

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES  
FACULTÉ DES SCIENCES  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Master  
en Mathématiques

Spécialité : Modélisation Stochastique et Statistique

Par

Melle MOKHTARI Loubna - Melle ZADDEM Nawal

**THÈME**

Étude de l'impact des importations de lait et de blé en Algérie

Soutenu publiquement, le 25 /06/2018 devant le jury composé de :

Mme.	YASSA	M.	UMBB	Président
Mr.	TAZEROUTI	M.	UMBB	Examineur
Mme.	GATT	F.	UMBB	Encadreur
Mr.	ASSOUS	B.	CNIS	Co-Encadreur

Année universitaire 2017/2018

---

# *Remerciements*

Tout d'abord ,nous remercions le Bon Dieu de nous avoir donné la volonté et le courage qui nous ont permis de réussir ce travail.

Nous remercions s'adressent tout naturellement à notre promotrice, madame GATT Fella. Nous souhaitons lui exprimer nos profondes gratitudees pour son accompagnement constant et ses conseils, son soutien, sa disponibilité, son écoute et sa patience. Nous avons eu le privilège de bénéficier d'un excellent encadrement scientifique, ce qui a très largement contribué à la réussite de ce travail.elle a été collaborateur idéal du début jusqu'à la fin.

Nous remercions aussi Monsieur ASSOUS Boudjemaa pour leur chaleureux accueil pour leur aide et conseils.

Nous remercions vivement Madame YASSA, pour l'intérêt qu'elle a apporté à ce sujet en acceptant d'être la présidente du jury.

Toute notre gratitude va aussi à Monsieur TAZROUTI d'avoir accepté de juger ce travail.

Bien entendu,nous tenons à remercier nos parents qui nous ont supporté moralement et financièrement pendant toute la durée de notre projet.

Nous exprimons nos gratitudees à tous nos enseignants et camarades d'études qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Enfin, on remercie tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.

---

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de l'organisme d'accueil</b>	<b>3</b>
1.1 Présentation du S.I.G.A.D . . . . .	3
1.1.1 Le traitement . . . . .	4
1.1.2 Les étapes du système d'informatique statistique . . . . .	4
1.2 Présentation du Centre National de l'Informatique et des Statistiques (CNIS)	8
1.2.1 Historique . . . . .	8
1.2.2 Mission . . . . .	9
1.2.3 Moyens . . . . .	9
1.2.4 Diagnostic et évolution des échanges mondiaux des produits alimen- taires de bases . . . . .	11
1.2.5 Evolution des échanges mondiaux des produits alimentaires de bases1	12
1.3 Analyse de la Production et de la Consommation Mondiale des Produits Alimentaires de Base1 . . . . .	15
1.3.1 Les céréales . . . . .	15
1.3.2 Lait et produits laitiers . . . . .	17
1.4 Les facteurs influençants la demande alimentaire . . . . .	18
1.4.1 Le facteur démographique . . . . .	18
1.4.2 Les facteurs économiques et politiques . . . . .	18
<b>2 Aspect théorique des séries chronologiques</b>	<b>20</b>
2.1 Introduction . . . . .	20

---

2.2	Définition et avantage de l'analyse des séries chronologiques . . . . .	20
2.2.1	Définition . . . . .	20
2.2.2	l'avantage de l'analyse des séries chronologiques . . . . .	21
2.3	Représentation graphique . . . . .	21
2.4	Les composantes d'une série chronologique . . . . .	22
2.4.1	La composante tendancielle (trend) $T_t$ . . . . .	22
2.4.2	La composante cyclique $C_t$ . . . . .	22
2.4.3	La composante saisonnière $S_t$ . . . . .	22
2.4.4	La composante résiduelle $R_t$ . . . . .	23
2.5	Prévision d'une série chronologique . . . . .	23
2.6	Processus aléatoires . . . . .	24
2.6.1	Définition et Stationnarité d'un processus aléatoire . . . . .	24
2.6.2	Processus Bruit Blanc (white noise) : . . . . .	25
2.6.3	Fonction d'autocorrélation simple et partielle . . . . .	26
2.6.4	Les opérateurs linéaires . . . . .	28
2.6.5	Processus stationnaires et processus non stationnaires . . . . .	29
2.6.6	Les Test de racine unitaire : . . . . .	37

## **I Etude univariée des séries des importations lait et blé 39**

### **3 la méthodologie de BOX ET JENKINS 40**

3.1	Introduction . . . . .	40
3.2	Test des composantes saisonnières et tendanciennes . . . . .	40
3.2.1	Test de Fisher . . . . .	40
3.2.2	Test de Dickey-Fuller . . . . .	42
3.3	Identification . . . . .	43
3.4	Estimation . . . . .	43
3.5	Tests de validation . . . . .	43
3.5.1	Test sur les paramètres . . . . .	43
3.5.2	Tests sur les résidus . . . . .	45

---

3.6	Prévision . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Application de la méthode de BOX ET JENKINS</b>	<b>51</b>
4.1	Etude de la série ( $ble_t$ ) . . . . .	51
4.1.1	Identification . . . . .	51
4.1.2	Test de la stationnarité de la série ( $sble_t$ ) . . . . .	59
4.1.3	Identification du modèle : . . . . .	63
4.1.4	Estimation des paramètres du modèle: . . . . .	63
4.1.5	Validation du modèle . . . . .	64
4.1.6	La prévision . . . . .	69
4.2	Etude de la série ( $lait_t$ ) . . . . .	71
4.2.1	Identification . . . . .	71
4.2.2	Anayse préliminaire de la série $slait_t$ . . . . .	76
4.2.3	Identification du modèle . . . . .	80
4.2.4	Estimation des paramètres du modèle . . . . .	81
4.2.5	Validation du modèle . . . . .	82
4.2.6	La prévision: . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Méthodologie de Holt et Winters</b>	<b>89</b>
5.1	Introduction . . . . .	89
5.2	Lissage exponentiel simple (L.E.S) . . . . .	90
5.3	Lissage exponentiel double (L.E .D) . . . . .	91
5.4	Les méthodes de Holt-Winters . . . . .	93
5.4.1	la méthode saisonnière additive . . . . .	93
5.4.2	la méthode saisonnière multiplicative . . . . .	94
5.4.3	Méthode non saisonnière . . . . .	95
<b>6</b>	<b>Application de la méthodologie de Holt et Winters</b>	<b>96</b>
6.1	Etude de la série ( $ble_t$ ) . . . . .	96
6.2	Etude de la série ( $lait_t$ ) . . . . .	99

<b>II</b>	<b>Etude multivariés des séries des importations lait et blé</b>	<b>102</b>
<b>7</b>	<b>Processus multivariés</b>	<b>103</b>
7.1	Introduction . . . . .	103
7.2	Fonction d'autocovariance d'un processus multivarié . . . . .	104
7.3	Fonction d'autocorrélation . . . . .	106
7.4	Décomposition de Wold –Cramer . . . . .	106
7.5	Modèle Autoregressif Multivarié VAR(p) . . . . .	107
7.6	Caractéristiques des processus VAR(p) . . . . .	108
7.7	Estimation des paramètres d'un VAR (p) . . . . .	111
7.8	Validation : . . . . .	116
7.8.1	tests de spécification : . . . . .	116
<b>8</b>	<b>Application du Modèle VAR</b>	<b>120</b>
8.1	Etude multivariée des séries ( $sblé_t, slait_t$ ) : . . . . .	120
8.1.1	Identification du modèle VAR(P) : . . . . .	121
8.1.2	Estimation du modèle VAR(4) : . . . . .	122
8.2	Validation : . . . . .	126
8.2.1	Test de Granger de Causalité : . . . . .	129
8.2.2	Test sur l'exogénéité des variables ( $sble_t, slait_t$ ) . . . . .	130
8.2.3	Prévision : . . . . .	132
8.2.4	Conclusion . . . . .	135
8.2.5	Comparaison . . . . .	135
	<b>Conclusion générale</b>	<b>136</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>138</b>
	<b>Index</b>	<b>138</b>

---

# Introduction générale

L'agriculture est la mère de tous les arts, lorsqu'elle est bien conduite, tous les autres arts prospèrent; mais lorsqu'elle est négligée, tous les autres arts déclinent sur terre que sur mer. L'Algérie considère l'économie agricole telle qu'une partie indispensable du système de la production nationale et comme secteur primaire de l'économie nationale. Tout en sachant qu'il n'a pas eu sa pleine part en matière de développement.

L'activité agricole en Algérie était source de richesse pendant les premières années de l'indépendance elle occupait une proportion appréciable dans la structure des exportations algériennes globales et dans la formation du PIB.

Depuis des décennies, le secteur a subi plusieurs réformes, connaissant ainsi une stabilité chronique, due à plusieurs facteurs dont essentiellement les instruments législatives et financiers mis en oeuvre. Ces derniers n'ont pas été à la hauteur des ambitions formulées pour ce secteur, résultant, une instabilité ayant engendré de graves conséquences, telle que :

- La démobilisation des agriculteurs ;
- L'abandon de travail des terres agricole ;
- La faible production agricole ;

Il faut signaler que toutes les mesures prises (plans et réformes) n'ont pas porté leurs fruits en termes de réduction de la dépendance alimentaire. Nous continuons à dépendre de l'étranger pour des produits de première nécessité telle que le blé et le lait sachant que les besoins de la population ne cessent de croître.

Notre étude a été faite au sein de Centre National de l'Informatique et des Statistiques (CNIS), dans le but d'analyser les séries des importations de Blé et Lait. Le but recherché

est la construction d'un modèle statistique adéquat pour, d'un coté donner des prévisions pour les prochaines années et d'un autre coté, étudier la causalité entre les différentes séries considérées.

Pour réaliser ce travail, nous commençons par une étude univariée des séries chronologiques où nous utilisons la méthode de Box et Jenkins, la méthode de Holt et Winters Pour l'approche multivariée nous avons utilisés la modélisation VAR.

La dernière partie sera consacrée à la comparaison entre les méthodes univariée et multivariée pour tirer le meilleur modèle en se basant sur le critère de l'erreur quadratique moyenne des erreurs (RMSE: root mean square error).

Notre travail, intitulé Étude de l'impact des importations de Lait et de Blé en Algérie est organisé comme suit :

- Introduction générale;
  - Le premier chapitre de ce mémoire est consacré à la présentation générale du centre national de l'informatique et des statistiques (CNIS)
  - Le deuxième chapitre traite des différents aspects théoriques des séries chronologiques.
  - Le troisième chapitre est consacré à la méthodologie de Box-Jenkins.
  - Le quatrième chapitre est l'application de la méthode de Box-Jenkins.
  - Le cinquième chapitre traite de la méthodologie de Holt-Winters.
  - Le sixième chapitre traite l'application de la méthode de Holt-Winters.
  - Dans le septième chapitre nous nous sommes intéressé au modèle multivarié (VAR : vector autoregressive).
  - Le chapitre huitième traite l'application de la méthode var.
- et nous terminons notre travail par une étude comparative.



---

# Présentation de l'organisme d'accueil

## 1.1 Présentation du S.I.G.A.D

S'étendant sur vingt trois (23) sites décentralisés, répartis géographiquement à travers le territoire national et supplées par un important site central (C.N.I.S). Le système information et de gestion automatisée des Douanes (S.I.G.A.D) mis en place depuis Octobre 1995 prend en charge la marchandise depuis son entrée sur le territoire douanier jusqu'à sa libération, après que les formalités douanières et le paiement des droits et taxes aient été accomplis.

Dans ce cadre, un ensemble d'applicatifs a été arrêté. Ce dernier, qui vise non seulement la réalisation d'une banque de données sur le commerce extérieur, mais aussi, l'accélération des opérations de dédouanement et l'accroissement de la fiabilité de l'information économique, est constitué de cinq (05) sous-systèmes suivants:

1. Le système TARIF INTEGRE rassemblant l'ensemble de la réglementation, la fiscalité ainsi que la classification des produits ;
2. Le système DE DOUANEMENT DES MARCHANDISES, qui prend en charge le commerce extérieur de la naissance de l'opérateur à sa conclusion ;
3. Le système de gestion de risques ;

4. Le système gestion des recouvrements, qui prend en charge la comptabilité du receveur ;
5. Le système CONTENTIEUX concernant la gestion et le suivi des litiges éventuels qui découleraient lors des opérations d'importations ou exportations ;
6. Le système STATISTIQUE avec l'ensemble des outils de manipulation et d'interprétation des formations recueillies sur le système de dédouanement (analyse et diffusion de données).

### **1.1.1 Le traitement**

Les problèmes de qualités des données brutes ne se posent pas dans la mesure ou des contrôles plus rigoureux dans la saisie de l'information douanière sont incorporés et effectués à la « source » soit à l'intérieur du système SIGAD.

Il convient de souligner l'importance que représente la détection et la correction des erreurs lors de la saisie dans SIGAD. Ceci assure une bonne qualité de données.

### **1.1.2 Les étapes du système d'informatique statistique**

#### **La collecte de l'information**

Le système de collecte et de gestion des informations douanières se nomme « S.I.G.A.D ». Il fonctionne en informix sous UNIX, les sites (Bureau Douaniers) informatisés de collecte des données de déclaration sont reliés par liaison, de télécommunication au site central à Alger qui est le CNIS . Le S.I.G.A.D procède à la collecte de l'ensemble des déclarations saisies par les différents opérateurs et transitaires à travers les vingt deux (22) sites connectés au site central. Une fois les déclarations contrôlées par l'inspecteur, celui-ci procède à la délivrance du bon à enlever après que le paiement des droits et taxes sont effectués.

L'ensemble des données collectées par ces sites informatisés qui couvrent environ du volume du commerce extérieur Algérien, sont transférés au site central, lequel est chargé de constituer une base de données automatisée.

En ce qui concerne les bureaux non informatisés, les éléments principaux des déclarations qui ont une importance sur le plan statistique, sont saisis à posteriori par les services, des statistiques CNIS tout en effectuant au préalable un contrôle manuel. Ces données, vont constituer la base de données manuelle.

A travers ces deux bases de données « Automatisée et manuelle », une banque de données consolidée est constituée. Elle servira comme fichier de base pour un transfert vers le système d'information statistique où les différentes banques de données sont chargées.

En général les données consolidées d'un mois «M» sont disponibles une semaine après la fin du mois en question.

Les résultats sont mis à la disposition des utilisateurs, et ce après la réalisation des opérations du chargement et du contrôle.

Par ailleurs, la valeur ajoutée du système se trouve dans la flexibilité et la variété qu'il offre pour la préparation des tableaux statistiques, et que le volume d'information traitée par ce système se situe environ à 65000 articles par mois éparpillés sur les différentes banques de données.

### **Diffusion des données**

**Les productions de données** Les productions de données sur les statistiques douanières sont diffusées, Mensuellement, trimestriellement, semestriellement et annuellement pour les statistiques du commerce extérieur, Mensuellement pour les statistiques de la fiscalité.

### **Les utilisateurs sont**

- La Présidence de la République ;
- Le Ministère de la Défense ;
- Le Gouvernement ;
- Le Ministère des Finances ;
- La Direction Générale des Douanes ;
- Le Délégué à la Planification ;
- Le Ministère du Commerce ;
- Le Ministère de la Participation et de la Coordination des Réformes ;

- Le Ministère PME / PMI ;
- Le Ministère Délégué auprès du Ministère des Finances chargé du Trésor et de la Réforme Financière ;
- Le Ministère Délégué auprès du Ministère des Finances chargé du Budget;
- Le Ministère de l'Agriculture ;
- La Direction Générale des Impôts ;
- La Direction Générale du Trésor ;
- La Direction Générale de l'O.N.S ;
- Le C.N.E.S ;
- La Banque d'Algérie ;

Des organismes publics sont également destinataires, mensuellement sur support magnétique et accès à distance des données détaillées publiables relatives au commerce extérieur de l'Algérie, il s'agit de :

- L'O.N.S ;
- La Banque d'Algérie ;
- Le Ministère de Commerce ;
- La Direction Générale des Etudes et Prévisions auprès du Ministère des Finances ;
- Les Chambres de commerce ;
- La CAGEX ;
- PROMEX ;
- Les Chambres, d'Agriculture, etc... ,

Des structures sont également destinataires périodiquement de banques de données commerciales, diffusées, soit par le biais de support magnétique (Disquette), soit par la connexion via le réseau de banques de données du CNIS, on cite :

- L'inspection générale des douanes,
- La Direction centrale de la Valeur et de la Fiscalité (DGD) ;
- La Direction centrale de la lutte contre la fraude (DGD),
- La Direction de l'Organisation et de l'Informatique des Impôts,
- Les Banques commerciales (BEA, BNA, BADR, BDL, BAD, CPA).

Comme il existe une autre catégorie d'utilisateurs d'information statistique constituée essentiellement d'opérateurs publics et privés, de bureaux et centres d'études, du corps diplomatique étranger et Algérien, organisations internationales (O.N.U, O.M.D, O.M.S, F.A.O, EUROSTAT, etc ), la presse et de l'ensemble des universitaires et chercheurs qui sont destinataires des statistiques publiables et diffusées par les moyens cités énumérés.

Les résultats mentionnés dans tous les états produits par le système d'information statistique présentent l'ensemble des informations et données concernant les opérations du commerce extérieur s'effectuant entre l'Algérie et le reste du monde et peuvent être rendues disponibles à tout moment, reflète la nature et l'évolution des échanges commerciaux réalisés.

Pour ce faire, il est d'abord fait état de l'évolution générale des échanges globaux du commerce extérieur (Mensuelle, Annuelle), ainsi que leur structure durant les cinq dernières années.

La seconde partie, précise davantage la répartition des résultats détaillés tels que produit / pays, /produit, et sur les catégories de produits importés et les principaux fournisseurs auprès desquels ils sont acquis, ainsi que les catégories de produits exportés (hydrocarbures et hors hydrocarbures) et les pays vers lesquels ils sont destinés.

La troisième partie fait état, sur la nature de ces échanges en rendant compte notamment de leur densité par régions économiques et zones géographiques selon leur évolution avec principaux pays.

La quatrième partie est relative aux intervenants dans les opérations du commerce extérieur par l'indication des importateurs par statut juridique (public ou privé) et par grande catégorie de produits importés.

L'autre catégorie d'intervenants sont les commissionnaires en douane où les déclarants sont illustrés en fonction de leur part de marché et du secteur d'intervention.

La cinquième partie retrace certaines statistiques financières que ce soit par mode de financement des importations ou les banques de domiciliation.

La sixième partie consacrée aux statistiques budgétaires par l'examen des différentes recettes budgétaires recouvrées par l'administration des douanes en mettant en relief le

poinds des avantages fiscaux accordés en matière de droits de douanes ( D.D ) et en TVA par les lois de finances.

La dernière partie porte sur les statistiques de transport, l'activité portuaire : par l'étude du pavillon de cargaisons transportées à -destination de nos principaux ports de commerce, de même l'évolution du trafic commercial par port durant les cinq dernières années. .

## **1.2 Présentation du Centre National de l'Informatique et des Statistiques (CNIS)**

### **1.2.1 Historique**

L'administration des douanes est sous la tutelle du Ministère des Finances. Elle est dirigée par une Direction Générale Des Douanes (DGD) qui dirige six (6) directions extérieures :

- Direction régionales.
- Inspections.
- Les bureaux des Douanes.
- Ecole des Douanes.
- Centre de l'informatique et de statistique.

Etant l'un des piliers de l'économie nationale, l'administration des Douanes se devait de moderniser ses structures et rompre avec les anciennes méthodes de travail afin d'aborder le nouveau économique, caractérisé par la libération du commerce extérieur.

De ce fait, il a été créé conformément au décret n° : 93-334 du 27/12/1993 auprès de la Direction Générale des Douanes, un centre national de l'informatique et des statistiques, par abréaction CNIS.

Ce centre a été baptisé, depuis son inauguration le 25 novembre 1995, au nom de feu « MOUSOUNI Abdallah » premier directeur du centre et doté l'autonomie financière octroyant ainsi au directeur est assisté dans l'exercice de ses missions de deux sous directeurs chargés de :

1 - L'informatique

2 - Les statistiques

Appelé à être organisé et à fonctionner comme un service extérieur spécialisé à compétence nationale et dans un sens de fixer l'organisation et les fonctionnements de ses structures un ancêtre conjoint des ministères des finances et de l'autorité de la fonction publique.

### 1.2.2 Mission

Placé sous l'autorité du directeur général des douanes et dirigé par un directeur, le centre a pour missions :

- L'exploitation et la gestion des réseaux de transmission des données ;
- L'administration de bases de données, la codification de procédures et leur développement ;
- La maintenance des matériels informatiques ;
- La gestion des moyens mis à disposition ;
- La collecte et le contrôle de l'ensemble des rapports d'activistes liés à ses missions;
- L'élaboration des statistiques tarifaires du commerce extérieur ;
- La normalisation et la conception des documents statistiques ;
- L'élaboration des analyses relatives aux flux commerciaux, aux recettes douanières et en établir les prévisions ;
- La communication de l'information statistique relative au commerce extérieur.

### 1.2.3 Moyens

Pour la réalisation des missions qui lui sont conférées, le CNIS dispose des moyens suivants:

- Moyens humains : L'effectif global est de 213 agents répartis comme suit :
  - corps communs : 137
  - corps actif : 76
- Moyens matériels :

\* Matériel de traitement de données :

- 38 Terminaux bilingues ;
- 51 Micro-ordinateur ;
- 47 Imprimantes ;
- 09 serveurs.

\* Matériel de communication :

- 10 Modems ;
- 05 Multiplexeurs ;
- 06 Baies (UB-NETWORK).

Ainsi que d'un parc roulant composé de neuf (09) véhicules. Par ailleurs, le CNIS dispose de ce qui suit :

Centre de calcul : fonctionnant 24/24h, il a pour tâches de consolider et de mettre à jour toutes les bases de données ainsi que la prise en charge de tous les besoins exprimés en matière d'automatisation.

Salle de développement : au sein de laquelle, sont conçues, élaborées et développées toutes les applications informatiques nécessaires au fonctionnement du système d'information et d'automatisé des Douances (S.I.G.A.D).

Salle de formation : dotée d'équipements adéquats, cette salle à initier les utilisateurs (transitaire, consignataires, opérateurs économiques et personnel douanier) à l'utilisation du SIGAD.

Salle de consultation : grâce au fonds documentaire dont elle dispose, cette salle a pour mission de mettre à la disposition des utilisateurs (administrations et organismes publics, chercheurs universitaires et opérateurs économiques) toutes l'information statistique portant sur le commerce extérieur.

Laboratoire de maintenance : disposant de moyens spécifiques, il a pour tâche la prise en charge non seulement de la réparation des pannes des différents équipements (CNIS et services extérieurs) mais procède également à la réalisation de tests techniques sur les équipements informatiques nouvellement acquis.



Salle de restauration : dans le cadre de l'amélioration des conditions de travail, une salle de restauration équipée de toutes les commodités nécessaires à la prise en charge de l'alimentation des agents exerçant au niveau du CNIS, a été mise en service.

#### **1.2.4 Diagnostic et évolution des échanges mondiaux des produits alimentaires de bases**

Durant les deux dernières décennies, l'évolution spectaculaire de quelques produits agro-alimentaires, n'a pas empêché la régression sur l'ensemble du marché mondial des produits de la catégorie agro-alimentaire.

##### **Diagnostic des échanges mondiaux**

Après avoir stagner pour la période de 1980 à 1985, les échanges mondiaux ont connu des évolutions significatives depuis 1986, ils se sont largement développés durant la dernière décennie pour passer d'une valeur de 143 milliards de dollars

en 1986 à 320 milliards en 1996. La valeur des échanges était restée en constante régression pour atteindre tous juste 280 milliards de dollars en 2000.

Cette évolution résultait des volumes de production échangés et de la baisse tendancielle des cours mondiaux (prix des produits échangés), accompagné d'une transformation de la composition des échanges en termes de produit, ainsi que d'une transformation de la géographie des exportations et des importations. Les différents groupes des produits alimentaires ont connu des évolutions fortement différenciées depuis le début des années 80.

Les produits laitiers ont gagné des parts dans la composition des échanges mondiaux tandis que les céréales, les huiles alimentaires et le sucre voient leurs parts diminuer potentiellement au cours des dernières années. Ces évolutions différenciées s'expliquent particulièrement par l'évolution des modèles de consommation.

Les revenus à la hausse ont entraîné une modification des habitudes de consommation qui privilégient les viandes, les fruits et les produits laitiers au détriment des céréales.

Suite à ces évolutions, les fruits et les légumes sont devenues les principaux groupes des produits alimentaires échangés avec une part de 25%.

Les céréales ont nettement perdu de l'importance, leurs échanges sont pratiquement équivalents à ceux des viandes, alors qu'ils étaient le double une vingtaine d'années plutôt.

Le sucre et les huiles sont devenus marginaux dans les échanges mondiaux.

### **La géographie des importations**

Les importations européennes représentent plus de 40% des importations mondiales. Ceci est dû beaucoup plus aux échanges intercommunautaires, car les échanges extracommunautaires ne représentent que 11,6% du total. Le continent asiatique constitue l'autre zone notable des importations alimentaires. La part de celui-ci est passée de 21% en 1980 à plus de 26% et est en constante progression.

D'autre part, le Japon à lui seul est passé de 6% à 9% malgré la crise économique qui traverse ce pays. En même temps, les parts respectives de l'UE, hors échanges intra européens, et de l'Afrique subsaharienne sont en diminution.

### **1.2.5 Evolution des échanges mondiaux des produits alimentaires de bases<sup>1</sup>**

La demande en denrées alimentaires est liée en premier lieu à la croissance démographique durant la période allant de 1998 à 2018, les échanges mondiaux de céréales ont atteint environ 260 millions de tonnes, soit 14% de la production. Dans ces échanges, le blé occupe la première place suivie respectivement du maïs et du riz. Leurs volumes ont atteint pour le blé 110 millions de tonnes, 80 millions de tonnes pour le maïs et 30 millions de tonnes pour le riz.

Les Etats-Unis représente la principale zone exportatrice des céréales avec un tiers des exportations mondiales, le reste des exportations soit deux tiers est assuré par l'Asie (seconde zone exportatrice), l'Union Européenne, l'Amérique latine et l'Océanie. L'Asie, l'Amérique latine et l'Afrique sont les principales zones consommatrices des céréales.

Comme pour les céréales, les échanges mondiaux des produits laitiers progressent plus rapidement, même si cette progression n'est pas constante d'une année sur l'autre. Entre 1980 et 2018, les échanges mondiaux ont progressé de 45% en équivalent lait dans un marché mondial en perpétuelle croissance, l'UE qui était la première zone exportatrice, maintient et limite (par l'instauration d'un quota de production) ces volumes d'exportations à 13 millions de tonnes, elle perd ainsi sa place de leader en faveur des pays de l'Océanie, Nouvelle Zélande et l'Australie dans la part réservée à l'exportation a évolué d'une manière conséquente pour atteindre 14 millions de tonnes, équivalent lait.

La Nouvelle Zélande a vu sa part d'exportation passer de 25% à 35% qui représente 8,5 millions de tonnes et l'Australie 5,5 millions de tonnes. Dans la même période, la part du marché mondial de l'UE a régressé de 50% à 35%.

Ces deux zones se disputent la première place dans le marché mondial du lait.

Les pays de l'Océanie (Australie et Nouvelle Zélande) qui disposent d'avantages en terme de coût de production de lait, et ont largement profité de la demande mondiale des produits laitiers ainsi que la libéralisation du marché agricole alors que l'UE a été dans l'impossibilité d'en tirer profit à cause de ces régimes des quotas et la mise en œuvre des accords de Marrakech qui limitent les excédents à mettre à la disposition des marchés mondiaux.

L'Argentine a également bénéficié de la progression de la demande dans la zone de l'Amérique latine, ses exportations de quelques milliers de tonnes équivalent lait, qui est destinées principalement au marché Brésilien sous forme de poudre de laits entiers.

Les États-Unis sont traditionnellement pays exportateurs des produits laitiers sur le marché mondial, leur part ne représente que 6% essentiellement sous forme de poudre de lait écrémé.

Parmi les pays exportateurs ayant les plus fortes hausses dans le commerce mondial du sucre, on retrouve le Brésil avec une hausse de 6,7 millions de tonnes pour atteindre les 11 millions de tonnes en 2008, suivie de Cuba dont l'augmentation est de 1,9 millions de tonnes pour atteindre les 5 millions de tonnes pendant la même période. En Thaïlande et en Australie

les exportations ont sensiblement progressé de 4 millions de tonnes de plus, l'Afrique du sud dont les exportations ont enregistré une forte progression en pourcentage soit 16% par rapport à un niveau de référence relativement bas en 1993 et 1999. Elle a enregistré une augmentation de ces exportations de 1,1 millions de tonnes par an. Contrairement à l'UE qui était le plus grand pourvoyeur du marché mondial durant les années de références 1993-1995 qui était de 4,5 millions de tonnes a régresser à 2,5 millions de tonnes en 2015.

Les prévisions, nous renseignent des régions qui auront une augmentation de leurs importations conséquentes, sont en premier lieu, l'Afrique 7,3% l'an, suivi de l'Extrême Orient de 2,5% à 5% l'an et le Proche Orient 3,1% l'an. Parmi les régions développées qui prévoient également quelques hausses des importations, on retrouve le Canada 4% l'an, les Etats-Unis 6% l'an et l'Ex-URSS 4,5% l'an.

Concernant les huiles et les graisses végétales, la croissance des échanges mondiaux en 2003 et 2008 pourrait être inférieure à celle de la précédente campagne, l'accroissement des achats des grands pays importateurs, en particulier la Chine et l'Inde ne devraient pas respecter la même tendance que lors de la dernière campagne, sous réserve que les objectifs de la production intérieure prévue soient atteints dans ces deux pays.

Les importations de la Chine et de l'Inde devraient augmenter de 1% à 3% pour atteindre un maximum de 6% à 9% respectivement. Dans les pays de l'Afrique en développement, traditionnellement importateurs de même qu'au Mexique et en République de Corée, la croissance accrue de la demande devrait entraîner une nouvelle augmentation des importations. Quand aux achats de l'Union Européenne, ils devraient atteindre 12 millions de tonnes environs, en raison d'une chute de la production interne de grains oléagineux au cours de l'année 2003-2008, il est prévu une forte baisse des exportations des Etats-Unis, de l'UE, de l'Australie et du Canada, à cause du recule de la production intérieure et du faible niveau des stocks. Pour l'Argentine, le Brésil et (l'Asie du sud - Est), il est prévu au contraire une augmentation de leurs productions.

Les échanges d'huiles de soja et de palme vont continuer à dominer le marché pour la prochaine campagne. Il convient également de noter une probable progression des échanges des huiles de tournesol.

Pour les huiles de colza, les échanges mondiaux devraient s'intensifier combien même que le volume des exportations devrait rester inférieur au volume enregistré ces dernières années.

## 1.3 Analyse de la Production et de la Consommation Mondiale des Produits Alimentaires de Base1

### 1.3.1 Les céréales

Depuis des millénaires, les céréales constituent la base de la consommation alimentaire. Considérées comme produits végétaux, riches en amidon, en substances protidiques et en calories, beaucoup de pays peuvent les produire à moindre coût, avec des résultats de rendement très différents d'un pays à un autre et des conditions climatiques différentes.

Le développement et la modernisation des techniques de production induisant l'accroissement de la production et des rendements n'a pas été homogène ni entre espèces céréalières différentes, ni entre pays.

Les pays les plus industrialisés de l'hémisphère nord seront à l'origine de l'essentiel des progrès techniques introduit et augmenteront considérablement leur part dans la production et les échanges mondiaux des céréales.

La production mondiale des céréales est en progression constante. Elle est passée de 988 millions de tonnes en (1961/1965) à 2075 millions de tonnes en (2007/2008). Dans cette production mondiale, les blés prédominent avec près de 30%, suivies du riz 29%, du maïs 28%, les autres céréales dites secondaires se partagent le reste, 6% pour l'orge, 3% pour le mil et le sorgho, 4% pour l'avoine seigle, etc...

Les (05) plus grands pays dans la production est nettement supérieure aux besoins de leurs marché et qui exportent leur excédent sont :

- Les états unis
- Le Canada
- L'Union Européenne

- L'Australie
- L'Argentine.

Ces (05) pays réalisent en moyenne 52% des exportations mondiales de blé, 75% des exportations de céréales secondaires.

Pour les (03) pays du Maghreb :(Algérie, Maroc et Tunisie), leur production ne dépasse guère les 9 millions de tonnes en moyenne. Elle est composée essentiellement de blé dur, blé tendre et orge. Cette production est nettement insuffisante et ne couvre que 50% des besoins environ, ce qui impose un recours à une importation massive chaque année.

On peut citer les pays pour lesquels leur production ne couvre pas les besoins du marché national et qui recourent aux importations pour compenser le déficit.

- Le Japon
- La Corée du Sud
- La Chine
- L'Égypte
- L'ex URSS
- L'Iran
- L'Indonésie
- L'Arabie saoudite
- L'Algérie
- La Malaisie
- Le Maroc

On voit que l'Algérie occupe la 9ème place au rang des importateurs, ces importations ont variées de 4 millions de tonnes en 1996 environ pour passer à 9 millions de tonnes en 2008, devant le Maroc qui occupe la 11ème place.

Si l'on considère l'ensemble des pays de l'UMA, avec environ 14 millions de tonnes importées chaque année, l'UMA, serait le 2ème importateur derrière le Japon. Cela montre l'importance que constitue le marché maghrébin pour les pays exportateurs. Et, par la même l'importance primordiale pour l'Algérie de continuer de faire des efforts pour développer et intensifier la production du secteur agricole.

### 1.3.2 Lait et produits laitiers

Dans un marché mondial en pleine mutation et en croissance, en 10 ans l'UE a été détrônée du statut de 1er producteur mondial à l'avantage des pays de l'Océanie, selon la FAO, la production mondiale de lait ( tous type de lait ) est de 580 millions de tonnes en 2008. Elle progresse d'environ 1% par an, sur ce total 85% est constitué par le lait de vache, le reste 65 millions de tonnes du lait de bufflonnes et dans une moindre mesure du lait de chèvres et de brebis, respectivement de 12 et 8 millions de tonnes.

Au cours des dernières décennies, les zones qui ont vu leur production de lait augmentée sont en Asie (l'Inde et le Pakistan) et l'Amérique du sud (Brésil et Argentine).

L'UE a volontairement baissé sa production en instituant le système des quotas. La principale zone où la production est en régression est celle des pays de l'Est.

L'UE demeure l'une des principales zones de production mais aussi de consommation ainsi que les Etats-Unis.

L'Océanie (Nouvelle Zélande et Australie) ne représente que 4% de la production mondiale de lait, mais elle est en forte croissance. La production y a augmentée de 8,6 millions de tonnes entre 1998 et 2008, l'essentiel de cette production est orientée sur le marché mondial.

Les principales zones excédentaires sont l'UE et l'Océanie, elles exportent 13 millions de tonnes de lait chacune, l'UE ne dégage qu'un faible excédent de 10% de sa production, l'Océanie est excédentaire de 30% de sa production et exporte la quasi-totalité de sa production soit 8 millions de tonnes, car son marché intérieur à une très faible consommation, ainsi que l'Australie 5 millions de tonnes sont misent sur le marché mondial. Sont également présents sur le marché mondial l'Argentine et les Etats-Unis.

Les principales zones déficitaires, donc importatrices sont l'Asie du sud-est, le Maghreb, le proche et moyen orient ainsi que le reste de l'Afrique et l'Amérique centrale qui importent de 40% à 50% de leur consommation de produits laitiers.

Le marché mondial des produits laitiers est approvisionné majoritairement par deux blocs l'UE et l'Océanie et, dans une moindre mesure par les Etats-Unis, l'Argentine, le Canada et certains pays de l'Est (Pologne et République Tchèque).

## 1.4 Les facteurs influençants la demande alimentaire

Les besoins (la demande) d'un pays résultent de plusieurs facteurs différents, ils peuvent être d'ordre démographique, économique et politique.

### 1.4.1 Le facteur démographique

La croissance de la demande alimentaire dans un pays est directement liée à sa croissance démographique. En d'autres termes ; la croissance démographique entraîne indubitablement la croissance de la consommation alimentaire.

- La pyramide des âges joue aussi un grand rôle dans la demande alimentaire car le vieillissement de la population entraîne une diminution des besoins en calories ce qui entraîne une diminution de la consommation.

- L'urbanisation de la population modifie considérablement le mode de consommation par rapport aux zones rurales. Les citadins consomment moins de céréales et de féculents et d'avantages de protéines animales (viandes, œufs, poissons, lait et produits laitiers), de fruits et de légumes et de matières grasses.

- La modernisation des circuits de commercialisation et de distribution réduit considérablement la différence entre les modes de consommations de la zone urbaine et de la zone rurale, de ce fait, on tend à parvenir à un modèle unique de consommation.

- La seule différence persistante est l'alimentation hors du foyer car les infrastructures de la restauration hors du foyer ne peuvent pas s'implanter (ou difficilement) dans les zones rurales.

### 1.4.2 Les facteurs économiques et politiques

Le niveau du revenu a une influence directe sur la consommation, cela veut dire que lorsque le niveau des revenus augmente, le volume de la consommation alimentaire ainsi que sa composition augmente en parallèle. Les effets de l'inflation sur la demande alimentaire sont négatifs, on estime que l'inflation affecte plus directement les consommateurs les plus pauvres, dans la mesure où leurs revenus ne répondent plus à leurs besoins, c'est



ce qui est appelée communément la paupérisation et affecte la demande alimentaire (La paupérisation dans certains pays atteint la mal nutrition).

Trois points saillants ressortent de cette rapide description de la situation du marché mondial des produits alimentaires de base.

- La forte polarisation de la production et des échanges entre un petit nombre des pays.
- Les amplitudes variations de la production mondiale.
- La production mondiale des produits alimentaires de base est concentrée entre un nombre limité de pays, les quatre premiers producteurs mondiaux sont : l'Union Européenne, les Etats Unies, le Canada et l'Océanie.

Près de la moitié des importations mondiales sont le fait des pays de l'Afrique du nord. L'Algérie réalise à elle seule plus du tiers du total.

Malgré les efforts fournis par l'état, le secteur agricole en Algérie reste peu développé et souffre d'énormes problèmes liés au facteur humain qui n'en demeure pas le seul. Cependant beaucoup d'autres facteurs sont à l'origine des retard de développement enregistrés dans ce secteur, tels que les conditions climatiques difficiles (climat aride, faible pluviométrie) et la médiocrité des sols dans les qu'elles évoluent l'agriculture algériennes.

L'intensification de la production agricole une très fort intervention de l'état en matière de formation et de vulgarisations et de mieux utiliser les ressources disponible.

Le développement de ce secteur doit occuper une place majeure dans les programmes de relance économique, et celle des fileries lait et blé font la pierre angulaire. Dans un objectif de réduction de la dépendance extérieure et du facteur d'importation l'état et appelé a fournis d'énormes efforts visant la promotion de ces filières qui souffrant multiple handicap.

---

# Aspect théorique des séries chronologiques

## 2.1 Introduction

L'étude des séries chronologiques correspond à l'analyse d'observations espacées dans le temps, elles ont été utilisées en astronomie, biologie, météorologie, l'économie et en finance...ect.

L'approche de modélisation par les séries chronologiques est utilisées pour faire des prévisions, elle consiste à exploiter l'information contenue dans les valeurs passées d'une variable et des perturbations aléatoires , on aura besoin de collecter des informations sur une assez longue période pour avoir des prévisions fiable, de façon à déterminer les caractéristique intrinsèques et la nature de l'évolution dans le temps de la série ;nous pourrons alors prévoir les valeurs futures de la variable .

## 2.2 Définition et avantage de l'analyse des séries chronologique

### 2.2.1 Définition

Le terme " **série temporelle ou chronique** " désigne une suite de données d'observations en des instants  $t_i$  ordonnés dans le temps,  $i = 1, 2, \dots$ . En ces instants, on observe

$X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ , l'ordre des  $t_i$  est aussi important que les valeurs de la série à ces instants.

Pour tout ce qui suit, nous considérons  $t_i$  égal à  $i$  tel que  $i = 1, 2, \dots$

Ainsi, l'analyse d'une série chronologique a pour but de **d'écrire**, **d'expliquer** et **de prévoir** un phénomène évoluant au cours de temps par :

-La mise en évidence essentiellement de la tendance générale et des fluctuations saisonnières .

-L'élaboration d'un modèle permettant de faire des prévisions à court terme ou à long terme.

### 2.2.2 l'avantage de l'analyse des séries chronologiques

L'analyse des séries chronologiques est fondée sur l'hypothèse que les valeurs successives dans le fichier de données représentent des mesures consécutives prises à des intervalles de temps pouvant être équidistants.

Les méthodes d'analyse consistent à analyser statistiquement la courbe d'évolution de la variable d'intérêt est à exploiter les régularités pour la projeter dans l'avenir.

L'avantage de ce type de méthodes est que les seules données requises sont celles portant sur la variable à prévoir. par ailleurs ,elles permettent de prendre en compte de manière fine la saisonnalité de la série à analyser. Leur limite est de ne pas pouvoir prévoir l'effet de choc exogène, puisque aucune variable explicative n'intervient dans le modèle.

## 2.3 Représentation graphique

Lorsque le prévisionniste dispose d'un historique, le premier réflexe qu'il doit avoir est de tracer le graphique de la série chronologique (série d'origine) dans un repère orthonormé en portant en ordonnée les valeurs des observations et en abscisse, les dates correspondantes (jour, mois, années...).

La visualisation de l'évolution de la chronique via le graphique, nous permettra de mettre en évidence les composantes constitutives d'une série chronologique qui sont très importantes pour le choix du modèle à adopter.

Dans l'examen de l'allure générale de la courbe représentative de la série, on distingue quatre composantes fondamentales.

## 2.4 Les composantes d'une série chronologique

### 2.4.1 La composante tendancielle (trend) $T_t$

C'est un mouvement de long durée, à la hausse ou à la baisse, qui représente l'évolution générale d'un phénomène économique, appelée aussi mouvement de fond ou structurel. Elle se présente comme une fonction du temps ; elle est la composante la plus importante dans une série chronologique. La tendance peut avoir un caractère linéaire, exponentiel ou des allures plus complexes (par exemple logistique ou autres ...).

### 2.4.2 La composante cyclique $C_t$

C'est un mouvement d'allure quasi-périodique comportant une phase croissante et une phase décroissante ; la tendance et le cycle sont souvent regroupés en une composante appelée l'extra saisonnier.

### 2.4.3 La composante saisonnière $S_t$

C'est une composante cyclique relativement régulière de période intra-annuelle (semaine, mois, trimestre, ...etc.). On distingue deux mouvements saisonniers:

- **Rigide** : bien marqué et répétitif.
- **Souple** : la saison est répétitive mais moins marquée.

#### 2.4.4 La composante résiduelle $R_t$

Elle peut correspondre à un mouvement erratique. Elle rassemble tout ce que les autres composantes n'ont pas pu expliquer du phénomène observé. Cette composante contient de nombreuses fluctuations, en particulier accidentelles. Elle peut refléter une structure de corrélation pouvant exister dans le phénomène étudié ou bien, elle peut être due à des événements qui se reproduisent pas à des dates fixes (exceptionnels et imprévisibles exemple : grève, guerre, catastrophes ... etc.). Le résidu présente en général une allure aléatoire plus au moins stable autour de sa moyenne.

### 2.5 Prévision d'une série chronologique

Le mot « prévision », peut à la fois représenter un résultat pour l'entreprise et recouvrir un ensemble de méthodes très diverses qui ont en commun de chercher à réduire l'incertitude liée à la non connaissance du futur.

La décision pour une entreprise est difficile car elle risque d'être coûteuse si les prévisions sur les quelles elle est fondée sont infirmées. On peut distinguer trois types de prévision : prévision à court terme, prévision à moyen terme et prévision à long terme.

Le but de l'étude des séries chronologiques est la prévision, qui consiste à évaluer les valeurs futures  $X_{t+h}$ ; ( $h \geq 1$ ) d'une variable à partir de l'observation de ses valeurs passées  $X_1, X_2, \dots, X_t$ . Or, la valeur que la variable prendra à l'instant  $t + h$  sera plus au moins égale à la valeur prédite ; pour cette raison, notre objectif est de proposer un intervalle de prévision susceptible de contenir la valeur inconnue.

La qualité de la prévision dépend d'une part de l'évolution de la série, d'autre part de l'horizon  $h$  ; en d'autres termes, la qualité de la prévision est meilleure lorsque la série évolue d'une façon régulière dans le temps et / ou lorsque l'horizon est petit.

## 2.6 Processus aléatoires

D'un point de vue sémantique, un processus est un ensemble de phénomène conçus comme une chaîne causale progressive à travers le temps, du point de vue mathématique, il est solution d'une équation composée de variables indicées par le temps .

Si l'évolution temporelle d'une ou plusieurs variables n'est pas totalement déterministe (présence d'une ou plusieurs variables aléatoires) on parle alors de processus stochastique.

### 2.6.1 Définition et Stationnarité d'un processus aléatoire

#### a. Définition

Un processus aléatoire est une famille de variables aléatoires indicées par le temps noté  $\{X_t, t \in T\}$ , définies sur le même espace probabilisable  $(\Omega, F)$

$$\begin{aligned} X_t & : (\Omega, F) \rightarrow (\mathbb{R}, B_{\mathbb{R}}) \quad X_t \text{ est mesurable, } \forall t \in T \\ \omega & \rightarrow X_t(\omega) \end{aligned}$$

$t$  est l'instant d'observation et  $T$  est l'espace des instants.

Si  $T = \mathbb{R}$ , le processus est dit à temps continu.

Si  $T = \mathbb{Z}$  ou  $\mathbb{N}$  ou  $\mathbb{N}^*$ , il est dit à temps discret.

#### b. La stationnarité d'un processus aléatoire

On dit qu'une série est stationnaire si elle est la réalisation d'un processus stationnaire.

On distingue deux types de stationnarité:

- **Stationnarité stricte d'un processus stochastique**

Un processus est dit strictement stationnaire si  $\forall$  le n-uplet  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  tel que  $t_i \in T$  et pour tout  $h \in T$  tel que  $t_i + h \in T$ ,  $i = 1, \dots, n$  la suite  $(X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h})$  a la même probabilité que la suite  $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n})$

$$\begin{aligned} \forall (X_1, X_2, \dots, X_n), \forall (t_1, t_2, \dots, t_n) \text{ et } \forall h & : P(X_{t_1} < x_1, \dots, X_{t_n} < x_n) \\ & = P(X_{t_1+h} < x_1, \dots, X_{t_n+h} < x_n) \end{aligned}$$

Autrement dit, un processus strictement stationnaire à tout ses moments invariant dans le temps.

- **Stationnarité faible d'un processus Stochastique (au second ordre)**

Un processus  $X_t, t \in T$  est dit faiblement stationnaire si seulement les moments d'ordre un et deux sont stationnaires en dépit de la non stationnarité éventuelle des autres moments, comme suit:

- $\forall t \in \mathbb{Z} \quad E(X_t^2) < \infty$  (une variance finie)
- $\forall t \in \mathbb{Z} \quad E(X_t) = m$  (moyenne constante indépendante de  $t$ )
- $\forall t \in \mathbb{Z} \quad cov(X_t, X_{t+h}) = m(h)$  (fonction d'autocovariance indépendante de  $t$ )

- La stationnarité au sens strict n'implique pas la stationnarité au sens large excepté dans le cas d'existence des deux premiers moments.

- Dans la pratique, la vérification de la stationnarité au sens strict peut être difficile à démontrer. On se restreint à démontrer la stationnarité au sens large.

Par conséquent, une série stationnaire ne comporte ni tendance ni saisonnalité ; sa variance si elle existe est constante.

### 2.6.2 Processus Bruit Blanc (white noise) :

Un bruit blanc est un processus stochastique à accroissement non corrélés, c'est-à-dire, un processus  $\{X_t, t \in T\}$  tel que  $X_{t_2} - X_{t_1}, X_{t_3} - X_{t_2}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$ , sont non corrélés pour tout n-uplet  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ . Vérifiant  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  il est dit bruit blanc «fort» si les accroissements sont indépendants et si, de plus, la loi de probabilité de  $(X_{t+h} - X_t)$   $h \in T$  ne dépend pas du temps, il est dit processus à accroissement indépendants stationnaires.

On évoque aussi d'autres appellations telles que processus (i.i.d) processus formé de variables mutuellement indépendantes et identiquement distribuées.

Dans le cas de l'analyse des séries chronologiques, un bruit blanc  $\{\varepsilon_t, t \in T\}$  est tel que:

- $E(\varepsilon_t) = 0 \quad \forall t \in \mathbb{Z}$  (moyenne nulle)
- $var(\varepsilon_t) = \sigma^2 \quad \forall t \in \mathbb{Z}$  (variance constante)
- $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{si } h = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$  (les variables sont non corrélées)

Un processus i.i.d est nécessairement stationnaire mais la réciproque est fautive.

### 2.6.3 Fonction d'autocorrélation simple et partielle

La corrélation est un moyen utilisé pour comparer l'évolution de deux ou plusieurs phénomènes.

L'autocorrélation est un concept lié à celui de la corrélation, il s'agit d'une corrélation entre la série et elle-même à différents décalages dans le temps.

Les coefficients d'autocorrélation sont calculés pour des ordres allant de 0 à  $h$ ,  $h$  étant le décalage maximum tel que :

$$\frac{n}{6} < h < \frac{n}{3} \quad \text{ou} \quad h = \frac{n}{5} \quad \text{si } n \geq 150$$

La représentation des coefficients d'autocorrélation d'une série chronologique est appelée corrélogramme.

#### Fonction d'autocovariance

La fonction d'autocovariance mesure la covariance entre deux valeurs de  $X_t$  séparées par un certain délai. Elle fournit des informations sur l'évolution de la série et sur les liaisons temporelles pouvant exister entre les différentes composantes de la série.

La fonction d'autocovariance  $\delta_h$  d'un processus stationnaire  $X_t$  est définie comme suit

$$\delta_h : \mathbb{Z} * \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\delta(h) = cov(X_t, X_{t-h}) = E[(X_t - E(X_t))(X_{t-h} - E(X_{t-h}))]$$

$$\delta(0) = cov(X_t, X_t) = E[(X_t - E(X_t))^2] = var(X_t) \geq 0$$

$$| \delta(h) | \leq \delta(0) \quad \text{et} \quad \delta(-h) = \delta(h) \quad \text{fonction paire et définie positive.}$$



### Fonction d'autocorrélation simple

La fonction d'autocorrélation simple notée FAC (ACF en Anglais) permet de mesurer les liaisons temporelles entre les différentes composantes de la série stationnaire  $X_t$ .

Elle est définie par :

$$\rho_h = \frac{\delta_h}{\delta_0} = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+h})}{\sigma_{X_t} \sigma_{X_{t+h}}} = \frac{\delta(h)}{\sqrt{\delta(0)} \sqrt{\delta(0)}} = \frac{\delta(h)}{\delta(0)}$$

Elle vérifie les propriétés suivantes:

- $\rho_0 = 1$
- $|\rho_h| \leq \rho_0$
- $\rho_h = \rho_{-h}$  (fonction paire)

### Fonction d'autocorrélation partielle

La fonction d'autocorrélation partielle notée FAP (PACF en Anglais) mesure la corrélation entre  $X_t$  et  $X_{t-h}$   $h \in \mathbb{N}$  l'influence des variables  $X_{t-h+i}$  (*pour*  $i < h$ ) ayant été retirés. Etant donnée la matrice des corrélations symétrique formée des  $(h-1)$  premières autocorrélations.

$$P_h = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \cdots & \rho_{h-1} \\ \rho_1 & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

La fonction d'autocorrélation partielle est donnée par :

$$\phi_{hh} = \frac{|P_h^*|}{|P_h|}$$

Où  $|P_h^*|$  est le déterminant de la matrice  $P_h$  en remplaçant la dernière colonne par le vecteur  $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_h)$

Ainsi

$$P_h^* = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \cdots & \rho_{h-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & & & & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \cdots & \cdots & 1 & \rho_h \end{bmatrix}$$

Vu la complexité des calculs, on utilise l'écriture récurrente de  $\phi_{ii}$  tel que :

$$\phi_{ii} = \begin{cases} \rho_1 & \text{si } i=1 \\ \frac{\rho_i - \sum_{j=1}^{i-1} \phi_{i-1,j} \rho_{i-j}}{1 - \sum_{j=1}^{i-1} \phi_{i-1,j} \rho_j} & \text{si } i = 2, \dots, h \end{cases}$$

Où  $\phi_{ij} = \phi_{i-1,j} - \phi_{ii} \phi_{i-1,i-j} \quad j = 1, \dots, i-1$

Cet algorithme utilisant les équations de Yule-Walker est appelé algorithme de Durbin.

## 2.6.4 Les opérateurs linéaires

### a. Opérateur de retard B (Backward)

Soit le processus  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  ; l'opérateur de retard noté "B" transforme une observation en sa valeur passé, tel que :

$$BX_t = X_{t-1}$$

Il a les propriétés suivantes :

- $Ba = a$  ; l'opérateur d'une constante est une constante ;
- L'identité :  $B^0 X_t = X_t$  ;
- Linéarité :  $(B^i + B^j)X_t = B^i X_t + B^j X_t$ ;
- Associativité :  $B^i(B^j X_t) = B^i X_{t-j} = X_{t-i-j}$   
 $B^i(B^j X_t) = B^{i+j} X_t = X_{t-i-j}$

- $(1 - B)^2 X_t \neq (1 - B^2)X_t$

En effet :  $(1 - B^2)X_t = (1 - 2B + B^2)X_t = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \neq X_t - X_{t-2}$

### b. Opérateur d'avance F (Forward)

L'opérateur d'avance noté "**F**" associé à un processus  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  transforme une observation en sa valeur future, tel que:

$$FX_t = X_{t+1}$$

il a les mêmes propriétés que l'opérateur de retard B.

**c. Opérateur de différence  $\nabla$  :**

L'opérateur de différence noté " **$\nabla$** " associé à un processus  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  permet d'éliminer l'effet de la tendance, tel que:

$$\nabla X_t = (1 - B)X_t = X_t - X_{t-1} \quad \text{et} \quad \nabla^n X_t = (1 - B)^n X_t \quad n \geq 1$$

**d. Opérateur de différence saisonnière  $\nabla_S$  :**

L'opérateur de différence saisonnière noté " **$\nabla_S$** " associé à un processus  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  permet d'éliminer l'effet de la saisonnalité tel que:

Appliqué à une série afin de lui ôter la saisonnalité, il est défini par :

$$\nabla_S X_t = (1 - B^S)X_t = X_t - X_{t-S}$$

$S$  : période de saisonnalité ( $S = 12$  pour les séries mensuelles,  $S = 4$  pour les séries trimestrielles,.....)

On définit le  $D^{\text{ème}}$  opérateur de différence saisonnière par :

$$\nabla_S^D X_t = (1 - B^S)^D X_t$$

## 2.6.5 Processus stationnaires et processus non stationnaires

### Processus stationnaires

Les processus ARMA forment une famille de processus stationnaires (Wold 1954), ils regroupent simultanément les processus **autorégressifs** (AR) et les processus **moyenne mobile** (MA) .

Chacun de ces modèles est caractérisé par sa fonction d'autocorrélation simple (**FAC**) et sa fonction d'autocorrélation partielle (**FAP**).

**a. Processus Autorégressifs (AR)**

On appelle processus autorégressifs d'ordre  $p$  noté  $AR(p)$  un processus stationnaire  $X_t$  vérifiant la relation:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

En d'autres termes ; une observation dépend du résidu au temps  $t$  plus une combinaison linéaire des observations précédentes.

L'équation (1) peut aussi s'écrire :

$$\Phi(B)X_t = \varepsilon_t \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Avec :

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

Où  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  sont des paramètres réels à estimer et  $\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}$  est un bruit blanc.  $p$  appelé le degré d'autocorrélation, il indique la profondeur de la mémoire.

**b. Processus MA d'ordre  $q$ , MA( $q$ )**

On appelle processus moyenne mobile d'ordre  $q$  noté  $MA(q)$  un processus stationnaire  $X_t$  vérifiant la relation:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2)$$

Une observation à  $t$  dépend du résidu à  $t$  moins une combinaison linéaire des résidus précédentes.

L'équation (2) peut aussi s'écrire :

$$X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

Avec :

$$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

Où  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  sont des paramètres réels à estimer et  $\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}$  est un bruit blanc.

$q$  est nommé le degré de la moyenne mobile.

**Remarque :**

Nous pouvons ajouter à ces deux processus une constante qui ne modifie en rien les propriétés stochastiques.

• **La relation entre AR et MA**

Considérons un processus MA d'ordre 1, c'est-à-dire  $X_t = (1 - \theta_1 B)\varepsilon_t$

Le polynôme  $(1 - \theta_1 B)$  est inversible si  $|\theta_1| \neq 1$

Dans le cas où  $|\theta_1| < 1$  on a :

$$\begin{aligned} (1 - \theta_1 B)^{-1} &= \frac{1}{1 - \theta_1 B} = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_1^i B^i \\ &= (1 + \theta_1 B + \theta_1^2 B^2 + \dots) \quad \text{on pose } \theta_1^i = \theta_i \\ &= (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots) \end{aligned}$$

D'où :

$$\varepsilon_t = (1 - \theta_1 B)^{-1} X_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots) X_t = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_1^i X_{t-i}.$$

C'est aussi un processus  $AR(\infty)$ .

$\sum_{i=1}^{\infty} \theta_1^i$  doit être convergente et sa convergence est assurée lorsque :  $|\theta_1| < 1$

**conclusion**

Un processus MA(1) peut être écrit sous la forme d'un  $AR(\infty)$  et un processus  $AR(1)$  peut être écrit sous la forme d'un  $MA(\infty)$

• **Condition de stationnarité et d'invisibilité**

D'après ce qui précède la condition  $|\theta_1| < 1$  permet d'inverser le polynôme  $(1 - \theta_1 B)$ .

La racine du polynôme  $(1 - \theta_1 B)$  égale à  $\frac{1}{\theta_1}$

$|\theta_1| < 1$  est appelée condition d'invisibilité du processus MA(1), elle est généralisée pour le polynôme  $\Theta(B)$  des processus MA.

**Sous cette condition :**

- Un processus AR est toujours inversible, il est stationnaire lorsque les racines de  $\Phi(B) = 0$  sont à l'extérieure du cercle unité du plan complexe.

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) = 0 \iff \Phi(B) = 0.$$

La condition de stationnarité est que  $|\mu_i| < 1$

- Un processus MA est toujours stationnaire, il est inversible si les racines de  $\theta(B) = 0$  sont à l'extérieure du cercle unité du plan complexe.

$$(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) = 0 \iff \theta(B) = 0 \iff \prod_{i=1}^q (1 - v_i B) = 0.$$

La condition d'invisibilité se ramène à  $|v_i| < 1$

**• Fonction d'autocorrélation simple et partielle**

Un processus AR (p) a les caractéristiques suivantes :

- La FAC est une exponentielle et / ou une sinusoïde amortie.
- Seuls les p premiers termes de la FAP sont significativement différents de 0.

Un processus MA (q) a les caractéristiques suivantes :

- Seuls les q premiers termes de la FAC sont significativement différents de 0.
- La FAP est une exponentielle et / ou une sinusoïde amortie.

**c. Processus Autoregressif Moyenne mobile**

Un processus stationnaire  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  suit un ARMA(p,q) s'il vérifie la relation suivante:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = \varepsilon_t - \phi_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \phi_q \varepsilon_{t-q}$$

Ou les  $\phi_i (i = \overline{1, p})$  et  $\theta_j (j = \overline{1, q})$  sont des réels et  $\varepsilon_t$  bruit blanc .

En introduisant l'opérateur de retard on obtient :

$$\Phi(B)X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

Avec :

$$\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p \quad \text{Appelé polynôme autorégressif d'ordre}$$

p.

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad \text{Appelé polynôme moyenne mobile}$$

d'ordre q.

$$\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z} \text{ Processus bruit blanc } (0, \sigma_\varepsilon^2)$$

### Remarque

Le processus AR(p)est un cas particulier d'un processus  $ARMA(p, 0)$  et le processus MA(q)est un cas particulier d'un processus  $ARMA(0, q)$ .

### • Stationnarité et invisibilité

Un processus ARMA est stationnaire si le polynôme  $\Phi$  à toutes ses racines à l'extérieur du disque unité et inversible si toutes les racines du polynôme  $\Theta$  sont à l'extérieure du disque unité.

### Remarque :

Si  $\Phi$  et  $\Theta$  ont leurs racines à l'extérieur du disque unité, on peut écrire un processus ARMA (p, q) :

- Soit sous la forme MA ( $\infty$ ) :  $X_t = \frac{\theta(B)}{\Phi(B)} = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \varepsilon_{t-i}$  avec  $\sum_{i=1}^{\infty} |\alpha_i| < \infty$  et  $\alpha_0 = 1$

- Soit sous la forme AR( $\infty$ ) :  $\varepsilon_t = \frac{\Phi(B)}{\theta(B)} X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i}$  avec  $\sum_{i=1}^{\infty} |\beta_i| < \infty$  et  $\beta_0 = 1$

- **Fonction d'autocorrélation simple et partielle**

Les corrélogrammes simple et partiel d'un processus ARMA (p, q) synthétisent ceux des processus AR (p) et MA (q), ils sont un mélange de fonctions exponentielles et sinusoïdales amorties.

**Remarque :**

Les modèles AR, MA et ARMA sont représentatifs des chroniques

- Stationnaires
- Corrigées des variations saisonnières.
- Affectées d'une tendance seulement déterministe.

**Processus non stationnaires**

Ces processus sont représentatifs de la plupart des phénomènes aléatoires dans la mesure où d'autres facteurs ne sont pas pris en compte en dépit de leur importance ou de leur imprévisibilité (grève, catastrophe, ...). Les cas de non stationnarité sont représentés par:

**a. Processus Trend Stationary(TS)**

Ce sont des processus qui présentent une stationnarité de type déterministe. Ils sont formés de deux composantes. Ils s'écrivent comme suit:

$$X_t = f_t + \varepsilon_t$$

Où :

$f_t$  est une fonction polynomiale du temps, linéaire ou non.

$\varepsilon_t$  est un processus stationnaire.

**Exemple:**

Soit le processus  $TS : X_t = a_0 + a_1t + \varepsilon_t$

$E(X_t) = a_0 + a_1t$  dépend du temps, ce qui implique qu'il n'est pas stationnaire.

Pour le stationnariser, on soustrait de la valeur de  $X_t$  la valeur estimée  $\hat{a}_0 + \hat{a}_1t$  en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires(MCO).



**b. processus Differencey Stationnary(DS)**

Ce sont des processus qui présentent une non stationnarité de type aléatoire. Ils s'expriment par l'équation suivante :

$$X_t = X_{t-1} + \beta + \varepsilon_t$$

où  $\varepsilon_t$  peut être un processus stationnaire.

On distingue deux types de processus :

- Pour  $\beta = 0$  le modèle s'écrit :  $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$

Le processus DS est dit sans dérive, il est appelé aussi marche aléatoire (Random walk). Il s'agit d'un processus autorégressif d'ordre 1, explosif.

- Pour  $\beta \neq 0$  le modèle s'écrit :  $X_t = X_{t-1} + \beta + \varepsilon_t$

Le processus DS est dit avec dérive, Il s'agit d'un processus autorégressif explosif d'ordre 1 avec constante.

Pour stationnariser ces deux processus, on utilise le filtre aux différences.

$$\text{Pour } \beta = 0 : (1 - \beta)^d X_t = \varepsilon_t$$

$$\text{Pour } \beta \neq 0 : (1 - \beta)^d X_t = \beta + \varepsilon_t$$

avec  $d$  l'ordre de différenciation ou d'intégration.

**Remarque:**

Nelson et Kang (1981) ont montré sur la base de simulation que la stationnarisation d'une série dépend du type de la tendance qu'elle exhibe. Du point de vue statistique et économique, se tromper sur le type de tendance aboutit à des résultats erronés, ce qui explique de ce fait sa grande importance ; en d'autres termes, si on traite un processus TS comme un processus DS, on introduit une perturbation artificielle ; à l'opposition, si on traite un processus DS comme TS, on introduit dans la série un mouvement cyclique long.

**c.Processus ARIMA**

Ce sont des modèles ARMA intégrés notés ARIMA(p,d,q). Ils sont issus des séries stationnarisées par l'application du filtre aux différences(d fois) et ceci, bien entendu, dans le cas des processus DS détectés par le test Dickey-Fuller (défini plus loin).

Le processus  $X_t$  suit un ARIMA  $(p, d, q)$ , s'il est solution d'une équation aux différences stochastiques du type :

$$\Phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

avec  $\Phi(B)$  polynome de retard auturgressif

$\Theta(B)$  polynome de moyenne mobile

$\varepsilon_t$  un bruit blanc

d l'ordre d'intégration

**d.Processus SARIMA**

Ce sont des extensions des processus ARMA et ARIMA. Ils représentent généralement des séries marquées par une saisonnalité comme c'est le plus souvent, le cas pour des séries économiques voir financières. Ces séries peuvent mieux s'ajuster par des modèles saisonniers. Ce sont les processus SARIMA  $(p, d, q)(P, D, Q)$  qui répondent au modèle :

$$\Phi(B)\Phi_s(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^D X_t = \theta(B)\theta_s(B^s)\varepsilon_t \quad \text{où}$$

$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  : polynôme autorégressif non saisonnier d'ordre P.

$\Phi_s(B) = 1 - \phi_s B - \phi_s B^{2s} - \dots - \phi_{P_s} B^{P_s}$  : polynôme autorégressif saisonnier d'ordre P.

$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  : polynôme moyenne mobile non saisonnier d'ordre q.

$\Theta_s(B) = 1 - \theta_s B - \theta_{2s} B^{2s} - \dots - \theta_{Q_s} B^{Q_s}$  : polynôme moyenne mobile saisonnier d'ordre Q.

$(1 - B)^d$  : opérateur de différence d'ordre d.

$(1 - B^s)^D$  : opérateur de différence d'ordre D.

$\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$ , et  $s$  correspond à la saison (S=12 ou 4 ou .....).

- Les paramètres  $(p, d, q)$  correspondant à la partie non saisonnière, ils sont identifiés en examinant la coupure des fonctions d'autocorrélations simple et partielle.

- Pour la partie saisonnière ( $P, D, Q$ ), les paramètres  $P$  et  $Q$ , ils sont identifiés en examinant la coupure des fonctions d'autocorrélations simple et partielle à des ordres ou la différence saisonnière d'ordre " $S$ " a été appliqué.

## 2.6.6 Les Test de racine unitaire :

### Tests de DICKEY et FULLER simples (DF) :

Les tests de DICKEY et FULLER permettent de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d'une chronique par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique. L'application du test se fait en estimant par la méthode des MCO ; trois modèles suivant que le processus qui représente la série de base :

MODELE (1) :  $X_t = \Phi X_{t-1} + \varepsilon_t$  qui est un modèle autorégressif d'ordre (1) AR (1).

MODELE (2) :  $X_t = \Phi X_{t-1} + C + \varepsilon_t$  qui est un modèle AR (1) avec constante.

MODELE (3) :  $X_t = \Phi X_{t-1} + C + bt + \varepsilon_t$  qui est un modèle AR (1) avec tendance.

Les hypothèses du test sont : 
$$\begin{cases} H_0 : \phi = 1 \\ H_1 : |\phi| < 1 \end{cases}$$

Si dans l'un des trois modèles l'hypothèse nulle est vérifiée, le processus est alors non stationnaire.

- Si dans les trois modèles en même temps, l'hypothèse nulle est vérifiée, le processus est donc non stationnaire. (la non stationnarité est de nature stochastique).

Si dans le modèle (3), on accepte l'hypothèse nulle et si le coefficient  $b$  est significativement différent de zéro ; alors le processus est non stationnaire de type TS ; on peut le rendre stationnaire en calculant les résidus par rapport à la tendance estimée par les moindres carrés ordinaires.

Pour des raisons statistique DICKEY et FULLER ont choisit de tester la valeur  $(\hat{\phi} - 1)$  au lieu de  $(\hat{\phi})$  on obtient alors les modèles suivants :

MODELE(1) :  $\nabla X_t = \hat{\rho} X_{t-1} + \varepsilon_t$   $\hat{\rho} = (\hat{\phi} - 1)$

MODELE(2) :  $\nabla X_t = \hat{\rho} X_{t-1} + C + \varepsilon_t$   $C$  : constante.

$$\text{MODELE(3)} : \quad \nabla X_t = \hat{\rho}X_{t-1} + C + bt + \varepsilon_t \quad bt : \text{Tendance.}$$

DICKEY et FULLER ont tabulé les valeurs critiques pour chaque modèle et pour les échantillons de taille différentes que l'on compare avec les différentes valeurs des t-statistiques obtenues par l'estimation des coefficients.

On accepte  $H_0$  lorsque la valeur de  $t$  calculée est supérieure à la valeur tabulée, et on dira que le processus est non stationnaire

### Test de DIKEY et Fuller augmenté (ADF)

Dans les modèles précédents utilisés par le test de DICKEY ET FULLER simple, le processus  $\varepsilon$  est par hypothèse un bruit blanc. Or il n'y a aucune raison pour que a priori l'erreur soit non corrélée ; on appelle tests de DICKEY et FULLER AUGMENTE (ADF) la prise en compte de cette hypothèse.

Les tests (ADF) sont fondés sous l'hypothèse alternative  $|\phi| < 1$ , sur l'estimation par les MCO des trois modèles :

$$\text{MODELE (1)} : \quad \nabla X_t = \hat{\rho}X_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j \nabla X_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

$$\text{MODELE (2)} : \quad \nabla X_t = \hat{\rho}X_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j \nabla X_{t-j+1} + C + \varepsilon_t$$

$$\text{MODELE (3)} : \quad \nabla X_t = \hat{\rho}X_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j \nabla X_{t-j+1} + C + bt + \varepsilon_t$$

Le test se déroule d'une manière similaire aux tests DF simple, seule les tables statistiques différents.

# Partie I

## Etude univariée des séries des importations lait et blé

---

# la méthodologie de BOX ET JENKINS

## 3.1 Introduction

George Box et Gwilym Jenkins ont développé en 1976 une véritable méthodologie de recherche et d'étude systématique en fonction de l'étude des corrélogrammes. C'est une approche itérative qui consiste à identifier un modèle susceptible de représenter le phénomène étudié. Elle se réfère à deux types de modèles, autorégressifs et moyenne mobile ou à une combinaison des deux. Cependant, la modélisation d'une chronique nécessite au préalable une stationnarisation. le diagramme qui suit illustre la démarche générale de Box & Jenkins:

## 3.2 Test des composantes saisonnières et tendancielle

### 3.2.1 Test de Fisher

Avant toute étude d'une chronique, il convient d'élaborer un test permettant de détecter l'existence d'une saisonnalité. Le test le plus communément employé est celui de Fisher par analyse de la variance du facteur période (mensuel, trimestriel...).

On considère  $n$  : le nombre d'années.  $p$  : Le nombre d'observation dans l'année

$X_{ij}$ : La valeur de la série pour la  $i^{\text{ème}}$  année et la  $j^{\text{ème}}$  période.

$\bar{X}_{..}$ : La moyenne générale.

$\bar{X}_{.i}$ : La moyenne de l'année  $i$ .

$\bar{X}_{.j}$ : la moyenne de la période  $j$

La variance année et la variance période sont définies respectivement par :

$$var_A = \frac{p \sum_{i=1}^n (\bar{X}_{.i} - \bar{X}_{..})^2}{n - 1},$$

$$var_P = \frac{n \sum_{j=1}^p (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2}{p - 1}$$

La variance résiduelle :

$$var_R = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{X}_{.i} - \bar{X}_{.j} + \bar{X}_{..})^2}{(n - 1)(p - 1)}$$

L'équation de la variance totale :

$$var_T = var_A + var_P + var_R = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2}{n - 1}$$

L'hypothèse est :  $H_0$  : « pas de saisonnalité » contre  $H_1$  : « il existe une saisonnalité »

La valeur calculée  $F_0 = \frac{var_P}{var_R}$  que l'on compare à la valeur tabulée de Fisher au seuil de signification  $\alpha$   $F_{v_1 v_2}^\alpha$

Avec  $v_1 = (p - 1)$ ,  $v_2 = (n - 1)(p - 1)$  les degrés de liberté

- Si  $F_0 > F_{v_1 v_2}^\alpha$  on rejette  $H_0$  la série est saisonnière.

Le test de Fisher permet également de tester l'effet de la tendance.

Soient les hypothèses :  $H_0$  : « La série n'est pas affectée d'une tendance »

Contre  $H_1$  : « La série est affectée d'une tendance »

On calcule  $F_1 = \frac{var_A}{var_R}$  que l'on compare avec la valeur tabulée de Fisher  $F_{v_3 v_2}^\alpha$  a seuil  $\alpha$

Avec  $v_3 = (n - 1)$ ,  $v_2 = (n - 1)(p - 1)$  degré de liberté

- Si  $F_1 > F_{v_3 v_2}^\alpha$  on rejette l'hypothèse, la série est affectée d'une tendance.

Concernant l'existence de la tendance, le **test de Fisher** s'avère faible, il convient d'effectuer un autre test, le plus connu est de Dickey-Fuller.

### 3.2.2 Test de Dickey-Fuller

Il permet de détecter non seulement l'existence d'une tendance mais aussi de quel type elle est pour la construction de ce test, Dickey et Fuller ont proposés trois modèles de base:

$$(1 - \phi_1 B)X_t = \varepsilon_t : \text{modèle autorégressif d'ordre 1} \dots \text{Modèle (1)}$$

$$(1 - \phi_1 B)(X_t - c) = \varepsilon : \text{modèle autorégressif d'ordre 1 avec constante} \dots \text{Modèle (2)}$$

$$(1 - \phi_1 B)(X_t - c - bt) = \varepsilon_t : \text{modèle autorégressif d'ordre 1 avec tendance..Modèle (3)}$$

Les hypothèses à tester sont  $H_0 : \phi_1 = 1$  contre  $H_1 : |\phi_1| < 1$

C'est un test itératif qui se déroule comme suit :

- Si dans l'un des modèles la statistique relative à  $\phi_1$  est supérieure aux valeurs tabulées  $t_{0.05}$ , on déduit qu'il existe une racine unitaire.

On estime en premier le modèle (3) ;

On commence par tester la significativité de la tendance :

- Si la tendance n'est pas significative alors on teste la significativité de la constante
- Si elle est significative le processus est de type DS avec dérive, pour stationnariser la chronique on applique le filtre aux différences et recommencer la procédure.

- Si elle n'est pas significative, le processus est donc marche aléatoire dit DS sans dérive, on différencie la série une fois et on recommence.

- Sinon, le processus est déterministe ; pour le stationnariser on effectue une régression sur le temps et on recommence le test.

- Sinon, Si dans le modèle (3), le coefficient de la tendance est significativement différent de 0 alors le processus est non stationnaire de type TS

- Sinon la série est stationnaire.



### 3.3 Identification

La phase d'identification est la plus importante et la plus difficile, elle consiste à déterminer le modèle adéquat dans la famille des modèles ARMA. elle est fondée sur l'étude des corrélogramme simple et partiel.

Une fois la série stationnarisée, nous identifions les paramètres  $p$  et  $q$  de la manière suivante:

-Si le corrélogramme simple n'a que ses  $q$  premiers termes différents de zéro et que les termes du corrélogramme partiel diminuent lentement, nous pouvons pronostiquer un MA( $q$ ) (moyenne mobile d'ordre  $q$ ).

-Si le corrélogramme partiel n'a que ses  $p$  premiers termes différents de zéro et que les termes du corrélogramme simple diminuent lentement, cela caractérise un AR( $p$ ) (autorégressif d'ordre  $p$ ).

-Si les fonctions d'autocorrelation simple et partiel ne paraissent pas tronquées, il s'agit alors d'un processus ARMA( $p, q$ ).

### 3.4 Estimation

On utilise pour cette phase la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance ou bien des moindres carrés ordinaires. Elle consiste à identifier les coefficients autorégressifs et moyenne mobiles saisonniers ou non.

### 3.5 Tests de validation

Après la phase précédente, si on dispose de plusieurs modèles candidats, il est nécessaire d'effectuer des tests sur les paramètres et sur les résidus afin de les départager.

#### 3.5.1 Test sur les paramètres

C'est un test classique de Student qui permet de tester la significativité de chaque paramètre du processus en utilisant les hypothèses :

$H_0$  : « Le coefficient  $\hat{B}_p = 0$  » contre

$H_1$  : «  $\hat{B}_p$  est significativement différent de zéro »

La statistique de Student représente le ratio du coefficient à estimer sur son écart type  $\frac{\hat{B}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{B}_p}}$

Si  $|\frac{\hat{B}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{B}_p}}| > 1.96$  ( $\alpha = 5\%$ ) on accepte  $H_1$ , dans le cas contraire on rejette le modèle et on envisage une nouvelle spécification (retour à l'étape identification). Après avoir validé plusieurs modèles, il convient de choisir le modèle optimal en se basant sur une comparaison de leur qualité en utilisant les critères d'informations et / ou le principe de Parcimonie.

### Critère d'informations

Ce sont des statistiques aidant à décider sur l'ordre d'un modèle, dans le cas où il en existerait plusieurs. Entre autres, on peut citer :

**Critère d'information d'Akaike (AIC)** Il tient compte de la qualité d'ajustement du modèle à la série observée et du nombre de paramètres utilisés dans l'ajustement.

$$AIC(p, q) = n \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2(p + q)$$

ou  $n$ : est le nombre d'observation de la série

**Critère d'information Bayésien (BIC)** Il a les mêmes caractéristiques que l'AIC, néanmoins ; jugé plus intéressant dans la mesure où il pénalise les paramètres en nombre excessif plus fortement que l' AIC.

$$BIC(p, q) = n \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 (npq) \log \frac{p + q}{n} + (p + q) \log(p + q) \frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$$

**Critère de Schwartz 1979** Ce critère est défini comme suit:

$$SC(p, q) = n \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + (p + q) \log n$$

**Critère de Hannan-Quin 1979** Ce critère de Hannan-Quin s'écrit sous la forme suivante:

$$HQ(p, q) = \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + (p + q)c \log \left[ \frac{\log n}{n} \right] \quad \text{Où } c \text{ est une constante à spécifier.}$$

Les critères les plus utilisés sont AIC, BIC, SC. Le modèle choisi (optimal) est celui qui minimise ces critères. Ils existent d'autres critères appelés « critères de pouvoir prédictif » Utilisés pour vérifier les performances prévisionnelles.

### Principe de Parcimonie

Dans le cas où les critères d'informations AIC et BIC de deux ou plusieurs modèles retenus seraient très proches ou contradictoires, on fait intervenir ce principe puisque le but de la modélisation d'une chronique est de minimiser le nombre de paramètres à estimer.

### 3.5.2 Tests sur les résidus

Lorsque le modèle est bien estimé, les résidus entre les valeurs observées et les valeurs estimées doivent se comporter comme un bruit blanc (gaussien ou pas). Les résidus (ou erreurs de prévision) sont notés  $\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}$ .

#### Test de Box-Ljung

Appelé aussi test de « porte manteau », il permet de vérifier l'hypothèse de bruit blanc des résidus, ce qui signifie qu'il n'existe aucune autocorrélation significativement non nulle, il se base sur la fonction d'autocorrélation en utilisant deux hypothèses :

$$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \dots, \rho_k = 0 \quad \text{contre}$$

$$H_1 : \text{il existe au moins un } \rho_i \text{ significativement différent de zéro.}$$

Sa statistique est :

$$Q = n(n+1) \sum_{h=1}^K \frac{\rho_h^2(\varepsilon_t)}{n-h}$$

avec

$K$  : nombre de retards choisis et  $n$  = nombre d'observations.

En l'absence d'autocorrélation la statistique  $Q$  obéit à une  $\chi^2$  ( $K - p - q - P - Q$ ) degrés de liberté.

L'hypothèse  $H_0$  est rejetée au seuil de 5% si  $Q$  est supérieure au quantile 0.95 de loi de  $\chi^2$

### Test de normalité

Le test le plus fréquent qui permet de vérifier la normalité d'une distribution statistique est celui de Jarque et Bera (1984), ce dernier est fondé sur la notion de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (queue de distribution), par ailleurs il existe un autre test celui de Kolmogorov-Smirnov. Ces deux tests permettent par la suite de calculer les intervalles de prévisions.

### Test de Jarque et Bera

Soit  $\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon})^k$  le moment centré d'ordre  $k$  du processus  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$

\* Le coefficient de **Skewness** est défini par :  $B_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$

\* Le coefficient de **Kurtosis** est défini par :  $B_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

- Si la distribution est normal et le nombre d'observations grand ( $n > 30$ ) :

$$B_1^{1/2} \rightarrow N\left(0, \sqrt{\frac{6}{n}}\right) \quad \text{et} \quad B_2 \rightarrow N\left(3, \sqrt{\frac{24}{n}}\right)$$

On construit alors les statistiques centrées réduites correspondantes à  $B_1^{1/2}$  et  $B_2$  données par:

$$v_1 = \frac{|B_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{\frac{6}{n}}} \quad \text{et} \quad v_2 = \frac{|B_2 - 3|}{\sqrt{\frac{24}{n}}}$$

Que l'on compare à **1.96** (valeur de la loi normale au seuil de **5%**)

Soient les hypothèses :

$$H_0 : v_1 = 0 \quad (\text{symétrie}) \quad \text{et} \quad v_2 = 0 \quad (\text{aplatissement normal})$$

Nous acceptons l'hypothèse  $H_0$  si  $v_1 \leq 1.96$  et  $v_2 \leq 1.96$  ; dans le cas contraire, l'hypothèse de normalité est rejetée.

Le test de **Jarque et Bera** synthétise les résultats précédents. En effet,

- Si  $B_1^{1/2}$  et  $B_2$  obéissent à des lois normales alors la statistique :

$$JB = \frac{n}{6}B_1 + \frac{n}{24}(B_2 - 3)^2$$

suit une  $\chi^2$  à deux degrés de liberté.

- Si  $JB > \chi_{1-\alpha}^2(2)$  on rejette l'hypothèse de normalité des résidus au seuil  $\alpha$ .

### Test de Durbin et Watson

Les modèles ajustés à des séries chronologiques manifestent parfois un certain degré de corrélation entre les valeurs successives des erreurs. En terme probabiliste, cela signifie que les erreurs sont autocorrélées, ou encore qu'une erreur produite à  $t - 1$  a une influence sur l'erreur produite à l'instant  $t$ . le test de **Durbin et Watson** (1951) permet de détecter l'autocorrélation des résidus pour un ordre (corrélation entre  $\varepsilon_t$  et  $\varepsilon_{t-1}$ ) sous la forme :

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t \quad \text{où } v_t \rightarrow N(0; \sigma_v^2)$$

on teste

$H_0$  :  $\ll \rho = 0 \gg$  (absence d'autocorrélation à l'ordre 1 des résidus).

$H_1$  :  $\ll \rho \neq 0 \gg$  (Présence d'autocorrélation à l'ordre 1 des résidus).

La statistique de Durbin et Watson, notée DW, est donnée par :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}$$

Avec  $\varepsilon_t$  : sont les résidus de l'estimation du modèle.

Cette statistique varie entre 0 et 4 et nous avons DW égale à 2 lorsque  $\hat{\rho} = 0$  ( $\hat{\rho}$  est l'estimateur de  $\rho$ ). D'où,

- Il existe une autocorrélation positive , si  $DW = 0$ ;
- Il existe une autocorrélation négative , si  $DW = 4$ ;
- Il y 'a l'absence d'autocorrélation , si  $DW \simeq 2$ ;

### Test d'hétéroscédasticité (l'existence d'effet ARCH)

Pour ce faire, on utilise les corrélogrammes des carrés des résidus, si un ou plusieurs termes sont significativement différents de zéro, on déduit qu'il y a effet ARCH qui est détecté également par la statistique de Box et Ljung, et qui est confirmé par la statistique du Multiplicateur de Lagrange  $LM = nR^2$  avec  $n$  le nombre d'observations servant au calcul de la régression et  $R^2 =$  le coefficient de détermination.

Soit une spécification de type ARCH pour les erreurs  $\varepsilon_t$  tel que :

$$\varepsilon_t = u_t \cdot h_t \quad \text{avec } u_t \sim N(0, 1) \quad \text{et} \quad h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Soit l'hypothèse  $H_0 : \ll \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0 \gg$  contre  $H_1 : \ll \alpha_i \text{ non tous nul} \gg$

- Si  $LM < \chi^2(1)$  on accepte  $H_0$ . La variance de l'erreur est constante  $h_t^2 = \alpha_0$
- Dans le cas contraire  $LM > \chi^2(p)$  à  $p$  degrés de liberté compris entre 1 et 3, on rejette  $H_0$  et le processus est justifiable d'un modèle ARCH( $p$ ).
- Si  $p > 3$  le modèle sera justifié d'un modèle de type GARCH.

## 3.6 Prévision

C'est l'ultime étape de cette méthode, pour la quasi-totalité des analyses statistiques.

C'est une extrapolation des observations d'une série en se basant sur ses observations et ses erreurs passées. Lors de cette étape, il est indispensable de prendre en considération les transformations effectuées sur la chronique afin d'aboutir à des valeurs prévisionnelles appropriées. Par définition :

$\hat{X}_{t+1} = E(X_{t+1}/I_t)$  ou  $I_t$  est l'information disponible jusqu'à l'instant  $t$ .

$$I_t = (X_1, X_2, \dots, X_t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_t)$$

Considérons un ARMA(1,1) et un horizon de prévision  $h=1$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$*X_{t+1} = \phi_1 X_t + \varepsilon_{t+1} - \theta_1 \varepsilon_t$$

$$\hat{X}_{t+1} = E(X_{t+1}/I_t) = \phi_1 X_t - \theta_1 \varepsilon_t$$

$$*X_{t+2} = \phi_1 X_{t+1} + \varepsilon_{t+2} - \theta_1 \varepsilon_{t+1}$$

$$\hat{X}_{t+2} = E(X_{t+2}/I_t) = \phi_1 E(X_{t+1}/I_t)$$

$$\hat{X}_{t+2} = \phi_1 E((\phi_1 X_t + \varepsilon_{t+1} - \theta_1 \varepsilon_t)/I_t) = \phi_1 E((\phi_1 X_t - \theta_1 \varepsilon_t)/I_t)$$

$$\hat{X}_{t+2} = \phi_1(\phi_1 X_t - \theta_1 \varepsilon_t) = \phi_1 \hat{X}_{t+1}$$

En généralisant pour un horizon  $h > 1$  on trouve :

$$\Phi(B)X_t = \theta(B)\varepsilon_t \Leftrightarrow X_t = \frac{\theta(B)}{\Phi(B)}\varepsilon_t = \Psi(B)\varepsilon_t$$

$$X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i \varepsilon_{t-i}$$

et

$$\hat{X}_{t+h} = E(X_{t+h}/I_t) = E\left(\sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i}/I_t\right)$$

avec

$$E(\varepsilon_{t+h-i}/I_t) = \begin{cases} \varepsilon_{t+h-i} & \text{si } h-i \leq 0 \Rightarrow i \geq h \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

d'où :

$$\hat{X}_{t+h} = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i}$$

Comme la prévision n'est pas identique à la valeur réelle, il existe un écart entre ces deux valeurs appelé erreur de prévision  $\hat{e}_{t+1}$

$$\begin{aligned}\hat{e}_{t+1} &= X_{t+1} - \hat{X}_{t+1} = \varepsilon_{t+1} \\ \hat{e}_{t+2} &= X_{t+2} - \hat{X}_{t+2} = \varepsilon_{t+2} + \Psi_1 \varepsilon_{t+1} \\ \hat{e}_{t+h} &= X_{t+h} - \hat{X}_{t+h} = \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i} \quad \text{avec } \Psi_0 = 1\end{aligned}$$

Sous réserve que les erreurs forment un bruit blanc gaussien, on pourra construire un intervalle de prévision tel que :

$$\text{var}(\hat{e}_{t+h}) = \text{Var} \left[ \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i} \right] = E \left( \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \varepsilon_{t+h-i} \right)^2 - 0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i^2$$

D'où l'intervalle de prévision :

$$\hat{X}_{t+h} \pm 1.96 \sigma_\varepsilon \left( \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Noté par : } \left[ \hat{X}_{t+h} \pm 1.96 \hat{h}_{t+k} \right]$$

Pour clore ce chapitre, nous pouvons dire pour cette méthode, qu'en dépit de sa simplicité dans son principe de base, elle semble complexe dans sa mise en œuvre. Néanmoins, elle permet non seulement de traiter et d'analyser les processus stationnaires mais également les processus qui ne le sont pas.



---

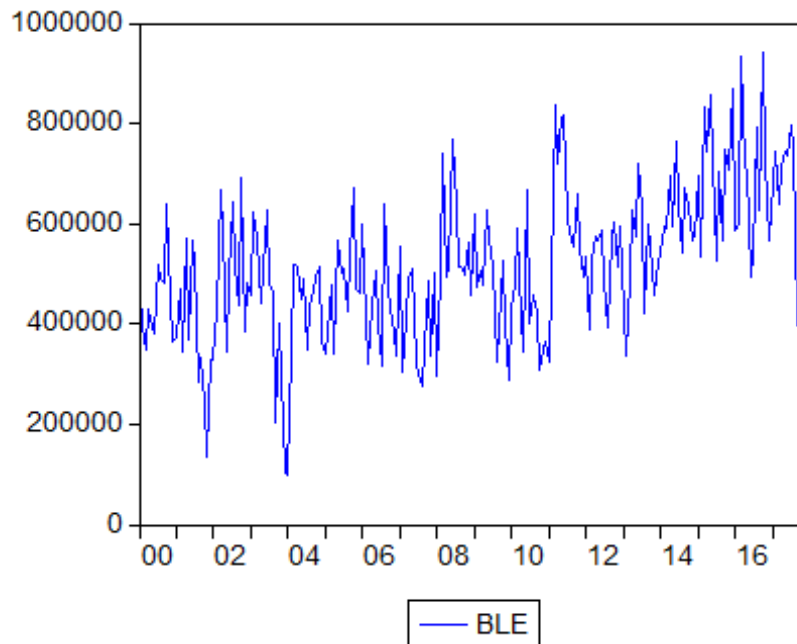
# Application de la méthode de BOX ET JENKINS

Nous nous proposons dans ce présent chapitre de modéliser et de prévoir deux séries temporelles représentant les importations de lait et de blé, afin de déterminer ,parmis la classe des modèles SARIMA ,le modèle adéquat qui représente au mieux la réalité.

## 4.1 Etude de la série ( $ble_t$ )

### 4.1.1 Identification

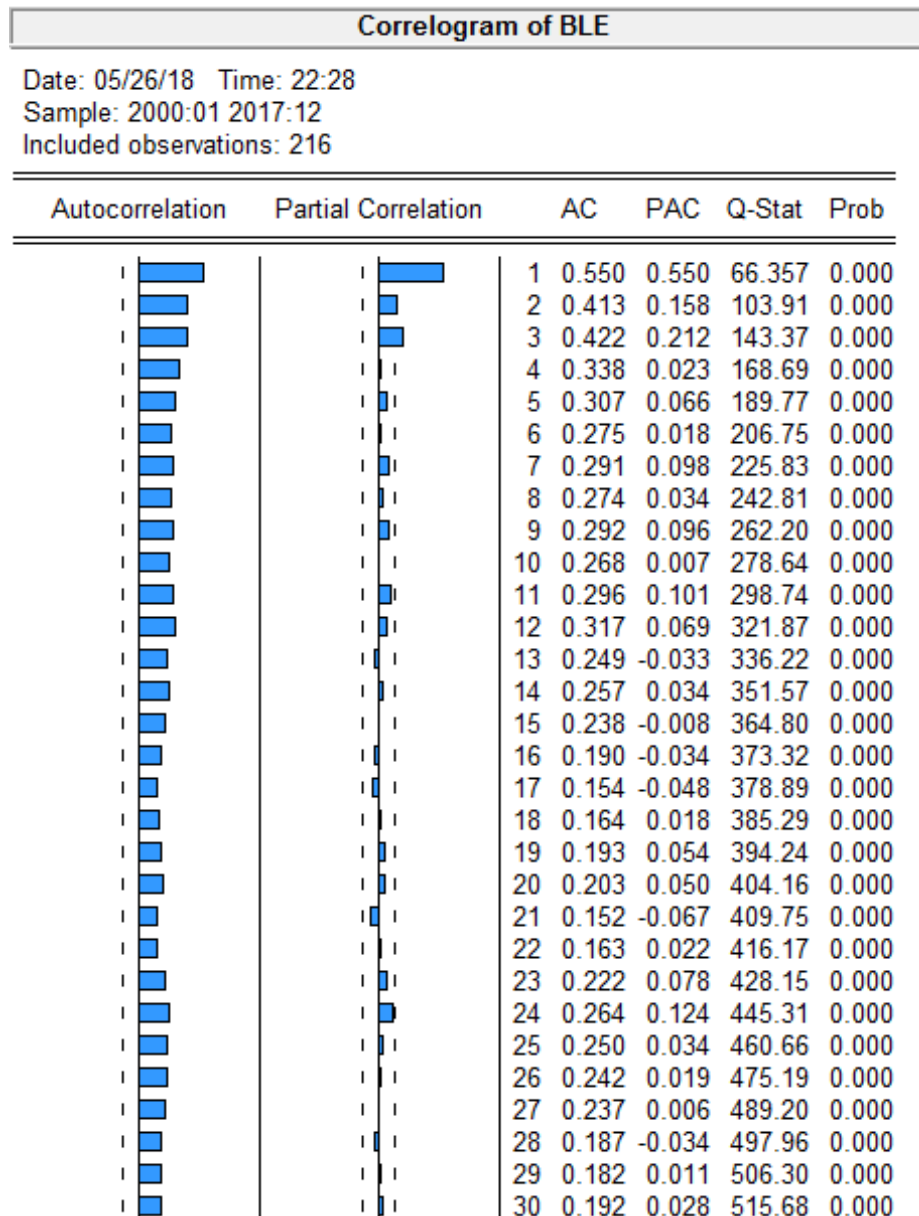
Nous disposons d'une série mensuelle évoluant de janvier 2000 à décembre 2017,ou toutes les variables sont présentées en une série de 216 observations .Elles représentent l'évolution mensuelle des importations de blé en Algérie, ou unité de mesure est en tonne.

**Représentation graphique de la série  $ble_t$ :**Figure 4.1: le graphe de la série  $ble_t$ 

D'après la représentation graphique de la série brute( $ble_t$ ) (Figure 4.1) nous remarquons une non stationnarité en moyenne, qui se traduit par une légère tendance et un phénomène périodique caractérisé par des mouvements ascendants suivis par d'autres descendants autour des valeurs **97129** et **939589** tonne. Ces mouvements sont dus au rythme des saisons.

**Examen du corrélogramme de la série  $ble_t$** 

En analysant le corrélogramme simple et partiel, nous constatons que la série n'est pas stationnaire puisque sa fonction d'autocorrélation simple ne décroît pas de manière rapide vers zéro et l'existence d'un phénomène saisonnier que nous soupçonnons de période 12.

Figure 4.2: le corrélogramme de la série  $ble_t$ 

Afin de confirmer ou infirmer la non stationnarité de la série, nous nous proposons d'appliquer le test de Dickey-Fuller Augmenté sur la série  $ble_t$ .

**Test de Dickey-Fuller Augmenté :**

L'application du test de Dickey-Fuller augmenté nécessite la sélection du nombre de retard  $p$ , ainsi nous avons choisi le retard qui minimise le critère d'Akaike égal à 2.

On commence par l'estimation du modèle (3).

**Modèle (3):**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on BLE				
ADF Test Statistic	-6.001008	1% Critical Value*	-4.0041	
		5% Critical Value	-3.4320	
		10% Critical Value	-3.1394	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(BLE)				
Method: Least Squares				
Date: 05/26/18 Time: 22:25				
Sample(adjusted): 2000:04 2017:12				
Included observations: 213 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BLE(-1)	-0.529251	0.088194	-6.001008	0.0000
D(BLE(-1))	-0.134802	0.082338	-1.637164	0.1031
D(BLE(-2))	-0.125774	0.069970	-1.797552	0.0737
C	198544.0	36668.22	5.414608	0.0000
@TREND(2000:01)	705.3095	176.5332	3.995336	0.0001
R-squared	0.331607	Mean dependent var	1528.981	
Adjusted R-squared	0.318753	S.D. dependent var	143517.8	
S.E. of regression	118456.3	Akaike info criterion	26.22567	
Sum squared resid	2.92E+12	Schwarz criterion	26.30457	
Log likelihood	-2788.034	F-statistic	25.79848	
Durbin-Watson stat	1.982784	Prob(F-statistic)	0.000000	

Figure 4.3: ADF modèle 03de la série  $ble_t$ 

A la lecture du tableau ci-dessus, on remarque que:

- la valeur empirique de la statistique de Student, relative à la tendance (@TREND) qui est égale à **3.995336**, est supérieure aux valeurs critiques **3.53**; **2.79**; **2.38** tabulées par

Dickey Fuller respectivement aux seuils **1%**, **5%**, **10%**, donc on rejette  $H_0$  et la tendance déterministe existe (la série est Tendancielle).

-la valeur empirique de la statistique de Student relative à la constante (C) qui est égale à **5.414608** supérieure aux valeurs critiques **3.78**; **3.11**; **2.73** tabulées par Dickey - Fuller respectivement aux seuils **1%**, **5%**, **10%** . donc on rejette  $H_0$  alors la constante existe (la série possède une Constante).

- comme la valeur estimée de la statistique ADF qui est égale à **-6.001008** est inférieure aux valeurs critiques **-4.0041**; **-3.4320**; **-3.1349** tabulées par Dicke- Fuller respectivement aux seuils **1%**, **5%**, **10%** alors la série ne possède pas une racine unitaire . Dans ce cas la série est non stationnaire de type TS (Trend significative).

par conséquent ,le processus générateur de cette série n'est pas stationnaire.

#### Test de détection de la saisonnalité (ANOVA):

Il s'agit de tester les hypothèses suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{la série n'est pas saisonnière} \\ \text{contre} \\ H_1 : \text{la série est saisonnière} \end{array} \right.$$

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	4,26563E+11	11	38778483321	3,16862041	0,00058514	1,840144209
Colonnes	2,18081E+12	17	1,28283E+11	10,4821037	1,9906E-19	1,677650335
Erreur	2,28856E+12	187	12238286183			
Total	4,89593E+12	215				

Figure 4.4:tableau d'ANOVA série  $ble_t$

- Test d'influence du facteur ligne (mois) :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{" pas d 'influence du facteur mois:pas de saisonnalité"} \\ H_1 : \text{" il y a influence du facteur mois : existence de saisonnalité"} \end{array} \right.$$

- Si la valeur de la statistique de Fisher calculé ( $F_{cal}$ ) est inférieure à celle de Fisher tabulé ( $F_{tab}$ ), autrement dit,  $F_{cal} < F_{tab}$  alors on accepte  $H_0$  sinon on accepte  $H_1$ .

Dans notre cas on a  $F_{cal} = 3,1686 > F_{tab} = 1,8401$  on rejette  $H_0$  donc la série est saisonnière.

**-Test d'influence du facteur colonne (années) :**

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{" la série n'est pas affectée d'une tendance "} \\ H_1 : \text{" la série est tendancielle "} \end{array} \right.$$

-Si Fisher calculé ( $F_{cal}$ )  $<$  Fisher tabulé ( $F_{tab}$ ): on accepte  $H_0$  sinon on accepte  $H_1$ .

Dans notre cas on a  $F_{cal} = 10,4821 > F_{tab} = 1,6776$  on rejette  $H_0$  donc la série est tendancielle.

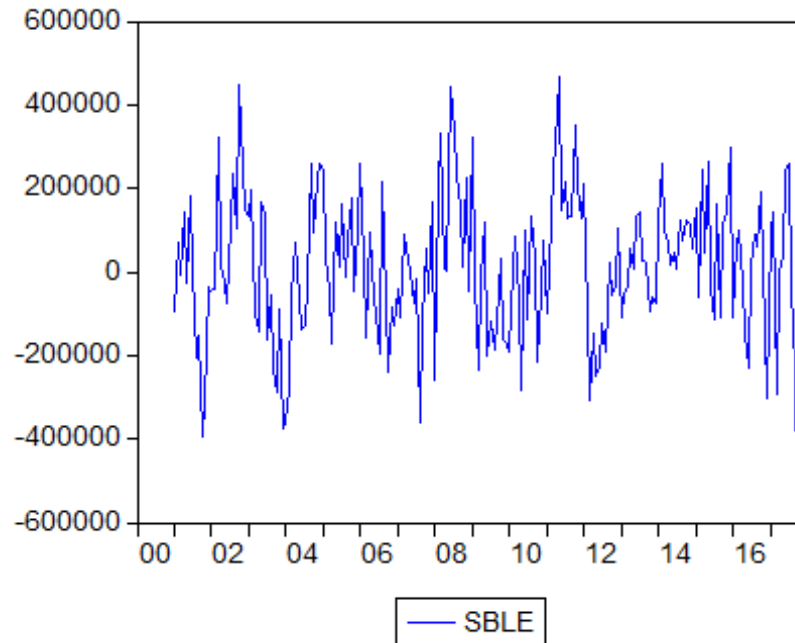
Afin de traiter l'effet de saisonnalité sur notre série, nous lui avons appliqué la différence saisonnière d'ordre 12.

### Désaisonnalisation de la série ( $ble_t$ )

On procède à la désaisonnalisation de la série par l'application de l'opérateur de différence saisonnière, puisque notre série est d'une périodicité  $S = 12$ . On génère cette équation avec la commande suivante:

$$\mathbf{sble} = \mathbf{ble} - \mathbf{ble}(-12).$$

la nouvelle série générée après la désaisonnalisation de ( $ble_t$ ) est notée ( $sble_t$ ).

Analyse du graphe de la série désaisonnalisée ( $sble_t$ )Figure 4.5: le graphe de la série  $sble_t$ 

La représentation graphique de la série ( $sble_t$ ) fait montrer la neutralité de l'effet saisonnier, on applique le test de Fisher pour confirmer notre hypothèse.

**Vérification de l'élimination du facteur saisonnier :**

On applique le test ANOVA sur la série ( $sble_t$ ) pour voir si l'effet saisonnier a été éliminé.

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	22639661357	11	2058151032	0,07749721	0,99997497	1,843392539
Colonnes	1,33687E+12	16	83554199542	3,14613316	9,8002E-05	1,701264012
Erreur	4,67416E+12	176	26557744143			
Total	6,03367E+12	203				

Figure 4.6: tableau d'ANOVA série  $sble_t$

- Test d'influence du facteur ligne (mois) :

$$\begin{cases} H_0 : \text{" pas d 'influence du facteur mois:pas de saisonnalité " } \\ H_1 : \text{" il y a influence du facteur mois : existence de saisonnalité " } \end{cases}$$

Dans notre cas on a  $F_{cal} = 0.077 < F_{tab} = 1,84$  on accepte  $H_0$  donc la série n'est pas saisonnière.

Analyse du Corrélogramme de la série ( $sble_t$ ):

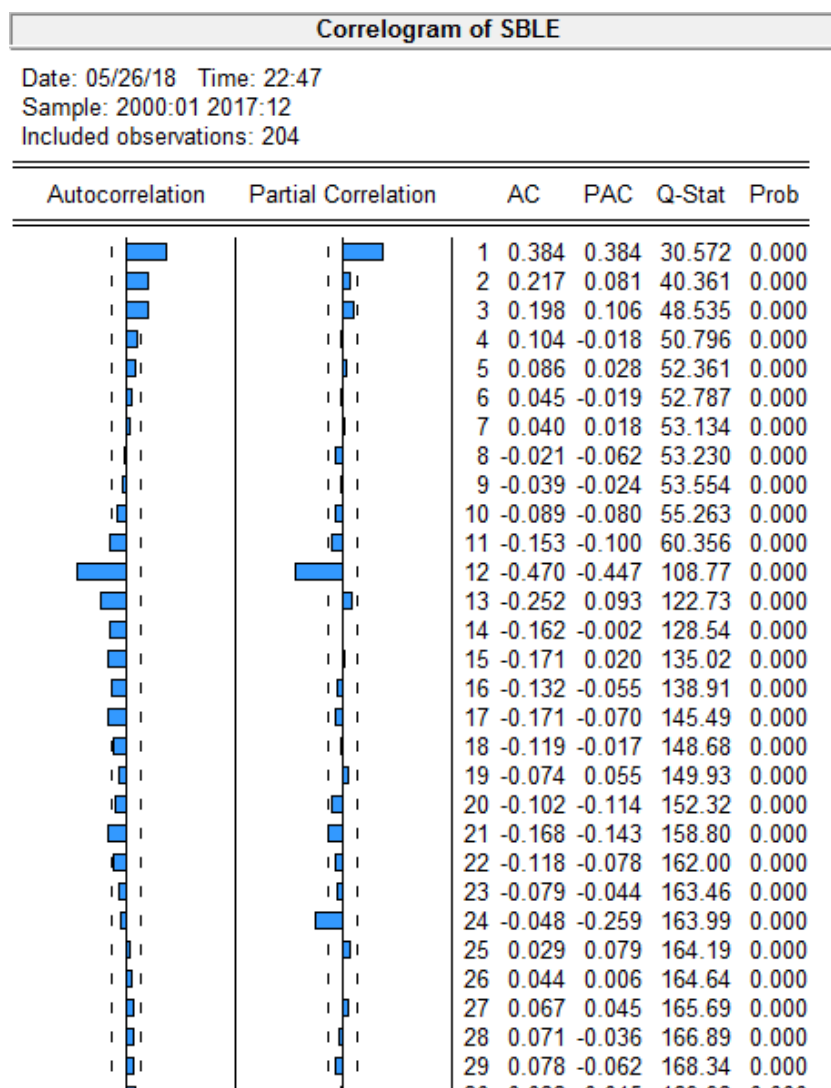


Figure 4.7:le corrélogramme de la série  $sble_t$



D'après le corrélogramme simple et partiel de la série  $sble_t$  nous constatons préalablement que la série ne révèle plus le phénomène saisonnier, de plus sa fonction d'autocorrélation simple et partielle diminuent rapidement vers zéro, donc la série peut être stationnaire. Pour confirmer ou infirmer cette hypothèse, il convient d'appliquer à la série  $sble_t$  le test de racine unitaire (Dickey-Fuller Augmenté).

#### 4.1.2 Test de la stationnarité de la série ( $sble_t$ )

**Test de Dickey -Fuller Augmenté sur la série  $sble_t$ :**

On applique le test de DFA pour infirmer ou confirmer notre hypothèse concernant la stationnarité du processus qui génère la série ( $sble_t$ ), on a besoin de déterminer le retard qui minimise le critère d'Akaike et Schwarz qui est égal à 0. par la suite on estime par la méthode des moindres carrés les trois modèles.

On commence par le modèle 3:

Modèle(3):

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SBLE				
ADF Test Statistic	-9.442028	1% Critical Value*	-4.0061	
		5% Critical Value	-3.4329	
		10% Critical Value	-3.1400	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SBLE)				
Method: Least Squares				
Date: 05/26/18 Time: 23:03				
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12				
Included observations: 203 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SBLE(-1)	-0.616519	0.065295	-9.442028	0.0000
C	-992.3329	24575.33	-0.040379	0.9678
@TREND(2000:01)	86.83401	191.9444	0.452391	0.6515
R-squared	0.308322	Mean dependent var	1008.128	
Adjusted R-squared	0.301405	S.D. dependent var	191512.7	
S.E. of regression	160070.1	Akaike info criterion	26.81928	
Sum squared resid	5.12E+12	Schwarz criterion	26.86824	
Log likelihood	-2719.157	F-statistic	44.57597	
Durbin-Watson stat	2.054736	Prob(F-statistic)	0.000000	

Figure 4.8: ADF modèle 3 série sble

Nous testons l'hypothèse suivante:

**Test d'existence de la tendance:**

$$\begin{cases} H_0 : \text{" la tendance est non significative " } \\ H_1 : \text{" la tendance est significative " } \end{cases}$$

-De la table (Figure), on a t-statistique de la tendance qui égale à **0.45239** est inférieure aux valeurs critiques **3.53; 2.79; 2.38** tabulées par Dickey Fuller respectivement aux seuils **1%, 5%, 10%** donc on accepte  $H_0$  et la tendance n'est pas significative.

On passe au modèle(2):

Modèle(2):

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SBLE				
ADF Test Statistic	-9.449902	1% Critical Value*	-3.4639	
		5% Critical Value	-2.8758	
		10% Critical Value	-2.5743	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SBLE)				
Method: Least Squares				
Date: 05/26/18 Time: 23:06				
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12				
Included observations: 203 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SBLE(-1)	-0.615083	0.065089	-9.449902	0.0000
C	8888.352	11243.43	0.790537	0.4301
R-squared	0.307614	Mean dependent var	1008.128	
Adjusted R-squared	0.304170	S.D. dependent var	191512.7	
S.E. of regression	159753.1	Akaike info criterion	26.81045	
Sum squared resid	5.13E+12	Schwarz criterion	26.84309	
Log likelihood	-2719.261	F-statistic	89.30064	
Durbin-Watson stat	2.055729	Prob(F-statistic)	0.000000	

Figure 4.9: ADF modèle 2 série sble

Nous testons l'hypothèse suivante:

**Test d'existence de la constante:**

$$\begin{cases} H_0 : \text{" la constante est non significative " } \\ H_1 : \text{" la constante est significative " } \end{cases}$$

-D'après la table, on a t-statistique de la constante qui égale à **0.790537** est inférieure aux valeurs critiques **3.22; 2.54; 2.17** tabulées par Dickey-Fuller respectivement aux seuils **1%, 5%, 10%**. donc, on accepte  $H_0$  et le modèle ne possède pas de constante.

On passe au modèle(1)

Modèle(1):

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SBLE				
ADF Test Statistic	-9.425961	1% Critical Value*	-2.5757	
		5% Critical Value	-1.9413	
		10% Critical Value	-1.6165	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SBLE)				
Method: Least Squares				
Date: 05/26/18 Time: 23:08				
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12				
Included observations: 203 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SBLE(-1)	-0.611267	0.064849	-9.425961	0.0000
R-squared	0.305462	Mean dependent var	1008.128	
Adjusted R-squared	0.305462	S.D. dependent var	191512.7	
S.E. of regression	159604.7	Akaike info criterion	26.80370	
Sum squared resid	5.15E+12	Schwarz criterion	26.82002	
Log likelihood	-2719.576	Durbin-Watson stat	2.057588	

Figure 4.10: ADF modèle 1 série sble

Nous testons l'hypothèse suivante:

**Test d'existence d'une racine unitaire:**

$$\begin{cases} H_0 : \text{" existe une racine unitaire " } \\ H_1 : \text{" n'existe pas une racine unitaire " } \end{cases}$$

-La valeur estimée de la statistique ADF qui est égale à  $-9.425961$  est inférieure aux valeurs critiques  $-2.5757$ ;  $-1.9413$ ;  $-1.6165$  tabulées par Dickey- Fuller respectivement aux seuils **1%**, **5%**, **10%** Alors la série ne possède pas une racine unitaire .

En conclusion ,notre série est stationnaire. et on peut passer à l'autre étape à savoir l'identification.

### 4.1.3 Identification du modèle :

L'analyse du corrélogramme simple de la série stationnaire ( $sble_t$ )(Figure4.7) montre qu'aux retards ( $q = 1, 2, 3, 12$ ) les termes sont à l'extérieur de l'intervalle de confiance et ce qui concerne le corrélogramme partiel, on remarque que les valeurs de la fonctions d'autocorrélations partielles sont élevées aux différents retards( $p = 1, 12$ ), ce qui nous amène à estimer plusieurs modèles parmi eux on a choisit :  $ARMA(1, 12)$

### 4.1.4 Estimation des paramètres du modèle:

Le tableau suivant contient l'estimation du modèle  $ARMA(1,12)$ , qui a été choisi parmi d'autre modèles estimés en se basant sur les critères de pouvoir prédictif à savoir :  $R^2$  statistique de Fisher : maximum; AIC, SC : minimum et sur la statistique de Durbin-Watson qui égale à 2.05 présage un bon ajustement.

Dependent Variable: SBLE  
Method: Least Squares  
Date: 05/26/18 Time: 23:19  
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12  
Included observations: 203 after adjusting endpoints  
Convergence achieved after 14 iterations  
Backcast: 2000:02 2001:01

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.397232	0.066954	5.932902	0.0000
MA(3)	0.123575	0.042806	2.886846	0.0043
MA(12)	-0.801590	0.041224	-19.44461	0.0000
R-squared	0.504437	Mean dependent var		13819.77
Adjusted R-squared	0.499481	S.D. dependent var		172664.8
S.E. of regression	122155.8	Akaike info criterion		26.27865
Sum squared resid	2.98E+12	Schwarz criterion		26.32761
Log likelihood	-2664.283	Durbin-Watson stat		2.059069
Inverted AR Roots	.40			
Inverted MA Roots	.97	.84 -.50i	.84+.50i	.50+.86i
	.50 -.86i	.01+.98i	.01 -.98i	-.49+.84i
	-.49 -.84i	-.86 -.48i	-.86+.48i	-.99

Figure 4.11: Le modèle

### 4.1.5 Validation du modèle

#### Test sur les paramètres

D'après le tableau suivant et le tableau d'estimation nous constatons que :

1. Tous les coefficients du modèle sont significativement différents de zéro, car la statistique de student correspondante est en valeur absolue supérieure à 1.96, ce qui est confirmé par les probabilités de nullité des coefficients qui sont tous inférieures à 0.05.
2. Les composantes AR et MA n'ont pas de racines communes (leur inverses sont distinctes), il en résulte donc que la représentation ARMA(1,12) est minimale.
3. Les inverses des racines fournis par Eviews sont en module inférieurs à 1

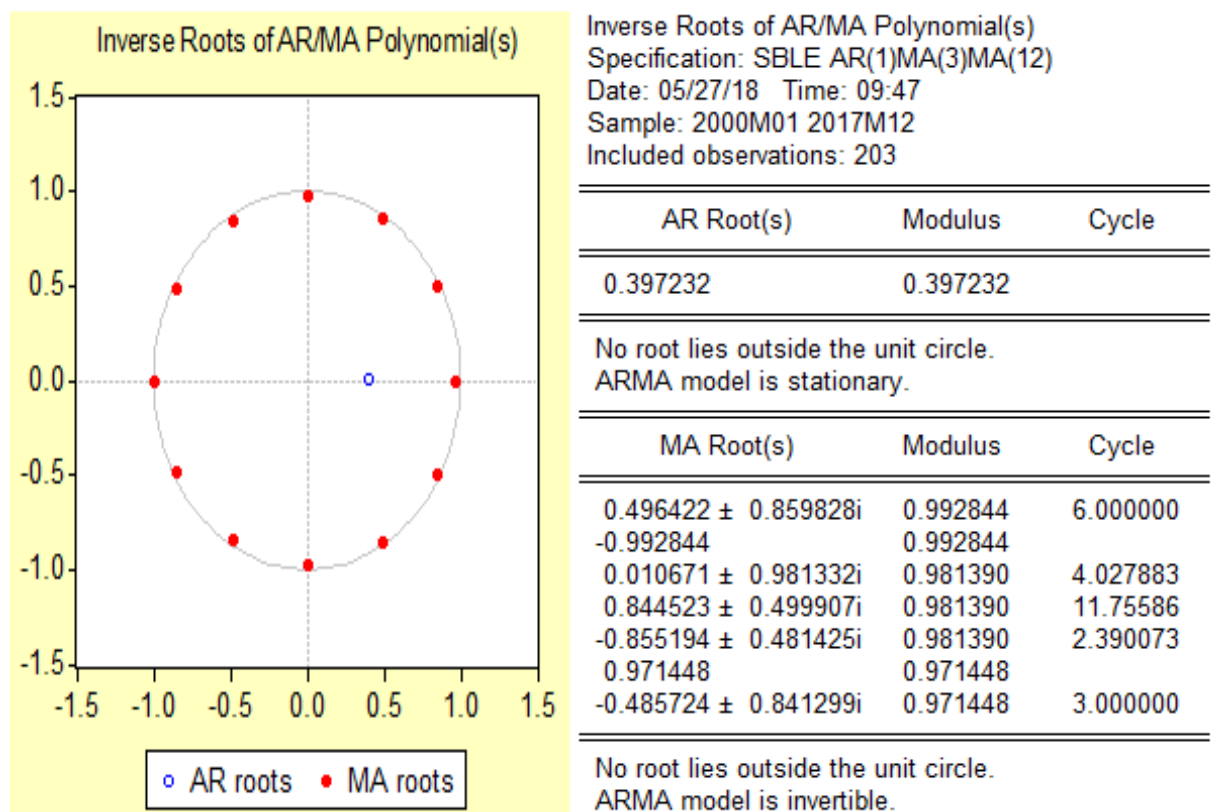


Figure 4.12

## Test des résidus

Corrélogramme des résidus :

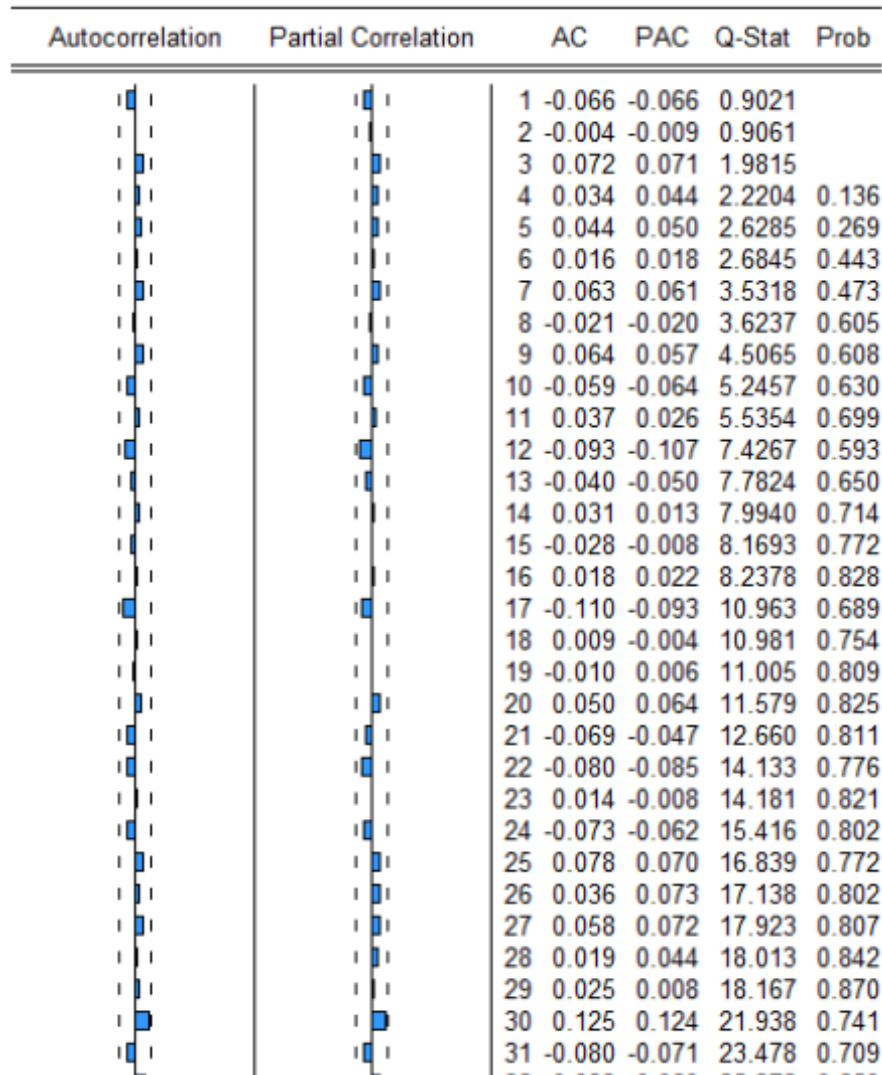


Figure 4.13:Le corrélogramme des résidus

D'après l'analyse du corrélogramme des résidus, on remarque que tous les pics sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance et les probabilités correspondantes sont supérieures à 0.05, *Donc* on estime que les résidus forment un bruit blanc.

Pour confirmer les résultats obtenus nous appliquons le test de Ljung-Box.

### Test de Ljung-Box (test d'autocorrélation)

Le corrélogramme des résidus montre bien que les résidus forment un bruit blanc . ce qui est confirmé par la statistique de Ljung-Box (Q-stat) qui est inférieure à la valeur théorique de  $\chi^2(h-p-q-P-Q)$  quelque soit  $h$  et en particulier pour  $h = N/4 = 54$  (N taille de la série). En effet,

$$Q - stat(54) = 39,526 < Q - stat(41) = 55.758 \text{ au seuil } 5\%$$

d'où la validité du modèle.

### Test du Durbin Watson

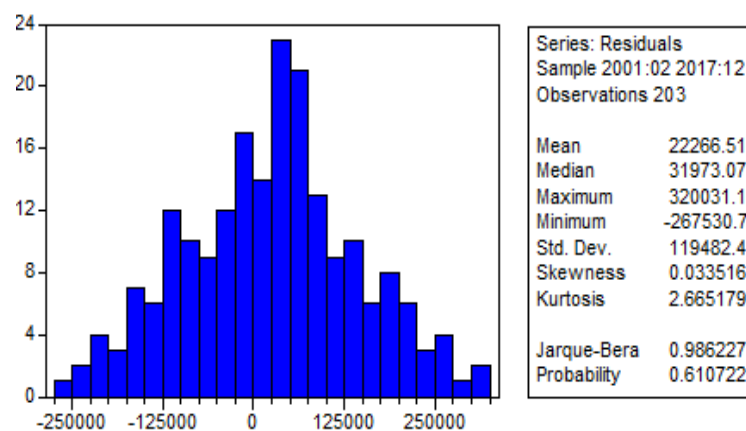
$$\text{on teste : } \begin{cases} H_0 : \rho = 0 & (\text{les résidus non corrélés}) \\ H_1 : \rho \neq 0 & (\text{les résidus corrélés}) \end{cases}$$

si DW est proche de 2 alors on accepte  $H_0$ .

La statistique **DW** = **2.059069**  $\approx$  **2**, on accepte l'hypothèse de non corrélation des résidus.

### Test de normalité des résidus

Les tests sont effectués à partir des valeurs empiriques des coefficients de Skewness, Kurtoisis et la statistique de Jarque-Bera données par le logiciel **Eviews4**. En utilisant le logiciel on a l'histogramme suivant :





Nous testons les hypothèses suivantes:

$$\begin{cases} H_0 : \gamma_1 = 0 \text{ et } \gamma_2 = 0 \\ H_1 : \gamma_1 \neq 0 \text{ ou } \gamma_2 \neq 0 \end{cases}$$

**Test de Skewness :**  $\gamma_1 = \frac{|\beta_1^{1/2}-0|}{\sqrt{\frac{6}{n}}} = \frac{0.033516}{\sqrt{\frac{6}{216}}} = 1.206576 < 1.96$

**Test de Kurtosis :**  $\gamma_2 = \frac{|\beta_2^{1/2}-3|}{\sqrt{\frac{24}{n}}} = \frac{|2.892022-3|}{\sqrt{24/216}} = 0.32 < 1.96$

Nous acceptons l'hypothèse de normalité en ce qui concerne l'aplatissement et la symétrie de la distribution, ce qui est confirmé par le test de Jarque-Bera

**Test des résidus de Jarque-Bera:**  $JB = 0.986 < X^{2_{0.05}}(2) = 5.99$  donc les résidus forment un bruit blanc gaussien.

**Test d'hétéroscédasticité(l'existence d'effet ARCH):**

ARCH Test:				
F-statistic	2.598518	Probability	0.108541	
Obs*R-squared	2.590842	Probability	0.107483	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 05/26/18 Time: 23:44				
Sample(adjusted): 2001:03 2017:12				
Included observations: 202 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.64E+10	1.71E+09	9.623672	0.0000
RESID^2(-1)	-0.113346	0.070314	-1.611992	0.1085
R-squared	0.012826	Mean dependent var	1.47E+10	
Adjusted R-squared	0.007890	S.D. dependent var	1.93E+10	
S.E. of regression	1.92E+10	Akaike info criterion	50.20699	
Sum squared resid	7.39E+22	Schwarz criterion	50.23975	
Log likelihood	-5068.906	F-statistic	2.598518	
Durbin-Watson stat	1.967192	Prob(F-statistic)	0.108541	

Figure 4.15:effet ARCH

A partir de la figure on remarque que la probabilité de **RESID 2** est supérieur à **0.05** donc on accepte l'hypothèse nulle d'hétéroscédasticité, il n'existe pas d'effet ARCH.

### Grphe des séries résiduelles;Actuelle et estimée:

La représentation graphique des séries résiduelles ,actuelle et estimée(Figure4.24) montre que le modèle a bien expliqué la série .

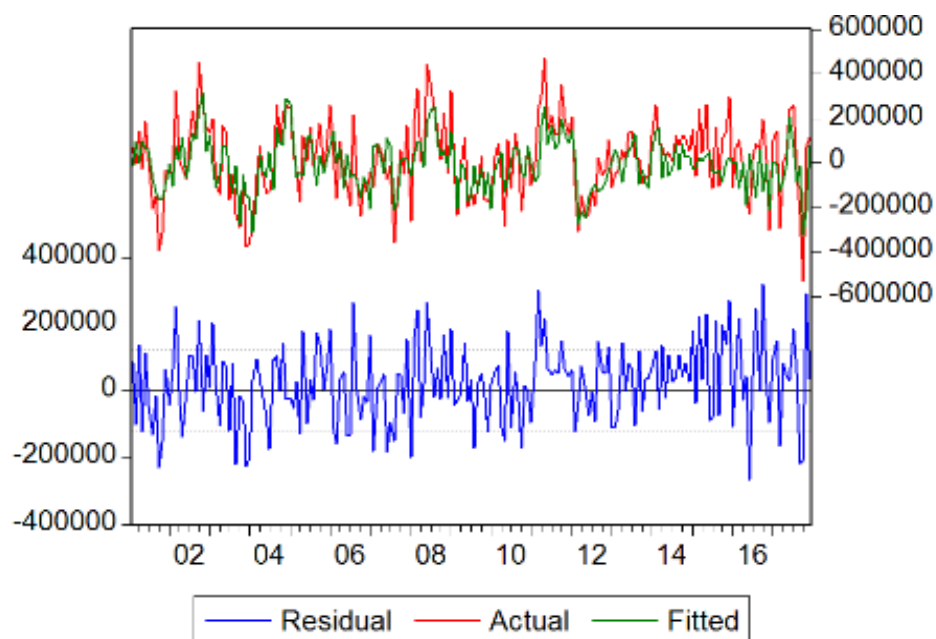


Figure 4.16: le graphe des séries résiduelles actuelles et estimée

D'après, la représentation graphique des séries résiduelles actuelles et estimée nous constatons que le modèle estimé ajuste bien la série ( $sble_t$ ). En effet, le coefficient de détermination  $R^2$  est de 50%.

par conséquent, l'estimation du modèle ARMA(1,12) est validée, et il s'écrit comme suit:

$$sble_t = 0.397sble_{t-1} + \varepsilon_t - 0.123\varepsilon_{t-3} + 0.801\varepsilon_{t-12} \dots (1)$$

où  $\varepsilon_t$  est un processus bruit blanc.

### 4.1.6 La prévision

Rappelons que la série sous étude "blé" comprend 216 observations de Janvier 2000 à décembre 2017, donc l'instant  $t$  est Décembre 2017.

On souhaitera prédire les 12 mois de l'année 2018, soit un horizon  $h=12$ .

Sachant que:

$$sble_t = ble_t - ble_{t-12}.$$

on remplaçant  $t$  par  $t+h$  dans l'équation (1) on obtient:

$$sble_{t+h} = 0.397sble_{t+h-1} + \varepsilon_{t+h} - 0.123\varepsilon_{t+h-3} + 0.801\varepsilon_{t+h-12}$$

avec  $h= 1, \dots, 12$

on obtient les prévisions suivantes:

mois	la valeur prédite(en tonnes)
janv 2018	626054.43
fév 2018	635798.4
mars 2018	733279.34
avril 2018	684583.37
mai 2018	691732.64
juin 2018	687868.41
juillet 2018	627770.8
aout 2018	646860.8
septembre 2018	529706.8
octobre 2018	625772.1
novembre 2018	648241.7
décembre 2018	590062.58

Le graphe des prévisions est donné comme suit:

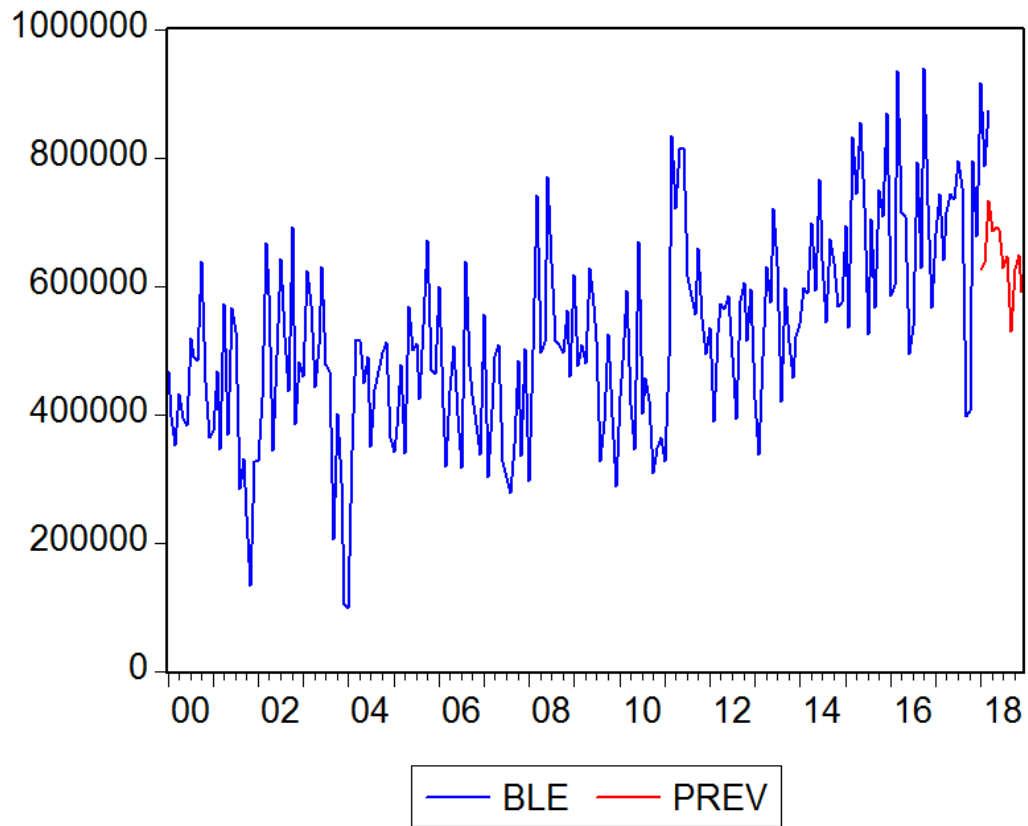


figure 4.17; Graphe de prévision

La représentation graphique des 12 valeurs prédites sont en harmonie avec l'allure générale de séries étudiée puisque le phénomène de périodicité est reproduit.

## 4.2 Etude de la série ( $lait_t$ )

### 4.2.1 Identification

Nous disposons d'une série mensuelle évoluant de janvier 2000 à décembre 2017, toutes les variables sont donc présentées en une série de 216 observations .Elles représentent l'évolution mensuelle des importations de lait en Algérie, leurs unités de mesure est le tonne.

#### Représentation graphique de la série $lait_t$

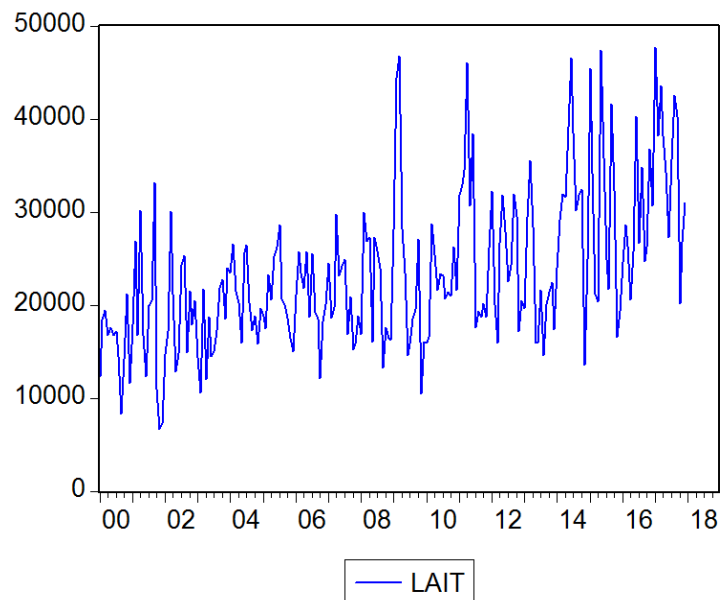


Figure 4.18:le graphe de la série lait

D'après la représentation graphique de la série brute( $lait_t$ ) (Figure 4.18) présente les caractéristique suivantes:

- une non stationnarité en moyenne,qui se traduit par une légère tendance .
- un phénomène périodique caractérisé par des mouvements ascendants suivis par d'autre descendants autour des valeurs **6612** et **47724** tonne, ces mouvements sont dus au rythme des saisons.

### Examen du corrélogramme de la série $lait_t$

En analysant le corrélogramme associé à la série  $lait_t$  (Figure 4.19) nous constatons que le processus qui génère la série n'est pas stationnaire puisque sa fonction d'autocorrélation simple diminuent lentement et les termes sont élevés même pour les retards importants, cela est due à la présence d'une saisonnalité quand soupçonne de périodicité 12.

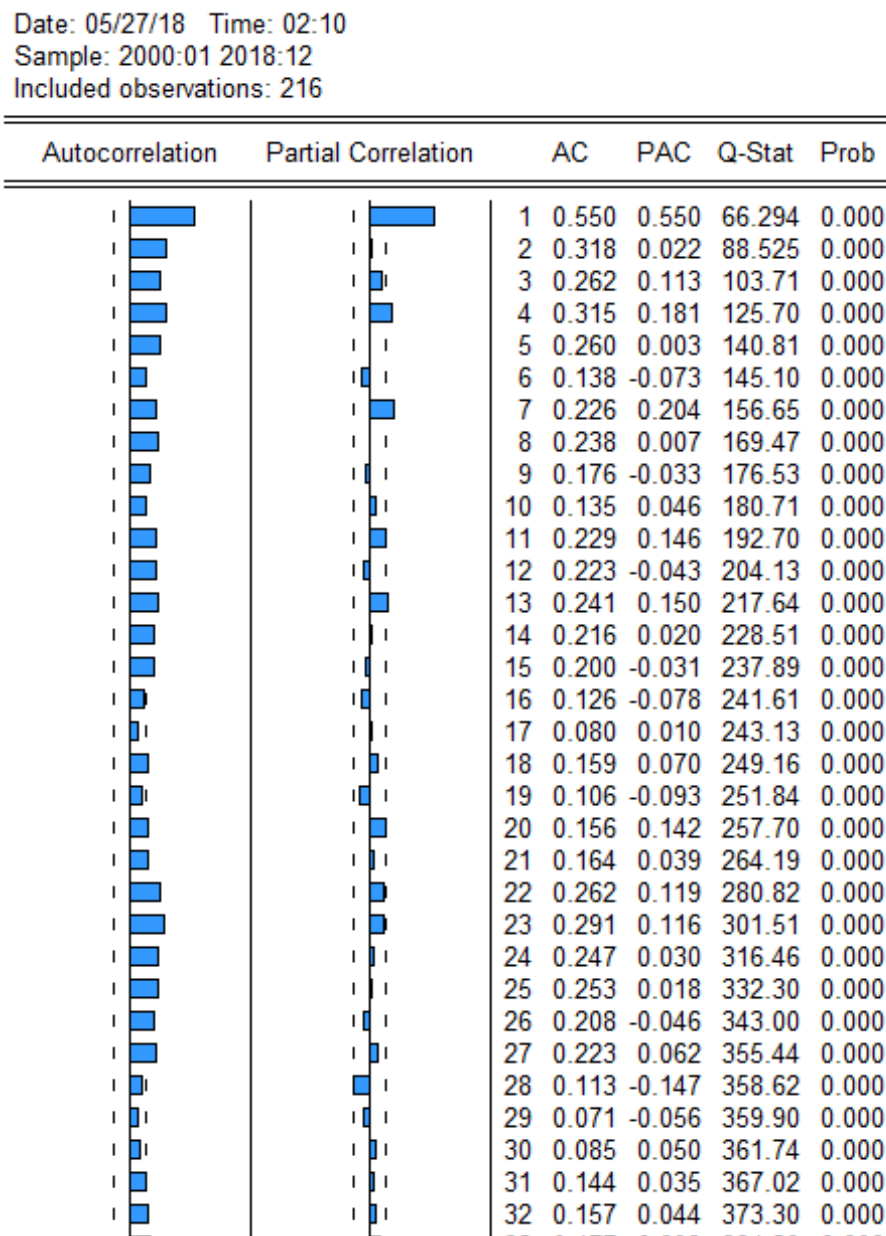


Figure 4.19: le corrélogramme de la série lait

Afin de confirmer ou infirmer la non stationnarité de la série ,nous proposons d'appliquer le test de Dickey-Fuller Augmenté sur la série  $lait_t$ .

### Test de Dickey-Fuller Augmenté :

L'application du test de le test de Dickey-Fuller Augmenté nécessite la sélection du nombre de retard  $p$ , nous avons choisi le retard qui minimise le critère d'Akaïke qui est égal à 1.

Nous avons commencé par l'estimation du modèle (3).

### Modèle (3):

ADF Test Statistic	-9.094164	1% Critical Value*	-4.0039	
		5% Critical Value	-3.4319	
		10% Critical Value	-3.1394	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LAIT)				
Method: Least Squares				
Date: 06/22/18 Time: 15:22				
Sample(adjusted): 2000:03 2017:12				
Included observations: 214 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LAIT(-1)	-0.699470	0.076914	-9.094164	0.0000
D(LAIT(-1))	0.112031	0.068547	1.634349	0.1037
C	11046.01	1501.316	7.357552	0.0000
@TREND(2000:01)	50.32176	9.037929	5.567843	0.0000
R-squared	0.323216	Mean dependent var	58.81776	
Adjusted R-squared	0.313547	S.D. dependent var	7799.004	
S.E. of regression	6461.665	Akaike info criterion	20.40368	
Sum squared resid	8.77E+09	Schwarz criterion	20.46659	
Log likelihood	-2179.193	F-statistic	33.43029	
Durbin-Watson stat	2.006458	Prob(F-statistic)	0.000000	

Figure 4.20: ADF modèle 03 série lait

A la lecture du tableau ci-dessus,on remarque que:

- la valeur empirique de la statistique de Student relative à la tendance (@TREND) qui est égale à **5.567843** est supérieure aux valeurs critiques **3.53; 2.79; 2.38** tabulées par Dickey Fuller respectivement aux seuils **1%, 5%, 10%**, donc on rejette  $H_0$  et la tendance déterministe existe (la série est Tendancielle).

-la valeur empirique de la statistique de Student relative à la constante (C) qui est égale à **7.357552** supérieure aux valeurs critiques **3.78; 3.11; 2.73** tabulées par Dickey - Fuller respectivement aux seuils **1%, 5%, 10%** . donc on rejette  $H_0$  alors la constante existe (la série possède une Constante).

- comme la valeur estimée de la statistique ADF qui est égale à **-9.094164** est inférieure aux valeurs critiques **-4.0041; -3.4320; -3.1349** tabulées par Dicke- Fuller respectivement aux seuils **1%, 5%, 10%** alors la série ne possède pas une racine unitaire .Dans ce cas la série eSt non stationnaire de type TS(Trend significative).

par conséquent ,le processus générateur de cette série n'est pas stationnaire.

### Test de détection de la saisonnalité (ANOVA):

Il s'agit de tester les hypothèses suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{la série n'est pas saisonnière} \\ \text{contre} \\ H_1 : \text{la série est saisonnière} \end{array} \right.$$

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	1253905965	11	113991451,3	2,74843396	0,00253877	1,84014421
Colonnes	5634257432	17	331426907,8	7,99099368	6,8179E-15	1,677650336
Erreur	7755835412	187	41475055,68			
Total	14643998809	215				

Figure 4.21: tableau d'ANOVA série lait

- Test d'influence du facteur ligne (mois) :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{" pas d'influence du facteur mois : pas de saisonnalité"} \\ H_1 : \text{"il y a influence du facteur mois : existence de saisonnalité"} \end{array} \right.$$



- Si la valeur de la statistique de Fisher calculé ( $F_{cal}$ ) est inférieure à celle de Fisher tabulé ( $F_{tab}$ ), autrement dit,  $F_{cal} < F_{tab}$  alors on accepte  $H_0$  sinon on accepte  $H_1$ .

Dans notre cas on a  $F_{cal} = 2,7484 > F_{tab} = 1,8401$  on rejette  $H_0$  donc la série est saisonnière.

**-Test d'influence du facteur colonne (années) :**

$$\begin{cases} H_0 : \text{«la série n'est pas affectée d'une tendance»} \\ H_1 : \text{«la série est tendancielle»} \end{cases}$$

-Si Fisher calculé ( $F_{cal}$ )  $<$  Fisher tabulé ( $F_{tab}$ ): on accepte  $H_0$  sinon on accepte  $H_1$ .

Dans notre cas on a  $F_{cal} = 7,9909 > F_{tab} = 1,6776$  on rejette  $H_0$  donc la série est tendancielle.

Afin de traiter l'effet de saisonnalité sur notre série, nous lui avons appliqué la différence saisonnière d'ordre 12.

### Désaisonnalisation de la série ( $lait_t$ )

On procède à la désaisonnalisation de la série par l'application de l'opérateur de différence saisonnière, puisque notre série est d'une périodicité  $S = 12$ . On génère cette équation avec la commande suivante:

$$slait = lait - lait(-12).$$

la nouvelle série générée après la désaisonnalisation de ( $lait_t$ ) est notée ( $slait_t$ ).

### 4.2.2 Anayse préliminaire de la série $slait_t$

Représentation graphique de la série  $slait_t$

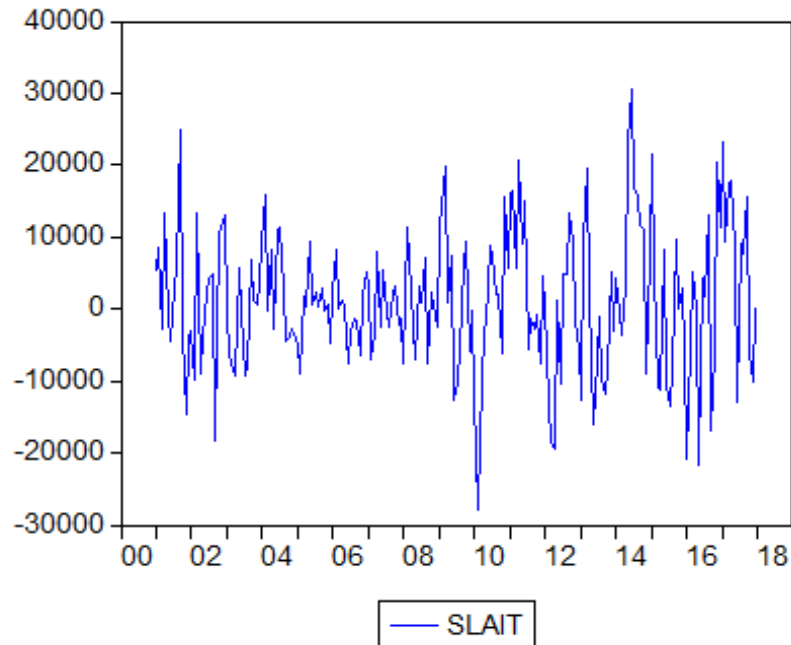


Figure 4.22:le graphe de la série  $slait_t$

La représentation graphique de la série  $slait_t$  fait montrer la neutralité de l'effet saisonnier .

#### Vérification de l'élimination du facteur saisonnier

On applique le test ANOVA sur la série ( $slait_t$ ) pour voir si l'effet saisonnier à été éliminer.

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	57075161,63	11	5188651,057	0,05455107	0,99999594	1,843392539
Colonnes	2396461139	16	149778821,2	1,57470493	0,07981282	1,701264012
Erreur	16740325104	176	95115483,55			
Total	19193861405	203				

Figure 4.23:ltableau d'ANOVA pour la série  $slait_t$

- Test d'influence du facteur ligne (mois) :

$$\begin{cases} H_0 : \text{" pas d 'influence du facteur mois : pas de saisonnalité"} \\ H_1 : \text{"il y a influence du facteur mois : existence de saisonnalité"} \end{cases}$$

-On a  $F_{cal} = 0.0545 < F_{tab} = 1,84339$  on rejette  $H_0$  donc la série n'est pas saisonnière.

### Examen du corrélogramme de la série $slait_t$

L'analyse du corrélogramme associé à la série  $slait_t$  ( Figure 4.24) confirme le succès de la désaisonnalisation de la série  $lait_t$ , mais on ne peut dire que le processus qui génère cette série est stationnaire qu'après avoir fait un recours au test de racine unitaire qui permet d'affirmer ou d'infirmer notre hypothèse.

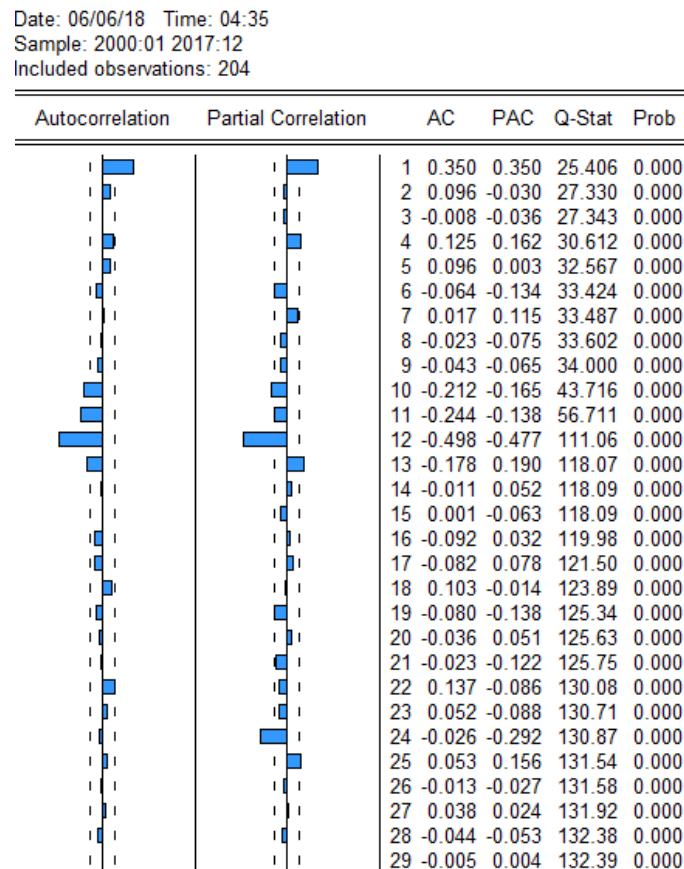


Figure 4.24:le corrélogramme de la série  $slait_t$

**Test de racine unitaire (Dickey-Fuller Augmenté) sur la série  $slait_t$** 

Afin de confirmer ou infirmer l'hypothèse concernant la stationnarité du processus qui génère la série  $slait_t$ , nous lui avons appliqué le test de racine unitaire (Dickey-Fuller) qui nécessite tout d'abord de sélectionner le nombre de retard  $p$ , nous avons choisi le retard qui minimise le critère d'Akaike et qui est égal à 0.

A l'aide du logiciel **Eviews 4.0** on procède à l'estimation par la méthode des moindres carrés avec  $p = 0$  des trois modèles, nous commençons par l'estimation du modèle(3)

**Modèle (3):**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SLAIT				
ADF Test Statistic	-9.833075	1% Critical Value*	-4.0061	
		5% Critical Value	-3.4329	
		10% Critical Value	-3.1400	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SLAIT)				
Method: Least Squares				
Date: 06/06/18 Time: 04:39				
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12				
Included observations: 203 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SLAIT(-1)	-0.651157	0.066221	-9.833075	0.0000
C	115.0126	1407.128	0.081736	0.9349
@TREND(2000:01)	5.442028	10.98807	0.495267	0.6210
R-squared	0.325899	Mean dependent var	-25.68966	
Adjusted R-squared	0.319158	S.D. dependent var	11106.95	
S.E. of regression	9164.693	Akaike info criterion	21.09877	
Sum squared resid	1.68E+10	Schwarz criterion	21.14774	
Log likelihood	-2138.525	F-statistic	48.34579	
Durbin-Watson stat	1.978904	Prob(F-statistic)	0.000000	

Figure 4.25: ADF modèle 3 série slait

A la lecture du tableau ci dessus,nous constatons que la tendance n'est pas significativement différente de zéro puisque sa statistique qui est égale à **0.495267** est inférieure aux valeurs critiques **3.53; 2.79; 2.38** tabulées par Dickey Fuller respectivement aux seuils **1%, 5%, 10%**.Nous avons donc par la suite estimé le modèle (2).

**Modèle(2):**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SLAIT				
ADF Test Statistic	-9.839197	1% Critical Value*	-3.4639	
		5% Critical Value	-2.8758	
		10% Critical Value	-2.5743	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SLAIT)				
Method: Least Squares				
Date: 06/22/18 Time: 20:01				
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12				
Included observations: 203 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SLAIT(-1)	-0.649662	0.066028	-9.839197	0.0000
C	733.6565	646.6484	1.134552	0.2579
R-squared	0.325073	Mean dependent var	-25.68966	
Adjusted R-squared	0.321715	S.D. dependent var	11106.95	
S.E. of regression	9147.471	Akaike info criterion	21.09015	
Sum squared resid	1.68E+10	Schwarz criterion	21.12279	
Log likelihood	-2138.650	F-statistic	96.80980	
Durbin-Watson stat	1.979373	Prob(F-statistic)	0.000000	

Figure 4.26:ADF modèle 2 série slait

De même , la constante n'est pas significativement différente de zéro car sa t-statistique **1.134552** est inférieure aux valeurs tabulées par Dickey Fuller aux seuils 1%, 5%, 10% qui sont respectivement 3.78; 3.11; 2.78 . Alors le modèle est sans tendance et sans constante ,donc on passe à l'estimation du modèle (1)

Modèle(1):

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SLAIT				
ADF Test Statistic	-9.766707	1% Critical Value*	-2.5757	
		5% Critical Value	-1.9413	
		10% Critical Value	-1.6165	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SLAIT)				
Method: Least Squares				
Date: 06/06/18 Time: 04:44				
Sample(adjusted): 2001:02 2017:12				
Included observations: 203 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SLAIT(-1)	-0.640722	0.065603	-9.766707	0.0000
R-squared	0.320750	Mean dependent var	-25.68966	
Adjusted R-squared	0.320750	S.D. dependent var	11106.95	
S.E. of regression	9153.972	Akaike info criterion	21.08668	
Sum squared resid	1.69E+10	Schwarz criterion	21.10300	
Log likelihood	-2139.298	Durbin-Watson stat	1.984121	

Figure 4.27:ADF modèle 1 série slait

Comme la valeur estimée de la statistique ADF qui est égale à  $-9.766707$  est inférieure aux différentes valeurs critique  $-2.5757$ ;  $-1.9413$ ;  $-1.6165$  relatives aux seuils  $1\%$ ;  $5\%$ ;  $10\%$  respectivement, donc la série  $slait_t$  ne possède pas de racine unitaire. Par conséquent, le processus qui génère la série  $slait_t$  est stationnaire.

### 4.2.3 Identification du modèle

L'analyse du corrélogramme simple de la série stationnaire ( $slait_t$ ) (Figure 4.19) montre qu'aux retards ( $q = 1, 10, 11, 12$ ) les termes sont à l'extérieur de l'intervalle de confiance et ce qui concerne le corrélogramme partiel, on remarque que les valeurs de la fonctions

d'autocorrélations partielles sont élevées aux différents retards ( $p = 1, 4, 6, 7, 10, 11, 12$ ), ce qui nous amène à estimer plusieurs modèles parmi eux on a choisit : **ARMA(7, 12)**

#### 4.2.4 Estimation des paramètres du modèle

Dependent Variable: SLAIT  
Method: Least Squares  
Date: 05/24/18 Time: 18:52  
Sample(adjusted): 2001:08 2017:12  
Included observations: 197 after adjusting endpoints  
Convergence achieved after 10 iterations  
Backcast: 2000:08 2001:07

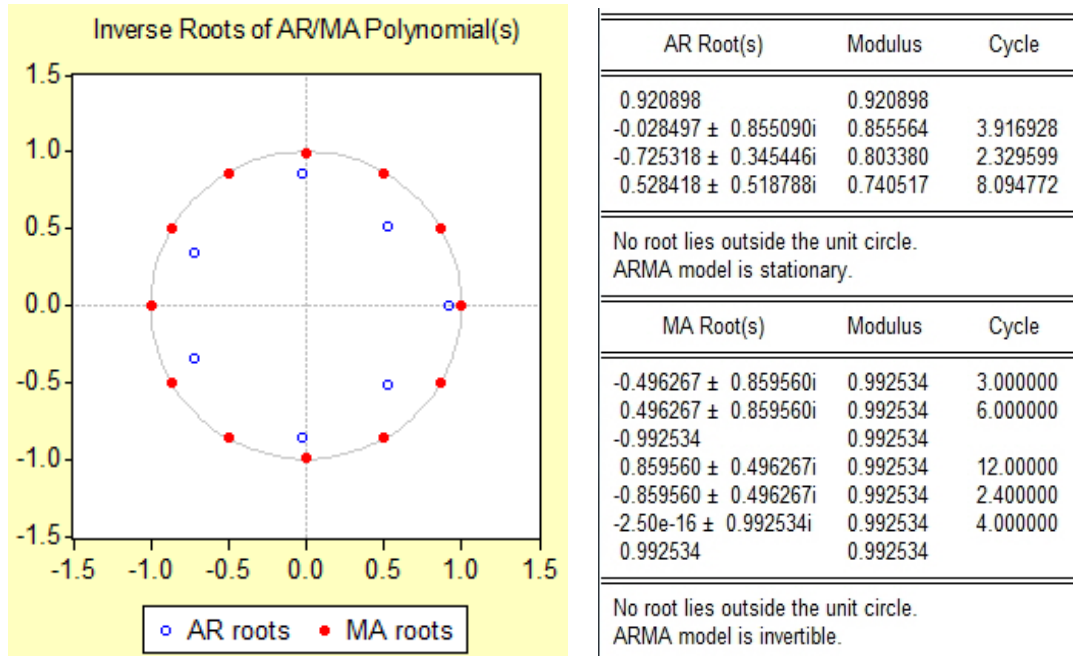
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.470102	0.061222	7.678667	0.0000
AR(4)	0.240033	0.061606	3.896262	0.0001
AR(6)	-0.164067	0.070654	-2.322110	0.0213
AR(7)	0.238577	0.067922	3.512534	0.0006
MA(12)	-0.913998	0.020170	-45.31485	0.0000
R-squared	0.580673	Mean dependent var	1092.619	
Adjusted R-squared	0.571937	S.D. dependent var	9824.350	
S.E. of regression	6427.731	Akaike info criterion	20.39968	
Sum squared resid	7.93E+09	Schwarz criterion	20.48301	
Log likelihood	-2004.369	Durbin-Watson stat	1.967687	
Inverted AR Roots	.92	.53+.52i	.53 -.52i	-.03 -.86i
	-.03+.86i	-.73+.35i	-.73 -.35i	
Inverted MA Roots	.99	.86+.50i	.86 -.50i	.50+.86i
	.50 -.86i	.00+.99i	-.00 -.99i	-.50+.86i
	-.50 -.86i	-.86+.50i	-.86 -.50i	-.99

Figure 4.28: le modèle

D'après les critères d'informations d'AIC ,SC et la valeur de la statistiques à savoir :  $R^2$  le modèle ARMA(7,12) est le plus adéquant avec une statistique de Durbin-Watson égale à **1.96**.

## 4.2.5 Validation du modèle

### Test sur les paramètres



On remarque que tous les paramètres du modèle sont significativement différents de zéro, En effet les statistiques de Student associées sont en valeur absolue supérieurs à 1.96, ce qui est confirmé par les probabilités de nullité des coefficients.

### Test sur les résidus :

#### Examen du Coorrélogramme des résidus :

Le corrélogramme des résidus (Figure 4.30) montre que les résidus forment un bruit blanc, car il n'apparaît aucun terme en dehors de l'intervalle de confiance au seuil 5%.



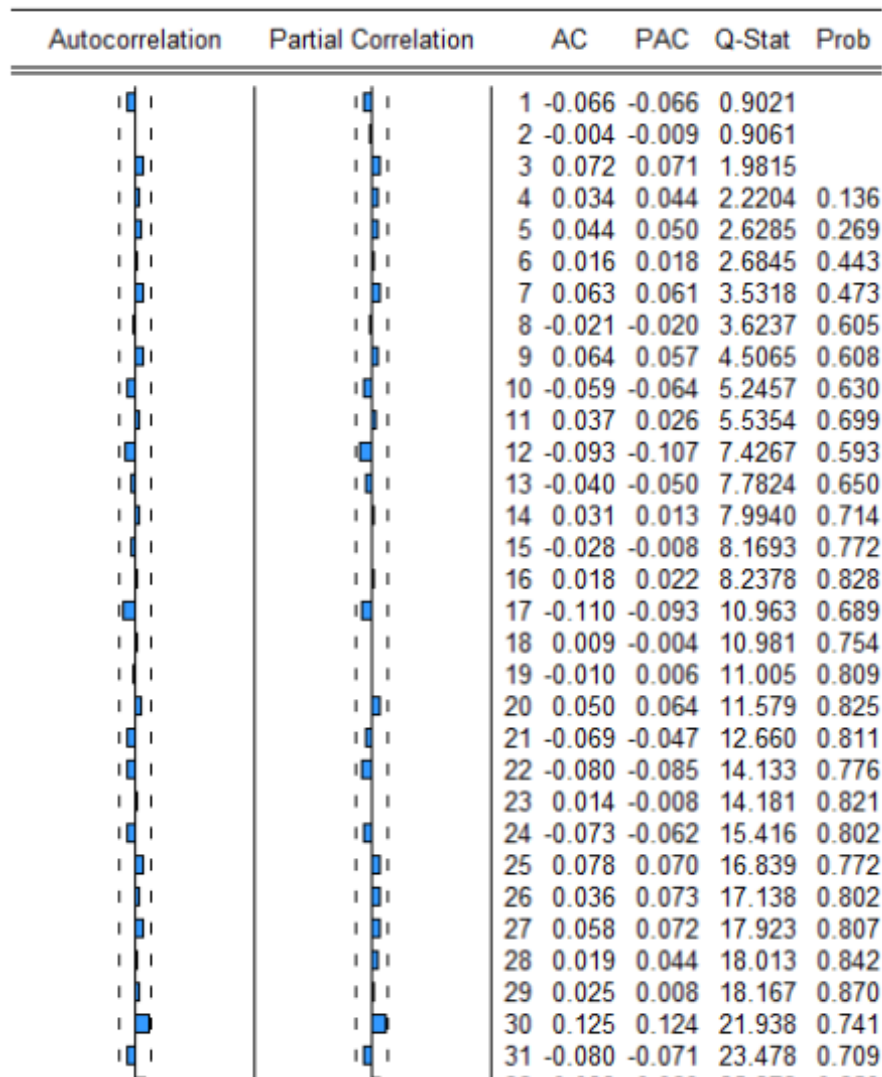


Figure 4.30:corrélograme des résidus

Donc ,l'estimation du modèle ARMA(7,12 )est validée ,la série  $slait_t$  peut être valablement représentée par un processus de type ARMA(7,12) et il s'écrit comme suit:

$$slait_t = 0.47slait_{t-1} + 0.24slait_{t-4} - 0.164slait_{t-6} + 0.23slait_{t-7} + \varepsilon_t - 0.91\varepsilon_{t-12}.....(1)$$

ou  $\varepsilon_t$  est un processus bruit blanc.

### Test de normalité des résidus

Les testes sont effectués à partir des valeurs empirique des coefficients de Skewness, Kurtosis et la statistique de Jarque-Berra par le logiciel **Eviews 4.0**

**Test de Skewness :**  $\gamma_1 = \frac{|\beta_1^{1/2}-0|}{\sqrt{\frac{6}{n}}} = \frac{0.365048}{\sqrt{\frac{6}{216}}} = 2.199 > 1.96$  (on rejette l'hypothèse de symétrie distribution asymétrique)

**Test de Kurtosis :**  $\gamma_2 = \frac{|\beta_2^{1/2}-3|}{\sqrt{\frac{24}{n}}} = \frac{|3.205114-3|}{\sqrt{\frac{24}{216}}} = 0.61 < 1.96$ (distribution platikurtique)

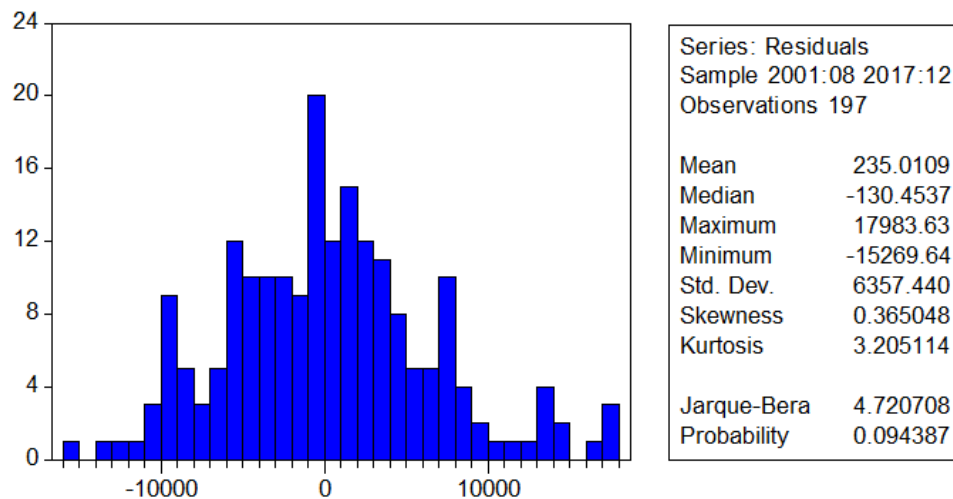


Figure 4.31: test de normalité

Donc d'après le résultat du test ,nous rejetons l'hypothèse de normalité, ce qui est confirmé par la statistique de Jarque-Berra:

$$JB = 4.7207 < X^{2_{0.05}}(2) = 5.99 \text{ donc les résidus forment un bruit blanc gaussien}$$

### Test de Ljung-Box (test d'autocorrélation) :

Le corrélogramme des résidus montre bien que les résidus forment un bruit blanc . ce qui est confirmé par la statistique de Ljung-Box (Q-stat) qui est inférieure à la valeur

théorique de  $\chi^2(h-p-q-P-Q)$  quelque soit  $h$  et en particulier pour  $h = N/4 = 54$  (N taille de la série). En effet,

$$Q - stat(54) = 39,526 < Q - stat(35) = 49.802 \text{ au seuil } 5\%$$

d'où la validité du modèle.

### Test du Durbin Watson

$$\text{on teste : } \begin{cases} H_0 : \rho = 0 \\ H_1 : \rho \neq 0. \end{cases}$$

si DW est proche de 2 alors on accepte  $H_0$ .

La statistique  $DW = 1.9676 \approx 2$ , on accepte l'hypothèse de non corrélation des résidus.

### Test d'hétéroscédasticité(l'existence ud'effet ARCH)

ARCH Test:				
F-statistic	0.034342	Probability	0.853175	
Obs*R-squared	0.034690	Probability	0.852247	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 06/22/18 Time: 15:08				
Sample(adjusted): 2001:09 2017:12				
Included observations: 196 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	41008747	5231619.	7.838635	0.0000
RESID^2(-1)	-0.013304	0.071791	-0.185316	0.8532
R-squared	0.000177	Mean dependent var	40470300	
Adjusted R-squared	-0.004977	S.D. dependent var	60757139	
S.E. of regression	60908137	Akaike info criterion	38.69778	
Sum squared resid	7.20E+17	Schwarz criterion	38.73123	
Log likelihood	-3790.383	F-statistic	0.034342	
Durbin-Watson stat	1.977184	Prob(F-statistic)	0.853175	

Figure 4.32: test d'effet ARCH

A partir de la figure on remarque que la probabilité de **RESID 2** est supérieur à **0.05** donc on accepte l'hypothèse nulle d'hémoscélasticité, il n'existe pas un effet ARCH.

#### Grappe des séries résiduelles;Actuelle et estimée:

La représentation graphique des séries résiduelles ,actuelle et estimée(Figure4.24) montre que le modèle a bien expliqué la série .

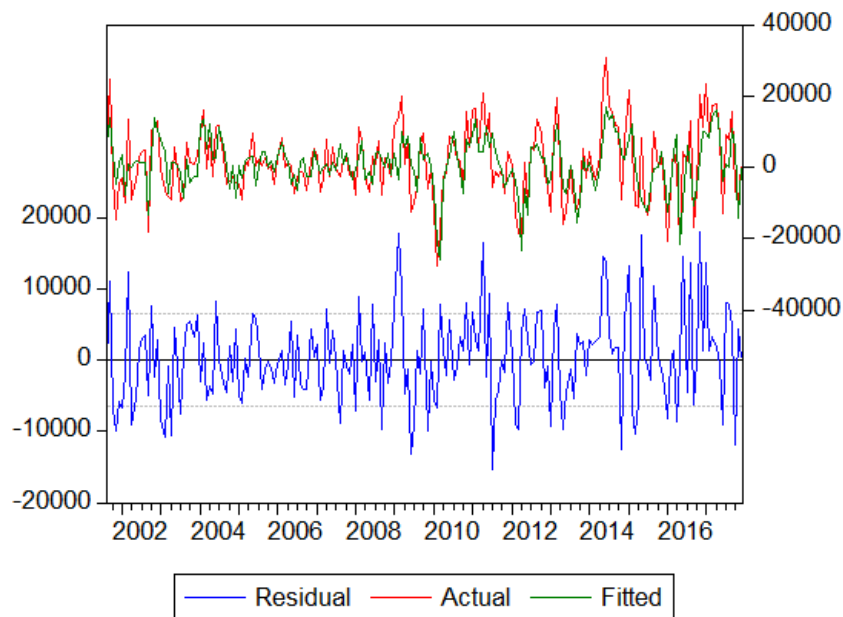


Figure 4.33: le graphe des série actuelles résiduelle et estimés

#### 4.2.6 La prévision:

Rappelons que la série sous étude "blé" comprend 216 observations de Janvier 2000 à décembre 2017, donc l'instant  $t$  est Décembre 2017.

On souhaitera prédire les 12 mois de l'année 2018 ,soit un horizon  $h=12$ .

Sachant que

$$slait_t = lait_t - lait_{t-12}.$$

on remplaçant  $t$  par  $t+h$  dans l'équation (2) on obtient:

$$slait_{t+h} = 0.47slait_{t+h-1} + 0.24slait_{t+h-4} - 0.164slait_{t+h-6} + 0.23slait_{t+h-7} + \varepsilon_{t+h} - 0.91\varepsilon_{t+h-12}$$

avec  $h= 1, \dots, 12$

on obtient les prévisions suivantes:

mois	la valeur prédite(en tonne)
janvier 2018	34585.576
février 2018	30115.355
mars 2018	33806.223
avril 2018	36686.473
mai 2018	31181.666
juin 2018	29676.977
juillet 2018	29395.714
août 2018	30226.27
septembre 2018	29053.36
octobre 2018	24175.608
novembre 2018	23372.518
décembre 2018	25138.52

Le graphe des prévisions est donné comme suit:

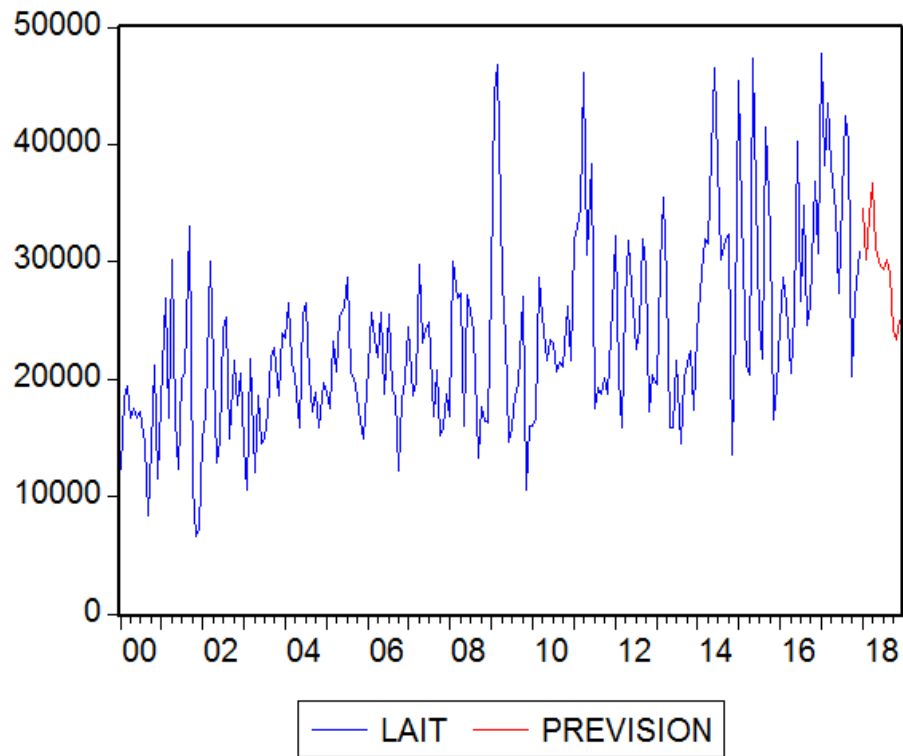


Figure 4.34: graphe de prévision

La représentation graphique des 12 valeurs prédites sont en harmonie avec l'allure générale de séries étudiée puisque le phénomène de périodicité est reproduit.

---

# Méthodologie de Holt et Winters

## 5.1 Introduction

Les techniques de lissage exponentiel ont été introduites par Holt en 1957 et développées par Brown en 1962.

Cette méthode est fondée sur l'hypothèse fondamentale que chaque observation, à l'instant  $t$ , dépend des observations précédentes et d'une variation accidentelle ; cette dépendance est plus ou moins stable dans le temps.

Les techniques de lissage exponentiel diffèrent d'une chronique à l'autre, on peut distinguer trois différentes méthodes suivant la nature de la série à étudier :

- Le lissage exponentiel simple est employé dans le cas d'une série ne présentant pas de tendance linéaire, ni de saisonnalité.
- Le lissage exponentiel de Holt (double) est utilisé lorsque la série est affectée d'une tendance, et ne présente pas de saisonnalité.
- Le lissage de winters (ou Holt\_Winters avec saisonnalité) est utilisée dans le cas d'une série présentant à la fois une tendance et une saisonnalité.

Ces méthodes sont utilisées pour calculer rapidement des prévisions pour un grand nombre de séries. Elle sont peu coûteuses et les calculs peuvent être rendus très rapides

par l'utilisation de formules récursives de mise à jour ; de plus le lissage exponentiel est un outil pour faire de la prévision des séries sans en chercher préalablement un modèle.

L'objectif d'un lissage exponentiel en séries chronologiques est la prévision à court terme.

- Dans le cas où la série est stationnaire on utilise le lissage exponentiel simple.
- Lorsque la série permet une tendance linéaire et n'est pas saisonnière on utilise le lissage exponentiel double.
- Dans le cas d'une série saisonnière on utilise la méthode de Holt- Winters.

## 5.2 Lissage exponentiel simple (L.E.S)

Soit  $(x_t), t \in T$  une série temporelle. On se trouve à la date  $T$  et on désire prévoir la valeur de  $x_{t+h}$  ; on notera par  $\hat{x}_t(h)$  une telle prévision où  $h \in N^*$  est appelé l'horizon de la prévision et  $t$  la base de prévision.

**Définition 5.2.1** *La prévision  $\hat{x}_t(h)$  formée par la méthode du lissage exponentiel simple (L.E.S) avec la constante de lissage  $\beta$ ,  $0 < \beta < 1$  est :*

$$\hat{x}_t(h) = (1 - \beta) \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j x_{t-j-h}$$

**Remarque 5.2.1** *On donne un poids d'autant moins important que les observations sont loin dans le passé avec une décroissance exponentielle.*

- $\beta$  proche de 1 : prise en compte de tout le passé, la mémoire du phénomène étudié est forte et la prévision peu réactive aux dernières observations.
- $\beta$  proche de 0 : prise en compte d'avantage des valeurs récentes (plus sensibles aux fluctuations). Dans certains ouvrages (et logiciels) la constante de lissage n'est pas  $\beta$  mais  $\alpha = 1 - \beta$ .

- Formule de mise à jour



$$\begin{aligned}\hat{x}_{t+1} &= \hat{x}_t(1) = \alpha x_t + (1 - \alpha)\hat{x}_t \\ \hat{x}_t(1) &= \sum_{j=0}^{\infty} (1 - \alpha)x_{t-j-1} \implies \hat{x}_t = \alpha x_{t-1} + (1 - \alpha)\hat{x}_{t-1}\end{aligned}$$

Pour la valeur initiale  $t = 1$  ; on peut choisir  $\hat{x}_1 = x_1$ ;  $\hat{x}_1 = \bar{x}$  ou une moyenne des p premières valeurs observées.

**- La formule itérative de L.E.S :**

La formule itérative est :

$$\begin{aligned}\hat{x}_1 &= x_1 \text{ ou } \frac{\sum_{i=0}^p x_i}{p} \\ \hat{x}_t &= \alpha x_{t-1} + (1 - \alpha)\hat{x}_{t-1} && 2 \leq t \leq N + 1 \\ \hat{x}_t &= x_{N+1} && t \geq N + 1\end{aligned}$$

**- Intervalle de confiance de la prévision :**

L'erreur de prévision est :

$$e_t = x_t - \hat{x}_t$$

d'où :  $Var(e_t) = Var(x_t) + Var(\hat{x}_t)$  ; avec  $x_t$  indépendant de  $\hat{x}_t$

$$\begin{aligned}\hat{x}_t &= \alpha \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \alpha)^i x_{t-i-1} \\ Var(\hat{x}_t) &= \alpha^2 \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \alpha)^{2i} Var(x_{t-i-1}) = \frac{\alpha^2}{1 - (1 - \alpha)^2} Var(x_t) = \frac{\alpha}{2 - \alpha} Var(x_t) \\ Var(e_t) &= Var(x_t) \left(1 + \frac{\alpha}{2 - \alpha}\right) = \frac{2}{2 - \alpha} \sigma_x^2\end{aligned}$$

Alors l'intervalle de confiance à 95% :

$$IC = \hat{x}_t \pm 1.96 \sigma_x \sqrt{\frac{2}{2 - \alpha}}$$

### 5.3 Lissage exponentiel double (L.E .D)

**Définition 5.3.1** *Le Lissage exponentiel simple est adapté à des séries pouvant être ajustées par une constante au voisinage de  $v$  le principe du L.E.D est de faire un ajuste-*

ment par une droite à savoir approcher  $x_t$  par  $y_t$  où :  $y_t = a + (t - v)b$

La prévision à l'horizon  $h$  est :  $\hat{x}_v(h) = \hat{a}(v) + h \hat{b}(v)$

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont estimés par :

$$\hat{a}(v) = 2S_1(v) - S_2(v)$$

$$\text{et } \hat{b}(v) = \frac{1-\beta}{\beta}(S_1(v) - S_2(v)) \quad \text{où: } S_1(v) = (1-\beta) \sum_{j=0}^{t-1} \beta^j x_{t-j} \quad \text{Série lissée } S_2(v) = (1-\beta) \sum_{j=0}^{t-1} \beta^j x_{t-j} \\ S_1(t-j) \quad \text{Série lissée deux fois}$$

**- Formule de mise à jour :**

Permettant de passer de  $v$  à  $v + 1$

Si à la date  $v$  :  $\hat{x}_T(1) = \hat{a}(v) + \hat{b}(v)$

Alors en  $v + 1$

$$\hat{a}(v + 1) = \hat{a}(v) + \hat{b}(v) + (1 - \beta^2)(x_{v+1} - \hat{x}_v(1))$$

$$\text{et } \hat{b}(v + 1) = \hat{b}(v) + (1 - \beta^2)(x_{v+1} - \hat{x}_v(1)) \quad \text{pour } \begin{cases} 2 \leq t \leq N + 1 \\ t > N + 1 \end{cases}$$

**- La prévision à l'horizon  $h$  est :**

$$\hat{x}_t(h) = \hat{a}(t) + h\hat{b}(t)$$

Pour l'initialisation de l'algorithme on prend:

$$a_1 = x_1; \text{ et } b_1 = \frac{x_{t_0} - x_1}{t_0 - 1}$$

**- La formule itérative de L.E.D :**

La formule itérative est :

$$a_1 = x_1; b_2 = x_2 - x_1; \hat{x}_1 = a_1 + b_1$$

$$a_t = a_{t-1} + b_{t-1} + (1 - \beta^2)(x_t - \hat{x}_{t-1}) \quad 2 \leq t \leq n$$

$$b_t = b_{t-1} + (1 - \beta^2)(x_t - \hat{x}_{t-1})$$

**Remarque 5.3.1**

$$\hat{x}_t = a_t + b_t \quad 2 \leq t \leq n + 1 \quad (\text{pour le lissage})$$

$$\hat{x}_t = a_{n+1} + (t - n - 1) + b_{n+1} = a_{n+1} + h b_{n+1} \quad t \geq n + 1 \quad (\text{pour la prévision})$$

## 5.4 Les méthodes de Holt-Winters

### 5.4.1 la méthode saisonnière additive

On suppose ici que la série  $x_t$  peu être approchée au voisinage de  $T$  par l'équation :

$$y_t = a_t + (t - T)b + S_t$$

Où  $S_t$  est un facteur saisonnier.

**- Formule de mise à jour :**

$$\hat{a}(t + 1) = (1 - \lambda)(x_{t+1} - S_{t+1-s}) + \lambda(\hat{a}(t) + \hat{b}(t)) \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \text{ lissage de la moyenne.}$$

$$\hat{b}(t + 1) = (1 - \alpha)[\hat{a}(t + 1) - \hat{a}(t)] + \alpha \hat{b}(t) \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ lissage de la tendance.}$$

$$\hat{S}(t + 1) = (1 - v)(x_{t+1} + \hat{a}(t + 1) + v s_{t+1-s}) \quad 0 \leq v \leq 1 \text{ lissage de la saisonnalité.}$$

La prévision à l'horizon  $h$  est :

$$\hat{x}_t(h) = \hat{a}(t) + h \hat{b}(t) + \hat{S}_{t+h-s} \quad \text{avec} \quad s + 1 \leq h \leq 2s \quad \text{et } s \text{ est le nombre de saisons}$$

L'initialisation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}(s) = M_s(x_1, x_2, \dots; x_s) \\ \hat{b}(s + 1) = \hat{a}(s + 1) - \hat{a}(s) \\ \hat{S}_i = x_i - \hat{a}(s) \end{array} \right.$$

**Remarque 5.4.1**

Le coefficient de lissage a les propriétés suivantes :

- Une valeur proche de 1 veut dire que la valeur récente est plus appropriée pour estimer la valeur future.
- Plus la valeur est proche de 0 plus la valeur estimée est lissée.
- Une valeur nulle veut dire que la composante est fixe et ne change pas.

### 5.4.2 la méthode saisonnière multiplicative

On suppose ici que la série  $x_t$  peu être approchée au voisinage de  $T$  par l'équation :

$$y_t = (a_t + (t - T)b)S_t$$

Où  $S_t$  est un facteur saisonnier.

- Les formule deviennent :

$$\hat{a}(t - 1) = (1 - \lambda)(x_{t+1}/S_{t+1-s}) + \lambda(\hat{a}(t) + \hat{b}(t)) \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \text{ lissage de la moyenne.}$$

$$\hat{b}(t + 1) = (1 - \alpha)[\hat{a}(t + 1) - \hat{a}(t)] + \alpha\hat{b}(t) \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ lissage de la tendance.}$$

$$\hat{S}(t + 1) = (1 - v)(x_{t+1}/\hat{a}(t + 1) + v s_{t+1-s}) \quad 0 \leq v \leq 1 \text{ lissage de la saisonnalité.}$$

La prévision à l'horizon  $h$  est :

$$\hat{x}_t(h) = (\hat{a}(t) + h \hat{b}(t))\hat{S}_{t+h-s} \quad \text{avec} \quad s + 1 \leq h \leq s \quad \text{et } s \text{ est le nombre de saisons}$$

L'initialisation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}(s) = M_s(x_1, x_2, \dots; x_s) \\ \hat{b}(s + 1) = \hat{a}(s + 1) - \hat{a}(s) \\ \hat{S}_i = x_i - \hat{a}(s) \end{array} \right.$$

### 5.4.3 Méthode non saisonnière

Elle est fondée, comme pour L.E.D, sur l'hypothèse qu'un ajustement au voisinage de T se fait par une droite d'équation :  $y = a + (t - T)b$

**- Formule de mise à jour :**

Les formules de mise à jour sont :

$$\hat{a}(t+1) = (1 - \lambda)x_{t-1} + \lambda[\hat{a}(t) + \hat{b}(t)] \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

$$\hat{b}(t+1) = (1 - \gamma)[\hat{a}(t+1) - \hat{a}(t)] + \gamma \hat{b}(t) \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

Il ya deux constantes à choisir

L'initialisation :

$$\hat{a}(1) = x_1, \quad \hat{b}(1) = x_2 - x_1$$

La prévision à l'horizon h est donnée par:  $\hat{x}_T(h) = \hat{a}(T) + h \hat{b}(T)$

Le coefficient de lissage a les propriétés suivantes :

- Une valeur proche de 1 veut dire que la valeur récente est plus appropriée pour estimer la valeur future.
- Plus la valeur est proche de 0 plus la valeur estimée est lissée.
- Une valeur nulle veut dire que la composante est fixe et ne change pas.

---

# Application de la méthodologie de Holt et Winters

## 6.1 Etude de la série ( $ble_t$ )

La série ( $ble_t$ ) est affectée d'une tendance et d'une saisonnalité . L'application de la méthode de Holt-Winters saisonnière multiplicatif sur la série ( $ble_t$ ) a donné les résultats suivants :

```

Date: 06/06/18 Time: 12:52
Sample: 2000:01 2017:12
Included observations: 216
Method: Holt-Winters Multiplicative Seasonal
Original Series: BLE
Forecast Series: BLESMB

```

---

Parameters:	Alpha	0.2900
	Beta	0.0000
	Gamma	0.0000
	Sum of Squared Residuals	2.87E+12
	Root Mean Squared Error	115351.6

---

End of Period Levels:	Mean	695545.2
	Trend	1107.892
	Seasonals:	
	2017:01	0.918400
	2017:02	0.933152
	2017:03	1.110261
	2017:04	1.084279
	2017:05	1.071832
	2017:06	1.153358
	2017:07	1.018812
	2017:08	0.961183
	2017:09	0.925299
	2017:10	1.054012
	2017:11	0.895505
	2017:12	0.873907

---

Figure 6.1: les coefficients saisonnière

Les paramètres du lissage qui minimisent la somme des carrés résiduelle sont :

Le coefficient de lissage de la moyenne  $\alpha = 0.29$

-Le coefficient de lissage de la tendance  $\beta = 0.000$

Le coefficient de lissage de la saisonnalité  $\gamma = 0.000$

La somme des carrés résiduelle est:  $SCE = 2.87 * 10^{12}$

d'où la racine de l'erreur quadratique moyenne est :  $RMSE = 115351.6$

Les prévisions de la série ( $ble_t$ ) par la méthode de Holt et Winters saisonnière multiplicative sont les suivants:

DATES	PREVISIONS
JAN 2018	639806.4
février 2018	651117.002
Mars 2018	775926.70
Avril2018	758970.1
May2018	751444.7
Juin2018	809879.6
Juillet2018	716531.01
aûot2018	677065.3
septembre2018	652813.4
octobre2018	744790.1
novembre2018	633777.8
décember2018	619459.9

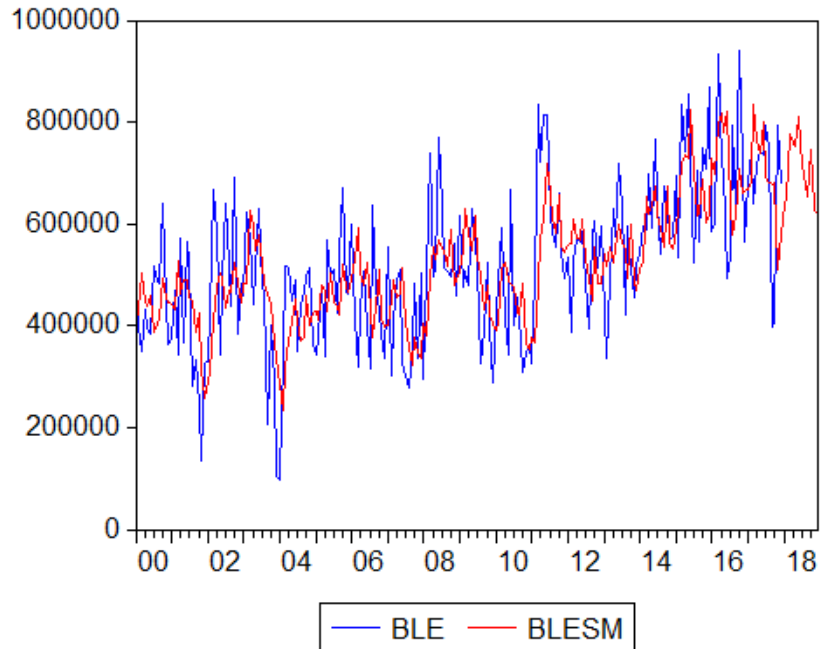


Figure 6.2:le graphe de prévision série ble



- **Remarque :**

cette représentation graphique nous aide à avoir la qualité de notre ajustement.

On constate que le graphe de la série ajustée représente bien la série réelle.

## 6.2 Etude de la série ( $lait_t$ )

L'application de la méthode de Holt et Winters saisonnière multilatif sur la série ( $lait_t$ )

a donné les résultats suivants

Date: 06/06/18 Time: 01:02		
Sample: 2000:01 2017:12		
Included observations: 216		
Method: Holt-Winters Multiplicative Seasonal		
Original Series: LAIT		
Forecast Series: LAITSM		
<hr/>		
Parameters:	Alpha	0.0400
	Beta	0.0000
	Gamma	0.0000
	Sum of Squared Residuals	8.97E+09
	Root Mean Squared Error	6445.434
<hr/>		
End of Period Levels:	Mean	33567.31
	Trend	97.05801
	Seasonals:	
	2017:01	1.021791
	2017:02	1.119129
	2017:03	1.180872
	2017:04	1.120209
	2017:05	1.034091
	2017:06	1.047361
	2017:07	1.036673
	2017:08	0.949722
	2017:09	0.968597
	2017:10	0.892835
	2017:11	0.795977
	2017:12	0.832744
<hr/>		

figure 6.3:les coefficients saisonnières

Les paramètres du lissage qui minimisent la somme des carrés résiduelle sont :

Le coefficient de lissage de la moyenne  $\alpha = 0.04$

Le coefficient de lissage de la tendance  $\beta = 0.000$

Le coefficient de lissage de la saisonnalité  $\gamma = 0.000$

La somme des carrés résiduelle est:  $SCE = 8.97 * 10^9$

d'où la racine de l'erreur quadratique moyenne est :  $RMSE = 6445.434$

Les prévisions de la série ( $lait_t$ ) par la méthode de Holt et Winters saisonnière multiplicative sont les suivants:

DATES	PREVISIONS
JAN 2018	34397.9
février 2018	37783.3
Mars 2018	39982.5
Avril2018	38037.3
May2018	35213.4
Juin2018	35767.007
Juillet2018	35502.6
août2018	32617.02
septembre2018	33359.28
octobre2018	30836.6
novembre2018	27568.6
décember2018	28922.8

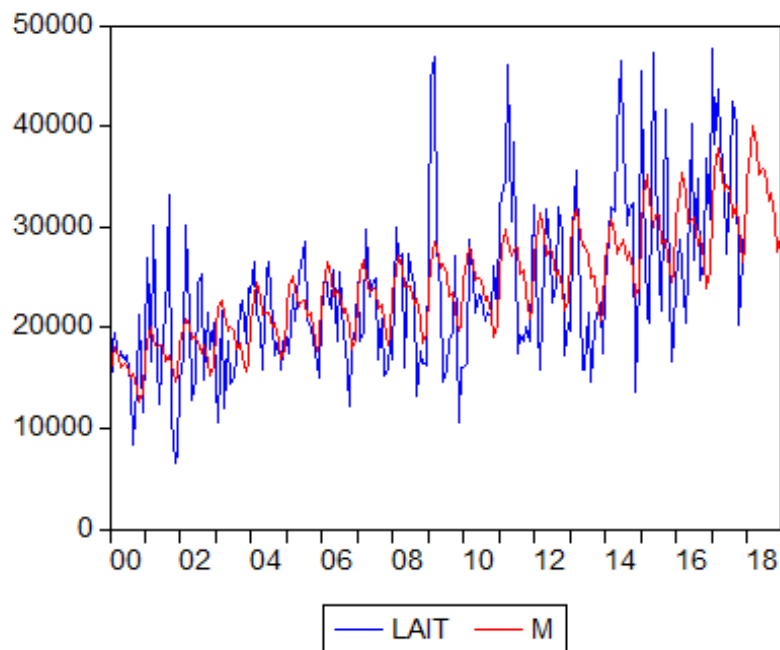


Figure 6.4:le graphe de prév

- **Remarque :**

cette représentation graphique nous aide à avoir la qualité de notre ajustement.

On constate que le graphe de la série ajustée représente bien la série réelle.

## **Partie II**

# **Etude multivariés des séries des importations lait et blé**

## 7.1 Introduction

Les processus autorégressifs vectoriels VAR(p) (Vector AutoRégressive) constituent une généralisation des processus autorégressifs univariés présentés auparavant.

Nous parlons d'approche multivariée lorsque la description et l'analyse portent sur plusieurs variables considérées simultanément. En général, il est possible de faire cette étude, lorsque les variables en jeu sont en relation de dépendance, et sont toutes stationnaires avec un nombre de décalage identique.

Depuis les travaux initiaux de Sims(1980), les techniques économétriques basées sur les modèles VAR ont connu de nombreux développements, leur popularité est due à leur caractère flexible et leur facilité d'utilisation pour produire les modèles ayant des caractéristiques descriptives utiles, ils sont aussi utilisés pour tester des hypothèses économiques et modéliser les interactions existantes entrées variables.

Dans le chapitre présent nous développons les modèles de séries chronologiques multivariées, en particulier le modèle VAR

**Définition 7.1.1** *Un processus  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  multivarié est une famille de variables aléatoires vectorielles définies sur  $\mathbb{R}^n$ . Comme dans le cas univarié, la stationnarité joue un rôle important dans la théorie des processus, c'est ainsi qu'on s'étalera à étudier les processus multivariés stationnaires dans ses différents champs.*

## 7.2 Fonction d'autocovariance d'un processus multivarié

Considérant un processus multivarié  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  de moyenne  $\mu$ , la covariance entre  $X_t$  et  $X_s$  est donnée par:

$$\gamma(t, s) = \text{cov}(X_t, X_s) = E[(X_t - \mu)(X_s - \mu)'], \forall t, s \in \mathbb{Z}$$

### • Processus multivarié fortement stationnaire :

Soit un processus multivarié  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ , le processus est dite fortement (ou strictement) stationnaire si :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall (t_1, t_2, \dots, t_n)$  et  $\forall h \in \mathbb{Z}$ , le vecteur  $(X_{t_1+h}, \dots, X_{t_n+h})$  à même loi de probabilité que la suite  $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$ , autrement dit :

$$P(X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n) = P(X_{t_1+h} \leq x_1, \dots, X_{t_n+h} \leq x_n),$$

$$\forall (t_1, t_2, \dots, t_n) \in \mathbb{Z}^n, \forall (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \forall h \in \mathbb{Z}$$

Ainsi tous les moments d'ordre  $k$ , d'un processus multivarié strictement stationnaire sont invariant pour toutes translation dans le temps, or cette définition est rarement vérifiée en pratique c'est ainsi que nous nous intéressons à un second type de stationnarité des processus multivariés, dit du second ordre.

### • Processus multivarié faiblement stationnaire

Le processus multivarié  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  est dit faiblement stationnaire (du second ordre) si sa moyenne est finie indépendante du temps et de plus le processus est stationnaire en sa covariance, ie :

1.  $E(X_t) = E(X_{t+h}) = \mu$  (constante),  $\forall t \in \mathbb{Z}$ ,

2.  $\text{cov}(X_t, X_{t+h}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+h} - \mu)'] = \Gamma(h)$ ,  $\forall t, h \in \mathbb{Z}$ .

Où  $\Gamma(h)$  est la fonction d'autocovariance matricielle du processus  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$

**Proposition :**

Si  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  est stationnaire alors  $\forall i \in \{1, \dots, n\}$   $(X_{it})$  est stationnaire. La réciproque est fautive.

**Remarque :**

Dans ce qui suit le terme stationnaire, sauf mention contraire signifiera la stationnarité du second ordre.

• **Processus bruit blanc multivarié :**

Un vecteur bruit blanc  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  multivarié est une suite de variables aléatoires non corrélées de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\Sigma$  ie :

$$\begin{cases} E(\varepsilon_t) = 0 \\ E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Et en conséquence sa fonction d'autocovariance est donnée par :

$$\Gamma(h) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+h}') = \begin{cases} \Sigma, & h = 0 \\ 0, & h \neq 0 \end{cases}$$

**Remarque**

On suppose que  $\Sigma_\varepsilon$  est non singulière.

**Propriétés**

$$\Gamma(h) = \Gamma(-h), \forall h \in \mathbb{Z}$$

**Estimateur**

En pratique la fonction d'autocovariance est estimée à l'aide de l'estimateur suivant :

$$\hat{\Gamma}(h) = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} (X_t - \bar{X}_t)(X_{t-h} - \bar{X}_{t-h})'$$

Avec

$$\bar{X}_{t-h} = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} X_t \text{ et } \bar{X}_t = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$$

## 7.3 Fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation d'un processus stationnaire multivarié faiblement stationnaire de moyenne  $\mu$  et de matrice de covariance  $\Gamma(h)$ , notée  $A_h = (\rho_{ij}(h))$  est définie par

$$A_h = \frac{\gamma_{ij}(h)}{\sqrt{\gamma_{ii}(0)\gamma_{jj}(0)}}$$

## 7.4 Décomposition de Wold –Cramer

Le théorème de Wold, est également valable dans le cas multivarié.

### Théorème de Wold :

Tout processus stationnaire  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  peut se décomposer en la somme d'une composante régulière prévisible (déterministe) et d'une expression linéaire stochastique tel que :

$$X_t = U_t + \sum_{j=0}^{\infty} C_j \varepsilon_{t-j}$$

Où  $C_j$  est une suite de matrices carrées de taille  $n \times n$  avec  $C_0 = I_n$  et  $\{\varepsilon_t\} \in \mathbb{R}^n$  avec  $\varepsilon_t$  bruit blanc de matrice de covariance  $\Sigma$ .

Etant donné que la série  $\sum_{j=0}^{\infty} C_j \varepsilon_{t-j}$  doit être convergente, c'est à dire que les termes  $C_j \varepsilon_{t-j} \rightarrow 0$

Lorsque  $j \rightarrow \infty$ , donc la décomposition de Wold peut être approximée par une représentation vectorielle moyenne mobile  $VMA(\infty)$ , et comme le passage d'une représentation moyenne mobile vers une représentation autoregressive est possible, on peut approximer la décomposition de Wold par une représentation vectorielle autoregressive  $VAR(\infty)$ .

Modèle autorégressif moyenne mobile Multivarié

### VARMA (p, q) :

Le processus stationnaire satisfait une représentation ARMA multivarié, noté VARMA d'ordre (p, q), s'il est solution de l'équation aux différences stochastique suivante :

$$X_t - \sum_{j=1}^p \phi_j X_{t-j} = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$



Le processus VARMA (p, q), s'écrit sous la forme suivante :

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Soit encore :  $\phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t + \phi_0$

Où :  $\phi(L) = I - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i$  et  $\Theta(L) = I - \sum_{j=1}^q \theta_j L^j$

Où encore  $\phi$  est un polynôme matriciel d'ordre p et  $\theta$  un polynôme matriciel d'ordre q.

Dans la suite, on s'intéresse à un type particulier de modèles VARMA (p,q), à savoir les modèles VAR(p)

## 7.5 Modèle Autoregressif Multivarié VAR(p)

Les processus VAR(p) (vector autoregressif) constituent une généralisation des processus AR au cas multivarié

**Définition 7.5.1** *Le processus du second ordre n-varié admet une représentation VAR (autoregressif vector) d'ordre p noté (VAR(p)) s'il est solution de l'équation aux différences stochastique suivante :*

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où :  $\{\varepsilon_t\}$  est un bruit blanc vectoriel.

En introduisant l'opérateur de retard L, on peut réécrire l'équation précédente sous la forme symbolique suivante :

$$\phi(L)X_t = \phi_0 + \varepsilon_t$$

Où :

$$\phi(L) = I - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i$$

Avec

$$L^j X_t = X_{t-j}$$

**Remarque 7.5.1** *Tout processus VAR (p) peut s'écrire sous la forme d'un VAR (1), mais de dimension supérieur (np au lieu de n). Soit le modèle VAR(p) :*

Posons :

$$\phi(L)X_t = \phi_0 + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{t-(p-1)} \end{pmatrix}$$

On peut écrire alors :

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + \tilde{\phi}_0 + \tilde{\varepsilon}_t$$

Avec :

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} \phi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_p \\ I_n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_n & 0 & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & I_n & \end{pmatrix}$$

Où  $I_n$  désigne la matrice identité de dimension  $n \times n$ . En effet :

$$Y_t = \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \vdots \\ X_{t-(p-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_p \\ I_n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_n & 0 & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & I_n & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ X_{t-2} \\ \vdots \\ X_{t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Est alors un VAR (1) de dimension np

## 7.6 Caractéristiques des processus VAR(p)

Etudions les principales caractéristiques des processus VAR.

Considérons un processus VAR (1)

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Où : } \varepsilon_t \sim BB(0, \Sigma)$$

• **Espérance**

On a

$$E[X_t] = E[\phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t]$$

Le processus étant stationnaire, on a :  $E[X_t] = E[X_{t-1}]$

On peut donc écrire (sachant que  $E[\varepsilon_t] = 0$ )

$$E[X_t] = \phi_0 + \phi_1 E[X_t]$$

D'où

$$E[X_t] = (I - \phi_1)^{-1} \phi_0$$

• **Fonction d'autocovariance**

Considérons le processus centré :  $Y_t = X_t - E[X_t]$ , soit

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

La fonction d'autocovariance  $\Gamma$  est donnée par

$$\Gamma(0) = E[Y_t Y_t'] = E[\phi_1 Y_{t-1} Y_t' + \varepsilon_t Y_t'] \quad (*)$$

Or

$$E[\varepsilon_t Y_t'] = E[\varepsilon_t (Y_{t-1}' \phi_1' + \varepsilon_t')] = \phi_1 E[\varepsilon_t Y_{t-1}'] + E[\varepsilon_t \varepsilon_t']$$

Comme  $\varepsilon_t$  est BB alors

On a donc

$$E[\varepsilon_t Y_t'] = E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma_\varepsilon$$

On remplaçant dans (\*) on aura  $\Gamma(0) = \phi_1 E[Y_{t-1} Y_t'] + \Sigma$

On remarque que  $\Gamma(0) = E[Y_{t-1}Y_t'] = \Gamma(1)$  , on en déduit :

$$\Gamma(0) = \phi_1\Gamma(1)' + \Sigma$$

On calcule la matrice d'autocovariance d'ordre 1 :

$$\Gamma(1) = E[Y_tY_{t-1}'] = E[\phi_1Y_{t-1} + \varepsilon_t + Y_{t-1}] = \phi_1E[Y_{t-1}Y_{t-1}'] = \phi_1\Gamma(0)$$

On en déduit la formule de récurrence suivante pour la matrice d'autocovariance d'ordre h d'un processus VAR(1):

$$\Gamma(h) = \phi_1\Gamma(h-1) \quad \forall h \geq 1$$

• **Représentation canonique**

Considérons un processus VAR centré, c'est à dire avec  $\phi_0 = 0$

$$\phi(L)X_t = \varepsilon_t$$

On peut écrire :

$$X_t = \phi^{-1}(L)\varepsilon_t = \frac{\tilde{\phi}(L)'}{\det \phi(L)}\varepsilon_t$$

Si toutes les racines du déterminant de  $\Phi(L)$  sont du module supérieur à 1, alors l'équation  $\phi(L)X_t = \varepsilon_t$ , définit un unique processus VAR(p) stationnaire. On dit que  $X_t$  est en représentation canonique et  $\varepsilon_t$  est appelé résidu du processus.

• **Remarque 7.6.1** *Si les racines de  $\det\phi(L)$  sont de module inférieur à 1, on peut changer les racines en leurs inverses et modifier le bruit blanc associé afin de se ramener à la représentation canonique.*

**Remarque 7.6.2** *Si au moins une des racines de  $\det\phi(L)$  est égale à 1, le processus n'est plus stationnaire et on ne peut pas se ramener à une représentation canonique.*

**Remarque 7.6.3** *En représentation canonique, la prévision s'écrit :*

$$E[X_{t+1}/X_t] = \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t+1-i}$$

Où  $X_{t+1-i}$  désigne le passé de X jusqu'à la date t incluse.

## 7.7 Estimation des paramètres d'un VAR (p)

Les paramètres d'un processus VAR ne peuvent être estimés que sur les séries temporelles stationnaires (sans saisonnalité et sans tendance) par la méthode MCO. Pour les processus VAR non contraints ou plus généralement par la technique du maximum de vraisemblance.

- **Estimation par la méthode des moindres carrés ordinaires des processus VAR non contraints**

Considérons le processus VAR (p) :

$$\phi(L)X_t = \varepsilon_t$$

Où  $\varepsilon_t \sim BB(0, \Sigma)$ .

Déterminons tout d'abord le nombre de paramètres à estimer.

$\frac{n(n+1)}{n}$  Paramètres à estimer dans  $\Sigma$ .

$n^2p$  paramètres à estimer dans  $\phi$ .

Au totale, on a donc  $n^2p + \frac{n(n+1)}{n}$  paramètres à estimer pour un VAR (p)

Décomposons l'écriture du VAR (p). La  $j^{\text{ième}}$  équation s'écrit :

$$X_j = \begin{pmatrix} X_{j1} \\ X_{j2} \\ \vdots \\ X_{jT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{t0} & \dots & X_{t1-p} \\ X_{t1} & \dots & \cdot \\ \vdots & \dots & \vdots \\ X_{tt-1} & \dots & X_{tt-p} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ X_{tT-1} & \dots & X_{tT-p} \end{pmatrix} \Psi_j + \varepsilon_j; \text{ avec } j = 1, 2, \dots, p$$

Soit encore

$$X_j = \underline{\underline{X}} \Psi_j + \varepsilon_j$$

ou:

$$\varepsilon_j = \begin{pmatrix} \varepsilon_{j1} \\ \varepsilon_{j2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{jT} \end{pmatrix}$$

La variable  $X_j$  contient T observations. La matrice  $\underline{X}$  est de format (T, Np).

Soit une ligne  $X_t$  de cette matrice :

$$X_t' = (X_{1t-1} X_{2t-1} \dots X_{nt-1} X_{1t-2} \dots X_{nt-2} \dots X_{1t-p} \dots X_{nt-p})$$

Le modèle est un processus VAR (p) à n composantes indicées par le temps t.  $\Psi_j$  est de dimension (np-1)

$$\text{On a : } \Psi_j = \begin{pmatrix} \phi_{1j}^1 \\ \phi_{1j}^2 \\ \vdots \\ \phi_{1j}^N \\ \phi_{2j}^N \\ \vdots \\ \phi_{pj}^N \end{pmatrix} \quad \varepsilon_j = \begin{pmatrix} \varepsilon_{j1} \\ \varepsilon_{j2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_{jT} \end{pmatrix}$$

La matrice  $\underline{X}$  ne dépend pas de j :

$$X = X_i \underline{\Psi}_i + \varepsilon_i$$

On empile les N équations pour retrouver le VAR :

$$\begin{pmatrix} X_{=1} \\ X_{=2} \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{=N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ \vdots \\ X_{1T} \\ X_{1T} \\ \vdots \\ X_{nT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{=} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{=} & & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & X_{=} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1T} \\ \varepsilon_{2T} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nT} \end{pmatrix}$$

On cherche à estimer  $(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n)'$ .

La matrice de variance-covariance des erreurs devient un peu plus compliquée et s'écrit :

$$\left( \begin{array}{ccc} \left( \begin{array}{ccc} \sigma_{11} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \sigma_{11} \end{array} \right) & \left( \begin{array}{ccc} \sigma_{12} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \sigma_{12} \end{array} \right) & \dots \dots \\ \left( \begin{array}{ccc} \sigma_{21} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \sigma_{21} \end{array} \right) & \left( \begin{array}{ccc} \sigma_{22} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \sigma_{22} \end{array} \right) & \dots \dots \\ \vdots & & \ddots \\ \vdots & & \ddots \\ & \dots & \dots \dots \left( \begin{array}{ccc} \sigma_{nn} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \sigma_{nn} \end{array} \right) \end{array} \right)$$

L'observation de cette matrice indique la présence d'hétéroscédasticité (il y a en effet, aucune raison pour que  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \dots = \sigma_{nn}$ ) et d'autocorrélation

Il se pose en conséquence un problème pour l'application de la méthode MCO. Rappelons en effet que les estimateurs sont sans biais, mais ne sont plus de variance minimale. Il convient dès lors d'utiliser la technique des moindres carrés généralisés (MCG) qui fournit un estimateur BLUE (Best Linear Unbiased Estimator).

On peut réécrire la matrice de variance-covariance comme suit :

$$V[\varepsilon] = \Sigma_\varepsilon \otimes I = \Omega$$

Où :  $\Sigma = (\sigma_{ij})$  et  $\otimes$  désigne le produit de Kronecker.

Rappelons que :

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} \vdots & & \\ \vdots & & \\ \vdots & & \\ \dots & a_{ij}B & \dots \\ \vdots & & \\ \vdots & & \end{pmatrix}$$

Nous venons de voir que la matrice de variance-covariance des résidus est telle que l'on devait théoriquement appliquer la méthode MCG. Cependant, puisque la matrice des variables explicatives est bloc diagonal, on peut appliquer les MCO bloc par bloc. Le théorème de Zellner nous montre ainsi qu'estimer chacune des n équations par les MCO est équivalent à estimer le modèle par la méthode MCG. Afin de le prouver, considérons le modèle suivant :

$$Y = Xa + \varepsilon$$

Où  $\varepsilon$  est un bruit blanc.

Rappelons que l'estimateur de la méthode MCO est donné par :

$$\hat{a}_{MCO} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Et que l'estimateur de la méthode MCG s'écrit :

$$\hat{a}_{MCG} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$$

Où  $\Omega$  désigne la matrice de variance-covariance de  $\varepsilon$ .

Dans notre cas, on a :

$$X = \begin{pmatrix} \underline{X} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \underline{X} & & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & \underline{X} \end{pmatrix} = I \otimes \underline{X}$$

Où I est la matrice identité.

**Remarque 7.7.1** Avant d'appliquer la méthode des MCG, rappelons que l'on a les égalités suivantes concernant le produit de Kronecker :

- $(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD$
- $(A \otimes B)' = A' \otimes B'$
- $(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}$

Afin de calculer l'estimateur des MCG, commençons par étudier la matrice

$$X'\Omega^{-1}X :$$



$$X'\Omega^{-1}X = (I \otimes \underline{\underline{X'}})(\Sigma' \otimes I)(I \otimes \underline{\underline{X}}) = \Sigma^{-1} \otimes \underline{\underline{X'X}}$$

Avec  $\Omega^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes I$ .

On en déduit :

$$(X'\Omega^{-1}X)^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes (\underline{\underline{X'X}})^{-1}$$

Pour le vecteur  $X'\Omega^{-1}Y$ , il vient :

$$X'\Omega^{-1}X = (I \otimes \underline{\underline{X'}})(\Sigma' \otimes I)Y = (\Sigma^{-1} \otimes \underline{\underline{X'}})Y$$

On a donc :

$$\hat{a}MCG = \Sigma \otimes (\underline{\underline{X'X}})^{-1}(\Sigma^{-1} \otimes \underline{\underline{X'}})Y = (I \otimes (\underline{\underline{X'X}})^{-1}\underline{\underline{X'}})Y$$

d'ou:

$$\hat{a}MCG = \begin{pmatrix} (\underline{\underline{X'X}})^{-1}\underline{\underline{X'}} & 0 \\ 0 & \ddots \\ & & (\underline{\underline{X'X}})^{-1}\underline{\underline{X'}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\underline{\underline{X'X}})^{-1}\underline{\underline{X'}}Y_1 \\ (\underline{\underline{X'X}})^{-1}\underline{\underline{X'}}Y_2 \\ \vdots \\ (\underline{\underline{X'X}})^{-1}\underline{\underline{X'}}Y_N \end{pmatrix}$$

On retrouve l'estimateur des MCO équation par équation.

Cependant, cette technique d'estimation des VAR n'est plus valable dès lors qu'il existe des contraintes sur les paramètres. Il convient alors d'utiliser la technique du maximum de vraisemblance.

- **Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance**

Considérons un processus VAR (p)

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc de matrice de variance covariance  $\Sigma$ .

On écrit la vraisemblance conditionnellement à toute valeurs passées du processus :

$$L(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p \Sigma / X_{t-1}) = \prod_{t=1}^T L(X_t | X_{t-1})$$

Où  $X_{t-1}$  désigne tout le passé de  $X_t$  jusqu'à la date (t - 1) incluse la vraisemblance s'écrit alors :

$$L(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p \Sigma / X_{t-1}) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{\det \Sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p})' \Sigma^{-1} (X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p})\right]$$

On en déduit l'expression de la log-vraisemblance :

$$\log L(X_1, \dots, X_T) = \frac{-nT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \det \Sigma - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' \Sigma^{-1} \varepsilon_t.$$

On maximise ensuite cette expression afin d'obtenir les estimations  $\phi_1, \dots, \phi_p$  et de  $\Sigma$ .

## 7.8 Validation :

### 7.8.1 tests de spécification :

#### -Test du rapport de maximum de vraisemblance

On peut effectuer des tests sur l'ordre p du VAR .Considérons le test suivant :

$$\begin{cases} H_0 : \phi_{p+1} = 0 : \text{processus VAR}(p) \\ H_1 : \phi_{p+1} \neq 0 : \text{processus VAR}(p+1) \end{cases}$$

La matrice d'information de Fisher est difficile à calculer, ce qui explique que l'on utilise un test du rapport du maximum de vraisemblance. La technique consiste à estimer un modèle contraint VAR (p) et un modèle non contraint VAR (p+ 1) et à effectuer le rapport des log-vraisemblances. Rappelons que la log-vraisemblance d'un processus VAR s'écrit :

$$\log L(X_1, \dots, X_t) = \frac{-nT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \det \Sigma - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' \Sigma^{-1} \varepsilon_t.$$

$\sum_{t=1}^T \varepsilon_t' \Sigma^{-1} \varepsilon_t$  Est un scalaire, on a donc, on notant Tr la trace :

$$\sum_{t=1}^T \varepsilon_t' \Sigma^{-1} \varepsilon_t = \text{Tr} \left( \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' \Sigma^{-1} \varepsilon_t \right) = \text{Tr} \left( \Sigma^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_t' \right) = \text{Tr} \left( T \Sigma^{-1} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_t' \right) = \text{Tr} \left( T \Sigma^{-1} \Sigma \right) = \text{Tr} \left( T I_n \right) =$$

Soient  $\log L^C$  la log vraisemblance estimée du modèle contraint:

$$\text{Log} L^c = \frac{-nT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \det \hat{\Sigma}^c - \frac{1}{2} nT$$

Soient  $\log L^{nc}$  la log vraisemblance estimée du modèle non contraint :

$$\text{Log} L^{nc} = \frac{-NT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \det \hat{\Sigma}^{nc} - \frac{1}{2} nT$$

Où  $\hat{\Sigma}^c$  (respectivement  $\hat{\Sigma}^{nc}$ ) désigne l'estimateur de la matrice de variance covariance des résidus du modèle contraint (respectivement non contraint).

On calcule la statistique de test  $\xi = T * RMV$  .ou RMV désigne le rapport du maximum de vraisemblance :

$$\xi = T \log \left( \frac{\det \hat{\Sigma}^c}{\det \hat{\Sigma}^{nc}} \right)$$

Sous l'hypothèse nulle, cette statistique suit une loi de khi-deux à  $r$  degrés de liberté où  $r$  désigne le nombre de contraintes.

Si l'on accepte l'hypothèse nulle, on peut effectuer un deuxième test :

$$\begin{cases} H_0 : \phi_p = 0 : \text{processus VAR}(p-1) \\ H_0 : \phi_p \neq 0 : \text{processus VAR}(p) \end{cases}$$

Ce test s'effectue de la même façon que précédemment. On a ainsi une séquence de tests emboîtés dont le but est de déterminer l'ordre  $p$  du processus VAR.

**Remarque :**

Dans le cas d'un processus AR, en plus des tests sur les paramètres, on effectue des tests sur les résidus afin de valider le processus. Dans le cas des processus VAR, ces tests ne sont pas très puissants et l'on préfère réaliser un graphe des résidus. Notons cependant qu'il convient d'examiner attentivement les résidus surtout lors d'utilisation des modèles VAR pour l'analyse de réponses pulsionnelles où l'absence de corrélation des résidus est cruciale pour l'interprétation.

Afin de déterminer l'ordre  $p$  du VAR, on peut également utiliser des Critères d'information. Ainsi, on estime un certain nombre de modèles VAR pour un ordre  $p$  allant de 0 à  $h$ , où  $h$  est le retard maximum. On retient le retard  $p$  qui minimise les Critères AIC, SIC définis comme :

$$AIC = \log \det \hat{\Sigma} + \frac{2n^2p}{T}$$

$$SIC = \log \det \hat{\Sigma} + n^1p \frac{\log T}{T}$$

où  $n$  est le nombre de variables du système,  $T$  est le nombre d'observations et  $\hat{\Sigma}$  est un estimateur de la matrice de variance covariance des résidus.

**Remarque**

Le Critère *SIC* conduit à des estimateurs convergents de  $p$ , le critère *AIC* donnant des estimateurs efficaces de  $p$ .

Prévision des processus VAR

Considérons un processus VAR (p)

$$X_t = \hat{\phi}_1 X_{t-1} + \dots + \hat{\phi}_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

On suppose que  $p$  a été choisi, que les  $\hat{\phi}_i$  ont été estimés et que la matrice de variance-covariance associée à  $\varepsilon_t$  a été estimée.

Afin de réaliser des prévisions, il est nécessaire de vérifier que le modèle est bien en représentation canonique. Pour cela, on calcule le déterminant du polynôme  $\phi(L)$  et on regarde si les racines sont bien à l'extérieur du disque unité. Si tel est le cas, alors la prévision en  $(T + 1)$  du processus est :

$$E[X_{T+1}/\underline{X}_T] = \hat{\phi}_1 X_T + \dots + \hat{\phi}_p X_{T-p+1}$$

Où  $X_T$  désigne le passé de jusqu'à la date  $T$  incluse.

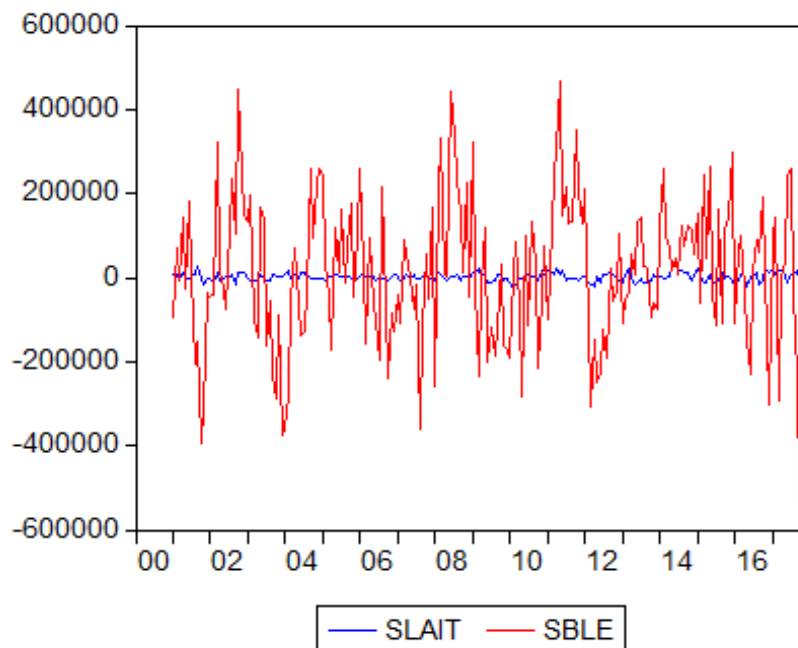
Suite à l'application de la méthodologie de Box & Jenkins sur les différentes séries  $sblé_t$  et  $slait_t$  celles-ci sont rendues stationnaire, nous pouvons donc appliquer la modélisation multivariée VAR

### 8.1 Etude multivariée des séries $(sblé_t, slait_t)$ :

Dans la suite de notre étude nous considérons le vecteur  $Z_t = (sblé_t, slait_t)'$

et  $\varepsilon_t = (e_{1t}, e_{2t}, e_{3t})'$  vecteur résiduel associée à  $Z_t$  de matrice de variance-covariance  $\Sigma$ .

**Représentation graphique :**

Figure 8.1: graphe de ( $slait$ ,  $sble$ )

D'après la représentation graphique des deux séries  $sbl_t$  et  $slait_t$  nous constatons que les importations de lait sont négligeable par rapport à celles du blé. En effet, la valeur maximale des importations de blé soit 939 589 tonnes est enregistrée en octobre 2016 correspondant à 26 270 tonnes pour les importations de lait.

Notons que la valeur maximale des importations de lait est de 47 724 tonnes en janvier 2017.

### 8.1.1 Identification du modèle VAR(P) :

A l'instant de la méthodologie de Box & Jenkins l'identification est une étape cruciale, pour mener à bien cette démarche on a fait recours aux critères d'informations AIC, SC et HQ pour déterminer le nombre de décalages  $p$ .

A cette fin, nous avons estimé divers processus VAR pour des ordres de retards  $p$  allant de 0 à 8. Pour chaque modèle, nous avons calculé les critères d'informations précédemment cités.

Le tableau ci-dessous reporte les résultats obtenus. Nous optons à retenir un modèle VAR(4).

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-4721.227	NA	2.93E+18	48.19619	48.22964	48.20974
1	-4688.372	64.70411	2.18E+18	47.90176	48.00211*	47.94238*
2	-4685.955	4.710067	2.22E+18	47.91791	48.08516	47.98562
3	-4681.332	8.915684	2.20E+18	47.91156	48.14571	48.00635
4	-4676.277	9.647468*	2.18E+18*	47.90078*	48.20183	48.02266
5	-4674.148	4.018510	2.22E+18	47.91988	48.28783	48.06884
6	-4669.454	8.765469	2.21E+18	47.91279	48.34764	48.08884
7	-4665.920	6.526765	2.22E+18	47.91755	48.41930	48.12068
8	-4663.487	4.443323	2.25E+18	47.93354	48.50220	48.16376

\* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

Figure 8.2

Les comparaisons des modèles suivants les critères AIC, SC et HQ nous pousse à choisir le modèle VAR(4).

### 8.1.2 Estimation du modèle VAR(4) :

**a-Estimation du modèle VAR(4) avec constante :** Le modèle VAR(4) avec constante s'écrit sous la forme suivante :

$$Z_t = \varphi_0 + \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \varphi_3 Z_{t-3} + \varphi_4 Z_{t-4} + \varepsilon_t$$

où  $\varphi_0 = (a_1^0, a_2^0, a_3^0)$  représente l'estimation de la constante et  $\varphi_p$  ( $p = 1$ ) sont des matrices carrées d'ordre 4. On effectue l'estimation en utilisant le logiciel Eviews 4.0, nous obtenons le tableau présenté ci-dessous :

-Le tableau contient deux colonnes représentant le nombre de variables du modèle VAR.



### 8.1. Etude multivariée des séries ( $sbl_t$ , $slait_t$ ) :

---

- Ce tableau peut être décomposé en deux blocs, chaque bloc est associé à une série
- Chaque bloc contient  $p=1$  lignes
- La ligne ( $i=1$ ) d'un bloc précis correspond à la série associée à l'instant  $t - i$
- Chaque ligne contient les coefficients au retard  $i$  (donnés en haut), ainsi que les  $t$ -statistiques associées (données en bas entre crochets).

8.1. Etude multivariée des séries ( $sbl_t, slait_t$ ) :

	SLAIT	SBLE
SLAIT(-1)	0.393478 (0.07159) [ 5.49611]	-1.926224 (1.25851) [-1.53056]
SLAIT(-2)	-0.013165 (0.07726) [-0.17039]	1.659187 (1.35814) [ 1.22166]
SLAIT(-3)	-0.133415 (0.07753) [-1.72074]	2.424670 (1.36295) [ 1.77899]
SLAIT(-4)	0.211884 (0.07309) [ 2.89887]	-0.461431 (1.28487) [-0.35913]
SBLE(-1)	-0.005670 (0.00418) [-1.35496]	0.359647 (0.07355) [ 4.88951]
SBLE(-2)	-0.002773 (0.00444) [-0.62436]	0.029076 (0.07807) [ 0.37245]
SBLE(-3)	0.009376 (0.00453) [ 2.06913]	0.094486 (0.07966) [ 1.18611]
SBLE(-4)	-0.004190 (0.00425) [-0.98478]	0.009960 (0.07480) [ 0.13316]
C	579.3356 (653.003) [ 0.88719]	4030.578 (11479.1) [ 0.35112]
R-squared	0.180552	0.200384
Adj. R-squared	0.146230	0.166892
Sum sq. resids	1.55E+10	4.80E+12
S.E. equation	9017.742	158521.7
F-statistic	5.260475	5.983074
Log likelihood	-2100.573	-2673.913
Akaike AIC	21.09573	26.82913
Schwarz SC	21.24416	26.97755
Mean dependent	1064.145	13003.51
S.D. dependent	9759.494	173675.3
Determinant Residual Covariance		1.97E+18
Log Likelihood (d.f. adjusted)		-4779.956
Akaike Information Criteria		47.97956
Schwarz Criteria	124	48.27641

Figure 8.3:

A la lecture du tableau on constate que la constante est non significative aux seuils 1%, 5%, 10% puisque les t-statistiques (données par les valeurs entre crochets) sont inférieures aux différentes valeurs critiques.

donc on réestime le modèle sans constante.

**b- Estimation du modèle VAR(4) sans constante :**

	SLAIT	SBLE
SLAIT(-1)	0.398317 (0.07134) [ 5.58300]	-1.892564 (1.25198) [-1.51165]
SLAIT(-2)	-0.009726 (0.07712) [-0.12612]	1.683110 (1.35333) [ 1.24368]
SLAIT(-3)	-0.129792 (0.07738) [-1.67728]	2.449874 (1.35794) [ 1.80411]
SLAIT(-4)	0.216562 (0.07286) [ 2.97227]	-0.428884 (1.27859) [-0.33543]
SBLE(-1)	-0.005634 (0.00418) [-1.34719]	0.359897 (0.07338) [ 4.90435]
SBLE(-2)	-0.002708 (0.00444) [-0.61013]	0.029528 (0.07788) [ 0.37916]
SBLE(-3)	0.009563 (0.00452) [ 2.11370]	0.095782 (0.07939) [ 1.20643]
SBLE(-4)	-0.003999 (0.00425) [-0.94164]	0.011288 (0.07453) [ 0.15146]

Figure 8.4:

A partir de la table d'estimation on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
X_t = & \begin{pmatrix} 0.398 & -0.05 \\ -1.892 & 0.359 \end{pmatrix} X_{t-1} + \begin{pmatrix} -0.009 & -0.002 \\ -1.683 & 0.029 \end{pmatrix} X_{t-2} + \begin{pmatrix} -0.129 & 0.009 \\ 2.449 & 0.095 \end{pmatrix} X_{t-3} \\
& + \begin{pmatrix} 0.216 & -0.003 \\ -0.428 & 0.011 \end{pmatrix} X_{t-4} + \varepsilon_t
\end{aligned}$$

Bien entendu cette écriture du modèle subira un remaniement après l'épreuve des tests suite à l'étape de validation.

Nous obtenons également la matrice suivante de variance –covariance :

$$\widehat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 81229495 & 2.75E + 08 \\ 2.75E + 08 & 2.50E + 10 \end{pmatrix}$$

## 8.2 Validation :

### Test sur les racines :

Les racines des polynômes autorégressifs des séries ( $sblé_t, slait_t$ ) sont supérieures en module à 1, car leurs inverses calculés par Eviews sont tous inférieurs à 1, ainsi les conditions de stationnarité et d'inversibilité sont vérifiées .voir la figure ci-dessous.

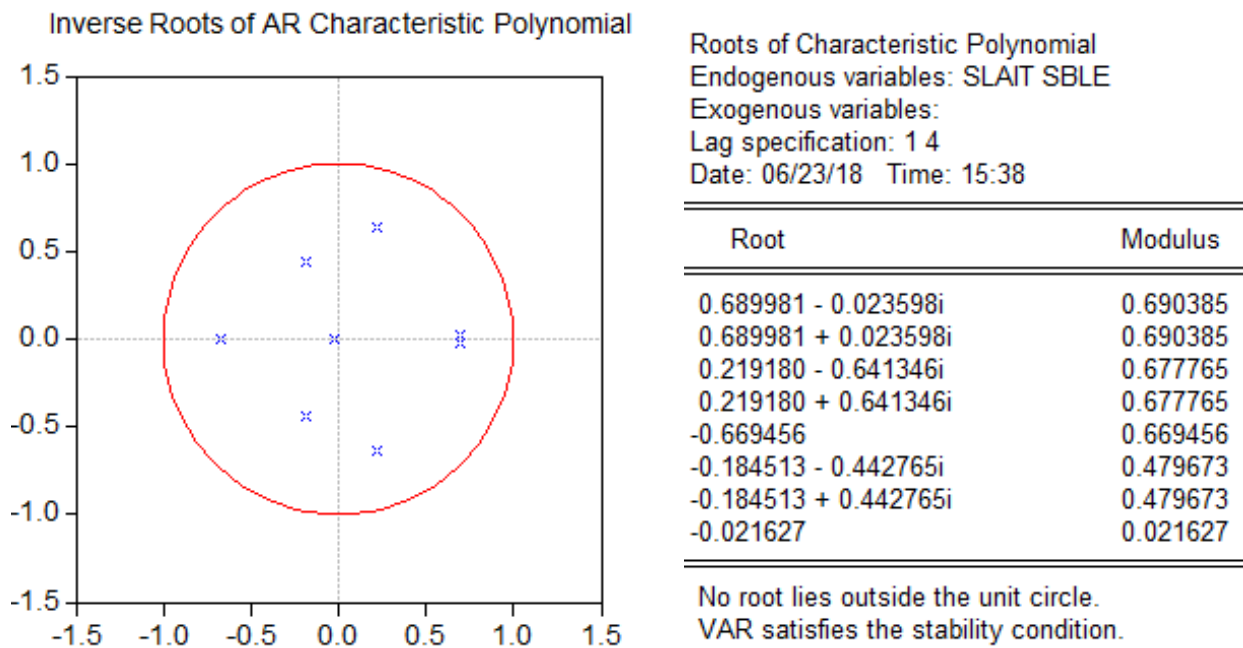


Figure8.5

- **Test sur les résidus :**

De la même façon que la méthodologie de Box & Jenkins, il convient de vérifier si les résidus forment un bruit blanc, une observation des corrélogrammes des résidus des deux séries s'impose.

- **Corrélogramme des résidus croisés entre  $(sbl_t, slait_t)$**

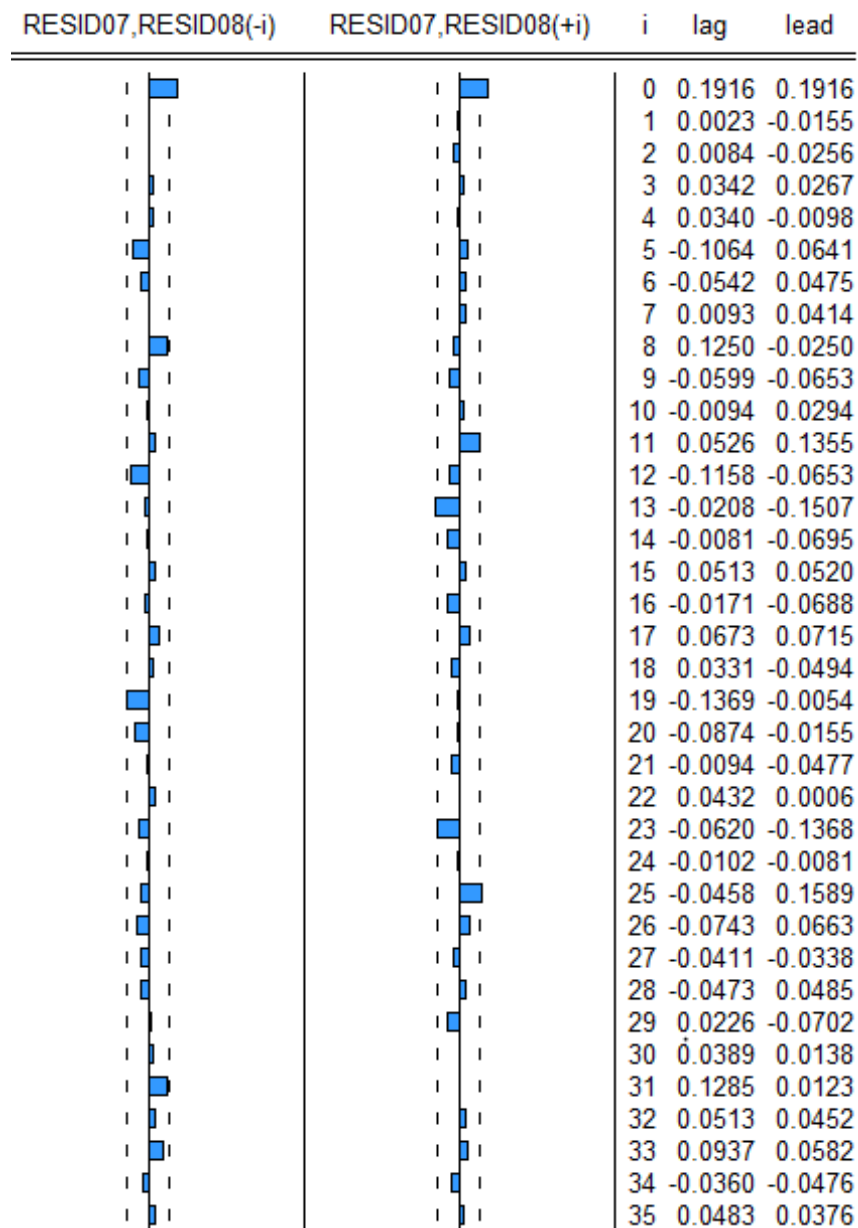


Figure 8.6

Sur la base de l'étude des corrélogrammes simple et croisé des résidus, on déduit que les résidus associés au modèle VAR(4) forment un vecteur bruit blanc.

- **Graphe des résidus :**

La représentation graphique des résidus est donnée comme suit:

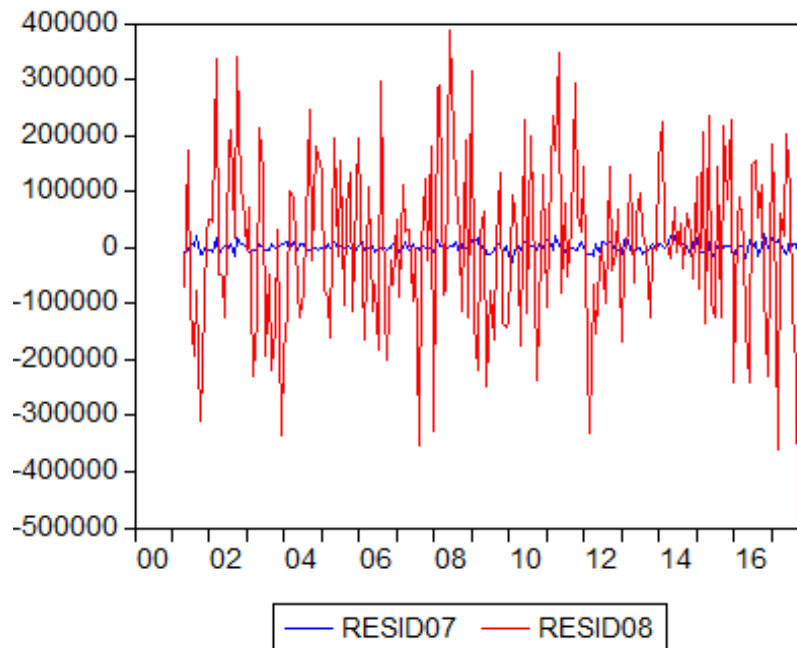


Figure 8.7

- **Test sur les estimations :**

En tenant compte du tableau des estimations et le fait qu'un coefficient est significativement différent de zéro au seuil 5% , si la t-stat en valeur absolue associée est supérieure à 1.96, et en vertu des résultats des tests précédents, le modèle VAR(4) est validé et il s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} sble_t = 0.398sble_{t-1} + 0.009slait_{t-3} + 0.21sble_{t-4} + \varepsilon_t \\ slait_t = 0.359slait_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

### 8.2.1 Test de Granger de Causalité :

Dans notre étude nous retenons le concept de causalité définie par Granger (1969), car il a l'avantage d'être très opérationnel dans les travaux appliqués et s'inscrit parfaitement dans le cadre des modèles vectoriels autorégressifs : il est en effet facilement testable, puisque il s'agit ici seulement de tester la nullité jointe de certains coefficients. Nous allons donc tester la causalité entre les deux séries.

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
SBLE does not Granger Cause SLAIT	202	0.55671	0.57399
SLAIT does not Granger Cause SBLE		2.38631	0.09462

Figure 8.8

D'après le tableau ci-dessus on constate que la causalité entre  $(sble_t$  et  $slait_t)$  existe car la p-valeur est supérieure à 0,05.

### 8.2.2 Test sur l'exogénéité des variables $(sble_t, slait_t)$

Afin de confirmer l'hypothèse précédente, nous avons étudié les fonctions de réponse des deux séries  $sble_t$  et  $slait_t$  ou leurs représentations graphique est donnée comme suit :

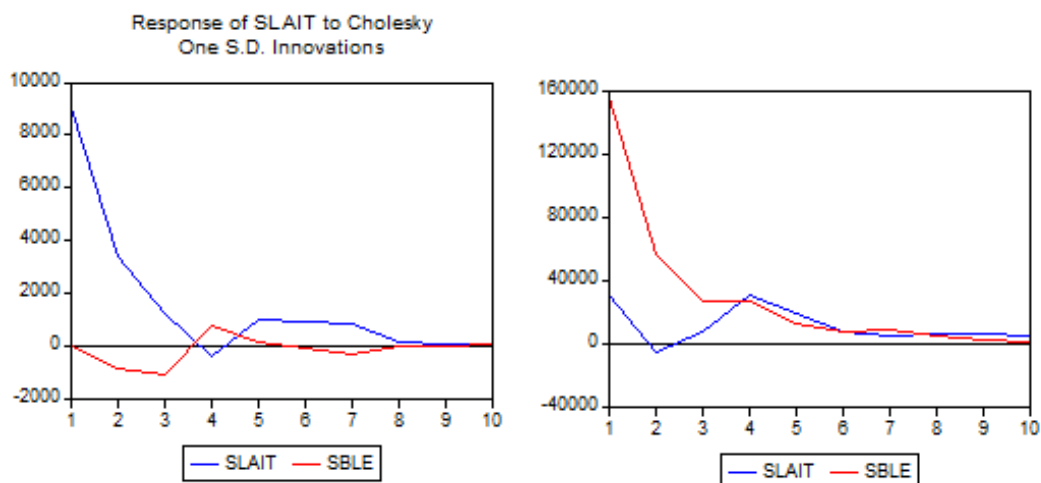


Figure 8.9

Le graphe de gauche ci-dessus décrit les réponses de la série  $sble$  à un choc sur elle-même avec un trait bleu ou sur la série  $slait$  par un trait rouge et le graphe qui se trouve à droite reproduit l'effet d'un choc sur la  $slait$  (trait rouge) ou sur la série  $sble$  (bleu). Nous constatons en particulier qu'un choc positif sur la série  $sble$  a un impact positif sur



la série slait qui s'estompe au bout d'une période de temps. Pour cela, nous pouvons faire une analyse des deux séries ( $sble_t, slait_t$ ) .

**Note** Les fonctions de réponse tendent vers zéro, ce qui confirme que le modèle VAR est stationnaire.

#### **Analyse de la décomposition de la variance**

D'après le tableau suivant, nous remarquons que la variance de l'erreur de prévision de la série sble est due 92% à ses propres innovations et à 8% à celle de la série slait . Par contre, la variance de l'erreur de prévision de la série slait est due à 97% à ses propres innovations et 3% à celle de la série sble.

Par conséquent, un choc sur les importations de lait à un impact plus important sur les importations de blé qu'un choc sur les importations de blé sur les importations de lait

Variance Decomposition of SBLE:				Variance Decomposition of SLAIT:			
Period	S.E.	SLAIT	SBLE	Period	S.E.	SLAIT	SBLE
1	158159.4	3.714825	96.28517	1	9012.741	100.0000	0.000000
2	167842.4	3.430056	96.56994	2	9678.736	99.18401	0.815992
3	170058.0	3.531125	96.46888	3	9815.967	97.98910	2.010899
4	174876.7	6.465517	93.53448	4	9855.680	97.40820	2.591796
5	176267.0	7.468897	92.53110	5	9901.433	97.41746	2.582538
6	176555.4	7.611697	92.38830	6	9940.155	97.42304	2.576958
7	176817.0	7.654246	92.34575	7	9979.896	97.34965	2.650349
8	177003.2	7.766587	92.23341	8	9980.583	97.34915	2.650848
9	177125.0	7.879666	92.12033	9	9980.869	97.34930	2.650696
10	177189.5	7.943267	92.05673	10	9981.207	97.34772	2.652276
11	177209.1	7.960392	92.03961	11	9983.166	97.34693	2.653074
12	177217.9	7.967470	92.03253	12	9983.708	97.34614	2.653857
13	177224.5	7.973418	92.02658	13	9983.856	97.34567	2.654335
14	177229.9	7.978865	92.02114	14	9983.858	97.34563	2.654367
15	177232.4	7.981515	92.01849	15	9983.884	97.34565	2.654354
16	177233.4	7.982479	92.01752	16	9983.909	97.34565	2.654353
17	177233.8	7.982855	92.01714	17	9983.934	97.34559	2.654405
18	177234.0	7.983129	92.01687	18	9983.936	97.34559	2.654411
19	177234.2	7.983322	92.01668	19	9983.936	97.34559	2.654411
20	177234.3	7.983424	92.01658	20	9983.937	97.34559	2.654411
21	177234.3	7.983462	92.01654	21	9983.938	97.34559	2.654412
22	177234.4	7.983478	92.01652	22	9983.938	97.34559	2.654413
23	177234.4	7.983488	92.01651	23	9983.938	97.34559	2.654413
24	177234.4	7.983494	92.01651	24	9983.938	97.34559	2.654413
25	177234.4	7.983498	92.01650	25	9983.938	97.34559	2.654413
26	177234.4	7.983499	92.01650	26	9983.938	97.34559	2.654413
27	177234.4	7.983500	92.01650	27	9983.938	97.34559	2.654413
28	177234.4	7.983500	92.01650	28	9983.938	97.34559	2.654413
29	177234.4	7.983500	92.01650	29	9983.938	97.34559	2.654413
30	177234.4	7.983500	92.01650	30	9983.938	97.34559	2.654413
31	177234.4	7.983500	92.01650	31	9983.938	97.34559	2.654413
32	177234.4	7.983500	92.01650	32	9983.938	97.34559	2.654413

Figure 8 .10

Conclusion : Les deux séries sont exogène.

### 8.2.3 Prévision :

Les graphe et les valeurs prédites relatifs aux prévisions précédente des deux séries ( $sble_t, slait_t$ ) sont donnés par :

DATES	Blé
JAN 2018	676998.41
Février 2018	625032.42
Mars 2018	607077.13
Avril2018	725883.27
May2018	740680.17
Juin2018	707633.18
Juillet2018	777275.98
aûot2018	749641.76
septembre2018	395056.67
octobre2018	399008.65
novembre2018	787405.31
décember2018	672942.95

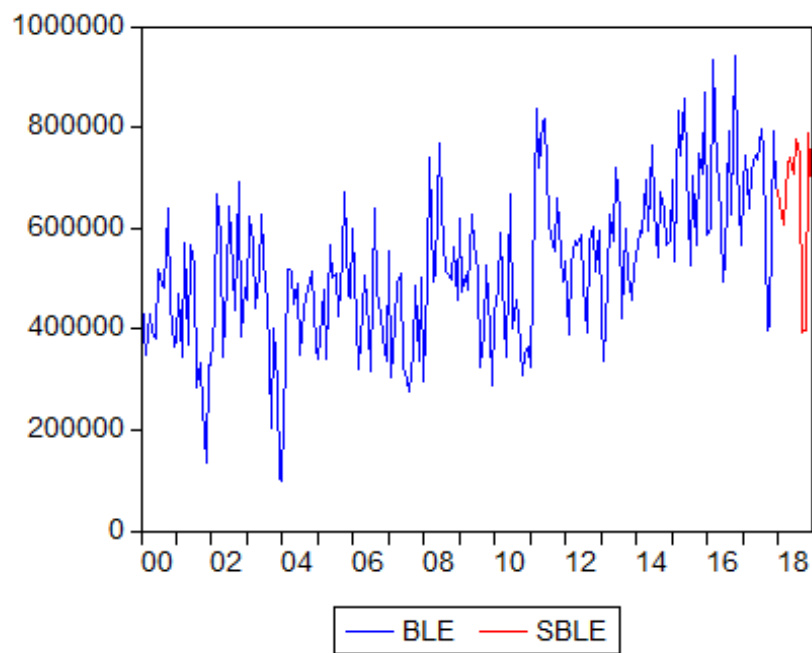


Figure 8.11

DATES	Lait
JAN 2018	47840.67
Février 2018	38193.88
Mars 2018	43604.03
Avril2018	40159.27
May2018	34979.61
Juin2018	27549.64
Juillet2018	35750.26
aût2018	42537.04
septembre2018	40287.50
octobre2018	20171.11
novembre2018	26804.47
décember2018	30982.53

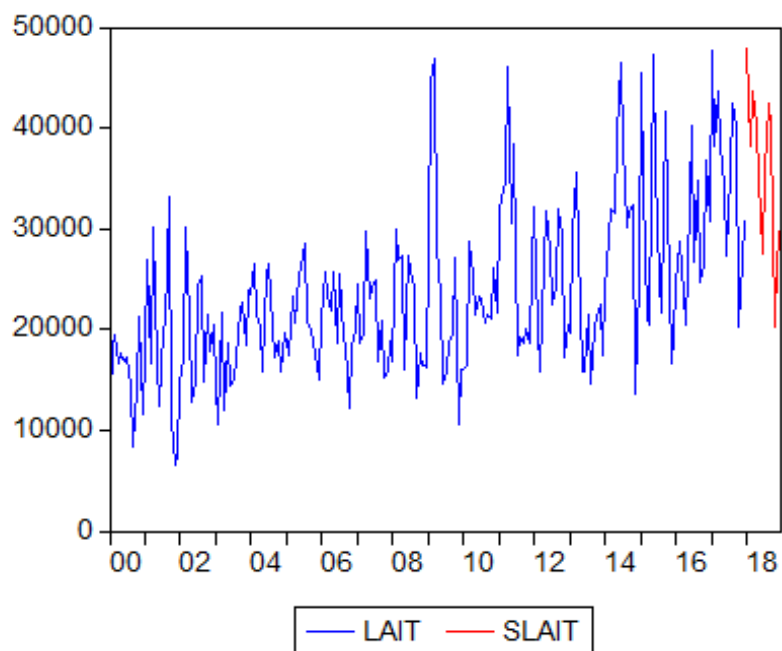


Figure 8.12

### 8.2.4 Conclusion

Comme l'étude multivariée est achevée, nous pouvons tirer les résultats suivants :

Les deux modèles VAR(4) sont retenus pour modéliser les deux vecteurs des séries  $(sble_t, slait_t)$

Le modèle VAR(4) est validé, par la suite exploité pour effectuer des prévisions, en examinant les équations liées aux prévisions.

A cette étape bien précise nous sommes en possession de deux groupes de résultats associés à deux approches différentes pour un même objectif à savoir effectuer des prévisions. Pour choisir les meilleurs résultats une comparaison sera entreprise par la suite pour ne pas perdre de vue le but de notre étude.

### 8.2.5 Comparaison

La comparaison des résultats prévisionnels obtenus par les trois méthodes à savoir la méthodologie de Box & Jenkins et la modélisation multivariée (VAR) et la méthode de Holt & Winters est basée sur l'erreur moyenne quadratique (Root Mean Square) RMSE entre les valeurs prévues et les réalisations des séries de puissance.

Le tableau suivant représente le RMSE calculé à partir de la méthodologie de Box & Jenkins (RMSE1), la méthode de Holt & Winters (RMSE2) et la méthode VAR (RMSE3)

<i>Série</i>	<i>RMSE1</i>	<i>RMSE2</i>	<i>RMSE3</i>
<i>ble</i>	<b>117457</b>	<b>149071.198</b>	<b>115351.6</b>
<i>lait</i>	<b>6059.122</b>	<b>8471.083</b>	<b>6445.434</b>

- Nous remarquons que le RMSE3 est inférieur à RMSE1 et RMSE2 pour la série blé tandis que le RMSE1 qui est inférieur au RMSE2 et RMSE3 pour la série lait. est inférieure aux RMSE1 et RMSE2 pour les deux séries.

Nous concluons que les prévisions obtenues par la méthodologie de Box & Jenkins sont plus fiables pour la série lait, mais pour la série blé la modélisation VAR donne les prévisions les plus fiables

---

# Conclusion générale

Nous nous sommes, tout au long de ce travail consacré à la modélisation des importations de blé et lait, en essayant d'atteindre l'objectif fixé, à savoir, trouver le type de modélisation qui convient pour avoir des prévisions fiables des importations de ces produits.

Pour cela nous avons utilisé trois approches économétriques traitant les séries chronologiques : «l'approche univariée de Box & Jenkins », « l'approche de Holt & winters» et « l'approche multivariée du modèle VAR».

Dans un premier temps on a eu recours à l'approche de Box & Jenkins pour étudier l'évolution des importations de chaque produit dans le temps. L'intérêt de la modélisation des séries individuelles est de permettre au passé du processus de donner une description de la structure ayant généré la série elle-même. En suivant ses démarches de modélisation on a abouti aux résultats suivants :

1. Les évolutions des importations des deux séries lait et blé sont type TS.
2. On a l'effet saisonnier dans les deux séries.

Dans la seconde partie nous avons fait appel à la méthode de lissage de Holt & Winters qui constitue l'une des techniques empiriques de prévision qui accordent plus ou moins d'importance aux valeurs du passé d'une série temporelle. Nous avons remarqué que tous les paramètres..... Tous les paramètres du lissage sont proches de 0 ce qui confirme que les prévisions sont influencées par les importations récentes.

Les modèles exploités précédemment des deux séries d'importations, nous permettent de s'informer sur le comportement de ces deux variables à partir de leurs passées seulement, cependant, ils n'ont pas pu capturer et décrire les effets existant entre elles. Pour cela, nous avons proposé par, dans la troisième partie, une approche multivariée afin

de combler les insuffisances de l'approche univariée. L'étude multivariée achevée, nous pouvons tirer les renseignements suivants :

- le modèle VAR (4) à été retenu pour modéliser le vecteur composé de deux séries des importations.

- On constate que l'ordre du décalage retenu ( $p = 4$ ) pour la modélisation VAR(4) n'est pas élevé ce qui nous amène à estimer ce dernier.

A la fin nous concluons que la modélisation multivariée donne les meilleures prévisions pour la série blé par contre pour la série lait c'est la méthode de Box et Jenkins qui donne de meilleurs résultats.

---

# Bibliographie

- [1] AILI. A, et KERSANI.F, Etude Prévisionnelle des ventes des produits laitiers au sein du LFB (Laiterie Fromagerie de Boudouaou), Université M'hamed BOUGARA Boumerdés, Faculté des Sciences, (2006-2007).
- [2] BOUAZA. M , La méthodologie de Box Jenkins et applications, Université de de Saida.
- [3] BOUBCHIR. L, Modélisation statistique multivariée des images dans le domaine des transformées multi-échelles orientées et non-orientées.
- [4] GATT. F et KEDOUI. S, Modélisation et Prévision Journalières des Courbes de Charges, Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene, Faculté de Mthématiques.
- [5] HAMRITA. M, Séries temporelles, Institut Supérieur de Mathématiques Appliqués & Informatique - Kairouan, (Décembre 2013).
- [6] PARDOUX. C, et GOLDFARB.B, Prévision à court terme : méthodes de lissage exponentiel, Université Paris-Dauphine
- [7] TAZEROUTI. M, et HANECHÉ .M, Modélisation des ventes des produits Pharmaceutiques Laboratoire Pharmaceutique Algérien, Université M'hamed BOUGARA Boumerd