



University Larbi Ben M'Hidi of Oum El Bouaghi
Sciences and Applied Sciences Faculty
The Mechanical engineering Department in collaboration with
CMASMTF Laboratory



International Conference on Mechanical Sciences

Effets des conditions aux limites thermiques sur le transfert de masse et de chaleur dans un mélange de gaz non-gris air-CO₂ (Cas aidant)

S. Laouar-Meftah^{a,*}, D. Lemonnier^b, A. Laouti^a

^aM'Hamed Bougara University, Faculty of Hydrocarbons and Chemistry, 35000 Boumerdes, Algeria

^bInstitut Pprime, CNRS, ENSMA, University of Poitiers, Poitiers Futuroscope, France

* S. Laouar-Meftah, s.laouar@univ-boumerdes.dz

Tel.: +

Abstract

Dans cette étude, nous analysons numériquement les effets des conditions aux limites thermiques sur le transfert de masse et de chaleur dans une cavité différentiellement chauffée remplie d'un mélange air-CO₂, dont les propriétés radiatives varient localement en fonction de la température et de la concentration de l'espèce absorbante (CO₂). Les parois verticales de la cavité sont maintenues à des concentrations constantes et à différents niveaux de température, de manière à créer un écoulement de double diffusion aidant (forces thermiques et massiques qui coopèrent). Le modèle numérique utilisé est bidimensionnel, laminaire et fondé sur une approche en vorticités - fonction de courant pour la partie dynamique. Le calcul radiatif est effectué par la méthode des ordonnées discrètes avec un modèle spectral de type somme pondérée de gaz gris (modèle SLW de Denison et Webb). Les résultats obtenus, pour des écarts de température ΔT (entre les parois verticales de la cavité) allant de 5°C à 100°C, montrent que le rayonnement des gaz affecte la structure des écoulements et réduit les transferts de chaleur (convectifs et totaux) et de masse. Avec l'augmentation de ΔT , les effets radiatifs observés s'accroissent essentiellement pour les structures des écoulements.

Keywords: Rayonnement volumique, mélange air-CO₂, convection naturelle, transfert de masse, modèle SLW

Nomenclature

a_k	coefficient de pondération (modèle <i>SLW</i>)	β_T	coefficients d'expansion thermique, 1/K
C_b, C_h	concentration molaire basse et haute de l'espèce, mol/m ³	ε	émissivité de la paroi
C_{abs}	section efficace d'absorption, m ² /mol	κ	coefficient d'absorption, 1/m
D	coefficient de diffusion de l'espèce, m ² /s	λ	conductivité thermique, W/(m.K)
I	intensité du rayonnement, W/(m ² . sr)	μ, η	cosinus directeurs de la direction \vec{s}
Le	nombre de Lewis [= α/D]	ν	viscosité cinématique du mélange, m ² /s
N	rapport des forces de poussée [= $\beta_c(C_1 - C_2)/\beta_T(T_1 - T_2)$]	ρ	masse volumique du mélange, kg/m ³
N_d	nombre de directions discrètes	σ	constante de Stefan-Boltzman,
N_g	nombre de gaz gris	ψ	fonction de courant, m ² /s
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen	ω	vorticité, 1/s
Ra	nombre de Rayleigh thermique [= $g\beta_T(T_C - T_F)L^3/(\nu\alpha)$]	Indice- exposant	
\overline{Sh}	nombre de Sherwood moyen	c	convectif
S_R	terme source radiatif, W/m ³	k	k ^{ième} gaz gris
T_C, T_F	Températures paroi chaude et froide, K	m	direction m de propagation du rayonnement
u, v	vitesses horizontale et verticale, m/s	T	total
w	coefficient de pondération de la quadrature	θ	état de référence
α	diffusivité thermique du mélange, m ² /s	*	variable adimensionnelle
β_c	coefficients d'expansion massique, m ³ /mol [= $(M_{air} - M_{CO_2})/\rho$]		

1. Introduction

Le transfert de chaleur par rayonnement intervient dans plusieurs problèmes d'ingénierie où il est couplé à d'autres modes de transferts de chaleur (conduction, convection forcée ou naturelle). Il peut être substantiel même à des températures aussi basses que 273 K et son influence est plus importante sur la convection naturelle que sur la convection forcée (en raison du couplage direct entre les champs thermique et dynamique, en convection naturelle), où il peut significativement modifier la structure des écoulements et les taux de transferts de chaleur et de masse. Pendant longtemps, les travaux de recherche, impliquant le couplage du rayonnement volumique avec la convection naturelle de double diffusion, ont été menés en

supposant le milieu gris [1-3] (à propriétés radiatives uniformes et constantes) ou à la limite de coefficient d'absorption proportionnel à la concentration locale [4]. L'hypothèse simplificatrice d'un gaz *fictif* gris, conduit fréquemment à des erreurs importantes, car le transfert radiatif dans un milieu semi-transparent et, en particulier, dans un milieu gazeux, dépend des propriétés radiatives du fluide qui varient avec la longueur d'onde, la température et la concentration (ou pression partielle) de l'espèce rayonnante. Dans ce contexte, nous pouvons citer les travaux menés dans le cas d'un écoulement laminaire stationnaire [5-8] ou instationnaire [9] dans des cavités 2D et 3D, remplies de mélanges non homogène air-CO₂, air-H₂O ou N₂-CO₂. Dans ces études, les propriétés radiatives (variables) réelles des fluides ont été estimées par le modèle spectral *SLW* de Denison et Webb [10]. Les auteurs ont montré que le rayonnement volumique affecte les champs dynamique, thermique et de concentration. Outre, il accélère la convergence vers l'état stationnaire pour un écoulement aidant, mais favorise la génération d'instabilités et retarde l'arrivée à une solution stable pour un écoulement opposant (forces de flottabilités opposantes). Dans une suite logique de ces travaux, nous proposons d'analyser les effets des conditions aux limites thermiques (en particulier l'écart de température entre les parois verticales d'une cavité) sur la structure des écoulements et les transferts de masse et de chaleur, dans une cavité carrée différentiellement chauffée, de côté $L=0.25\text{m}$ et remplie d'un mélange air-CO₂. Les résultats ont été discutés pour une concentration moyenne en CO₂ de 7% et des écarts de température ΔT entre les parois verticales allant de 5°C à 100°C.

2. Formulation mathématique

2.1 Modèle physique et hypothèses

On considère une cavité carrée bidimensionnelle de côté L , remplie d'un mélange gazeux air-CO₂ (Fig.1). Les parois verticales noires sont soumises à différentes températures ($T_C > T_F$) et des concentrations ($C_h > C_b$) constantes, de façon à créer des écoulements aidants. Par ailleurs, les parois horizontales, parfaitement réfléchissantes, sont adiabatiques et imperméables.

L'écoulement est supposé permanent, laminaire et bidimensionnel. Le fluide est un mélange binaire de gaz (air-CO₂) dont l'un est parfaitement transparent au rayonnement (l'air) et l'autre un polluant (CO₂) qui absorbe, émet et ne diffuse pas le rayonnement. Le mélange est newtonien, incompressible et ses propriétés thermophysiques (Tableau 1.) sont constantes et calculées à la température T_0 et la concentration C_0 de référence : $T_0 = \frac{1}{2} (T_C + T_F)$ et $C_0 = \frac{1}{2}$

($C_h + C_b$). L'étude est faite sous l'hypothèse de Boussinesq avec le travail des forces visqueuses et de pression négligeable

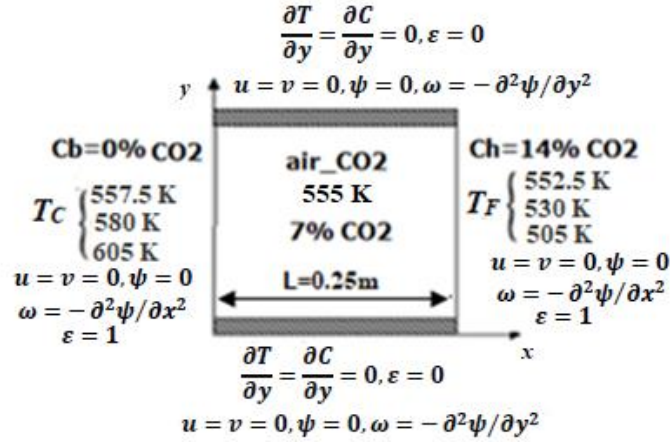


Fig 1. Modèle physique

Tableau 1. Propriétés thermophysiques du mélange air-CO₂ à 7% CO₂, $P = 1\text{bar}$ et $T = 555\text{K}$

ρ (kg/m ³)	λ (W/m. K)	α (m ² /s)	ν (m ² /s)	c_p (J/kg.K)	D (m ² /s)	β_C (m ³ /mol)
0.6587	4.19×10^{-2}	6.001×10^{-5}	4.341×10^{-5}	1042.23	4.717×10^{-5}	-2.296×10^{-2}

2.2 Equations et méthode de résolution

Compte tenu des hypothèses précédentes, les équations régissant l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse, formulées en terme de vorticité ( ) - fonction de courant(ψ), sont données par :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + g \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_C \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{S_R}{\rho c_p} \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$-\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

Dans l'équation de l'énergie (2), S_R désigne le terme source volumique. En utilisant la méthode des ordonnées discrètes (MOD) et le modèle de gaz non gris *SLW* de Denison et webb [10], ce terme s'exprime comme suit :

$$S_R(x, y) = \sum_{k=1}^{N_g} \kappa_k(x, y) \left(\sum_{m=1}^{N_d} w_m(x, y) \cdot I_{k,m}(x, y) - 4a_k(x, y) \cdot \sigma T^4(x, y) \right) \quad (6)$$

Le modèle *SLW*, consiste à remplacer le gaz réel par une somme pondérée de N_g gaz gris, chacun d'entre eux étant caractérisé localement par un coefficient d'absorption κ_k et un facteur de pondération a_k ($k = 0, N_g$; par convention, $\kappa_0 = 0$).

Dans la relation (6), le champ de luminance I_k est lui-même solution de l'équation de transfert radiatif (ETR) qui, pour chaque direction de propagation s (de coefficients directeurs (μ_m, η_m)), s'écrit :

$$\mu_m \frac{\partial I_{k,m}(x, y)}{\partial x} + \eta_m \frac{\partial I_{k,m}(x, y)}{\partial y} + \kappa_k(x, y) I_{k,m}(x, y) = \kappa_k(x, y) a_k \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (7)$$

Le coefficient d'absorption local (κ_k) de chaque gaz gris dépend de la section efficace d'absorption (C_{abs}) et de la concentration du polluant (C):

$$\kappa_k(x, y) = C_{abs_k} \times C(x, y) \quad (8)$$

Les conditions aux limites, dynamique, thermique et massique, sont données sur Fig.1. Concernant les conditions radiatives, les luminances au niveau des parois verticales (isothermes) et horizontales (adiabatiques) sont telles que :

$$\begin{aligned} I_{k,m}(0, y) &= a_k(\sigma T_H^4)/\pi, \text{ for } \mu_m > 0 \\ I_{k,m}(L, y) &= a_k(\sigma T_C^4)/\pi, \text{ for } \mu_m < 0 \\ I_{k,m}(x, 0) &= \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{\eta_m < 0} |\eta_m| w_m I_{k,m}(x, 0), \text{ for } \eta_m > 0 \\ I_{k,m}(x, L) &= \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{\eta_m > 0} |\eta_m| w_m I_{k,m}(x, L), \text{ for } \eta_m < 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Le calcul s'effectue en régime instationnaire jusqu'à atteindre une solution permanente en partant d'un fluide au repos, isotherme à T_0 et homogène en concentration à C_0 . Les équations (1)-(4) sont résolues par différences finies suivant un schéma ADI utilisant un maillage variable 80×80 . L'équation de transfert radiatif (7) est résolue parla méthode des ordonnées discrètes

avec la quadrature S8 [11] et les caractéristiques du gaz réel (non gris) sont déterminées par le modèle SLW de de Denison et Webb [10]. Les prédictions de notre code ont été comparées avec succès à plusieurs travaux antérieurs [5-7].

3. Résultats et interprétations

Suivant les données (Fig.1), $\Delta T = T_C - T_F = 5^\circ\text{C}$, 50°C et 100°C . Les nombres adimensionnels de Prandtl (Pr), Planck (Pl) et Lewis (Le) de ce problème sont, respectivement 0.72, 4.28×10^{-3} et 1.28. Par contre, le nombre de Rayleigh thermique (Ra) et le rapport des forces de poussée (N) varient selon la valeur de ΔT : $Ra = 5.26 \times 10^5$ et $N = 7.83$ à 5°C ; $Ra = 5.26 \times 10^6$ et $N = 0.78$ à 50°C ; $Ra = 1.05 \times 10^7$ et $N = 0.39$ à 100°C .

3.1 Structure des écoulements

La structure des champs dynamique, thermique et de concentration pour des écarts de température $\Delta T = 5^\circ\text{C}$, 50°C et 100°C , sont illustrés par Fig.2. Lorsque le gaz est transparent (Fig. 2a) la structure principale de ces champs (couches limites verticales minces, stratification verticale de la température et de la concentration au cœur de la cavité, centro-symétrie) ne change pratiquement pas avec ΔT . Cela s'explique par le fait que le nombre de Rayleigh équivalent ($(N+1)/Ra$) reste dans un intervalle (4.6×10^6 à 1.45×10^7) correspondant aux écoulements de convection naturelle en régime de couche limite. En situation réelle (gaz réel participant au rayonnement), lorsque l'écart est faible ($\Delta T = 5^\circ\text{C}$), le rayonnement n'affecte pratiquement pas la structure des lignes de courant, car l'écoulement est d'origine massique ($N = 7.83$) et donc essentiellement régi par les gradients de concentration (et non de température) insensibles au rayonnement. L'augmentation de ΔT à 50°C et 100°C , renforce les forces de poussée d'origine thermiques et fait passer le rapport N de 7.83 à 0.78 et 0.39. Ceci rend l'écoulement régi par les gradients de température, sensibles au rayonnement. Nous pouvons observer sous l'effet du rayonnement, une légère inclinaison et distorsion des lignes de courant et apparition de petits tourbillons au centre de la cavité. Le profil de vitesse horizontale (Fig. 3), pour les écarts de températures considérés, montre que la présence du rayonnement de gaz provoque aussi une accélération des couches limites.

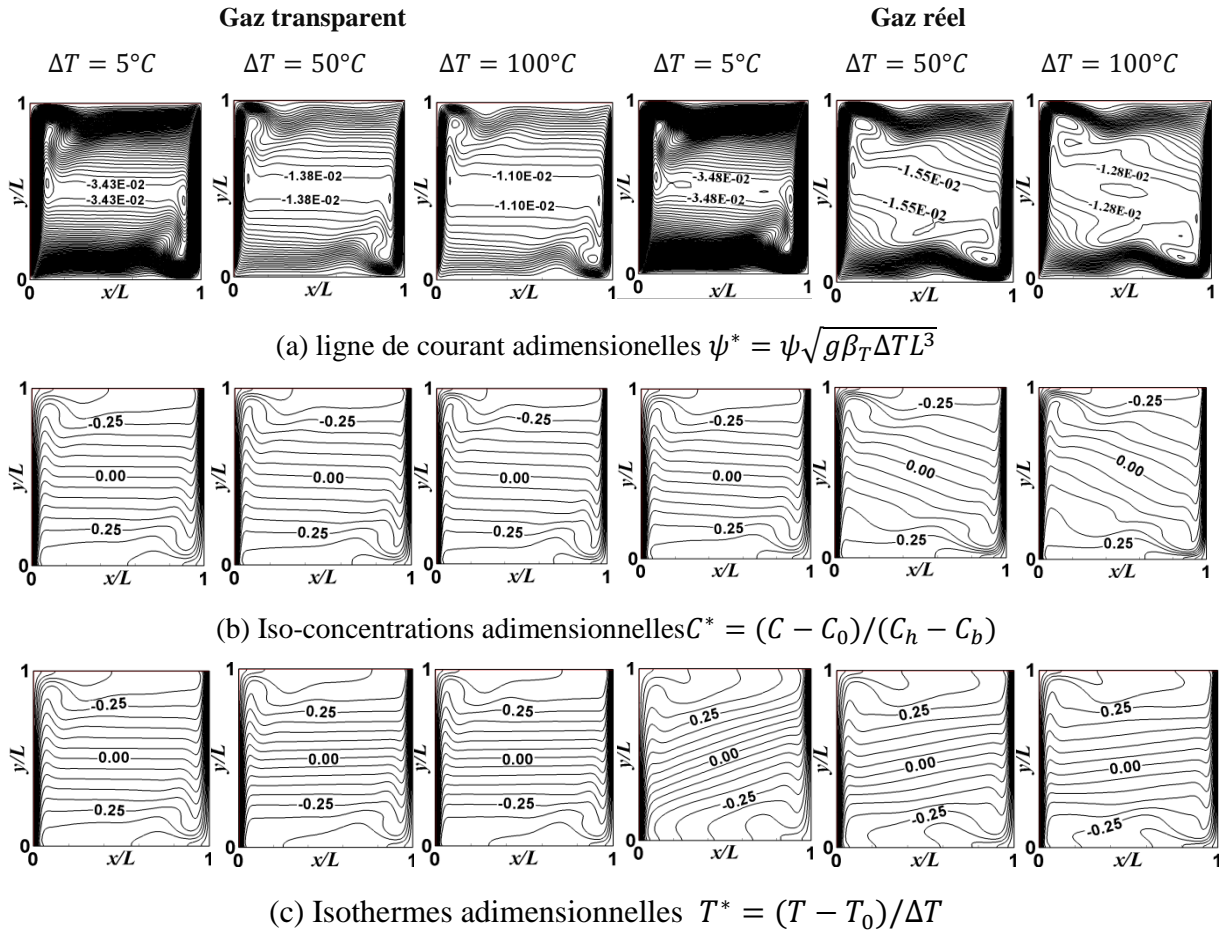


Fig 2. Structures des lignes de courant, des iso-concentrations et des isothermes adimensionnelles : gaz transparent et réel soumis à différents écarts de température ΔT

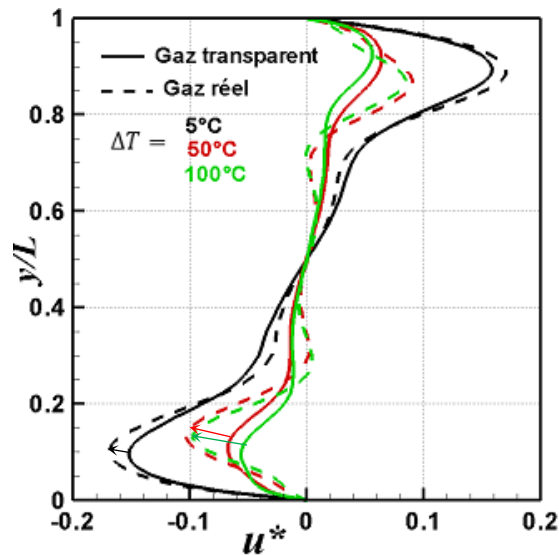


Fig 3. Profils de vitesses horizontales adimensionnelles dans le plan médian $x/L=0.5$: gaz transparent et réel soumis à différents écarts de température ΔT ;

$$u^* = u(g\beta_T(\Delta T)L)^{-0.5}$$

Pour ce qui est du champs de concentration, sa structure est également insensible au rayonnement volumique, lorsque l'écart de température est faible (Fig. 2b, gaz réel, $\Delta T = 5^\circ C$). Mais, avec l'augmentation de ΔT , le rayonnement crée à l'intérieur de la cavité des gradients de concentration négatifs, dans la direction des x (Fig. 4b et 4c). De ce fait, le champ de concentration, à stratification verticale en absence de rayonnement, est remplacé par une structure dont les lignes iso-valeurs sont inclinées (Fig. 2b, gaz réel). Concernant la température, comme le terme source radiative est présent dans l'équation de l'énergie (2), le rayonnement perturbe le champ thermique, même lorsque l'écart de température est faible, (Fig. 2c, gaz réel, $\Delta T = 5^\circ C$). En effet, le gaz réel s'échauffe dans la partie gauche (par absorption) et se refroidit dans la partie droite (par émission) (Fig. 5a-5c). Cela réduit les gradients de température au niveau des parois verticales et crée des gradients horizontaux de température négatifs, au centre, entraînant l'inclinaison des isothermes du champ thermique. Ces effets radiatifs sont plus prononcés lorsque ΔT augmente.

3.2 Transferts de chaleur et de masse.

Le tableau 2. regroupe les nombres de Nusselt convectifs et totaux ($\overline{Nu}_c, \overline{Nu}_t$), en fonction de l'écart de température entre les parois de la cavité, pour un gaz transparent et réel. Sous l'effet du rayonnement volumique, les transferts convectifs sont réduits en raison de la baisse des gradients de température pariétaux. Comme cette baisse est plus grande du côté de la paroi chaude (que froide), la réduction du transfert convectif (\overline{Nu}_c) y est donc plus importante. Cette tendance (réduction des \overline{Nu}_c) est moins prononcée à $50^\circ C$ et $100^\circ C$ qu'à $5^\circ C$, car avec l'augmentation de ΔT le rayonnement tend à accélérer de plus en plus l'écoulement (Fig.3), ce qui favorise le transfert convectif et amortit donc sa réduction (par rapport au cas d'un gaz transparent). Le même comportement (c'est-à-dire réduction) est observé pour le nombre de Nusselt total moyen (convectif+radiatif), en raison de l'atténuation du transfert radiatif entre parois actives par le fluide. Concernant le transfert de masse (\overline{Sh}), il est intéressant de souligner qu'il est peu modifié (légère diminution) par le rayonnement des gaz, car il est essentiellement contrôlé par la dynamique de l'écoulement, elle-même moins sensible au rayonnement que le champ thermique.

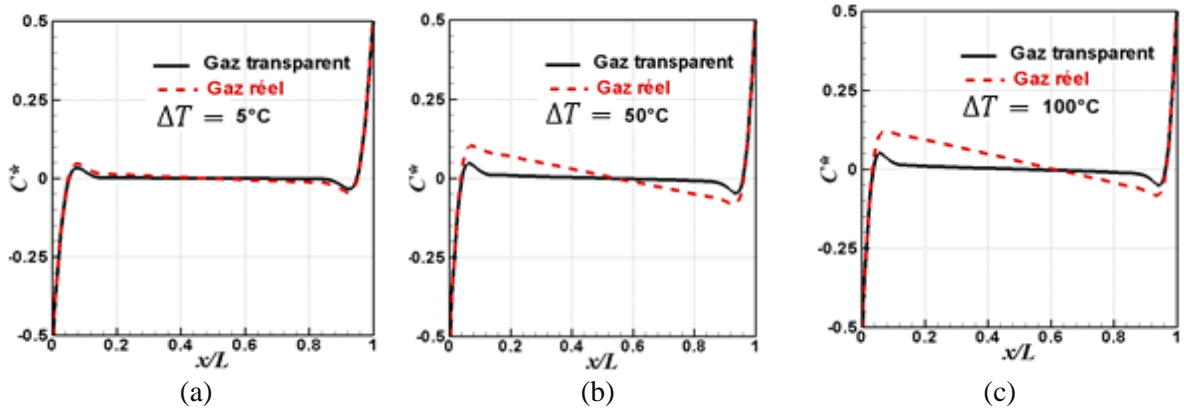


Fig 4. Profils de concentration à mi-hauteur ($y/L=0.5$) de la cavité : gaz transparent et réel soumis à différents écarts de température ΔT ; $C^* = (C - C_0)/(C_h - C_b)$

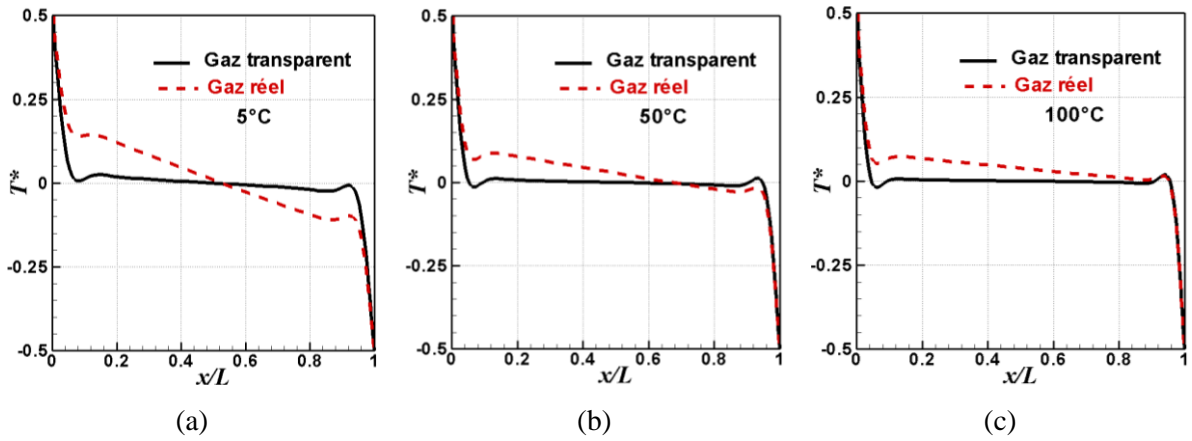


Fig 5. Profils de température à mi-hauteur ($y/L=0.5$) de la cavité : gaz transparent et réel soumis à différents écarts de température ΔT ; $T^* = (T - T_0)/\Delta T$

Tableau 2. Nombres de Nusselt (convectif, total) et de Sherwood moyens pour différentes valeurs de ΔT : (a) Gaz transparent, (b) Gaz réel.

ΔT	\overline{Nu}_c				\overline{Nu}_t		\overline{Sh}	
	Paroi chaude		Paroi froide		(a)	(b)	(a)	(b)
	(a)	(b)	(a)	(b)				
5	12.95	9.95	12.95	11.82	168.13	161.45	14.58	14.63
50	15.97	13.50	15.97	15.54	171.46	165.85	17.84	17.72
100	18.08	15.39	18.08	17.59	174.51	169.14	20.14	19.88

4. Conclusions

Nous avons analysé l'effet de l'écart de température ΔT (entre les parois verticales d'une cavité carrée) sur le transfert de masse et de chaleur, en présence de rayonnement volumique de gaz réel (non-gris). La variation spectrale de l'absorption du fluide dans la cavité (mélange air-CO₂ à 7% CO₂) a été prise en compte par le modèle SLW de Denison et Webb [10]. Les résultats obtenus, dans le cas d'un écoulement aidant, montrent que pour de faibles écarts de température ($\Delta T = 5^\circ\text{C}$), les forces massiques sont fortement dominantes et empêchent le rayonnement des gaz de modifier les structures de l'écoulement et du champ de concentration. Seule la structure du champ thermique en est affectée (inclinaison et distorsion des isothermes). Avec l'augmentation de ΔT (50°C et 100°C), les forces thermiques sont renforcées, ce qui permet au rayonnement de modifier même le champ dynamique et de concentration (inclinaison des lignes iso-valeurs et accélération du fluide). Sous l'effet du rayonnement, les transferts convectifs et totaux sont réduits, mais le transfert de masse est très peu affecté. Cette tendance (réduction) est amortie avec l'augmentation de l'écart de température entre les parois verticales.

References

- [1] Borjini MN, Aissia HB, Halouani K, Zeghamati B. Effect of Optical Properties on Oscillatory Hydromagnetic Double-Diffusive Convection Within Semitransparent Fluid. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2006; 49:3984–3996.
- [2] Prasad VR, Reddy NB, Muthucumaraswamy R. Radiation and Mass Transfer Effects on Two-Dimensional Flow Past an Impulsively Started Infinite Vertical Plate. *Int. J. Therm. Sci.* 2007; 46: 1251–1258.
- [3] Abidi A, Kolsi L, Borjini MN, Aissia HB. Effect of Radiative Heat Transfer on Three-Dimensional Double Diffusive Natural Convection. *Numer. Heat Transfer, Part A*. 2011; 60:785–809.
- [4] Mezrhab A, Lemonnier D, Meftah S, Benbrik A. Numerical Study of Double-Diffusion Convection Coupled to Radiation in a Square Cavity Filled With a Participating Grey Gas. *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2008; 41: 195501.
- [5] Meftah S, Ibrahim A, Lemonnier D, Benbrik A. Coupled Radiation and Double Diffusive Convection in Non-Gray Air-CO₂ and Air-H₂O Mixtures in Cooperating Situations. *Numer. Heat Transfer Part A*. 2009; 56:1-19.
- [6] Laouar-Meftah S, Cherifi M, Lemonnier D, Benbrik A. Gas Radiation Effects on

Opposing Double-Diffusive Convection in a Non-Gray Gas Air-H₂O Mixtures. *Int. J. Therm. Sci.* 2014; 77: 38-46.

[7] Laouar-Meftah S, Lemonnier D, Saury D, Benbrik A, Cherifi M. Comparative Study of Radiative Effects on Double Diffusive Convection in Non-Gray Air-CO₂ Mixtures in Cooperating and Opposing Flow. *Math. Prob. Eng.* 2015; 1-17.

[8] Cherifi M, Laouar-Meftah S, Benbrik A, Lemonnier D, Saury D. Interaction of Radiation with Double Diffusive Natural Convection in a Three Dimensional Cubic cavity Filled with a Non-Gray Gas Mixture in Cooperating Cases. *Numer. Heat Transfer Part A.* 2016; 69: 479-496.

[9] Ibrahim A, Lemonnier D. Numerical Study of Coupled Double Diffusive Natural Convection and Radiation in a Square Cavity Filled with a N₂-CO₂ Mixture, *Int. Com. Heat Mass Transfer.* 2009; 36:197-202.

[10] Denison MK, Webb BW. The Spectral Line-Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model in Nonisothermal Nonhomogeneous Media. *J. Heat Trans* 1995; 117: 359–365.

[11] Fiveland WA. Discrete-Ordinates Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures. *ASME J. Heat Transfer* 1984; 106: 699–709.