

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie

Mémoire de fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Présenté par :

MANSOUR AMINA

FERDJANI HADJER

Filière : Automatisation et Electrification des Procédés Industriels

Option : Commande Automatique

Thème

**Commande linéaire quadratique de la température et du
niveau d'un système hydro-thermique soumis à des
perturbations non mesurables.**

Devant le jury :

M.S.Boumedine	MC/B	UMBB	Président
M.Hamadache	MC/B	UMBB	Examineur
T.Youssef	MA/A	UMBB	Encadreur

Remerciement

Avant toute chose, nous tenons à remercier Dieu le tout puissant de m'avoir donné courage, patience et force durant toutes ces années d'étude.

Ainsi, nous nous permettons d'exprimer ici nos sincères reconnaissances à notre promoteur **Mr Youssef Tewfik** pour ces pertinentes conseils et orientations ainsi sa disponibilité et sa patience tout au long de ce travail.

Nos profonds remerciements pour les membres de jury qui ont accepté d'examiner ce travail.

Nous remercions également nos enseignants de la faculté des hydrocarbures et de la chimie pour leurs efforts voués à nous transmettre le savoir, en particulier ceux du département automatisation et Electrification des procédés industriels.

Nous tenons à exprimer notre très grande gratitude et notre profonde affection à nos parents pour leurs encouragements, leur patience et leur grand soutien, durant toutes ces années d'étude.

Dédicace

Tous les mots ne saurait exprimer la gratitude, l'amour, le respect, la reconnaissance, c'est tous simplement que : je dédié ce modeste travail à :

A ma tendre mère : tu représente pour moi la source de tendresse et l'exemple de dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager, tu a fait plus qu'une mère puisse faire pour que ces enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leur étude.

A mon très cher père : aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être, ce travail est le fruit de tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation le long de ces années.

A mon très cher mari : tes sacrifices, ton soutien moral et matériel m'ont permet de réussir mes études.

A mes chers frères, mes chères sœurs

Amina ;

Dédicace

J'ai le grand honneur de dédier ce mémoire :

A Mes très chers parents ma mère et mon père , qui m'ont aidé et encouragé beaucoup durant toutes mes études ,dont je suis et je serais pleinement reconnaissant pour m'avoir soutenu durant tout mon parcours.

qui m'ont donné la vie symbole de beauté ,de fierté ,de sagesse et de patience.

Le jour est venu pour leur dire merci.

Que dieu m'aide à leurs rendre un peu de tous ce qu'ils ont fait pour moi .

A Mes très chères sœurs qui sont proches de moi : Mona , Malak , Abir .

A Mes frères : Mohamed , Riad .

A Mes chères tantes .

A Mes grands parents .

A Mes amies : Amina , Kenza , Amin, Ahlam ,

A tous ceux qui sont chers à mon cœur.

Hadjer ;

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Description de système	
I.1 Introduction.....	3
I.2 Notion liés à la régulation.....	3
I.2.1 Définition de régulation.....	3
I.2.2 But de régulation.....	3
I.2.3 Constituants d'une chaine de régulation.....	4
I.2.4 Fonctionnement d'une chaine de régulation.....	5
I.2.5 Exemple de régulation de niveau.....	5
I.3 Notions liée au système hydrothermique.....	6
I.3.1 Aspect hydraulique.....	6
I.3.1.1 Définition de l'hydraulique.....	6
I.3.1.2 Les Circuits De Transport Des Liquides.....	6
I.3.1.3 Description d'un circuit de transport de liquide.....	6
I.3.2 Aspect thermique.....	7
I.3.2.1 Les échelles de température.....	7
I.3.2.2 Exemple d'un système hydro thermique.....	8
I.4 Description du système hydro-thermique.....	9
I.4.1 Principe de fonctionnement.....	9
I.5 Instrumentation de notre système hydrothermique.....	10
I.5.1 Pompe hydraulique.....	10
I.5.2 Vanne de régulation.....	11
I.5.3 Capteur de niveau.....	12

I.5.3.1 capteur de pression différentielle.....	12
I.5.4 Les capteurs de températures.....	12
I.5.4.1 Le thermocouple.....	12
I.5.4.1.1 Principe de fonctionnement.....	13
I.5.4.2 Les sondes RTD (Resistance Temperature Detectors).....	13
I.5.4.2.1 Principe de fonctionnement	14
I.6 Conclusion.....	14
Chapitre II : Modélisation du système hydrothermique	
II.1 Introduction.....	15
II.2 Modélisation du procédé.....	15
II.2.1 Modélisation du notre système.....	16
II.3 Linéarisation.....	19
II.3.1 Méthode de linéarisation.....	19
II.3.2 Linéarisation de représentation d'état du système.....	20
II.3.2.1 Détermination de point de fonctionnement.....	20
II.4 Simulation de modèle dynamique.....	21
II.4.1 Introduction au logiciel MATLAB.....	21
II.4.2 Le modèle sous MATLAB et résultats de simulation.....	22
II.5 Conclusion.....	26
Chapitre III : La commande par retour d'état	
III.1 Introduction.....	27
III.2 Principe de la commande par retour d'état.....	27
III.3 Bouclage par retour d'état.....	27
III.3.1 La commande modale.....	28

III.3.2 La commande linéaire quadratique.....	28
III.3.2.1 Principe de LQR.....	29
III.3.2.2 Choix des matrices de pondération.....	30
III.4 Application pour le système hydrothermique.....	30
III.5 Simulation.....	34
III.5.1 Modèle du correcteur sous MATLAB.....	34
III.5.2 Résultat de simulation.....	34
III.5.2.1 Sans compensation des perturbations.....	34
III.5.2.1.1 Interprétation des résultats.....	36
III.5.2.2 Avec compensation des perturbations.....	37
III.5.2.2.1 Interprétation des résultats.....	39
III.6 Conclusion.....	40
Chapitre IV : Synthèse d'observateur	
IV.1 Introduction.....	41
IV.2 L'observabilité des systèmes linéaires.....	41
IV.2.1 Observateur des systèmes linéaires.....	41
IV.2.1.1 Observateur de Luenberger.....	42
IV.2.1.2 Choix des valeurs propres.....	43
IV.2.2 Modèle sous MATLAB.....	44
IV.3 Association du retour d'état et de l'observateur.....	49
IV.3.1 sans reconstruction des perturbations.....	49
IV.3.1.2 Simulation.....	51
IV.3.2 Commande avec reconstruction des perturbations.....	53
IV.3.2.1 Simulation sous MATLAB.....	54
IV.3.3 Association du retour d'état et de l'observateur.....	56

IV.3.3.1 Simulation.....	57
IV.3.3.2 Application de la commande au modèle non linéaire.....	60
IV.4 Conclusion.....	64
Conclusion générale.....	65

Liste des figures

Figure I.1 : Chaîne de régulation.....	4
Figure I.2 : Structure d'une chaîne de régulation.....	4
Figure I.3 : Régulation de niveau.....	6
Figure I.4 : processus hydro thermique.....	8
Figure I.5 : Système hydrothermique.....	9
Figure I.6 : Mesure de niveau par un capteur de pression différentielle.....	12
Figure I.7 : Schéma de descriptif d'un thermocouple.....	13
Figure I.8 : Schéma d'un sonde RTD.....	13
Figure II.1 : Système dynamique multi variable.....	15
Figure II.2 : Librairie standard de Simulink.....	22
Figure II.3 : Bloc de simulation du modèle linéaire et non linéaire en boucle ouverte.....	23
Figure II.4 : Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de niveau avec variations sur les entrées en boucle ouverte.....	23
Figure II.5 : Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de température avec variations sur les entrées en boucle ouverte.....	24
Figure II.6 : Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de niveau avec variations sur les entrées et les perturbations en boucle ouverte.....	25
Figure II.7 : Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de température avec variations sur les entrées et les perturbations en boucle ouverte.....	25
Figure III.1 : Bouclage par retour d'état.....	28
Figure III.2 : Suivi de consigne et rejet de perturbations constantes.....	32
Figure III.3 : Bloc de simulation du modèle linéaire avec correcteur.....	34
Figure III.4 : Simulation du modèle linéaire –niveau- avec correcteur.....	35
Figure III.5 : Simulation du modèle linéaire – température- avec correcteur.....	35

Figure III.6 : Simulation de la commande.....	36
Figure III.7 : Simulation du modèle linéaire - niveau - avec correcteur et compensation de 1 ^{ère} perturbation.....	38
Figure III.8 : Simulation du modèle linéaire - température - avec correcteur et compensation de 1 ^{ère} perturbation.....	38
Figure III.9 : Simulation de la commande avec compensation de perturbation.....	39
Figure IV.1 : Schéma structurel de l'observateur de Luenberger, pour $v(t)=0$	42
Figure IV.2 : Bloc de simulation de l'observateur linéaire et du modèle linéaire en boucle ouverte.....	44
Figure IV.3 : Simulation de delta x_1 et leur estimé.....	45
Figure IV.4 : Simulation de delta x_2 et leur estimé.....	45
Figure IV.5 : Simulation de delta x_3 et leur estimé.....	46
Figure IV.6 : Simulation de delta x_4 et leur estimé.....	46
Figure IV.7 : Erreur d'estimation e_1	47
Figure IV.8 : Erreur d'estimation e_2	47
Figure IV.9 : Erreur d'estimation e_3	48
Figure IV.10 : Erreur d'estimation e_4	48
Figure IV.11 : Commande avec observateur sans reconstruction des perturbations [10].....	49
Figure IV.12 : Bloc de simulation d'un observateur linéaire et d'un modèle linéaire avec correcteur.....	51
Figure IV.13 : Simulation du modèle linéaire –niveau- avec correcteur et estimation des états.....	52
Figure IV.14 : Simulation du modèle linéaire -température- avec correcteur et estimation des états.....	52
Figure IV.15 : Simulation de la commande.....	53

Figure IV.16 : Bloc de simulation du modèle linéaire avec observateur augmenté.....	55
Figure IV.17 : Simulation de delta v_1 et leur estimé.....	55
Figure IV.18 : erreur d'observation e_5	56
Figure IV.19 : Commande avec observateur, avec reconstruction des perturbations.....	56
Figure IV.20 : Bloc de simulation du modèle linéaire avec correcteur et l'observateur augmenté.....	57
Figure IV.21 : Simulation du modèle linéaire –niveau- avec correcteur et estimation des états et perturbations.....	58
Figure IV.22 : Simulation du modèle linéaire –température- avec correcteur et estimation des états et perturbations.....	58
Figure IV.23 : Simulation de commande.....	59
Figure IV.24 : Bloc de simulation de modèle linéaire, l'observateur et le modèle non linéaire.....	60
Figure IV.25 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-niveau.....	61
Figure IV.26 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-température.....	61
Figure IV.27 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-niveau.....	62
Figure IV.28 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-niveau.....	63

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Les échelles de température.....	8
Tableau II.1 : Les paramètres du système hydrothermique.....	16
Tableau II.2 : Les erreurs statique entre le modèle non linéaire et modèle linéaire.....	24
Tableau II.3 : Effet de perturbation sur le modèle non linéaire et modèle linéaire.....	26
Tableau II.4 : Temps de réponse de modèle linéaire en boucle ouverte.....	26
Tableau III.1 : Le temps de réponse du modèle linéaire avec et sans correction.....	37
Tableau III.2 : L'erreur statique du modèle linéaire avec et sans correction.....	37
Tableau III.3 : L'effet de perturbation du modèle linéaire avec et sans correction.....	37
Tableau III.4 : L'effet de perturbation du modèle linéaire avec compensation de perturbation	39
Tableau IV.1 : L'effet de perturbation du modèle linéaire avec compensation de perturbation estimé.....	59
Tableau IV.2 : Erreurs statique de modèle non linéaire avant et après adaptation.....	63

Notation

Symboles

A : Matrice d'évolution (ou de dynamique) $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

B : Matrice de commande (ou d'entrée) $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

C : Matrice d'observation (ou de sortie) $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

E : Matrice de perturbation.

D : Matrice de liaison directe.

K : Matrice des gains du correcteur $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

L : Matrice des gains d'observateur $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

I_n : Matrice d'identité $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

u : Vecteur d'entrée $u(t) \in \mathbb{R}^m$.

x : Vecteur d'état $x(t) \in \mathbb{R}^n$.

y : Vecteur de sortie.

v : Vecteur de perturbation.

n : Nombres des états.

m : Nombres des entrées.

$\hat{y}$: Sortie d'observateur.

Ensembles

$\mathbb{R}$: Ensemble des nombres réels.

Abréviations

LQR : Commande linéaire quadratique.

Introduction générale :

L'objectif de l'industrie est d'avoir une bonne qualité du produit en dépensant moins d'argent et moins de temps. Pour réaliser cet objectif, elle doit assurer un bon contrôle de ses systèmes en consommant moins d'énergie. Pour contrôler un système industriel on fait appel à plusieurs facteurs, parmi elle on trouve la nature de système. Il existe trois différentes natures des systèmes industriels : les mono variables, sous actionnés et les systèmes multivariables.

On trouve souvent, les systèmes multivariable qui sont des systèmes dont le nombre des entrées et de sorties dépassent deux ; en d'autre termes, la configuration minimale est de deux entrées et de deux sorties.

D'une autre façon, on peut définir les systèmes multivariables comme un ensemble de sous systèmes monovariabiles interconnectés.

Pour agir sur un système, il est nécessaire de connaître son comportement c'est-à-dire le lien entre les différents signaux d'entrée -sortie .Cette connaissance prend la forme d'un modèle mathématique acquis par identification ou modélisation physiques.

L'intérêt des systèmes linéaires réside dans la possibilité d'appliquer le principe de superposition et dans celle de résoudre analytiquement les équations différentielles qui gouvernent leur dynamique. Néanmoins, la majorité des systèmes rencontrés dans la pratique ont un comportement non linéaire. D'où la nécessité de linéariser ces systèmes autour d'un point d'équilibre afin de pouvoir appliquer les techniques de la commande linéaire.

Il est nécessaire d'élaborer et de mettre au point des techniques pour la synthèse de loi de commande pour contrôler les évolutions des variables mise en jeu. Pour synthétiser le régulateur, il ya des techniques avancés se basent sur la commande par retour d'état .Ces types de commandes peuvent être conçus par minimisation d'un critère quadratique : la commande linéaire quadratique.

La commande d'un procédé nécessite souvent la connaissance complète et à tout instant de ces différents variables d'état. Compte tenu des contraintes économiques, technologiques, il est souvent difficile d'accéder à toutes les variables d'états qui constituent le vecteur d'état. Alors pour résoudre ce problème, la conception d'un tel système auxiliaire, appelé observateur d'état.

Introduction générale

Le présent mémoire est organisé en quatre chapitres qui sont résumés comme suit :

Le premier chapitre, est consacré pour citer quelques notions introductives aux systèmes hydrothermiques.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la description du système hydro thermique, sa modélisation .Le modèle non linéaire obtenu est linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

Dans le troisième chapitre, nous présentons une méthode de synthèse de loi de commande par retour d'état : LQR (la commande linéaire quadratique).Un problème majeur pour la synthèse de la commande LQR réside dans le choix des matrices de pondération permettant d'atteindre les spécifications désirés.

Le dernier chapitre, est définie par l'utilisation d'un observateur afin d'estimer les états et les perturbations non mesurables à l'aide des mesures disponibles.

I.1 Introduction

L'automatique est une science qui traite de la modélisation, de l'analyse, de l'identification et de la commande des systèmes dynamiques.

Donc la régulation est une partie de l'automatique qui nous permet de contrôler un ou plusieurs grandeurs physiques d'un système tel que la température, la pression, le niveau en vue d'imposer le comportement et le maintenir les grandeurs a des niveaux prédéfinie.

Notre projet est destiné à l'étude d'un système hydrothermique multivariable admet une régulation de température et niveau dans deux bacs d'eau.

Pour réaliser l'étude sur ce système, il est intéressant de construire une base de connaissance contenant la description générale des types de composants que l'on peut rencontrer.

Ce chapitre présente les caractéristiques des composants et les notions de base des systèmes hydrauliques ainsi les systèmes hydrothermiques.

I.2 Notion liés à la régulation

aux progrès considérables dans les domaines de l'électronique et de l'informatique industriel , la régulation est introduite dans les procédés de fabrication automatisés , pour maîtriser et asservir plusieurs grandeurs physiques par exemple : Température, débit.....etc [6].

I.2.1 Définition de Régulation

La régulation regroupe l'ensemble des techniques utilisées visant à maintenir constante la grandeur réglée à une valeur désirée soumise à des perturbations en agissant sur une autre grandeur réglant pour un minimum d'écart possible et le plus rapidement possible (économie d'énergie) sans déstabilisée la réponse (qualité du produit) [1].

I.2.2 But de régulation

La régulation est l'action de régler automatiquement une grandeur de telle sorte que celle-ci garde constamment sa valeur ou reste proche de la valeur désiré, quelles que soient les perturbations qui peuvent subvenir [1].

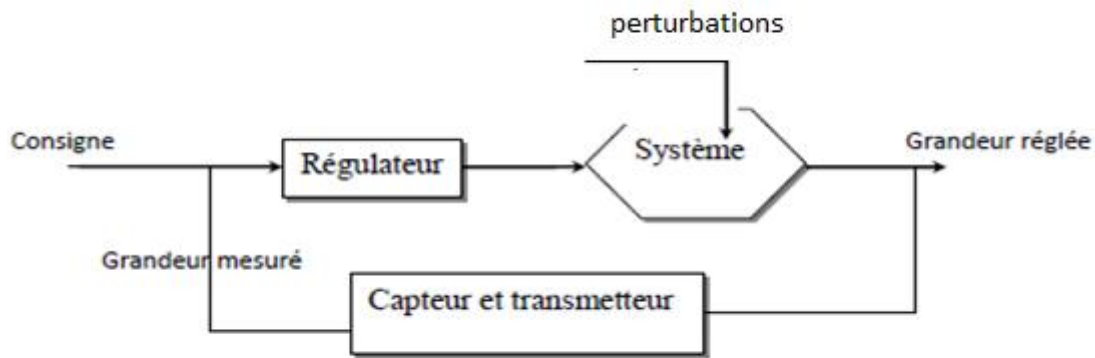


Figure I.1 : Chaîne de régulation [1].

I.2.3 Constituants d'une chaîne de régulation

on peut présenter la structure de la commande par le schéma fonctionnel représenté par la figure I.2 :

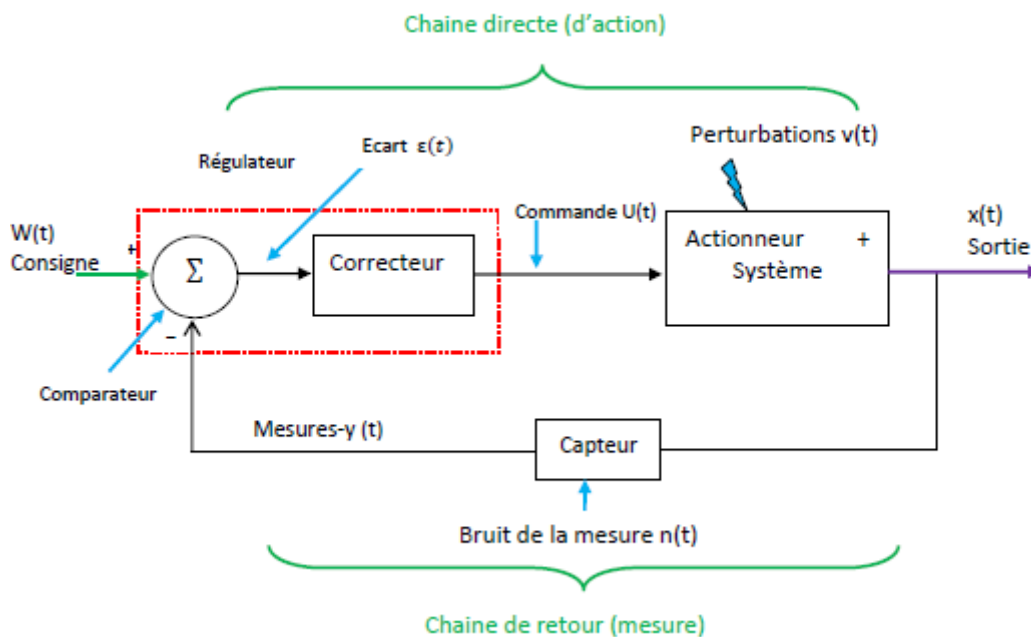


Figure I.2 : Structure d'une chaîne de régulation [1].

Cette organisation fonctionnelle représente la structure de base qu'on trouve dans tous les systèmes régulés. Elle fait intervenir deux chaînes :

Une chaîne d'action et une chaîne de retour ou d'information.

La chaîne d'action englobe tous les organes de puissance (nécessitant un apport extérieur d'énergie) et qui exécute le travail.

La chaîne de retour ou de mesure : analyse et mesure le travail effectué et transmet au comparateur une grandeur physique proportionnelle à ce travail. Elle généralement un capteur qui donne une mesure de la grandeur S , qui est ensuite amplifié et transformée avant d'être utilisée.

Ce type de système est appelé aussi système bouclé ou système de commande en boucle fermée [1] .

I.2.4 Fonctionnement d'une chaîne de régulation

L'ordre $w(t)$ donné en entrée est comparé avec l'image $y(t)$ de la sortie fournie par le capteur. Le signal $e(t)$ obtenu en sortie du comparateur va permettre de commander la chaîne d'action composée de deux éléments principaux, le correcteur et l'actionneur.

Le rôle du correcteur est d'adapter le signal d'erreur afin d'obtenir une réponse optimale de l'actionneur. Les critères choisis peuvent être divers mais essentiellement basés sur la précision, la rapidité, et la stabilité [1].

L'actionneur est chargé de réaliser l'action demandée par l'ordre d'entrée, à partir du signal de sortie du correcteur. C'est en général l'élément qui apporte la puissance pour l'action [1].

En cas de phénomènes perturbateurs $v(t)$ agissant sur la grandeur de sortie $x(t)$ l'obligeant à s'écarter de sa valeur désirée, le capteur rend compte au régulateur de l'état de la sortie et le processus de correction est déclenché par le régulateur afin de ramener la grandeur de sortie à sa valeur désirée [1].

I.2.5 Exemple de régulation de niveau

Le niveau dans le réservoir varie en fonction du débit d'alimentation et du débit d'utilisation. La grandeur réglée est le niveau, il doit suivre la consigne du régulateur. La vanne de réglage est l'élément de la chaîne de régulation permettant de faire varier le débit d'alimentation en fonction de la consigne [2].

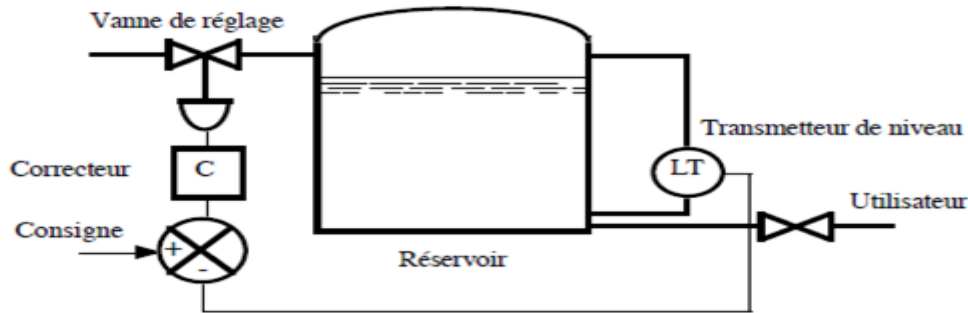


Figure I.3 : Régulation de niveau [2].

I.3 Notions liée au système hydrothermique

Notre système hydrothermique se base sur l'étude des mouvements de liquide (l'eau) en prenant en compte les effets de la température. Donc notre système comporte deux aspects hydraulique et thermique.

I.3.1 Aspect hydraulique

Les systèmes hydrauliques sont utilisés dans beaucoup de domaine industriel tel que le domaine énergétique avec les centrales, le domaine mécanique avec les vérins ou encore le domaine du stockage avec les réservoirs. Ces domaines sont les plus utilisés et les plus demandés car ils continuent à augmenter et à s'améliorer. Il est donc nécessaire pour nous de comprendre leur fonctionnement et savoir les utiliser au niveau contrôle [14].

I.3.1.1 Définition de l'hydraulique

L'hydraulique est la science qui étudie le comportement du fluide. Dans un système industriel, L'hydraulique se traduit par la transmission de l'énergie à distance par l'intermédiaire d'un liquide [3].

I.3.1.2 Les Circuits De Transport Des Liquides [4]

Un circuit de transport permet de déplacer un liquide d'une source à un réservoir.

I.3.1.3 Description d'un circuit de transport de liquide

Pour transporter un liquide d'un lieu à un autre, on a deux possibilités :

- Soit par gravité :

Le niveau dans la source est supérieur au niveau de destination.

➤ Soit par pompage :

Une pompe assure le transport du liquide.

Pour le transport des liquides, les pompes les plus utilisées sont de type centrifuge qui est caractérisées par des débits importants et des pressions faibles (quelques dizaines de bar).

Un circuit de transport de liquide se compose essentiellement :

- D'un réservoir source de liquide (puits, fleuve, réservoir, ...).
- D'une pompe (non volumétrique ou hydrodynamique).
- D'un réservoir de stockage (citerne, installation d'irrigation, château d'eau, ...).
- D'une tuyauterie qui relie les différents constituants. Il peut comprendre aussi :
- Une vanne de réglage de débit placé sur la conduite de refoulement .

I.3.2 Aspect thermique

Tant que notre système caractérisé par l'entrée de l'eau chaud et l'eau froid, donc cet aspect apparait dans la régulation de température dans les deux bacs.

I.3.2.1 Les échelles de température

Échelles employées :

- Kelvin
- Celsius « unité dérivée dans le système SI »
- Rankin
- Fahrenheit

Avec : $T(\text{Celsius}) = T(\text{kelvin}) - 273,15$

Description du système

	Kelvin (K)	Celsius (°C)	Rankin (°R)	Fahrenheit (°F)
Zéro absolu	0	-273.15	0	-459.67
Equilibre eau glace à 101325 Pa	273.15	0	491.67	32
Ébullition de l'eau à 101325 Pa	373.15	100	671.67	212

Tableau I.1 : Les échelles de température.

I.3.2.2 Exemple d'un système hydro thermique [20]

En vue de pouvoir disposer d'un volume constant de fluide à une température constante désiré, un processus hydraulique et thermique, représenté par la figure I.4 , est constitué d'un réservoir de section s équipé d'une résistance chauffante.

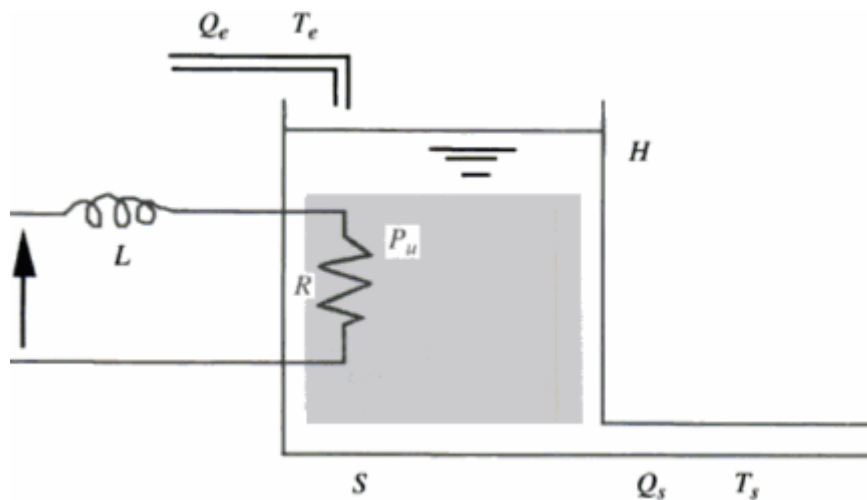


Figure I.4 : processus hydro thermique.

Les entrées du système sont les débits d'entrée de fluide Q_e et la tension d'alimentation U du réseau (R, L) fournissent par effet joule la puissance électrique de chauffage P_u .

Les sorties sont la hauteur d'eau H dans le réservoir et la température T_s de sortie du réservoir. Le débit Q_s de sortie du fluide est régi par un écoulement par gravité de type turbulent.

I.4 Description du système hydro-thermique

Dans ce projet on se touche à l'étude d'un système hydro-thermique représenté par la figure II.5, il s'agit de faire passer le fluide d'un réservoir à un autre tout en gardant la température et le niveau constante à tout instant selon les variations des débits d'entrées.

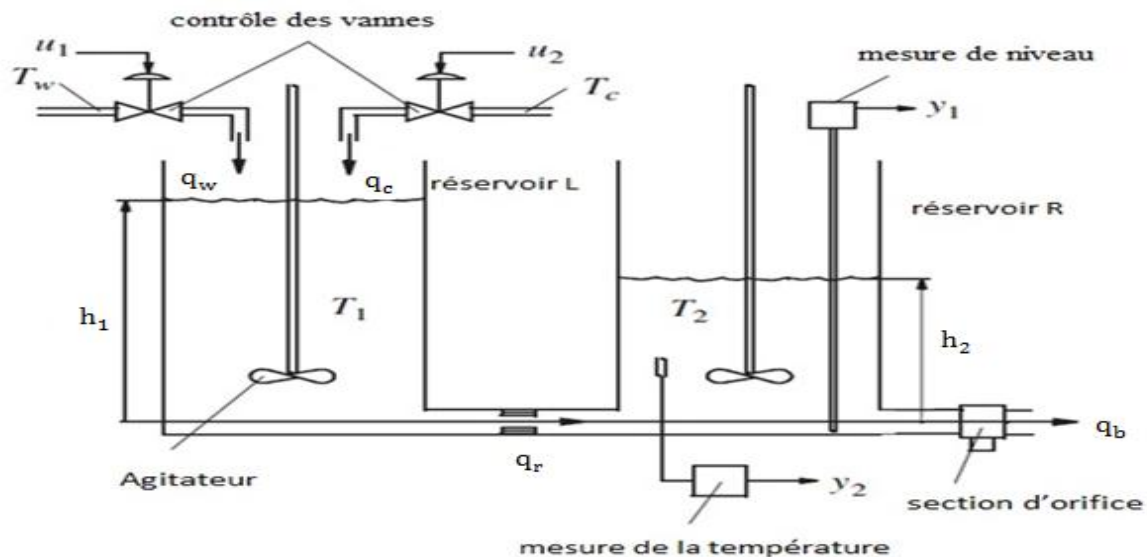


Figure I.5 : Système hydrothermique[16].

Deux réservoirs de même surface sont connectés comme montre la figure I.5, le réservoir à droite peut être pompé par deux débits d'eaux l'un est chaud q_w de température T_w et l'autre est froid q_c de température T_c contrôlées par deux signaux de commande u_1 et u_2 . C'est en agissant sur ces deux éléments du système que l'on va effectuer la régulation de température.

Les niveaux d'eaux selon les deux réservoirs sont h_1 , h_2 respectivement tel que $h_1 > h_2$.

Le débit circulant entre les deux réservoirs est q_r .

Une vanne placée à la sortie du deuxième réservoir permet de faire varier le débit de sortie q_b . Cette dernière possède une variation de section d'orifice A_v .

Il existe deux quantités mesurables dans le deuxième réservoir : le niveau h_2 et la température T_2 .

I.4.1 Principe de fonctionnement [17]

Le réservoir principal est alimenté par deux arrivées d'eaux contrôlées par deux pompes : une pour contrôler le débit d'eau chaud et l'autre pour contrôler le débit d'eau froide. Les débits

livrés par ces deux entrées sont contrôlés par deux vannes indépendantes. Le deuxième réservoir dispose d'une vanne permettant de régler manuellement le débit de sortie.

Un capteur de température est fixé dans le deuxième réservoir sur la vanne de sortie, il donne la température du mélange contenu à l'intérieur du réservoir.

Un capteur de pression est placé dans le deuxième réservoir afin de mesurer le niveau.

I.5 Instrumentation de notre système hydrothermique

Notre système hydrothermique peut installer par les instrumentations suivantes :

I.5.1 Pompe hydraulique [18]

Une pompe est un dispositif permettant d'aspirer et de refouler un fluide.

Les *pompes* répondent toutes au même besoin : déplacer un liquide d'un point à un autre. pour déplacer ce liquide, il faut lui communiquer de l'énergie. Les pompes remplissent cette fonction. Le moteur qui alimente les pompes transforme l'énergie thermique ou électrique en énergie mécanique pour permettre le mouvement des organes des pompes. Cette énergie mécanique est retransmise au fluide. cette énergie fluide se traduit sous forme de débit et de pression . Ces énergies vont s'échanger et se consommer dans les circuits de l'installation.

On peut classer les pompes de plusieurs façons.

Les mouvements retransmis aux organes des pompes sont comme tous les mouvements mécaniques de deux grands types :

- rotatif .
- rectiligne (alternatif).

Le mode de déplacement du fluide au travers des pièces en mouvement de la pompe et leur fonction permet de classer les pompes en plusieurs familles:

- pompes de transfert :
 - pompe rotative - axiale ;
 - pompe rotative - centrifuge.
- pompes de dosage :
 - pompe rotative - volumétrique ;
 - pompe alternative - volumétrique ;
 - pompes à queue.

I.5.2 Vanne de régulation [2]

La vanne de régulation est utilisée comme organe de réglage dans différentes boucles de régulation. sa fonction principale est de contrôler le débit du fluide qui la traverse tels que la variation du débit en fonction du signal de commande. Elle est commandée par un actionneur dont les variations continues de la position modifient la taille de l'orifice de passage du fluide.

La vanne est constituée de deux éléments principaux :

- le servomoteur : c'est l'élément qui assure la conversion du signal de commande en mouvement de la vanne
- le corps de vanne : c'est l'élément qui assure le réglage du débit

On distingue essentiellement trois types de caractéristiques fondamentaux de débit :

- Débit linéaire PL : le débit évolue linéairement en fonction du signal. La caractéristique est une droite. Des accroissements égaux du signal vanne provoquent des accroissements égaux de débit.
- Débit égal en pourcentage EQP : La caractéristique est une exponentielle. Des accroissements égaux du signal vanne provoquent des accroissements égaux de débit relatif.
- Débit tout ou rien (ou Quick Opening) PT : Cette caractéristique présente une augmentation rapide du débit en début de course pour atteindre alors environ 80% du débit maximum.
-

I.5.3 Capteur de niveau

Afin de mesurer le niveau en forme analogique les capteurs les plus utilisés sont :

I.5.3.1 capteur de pression différentielle [19]

On place un capteur de pression différentielle à la base du réservoir. La pression mesurée par le capteur est égale à : $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$

Avec :

P_0 : Pression au sommet du réservoir

$\rho \cdot g \cdot h$: pression hydrostatique

h : hauteur du liquide

ρ : densité du liquide

g : accélération de la pesanteur

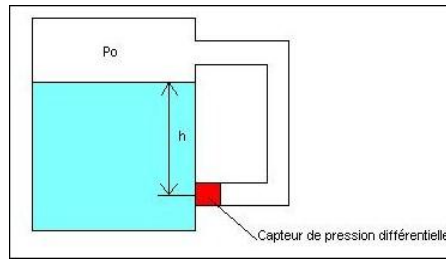


Figure I.6 : Mesure de niveau par un capteur de pression différentielle.

I.5.4 Les capteurs de températures

Il est possible de mesurer la température de plusieurs façons différentes qui se distinguent par le coût des équipements et la précision ainsi que le temps de réponse. Les types les plus courants de capteurs sont :

I.5.4.1 Le thermocouple [15]

Un thermocouple (ou couple thermoélectrique) est un système constitué de deux fils métalliques de nature différente reliés par des jonctions. Il permet la mesure de température par application de l'effet Seebeck. de la sonde au contraire à résistance, on mesure la force électromotrice pour déterminer la température.

Ils sont bon marché et permettent la mesure dans une grande gamme de températures. La principale limite est la précision obtenue. Il est relativement difficile d'obtenir des mesures avec une incertitude inférieure à $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

L'effet Seebeck : Le phénomène s'explique par l'apparition d'une différence de potentiel à la jonction de deux métaux soumis à une différence de température. L'utilisation la plus connue de l'effet Seebeck est la mesure de température à l'aide de thermocouples.

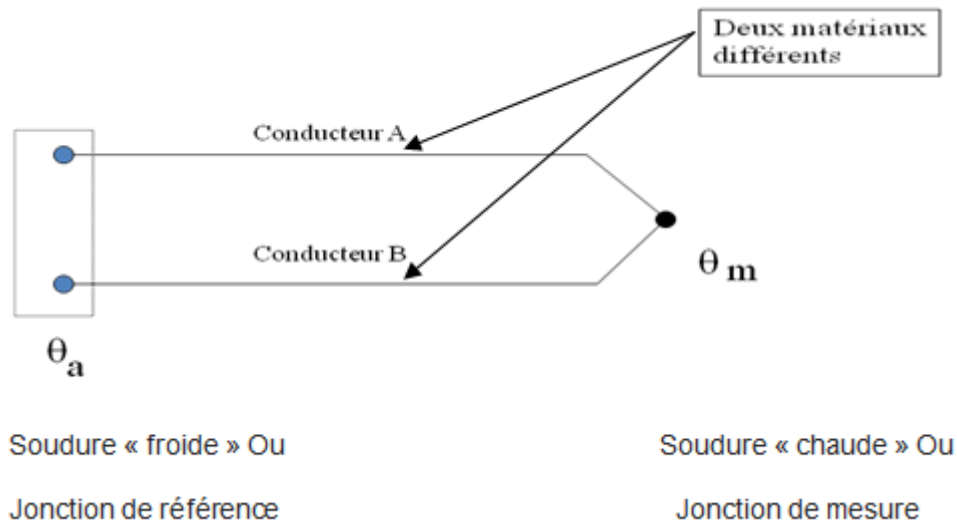


Figure I.7 : Schéma de descriptif d'un thermocouple .

I.5.4.1.1 Principe de fonctionnement

Les deux métaux A et B, de natures différentes, sont reliés par deux jonctions (formant ainsi un thermocouple) aux températures T_1 et T_2 . Par effet Seebeck, le thermocouple génère une différence de potentiel qui dépend de la différence de température entre les jonctions, $T_e = T_1 - T_2$.

I.5.4.2 Les sondes RTD (Resistance Temperature Detectors) [15]

Les RTD présentent le signal le plus linéaire de tous les capteurs électroniques en matière de température, populaires pour leur stabilité aussi ils se caractérisent par un temps de réponse lent et par une faible sensibilité. Toutefois, ils coûtent généralement plus cher que leurs équivalents à cause de leur construction plus délicate et le recours au platine. En outre, parce qu'ils nécessitent une excitation en courant, ils sont sujets à une élévation de température. Les RTD peuvent mesurer des températures pouvant atteindre 850°C . Il en existe de plusieurs tailles et formes en fonction de l'utilisation .



Figure I.8 : Schéma d'une sonde RTD .

I.5.4.2.1 Principe de fonctionnement

Les RTD fonctionnent sur le principe des variations de résistance électrique des métaux purs et se caractérisent par une modification positive linéaire de la résistance en fonction de la température.

Concrètement, une fois chauffée, la résistance du métal augmente et inversement une fois refroidie, elle diminue.

Les éléments types utilisés pour les RTD incluent le nickel (Ni) et le cuivre (Cu) mais le platine (Pt) est de loin le plus courant, en raison de l'étendue de sa gamme de températures, de sa précision et de sa stabilité.

Faire passer le courant à travers une sonde RTD génère une tension à travers la sonde RTD. En mesurant cette tension, vous pouvez déterminer sa résistance et ainsi, sa température.

Les sondes les plus couramment utilisées sont La sonde « Pt100 » est une sonde platine qui a une résistance de 100 Ohms pour une température de 0 °C .

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vus quelques notions introductives à la régulation parce que notre système est destiné à la régulation de niveau et température.

Ensuite, on abordé à la description du système hydrothermique, son fonctionnement ainsi les différentes instrumentations présente dans ce dernier.

II.1 Introduction

Dans de nombreux domaines, il est nécessaire de faire appel à une modélisation du système physique étudié.

La modélisation consiste à représenter les aspects importants du système en décrivant les relations entre les différentes grandeurs qui caractérisent son fonctionnement. Cette modélisation peut être analytique : en utilisant un ensemble d'équations mathématiques décrivant le comportement du système étudié. Elle peut être empirique : en se basant sur des observations et des expériences effectuées sur le processus, ou dans quelque cas où les équations physiques du système ne sont pas bien connues, on utilise les deux méthodes.

Donc la modélisation d'un système consiste à représenter ce système en faisant apparaître l'ensemble des données définies lors de son analyse ou bien c'est le domaine d'étude qui s'intéresse à la recherche du modèle.

II.2 Modélisation du procédé

Le schéma simplifié de notre système de figure I.5 est montré par la figure II.1 suivant :

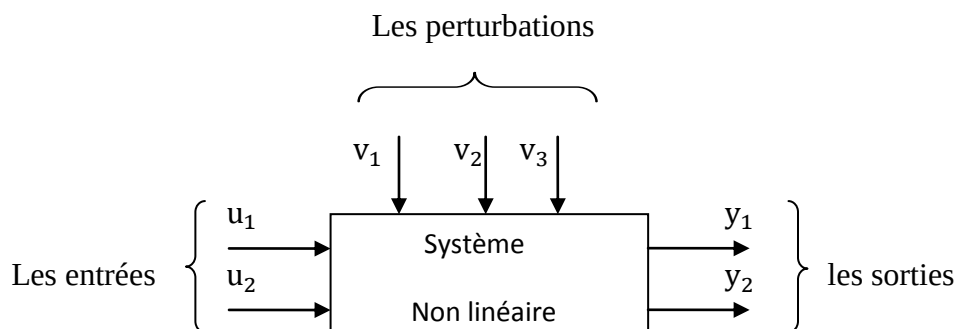


Figure II.1 : Système dynamique multi variable.

Pour ce système l'intervalle de fonctionnement normal des vannes définit sur $[0, 10]$ volt.

Selon la formule : $u = k_a \cdot u_{\text{vanne}}$

Avec $k_a = 0.004 \text{ m}^3/\text{volt.s}$: « coefficient de débit »

On déduit que l'intervalle de débit d'entrée compris entre $[0, 0.04] \text{ m}^3/\text{s}$

T_1 et T_2 sont les températures dans les deux réservoirs.

Modélisation du système hydrothermique

- Les paramètres du système sont:

signification	Symbole	Valeur numérique
La surface de la base du réservoir	S	0.785 m ²
Constante d'écoulement de l'orifice entre les deux réservoirs.	C ₀	0.056 m ^{5/2} /s
	D _v	2.66 m ^{1/2} /s
Température de débit chaud	T _w	60°C
Température de débit froid	T _c	30°C

Tableau II.1 : Les paramètres du système hydrothermique.

II.2.1 Modélisation du notre système

Notre système hydrothermique couple les actions de la température et des flux de matières. Une modélisation doit donc prendre en compte l'équation de conservation de la quantité de mouvement, et l'équation de conservation de l'énergie.

- Bilan de matière**

La conservation de volume de fluide dans les deux réservoirs donne les relations suivantes :

$$\rho \cdot \frac{dv}{dt} = \rho \cdot (\sum \text{debit d'entree} - \sum \text{debit de sortie}) \quad \text{tel que } v = S \cdot h \quad (\text{II.1})$$

Avec : ρ : densité volumique de fluide

$$S \cdot \dot{h}_1 = q_w + q_c - q_r \quad (\text{II.2})$$

$$S \cdot \dot{h}_2 = q_r - q_b \quad (\text{II.3})$$

- Bilan énergétique**

L'énergie contenue dans le volume d'eau dans les deux réservoirs peut s'écrire sous la forme suivante :

$$E_L = S \cdot h_1 \cdot \rho \cdot C \cdot (T_1 - T_0) \quad \text{avec : } E_L = S \cdot h_1 \cdot T_1 \quad (\text{II.4})$$

$$E_R = S \cdot h_2 \cdot \rho \cdot C \cdot (T_2 - T_0) \quad \text{avec : } E_R = S \cdot h_2 \cdot T_2 \quad (\text{II.5})$$

Avec $T_0 = 0$ c'est la température de référence où l'énergie est égale à zéro.

Après dérivation des équations (II.4) et (II.5) , on obtient :

$$S \cdot h_1 \cdot \dot{T}_1 = q_w \cdot T_w + q_c T_c - q_c \cdot T_1 - q_w \cdot T_1 \quad (\text{II.6})$$

$$S \cdot h_2 \cdot \dot{T}_2 = q_r \cdot T_1 - q_b \cdot T_2 \quad (\text{II.7})$$

L'orifice entre les deux réservoirs a une zone d'écoulement constante alors on peut écrire la relation suivante en appliquant la formule de Torricelli :

$$Q = C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta P} \quad \text{avec : } p = \rho \cdot g \cdot h + P_0 \quad (\text{II.8})$$

C_d : coefficient de perte

A_0 : la surface d'orifice

P_0 : pression atmosphérique

g = constant de gravité

Le débit d'écoulement entre les deux réservoirs :

$$q_r = C_0 \cdot \sqrt{h_1 - h_2} \quad \text{sachant que } C_0 = K_0 \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \quad (\text{II.9})$$

K_0 : coefficient de perte

La vanne de sortie a une variation de la section d'orifice A_v donc le débit de sortie est comme suit:

$$q_b = D_v \cdot A_v \cdot \sqrt{h_2} \quad \text{tel que } D_v = C_d \cdot \sqrt{2 \cdot g} \quad (\text{II.10})$$

on remplace (II.9) et (II.10) dans (II.2), (II.3), (II.6), (II.7) on obtient le modèle d'état dynamique non linéaire suivant:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{S} \cdot (q_w + q_c - C_0 \cdot \sqrt{h_1 - h_2}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{S} \cdot (C_0 \cdot \sqrt{h_1 - h_2} - D_v \cdot A_v \cdot \sqrt{h_2}) \\ \dot{T}_1 = \frac{1}{s \cdot h_1} \cdot [(T_w - T_1) \cdot q_w + (T_c - T_1) \cdot q_c] \\ \dot{T}_2 = \frac{1}{s \cdot h_2} \cdot [(T_1 - T_2) \cdot C_0 \cdot \sqrt{h_1 - h_2}] \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

- **Les perturbations appliquées sur le système**

On considère que :

- la variation de la section d'orifice due a la fermeture et l'ouverture de la vanne de sortie influe sur les niveaux des deux réservoirs comme première perturbation donc on aura :

$$v_1 = A_v \quad (II.12)$$

- Les températures de débit chaud q_w et débit froid q_c agissent sur les températures des deux réservoirs comme deuxième et troisième perturbation :

$$v_2 = T_w \quad (II.13)$$

$$v_3 = T_c \quad (II.14)$$

- **La représentation d'état du système**

On considère comme sortie du système la hauteur h_2 et la température T_2 de deuxième réservoir

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_2 \\ T_2 \end{bmatrix} = C \cdot x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.15)$$

Si on pose :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_w \\ q_c \end{bmatrix}; \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v \\ T_w \\ T_c \end{bmatrix} \quad (II.16)$$

On remplace (II.12), (II.13), (II.14) et (II.16) dans le système d'équations (II.11) , a la fin on obtient le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{s} \cdot (u_1 + u_2 - C_0 \cdot \sqrt{x_1 - x_2}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{s} \cdot (C_0 \cdot \sqrt{x_1 - x_2} - D_v \cdot v_1 \cdot \sqrt{x_2}) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{s \cdot x_1} \cdot [(v_2 - x_3) \cdot u_1 + (v_3 - x_3) \cdot u_2] \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{s \cdot x_2} \cdot [(x_3 - x_4) \cdot C_0 \cdot \sqrt{x_1 - x_2}] \end{cases} \quad (II.17)$$

II.3 Linéarisation

Un système non linéaire ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Cette définition explique la complexité d'analyse des systèmes non linéaires et des méthodes qui s'y appliquent. Néanmoins, en linéarisant (quand c'est possible) un système non linéaire autour d'un point d'équilibre, on obtient un système linéaire qui représente correctement le système non linéaire au voisinage de ce point d'équilibre. Donc pour un système linéaire, toutes les relations entre les variables sont des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

II.3.1 Méthode de linéarisation

La linéarisation des systèmes non linéaires s'effectue par l'utilisation du développement en série de Taylor autour d'un point de fonctionnement $((X_0, U_0, V_0))$ où les termes supérieurs à 1 sont négligeables, elle peut être représentée comme suit :

$$f(x, u, v) \approx f(x_0, u_0, v_0) + \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dx} \cdot \Delta x + \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{du} \cdot \Delta u + \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dv} \cdot \Delta v \quad (II.18)$$

Pour des petites variations autour du point d'équilibre x_0, u_0 et v_0 on obtient :

$$\begin{cases} u = u_0 + \Delta u \\ x = x_0 + \Delta \\ v = v_0 + \Delta v \end{cases} \quad (II.19)$$

$$\begin{cases} A = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} \\ B = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{du} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (II.20)$$

$$E = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1} & \frac{\partial f_1}{\partial v_2} & \frac{\partial f_1}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1} & \frac{\partial f_2}{\partial v_2} & \frac{\partial f_2}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial v_1} & \frac{\partial f_3}{\partial v_2} & \frac{\partial f_3}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_4}{\partial v_1} & \frac{\partial f_4}{\partial v_2} & \frac{\partial f_4}{\partial v_3} \end{bmatrix}$$

Le modèle d'état obtenu peut être mis sous la forme

$$\begin{cases} \Delta \dot{x} = A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta u + E \cdot \Delta v \\ \Delta y = C \cdot \Delta x \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

II.3.2 Linéarisation de représentation d'état du système

II.3.2.1 Détermination de point de fonctionnement

En régime permanent, la dynamique du système est nulle qui implique : $\dot{x}=0$ alors le système d'équation(II.17) devient :

$$\begin{cases} (u_{10} + u_{20}) = C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}} \\ C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}} = D_v \cdot v_{10} \cdot \sqrt{x_{20}} \\ (v_{20} - x_{30}) \cdot u_{10} = - (v_{30} - x_{30}) \cdot u_{20} \\ (x_{30} - x_{40}) \cdot C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

On désire avoir les états suivants :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 2 \\ 35 \\ 35 \end{bmatrix}$$

Puis on calcule La commande qui mène à ces états à partir le système d'équations (II.22) on obtient : $u_{10} = 0.0065996 \text{ m}^3/\text{s}$; $u_{20} = 0.03299831 \text{ m}^3/\text{s}$

Donc les matrices de linéarisation sont:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} \frac{-C_0}{2.S.\sqrt{x_{10}-x_{20}}} & \frac{C_0}{2.S.\sqrt{x_{10}-x_{20}}} & 0 & 0 \\ \frac{C_0}{2.S.\sqrt{x_{10}-x_{20}}} & \frac{-C_0}{2.S.\sqrt{x_{10}-x_{20}}} - \frac{D_v.V_{10}}{2.S.\sqrt{x_{20}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(u_{10}+u_{20})}{S.x_{10}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_0\sqrt{x_{10}-x_{20}}}{2.S.x_{20}} & \frac{-C_0\sqrt{x_{10}-x_{20}}}{2.S.x_{20}} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -0.0504 & 0.0504 & 0 & 0 \\ 0.0504 & -0.0631 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0202 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0252 & -0.0252 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ \frac{v_{20}-x_{30}}{S.x_{10}} & \frac{v_{30}-x_{30}}{S.x_{10}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2739 & 1.2739 \\ 0 & 0 \\ 12.7389 & -2.5478 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 E &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{D_v.\sqrt{x_{20}}}{S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_{10}}{S.x_{10}} & \frac{u_{20}}{S.x_{10}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4.7921 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0034 & 0.0168 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Les pôles du système sont $p_1 = -0.0059$; $p_2 = -0.1076$; $p_3 = -0.0252$; $p_4 = -0.0202$, ils ont la partie réelle négative donc le modèle linéaire est stable autour de ce point de fonctionnement.

Par la suite on utilise ce point de fonctionnement

II.4 Simulation de modèle dynamique

Dans notre étude on va utiliser le logiciel MATLAB.

II.4.1 Introduction au logiciel MATLAB

Matlab est un langage pour le calcul scientifique, l'analyse de données, leur visualisation, le développement d'algorithmes. Son interface propose, d'une part, une fenêtre pour l'exécution de commandes, et d'autre part, un environnement de développement intégré (IDE) pour la programmation d'applications. Matlab trouve ses applications dans de nombreuses disciplines. Il constitue un outil numérique puissant pour la modélisation de systèmes physiques, la simulation de modèles mathématiques, la conception et la validation (tests en simulation et expérimentation) d'applications. Ce logiciel de base peut être complété par de

multiples toolboxes, c'est-à-dire des boîtes à outils. Celles-ci sont des bibliothèques de fonctions dédiées à des domaines particuliers. Nous pouvons citer par exemple : l'Automatique, le traitement du signal, l'analyse statistique, l'optimisation [7].

- **Simulink**

Simulink est un logiciel muni d'une interface graphique pour la modélisation, la simulation et l'analyse des systèmes dynamiques. Etant intégré à MATLAB, les deux environnements sont parfaitement compatibles et les différentes fonctionnalités de ce dernier sont alors directement accessibles. Simulink est basé sur une interface graphique qui permet une construction aisée et conviviale de schémas-blocs. Chaque bloc composant le système est sélectionné depuis un ensemble de bibliothèques prédéfinies par la figure II.2 [7].

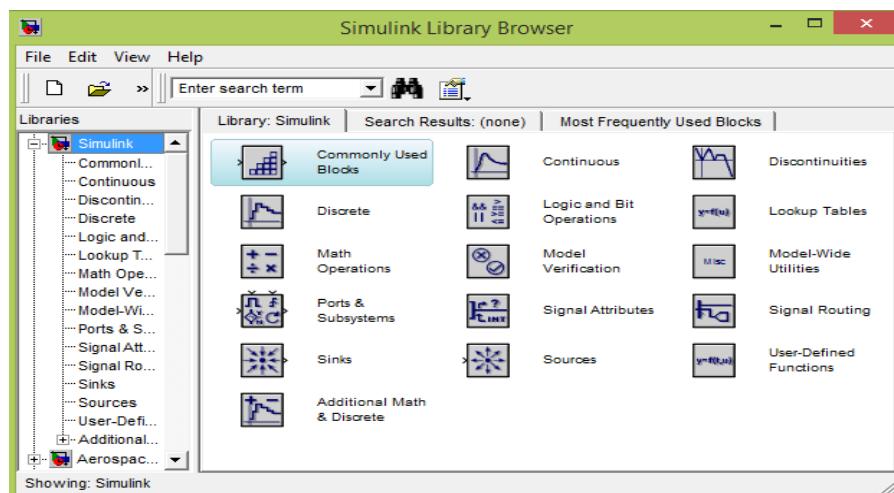


Figure II.2 : Librairie standard de Simulink.

II.4.2 Le modèle sous MATLAB et résultats de simulation

la figure II.3 présente Le bloc de simulation qui relie le modèle linéaire et non linéaire, ainsi faire la comparaison entre ces deux modèles.

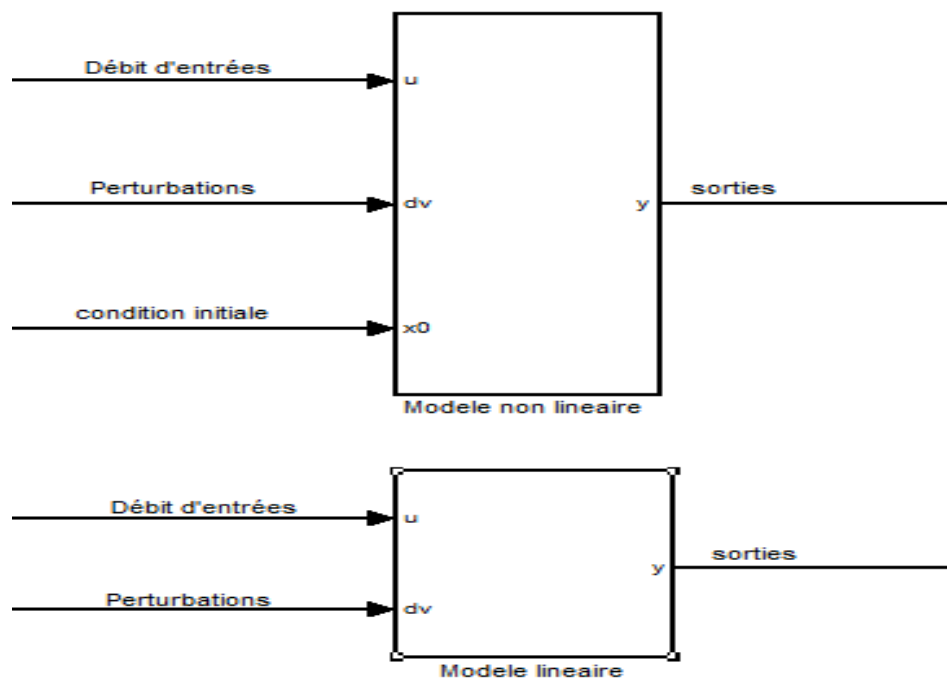


Figure II.3: Bloc de simulation du modèle linéaire et non linéaire en boucle ouverte.

- **Analyse sans perturbation**

On a fait une variation sur les débits d'entrées tel que : $du_1 = +219.089\%$ et $du_2 = -87.634\%$

On a pris comme condition initiale le point de fonctionnement. Après simulation on obtient l'allure des signaux de sortie représenté par les figures II.4 et II.5 :

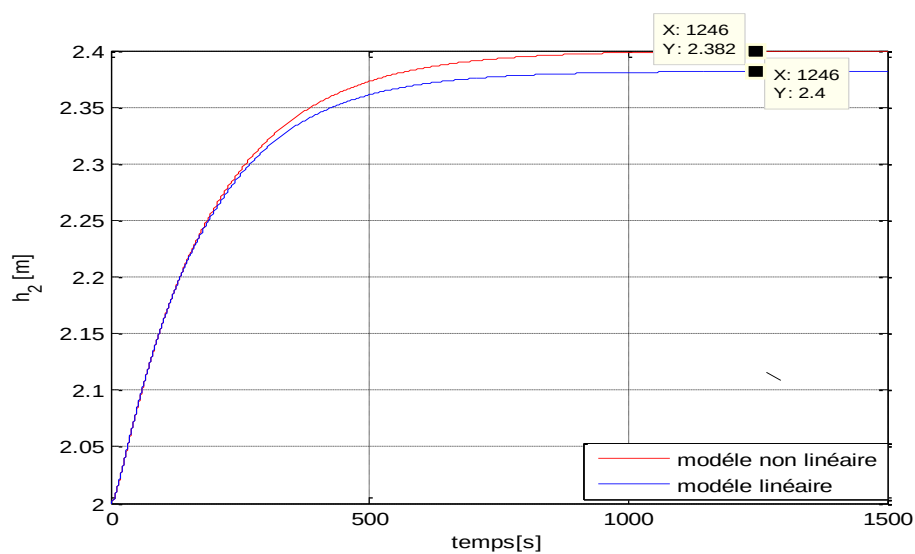


Figure II.4: Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de niveau avec variations sur les entrées en boucle ouverte.

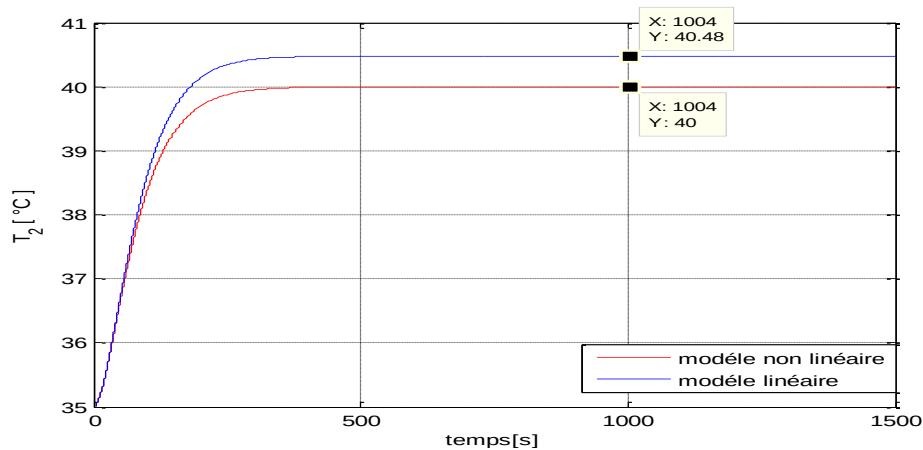


Figure II.5: Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de température avec variations sur les entrées en boucle ouverte.

L'intervalle du temps $t \in [0 ; 1500]$ s et le pas est égale à 0.1s .

On remarque que malgré on a fait une variation sur les entrées la dynamique de modèle linéaire reste proche de modèle non linéaire. En plus on remarque qu'il n'ya pas de dépassement.

La petite différence entre ces deux modèles au régime permanent est provoquée par l'éloignement important du point de fonctionnement vers les sorties désirées ($y_1=2.4$ m et $y_2=40^\circ\text{C}$)

- **Calcul de l'erreur statique :**

Les sorties de système	Modèle non linéaire	Modèle linéaire	Erreur statique[%]
$y_1(\text{m})$	0.4	0.382	4.5
$y_2(^{\circ}\text{C})$	5	5.48	9.6

Tableau II.2 : Les erreurs statique entre le modèle non linéaire et modèle linéaire.

On constate que l'erreur statique ne dépasse pas 5% pour y_1 et ne dépasse pas 10% pour y_2 malgré la variation importante sur la commande alors on conclut que notre modèle linéaire est valide.

- **Analyse avec perturbations**

Dans ce cas, on prend en considération l'effet de perturbation.

L'intervalle du temps est : $[0 ; 4000]$ s

Et la variation de perturbation est : $dv = \begin{cases} dv_1 = +3\% & t \in [1500; 1600] \\ dv_2 = -3\% & t \in [2500; 2600] \\ dv_3 = +2\% & t \in [3500; 3600] \end{cases}$

Après simulation on obtient les graphes représenté par les figures II.6 et II.7 :

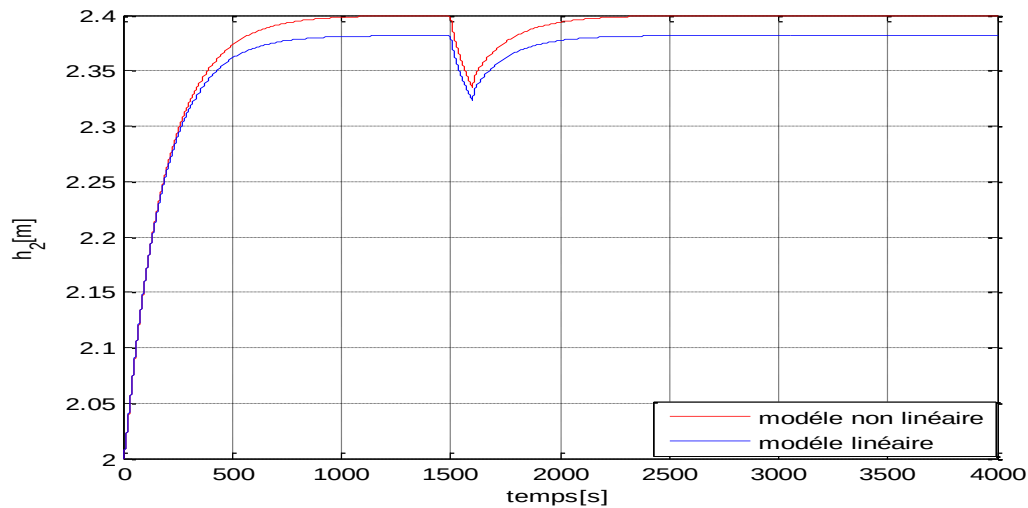


Figure II.6: Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de niveau avec variations sur les entrées et les perturbations en boucle ouverte.

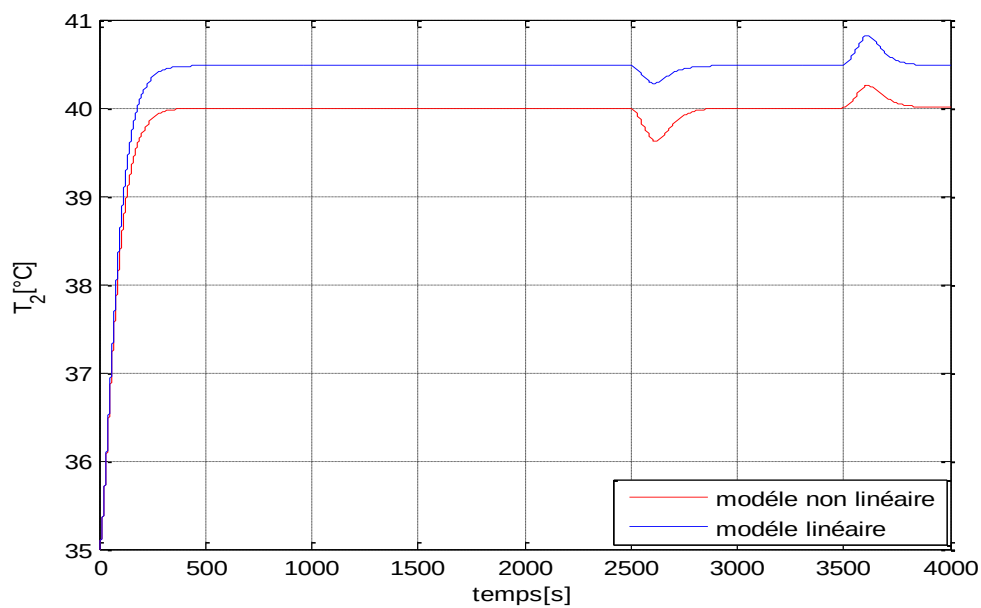


Figure II.7: Comparaison de modèle non linéaire et linéaire de température avec variations sur les entrées et les perturbations en boucle ouverte.

A partir des figures II.6 et II.7 , on voit que l'effet de perturbation est bien apparaître, tel que la première perturbation provoque une diminution de niveau h_2 et la deuxième provoque une diminution de température T_2 et la troisième perturbation provoque une augmentation de température T_2 .

Le tableau II.3 montre l'effet de perturbation :

		Effets de perturbation (%)	
		Modèle linéaire	Modèle non linéaire
$h_2(m)$	dv_1	15.18	16.25
$T_2(^{\circ}C)$	dv_2	3.64	7.4
	dv_3	6.20	5

Tableau II.3 : Effet de perturbation sur le modèle non linéaire et modèle linéaire.

Les sorties du système	Temps de réponse (s)
$h_2(m)$	1240
$T_2(^{\circ}C)$	472

Tableau II.4 : Temps de réponse de modèle linéaire en boucle ouverte

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a commencé par la recherche du modèle dynamique d'un système hydrothermique en basant sur les lois physique spécifiquement les lois de conservations d'énergie et de masse.

Après obtention du modèle non linéaire, on a fait la linéarisation autour d'un point de fonctionnement pour avoir un modèle linéaire.

La validité de ce dernier est effectuée par La comparaison entre ces deux modèles sous Matlab.

Puisque notre modèle linéaire n'arrive pas à maintenir les performances désirées tel que la rapidité, il est possible de les corriger a partir d'une commande par retour d'état.

III.1 Introduction

Il est donc possible de générer un signal de commande afin de faire parvenir un système dans un état donné selon plusieurs méthodes avec une précision relative. On peut donc considérer qu'il est possible de s'approcher d'un état donné grâce à la boucle ouverte, mais qu'une autre méthode est nécessaire pour obtenir un résultat plus précis ou pour maintenir le système dans un état souhaité. Le retour d'état est une méthode permettant d'atteindre cet objectif [8].

III.2 Principe de la commande par retour d'état

Le principe de cette commande est de déterminer une commande telle que les pôles de système bouclé soient convenablement placés dans le plan complexe et satisfasse des performances de précision rapidité stabilité, en minimisant le plus possible l'effet de perturbation. Le but est donc de réaliser un asservissement modifiant convenablement la matrice d'état du système [9].

Dans ce chapitre on va présenter l'un des techniques de commande par retour d'état qui est la méthode linéaire quadratique et le détail de calcul des paramètres des matrices gains et les résultats de simulation.

III.3 Bouclage par retour d'état

Considérons notre système en temps continu

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + E \cdot v(t) \\ y = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

On appelle retour d'état toute loi de commande de la forme :

$$u(t) = -k \cdot x(t) \quad (\text{III.2})$$

Où k est une matrice de dimension $m \times n$ cette commande ne peut bien sûr être appliquée si toutes les variables d'état sont mesurées elle conduit au système bouclé :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - B \cdot k)x(t) + E \cdot v(t) \\ y = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Le système bouclé a toujours comme vecteur d'état x , mais la matrice A est remplacée par $(A - B \cdot k)$ la dynamique du système bouclé est donc modifiée par le retour d'état, (voir la figure III.1) .

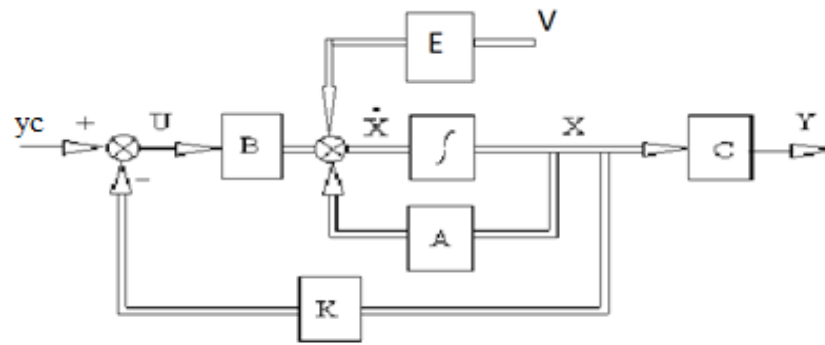


Figure III.1 : Bouclage par retour d'état.

Pour déterminer la matrice k il ya deux possibilités soit par la commande modale ou bien la commande linéaire quadratique.

III.3.1 La commande modale

Appelé aussi commande par placement de pole. on appelle commande modale la commande qui consiste a déterminer une matrice de retour d'état k telle que les valeurs propres de la matrice (A_{BF}) soit placés en des positions préfixes $(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{n-1})$ (valeurs complexes). L'existence d'une solution dépend de la commandabilité du système et de l'accessibilité aux états du système [9].

III.3.2 La commande linéaire quadratique

La commande linéaire quadratique est une autre façon de concevoir un retour d'état pour un système linéaire. Cette approche trouve ses origines dans la méthode de commande optimale des systèmes dynamiques, dans lesquelles on cherche la commande qui minimise un critère choisis pour représenter les objectifs à atteindre. On générale la solution du problème est une commande exprimé comme une fonction du temps plus rarement les variables d'état, mais dans le cas d'un système linéaire avec un critère qui dépend de façon quadratique des variables de sorties et du commande sur un horizon de durée infinie, la solution est un retour d'état de type (III.2) [10].

III.3.2.1 Principe de LQR

Considérons le système (III.1) en temps continu, dans lequel nous supposons que $v(t) = 0$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Le problème considéré est de déterminer la commande qui, pour toute condition initiale

$x(t_0) \neq 0$, minimise le critère (III.5)

$$J(u) = \int_0^{+\infty} (x(t)^T \cdot Q \cdot x(t) + u(t)^T \cdot R \cdot u(t)) dt \quad (\text{III.5})$$

Dans cette expression, Q et R sont des matrices carrées symétriques réelles, semi-définie positive et définie positive respectivement :

$$Q=Q^T \geq 0 \iff x(t)^T \cdot Q \cdot x(t) > 0 \text{ pour tout } x(t) \neq 0 \quad (\text{III.6})$$

$$R=R^T > 0 \iff u(t)^T \cdot R \cdot u(t) > 0 \text{ pour tout } u(t) \neq 0$$

Ce problème est admet une solution si et seulement si le système (III.4) est commandable et observable, sous ces conditions, la commande $u(t)$ solution du problème est obtenus de la manière suivante :

On calcul tout d'abord la matrice P tel-que P est une solution symétrique réelle et semi-définie positive de l'équation algébrique de Riccati (III.7):

$$P \cdot A + A^T \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + Q = 0 \quad (\text{III.7})$$

La matrice $A - B \cdot K$ a toutes ses valeurs propres dans le demi-plan gauche ouvert, et la commande en boucle fermée (équation III.8) est la commande optimale qui minimise J est alors :

$$u(t) = -k \cdot x(t) \text{ avec : } k = R^{-1} \cdot B^T \cdot P \quad (\text{III.8})$$

Lequel assure de plus la stabilité asymptotique du système bouclé, c'est-à-dire que l'état $x(t)$ du système (III.4) bouclé par la commande (III.8) tend asymptotiquement vers 0 quelle que soit la condition initiale $x(t_0)$.

III.3.2.2 Choix des matrices de pondération

La synthèse des matrices de gain du contrôleur optimal, repose directement sur les matrices de pondération Q et R . On peut trouver dans la littérature deux méthodes pour les choisir. La première méthode est la règle de Bryson qui suggère de choisir des matrices de pondération diagonale, dont les coefficients diagonaux sont égaux au carré de l'inverse de l'écart maximum souhaité sur la variable correspondante. Bryson indique également que cette règle ne fournit que des valeurs initiales, que l'on peut ensuite améliorer par simulations successives. La règle de Bryson donne :

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n) \text{ et } R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_m) \quad (\text{III.9})$$

$$\text{Avec: } q_i = \left[\frac{1}{\text{sup}(x_i)} \right]^2, i=1,2,\dots,n \text{ et } r_i = \left[\frac{1}{\text{sup}(u_i)} \right]^2, i=1,2,\dots,m \quad (\text{III.10})$$

Où les q_i et r_i sont des réels strictement positifs.

Dans la deuxième méthode les matrices de pondération Q et R peuvent être choisies symétriques, diagonales. Au départ, on choisit généralement des pondérations égales aux matrices identités : $Q = I_n$ et $R = I_m$, que l'on peut améliorer par simulations successives jusqu'à obtenir un correcteur satisfaisant [11].

III.4 Application pour le système hydrothermique

Tout d'abord, on va tester la commandabilité de notre système.

Le système représenté par l'équation dynamique d'état (III.1), est commandable si et seulement si la matrice de commandabilité CO est de rang n :

$$\text{rang}(CO) = \text{rang} [B \ A.B \ A^2.B \ \dots \ A^{n-1}.B] = n$$

En utilisant le logiciel MATLAB, le rang de la matrice $CO = [B \ A.B \ A^2.B \ A^3.B]$ est égale à 4., donc notre système est commandable.

Pour la synthèse de cette loi de commande, on utilise le modèle d'état linéarisé autour de point de fonctionnement [2.5 2 35 35], ce modèle est :

$$A = \begin{bmatrix} -0.0504 & 0.0504 & 0 & 0 \\ 0.0504 & -0.0631 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0202 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0252 & -0.0252 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.2739 & 1.2739 \\ 0 & 0 \\ 12.7389 & -2.5478 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4.7921 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0034 & 0.0168 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le nombre d'état du modèle étant égal à $n=4$ et le nombre d'entrée de commande étant $m=2$, on choisit les matrices de pondérations comme suivant :

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, q_3, q_4) \text{ et } R = \text{diag}(r_1, r_2)$$

Sur la base de connaissance sur le système en boucle ouverte, les spécifications des valeurs maximales des états et des entrées peuvent être utilisées comme point de départ pour les matrices :

$$\text{Sup}(u_1) = \text{Sup}(u_2) = 0.04 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$\text{Sup}(x_1) = 4 \text{ m}; \text{Sup}(x_2) = 3 \text{ m}; \text{Sup}(x_3) = \text{Sup}(x_4) = 60^\circ\text{C}$$

Au départ, les paramètres de la diagonale de Q et R sont choisis comme ci montre dans l'équation (III.10) et sont ensuite améliorés par simulation successives jusqu'à obtenir un correcteur satisfaisant.

Au début on a fait varier la matrice Q de telle façon de fournir moins d'énergie au niveau de commande et avoir de meilleures performances tout en respectant les limites sur les débits d'entrée. Après plusieurs essais simulations on se limite à ces valeurs :

$$Q = a * \begin{bmatrix} \frac{1}{4^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{60^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{60^2} \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.04^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.04^2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

Où $a=7$ avec a est une constante multipliée par Q .

Une fois les coefficients de pondération Q et R obtenus, la matrice de gain k qui minimise le critère quadratique J est calculée sous MATLAB en utilisant la fonction « lqr ».

$$k = \begin{bmatrix} 0.0130 & 0.0099 & 0.0009 & 0.0003 \\ 0.0159 & 0.0123 & -0.0005 & -0.0001 \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Les pôles en boucle fermée :

$$p_1 = -0.1108 ; p_2 = -0.0412 ; p_3 = -0.0280 + j0.0069 ; p_4 = -0.0280 - j0.0069$$

- **Consigne et perturbations constantes** [10]

Une fois calculé le retour d'état par la commande linéaire quadratique (LQR) on peut s'intéresser à la façon de suivre des consignes et de rejeter des perturbations.

Considérons le système (III.1), l'objectif est d'asservir les sorties y sur des consignes y_c sans erreur statique, c'est-à-dire que l'écart entre y et y_c doit tendre vers 0, quand t tend vers l'infini, lorsque y_c et y prennent des valeurs constantes, figure III.2.

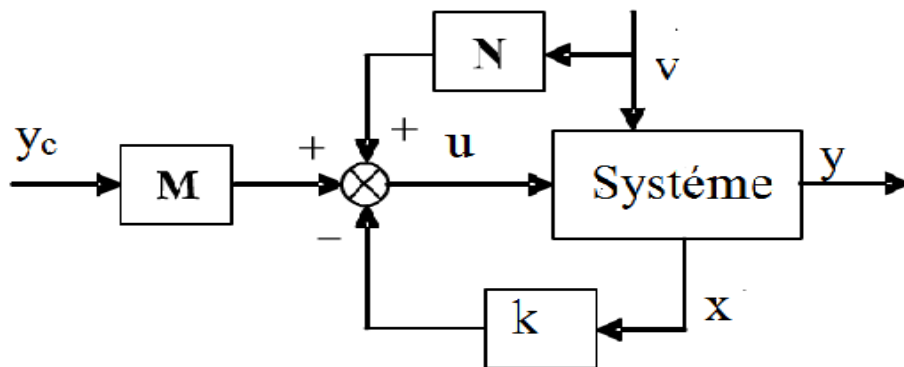


Figure III.2 : Suivi de consigne et rejet de perturbations constantes.

Le retour d'état calculé assurant la stabilité du système bouclé, il suffit pour réaliser cet objectif de lui ajouter un terme constant. on cherche donc la commande sous la forme :

$$u(t) = -k \cdot x(t) + M \cdot y_c + N \cdot v \quad (\text{III.13})$$

Avec y_c et v est une nouvelle entrée pour le système en boucle fermée tel que la matrice M permet de régler le gain statique et la matrice N permet de minimiser l'effet de perturbation en boucle fermée. En appliquant la commande (III.14) au système (III.1), on obtient l'équation du système bouclé :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A - B \cdot k) \cdot x + B \cdot (M \cdot y_c + N \cdot v) + E \cdot v \\ y = C \cdot x \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Celui-ci étant stable, l'état et la sortie tendent vers des vecteurs constants x et y lorsque les entrées prennent la valeur constante $M \cdot y_c$ et $(B \cdot N + E)$; ces différentes variables vérifient :

$$\begin{cases} 0 = (A - B.k).x + B.(M.y_c + N.v) + E.v \\ y = C.x \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Le système bouclé étant stable, la matrice $A - B.k$ a toutes ses valeurs propres à partie réelle strictement négatives donc non nulles, de sorte qu'elle est inversible. On peut donc, à partir de la première équation, calculer successivement :

$$\begin{cases} x = -(A - B.k)^{-1}.(B.M.y_c + (B.N + E).v) \\ y = -C.(A - B.k)^{-1}.(B.M.y_c + (B.N + E).v) \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Pour assurer l'objectif recherché, il faut donc calculer la matrice M et N pour réaliser :

$$y_c = -C.(A - B.k)^{-1}.B.M.y_c - C.(A - B.k)^{-1}.(B.N + E).v \quad (\text{III.17})$$

Cette équation constitue un système linéaire dont les inconnues sont les matrices M et N : Pour que ce système ait une solution unique, il faut que les deux conditions suivantes soient remplies :

- $-[C.(A - B.k)^{-1}.B].M = 1$ avec la matrice $-C.(A - B.k)^{-1}.B$ est inversible.
- $-C.(A - B.k)^{-1}.B.N + C.(A - B.k)^{-1}.E = 0$

Donc la solution sera

$$M = -[C.(A - B.k)^{-1}.B]^{-1} \quad (\text{III.18})$$

$$N = M.C.(A - B.k)^{-1}.E \quad (\text{III.19})$$

Pour notre système M et N définis comme suit en utilisant MATLAB :

$$M = \begin{bmatrix} 0.0278 & 0.0025 \\ 0.0404 & -0.0019 \end{bmatrix} ; N = \begin{bmatrix} 1.8647 \\ 4.6451 \end{bmatrix}$$

III.5 Simulation

III.5.1 Modèle du correcteur sous MATLAB

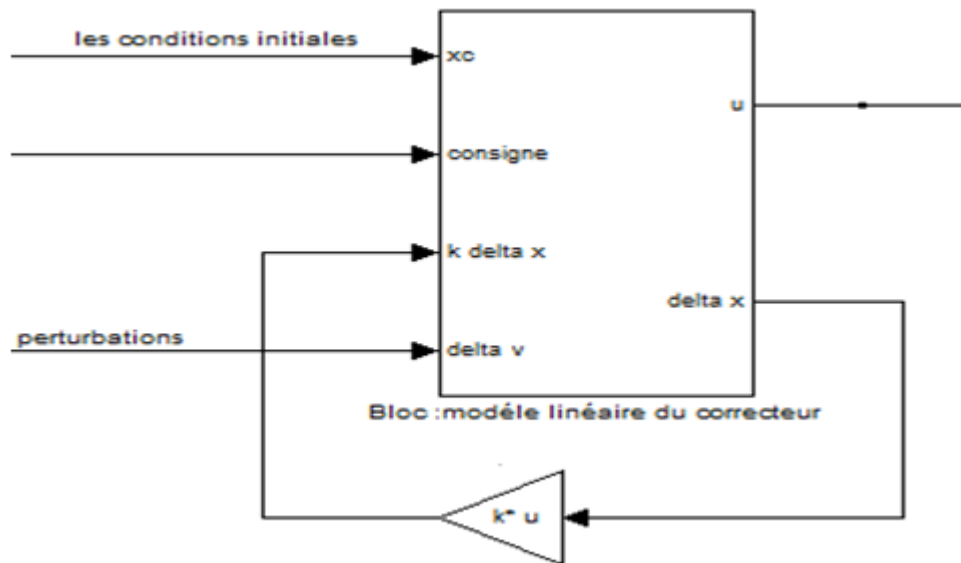


Figure III.3 : Bloc de simulation du modèle linéaire avec correcteur.

III.5.2 Résultat de simulation

Après réalisation de commande par retour d'état et la détermination de régulateur par LQR pour le système hydrothermique linéarisé autour de point de fonctionnement

$[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [2.5 \ 2 \ 35 \ 35]$, nous avons simulé le comportement de système et de commande.

III.5.2.1 Sans compensation des perturbations

Notre but est que la sortie y suit la consigne $y_c = [2.4 \ 40]$ sans faire compenser les perturbations donc la commande est comme suit :

$$u = -k \cdot x + M \cdot y_c$$

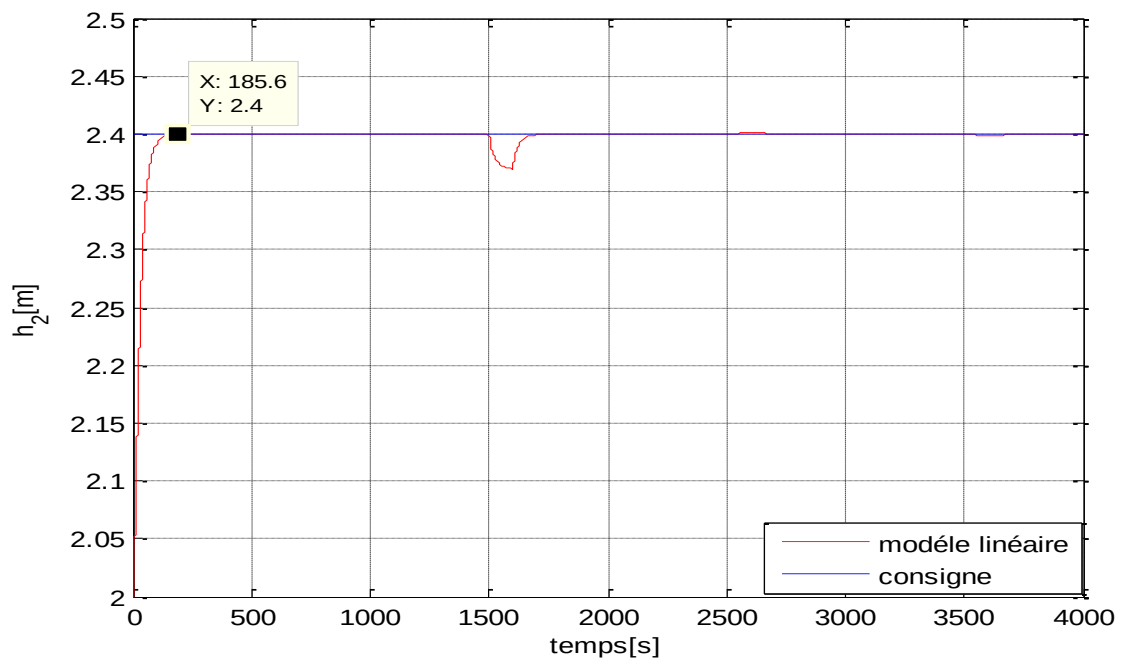


Figure III.4: Simulation du modèle linéaire –niveau- avec correcteur.

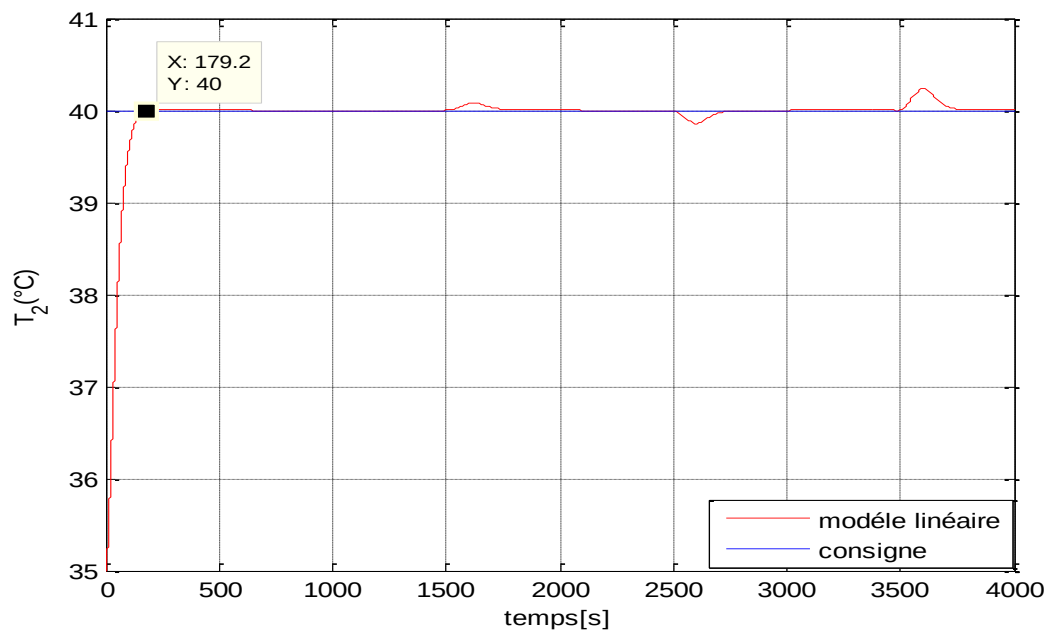


Figure III.5 : Simulation du modèle linéaire – température- avec correcteur.

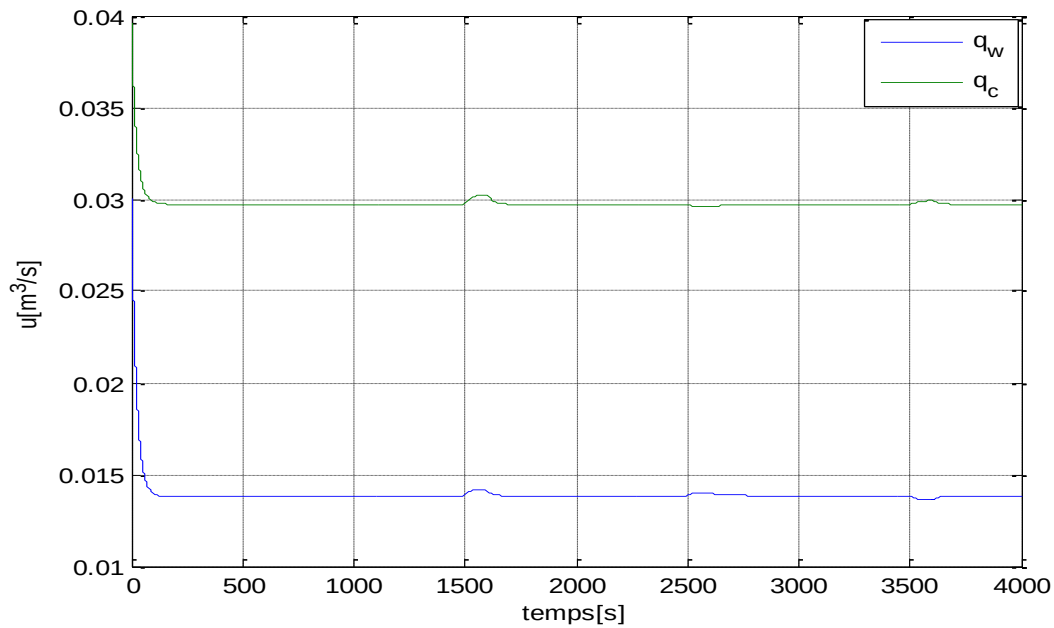


Figure III.6 : Simulation de la commande.

III.5.2.1.1 Interprétation des résultats

D'après les figures III.4, III.5 on observe que le temps de réponse diminue et que le modèle linéaire suit parfaitement la consigne, et même l'effet de perturbation diminue par rapport au modèle linéaire en boucle ouverte.

D'après la figure III.6, on observe des petites variations au niveau des commandes u_1 et u_2 due à la réaction aux perturbations du système.

Les commandes u_1 et u_2 changent dans l'intervalle $t \in [1500 ; 1600]$ s a fin de récupérer la perte de niveau h_2 provoqué par la variation de vanne de sortie A_v .

Ainsi, dans l'intervalle $t \in [2500 ; 2600]$ s et $t \in [3500 ; 3600]$ s, les commandes u_1 et u_2 Changent de façon à corriger l'effet de perturbation de T_w et T_c en agissant sur les vannes d'entrée.

Les tableaux III.1, III.2 et III.3 montre l'effet de correction sur le modèle linéaire :

	Temps de réponse (s)	
	Modèle linéaire en boucle ouverte	Modèle linéaire après correction
$h_2(m)$	1240	185.6
$T_2(^{\circ}C)$	472	179

Tableau III.1 : Le temps de réponse du modèle linéaire avec et sans correction

	Erreur statique (%)	
	Avant correction	Après correction
$h_2(m)$	4.6	0
$T_2(^{\circ}C)$	9.6	0

Tableau III.2 : L'erreur statique du modèle linéaire avec et sans correction

		Effet de perturbation (%)	
		Avant correction	Après correction
$h_2(m)$	dv_1	15.18	7.5
	dv_2	0	0.25
	dv_3	0	0.5
$T_2(^{\circ}C)$	dv_1	0	1.4
	dv_2	3.64	2.8
	dv_3	6.20	4.8

Tableau III.3 : L'effet de perturbation du modèle linéaire avec et sans correction.

On voit clairement que la correction assure la rapidité du système, elle permet aussi d'annuler l'erreur statique d'où l'efficacité de correction par LQR en termes de précision et rapidité.

III.5.2.2 Avec compensation des perturbations

Tant que la première perturbation a un grand effet sur le système Dans ce cas la on va minimiser l'effet de cette perturbation en faisant intervenir la matrice N.

La commande par retour d'état

Donc la commande sera comme l'équation suit : $u(t) = -k \cdot x(t) + M \cdot y_c + N \cdot v_1$

Les figures III.7, III.8 et III.9 montrent les résultats de simulation du modèle linéaire avec compensation de première perturbation.

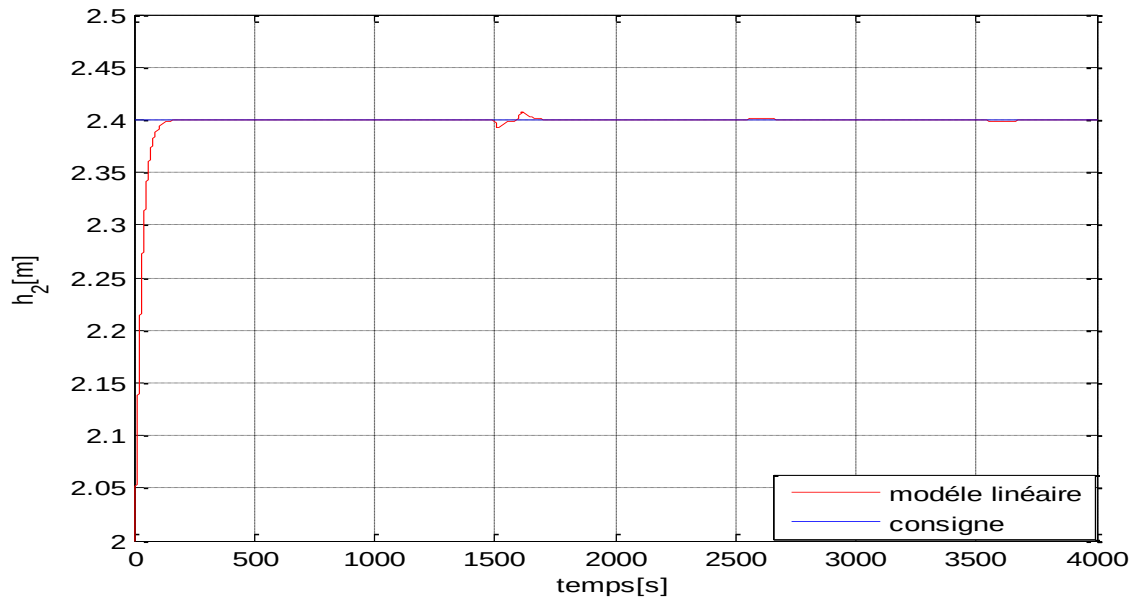


Figure III.7: Simulation du modèle linéaire - niveau - avec correcteur et compensation de 1^{ère} perturbation.

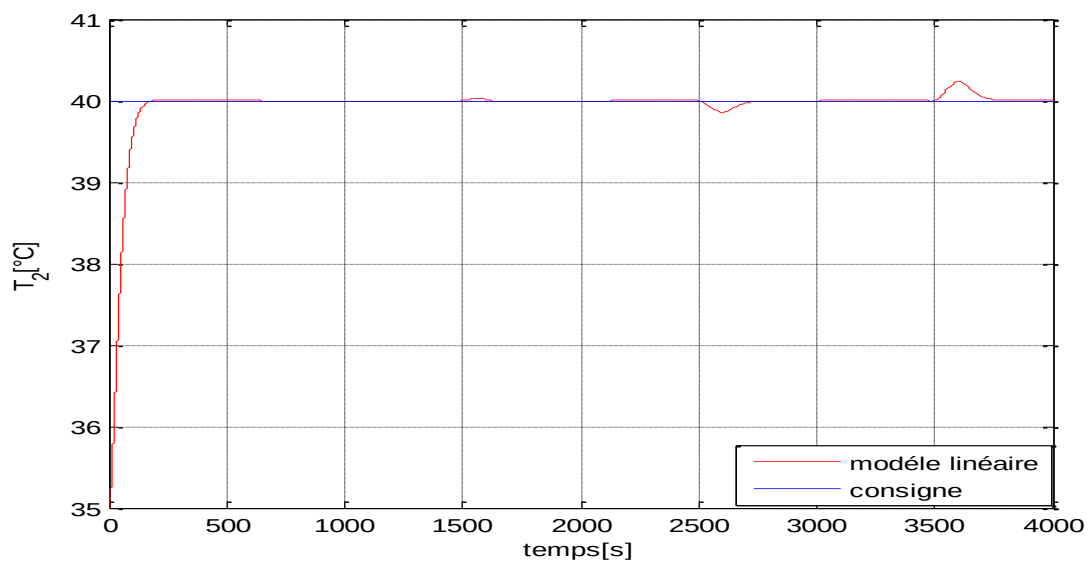


Figure III.8 : Simulation du modèle linéaire - température - avec correcteur et compensation de 1^{ère} perturbation.

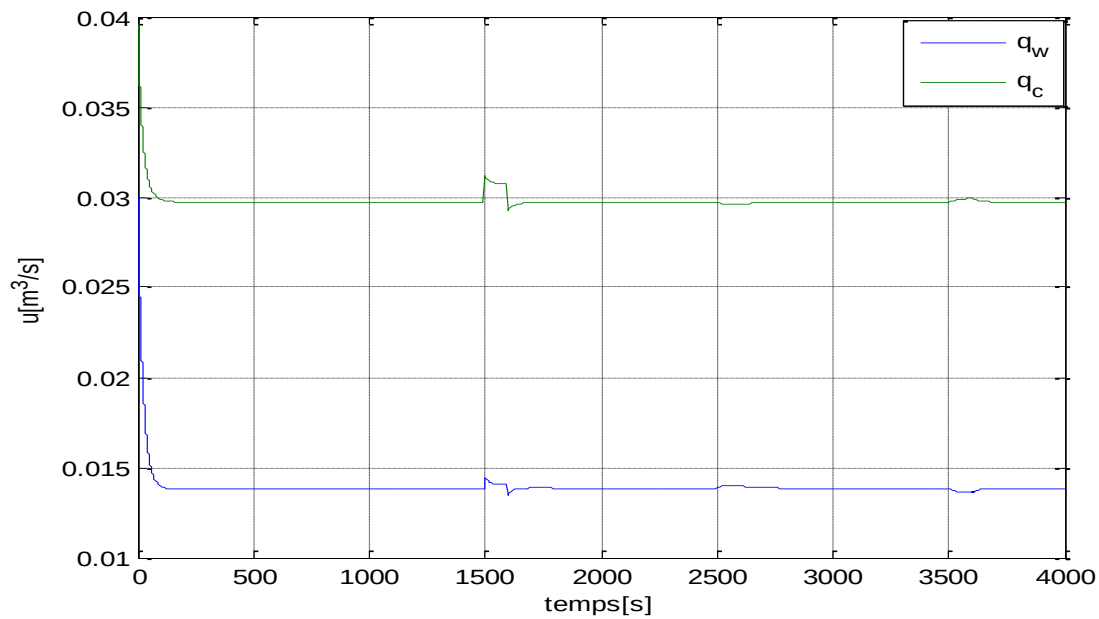


Figure III.9: Simulation de la commande avec compensation de 1^{ère} perturbation.

III.5.2.2.1 Interprétation des résultats

La figure III.7 et le tableau III.3 montrent que l'effet de la première perturbation très faible, même sa durée est très réduite par rapport à la figure III.4, donc le système peut corriger la perturbation appliquée sur le système à l'instant $t=1500$ s.

		Effet de perturbation [%]
		Modèle linéaire
$h_2[\text{m}]$	dv_1	2
	dv_2	0.25
	dv_3	0.5
$T_2[^\circ\text{C}]$	dv_1	0.4
	dv_2	2.8
	dv_3	4.8

Tableau III.4 : L'effet de perturbation du modèle linéaire avec compensation de perturbation

La figure III.9 montre que l'introduction de la matrice N permet aux commandes de réagir fortement par rapport à la figure III.6 afin de minimiser le plus possible l'effet de perturbation.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé une technique basée sur le retour d'état qui est la commande linéaire quadratique LQR.

Nous avons vu les notions de base concernant cette commande, ensuite nous avons présenté les résultats de simulation qu'a donnée cette commande.

Les différents résultats de simulation obtenus ont permis de prouver l'intérêt de cette méthode développée et montre la robustesse de cette commande en cas de présence des perturbations.

Dans ce type de commande nous supposons que les états et les perturbations sont mesurables, mais dans le cas où certains états sont inaccessibles à la mesure, l'utilisation d'un observateur est nécessaire qui fera l'objet dans le chapitre suivant.

IV.1 Introduction

La disponibilité de toutes les variables d'état pour la mesure directe est rarement vérifiée dans la pratique. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une estimation fiable des variables non mesurées, particulièrement quand elles sont employées pour la synthèse de loi de commande ou pour la surveillance des processus. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

Dans cette section nous allons présenter une méthode de synthèse d'observateur de système linéaire. Mais auparavant, nous allons parler d'un concept important dans le domaine de la reconstruction d'état, qui est celui de l'observabilité [12].

IV.2 L'observabilité des systèmes linéaires [13]

On reprend le système linéaire (III.1). L'observateur peut être réalisé si le système est observable, c'est-à-dire qu'il est possible de reconstruire son vecteur d'état $x(t)$ sur tout intervalle $[t_0 ; t_1]$ à partir de l'information disponible sur ses entrées $u(t)$ et ses sorties $y(t)$.

L'observabilité du système linéaire (III.1) est garantie si et seulement si :

$$\text{Rang}(Q_o) = n \quad \text{où} \quad Q_o = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \vdots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.1})$$

Par conséquent le système linéaire (III.1) est observable, si le rang de La matrice d'observabilité Q_o est égal à la dimension n de ce système [8].

IV.2.1 Observateur des systèmes linéaires [13]

Une solution simple et optimale de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans la cadre déterministe.

IV.2.1.1 Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles.

Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (III.1) :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{x} = A \cdot \hat{x}(t) + B \cdot u(t) + E \cdot v(t) + L \cdot (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C \cdot \hat{x}(t) \end{cases} \quad (IV.2)$$

On faisant la soustraction de système (III.1) et (IV.2), La dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - L \cdot C) \cdot e(t) \quad (IV.3)$$

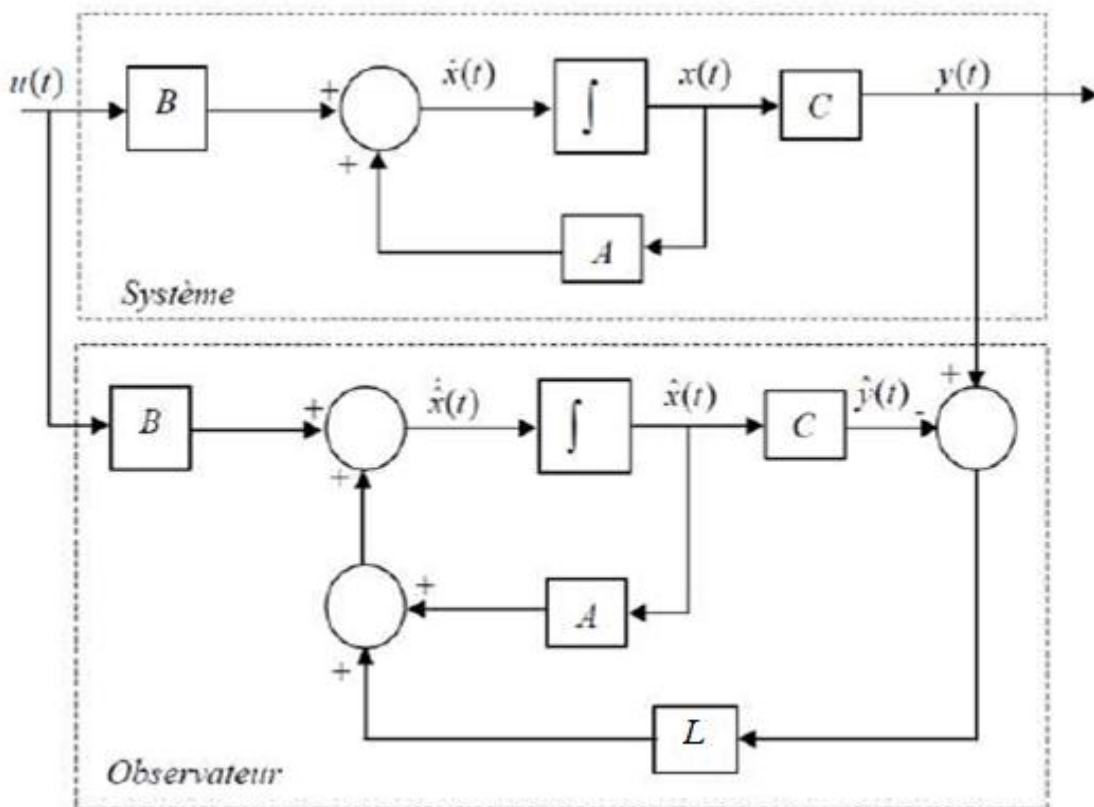


Figure IV.1 : Schéma structurel de l'observateur de Luenberger, pour $v(t)=0$.

En utilisant une technique de placement de pole, il suffit alors de choisir le gain k de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $A - L \cdot C$ soient dans le demi-plan complexe gauche.

Pour ce type d'observateur, une grande liberté est laissée au choix des valeurs propres, mais en pratique on choisit une dynamique d'erreur plus rapide que celle du processus.

IV.2.1.2 Choix des valeurs propres

La question pratique du choix des valeurs propres appelle les mêmes remarques générales que pour le calcul du retour d'état. On peut ajouter qu'il y a moins de limitation physique, puisque il n'y a pas ici de signal de commande devant être réalisé par les actionneurs [10].

En règle générale, on peut donc choisir pour l'observateur un comportement dynamique plus rapide (typiquement 2 à 3 fois) que celui du retour d'état, la seule limite étant de veiller à ne pas sortir du domaine de validité du modèle utilisé, dans le cas (très fréquent) où celui-ci a été obtenu en négligeant des dynamiques rapides. Cela permet de garder comme dynamique dominante celle qui a été choisie lors du calcul du retour d'état [10].

Calcul de gain de l'observateur pour notre système

Pour tester l'observabilité de notre système on utilise le logiciel MATLAB.

Le rang de matrice d'observabilité $Q_o = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ C.A^2 \\ C.A^3 \end{bmatrix}$ est égale à 4.

En utilisant la commande place (A^T , C^T , P) on calcule le gain de l'observateur on obtient :

$$L = \begin{bmatrix} 0.1104 & -0.0088 \\ 0.1864 & 0.0015 \\ 0.0825 & 0.0921 \\ 0.0036 & 0.0915 \end{bmatrix}$$

Tel que les pôles imposés pour l'observateur sont :

$$P = 2.1 * [-0.1108 \quad -0.0412 \quad -0.028 + i*0.0069 \quad -0.028 - i*0.0069]$$

IV.2 .2 Modèle sous MATLAB

Le schéma de la figure IV.2 présente le modèle linéaire en boucle ouverte associé par un observateur.

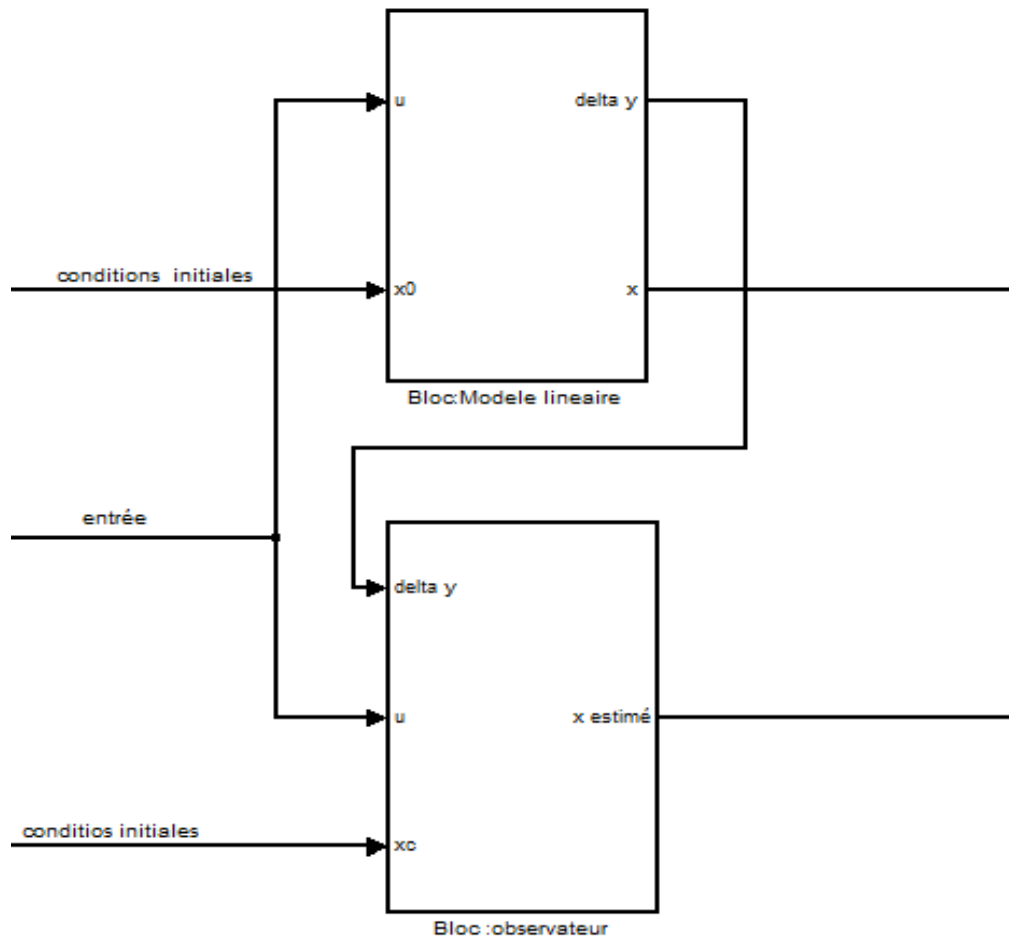


Figure IV.2 : Bloc de simulation de l'observateur linéaire et du modèle linéaire en boucle ouverte.

➤ Résultat de simulation

A fin de tester l'observateur proposé pour ce système, on compare les états réelles de système et les états estimé d'après les figures IV.3, IV.4, IV.5 et IV.6, on a pris les conditions initiales pour le modèle linéaire $x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ et pour l'observateur $x_c = [0.2 \ 0.1 \ 1 \ 1]$

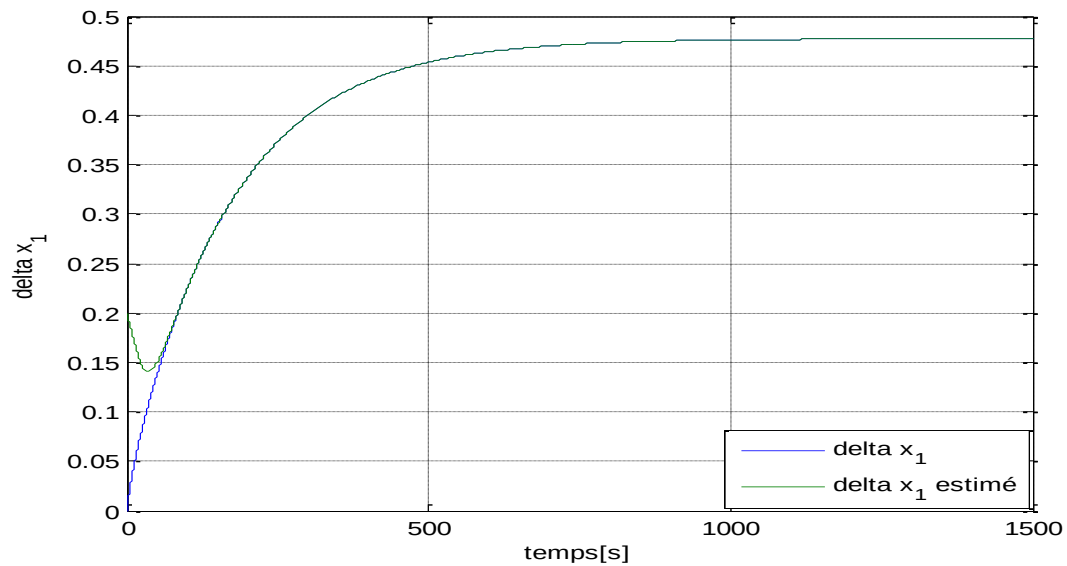


Figure IV.3 : Simulation de δx_1 et leur estimé.

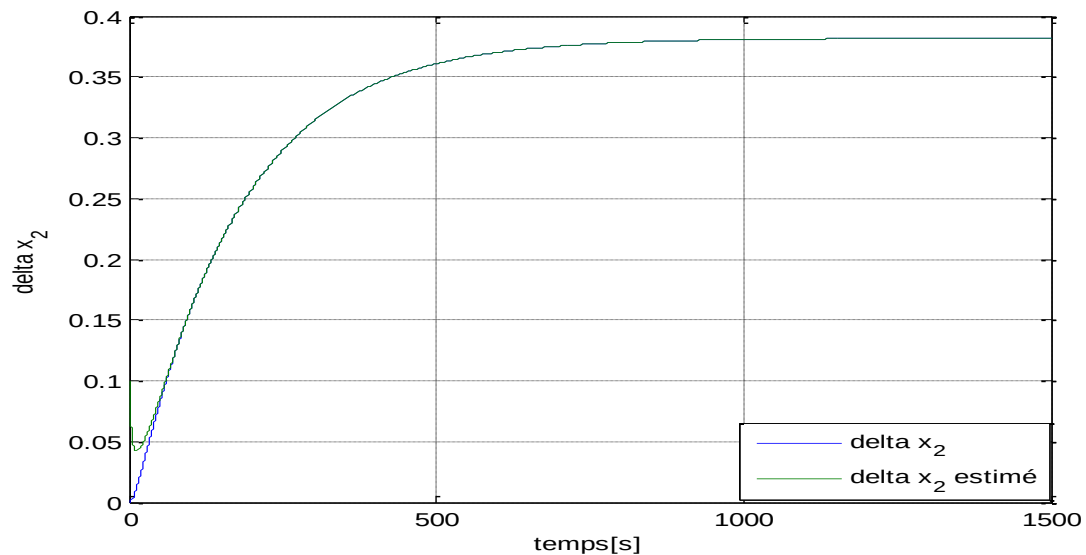


Figure IV.4 : Simulation de δx_2 et leur estimé.

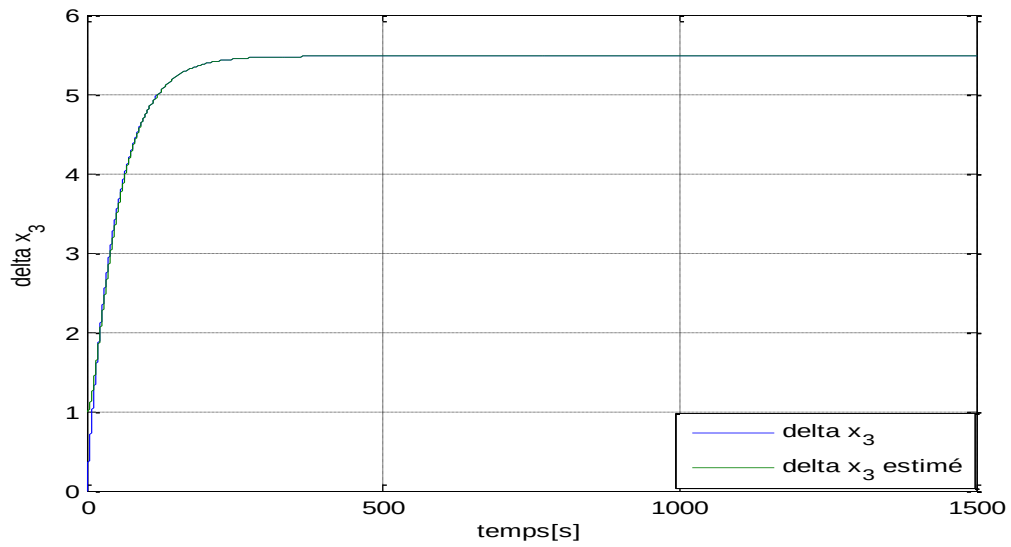


Figure IV.5 : Simulation de δx_3 et leur estimé.

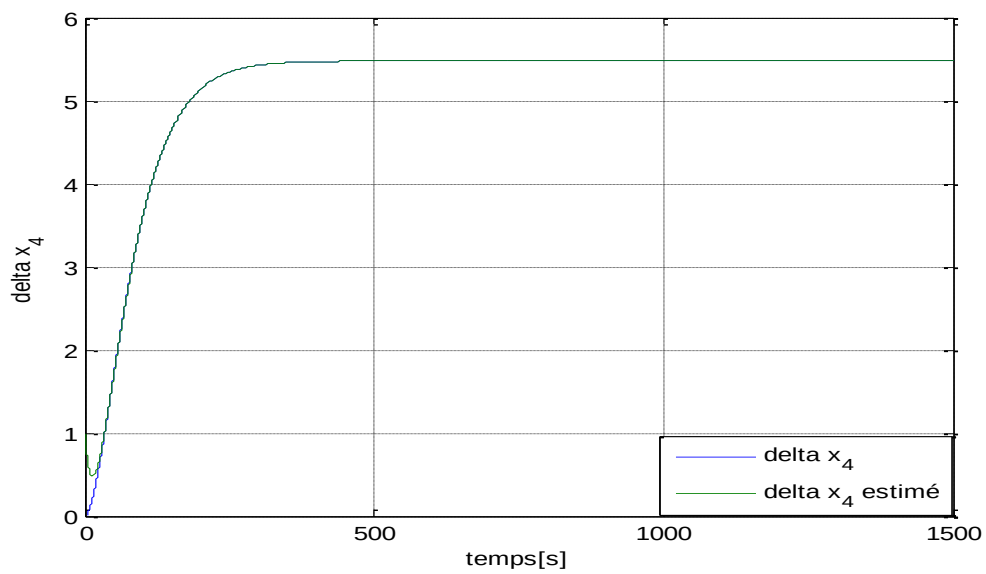


Figure IV.6 Simulation de δx_4 et leur estimé.

Les erreurs d'estimations sont présentées par les figures IV.7, IV8, IV9 et IV10 :

$$e_1 = x_1 - \hat{x}_1$$

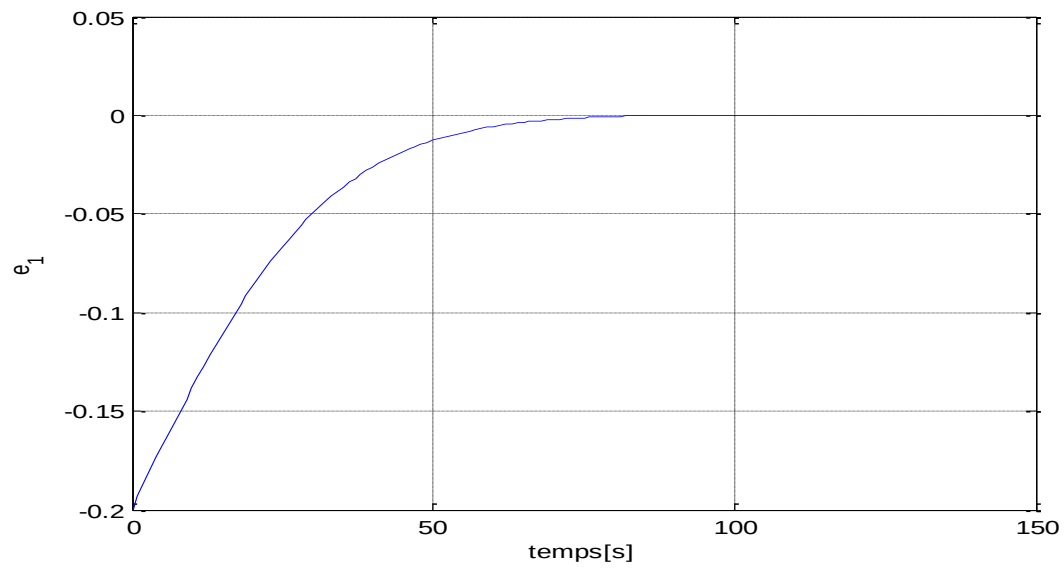


Figure IV.7 : Erreur d'estimation e_1 .

$$e_2 = x_2 - \hat{x}_2$$

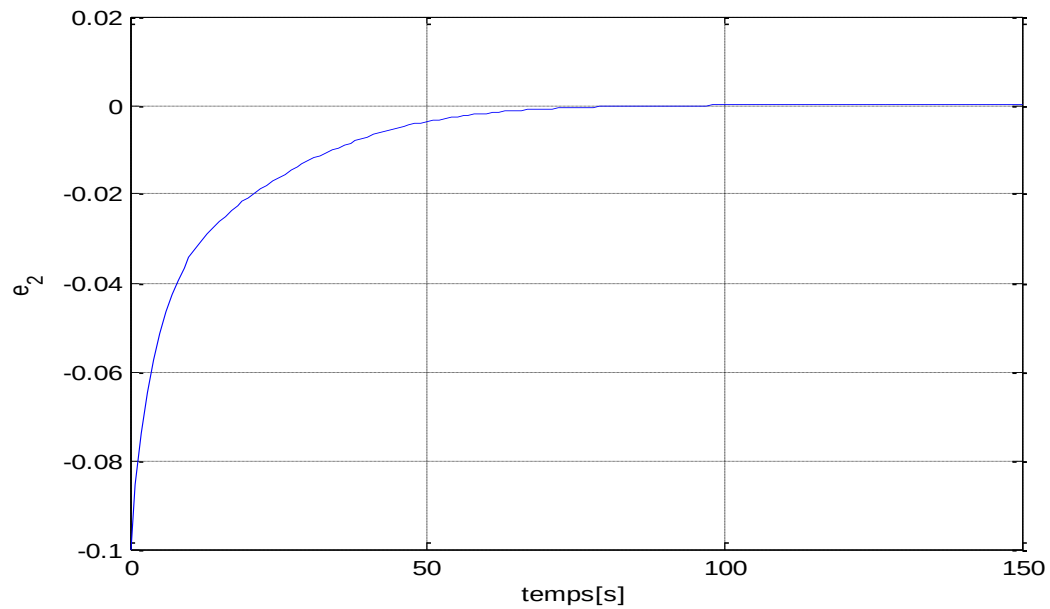


Figure IV.8 : Erreur d'estimation e_2 .

$$e_3 = x_3 - \hat{x}_3$$

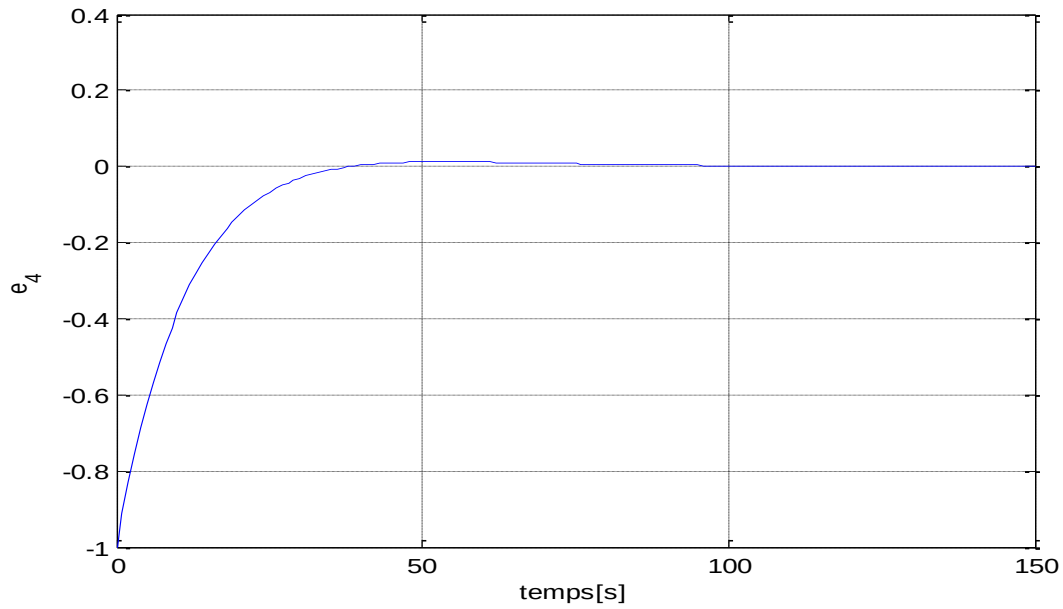


Figure IV.9 : Erreur d'estimation e_3 .

$$e_4 = x_4 - \hat{x}_4$$

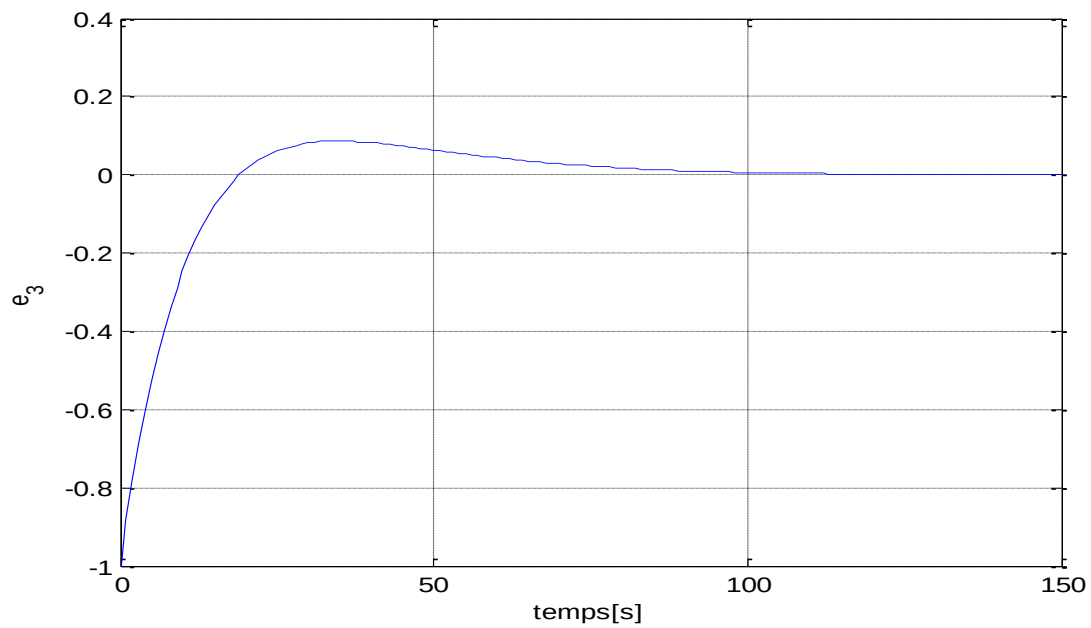


Figure IV.10 : Erreur d'estimation e_4 .

• Interprétation des résultats

D'après Les figures IV.3, IV.4, IV.5 et IV6, on remarque que les variables d'état estimé sont complètement confondues avec les variables d'états après un temps fini, ce qui signifie que l'observateur conçu efficace.

D'après Les figures IV.7, IV.8, IV.9 et IV10 on observe que les erreurs d'estimation tend vers zéro .qui implique l'efficacité de l'observateur appliqué sur le système.

Dans la section suivante l'observateur sera couplé avec une commande par retour d'état.

IV.3. Association du retour d'état et de l'observateur

IV.3.1 sans reconstruction des perturbations

Considérons le système (III.1). L'état x du système n'étant pas complètement mesurable, nous utilisons pour le reconstruire un observateur de type (IV.2).Cet observateur va permettre d'appliquer la commande par retour d'état : il suffit pour cela de remplacer l'état x du système par sa reconstruction $\hat{x}$ [10]. Donc loi de commande devient :

$$\hat{u}(t) = -k. \hat{x}(t) + M . y_c + N . v \quad (IV.4)$$

L'association de l'observateur et retour d'état est montré par la figure (IV.11)

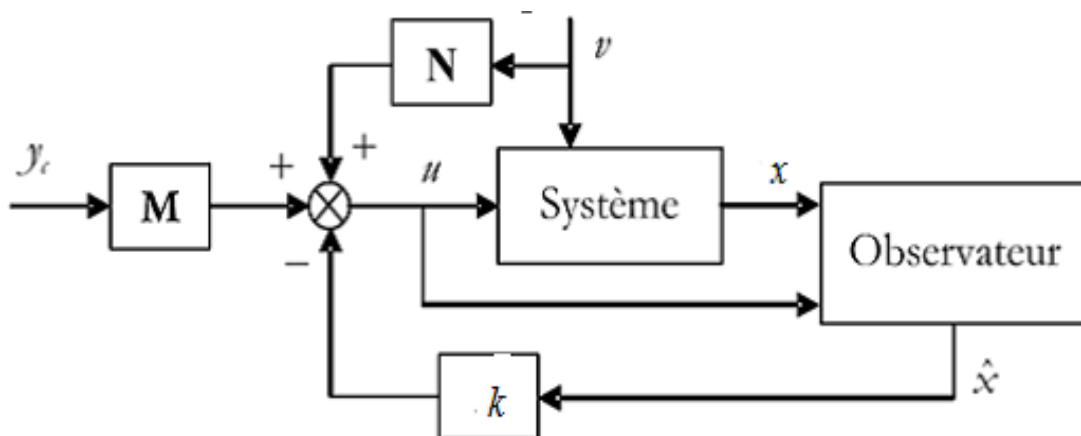


Figure IV.11 : Commande avec observateur sans reconstruction des perturbations [10].

- **Dynamique de système bouclé**

Pour établir les équations d'état du système bouclé, il faut d'abord définir quel est son vecteur d'état. Nous avons besoin de $2n$ variables d'état puisque le système à commander, comme son observateur, sont de dimension n . Un premier choix naturel consiste à prendre comme vecteur d'état la réunion des vecteurs x et $\hat{x}$, mais on peut de façon équivalente prendre x et l'erreur de reconstruction e [10]. L'équation d'état du système s'écrit alors successivement :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot (-k \cdot \hat{x}(t) + M \cdot y_c + N \cdot v(t)) + E \cdot v(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot (-k \cdot (x(t) - e(t)) + M \cdot y_c + N \cdot v(t)) + E \cdot v(t) \end{cases} \quad (IV.5)$$

$$\dot{x}(t) = (A - B \cdot k) \cdot x(t) + B \cdot k \cdot e(t) + B \cdot M \cdot y_c(t) + (E + B \cdot N) \cdot v(t) \quad (IV.6)$$

Et l'équation d'état de l'observateur s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \hat{x} = A \cdot \hat{x}(t) + B \cdot u(t) + E \cdot v(t) + L \cdot (y(t) - \hat{y}(t)) \quad (IV.7)$$

Tandis que l'équation de l'erreur d'estimation est :

$$\dot{e}(t) = (A - L \cdot C) \cdot e(t) \quad (IV.8)$$

En rassemblant les deux équations (IV.5) et (IV.6) on obtient les équations d'état du système bouclé :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - B \cdot k & B \cdot k \\ 0 & A - L \cdot C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \cdot M \\ 0 \end{pmatrix} \cdot y_c + \begin{pmatrix} E + B \cdot N \\ 0 \end{pmatrix} \cdot v \quad (IV.9)$$

On peut donc affirmer que les valeurs propres sont la réunion des valeurs propres des deux matrices qui apparaissent sur la diagonale, c'est-à-dire $A - B \cdot k$ et $A - L \cdot C$. Donc ce sont précisément ces deux matrices qui décrivent l'une la dynamique choisie par retour d'état, l'autre la dynamique de reconstruction. La dynamique du système bouclé est ainsi la juxtaposition de celle réglée par le retour d'état et de celle de l'observateur [10].

C'est là un résultat principal, connu sous le nom de théorème de séparation : il justifie en effet que l'on considère de façon séparé le calcul du retour d'état et celui de l'observateur [10].

On peut mettre en évidence un deuxième résultat tout aussi important : la dynamique de reconstruction n'est pas excitée par les consignes. Si les conditions initiales de l'observateur et du système sont identiques, seule la dynamique choisie pour régler le retour d'état est donc

sollicités en réponse de consigne, de sorte que la réponse du système sera la même que si l'on appliquait un véritable retour d'état [10].

IV.3.1.2 Simulation

La figure IV.12 présente le modèle linéaire avec correcteur associé d'un observateur, où le retour se fait avec les états estimés.

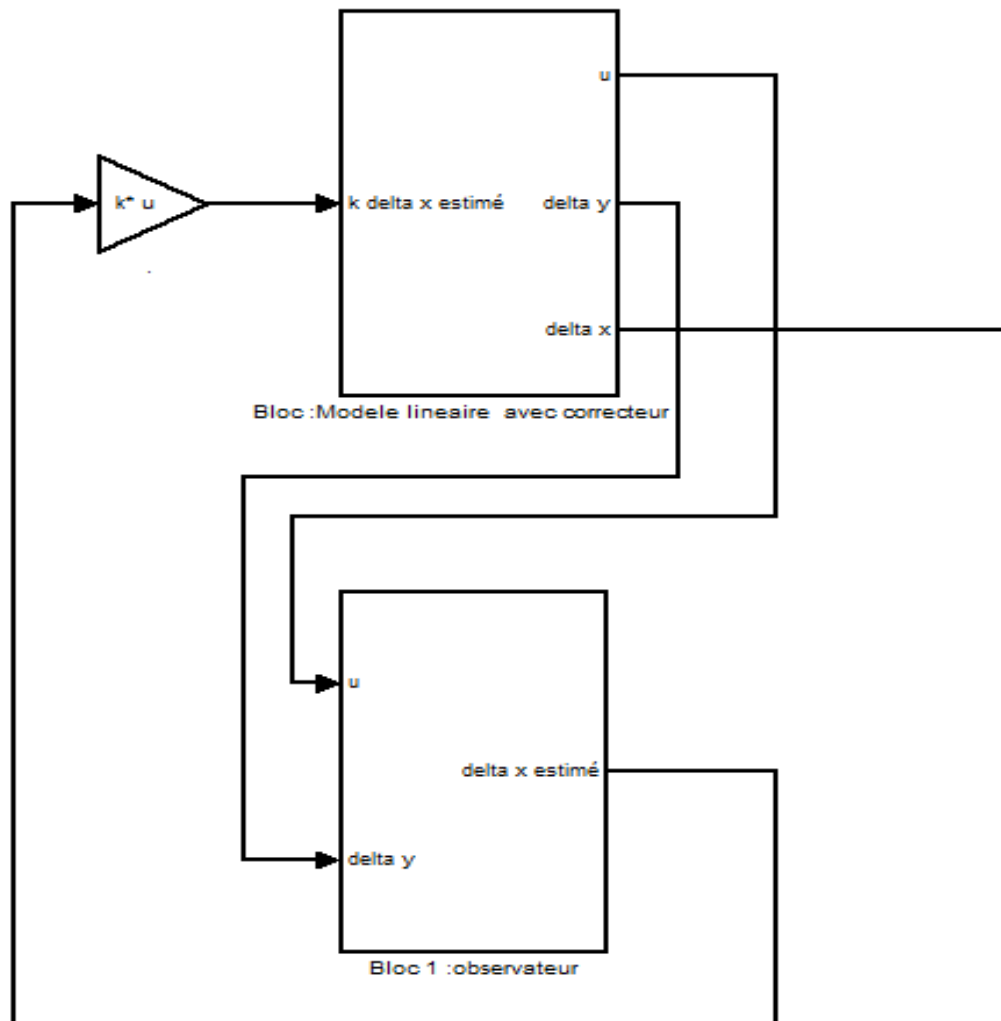


Figure IV.12 : Bloc de simulation d'un observateur linéaire et d'un modèle linéaire avec correcteur.

Résultats de simulation

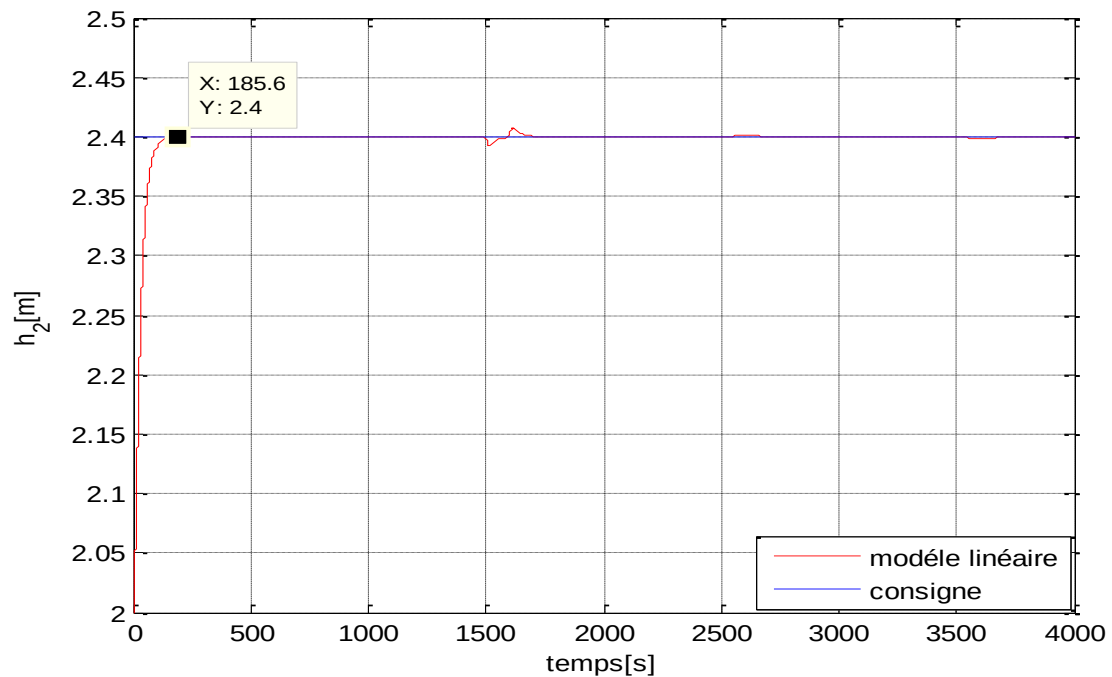


Figure IV.13 : Simulation du modèle linéaire –niveau- avec correcteur et estimation des états.

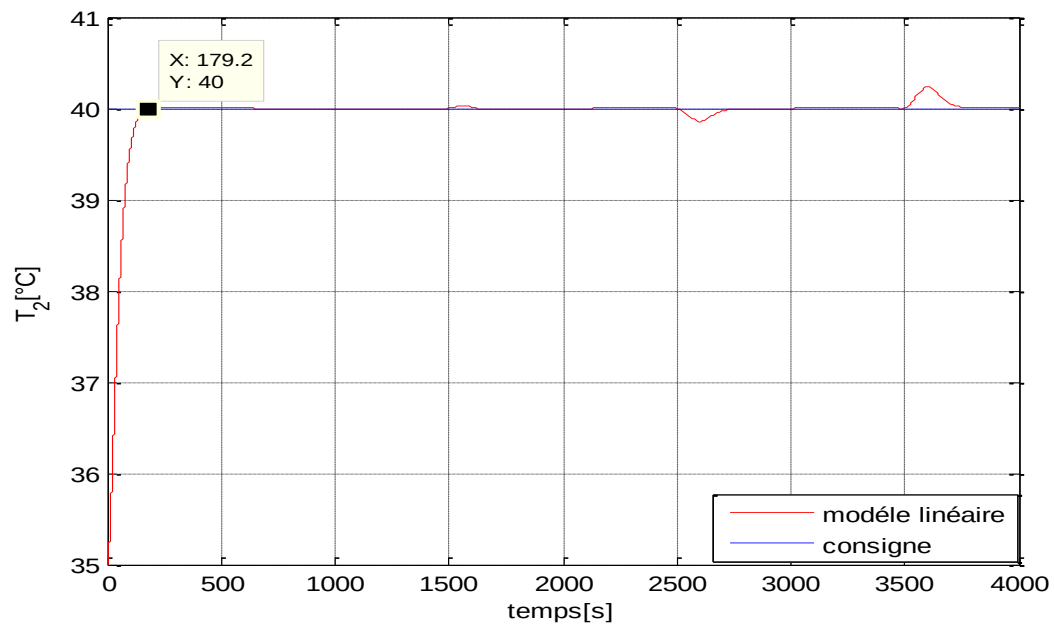


Figure IV.14 : Simulation du modèle linéaire -température- avec correcteur et estimation des états.

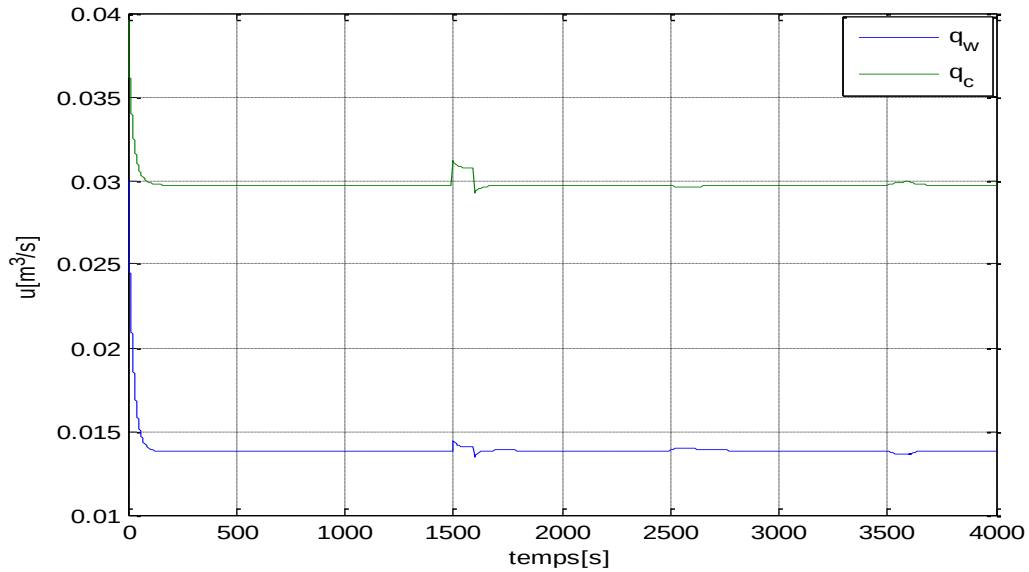


Figure IV.15 : Simulation de la commande.

Interprétation des résultats

D'après les figures IV.13 et IV.14, on voit clairement que le niveau h_2 et la température T_2 suit parfaitement leur consigne qui implique l'efficacité de l'observateur. Ainsi la figure IV.15 montre que la commande réagit de tel façon a éliminer l'effet de perturbation.

IV.3.2 Commande avec reconstruction des perturbations

Nous considérons à présent le cas où les perturbations $v(t)$ ne sont pas mesurable, la loi de commande calculé étant donné par :

$$\hat{u}(t) = -k \cdot \hat{x}(t) + M \cdot y_c(t) + N \cdot \hat{v}(t) \quad (IV.10)$$

Dans ce cas, la perturbation doit elle aussi reconstruire par l'observateur, mais puisque l'observateur reconstruire des variables d'états, il faut considérer la perturbation comme un état supplémentaire et l'intégrer au vecteur d'état reconstruire .Le plus simple pour ce faire est de la considérer comme constante, décrite en continu par l'équation d'état $\dot{v}(t) = 0$.

En intégrant cette équation aux équations (III.1), on obtient le système augmenté :

$$\dot{x}_a = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u(t) \quad (IV.11)$$

$$y = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$$

L'observateur est constitué de façon classique, mais à partir de ces équations, il s'écrit donc :

$$\frac{d\hat{x}_a(t)}{dt} = A_a \cdot \hat{x}_a(t) + B_a \cdot u(t) + L_a \cdot (y_a - C_a \cdot \hat{x}_a(t)) \quad (IV.12)$$

$$\frac{de_a(t)}{dt} = (A_a - L_a \cdot C_a) \cdot e_a \quad (IV.13)$$

La synthèse de l'observateur se fait en choisissant les valeurs propres de $(A_a - L_a \cdot C_a)$.

Calcul de gain de l'observateur augmenté

En utilisant la commande place (A_a^T, C_a^T, P_a) sous MATLAB, on calcule le gain de l'observateur augmenté on obtient :

$$L_a = \begin{bmatrix} -0.0130 & 0.3274 \\ 0.6449 & 0.3258 \\ 0.0226 & 0.4651 \\ -0.0113 & -0.0099 \end{bmatrix}$$

Tel que les pôles imposés pour l'observateur sont :

$$P_a = 2.1 * [-0.1108 \quad -0.0412 \quad -0.028 + i*0.0069 \quad -0.028 - i*0.0069 \quad -0.3]$$

IV.3.2.1 Simulation sous MATLAB

On désire estimer la première perturbation, donc on va tester l'observateur, la figure IV.16 présente l'observateur augmenté et le modèle linéaire en boucle ouverte on a pris comme condition initiale pour le modèle linéaire $x_c = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ et pour l'observateur augmenté $x_0 = [0.2 \ 0.1 \ 1 \ 1 \ -0.04]$

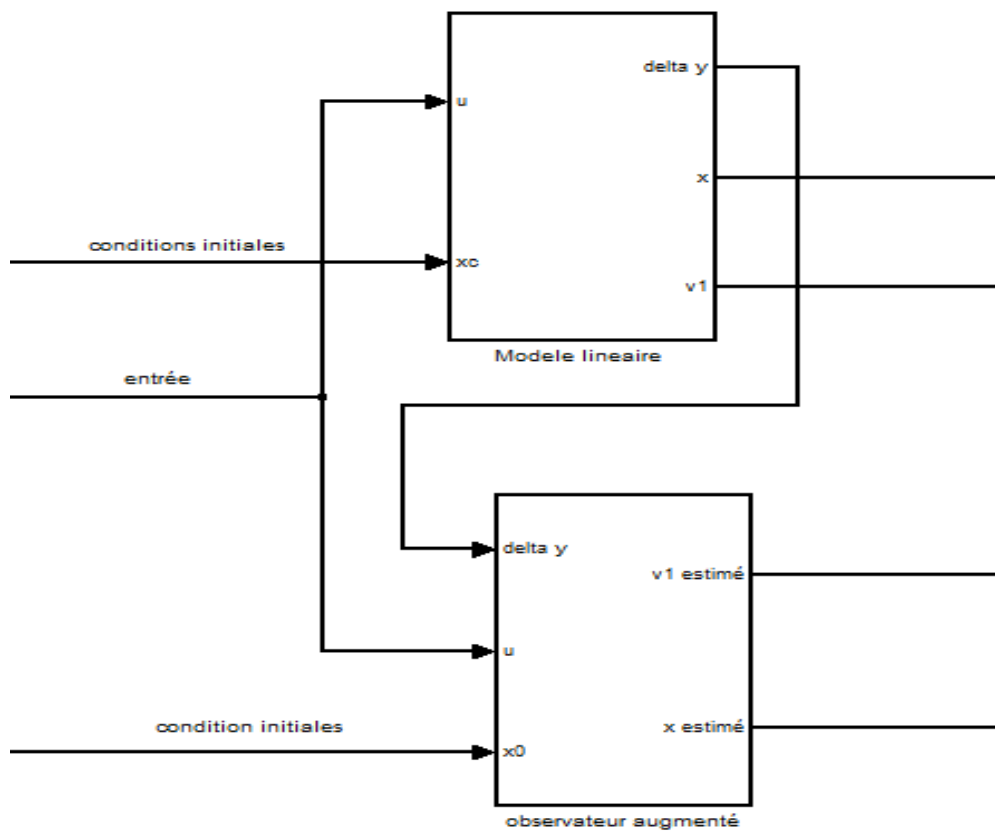


Figure IV.16 : Bloc de simulation du modèle linéaire avec observateur augmenté.

Résultat de simulation

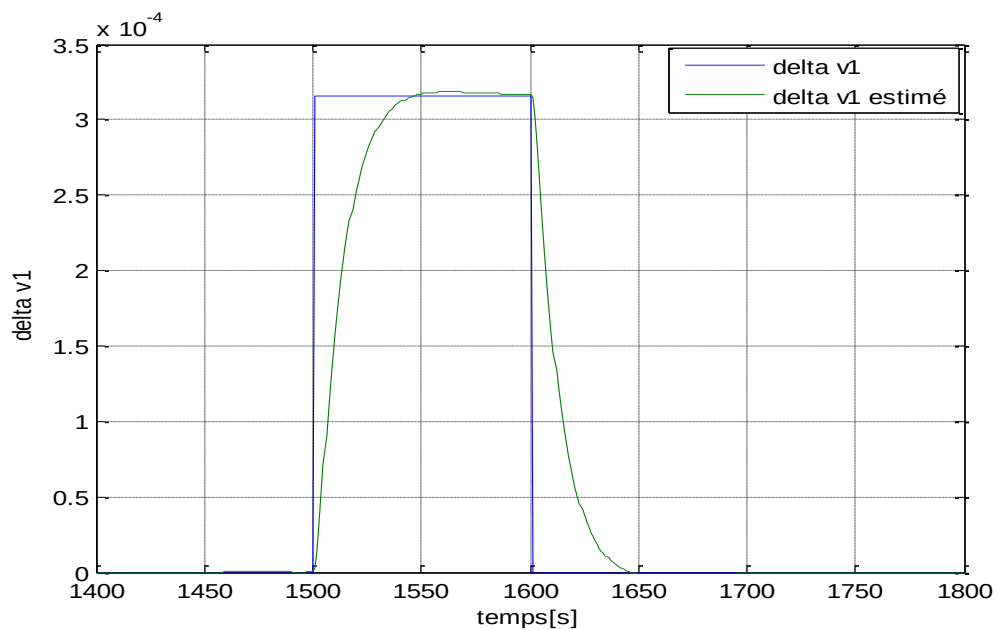


Figure IV.17 : Simulation de delta v_1 et leur estimé.

$$e_5 = v_1 - \hat{v}_1$$

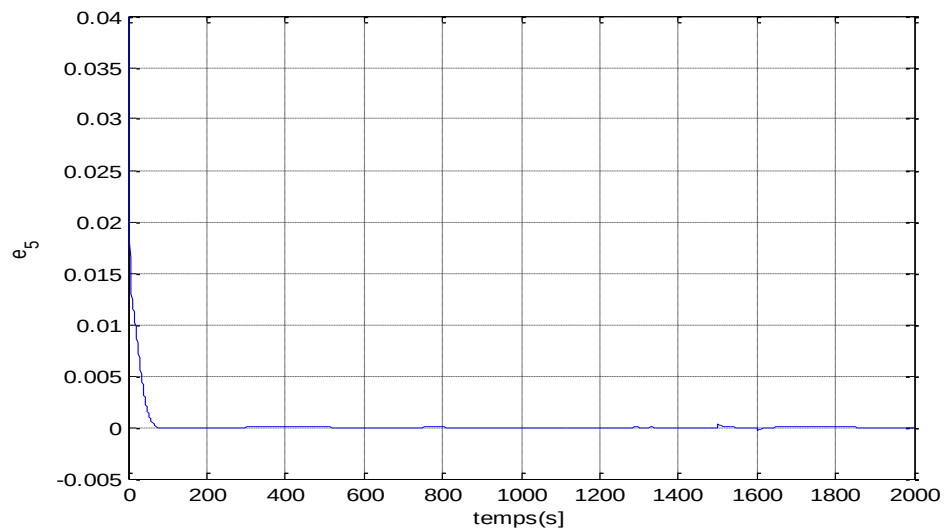


Figure IV.18 : erreur d'observation e_5 .

La figure IV.17 montre que δv_1 et $\delta \hat{v}_1$ sont confondus, ainsi la figure IV.18 montre que l'erreur d'estimation tend vers zéro d'où l'efficacité de l'observateur.

IV.3.3 Association du retour d'état et de l'observateur augmenté

L'association de cet observateur augmenté avec le retour d'état obtenue en remplaçant x et v par $\hat{x}$ et $\hat{v}$ donné par l'équation (IV.10), (voir la figure IV.19)

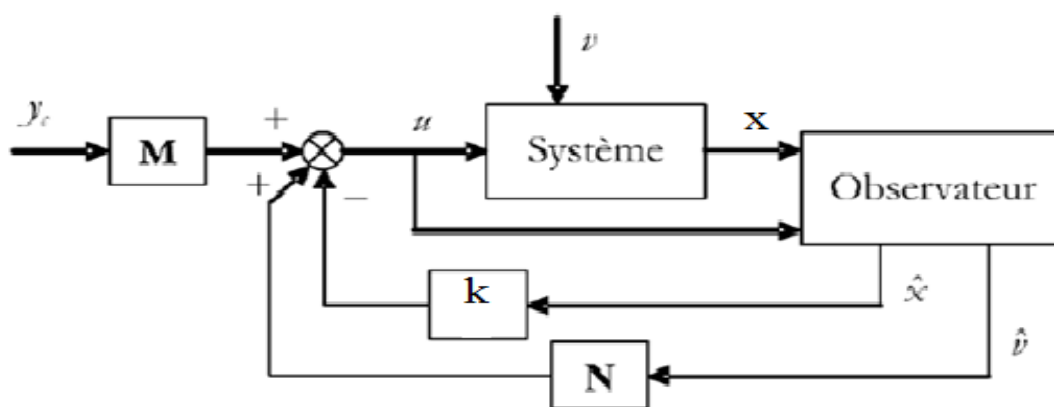


Figure IV.19 : Commande avec observateur, avec reconstruction des perturbations [10].

La dynamique de système bouclé est la juxtaposition de la dynamique choisie par retour d'état (toujours liée aux valeurs propres de $A - B.k$) et de la dynamique de reconstruction, caractérisé par les valeurs propres $A_a - L_a . C_a$. là encore, seule la première est sollicité par les consignes $y_c(t)$, si les conditions initiales de l'observateur et du système sont égales [10].

IV.3.3.1 Simulation.

La figure IV.20 présente le modèle linéaire avec correcteur associé a l'observateur augmenté

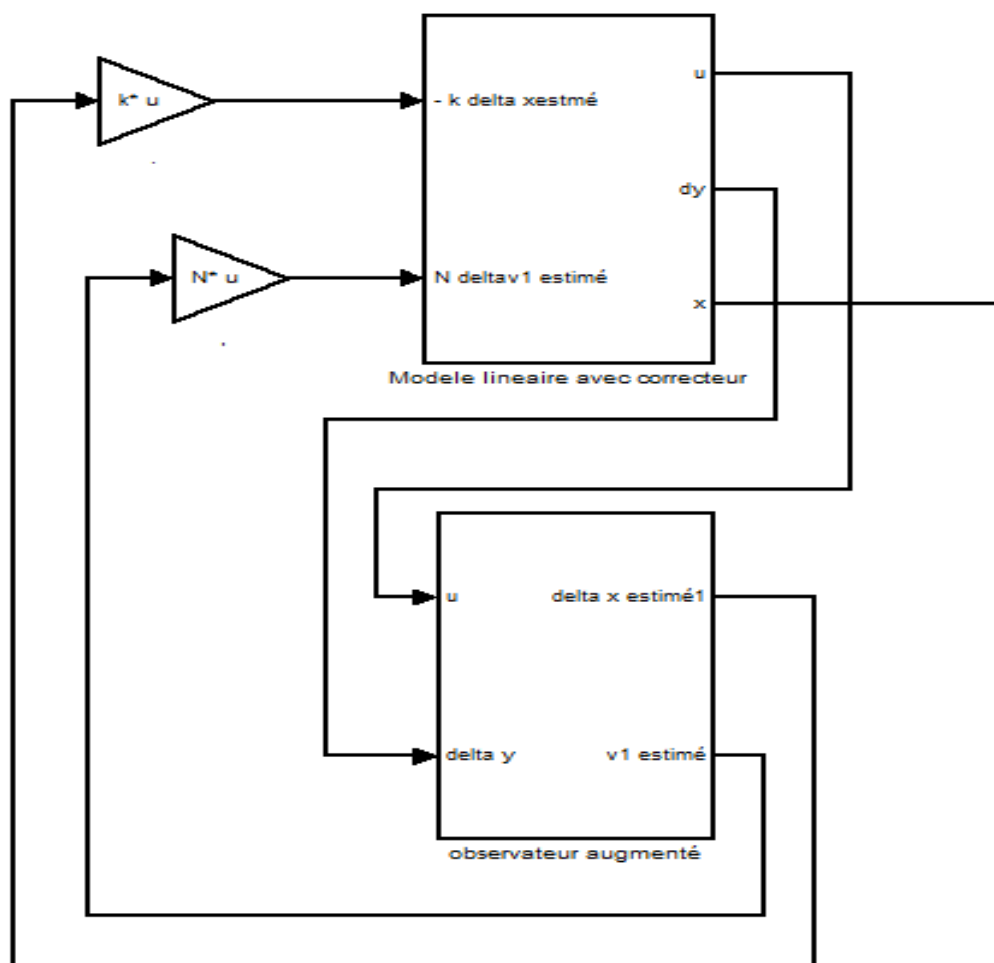


Figure IV.20 : Bloc de simulation du modèle linéaire avec correcteur et l'observateur augmenté.

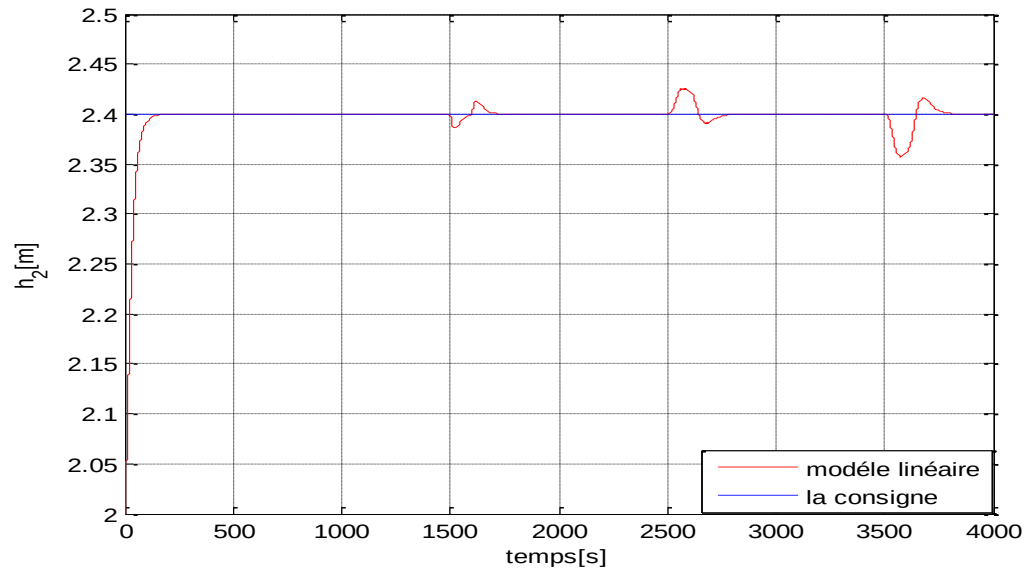


Figure IV.21 : Simulation du modèle linéaire –niveau- avec correcteur et estimation des états et perturbations.

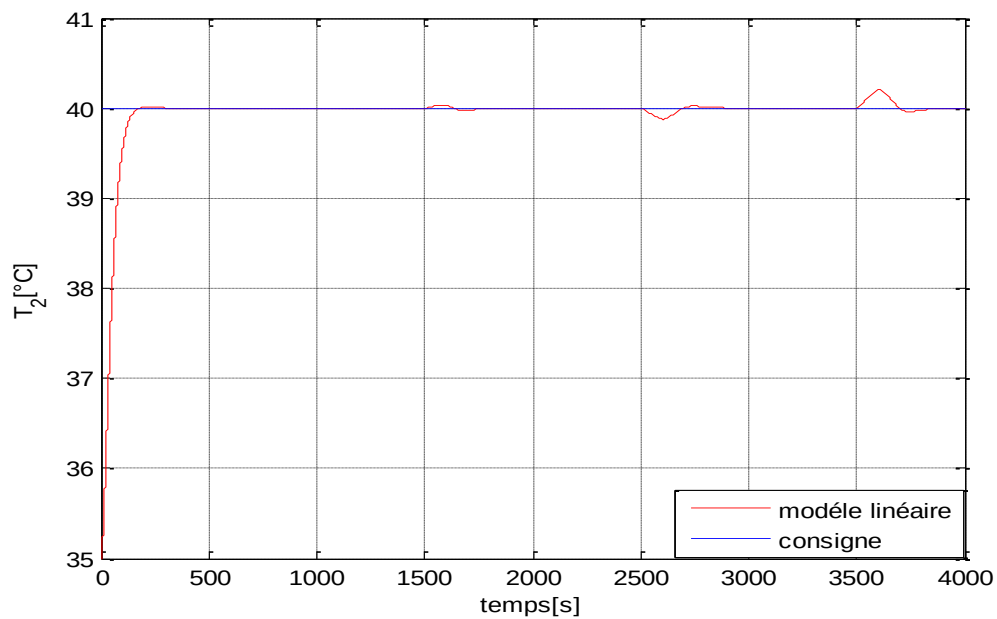


Figure IV.22 : Simulation du modèle linéaire –température- avec correcteur et estimation des états et perturbations.

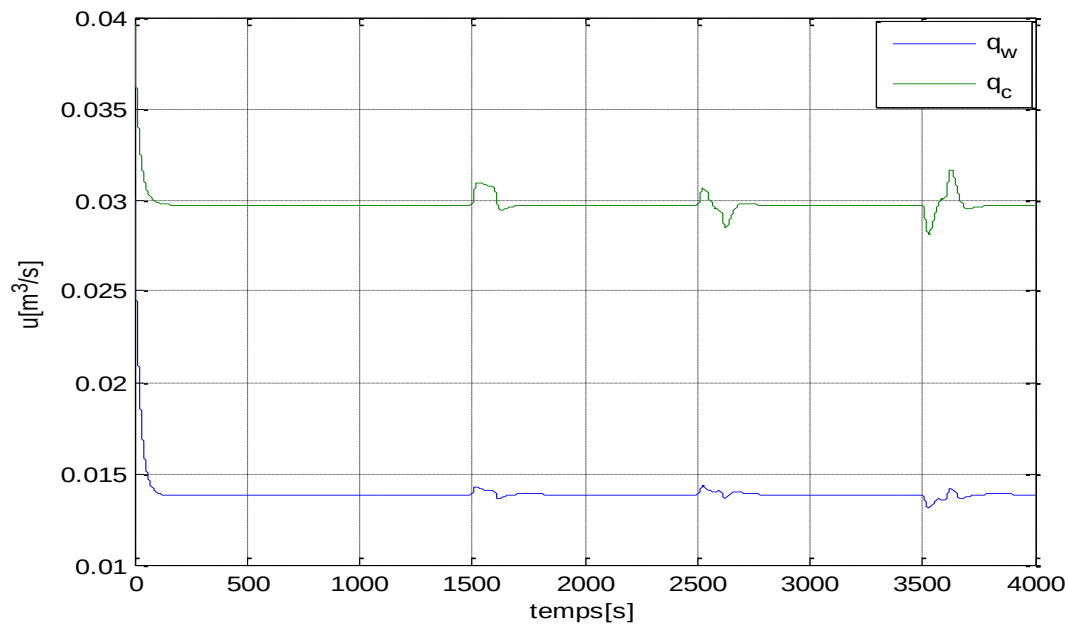


Figure IV.23 : Simulation de commande.

		Effet de perturbation [%]
		Modèle linéaire
$h_2[\text{m}]$	dv_1	3.25
	dv_2	6.5
	dv_3	10.75
$T_2[^\circ\text{C}]$	dv_1	0.6
	dv_2	2.4
	dv_3	4.2

Tableau IV.1 : L'effet de perturbation du modèle linéaire avec compensation de perturbation estimé.

En comparant avec les résultats obtenus dans le chapitre précédent, l'observateur nous a permis d'avoir les performances désirés.

Les dépassements en régime permanent provoqués par les perturbations sont acceptables.

IV.3. 3.2 Application de la commande au modèle non linéaire

La figure IV.24 présente le schéma de simulation qui permet de réintroduire la commande u au modèle non linéaire

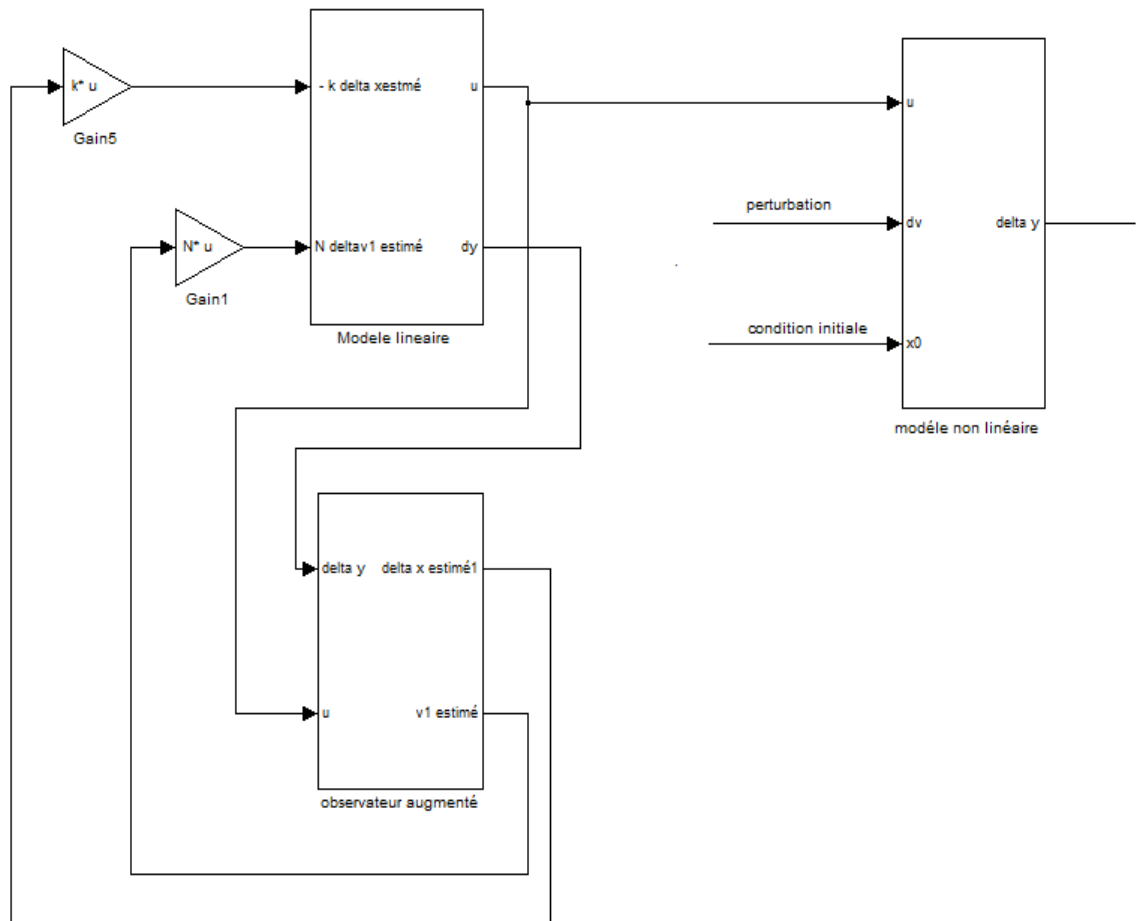


Figure IV.24 : Bloc de simulation de modèle linéaire, l'observateur et le modèle non linéaire.

Résultats de simulation

Les figures IV.25 et IV.26 montrent les résultats de simulation obtenus par le modèle de la figure IV.24.

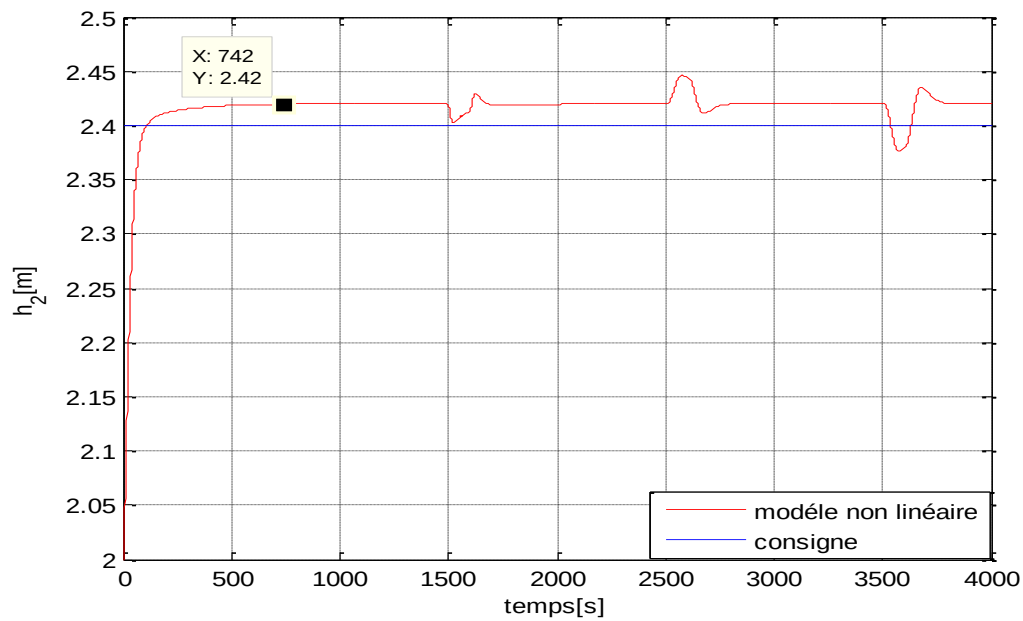


Figure IV.25 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-niveau.

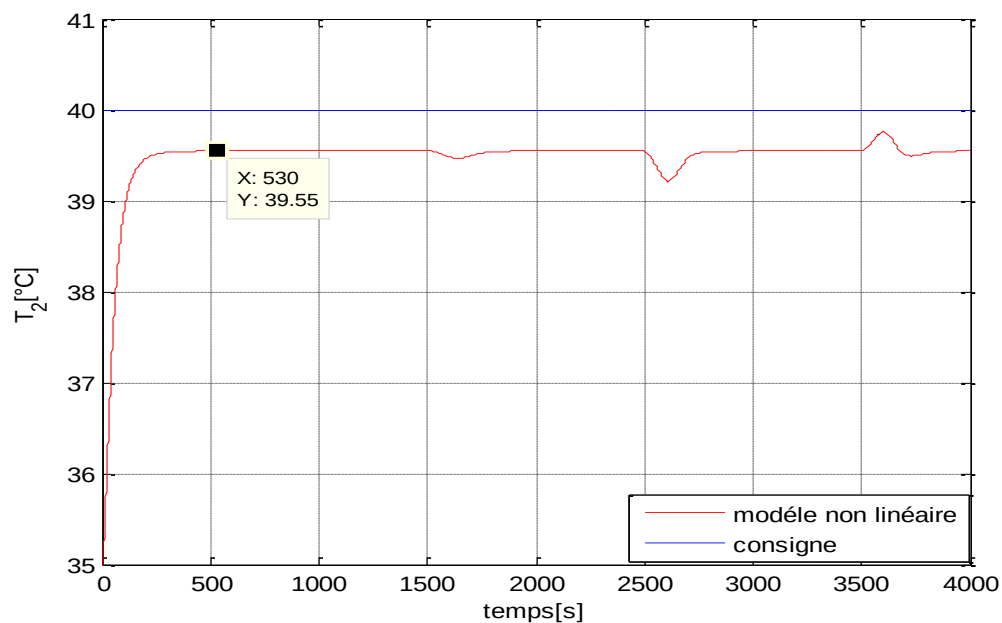


Figure IV.26 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-température.

Interprétation des résultats

D'après les figures IV.25 et IV.26, on remarque que les sorties de modèle non linéaire suit leur consigne, d'où l'efficacité de loi commande.

Ainsi on remarque les effets de perturbations sur le modèle non linéaire qui est toujours acceptable.

On constate qu'il ya une erreur statique pour le modèle non linéaire, il est de 5% pour le niveau h_2 et de 9% pour T_2 . Pour compenser cette erreur nous remplaçons la matrice de pré-compensateur M par une nouvelle matrice modifiée $M_m = M \cdot M_1$, tel que M_1 est une matrice diagonale, est qui est un ajustement manuel pour atteindre les consignes désirés.

On a choisis $M_1 = \begin{bmatrix} 1.025 & 0 \\ 0 & 0.82 \end{bmatrix}$

Sur la base de choix de M_1 , on obtient les figures IV.27, IV.28 :

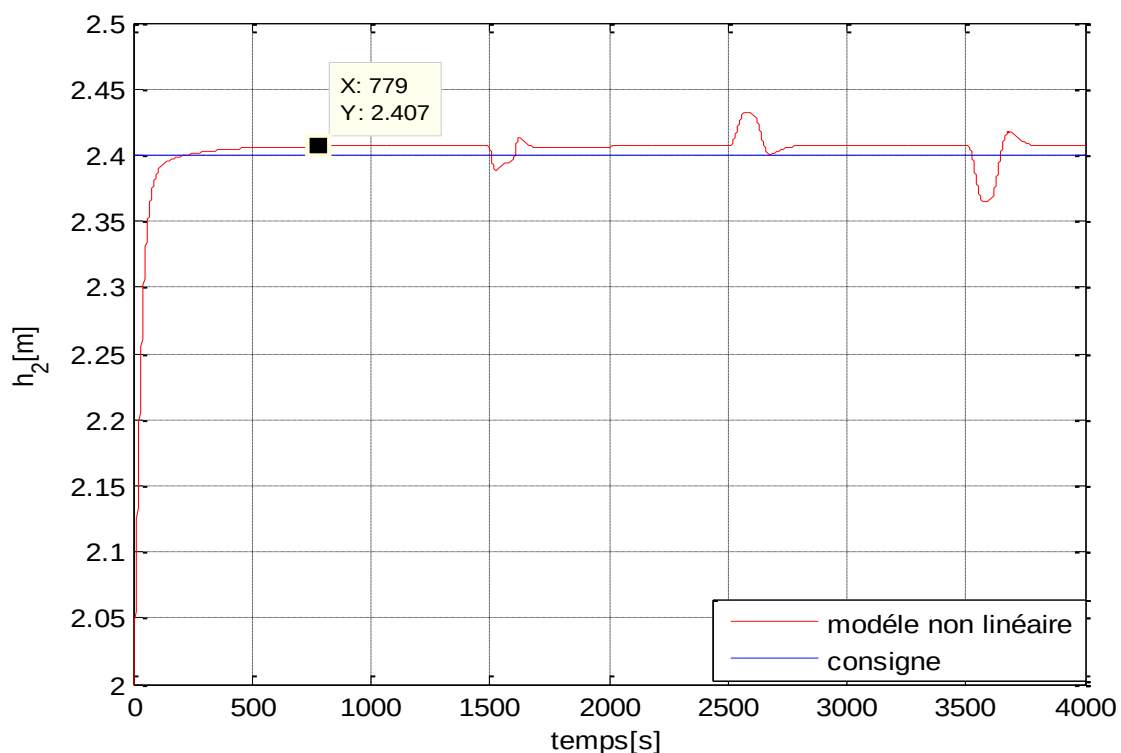


Figure IV.27 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-niveau-.

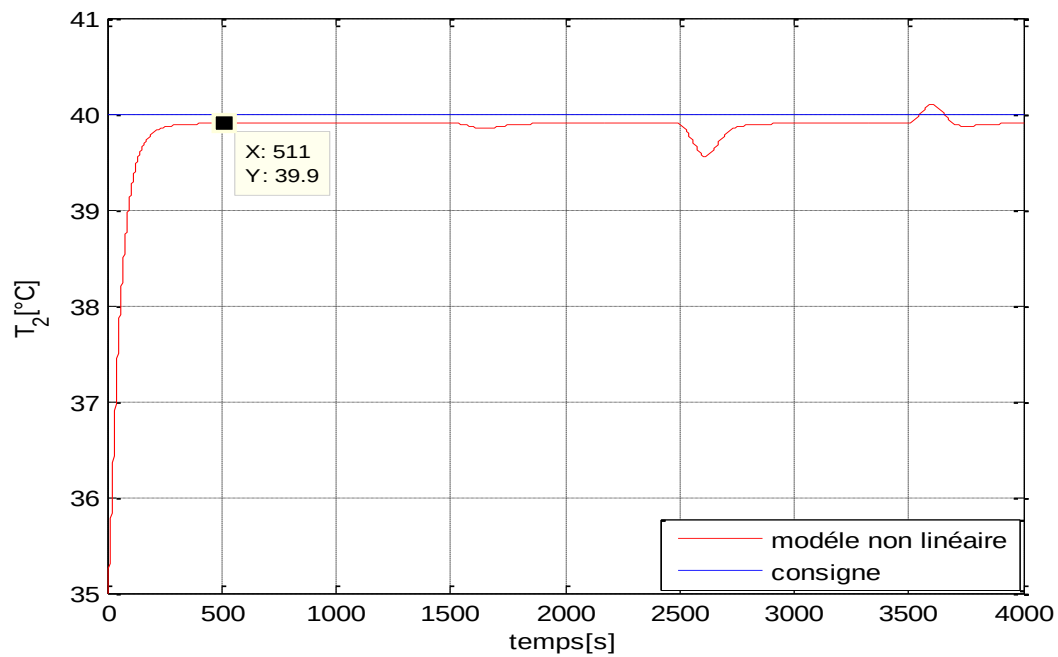


Figure IV.28 : Résultat de simulation de modèle non linéaire-température-.

Interprétation des résultats

D'après les figures IV.27 et IV.28, on remarque que l'introduction de la matrice M_1 nous a permet d'atteindre les consignes désirés.

Résumé

Sortie de modèle non linéaire	Erreur statique avant adaptation (%)	Erreur statique après adaptation (%)
$y_1(m)$	5	1.75
$y_2(^{\circ}C)$	9	2

Tableau IV.2 : Erreurs statique de modèle non linéaire avant et après adaptation.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques notions de base relative à l'observabilité et aux observateurs des systèmes linéaires.

Nous nous intéressons à l'estimation des états et la première perturbation, pour cela des simulations ont été fait pour tester l'observateur. Les résultats de simulation obtenue montrent l'efficacité de l'observateur appliqué au système.

Ainsi, nous avons réinjecter la loi de commande par retour d'état sur le modèle non linéaire

Les résultats obtenus prouvent qu'on peut appliquer cette commande sur le processus réel.

Conclusion générale

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire à la synthèse d'une loi commande par retour d'état afin de contrôler la température et le niveau du système hydro thermique.

Nous avons fait la modélisation du système hydro thermique en appliquant l'ensemble des bilans matière et énergétique. On a obtenu un modèle non linéaire qui est par la suite linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

Afin d'améliorer les performances de notre système, on a présenté une méthode de synthèse de la loi de commande par retour d'état qui est la commande linéaire quadratique.

Cette méthode basée sur le choix des matrices de pondérations Q et R . Ces dernières ont été choisies au départ en utilisant la règle de Bryson et sont améliorées par la suite après des simulations successives jusqu'à obtention d'un correcteur satisfaisant tout en respectant les limites de commande.

Sachant que le niveau et la température du premier réservoir sont non mesurables, ainsi que la variation de la vanne de sortie qui n'est pas mesurable, le correcteur trouve des difficultés pour bien corriger le comportement dynamique de système, à cet effet on fait appel à l'observateur de Luenberger pour les reconstruire. Le calcul du gain de l'observateur basé sur la technique de placement de pôle où les pôles sont choisis deux à trois fois plus rapide à ceux de la commande par retour d'état.

Les différents tests de simulation prouvent l'efficacité de l'observateur proposé pour le système, ainsi l'importance du correcteur en terme de suivre la consigne et le rejet de perturbations appliqué sur le système.

Par la suite, nous avons appliqué la loi de commande obtenue sur le modèle non linéaire, les résultats obtenus montrent que l'on peut appliquer cette commande sur le procédé réel.

Références bibliographiques

- [1] Kadri Ahmed Yacine , ``Régulation automatique`` , université Kasdi Merbah _ouargla , 2014-2016.
- [2] Instrumentation CIRA , ``Vannes de Régulation`` , 2005-2006.
- [3] Chouchéne Mohamed , ``Technologie des systèmes hydrauliques`` ISET Siliana.
- [4] Meneceur Nour Eddine , ``Circuit de transport liquide``.
- [5] `` Les Vannes Automatique`` , Site Web : <http://fr.wikipedia.org/wiki/vanne-Automatique>.
- [6] Bouassida Mohamed , ``Régulation Classique en Industrie`` ,support de cours pour BTS_GMI, Version Mai 2010.
- [7] Yassine Ariba - Jérôme Cadieux , ``Manuel MATLAB`` , pages 6, 47 .
- [8] Marc Bachelier , ``Automatique Modélisation et Commande de système par représentation d'état`` , page 16.
- [9] Corinne Vachier , ``Représentation d'état et Commande dans l'espace d'état`` , page 9.
- [10] Emmanuel Godoy et Coll , `` Régulation Industrielle `` , 2^{émé} édition Dunod,2014.
- [11] Boussalem Chahira , ``Implémentation de régulateurs fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé `` ,Mémoire de Magister .
- [12] Naite Slimani Boukhelfa , mémoire de magister , www.ummto.dz .
- [13] Bouchareb Hanane , ``Observateur non linéaire mode glissant `` , Thèse de Magister , Université de Sétif 1, 19 septembre 2013.
- [14] Site Web : <http://projets-imasc.plil.net/mediawiki/images/3/36/rapporthydrauliqu.pdf> .
- [15] Site Web : http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr/sti/files/ressources_pédagogiques/5014/5014-s2-cours-types-de-capteurs-de-temperature.pdf.
- [16] Elbert Hendricks , Ole Jannerup , Paul Haase Sorensen, ``Linear systems control`` , Springer - Verlag , Berlin Heidelberg , pages 36, 2008.
- [17] Kanaan Khaled , ``Régulation multivariable niveau température `` ,pages 18 , 19 , juillet 2013.
- [18] ``Les pompes hydrauliques`` , Site Web : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Pompe> .
- [19] ``Capteur de niveau`` , Site Web : <https://fr.wikipedia.org/wiki/capteur/capteur-de-niveau>.
- [20] E .Boillot , ``Asservissements et Régulations continus Analyse et Synthèse `` , Editions TECHNIP .