériorations superficielles.

#### 2.2.1 Méthodes générales de calcul de la résistance

Actuellement, le mode le plus utilisé pour apprécier la résistance des éléments de machines est la confrontation des contraintes  $(\sigma, \tau)$  produites par les charges avec les contraintes admissibles  $([\sigma], [\tau])$ . La condition de la résistance s'écrit :

$$\sigma \leq [\sigma]$$
 Ou  $\tau \leq [\tau]$  (2.1)

 $[\sigma]$  et  $[\tau]$  Contraintes normale et tangentielle admissibles, pouvant être déterminées d'après des tableaux fournis dans la littérature ou de préférence (pour plus de rationalité) calculées par les relations suivantes :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{lim}}{[n_{\sigma}]}$$
 Et  $[\tau] = \frac{\tau_{lim}}{[n_{\tau}]}$ 

Où  $\sigma_{lim}$  et  $\tau_{lim}$  sont respectivement les contraintes limites normale et tangentielle de résistance, qui mettent la pièce considéré hors d'usage soit par déformation-résiduelle trop importante, soit par rupture.

[n] est le coefficient de sécurité admissible (minimal, exigé, calculé ou normalisé) pour l'élément. La valeur de [n] dépend de la stabilité des conditions de chargement, du niveau de technologie et des méthodes (formules) de calcul de ce coefficient.

Les conditions de résistance (2.1) des éléments de machines sont vérifiées lorsque le calcul des contraintes supportées et le choix des valeurs des contraintes admissibles sont corrects.

Cette méthode de calcul selon les contraintes admissibles est utilisée principalement pour la détermination préalable de dimensions principales des éléments de machines qui sont nécessaire à l'établissement de leur dessin de définition.

Dans les calculs de vérification l'évaluation de la résistance est effectuée en comparant les coefficients de sécurité réels **n** avec les coefficients de sécurité admissibles **[n]**.

La condition de résistance dans ces cas s'écrit :

$$n \ge [n] \tag{2.2}$$

Les calculs selon la relation (2.2) assurent la possibilité de tenir compte, d'une façon plus complète et fondée, des différents facteurs influant sur la résistance des pièces de machines. En effet les valeurs du coefficient de sécurité réel n dépendent des types de charges (contraintes) pouvant être statiques ou variables, des types de sollicitations (traction, compression, cisaillement, torsion et flexion) et des autres facteurs déterminant la résistance de l'élément.

En fonction des types de contraintes (normales ou tangentielles) la relation (2.2) prend les formes suivantes :

- Dans le cas d'action de contraintes normales seulement :

$$\boldsymbol{n}_{\sigma} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{lim}}{\boldsymbol{\sigma}_{max}} \ge [\boldsymbol{n}_{\sigma}] \tag{2.2.1}$$

- Dans le cas d'action de contraintes tangentielles seulement :

$$\boldsymbol{n}_{\tau} = \frac{\tau_{lim}}{\tau_{max}} \ge [\boldsymbol{n}_{\tau}] \tag{2.2.2}$$

- Dans le cas d'action combinée de contraintes normales et tangentielles :

$$n_{\sigma} \ge [n_{\sigma}]$$
,  $n_{\tau} \ge [n_{\tau}]$  et  $n \ge [n]$  (2.2.3)

- Dans ce dernier cas le coefficient de sécurité réel (équivalent) n est calculé par la relation :

$$n = \frac{n_{\sigma}n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \tag{2.2.4}$$

Parfois, particulièrement, dans les cas de charges actives statiques, le coefficient de sécurité est déterminé selon la capacité portante par l'expression :

$$n = \frac{P_{lim}}{p} \tag{2.3}$$

Où **P**<sub>lim</sub>: la charge limite de la rupture de l'élément.

P: la charge de calcul, généralement la charge maximal probable supportée par cet élément.

Les calculs appliqués en construction mécanique portent un caractère déterministe, puisqu'on suppose que les paramètres de chargement et les caractéristiques de résistance utilisés dans les relations de calcul ont des valeurs déterminées. Cependant ils sont des grandeurs aléatoires, puisque dans les processus d'essais (d'exploitation) ils peuvent prendre différentes valeurs, se trouvent dans un intervalle déterminé. Dans ce cas la détermination crédible (véritable) de ces grandeurs est possible uniquement sur la base d'essais et d'observation bien organisés et le traitement de leurs résultats par les méthodes de la statistique mathématique. En présence de telles données il devient possible l'estimation de la probabilité de non destruction de l'élément (pièce) dans le cas de coefficient de sécurité donné.

De telles méthodes de calculs sont actuellement élaborées en application aux problèmes de construction mécanique (avant tout aux méthodes de calcul à la résistance). L'utilisation de ces méthodes dans la majorité des problèmes concrets est encore difficile à cause du manque des donnés permettant de déterminer avec la confiance exigée de la grandeur, rentrant dans la condition de résistance.

#### 2.2.2 Résistance volumique

Le calcul des contraintes nominales par les formules de RDM qui ne tiennent pas compte de la forme d'une pièce, ne permet pas d'établir les contraintes réelles dans les zones dangereuses telles que les changements de section, les trous, entailles, dents d'engrenages, emmanchements forcés, cannelures, filetages etc...

Habituellement, les formes des éléments de machines sont compliquées. Les raccordements, cannelures, alésages, emmanchements à force et autres concentrateurs de contraintes (dits également

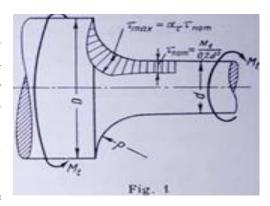


Fig. 2.1 Concentration de contraintes dans un congé d'arbre [1].

entailles) engendrent une concentration de contraintes; ce phénomène consiste en un accroissement de contraintes locales et en une modification de l'état de contraintes dans la zone du changement brusque de la forme de la pièce [1].

#### Dans ces conditions:

- a) la contrainte locale maximale peut être nettement supérieure à la contrainte nominale.
- b) les contraintes locales diminuent rapidement à mesure qu'on s'éloigne du concentrateur qui a provoquées ; en d'autres termes, ces contraintes sont caractérisées par un grand gradient.

La figure 2.1 représente à titre indicatif la distribution des contraintes tangentielles suivant la longueur du congé d'un arbre étagé sollicité par un moment de torsion (Mt).

Le rapport de la contrainte locale maximale à la contrainte nominale s'appelle coefficient de concentration des contraintes (coefficient de forme) ; pour la zone de déformation élastique il est déterminé par la formule :

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$$
;  $\alpha_{\tau} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}}$  (2.4)

Le coefficient de forme dépend de la géométrie de la pièce au voisinage de l'entaille, cette géométrie pouvant être plane ou spatiale. Il dépend aussi du genre de contrainte simple comme la traction - compression, la flexion ou la torsion.

Dans la plupart des cas, le coefficient de forme est lu sur une représentation graphique du coefficient de forme en fonction de la géométrie de la pièce ou calculé par des formules plus ou moins approximatives.

La diminution réelle de la résistance d'une pièce sous l'effet du coefficient de forme n'est pourtant pas déterminée par la valeur du coefficient α, car elle dépend non seulement de la forme de l'entaille, mais encore des propriétés du matériau constitutif de la pièce qui interviennent d'une manière différente suivant le régime de chargement; cette diminution est

exprimée par le coefficient réel (effectif) de concentration réel des contraintes (k), qui est le rapport entre les contraintes limites provoquées par les mêmes types de sollicitations d'une éprouvette lisse et celles d'une éprouvette à concentrateur de contraintes, les dimensions absolues des deux éprouvettes étant les mêmes.

Ainsi, pour une sollicitation provoquant des contraintes variables dans le temps.

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_E}{\sigma'_E}$$
 Ou  $k_{\tau} = \frac{\tau_E}{\tau'_E}$  (2.5)

Où  $\sigma_E, \tau_E$ ,  $\sigma_E'$  et  $\tau_E'$  sont les valeurs limites d'endurance respectives d'une éprouvette lisse  $(\sigma_E, \tau_E)$  et d'une éprouvette avec concentration de contraintes  $(\sigma_E', \tau_E')$  Dans les mêmes conditions. Habituellement  $K_\sigma \leq \alpha_\sigma$  et  $K_\tau \leq \alpha_\tau$ . La relation qualitative entre  $\alpha$  et K est établie avec l'aide du coefficient de susceptibilité du matériau à la concentration des contraintes.

L'aptitude des matériaux variés à manifester cet effet est exprimé par le coefficient de susceptibilité à l'entaille (q) qui est le rapport entre la valeur réelle de l'augmentation maximale des contraintes dans la zone de concentration et sa valeur établie par calcul.

Pour les contraintes normales :

$$q_{\sigma} = \frac{k_{\sigma} - 1}{\alpha_{\sigma} - 1} \tag{2.6}$$

Pour les contraintes tangentielles :

$$q_{\tau} = \frac{k_{\tau} - 1}{\alpha_{\tau} - 1} \tag{2.7}$$

Lorsque  $\alpha$  et q sont connus, on peut déterminer les valeurs des coefficients réels de concentration de contraintes réels :

$$k_{\sigma} = 1 + q_{\sigma}(\alpha_{\sigma} - 1); \quad k_{\tau} = 1 + q_{\tau}(\alpha_{\tau} - 1)$$
 (2.8)

Lorsque le matériau n'est pas susceptible à la concentration des contraintes

$$(q_{\sigma} = 0 \text{ et } q_{\tau} = 0)$$
, alors  $k_{\sigma} = 1 \text{ et } k_{\tau} = 1$ .

Lorsque le matériau à une susceptibilité complète à la concentration des contraintes

$$(q_{\sigma} = 1 \text{ et } q_{\tau} = 1), \text{ alors } k_{\sigma} = \alpha_{\sigma} \text{ et } k_{\tau} = \alpha_{\tau}.$$

\* Pour les aciers de construction, en moyenne  $q=0,6\div0,8$ , et les plus grands valeurs de q correspondent aux aciers ayant de plus hauts limites de résistance.

#### 2.2.2.1 Résistance dans le cas de contraintes statiques

Lorsque les charges provoquent dans les sections des contraintes statiques, le choix de  $\sigma_{lim}$  ( $\tau_{lim}$ ) vérifiant les conditions de résistance (1) est guidé par l'état du matériau (plastique ou fragile).

Pour les matériaux plastiques, par contrainte limite on entend les limites d'élasticité correspondantes du métal ou les limites d'écoulement ( $\sigma_e$  ou  $\sigma_T$ ) ou ( $\tau_e$  ou  $\tau_T$ ).

Dans ce cas les conditions (2.2.1) et (2.2.2) deviennent comme suite :

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} \ge [\mathbf{n}_T]$$
 Ou  $n_T = \frac{\tau_T}{\tau_{max}} \ge [\mathbf{n}_T]$  (2.2.5)

Pour les matériaux fragiles à structure hétérogène (fonte, par exemple), il convient d'adopter comme contrainte limite la limite de rupture  $\sigma_r(\tau_r)$ .

Dans ce cas les conditions (2.2.1) et (2.2.2) deviennent comme suite :

$$n_r = \frac{\tau_r}{\tau_{max}} \ge [n_r]$$
 Ou  $n_r = \frac{\sigma_r}{\sigma_{max}} \ge [n_r]$  (2.2.6)

Pour les charges statiques, la concentration des contraintes ne diminue pas la capacité de charge des pièces fabriquées en matériaux plastiques; ceci s'explique par le fait que les déformations plastiques locales contribuent à la redistribution et au nivellement des contraintes dans les sections de la pièce. Dans la zone de concentration dans ce cas on observe une consolidation favorisant l'accroissement de la résistance de concentration des contraintes devient alors inférieur à 1.

De ce fait les calculs de la résistance des pièces fabriquées en matériaux plastiques se fait donc en partant des contraintes nominales.

Pour les matériaux peu plastiques mais à structure homogène (aciers alliés, aciers travaillant aux basses températures, etc.), le calcul doit se faire d'après les contraintes locales maximales, car la concentration des contraintes réduit la résistance de la pièce.

Pour les matériaux fragiles à structure hétérogène (fonte), le calcul de la résistance se fait suivant les contraintes nominales, à cause de la faible sensibilité à la concentration de contraintes de ces matériaux.

#### 2.2.2.2 Résistance aux contraintes variables

Les régimes de chargement les plus caractéristiques des machines sont ceux qui provoquent dans les sections des pièces des contraintes variables dans le temps [1].

Par exemple, les contraintes au pied d'une dent d'engrenage changent de valeur en cours d'engrènement depuis l'attaque jusqu'au dégagement de la dent ; et dans le cas d'engrenages réversibles, ces contraintes changent également de signe. Les contraintes de flexion qui s'exercent sur la section transversale d'un arbre changent périodiquement de valeur et de signe, etc.

Dans le cas du régime de contraintes variable, si seulement le nombre de répétition des contraintes des variations est assez grand, les ruptures des éléments de machines se produisent pour des contraintes inférieures à la limite de rupture, et même inférieures à la limite d'élasticité (limite d'écoulement). Il en résulte que les ruptures par fatigue des pièces même fabriquée en matériaux plastiques interviennent couramment sans manifestations extérieures des déformations plastiques et ont le caractère des défaillances brusques.

L'analyse statistique montre que environ 80 % des ruptures d'éléments de machines et d'ouvrages d'art sont des ruptures par fatigue.

Une cassure de fatigue typique (fig.2.2) comporte deux zones : zone de rupture par fatigue (a), à grains fins, à surface presque lisse là où la fissure de fatigue a pénétré progressivement à l'intérieure de la section, et la zone de rupture statique (b), à gros grains, suivant laquelle s'est produite la rupture définitive rupture (fragile).

La rupture par fatigue peut s'amorcer dans plusieurs foyers simultanément. La (fig. 2.3) donne un exemple de cassure d'un essieu à trois foyers de rupture dont deux ont fusionné avant l'apparition du troisième dans la zone de rupture par sollicitation statique. L'aspect extérieur des zones de rupture de fatigue dépend du nombre de cycles de chargement ayant produit la fissure, car dans le processus cyclique de chargement se produit le matage et l'usure mutuelle des surfaces de la rupture accompagnés par l'écrouissage.

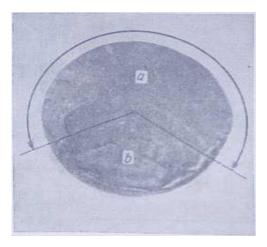


Fig.2.2 Faciès d'une pièce cassée par fatigue [1].

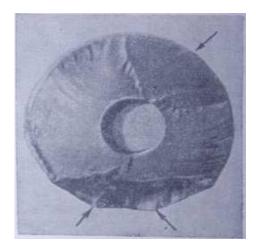


Figure 2.3 Faciès de rupture d'un essieu[1].

Lorsque la surcharge cyclique est peu importante, la rupture par fatigue se développe lentement. Avant la formation de la cassure définitive (fragile), la pièce subit un grand nombre de sollicitations cycliques et l'effet du matage et de l'usure réciproque des surfaces de la fissure est important ; selon l'aspect extérieur les surfaces s'approches aux surfaces lustrage rectifiées et les zones différent d'une façon très marquée. Dans ce cas la crique pénètre profondément, par conséquent la zone de rupture statique est relativement petite.

Avec l'augmentation de la surcharge cyclique la différence entre les zones diminue toujours plus, car le nombre de cycles de sollicitation précédant la rupture est d'autant plus petit que

les contraintes appliquées sont plus fortes. L'aire de la zone de pénétration de la fissure de fatigue diminue, alors que celle de la zone de rupture par sollicitation statique augmente [1].

Les dimensions et la forme de la zone de cassure statique sont déterminées par les conditions de chargement, la valeur des contraintes nominales qui ont provoqué la rupture et la valeur du coefficient de concentration des contraintes.

L'étude des cassures permet de déterminer les conditions permettant de d'éliminer l'apparition de telles cassures.

#### 2.2.2.1 Courbes de Wöhler

La relation entre le nombre de cycles précédant la rupture et les contraintes qui l'ont provoquée est définie par les courbes de Wöhler dressées expérimentalement en coordonnées  $\sigma$  et N (fig.2.4).

Cette courbe, obtenue par essai de fatigue normalisé sur des éprouvettes normalisées soumises à des sollicitations de flexion rotative, donc s'applique aux éléments soumis à la flexion rotative.

La courbe de Wöhler permet de déterminer la contrainte maximale du cycle appelée limite de fatigue ou limite d'endurance  $\sigma_{-1}(\sigma_E)$  à

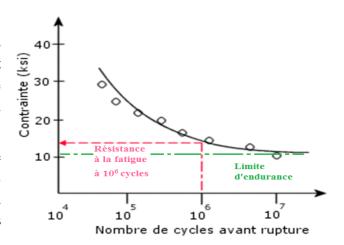


Fig. 2.4 Courbe de Wöhler

laquelle l'éprouvette (la pièce) reste intacte même pour un nombre d'alternances imposé très grand.

Pour les métaux ferreux il s'ensuit le plus souvent de choisir cette limite d'après le nombre de cycles  $N_b = 5 * 10^6$ ; parfois ce nombre est poussé jusqu'à  $N_b = 10^7$  et plus. La valeur adoptée de  $N_b$  s'appelle nombre de base des cycles (alternances de contrainte). On suppose que si au cours de l'essai l'éprouvette supporte, sans se rompre, le nombre de base des cycles, elle résistera également si l'on poursuit l'essai considéré.

#### 2.2.2.2 La limite de fatigue restreinte (ou résistance à la fatigue)

Si la durée de service requise d'une pièce est limitée par un nombre de cycles  $(N_1, N_2,$  etc.) inférieur au nombre de base, le calcul se fait avec la limite de fatigue restreinte, la contrainte maximale du cycle à laquelle l'éprouvette est susceptible de résister lorsqu'elle est soumise au nombre correspondant d'alternances  $N_1, N_2$ , etc.

 $(\sigma_{-1N_1}, \sigma_{-1N_2}, \text{etc.})$ ; Dans ces conditions si  $N_1 > N_2$ , et  $\sigma_{-1N_2} > \sigma_{-1N_1}$ , etc. La limite de fatigue est déterminée par l'allure de modification des contraintes dans le temps (asymétrie du cycle), de même que par le type des contraintes [1].

Dans le cas d'asymétrie des cycles, on utilise des digrammes qui tiennent compte de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  (digrammes de Goodman mortifié, de Soderberg ou de Gerber, Haig etc.) qui sont illustrés sur la figure 2.5. Ces digrammes sont basés sur les relations :

Goodman modifié qui est le plus utilisé : 
$$\sigma_a = \sigma_{-1} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{R_r} \right)$$
 (2.9)

Soderberg: 
$$\sigma_a = \sigma_{-1} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{R_e} \right)$$
 (2.10)

Gerber: 
$$\sigma_a = \sigma_{-1} \left( 1 - \left( \frac{\sigma_m}{R_r} \right)^2 \right)$$
 (2.11)

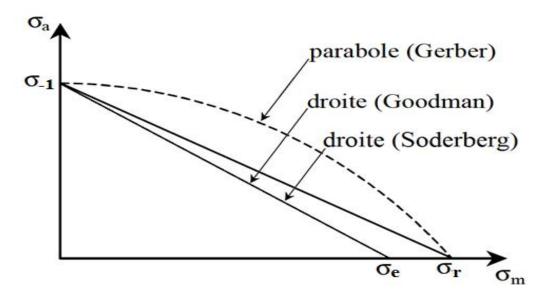


Fig.2.5 Digrammes de Goodman mortifié, de Soderberg ou de Gerber, Haig.

Ce diagramme est établi suivant les deux caractéristiques de la résistance statique  $\sigma_{\rm r}(R_r)$  et  $\sigma_{\rm e}(R_e)$ , ainsi que la limite d'endurance  $\sigma_{\rm -1}$ 

Les valeurs approchées des limites de fatigue  $\sigma_{-1}$  et  $\sigma_0$  pour les aciers peuvent s'établir d'après les relations empiriques définissant le rapport entre les caractéristiques statiques et de fatigue des métaux.

Type de sollicitation	alterné symétrique	répété où fluctuant
Flexion plane	$\sigma_{-1} = 0.43  \sigma_{r}  (R = -1)$	$\sigma_0 = 0.60 \sigma_r  (R \ge 0)$
Traction/compression	$\sigma_{-1} = 0.36 \sigma_{r} (R = -1)$	$\sigma_0 = 0.50 \sigma_r  (R \ge 0)$
Torsion	$\tau_{-1} = 0.22 \sigma_{r}  (R = -1)$	$\tau_0 = 0.30 \sigma_r  (R \ge 0)$

Tableau 2.1 Valeurs approchées des limites d'endurances pour les aciers [3]

Note»! Pour la fonte, la valeur approchée  $\sigma_{-1f} = 0.45\sigma_r$ .

Les caractéristiques de résistance des matériaux et des pièces de machines sous des contraintes variables sont déterminées selon les résultats d'essais, dont le traitement est effectué par les méthodes de la statistique mathématique.

Les principales caractéristiques de la résistance sont les limites d'endurance ; en fonction du la base des essais (nombre de cycles), on distingue les limites d'endurance de longue durée et les limites d'endurance bornée (dans le cas de nombre de cycles, inférieur au nombre de cycles de base).

Les données sur la résistance des matériaux à des contraintes variables sont obtenues le plus souvent par des essais sur des éprouvettes normalisées de petits diamètres. Pour cela l'évaluation de la résistance des éléments de machines exige de corriger les valeurs des limites de fatigue ainsi obtenues, en tenant compte de l'influence sur la résistance à la fatigue des facteurs suivants : la forme et dimensions absolues de la pièce ; états de surface et propriétés des couches superficielles ; variation des régimes de chargement.

Les données les plus précises sur la résistance réelle des pièces sont obtenues grâce aux essais « naturels » de telles pièces sur des machines qui reproduisent complètement les conditions d'exploitation de ces pièces (selon le type d'état de contraintes, des régimes, etc.).

### 2.2.2.3 Influence des formes géométriques des éléments de machines sur leur endurance

Les formes géométriques des éléments de machines influent nettement sur leur aptitude à résister aux contraintes variables [1].

La confrontation des résultats fournis par les essais de résistance des éléments de machines et des éprouvettes lisses de petit diamètre, taillées de ces mêmes pièces, montre que pour la majorité des pièces, la réduction de la résistance à cause de l'influence de la forme et des dimensions absolues des pièces s'avère sensible. Ainsi, le rapport entre la limite de fatigue d'une pièce et celle d'une éprouvette est pour les vilebrequins voisin de 0,4 ; pour les essieux des wagons de chemin de fer, de 0,37 ; pour les boulons, environ 0,13 ; etc.

Sur la figure 2.6 est montré le schéma principal l'influence des facteurs forme et dimensions absolues des éléments de machines sur leur fatigue. Les courbes sont établies pour les

éprouvettes (pièces) lisses (1) à concentration de contraintes modérée (2) et élevée (3), et de dimensions moyennes (5) et grandes (6).

L'influence de la forme est prise en compte par le coefficient de concentration des contraintes qu'on calcule généralement par la formule (2.12), pour R = -1 (cycle symétrique):

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}$$
 et  $k_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1k}}$  (2.12)

Où  $\sigma_{-1}$ ,  $\tau_{-1}$  et  $\sigma_{-1k}$ ,  $\tau_{-1k}$  – valeurs des limites de fatigue pour le cas de cycle symétrique correspondent pour l'éprouvette lisse et l'échantillon (de la pièce) de même diamètre d, mais avec un concentrateur de contraintes.

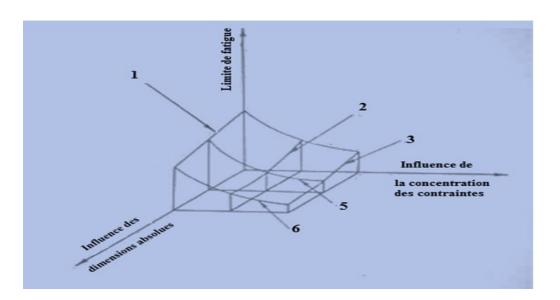


Fig. 2.6 Schéma principal de l'influence des facteurs de forme et dimensions absolues des éléments de machines sur leur fatigue[1].

La valeur de  $k_{\sigma}$  dépend aussi des dimensions absolues de la section de la pièce : pour les pièces géométriquement semblables, les valeurs de  $k_{\sigma}$  augmentent avec l'augmentation des dimensions des pièces en s'approchant de celles de  $\alpha$ .

Pour les fontes  $k_{\sigma}$  est proche de l'unité ( $k_{\sigma} \simeq 1$ ).

Pour les mêmes concentrateurs la valeur de  $k_{\tau}$  est plus petite dans le cas de torsion cyclique que celle de  $k_{\sigma}$  dans le cas de flexion ou de traction-compression. Leur relation peut être exprimée par la formule approchée :

$$K_{\tau}=1+0.6 (k_{\sigma}-1)$$

Les formes réelles des pièces se distinguent souvent par la présence dans une même section de quelques entailles (congé, rainure de clavette, emmanchement par force,....), conditionnées par des exigences de construction et technologiques et parfois des facteurs d'exploitation (corrosion et autres).

Ainsi, souvent on rencontre les cas de disposition d'une rainure de clavette à l'endroit d'un congé; parfois à cet endroit il faut tenir compte de l'influence de serrage. Dans de tels cas, lorsque les entailles sont disposées les uns à côté des autres, dans des conditions déterminées par suite de l'interaction des champs de contraintes, crées par chacune des entailles, peut être observe l'effet de décharge (affaiblissement) de concentration des contraintes

Les effets cités ne sont pas étudiés suffisamment bien. Pour cela si dans la section calculée agissent quelques concentrateurs de contraintes alors dans le cas de détermination de la contrainte maximale souvent on se limite à la prise en compte de la plus grande valeur de  $k_\sigma$  ou  $k_\tau$  .

Les expériences ont montré que pour les entailles en forme de gorges, pratiquées sur les éprouvettes cylindriques en acier et en fonte de nuances variées pour lesquelles  $\alpha=1,8$  à 3,4.

#### 2.2.2.4 Influence des dimensions

L'influence des dimensions absolues des sections sur la limite de fatigue est exprimée par le coefficient d'influence des dimensions absolues de la section (facteur d'échelle)  $\varepsilon$ , égal au rapport de la limite de fatigue d'une pièce de diamètre D à la limite de fatigue d'une éprouvette analogue de faibles dimensions ( $d_0=6$  à 10 mm) :

$$\varepsilon_{\sigma} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{D}}{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}} \qquad \text{et} \qquad \varepsilon_{\tau} = \frac{\left(\tau_{-1}\right)_{D}}{\left(\tau_{-1}\right)_{d_{0}}} \tag{2.13}$$

Pour le cas de concentration des contraintes :

$$\varepsilon_{\sigma k} = \frac{(\sigma_{-1k})_D}{(\sigma_{-1k})_{d_0}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{\tau k} = \frac{(\tau_{-1k})_D}{(\tau_{-1k})_{d_0}}$$
 (2.14)

Dans les calculs de résistance, le facteur de similitude est rapporté généralement à l'amplitude du cycle.

La fig.2.7 représente le graphique de détermination d'influence des dimensions absolues de la section  $(\mathcal{E}_{\sigma})$  pour les pièces en aciers au carbone (1) et aciers allié (2).

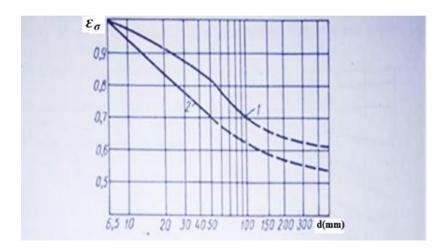


Fig.2.7 Graphique de détermination du coefficient d'échelle

La diminution des limites de fatigue lors de l'augmentation des dimensions absolues des sections de la pièce s'explique par quelques causes.

Avec l'augmentation des dimensions de la section de la pièce la probabilité de la formation d'une fissure de fatigue prématurée croît par suite de la différence des propriétés mécaniques et des contraintes qui sollicitent divers grains, ainsi que de la probabilité d'existence de défauts internes (soufflures, microfissures, inclusions).

La technologie de fabrication des éprouvettes et des pièces exerce une influence sensible sur leur endurance, puisque pendant le processus du traitement mécanique se produit une modification des propriétés de la couche superficielle. La résistance de la couche superficielle exerce dans la majorité des cas une influence décisive sur l'endurance de la pièce.

Dans de tels cas, lorsque dans le processus de traitement mécanique apparait l'action d'augmentation de la résistance dont l'effet se manifeste plus sur les articles de petits diamètres à cause de la profondeur de distribution de la couche renforcée relativement grande.

L'influence de la longueur de l'éprouvette sur la valeur de la limite de fatigue peut être négligée.

Ainsi, l'action totale de la concentration des contraintes et des dimensions absolues des sections peut être estimée par la relation de la limite de fatigue des éprouvettes lisses de laboratoire de petit diamètre d<sub>0</sub> à la limite de fatigue d'une pièce de diamètre D :

$$(\sigma_{-1k})_D = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_0}}{k_{\sigma D}} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_0}}{k_{\sigma}} \varepsilon_{\sigma}$$
 (2.15)

Tenant compte des relations (2.12) et (2.13), on aura :

$$k_{\sigma D} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} \tag{2.16}$$

Connaissant la limite de fatigue de l'éprouvette  $d_0$ , les coefficients effectifs de concentration des contraintes et les coefficients d'influence des dimensions absolues de la section, on peut déterminer la limite de fatigue d'une pièce de diamètre D :

$$(\sigma_{-1k})_D = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_0}}{k_{\sigma D}} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_0}}{k_{\sigma}} \varepsilon_{\sigma}$$
(2.17)

Les formules des contraintes tangentielles sont obtenues en remplaçant dans les formules précédentes  $\sigma$  par  $\tau$ .

Les valeurs des coefficients de la concentration des contraintes, de la sensibilité à la concentration des contraintes, de l'influence des dimensions absolues donnés dans la littérature d'information sont déterminées selon les courbes d'endurance, obtenues par le traitement statistique des données d'essais de fatigue qui satisfont l'exigence de la probabilité de bon fonctionnement 50% ou une valeur proche.

Par suite d'existence de dispersion dans le cas d'estimation des limites d'endurance les valeurs des coefficients cités sont aléatoires, et par conséquent, pour l'amélioration des méthodes de calcul moderne des pièces de machines sévèrement disant, exige une estimation probabiliste.

### 2.2.2.5 Influence de l'état de surface et des propriétés de la couche superficielle des éléments de machines sur leur endurance

Le rôle des couches superficielles est conditionné par le fait que dans la plupart des cas les premières fissures de fatigue prennent naissance sur ces couches. L'évolution des fissures est favorisée par: a) la présence à la surface des concentrateurs de contraintes, parmi lesquelles et celles, qui se forment en cours de traitement (les irrégularités microscopiques, par exemple), au cours de l'exploitation celles qui ont d'autres causes à 1'origine; b) les propriétés spécifiques de la couche superficielle qui matérialise une limite et contient des grains cristallins détruits et donc affaiblis, de résistance plus faible; c) l'influence du milieu extérieur; d) un état de contrainte plus sévère des couches superficielles sous l'effet des principales sollicitations (flexion, torsion).

Les processus d'usinage (tournage, fraisage,...) des métaux mis en œuvre pour donner aux éléments de machines la forme imposée exercent une influence importante sur l'état de surface. Cette action est liée avant tout à la formation d'un microrelief sur la surface, à la déformation plastique, qui se traduit par l'écrouissage de la couche superficielle, et au réchauffement de cette couche.

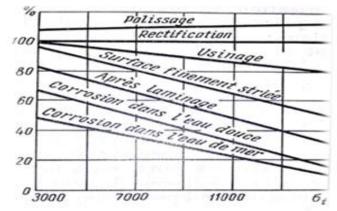


Fig. 2.8 L'influence des modes de traitement d'une surface sur la limite d'endurance

Les traces (sillons et autres) laissés à la surface par le traitement mécanique (usinage,...) jouent le rôle de concentrateurs des contraintes et réduisent la résistance de la pièce.

Les facteurs caractérisant les processus de la déformation plastique de la couche superficielle (degré d'écrouissage, épaisseur de la couche écrouie, valeur des contraintes résiduelles) et son échauffement (degré de ramollissement de la couche, degré de vieillissement, valeur des contraintes résiduelles) influent sur la résistance des pièces de machines de diverses façons. L'écrouissage et les contraintes résiduelles de compression contribuent à l'augmentation de la limite de fatigue ; par contre, les contraintes résiduelles de traction provoquent sa diminution.

La (fig. 2.8) illustre le caractère d'influence des divers modes de traitement d'une surface et de la corrosion sur la valeur de la limite de fatigue. Si on prend la limite de fatigue d'une éprouvette rectifiée égale à 100 %, le polissage augmente d'avantage son endurance, alors que les autres modes de traitement la réduisent d'autant plus que la charge de rupture  $\sigma_t$  du matériau est plus élevée.

De même que le procédé de traitement, le régime de coupe exerce aussi une influence importante sur l'endurance. Ainsi, les méthodes de coupe rapide des métaux largement utilisées présentent des avantages non seulement parce qu'elles accélèrent les processus de fabrication et, par suite, élèvent la productivité, mais aussi parce qu'elles contribuent à l'augmentation de l'endurance des éléments de machines.

Pour améliorer l'état physique des couches superficielles des pièces on applique en construction mécanique des traitements spéciaux qui portent le nom d'ensemble de technologie de consolidation.

#### Traitements de consolidation

La consolidation consiste à augmenter la résistance de la couche superficielle et à former dans cette couche des contraintes de compression résiduelles par :

- a) le traitement mécanique (grenaillage, galetage avec des galets ou à la bille, frappage des congés à l'outil de percussion, polissage hydraulique, etc.);
- b) le traitement thermique et thermochimique (trempe superficielle, cémentation, nitruration, etc.).

Le grenaillage : produit une couche superficielle consolidée d'épaisseur de 0,4 à 0,8 mm, qui s'avère le plus efficace en cas de présence de concentrateurs de contraintes fonctionnels (de construction) et technologiques.

Le galetage de la surface par galets trempés: produit en principe le même effet. Si le grenaillage produit à la surface un réseau d'enfoncements serré, le galetage, lui, permet d'obtenir une surface régulière et nette et l'écrouissage affecte une épaisseur plus importante, allant jusqu'à 2 mm et plus.

Le galetage des éprouvettes comportant un trou transversal et une entaille circulaire élève de 60 % la limite de fatigue, et de 40 % dans le cas d'emmanchement à force, etc.

L'influence de la qualité de surface déterminée par le traitement mécanique sur la limite de fatigue est complétement éliminé par le galetage consécutif ; après cette opération la limite de fatigue est pratiquement la même pour les éprouvettes rectifiées et dégrossies.

Une consolidation obtenue importante est également dans le cas de galetage des pièces ayant subi la corrosion.

Un effet positif de l'application du grenaillage et du galetage est obtenu seulement dans les cas où ces procédés sont correctement conduits. Un écrouissage excessif réduit la limite de fatigue en conditionnant formation dans les couches superficielles des microfissures à cause des pressions très élevées.

Le polissage hydraulique : (traitement des surfaces actives des éléments de machines par un jet de liquide sous haute pression) permet de créer une couche écrouie d'épaisseur 1,5 mm tout en améliorant la micro géométrie de la surface. L'endurance des pièces est ainsi accrue de 25 %.

La trempe superficielle par courant haute de fréquence (CHF): permet de réduire nettement la susceptibilité du matériau à la concentration- des contraintes. La limite de fatigue des éprouvettes lisses, suivant la nuance de l'acier, s'accroît de 40 à 100 % par rapport à l'état de départ. La résistance étant affaiblie à l'endroit de passage de la partie consolidée à celle qui ne l'est pas, l'opération de consolidation doit porter sur toute la surface active de la pièce.

**La cémentation :** suivie de la trempe contribue à une augmentation importante de l'endurance des éléments de machines (de 1,5 à 2 fois).

**La nitruration :** assure la consolidation, dans le cas des essais, des éprouvettes lisses (jusqu'à 3.0 %), en présence de concentrateurs des contraintes (jusqu'à 60 %) et dans le cas de pièces ; travaillant en milieu corrosif.

La cyanuration : aussi favorise l'augmentation de la résistance à la fatigue, (surtout celle des pignons, arbres, etc.), pour lesquels (la consolidation) ne doit porter que sur une faible épaisseur. Avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche consolidée, la limite de fatigue augmente d'abord jusqu'à une certaine valeur et se stabiliser ensuite.

L'augmentation de l'endurance obtenue par application de certains procédés de consolidation (nitruration, cémentation, etc.) s'accompagne de la modification d'autres propriétés des matériaux, par exemple de la diminution de la résilience (résistance au choc).pour cela, en choisissant la méthode de consolidation il faut tenir compte de l'ensemble des modifications des propriétés mécaniques qu'il provoque les méthodes.

Dans les calculs L'effet produit par l'état des couches superficielles des éléments de machines est apprécié par le coefficient d'état de surface, égal au rapport de la limite de fatigue des éprouvettes, qui ont le même état de surface que celui de la pièce étudiée, à la limite de fatigue des éprouvettes identiques mais dont la surface est rectifiée.

Rem : Pour les éprouvettes ayant subi une consolidation superficielle,  $k_{\sigma}^{n}=1$  (c.à.d. que l'influence de l'état de surface est négligeable).

Le coefficient de consolidation de la surface  $\beta$  est le rapport de la limite de fatigue des éprouvettes (pièces) ayant subi une consolidation superficielle à la limite de fatigue des éprouvettes (pièces) ne n'ayant pas subi la consolidation.

De même que les coefficients  $k_{\sigma}$  et  $\varepsilon_{\sigma}$  et le coefficient  $\beta$  sont liés seulement à l'amplitude du cycle.

En tenant compte de la formule (2.16), l'influence commune de la concentration des contraintes, des dimensions absolues et de l'état de surface est estimée dans les calculs par le coefficient :

$$k_{\sigma D} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta}$$
 et  $k_{\tau D} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta}$  (2.18)

### 2.2.2.6 Influence du milieu ambiant sur l'endurance des éléments de machines

Le milieu ambiant, dans lequel travaille l'élément sur son endurance, exerce une influence importante. Dans le cas de sollicitations variables, l'action du milieu se manifeste par la fatigue par adsorption et par corrosion des métaux.

La fatigue par adsorption : consiste en une diminution d'endurance de la pièce de machine avec l'augmentation du nombre de cycle de chargement qui se produit dans les milieux tensio-actifs, sans action chimique sur le métal. Exemple Les huiles de lubrification usuelle des machines et appartenant à cette catégorie de milieux provoquent la diminution la résistance à la fatigue de 15 à 20 %.

L'allure de la courbe de Wöhler, obtenue par les essais de fatigue par adsorption, est analogue, par son caractère, à celle de la courbe courante.

La fatigue par corrosion: Fatigue sous corrosion est un phénomène plus dangereux qui se manifeste par la dégradation de l'endurance des EDM par action chimique dans le milieu agressifs qui entraîne la rupture prématurée (ex. arbres porte hélices palette de turbine... etc.la diminution de l'endurance est importante (ex. Aciers de construction usuels » l'endurance diminue de 2 fois dans l'eau douce et 4 fois dans l'eau de mer. La courbe de Wöhler a une allure caractéristique sous forme d'une une diminution continue avec le nombre de cycles, donc pas de limite de fatigue. L'endurance est améliorée par les traitements de consolidation superficielle qui produisent des contraintes résiduelles de compression.

Les éléments en acier de résistance faible et moyenne travaillant sans action d'un milieu agressif et de la chaleur et ne changeant pas leurs dimensions dans le processus de travail (par exemple les arbres, axes, poulies) peuvent être rapportés aux éléments qui ne vieillissent pas et ont une limite d'endurance de longue durée (non bornée), si les charges cycliques, (variables dans le temps) ne dépassent pas la limite d'endurance.

### 2.2.2.7 Influence des régimes de chargement

Les régimes de chargement des éprouvettes normalisées, réalisés sur les machines d'essai usuelles pour obtenir les courbes de Wöhler, ne sont pas représentatifs des conditions

réelles de fonctionnement des éléments de machines. Chaque point de la courbe obtenu expérimentale caractérise la résistance de l'éprouvette sous une charge continue constante. L'allure sinusoïdale de la variation des contraintes engendrées dans les sections de l'éprouvette est conditionné par sa flexion lors de la rotation avec un nombre de tours n= constant.

Dans les conditions réelles, la charge et la vitesse sont le plus souvent des valeurs variables, et le processus de fonctionnement est intermittent. Un tel régime de chargement est alors dit non stationnaire (instable).

Le régime de chargement est déterminé par ce qu'on appelle le spectre des charges, c.-à-d. l'ensemble de toutes les charges d'exploitation.

Le régime de chargement se caractérise par :

- a) la présence des surcharges et des sous-charges ;
- b) la fréquence de variation des contraintes ;
- c) les interruptions d'application des charges (du chargement).

Les conceptions modernes de l'action de ces facteurs sont de manière générale les suivants.

Par surcharge on entend un chargement variable d'une pièce, qui provoque au cours d'un nombre de cycles déterminé des contraintes variables supérieures à la limite de fatigue correspondante, et par sous-charge, un chargement qui provoque des contraintes variables inférieures à cette limite.

Des surcharges importantes diminuent la résistance à la fatigue du matériau mis à l'essai, ce qui s'explique par l'apparition sous de fortes contraintes de microfissures et leur développement intense.

Lorsque les surcharges sont faibles (contraintes faibles qui ne sont appliqué que pendant un petit nombre de cycles), la limite de fatigue ne diminue pas, parfois on constate une certain augmentation de cette limite de fatigue.

Les sous-charges contribuent jusqu'à un certain point à l'augmentation de la limite de fatigue (jusqu'à 30 %). L'industrie profite largement de ce phénomène qui porte le nom d'accommodation du matériau (en cours de rodage, par exemple), bien que dans les calculs il n'a pas encore trouve d'estimation quantitative.

Pour les fréquences courantes, en construction mécanique moderne, la valeur de la limite de fatigue des éprouvettes lisses ou des pièces à faible concentration des contraintes ne dépend pratiquement pas de la vitesse de modification des contraintes.

L'effet produit par les interruptions de fonctionnement est peu étudié et les résultats obtenus ne s'accordent pas toujours. Mais on a des bases pour considérer que le repos accroît dans une certaine mesure la longévité cyclique.

### 2.2.2.2.8 Calcul de la résistance des pièces dans le cas des contraintes variables

Puisque pour l'évaluation de la résistance à la fatigue des pièces de machines il faut prendre en considération leurs formes de construction, l'état de la surface et autres facteurs, les calculs correspondants sont effectués en régime de calculs de vérification [1].

Dans le cas d'état de contrainte simple (traction, compression, flexion simple, flexion due aux efforts tranchants, si on néglige les contraintes tangentielles engendrées dans les sections droites) le calcul du coefficient de sécurité n se fait à l'aide des diagrammes des contraintes limites (limites de résistances)

Dans le cas de contrainte simple, l'on pose qu'en cours de sollicitation, la contrainte moyenne du cycle  $\sigma_m$  et l'amplitude du cycle  $\sigma_a$  varient proportionnellement, c'est-à-dire que

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = const$$
, (Fig.2.9), le coefficient de sécurité :

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}} \tag{2.19}$$

Où  $\sigma_{-1}$  - limite de résistance à la fatigue du matériau dans le cas du cycle symétrique ;

 $\sigma_{max}$  - contrainte maximale

Dans ce cas:

$$\sigma_{max} = \frac{k_{\sigma}}{\beta \varepsilon} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m = k_{\sigma D} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m$$

Avec  ${\pmb k}_{\pmb \sigma}$  -coefficient effectif (réel) de concentration des contraintes ;

*E* -coefficient d'influence des dimensions absolues (coefficient d'échelle) ;

 $\beta$ -coefficient de renforcement de la résistance des couches superficielles ;

 $\sigma_a$  -amplitude du cycle de contraintes ;

 $\sigma_{\rm m}$  -contrainte moyenne du cycle ;

$$\psi_{\sigma} = rac{2\sigma_{-1} - \sigma_{\theta}}{\sigma_{\theta}}$$
 -coefficient de sensibilité du matériau à l'asymétrie du cycle ;

 $\sigma_0$  - limite de résistance à la fatigue dans le cas de cycle pulsatoire.

Dans le cas de torsion cyclique : les calculs à la résistance sont effectués par la formule analogue, en remplaçant  $\sigma$  par  $\tau$  :

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{max}} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\beta \varepsilon} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}$$
(2.20)

Dans de tels cas, lorsque la rupture par fatigue est précédée par une déformation permanente de grande valeur, le coefficient de sécurité de calcul est déterminé par la formule :

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_T}{\sigma_m + \sigma_a}$$
 (2.21)

Où  $\sigma_T$  - la limite d'écoulement.

Dans le cas de chargement complexe, les caractéristiques  $\sigma_m$  et  $\sigma_a$  varient indépendamment l'une de l'autre.

Pour les cas, lorsque  $\sigma_a$  varie et  $\sigma_m$  reste constante, le coefficient de sécurité calculé est égale à :

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-l} \left( 1 - \frac{\sigma_{m}}{\sigma_{r}} \right)}{k_{\sigma D} \sigma_{a}}$$
 (2.22)

Où  $\sigma_r$ -limite de résistance du matériau.

Le mode de calcul du coefficient de sécurité dans le cas d'un chargement complexe n'a pas encore été établi définitivement.

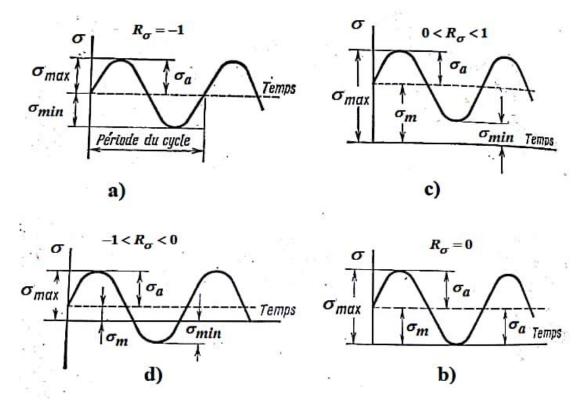
Dans le cas d'état de contrainte mixte apparaissant, par exemple, lorsque la pièce travaille à la flexion et la torsion, à la traction et à la torsion, le coefficient de sécurité dans la section calculée :

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \tag{2.23}$$

Où  $\mathbf{n}_{\sigma}$  et  $\mathbf{n}_{\tau}$ - coefficients, déterminés par les formules (2.19) et (2.20)

Dans les cas de calcul considérés les conditions de résistance (2) prennent la forme :

$$\mathbf{n}_{\sigma} \geq [\mathbf{n}_{\sigma}] ; \mathbf{n}_{\tau} \geq [\mathbf{n}_{\tau}] ; \mathbf{n} \geq [\mathbf{n}]$$



- a) cycle de contraintes alternées fondamentales (cycle de contraintes symétrique).
- b) cycle de contraintes pulsantes fondamentales (cycle de contraintes pulsatoire).
- c) cycle de contraintes asymétrique de signe positif.
- d) cycle asymétrique de signe alternatif.

Fig. 2.9 : Schéma de charges stationnaires variables (charges à cycle de variation stationnaire - cas où les paramètres du cycle de contraintes sont constants.

## 2.2.2.2.9 Calcul de la résistance des pièces en régimes de charges non stationnaires des contraintes variables

Lorsque les contraintes variables principales ( $\sigma_a$ ) sont à peu près de même valeur, alors que les surcharges périodiques sont rares et peu importantes (10 à 20 %), le calcul de la résistance s'opère, suivant la valeur des contraintes et la durée de service imposée, soit en fonction de la limite de fatigue de longue durée, soit en fonction de la limite de fatigue bornée.

Mais lorsque les contraintes variables principales sont supérieures ou inférieures à la limite de fatigue, les surcharges étant fréquentes et importantes (conditions de service typiques des pièces de machines universelles, automobiles, appareils de levage, etc.), le calcul de résistance se fait alors en partant de la charge équivalente.

Soit les charges  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,..... $Q_i$  (ou les contraintes  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,..... $\sigma_i$ ....) agissent durant les cycles de chargement correspondantes.

Par le rapport cyclique, on comprend le rapport du nombre de cycle réel  $N_i$  d'action d'une certaine contrainte  $\sigma_i$  au nombre de cycle  $N_{ri}$  d'action de la même contrainte pour lequel

l'éprouvette se détruit (se rompe), c.-à-d. la durabilité cyclique. Il est noté :  $\frac{N_i}{N_{ri}}$ 

Conformément à l'hypothèse de sommation des endommagements par fatigue l'action de chaque groupe de charges ne dépend pas de l'ordre de leur alternance et des rapports cycliques identiques correspondants à des surcharges de différentes valeurs provoquent le même degré de d'endommagement par fatigue.

Dans le cas de supposition d'accumulation linéaire des ruptures :

$$\sum \frac{N_i}{N_{ri}} = a \tag{2.24}$$

Où a- coefficient établie expérimentalement, souvent pris (en réserve) égal à l'unité (a = 1) Dans le cas des désignations lissées l'équation de la courbe de fatigue prend la forme :

$$\sigma_i^m N_i = \sigma_p^m N_0 = const \tag{2.25}$$

Où m- indicateur du degré de la courbe, habituellement on prend m=6 à 9; il dépend principalement du matériau et de l'état de contraintes de la pièce.

 $\sigma_{\scriptscriptstyle R}\,$  - limite de fatigue cyclique, établie pour le nombre de cycle de base  $N_{\scriptscriptstyle 0}$  .

Tenant compte de ce qui a été résumé, le régime variable effectif des charges agissantes pendant une longue durée est remplacée par un régime stationnaire équivalent (selon l'action de fatigue).

N'importe laquelle des charges agissantes  $Q_i$  (le plus souvent  $Q_{max}$ ) ou la contrainte qu'elle provoque  $\sigma_i$  ( $\sigma_{max}$ ) le niveau de chargement correspondant est prise constante ainsi appelé, agissant pendant le nombre de cycles équivalent  $N_{eq}$ .

Alors, en supposent, par exemple, la contrainte égale à  $Q_{max}$  sur la base des équations (2.24) et (2.25) pour a = 1, on aura :

$$\sum \sigma_i^m N_i = \sigma_R^m N_0 = \sigma_{max}^m N_{eq} \implies N_{eq} = \sum \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\right)^m N_i$$

Et 
$$\sigma_{max} = \sigma_R \sqrt[m]{\frac{N_0}{N_{eq}}} = \sigma_R \sqrt[m]{\frac{N_0}{\sum \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\right)^m N_i}} = \sigma_R k_p$$
 (2.26)

Où K<sub>P</sub>: coefficient du régime de charge, ayant donc pour expression :

$$k_{p} = \sqrt{\frac{N_{0}}{\sum \left(\frac{\sigma_{i}}{\sigma_{max}}\right)^{m} N_{i}}}$$

Comme il s'ensuit de (2.26), pour le nombre de cycle équivalent  $N_{eq}$ , inférieur à  $N_0$ , la contrainte  $\sigma_{max}$  peut faire augmenter la limite d'endurance de longue durée  $\sigma_{R}$  tenant compte de la relation entre les contraintes et les charges (en fonction de l'état de contraintes), on peut donner au coefficient  $k_n$ , dans la formule (2.26), la forme suivante :

$$k_{p} = \sqrt{\frac{N_{0}}{\sum \left(\frac{Q_{i}}{Q_{max}}\right)^{m'}} N_{i}}$$
 (2.27)

Dans le cas de flexion rotative m = m'.

Dans une autre variante de réduction le régime variable est remplacé par un régime avec un niveau de chargement constant  $Q_{eq}(\sigma_{eq})$ , qui agit pendant une durée de service donnée déterminé par le nombre de cycle sommaire (total)  $\sum N_i$  ou le nombre de cycles de base  $N_0$  correspondant au point de brisure de la courbe de fatigue.

En conformité avec ce qui a été rétabli  $\sum \sigma_i^m N_i = \sigma_{eq}^m N_0$  et les formules de réduction on donne la forme :

$$Q_{eq} = Q_{max} k_{eq\sigma} = Q_{max} \sqrt[m]{\sum \left(\frac{Q_i}{Q_{max}}\right)^{m'} \frac{N_i}{N_0}}$$
(2.28)

D'où 
$$\sigma_{eq} = \sigma_{max} k_{eq\sigma} = \sigma_{max} \sqrt[m]{\sum} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\right)^m \frac{N_i}{N_0}$$
 (2.29)

Des valeurs des coefficients de durabilité (longévité) sont bornées par les limites :

$$0.6 \le k_{eq\sigma} \le 1$$

Où  $k_{eq\sigma}$  - coefficient de durabilité selon les contraintes normales. Dans ce cas de calcul selon les contraintes tangentielles la valeur  $k_{eq\tau}$  peut être obtenu par la formule (2.28) correspondante au remplacement de  $\sigma$  par  $\tau$ .

Dans ce cas, le coefficient de sécurité de la pièce devient :

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a k_{eq\sigma} k_{\sigma D} + \sigma_m \psi_{\sigma}}$$
 (2.30)

## 2.2.3 Résistance superficielle

L'aptitude au travail de nombreux éléments de machines est limitée par l'insuffisance de leur résistance superficielle.

### 2.2.3.1 Les déformations et les contraintes de contact dans le cas de charges statiques

Le caractère de conjugaison de certaines pièces est caractérisé par les contraintes de contact élevées engendrées dans la zone de contact par les charges que ces pièces transmettent à travers les surfaces limitées (petites), Parmi les pièces types de ce genre notent les engrenages, les disques de friction, les roulements, etc. Avant l'application de la charge, théoriquement le contact est ponctuel pour les bagues et les billes des roulements à billes, et linéaire pour les engrenages et les rouleaux des roulements à rouleaux. Mais ce caractère de la conjugaison change après l'application d'une charge, le contact s'opérant alors suivant des surfaces limitées [1].

L'étude des problèmes relatifs au contact fait partie du cours de la théorie de l'élasticité. Voici les idées qui sont à la base de la solution du problème de contact :

- 1) les matériaux des corps en contact sont homogènes et isotropes.
- 2) l'aire de contact est très petite par rapport à la surface des corps conjugués.
- 3) les forces agissantes sont normales aux surfaces en contact des 2 corps.
- 4) les charges appliquées aux corps ne provoquent dans la zone de contact que des déformations élastiques vérifient la loi de Hooke.

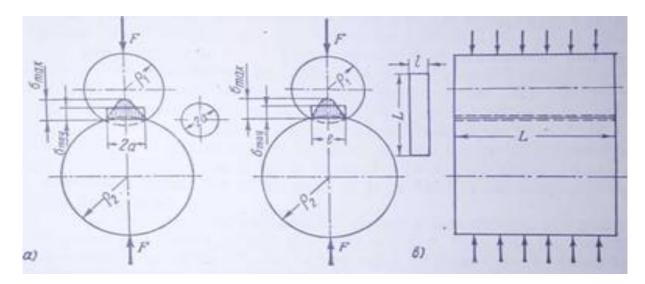


Fig. 2.10 Schéma montre des contacts entre deux sphères (a) et entre deux cylindre (b)

Dans les constructions réelles on n'observe pas toutes ces conditions. Ainsi, la troisième condition n'est pas observée dans les engrenages, roulements, etc. Dans ces cas la zone de contact est affectée en plus des pressions normales par des forces tangentielles (forces de frottement) ; la résultante de ces forces s'écarte de la normale à la surface de contact. Néanmoins, la vérification expérimentale de la théorie des déformations par contact confirme pleinement son aptitude pratique en qualité de schéma de calcul rationnel. Les solutions indiquées ne fournissent pas des valeurs absolues des contraintes, mais donnent leurs valeurs conventionnelles ; pour s'assurer qu'elles sont admissibles, il faut les comparer aux données fournies par les calculs de vérification des pièces ayant fait preuve d'une bonne aptitude à la fonction dans des conditions de service analogues.

Si l'on tient compte des principes établis, la surface de contact est dans le cas général délimitée par une ellipse. Dans des cas particuliers, la surface de contact prend la forme d'un cercle ou d'une bande limitée par deux droites parallèles.

Lorsque deux sphères de rayons  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont comprimées par des efforts Q (fig. 2.10, a), les déformations élastiques locales engendrent une surface de contact dont le contour a la forme d'un cercle. Le coefficient de Poisson étant  $\mu=0,3$ , le rayon a eu comme, de ce cercle est déterminé par l'expression :

$$a = 1,109 \sqrt[3]{\frac{Q\rho}{E}}, \qquad (2.31)$$

Où  $E = \frac{2E_1E_2}{E_1E_2}$ : le module réduit d'élasticité des corps comprimés, en Kgf/cm<sup>2</sup>.

 $\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2}$ : Le rayon de courbure réduit dans la zone du contact des corps comprimés, en cm. le signe moins est pris dans le cas du contact d'une surface convexe de rayon  $\rho_1$  avec une surface concave de rayon  $\rho_2$ .

La pression affectant cette surface n'est pas uniformément répartie.

La pression maximale, appliquée au centre de la surface de contact est 1,5 fois supérieure à la pression moyenne:

$$P_{max} = 1,5 P_{moy} = \frac{1,5Q}{\pi a^2}.$$
 (2.32)

L'analyse de l'état de contraintes au droit des points représentatifs d'une surface de contact circulaire montre que la contrainte de compression maximale  $\sigma_3$  s'exerce au centre de la surface, alors que  $\sigma_3 = -P_{max}$ .

Des formules (2.31) et (2.32) on peut obtenir l'expression de  $\sigma_{max}$  en kgf/cm<sup>2</sup>:

$$\sigma_{max} = 0.388 \sqrt[3]{\frac{QE^2}{\rho^2}}$$
 (2.33)

D'après la formule (2.33), la contrainte ne croît pas proportionnellement à la charge Q, mais sensiblement plus lentement.

Dans le cas du contact d'une sphère de diamètre  $d_1 = 2\rho_1$  avec un plan  $\rho = \rho_1$ :

$$\sigma_{max} = 0.388 \sqrt[3]{\frac{QE^2}{\rho^2}} = 0.62 \sqrt[3]{\frac{QE^2}{d_1^2}}.$$
 (2.34)

Dans le cas de la compression de deux cylindres aux axes parallèles (fig.2.12, b), la surface de contact prend la forme d'une bande étroite délimitée par des lignes parallèles, dont la largeur  $\boldsymbol{l}$  est déterminée par l'expression :

$$l = 3,04\sqrt{q\frac{\rho}{E}},\tag{2.35}$$

Où  $q = \frac{Q}{b}$  est la charge par unité de longueur des cylindres, en supposant que sa distribution suivant la longueur est uniforme, en kgf/cm.

La pression maximale se manifeste le long de la ligne médiane de la bande de contact; elle est de  $\frac{4}{\pi}$  fois plus grande que la pression moyenne:

$$P_{max} = \frac{4}{\pi} \frac{q}{l} = 0,418 \sqrt{\frac{qE}{\rho}}$$
 (2.36)

et respectivement

$$\sigma_{max} = 0,418 \sqrt{\frac{QE}{b\rho}} = 0,418 \sqrt{\frac{qE}{\rho}}$$
 (2.37)

Les contraintes tangentielles maximales se manifestent sous la surface de contact ; quel que soit le type de contact, pour les aciers  $\tau_{max} \approx 0.3\sigma_{max}$ . Lorsque la surface de contact est circulaire,  $\tau_{max}$  se situe à une profondeur de 0.5a, et lorsqu'elle a la forme d'une bande limitée par des lignes parallèles,  $\tau_{max}$  se situe à une profondeur de 0.4a.

### 2.2.3.2 Résistance des surfaces actives dans le cas de contraintes de contact variables

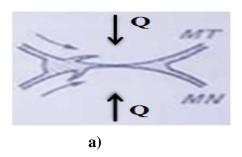
Les conditions de charge des surfaces actives conjuguées des pièces réelles pendant leur mouvement relatif diffèrent de celles qui sont déterminées par les formules (2.32), (2.33) et (2.34). En relation avec le déplacement continu de zone de contact le chargement a un caractère cyclique, et par conséquent les contraintes engendrées sont variables. C'est ce qui détermine le caractère du développement des fissures qui dépend du nombre de cycles de chargement; ce qui donne le fondement pour classer les ruptures de ce type dans la catégorie des ruptures par fatigue [1,3].

Le roulement des surfaces de contact s'accompagne généralement par leur glissement relatif qui peut être conditionné par une surcharge (ce glissement s'appelle le patinage), la forme des surfaces conjuguées (glissement géométrique) et le caractère des déformations apparaissant sur ces surfaces (glissement élastique). Ce dernier type de glissement accompagne le roulement des surfaces de contact de n'importe quelle forme.

L'orientation des fissures de fatigue qui affectent les surfaces en contact varie en fonction de la direction des forces de frottement. Le développement ultérieur de ces fissures dans la zone de contact dépend de la présence d'un lubrifiant (ce qui est caractéristique des transmissions

fermées par engrenages, par vis sans fin, des paliers de roulement, de certaines transmissions à friction, etc.). Puisque le lubrifiant pénètre dans les fissures qui apparaissent.

GK TROUBIN considère que ce processus se développe comme suite (Fig.2.11). Sur la surface menant (MT), la fissure est pontée de façon que son extrémité sous-jacente arrive la première dans la zone des pressions de contact maximales alors dans ces conditions, l'huile est refoulée à partir de la crique qui cesse de croître. Sur la surface menée (MN), la fissure est orientée de façon qu'elle s'approche de la zone des pressions maximales par son extrémité ouverte débouchant à la surface (Fig. 2.11, a). Lorsque ses bords arrivent en contact avec la surface conjuguée, ils se joignent (la fissure se ferme) et la pression de l'huile qui se trouve à l'intérieur de la fissure augmente brusquement; il en résulte une action de coin, qui favorise le développement progressif, avec l'appellation d'effritement (piqures), des surfaces actives a reçu le nom de piqûres. Accroît la fissure jusqu'à ce qu'elle débouche à la surface. Ce type de désagrégation des surfaces actives a reçu le nom de piqûres.



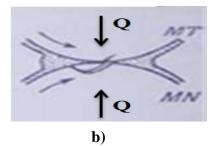


Fig. 2.11 Schéma expliquant la fissuration des surfaces d'un contact hertzien mobile

En absence de lubrification, le caractère de l'altération des couches superficielles change : les fissures n'arrivent pas à se développer en fosses puisque la couche superficielle qui est le siège de fissures primaires s'use avant que ces dernières réussissent à se développer en cratères.

On appelle limite d'endurance au contact la contrainte maximale sous laquelle un nombre assez grand de cycles ne produit pas de piqûres. La limite d'endurance au contact est établie sur la base des courbes expérimentales, qu'on trace dans les coordonnés « pression spécifique (ou contrainte) maximale exercée à la surface de contact — nombre de cycles ».

Les courbes d'endurance au contact ressemblent aux courbes d'endurance habituelles. La relation entre la contrainte  $\sigma$  et le nombre de cycles N pour la branche gauche de la courbe s'écrit de la même façon que pour les essais de fatigue usuels:

$$\sigma^m N = constant$$
 (2.39)

La valeur de la limite d'endurance au contact est influencée par plusieurs facteurs : les propriétés du lubrifiant, la relation entre les duretés des pièces en contact, la qualité de leur usinage, etc. Avec l'augmentation de la viscosité de l'huile la limite d'endurance au contact augmente apparemment, ce phénomène peut s'expliquer par l'effet de décharge de la zone de contact en présence d'un film d'huile; cet effet est d'autant plus important que la viscosité de l'huile est plus élevée. Par ailleurs, la capacité de l'huile de pénétrer dans les fissures de

fatigue diminue avec l'augmentation de la viscosité, ce qui doit contribuer également à augmenter la limite d'endurance au contact. L'augmentation de la dureté et l'amélioration de la qualité d'usinage des surfaces de contact favorise l'augmentation de renforcent leur résistance à la formation des piqûres.

Le calcul de la résistance au contact ne peut pas encore tenir compte actuellement de tous les facteurs intervenant dans les phénomènes de la destruction. Mais du fait que la formation de la fissure et son développement dépendent de la valeur de la contrainte de compression maximale dans la zone de contact, après, on peut prévenir le phénomène des piqûres superficielles en limitant la valeur de cette contrainte ; à cet effet on peut se guider par les données fournies par les constructions dont le fonctionnement a fait déjà ses preuves.

Dans les cas de calcul de pièces en matériaux non ferreux, ainsi que de certains couples de contact métalliques (rochet- cliquet, par exemple), la résistance superficielle est vérifiée suivant la condition délimitant la valeur de la charge spécifique q, c'est à- dire de la charge appliquée à l'unité de longueur de la ligne ou de la surface de contact :

$$q = \frac{Q}{b} \le |q|. \tag{2.40}$$

Dans les cas, où le régime de chargement est non stationnaire, le régime variable, sur la base de l'hypothèse d'addition des conséquences de fatigue est le remplacé par un régime équivalent.

Ainsi, dans le cas du calcul de la résistance au contact des pièces à contact linéaire (par exemple, les engrenages) et compte tenu de la formule (30) qui traduit la proportionnalité entre les contraintes de contact et la charge à la puissance 0,5, on utilise les formules de réduction (du régime variable au régime équivalent).

Les données sur les limites de l'endurance au contact de longue durée  $\sigma_c$  des matériaux pour lesquels on établit les contraintes de contact admissibles sont encore peu nombreux. C'est pourquoi on établit les valeurs de  $[\sigma_c]$  en fonction de caractéristiques statiques ou des caractéristiques de fatigue définissant la résistance des matériaux.

Le traitement des données expérimentales permet d'établir le rapport entre  $\sigma_c$  et la dureté de la surface dont l'effet sur l'endurance des surfaces actives est déterminant :

$$\sigma_c = C_B HB$$
 Ou  $\sigma_c = C_R HBC$ , (2.41)

Où  $C_B$  et  $C_R$  sont des coefficients dépendants du matériau et du traitement thermique ; HB et HRC, respectivement les duretés Brinell et Rockwell.

L'influence d'autres facteurs sur la contrainte de contact admissible en utilisant les coefficients de correction k :

$$[\sigma_c] = \sigma_c k$$

Et compte tenu de la variabilité du régime des contraintes :

$$[\sigma_c] = \sigma_c k_c k_p. \tag{2.42}$$

Où  $k_p$ -coefficient du régime de charge.

## 2.3 Conclusion

Nous avons établie dans ce chapitre les méthodes générales de calculs de résistance volumique des éléments de machines selon les deux méthodes à l'aide des contraintes admissibles et selon les coefficients de sécurité et on a défini les principaux facteurs qui influent sur la résistance.

# Chapitre 3 : Méthodes de calcul de résistance des principaux éléments d'un treuil de forage

#### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons considérer l'application des méthodes de calcul de la résistance (volumique et superficielle) étudiées aux principaux éléments d'un treuil de forage. Le choix d'application de ces méthodes aux éléments d'un treuil se justifie par les faits suivants :

Le treuil est l'un des principaux équipements d'un appareil de forage de puits pétroliers. En effet le treuil est considéré comme le cœur d'un appareil de forage, puisque c'est la capacité du treuil qui caractérise la classe de profondeur des forages que l'on pourra effectuer;

La sureté de fonctionnement de cet équipement travaillant dans des conditions difficiles est déterminée en premier lieu par la résistance de ces principaux éléments parmi lesquelles, on a l'arbre du tambour, le tambour et le frein principal.

Pour ces raisons l'application de ces méthodes de calcul de la résistance étudiées concernera ces principaux éléments du treuil. L'arbre du tambour et le tambour sont concernés par la résistance volumique et le frein est concerné par la résistance superficielle.

### 3.2 Méthodes de calcul de la résistance de l'arbre du tambour

L'arbre du tambour de manœuvre (fig 3.1) est l'un principaux des éléments du treuil de forage. Sur l'arbre de tambour, on monte le tambour comprenant les poulies de freinage du frein mécanique à bandes, les paliers de roulement d'appui de de cet arbre, les noix des transmissions par chaines, les embrayages pneumatiques à friction de commande (d'enclenchement) des transmissions et la partie menante de l'embrayage de commande (d'enclenchement) du frein ralentisseur [3].

Les arbres des treuils de forage doivent être construits en acier de construction moyennement allié (à base de chrome, molybdène et autres), auxquels il faut leur prescrire un traitement thermique pour l'amélioration de leurs propriétés mécaniques [3, 5].

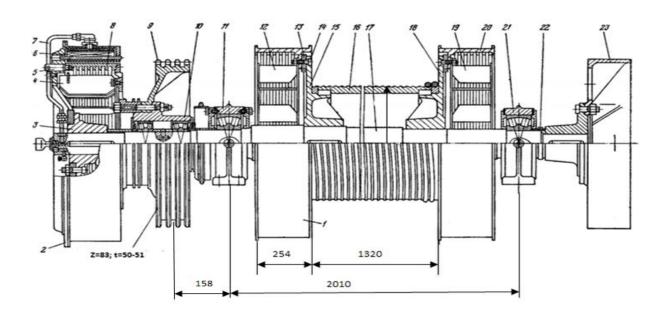


Fig 3.1: Ensemble arbre-tambour.

1, 20 – poulies de freinage; 2- jante d'embrayages à friction pneumatiques; 3, 10 – moyeux; 4, 12 et 19 – palettes de ventilateur; 5 – doigt; 6 – embrayage pneumatique; 7 – conduite d'aire; 8, 23 – jantes des embrayages; 9 – noix; 11, 21- corps de palier de roulement; 13 – clavette; 14 – boulon; 16 – tambour; 17 – arbre; 22 – roue dentée.

### 3.2.1 Calcul préalable de l'arbre du tambour

Après avoir établi le schéma de construction de l'ensemble arbre-tambour, par exemple comme sur la figure précédant (Fig 3.2), on détermine les charges agissant sur l'arbre (cas de remontée à petite vitesse). Dans ce cas, l'arbre est considéré comme une poutre reposant sur des appuis articulés. On néglige l'effet produit par le propre poids de l'arbre et des pièces montées sur celui-ci, et, sans commettre d'erreur importante, on peut également négliger la valeur du moment des forces de frottement résultant dans les paliers.

L'arbre est soumis à deux sollicitations simultanées : la torsion du au moment de torsion créé par la chaîne de transmission et la flexion due aux différentes forces qui agissent sur l'arbre.

L'arbre subit des charges dans le plan horizontal et dans le plan vertical. Après avoir déterminé leurs composantes suivant ces deux plans et en appliquant les règles connues, on détermine les réactions des palies d'appui. Ensuite, on trace les diagrammes des moments fléchissants pour chaque plan de décomposition des charges, par addition géométrique des moments fléchissants on trace le diagramme du moment résultant, on détermine le moment équivalent pour la section dangereuse ainsi que le diamètre de cette section, puis on effectue

les calculs de vérification de la condition de résistance (relatifs à la section dangereuse) selon la méthode des coefficients de sécurité [3].

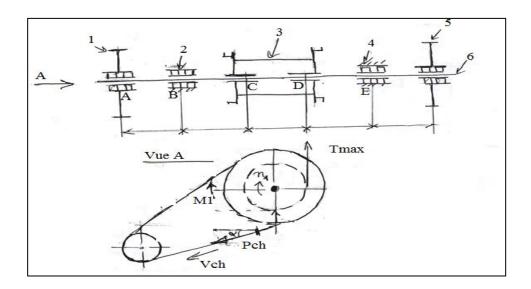


Fig 3.2. Schéma de construction de l'arbre –tambour [3].

1- Roue (noix) de chaînes de petites vitesse ; 2,4 - palier de roulement ; 3 - tambour ; 5- roue de chaîne de grande vitesse ; 6 - arbre

## 3.2.1.1 Détermination des sollicitations de l'ensemble arbre-tambour

## a) Tension de calcul du brin actif du câble ( $T_{amax}$ )

A cette étape de projet le câble est déjà choisi on peut déterminer T<sub>amax</sub> comme suit :

$$T_{amax} = \frac{R_r}{n_{min}} \tag{3.1}$$

 $R_r$ : Charge de rupture du câble

 $n_{min}$ : Coefficient de sécurité minimal du câble de forage, pris pour les conditions de manœuvres du train de sonde :  $n_{min}=3$ 

## b) Moment de torsion de l'arbre du treuil du à T<sub>amax</sub>

Il est calculé par la relation:

$$M_{amax} = \frac{T_{amax}.D_{em}}{2}$$

Où  $D_{em}$ : diamètre d'enroulement moyen du câble.

### c) La tension de calcul de la chaîne

$$P_{ch} = \frac{2M_{1max}}{d_1} = T_{amax} \frac{D_{em}.\pi}{\eta.t.z}$$
 (3.2)

Où  $M_{1max}$ : moment de rotation maximal de l'arbre de transmission ;

d<sub>1</sub>: diamètre primitif de la noix de l'arbre de transmission ;

z et t : Nombre de dents et pas des dents de la noix calée sur l'arbre du tambour ;

 $\eta$ : rendement de l'ensemble arbre-tambour et de la transmission par chaine :  $\eta=\eta_{at}.$   $\eta_{tch}$ ; avec  $\eta_{at}$ : rendement de l'ensemble arbre-tambour,  $\eta_{at}\approx 0.92$ ;  $\eta_{tch}$ : rendement de la transmission par chaîne multiple entre l'arbre du tambour et l'arbre de transmission  $\eta_{tch}\approx 0.94,$  d'où  $\eta\approx 0.87.$ 

Tenant compte de la valeur de  $\eta$  la relation (3.1) prend la forme :

$$P_{ch} = 1.15 \ T_{amax} \frac{D_{em} . \pi}{t.z}$$
 (3.3)

La tension de la chaine se décompose en deux composantes : horizontale et verticale :

$$P_{ch}^h = P_{ch} \cos \alpha \tag{3.3.1}$$

$$P_{ch}^{v} = P_{ch} \sin \alpha \tag{3.3.2}$$

Dans ces dernières relations  $\alpha$  l'angle d'inclinaison des brins de la chaîne considérée par rapport au plan horizontal.

La tension de la chaîne provoque sur l'arbre du tambour un moment de torsion  $M_t$  et une charge sur l'arbre  $P_a$ .

$$M_t = P_{ch} \cdot \frac{d_2}{2}$$
 (3.4,a)

$$P_a = P_{ch} ; P_a^v = P_{ch}^v \text{ et } P_a^h = P_{ch}^h$$
 (3.4,b)

Pour simplifier le calcul, on prend  $\alpha=0$  donc :  $P_a^v=P_{ch}^v=0$  ;  $P_a^h=P_{ch}^h=P_{ch}^h=P_{ch}^h$ 

### d) Réactions des appuis (B et E)

Les appuis de l'arbre, qui subissent des actions de la part de l'arbre vont réagir avec des forces égales et opposées correspondantes.

### e) charges agissantes sur l'arbre dans le plan vertical

Puisque le brin actif se déplace sur le tambour, la charge de calcul (tension maximale du brin actif)  $T_{amax}$  peut être disposée, en fonction du temps, dans n'importe quelle section de l'arbre du tambour de manœuvre, entre les positions extrêmes C et D.

Les efforts sur les noix des transmissions par chaines  $P_{ch1}$  et  $P_{ch2}$  provoquent différents moments de rotation (de torsion) et n'agissant pas simultanément. L'action de ces efforts ne dépend pas de la position du câble, mais dépend de la valeur de la traction du câble et du diamètre d'enroulement de ce câble sur le tambour.

Pour le calcul on prend trois positions du brin actif : position gauche « point C », position de milieu «point I » et position droite « point D », pour le cas du diamètre d'enroulement moyen du câble [4].

Dans ces conditions nous obtenons le schéma de calcul des charges agissantes sur l'arbre dans le plan vertical suivant (fig.3.3).

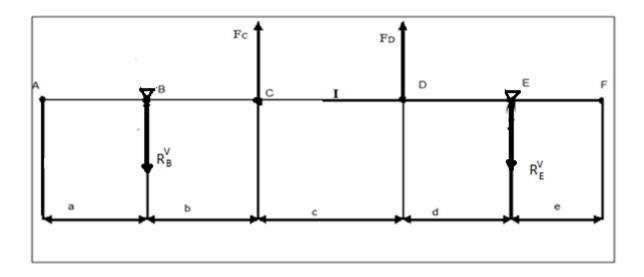


Fig 3.3 : Schéma de calcul des charges agissantes sur l'arbre dans le plan vertical.

Les réactions des paliers sur l'arbre  $R_B^V$  et  $R_E^V$  sont déterminées en partant des équations d'équilibre statique de l'arbre.

## f) Charges agissantes sur l'arbre dans le plan horizontal :

Dans le plan horizontal les charges agissant sur l'arbre du tambour sont indiquées sur la figure suivante (fig.3.4), où :  $P_{ch}^h = P_{ch}$  est l'action active de la chaine de transmission) ;  $R_B^h$  et  $R_E^h$  sont les réactions des paliers d'appui.

La charge  $P_{ch}^h = P_{ch}$  est calculée par la formule (3.3) et les réactions d'appuis  $R_B^h$  et  $R_E^h$  sont déterminées en partant des conditions d'équilibre statique de l'arbre.

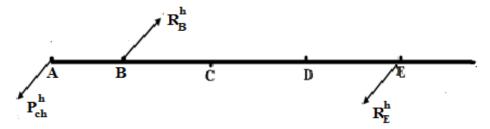


Fig.3.4 Schéma de calcul des charges agissantes sur l'arbre dans le plan horizontal.

### g) Epures des moments de flexion et de torsion

Suite à l'établissement des expressions des moments fléchissant de chaque tronçon de l'arbre on établit les épures de ces moments dans les plans horizontal et vertical. Suite à cela on détermine les moments fléchissant résultants dans les sections dangereuses :

$$M_f^{res} = \sqrt{(M_f^v)^2 + (M_f^h)^2}$$
 (3.5)

Et on détermine les moments équivalents au niveau de ces sections :

$$M_{\acute{e}q} = \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \tag{3.6}$$

### 3.2.1.2 Détermination des diamètres des sections dangereuses

Après avoir choisi le matériau de l'arbre, on détermine les diamètres de l'arbre dans les sections calculées d'après la condition de résistance statique de l'arbre.

Le diamètre de l'arbre d, qui assure sa résistance statique, est déterminé lors du calcul de projet selon les contraintes de torsion par la condition :

$$\tau_{max} \le [\tau] \tag{3.7}$$

Où  $\tau_{max}$ : contrainte de torsion maximale agissante sur l'arbre du tambour (section calculée);

 $[\tau]$ : Contrainte de torsion admissible de l'arbre, selon la limite d'écoulement.

La contrainte de torsion  $\tau_{max}$  est déterminée par la relation :

$$\tau_{max} = \frac{M_{tmax}}{W_t} = \frac{M_{tmax}}{0.2d^3}$$
 (3.8)

Où  $W_t$ : module de résistance à la torsion de l'arbre.

 $M_{tmax}$ : Le moment de torsion maximal transmis à l'arbre du tambour correspondant à la charge maximale de calcul :

$$M_{tmax} = P_{ch} \cdot \frac{d_2}{2} = 1,15 \cdot \frac{T_{amax} \cdot D_{em}}{2}$$
 (3.9)

La contrainte de torsion admissible  $[\tau]$  est calculée par la relation :

$$[\tau] = \frac{\tau_T}{n_s} \tag{3.10}$$

Où  $\tau_T$ : Contrainte tangentielle limite d'écoulement du matériau de l'arbre selon [4] :

$$\tau_T = 0.58 \,\sigma_T \tag{3.11}$$

Où  $\sigma_T$ : Contrainte normale limite d'écoulement du matériau de l'arbre lors de la traction.

 $n_s$ : Coefficient de sécurité de résistance statique  $n_s = 1.5 \div 2$ . Cette valeur élevée est conditionnée par le fait qu'on n'a pas pris en considération les contraintes de flexion.

En tenant compte de ces relations, le diamètre minimal de l'arbre :

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{tmax}.n_s}{0.2\tau_T}}$$
 (3.12)

Après le calcul préalable et l'établissement de la construction (dessin de définition) de l'arbre, suite à l'établissement du dessin d'ensemble de l'arbre tambour, comme par exemple sur la figure suivante (fig 3.5), on effectue le calcul de vérification de la résistance aux charges statiques et à la fatigue (de l'endurance) selon la méthode des coefficients de sécurité, en tenant compte du concentrateur de contrainte dans chaque section dangereuse considérée.

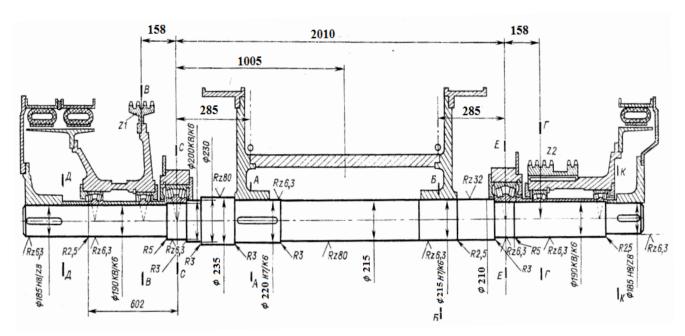


Fig. 3.5 : Dessin d'ensemble de l'arbre tambour définissant les diamètres de l'arbre.

## 3.2.2 Calcul de vérification de la résistance statique de l'arbre du tambour

La résistance statique de l'arbre est vérifiée par la condition :

$$n \ge [n] \tag{3.13}$$

Où n: coefficient de sécurité réel;

[n]: coefficient de sécurité admissible déterminé selon la limite d'écoulement du matériau,

$$[n] = [n_T] = 2$$

Le coefficient de sécurité réel est calculé par l'expression :

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{eq}}; (3.14)$$

Où  $\sigma_T$ : La limite d'écoulement du matériau de l'arbre du tambour, déjà définie.  $\sigma_{eq}$ : Contrainte équivalente, déterminé selon la théorie des contraintes tangentielles maximales (critère de TRESCA) par l'expression :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{fmax}^2 + 4\tau_{tmax}^2} \tag{3.15}$$

 $\sigma_{fmax}$ : Contrainte normale de flexion maximale de l'arbre dans la section calculée, déterminée par l'expression :

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}^{res}}{W_f} \tag{3.16}$$

Où  $W_f$ : module de résistance à la flexion de la section de l'arbre, pour une section pleine

$$W_f = 0.1 d^3$$

 $\tau_{tmax}$ : Contrainte tangentielle de torsion maximale de l'arbre dans les sections calculées, déterminée par l'expression :

$$\tau_{max} = \frac{M_{tmax}}{W_t} \tag{3.17}$$

Où  $W_t$ : module de résistance à la torsion de la section de l'arbre, pour une section pleine

$$W_t = 0.2 \ d^3 \ ; \tag{3.18}$$

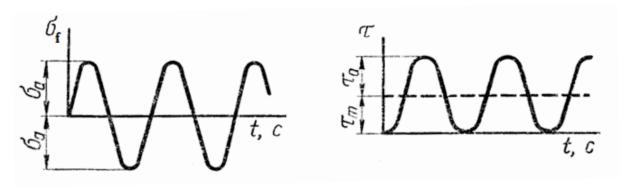
## 3.2.3 Calcul de vérification de la résistance à la fatigue de l'arbre du tambour

Ce calcul est effectué après avoir établi le dessin de définition de l'arbre [5].

L'arbre du tambour du treuil de manœuvre est soumis simultanément à un moment de flexion et un moment de torsion variables en fonction du poids au crochet, des paramètres cinématiques et autres.

On considère que les sections dangereuses de l'arbre subissent des contraintes tangentielles (de torsion) et normales (de flexion) variables selon un régime stationnaire :

- Le cycle des contraintes de torsion :  $\tau$  est un cycle pulsatoire.
- Le cycle des contraintes de flexion :  $\sigma_f$  est un cycle symétrique.



- a) Cycle de contrainte de flexion
- b) Cycle de contrainte de torsion

Fig. 3.6 Caractère de variation des contraintes  $\sigma_f$  et  $\tau$ 

$$r_{\sigma}=rac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}=\ -1\ \mathrm{et}\ \sigma_{m}=0,\ r_{ au}=rac{ au_{min}}{ au_{max}}=0\ et\ au_{m}=rac{ au_{max}}{2}.$$

La fréquence de variation de  $\sigma$  est en fonction de la variation de la vitesse de rotation de l'arbre.

La fréquence de variation de  $\tau$  est en fonction de la variation du moment de torsion  $M_t$  (arrêt-manœuvres).

Alors, les conditions de résistance à la fatigue (endurance) de l'arbre s'écrivent :

$$n_{\sigma} \ge [n_{\sigma}]; n_{\tau} \ge [n_{\tau}]; n \ge [n]$$

Où  $n_{\sigma}$ ,  $[n_{\sigma}]$ : coefficients de sécurité réelle et admissible selon les contraintes normales (de flexion).

 $n_{\tau}$ ,  $[n_{\tau}]$ : Coefficients de sécurité réelle et admissible selon les contraintes tangentielles (de torsion).

n, [n]: Coefficients de sécurité réelle et admissible selon les contraintes normales et tangentielles combinées.

Dans les conditions de régime stationnaire les expressions de ces coefficients de sécurité de l'arbre s'écrivent :

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma D} k_{eq\sigma} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}$$
(3.19)

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{max}} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} k_{eq\tau} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}$$
 (3.20)

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \tag{3.21}$$

Où  $\sigma_{-1}$  : limite d'endurance du matériau de l'arbre, dans le cas de cycles symétrique des contraintes normales.

$$\sigma_{-1} = 0.45 \,\sigma_{\rm r}$$
 (3.22)

 $\sigma_r$ : La limite de rupture du matériau de l'arbre ;

 $\sigma_{max}$ : La contrainte normale maximale du cycle ;

 $\sigma_a$  : Amplitude du cycle de contraintes normales, dans le cas de charge statique on prend $\sigma_a$  égal à  $\sigma_{max}$ 

$$\sigma_a = \frac{M_{fmax}}{W_f} = \frac{M_f^{res}(c)}{W_f} \tag{3.23}$$

Où  $W_f$ : module de résistance à la flexion de la section considérée.

 $\sigma_{\rm m}$ : Valeur moyenne de la contrainte de flexion  $\sigma_{m}=0$ .

 $K_{\sigma D}$ : Coefficient équivalent effectif tenant compte de la concentration des contraintes normales  $K_{\sigma D} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \, \beta}$  (3.24)

 $K_{\sigma}$ : Coefficient de concentration des contraintes normales ;

 $\mathcal{E}_{\sigma}$ : Coefficient d'influence des dimensions absolues ;

 $\beta$ : Coefficient tenant compte de l'état de surface de l'arbre ;

 $\psi_{\sigma}$ : Coefficient caractérisant l'influence de la sensibilité du matériau à l'asymétrie du cycle des contraintes normales ;

 $k_{eq\sigma}$  : Coefficient d'équivalence des charges selon les contraintes normales (coefficient de durabilité) [1].

$$k_{eq\sigma} = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\right)^m \cdot \frac{N_i}{N_0}}$$
 (3.25)

i : le niveau actuel de la charge ;

k : la dernière niveau de la charge ;

 $\sigma_i$ : La contrainte au niveau de la charge i ;

 $N_i$ : Le nombre de cycles au niveau de charge i-éme ;

m : indice de la pente de la courbe de fatigue ;

 $N_0$ : Nombre de cycles de base correspondant au point de rupture de la courbe ;

 $\tau_{-1}$ : Limite d'endurance du matériau de l'arbre dans le cas du cycle symétrique de contraintes tangentielles [4].

$$\tau_{-1} = 0.25 \,\sigma_r \tag{3.26}$$

 $au_a$  : Amplitude du cycle de contraintes tangentielles ;

$$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} = \frac{M_{t \, max}}{2W_t} \tag{3.27}$$

Dans ce cas  $\tau_{min} \approx 0$ 

Ou  $W_t$ : Module de résistance à la torsion de la section considérée.

 $\tau_m$  : Valeur moyenne de la contrainte de torsion est calculée par la relation suivante :

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = \frac{M_{t max}}{2W_t} \tag{3.28}$$

En prenant  $\tau_{min} = 0$ .

 $K_{ au D}$  : Coefficient équivalent effectif tenant compte de la concentration des contraintes

tangentielles: 
$$k_{\tau D} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta}$$
 3.29

où  $K_{\tau}$ : Coefficient de concentration des contraintes tangentielles ;

 $\mathcal{E}_{\tau}$ : Coefficient de l'influence des dimensions absolue ;

 $\beta$ : Coefficient tenant compte de l'état de surface de l'arbre ;

 $\psi_{\tau}$ : Coefficient caractérisant l'influence de la sensibilité du matériau à l'asymétrie du cycle des contraintes tangentielles ;

 $k_{eq\tau}$ : Coefficient d'équivalence des charges selon les contraintes tangentielles (coefficient de durabilité) [1].

$$k_{eq\tau} = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^{k} (\frac{\tau_i}{\tau_{max}})^m \cdot \frac{N_i}{N_0}}$$
 (3.30)

Les valeurs des modules de résistance à la flexion  $W_f$  et à la torsion  $W_t$  peuvent être obtenues par les relations suivantes :

- Pour les arbres plein :

$$W_f = \frac{\pi d^3}{32}$$
;  $W_t = \frac{\pi d^3}{16}$ . (3.31)

- Pour les arbres creux :

$$W_f = \frac{\pi d^3}{32} (1 - \beta^4); \ W_t = \frac{\pi d^3}{16} (1 - \beta^4). \tag{3.32}$$

Où  $\beta = \frac{d_i}{d}$ , ou  $d_i$ : diamètre intérieur.

- Pour les arbres clavetté :

$$W_f = 1.08 \, \frac{\pi d^3}{32} \; ; \; W_t = 1.12 \, \frac{\pi d^3}{16}.$$
 (3.33)

### 3.3 Calcul de la résistance du tambour

Le tambour est l'une des pièces les plus responsables de l'arbre de levage. Les dimensions du tambour doivent être calculées à l'enroulement de toute la longueur du câble. Le moment d'inertie du tambour du treuil doit être le plus petit possible pour faciliter le démarrage pendant la descente de l'élévateur déchargé [3].

On doit exécuter le tambour à partir d'une virole d'acier laminée ou coulée, soudée à des disques et des moyeux d'acier coulés, ce qui assure une construction résistante, légère et apte à la fabrication, possédant un petit moment d'inertie. Les poulies de freinage peuvent être équipées de rebords et de palettes (ailettes) de ventilation pour améliorer l'évacuation de la chaleur ou de chambres pour le refroidissement à l'eau. Les poulies de freinage doivent être fixées sur les rebords du tambour par des boulons et des clavettes, pour faciliter leur changement suite à leur usure.

### 3.3.1 Calcul de vérification de la résistance du fût du tambour

Suite à la détermination du diamètre du câble, la longueur du tambour  $L_t$  et le diamètre extérieure  $D_t$  du fut du tambour, on effectue d'abord le calcul de projet de l'épaisseur de sa paroi. Ce calcul demande d'abord la détermination de la charge spécifique sur le treuil.

### Calcul de la charge spécifique

La charge spécifique sur le treuil due à la tension du brin actif du câble dans le cas de n couches d'enroulement qui peut être effectué par la relation suivante :

$$P = \frac{T_{ai}}{R_{t}t} A_i \tag{3.34}$$

Où  $T_{ai}$ : tension du brin actif de l'extrémité du câble, en KN;

t : pas d'enroulement du câble ;  $t = d_c + \Delta$  ;

Où  $\Delta=1 \div 2 \ mm$ ; distance entre les spires du câble.

Prenons  $\Delta=1.6$ ,

 $R_t = 0.5 D_t$ : Rayon extérieure du tambour;

 $A_i$ : Coefficient tenant compte du nombre de couches d'enroulements du câble déterminés à partir du tableau suivant .

 Nombre de couches d'enroulement du câble
 Coefficient A

 1
 1

 2
  $1 + \frac{1}{\lambda}$  

 3
  $1 + \frac{2+3\lambda}{(1+\lambda)+(1+2\lambda)}$  

 4
  $1 + \frac{3+12\lambda+11\lambda^2}{(1+\lambda)+(1+2\lambda)+(1+3\lambda)}$  

 5
  $1 + \frac{4+30\lambda+70\lambda^2+50\lambda^3}{(1+\lambda)+(1+2\lambda)+(1+3\lambda)+(1+4\lambda)}$ 

Tableau 3.1: Valeurs du coefficient A

**Remarque :**  $\lambda = \frac{E_c F_c}{E_t F_t}$  : coefficient tenant compte de l'influence du module d'élasticité et des sections du câble  $E_c et F_c$  et du tambour  $E_t et F_t$ .

 $F_c$ : Section des fils du câble est prise normalisée en fonction du câble choisi.

 $F_t = t.\delta$ : Aire de la section du fût sur la longueur du pas. Lors du calcul de projet de l'épaisseur de la paroi du fût, on peut prendre  $\delta = (1.2 \div 1.3) d_c$ .

### Calcul des contraintes normales

Apres avoir déterminé la charge spécifique P, on peut déterminer les contraintes normales dans la paroi du fût, en la considérant comme une enveloppe à paroi épaisse sous la charge spécifique extérieure P.

Les contraintes sur les fibres de la surface intérieure :

$$\sigma_{ti} = \frac{2P R_t^2}{R_t^2 - R_i^2} \tag{3.35}$$

Où  $R_i = R_t - \delta$ : rayon intérieure du fût du tambour.

Les contraintes sur les fibres de la surface extérieure :

$$\sigma_{te} = -\frac{P(R_t^2 + R_i^2)}{R_t^2 - R_i^2} \tag{3.36}$$

On détermine la contrainte équivalente selon la théorie énergétique de résistance pour l'état de contrainte tridimensionnel  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$ :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]}$$
 (3.37)

On peut supposer, que  $\sigma_1 = P$ ,  $\sigma_2 = \sigma_{te}$ , et  $\sigma_3 = 0$ , alors les contraintes équivalentes sur les fibres intérieures  $\sigma_{\acute{e}ai} = \sigma_{ti}$ , et sur les fibres exérieures :

$$\sigma_{eqe} = \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_{te})^2 + \sigma_1^2 + \sigma_{te}^2}$$
 (3.38)

D'après les contraintes obtenues on détermine le coefficient de sécurité selon la limite d'écoulement :

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{eqmax}} \ge 1.4 \div 1.8 \tag{3.39}$$

Si le fût du tambour est exécuté sans ailettes de rigidité (nervures), alors il doit être vérifié selon l'état limite de sa forme. La charge spécifique critique :

$$P_{cr} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{R_e}{R_i} \tag{3.40}$$

Le coefficient de sécurité selon l'état limite :

$$n_{lim} = \frac{P_{cr}}{P_{max}} \tag{3.41}$$

Où  $P_{max}$ : charge spécifique maximale, correspondant à la charge  $T_{amax}$ .

Si  $n_{lim} > 1$ , alors la perturbation (destruction) de la forme géométrique ne se produit pas.

Si  $n_{lim}$  < 1, alors la destruction de la forme du fût est probable et il faut augmenter l'épaisseur de la paroi du fût ( $\delta$ ) ou bien prévoir des ailettes de rigidité.

Si l'épaisseur de la paroi choisie au cours du projet ne satisfait pas cette condition, alors on change l'épaisseur et on vérifie le calcul.

Les autres éléments du tambour sont calculés selon les méthodes communément adoptées.

### 3.4 Calcul du frein principal

### 3.4.1 Calcul du couple de freinage

Le moment de freinage maximal nécessaire pour arrêter le tambour sous la charge maximale est :

$$M_{fr max} = \frac{T_{amax}D_{enr max}}{2}$$
 (3.42)

### 3.4.2 Calcul des tensions sur la bande de frein

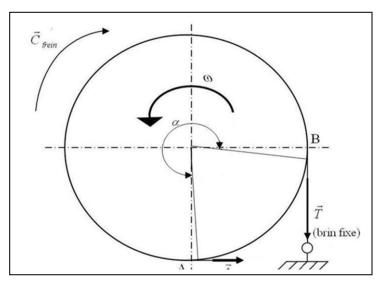


Fig.3.7 Schéma de calcul des tensions sur la bande de frein

On calcule les tensions agissant sur une seule bande :

T: tension sur le brin fixe.

t : tension sur le brin mobile.

D<sub>i</sub> : Diamètre de la jante de frein.

$$\frac{M_{fr\,max}}{2} = \frac{(T-t).D_j}{2} \Rightarrow (T-t) = \frac{M_{fr\,max}}{D_j}$$
(3.43)

D'autre part, on a la relation d'EULER:

$$t = \frac{T}{\rho f \alpha} \tag{3.44}$$

Où f: coefficient de frottement des patins de frein sur, la jante. Pour les patins de tissus en fibre pressée et la jante en acier : (f = 0.5).

 $\alpha$ : Angle d'embrassement bande-jante.

Alors les tensions des brins de la bande de freinage sont :

$$T = \frac{M_{fr}}{D_{j}} \cdot \frac{e^{f\alpha}}{(e^{f\alpha} - 1)} \quad \text{et} \quad t = \frac{T}{e^{f\alpha}}$$
 (3.45)

### 3.4.3. Variation de la pression de contact

L'élément de bande, de longueur  $Rd\theta$ , est sollicité :

- en D par une tension  $\vec{F}$  (coté brin fixe).
- en C par une tension  $\vec{F} + d\vec{F}$  (coté brin mobile).
- en O par la résultante des actions de contact  $d\vec{Q}$  avec  $d\vec{Q} = d\vec{N} + d\vec{T}$  et  $d\vec{T} = f.d\vec{N}$ .

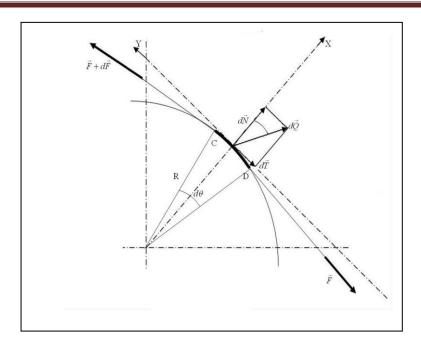


Fig. 3.8 Efforts sur un élément de bande.

$$\sum \vec{F}_{ds} = \vec{F} + (\vec{F} + d\vec{F}) + d\vec{Q} = \vec{0}$$

En projetons sur OX et OY respectivement :

$$\begin{cases} -(F+dF)\frac{d\theta}{2} - F\frac{d\theta}{2} + dN = 0\\ (F+dF) - F - fdN = 0 \end{cases}$$

Avec 
$$dF \frac{d\theta}{2} \approx 0$$

$$\begin{cases} dN = Fd\theta \\ dF = fdN \end{cases}$$

Soit P la pression agissant sur l'élément  $ds = bRd \theta$ , (**b:** largeur de jante, **R:** rayon de jante)

$$P = \frac{dN}{ds} = \frac{Fd\theta}{bRd\theta} = \frac{F}{bR}$$

La pression P est maximale en B où F = T, et minimale en A où F = t

$$P_{max} = \frac{T}{bR} \tag{3.46}$$

$$P_{min} = \frac{t}{bR} \tag{3.47}$$

La condition de résistance au contact des patins s'écrit :

$$P_{\text{max}} \le [P_{\text{max}}] \tag{3.48}$$

Où  $[P_{max}]$ : pression de contact maximale admissible des patins [4].

$$[P_{max}] = 12 \text{ bars.}$$

La pression  $P_{\theta}$  en un point situé à un angle  $\theta$  de l'extrémité fixe B :

$$P_{\theta} = \frac{F}{bR} = \frac{T \cdot e^{-f\theta}}{bR} = Ke^{-f\theta}$$
 Avec:  $K = \frac{T}{bR} = 639,72.10^3 N/m^2$ 

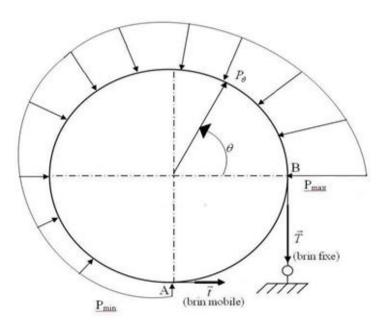


Fig. 3.9 Distribution de pression de contact.

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi les méthodes de calcul de la résistance des principaux éléments d'un treuil de forage.

Pour l'arbre du tambour, on a considéré le calcul de projet selon la condition de résistance statique aux contraintes de torsion et le calcul de vérification de la résistance statique et à la fatigue sous l'action des contraintes de flexion et de torsion combinées.

Pour le fût du tambour, on a considéré le calcul de vérification de la résistance à l'écrasement. Pour le frein principal, on a considéré le calcul de vérification de la résistance superficielle (résistance au contact entre les plaquettes de la bande et la jante) du frein.

# CHAPITRE 4 : Calculs de vérification des principaux éléments du treuil OIL WELL 840E

### 4.1 Introduction

Avant de passer aux calculs prévus nous allons donner les caractéristiques générales du treuil et les caractéristiques de construction de ses éléments concernés par le calcul.

## 4.2 Caractéristiques du treuil OIL WELL 840 E et de ses éléments calculés

Le treuil OIL WELL 840 E est un treuil de type universel, c.-à-d.

qu'il assure les manœuvres de remontée (levage) et de descente du train de sonde, mais aussi les travaux de vissages et dévisages des tubulures du train de sonde ainsi que les opérations de curage.

## 4.2.1 Spécifications techniques

### Nomenclature du treuil OILWELL 840 E

Constructeur : OILWELL
8"Diamètre de l'arbre d'entrée.
4Nombre de vitesse Avant.
0Nombre de vitesse arrière.
EEntraînement électrique.

Les principales caractéristiques techniques du treuil sont données sur le tableau 4.1.

# CHAPITRE 4 : Calculs de vérification des principaux éléments du treuil OIL WELL 840E

### 4.1 Introduction

Avant de passer aux calculs prévus nous allons donner les caractéristiques générales du treuil et les caractéristiques de construction de ses éléments concernés par le calcul.

## 4.2 Caractéristiques du treuil OIL WELL 840 E et de ses éléments calculés

Le treuil OIL WELL 840 E est un treuil de type universel, c.-à-d.

qu'il assure les manœuvres de remontée (levage) et de descente du train de sonde, mais aussi les travaux de vissages et dévisages des tubulures du train de sonde ainsi que les opérations de curage.

## 4.2.1 Spécifications techniques

### Nomenclature du treuil OILWELL 840 E

Constructeur : OILWELL 8"......Diamètre de l'arbre d'entrée.

4.....Nombre de vitesse Avant.

0......Nombre de vitesse arrière.

E.....Entraînement électrique.

Les principales caractéristiques techniques du treuil sont données sur le tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Principales caractéristiques techniques du treuil OIL WELL 840 E

Puissance développée	1400 HP (1029kW)		
Profondeur moyenne du puits	11000 ft to 16000 ft		
	3350 m à 4880 m		
Vitesses du tambour principal	4 avant		
	2 avant		
Vitesses de la table de rotation	2 arrière		
Tambour principal			
∅ x longueur	28" x 52"		
Ø de jante x largeur	50" x 10"		
Embrayage pneumatique			
petite vitesse du tambour	Airflex 38 VC 12000		
grande vitesse du tambour	Airflex 38 VC 12000		
Table de rotation	Airflex 24 CB 500		
Tambour de curage	Airflex 24 CB 500		

Chaînes				
Moteur electrique / treuil	Dual 1 – ½ P-3			
Transmission	2" -3 (pas-rangés)			
Arbre d'entrainement de la table de rotation (rotary contershaft)	2" -2 (pas-rangés)			
Tambour de curage	2" -1 (pas-rangés)			
Dimensions et poids.				
Largeur Longueur Hauteur Poids (sauf frein auxiliaire et moteurs électriques, arbre et tambour de curage)	15' – 6" 7/16 (4,73 m) 22' – 8" (6,9 m) 8' - 4" 7/8 (2,56 m) 45000 lbs. (20,41 tonnes)			

### 4.2.2 Structure (Ensembles) du treuil 840-E

Le treuil OILWELL 840 E est constitué de plusieurs sous-ensembles (fig.4.1):

- Le châssis;
- Le tambour et l'arbre du tambour ;
- Système de freinage comprenant le frein principal et le frein auxiliaire.
- Système de transmission de mouvement
- Les embrayages.
- Cabestan et tambour de curage.
- Circuit pneumatique.
- Système de refroidissement.
- Système de lubrification

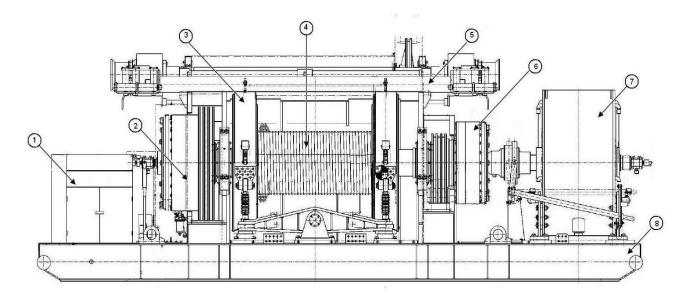


Fig.4.1: Vue générale du treuil de forage Oil Well 840E

- 1 poste de commande ; 2 embrayage petite vitesse ; 3 frein principal ;
- 4 tambour; 5 arbre secondaire; 6 embrayage grande vitesse;
- 7 frein électromagnétique ; 8 châssis.

### 4.2.3 Système de transmission de mouvement

Le système de transmission du treuil 840 E est constitué de plusieurs organes en mouvement :

### a) Les arbres :

Les 4 arbres du treuil sont montés sur la structure avec des paliers de roulements à rouleaux [6].

**L'arbre d'entrée (input shaft)** (figure 4.2), relié aux moteurs par une chaîne duale à 3 rangs, tourne avec une vitesse constante 602 tr/min. Un frein d'inertie monté à l'extrémité de cet arbre permet d'arrêter la rotation lors du changement de vitesse.

**L'arbre de sortie (output shaft)** est relié à l'arbre d'entrée avec 2 chaînes à 3 rangs. Il assure la gamme de vitesses : HI - 457 tr/min et LOW - 285 tr/min.

## CHAPITRE 4 : Calculs de vérification des principaux éléments du treuil OIL WELL 840E

L'arbre d'entré et l'arbre de sortie forment la boite de vitesse du treuil.

**L'arbre du tambour (drum shaft)** est relié à la boite de vitesse avec 2 chaînes à 3 rangs transmettant un mouvement de rotation de 4 vitesses :

Vitesse (tr/min)		Embrayage du tambour			
		LOW	HI		
Clabot de l'arbre d'entrée	LOW	65	243		
	HI	105	393		

**L'arbre secondaire (cathead shaft)** est relié à l'arbre tambour par une chaîne à 1 seul rang. Il assure deux vitesses de rotation : LO - 102, HI - 195 tr/min.

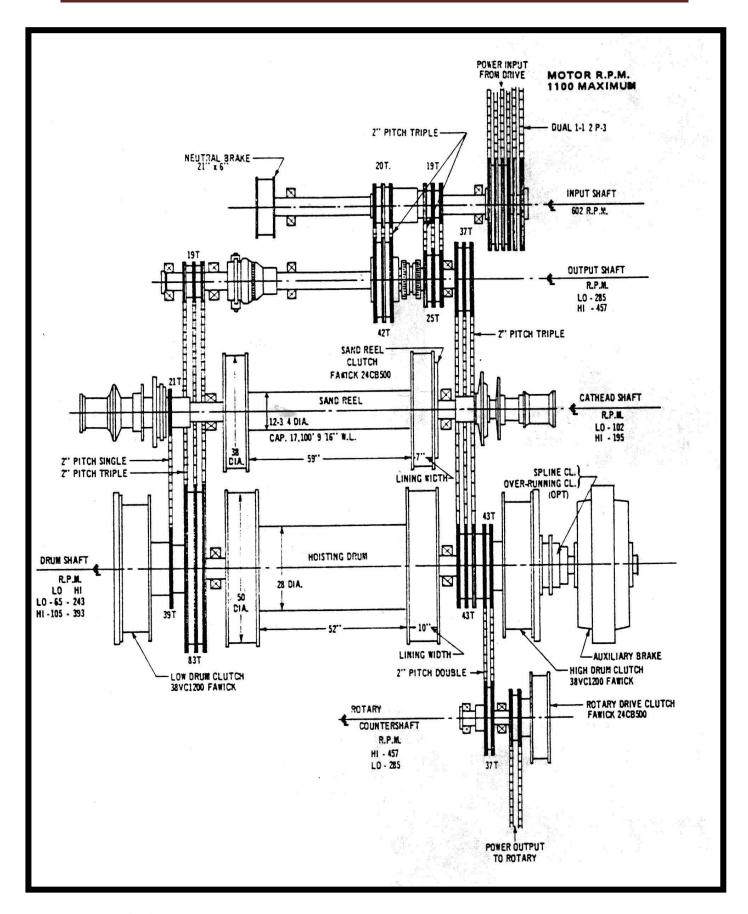


Fig.4.2: Schéma de transmission du treuil de forage OIL WELL 840 E. [6]

#### b) Les chaînes

Toutes les chaînes transmettant la puissance à l'arbre tambour sont des chaînes triples de pas 2". Ces chaînes du treuil sont classées dans une catégorie spéciale dite « Oïl Field ». En effet, l'effort dû à la force centrifuge qui est proportionnelle au carré de la vitesse linéaire de la chaîne, représente, au de-là d'une certain vitesse, une partie importante des efforts.

Tableau 4.2- Dimensions des arbres de transmission

Arbre menant	Arbre mené	Entraxe	Pas	Pignon		Roue denté		L <sub>m</sub>
				$Z_1$	$D_1$	$\mathbb{Z}_2$	$D_2$	
moteurs	Input shaft	52.59	1" ½ -3	28	13,39	51	24,36	110
Input shaft	Output shaft HI	23,930	2" -3	19	12,15	25	15,95	46
Input shaft	Output shaft LO	23,93	2" -3	20	12,78	42	26,76	56
Output shaft	Drum shaft HI	41,95	2"-3	37	23,58	43	27,39	82
Output shaft	Drum shaft LO	41,95	2" -3	19	12,15	83	52,85	98
Drum shaft	Rotary C.shaft	47,96	2" -2	43	27,39	37	23,58	88
Drum shaft	Cathead shaft	51,68	2" -1	39	24,85	21	13,41	82

L<sub>m</sub> : nombre de maillons de chaîne, Z : nombre des dents des roues dentées, Valeurs en pouce.

La conception d'une transmission est basée sur la transmission des charges par les chaînes et la vitesse de rotation du pignon.

### c) Les embrayages :

Dans le treuil 840 E on distingue 3 types d'embrayage : embrayage pneumatique à sabot, pneumatique à disque et mécanique à clabot.

Les 2 embrayages pneumatiques à sabot (grande vitesse et petit vitesse) de type « airflex 38VC1200 » sont placés sur les côtés de l'arbre-tambour. Ils permettent l'accouplement entre l'arbre-tambour et la roue dentée pendant la rotation de celle-ci. Dans ce type d'embrayage l'accouplement est assuré grâce à des patins de friction et une chambre à air annulaire. Des boulons de sécurité sont utilisés dans tous les embrayages de friction pour l'opération de secours.

Les 2 embrayages pneumatiques à disque sont placés sur l'arbre secondaire pour entraîner les poupées de vissage et dévissage des tiges de forage.

Les 2 embrayages pneumatiques à disque sont du type « airflex 24CB500 ». Ils assurent l'entraînement de la table de rotation et du tambour de curage.

Les embrayages mécaniques à clabots ou à denture permettent l'accouplement, seulement lorsque les arbres sont à l'arrêt, à une vitesse très faible ou identique. Ils sont robustes, économiques et ne demandent pratiquement aucun entretien ni protection. On les utilise donc encore dans le treuil 840-E, en particulier dans la boite de vitesses et la commande du frein auxiliaire [5].

#### Fonctionnement de la transmission et sélection des vitesses

Les deux moteurs électriques (Moteur de traction EMD model D79 MB) assurent le développement de la puissance de 1400HP à la boite de vitesse du treuil.

Le mouvement de rotation des moteurs est transmis, par l'intermédiaire de chaînes de transmission aux noix montées folles sur l'arbre du tambour, à travers des roulements.

Ce mouvement est transmis à l'arbre du tambour grâce à l'embrayage de petites et grandes vitesses. [5]

La sélection des vitesses dépend de la charge au crochet.

1<sup>ere</sup> vitesse: LO-LO

Arrêter les moteurs électriques, freiner l'arbre d'entrée avec le frein d'inertie, enclenché le Clabot dans le grand pignon de l'arbre de sortie, remettre les moteurs électriques en marche puis à l'aide de la manette de commande pneumatique alimenter l'embrayage LOW. Cette vitesse est utilisée pour les grandes charges.

2<sup>eme</sup> vitesse: LO-HI

Le clabot est toujours enclenché dans le grand pignon de l'arbre de sortie, puis à l'aide de la manette de commande on alimente l'embrayage HI du tambour.

3<sup>eme</sup> vitesse: HI-LO

Arrêter les moteurs électriques, freiner l'arbre d'entrée avec le frein d'inertie, enclencher le clabot dans le petit pignon de l'arbre de sortie, remettre les moteurs électriques en marche, Puis à l'aide de la manette de commande pneumatique alimenter l'embrayage LOW.

4<sup>eme</sup> vitesse: HI-HI

Le clabot est toujours enclenché dans le petit pignon de l'arbre de sortie, puis à l'aide de manette de commande on alimente l'embrayage HI du tambour.

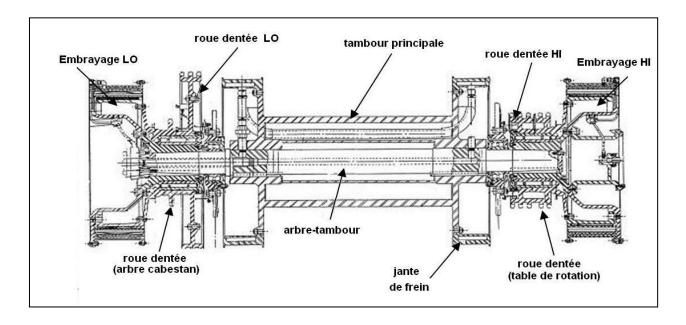
#### 4.2.4 L'arbre du tambour

L'arbre du tambour est supporté par 2 paliers de roulements à double rangés de rouleaux logés dans la carcasse du treuil. A son tour il reçoit le tambour, les noix de la transmission par chaine, les embrayages.

Le tambour est monté sur l'arbre à travers ses moyeux par serrage et clavetage. Les noix sont montées fous sur l'arbre du tambour à travers des roulements à rouleaux.

Donc c'est un arbre ayant une construction assez complexe. Il présente plusieurs étages, présente des rainures pour le montage du tambour.

Le dessin de l'ensemble arbre-tambour est montré sur la figure 4.3



**Fig 4.3**: Ensemble arbre-tambour du treuil OIL WELL 840 E [6]

### 4.2.5 Le tambour de manœuvre

Le tambour du treuil de forage 840 E (Fig 4.4) représente une virole ronde de 28"x52" (diamètre x longueur) avec deux poulies de frein 50"x 10" (diamètre x largeur) sur chaque côté. Fabriqué en acier pour moulage E36, le tambour est réalisé en pièces coulées d'un seul bloc avec des cannelures pouvant porter un câble de diamètre 1" 3/8.Une telle construction permet d'obtenir un tambour léger, rigide et solide. Le tambour et les poulies sont munis de nervures afin de les rendre plus rigides.

Les poulies de frein portent des cavités remplies d'eau qui servent à l'évacuation de la chaleur dégagée au freinage.

Les gorges du tambour n'ont pas la forme de spirales, parallèles les unes aux autres. Le passage d'une gorge à une gorge voisine s'effectue en forme de gradins avec un pas égal à la moitié du pas de l'enroulement des câbles. L'enroulement réalisé de cette façon rend la pose du câble plus compacte, interdit l'enfoncement du câble dans les couches inférieures pendant les opérations de descente et améliore le contact des couches séparées du câble, ce qui augmente la durée de service de ce dernier.

Le nombre de couches de câble enroulé sur le tambour doit être le plus réduit possible, il ne dépassera pas 3 couches. Le tambour du treuil est monté avec serrage et clavetté sur l'arbre du tambour.

# 4.2.6 Frein principal (frein mécanique à bandes)

Le frein mécanique à bandes (figure 4.4) contrôle l'avancement de l'outil pendant le forage est destiné à l'arrêter complet de la rotation de l'arbre- tambour pendant les manœuvres de la garniture.

Ce frein est constitué de deux bandes métalliques équipées de garnitures intérieures fixées par des boulons en cuivre ou en aluminium à tête noyée. Ces bandes sont reliées par une barre d'équilibrage qui répartit également la force de freinage entre les deux bandes et réduit ainsi l'usure des patins.

Chaque bande enveloppe une jante solidaire du tambour, une extrémité de chaque bande est fixe.

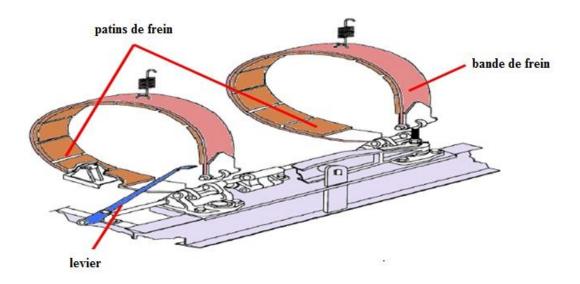


Figure 4.4 : Vue générale du frein mécanique à bandes

Alors que l'autre est reliée par l'intermédiaire d'un jeu de cames et de biellettes à un levier articulé (appelé frein) qui permet de démultiplier l'effort que l'on exerce sur son extrémité.

Afin d'évacuer la forte quantité de chaleur provoquée par le freinage, les jantes sont creuses et équipées d'un système de refroidissement à eau à circulation sous pression en circuit fermé.

Lors du freinage, les jantes fixées au tambour en tournant, appliquent une traction sur chaque garniture de la bande de frein, traction qui s'ajoute à la tension donnée à la bande lorsqu'une force est appliquée au levier de frein. Ainsi l'extrémité de la bande côté point fixe est soumise à une tension supérieure à l'extrémité côté levier de frein. Le frein du tambour de manœuvre est donc appelé auto - serreur parce qu'une faible force appliquée au levier de frein provoque une grande pression sur les jantes.

#### 4.3- CALCUL DE L'ARBRE DU TAMBOUR

# 4.3.1- Calcul la force de traction maximale sur le brin actif du câble $T_{amax}$ (La charge de calcul)

Le calcul de cette force nécessite la connaissance des caractéristiques du câble, données sur le tableau 4.2

Tableau 4.3 : Caractéristiques du câble.

Туре	S-IWRC Seale avec une âme métallique
Caractéristiques	API 6 x 19
	$d_c = 1"3/8 (34,92 \text{ mm}).$
	Résistance nominale, $R_r = 96.10^4 \mathrm{N}$
	nuance d'acier : (EIPS) Extra improved plow
	steel

La résistance à la rupture du câble de forage :  $R_r = 96.10^4 N$ 

Le rapport de mouflage  $R_m = 8$ ;

 $n_{min}$ : Coefficient de sécurité minimal du câble de forage. Pendant les manœuvres :  $n_{min} = 3$ 

$$T_{amax} = \frac{R_r}{n_{min}} = \frac{96.10^4}{3} = 32.10^4 N$$

# 4.3.2 Calcul la tension de la chaine $(P_{ch})$ :

La tension de la chaîne provoque sur l'arbre du tambour un moment de torsion  $M_{tmax}$  et une charge sur l'arbre.  $P_a = P_{ch}$ 

Tenant compte du fait que la ligne des axes de la transmission de commande est horizontale, la charge est horizontale et pour valeur :

$$P_{ch} = 1.15. T_{amax} \frac{D_{em}.\pi}{t.z}$$
 ;  $M_{tmax} = P_{ch}. \frac{d_2}{2}$ 

$$t = 2$$
 '= 50,8 mm,  $z = 83$ 

$$d_2 = 52,85$$
" (1342mm)

 $D_{\text{\rm em}}$  : diamètre d'enroulement moyen du câble.

En prenant Z le nombre de couches de câble :

$$D_{em} = D_t + d_c (2.Z - 1).\alpha$$

Où  $\alpha$  : Coefficient tenant compte de la déformation transversale du câble lors de son enroulement sur le tambour. On prend  $\alpha=0.96$ 

d<sub>c</sub>: diamètre de câble de forage

$$d_c = 1$$
" 3/8 (34,92 mm).

D<sub>t</sub>: diamètre de tambour

$$D_t = 28$$
" (711,2 mm)

Z=2

$$D_{em} = 711,2 + 34,92 (2.2 - 1).0,96 = 811,77 \text{ mm}$$

Ainsi, nous avons:

$$P_a = P_{ch} = \frac{32.10^4 \cdot 811,77 \cdot 3,14.1,15}{50.8 \cdot 83} = 22,25 \cdot 10^4 N$$

$$P_{ch}^{v} = 0$$
;  $P_{ch}^{h} = P_{ch} = 22,25. 10^4 \text{ N}$ 

# 4.3.3 Calcul le moment de torsion $(M_{tmax})$ :

$$M_{tmax} = P_{ch} \cdot \frac{d_2}{2} = 22,25.10^4 \cdot \frac{1,342}{2} = 14,93.10^4 \text{ N.m}$$

### 4.3.4 Calcul des efforts sur l'arbre :

### Calcul des reactions dans le plan vertical dans les points C et D :

\*/ Pour ce plan, on considère 3 positions du brin actif;

Quand il est aux extrémités et au milieu du tambour.

De même on considère que la valeur de T<sub>amax</sub> est répartie entre les deux moyeux seulement.

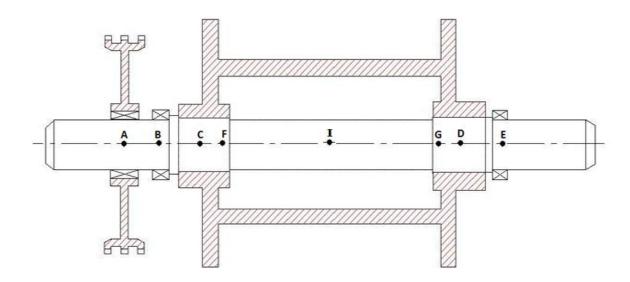


Fig.4.5 : Schéma de l'arbre-tambour

[AB] = 158 mm; [BC] = 285 mm; [CF] = 60 mm; [FG] = 1320 mm; [GD] = 60 mm; [DE] = 285 mm.

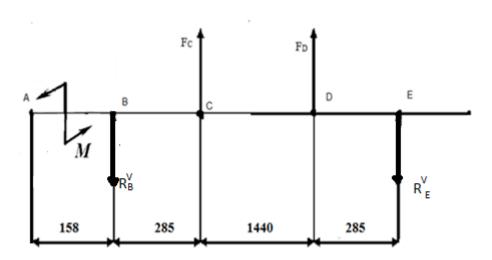


Fig 4.6 Schéma de calcul des charges dans le plan vertical

La tension  $T_{amax}$  n'est pas directement appliquée à l'arbre. Elle provoque un moment de torsion  $M_t$  et deux forces verticales appliquées aux moyeux des rebords C et D ( $F_C$  et  $F_D$ ) transmis à l'arbre.

a/Câble se trouvant à l'extrémité gauche du tambour au point F:

$$\sum M(\vec{F})/D = 0 \implies F_C = T_{amax} \cdot FD/CD = 32.10^4.1380/1440$$

$$F_{\rm C} = 30,67.10^4 \, {
m N}$$

$$\sum M(\vec{F})/C = 0 \implies F_D = T_{amax} \cdot FC/CD = 32.10^4.60/1440$$

$$F_D = 1,33.10^4 N$$

b/Câble se trouvant à l'extrémité droite du tambour au point G:

$$\sum M(\vec{F})/C = 0 \implies F_D = T_{amax}.CG/CD = 32.10^4.1380/1440$$

$$F_D = 30,67. 10^4 N$$

$$\sum M(\vec{F})/D = 0 \implies F_C = T_{amax}.GD/CD = 32.10^4.60/1440$$

$$F_{\rm C} = 1,33.\ 10^4 {\rm N}$$

c/Câble se trouvant au milieu du tambour :

$$F_C = F_D = T_{amax}/2 = 32.10^4/2$$

$$F_C = F_D = 16.10^4 N$$

Calcul des reactions dans les appuis B et E :

1er cas : Câble se trouvant à l'extrémité gauche du tambour au point F

$$\sum M(\vec{F})/E = 0 \implies R_B^V = \frac{F_C.CE + F_D.DE}{BE} = \frac{30,67.10^4.1725 + 1,33.10^4.285}{2010}$$

$$R_B^V = 26,51.10^4 N$$

$$\sum M(\vec{F})/B = 0 \implies R_E^V = \frac{F_D.DB + F_C.CB}{EB} = \frac{1,33.10^4.1725 + 30,67.10^4.285}{2010}$$

$$R_E^V = 5,49.10^4 N$$

2<sup>eme</sup> cas: Câble se trouvant à l'extrémité droite du tambour au point G

$$\sum M(\vec{F})/E = 0 \implies R_B^V = \frac{F_C.CE + F_D.DE}{BE} = \frac{1,33.10^4.1725 + 30,67.10^4.285}{2010}$$

$$R_B^V = 5,49.10^4 \text{ N}$$

$$\sum M(\vec{F})/B = 0 \implies R_E^V = \frac{F_D.DB + F_C.CB}{EB} = \frac{30,67.10^4.1725 + 1,33.10^4.285}{2010}$$

$$R_E^V = 26,51.10^4 \text{ N}$$

3<sup>eme</sup> cas: Câble se trouvant au milieu du tambour:

$$\sum M(\vec{F})/B = 0 \qquad \Rightarrow \qquad R_E^V = \frac{F_D.DB + F_C.CB}{EB} = \frac{16.10^4.1725 + 16.10^4.285}{2010}$$

$$\boxed{R_E^V = 16.10^4 \text{ N}}$$

$$\sum_{F=0} F = 0 \implies R_E^V + R_B^V = F_C + F_D \implies R_B^V = F_C + F_D - R_E^V = 2.16.10^4 - 16.10^4$$

$$\boxed{R_B^V = 16.10^4 \text{ N}}$$

# Calcul des réactions dans le plan horizontal :

Dans ce plan la seule force qui agit sur l'arbre tambour est la force de la chaîne qu'on a déjà Calculé ( $P_{ch}$ ) et on a trouvé :  $P_{ch} = 22,25.10^4 N$ .

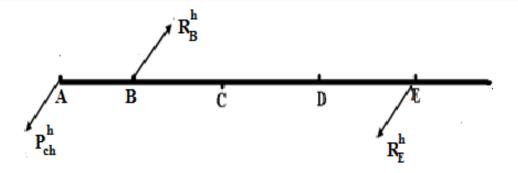


Fig.4.7 Schéma de calcul de l'arbre dans le plan horizontal

On calcule donc les réactions :

$$\sum M(\vec{F})/E=0 \Rightarrow R_B^h = P_{ch}. AE/BE = 22, 25.10^4.2168/2010$$

$$R_B^h = 240 \text{ KN}$$

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{0} \Rightarrow R_E^h = R_B^h - P_{ch} = 24.10^4 - 22,25.10^4$$

$$R_E^h = 1,75.10^4 \text{ N}$$

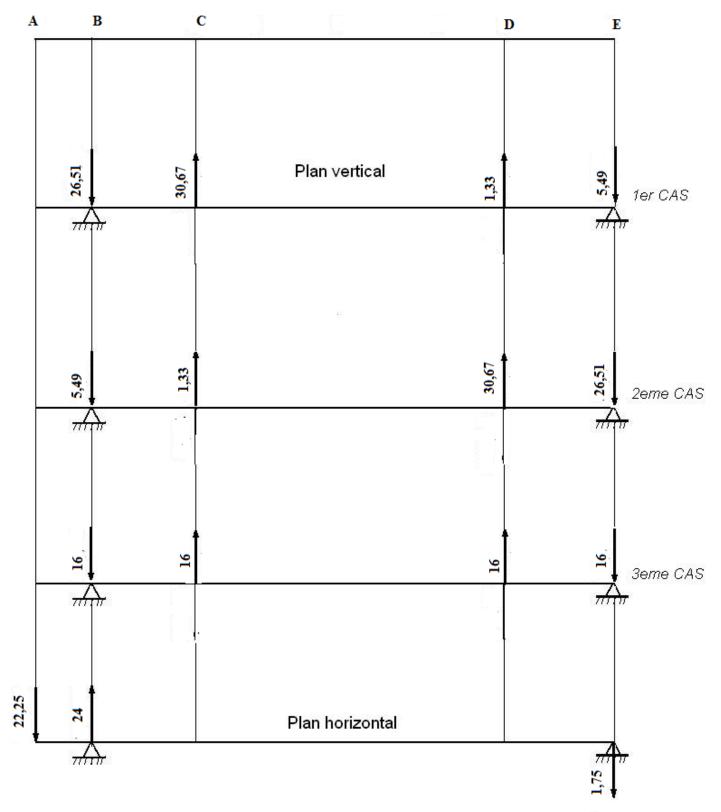


Fig.4.8: Efforts agissants sur l'arbre du tambour [\* 10<sup>4</sup>. N]

### 4.3.5/ Calcul des moments fléchissants et résultants :

L'arbre tambour est soumis à la flexion dans toutes les positions du brin actif est de même que pour les réactions ; on doit calculer les moments de flexions suivant les 3 positions du brin actif.

## Dans le plan vertical:

- ❖ 1<sup>er</sup> cas : câble au point F :
- a) Segment BC:  $0 \le Z \le 0.285$

$$M_f^V = -R_B^V \cdot Z$$

Pour Z=0 m 
$$\longrightarrow M_f^V(B) = 0 N.m$$

Pour Z=0,285m 
$$\rightarrow M_f^V(C) = -26,51.10^4.0.285$$

$$M_{fl}^{ver}$$
 (C) =  $-7,56.10^4$  N.m

**b) Segment CD**:  $0,285 \le Z \le 1,725$ m

$$M_f^{ver} = -R_B^V.Z + F_C(Z - 0.285)$$

Pour Z =0,285 m 
$$\rightarrow M_f^V(C) = -7,56.10^4 N.m$$

Pour Z=1,005m 
$$\rightarrow M_f^V(I) = -26,51.10^4.1,005 + 30,67.10^4.0,720 = -4,56.10^4 \text{ N.m}$$

Pour Z=1,725 m 
$$\rightarrow$$

$$M_f^V(D) = -26,51.10^4.1,725 + 30,67.10^4.1,440 = -1,56.10^4 \text{ N. m}$$

$$M_{fl}^{ver}(I) = -4,56.10^4 \text{ N.m}$$

$$M_{fl}^{ver}$$
 (D) = -1,56.10<sup>4</sup> N.m

c) **Segment DE**:  $1,725 \le Z \le 2,010$ 

$$M_f^{ver} = -R_B^V.Z + F_C(Z-0.285) + F_D(Z-1.725)$$

Pour Z=1,725m 
$$\rightarrow M_f^{ver}(D) = -1,56.10^4 N.m$$

Pour Z=2,010m 
$$\rightarrow M_f^{ver}(E) = 0 N.m$$

# ❖ 2<sup>eme</sup> cas : câble au point G :

a) Segment BC :  $0 \le Z \le 0.285$  m

$$M_f^V = -R_B^V . Z$$

Pour Z=0 m 
$$\rightarrow M_f^V(B) = 0 N.m$$

Pour Z=0,285m 
$$\rightarrow M_f^V(C) = -5,49.10^4.0.285$$

$$M_{fl}^{ver}$$
 (C) = -1,57.10<sup>4</sup> N.m

**b) Segment CD**:  $0.285 \le Z \le 1.725$ m

$$M_f^{ver} = -R_B^V.Z + F_C(Z - 0.285)$$

Pour Z =0,285 m 
$$\rightarrow M_f^V(C) = -1,57.10^4 N.m$$

Pour Z=1,005m 
$$\rightarrow M_f^V(I) = -5,49.10^4.1,005 + 1,33.10^4(1,005 - 0,285)$$

Pour Z=1,725 m 
$$\rightarrow M_f^V(D) = -5,49.10^4.1,725 + 1,33.10^4.(1,725 - 0,285)$$

$$M_{fl}^{ver}(I) = -4,56.10^4 N.m$$
  $M_{fl}^{ver}(D) = -7,56.10^4 \text{ N.m}$ 

c) **Segment DE**:  $1,725 \le Z \le 2,010$ 

$$M_f^{ver} = -R_B^V \cdot Z + F_C(Z - 0.285) + F_D(Z - 1.725)$$

Pour Z=1,725m 
$$\rightarrow M_f^{ver}(D) = -7,56.10^4 N.m$$

Pour Z=2,010m 
$$\rightarrow M_f^{ver}(E) = 0 N.m$$

# ❖ 3<sup>eme</sup> cas (câble au milieu de FG) :

a) Segment BC:  $0 \le Z \le 0.285$ 

$$M_f^V = -R_B^V \cdot z$$

Pour Z=0 m 
$$\rightarrow M_f^V(B) = 0 N.m$$

Pour Z=0,285m 
$$\rightarrow M_f^V(C) = -16.10^4.0,285$$

$$M_{fl}^{ver}(C) = -4,56.10^4 \text{ N.m}$$

**b) Segment CD**:  $0,285 \le Z \le 1,725$ 

$$M_f^{ver} = -R_B^V.Z + F_C(Z - 0.285)$$

Pour Z =0,285 m 
$$\rightarrow M_f^V(C) = -4,56.10^4 N.m$$

Pour Z=1,005m 
$$\rightarrow M_f^V(I) = -16.10^4.1,005 + 16.10^4(1,005 - 0,285)$$

Pour Z=1,725 m 
$$\rightarrow M_f^V(D) = -16.10^4.1,725 + 16.10^4.(1,725 - 0,285)$$

$$M_f^V(I) = -4,56.10^4 \text{ N.m}$$

$$M_f^V(D) = -4,56.10^4 \text{ N.m}$$

c) **Segment DE**:  $1,725 \le Z \le 2,010$ 

$$M_f^{ver} = -R_B^V \cdot Z + F_C(Z - 0.285) + F_D(Z - 1.725)$$

Pour Z=1,725m 
$$\rightarrow M_f^{ver}(D) = -4,56.10^4 N.m$$

Pour Z=2,010m 
$$\to M_f^{ver}(E) = 0 N.m$$

## Dans le plan horizontal:

a) Segment AB:  $0 \le Z \le 0.158$ 

$$M_f^{hor} = - P_{ch} . Z$$

Pour Z= 0 m 
$$\rightarrow M_f^{hor}(A) = 0 N.m$$

Pour Z= 0.158 m 
$$\rightarrow M_f^{hor}(B) = -22, 25.10^4.0, 158 = -3,51.10^4 \text{ N.m}$$

$$M_{fl}^{hor}(B) = -3,51.10^4 \text{ N.m}$$

**b) Segment BE**:  $0.158 \le Z \le 2.168$ 

$$M_f^h = -P_{\rm ch} .Z + R_B^h (Z-0.158)$$

$$M_f^h = -22,25.10^4.Z + 24.10^4(Z - 0,158)$$

Pour Z=0,158m 
$$\rightarrow M_f^h(B) = -3,51.10^4 \text{ N.m}$$

Pour Z = 0,443m 
$$\rightarrow M_f^h(C) = -3,02.10^4 \text{ N.m}$$

Pour Z= 1,163m 
$$\rightarrow M_f^h(I) = -1,76.10^4 \text{ N.m}$$

Pour Z = 1,883m 
$$\rightarrow M_f^h(D) = -0.5.10^4 \text{ N.m}$$

Pour Z = 2,168m 
$$\to M_f^h(E) = 0 \text{ N.m}$$

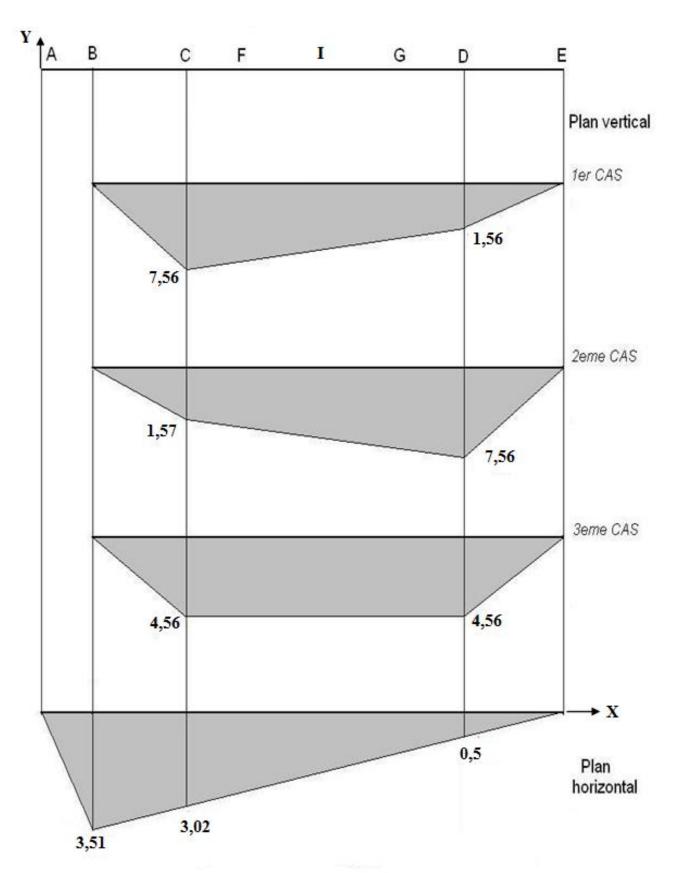


Fig.4.9: Moments fléchissant [10<sup>4</sup> N.m]

#### Calcul des moments fléchissantes résultants :

On calcule les moments résultants des sollicitations verticales et horizontales sur les 3 points C, I et D dans les 3 positions du câble.

# 1<sup>er</sup> CAS (câble au point F):

a) 
$$M_f^{res}(C) = \sqrt{(M_f^{ver}(C))^2 + (M_f^{hor}(C))^2} = \sqrt{7,56^2 + 3,02^2} .10^4 = 8,14. \ 10^4 N. m$$

b) 
$$M_f^{res}(I) = \sqrt{(M_f^{ver}(I))^2 + (M_f^{hor}(I))^2} = \sqrt{4,56^2 + 1,76^2} \cdot 10^4 = 4,89 \cdot 10^4 \text{ N.m}$$

c) 
$$M_f^{res}(D) = \sqrt{(M_f^{ver}(D))^2 + (M_f^{hor}(D))^2} = \sqrt{1.56^2 + 0.5^2} .10^4 = 1.64. 10^4 \text{ N.m}$$

# 2<sup>eme</sup> CAS (câble au point G):

a) 
$$M_f^{res}(C) = \sqrt{(M_f^{ver}(C))^2 + (M_f^{hor}(C))^2} = \sqrt{1,57^2 + 3,02^2} .10^4 = 3,40. \ 10^4 N.m$$

b) 
$$M_f^{res}(I) = \sqrt{(M_f^{ver}(I))^2 + (M_f^{hor}(I))^2} = \sqrt{4.56^2 + 1.76^2} .10^4 = 4.89. 10^4 \text{ N.m}$$

c) 
$$M_f^{res}(D) = \sqrt{(M_f^{ver}(D))^2 + (M_f^{hor}(D))^2} = \sqrt{7,56^2 + 0.5^2} .10^4 = 7,58. \ 10^4 \text{ N.m}$$

## 3<sup>eme</sup> CAS (câble au point I):

a) 
$$M_f^{res}(C) = \sqrt{(M_f^{ver}(C))^2 + (M_f^{hor}(C))^2} = \sqrt{4,56^2 + 3,02^2} .10^4 = 5,47. \ 10^4 N. m$$

b) 
$$M_f^{res}(I) = \sqrt{(M_f^{ver}(I))^2 + (M_f^{hor}(I))^2} = \sqrt{4.56^2 + 1.76^2} .10^4 = 4.89. 10^4 \text{ N.m}$$

c) 
$$M_f^{res}(D) = \sqrt{(M_f^{ver}(D))^2 + (M_f^{hor}(D))^2} = \sqrt{4,56^2 + 0.5^2} .10^4 = 4,59. \ 10^4 \ \text{N.m}$$

Position	Extrémité gauche	Centre	Extrémité droite	
Point	«F»	«I»	« G »	
С	8,14	5,47	3,40	
I	4,89	4,89	4,89	
D	1,64	4,59	7,58	
Les valeurs en 10 <sup>4</sup> N. m				

Tableau 4.4 : Valeurs des moments résultants.

Dans les deux positions du brin actif, au point F et I, le moment de flexion résultant au point (C) est supérieur au moment de flexion résultant à n'importe qu'elle section de l'arbre tambour.

Donc la section C-C est la plus chargée, elle est par conséquence la partie critique ou dangereuse de l'arbre tambour. Donc le moment maximum dans cette section est quand le brin actif au point F

$$M_{fmax} = M_f^{res}(C) = 8.14.10^4 \text{ N.m}$$

Le moment équivalant dans cette section est donc :

$$M_{eq}(C) = \sqrt{(M_f^{res}(c))^2 + (M_t(c))^2}$$
 $M_{tmax} = 14,93.10^4 \text{ N.m}$ 
 $M_{eq}(C) = \sqrt{8,14^2 + 14,93^2} .10^4 = 17,01.10^4 \text{ N.m}$ 

### 4.3.6/ Calcul de vérification de la résistance statique de l'arbre

La résistance statique de l'arbre est vérifiée par la condition :

$$n \geq [n]$$
 ;

Où n : coefficient de sécurité réel selon la limite d'écoulement du matériau de l'arbre pour un état de contraintes combiné ( $\sigma$  et  $\tau$ ).

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{eq}};$$

 $\sigma_T$ : La limite d'écoulement du matériau de l'arbre-tambour ( $\sigma_T = \sigma_e$ )

L'arbre du tambour est fabriqué en acier faiblement allié 20NC6, trempé à l'huile à 850°C, revenu 200°C,

 $\sigma_T$ : La limite d'écoulement minimal du matériau :  $(\sigma_T = 980 \text{ N/mm}^2)$ .

 $\sigma_r$ : La résistance minimal à la rupture ( $\sigma_r$ = 1230 N/mm<sup>2</sup>).

 $\sigma_{\text{eq}}$  : La contrainte maximale équivalente au niveau de la section C-C.

d: le diamètre de l'arbre-tambour, d=0.22m.

La contrainte équivalente dans la section dangereuse :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{fmax}^2 + 4\tau_{tmax}^2}$$

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}}{0.1d^3} = \frac{8.14.10^4}{0.1.0.22^3} = 76.45 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}}{0.1d^3} = \frac{8.14.10^4}{0.10.22^3} = 76.45 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_t = \frac{M_{tmax}}{0.2d^3} = \frac{14,93.10^4}{0.2.0.22^3} = 70,1 \ N/mm^2$$

D'où 
$$\sigma_{eq} = \sqrt{76,45^2 + 4.70,1^2} = 159,69 \, N/mm^2$$

$$n_T = \frac{\sigma_e}{\sigma_{eq}} = \frac{980}{159,69} = 6.14$$

[n] : coefficient de sécurité admissible déterminé selon la limite d'élasticité du matériau

$$[n] = [n_e] = [n_T]$$

Pour choisir  $[n_e]$  il faut calculer le rapport  $\sigma_e/\sigma_r$ 

$$\sigma_e/\sigma_r = 980/1230 = 0.8$$
.

Donc  $[n_e] = 2$ .

Le coefficient de sécurité  $n_T = 6.14$  est supérieur à  $[n_T] = 2$ , alors on constate que la condition de résistance statique de l'arbre est vérifiée.

#### 4.3.7/ Calcul de vérification à l'endurance :

La condition de résistance à l'endurance à vérifier est :

$$n \geq [n]$$
;

Où n : le coefficient de sécurité réel de l'arbre selon l'endurance du matériau en tenant compte un état combiné des contraintes normales et tangentielles ;

[n] : Le coefficient de sécurité admissible selon l'endurance du matériau de l'arbre [4] :

$$[n] = 1.6$$

Le coefficient de sécurité réel de l'arbre selon l'endurance aux contraintes normales:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma D} k_{eq\sigma} \cdot \sigma_{a} + \psi_{\sigma} \sigma_{m}}$$

La limite d'endurance du matériau de l'arbre, dans le cas de cycles symétrique des contraintes normales [4] :

$$\sigma_{-1} = 0.45 \sigma_r = 0.45 . 1230 = 553.5 MPa;$$

La valeur moyenne de la contrainte de flexion :

$$\sigma_m = 0$$

La section dangereuse présente une rainure de clavette parallèle obtenue à l'aide d'une fraise en bout (à doigt), et le matériau de l'arbre possède :  $\sigma_r$ = 1230 N/mm², alors dans notre cas les coefficients ont pour valeurs [4] :

$$\alpha_{\sigma} = 2.9$$
;  $k_{\sigma} = 2.5$ ;  $\alpha_{\tau} = 2.7$ ;  $k_{\tau} = 2.4$ .

La surface du tronçon de l'arbre, où se situe la section dangereuse recevant le moyeu de l'arbre a pour paramètre de rugosité  $R_Z=6,3$ , peut être obtenue par tournage de finition (7eme classe de rugosité) et tenant compte du matériau de l'arbre ayant  $\sigma_r=1230 \text{ N/mm}^2$ , alors  $\beta=1,2$ .

Les coefficients caractérisent les dimensions absolues, tenant compte du diamètre de l'arbre d=220mm et son matériau en acier hautement résistant (220NC6, traité thermiquement)  $\varepsilon_{\sigma}=0.7$ ;  $\varepsilon_{\tau}=0.7$ .

Les coefficients caractérisant la susceptibilité du matériau à l'asymétrie du cycle de contraintes, tenant compte de la limite d'écoulement du matériau de l'arbre ont pour valeurs approximatives  $[4]: \psi_{\sigma} = 0.1; \psi_{\tau} = 0.05.$ 

Le Coefficient équivalent effectif de la concentration des contraintes normales :

$$k_{\sigma D} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}.\beta} = \frac{2,5}{0,7.1,2} = 2,98$$

L'Amplitude du cycle de contraintes normales  $\sigma_a$ :

$$\sigma_a = \sigma_{fmax} = 76,45 N/mm^2$$

Coefficient d'équivalence des charges selon les contraintes normales et tangentielles, tenant compte que le tronçon de l'arbre où se trouve la section dangereuse est situé entre les paliers, alors [4]:

$$k_{ea\sigma} = 0.5$$
;  $k_{ea\tau} = 0.5$ 

Dans ces conditions, le coefficient de sécurité:

$$n_{\sigma} = \frac{553.5}{2,98.0,5.76,45+0,1.0} \approx 4,86$$

Coefficient de sécurité réel selon les contraintes tangentielles  $n_{\tau}$ :

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{max}} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} k_{ea\tau} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}$$

La limite d'endurance du matériau de l'arbre dans le cas du cycle symétrique de contraintes tangentielles [4] :

$$\tau_{-1} = 0.25.\sigma_r = 0.25.1230 = 307.5 MPa$$

Le Coefficient équivalent effectif de la concentration des contraintes tangentielles :

$$k_{\tau D} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}\beta} = \frac{2.4}{0.7.1.2} = 2.86$$
;

L'Amplitude du cycle de contraintes tangentielles :

$$\tau_a = \frac{\tau_{max}}{2} = \frac{70.1}{2} = 35.05 \, N/mm^2$$

La valeur moyenne de la contrainte de torsion :

$$\tau_m = \tau_a = 35,05 \ N/mm^2$$

Le coefficient de sécurité réel de l'arbre selon l'endurance aux contraintes tangentielles :

$$n_{\tau} = \frac{307.5}{(2.86.0,5.35,05+0.05.35,05)} \approx 5.93$$

Le coefficient de sécurité réel selon l'endurance aux contraintes combinées :

$$n = \frac{n_{\sigma}n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{4,86.5,93}{\sqrt{4,86^2 + 5,93^2}} = 3,76 > 1,6$$

Le coefficient de sécurité n = 3.76 est supérieur à [n] = 1.6, alors on constate que la condition de résistance à la fatigue de l'arbre est vérifiée.

#### 4.4 Calcul de vérification de la résistance du fût du tambour

### 4.4.1 La détermination de la charge spécifique

La charge spécifique sur le treuil due à la tension du brin actif du câble dans le cas de n couches d'enroulement qui peut être effectué par la relation suivante :

$$p = \frac{T_{ai}}{R_{t}.t} A_{i}$$

$$T_{ai} = 32.10^4 \text{ N}$$

$$\Delta=1.6$$
;  $t=d_c+\Delta=34.92+1.6=36.52$  mm

$$R_t = 0.5 D_t = 0.5.711.2 = 355.6 mm.$$

n = 3: nombre de couches d'enroulements du câble

D'après le tableau1, Si n=3 : 
$$A = 1 + \frac{2+3\lambda}{(1+\lambda)+(1+2\lambda)}$$
;

$$O\grave{u} \ \lambda = \frac{E_c F_c}{E_t F_t}$$

Le câble API 6\*19 : la section du câble est

$$F_c = 543 \ mm^2$$

L'aire de la section du fût du tambour sur la longueur du pas est :

$$F_t = t.\delta$$

On peut prendre  $\delta = (1.2 \div 1.3) d_c$ 

$$F_t = 36,52 * 1,25 * 34,92 = 1594.1 \text{ mm}^2$$

Le module d'élasticité du câble est :

$$E_c = (100 \div 130).10^3 \,\text{N/mm}^2$$

Le module d'élasticité du tambour :

$$E_t = 210.10^3 \,\text{N/mm}^2$$
.

Alors: 
$$\lambda = \frac{130.10^3.543}{210.10^3.1594.1} = 0.21$$
.

Prenons  $\lambda = 0.2$ .

$$A = 1 + \frac{2+3\lambda}{(1+\lambda)+(1+2\lambda)} = 1 + \frac{2+3.0,2}{(1+0,2)+(1+2.0,2)} = 2$$

La charge spécifique :

$$p = \frac{T_{ai}}{R_{t}t} A_{i} = \frac{32.10^{4}}{355.6.36.5}.2$$
  $\Rightarrow$   $p = 49.31 N/mm^{2}$ 

### 4.4.2 Les contraintes sur les fibres de la surface intérieure :

$$\sigma_{ti} = \frac{2P R_t^2}{R_t^2 - R_i^2}$$

$$R_i = R_t - \delta = 355,6 - 1,25.34,92 = 311,95$$
mm

Pour n = 3

Les contraintes sur les fibres de la surface intérieure :

$$\sigma_{ti} = \frac{2.49,31.355,6^2}{355.6^2 - 311.95^2} \implies \sigma_{ti} = 427,98 \, N/mm^2$$

#### 4.4.3 Les contraintes sur les fibres de la surface extérieure :

$$\sigma_{te} = -\frac{P(R_t^2 + R_i^2)}{R_t^2 - R_i^2} = -\frac{49,31(355,6^2 + 311,95^2)}{355,6^2 - 311,95^2} \implies \sigma_{te} = -378,67 \text{ N/mm}^2$$

# 4.4.4 Les contraintes équivalentes :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]}$$

$$\sigma_1=p=49{,}31\,N/mm^2$$
 ,  $\sigma_2=\,\sigma_{te}=-378{,}67\,N/mm^2$  , et  $\sigma_3=0$  ,

Les contraintes équivalentes sur les fibres intérieures :

$$\sigma_{eqi} = \, \sigma_{ti} = 427,\!98\,N/mm^2$$

Les contraintes équivalentes sur les fibres extérieures :

$$\sigma_{eqe} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_{te})^2 + \sigma_1^2 + \sigma_{te}^2 \right]}$$

Pour n=3

$$\sigma_{eqe} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (p - \sigma_{te})^2 + p^2 + \sigma_{te}^2 \right]} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (49,31 + 378,67)^2 + 49,31^2 + (-378,67)^2 \right]}$$

$$\sigma_{eqe} = 405,58 \, N/mm^2$$

La condition de résistance du fût s'écrit:

$$n \geq [n]$$

Où n - Le coefficient de sécurité selon la limite d'écoulement  $\sigma_T$ :

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{eqmax}}$$

Dans notre cas  $\sigma_{eqmax} = 427,98N/mm^2$ 

D'autre part, le fut de tambour de treuil est fabriqué en acier faiblement allies au manganèse et chrome 20MC5, trempé à l'huile à 860°C, revenu 200°C, ayant les caractéristiques :  $\sigma_r = 1230 \div 1570 \text{ N/mm}^2 \text{ et } \sigma_T = 980 \text{ N/mm}^2$ .

D'où on a:

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{eamax}} = \frac{980}{427,98} = 2,29$$

[n] - Le coefficient de sécurité admissible : [n] =  $1.4 \div 1.8$ 

De ces résultats, on peut conclure que la condition de résistance du fût est vérifiée.

### 4.5 Calcul du frein principal:

Pour ce calcul nous avons utilisé des formules connues [3,4].

# 4.5.1 Calcul du couple de freinage :

Le couple de freinage nécessaire pour arrêter le tambour sous la charge maximale est :

$$C_f = \frac{T_{a max}.D_{enr max}}{2} = \frac{32.10^4.0,878}{2} = 14,05.10^4 Nm$$

$$C_f = 14,05.10^4 \text{ N.m}$$

#### 4.5.2 Calcul des tensions sur la bande de frein :

On calcule les tensions agissant sur une seule bande :

T: tension sur le brin fixe

t : tension sur le brin mobile

 $D_i$ : Diamètre de la jante de frein,  $D_i = 50$ ''=1270 mm

$$\frac{C_f}{2} = \frac{(T-t).D_j}{2} \Rightarrow (T-t) = \frac{C_f}{D_j}$$

D'autre part on a l'équation d'EULER :  $t = \frac{T}{e^{f\alpha}}$ 

Avec f: coefficient de frottement des patins de frein, (f = 0.5) pour des patins de tissus en fibre pressée; L'angle d'embrassement bande-jante :  $\alpha = 300^{\circ} = 5.23$  rad.

Donc on a:

$$T = \frac{C_f}{D_i} \cdot \frac{e^{f\alpha}}{(e^{f\alpha} - 1)} = \frac{14,05.10^4}{1,27} \cdot \frac{e^{0,5 \cdot 5,23}}{(e^{0,5 \cdot 5,23} - 1)} = 119,36. \ 10^3 \text{ N}$$

$$t = \frac{T}{e^{f\alpha}} = \frac{119,36 \cdot 10^3}{e^{0,5 \cdot 5,23}} = 8,73.10^3 N$$
.

Alors les tensions aux extrémités des bandes sont :

On remarque que la tension du coté fixe de la bande est supérieur à celle du coté mobile.

### 4.5.3 Variation de la pression de contact

(b= 0,254 m : largeur de jante, R= 0,635 m : rayon de jante)

La pression P est maximale en B où F = T, et minimale en A où F = t

$$P_{max} = \frac{T}{bR} = \frac{119,36.10^3}{0,254.0,635}$$

$$P_{max}$$
= 74.  $10^4 \text{ N/m}^2$  = 7,4 bar

$$P_{min} = \frac{t}{bR} = \frac{8,73.10^3}{0,254.0,635}$$

$$P_{min}$$
= 5,41 .10<sup>4</sup> N/m<sup>2</sup> = 0,54 bar

La condition de résistance au contact des patins s'écrit :  $P_{max} \le [P_{max}]$ 

 $[P_{max}]$ : pression de contact maximale admissible des patins en ferro d'eau, selon [4]:  $[P_{max}] = 12$  bars.

D'après les résultats obtenus, on constate que pour notre cas  $P_{max} < [P_{max}]$ , donc la condition de résistance au contact des patins est satisfaite.

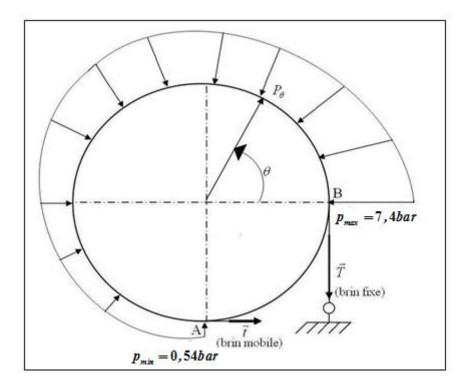


Fig 4.10. Distribution de pression de contact

La pression  $P_{\theta}$  en un point situé d'un angle  $\theta$  de l'extrémité fixe B :

$$P_{\theta} = \frac{F}{bR} = \frac{T \cdot e^{-f\theta}}{bR} = Ke^{-f\theta}$$

Avec:

$$K = \frac{T}{bR} = 74.10^4 N / m^2$$

$$P_{ heta} = 7, 4 \cdot e^{-0.5 heta}$$
 bar

# **4.6 Conclusion**

Nous avons effectué dans ce chapitre des calculs de vérification de résistance des principaux éléments (l'arbre du tambour, le tambour, le frein principal) d'un treuil OIL WELL 840E. D'après les résultats obtenus, on constate que la résistance de ces principaux éléments est satisfaite.

# Conclusion générale

L'étude bibliographique sur les exigences (techniques et économiques et autres) attribuées aux machines et équipements au stade de projet de construction ou de modification nous a permis de connaître les exigences principales et secondaires à satisfaire à ce stade. Il en ressort particulièrement la nécessité de garantir l'aptitude au travail, la fiabilité et la durabilité des machines construites à travers la satisfaction des critères de ces propriétés, en premier lieu la résistance (volumique et superficielle) des éléments de ces machines.

L'étude bibliographique sur les méthodes de calcul de la résistance (volumique et superficielle) montre qu'il existe diverses méthodes de calculs de projet et de vérification de la résistance des éléments machines et que ces méthodes tiennent compte des conditions d'exploitation (valeurs et types de charges : statiques et dynamiques) et des particularités de construction de ces éléments.

L'étude bibliographique sur les méthodes de calcul de résistance des principaux éléments des treuils de forage montre qu'on dispose de méthodes particulières permettent d'effectuer des calculs de projet et de vérification, en tenant compte des conditions de chargement (valeurs et types de charges : statiques et dynamiques) et des particularités de construction de ces éléments de treuils.

L'application des méthodes de calcul de la résistance établies a permis d'effectuer des calculs de vérification de la résistance des principaux éléments du treuil de forage OIL WELL 840E (arbre du tambour, tambour et le frein principal). Ces calculs ont permis de confirmer la satisfaction des conditions de résistance de ces éléments aux charges données.

# **BIBLIOGRAPHIE**

- V. A. DOBROVOLSKII et autres, Eléments de machines, 7ème éd. (en russe), Ed. MIR,
   MOSCOU, 1972
- [2]. G. B. IOSSILEVITCH, Eléments de machines (en russe), 7ème éd. (en russe),Ed. Machinostroenie, MOSCOU, 1988
- [3]. A.L. ILISKI, Y. MIRONOV, A. G. TCHERNOBILSKII, Calcul et construction de l'équipement de forage en russe), Ed. NEDRA, MOSCOU, 1985
- [4]. F.D. BALDENKO, Calculs de l'équipement de forage, Université d'état russe du pétrole et de gaz I.M. GOUBKIN, MOSCOU, 2012
- [5]. Mr GUEBLI A., Cours de construction et calcul des équipements de forage, U.M.B.B, faculté des hydrocarbures et de la chimie, 2017/2018.
- [6]. OILWELL, Manuel d'utilisation du treuil OILWELL 840 E, 1987.
- [7]. H.Oussama, T.Azzedine, M.Abd Elhadi, étude et maintenance d'un treuil de forage OIL WELL 840E.