

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté de Technologie
Département Ingénierie des Systèmes Électriques
Mémoire de Master

Présenté par

HADJI Belaid
ARAB Yacine

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique et Informatique Industrielle

**Thème Commande par mode glissant des
systèmes mécaniques sous-actionnées**

Soutenu le/...../2022 devant le jury composé de :

NAFA	Fares	MCA	UMBB	Président
MILOUDI	Lalia	Grade	UMBB	Examineur
CHERRAT	Nidhal	Grade	UMBB	Rapporteur

Année Universitaire : 2021/2022

Résumé :

En tant qu'une commande robuste, la commande par mode glissant d'ordre un a été appliquée à ces systèmes, malheureusement l'effet de broutement généré par cette commande et qui affecte pratiquement les actionneurs du système, limite son utilisation.

L'objectif de ce travail est d'utiliser la technique de mode glissant dans la commande de classes des systèmes non linéaires sous-actionnés de deuxième ordre. Alors, deux lois de commande de type mode glissant (MG) sont conçues pour atteindre certaines performances prédéfinies souhaitées en supposant que la dynamique du système est connue. Dans ces schémas, une seule loi de commande qui comprend certaines parties de la loi de commande de chaque sous-système et les surfaces de glissement des deux sous-systèmes est utilisée pour commander les deux systèmes de sortie. De plus, l'analyse de la stabilité des schémas de commande proposés est effectuée par la synthèse de Lyapunov, et pour chaque schéma, des résultats de simulation sont donnés pour illustrer ses performances.

Mots Clés : Mode glissant d'ordre un, mode glissant d'ordre deux, observateur, stabilité, robustesse, systèmes mécaniques sous actionnés.

Abstract:

The main objective of this works is the use of the sliding mode technique in the control of classes of nonlinear underactuated systems second order. That is, two sliding mode type controls (SMC) is designed to achieve some predefined desired performances by assuming that the system dynamics is known. In these schemes, only control law which includes some parts of the control law of each subsystem and the sliding surfaces of the two subsystems is used to control of two systems outputs. In addition, the stability analysis of the control approaches are performed by using the Lyapunov method, and for each scheme, simulation results are given to highlight its performance.

Key Words: First order sliding mode, second order sliding mode, observer, stability, robustness, underactuated systems.

Dédicaces

Nous dédions ce travail

A nos très chères mères

Affables, honorables, aimables : vous représentez pour nous le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse, et l'exemple de dévouement. Vous n'avez pas cessé de nous encourager et de prier pour nous.

Nous vous dédions ce travail en témoignage de notre profond amour. Puisse Dieu, le tout puissant, vous préserver et vous accorder santé, longue vie et bonheur.

A nos très chers pères

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que nous avons toujours eu pour vous.

Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour nous éduquer et pour notre bien-être.

Ce travail est le fruit des sacrifices que vous avez consentis pour notre éducation et notre formation.

A nos chers sœurs et frères

En témoignage de l'attachement, de l'amour et de l'affection que nous portons pour vous.

Nous vous dédions ce travail avec tous nos vœux de bonheur, de santé et de réussite.

A nos chères ami (e)s

En témoignage de l'amitié qui nous uni et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, nous vous dédions ce travail et nous vous souhaitons une vie pleine de santé et de bonheur.

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier le bon Dieu le tout Puissant de m'avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail.

Je tiens à remercier mon Co-encadreur de recherche

Monsieur Dr. CHERRAT Nidhal

J'ai l'honneur de bénéficier de votre riche enseignement, merci pour votre soutien, votre aide, votre orientation et vos conseils si précieux.

Un énorme merci aux membres de jury, vous me faites un grand honneur en acceptant de juger ce travail.

Chaleureux remerciement à ma famille qui m'a soutenu moralement, je remercie mes parents, qui m'ont encouragé et aidé à arriver à ce stade de ma formation.

Je tiens vivement à remercier tous ceux et celles qui m'ont soutenu dans la réalisation de ce modeste travail.

Table des matières

RESUME :	I
ABSTRACT:	I
DEDICACES	II
REMERCIEMENTS	III
TABLE DES MATIERES	IV
LISTE DE FIGURES	VII
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 01 : INTRODUCTION AUX SYSTEMES MECANIQUES SOUS-ACTIONNES	4
1.1 INTRODUCTION	4
1.2 CLASSES DES SYSTEMES NON LINEAIRES.....	5
1.3 SYSTEMES MECANIQUES SOUS-ACTIONNES	8
1.4 QUELQUES EXEMPLES DE SYSTEMES MECANIQUES SOUS-ACTIONNES	9
1.4.1 PENDULE FURUTA :.....	9
1.4.2 LE PENDULE A ROUE D`INERTIE (IWP)	10
1.5 LE PENDULE (INVERSE) SUR CHARIOT.....	14
1.6 CONCLUSION	24
CHAPITRE 02 : THEORIE DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT	25

2.1 INTRODUCTION	25
2.2 THEORIE GENERALE	26
2.3 PROPRIETES DU REGIME DE GLISSEMENT	29
2.3.1 UNE COMMANDE IDEALE.....	29
2.3.2 LIMITATIONS PRATIQUES ET BROUTEMENT.....	29
2.3.3 SOLUTIONS POUR ATTENUER LE PHENOMENE DE BROUTEMENT	30
2.3.4 LA DYNAMIQUE CONSTANTE.....	31
2.3.5 COMMANDE EN MODE QUASI-GLISSANT	32
2. 4 THEORIE DE LA COMMANDE À STRUCTURE VARIABLE	33
2.4.1 STRUCTURE PAR COMMUTATION AU NIVEAU DE L'ORGANE DE COMMANDE.....	33
2.4.2 STRUCTURE DE COMMUTATION D'UNE CONTRE REACTION D'ETAT	34
2.4.3 STRUCTURE DE COMMUTATION AU NIVEAU DE L'ORGANE DE COMMANDE PAR L'AJOUT D'UNE COMMANDE EQUIVALENTE	35
2.5 FORMULATION MATHEMATIQUE.....	36
2.5.1 CONDITION DE CIBLE	37
2.5.2 CONDITION D'EXISTENCE	39
2.5.3 CONDITIONS DE STABILITE	39
2.4.5 COMMANDE EQUIVALENT	42
2.6 APPLICATION DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT.....	44
2.6.1 PENDULE INVERSE	44

2.6.2 ROBOT MANIPULATEUR A DEUX BRAS	47
2.6.3 INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS OBTENUS	53
2.6 CONCLUSION :	53
<u>CHAPITRE03 : COMMANDE DES SYSTEMES SOUS-ACTIONNEES PAR MODE GLISSANT</u>	<u>54</u>
3.1 INTRODUCTION :	54
3.2 COMMANDE SWING UP	55
3.2.1 EXEMPLE ILLUSTRATIF	55
3.2.2 LE SCHEMA DE COMMANDE	57
3.2.3 RESULTATS DE SIMULATION	58
3.2.4 INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS	59
3.3 COMMANDE PAR MODE GLISSANT.....	60
3.3.1 POSITION DU PROBLEME	60
3.3.2 BEAM AND BALL :.....	61
3.3.3 LE PENDULE INVERSE SUR LE CHARIOT :	70
3.4 CONCLUSION	74
<u>CONCLUSION GENERALE</u>	<u>75</u>
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	<u>63</u>

Liste de Figures

Chapitre 01 : Introduction aux systèmes mécaniques sous-actionnées

FIGURE1. 1 REPRESENTATION DE SYSTEME.	5
FIGURE1. 2 PENDULE ROTATIF INVERSE OU FURUTA SYSTEME PENDULAIRE. LES VARIABLES Q1 ET Q2 SONT LES DEPLACEMENTS ANGULAIRES DES ARTICULATIONS ET T EST LE COUPLE D'ENTREE.	10
FIGURE1. 3 SYSTEME PENDULAIRE A ROUE D'INERTIE LES VARIABLES Q1 ET Q2 SONT LES DEPLACEMENTS ANGULAIRES DES ARTICULATIONS ET T EST LE COUPLE D'ENTREE.	11
FIGURE1. 4 SYSTEME CHARIOT-POUTRE LES VARIABLES Q1 ET X1 SONT LES DEPLACEMENTS ANGULAIRE ET TRANSLATOIRE DES ARTICULATIONS ET F EST LA FORCE D'ENTREE.....	11
FIGURE1. 5 SYSTEME TORA LES VARIABLES Q1 ET X1 SONT LES DEPLACEMENTS ANGULAIRE ET TRANSLATOIRE DES ARTICULATIONS EST T EST LE COUPLE D'ENTREE.	12
FIGURE1. 6 SYSTEME BALLE ET DE POUTRE LES VARIABLES Q1 ET X1 SONT LES DEPLACEMENTS ANGULAIRE ET TRANSLATOIRE DES ARTICULATIONS EST T EST LE COUPLE D'ENTREE	13
FIGURE1. 7 A & B SYSTEME PENDULAIRE ACROBAT &PENDUBOT LES VARIABLES Q1 ET Q2 SONT LES DEPLACEMENTS ANGULAIRES DES ARTICULATIONS ET T EST LE COUPLE D'ENTREE.....	13
FIGURE1. 8 ILLUSTRATION SCHEMATIQUE DU SYSTEME CHARIOT-PENDULE.	15
FIGURE1. 9 ILLUSTRATION DETAILLEE DU SYSTEME CHARIOT-PENDULE.	17
FIGURE1. 10 CIRCUIT EQUIVALENT DE L'INDUIT DU MOTEUR CC.....	20
FIGURE1. 11 REPRESENTATION DU SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE DANS L'ESPACE D'ETAT	23

Chapitre 02 : Théorie de la commande par mode glissant

FIGURE 2. 1 REPRESENTATIONS GRAPHIQUES DU PROCESSUS DE CONTROLE CMG : (A) PHASE D'ATTEINTE - ILLUSTRANT LA TRAJECTOIRE S SE DEPLAÇANT VERS LA SURFACE GLISSANTE INDEPENDAMMENT DE SA CONDITION INITIALE ; ET (B) PHASE DE GLISSEMENT - ILLUSTRANT LA TRAJECTOIRE S SE DEPLAÇANT SUR LE COLLECTEUR COULISSANT ET S'ARRETANT A L'ORIGINE O. IMPLIQUERA UNE COMMUTATION TRES RAPIDE ENTRE LES DIFFERENTES FONCTIONS DE CONTROLE. LES SECTEURS DE L'ESPACE DANS LESQUELS LA TRAJECTOIRE PEUT ETRE EFFECTUEE, LE CONTROLE CMG EST APPELE LE REGIME DE GLISSEMENT.	27
FIGURE 2. 2 ILLUSTRE UNE REPRESENTATION GRAPHIQUE DU PROCESSUS DE CONTROLE CMG DANS DES CONDITIONS NON IDEALES : (A) PHASE GLISSANTE — ILLUSTRE LA TRAJECTOIRE S SE COMPORTE BROUÏTEMENT AU VOISINAGE DE LA SURFACE GLISSANTE MAIS CONVERGE TOUJOURS VERS L'ORIGINE O ; ET (B) ETAT STABLE - LA TRAJECTOIRE S ETANT PIEGEE DANS UN ETAT OSCILLANT PERIODIQUEMENT PRES DE L'ORIGINE O.	32
FIGURE 2. 3 STRUCTURE PAR COMMUTATION AU NIVEAU DE L'ORGANE DE COMMANDE	34
FIGURE 2. 4 STRUCTURE DE COMMUTATION D'UNE CONTRE REACTION D'ETAT.....	34
FIGURE 2. 5 STRUCTURE DE COMMUTATION AU NIVEAU DE L'ORGANE DE COMMANDE PAR L'AJOUT D'UNE COMMANDE EQUIVALENTE.....	35
FIGURE 2. 6 TRAJECTOIRE S CONVERGEANT VERS LA SURFACE GLISSANTE SOUS LE PROCESSUS DE CONTROLE CMG LORSQUE LA CONDITION DE CIBLE EST REMPLIE.....	37
FIGURE 2. 7 TRAJECTOIRE S A UN EMPLACEMENT AU VOISINAGE DE LA SURFACE COULISSANTE $0 < S < \Delta$ CONVERGEANT VERS LA SURFACE GLISSANTE DANS LE PROCESSUS DE CONTROLE CMG LORSQUE LA CONDITION D'EXISTENCE EST REMPLIE.....	38
FIGURE 2. 8 TRAJECTOIRE S SE DEPLAÇANT SUR LA SURFACE GLISSANTE ET (A) CONVERGEANT VERS LE POINT D'EQUILIBRE SOUHAITE O LORSQUE LA CONDITION DE STABILITE EST REMPLIE, ET (B) PASSANT PAR ET NE S'ARRETANT PAS AU POINT D'EQUILIBRE SOUHAITE O LORSQUE LA CONDITION DE STABILITE N'EST PAS REMPLIE.	40
FIGURE 2. 9 ILLUSTRATION DU PENDULE INVERSE	44
FIGURE 2. 10 COMMANDE POUR LE PENDULE INVERSE	46
FIGURE 2. 11 LA SORTIE DU PENDULE INVERSE	47
FIGURE 2. 12 ILLUSTRATION DU ROBOT MANIPULATEUR A DEUX BRAS	47
FIGURE 2. 13 SIGNAL DE COMMANDE U DU SYSTEME	51
FIGURE 2. 14 SIGNAL DE LA SORTIE ($Y1=Q1$) DU SYSTEME.....	52
FIGURE 2. 15 SIGNAL DE LA SORTIE ($Y2=Q3$) DU SYSTEME	52

Chapitre 03 : Commande des systèmes mécaniques sous actionnées par mode glissants

FIGURE 3. 1 ILLUSTRATION DU PENDULE INVERSE ROTATIF	56
FIGURE 3. 2 LA SORTIE Y2 = LA POSITION ANGULAIRE α	58
FIGURE 3. 3 LA SORTIE Y1 = LA POSITION ANGULAIRE θ	58
FIGURE 3. 4 SIGNAL DE COMMANDE PID	59
FIGURE 3. 5 BEAM AND BALL SYSTEM.....	62
FIGURE 3. 6 LA SORTIE Y1= R	64
FIGURE 3. 7 LA SORTIE DE L'ANGLE Y2= α	64
FIGURE 3. 8 LA COMMANDE U DE SYSTEME.....	65
FIGURE 3. 9 LA SORTIE Y1= R	68
FIGURE 3. 10 LA SORTIE DE L'ANGLE Y2= α	68
FIGURE 3. 11 LA COMMANDE U DU SYSTEME	69
FIGURE 3. 12 SYSTEME DE PONTS ROULANT.....	70
FIGURE 3. 13 LA SORTIE Y1= x	72
FIGURE 3. 14 LA SORTIE Y2= θ	72
FIGURE 3. 15 SIGNAL DE COMMANDE U	73

Introduction

Générale

Introduction générale

Face au développement technologique rapide et les besoins de plus en plus croissant en précision et en robustesse, les systèmes automatisés n'ont cessé d'évoluer entraînant inévitablement des structures de commandes de plus en plus complexes.

Dans toute formulation d'un problème de commande, le modèle mathématique développé dans le but d'établir la loi de commande ne reflète pas exactement le processus réel. Ces différences peuvent par exemple être dues à des dynamiques non modélisées, à des variations des paramètres du système ou à l'approximation trop directe des comportements complexes du processus. On doit néanmoins s'assurer que, malgré toutes ces incertitudes, la loi de commande résultante permet d'atteindre les objectifs prédéfinis. Ceci a conduit à un important intérêt pour la synthèse de contrôles dits robustes et capables de pallier à ce problème.

Dans le domaine scientifique et celui de l'enseignement, l'automatique a souvent recours à des cas d'études particuliers, qui sont représentatifs de grandes classes d'applications. De plus, avec l'expérience, la connaissance de ces cas s'est affinée et ils fournissent aujourd'hui une base idéale pour comparer de façon valable les avantages et les inconvénients d'approches différentes. Le pendule inversé est l'un de ces cas typiques qui occupe une place importante dans l'industrie comme un outil de transport, d'inspection et d'intervention dans des milieux hostiles, en particulier quand les capacités de mouvement autonome sont exigées.

Un système mécanique est dit sous-actionné s'il admet moins d'actionneurs que de degrés de liberté. On peut citer le pendule inversé, le pendurobot et l'acrobot, comme exemples de cette classe de systèmes. L'étude de la commande de ce système est récente, elle est motivée principalement par leur caractère complexe et instable ainsi que par des besoins d'applications réelle tel que : la commande des robots marcheurs et des engins spatiaux, l'étude de la structure de corps humain...etc.

Dans cette classe des systèmes, Le manque d'actionneurs complique la tâche de commande. En effet, le contrôleur doit stabiliser les parties non actionnées en leurs positions d'équilibre

Instable, et les parties actionnées à des positions finales désirées partant de conditions initiales proches ou lointaines du point d'équilibre. Plus à la complexité de leur

Comportement, s'ajoute leur caractère non linéaire qui limite l'utilisation de commandes basées sur linéarisation des systèmes dynamiques. À part les lois de commande hybride basées sur un retour d'état linéaire, il existe peu de stratégies de commande, de ces systèmes, conçues à la base des équations non linéaires seulement, assurant la stabilisation autour du point d'équilibre instable.

Il existe dans la littérature une grande variété d'approches de commande des systèmes non linéaires. On peut citer : la commande par linéarisation entrée-sortie, le backstepping, la commande par mode glissement...etc. Cependant, aucune de ces approches de n'est adaptée, dans sa version de base, à la stabilisation des systèmes sous-actionnés.

Dans cette voie on a décidé de faire une étude comparative entre les deux méthodes les plus utilisés pour commander le pendule inversé rotatif qui sont la commande hybride PID- commande d'énergie (swing-up) et la commande par mode glissant en utilisant un modèle mathématique donné par Quanserqube.

La commande par mode glissant (CMG) des systèmes mécaniques sous-actionnés (SMSA) est en constante évolution depuis plusieurs années, mais la complexité de ces derniers (non linéarité et sous actionnement) rend la tâche de l'élaboration et le développement d'une commande pour l'ensemble de ces systèmes un peu difficile, et s'effectue plus lentement, en plus les résultats qui sont établis pour les systèmes non linéaires ne sont pas directement applicables au cas des SMSA.

Le contenu de ce mémoire est le suivant :

- Dans le premier chapitre, au début, on rassemble les différentes formes de modèles d'état des différentes classes des systèmes non linéaires les plus pertinents dans la littérature. Puis, on fait un résumé sur les systèmes mécaniques sous-actionnés (quelques exemples

et concepts de modulation de cette classe de systèmes). Enfin, nous citons les intérêts de l'étude de ces systèmes.

- Le deuxième chapitre est consacré à la commande mode de glissant d'une classe des systèmes non linéaires. Dans la première partie, quelques notions fondamentales La commande par mode glissant sont présentées tel que les systèmes de réglage à structure variable, les différents types de commutation, la méthode de conceptions de la commande par mode glissement et ...), Dans la deuxième partie, nous proposons d'appliquer la commande par mode glissant pour traiter le problème de suivi d'une trajectoire pour un pendule inversé.
- Le dernier chapitre a été réservé au problème de la commande des systèmes sous actionnés non linéaire dont la dynamique est complétée connu. Deux schémas de commande de type mode de glissant ont été développés. Dans les deux schémas, une seule loi de commande a été utilisée pour stabiliser les deux états du système de sortie. des exemples de simulations numériques ont été effectués pour montrer l'efficacité des lois de commande utilisées.

Chapitre01

**Introduction aux systèmes
Mécaniques sous-actionnés**

Chapitre 01 Introduction aux systèmes mécaniques sous-actionnés

1.1 Introduction

Un Système Mécanique sous actionné (SMSA) est le système qui a moins d'actionneurs de contrôle indépendants que degré de liberté pour être contrôlée. Cette classe de systèmes a fait l'objet de recherches scientifiques actives alimenté par des larges applications dans différentes disciplines. Cette enquête vise à donner une revue complète mais raffinée de l'SMSA depuis son histoire jusqu'à l'état de l'art de la recherche du point de vue du contrôle, et se concentre sur ses applications en robotique.

Les études sur l'SMSA remontent à il y a deux décennies, lorsque le contrôle des systèmes mécaniques non holonomes était d'un grand intérêt pour les scientifiques [1] [2], et ils ont généré des résultats intéressants. Problèmes de contrôle [3] [4] auxquels la théorie traditionnelle du contrôle n'était pas applicable. Des exemples de tels systèmes comprennent, mais sans s'y limiter, des robots mobiles, des engins spatiaux, des véhicule, navire de surface, hélicoptère, robot spatial et manipulateur sous-actionné. SMSA a attiré plus d'attention dans les années 1990, et ils ont été largement utilisés dans l'aérospatiale et robotique, par ex. [5] [6]. Le contrôle de l'SMSA est aujourd'hui l'un des domaines de recherche les plus actifs en communauté de contrôle.

La robotique, la mécatronique et les machines hybrides sont largement utilisés dans l'ingénierie pour remplacer la main-d'œuvre pour la fabrication économique. Les avions, les satellites et les plates-formes spatiales sont conçus pour l'exploration et l'armée. Micro-robots, instruments de précision et des outils opérationnels sont développés pour remplacer les outils médicaux originaux pour le diagnostic non invasif. Les nouveaux systèmes mécatroniques sont conçus pour les besoins nécessaires de l'industrie et de la santé. En conséquence, les efforts des scientifiques et des ingénieurs ont conduit à la recherche active sur la non-linéarité théorie du contrôle, contrôle optimal, contrôle adaptatif et autres. Les gens apprécient la réalisation substantielle qui ont été accomplies [7] [8], et ils apprécient les avantages apportés par les

machines. Avec cette satisfaction, stimulée par leurs appétits de explorant, les chercheurs sont impatients de résoudre de nouveaux problèmes en créant de nouveaux systèmes et théories. Pour en revenir à l'SMSA, la recherche de l'SMSA devient cruciale.

Dans ce chapitre, on commence par un aperçu sur des différentes représentations d'état utilisée dans les littérateurs pour les classes des systèmes non linéaires, Nous nous intéresserons ensuite à la dynamique du système mécaniques sous-actionnés, ensuite, on présente brièvement

Quelques exemples de systèmes mécaniques sous-actionnés. A la fin du chapitre, un système pendule-chariot est présenté en détail, ce dernier sera utile dans les prochains chapitres.

1.2 Classes des systèmes non linéaires

Un système est un ensemble de composants qui interagissent mutuellement pour atteindre un but déterminé. On caractérise un système par ses entrées u et ses sorties y , comme le montre la Figure 1.1 [9] [10]. Ces interactions peuvent être représentées par un modèle mathématique décrivant la dynamique du système, c'est-à-dire, l'évolution des sorties et/ou les états en fonction des entrées (la commande). Le modèle d'un système est obtenu par l'application des lois de la physique et/ou par les méthodes d'identification.

L'objectif de la commande en boucle fermée d'un système est la correction du son comportement vis-à-vis un critère de performance. Le problème de commande consiste à choisir l'entrée de la commande u afin d'assurer les performances recherchées. La complexité de cette tâche est intrinsèque à la complexité du système et la précision de son modèle mathématique.

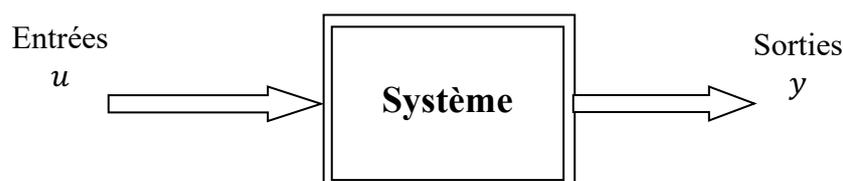


Figure1. 1 Représentation de système.

Avant d'aborder le problème de la commande d'un système, il est essentiel de collecter toutes les informations possibles sur ce système afin de lui formuler un modèle mathématique qui sera d'une grande importance dans la conception des lois de commande. Selon l'architecture du système ainsi que la quantité d'information disponibles, les modèles des systèmes sont divisés en différentes classes ; les systèmes mono variables, les systèmes multivariables, systèmes invariants et les systèmes variants, les systèmes sous actionnés et les systèmes sur actionnés, les systèmes affine et non affine en la commande ...etc. [10] [11] [12].

La modélisation des systèmes se fait généralement sous certaines hypothèses simplificatrices ; des dynamiques négligées, paramètres constants, milieu sans perturbations...etc. En revanche, si ces imperfections dans le modèle ne sont pas prises en compte dans la conception de la commande, ils vont causer la dégradation des performances voire l'instabilité du système en boucle fermée. En général, il existe trois sources d'incertitudes ; les perturbations externes, les bruits de mesure et les incertitudes internes. [11] [12].

Bien qu'il existe de nombreuses méthodes géométriques différentielles et/ou algébriques pour représenter la dynamique des systèmes non linéaires, la présentation d'état par un ensemble d'équations différentielles non linéaires est la plus universelle dont la forme générale est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t), t) \\ y(t) = H(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (I.1)$$

Où :

t : est la variable de temps,

$x(t) \in \mathcal{R}^n$: est le vecteur d'état global avec n l'ordre du système,

$u(t) \in \mathcal{R}^m$: est le vecteur d'entrée de commande et m le nombre d'entrées,

$y(t) \in \mathcal{R}^p$: est le vecteur de sortie du système et p le nombre de sorties,

F et H : sont des vecteurs composés de fonctions non linéaires.

A partir de cette forme générale, il découle des formes spéciales pour les différentes classes des Systèmes non linéaires, par exemple :

Si la fonction F ne dépende pas explicitement de t le système (1.1) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y = H(x(t)) \end{cases} \quad (I.2)$$

le système est dit autonome.

Si le signal de commande apparaît linéairement dans le modèle, le système (I.2) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), t) + G(x(t))u(t) \\ y(t) = H(x(t), t) \end{cases} \quad (I.3)$$

Avec $F(x(t))$ $G(x(t))$ sont des fonctions non linéaires. Le système est dit affine en la commande.

Dans le cas de la présence des incertitudes dynamique affectant le système, le système (1.3) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F_0(x(t), t) + \Delta F(x(t)) + G_0(x(t), t)u(t) + \Delta G(x(t))u(t) \\ y(t) = H(x(t), t) \end{cases} \quad (I.4)$$

Avec $F_0(x(t))$ et $G_0(x(t))$ sont des fonctions nominales connues, et $\Delta F(x(t))$ et $\Delta G(x(t))$ sont leurs incertitudes respectivement.

Dans le cas de la présence des incertitudes due à des perturbations externes, le système (1.3) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), t) + G(x(t), t)u(t) + d(t, x(t)) \\ y(t) = H(x(t), t) \end{cases} \quad (I.5)$$

Avec $d(t, x(t))$ est une perturbation externe.

1.3 Systèmes mécaniques sous-actionnés

La condition de sous-actionnement en mécanique, robotique, mécatronique ou dynamique systèmes fait référence à un système avec plus de degrés de liberté (nombre de variables qui définissent la configuration du système) que les actionneurs (variables d'entrée) à contrôlé [13]. Cette restriction implique que certaines des variables de configuration du système ne peut pas être commandé directement, ce qui complique fortement la conception de algorithmes de contrôle. Les systèmes sous-actionnés se trouvent couramment dans plusieurs domaines et applications, telles que la robotique, les systèmes aérospatiaux, les systèmes marins, les systèmes flexibles, les systèmes mobiles et les systèmes de locomotives.

Il est difficile de préciser le concept général qui permet de mener une méthode systématique pour tous les SMSA (Système mécanique sous-actionné) en raison de la variété et des recherches approfondies sur ce sujet. Par conséquent, ces systèmes sont traités cas par cas la plupart du temps.

Les raisons de la sous-action étaient résumées [14] comme suit :

- Dynamique du système par nature, par exemple, avion, vaisseau spatial, hélicoptère, sous-marin véhicule, grue et robot mobile à roues.
- Par conception pour la réduction des coûts ou à d'autres fins pratiques, par exemple, les satellites avec deux propulseurs, des robots à liaison flexible.
- Défaillance de l'actionneur, par exemple, navire de surface, avion à décollage et atterrissage verticaux (VTOL).

- Imposé artificiellement pour créer des systèmes complexes non linéaires d'ordre inférieur dans le but de mieux comprendre le contrôle des systèmes sous-actionnés d'ordre élevé, par exemple, le système de poteau de chariot, le système de boule et de faisceau, le pendule rotatoire inversé, le pendule à roue d'inertie, l'oscillateur de translation avec actionneur de rotation (TORA), l'Acrobat, le Pendubot..... etc.

De nos jours, les systèmes sous-actionnés sont un cas d'étude intéressant pour la communauté de contrôle et d'automatisation, certains d'entre eux sont devenus des références, servant à tester différentes techniques de contrôle [15]

1.4 Quelques exemples de systèmes mécaniques sous-actionnés

Il existe plusieurs exemples de systèmes sous-actionnés dans la robotique décrit ci-dessous :

1.4.1 Pendule Furuta :

Le pendule rotatif inversé, plus connu sous le nom de pendule Furuta [16] [17], est un système sous-actionné bien connu à deux degrés de liberté (2DDL). Ce mécanisme est constitué d'un bras tournant dans le plan horizontal avec un pendule fixé à l'extrémité du bras et tournant dans le plan vertical. Le système de pendule Furuta est illustré à la Fig. 1.2. La seule entrée de couple du système est appliquée directement à l'axe de rotation du bras horizontal. Ensuite, deux variables de configuration (la position du bras et du pendule) doivent être contrôlées avec une seule variable d'entrée (le couple appliqué au bras), révélant l'état de sous-actionnement du système. La motivation pour la conception de ce pendule inversé vient du système mât de charrette classique, puisque la limitation du mouvement du chariot est évitée avec ce modèle rotatif.

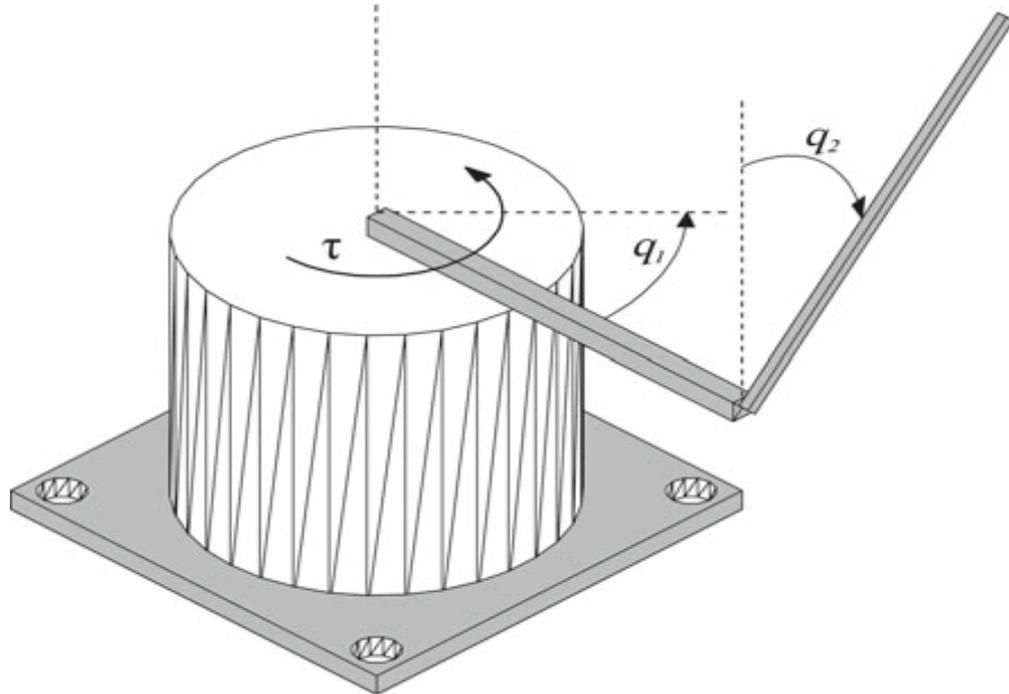


Figure1. 2 Pendule Rotatif inversé ou Furuta système pendulaire. Les variables q_1 et q_2 sont les Déplacements angulaires des articulations et τ est le couple d'entrée.

1.4.2 Le pendule a roue d`inertie (IWP)

Le pendule à roue d'inertie (IWP en Anglais : The inertia wheel pendulum) [18] [19], est un système mécanique spécial sous-actionné, qui consiste à un pendule avec un disque symétrique attaché à sa pointe. Le disque ou la roue et le pendule tournent dans des plans parallèles. Le système IWP est illustré à la Fig. 1.3. L'axe de rotation du pendule est passif, c'est-à-dire il n'y a pas d'actionnement direct sur la position du pendule, alors qu'un moteur à courant continu s'applique couple directement à la roue qui est libre de tourner autour de son axe de rotation. Donc, le pendule n'est pas actionné et le système doit être contrôlé via la quantité de mouvement de la roue en rotation. En raison de sa matrice d'inertie constante, l'IWP est le premier exemple d'un système mécanique plat sous-actionné avec (2DDL) et un seul actionneur [20]

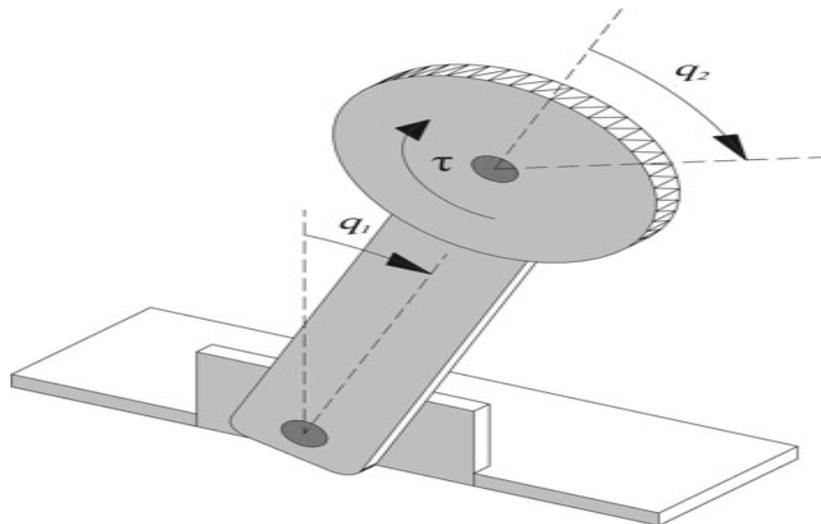


Figure1. 3 Système Pendulaire a Roue d'inertie les variables q_1 et q_2 sont les déplacements angulaires des articulations et τ est le couple d'entrée.

1.3.3 Système chariot-poteau

C'est un système sous-actionné de référence. Il sert a utilisé dans les essais pour étude de contrôle non linéaire. L'objectif de la commande est de faire basculer le pendule de son état d'équilibre stable à la baisse. ($q_1 = 0$ et $q_2 = \pi$) au déséquilibre vertical point d'équilibre ($q_2 = 0$), tout en maintenant le chariot à son point d'origine ($q_1 = 0$). Un travail considérable a été fait dans le passé via le contrôle flou (FC) et l'énergie basées sur l'étude du système chariot-poteau [21]. Figure 1.4c illustre le fonctionnement du système.

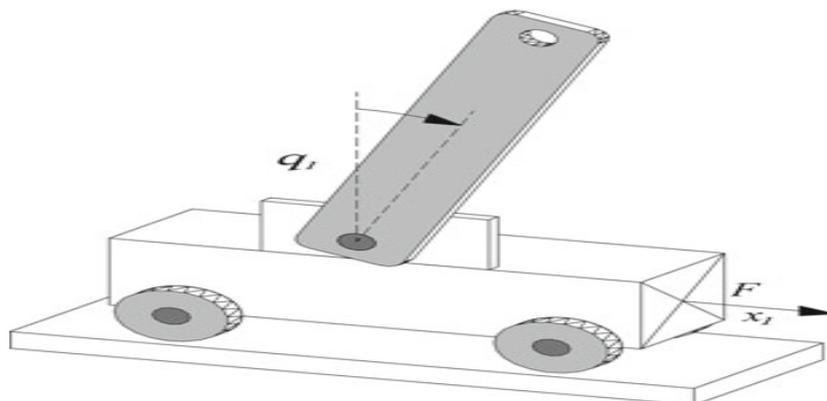


Figure1. 4 Système chariot-poutre les variables q_1 et x_1 sont les déplacements angulaire et translatiore des articulations et F est la force d'entrée.

1.3.4 Oscillateur transrationnel avec système d'actionnement rotatif (TORA)

Le système TORA est un exemple de référence non linéaire pour différentes techniques de contrôle. Le système contient une platine de translation oscillante et un pendule rotatif excentrique. Pour s'assurer que le déplacement horizontal $q_1 \rightarrow 0$ s. La présence de toute perturbation extérieure est la tâche de contrôle de TORA. [22]. Le système est illustré dans la Figure 1.5

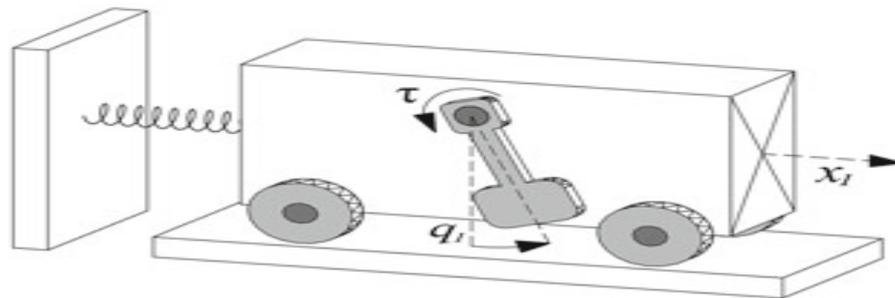


Figure1. 5 Système TORA les variables q_1 et x_1 sont les déplacements angulaire et translatore des articulations est τ est le couple d'entrée.

1.3.5 Système de balle et de poutre

Le système boule et poutre [23] consiste en une poutre capable de se déplacer vers le haut et vers le bas via un moteur connecté à une extrémité (alors que l'autre extrémité de la poutre est maintenue fixé). Comme cette poutre est en métal et que la bille de fer est autorisée à se déplacer librement. La tâche de contrôle consiste à stabiliser la balle sur la position souhaitée sur la poutre, à partir d'une condition initiale sur la poutre. La méthode basée sur Lyapunov [24]. Il est possible de faire un contrôle de ce système. Le système est illustré dans la Figure 1.6

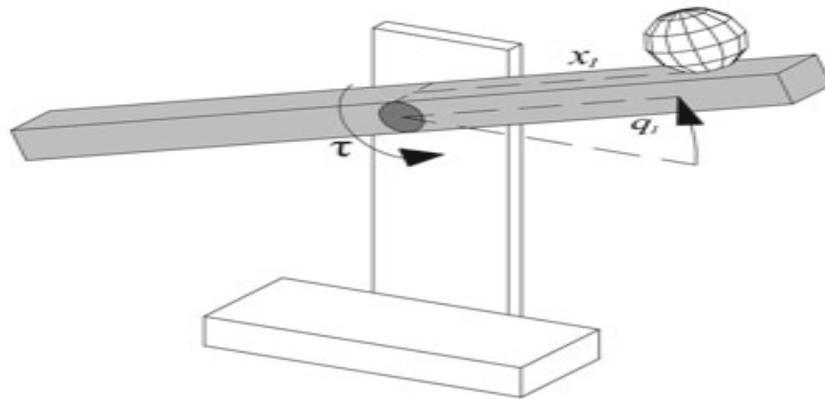


Figure1. 6 Système balle et de poutre les variables q_1 et x_1 sont les déplacements angulaire et translatoire des articulations est τ est le couple d'entrée

1.3.6 Acrobat and Pendubot

Acrobot [25] et Pendubot [26] sont des manipulateurs à deux bras avec un seul actionneur au coude et à l'épaule, respectivement. Les deux manipulateurs ont les mêmes équations de mouvement et ont un design similaire. La stabilisation du manipulateur à deux liaisons à son point d'équilibre vertical ($q_1 = \pi/2$ et $q_2 = 0$) à partir de n'importe quelle condition initiale le contrôle du système est accessible. Le contrôle basé sur l'énergie est l'une des approches de contrôle les plus connues utilisées pour la stabilisation. Le système est illustré dans la Figure 1.7a et b

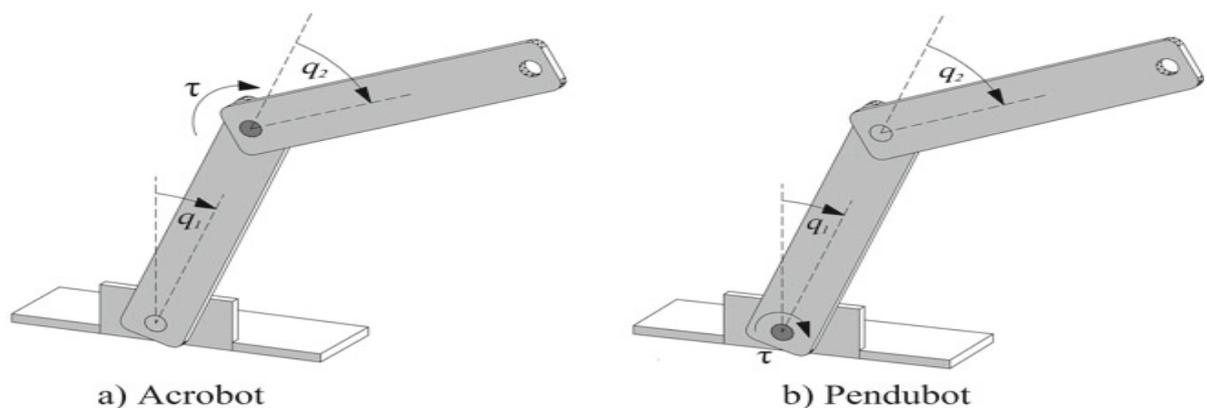


Figure1. 7 a & b Système Pendulaire Acrobat & Pendubot les variables q_1 et q_2 sont les déplacements angulaires des articulations et τ est le couple d'entrée.

1.5 Le pendule (inversé) sur chariot

Le pendule inversé est un problème de contrôle canonique qui a mérité beaucoup d'attention dans la littérature sur la dynamique des systèmes classiques en raison de son point d'équilibre très instable et de son modèle non linéaire relativement simple. Comme le pendule inversé continue de fournir un test de référence pour de nombreuses stratégies de contrôle non linéaires, la théorie derrière la dérivation de son modèle a été explorée de manière adéquate dans de nombreuses références.

La commande est constituée d'un pendule libre en rotation verticale avec un point d'articulation monté sur un chariot déplacé horizontalement par une force horizontale qui correspond à l'entrée du système. Le problème de commande consiste à faire basculer le pendule depuis sa position d'équilibre stable, afin de l'amener et de le maintenir dans sa position verticale instable. Ce qui fait de ce système mécanique simple une référence de contrôle intéressante est le fait que l'accélération angulaire du pendule ne peut pas être contrôlée, c'est-à-dire que le système chariot-pendule est un système mécanique sous-actionné à deux degrés de liberté. Par conséquent, de nombreuses techniques de commande de stabilisation courantes développées pour les systèmes entièrement actionnés ne peuvent pas être directement appliquées à ce système [27]. De plus, le système chariot-pendule perd sa contrôlabilité et d'autres propriétés géométriques liées au contrôle lorsque le pendule se déplace à travers le plan horizontal [28], Étant donné que le système est localement contrôlable autour du point d'équilibre instable, la stabilisation en boucle fermée par placement linéaire des pôles peut être utilisée [29].

La stabilisation du système chariot-pendule implique deux aspects principaux [30] :

- 1- Basculer le pendule de la position de suspension stable à la position verticale instable et Stabiliser le système autour de son point d'équilibre instable.
- 2- Pour ce deuxième aspect, on suppose généralement que l'extrémité libre du pendule est initialement située au-dessus du plan horizontal ou se situe à l'intérieur d'un voisinage ouvert bien caractérisé de zéro (le voisinage définit le domaine de stabilité en boucle fermée).

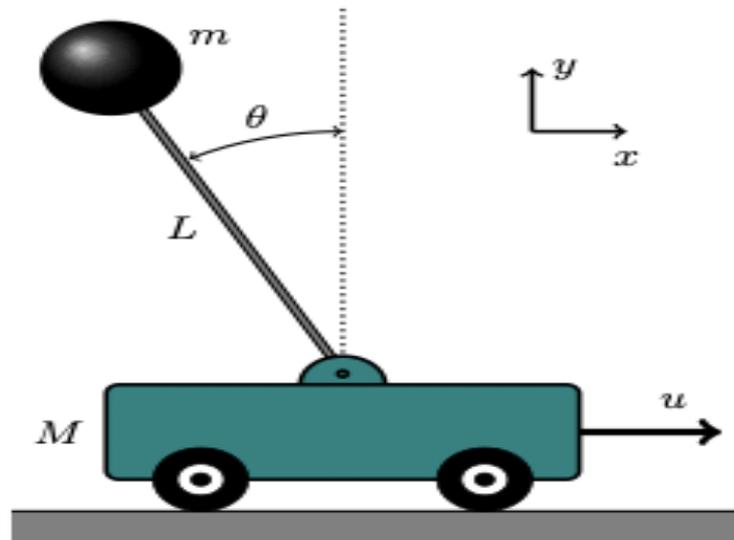


Figure1. 8 Illustration schématique du système chariot-pendule.

1.4.1 La Modélisation du système

Équation de Lagrange

Une dynamique de système complexe peut être décrite de manière efficace en utilisant l'équation de Lagrange. L'analyse vectorielle compliquée nécessaire pour décrire les forces appliquées sur un système mécanique peut être réduite par l'équation de Lagrange.

Un ensemble de coordonnées généralisées $q \{q_1 \dots q_i \dots q_n\}$ est une représentation du principe fondamental de l'équation de Lagrange, où q_i est un degré de liberté indépendant qui combine les contraintes propres du système, c'est-à-dire la communication entre les parties du système. Les coordonnées généralisées totales sont notées par n .

L'équation de Lagrange est exprimée par l'énergie cinétique K et l'énergie potentielle P qui sont décrites (I.6) comme suit :

$$\mathcal{L} = K(q, \dot{q}) - P(q) \quad (I.6)$$

Où la fonction de l'énergie cinétique en termes de coordonnée généralisée q et sa dérivée \dot{q} . La fonction d'énergie potentielle est décrite uniquement en termes de coordonnée généralisée q . Le terme de x et θ , donc $\mathbf{q} = [x, \theta]$ sont les coordonnées du système de pendule-chariot.

L'équation de Lagrange illustrée dans l'équation (1.7).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i \quad (I.7)$$

Où Q_i est la force externe appliquée en termes de coordonnée q_i .

L'énergie cinétique totale du chariot obtenue avec le mouvement du chariot est uniquement dans la direction de l'axe horizontal (i) :

$$K_M = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (I.8)$$

Où M est la masse du chariot et \dot{x} est la vitesse de translation du chariot.

L'énergie cinétique totale du pendule obtenu avec le mouvement du pendule dans les directions verticale et horizontale (j et i) :

$$K_m = \frac{1}{2} m (\dot{x}_\theta^2 + \dot{h}^2) \quad (I.9)$$

où m est la masse du pendule, \dot{h} est la vitesse projetée de la position du pendule sur l'axe vertical et \dot{x}_θ est la vitesse projetée de la position du pendule sur l'axe horizontal. La figure.1.9 montre que :

$$x_\theta = x + l \sin \theta \quad (I.10)$$

$$h = l \cos \theta \quad (I.12)$$

Où l est la longueur de la tige du pendule.

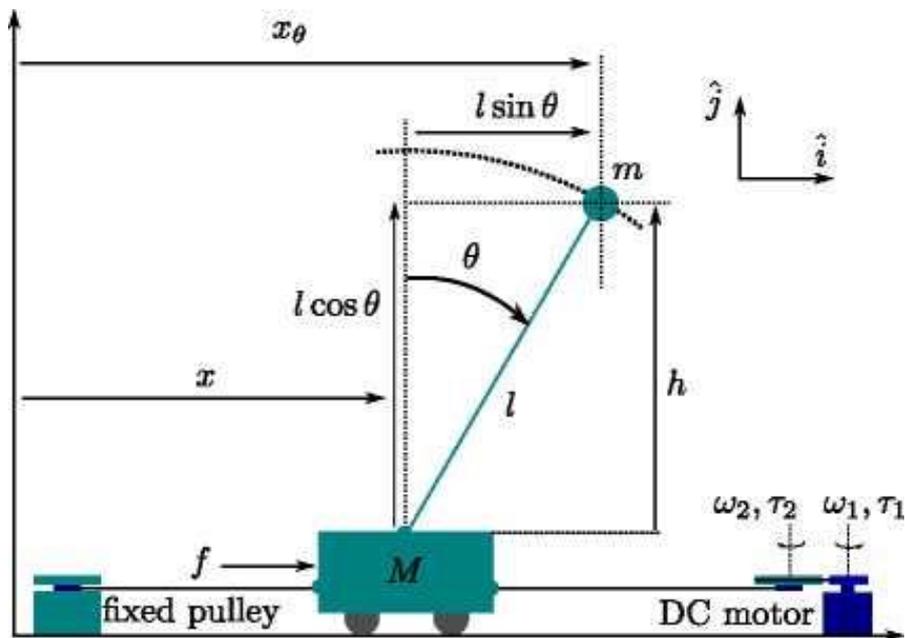


Figure1. 9 Illustration détaillée du système chariot-pendule.

L'éq (2.1) et l'éq (2.2) peuvent être dérivées comme :

$$\dot{x}_\theta = \dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta \quad (\text{I.13})$$

$$\dot{h} = -l\dot{\theta}\sin\theta \quad (\text{I.14})$$

En substituant Eq. (2.3) et Eq. (2.4) dans Eq. (1.9), l'énergie cinétique du pendule peut être écrit comme :

$$K_m = \frac{1}{2}m((\dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta)^2 + (-l\dot{\theta}\sin\theta)^2) \quad (\text{I.15})$$

$$K_m = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2xl\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) \quad (\text{I.16})$$

Le chariot et le pendule ont une énergie cinétique totale égale à

$$K = K_M + K_m = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) \quad (\text{I.17})$$

L'énergie potentielle est uniquement affectée par la masse du pendule m

$$P = mgh = mgl \cos \theta \quad (\text{I.18})$$

Enfin, Eq. (1.7) peut être déterminé en utilisant Eq. (2.7) et Eq. (2.8), comme la fonction lagrangienne écrite sous la forme :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) - mgl \cos \theta \quad (\text{I.19})$$

La dynamique du système doit être déclarée en termes de θ et x comme les deux degrés de liberté du système. L'équation pour chaque coordonnée généralisée peut être dérivée comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = f \quad (\text{I.20})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{I.21})$$

L'équation montre que le moteur à courant continu ou la force externe n'affecte le chariot que dans la direction \hat{i} . La force externe n'affecte pas le pendule. L'équation différentielle de l'équation (3.1) et de l'équation (3.2) peut être dérivée sous forme :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = (M + m)\dot{x} + ml\dot{\theta}\cos\theta \quad (3.3) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.22})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) = (M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (\text{I.23})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = ml\dot{x} \cos\theta + ml^2\dot{\theta}^2 \quad (3.6) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = -m\dot{x}l\dot{\theta}\sin\theta + mgl\sin\theta \quad (I.24)$$

$$\text{Et } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) = ml(\ddot{x}\cos\theta - \dot{\theta}\dot{x}\sin\theta) + ml^2\ddot{\theta} \quad (I.25)$$

Donc :

$$f = (M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos\theta - ml\dot{\theta}^2 \sin\theta \quad (I.26)$$

$$0 = (M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos\theta - ml\dot{\theta}^2 \sin\theta - (-m\dot{x}l\dot{\theta}\sin\theta + mgl\sin\theta) \quad (I.27)$$

Les équations contiennent des termes non linéaires : les termes $\sin()$, $\cos()$ et $\dot{\theta}^2$, donc à partir de l'équation (3.9) et de l'équation (4.1), L'équations de Lagranges linéarisée peut être déterminée comme :

$$f = (M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \quad (I.28)$$

$$0 = \ddot{x} + l\ddot{\theta} - g\theta \quad (I.29)$$

Le pendule supposé tourne toujours près de l'équilibre, $\theta \approx 0$. Par conséquent, les termes non linéaires peuvent être $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, $\dot{\theta}^2 = 0$ et $\dot{\theta}\theta = 0$.

Moteur CC

Le circuit équivalent de l'induit du moteur à courant continu est illustré dans la figure 1.7

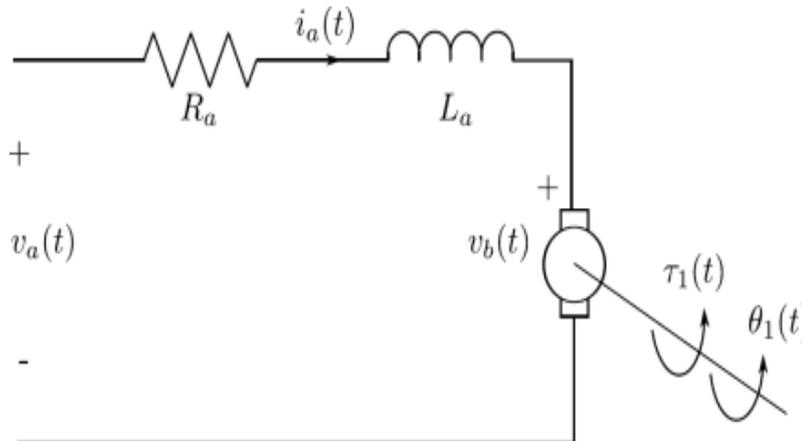


Figure1. 10 Circuit équivalent de l'induit du moteur CC

L'équation du circuit d'induit du moteur à courant continu peut être dérivée sous la forme

$$i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + v_b = v_a \quad (\text{I.30})$$

Où v_b , la fem (force électromotrice) générée est proportionnelle à la vitesse de rotation du rotor

$$v_b = k_b \frac{d\theta_1}{dt} \quad (\text{I.31})$$

où K_b est la constante de la force électromotrice et $\omega_1 = \frac{d\theta_1}{dt}$

Le couple moteur τ_1 avec le courant d'induit i_a sont proportionnels s'écrit sous la forme :

$$\tau_1 = k_t i_a \quad (\text{I.32})$$

Où K_t est la constante du couple moteur. Eq. (4.5) et Eq. (4.6) (en termes de i_a) substitués dans Eq. (4.4) donne :

$$\frac{\tau_1}{k_t} R_a + L_a \frac{d^2\tau_1}{dt^2} + k_b \frac{d\theta_1}{dt} = v_a \quad (\text{I.33})$$

L'inductance L_a peut être ignorée avec la petite taille de l'inductance dans le rotor, et la fonction du circuit d'induit du moteur à courant continu en termes de τ_1 devient :

$$\tau_1 = \frac{R_b}{R_a} \omega_1 + \frac{k_t}{R_a} v_a \quad (\text{I.34})$$

Dans les systèmes à poulies et à engrenages, il y a la transmission mécanique appliquée

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad (\text{I.35})$$

Où N est le nombre total de dents d'engrenage et r est le rayon de la poulie. La vitesse angulaire du moteur à courant continu ω_1 peut être représentée par \dot{x}

$$\frac{2\pi r_2}{\dot{x}} = \frac{r_2}{r_1} \frac{2\pi}{\omega_1} \quad (\text{I.36})$$

Ou $2\pi r_2$ c'est le cycle de la poulie qui raccorde la courroie au chariot.

$$\omega_1 = \frac{\dot{x}}{r_1} \quad (\text{I.37})$$

Eq. (5.2) substitués dans Eq. (4.8) donne :

$$\tau_1 = k_r \left(-k_b \frac{\dot{x}}{r_1} + v_a \right) \quad (\text{I.38})$$

Transformer $\tau_1 \rightarrow \tau_2$ est nécessaire. Par conséquent, on peut prouver que La force causée par le couple τ_2 déplace le chariot.

$$f = \frac{k_r}{r_1} \left(-k_b \frac{\dot{x}}{r_1} + v_a \right) \quad (I.39)$$

Où $k_t = \frac{k_r}{R_A}$ Eq.(5.3) et Eq.(4.2), crée un nouveau terme de coordonnée égalisée x dans la fonction de Lagranges.

$$\frac{k_r}{r_1} v_a = (M + m)\ddot{x} + \frac{k_r k_b}{r_1^2} \dot{x} + ml\ddot{\theta} \quad (I.40)$$

Pour simplifier la dérivation, les abréviations sont utilisées comme suit :

$$C_1 = \frac{k_r k_b}{r_1^2} \quad (I.41)$$

$$C_2 = \frac{k_r}{r_1} \quad (I.42)$$

À partir de l'Eq. (5.5), le terme $l\ddot{\theta}$ et l'Eq. (4.3) dans l'Eq. (5.5), l'équation différentielle dans un chariot du système peut être dérivée sous forme :

$$\ddot{x} = \frac{1}{M} (C_2 v_a - C_1 \dot{x} + mg\theta) \quad (I.43)$$

Réforme l'équation (4.3), l'équation dérivée :

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{l} (g\theta - \ddot{x}) \quad (I.44)$$

La fonction différentielle suivante dans le pendule du système peut être dérivée de l'équation (5.8) et de l'équation (5.9), sous forme :

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{l} \left(g\theta - \frac{1}{M} (C_2 v_a - C_1 \dot{x} + mg\theta) \right) \quad (I.45)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{C_2}{Ml} v_a + \frac{C_1}{Ml} \dot{x} + \frac{(M+m)g}{Ml} \theta \quad (I.46)$$

Enfin, la fonction du mouvement différentiel du chariot et du pendule à l'aide de l'équation de Lagranges à été obtenues et les actionneurs dynamiques ont été respectés dans le développement de modèles mathématiques.

1.4.2 Représentation de l'espace d'état

La Figure.1.8 représente le modèle du système en espace d'état

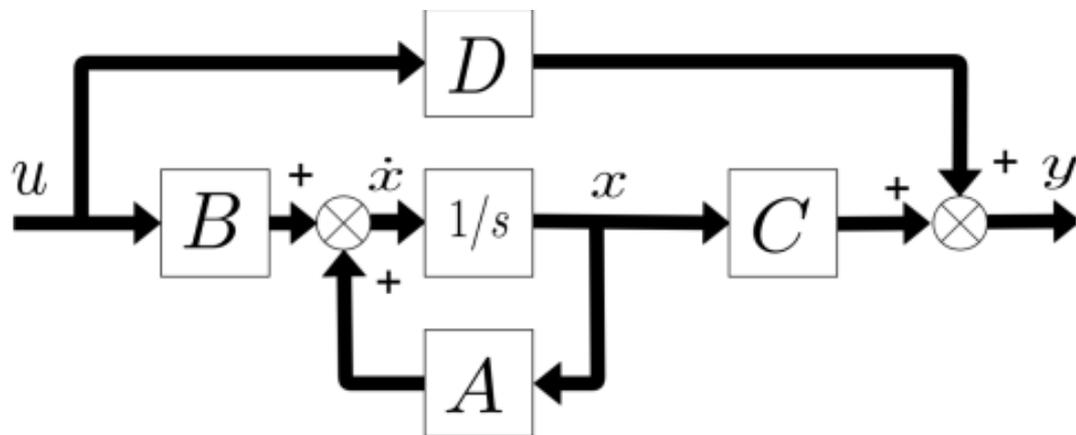


Figure1. 11 Représentation du système en boucle ouverte dans l'espace d'état

Les représentants de l'équation d'espace d'état peuvent être dérivés sous forme :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (I.48)$$

$$y = Cx + Du \quad (I.49)$$

Où $\mathbf{x} \in \mathbf{R}$ est le vecteur de l'état et n est le nombre total de variables d'état. $\dot{\mathbf{x}}$ est le vecteur de dérivation d'état. Un vecteur $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^k$ est l'entrée de contrôle ou le vecteur de contrôle qui a k éléments de variables de contrôle. Les $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times k}$ et $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{p \times n}$ sont les matrices d'entrée et de sortie, où p est le nombre de sorties. La sortie du vecteur est dérivée sous la forme $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$ de vecteur d'état, la dérivation du vecteur d'état et l'entrée de commande du vecteur d'état pour le système de pendule inversé sur chariot, t sont déclarés comme $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x} \dot{\theta} \ddot{x} \ddot{\theta}]^T$, $\mathbf{x} = [x \theta \dot{x} \dot{\theta}]^T$, $\mathbf{u} = v_a$ consécutivement. Dans ce cas, la variable d'état a $n = 4$ nombre total.

En réglant Eq. (5.8) et Eq.(6.2) sous forme d'espace d'états, les matrices du système sont devient :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mg}{M} & \frac{C_1}{M} & 0 \\ 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & \frac{C_1}{Ml} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{C_2}{M} \\ \frac{-C_2}{Ml} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = [x \ \theta]^T, \quad D = \emptyset$$

Dans l'hypothèse uniquement à partir de capteurs, la valeur réelle de \mathbf{x} et $\boldsymbol{\theta}$ peut être observée directement. Pratiquement, la modification de la valeur réelle à la valeur utilisée pour les calculs est nécessaire.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a donné quelques Généralités sur les systèmes mécaniques sous-actionnés avec deux degrés de liberté, ainsi que leur modélisation. Quelques exemples de SMSA de deuxième ordre et qui sont jugés comme des benchmarks de la commande non-linéaire sont donnés. On a discuté les classifications des systèmes non-linéaires, nous abordé l'intérêt de l'étude de cette classe de systèmes. Dans le chapitre suivant, nous allons aborder la théorie de la commande par mode glissant.

Chapitre 02

Théorie de la Commande par Mode Glissant

Chapitre 02 Théorie de la Commande par Mode Glissant

2.1 Introduction

Les premiers travaux publiés qui ont introduit le concept de contrôle par mode glissant (CMG) remontent aux années 1930, et les premières formes de réalisation de contrôle CMG ont été appliquées avec succès pour le contrôle de la trajectoire du navire et le contrôle des générateurs de courant continu [31]. En fait, le développement de la théorie et des applications du contrôle CMG ont d'abord été initiés par des ingénieurs russes, et dans les années 1950, le cadre théorique qui a ensuite facilité les applications généralisées du contrôle CMG a été rapporté dans la littérature russe [32]. L'ouvrage a ensuite été diffusé hors de Russie dans des manuscrits écrits en anglais par Itkis (1976) et Utkin (1977) [33]. La théorie du contrôle CMG a suscité beaucoup d'intérêt de la part des théoriciens du contrôle et des ingénieurs du monde entier.

En termes simples, le contrôle CMG est une sorte de contrôle non linéaire qui a été développé principalement pour le contrôle des systèmes à structure variable [34] [35]. Techniquement, il s'agit d'une loi de commande discontinue à retour d'état variant dans le temps qui bascule à haute fréquence d'une structure continue à une autre en fonction de la position présente des variables d'état dans l'espace d'état, l'objectif étant de forcer la dynamique des systèmes sous contrôle pour suivre exactement ce qui est souhaité et prédéterminé.

L'avantage principal d'un système avec des caractéristiques de contrôle CMG est qu'il a garanti la stabilité et la robustesse contre les incertitudes des paramètres [34]. De plus, étant une méthode de contrôle qui a un degré élevé de flexibilité dans ses choix de conception, la méthode de contrôle CMG est relativement facile à mettre en œuvre par rapport aux autres méthodes de contrôle non linéaires. Ces propriétés rendent le contrôle CMG parfaitement adapté aux applications dans les systèmes non linéaires, ce qui explique leur large utilisation dans les applications industrielles, par exemple les pilotes électriques, le contrôle automobile, le contrôle des fours, etc. [31].

Le but de ce chapitre d'introduction est de présenter les concepts de base et le contexte mathématique du contrôle CMG qui sont nécessaires pour comprendre les discussions couvertes dans les chapitres suivants.

2.2 Théorie générale

Commençons par considérer un système dans un espace à trois dimensions. Imaginez qu'il existe un avion dans cet espace. Sur ce plan, il y a un point O , que nous appelons le point d'équilibre. Ce point d'équilibre représente un attracteur stable sur lequel toute trajectoire qui le touche s'y installera. C'est aussi un point vers lequel nous voudrions conduire la trajectoire de notre système. Ensuite, nous considérons que la trajectoire contrôlée du système est arbitrairement située dans l'espace et éloignée de l'avion. Sans action de contrôle, la trajectoire se déplacera en fonction des caractéristiques naturelles du système. Cependant, lorsqu'une action de contrôle est donnée, la trajectoire peut être modifiée d'une "manière préférée". La direction dans laquelle la trajectoire se déplace dépend du type d'action de commande donnée. Une série d'actions de contrôle différentes peuvent être données au système quelle que soit sa condition initiale, la trajectoire contrôlée se déplacera d'abord vers le plan, et en atteignant le plan, glissera le long du plan vers et finalement s'installera sur O .

Un contrôle tel que celui-ci est connu sous le nom de contrôle CMG. Le plan qui guide la trajectoire est appelé plan de glissement ou surface de glissement, ou plus généralement surface de glissement. Les actions de contrôle requises pour effectuer le contrôle CMG.

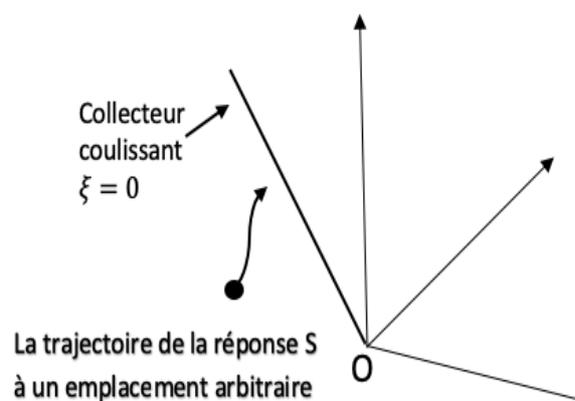


Figure 2.1 (a) Phase d'atteinte

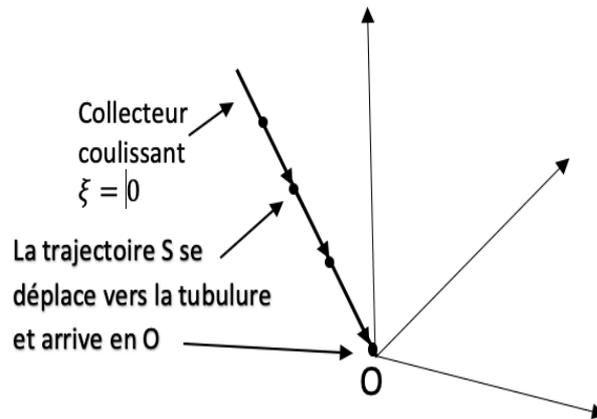


Figure 2.1 (b) Phase de glissement

Figure 2.1 Représentations graphiques du processus de contrôle CMG : (a) Phase d'atteinte - illustrant la trajectoire S se déplaçant vers la surface glissante indépendamment de sa condition initiale ; et (b) Phase de glissement - illustrant la trajectoire S se déplaçant sur le collecteur coulissant et s'arrêtant à l'origine O. impliquera une commutation très rapide entre les différentes fonctions de contrôle. Les secteurs de l'espace dans lesquels la trajectoire peut être effectuée, le contrôle CMG est appelé le régime de glissement.

Une fois toutes ces terminologies expliquées, plaçons la définition du contrôle CMG dans un sens plus formel. Pour tout système donné, si un régime de glissement existe et que la variété glissante $\zeta = 0$ possède un point d'équilibre stable O, lorsqu'elle fonctionne en mode glissant, la trajectoire S, quel que soit son emplacement, sera entraînée vers la variété glissante, et en frappant le collecteur, il va amener la commande du système à basculer alternativement entre deux ou plusieurs fonctions de commande discrètes U_1, U_2, \dots , etc., à une fréquence infinie, de sorte que la trajectoire du système sera piégé précisément sur la surface glissante tel que $S = \zeta = 0$, et finalement la trajectoire sera dirigée vers le point d'équilibre désiré O.

La figure 2.1 donne une représentation graphique de la trajectoire d'un système sous contrôle CMG. L'ensemble d'opération CMG peut être divisé en deux phases. Dans la première phase (appelée phase d'atteinte), quelle que soit la position initiale de la trajectoire contrôlée S, la commande CMG forcera la trajectoire vers la tubulure coulissante (voir Fig. 2.1(a)). Ceci est

possible grâce au respect de la condition dite frappe, qui garantit que, quelle que soit la condition initiale, la trajectoire contrôlée du système sera toujours dirigée vers la surface glissante [31].

Lorsque la trajectoire touche la surface de glissement, le système entre dans la deuxième phase (appelée phase glissante) du processus de commande et est également dit en fonctionnement SM. Le système sera alors commandé par une série de commutations infinies de ses fonctions de commande telles que la trajectoire est maintenue sur le collecteur glissant, et est simultanément dirigé vers le point d'équilibre souhaité O et s'installe finalement à O (voir Fig. 2.1 (b)). Il est important de noter qu'en ayant un processus de contrôle qui ne réagit qu'au comportement de la trajectoire, la trajectoire sera immunisée contre les effets des changements paramétriques et des perturbations externes. En d'autres termes, le processus de contrôle utilise le collecteur coulissant comme chemin de référence, sur lequel la trajectoire contrôlée suivra et finalement convergera vers l'origine pour atteindre un fonctionnement en régime permanent sans aucune considération des paramètres du système et des conditions de fonctionnement.

Ceci est possible en satisfaisant soi-disant la condition d'existence, qui garantit que la trajectoire à des emplacements proches de la surface glissante (dans un petit voisinage de surface de glissement) reviendra toujours à la surface de glissement et à la condition de stabilité qui garantit que la trajectoire du système sous fonctionnement CMG restera sur un point d'équilibre stable [31]. Notez que c'est l'application stricte de la trajectoire pour se déplacer le long du collecteur et s'arrêter au point d'équilibre qui rend le contrôle CMG très robuste contre les incertitudes du système et les changements environnementaux.

Les détails de la dérivation des conditions de cibles, d'existence et de stabilité seront introduits plus loin dans ce chapitre. Pour l'instant, nous voudrions réitérer notre définition du contrôle CMG comme toute forme de contrôle qui s'applique sur un système, les trois mécanismes fondamentaux du processus CMG : savoir cibler la surface de glissement, rester à la surface et converger vers le point d'équilibre stable.

2.3 Propriétés du régime de glissement

2.3.1 Une commande idéale

Il devrait maintenant être clair que le principe de base de la commande CMG est d'utiliser une certaine variété coulissante (surface) comme chemin de référence de telle sorte que la trajectoire du système commandé soit dirigée vers le point d'équilibre souhaité. Intuitivement, cela n'est possible que parce que la commande CMG adopte par nature un gain de commande infini qui lui permet de piéger la trajectoire pour glisser le long de la surface. De plus, un tel contrôle CMG idéal n'est théoriquement réalisable qu'avec le respect absolu des trois conditions fondamentales de cible, d'existence et de stabilité, et la condition que le système fonctionne à une fréquence de commutation infinie. Ainsi, ce qui est dérivé est un système contrôlé idéalisé, pour lequel aucune perturbation externe ou incertitude du système ne peut affecter les performances de contrôle idéales d'avoir un suivi précis, une erreur de régulation nulle (gain infini) et une réponse dynamique très rapide. Dans un certain sens, la commande CMG est un type de commande idéal (optimal) pour les systèmes à structure variable.

2.3.2 Limitations pratiques et broutement

Ce qui a été considéré jusqu'à présent est basé sur l'hypothèse idéale selon laquelle une fréquence de commutation infinie est possible et que tous les composants pertinents liés à la commande sont parfaits. Cependant, dans les applications du monde réel, cela n'est pas possible. En pratique, en raison des imperfections des dispositifs de commutation telles que le retard, le temps de réponse, la présence d'une zone morte, l'effet d'hystérésis et la saturation de la fréquence de commutation du dispositif, le comportement réel du mouvement de glissement s'écarte légèrement de celui attendu pour la condition idéale. De plus, une sorte d'oscillation à haute fréquence peut se produire dans le processus de contrôle qui se reflète dans le comportement réel de la trajectoire. Ce phénomène est connu sous le nom de broutement (chattering) [31].

2.3.3 Solutions pour atténuer le phénomène de broutement

Afin de réduire le phénomène de broutement de nombreuses solutions ont été proposées depuis les récents progrès des travaux de Stolone, Sira-Ramirez et autres [36]. Ce phénomène peut être réduit en remplaçant la fonction « signe » par approximation à gains enlevé sous forme de fonctions d'adoucissement, qui se regroupent dans la catégorie de la solution par couche limite (fonction « sat », « atan », « tanh », fonction « smooth », commande avec un seuil, commande avec composante intégral), dans ce cas le régime glissant n'est plus dans S , mais au voisinage de celui-ci. Ce qui entraîne un régime pseudo-glissant. Une autre solution est d'utiliser les lois d'approche mentionnées dans [37], dont la première est donnée par :

$$\dot{S} = -k \operatorname{sign}(S) - \alpha S \text{ avec } k > 0 \text{ et } \alpha > 0 \quad (\text{II.1})$$

Cette loi contient un terme proportionnel à la fonction de glissement qui permet au système d'atteindre plus rapidement la surface de glissement lorsque celui-ci est éloigné, de plus le terme proportionnel allège le travail de la partie discontinue $\operatorname{sign}(S)$, et permet par conséquent une réduction des commutations sur la commande.

$$\dot{S} = -K[S]^\rho \operatorname{sign}(S) \quad (\text{II.2})$$

Où ρ est un réel compris entre 0 et 1.

La figure 2.2 montre le comportement de la trajectoire du système commandé en phase glissante sous condition non idéale. Notez que la non-idéalité de la commutation n'affecte pas la phase d'atteinte de l'opération CMG, et donc, dans des conditions idéales et non idéales, la phase d'atteinte peut être représentée par la Fig. 2.1 (a). Cependant, pour la phase glissante dans la condition non idéale (voir Fig. 1.2 (a)), la trajectoire S ne se déplace pas exactement sur la variété glissante, mais oscille plutôt dans son voisinage à une fréquence élevée tout en convergeant simultanément vers O . De plus, contrairement à la condition idéale où la trajectoire S s'arrête précisément en O à l'arrivée, dans la condition non idéale, la trajectoire S sera piégée dans un état oscillant périodiquement en un point proche de O .

Dans la condition idéale, le système contrôlé est maintenu dans une position statique au point souhaité O (c'est-à-dire sans erreur) pendant l'état stable, mais dans la condition non idéale, le système contrôlé oscille à un point statique légèrement éloigné du point souhaité, ce qui entraîne la présence d'une erreur en régime permanent.

2.3.4 La dynamique constante

Une caractéristique intéressante de la commande CMG est la possession d'une dynamique constante pendant la phase de glissement. Comme illustré sur la Fig. 2.1(b), lorsque la trajectoire touche la surface et que le système entre dans la phase de glissement, le mouvement de la trajectoire est confiné le long de la surface de glissement, voire la figure 2.2

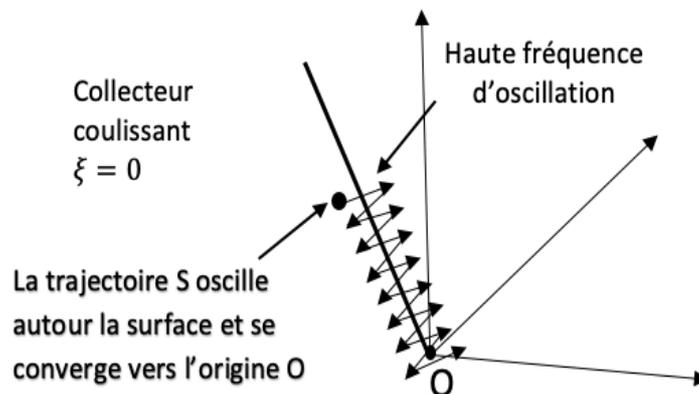


Figure 2.2 (a) Phase glissante sous condition non idéale

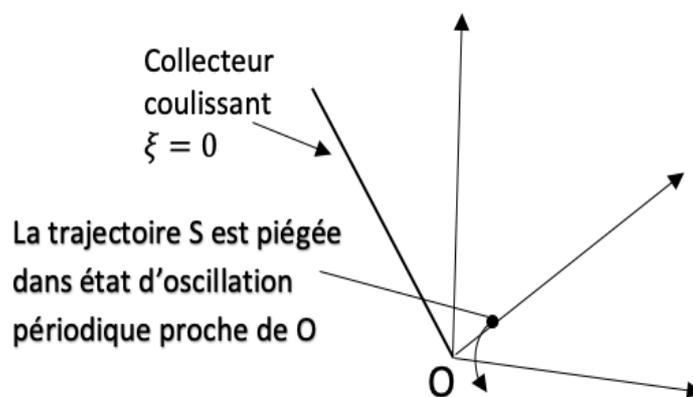


Figure 2.2 (b) Trajectoire à l'état d'équilibre sous conditions non idéales

Figure 2. 2 illustre une représentation graphique du processus de contrôle CMG dans des conditions non idéales : (a) Phase glissante — illustre la trajectoire S se comporte broutement au voisinage de la surface glissante mais converge toujours vers l'origine O ; et (b) état stable - la trajectoire S étant piégée dans un état oscillant périodiquement près de l'origine O .

L'équation de mouvement de la trajectoire est fondamentalement $S = \zeta = 0$. Ceci est vrai quelles que soient les conditions de fonctionnement et les variations de paramètres dans le système. Par conséquent, la dynamique d'un système en fonctionnement CMG est constante et indépendante des paramètres du système ou de la perturbation.

Notez qu'une telle propriété s'applique uniquement à la phase de glissement mais pas à la phase d'atteinte qui a un ensemble différent de caractéristiques dynamiques pour une condition de fonctionnement donnée. Cependant, étant donné que le temps nécessaire pour terminer la phase de glissement est généralement beaucoup plus long que la phase d'atteinte, il suffit de ne considérer que la dynamique de la première pour la conception du contrôle. Par conséquent, il est possible d'avoir un système qui peut atteindre un comportement dynamique constant en utilisant la commande CMG.

2.3.5 Commande en mode quasi-glissant

Une commande CMG idéale fonctionne théoriquement à une fréquence de découpage infinie pour que la trajectoire suive exactement la trajectoire de référence [31]. Cette exigence de fonctionnement à une fréquence de commutation infinie, cependant, remet en question la faisabilité de l'application des contrôleurs CMG dans de nombreux systèmes. En effet, une commutation ultra-rapide peut entraîner des pertes de commutation excessives et peut être une source de bruit qui interfère avec le fonctionnement du système. Par conséquent, pour que la commande CMG soit applicable aux systèmes pratiques, la fréquence de commutation de la mise en œuvre de la commande doit être confinée dans une plage pratique. Néanmoins, cette exigence pratique sur la fréquence de commutation du contrôleur CMG fait essentiellement de la commande une commande en mode quasi glissant (QCMG) ou pseudo-mode glissant (PCMG), qui fonctionne comme une approximation de la commande CMG idéale.

La conséquence de cette approximation est la dégradation de la robustesse du système et la détérioration des propriétés de régulation. De toute évidence, l'approximation de QCMG au contrôleur CMG idéal devient meilleure à mesure que la fréquence de commutation augmente.

2. 4 Théorie de la commande à structure variable

La commande à structure variable (CSV) par sa nature est une commande non linéaire, elle est basée sur la commutation de fonctions des variables d'état, utilisées pour créer une variété ou une hyper surface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à converger à cette hyper surface de glissement et de l'y maintenir [38].

On peut distinguer trois structures de base pour la synthèse de la loi de commande, elles correspondent au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance. Ces structures seront présentées dans le paragraphe suivant.

2.4.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

La structure par commutation au niveau de l'organe de commande est la plus simple, cette configuration permet la variation de la structure de système par simple commutation, au niveau de l'organe de commande qui doit être conçue de sorte que la grandeur de commande ne prenne que deux valeurs U_{max} et U_{min} [39], comme la montre la figure II.1, la commutation entre ces deux valeurs est imposée par la loi de commande suivante :

$$u(t) = \begin{cases} U_{max}, & \text{si } S(X, t) > 0 \\ U_{min}, & \text{si } S(X, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Tel que : $S(x)$ est la loi de commutation.

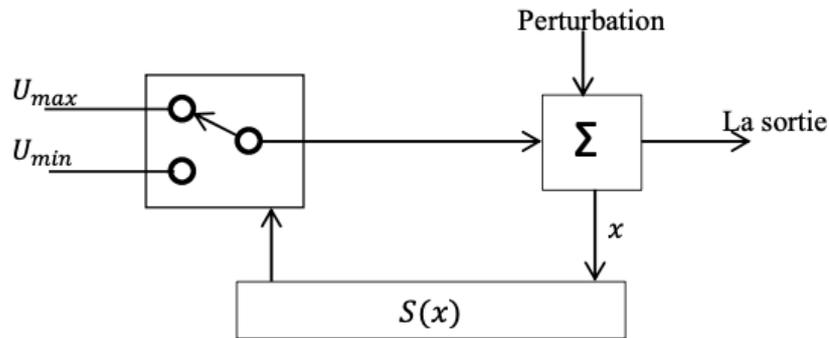


Figure 2. 3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

2.4.2 Structure de commutation d'une contre réaction d'état

La structure par commutation au niveau d'une contre réaction est la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande, le schéma de cette structure est donné par la figure II.2, elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains k_1 et k_2 , selon la position du commutateur, le vecteur d'état x et mis en contre réaction soit par $-k_1$ soit par $-k_2$, ceci est fait à l'aide de la loi de commande suivante [39] :

$$u(t) = \begin{cases} -k_1, & \text{si } S(X, t) > 0 \\ -k_2, & \text{si } S(X, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

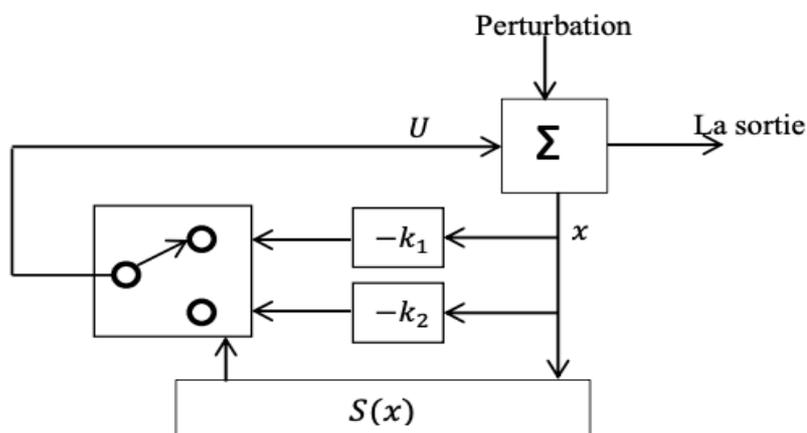


Figure 2. 4 Structure de commutation d'une contre réaction d'état

2.4.3 Structure de commutation au niveau de l'organe de commande par l'ajout d'une commande équivalente

La structure de commutation au niveau de l'organe de commande par l'ajout d'une commande équivalente est présentée par la figure II.3. Cette structure permet de pré-positionner l'état désiré du système en régime permanent qui soit stable en réduisant le phénomène de broutement, grâce à la commande équivalente. Cette structure est simple à réaliser et a été utilisée dans beaucoup d'applications [40].

La loi de commande est donnée par :

$$u(t) = \begin{cases} U_{eq} + U_{dis} & \text{si } S(X, t) > 0 \\ U_{eq} - U_{dis} & \text{si } S(X, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Où U_{eq} est la commande équivalente, et U_{dis} est la commande de commutation

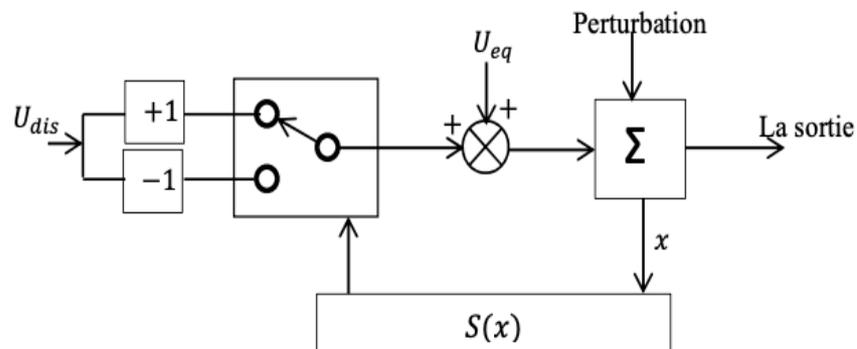


Figure 2. 5 Structure de commutation au niveau de l'organe de commande par l'ajout d'une commande équivalente.

2.5 Formulation mathématique

Considérons un système de commutation non linéaire dépendant du temps défini par l'équation suivante :

$$\dot{X} = (g(X(t) + \varphi(t)).u(t), \quad (\text{II.6})$$

Soit x_d la consigne désirée et e l'erreur de poursuite définie par :

$$e = X - X_d \quad (\text{II.7})$$

Où $x(t)$ est le vecteur de variable d'état dans un espace à n dimensions R^n ; $g(\cdot)$ et $\varphi(\cdot)$ sont des champs de vecteurs lisses dans le même espace ; et $u(t)$ est l'action de commande discontinue exprimée par :

$$u(t) = \begin{cases} U_{max}, & \text{si } S(X, t) > 0 \\ U_{min}, & \text{si } S(X, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

Où U_{max} et U_{min} sont soit des valeurs scalaires soit des fonctions scalaires de $x(t)$; et $S(x, t)$ est la trajectoire de la réponse instantanée du système est une fonction prédéterminée des variables d'état.

La formule générale de la surface de glissement est définie en fonction de l'ordre du système Comme suit [41] :

$$S(X, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e(x) \quad (\text{II.9})$$

Où n : le degré relatif du système par rapport à la sortie $y(t)$. Il représente le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour y voir apparaître l'entrée.

En règle générale, pour faciliter la conception et la mise en œuvre, $S(x, t)$ est choisi comme une combinaison linéaire des valeurs pondérées des variables d'état est donné par :

$$S(X, t) = \sum_{i=1}^m a_i x_i(t), \quad (\text{II.10})$$

Où a_i pour $i = 1$ à m désigne l'ensemble des paramètres de contrôle appelés coefficients glissants et $x_i(t) \in x(t)$. On dit qu'un système avec cette description présente la propriété CMG lorsque toutes les conditions requises, à savoir les conditions de cible, d'existence et de stabilité, sont remplies.

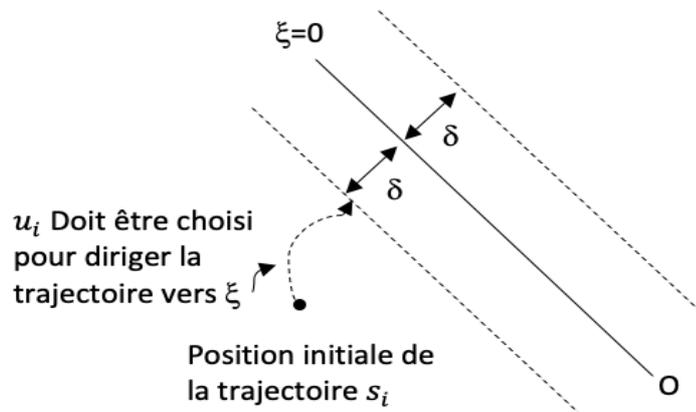


Figure 2. 6 Trajectoire S convergeant vers la surface glissante sous le processus de contrôle CMG lorsque la condition de cible est remplie.

2.5.1 Condition de cible

L'objectif de la condition de cible est de s'assurer que, quelle que soit la localisation de la condition initiale, la décision de commande correspondante dirigera la trajectoire du système pour se rapprocher et éventuellement l'atteindre, dans un voisinage δ , la surface glissante (voir Fig. 2.6). Supposons que le système est à un état initial avec un vecteur $x_i = x(t=0)$ et une trajectoire $S_i = S(t=0)$ qui est située à une distance de la variété glissante $\zeta = 0$. Le nécessaire est une condition suffisante pour que le système satisfasse la condition de cible est que la commande

résultante $u_i = u$ ($t > 0$) produise un vecteur à variable d'état $x(t > 0)$ et par conséquent une trajectoire contrôlée $S(t > 0)$, qui satisfait la inégalité suivante :

$$S\dot{S} < 0 \quad (\text{pour } t > 0 \text{ et } |S| \geq \delta). \quad (\text{II.11})$$

Où $\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial t}$

L'inégalité (II.4) est le résultat partiel du deuxième théorème de Lyapunov sur la stabilité [42] [43], où la fonction candidate de Lyapunov s'écrit sous la forme :

$$V(S) = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{II.12})$$

La conformité de (II.4) signifie qu'en une position non proche de la surface glissante, la trajectoire d'état S est continuellement attirée et converge toujours vers la surface glissante $\zeta = 0$ pour $t > 0$, et que le choix de $u_i = u$ ($t > 0$) soutient cette attraction. Par conséquent, un aspect important et fondamental de la conception de la commande CMG est de déterminer d'abord, pour un ensemble souhaité de paramètres de commande (coefficients glissants), l'action de commande discontinue appropriée pour le système, comme décrit dans (II.2). En d'autres termes, la conception de U_{max} et U_{min} devrait garantir que la condition de cible soit toujours satisfaite pour un système donné.

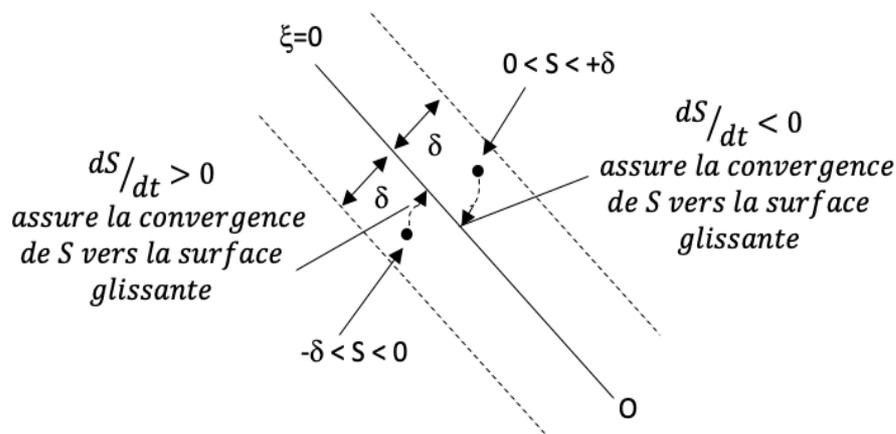


Figure 2. 7 Trajectoire S à un emplacement au voisinage de la surface coulissante $0 < |S| < \delta$ convergeant vers la surface glissante dans le processus de contrôle CMG lorsque la condition d'existence est remplie.

2.5.2 Condition d'existence

Le système étant déjà conçu pour remplir la condition de cible, il est alors nécessaire de vérifier si le système respecte également la condition d'existence qui assure qu'une fois la trajectoire à des points proches de la surface glissante telle que $0 < |S| < \delta$, et elle est toujours dirigée vers la surface glissante, comme illustré sur la Fig. 2.7.

La condition d'existence de l'opération CMG peut être déterminée en inspectant uniquement la condition d'accessibilité locale de $S \frac{dS}{dt} < 0$, telle que le domaine $0 < |S| < \delta$, la condition :

$$\lim_{S \rightarrow 0} S \cdot \frac{dS}{dt} < 0, \quad (\text{II.13})$$

Doit être satisfait. Cela peut être exprimé comme :

$$\lim_{S \rightarrow 0^+} \frac{dS}{dt} < 0 \quad \text{Et} \quad \lim_{S \rightarrow 0^-} \frac{dS}{dt} > 0 \quad (\text{II.14})$$

Au sens physique, la condition d'existence peut être comprise comme une exigence pour que la trajectoire contrôlée et sa dérivée temporelle aient des signes opposés au voisinage d'une surface discontinue [31].

2.5.3 Conditions de stabilité

En plus de la condition d'existence, l'action de commande et les coefficients de glissement doivent être dimensionnés pour respecter la condition de stabilité. Ceci afin d'assurer qu'en cas de fonctionnement en phase glissante, la surface glissante souhaitée orientera toujours la trajectoire vers un point d'équilibre stable. Si la réponse souhaitée n'est pas atteinte, le système CMG sera instable. La figure 2.8 (a) montre la trajectoire d'un système sous opération CMG se stabilisant au point d'équilibre souhaité O lorsque la condition de stabilité est remplie, et la figure 2.8 (b) montre la même trajectoire passant par O lorsque la condition de stabilité n'est pas remplie

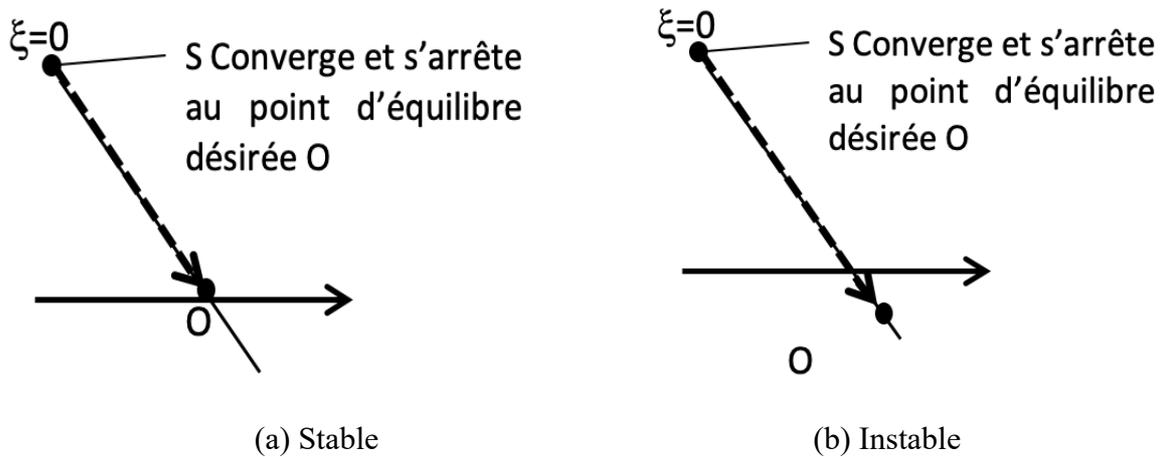


Figure 2. 8 Trajectoire S se déplaçant sur la surface glissante et (a) convergeant vers le point d'équilibre souhaité O lorsque la condition de stabilité est remplie, et (b) passant par et ne s'arrêtant pas au point d'équilibre souhaité O lorsque la condition de stabilité n'est pas remplie.

En général, la stabilité d'un système est obtenue en s'assurant que les valeurs propres du Jacobien du système à la région d'état stationnaire ont des parties réelles négatives. Dans ce qui suit, nous examinerons comment la condition de stabilité de l'opération CMG peut être trouvée pour un système avec une variété coulissante linéaire et pour un système avec une variété coulissante non linéaire.

2.5.4 Système avec surface glissante non linéaire

Pour un système contrôlé par CMG ayant une équation de mouvement non linéaire pendant le fonctionnement CMG, une approche différente basée sur la méthode de contrôle équivalente est adoptée pour dériver la condition de stabilité [44] Cette approche implique d'abord de dériver la dynamique de glissement idéale du système, puis d'effectuer une analyse de stabilité sur son point d'équilibre.

2.5.4.1 Dynamique de glissement idéale

Le remplacement de l'action de commande discontinue $u(t)$ par une action de commande continue $u_{eq}(t)$ dans (II.15) convertit le système CMG à commutation en un système CMG continu moyen donné par :

$$\dot{X} = (g(X(t) + \varphi(t)) \cdot u_{eq}(t), \quad (\text{II.15})$$

L'action de contrôle $u_{eq}(t)$, qui est le contrôle équivalent dérivé de la méthode de contrôle dite équivalente (à discuter dans la section suivante), est une solution de $\frac{dS}{dt} = 0$. D'après (II.10), il est clair que $u_{eq}(t)$ est une fonction $f(\cdot)$ de la dynamique des variables d'état et des coefficients de glissement, et il peut être donné par :

$$u_{eq} = f(\sum_{i=1}^m a_i \dot{x}_i(t) = 0) \quad (\text{II.16})$$

La substitution de (II.15) dans (II.16) donne :

$$\dot{X} = (g(X(t) + \varphi(t)) \cdot f(\sum_{i=1}^m a_i \dot{x}_i(t) = 0) \quad (\text{II.17})$$

qui représente la dynamique de glissement idéale du système pendant le fonctionnement CMG et qui est indépendante du signal de commande.

2.5.4.2 Point d'équilibre

Supposons qu'il existe un point d'équilibre stable sur la variété glissante sur lequel la dynamique de glissement idéale s'est finalement installée. Ensuite, les équations d'état dans (II.17) peuvent être résolues pour donner le point de fonctionnement en régime permanent ($x_{1(ss)}$, $x_{2(ss)}$, ..., $x_{m(ss)}$) pendant le fonctionnement SM en posant $\dot{x}(t) = 0$.

2.4.5 Commande équivalent

Le fonctionnement idéal de la commande CMG est censé faire fonctionner le système à une fréquence de découpage infinie telle que la trajectoire se déplace précisément sur le collecteur glissant. Cependant, comme indiqué précédemment, les limitations pratiques des dispositifs et des composants du système modifieront le comportement réel du mouvement de glissement et induiront une oscillation haute fréquence de faible amplitude (broutage) au voisinage de la surface de glissement tout en se déplaçant vers l'origine (voir Figure .2.2 b). Il est possible d'identifier deux composantes dans la trajectoire, à savoir une composante « rapide » (haute fréquence) et une composante « lente » (basse fréquence).

$$u_{eq}(t) = u_{high}(t) + u_{low}(t). \quad (II.18)$$

Il est clair que l'action de commutation de $u_{high}(t)$ produit la composante de trajectoire haute fréquence, et l'action de commutation de $u_{low}(t)$ produit la composante de trajectoire basse fréquence. En ignorant la composante haute fréquence, qui peuvent souvent être pratiquement filtrés par un filtre passe-bas du système ou qui apparaîtront simplement comme un bruit de broutage indésirable, le mouvement de la trajectoire est alors uniquement déterminé par la composante basse fréquence. Il est donc raisonnable de ne considérer que l'action de commutation continue à basse fréquence $u_{low}(t)$ comme l'action de commutation souhaitée qui produira une trajectoire qui est presque équivalente à une trajectoire idéale contrôlée par SM. C'est ce que l'on appelle la commande équivalente du système, c'est-à-dire $u_{eq}(t)$, et c'est en fait l'action de commutation continue à basse fréquence $u_{low}(t)$ décrite ci-dessus. La méthode d'obtention du contrôle équivalent est donnée comme suit.

Soit un système :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \text{ Où } u(t) = (u^+, u^-), \quad (II.19)$$

Sous un fonctionnement CMG idéal, la trajectoire $S(t)$ se déplace toujours le long de la variété glissante, c'est-à-dire $S(t) = 0$, et en l'absence de toute oscillation à haute fréquence, il est également vrai que $\frac{ds}{dt} = \dot{S}(t) = 0$. Dans la théorie du contrôle CMG, ceci est également connu comme conditions d'invariance.

Ensuite, supposons que la commande équivalente produise une trajectoire ressemblant à une opération CMG idéale. Sous cette condition, l'équation du système :

$$\dot{S}(t) = G * f(x(t), u(t)) \quad (\text{II.20})$$

Où $G = \frac{\partial s}{\partial x}$ peut-être réécrite comme :

$$\dot{S}(t) = G * f(x(t), u_{eq}(t)) \quad (\text{II.21})$$

Alors, la solution du contrôle équivalent $u_{eq}(t)$ peut être obtenue en résolvant :

$$G * f(x(t), u_{eq}(t)) = 0 \text{ Et peut être exprimée par } u_{eq}(t) = H * (G * f(x(t), u_{eq}(t)) = 0).$$

Enfin, si $u_{eq}(t)$ est substitué dans le système d'origine, nous obtenons :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u_{eq}(t)) \quad (\text{II.22})$$

Qui est l'équation de mouvement du système en fonctionnement SM. Cette méthode de dérivation du signal de commande équivalent $u_{eq}(t)$, ainsi que la formulation de l'équation de mouvement comme indiqué dans (II.22), est connue comme la méthode de commande équivalente [45].

Pour la loi de commande, on considère un exemple de simulation ; un robot manipulateur à deux bras. Dont l'exemple, l'approche de commande est testée sans et avec la non-linéarité à l'entrée et la perturbation externe.

2.6 Application de la commande par mode glissant

Pour valider la loi de commande mode de glissant utilisée, on considère deux exemples de simulation ; un pendule inversé qui est un système non linéaire mono-variable et un robot manipulateur à deux bras qui est un système non linéaire multi-variable.

2.6.1 pendule inversé

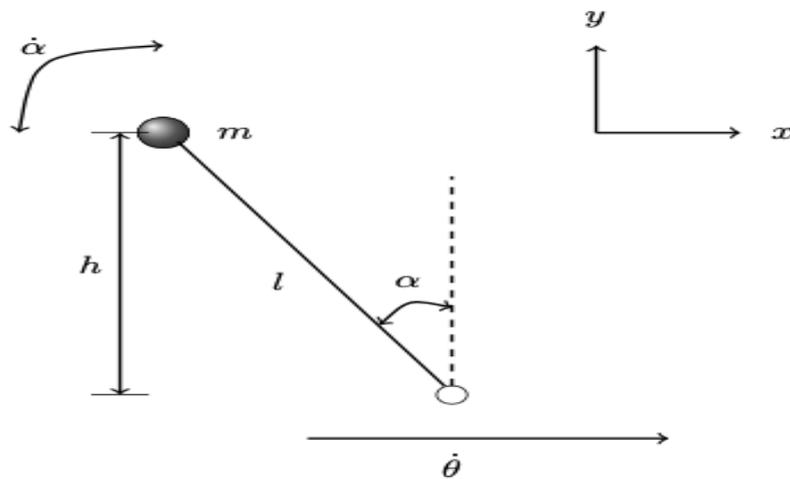


Figure 2. 9 illustration du pendule inversé

Le système est présenté par son modèle dynamique est donné par :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = f(x) + g(x) * u \quad (\text{II.23})$$

$$y = x_1$$

Tel que :

$$f(x) = \frac{g \sin x_1 - (m l x_2^2 x_1 \cos x_1 \sin x_1) / (m_c + m_p)}{l(4/3 - m_p \cos^2 x_1 / (m_c + m_p))}$$

$$g(x) = \frac{\cos x_1 / (m_c + m_p)}{l(4/3 - m_p \cos^2 x_1 / (m_c + m_p))}$$

(II.24)

Notre objectif est de forcer les sorties du système $y = x_1$ à suivre la trajectoire désirée

$$y_{d1}(t) = \sin(t)$$

L'erreur de poursuite est définie par :

$$e(t) = y_d(t) - y(t)$$

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_1\right)^{2-1} e(t), \lambda_1 > 0 \quad (\text{II.25})$$

$$s(t) = \frac{de}{dt}(t) + \lambda_1 e$$

La solution de l'équation $s(t) = 0$ (implique que l'erreur de poursuite $e(t)$ converge vers zéro avec une certaine constante de temps. Par conséquent, l'objectif de la commande revient alors à forcer le signal $s(t)$ à converger vers zéro quand le temps t tend vers l'infini. Les dérivées des erreurs de poursuite filtrées peuvent s'écrire comme suit :

$$\dot{s} = \ddot{e}_1 + \lambda_1 \dot{e}_1$$

$$\dot{s} = (\ddot{y}_d - \ddot{y}) + \lambda_1 \dot{e} \quad (\text{II.26})$$

$$\dot{s} = -f(x) + g(x)u + \ddot{y}_d + \lambda_1 \dot{e}$$

La loi de commande idéale u suivante peut atteindre l'objectif de commande s'écrit comme suit :

$$\dot{s} = -k_1 s - k \operatorname{sign}(s) \quad (\text{II.27})$$

En effet, en remplaçant la loi de commande idéale dans (II.27) on obtient :

$$u = g(x)^{-1}(-f(x) + k_1s + k \operatorname{sign}(s) + \ddot{y}_d + \lambda_1\dot{e}). \quad (\text{II.28})$$

$$u = g(x)^{-1}(-f(x) + k_1s + k \operatorname{sign}(s) + v)$$

Avec : $v = \ddot{y}_d + \lambda_1\dot{e}$, k et k_1 sont des constantes positives

Les paramètres choisis pour la commande U : $\lambda_1 = 6$, $k_1 = 0.1$, $k = 5$

2.6.1.1 Résultat de simulation :

Les Figures 2.10 présente l'évolution de signal de la commande PID u, tandis que la Figure 2.11 présente le résultat de simulation de la position α .

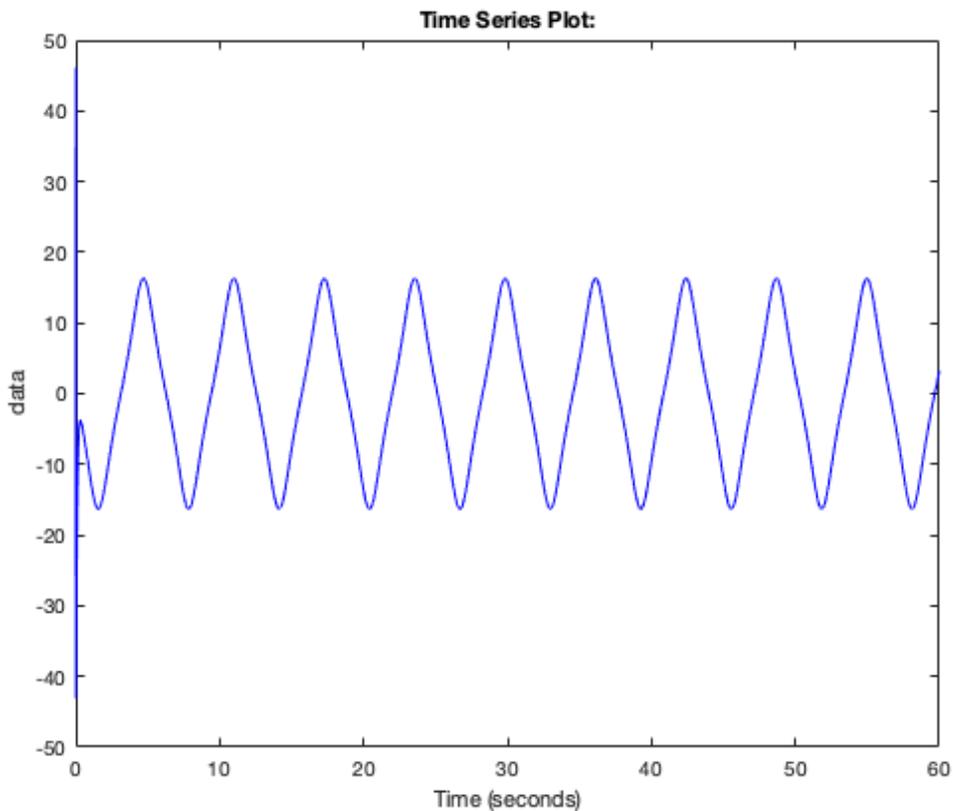


Figure 2. 10 commande pour le pendule inversé

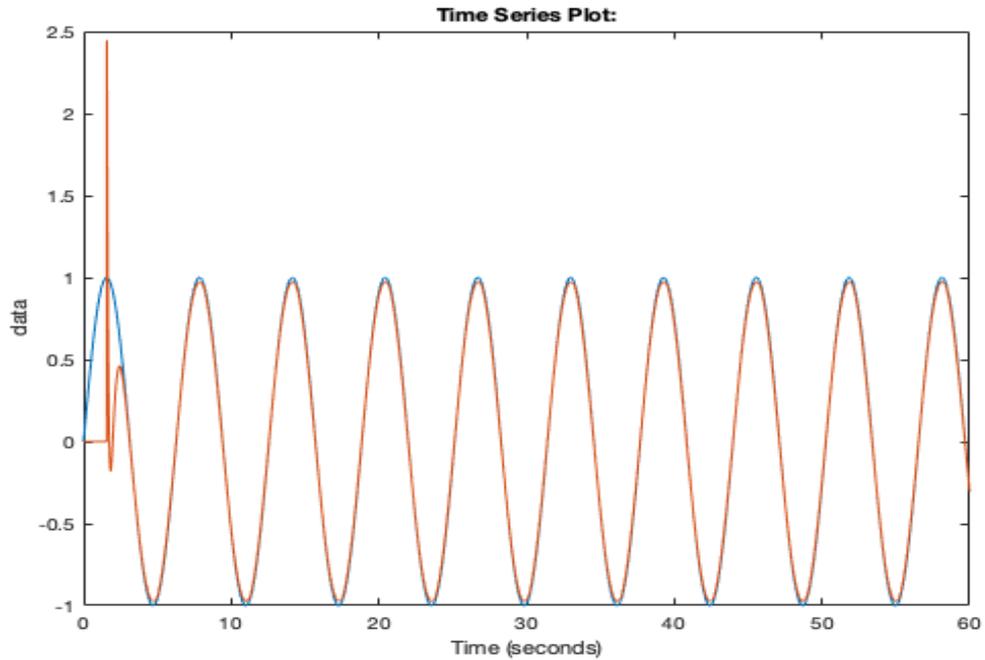


Figure 2. 11 la sortie du pendule inversé

INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS

D'après les résultats obtenus de la simulation on voit que la sortie y suivait la consigne $y_d = \sin(t)$ ce qui implique l'efficacité et la robustesse de la commande par mode glissant et que le signal de la commande mode de glissant est bornés.

2.6.2 robot manipulateur à deux bras

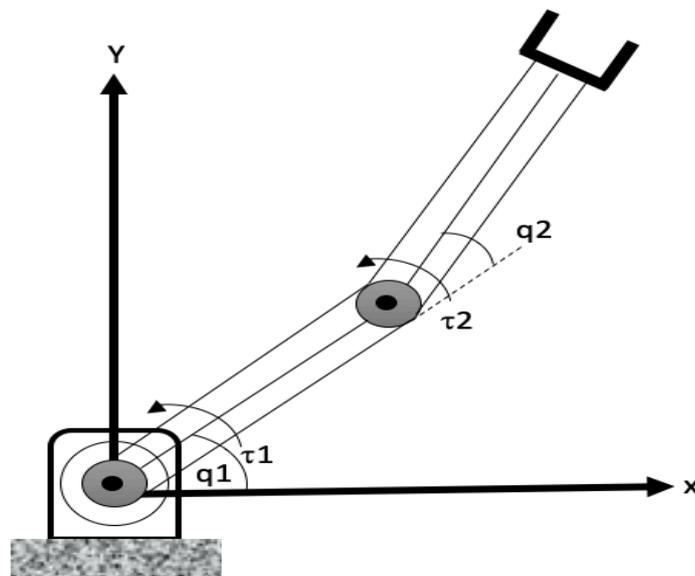


Figure 2. 12 illustration du robot manipulateur a deux bras

Le modèle dynamique du robot manipulateur à deux bras est donné par [46, 47] :

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Avec

$$P_{11} = a_1 + 2a_3 \cos(q_2) + 2a_4 \sin(q_2)$$

$$P_{12} = P_{21} = a_2 + a_3 \cos(q_2) + a_4 \sin(q_2)$$

$$P_{22} = a_2, \quad h = a_3 \sin(q_2) - a_4 \cos(q_2)$$

Et

$$a_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2$$

$$a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2$$

$$a_3 = m_e I_1 l_{ce} \cos \delta_e$$

$$a_4 = m_e I_1 l_{ce} \sin \delta_e$$

Les paramètres du robot manipulateur sont : $m_1 = 1, m_e = 2, I_1 = 1, I_{c1} = 0.5, I_{ce} = 0.6, I_1 = 0.12, I_e = 0.25, \delta_e = 30^\circ$.

En posant $y = [q_1, q_3]^T, u = [u_1, u_2]^T$ et $x = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T$, on peut récrire le modèle dynamique du robot (2.23) en présence des non linéarité à l'entrée comme suit :

$$\ddot{y} = f(x) + G(x) * N(u) \quad (\text{II.30})$$

avec :

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{bmatrix} = -P^{-1} \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = P^{-1} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

Notre objectif est de forcer les sorties du système q_1 et q_3 à suivre les trajectoires désirées $y_{d1}(t) = \sin(t)$ et $y_{d2}(t) = \cos(t)$.

Les erreurs de poursuite sont définies par :

$$\begin{aligned} e_1(t) &= y_{d1}(t) - q_1(t) \\ e_2(t) &= y_{d2}(t) - q_3(t) \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Et les erreurs de poursuite filtrées sont définies par :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda_1 \right)^{2-1} e_1(t), \lambda_1 > 0 \\ s_1(t) &= \frac{de_1}{dt}(t) + \lambda_1 e_1 \quad (\text{II.32}) \\ s_2(t) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda_2 \right)^{2-1} e_2(t), \lambda_2 > 0 \\ s_1(t) &= \frac{de_2}{dt}(t) + \lambda_2 e_2 \end{aligned}$$

La solution de l'équation $s_i(t) = 0$ ($i = 1, 2$) implique que l'erreur de poursuite $e_i(t)$ ($i = 1, 2$) converge vers zéro avec une certaine constante de temps. Par conséquent, l'objectif de la commande revient alors à forcer le signal $s_i(t)$ à converger vers zéro quand le temps t tend vers l'infini. Les dérivées des erreurs de poursuite filtrées peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \ddot{e}_1 + \lambda_1 \dot{e}_1 \\ \dot{s}_1 &= (\ddot{y}_{d1} - \ddot{q}_1) + \lambda_1 \dot{e}_1 \\ \dot{s}_1 &= -(f_1 + (g_{11}u_1) + (g_{12}u_2)) + \ddot{y}_{d1} + \lambda_1 \dot{e}_1 \end{aligned}$$

$$\dot{s}_2 = \ddot{e}_2 + \lambda_2 \dot{e}_2$$

$$\dot{s}_2 = (\ddot{y}_{d2} - \ddot{q}_2) + \lambda_2 \dot{e}_2 \quad (\text{II.33})$$

$$\dot{s}_2 = -(f_1 + (g_{21}u_1) + (g_{22}u_2)) + \ddot{y}_{d2} + \lambda_2 \dot{e}_2$$

En utilisant (II.30), l'équation de la dynamique de s définit dans (II.33) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{s}_1 = v_1 - f_1 - [g_{11} \ g_{12}][u_1 \ u_2]^T \quad (\text{II.34})$$

$$\dot{s}_2 = v_2 - f_2 - [g_{21} \ g_{22}][u_1 \ u_2]^T$$

La loi de commande idéale u suivante peut atteindre l'objectif de commande s'écrit comme suit :

$$\dot{s}_1 = -k_1 s_1 - k_{01} \text{sign}(s_1) \quad (\text{II.35})$$

$$\dot{s}_2 = -k s_2 - k_{02} \text{sign}(s_2)$$

En effet, en remplaçant la loi de commande idéale dans (II.35) on obtient :

$$u_1 = P_{11}(-f_1 + v_1 + k_1 s_1 + k_{01} \text{sign}(s_1)) + P_{21}(-f_2 + v_2 + k_2 s_2 + k_{02} \text{sign}(s_2))$$

$$u_2 = P_{21}(-f_1 + v_1 + k_1 s_1 + k_{01} \text{sign}(s_1)) + P_{22}(-f_2 + v_2 + k_2 s_2 + k_{02} \text{sign}(s_2))$$

$$(\text{II.36})$$

Avec : $k = \text{diag}[k_1, k_2]$, $k_{0i} = \text{diag}[k_{01}, k_{02}]$ où k_i, k_{0i} sont des constantes positives.

$$\text{Et } P = [P_{11} \ P_{12}; P_{21} \ P_{22}] = G^{-1}$$

D'après cette dernière équation, on peut conclure que l'erreur filtrée $s_i \rightarrow 0$, ($i = 1,2$) quand $t \rightarrow \infty$. Cela implique que l'erreur de poursuite e_i , ($i = 1, 2$) et toutes ses dérivées jusqu'à convergent vers zéro quand $t \rightarrow \infty$.

Les paramètres choisis pour la commande U : $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 4$, $K_{1,2} = 15$, $K_{01,02} = 2$

2.6.2.1 Résultat de simulation :

Les résultats de simulation sont présentés par les Figures 2.13 à 2.15, Où figure 2.13 présente le signal de commande u et figure 2.14 et figure 2.15 présentent l'évolutions des sorties angulaires $y_1=q_1$ et $y_2= q_2$

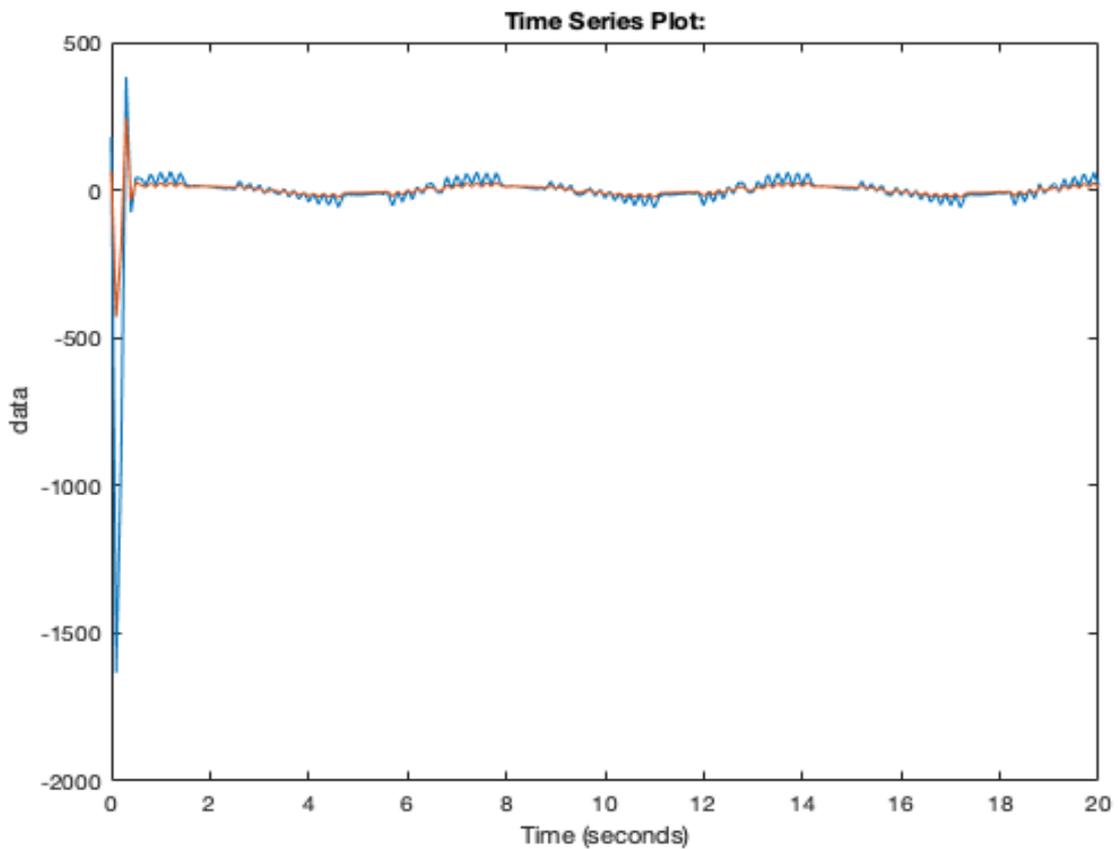


Figure 2. 13 Signal de commande u du système

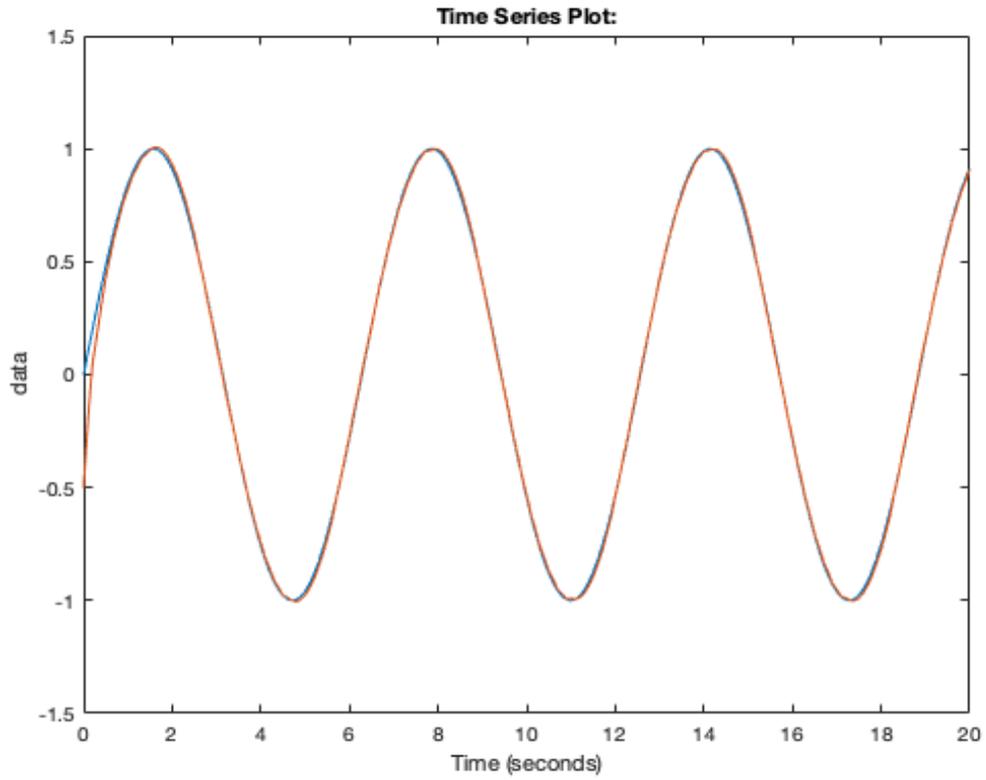


Figure 2. 14 Signal de la sortie ($Y1=q1$) du système

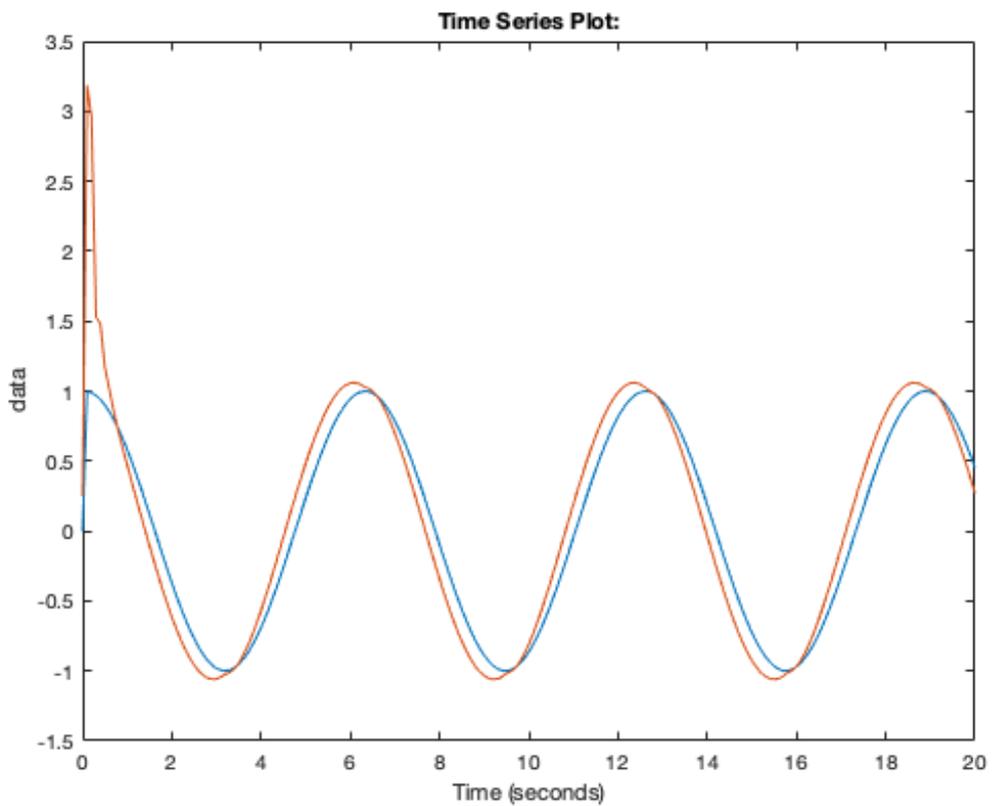


Figure 2. 15 Signal de la sortie ($Y2=q3$) du système

2.6.3 Interprétation des résultats obtenus

Ces résultats illustrent l'efficacité de la méthode de commande mode glissant utilisée ; les trajectoires réelles convergent rapidement vers les trajectoires désirées, et les signaux de commande sont bornés et atteignent très rapidement leurs valeurs idéales.

2.6 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté, la théorie de la CMG et ses principes de base. Ensuite on a proposé une structure de CMG pour un système non linéaire mono-variable d'ordre un et un système non linéaire multi-variable d'ordre deux .Une analyse de stabilité, basée sur le théorème de Lyapunov est montrée. D'après les résultats de simulation on a prouvé l'efficacité de la commande proposée a convergence de l'erreur de poursuite vers zéro et la bornitude de tous les signaux impliqués dans le système en boucle fermée., où le grand intérêt de cette commande se situe dans la simplicité de mise en œuvre, et la propriété d'invariance de la commande qui permet d'asservir des systèmes incertains et perturbés. La discontinuité de la commande de commutation est un inconvénient majeur, dont plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature. Le chapitre suivant proposera de l'extension de l'utilisation la commande par mode glissant pour de classe des systèmes sous-actionnées.

Chapitre 03

**Commande des systèmes
sous-actionnées par mode
glissant**

Chapitre03 commande des systèmes sous-actionnées par mode glissant

3.1 Introduction :

Les raisons de la sous-actionnement incluent la dynamique, du système par nature comme les avions, les engins spatiaux, les hélicoptères et les véhicules sous-marins, la sous-actionnement peut être introduit par conception pour la réduction du poids, ce phénomène peut être imposé artificiellement pour créer des complexes non linéaires d'ordre bas. Des systèmes pour mieux comprendre le contrôle de systèmes sous-actionnés d'ordre élevé, tels qu'un système à pendule inversé, un système à bille sur une poutre et d'autres systèmes de ce type. Le manque d'actionneurs dans SMSA apporte encore beaucoup de difficultés pour concevoir les contrôleurs, le problème du contrôle a toujours fait l'objet de recherches que les experts étudient avec diligence. Par conséquent, la recherche sur les SMSA a une signification théorique et pratique importante.

À l'heure actuelle, se fier uniquement à CMG ne peut pas répondre aux exigences pratiques. Ainsi, il existe une méthode de contrôle basée sur un observateur de perturbations, une méthode CMG adaptative, une méthode CMG de second ordre amélioré [15], etc. La méthode basée sur l'observateur de perturbation peut améliorer la robustesse du système en estimant la perturbation et en compensant la valeur estimée au contrôleur. Cependant, CMG peut provoquer des vibrations du système, ce qui entraînera une consommation inutile d'énergie par le système et affectera les performances de contrôle du système. Pour cette raison, le broutement reste un problème important à résoudre.

Le problème de commande des systèmes sous-actionnés est plus complexe que celle des systèmes complètement actionnés. Cela est due au couplage qui existe entre les sorties et les entrées.

Différents schémas de commande ont été développés pour des systèmes sous-actionnés au cours des deux dernières décennies. En effet, la commande par mode de glissement a été appliquée avec succès à des classes de systèmes sous-actionnés ayant des dynamiques connues.

Dans ce chapitre nous proposons d'utiliser la commande swing up et deux schémas de commande de type mode glissant pour une classe de systèmes non linéaires sous-actionnés.

3.2 Commande swing up

L'approche du contrôleur est basée sur l'utilisation de deux lois de commande ; une loi de commande d'énergie est utilisée pour permettre d'osciller le pendule jusqu'à une certaine distance de la position haute. L'énergie totale du pendule est la somme de son énergie cinétique de rotation et de son énergie potentielle, et une loi de commande PID classique permet de le stabiliser en la position désirée.

3.2.1 Exemple illustratif

Dans cet exemple, nous proposons de stabiliser le pendule inversé rotatif représenté par la Figure 3.1 dont la dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned} & \left(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r \right) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \right) \ddot{\alpha} + \\ & \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\alpha} \dot{\theta} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha}^2 = \frac{k_m (V_m - k_m \dot{\theta})}{R_m} - D_r \dot{\theta} \quad (\text{III.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \dot{\theta}^2 + \\ & \frac{1}{2} m_p L_p g \sin(\alpha) = -D_p \dot{\alpha} \quad (\text{III.2}) \end{aligned}$$

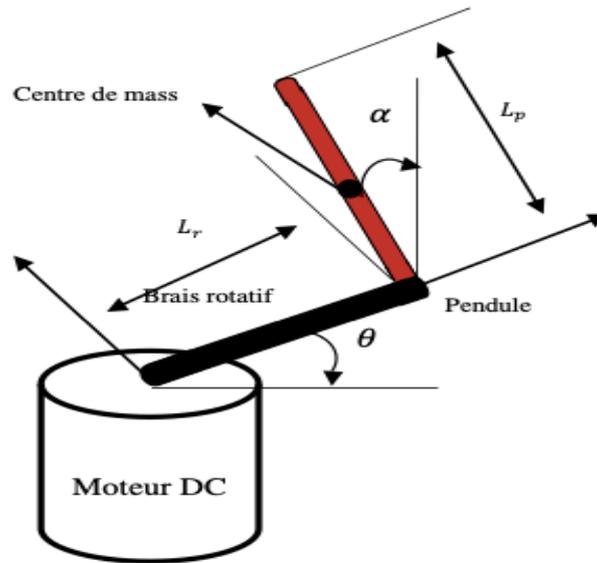


Figure 3. 1 illustration du pendule inversé rotatif

Le modèle linéarisé autour du point d'équilibre instable $\theta = 0$ est donné comme suit :

$$(m_p L_r^2 + J_r) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \right) \ddot{\alpha} = \frac{k_m (V_m - k_m \dot{\theta})}{R_m} - D_r \dot{\theta} \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{1}{2} m_p L_p L_r \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha = -D_p \dot{\alpha} \quad (\text{III.4})$$

Où Propriétés physiques du pendule inversé rotatif :

$$R_m = 2.60 \Omega, \quad L_r = 0.18 \text{ mH}, \quad m_p = 0.127 \text{ kg},$$

$$L_p = 0.337 \text{ m}, \quad J_p = 0.0012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad D_p = 0.0024 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{s}}{\text{rad}}$$

$$D_r = 0.2159 \text{ m}, \quad J_r = 9.98 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m},$$

$$k_m = 0.0077 \text{ V} \cdot \frac{\text{s}}{\text{rad}}, \quad g = 9.8 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

En utilisant les valeurs numériques des paramètres données. Le modèle d'état linéaire obtenu est donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 80.3 & -45.8 & -0.930 \\ 0 & 122 & 44.1 & -1.40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 83.4 \\ 80.3 \end{bmatrix} V_m \quad (\text{III.5})$$

L'objectif de commande est de stabiliser le pendule en sa position d'équilibre verticale à partir de la condition initiale $\theta = 10$, $\alpha = 0$. A cet effet, une commande PID classique est conçue sur la base du modèle linéaire (III.3).

3.2.2 Le schéma de commande

$$u = \begin{cases} K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} & |\alpha| \leq 20^\circ \\ \text{sat}_{u_{max}}(\mu(E - E_r) \text{sign}(\dot{\alpha} \cos(\alpha))) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Où : $E = \frac{1}{2} m_p g L_p (1 - \cos(\alpha)) + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2$.

Avec : μ est un gain de commande, E_r est l'énergie de référence souhaitée. Notons que l'utilisation de la fonction $\dot{\alpha} \cos(\alpha)$ permet de faire une commutation plus rapide

Dans ce test on utilise les conditions initiales : $[c1, c2, c3, c4] = [0, \pi/9, 0, 0.3]$.

Les simulations ont été réalisées sur le modèle linéaire du système. L'algorithme de résolution utilisé est celui de ode45 (dormance prince) avec un pas de simulation de 0.01.

3.2.3 Résultats de simulation

Les résultats de la simulation sont illustrés par les Figures 3.2 à 3.4.

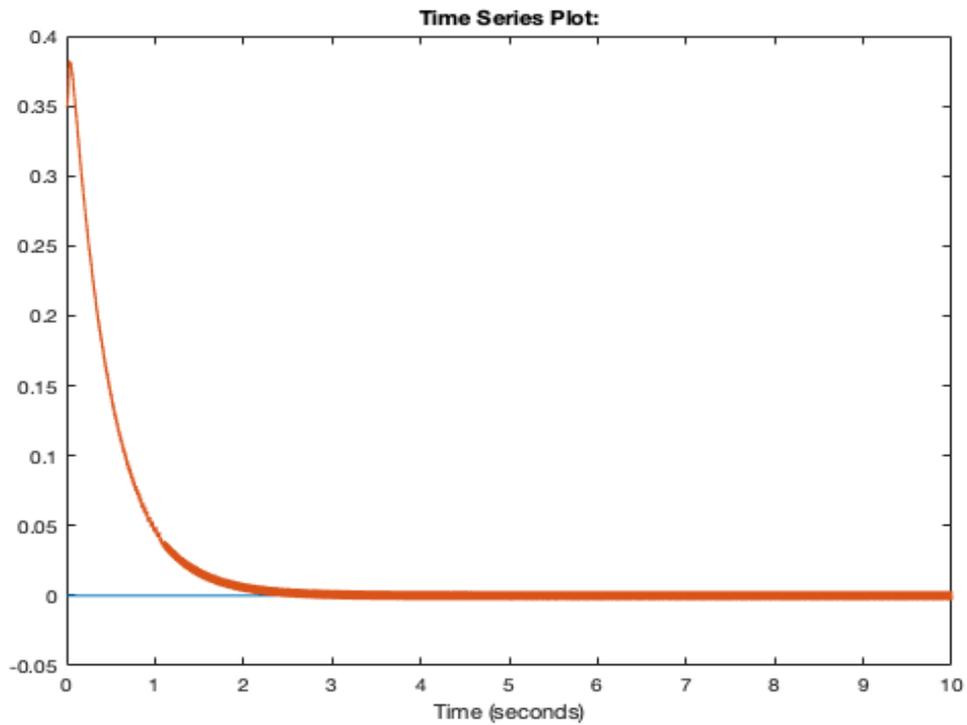


Figure 3. 2 la sortie y2 = la position angulaire α

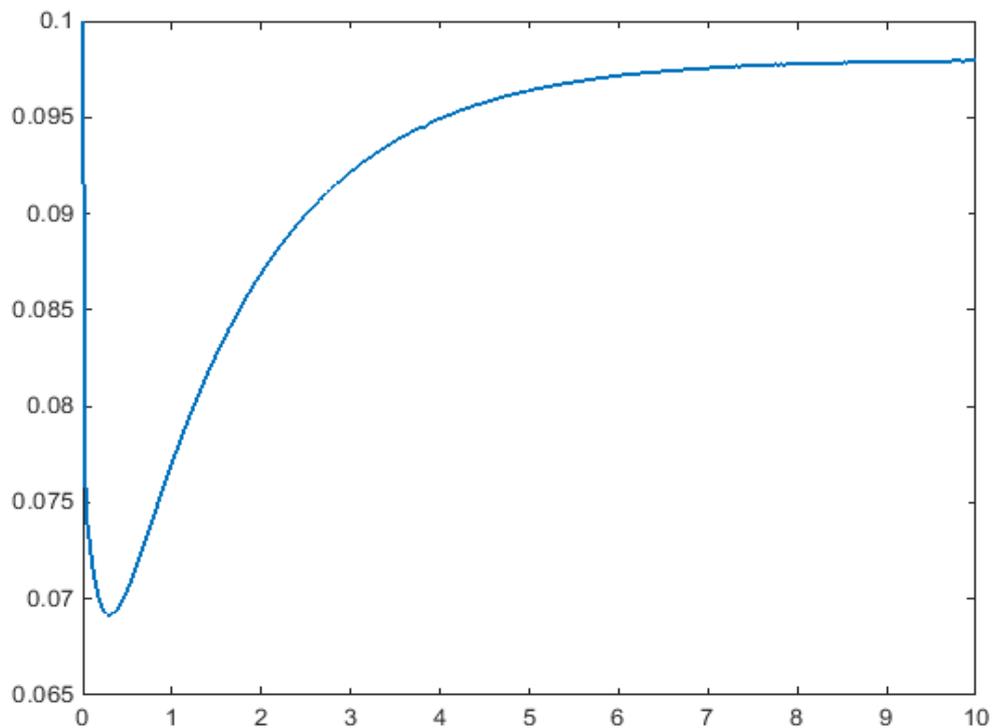


Figure 3. 3 la sortie y1 = la position angulaire θ

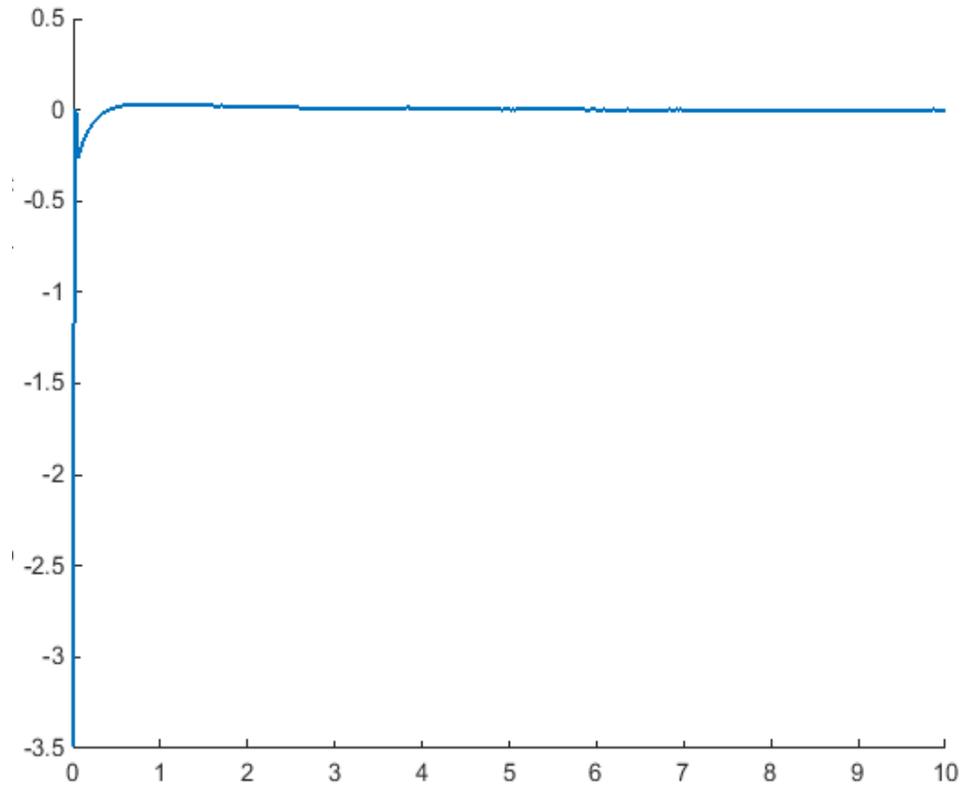


Figure 3. 4 Signal de commande PID

3.2.4 Interprétation des résultats obtenus

A partir de ces Figures on peut voir que, ces approches de commande permettent de donner une bonne performance de stabilisation

3.3 Commande par mode glissant

3.3.1 Position du problème

Considérons une classe des systèmes sous-actionnés non linéaires incertains à deux degrés de liberté donnée par son modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + b_1(x)u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + b_2(x)u \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

où $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état du système supposé disponible pour la mesure, $y = [x_1, x_3]^T$ est la sortie du système, u est l'entrée de commande, $f_1(x), f_2(x), b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont des fonctions continues non linéaires inconnues.

Hypothèse 4.1: Les gains de commande $b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont bornés, non nuls et de signe commun inconnu, c'est-à-dire $0 < \underline{b}_i \leq |b_i(x)| < \bar{b}_i$, $i = 1, 2$, où \underline{b}_i et \bar{b}_i sont des constantes positives inconnues.

Objectif : Notre objectif est de développer une loi de commande u pour assure la convergence de x_1 et x_3 respectivement vers les valeurs désirées x_{d1} et x_{d3} , sous la contrainte que tous les signaux impliqués dans la boucle de commande doivent être bornés.

Définissons les erreurs suivantes :

$$e_1(t) = x_1(t) - x_{d1} \quad (\text{III.8})$$

$$e_2(t) = x_3(t) - x_{d3} \quad (\text{III.9})$$

Avec : x_{d1} et x_{d3} sont des valeurs constantes désirées.

Les surfaces de glissement correspondantes sont définies par :

$$S_1(t) = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1, \lambda_1 \geq 0 \quad (\text{III.10})$$

$$S_2(t) = \dot{e}_2 + \lambda_2 e_2, \lambda_2 \geq 0 \quad (\text{III.11})$$

Les équations dynamiques de S_1 et S_2 sont alors :

$$\dot{S}_1 = \lambda_1 x_2 + f_1(x) + b_1(x)u \quad (\text{III.12})$$

$$\dot{S}_2 = \lambda_2 x_4 + f_2(x) + b_2(x)u \quad (\text{III.13})$$

Si les fonctions $f_1(x)$, $f_2(x)$, $b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont connues exactement, on définit la commande équivalente pour chaque sous-système comme suit :

$$u_1 = -b_1^{-1}(x)(\lambda_1 x_2 + f_1(x)) \quad (\text{III.14})$$

$$u_2 = -b_2^{-1}(x)(\lambda_2 x_4 + f_2(x)) \quad (\text{III.15})$$

Puisque l'objectif est de concevoir une loi de commande unique u qui assure la convergence de $x_1(t)$ et $x_3(t)$ respectivement vers les valeurs désirées x_{d1} et x_{d3} , c'est-à-dire, les deux erreurs $e_1(t)$ et $e_2(t)$ convergent vers zéro quand $t \rightarrow \infty$, il est évident que les deux lois de commande équivalentes ne peut pas assurer cet objectif, car chacune d'eux est conçue uniquement pour stabiliser le sous-système correspondant.

3.3.2 Beam and Ball :

On Considère le système tige et balle illustrée dans la figure 3.5, il est proposé qu'il n'y a pas de friction au centre de rotation et la balle est libre de déplacer au court de la tige. Il est essentiel que la balle fait le contact avec la tige et se déplacer sans arrêt, l'objectif est de faire laisser la Balle près de centre de la tige et la tige dans la position horizontale.

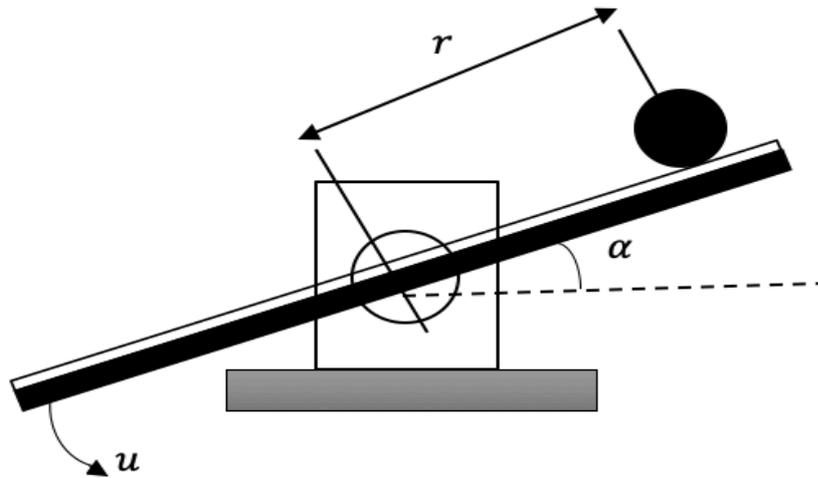


Figure 3. 5 Beam and Ball system

Le système est exprimé par l'équation de son modèle d'état est donnée par [48] :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= u \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= B(x_3x_2^2 - g\sin x_1)
 \end{aligned}
 \tag{III.14}$$

Ou $x_1 = \alpha$ est l'angle entre la tige et l'axe horizontale, $x_2 = \dot{\alpha}$ est la vitesse angulaire entre la tige et l'axe horizontale, $x_3 = r$ est la position de la balle, $x_4 = \dot{r}$ est la vitesse de la balle, $B = MR^2/(J_b + MR^2)$, J_b est le moment d'inertie de la balle, M est la masse de la balle, R est le rayon de la balle et g est la gravitation .

Le système poutre-balle pose un problème de stabilisation difficile, représentatif des difficultés introduites par les non-linéarités à croissance rapide. Pour la balle, la non linéarité critique est la force centrifuge $x_3x_2^2$. Cette force se déstabilise lorsqu'elle s'oppose au terme de force gravitationnelle contrôlant $-g\sin x_1$ [49].

3.3.2.1 Conception du contrôleur :

PREMIERE LOI DE COMMANDE :

Si la dynamique du système est connue, c'est-à-dire que $f_i(x)$ et $b_i(x)$ sont complètement connus, l'entrée CMG idéale globale est donnée par :

$$u^* = u_1 - b^{-1}(K \text{sign}(S_1) + QS_1 + \beta(S_1 - S_2)), \quad (\text{III.15})$$

Où K , Q et β sont des paramètres de conception strictement positifs et $\text{sgn}(\cdot)$ est la fonction de signe standard définie pour la surface S_1 .

En effet, lorsque nous sélectionnons l'entrée de contrôle comme $u = u^*$, se simplifie en :

$$\dot{S}_1 = -K \text{sgn}(S_1) - QS_1 - \beta(S_1 - S_2). \quad (\text{III.16})$$

Pour garantir qu'un mouvement de glissement idéal a lieu à partir de toutes les conditions initiales après avoir atteint la surface de glissement, les inégalités suivantes doivent être satisfaites :

$$K > \max(|\beta(S_1 - S_2)|), \quad (\text{III.17})$$

Et, par conséquent, on a $S_1 \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$

Les paramètres choisis pour la première commande U : $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 6$, $K = 10$, $Q = 2$,

$\beta = 0.6$

RESULTATS DE SIMULATION

Les résultats de la simulation sont illustrés par les Figures 3.6, 3.7 et 3.8

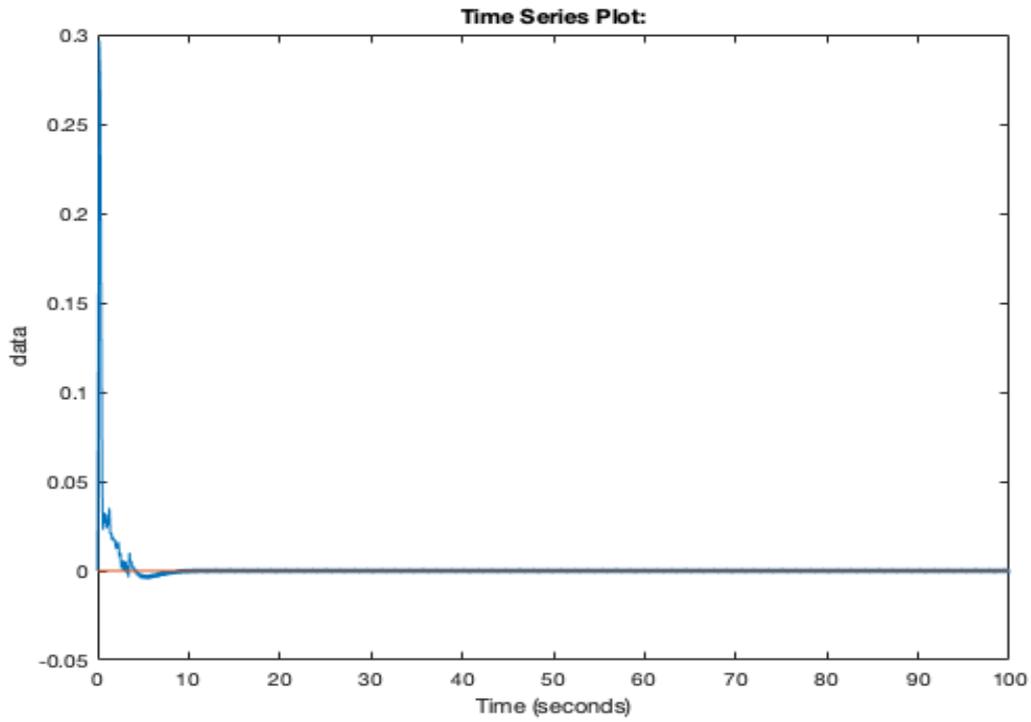


Figure 3. 6 la sortie $y_1= r$

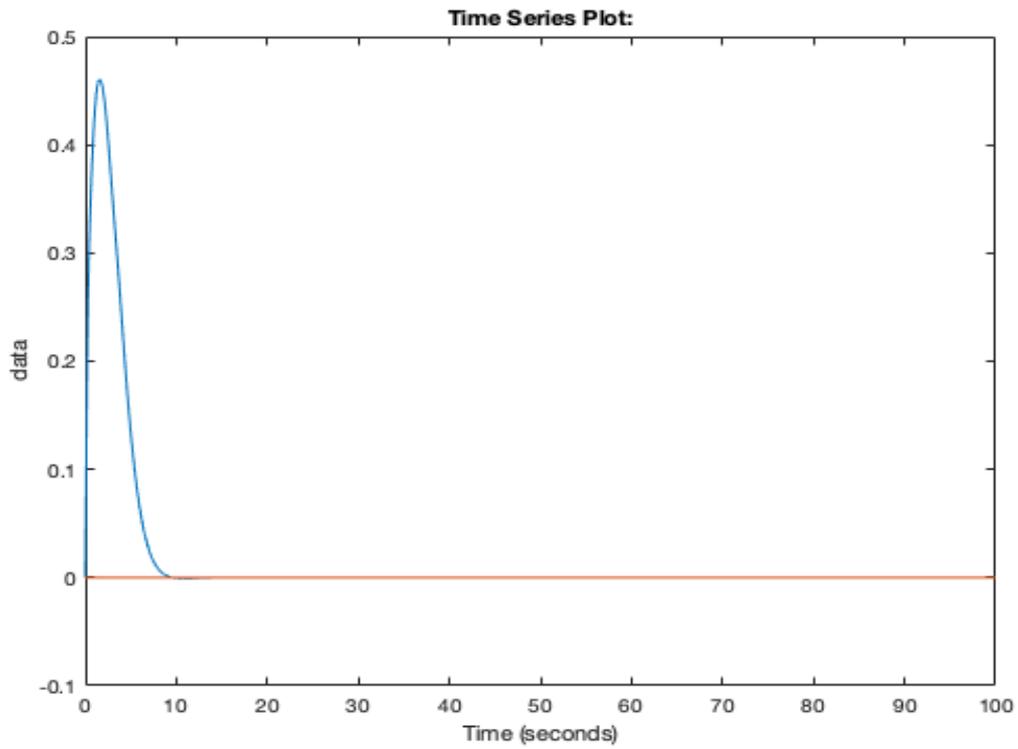


Figure 3. 7 la sortie de l'angle $y_2= \alpha$

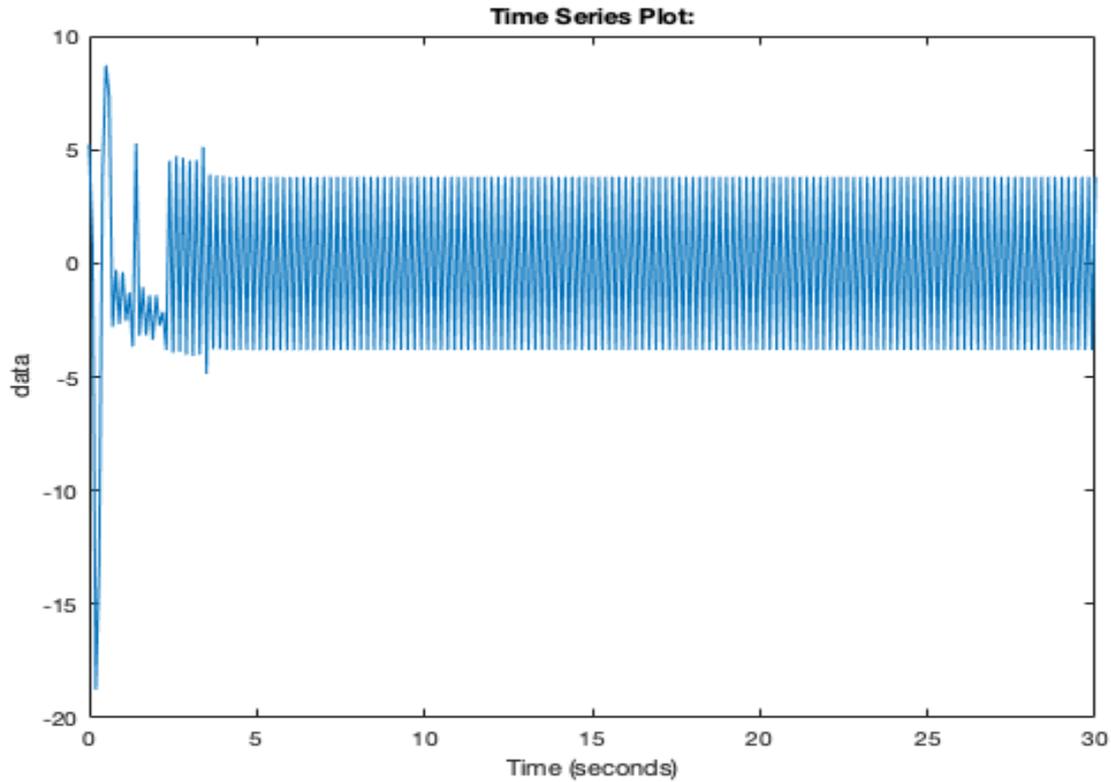


Figure 3. 8 la commande U de système

INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS

On remarque que les trajectoires de sorties convergent vers les valeurs désirées et que les lois de commande sont bornées. Ce qui implique l'efficacité et la robustesse de la commande par mode glissant proposée.

3.3.2.2 Conception du contrôleur :

DEUXIEME LOI DE COMMANDE :

Pour atteindre cet objectif dans le cas où la dynamique du système est connue, nous considérons la loi de commande idéale par mode de glissement suivante :

$$u^* = u_1 - b_1^{-1}(Ksgn(S_1) + Q_1S_1 + \beta|S_2 - S_1|sgn(S_1) + Q_2sign(S_2) - \alpha(S_2 - S_1)) \quad (\text{III.18})$$

Où K , α , β , Q_1 et Q_2 sont des paramètres positifs.

En remplaçant cette loi de commande dans la dynamique de S_1 , on obtient :

$$\dot{S}_1 = -K \operatorname{sgn}(S_1) - Q_1 S_1 - \beta |S_2 - S_1| \operatorname{sgn}(S_1) - Q_2 \operatorname{sign}(S_2) + \sigma \quad (\text{III.19})$$

Où : $\sigma = -\alpha(S_2 - S_1)$.

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} S_1^2 \quad (\text{III.20})$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V} = -K|S_1| - Q_1 S_1^2 - \beta |S_2 - S_1| |S_1| - Q_2 \operatorname{sign}(S_2) S_1 - \alpha(S_2 - S_1) S_1 \quad (\text{III.21})$$

Qui peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -(K - Q_2)|S_1| - Q_1 S_1^2 - (\beta - \alpha)|S_2 - S_1| |S_1| \quad (\text{III.24})$$

Si on choisit $K > Q$ et $\beta > \alpha$, alors on peut conclure, d'après le lemme de Barbalat que S_1

Converge asymptotiquement vers zéro.

Maintenant nous allons étudier le comportement de S_2 quand S_1 converge vers zéro.

Puisque $S_1 = 0$ alors $\operatorname{sign}(S_1) = 0$, l'équation (III.19) devient :

$$\dot{S}_1 = -\alpha S_2 - Q_2 \operatorname{sign}(S_2) \quad (\text{III.25})$$

Par ailleurs, à partir des équations (III.14) et (III.15), on trouve :

$$u = b_2^{-1} \dot{S}_2 + u_2 \quad (\text{III.26})$$

On déduit la valeur du terme u de (III.14) puis on la remplace dans (III.15), il vient :

$$\dot{S}_1 = B_{21} \dot{S}_2 + \Delta_{21} \quad (\text{III.27})$$

Où $B_{21} = b_1/b_2$ et $\Delta_{21} = b_1(u_2 - u_1)$.

De l'équation (4.15) et (4.17), on obtient :

$$B_{21} \dot{S}_2 + \Delta_{21} = -\alpha S_2 - Q_2 \operatorname{sign}(S_2) \quad (\text{III.28})$$

Alors la dynamique de S_2 s'écrit comme suit :

$$\dot{S}_2 = B_{21}^{-1}(-\alpha S_2 - Q_2 \text{sign}(S_2) - \Delta_{21}) \quad (\text{III.29})$$

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_2 = \frac{1}{2} S_2^2 \quad (\text{III.30})$$

La dérivée de V_2 est donnée par :

$$\dot{V}_2 = -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - Q_2 B_{21}^{-1} |S_2| - B_{21}^{-1} \Delta_{21} S_2 \quad (\text{III.31})$$

Qui peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - Q_2 B_{21}^{-1} |S_2| \left(1 - \frac{|\Delta_{21}|}{Q_2}\right) \quad (\text{III.32})$$

Il est clair que, si on choisit $Q_2 \geq |\Delta_{21}|$, alors $\dot{V}_2 \leq 0$, et par conséquent, la surface de glissement S_2 converge vers zéro.

Afin de tester l'efficacité de la deuxième loi de commande de type mode glissant proposée, on considère le problème de stabilisation du système beam and Ball présenté par la Figure 3.5. Ce système a deux degrés de liberté, le principal défi dans la commande de ce système consiste au couplage entre le mouvement de déplacement de la balle t et le mouvement de rotation du la tige.

Les paramètres choisis pour la deuxième commande U : $\lambda_1 = 0.01$, $\lambda_2 = 0.2$, $K = 1.9$

, $Q = 10.3$, $\beta = 0.5$ $\alpha = 0.08$

RESULTATS DE SIMULATION

Les résultats de la simulation sont illustrés par les Figures 3.9, 3.10 et 3.11

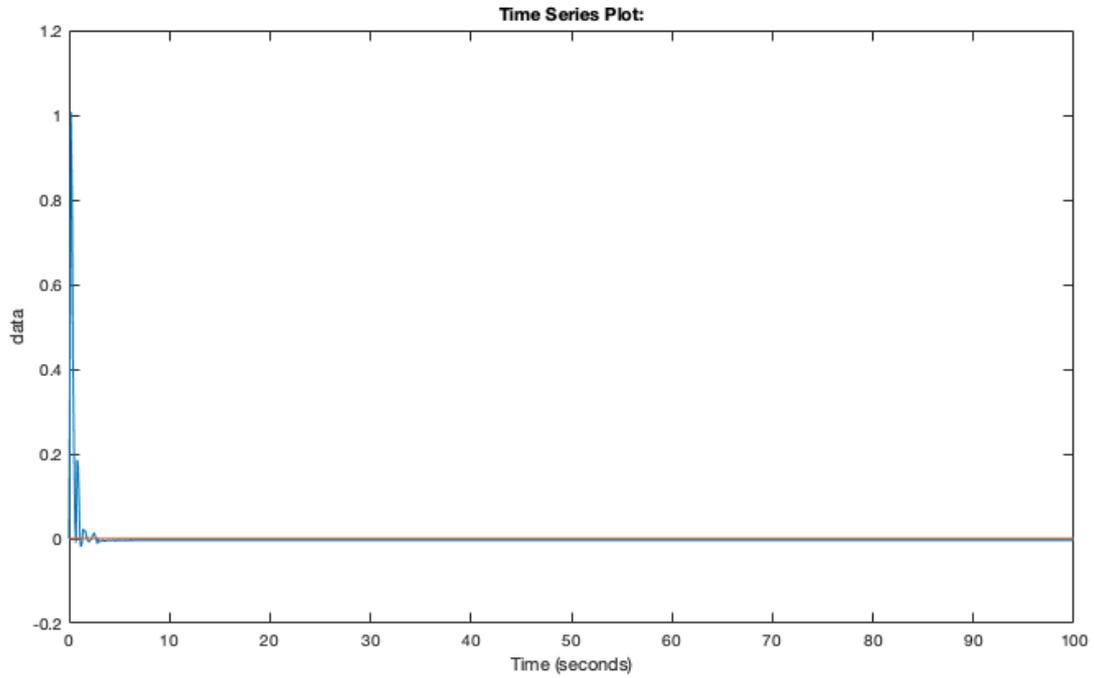


Figure 3. 9 la sortie $y_1= r$

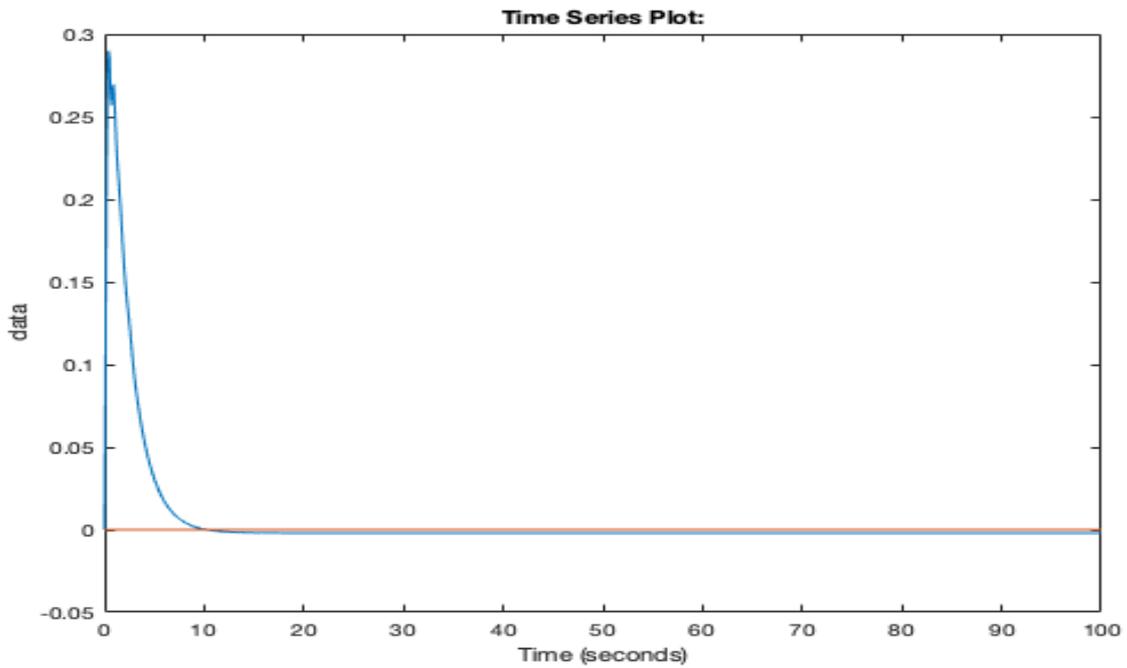


Figure 3. 10 la sortie de l'angle $y_2= \alpha$

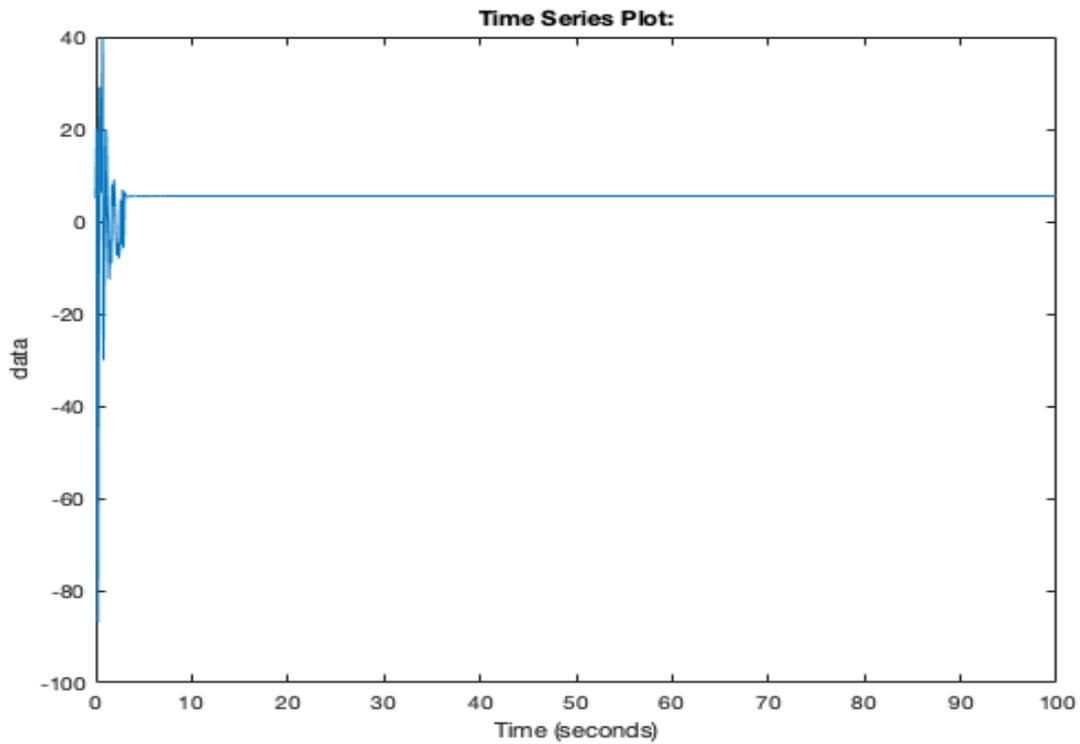


Figure 3. 11 La commande U du système

INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS

D'après les résultats obtenus de la simulation on voit que les sortie (y_1, y_2) suivaient les consignes ($y_{d1}=0, y_{d2}=0$) ce qui implique l'efficacité et la robustesse .la deuxième commande idéale proposée par mode glissant est plus précise

3.3.3 Le pendule inversé sur le chariot :

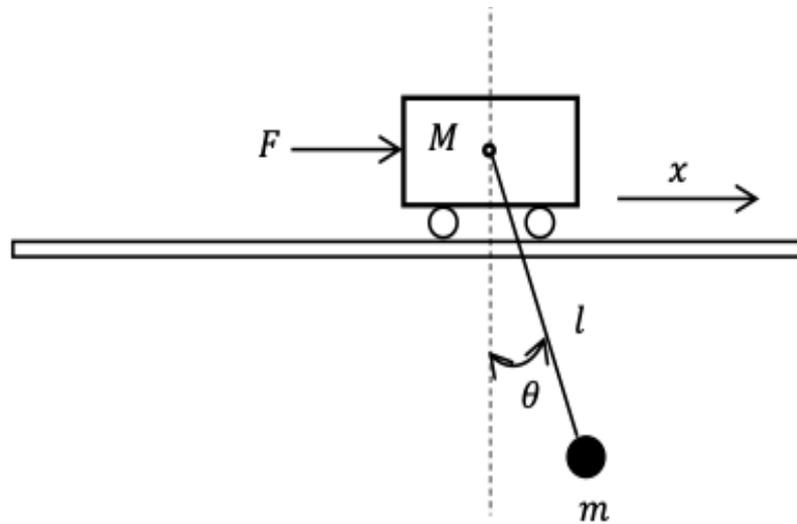


Figure 3. 12 Système de ponts roulant

La dynamique du pont roulant est donnée par [50]:

$$(M + m)\ddot{x} + lm(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) = F \quad (\text{III.33})$$

$$\ddot{x}\cos\theta + l\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0 \quad (\text{III.34})$$

Où m et M sont les masses de la charge et du chariot respectivement, l est la longueur de la corde et g est l'accélération de la gravité. Dans la simulation, les valeurs suivantes sont utilisées :

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2, m = 0.8 \text{ kg}, M = 1 \text{ kg}, l = 0.305 \text{ m}.$$

On peut écrire cette dynamique (III.33) et (III.34) dans l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(x) + b_1(x)u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(x) + b_2(x)u \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

Où :

$$x_1 = x, x_2 = \theta$$

$$f_1(x) = \frac{lm\dot{x}_2^2 \sin(x_2) + mg \sin(x_2) \cos(x_2)}{M + m \sin(x_2^2)}$$

$$b_1(x) = \frac{1}{M + mL \sin(x_2^2)}$$

(III.36)

$$f_2(x) = -\frac{(M+m)g \sin(x_2) + lm(\dot{x}_2^2 \sin(x_2) \cos(x_2))}{M + mL \sin(x_2^2)}$$

$$b_2(x) = -\frac{\cos(x_2)}{M + mL \sin(x_2^2)}$$

L'objectif de commande ici est de forcer les sorties du système $x_1 = x$ et $x_2 = \theta$ à converger respectivement vers des valeurs désirées x_d et θ_d . Dans les simulations on prend : $x_d = 2$ et $\theta_d = 0$, et les états initiaux suivantes : $x(0) = 0.2, \dot{x}(0) = 0, \theta(0) = -\frac{\pi}{3}$ et $\dot{\theta}(0) = 0$.

3.3.3.1 Conception du contrôleur :

DEUXIEME LOI DE COMMANDE :

Pour atteindre cet objectif dans le cas où la dynamique du système est connue, nous considérons la loi de commande idéale par mode de glissement suivante :

$$u^* = u_1 - b_1^{-1}(K \operatorname{sgn}(S_1) + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \operatorname{sgn}(S_1) + Q_2 \operatorname{sign}(S_2) - \alpha(S_2 - S_1)) \quad (\text{III.37})$$

RESULTATS DE SIMULATION

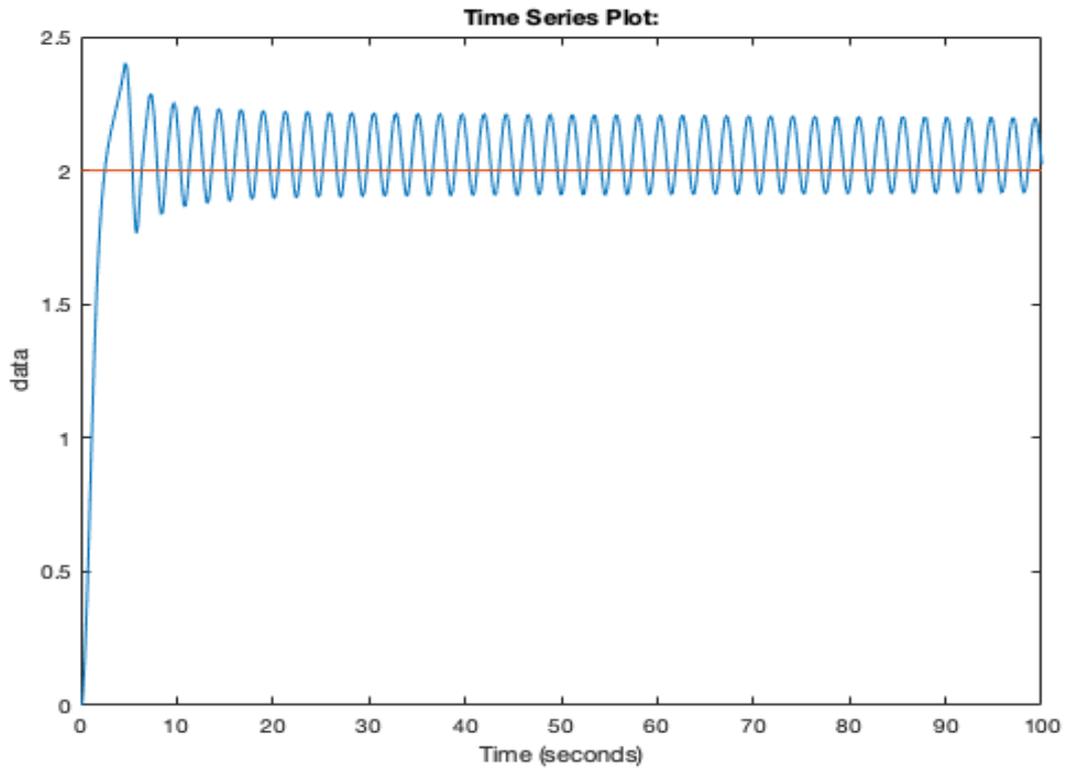


Figure 3. 13 la sortie $y_1 = x$

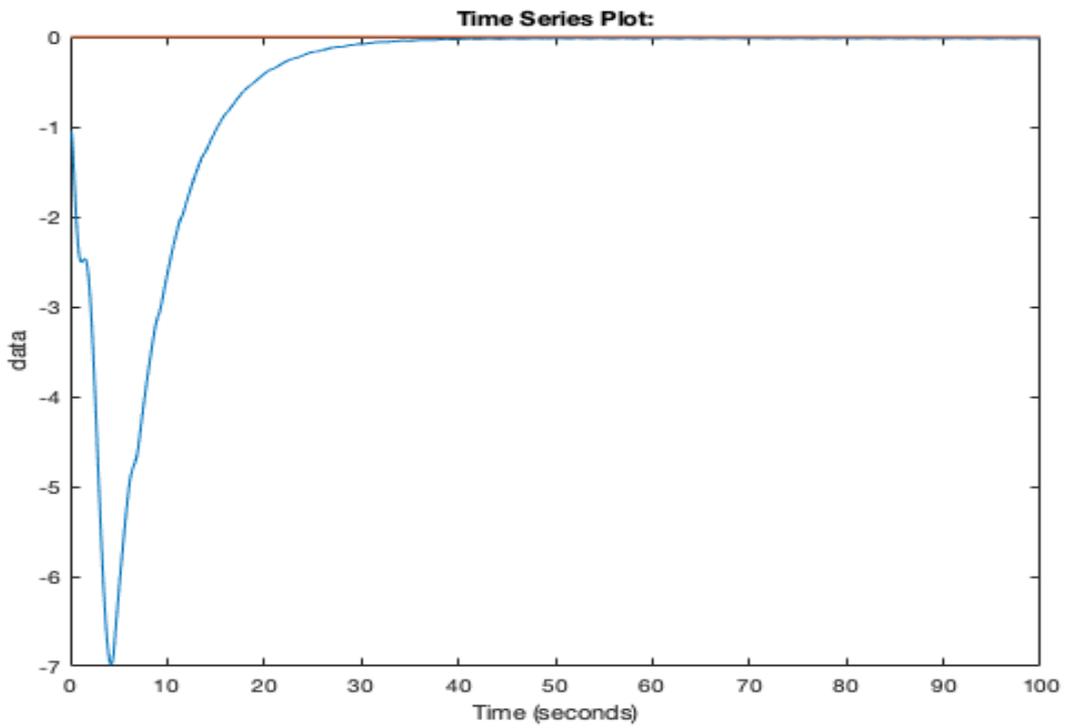


Figure 3. 14 la sortie $y_2 = \theta$

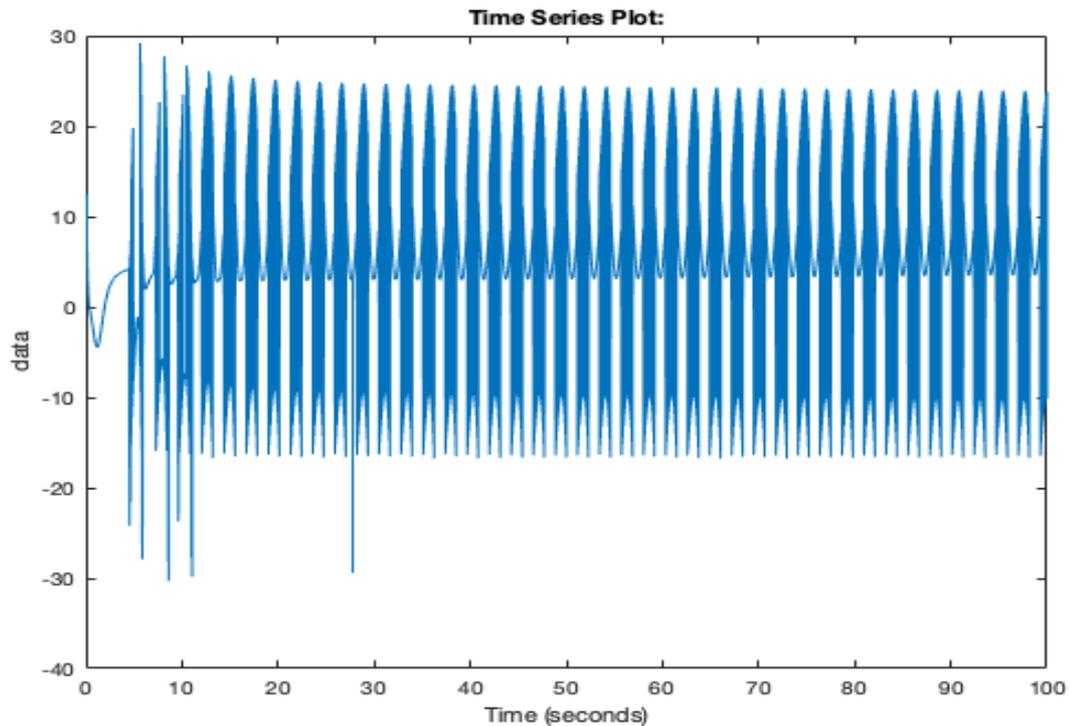


Figure 3. 15 Signal de commande U

Les paramètres choisis pour la deuxième commande U : $\lambda_1 = 6$, $\lambda_2 = 0.004$, $K = 1.9$
, $Q = 10.3$, $\beta = \alpha = 2.1$, $Q_1 = 0.08$, $Q_2 = 0.08$

INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS

D'après les résultats obtenus de la simulation on voit que la sortie y_2 suivait la consigne ($y_{d2}=0$) mais, la première sortie y_1 a présenté un effet d'oscillations autour de la consigne ($y_{d1}=2$) à cause de l'unicité de la commande et la dynamique instable du système, ainsi la sensibilité pour choisir les paramètres de la commande reste un problème majeur dans les systèmes mécanique sous-actionnés. Il nécessite de choisir une commande idéale adéquate aux paramètres dynamiques du système, donc la commande proposée pour commander le système (pendule inversé sur le chariot) pouvait pas donner une meilleure performance et précision à ce système.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, deux schémas de commande de type mode de glissant ont été développés pour une classe des systèmes non linéaires sous-actionnés dont la dynamique est complétée connu. Dans les deux schémas, une seule loi de commande a été utilisée pour stabiliser les deux états du système de sortie, où cette loi de commande combiné les des deux lois de commande équivalente. Et les deux surfaces de glissement. Ainsi une commande swing -up a été testé à un pendule inversé rotatif.

Comparés au schéma de commande classique et linéaire, les avantages principaux de ces schémas sont :

1. Ils sont valables non seulement autour du point de linéarisation, mais aussi sur toute la gamme de fonctionnement du système
2. Ils sont robustes par apport aux perturbations externes

Conclusion

Générale

Conclusion générale

Les travaux de notre mémoire basent à l'extension de l'utilisation de la commande par mode glissant pour prendre en charge des classes systèmes non linéaires sous- actionnée. Les schémas de commande appliquée utilisent les avantages de la commande par mode glissant et savoir la structure simple et les qualités de la robustesse et la stabilité de haut niveau.

L'objectif de l'étude présentées dans ce mémoire est d'appliquer une commande par mode glissant hiérarchique afin de stabilisation d'un pendule inversé rotatif qui est un système non linéarités, instable, et sous-actionné.

A partir des résultats de simulation obtenue, nous avons trouvé que le contrôleur de mode glissant entait le plus performant aux autres commandes en ce qui concerne la stabilisation du pendule et l'aptitude de commander des deux états de système (α et θ) en même temps.

Dans le premier chapitre, nous avons d'abord présenté les différentes formes des modelés de commande correspondant aux différentes classes de systèmes non linéaires. Ensuite, nous avons exposé quelques exemples et quelques concepts de modulation pour la classe des systèmes sous-actionnée non linéaire. Enfin, des intérêts de l'étude de ces systèmes sont donnés.

Dans le deuxième chapitre nous nous sommes intéressés au problème de la commande à structure variable pour les systèmes non linéaire complétement actionnée. Nous nous sommes donc attachés à exposer leurs notions essentielles telles que la définition des systèmes à structure variable, le principe de fonctionnement de cette commande, la définition du régime glissant, et les étapes de conception d'une commande par mode glissant. À la fin de ce chapitre, Nous nous sommes proposés de l'application de cette stratégie de commande pour traiter le problème de suivi de trajectoire d'un pendule inversé.

Le dernier chapitre a été réservé au problème de la commande des systèmes sous actionnés non linéaire dont la dynamique est complétée connu. Deux schémas de commande de type mode de glissant ont été développés. Dans les deux schémas, une seule loi de commande a été utilisée pour stabiliser les deux états du système de sortie, Ces schémas de commande proposés assurent la

convergence des sorties du système asymptotiquement vers les valeurs désirées et la bornitude de tous les signaux inhérents au système en boucle fermée. Un exemple de simulation numérique a été effectué pour montrer l'efficacité des lois de commande utilisées.

Références

Bibliographiques

Bibliographie

- [1] M. Bloch, Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems, 37 1746–1757 éd., IEEE Transaction on Automatic Control, (1992).
- [2] A. Astolfi, «Discontinuous control of nonholonomic system,» *Systems and Control*, n° 127, p. 37–45, 1996.
- [3] R. L. I. Fantoni, Nonlinear control for underactuated mechanical systems, London: Springer-Verlag, 2001.
- [4] M. W. Spong, Control Problems in Robotics and Automation, Ch. Underactuated Mechanical Systems, 1998.
- [5] S. T. H. Arai, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, n° 17, p. 528–534, (1991).
- [6] « The Mars exploration plans of ESA,» *IEEE Robotics and Automation Magazine*, n° 113, pp. 83-89, 2006.
- [7] P. Bars, «algorithms and technology in the design of control systems,» *Annual Reviews in Control* , n° 130, pp. 19-30, 2006.
- [8] A. Ollero, «Mechatronics, robotics and componets for automation and control: IFAC milestone report,» *Annual Reviews in Control* , n° 130, pp. 41-54, 2006.
- [9] J. J. E. e. L. Slotine, «Applied Nonlinear Control,» *USA : Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, New-Jersey*, 1999.
- [10] L. Tuan et S. Lee, « «Sliding mode controls of double-pendulum crane,» *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 27, pp. 1863-1837, 2013.
- [11] H. Khalil, Nonlinear Systems, EnglewoodCliffs: 2nd edn. s.l. : Prentice-Hall , 1996.
- [12] S. Bennett, A history of Control Engineernig., s.l. : IEE Control Engineering Series,, 1993..
- [13] M. Spong, «Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems,» *IEEE/RSJ/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 1, pp. 314-321, 1994.
- [14] R.Olfati-Saber, Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles, Massachusetts : Department of Electrical Engineering and Computer, Institute of Technology., 2001.
- [15] M. Rudra, « Nonlinear state feedback controller design for underactuated mechanical system,» *A modified block backstepping approach.ISA Transactions*, vol. 2, n° 153, p. 317–326, 2014.
- [16] K. M. Y. a. S. K. Furuta, « Swing up control of inverted pendulum.,» *International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation* , , vol. 3 , pp. 2193-2198, 1991.
- [17] K. M. Y. a. S. K. Furuta, « Swing-up control of inverted pendulumusing pseudo-state feedback,» *Journal of Systems and Control Engineering* , vol. 4 , n° 1206 , pp. 263-269, 1992.
- [18] M. P. C. a. R. L. Spong, *Automatica*, vol. 37, n° 111, pp. 1845-1851, 2001.

- [19] Å. Spong, « The mechatronics control kit for education and research.,» *In Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications*, p. 105–110, 2001.
- [20] R. Olfati-Saber, «Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles,» . *Ph.D thesis, Department of Electrical Engineering*, 2001.
- [21] M. W. Spong, «Energy based control of a class of underactuated mechanical systems,» *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 29, n° %101, pp. 2828-2832, 1996.
- [22] Y.-F. C. a. A.-C. Huang, «Controller design for a class of underactuated mechanical systems,» *IET control theory & applications*, vol. 6, pp. 103-110, 2012.
- [23] J. Hauser, «Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example,» *IEEE transactions on automatic control*, vol. 37, n° %1no 03, pp. 392-398, 1992.
- [24] D. Mahindrakar, «Robust stabilization of a class of underactuated mechanical systems using time scaling and lyapunov re- design,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, n° %1no 09, pp. 4299-4313, 2011.
- [25] M. W. Spong, «“The swing up control problem for the acrobot,» *IEEE control systems*, vol. 15, n° %1no 1, pp. 49-55, 1995.
- [26] R. L. a. M. W. S. I. Fantoni, «Energy based control of the pendubot,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, n° %1no 04, p. 725–729, 2000.
- [27] B. J. a. W. Respondek, «On linearization of control systems,» *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Mathematics*, , vol. 28, n° %1no 09-10, pp. 517-522, 1980.
- [28] R. Olfati-Saber, «Normal forms for underactuated mechanical systems with symmetry,» *IEEE Transactions on Automatic Control* , vol. 47, n° %1no 02, p. 305–308, 2002.
- [29] H. S.-R. a. S. K. Agrawal, «Differentially Flat Systems,» *Marcel Dekker*, 2004.
- [30] A. L. Fradkov, «Swinging control of nonlinear oscillations,» *International Journal of Control*, vol. 64, n° %1no 6, pp. 1189-202, 1996.
- [31] J. G. a. J. X. S. V. Utkin, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems* ,, London, U.K.: Taylor and Francis, 1999..
- [32] V. Utkin, *Sliding Modes in Control Optimization*. B,, Berlin: Springer-Verlag, 1992. .
- [33] C. E. a. S. K. Spurgeron, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*., London, U.K. : Taylor and Francis, 1998..
- [34] W. P. a. J. P. Barbot, *Sliding Mode Control in Engineering*., New York: Marcel Dekker, 2002. .
- [35] W. Li, Chapter 7: Sliding control, in *Applied Non- linear Control*., Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [36] P. P. M. M. C. Kunusch, *Sliding mode control of PEM Fuel Cells: Advanced in industrial control*, Springer Series, 2012.
- [37] A. Girin, *Contribution à la commande non linéaire d’un système électropneumatique pour une utilisation aéronautique: application sur un benchmark dédié*, Université de Nantes, France: Thèse de doctorat, 2007.
- [38] M. Manceur, *Commande robuste des systèmes non linéaires complexes*, Université de Reims Champagne-Ardenne, France: Thèse de doctorat, 2012. Références Bibliographiques 115.
- [39] V.Utkin, Variable structure with sliding modes, *IEEE transactions on automatic control*, 1997.

- [40] S. Hajiri, Commande dynamique par mode glissant application a la robustification des processus complexes, Université de Lille: Thèse de doctorat, 1997 .
- [41] W. Slotine, Applied Nonlinear Control, London: Prentice-Hall, In, 1991.
- [42] K. M. S. a. S. C. 'uk, «One-cycle control of switching converters,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, pp. 625-633, 1995.
- [43] W. P. a. J. P. Barbot, Sliding Mode Control in Engineering., New York : Marcel Dekker, 2002..
- [44] L. Martinez-Salamero, «Lie algebras modelling of bidirectional switching converters,» *Proceedings of European Conference on Circuit Theory and Design.* , vol. vol. 2, p. 1425–1429, 1993.
- [45] C. C. W. a. C. M. Young, «A new PWM control strategy for the buck converter,» *Proceedings, IEEE Conference on Industrial Electronics Society (IECON)*, p. 157–162, 1999.
- [46] A. Boubakir, L. Salim et F. Boudjema, «A stable self-tuning proportional-integral-derivative controller for a class of multi-input multi-output nonlinear systems,» *Journal of Vibration and Control*, vol. 18, n° %12, pp. 228-239, 2011.
- [47] N. Cherrat, H. Boubertakh et H. Arioui, «Adaptive fuzzy pid control for a class of uncertain mimo nonlinear systems with dead-zone inputs' nonlinearities,» *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, vol. 42, n° %11, pp. 1-19, 2018.
- [48] F. Nafa, «Direct adaptive fuzzy sliding mode decoupling control for a class of underactuated mechanical systems,», vol. 21, 2013, Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, pp. 1615-1630.
- [49] C. Barbu, Global asymptotic stabilization of the ball-and-beam model, : Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, 1997, p. 2351–2355.
- [50] .W. Wang, «Design of a stable sliding-mode controller for a class of second-order underactuated systems.,», vol. 151, IEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2004., pp. 683-690.
- [51] Y. Cui, H. Zhang et Y. Wang, «Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems based on generalized fuzzy hyperbolic model,» *Fuzzy Sets Systems*, vol. 306, pp. 105-117, 2017.
- [52] N. M. A. Haq et A. E. Rasul, Stabilizing and Balancing of Linear and Rotary Inverted Pendulum System, Bangladesh: University of Engineering and Technology (BUET), 2016.