

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT  
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Mhamed Bougara de Boumerdes

Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie



## Polycopié de cours de Physique II : Electricité

Ce polycopié est destiné aux étudiants de la première année Licence LMD  
Domaine Science et Technologie (S.T)

Par

Dr. IACHACHENE LABDI Farida et Dr. BLIZAK MERIEM Djanette

Année Universitaire 2022/2023

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT  
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

---

**Université Mhamed Bougara de Boumerdes**

**Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie**



---

## **Polycopié de cours de Physique II : Electricité**

---

Ce polycopié est destiné aux étudiants de la première année Licence LMD  
Domaine Science et Technologie (S.T)

**Par**

**Dr. IACHACHENE LABDI Farida et Dr. BLIZAK MERIEM Djanette**

---

**Année Universitaire 2022/2023**

## **AVANT-PROPOS**

Ce support de cours de physique 2 s'adresse plus particulièrement aux étudiants de première année, de l'enseignement supérieur en Algérie, de la filière sciences et technologie (ST) du système LMD et Ingénieur. Les étudiants des domaines Sciences de la matière peuvent aussi profiter de ce polycopié qui a été conçu pour vous offrir une introduction claire et complète à l'électricité, conformément au programme officiel du domaine ST.

Le programme de physique 2 du semestre deux (S2) se compose de quatre chapitres qui vous permettront de comprendre les différents aspects de l'électricité, depuis les charges électriques statiques jusqu'aux champs électromagnétiques. Chaque chapitre est accompagné d'exemples et d'exercices avec solutions qui permettent d'appliquer les lois présentées dans le cours à des problèmes concrets.

Enfin, nous tenons à souligner que ce cours est le fruit de nombreuses années d'enseignement de la physique aux étudiants de premières année universitaires. Nous espérons sincèrement que vous apprécierez l'apprentissage de cette matière autant que nous aimons vous la présenter.

## SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
<b>CHAPITRE I : ELECTROSTATIQUE.....</b>	<b>2</b>
Introduction.....	2
I.1 Electrification des corps.....	2
1. Par frottement.....	2
2. Electrification par influence (Par Induction) .....	2
3. Electrification par conduction.....	3
4. Radiation.....	3
I.2 Types des corps .....	4
1. Isolants .....	4
2. Conducteurs.....	4
3. Semi-conducteur.....	4
I.3 Charge électrique.....	4
1. Quantification de la charge.....	5
2. Conservation de la charge électrique .....	5
3. Exemple d'application.....	5
I.4 Loi de Coulomb (forces électrostatiques).....	7
1. Principe de superposition.....	8
2. Exemple d'applications.....	8
I.5 Le champ et le potentiel électrostatique.....	9
1. Expression mathématique du champ électrique.....	9
2. Relation entre le champ électrique E et la force électrique F.....	10
3. Expression mathématique du potentiel électrique V .....	11
4. Les lignes de champ et les surfaces équipotentielles.....	11
5. Relation entre le champ et le potentiel électrique.....	12
6. Champ et potentiel électrique créés par plusieurs charges ponctuelles.....	13
7. Exemple d'applications.....	13
I.6 distribution continue de charges.....	14
1. Champ et potentiel électrostatiques créés par une distribution continue de charges...	15
2. Exemple d'application.....	16
I.7 Dipôle électrique.....	18
1. Définition : .....	18
2. Moment dipolaire électrique.....	18
3. Potentiel électrique créé par un dipôle.....	18
4. Champ créé par un dipôle à grande distance .....	19
5. Dipôle placé dans un champ électrique uniforme. ....	20
6. Energie potentielle d'un dipôle.....	21
7. Exemple d'application.....	21
I.8 Théorème de GAUSS.....	22
1. Flux du champ électrostatique.....	22
2. Théorème de Gauss.....	23
3. Applications de théorème de Gauss.....	25

4. Exemples D'application :	25
I.9 Exercices.....	27

## CHAPITRE II: CONDUCTEURS EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE..... 32

Introduction.....	32
II.1 Propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique.....	32
1. Le champ électrostatique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique... 32	
2. Le potentiel électrostatique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique. 32	
3. La distribution de la charge à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique. 33	
4. Les lignes du champ électrique d'un conducteur en équilibre..... 33	
5. Propriétés d'un conducteur creux en équilibre électrostatique..... 33	
6. Champ au voisinage d'un conducteur en équilibre électrostatique..... 34	
7. Pression électrostatique..... 36	
8. Pouvoir des pointes ..... 36	
II.2 Capacité d'un conducteur.....	37
II.3 Energie électrostatique d'un conducteur isolé .....	37
II.4 Electrification d'un conducteur : Phénomène d'influence entre conducteurs chargés.....	37
1. Influence partielle.....	37
2. Influence totale.....	39
II.5 Condensateur.....	39
1. Définition.....	39
2. Capacité d'un condensateur.....	39
3. Etapes à suivre pour déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur.....	40
4. Exemple d'applications.....	40
5. Energie électrique d'un condensateur.....	45
6. Association des condensateurs.....	45
II.7 Exercices.....	48

## CHAPITRE III : ELECTRODYNAMIQUE.....56

Introduction.....	56
III.1 Le courant électrique.....	56
1. Définition.....	56
2. Intensité du courant électrique.....	57
III.2 Densité du courant .....	57
1. Relation entre le champ électrique et la densité de courant électrique:.....	58
III.3 Loi d'Ohm.....	58
III.4 Effet Joule.....	59
1. Loi de Joule.....	59
2. Inconvénients de l'effet Joule .....	59
3. Avantages de l'effet Joule.....	60
III.5 Associations des résistances.....	60
1. Groupement en série .....	60
2. Groupement en parallèle.....	60
III.6 Les réseaux électriques.....	61

1. Eléments du circuit électrique.....	61
2. Générateur.....	63
3. Récepteurs.....	65
4. Analyse des réseaux électrique.....	66
III.7 Lois de Kirchhoff.....	67
1. La loi des nœuds (1ère loi de Kirchhoff) .....	67
2. La loi des mailles (2 7ème loi de Kirchhoff) .....	67
3. Les règles à suivre pour appliquer les lois de Kirchhoff.....	68
4. Résolution d'un système d'équations par la règle de Cramer.....	68
III.8 Exercices.....	70
<b>CHAPITRE IV : ELECTROMAGNETISME .....</b>	<b>74</b>
Introduction.....	74
IV.1 Champ magnétique généré par un aimant.....	74
1. Définition d'un aimant.....	74
2. Différents types des aimants.....	74
IV.2 Le champ magnétique.....	75
1. Le champ magnétique terrestre.....	75
2. Action d'un conducteur sur une boussole : Expérience d'Oersted.....	75
IV.3 Orientation du champ magnétique créé par la circulation d'un courant dans un fil droit.	76
IV.4 La loi de Biot et Savart .....	77
IV.5 Théorème d'Ampère.....	80
1. Notion de circulation du champ magnétique : .....	80
2. Enoncé de la règle d'Ampère : .....	80
IV.6 Action d'un Champ magnétique sur le mouvement d'une charge électrique.....	81
1. Force de Lorentz. ....	81
IV.7 Action d'un champ magnétique sur un courant électrique.....	83
1. Force de Laplace. La loi de Laplace : Force agissant sur un fil parcouru d'un courant dans un champ magnétique uniforme.....	83
IV.8 Exercices.....	84
REFERENCES.....	87
ANNEXE.....	88

## INTRODUCTION GENERALE

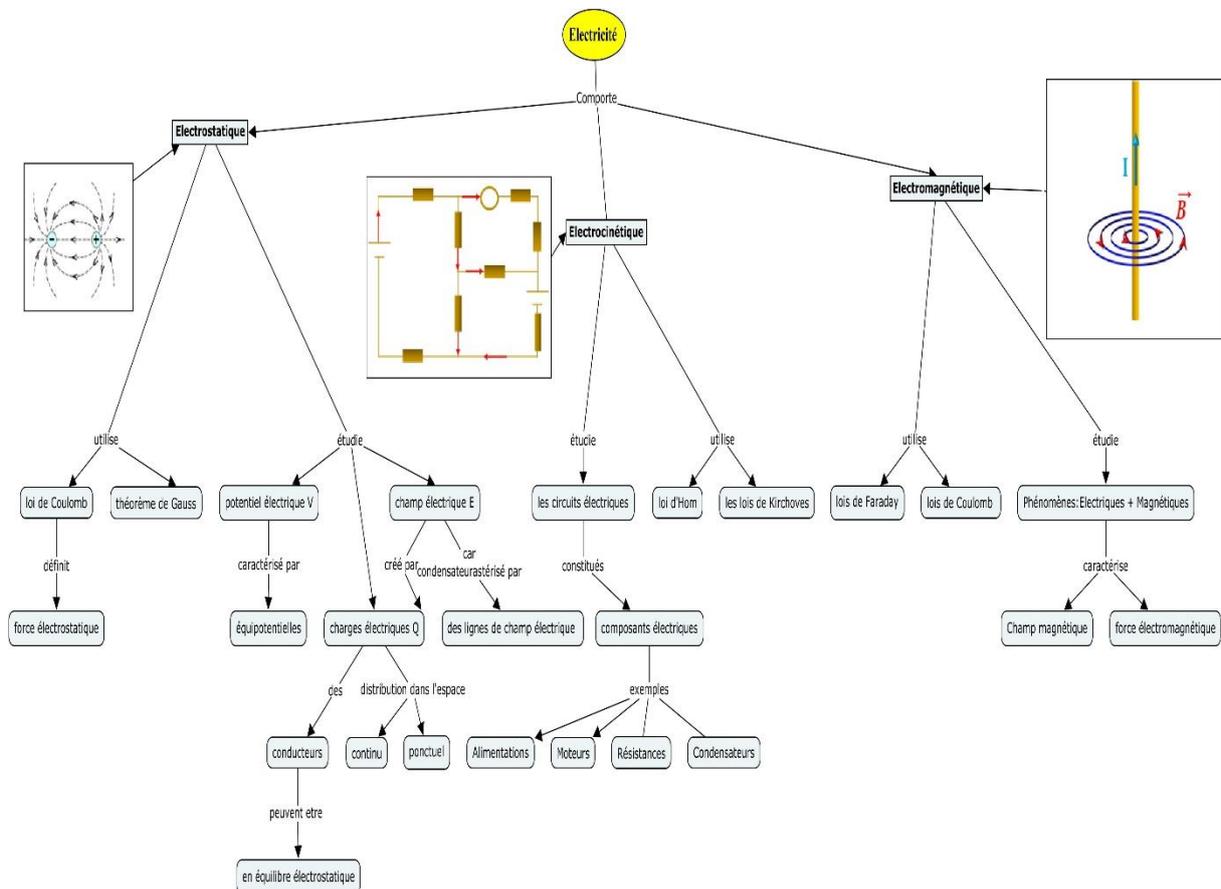
L'électricité est une branche de la physique qui a des applications dans presque tous les domaines de la vie quotidienne, de l'électronique à l'éclairage en passant par la production d'énergie. Comprendre les principes et les concepts de l'électricité est essentiel pour les étudiants qui se destinent à des carrières en ingénierie, en physique, en chimie, en informatique, en biologie et bien d'autres domaines encore.

Ce polycopier est destiné aux étudiants de première année universitaire dans le domaine sciences technique (ST). Nous commencerons par étudier les principes de base de l'électricité, tels que les charges électriques, les champs électriques et les circuits électriques.

Ce fascicule est conçu pour être accessible aux étudiants débutants en électricité, avec des explications claires et des exemples concrets pour illustrer les concepts théoriques. Nous espérons que ce livre suscitera votre intérêt pour l'électricité et vous donnera une base solide pour poursuivre des études plus avancées. Le programme de la physique-2 est partager principalement en trois parties : l'électrostatique, l'électrocinétique et l'électromagnétisme.

L'objectif principal du cours d'électricité (programme de physique-2) est de familiariser l'étudiant avec les concepts de base (par exemple, la charge, le champ électrique, le potentiel électrique, les lignes du champ), et de lui faire apprendre à les mettre en œuvre. Il devra acquérir une vue synthétique et unifiée de ces notions dans un cadre plus large et général, grâce à des outils mathématiques.

Nous avons schématisé ci-dessous, une carte conceptuel d'une structure conceptuelle pour montrer comment sont reliés les concepts d'électricité entre eux.



## CHAPITRE I : ELECTROSTATIQUE

### Introduction

L'électrostatique est la branche de la physique qui étudie les phénomènes électriques statiques à l'intérieur des corps et les interactions électriques entre les corps. Elle traite des concepts tels que la charge électrique, le champ électrique, le potentiel électrique (ou différence de potentiel), la capacité électrique, les lois de Coulomb, etc.

L'électrostatique est importante pour comprendre le comportement des matériaux électriques et électroniques, ainsi que pour la conception et la mise en œuvre de dispositifs électriques tels que les condensateurs, les transformateurs et les générateurs électriques, qui sont largement utilisés dans l'industrie électrique.

### I.1 Electrification des corps

Les atomes sont des systèmes électriquement neutres car ils ont un nombre égal de protons (chargés positivement) et d'électrons (chargés négativement). Cependant, lorsqu'un atome perd ou gagne un ou plusieurs électrons, il peut devenir un cation (ion positif) ou un anion (ion négatif). Tous les corps peuvent s'électrifier de différentes manières; telles que par frottement, contact, induction électrostatique ou radiation.

#### 1. Par frottement :

Le frottement entre deux corps peut provoquer un transfert d'électrons d'un corps à l'autre, ce qui peut entraîner une électricité statique ou une électrification.

#### Exemple :

Le frottement d'une tige de verre avec un morceau de la soie entraîne un transfert des électrons vers ce dernier. La tige devient chargée positivement et la soie négativement (voir la [figure I.1](#)). Les deux corps sont dits électrisés ou chargés d'électricité. On appelle ce phénomène l'électrification par frottement.



Figure I.1 : L'électrification par frottement

#### 2. Electrification par influence (Par Induction) :

La proximité d'un corps électrique peut influencer la distribution des électrons dans un autre corps sans que les deux corps soient en contact direct.

**Exemple :**

Une boule chargée positivement attire les électrons libres de la tige conductrice. Le côté de la boule devient chargé négativement (électrons) et l'autre côté est chargé positivement (ions positifs) (figure I.2). On appelle ce phénomène l'électrisation par influence.

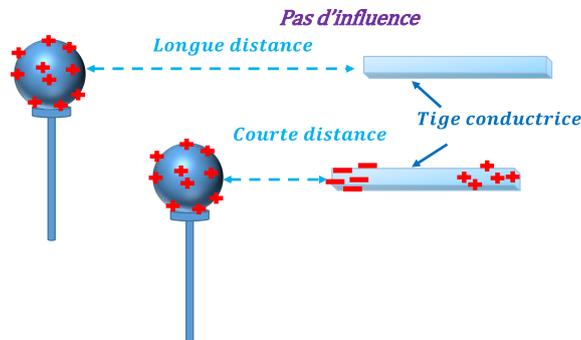


Figure I.2: Electrification par influence

**3. Electrification par conduction**

La conduction électrique se produit lorsqu'un corps électrisé entre en contact avec un corps conducteur. Les électrons peuvent alors se déplacer de manière cohérente à travers le conducteur.

**Exemple :**

Si on relie entre une boule chargée positivement et une tige électriquement neutre par un fil métallique (voir figure I.3), on constate alors que la tige se trouve électrisée positivement et que l'électrification de la boule a diminué par une charge égale à celle de la tige. La charge électrique a été transmise par le fil métallique. On dit que le fil est un conducteur électrique et que la tige est électrisée par conduction. On appelle ce phénomène l'électrification par conduction.

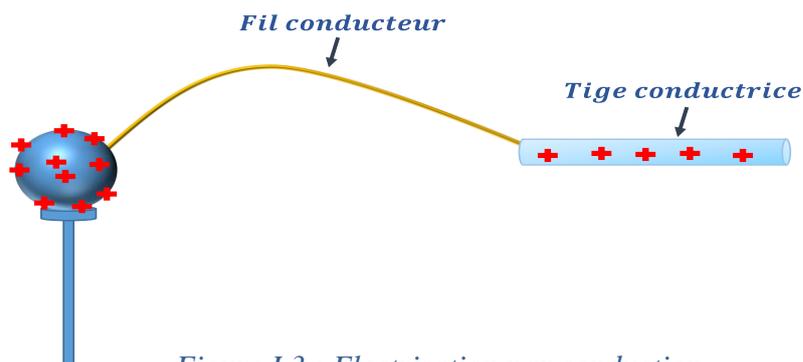


Figure I.3 : Electrification par conduction

**4. Radiation**

Certaines sources de radiations, telles que les rayons X ou les rayons gamma, peuvent ioniser les atomes en retirant des électrons.

Ces moyens sont des exemples des façons les plus courantes par lesquelles les corps peuvent s'électrifier.

## I.2 Types des corps :

En ce qui concerne l'électricité, les corps peuvent être classés en différents types en fonction de leur comportement électrique :

### 1. Isolants :

Les isolants (ou diélectriques) sont des corps qui ne permettent pas le mouvement libre des électrons (voir la figure I.4).

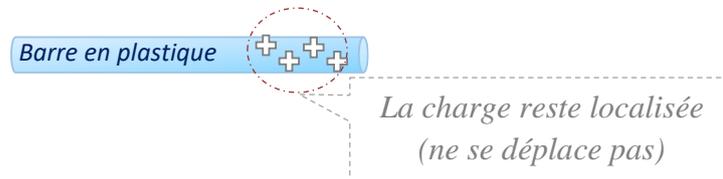


Figure I.4 : Isolant

#### Exemple :

le verre, le soufre, la paraffine, l'ébonite, l'ambre, le caoutchouc, les résines synthétiques

### 2. Conducteurs :

Les conducteurs sont des corps qui permettent le mouvement libre des électrons à travers leur structure (voir la figure I.5)..

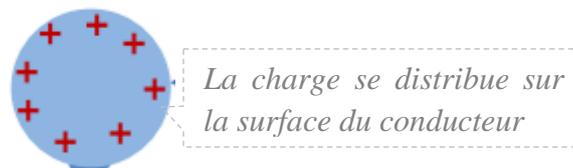


Figure I.5 : Conducteur

#### Exemple :

Les métaux, les alliages, le corps humain, l'eau, la terre....

### 3. Semi-conducteur :

Le semi-conducteur est un matériau qui n'est ni tout à fait un conducteur d'électricité, ni tout à fait un isolant. Il peut être soit l'un, soit l'autre selon diverses conditions.

#### Exemple :

Le silicium, le germanium, Arséniure de gallium , Nitrure de gallium, le graphène...

## I.3 Charge électrique

La charge électrique (notée  $q$ ) est une grandeur caractéristique de certaines particules. Toute charge n'existe que sur une particule chargée qui possède une masse non nulle. L'unité de la charge électrique  $q$  dans le système international (SI) est le Coulomb, (notée C).

L'expérience montre qu'il y a deux types de charges électriques dites charge positive et charge négative.

La figure I.6 montre le comportement électrique des différentes natures de charges.

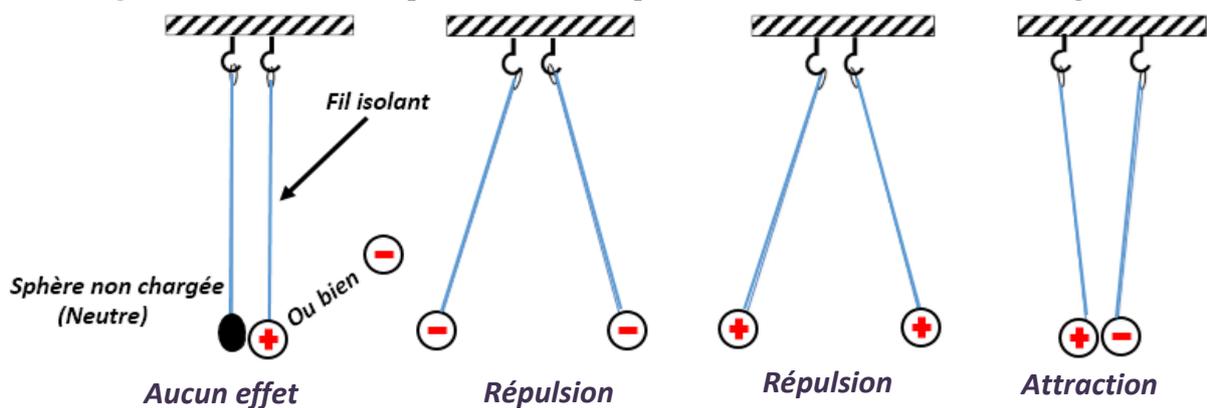


Figure I.6 : Type des interactions entre différentes particules

### 1. Quantification de la charge

La plus petite quantité de charge que l'on puisse isolée est appelée la charge élémentaire. Cette charge élémentaire est la charge électrique d'un proton ou d'un électron qui vaut  $e = \pm 1,602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$  C. La charge électrique  $q$  quelconque ne peut exister que sous forme de multiples entiers de la charge élémentaire  $e$ , c'est-à-dire  $q = N e$ , on dit que la charge électrique est quantifiée.

#### Exemple :

- Si  $q = 8 \cdot 10^{-3}$  C, alors elle est constituée de  $4,993 \cdot 10^{16}$  protons ( $N = \frac{q}{e}$ ).
- Si  $q = -2,15 \cdot 10^{-8}$  C, alors elle est constituée de  $1,342 \cdot 10^9$  électrons ( $N = \frac{q}{e}$ ).

**Remarque :** La charge élémentaire  $e$  est appelée aussi le **quanta** de la charge électrique.

### 2. Conservation de la charge électrique

C'est un principe dont le sens est que la charge ne s'annihile pas et ne se crée pas. Alors dans un système isolé, la somme algébrique des charges dans ce système est conservé (reste constante).

### 3. Exemple d'application :

#### Exemple

Soit deux sphères conductrices et identiques  $S_1$  et  $S_2$ , qui portent des charges  $q_1$  et  $q_2$  respectivement ; on les met en contact puis on les sépare.

- Calculer les charges qu'elles prennent après ce contact et montrer le sens de déplacement des charges ainsi que le nombre de charges transférées.

Sachant que :  $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$  C et  $q_2 = 8 \cdot 10^{-8}$  C

#### Solution :

- Calcul des nouvelles charges :

Comme les deux sphères sont identiques et homogène, après le contact les deux sphères auront la même charge  $\Rightarrow q'_1 = q'_2$  (voir la figure I.7).

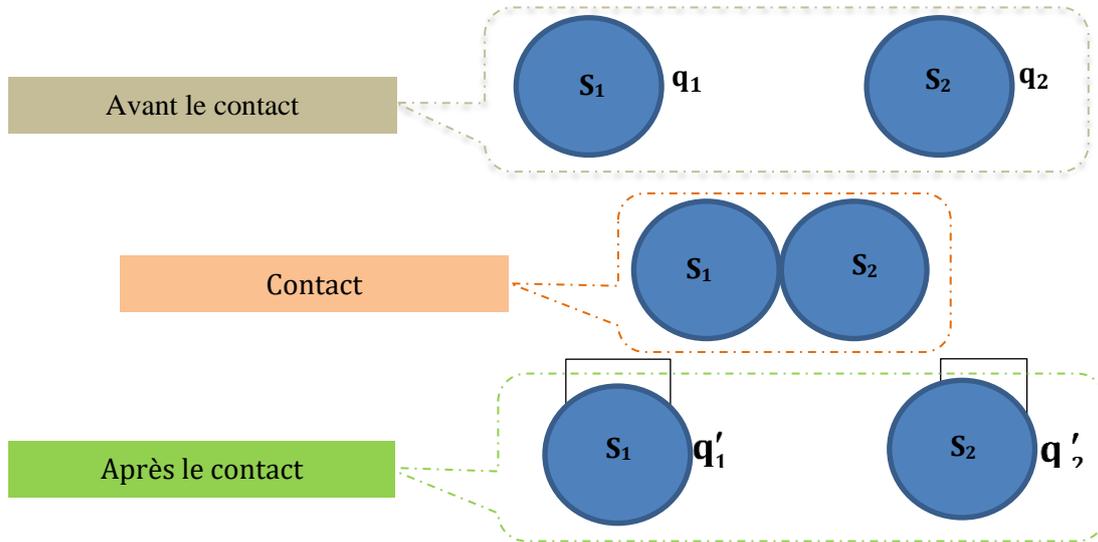


Figure I.7: Sphères conductrices avant et après contact

La charge totale est conservée  $\sum q_i(\text{avant le contact}) = \sum q_i(\text{après le contact})$

On obtient :

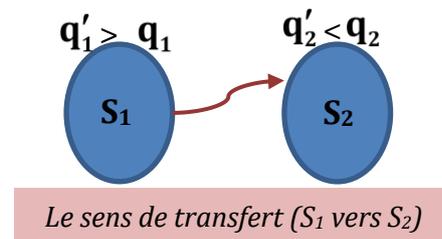
$$\begin{cases} q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \text{ (Conservation de la charge)} \\ q'_1 = q'_2 \text{ (sphères identiques)} \end{cases} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 5.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

On remarque que la sphère S1 sa charge augmente de  $3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  à  $5.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ , alors elle a perdu des électrons. Par contre la sphère S2 sa charge diminue, donc elle a reçu des électrons. La quantité de la charge transférée est  $\Delta q$  :

$$\Delta q = |q_1 - q'_1| = |q_2 - q'_2| = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Le nombre des électrons transféré au cours de ce contact est :

$$N = \frac{\Delta q}{e} = 3.433 \cdot 10^{11} \text{ électrons}$$



### I.4 Loi de Coulomb (forces électrostatiques)

La force électrique exercée par la charge ponctuelle  $q_1$  sur la charge ponctuelle  $q_2$  placées toutes les deux dans le vide (figure I.8) est donnée par la loi :

$$\vec{F}_{1/2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{1/2}$$

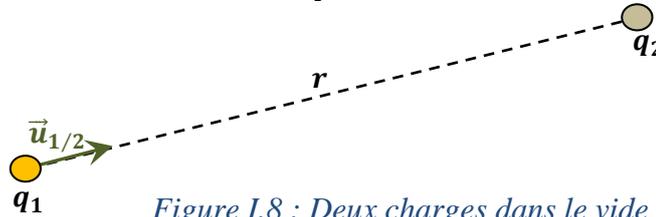


Figure I.8 : Deux charges dans le vide

$K$  est une constante,  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 [\text{MKSA}]$

$r$  : étant la distance entre les deux charges.

$\vec{u}_{1/2}$  est un vecteur unitaire sortant de la charge qui cause la force  $q_1$  vers l'effet  $q_2$ . (cause vers l'effet).

$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$  est la permittivité électrique du vide.

(dans la matière, on utilise  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  où  $\epsilon_r$  est la permittivité relative de la matière par rapport au vide).

- Si  $q_1$  et  $q_2$  sont de nature différente (signes différents) : la force qu'applique  $q_1$  sur  $q_2$  est attractive. Alors  $\vec{F}_{1/2}$  et  $\vec{u}_{1/2}$  ont des sens opposés (figure I.9)

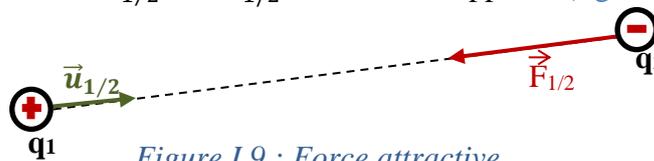


Figure I.9 : Force attractive

- Si  $q_1$  et  $q_2$  sont de même nature (mêmes signes) : la force qu'applique  $q_1$  sur  $q_2$  est répulsive. Alors  $\vec{F}_{1/2}$  est de même sens que  $\vec{u}_{1/2}$ . (Figure I.10)

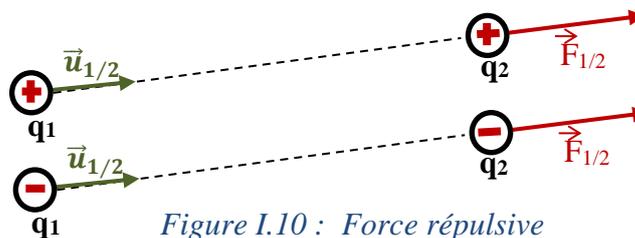


Figure I.10 : Force répulsive

#### Exemple

Calculer la force électrique exercée par la charge  $q_1$  sur la charge  $q_2$ . Sachant que :

$$q_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ C}, q_2 = -5 \cdot 10^{-4} \text{ C} \text{ et } r = 20 \text{ mm}$$

$$\|\vec{F}_{1/2}\| = K \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{(20 \cdot 10^{-3})^2} = 33,7510^6 \text{ C}$$

$q_1$  et  $q_2$  de signe opposé alors  $\vec{F}_{1/2}$  est opposé à  $\vec{u}_{1/2}$ , donc les deux charges s'attirent (force attractive).

### 1. Principe de superposition

La force qu'applique plusieurs charges ponctuelles  $q_i$  sur une charge ponctuelle  $q$  est égale la somme de toutes les forces induit les charges en question, une par une comme si les autres n'existent pas (figure I.11) :

$$\vec{F}_{(q_i \text{ sur } q)} = K \sum_1^n \frac{q q_i}{r^2} \vec{u}_i$$

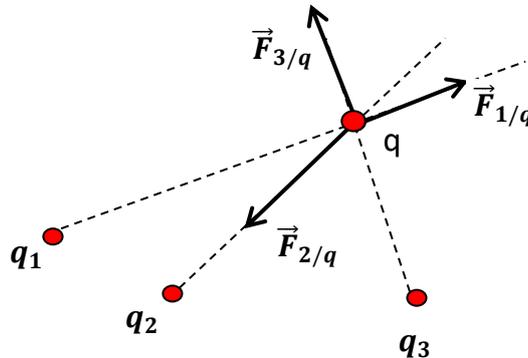
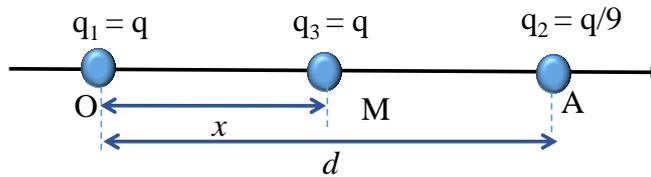


Figure I.11 : Cas de plusieurs charges ponctuelles.

### 2. Exemple d'applications

#### Exemple

On considère le système de charges ponctuelles, représenté sur la figure ci-dessous. Les charges  $q_1$  et  $q_2$  sont fixées respectivement aux points O et A distants de  $d$ . Soit une charge  $q_3$ , qui peut se déplacer entre O et A.

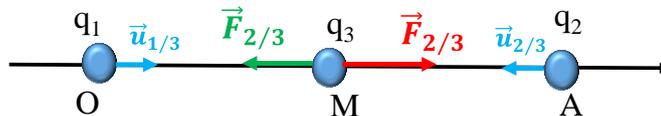


1- Donner l'expression de la force  $\vec{F}$  qui s'exerce sur  $q_3$  au point M.

2- A quelle abscisse  $x_0$ , la charge  $q_3$  est dans une position d'équilibre ? AN :  $d=4\text{cm}$ .

#### Solution

1- Expression de la force  $\vec{F}$  qui s'exerce sur  $q_3$  au point M.



$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{1/3} + \vec{F}_{2/3}$$

$$\vec{F}_{1/3} = K \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \vec{i} = K \frac{q^2}{x^2} \vec{i}$$

$$\vec{F}_{2/3} = K \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} (-\vec{i}) = -K \frac{q^2}{9(d-x)^2} \vec{i}$$

$$\vec{F}_3 = kq^2 \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{9(d-x)^2} \right] \vec{i}$$

2- A quelle abscisse  $x$ , la charge  $q_3$  est dans une position d'équilibre pour  $d=4\text{cm}$ .

A l'équilibre

$$\begin{aligned}\vec{F}_3 &= \vec{0} \Rightarrow \\ \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{9(d-x)^2} \right] &= 0 \\ 8x^2 - 0.72x + 0.0144 &= 0 \\ \sqrt{\Delta} &= 0.24\end{aligned}$$

Deux solutions

$$\begin{cases} x_1 = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm} \\ \quad \quad \quad \text{ou} \\ x_2 = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

La deuxième solution  $x_2$  est rejetée, par ce qu'elle est supérieure à  $d$ .

### 1.5 Le champ et le potentiel électrostatique

Une charge ponctuelle  $q$  crée en toute point  $M$  dans son espace un champ  $\vec{E}(M)$  et un potentiel électrique  $V(M)$

#### 1. Expression mathématique du champ électrique :

Le champ électrique est une grandeur vectoriel définit par :

$$\vec{E}(M) = K \frac{q}{r^2} \vec{u}$$

En module :

Où :

$$\|\vec{E}(r)\| = K \frac{|q|}{r^2}$$

$r$  : est la distance entre la charge  $q$  et le point où on veut calculer le champ électrique.

$\vec{u}$  : est un vecteur unitaire sortant de la charge  $q$  qui crée le champ électrique vers le point  $M$ .

Son unité dans le système international est (Newton. coulomb) N.C ou bien V/m (Volt/mètre). Comme le montre la figure I.12 :

- Le champ crée par une charge positive est sortant (dans le sens de  $\vec{u}$ ).
- Le champ crée par une charge négative est entrant (sens opposé à  $\vec{u}$ ).

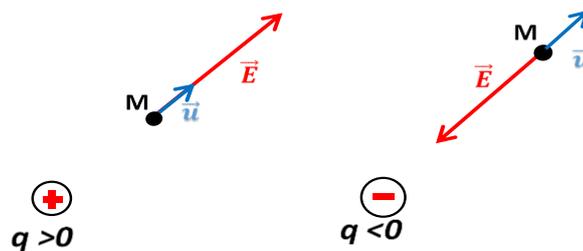


Figure I.12: Champ électrique créée par une charge ponctuelle.

**2. Relation entre le champ électrique  $\vec{E}$  et la force électrique  $\vec{F}$ :**

Si on place une charge électrique  $q$  au point  $M$  où le champ électrique est  $\vec{E}(M)$

Il va apparaitre sur cette charge une force électrique  $\vec{F}$  (voir la figure I.13),

donnée par la relation suivante :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}(M)$$

$$si \begin{cases} q > 0 \Rightarrow \vec{F} \text{ et } \vec{E} \text{ ont le même sens} \\ q < 0 \Rightarrow \vec{F} \text{ et } \vec{E} \text{ de sens opposé} \end{cases}$$

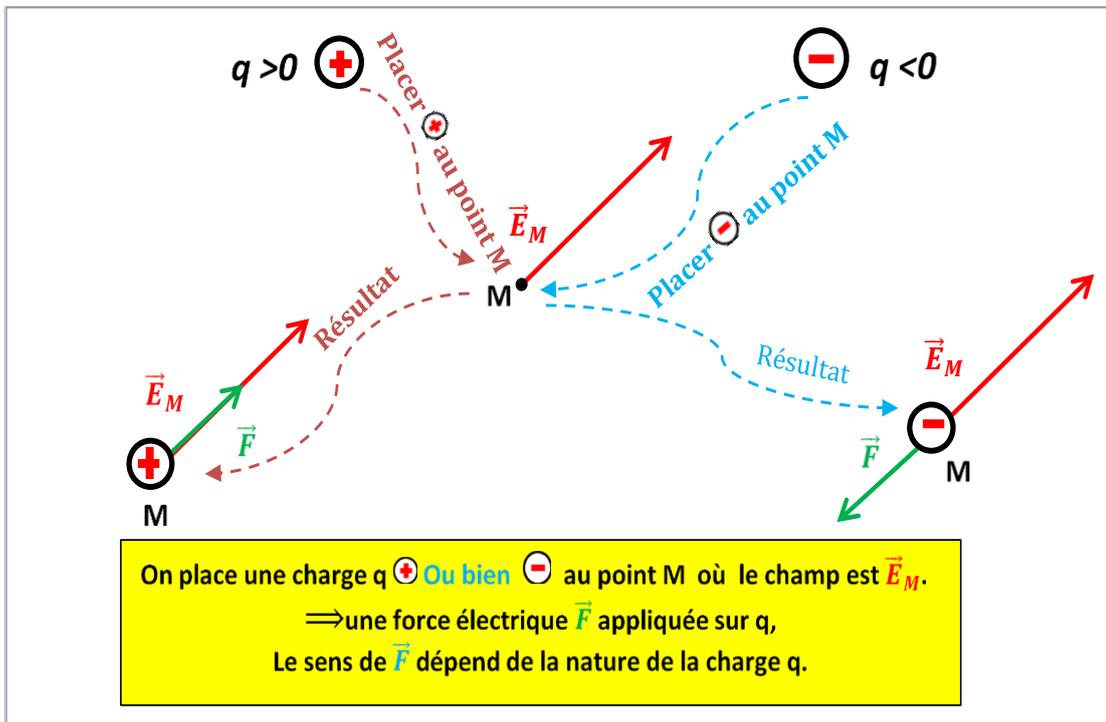


Figure I.13 : Effet du champ électrique sur une charge électrique

**Remarque :**

Dans le cas de deux charge ponctuelle  $q_1$  et  $q_2$ , la force qui s'exerce sur la charge  $q_1$  sur  $q_2$  est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{1/2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$$

$\vec{E}_1(r)$  : Le champ électrique créé par la charge  $q_1$

$$\Rightarrow \vec{F}_{1/2} = q_2 \cdot \vec{E}_1(r)$$

### 3. Expression mathématique du potentiel électrique $V$

Le potentiel électrique est une grandeur scalaire, défini par l'expression suivante :

$$V(r) = K \frac{q}{r}$$

$r$  : est la distance entre la charge  $q$  et le point où on veut calculer le potentiel électrique. Son unité dans le système international est le volt (V).

### 4. Les lignes de champ et les surfaces équipotentielles

**Les lignes de champ** sont des lignes tangentes au vecteur de champ électrique en chacun de ses points.

Sur la figure I.14, on représente les lignes de champ pour différent cas.



Figure I.14 : ligne de champ

La mise en présence de deux charges, d'égale valeur, entraîne une déformation des lignes de champ et on obtient une nouvelle topographie (figure I.15). En chaque point, la ligne de champ est tangente au champ résultant.

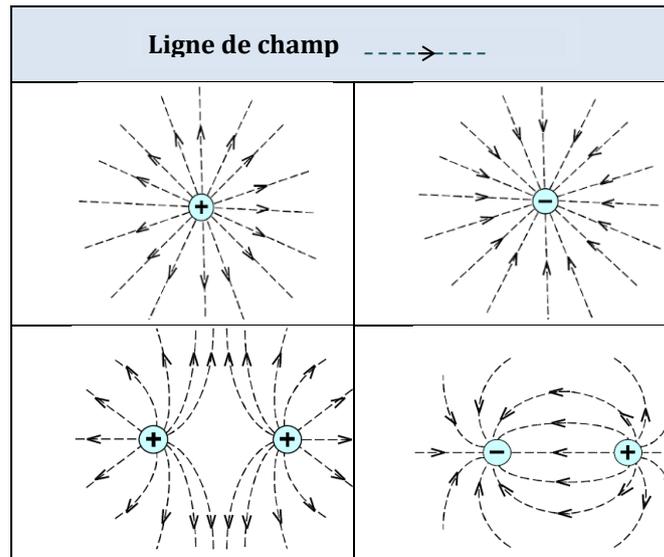
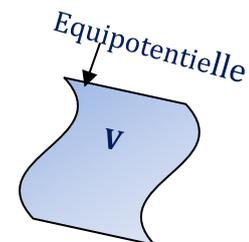


Figure I.15 : lignes de champs pour différent distribution de charges

**Les Surfaces équipotentielles** sont des surfaces où en tout point le potentiel est le même,  $V$  sur cette surface est constant ( $dV=0$ ).



Dans le cas d'une charge ponctuelle, les surfaces équipotentielles sont des sphères concentriques de centre O et les lignes de champ sont radiales (figures I.16).

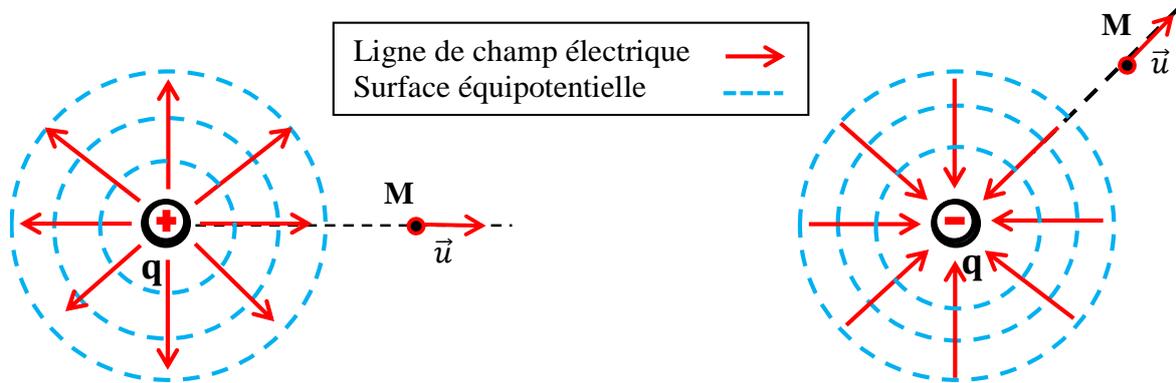
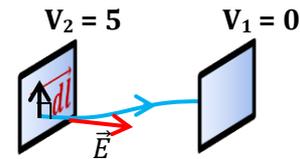


Figure I.16 : Les lignes du champ et les surfaces équipotentielles.

**Remarque :** La ligne de champ est orientée du potentiel le plus élevé au potentiel le moins élevé, c'est-à-dire le potentiel décroît le long d'une ligne de champ.

- Le champ électrique est plus intense là où les équipotentielles sont les plus resserrées.

Le champ électrique (ou bien ligne de champ) est perpendiculaire à l'équipotentielle



## 5. Relation entre le champ et le potentiel électrique

La relation mathématique qui relie le champ électrique  $\vec{E}$  et le potentiel électrique  $V$  est défini par :

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\overrightarrow{\text{grad}}(V(r))$$

En coordonnées cartésiennes :

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

En coordonnées cylindriques :

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

En coordonnées sphériques :

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi\right)$$

De cette relation :

- Si on connaît l'expression du potentiel  $V$  en tout point de l'espace, on peut déterminer le champ électrique  $\vec{E}$  est ceci par dérivation de l'expression de  $V$ .

- Et inversement, si l'expression de champ électrique  $\vec{E}$  est connue on peut alors calculer le potentiel électrique  $V$  par intégration de l'expression de  $\vec{E}$ .

## 6. Champ et potentiel électrique créés par plusieurs charges ponctuelles (Principe de superposition)

L'ensemble de charge ponctuelles  $q_i$  dans l'espace (figure I.17) crée un champ  $\vec{E}(M)$  et un potentiel  $V(M)$  électrique tels que :

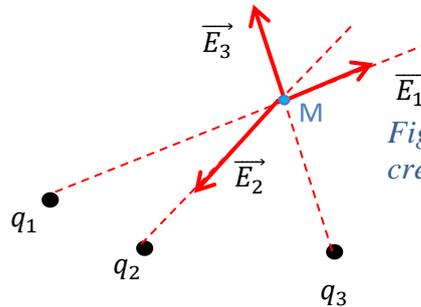


Figure I.17 : Champ et potentiel électrique créés par plusieurs charges

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$

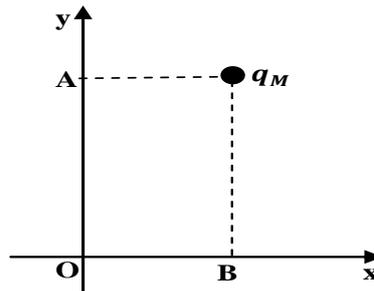
Le potentiel  $V(M)$  :

$$V(M) = V_1 + V_2 + \dots + V_N = \sum_{i=1}^N V_i$$

## 7. Exemple d'applications

### Exemple:

Soit une charge  $q_M$  placée au point M ( $a, 2a$ ) (voir figure ci-dessous).



1- Déterminer et représenter le vecteur champ électrique créée par la charge  $q_M$  au point A(0, 2a) et au point B(a, 0).

2- Calculer le potentiel électrique créée par cette charge au point A(0,2a) et au point B(a,0).

3- On place une charge  $q_A$  au point A(0,2a).

- Déterminer la force appliquée sur cette charge  $q_A$ .

On donne :  $q_M = 2 \times 10^{-8} \text{ C}$  ,  $q_A = -1.2 \times 10^{-8} \text{ C}$  ,  $a = 5 \text{ cm}$  et  $K = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9 \text{ (SI)}$

### Solution:

1- Le vecteur champ électrique créée par la charge  $q_M$

Au point A(0,2a)

$$\vec{E}_M(A) = \frac{kq_M}{MA^2} \vec{u}_{M/A} \quad , \quad \vec{u}_{M/A} = -\vec{i}, \quad AM = a$$

$$\vec{E}_M(A) = -\frac{kq_M}{a^2} \vec{i} \Rightarrow \vec{E}_M(A) = -7.2 \times 10^{+4} \vec{i}$$

Ou bien

$$\|\vec{E}_M(A)\| = \frac{k|q_M|}{a^2} = 7.2 \times 10^{+4} \text{ N/C}$$

- Au point B(a,0).

$$\vec{E}_M(B) = \frac{kq_M}{MB^2} \vec{u}_{M/B} \quad , \quad \vec{u}_{M/B} = -\vec{j},$$

$$BM = 2a$$

$$\vec{E}_M(B) = -\frac{kq_M}{4a^2} \vec{j} \Rightarrow \vec{E}_M(B) = -1.8 \times 10^{+4} \vec{j}$$

Ou bien

$$\|\vec{E}_M(B)\| = \frac{k|q_M|}{4a^2} = 1.8 \times 10^{+4} \text{ N/C}$$

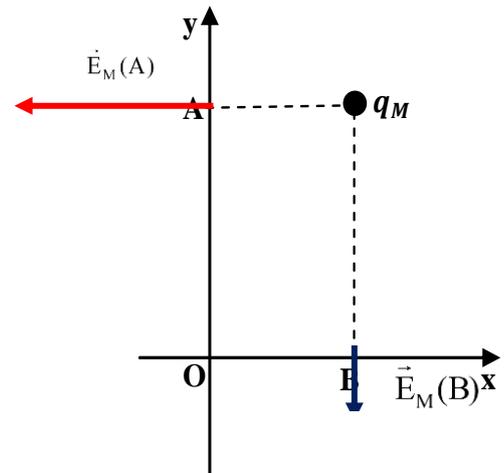
2-Le potentiel électrique crée par cette charge

$$\text{-au point A(0, 2a) : } V_M(A) = \frac{kq_M}{a} = 3.6 \cdot 10^{+3} \text{ V}$$

$$\text{-au point B(a, 0) : } V_M(B) = \frac{kq_M}{2a} = 1.8 \cdot 10^{+3} \text{ V}$$

3- Calcul de la force appliquée sur  $q_A$

$$\vec{F} = q_A \cdot \vec{E}_M(A) = 8.64 \cdot 10^{-4} \vec{i} \text{ (N)}$$



## I.6 distribution continue de charges.

Si les dimensions de la matière qui porte la charge  $Q$  ne sont pas négligeables et cette charge est répartie d'une manière continue (sur : la longueur, la surface ou le volume) de cette matière, alors la charge n'est plus ponctuelle (distribution continue de charge).

Une telle distribution continue, entraîne la notion de **la densité** pour caractériser la distribution de la charge.

### a) Distribution linéique :

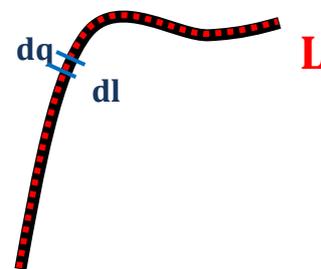
La charge  $Q$  est répartie sur un fil, dans ce cas on définit la densité de charge linéique, notée par  $\lambda$ , donnée par l'équation :

$$\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{\text{Charge élémentaire}}{\text{Longueur élémentaire}}$$

Où :  $dq$  est la charge élémentaire portée par la longueur élémentaire  $dl$ .

Son unité est Coulomb/mètre (C/m).

La charge totale portée par le fil de longueur  $L$  est :



$$dq = \lambda dl \Rightarrow Q = \int_0^L \lambda dl$$

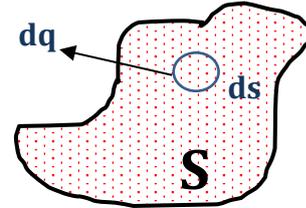
Si la charge  $Q$  est répartie uniformément le long du fil, alors  $\lambda$  est constant :

$$Q = \lambda \int_0^L dl \Rightarrow Q = \lambda L$$

### b) *Distribution surfacique*

La charge  $Q$  est répartie sur une surface  $S$ , dans ce cas on définit la densité de charge surfacique, notée par  $\sigma$ , donnée par l'équation :

$$\sigma = \frac{dq}{ds} = \frac{\text{Charge élémentaire}}{\text{Surface élémentaire}}$$



Où :  $dq$  est la charge élémentaire portée par la surface élémentaire  $ds$ .

Son unité est Coulomb/mètre<sup>2</sup> (C/m<sup>2</sup>) .

La charge totale portée par la surface  $S$  est :

$$dq = \sigma ds \Rightarrow Q = \iint_S \sigma ds$$

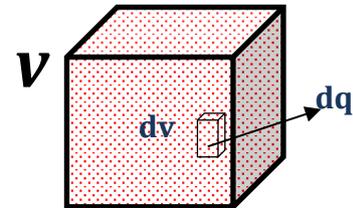
Si la charge  $Q$  est **répartie uniformément** sur la surface  $S$ , alors  $\sigma$  est constant :

$$Q = \sigma \iint_S ds \Rightarrow Q = \sigma S$$

### c) *Distribution volumique*

La charge  $Q$  est répartie sur un volume  $v$ , dans ce cas on définit la densité de charge volumique, notée par  $\rho$ , donnée par l'équation :

$$\rho = \frac{dq}{dv} = \frac{\text{Charge élémentaire}}{\text{volume élémentaire}}$$



Où :  $dq$  est la charge élémentaire portée par le volume élémentaire  $dv$ .

Son unité est Coulomb/mètre<sup>3</sup> (C/m<sup>3</sup>) .

La charge totale portée par le volume  $v$  est :

$$dq = \rho dv \Rightarrow Q = \iiint_v \rho dv$$

Si la charge  $Q$  est **répartie uniformément sur le volume**  $v$ , alors  $\rho$  est constant :

$$Q = \rho \iiint_v dv \Rightarrow Q = \rho v$$

## 1. Champ et le potentiel électrostatiques créés par une distribution continue de charges.

Pour calculer le champ  $\vec{E}$  est le potentiel  $V$  au point  $M$  de l'espace créés par une charge  $Q$  caractérisée par une distribution continue (voir la [figure I.18](#)), il faut commencer par

l'expression du champ élémentaire  $d\vec{E}$ , et le potentiel élémentaire  $dV$  créé par une charge élémentaire  $dq$  au point  $M$  de l'espace. Par intégration des relations obtenues on obtient le champ et le potentiel total créés par cette distribution de charge (par la charge totale  $Q$ ) au point  $M$ .

$$d\vec{E}_M = k \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r \quad \text{et} \quad dV_M = k \frac{dq}{r}$$

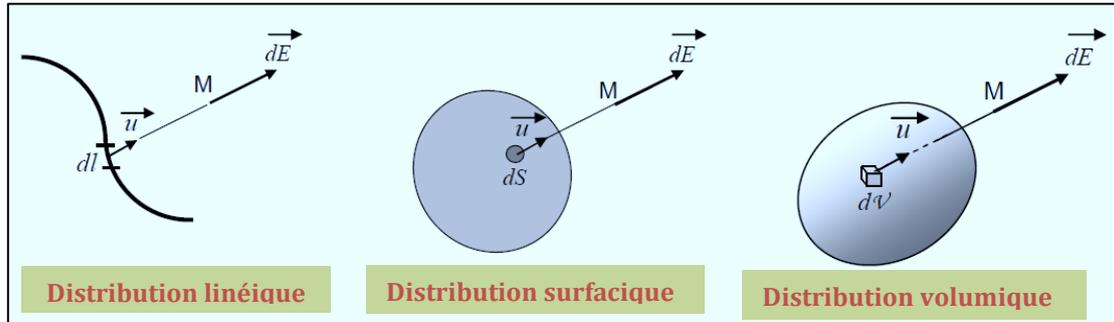


Figure I.18 : distribution de charge continue

a) Cas de distribution linéique :

$$\vec{E}_M = \int d\vec{E}_M = k \int_L \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V_M = k \int_L \frac{\lambda dl}{r}$$

b) Cas de distribution surfacique :

$$\vec{E}_M = \int d\vec{E}_M = k \iint_S \frac{\sigma ds}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V_M = k \iint_S \frac{\sigma ds}{r}$$

c) Cas de distribution volumique :

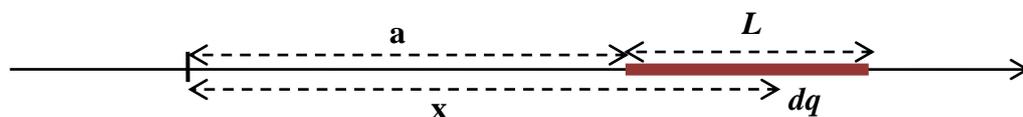
$$\vec{E}_M = \int d\vec{E}_M = k \iiint_V \frac{\rho dv}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V_M = k \iiint_V \frac{\rho dv}{r}$$

## 2. Exemple d'application

Exemple :

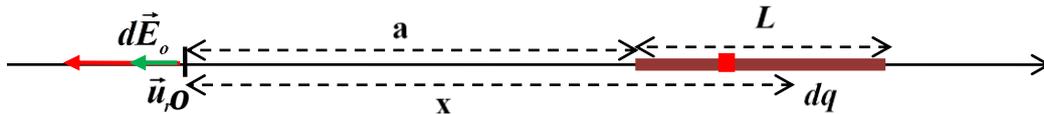
Une tige métallique de longueur  $L$  porte une charge  $Q$  répartie uniformément avec une densité de charge linéique  $\lambda > 0$  (figure ci-dessous).



- 1- Déterminer le champ élémentaire  $d\vec{E}_o$  et le potentiel élémentaire  $dV_o$  créée par une charge élémentaire  $dq$  au point **O** en fonction de  $x$ ,  $a$  et  $\lambda$ .
- 2- Déterminer le champ total créée par la tige  $\vec{E}_o$  au point **O**.
- 3- Déterminer le potentiel totale  $V_o$  créée par a tige au point **O**.

**Solution :**

- 1- Déterminer le champ élémentaire  $d\vec{E}_o$  en fonction de  $x$ ,  $a$  et  $\lambda$ .



En premier lieu, vous devez tracer le vecteur champs élémentaire au point O créée par la charge élémentaire  $dq$  ainsi que et le vecteur unitaire  $\vec{u}_r$ . Ce champ sortant de  $dq$  vers O, car la charge est positive.

Le champ élémentaire est donné par la relation suivante :  $d\vec{E}_o = k \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$

A partir de la figure on peut déduire que :  $\vec{u}_r = -\vec{i}$ ;  $r = x$ , et  $dq = \lambda dx$ .

$$\text{D'où : } d\vec{E}_o = -k \frac{\lambda dx}{x^2} \vec{i}$$

- Déterminer le champ élémentaire  $dV_o$  en fonction de  $x$ ,  $a$  et  $\lambda$ .

$$dV_o = k \frac{dq}{r} \Rightarrow dV_o = k \frac{\lambda dx}{x}$$

- 2)- Détermination le champ total créée par la tige  $\vec{E}_o$  au point **O**.

$$\vec{E}_o = \int d\vec{E}_o = -k \lambda \int_a^{L+a} \frac{dx}{x^2} \vec{i} \Rightarrow \vec{E}_o = -k\lambda \left[ -\frac{1}{x} \right]_a^{L+a} \vec{i}$$

Le champ total créée par la tige au point **O**:  $\vec{E}_o = -\frac{k\lambda L}{a(L+a)} \vec{i}$

- 3) -Déterminer le potentiel totale  $V_o$  créée par a tige au point **O**.

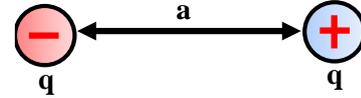
$$V_o = \int dV_o = k\lambda \int_a^{L+a} \frac{dx}{x} \Rightarrow V_o = k\lambda [Ln x]_a^{L+a}$$

Le potentiel total  $V_o$  créée par la tige au point **O** :  $V_o = k\lambda Ln \left( \frac{L+a}{a} \right)$

## I.7 Dipôle électrique

### 1. Définition :

Le dipôle électrique est constitué de deux charges électriques identiques et de signe contraire (+q) et (-q) séparée par une distance « a » très petite voire la figure ci-contre.

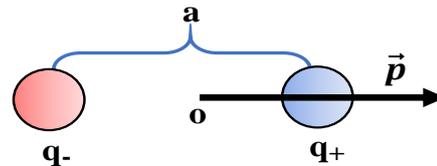


### 2. Moment dipolaire électrique

Chaque dipôle est caractérisé par son moment dipolaire  $\vec{p}$  orienté de la charge négative vers la charge positive, définit par :

$$\vec{p} = q\vec{a}$$

Son unité dans le système internationale est (coulomb. mètre) **C.m**



Dans la nature il existe des molécules naturellement polarisées, comme : HCl, H<sub>2</sub>O, SO<sub>2</sub>.

Explication°: Dans une liaison, le doublet électronique peut ne pas être partagé équitablement entre les deux atomes : l'un des deux atomes peut avoir une force d'attraction sur le nuage électronique plus grande que l'autre. On appelle électronégativité cette capacité pour les atomes à attirer le nuage électronique. Ce partage inéquitable de la charge électronique transforme alors le couple atomique en dipôle. Tout se passe alors comme s'il y avait un transfert électronique partiel de l'atome le moins électronégatif vers l'atome le plus électronégatif. On introduit ce transfert fictif par des charges partielles : à l'atome le plus électronégatif qui attire à lui le doublet électronique, sera attribuée une charge partielle négative, notée  $-\delta$ , à l'autre une charge partielle positive, notée  $+\delta$ .

### 3. Potentiel électrique créé par un dipôle

Soit un dipôle constitué de deux charges ponctuelle (+q et -q) séparées par une distance a. On va calculer le potentiel électrostatique créé par ce dipôle en un point M (très éloignés des charges) situé à une distance r du milieu O du dipôle (figure I.19).

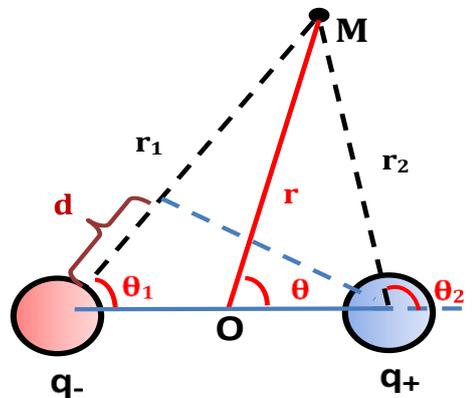


Figure I.19 : Potentiel crée par un dipôle.

$$\begin{aligned}
 V(M) = V(q_+) + V(q_-) &\Rightarrow V = k \left( \frac{q_+}{r_2} \right) + k \left( \frac{q_-}{r_1} \right) \\
 &\Rightarrow V = k \left( \frac{q}{r_2} \right) + k \left( \frac{-q}{r_1} \right) \\
 &\Rightarrow V = k q \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right) \quad (*)
 \end{aligned}$$

Comme :  $r \gg a \Rightarrow \begin{cases} r_1 \approx r_2 \approx r \\ \theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta \end{cases}$

Alors on peut approcher  $\begin{cases} d = r_1 - r_2 = a \cos\theta \\ \text{et} \\ r_1 r_2 = r^2 \end{cases}$

En remplaçant dans l'équation (\*), on obtient :

Le moment dipolaire.  $(*) \Rightarrow V = k \frac{qa \cos\theta}{r^2} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{P \cos\theta}{r^2} \right)$

D'où le potentiel électrique crée par un dipôle électrique en un point **M** détecté par les coordonnées polaires **(r, θ)**, **M(r, θ)** (figure I.20), est définit par :

$$V(r, \theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{p \cos\theta}{r^2} \right)$$

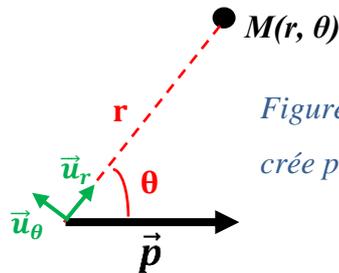


Figure I.20 : le potentiel électrique crée par un dipôle électrique

**4. Champ créé par un dipôle à grande distance :**

Pour calculer le champ électrostatique, il nous suffit maintenant d'utiliser la relation :

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V(r, \theta)$  en coordonnées cylindriques.

On obtient ainsi :  $\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta - \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z$

Les composantes du champ électrique en coordonnées polaires (voir la figure I.21) :

$$\vec{E}(r, \theta) = \begin{cases} E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\cos \theta}{r^3} \right) \\ E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\sin \theta}{r^3} \right) \end{cases}$$

$$\vec{E}(r, \theta) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\cos \theta}{r^3} \right) \vec{u}_r + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\sin \theta}{r^3} \right) \vec{u}_\theta$$

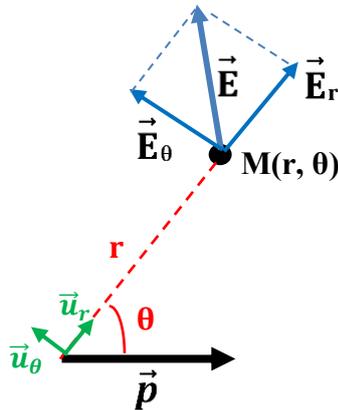


Figure I.21 : Composantes du champ électrique en coordonnées polaires

### 5. Dipôle placé dans un champ électrique uniforme.

Si on place un dipôle, de moment électrique  $\vec{p}$ , dans un champ extérieur  $\vec{E}$  uniforme (le champ en tout point de l'espace est constant en module et direction), les charges qui le constituent sont soumises à des forces égales et opposées.

$$\vec{F}_+ = -\vec{F}_-$$

Le dipôle subit alors l'action d'un couple  $\vec{\Gamma}$  :

$$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E} \quad \vec{\Gamma} \perp \text{Plan}(\vec{p}, \vec{E})$$

En module :  $\|\vec{\Gamma}\| = \|\vec{p}\| \|\vec{E}\| |\sin \alpha| \Rightarrow \|\vec{\Gamma}\| = a q E |\sin \alpha|$

Ce couple fait pivoter (tourner) le dipôle pour l'aligner parallèlement au champ extérieur  $\vec{E}$ .

Alors si on libère un dipôle (figure I.22) dans un espace où le champ électrique  $\vec{E}$  est uniforme, le dipôle tend sous l'action de  $\vec{\Gamma}$  à tourner pour atteindre une position d'équilibre (à la fin  $\vec{\Gamma} = \vec{0}$ ) dans laquelle  $\vec{p}$  et  $\vec{E}$  sont colinéaires.

**Remarque :**

On pose  $\alpha$  l'angle entre  $(\vec{p}, \vec{E})$ .

- Pour  $\alpha=0$  ( $\vec{p}$  a le même sens que  $\vec{E}$ ), c'est la position d'équilibre stable.
- Pour  $\alpha=\pi$  ( $\vec{p}$  et  $\vec{E}$  de sens opposé), c'est la position d'équilibre instable.

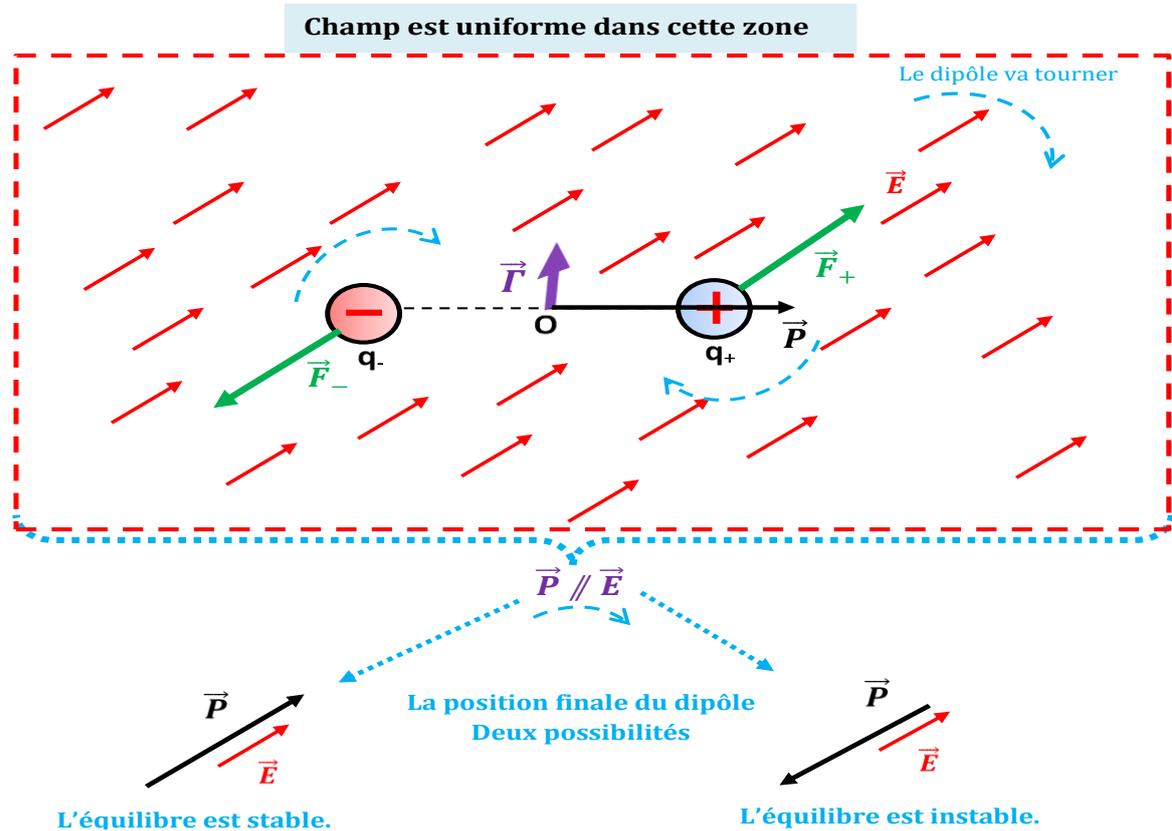


Figure I.22 : Dipôle dans un champ électrique uniforme

## 6. Energie potentielle d'un dipôle

L'énergie potentielle  $E_p$  d'un dipôle, placé dans un champ électrique  $\vec{E}$  est défini par :

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (\text{Produit scalaire}) \Rightarrow E_p = -p E \cos \alpha$$

- Cette énergie est minimale pour :  $\alpha = 0 \Rightarrow E_p = -p E$
- Et maximale pour :  $\alpha = \pi \Rightarrow E_p = p E$

## 7. Exemple d'application

### Exemple

On considère un dipôle formé de deux charges électriques ( $-q$  et  $+q$ ) séparées par une distance  $a$ . Sachant que :  $q = 1.5 \text{ nC}$  et  $a = 5 \text{ mm}$ .

- 1)- Quel est le module de son moment dipolaire  $p$ .
- 2)- Calculer son énergie interne.

3)- Ce dipôle est placé dans un champ électrique uniforme  $E = 45 \text{ kV/m}$ . Exprimer en joules puis en électron- volts, l'énergie potentielle maximale qui résulte de l'interaction de ce dipôle et du champ. ( $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ).

**Solution :**

1)- Moment dipolaire :

$$\vec{p} = q\vec{a} \Rightarrow \|\vec{p}\| = |q|\|\vec{a}\|$$

$$\Rightarrow P = q a \quad \text{AN : } P = 7,5 \cdot 10^{-12} \text{ C.m}$$

2)- Calculer son énergie interne.

L'énergie interne de deux particules est :

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow U = k \frac{(-q)(+q)}{a^2}$$

$$U = -k \frac{q^2}{r^2} \quad \text{AN : } U = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

3)- Calcul l'énergie potentielle maximale :

L'énergie est maximale pour les position instable  $\alpha = \pi$ .

$$E_p = -p E \cos\alpha = pE \quad (\cos\pi = -1)$$

$$\text{AN : } E_p = 3,375 \cdot 10^{-7} \text{ J} = 2,11 \cdot 10^{12} \text{ eV}$$

**I.8 Théorème de GAUSS**

Le théorème de Gauss est une loi fondamentale de l'électrostatique qui établit une relation entre la distribution de charges électriques et le champ électrique qu'elles créent. Il énonce que le flux électrique à travers une surface fermée est proportionnel à la charge électrique à l'intérieur de cette surface.

**1. Flux du champ électrostatique**

Le flux du champ électrostatique est une grandeur scalaire qui mesure la quantité de ce champ électrique qui traverse une surface donnée. En d'autres termes, il représente une mesure de la quantité de lignes de champ électrique qui traversent une surface fermée.

On définit le flux élémentaire du champ électrique  $\vec{E}$  à travers une surface élémentaire  $d\vec{s}$  par la grandeur scalaire:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

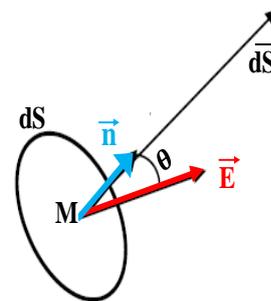
$d\vec{s}$  est un vecteur normal à la surface élémentaire  $ds$  ( $d\vec{s} \perp ds$ )

Soit  $\vec{n}$  le vecteur unitaire porté par  $d\vec{s}$ , alors :

$$d\vec{s} = ds \vec{n}$$

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{n} ds$$

Le flux total  $\Phi$  à travers une surface  $S$  est donné par l'intégrale :



$$\Phi = \int d\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

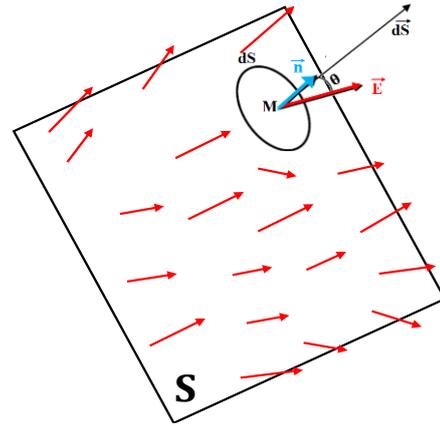
*Le produit scalaire*

$$\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds$$

$$\text{D'où } \Phi = \iint_S ds \|\vec{E}\| \cdot \|\vec{n}\| \cos\theta$$

$\theta$  est l'angle entre le champ électrique  $\vec{E}$  et la normale à la surface  $ds$  ( $\theta = (\vec{E}, \vec{n})$ )

L'unité de  $\Phi$  dans le système international est Volte . mètre (V.m)



### Remarque :

— Dans le cas d'une surface fermée le vecteur unitaire  $\vec{n}$  est toujours orienté de l'intérieur vers l'extérieur.

— Le flux du champ électrostatique peut être positif ou négatif, selon la direction du champ  $\vec{n}$  et l'orientation de la surface  $d\vec{s}$ .

- Si la surface est perpendiculaire aux lignes de champ électrique, le flux est maximal et positif.
- Si la surface est parallèle aux lignes de champ électrique, le flux est nul.
- Si la surface est opposée aux lignes de champ électrique, le flux est négatif.

## 2. Théorème de Gauss

Le théorème de Gauss établit une relation entre le flux du champ électrostatique à travers une surface fermée et la charge dans le volume délimitée par cette surface, appelée surface de Gauss ( $S_G$ ).

**Enoncé :** Dans le vide, le flux total du champ électrostatique sortant d'une surface fermée  $S_G$  (réelle ou fictive) est égal à la somme algébrique des charges se trouvant à l'intérieur de cette surface divisée par  $\epsilon_0$ .

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

$\sum q_i$  est la somme algébrique des charges dans le volume délimité par la surface fermée (surface de Gauss  $S_G$ ). La surface de Gauss appropriée, est une surface qui encercle la charge électrique en question et qui a une certaine symétrie qui permet de simplifier les calculs.

### Remarque :

La surface de Gauss peut souvent être choisie de sorte que le champ électrique soit perpendiculaire à la surface en tout point, ce qui simplifie grandement les calculs du flux électrique à travers la surface.

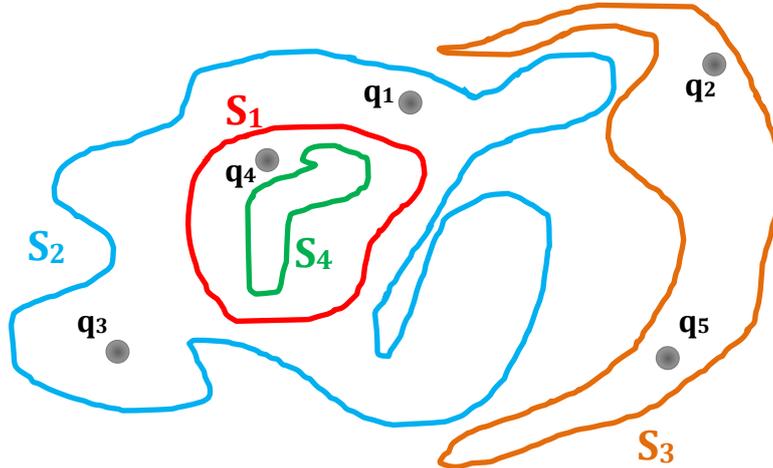
**Exemple :**

Soit la distribution de charges et les surfaces fermées ci-jointes avec les valeurs de charges suivantes (voir la figure ci-dessous) :

$$q_1 = +50 \mu\text{C}, q_2 = -20 \mu\text{C}, q_3 = +35 \mu\text{C}, q_4 = -15 \mu\text{C} \text{ et } q_5 = -42 \mu\text{C}.$$

$$\text{On donne : } \epsilon_0 = 8.845 \cdot 10^{-12} \text{ (UI)}$$

- Quels sont les flux électriques respectifs traversant les surfaces  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  et  $S_4$  ?

**Solution :**

D'après le théorème de Gauss, le flux à travers une surface fermée est :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow \Phi = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

1- Le flux à travers  $S_1$  :

$$\Phi_{S_1} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{q_4}{\epsilon_0}, \text{ AN: } \Phi_{S_1} = -1.69587 \cdot 10^6 \text{ V.m}$$

2- Le flux à travers  $S_2$  :

$$\Phi_{S_2} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{(q_4 + q_1 + q_3)}{\epsilon_0}, \text{ AN: } \Phi_{S_2} = 7.91407 \cdot 10^6 \text{ V.m}$$

3- Le flux à travers  $S_3$  :

$$\Phi_{S_3} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{(q_2 + q_5)}{\epsilon_0}, \text{ AN: } \Phi_{S_3} = -7.00961 \cdot 10^6 \text{ V.m}$$

4- Le flux à travers  $S_4$  :

$$\Phi_{S_4} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{0}{\epsilon_0}, \text{ AN: } \Phi_{S_4} = 0 \text{ V.m}$$

**Remarque**

- Si  $\vec{E}$  est parallèle à la surface  $S$  ( $\vec{E} \perp d\vec{s}$ )  $\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow$  le flux est nul.
- Si  $\vec{E}$  est perpendiculaire à la surface ( $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ ) et  $E = \text{Cte} \Rightarrow$  le flux  $\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = E S$

➤ Si le flux à travers une surface est nul, cela signifie qu'il n'y a pas de charges à l'intérieur de la surface de GAUSS.

### 3. Applications de théorème de Gauss

Ce théorème permis dans certain cas de problèmes qui présentent une symétrie, de calculer le champ électrique. La méthode est plus simple que celle du calcul direct.

En générale si le champ électrique  $\vec{E}$  est constant (en direction et en module) sur la surface de Gauss, alors on peut le faire sortir de l'intégrale ce qui donne :

$$\begin{aligned} \text{➤ Pour } \theta = (\vec{E}, \vec{n}) = 0 &\Rightarrow \Phi = \oint_S E \, ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow E \oint_S ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \\ &\Rightarrow E = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0 \oint_S ds} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ Pour } \theta = (\vec{E}, \vec{n}) = \pi &\Rightarrow \Phi = \oint_S -E \, ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow -E \oint_S ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \\ &\Rightarrow E = -\frac{\sum q_i}{\epsilon_0 \oint_S ds} \end{aligned}$$

#### - Etapes à suivre pour déterminer E

Pour déterminer le champ électrique créée par une charge qui présente une symétrie, il faut suivre c'est étapes :

- Distinguer le point **M** où on veut calculer le champ **E**.
- Prédire la direction du champ  $\vec{E}$  au point **M**.
- Choisir une surface fermée passant par **M**, c'est la surface de Gauss **S<sub>G</sub>** ( réelle ou fictive).

- Calculer  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$ .
- Identifier (déterminer) la charge  $Q_{int}$  qui se trouve à l'intérieure de la surface de Gauss **S<sub>G</sub>**. Plusieurs cas existent :

- Si à l'intérieur de **S<sub>G</sub>** se trouve *n* charges ponctuelles  $q_i \Rightarrow Q_{int} = \sum_1^n q_i$
- Si à l'intérieur de **S<sub>G</sub>** se trouve une distribution de charge continue :

- 1- Cas de distribution linéique :  $Q_{int} = \int \lambda \, dl$
- 2- Cas de distribution surfacique :  $Q_{int} = \iint \sigma \, ds$
- 3- Cas de distribution volumique :  $Q_{int} = \iiint \rho \, dv$

- Ecrire l'égalité de Gauss :

*on remplace par le terme calculé*      *on remplace par  $Q_{int}$  calculée*

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Et en déduire le champ E au point M.

### 4. Exemples D'application :

#### Exemple :

#### Champ créé par un fil rectiligne infini

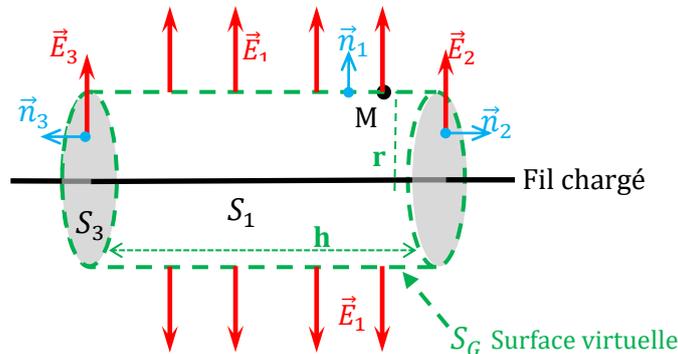
Soit un fil rectiligne de longueur infini chargé uniformément avec une densité  $\lambda > 0$ .

- Déterminer le champs en tout point de l'espace créé par ce fil.

**Solution :**

Expression du champ électrique :

On remarque que la distribution de charge est invariante par rotation autour du fil et par translation parallèle au fil. La surface de Gauss  $S_G$  dans ce cas est un cylindre fermé d'axe confondu avec le fil chargé (Voir la figure). Soit  $h$  et  $r$  respectivement la hauteur et le rayon de ce cylindre.



Suivant le théorème de Gauss :

$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

- Calcul le flux du champ électrique à travers la surface  $S_G$

Le flux total :  $\Phi_{S_G} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{s}_3$$

Comme  $\vec{E}_2 \perp d\vec{s}_2$  et  $\vec{E}_3 \perp d\vec{s}_3$  alors

$$\iint_{S_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{s}_2 = \iint_{S_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{s}_3 = 0$$

Et comme  $\vec{E}_1 \parallel d\vec{s}_1$  et dans le même sens, alors :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{s}_1 = \iint_{S_1} E \, ds_1$$

Nous obtenons donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_1 \cdot 2\pi \cdot r \cdot h$$

Calcul de la charge intérieure de la surface  $S_G$

Distribution linéique uniforme :  $dq = \lambda \cdot dl \Rightarrow Q_{int} = \int dq = \lambda \int_h^0 dl$   
 $\Rightarrow Q_{int} = \lambda \cdot h$

En remplaçant dans l'égalité de Gauss on obtient :

$$E_1 \cdot 2\pi \cdot r \cdot h = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} = \frac{2K\lambda}{r}}$$

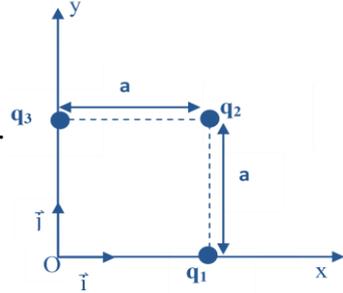
## I.9 Exercices

## Exercice 1

Soient trois charges ponctuelles placées sur trois sommets d'un carré de côté  $a$ , figure ci-contre.

-Déterminer et représenter la force électrique appliquée sur  $q_1$ .

On donne:  $q_1=q_3=-q$ ;  $q_2=q=8.10^{-9}C$ ;  $a=5cm$ ,  $K=9 \cdot 10^9(UI)$ .



## Solution

Expression de la force  $\vec{F}_1$  qui s'exerce sur  $q_1$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{2/1} + \vec{F}_{3/1}$$

$$\vec{F}_{2/1} = \frac{kq_1q_2}{a^2} \vec{u}_{2/1}, \quad \vec{u}_{2/1} = -\vec{j}$$

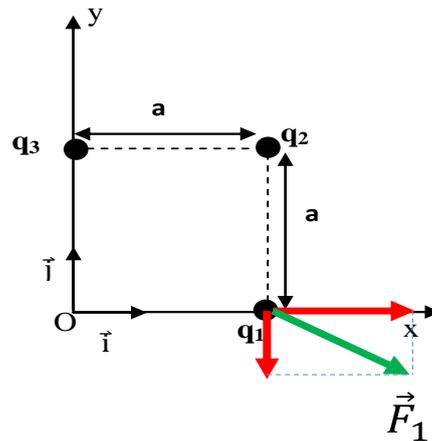
$$\vec{F}_{3/1} = \frac{kq_1q_3}{2a^2} \vec{u}_{3/1}, \quad \vec{u}_{3/1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{kq^2}{a^2} \vec{j} + \frac{kq^2}{2a^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right)$$

$$\vec{F}_1 = \frac{kq^2}{a^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vec{j} \right)$$

$$\vec{F}_1 = (1.63 \cdot 10^{-4} \vec{i} + 0.67 \cdot 10^{-4} \vec{j})$$

$$\text{AN: } \|\vec{F}_1\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 1.76 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$



Echelle 1cm  $\rightarrow$   $10^{-4}N$

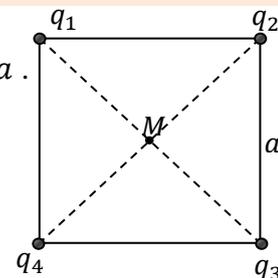
## Exercice 2 :

Soit la distribution de charges présentée par la figure ci-contre.

Sachant que quatre charges de même valeur  $q$  et le carré de côté  $a$ .

Déterminer le champ et le potentiel électrostatiques créés

au point  $M$  (centre du carré)



**Solution :**

D'après la figure ci-contre les distances qui séparent le point M et les quatre charges sont :

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = a \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Et  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = +q$

- Calcul le potentiel au point M:

$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) + V_3(M) + V_4(M) = 4 \cdot K \frac{q}{r}$$

Alors

$$V(M) = 4\sqrt{2} \cdot K \frac{q}{a}$$

Calcul le champ électrostatique au point M créé par les trois charges:

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M) + \vec{E}_3(M) + \vec{E}_4(M) = \sum_{i=1}^N K \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i \quad \text{somme vectorielle}$$

En module

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = |\vec{E}_3| = |\vec{E}_4| = K \frac{q_i}{r_i^2} = 2K \frac{q}{a^2} \quad (|\vec{u}_i| = 1)$$

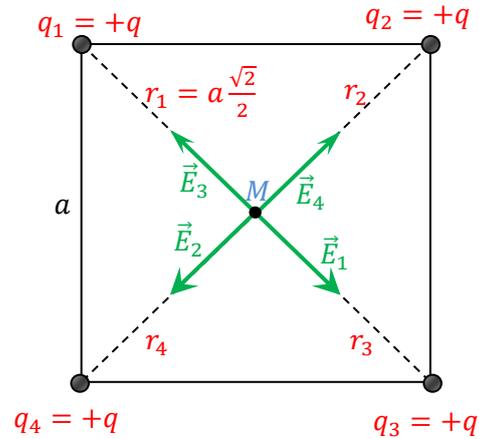
Comme  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_3$  sont égaux en module et opposé en direction alors :

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_3 = \vec{0}$$

Comme  $\vec{E}_2$  et  $\vec{E}_4$  sont égaux en module et opposé en direction alors

$$\vec{E}_2 + \vec{E}_4 = \vec{0}$$

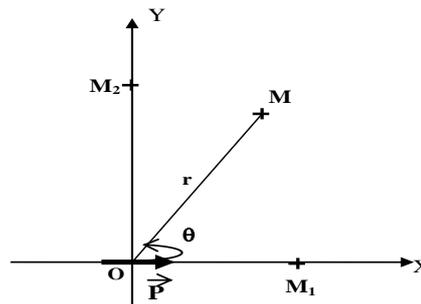
Le champ électrique au centre du carré est nul ;  $\vec{E}(M) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \vec{0}$



**Exercice 3**

Soit un dipôle électrique de moment dipolaire  $\vec{p}$ , le potentiel crée par ce dipôle en point

$$M(r,\theta) \text{ est défini par : } V = k P \frac{\cos\theta}{r^2}$$



1- Déterminer le champ électrique au point M créé par ce dipôle.

2- Déduire la valeur du champ et le potentielle électrique créée par ce dipôle au point  $M_1(a,0)$  et  $M_2(0,b)$ .

On donne :  $p=7.5 \cdot 10^{-12} \text{ C.m}$ ,  $a= 2 \text{ mm}$ ,  $b=4\text{mm}$ .

**Solution :**

1- Déterminer le champ électrique au point M créé par ce dipôle.

$$\text{On sait que : } \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta$$

Alors, en dérivant l'expression de V on obtient les composantes du champ créée par le dipôle électrique :

$$\vec{E}(r, \theta) = \begin{cases} E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\cos \theta}{r^3} \right) \\ E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\sin \theta}{r^3} \right) \end{cases}$$

2- Dédurre la valeur du champ et le potentielle électrique créée par ce dipôle au point M<sub>1</sub> et M<sub>2</sub>.

Il faut déterminer les position de chaque point en coordonnées polaires.

Au point M<sub>1</sub> : r=2mm et θ=0 et Au point M<sub>2</sub> : r=4mm et θ=π/2

Le potentiel :

$$V(M_1) = 9 \cdot 10^9 \cdot 7.5 \cdot 10^{-12} \frac{\cos 0}{(2 \cdot 10^{-3})^2} = 16875V$$

$$V(M_2) = 9 \cdot 10^9 \cdot 7.5 \cdot 10^{-12} \frac{\cos(\pi/2)}{(4 \cdot 10^{-3})^2} = 0V$$

Le champ électrique

$$\vec{E}(M_1) = \begin{cases} E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\cos 0}{r^3} \right) = 1.6875 \cdot 10^7 \text{ V/m} \\ E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\sin 0}{r^3} \right) = 0 \text{ V/m} \end{cases}$$

$$\vec{E}(M_2) = \begin{cases} E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\cos \pi/2}{r^3} \right) = 0 \text{ V/m} \\ E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} p \left( \frac{\sin \pi/2}{r^3} \right) = 8.4375 \cdot 10^6 \text{ V/m} \end{cases}$$

**Exercice 4**

En première approximation, une molécule d'eau peut être considérée comme formée de deux ions H<sup>+</sup> et un ion O<sup>2-</sup>. L'atome d'oxygène portant la charge -2δ relié à deux atomes d'hydrogène portant chacun la charge +δ.

δ vaut 33% de la charge élémentaire ; l'angle entre les deux liaisons O-H est noté α ; la distance entre un atome d'oxygène et un atome d'hydrogène est notée d.

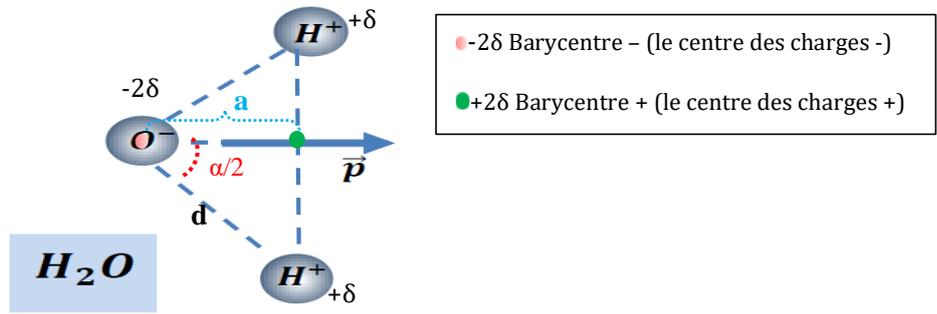
1) Faire un schéma de cette molécule.

2) Déterminer l'expression du moment dipolaire de la molécule d'eau et calculer sa valeur.

**Données :** Charge élémentaire : e = 1.60 × 10<sup>-19</sup> C ; Distance O-H : d = 0.952 Å (1 Å = 1 × 10<sup>-10</sup> m); Angle α : α = 104° 45' (1' = 1/60<sup>ième</sup> de degré).

**Solution**

1) Schéma de la molécule H<sub>2</sub>O :



2) Déterminer l'expression du moment dipolaire de la molécule d'eau et calculer sa valeur, en C m.

On sait que :  $\vec{p} = q\vec{a}$  avec  $q = 2\delta = 2 * \frac{0.33 e}{\delta}$  et  $a = d \cos \frac{\alpha}{2}$

D'où :

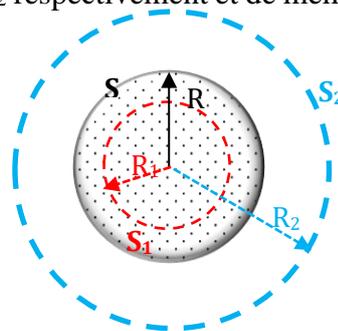
$$p = 2\delta d \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$p = 0.66ed \cos \frac{\alpha}{2} \quad \text{AN : } p = 6.13710^{-30} \text{ C.m}$$

**Exercice 5**

Soit une sphère de rayon R chargée uniformément en volume avec une densité  $\rho > 0$ .

Quels sont les flux électriques respectifs traversant les surfaces sphériques imaginaires (fictives, non réelles) S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> de rayon R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> respectivement et de même centre que la sphère S (voir la figure ci-contre).



**Solution :**

Détermination l'expression de flux :

1- A travers S<sub>1</sub> :

On sait que :  $\Phi_{S_1} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{q_{S_1}}{\epsilon_0}$ , En observant la figure,

on remarque que la charge qui se trouve à l'intérieure de S<sub>1</sub> est la charge totale portée par la sphère elle-même (sphère S<sub>1</sub>). Tout le volume de S<sub>1</sub> est chargé par la densité  $\rho$ .

$$q_{S_1} = \iiint_{v_{S_1}} \rho dv = \overset{Cte}{\rho} \iiint_{v_{S_1}} dv = \rho v_{S_1} = \rho \frac{4}{3} \pi R_1^3$$

$$D'o\grave{u} : \Phi_{S_1} = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R_1^3}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{S_1} = \rho \frac{4}{3\epsilon_0} \pi R_1^3$$

2 - A travers  $S_2$

On sait que :  $\Phi_2 = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{q_{S_2}}{\epsilon_0}$ , en observant la figure, on remarque que la charge à l'intérieure de la sphère  $S_2$  est la charge totale portée par la sphère réelle  $S$ .

Comme la distribution de charge est volumique, alors :

$$q_{S_2} = q_S = \iiint_{V_S} \rho dv = \overset{cte}{\rho} \iiint_{V_S} dv = \rho v_S = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$D'o\grave{u} : \Phi_{S_2} = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R^3}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{S_2} = \rho \frac{4}{3\epsilon_0} \pi R^3$$

### Exercice 06

Soit une sphère  $S$  de centre  $O$  et de rayon  $R$ , uniformément chargée **en surface** par une densité surfacique  $\sigma > 0$ .

Calculer le champ électrostatique créé par cette sphère en tout point de l'espace.

#### Solution :

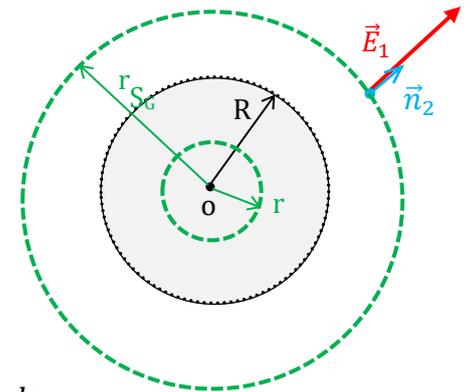
On remarque que la distribution de charge est de symétrie sphérique alors le champ est radial. La surface de Gauss  $S_G$  dans ce cas est une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$ .

- Lorsque  $r < R$  (à l'intérieure de la sphère  $S$ )

C'est claire que à l'intérieure de  $S_G$  la charge est nulle.

$$\text{Si } Q_{int} = 0 \quad \Rightarrow \quad E(r) = 0$$

- Lorsque  $r > R$  (à l'extérieure de la sphère  $S$ )



Calcul le flux du champ électrique à travers la surface  $S_G$

Dans ce cas  $\vec{E} \parallel \vec{n}$

$$\begin{aligned} \Phi_{S_G} &= \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oiint_{S_G} \overbrace{\vec{E} \cdot \vec{n}}^E ds = E \oiint_{S_G} ds \\ \Phi_{S_G} &= E S_G \quad \Rightarrow \quad \Phi_{S_G} = 4\pi r^2 E \end{aligned}$$

- Déterminer la charge qui se trouve à l'intérieure de la surface de Gauss

C'est claire que à l'intérieure  $S_G$  la charge est distribuée sur la surface de sphère chargée  $S$ .

D'o\grave{u}

$$\begin{aligned} \text{Distribution surfacique : } Q_{int} &= \iint_S \overset{cte}{\sigma} ds \quad \Rightarrow \quad Q_{int} = \sigma \iint_S ds \\ Q_{int} &= \sigma S = 4\pi R^2 \sigma \end{aligned}$$

En remplaçant dans l'égalité de Gauss on obtient :

$$4\pi r^2 E = \frac{4\pi R^2 \sigma}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

Alors le champ créé par sphère chargée uniformément en surface est :

$$E(r) \begin{cases} E(r) = 0, & r < R \\ E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}, & r \geq R \end{cases}$$

## CHAPITRE II: CONDUCTEURS EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE

### Introduction

Un conducteur est un milieu matériel dans lequel les charges libres peuvent se déplacer. On dit qu'un conducteur est en équilibre électrostatique lorsque ses charges sont immobiles, autrement dit : elles ne sont soumises à aucune force, ce qui conduit à une distribution uniforme des charges à sa surface.

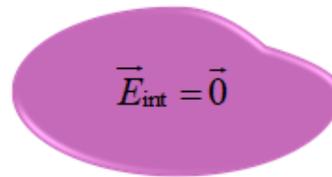
Dans ce chapitre, nous allons voir les propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique, l'électrisation d'un conducteur, le condensateur et les lois qui les régissent.

### II.1 Propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique

Soit dans le vide un conducteur chargé en équilibre électrostatique par une charge  $Q$

#### 1. Le champ électrostatique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique

Le champ électrique  $\vec{E}$  est nul en tout point du conducteur en équilibre électrostatique. Ceci est dû en fait que le conducteur en équilibre électrostatique ses charges sont immobiles, donc elles ne sont soumises à aucune force ( $\vec{F} = \vec{0}$ ) et on sait que  $\vec{F} = q\vec{E}_{\text{int}}$  ce qui implique que  $\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$ .

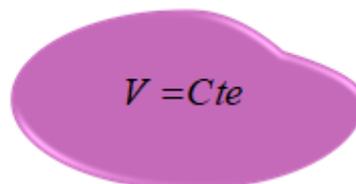


Champs à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique

#### 2. Le potentiel électrostatique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique

Le conducteur à l'équilibre électrostatique constitue un volume équipotentiel c'est-à-dire son potentiel  $V$  est uniforme ( même valeur en volume et en surface).

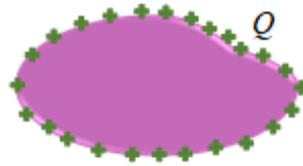
$$\text{Car : } \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \Rightarrow \vec{0} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \Rightarrow V = Cte$$



Le conducteur est un volume équipotentiel

### 3. La distribution de la charge à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique

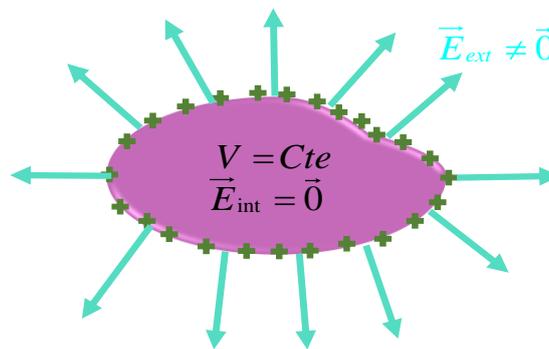
A l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique la charge électrique est nulle, sa charge est entièrement répartie sur sa surface.



Répartition surfacique

### 4. Les lignes du champ électrique d'un conducteur en équilibre

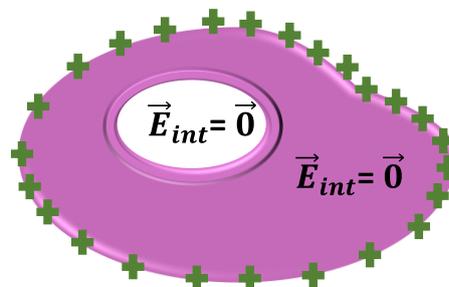
Les lignes de champs sont perpendiculaires à la surface d'un conducteur chargé en équilibre Electrostatique car le conducteur constitue une équipotentielle ( Voir le chapitre I ).



### 5. Propriétés d'un conducteur creux en équilibre électrostatique

Un conducteur creux dont la cavité ne contient pas de charges possède, quand il est en équilibre électrostatique, les propriétés suivantes :

- Le champ électrique est nul dans la masse et dans la cavité.
- Le potentiel est constant en tout point intérieur du volume limité par la surface extérieure du conducteur.
- Les charges sont uniquement réparties sur la surface extérieure.



Conducteur creux en équilibre électrostatique

**6. Champ au voisinage d'un conducteur en équilibre électrostatique :**

Pour calculer le champ électrique au voisinage immédiat d'un conducteur chargé en équilibre électrostatique on utilise le théorème de Gauss. Pour cela, on considère un élément de surface  $dS$  portant une charge élémentaire  $dq = \sigma ds$ . La surface de Gauss  $S_G$  est un cylindre de hauteur  $h$  et de rayon  $r$  (Voir la figure II.1).

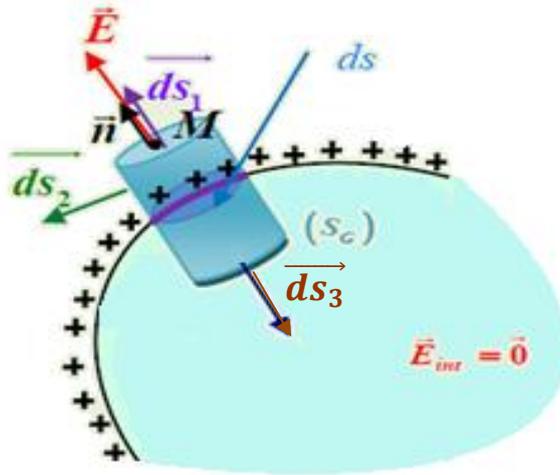


Figure 1 : Application de la théorème de Gauss sur un conducteur en équilibre Electrostatique

Calculons le flux du champ électrique à travers  $S_G$  :

$$\Phi_{S_G} = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Le flux total à travers la surface de Gauss (cylindre fermé  $S_G$ )

$$\Phi_{S_G} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E}_{int} \cdot d\vec{S}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_{int} \cdot d\vec{S}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_{int} \cdot d\vec{S}_3$$

$$\vec{E} // d\vec{S}_1 \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 = E \cdot dS_1$$

$$\vec{E} \perp d\vec{S}_2 \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 = 0$$

$$\vec{E}_{int} = 0 \Rightarrow \vec{E}_{int} \cdot d\vec{S}_3 = 0$$

On obtient :  $\Phi = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 = E \cdot S_1$  et  $Q_{int} = \sigma S_1$

D'où l'égalité de Gauss donne :  $E \cdot S_1 = \frac{\sigma S_1}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Alors l'expression du champ électrique au voisinage immédiat d'un conducteur chargé en équilibre électrostatique est donné par:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{C'est le théorème de Coulomb.}$$

a) Théorème de Coulomb :

En un point M pris dans le vide au voisinage immédiat de la surface d'un conducteur, le champ  $\vec{E}$  normal à la surface a pour valeur  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ . Il est dirigé vers la surface si les charges en regard sont négatives et vers l'extérieur si elles sont positives.

b) - Variation du champ électrique au voisinage du conducteur :

Le champ électrique d'un conducteur en équilibre électrostatique est nul à l'intérieur. Cependant, à sa surface, le champ électrique est perpendiculaire à la surface et sa valeur dépend de la densité de charge à la surface. A l'extérieur du conducteur, le champ électrique

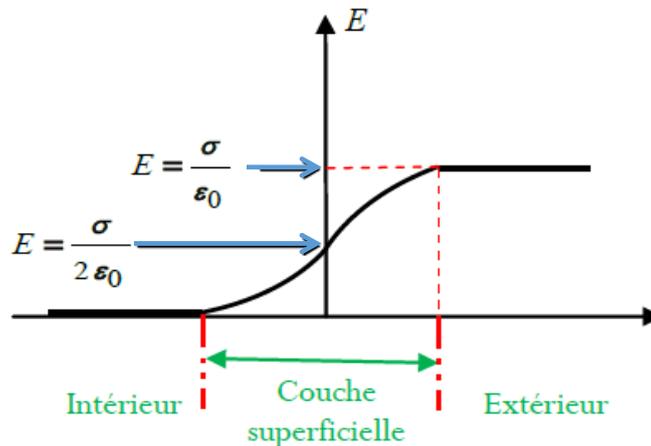


Figure II.2 : Variation du champ électrique au voisinage du conducteur en équilibre électrostatique

varie en fonction de la distribution de charge sur sa surface ( Voir la figure II.2) .

**7. Pression électrostatique**

On définit ainsi *la pression électrostatique P* exercée sur l'élément de surface  $dS$  chargé avec une densité de charge surfacique  $\sigma$  : c'est une force par unité de surface, elle est donnée

par la relation :  $P = \frac{dF}{dS}$

La charge qui se trouve sur la surface  $dS$  subit une force électrique  $dF = dq E$

Avec  $dq = \sigma dS$  et  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  ce qui donne :

$$dF = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} dS$$

D'où la pression électrostatique  $P$  exercée sur l'élément de surface  $dS$  chargé est donnée

par :

$$P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

- La pression électrostatique c'est une grandeur scalaire positive. Cette pression peut être considérée aussi comme étant la force capable d'arracher les charges au conducteur.
- L'unité de la pression électrostatique : Le pascal ( $Pa$ ).

### 8. Pouvoir des pointes :

Les charges électriques dans un conducteur en équilibre électrostatique ont tendance à s'accumuler sur les surfaces en pointe (c'est à dire celles dont le rayon de courbure est petit). Au fait l'accumulation de charges dépend la forme géométrique du conducteur. Lorsque le conducteur est de forme sphérique, par exemple, les charges sont uniformément réparties à la surface de la sphère avec une densité de charge surfacique  $\sigma$  (voir figure II.3 - a). Par contre dans le cas d'un conducteur de forme quelconque, les charges se répartissent à la surface de façon non homogène (voir figure II.3 - b). Afin que le champ électrique soit nul à l'intérieur du conducteur en équilibre, les charges doivent être plus concentrées dans les régions où les rayons de courbures sont plus faibles. On retrouve donc plus de lignes de champ au niveau des pointes et des champs électriques de modules plus élevés.

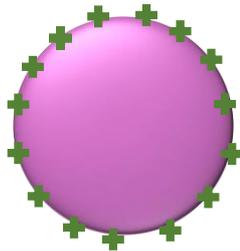


Figure II.3 - a : Conducteur en forme sphérique

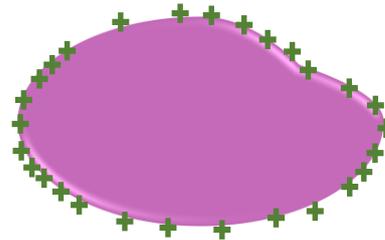


Figure II.3 - b : conducteur de forme quelconque

## II.2 Capacité d'un conducteur

L'expérience à montrer qu'il y a une proportionnalité directe entre la charge  $Q$  et le potentiel  $V$  d'un conducteur isolé (en équilibre électrostatique). C'est-à-dire le rapport entre la charge portée par le conducteur et son potentiel est constant :

$$\frac{Q}{V} = \frac{Q'}{V'} = \frac{Q''}{V''} = Cste$$

Cette constante est appelée la capacité d'un conducteur isolé  $C$ , sa valeur dépend de la géométrie et les dimensions du conducteur ainsi que le milieu dans lequel il se trouve. Elle caractérise l'aptitude du conducteur, porté à un potentiel donné, d'emmagasiner de la charge.

Elle est donnée par l'expression :  $C = \frac{Q}{V}$

L'unité de  $C$  dans le système international (SI) est le Farad, dans la pratique, on utilise surtout les sous-multiples du Farad :

- Le microfarad  $1 \mu F = 10^{-6} F$
- Le nanofarad  $1 nF = 10^{-9} F$
- Le picofarad  $1 pF = 10^{-12} F$

### II.3 Energie électrostatique d'un conducteur isolé :

Soit un conducteur isolé chargé par une charge  $Q$  et son potentiel est  $V$ . l'énergie potentielle électrique de ce conducteur est donné par

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$W$  est exprimé en joules,  $C$  en Farad,  $V$  en Volt et  $Q$  en Coulomb.

### II.4 Electrification d'un conducteur : Phénomène d'influence entre conducteurs chargés

#### 1. Influence partielle

L'influence électrostatique se manifeste lorsqu'on approche un conducteur A chargé d'un autre conducteur B soit il est chargé ou non.

##### a) Cas du conducteur B non chargé (neutre) $Q_B=0$

Soit B un conducteur neutre ( $Q_B=0$ ), si on approche un autre conducteur A chargé positivement au conducteur B, le conducteur B va être influencé par la présence du conducteur A dans son espace( Voir la figure II.4). Des charges négatives (-) apparaissent sur la surface du conducteur B en face du conducteur A, et des charges positives (+) sur l'autre côté du conducteur B.

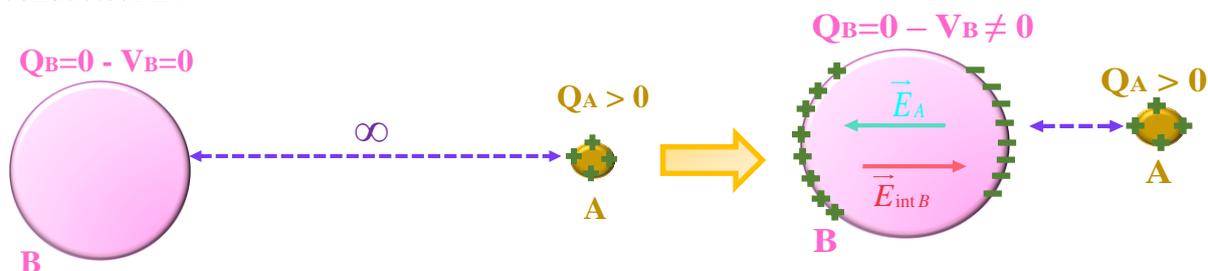


Figure II.4 : Electrification d'un conducteur non chargé par influence partielle

#### Interprétation :

Considérons un conducteur B neutre, approchons de ce dernier un conducteur A chargé positivement. Le conducteur A crée dans son espace un champ électrique  $\vec{E}_A$ . Les électrons libres du conducteur B vont se déplacer sous l'action du champ électrique  $\vec{E}_A$  dans le sens inverse de  $\vec{E}_A$  ( $\vec{F} = -e\vec{E}_A$ ). Ces électrons vont s'accumuler sur la face regardant A et les charges positives vont apparaître sur l'autre face. Ce transfert de charge s'arrête lorsque  $\|\vec{E}_A\| = \|\vec{E}_{intB}\|$

. Ainsi, lorsque le champ à l'intérieur du conducteur B s'annulera à ce moment le conducteur est en équilibre électrostatique.

**Remarque :**

Le phénomène d'influence ne modifié pas la charge totale **d'un conducteur isolé**, sa charge reste constante égale à sa valeur initiale. Il modifie uniquement la répartition de cette charge sur la surface donc son potentiel  $V_B$  qui change.

Dans l'exemple précédent, la charge de B reste constante ( $Q_B=0$ ), son potentiel qui change  $V_B \neq 0$

b) Cas du conducteur B chargé négativement ( $Q_B < 0$ )

Dans ce cas la répartition de la charge du conducteur B va se modifier (figure II.5).

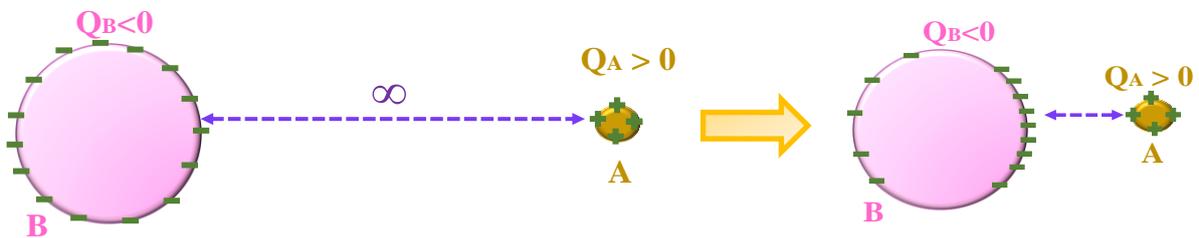


Figure II.5 : Electrification d'un conducteur chargé négativement par influence partielle

**Remarque**

L'influence de deux conducteurs chargés de charge  $Q_1 = \sigma_1 ds_1$  et  $Q_2 = \sigma_2 ds_2$  qui se font face sur deux éléments de surface correspondants sont égales et opposées. Ceci constitue le **théorème des éléments correspondants**. L'influence est dite partielle car seule une partie des lignes de champ issues du conducteur A aboutit au conducteur B.

c) Cas d'un conducteur maintenu à un potentiel constant :

Si le conducteur B est maintenu à un potentiel constant  $V_B$  (relié à un générateur  $V_B$  ou la terre  $V_B=0$ ). Dans ce cas si on approche à B un conducteur A, à ce moment la charge B va être modifiée par contre son potentiel demeure constant ( $Q_B$  change et  $V_B$  demeure constant) (Voir la figure II.6).

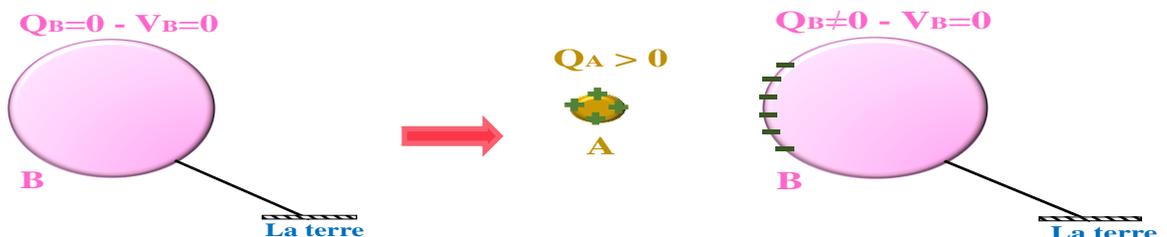


Figure II.6 : Electrification d'un conducteur maintenu à un potentiel constant par influence partielle

**2. Influence totale**

On parle d'influence totale lorsque toutes les lignes de champ partant de A aboutissent sur B. Ceci est obtenu lorsque B entoure complètement A. L'application du théorème des éléments correspondants, montre que la charge qui apparaît sur la surface interne de B est égale et opposée à la charge du conducteur A ( $Q_{Bint} = -Q_A$ ). Voir la figure II.7.

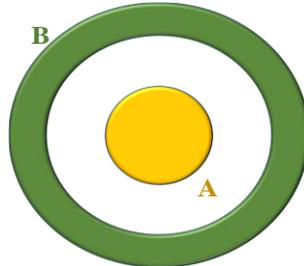
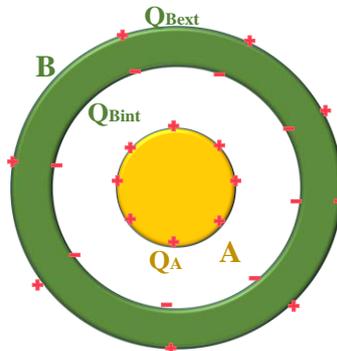


Figure II.7 : Electrification d'un conducteur par influence totale

**Exemple**

Soit deux conducteurs A et B comme il est indiqué sur la figure ci-contre. A est chargé positivement  $Q_A > 0$  et B n'est pas chargé  $Q_B = 0$ .



Par influence totale :  $Q_{Bint} = -Q_A$

La charge totale de B est conservée, le phénomène d'influence ne modifie pas la charge d'un conducteur, c'est la répartition de la charge qui est modifiée d'où :

$$Q_B = Q_{Bint} + Q_{Bext} \Rightarrow Q_{Bext} = Q_B - Q_{Bint} \text{ et } Q_B = 0$$

$$\Rightarrow Q_{Bext} = -Q_{Bint}$$

Alors la distribution de charge sur le conducteur B est :  $\begin{cases} Q_{Bint} = -Q_A \\ Q_{Bext} = +Q_A \end{cases}$

**II.5 Condensateur**

**1. Définition**

Un condensateur est un appareil qui sert à emmagasiner de l'énergie électrique. Il est constitué de deux conducteurs en influence totale.

**2. Capacité d'un condensateur**

On schématise dans les circuits électroniques les condensateurs par :



Si  $Q$  est la charge portée par les armatures et  $V$  est la différence de potentiel (ddp) entre les deux armatures, l'expérience à montrer que le rapport  $\frac{Q}{V}$  demeure constant, cette constante est appelée la capacité d'un condensateur noté par  $C$ .

-La valeur de la capacité  $C$  d'un condensateur qui est une grandeur positive dépend de :

- La géométrie des conducteurs qui forme le condensateur, la dimension et sa forme...
- La distance entre les deux armatures.
- La nature du milieu qui sépare les deux armatures caractérisé par  $\epsilon(\epsilon_0$  dans le cas du vide). Les armatures sont séparées par un isolant qui a pour rôle d'augmenter la capacité du condensateur.

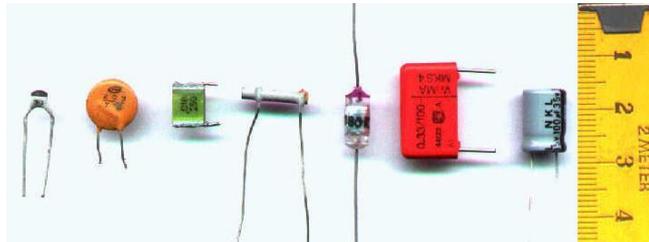


Figure II.8 : Modèles des condensateurs

### 3. Etapes à suivre pour déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur

- 1- Déterminer l'expression du champ électrique à l'intérieur du condensateur, c'est-à-dire entre les deux armatures.
- 2- Trouver l'expression de la ddp  $\Delta V$  entre les deux armatures.
- 3- Effectuer le rapport  $\frac{Q}{\Delta V}$  qui représente l'expression du  $C$ .

### 4. Exemples d'applications:

#### a) Condensateur sphérique

Le condensateur sphérique est constitué de deux sphères concentriques et conductrices de rayon  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) séparées par un isolant. Voir la figure II.9.

Si le premier armature (Sphère de rayon  $R_1$ ) est chargé par  $Q > 0$ , le deuxième armature portera une charge  $Q < 0$ .

- Déterminer l'expression de la capacité du condensateur sphérique :

- Expression du champ électrique à l'intérieur du condensateur :

En appliquant le théorème de Gauss, la surface de Gauss est une sphère de rayon  $r$  concentrique avec les deux sphères.

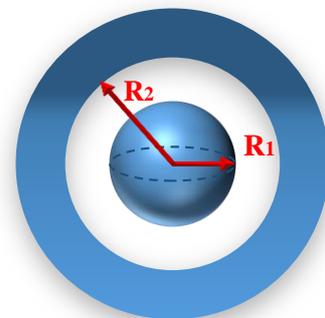


Figure II.9 : Condensateur sphérique

$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{inter}}{\epsilon_0} \Rightarrow \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \oiint_{S_G} dS = E(r)4\pi r^2 \quad \text{et} \quad Q_{inter} = Q$$

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

D'où :

- Expression de la ddp entre les deux armatures  $\Delta V$  :

Comme le champ électrique  $\vec{E}$  est radial et  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V$ , alors on peut écrire :

$$E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E dr$$

$$\int_{V_-}^{V_+} dV = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow V_+ - V_- = \frac{Q_B}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right]$$

D'où :

- Déduire l'expression de la capacité C :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \Rightarrow C = \frac{4\pi\epsilon_0 (R_2 R_1)}{R_2 - R_1}$$

C'est clair que la capacité d'un condensateur dépend du milieu  $\epsilon_0$ , de sa dimension du  $(R_2 R_1)$  et la distance entre les deux armatures  $(R_2 - R_1)$ .

**b) Condensateur plan**

Il est constitué de deux conducteurs plans (deux plaques) parallèles (en regard) de surface S et d'épaisseur e avec  $(e \ll S)$ , voir la figure II.10.

Déterminer l'expression de la capacité du condensateur plan :

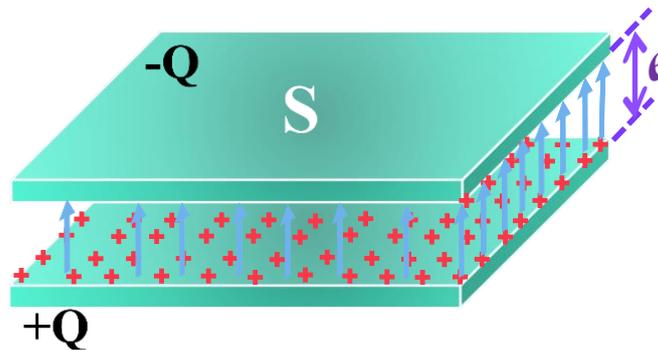


Figure II.10 : Condensateur plan

- Expression du champ électrique à l'intérieur du condensateur :

Le champ  $\vec{E}$  dans ce cas est uniforme se dirige de la plaque positif vers la plaque négative ; voir la figure ci-dessous. On peut déterminer l'expression de  $\vec{E}$ , en utilisant le théorème de Gauss.

La surface de Gauss est un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .

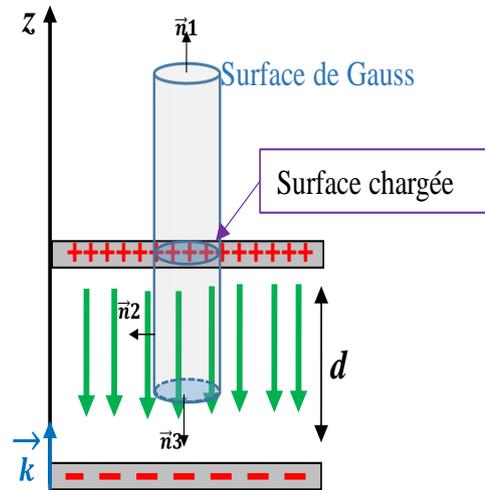
On calcule le flux à travers la surface de Gauss

$$\Phi = \oiint_{S_G} (\vec{E} \cdot \vec{n}_1 ds_1 + \vec{E} \cdot \vec{n}_2 ds_2 + \vec{E} \cdot \vec{n}_3 ds_3) = \frac{\sum Q_{int}}{\epsilon_0}$$

D'après la figure .., on peut déduire que :

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{E} \cdot \vec{n}_1 = 0 \text{ car } E = 0 \\ \vec{E} \cdot \vec{n}_2 = 0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{n}_2 \\ \vec{E} \cdot \vec{n}_3 = E \text{ car } \vec{E} \parallel \vec{n}_3 \end{cases}$$

D'où :  $\Phi = \iint_{S_1} E \cdot ds_3 = E \cdot S_3 \Rightarrow \Phi = E\pi r^2$



A l'intérieur de la surface de Gauss, la charge est portée par le disque qui traverse la surface de la plaque (distribution surfacique)  $Q_{int} = \sigma \cdot S = \sigma \pi r^2$

L'égalité de Gauss nous donne  $\Phi = E\pi r^2 = \frac{\sigma \pi r^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

En écriture vectorielle  $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{k}$

- Déterminer l'expression  $\Delta V = (V(+)-V(-))$

On sait que :  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

En coordonnées cartésiennes cela donne :  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

$$E\vec{k} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}\right) \Rightarrow E\vec{k} = -\left(\frac{dV}{dz}\right) \vec{k}$$

$$E(z) = -\frac{dV}{dz} \Rightarrow \int_{V_-}^{V_+} dV = -\int_0^d E(z) dz$$

$$V_+ - V_- = -\int_0^d -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dz$$

$$\Delta V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_0^d dz$$

$$\Delta V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

- Effectuer le rapport :  $C = \frac{Q}{\Delta V}$

$Q$  est la charge totale portée par l'armature positive  $Q = \sigma S$ , surface de l'armature.

D'où L'expression d'un condensateur plan est donnée par :  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

c) Condensateur cylindrique

Le condensateur cylindrique est constitué de deux cylindres conducteurs coaxiaux, séparés par un isolant. Voir la figure II.11.

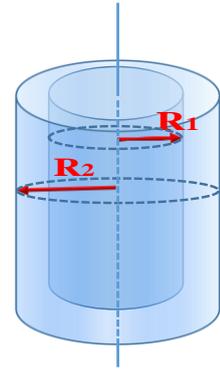
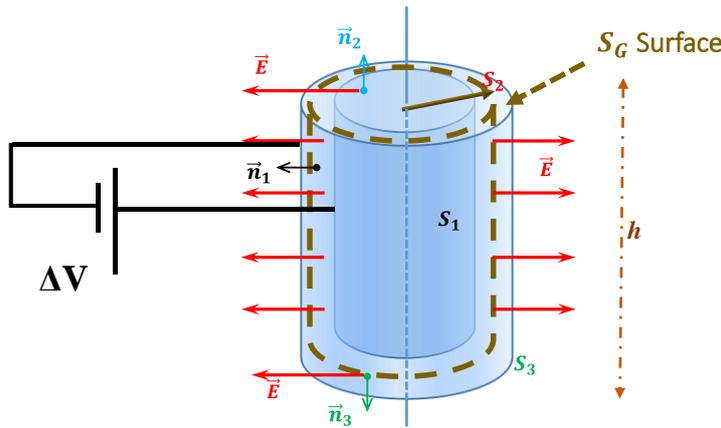


Figure II.11 : Condensateur cylindrique

Déterminer l'expression de la capacité du condensateur cylindrique :

- Expression du champ électrique à l'intérieur du condensateur :



Le champ électrique à l'intérieur du condensateur est radial. On peut donc appliquer le théorème de Gauss, dans ce cas la surface de Gauss est un cylindre de hauteur h et de rayon r de même axe les deux cylindres, voir la figure ...

En appliquant le théorème de Gauss

$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Flux à travers la surface de Gauss  $S_G$

La charge totale à l'intérieur de la surface de Gauss  $S_G$

- Calcul le flux du champ électrique à travers la surface  $S_G$

Le flux total à travers la surface de Gauss (cylindre fermé  $S_G$ ) :

$$\Phi_{S_G} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{s}_3$$

Comme  $\vec{E} \perp \vec{s}_2$  ( $\vec{E} \perp \vec{n}_2$ ) et  $\vec{E} \perp \vec{s}_3$  ( $\vec{E} \perp \vec{n}_3$ ) , car le champ est radial, alors :

$$\iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}_2 = \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{s}_3 = 0$$

Et comme  $\vec{E} \parallel d\vec{s}_1$  et dans le même sens, alors

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 = \iint_S E ds_1$$

Nous obtenons donc :

Constant sur la surface  $S_1$  car  $E(r)$

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \iint_{S_l} ds_l$$

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = ES_l$$

$S_l$  est la surface latérale du cylindre  $S_G$

D'où :  $\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E 2\pi r h$

La charge à l'intérieur de la surface de Gauss est Q porté par l'armature positive :

$$\Sigma Q_{int} = Q$$

Alors, l'égalité de Gauss nous donne :  $E 2\pi r h = \frac{Q}{\epsilon_0}$ .

$$E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \frac{1}{r} \quad \text{Pour } R_1 < r < R_2$$

En écriture vectorielle :  $\vec{E}(r) = \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \frac{1}{r} \vec{u}_r$

- Déterminer l'expression  $\Delta V = (V(+)-V(-))$

On sait que :  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

En coordonnées cylindrique ce gradient est donné par :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\left( \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \vec{u}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z \right)$$

$$\frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \frac{1}{r} \vec{u}_r = -\left( \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \vec{u}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z \right)$$

Par identification, le champ est radial ( $E=E(r)$ ) , alors :  $E(r) = -\frac{dV}{dr}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \frac{1}{r} = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow \int_{V_-}^{V_+} dV = -\int_{R_2}^{R_1} \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \frac{1}{r} dr$$

$$\Rightarrow V_+ - V_- = -\frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \left[ \ln r \right]_{R_2}^{R_1}$$

$$\Rightarrow \Delta V = -\frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \left[ \ln R_1 - \ln R_2 \right]$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

- Effectuer le rapport :  $C = \frac{Q}{\Delta V}$

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 2\pi h} \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

D'où l'expression de la capacité de ce condensateur cylindrique :  $C = \frac{\epsilon_0 2\pi h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

### 5. Energie électrique d'un condensateur

Un condensateur emmagasine une quantité d'énergie électrique égale au travail accompli pour le charger, C'est l'énergie que l'on récupère au cours de sa décharge.

Le travail infinitésimale pour charger un condensateur par une charge  $dq$  est :

$$dW = V dq = \frac{q}{C} dq$$

Le travail total  $W$ , pour charger un condensateur initialement non chargé avec une charge  $Q$  s'obtient en intégrant :

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \left[ \frac{1}{2} q^2 \right]_0^Q$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Dans ce cas  $V = \Delta V$  la différence de potentiel (la ddp) entre les deux armatures.

### 6. Association des condensateurs

Dans la pratique, on trouve des systèmes constitué d'un ensemble de condensateur liés en série ou en parallèle qui peuvent être substitué d'un seul condensateur et vice versa. L'objectif du regroupement des condensateurs :

- Augmenter la capacité totale.
- Améliorer la stabilité de la tension.
- Supporter les ddp élevées.
- Adapter la capacité à des besoins spécifiques.

#### a) Groupement en série

Soient  $N$  condensateur en série de capacités  $C_1, C_2, \dots, C_N$  respectivement , qu'on peut les remplacés par un condensateur équivalent de capacité  $C_{eq}$ . Dans le regroupement en série tous les condensateurs portent la même charge  $Q$ .



La différence de potentiel(ddp) entre A et B est donnée par

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_N$$

Tous les condensateurs portent la même charge  $Q$ , ce qui donne :

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_N} \Rightarrow \frac{Q}{C_{eq}} = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N} \right)$$

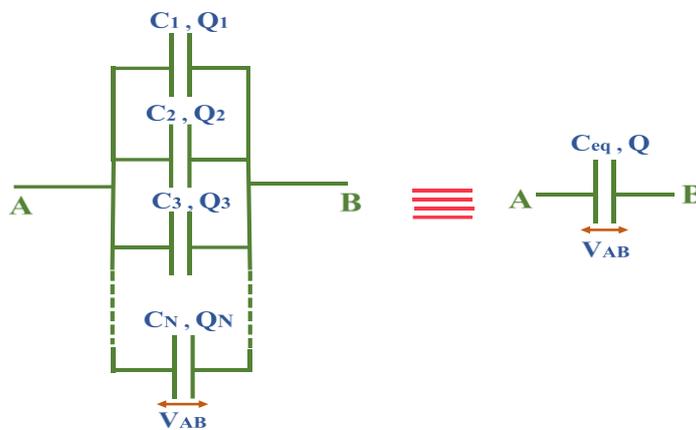
$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

Alors la capacité équivalente  $C_{eq}$  d'un système constitué de  $N$  condensateur en série de capacité  $C_i$  est donnée par :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

b) Groupement en parallèle

Lorsqu'on met des condensateurs en parallèle, la tension aux bornes de chacun d'eux est égale.



Le condensateur équivalent dans ce cas aura la charge  $Q$  avec

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_N$$

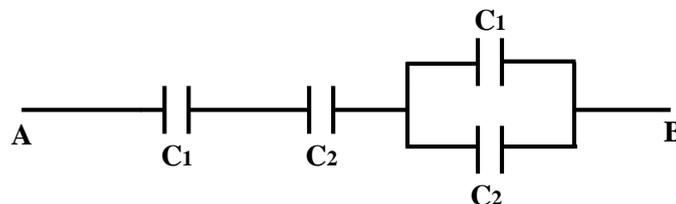
$$C_{eq} V_{AB} = V_{AB} C_1 + V_{AB} C_2 + V_{AB} C_3 + \dots + V_{AB} C_N \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N$$

Alors la capacité équivalente  $C_{eq}$  d'un système constitué de  $N$  condensateur en parallèle de

capacité  $C_i$  est donnée par :  $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$

**Exemple**

Soit le regroupement de condensateurs suivant :

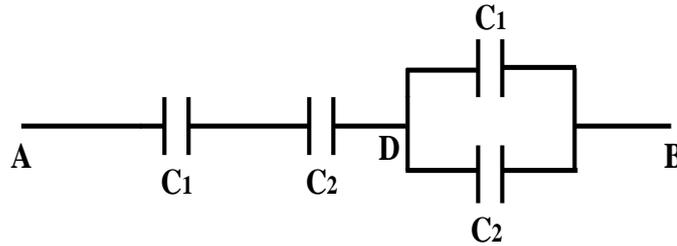


1- La capacité  $C_1$  étant donnée, quelle doit être la capacité  $C_2$  pour qu'il y ait entre A et B une capacité  $C_{eq} = \frac{C_2}{2}$  ? A.N. :  $C_1=8\mu F$ .

2- - Une tension  $U_{AB}=500V$  est appliquée entre A et B, calculer les tensions aux bornes de chaque condensateur ainsi que les charges qu'ils portent

**Solution :**

1-Calcul  $C_2$  tel que  $C_{eq} = \frac{C_1}{2}$



Soit  $C'$  le condensateur équivalent vue entre A et D, les condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  sont en série, alors :

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (1)$$

Soit  $C''$  le condensateur équivalent vu entre D et B, les condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  sont en parallèle, alors :

$$C'' = C_1 + C_2 \quad (2)$$

Alors le condensateur équivalent vue entre A et B,

$$C' \text{ est en série avec } C'' : \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C''} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C' C''}{C' + C''} \quad (3)$$

On remplace dans l'équation (3)  $C'$  par la relation (1), et  $C''$  par la relation (2)

$$(3) \Rightarrow C_{eq} = \frac{\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (C_1 + C_2)}{\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_1 + C_2}$$

Après simplification, on trouve :

$$C_{eq} = \frac{C_1^2 C_2 + C_2^2 C_1}{C_1^2 + C_2^2 + 3C_1 C_2} \quad (4)$$

$$\text{Avec } C_1 = 8\mu\text{F} \text{ et } C_{eq} = C_2 / 2$$

$$(4) \Rightarrow C_2^2 + C_1 C_2 - C_1^2 = 0 \Rightarrow C_2^2 + 8C_2 - 64 = 0$$

Ce qui donne :  $\Delta = \sqrt{320}$

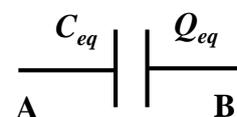
$$\text{Deux solutions : } \begin{cases} C_2 = -12.94 < 0 \text{ rejetée} \\ C_2 = 4.94 \mu\text{F} \end{cases}$$

Alors pour que  $C_{eq}$  entre A et B égale à  $C_2/2$  il faut que  $C_2 = 4.94 \mu\text{F}$ .

2- Calcul la charge et le potentiel entre chaque condensateur pour  $U_{AB}=500\text{V}$ :

$$\text{Si } U_{AB} = 500\text{V} \Rightarrow Q_{eq} = C_{eq} U_{AB}$$

$$Q_{eq} = \frac{C_2}{2} U_{AB} = 1.235 \cdot 10^{-3} \text{C}$$



Comme  $C'$  est en série avec  $C''$ , alors :



$$\Rightarrow Q_{eq} = Q' = Q'' = 1.235 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

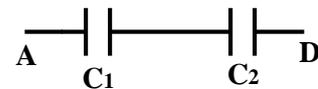
$$\Rightarrow V' = \frac{Q'}{C'} = 404.38 \text{ V} \quad \text{et} \quad V'' = \frac{Q''}{C''} = 95.45 \text{ V}$$

Avec :  $C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 3.054 \mu\text{F}$  et  $C'' = C_1 + C_2 = 12.94 \mu\text{F}$

Entre A et D, le condensateur  $C_1$  est en série avec le condensateur  $C_2$ , alors :

$$Q' = Q_1 = Q_2 = 1.235 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

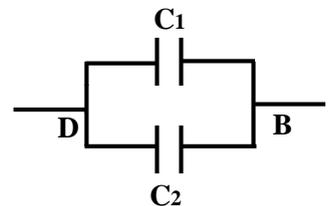
$$\Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 154.375 \text{ V} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = 250 \text{ V}$$



Entre D et B, le condensateur  $C_1$  est en parallèle avec  $C_2$  :

$$V'' = V'_1 = V'_2 = 95.45 \text{ V}$$

$$\Rightarrow Q'_1 = C_1 \cdot V'_1 = 7.636 \cdot 10^{-4} \text{ C} \quad \text{et} \quad Q'_2 = C_2 \cdot V'_2 = 4.715 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$



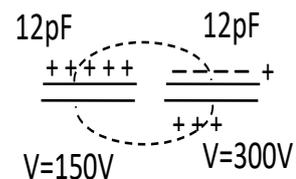
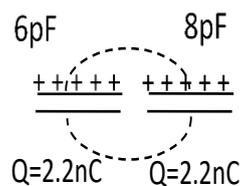
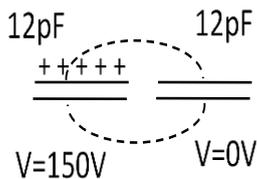
## II.7 Exercices

### Exercice 1

Dans les figures ci-dessous, les états initiaux de chaque condensateur sont indiqués.

Les branchements sont en pointillés. Calculer pour chacun des cas envisagés :

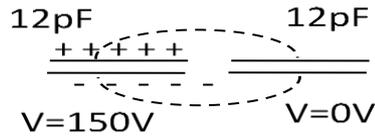
- Les charges et les d.d.p aux bornes de chaque condensateur après branchement.
- Les énergies internes de l'ensemble avant et après. Comparer et expliquer.



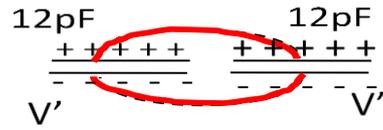
### Solution :

Lorsque deux condensateurs (conducteurs) sont reliés entre eux par un fil conducteur il y a un transfert d'électrons à partir du condensateur (conducteur) possédant le potentiel le plus bas vers le condensateur (conducteur) possédant le potentiel le plus élevé jusqu'à ce que les deux potentiels des deux condensateurs (conducteurs) deviennent égaux ; c'est l'état d'équilibre électrostatique à ce moment, il n'y a plus de déplacement de charges de l'un vers l'autre.

### Cas 1



Avant la connexion



Après la connexion

• Avant la connexion des deux condensateurs :

Pour le condensateur 1 nous avons :

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = 12\text{pF} \\ V_1 = 150\text{V} \end{cases} \Rightarrow Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 18 \cdot 10^{-10} \text{C}$$

Avec :  $1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$

Pour le condensateur 2 nous avons :

$$\Rightarrow \begin{cases} C_2 = 12\text{pF} \\ V_2 = 0\text{V} \end{cases} \Rightarrow Q_2 = C_2 \cdot V_2 = 0\text{C}$$

L'énergie interne du système composé de deux condensateurs est donnée par la relation suivante :

$$E = E_1 + E_2 = \frac{C_1 V_1^2}{2} + \frac{C_2 V_2^2}{2}$$

$$E = E = 135 \cdot 10^{-9} \text{J}$$

• Après la connexion des deux condensateurs :

Lorsqu'on met en contact l'armature positive de  $C_1$  avec l'armature neutre de  $C_2$ , on obtient une seule conductrice

Les deux condensateurs sont en équilibre électrostatique c'est-à-dire :

$$V'_1 = V'_2 = V'$$

$$\begin{cases} V' = \frac{Q'_1}{C_1} \\ V' = \frac{Q'_2}{C_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} \Rightarrow Q'_1 = C_1 \frac{Q'_2}{C_2} \quad (1)$$

Le système est isolé alors la charge totale du système est constante (conservation de la charge) alors :

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \quad (2)$$

A partir de l'équation (1) et l'équation (2)

$$\begin{cases} Q'_1 = \frac{C_1(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2} \\ Q'_2 = \frac{C_2(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2} \end{cases}$$

AN :

$$Q'_1 = 9 \cdot 10^{-10} \text{ C} \quad Q'_2 = 9 \cdot 10^{-10} \text{ C} \quad V'_1 = V'_2 = \frac{Q'_1}{C_1} = 75 \text{ V}$$

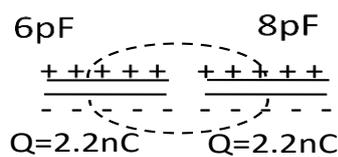
L'énergie interne totale des deux conducteurs après contacts est :

$$E' = E'_1 + E'_2 = \frac{C'_1 V'^2}{2} + \frac{C'_2 V'^2}{2} \quad E' = 675 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

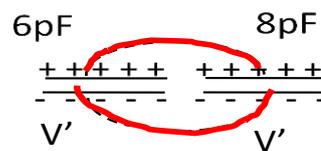
On remarque que l'énergie interne du système composé des deux condensateurs a diminué après leurs connexions, elle est dissipée (perdue) par effet joule dans le fil conducteur.

De la même façon vous pouvez résoudre les deux autre cas.

**Cas 2**



Avant la connexion



Après la connexion

• Avant la connexion des deux condensateurs :

Pour le condensateur 1 nous avons :

$$\begin{cases} C_1 = 6\text{pF} \\ Q_1 = 2.2\text{nC} \end{cases} \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 366.67 \text{ V}$$

Pour le condensateur 2 nous avons :

$$\begin{cases} C_2 = 8\text{pF} \\ Q_2 = 2.2 \text{ nC} \end{cases} \Rightarrow V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = 275 \text{ V}$$

L'énergie interne du système composé de deux condensateurs est donnée par la relation suivante :

$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \quad E = 705.84 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

• Après la connexion des deux condensateurs :

Les deux condensateurs sont en équilibre électrostatique c'est-à-dire :

$$V'_1 = V'_2 = V'$$

$$\begin{cases} V' = \frac{Q'_1}{C_1} \\ V' = \frac{Q'_2}{C_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} \Rightarrow Q'_1 = C_1 \frac{Q'_2}{C_2} \quad (1)$$

Le système est isolé alors la charge totale du système est constante (conservation de la charge) alors :

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \quad (2)$$

A partir de l'équation (1) et l'équation (2)

$$Q'_1 = \frac{C_1(Q_1 + Q_2)}{(C_1 + C_2)}$$

$$Q'_2 = \frac{C_2(Q_1 + Q_2)}{(C_1 + C_2)}$$

AN :

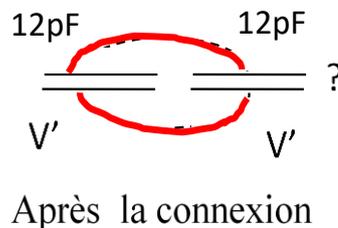
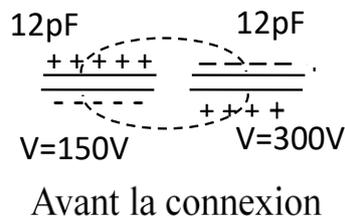
$$Q'_1 = 1.89 \text{ nC} \quad Q'_2 = 2.51 \text{ nC} \quad V'_1 = V'_2 = \frac{Q'_1}{C_1} = 315 \text{ V}$$

L'énergie interne totale des deux conducteurs après contacts est :

$$E' = E'_1 + E'_2 = \frac{C'_1 V'^2}{2} + \frac{C'_2 V'^2}{2} \quad E' = 693.6 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

On remarque que l'énergie interne du système composé des deux condensateurs a diminué après leurs connexions, elle est dissipée (perdue) par effet joule dans le fil conducteur.

**Cas 3**



• Avant la connexion des deux condensateurs :

Pour le condensateur 1 nous avons :

$$\begin{cases} C_1 = 12\text{pF} \\ V_1 = 150\text{V} \end{cases} \Rightarrow Q_1 = V_1 C_1 = 1810^{-10} \text{ C}$$

Pour le condensateur 2 nous avons :

$$\begin{cases} C_2 = 12\text{pF} \\ V_2 = 300\text{V} \end{cases} \Rightarrow Q_2 = V_2 C_2 = -3610^{-10} \text{ C} \quad \text{La charge de l'armature est négative.}$$

L'énergie interne du système composé de deux condensateurs est donnée par la relation suivante :

$$E = E_1 + E_2 = \frac{C_1 V_1^2}{2} + \frac{C_2 V_2^2}{2} \quad E = 27 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

• **Après la connexion des deux condensateurs :**

Les deux condensateurs sont en équilibre électrostatique c'est-à-dire :

$$V'_1 = V'_2 = V'$$

$$\begin{cases} V' = \frac{Q'_1}{C_1} \\ V' = \frac{Q'_2}{C_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} \Rightarrow Q'_1 = C_1 \frac{Q'_2}{C_2} \quad (1)$$

Le système est isolé alors la charge totale du système est constante (conservation de la charge) alors :

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \quad (2)$$

A partir de l'équation (1) et l'équation (2)

$$Q'_1 = \frac{C_1 (Q_1 + Q_2)}{(C_1 + C_2)}$$

$$Q'_2 = \frac{C_2 (Q_1 + Q_2)}{(C_1 + C_2)}$$

AN :

$$Q'_1 = -9\text{nC} \quad Q'_2 = -9\text{nC} \quad V'_1 = V'_2 = \frac{Q'_1}{C_1} = -75\text{V}$$

L'énergie interne totale des deux conducteurs après contacts est :

$$E' = E'_1 + E'_2 = \frac{C'_1 V'^2}{2} + \frac{C'_2 V'^2}{2} \quad E' = 6.75 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

On remarque que l'énergie interne du système composé des deux condensateurs a diminué après leurs connexions, elle est dissipée (perdue) par effet joule dans le fil conducteur.

**Exercice 2:**

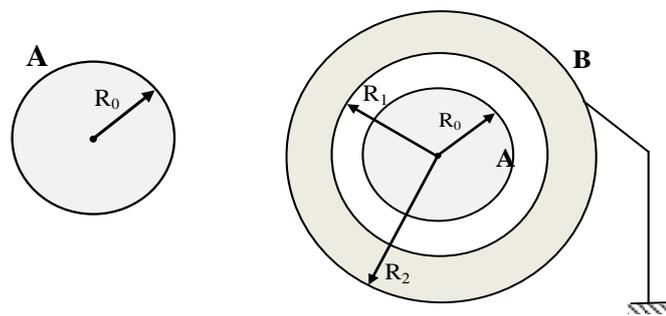
**Partie I:** Soit une sphère en cuivre **A** pleine de rayon  $R_0=3\text{cm}$  et portant une charge électrique  $Q_0=9 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  (figure ci-dessous).

1- La sphère **A** n'étant soumise à aucune influence électrique.

- a) Représenter la distribution de la charge sur la sphère **A**.
- b) Déterminer la densité de la charge de cette sphère, justifier.

2- La sphère **A** qui porte la charge  $Q_0$ , est placée au centre **O** d'une coquille vide sphérique conductrice **B** de rayons interne  $R_1$  et externe  $R_2$ , reliée à la terre par un fil conducteur (figure ci-contre)

- Représenter qualitativement la répartition des charges de ces deux conducteurs en justifiant vos réponses. Déterminer les charges portées par **A** et **B**.

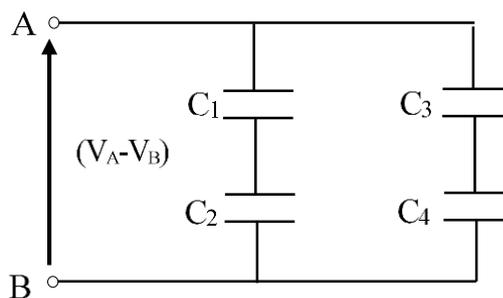


**Partie II:** On introduit ce condensateur  $C_1$  dans le circuit ci-contre On donne  $C_2=3\mu\text{F}$ ,  $C_3=C_4=4\mu\text{F}$

1- Déterminer la valeur de  $C_1$  pour que le condensateur équivalent entre **A** et **B** soit  $4\mu\text{F}$ .

- On applique une différence de potentiel entre **A** et **B**,  $V_A-V_B=1000\text{V}$ .

2- Déterminer la différence de potentiel (d.d.p) et la charge aux bornes des condensateurs  $C_1$  et  $C_2$

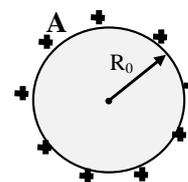


**Solution :**

**Partie I :**

a- Représentation de la distribution de la charge sur la sphère **A**.

Conducteur en équilibre, la charge est répartie sur la surface de ce conducteur



b-Détermination de la densité de la charge de cette sphère.

La densité de charge est surfacique uniforme :  $\sigma = \frac{Q_0}{4\pi R_0^2} = 7.96 \times 10^{-4} \text{ C / m}^2$

2- Représentation qualitative de la répartition des charges et détermination des charges portées par A et B.

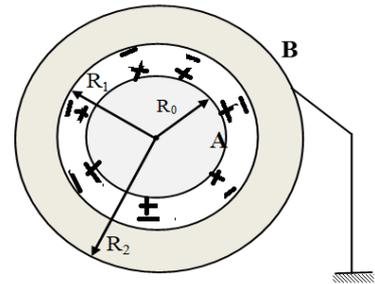
La sphère B est influencée par la sphère A

A la surface intérieure du B il va apparaitre une charge négative  $Q_{Bint} = -Q_0$  Phénomène d'influence totale.

et sur la surface extérieure il va apparaitre une charge positive mais comme B est relié à la terre va se décharger

$Q_A = Q_0$  (B n'était pas chargé)

$$Q_B = Q_{Bint} + Q_{Bext} = -Q_A + 0 = -Q_0$$



**Partie II :**

Détermination de la valeur de  $C_1$  pour que le condensateur équivalent entre A et B soit  $4\mu\text{F}$ .

1-Calcul  $C_1$  tel que  $C_{eq} = 4\mu\text{F}$ .

- Déterminer le condensateur équivalent entre A et B

$C_1$  est en série avec  $C_2$  :

$$C' = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad (1)$$

$C_3$  est en série avec  $C_4$  :

$$C'' = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} \quad (2)$$

Alors le condensateur équivalent vue entre A et B

$C'$  est en parallèle avec  $C''$  :

$$C_{eq} = C' + C'' \quad (3)$$

A partir de (1) et (2)

$$C_{eq} = \frac{3C_1}{C_1 + 3} + 2 \quad \text{et } C_{eq} = 4\mu\text{F}$$

D'où  $C_1 = 6\mu\text{F}$

2-Déterminer la différence de potentiel (d.d.p) et la charge aux bornes de chaque condensateur  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$ .

Comme  $C'$  est en parallèle avec  $C''$  , alors :

$$V'' = V' = 1000 \text{ V}$$

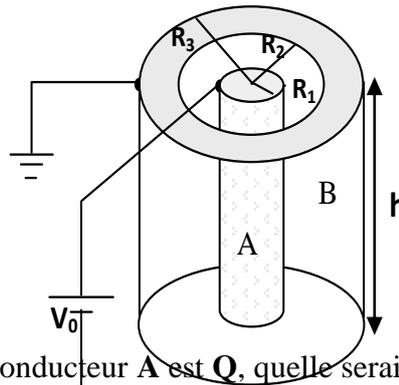
- Donc :  $Q' = C' \cdot V' = 2 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

$C_1$  est en série avec  $C_2$        $Q' = Q_1 = Q_2 = 2.10^{-3} C$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 333 V \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = 667 V$$

**Exercice 3 :**

**D)** Un condensateur cylindrique de hauteur  $h$  formé de deux conducteurs cylindrique **A** de rayon  $R_1$  et **B** de rayon intérieur  $R_2$  et extérieur  $R_3$  séparés par du vide. Ces deux conducteurs concentriques sont initialement neutres. On relie le conducteur **A** à la borne positive d'une source de tension  $V_0$  et le conducteur **B** au sol (Figure ci-dessous ).



1- Sachant que la charge du conducteur **A** est  $Q$ , quelle serait la répartition des charges sur les surfaces du conducteur **B**, expliquez?

2- Si le champ à l'intérieur de condensateur (entre les deux conducteurs **A** et **B**)

est donné par la relation : 
$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h r} \quad (R_1 \leq r \leq R_2)$$

a) Déterminer l'expression de  $\Delta V = V_A - V_B$ , la ddp entre les deux armatures **A** et **B**.

b) Dédurre l'expression de la capacité de ce condensateur cylindrique **C**.

**Solution :**

1- Si  $Q_A=Q \Rightarrow Q_{Bint}=-Q$  Par influence totale et  $Q_{Bext}=0$  (relié à la terre)  $\Rightarrow Q_B=-Q$

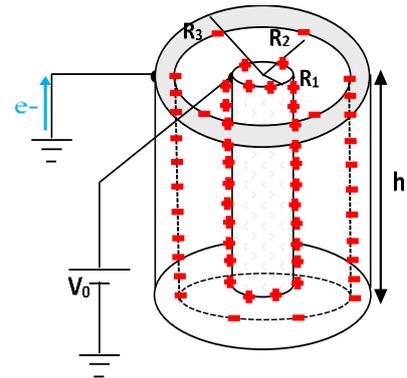
2- a) Calcul  $\Delta V = V_A - V_B$

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V \rightarrow E = -\frac{dV}{dr} \rightarrow dV = -E dr$$

$$\int_{V_B}^{V_A} dV = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r} \rightarrow V_A - V_B = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

b)- Expression de la capacité d'un condensateur cylindrique :

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} \rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$



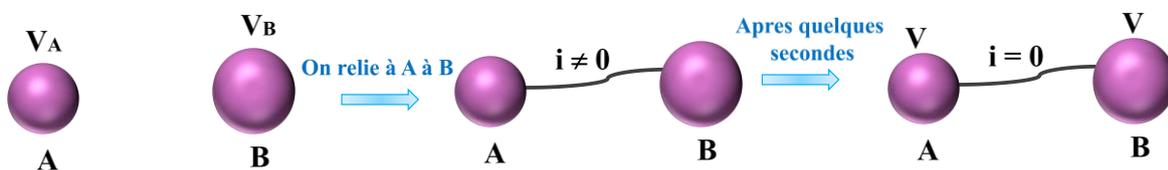
## CHAPITRE III : ELECTROKINETIQUE

### Introduction

L'électrocinétique est l'étude des charges électriques en mouvement dans des milieux matériels appelés conducteurs. Le mouvement de ces charges est distinct par le courant électrique. Contrairement à l'électrostatique où toutes les charges électriques sont supposées immobiles dans l'espace et aucune grandeur physique n'évolue au cours du temps, dans l'électrocinétique, nous nous intéressons au cas où ces charges se déplacent en donnant naissance à un courant électrique et aux causes qui provoquent le mouvement de ces charges dans les conducteurs métallique. Dans ce chapitre, nous allons explorer les lois fondamentales de l'électrocinétique, telles que la loi d'Ohm et les lois de Kirchhoff, ainsi que les notions de tension, de courant et de résistance.

### III.1 Le courant électrique

Soient deux conducteurs chargés  $A$  et  $B$  aux potentiels  $V_A$  et  $V_B$  tels que  $V_A > V_B$ . Si on relie les deux conducteurs par l'intermédiaire d'un fil conducteur, les deux conducteurs et le fil forment un seul conducteur. Une circulation de charges est aperçue due faite que le nouveau conducteur est en déséquilibre électrostatique. Après quelques secondes les charges sur les conducteurs  $A$  et  $B$  vont se modifier. Ceci s'explique par le déplacement de charges électriques du corps  $B$  vers le corps  $A$  à travers le fil de jonction qui les relie. Ce transfert de charges s'arrête lorsque le potentiel en tout point du conducteur ( $A$ ,  $B$  et le fil) est le même, on dit que le conducteur est en équilibre électrostatique ( voir la [figure III.1](#))



*Figure III.1 : Le courant électrique*

#### Explication :

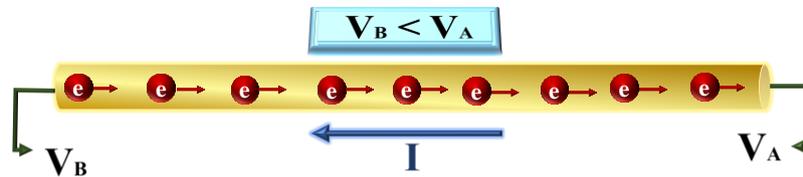
En tout point du conducteur ( $A$ ,  $B$  et le fil) il existe une différence de potentiel  $dV$  entre deux points quelconques  $P_1$  et  $P_2$  du fil. Il en résulte un champ électrique  $E = -dV/dr$  qui agit sur les charges (électrons) pour les déplacer. Le déplacement de ces charges forment un courant électrique qui circule de  $A$  vers  $B$  (les charges se déplacent de  $B$  vers  $A$ ). Donc un courant électrique est un écoulement de particules chargées. Il est caractérisé par une intensité et un sens.

#### 1. Définition :

Le courant électrique est un déplacement collectif et organisé des porteurs de charges. Dans les métaux c'est le déplacement des électrons qui provoque le courant électrique.

Un courant électrique apparaît dans un conducteur quand une différence de potentiel est établie entre les bornes de ce dernier.

**Par convention**, le sens du courant est le sens inverse de déplacement des électrons  $e$ . Alors le courant électrique  $I$  circule dans le sens décroissant des potentiels. (voir la [figure III.2](#)).



*Figure III.2 : Sens du courant électrique*

## 2. Intensité du courant électrique :

L'intensité du courant électrique est la quantité d'électricité (la charge) qui traverse une section  $S$  du conducteur par unité de temps, son expression est donnée par la relation :

$$I = \frac{dQ}{dt}, \text{ Avec } Q \text{ est la charge électrique traversant } S \text{ en un intervalle de temps } dt.$$

### *Courant électrique continue*

Le courant continu est un courant électrique dont le mouvement des charges est quasi continu dans un conducteur, dans une même direction et de façon régulière. Son intensité est donc indépendante du temps. Il peut être abrégé par CC (Courant Continu) et parfois DC (pour Direct Current en anglais).  $I = \frac{Q}{t}$

Dans le système international d'unités (SI), le courant électrique est mesuré par l'Ampère (noté A).

### III.2 Densité du courant

On définit le vecteur densité  $\vec{J}$  de courant comme :  $\vec{J} = \rho \vec{v}$

Avec :  $\rho$  est la densité volumique des charges,  $\rho = n e$ , où  $n$  est le nombre de charge par unité de volume et  $e$  est la charge de l'électron ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).

$\vec{v}$  est la vitesse moyenne des électrons dans le conducteur.

La densité de courant  $\vec{J}$  décrit la quantité de charge par unité de temps et de surface. C'est une description du courant local. Le vecteur  $\vec{J}$  décrit la densité de flux de charge électrique à travers une surface donnée ( Voir la [figure III.3](#)).

Son unité dans le système international est **ampère par mètre carré** ( $A.m^{-2}$ ).

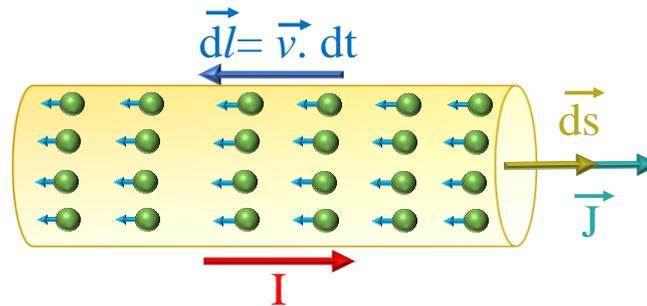


Figure III.3 : flux de charges électriques à travers une surface d'un conducteur

### 1. Relation entre le champ électrique et la densité de courant électrique:

Dans la plupart des conducteurs, on observe une proportionnalité entre la densité de courant et le champ électrostatique locale. On peut ainsi écrire :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Le coefficient de proportionnalité  $\sigma$  est appelée la conductivité du milieu qui est une grandeur dépend uniquement des propriétés du matériau. Elle est exprimée en ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ ).

A partir des deux relations de la densité de courant  $\vec{J}$ , on peut écrire la relation entre la vitesse moyenne des électrons et le champ électrique :

$$\vec{v} = \frac{\sigma}{ne} \vec{E}$$

Où le rapport  $\frac{\sigma}{ne} = \mu$ ,  $\mu$  est la mobilité des charges, son unité est ( $m^2/V.s$ ).

### III.3 Loi d'Ohm

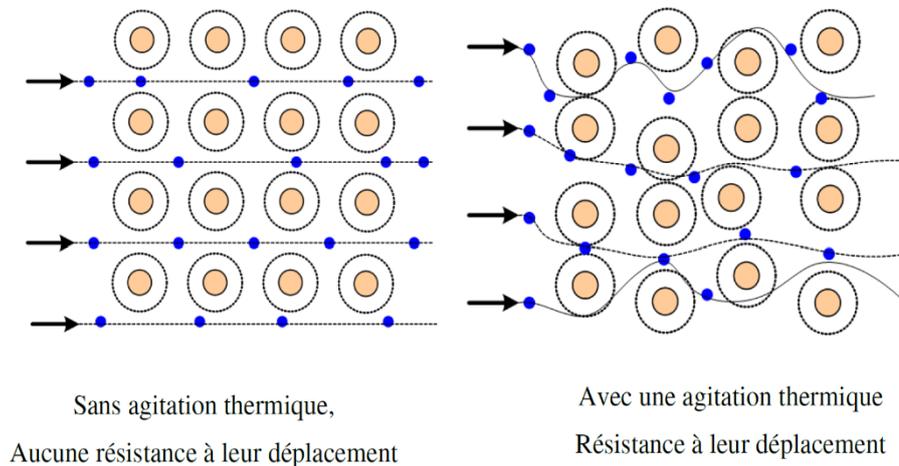
L'expérience à montrer que la tension aux bornes d'un conducteur métallique, à température constante, est proportionnelle à l'intensité du courant qui la traverse. Ce coefficient de proportionnalité est appelé la résistance noté par R.

$$R = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{V_A - V_B}{I}$$



### C'est quoi une résistance électrique ?

Lorsqu'un générateur est branché aux extrémités d'un conducteur, les électrons libres placés dans le champ électrique qu'il produit, subissent une force qui provoque leur déplacement d'ensemble. Mais les atomes sont animés sur place de vibrations (agitation thermique) et les électrons libres ont des difficultés à se faufiler entre les atomes, d'où une **Résistance** à leur déplacement (Voir la figure III.4).



*Figure III.4 : Modélisation de la résistance*

La loi d'Ohm montre que pour une différence de potentiel déterminée, on peut mettre dans le circuit un nombre de résistances, en vue de limiter l'intensité du courant électrique qui traverse l'appareil alimenté

### III.4 Effet Joule

Lorsque les électrons (courant électrique) circulent dans un matériau conducteur, ils font vibrer les atomes et lorsque les atomes vibrent, la température du conducteur augmente, ce phénomène est appelé Effet Joule.

Alors, La circulation d'un courant  $I$  à travers un conducteur électrique, entraîne une perte d'énergie qui se traduit par un échauffement.

#### 1. Loi de Joule

L'énergie calorifique dissipée par effet joule est décrite par la loi de Joule :

$$W = R \times I^2 \times t$$

Ainsi, l'énergie dissipée dépend de trois facteurs :

- La résistance ( $R$ ) du matériau
- L'intensité ( $I$ ) du courant qui circule dans le matériau ;
- Le temps ( $t$ ) pendant lequel le courant circule dans le matériau.

#### 2. Inconvénients de l'effet Joule

- Effet Joule explique parfois pourquoi les composants électroniques « grillent ».

- Il peut même expliquer le déclenchement de certains incendies : lorsqu'un court-circuit se produit, l'intensité augmente fortement et, donc, la chaleur est encore plus forte, suffisamment parfois pour initier un incendie.
- L'effet Joule constitue également une perte d'énergie lorsqu'il s'agit de transporter de l'électricité.

### 3. Avantages de l'effet Joule

- C'est sur ce phénomène que repose le fonctionnement des fusibles. Ceux-ci disjonctent sous l'effet de la chaleur et permettent ainsi de protéger les circuits électriques.
- L'effet Joule peut également représenter un avantage lorsqu'on cherche à se chauffer. Il est ainsi exploité dans les radiateurs électriques.

## III.5 Associations des résistances

### 1. Groupement en série :

Dans ce cas toutes les résistances  $R_i$  sont parcourues par le même courant électrique  $I$  (Voir figure III.5 ).

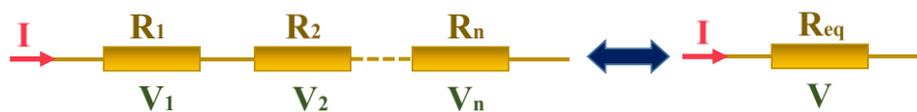


Figure III.5 : Résistances en série

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \quad \Rightarrow \quad R_{eq}I = R_1I + R_2I + R_3I + \dots + R_nI$$

Ainsi, on obtient la résistance équivalente dans le cas de regroupement en série :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = \sum_1^n R_i$$

### 2. Groupement en parallèle :

Dans ce cas toutes les résistances  $R_i$  le courant électrique  $I$  est partagé sur toutes les branches des résistances (Voir la figure III.6).

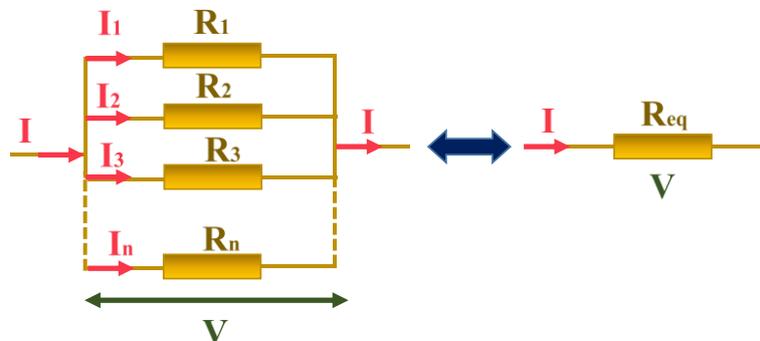


Figure III.5 : Résistances en parallèle

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

$$\text{Avec : } I = \frac{V}{R_{\text{eq}}}; I_1 = \frac{V}{R_1}; I_2 = \frac{V}{R_2}; \dots; I_n = \frac{V}{R_n}$$

On remplace dans l'expression précédente, on obtient :

$$\frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_n}$$

Ainsi, on obtient la résistance équivalente dans le cas de regroupement en parallèle :

$$\frac{I}{R_{\text{eq}}} = \frac{I}{R_1} + \frac{I}{R_2} + \frac{I}{R_3} + \dots + \frac{I}{R_n} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

### III.6 Les réseaux électriques

Un circuit (réseau) électrique est un ensemble de conducteurs (fils) et de composants électriques (prises, interrupteur, ...) ou électroniques (lampe, téléviseur, mixeur, chignole, ..) parcourus par un courant électrique.

#### 1. Eléments du circuit électrique

Un circuit électrique est constitué principalement par une association série ou parallèle de composants suivants :

a) **Composant passif** : *C'est un dipôle qui consomme l'énergie électrique.*

**Exemple** : Résistances, Bobines, Condensateurs, etc...( Voir figure III.6).

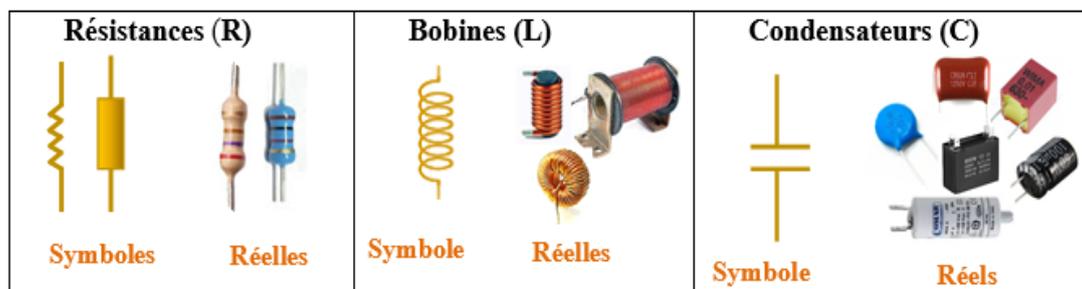


figure III.6 :Exemples de composants passifs

b) **Composant actif**: C'est un composant électronique qui permet d'augmenter la puissance d'un signal (tension, courant, ou les deux).

**Exemple** : Diodes, Transistors, Circuits Intégrés, etc...(Voir la figure III.7).

Dipôles (R)		Transistors (PNP-NPN)		Circuits intégrés (C)	
					
Symboles	Réels	Symboles	Réels	Symbole	Réels

figure III.7 : Exemples de composants actifs

### c) Générateurs électriques (Forces électromotrices fem)

C'est un dispositif permettant de produire de l'énergie électrique à partir d'une autre forme d'énergie.

Il existe plusieurs méthodes pour la production de l'énergie électrique:

<ul style="list-style-type: none"> <li>La batterie transforme l'énergie chimique en énergie électrique</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Les éoliennes permettent de transformer l'énergie mécanique en énergie électrique,</li> <li>L'énergie hydraulique permet de fabriquer de l'électricité, dans les centrales hydroélectriques, grâce à la force de l'eau.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>La cellule solaire transforme l'énergie de radiation en énergie électrique.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Une centrale nucléaire transforme l'énergie nucléaire en énergie électrique.</li> </ul>	

### d) Un récepteur (Forces contre-électromotrices)

On appelle récepteur tout dispositif capable de transformer de l'énergie électrique en une autre forme d'énergie (chimique, mécanique ...)

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Grille-pain</b> Transformer l'énergie électrique en énergie calorifique.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Accumulateurs électrochimiques</b> Transforme énergie électrique en énergie chimique.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Aspirateur</b> Transformer l'énergie électrique en énergie mécanique.</li> </ul>	
<p><b>Lampe</b> Transforme l'énergie électrique en énergie lumineuse ( rayonnement).</p>	

## 2. Générateur

C'est un dispositif capable de maintenir un champ électrique ce qui permettra le déplacement des charges électrique, alors son rôle est d'assurer la circulation du courant électrique et le transport de l'énergie à travers le circuit.

On distingue deux types de générateurs :

*Un générateur de tension* est un dispositif capable de maintenir une différence de potentiel constante à ses bornes, quel que soit le circuit extérieur.

*Un générateur de courant* est un appareil qui délivre un courant pratiquement constant, quel que soit le circuit extérieur.

**Dans ce cours, nous ne considérons que les générateurs de tension.**

### a) Schéma équivalent d'un générateur de tension :

A l'extérieur du générateur, courant électrique (les électrons) circule de la borne positive (+) vers la borne négative (-).

Ce type de générateur est caractérisé par une force électromotrice ( $\mathcal{E}$ ) qui est homogène à une tension, et une faible résistance interne ( $r$ ) . La **figure III.8** représente le schéma équivalent de ce type de générateurs.



*Figure III.8 : Schéma équivalent d'un générateur de tension*

L'expression de la différence de potentiel aux bornes d'un générateur est donnée par :

$$V_{AB} = E - rI$$

La tension du générateur est  $E$  mais il délivre à l'extérieur  $V_{AB}$  une partie est dissipée par effet joule dans le générateur caractérisé par une résistance  $r$ .

Dans le cas où la résistance interne du générateur est négligeable ( $r=0$ ) le générateur est dite idéal.



Le générateur délivre une tension  $E$  ( $V_{AB} = E$ ).

### ***b) Puissance (Énergie) mise en évidence dans un générateur :***

On définit trois types d'énergie (puissance) dans un générateur.

#### **Puissance fournie par le générateur :**

Cette puissance représente, l'énergie fournie par la force électromotrice du générateur à la charge pour la faire déplacer dans le circuit électrique par unité de temps.

Son expression est donnée par :

$$P_{\text{fournie}} = \frac{\text{Energie fournie}}{\text{temps}} = E \cdot I$$

#### **Puissance dissipée par effet joule dans le générateur :**

C'est l'énergie dissipée par effet joule dans la résistance interne, elle est donnée par :

$$P_{\text{dissipée}} = \frac{\text{Energie dissipée}}{\text{temps}} = r \cdot I^2$$

#### ***c) Puissance utilisée dans le circuit extérieur***

Elle représente l'énergie de la charge par unité du temps lorsque celle-ci sort du générateur, cette puissance est dite la puissance utilisée. Son expression est :

$$P_{\text{dis}} = P_{\text{fournie}} - P_{\text{dissipée}} = E \cdot I - r \cdot I^2$$

#### ***d) Rendement du générateur $\eta$ :***

C'est le rapport de la puissance électrique utilisée par le circuit extérieur sur la puissance électrique fournie par le générateur.

$$\eta = \frac{E \cdot I - r \cdot I^2}{E \cdot I} = 1 - \frac{r \cdot I}{E}$$

**Remarque :** Si la résistance interne du générateur est **nulle**, le générateur est dit parfait ou idéal. La valeur du rendement sera maximale et égale à 100%.

### 3. Récepteurs

Ce sont des systèmes qui parcourus par un courant électrique transforme l'énergie électrique sous une autre forme.

- **Récepteurs actifs** : fournissent de l'énergie mécanique, chimique, lumineuse..., comme les générateurs électriques, les panneaux solaires, les piles, les batteries...
- **Récepteurs passifs** : peut seulement consommer de l'énergie électrique fournie par une source externe, comme les résistances, les condensateurs et les bobines d'induction.

#### a) Schéma équivalent d'un récepteur :

Le courant électrique dans un récepteur circule de la borne négative (-) vers la borne positive (+). Le récepteur est caractérisé par une force contre électromotrice ( $f.c.e.m$ ) notée par ( $e$ ) qui est homogène à une tension, et une faible résistance interne ( $r$ ).

La figure III.9 représente le schéma équivalent d'un récepteur.

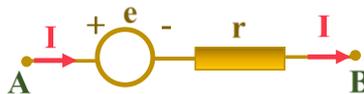


Figure III.9: Schéma équivalent à un récepteur

L'expression de la différence de potentiel aux bornes d'un générateur est donnée par :

$$V_{AB} = e + rI$$

#### b) Puissance (énergie) mise en évidence dans un récepteur :

On définit trois types de puissance dans un générateur.

- **Puissance Transformée par le récepteur :**

La force contre électromotrice transforme une partie de l'énergie de la charge sous une autre forme. Par exemple si le récepteur est un moteur, il transforme l'énergie électrique sous une forme mécanique.

Cette puissance transformée ( $P_{trans}$ ) représente, l'énergie libérée par la charge lorsque celle-ci traverse la force contre électromotrice du récepteur, par unité de temps. Son expression est donnée par :

$$P_{trans} = \frac{\text{Energie utilisable}}{\text{temps}} = e \cdot I$$

- **Puissance dissipée par effet joule dans le récepteur:**

C'est l'énergie dissipée par effet joule dans la résistance interne, elle est donnée par :

$$P_{dissipée} = \frac{\text{Energie dissipée}}{\text{temps}} = r \cdot I^2$$

- **Puissance consommée(utilisée) par le récepteur :**

Elle représente la puissance totale consommée ( $P_{cons}$ ) par le récepteur. C'est-à-dire la somme algébrique de la puissance transformée, et de la puissance dissipée par effet Joule dans le récepteur. Son expression est donnée par :

$$P_{cons} = P_{trans} + P_{dissipée} = e.I + r.I^2$$

**c) Rendement du récepteur  $\eta$  :**

C'est le rapport de la puissance transformée sur la puissance électrique totale consommée.

$$\eta = \frac{e.I}{e.I + r.I^2} = \frac{e}{e + r.I}$$

**Remarque :**

Si la résistance interne du récepteur est nulle, le récepteur est dit parfait ou idéal, la valeur du rendement sera maximale égale à 100%.

Dans certain cas un générateur peut jouer le rôle d'un récepteur, on les appelle les récepteurs irréversibles. Par exemple la batterie d'un téléphone joue le rôle d'un générateur lorsque celui-ci fonctionne, mais lorsqu'elle se vide on doit la charger et dans ce second cas elle va jouer le rôle d'un récepteur.

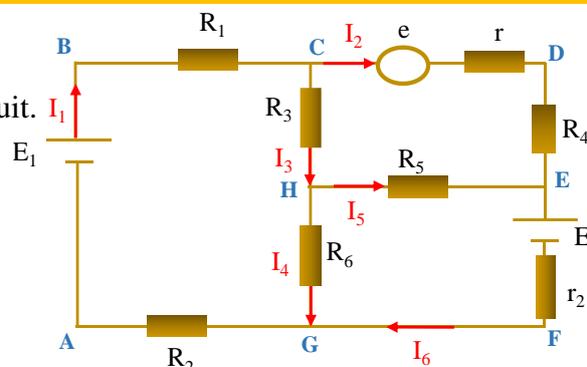
**4. Analyse des réseaux électrique**

Un réseau (circuit) électrique est un ensemble de composants électriques, appelés dipôles, reliés par des fils conducteurs et formant une structure fermée. Dans un circuit électrique on trouve généralement :

- **Le nœud** : c'est un point d'un circuit où arrivent trois fils au moins, ou plus.
- **La branche** : c'est une portion de circuit électrique située entre deux nœuds consécutifs.
- **La maille** : c'est un ensemble de branches qui constituent une boucle fermée.
- **Le dipôle** : élément du circuit, générateur, résistance, moteur....

**Exemple :**

Soit le circuit de la figure ci-contre.  
Déterminer les nœuds du circuit.  
Nommer les branches et les mailles de ce circuit.



**Solution :**

Dans ce circuit :

- il y a trois nœuds: C, G et H ;
- il y a six branches : CDE – EFG – GABC – CHB – HG – HE. ;
- les mailles du circuit ; BCHGAB – CDEHC – HEFGH – CDEFGHC – ABCHEFGA – ABCDEHGA – ABCDEFGA.

### III.7 Lois de Kirchhoff

Les lois de Kirchhoff expriment mathématiquement le principe de conservation de la *charge* et de l'*énergie électriques*. Elle porte ce nom en hommage du physicien allemand Gustav Kirchhoff (1824-1887), qui les a établies en 1845.

Ces lois nous permettent de calculer les différences de potentiel aux bornes de chaque résistance ainsi que l'intensité du courant continu circulant dans chaque branche d'un circuit électrique complexe.

#### 1. La loi des nœuds (1ère loi de Kirchhoff)

En un nœud d'un circuit, la somme des intensités entrant est égale à la somme des intensités sortant :

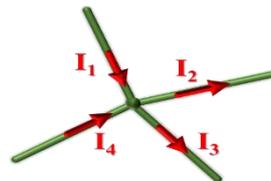
$$\sum I_{\text{entrant}} = \sum I_{\text{sortant}}$$

Cela signifie que les charges ne s'accumulent pas, elles s'écoulent en un nœud du réseau, elles obéissent à la règle de la conservation de la charge.

#### Exemple :

L'application la 1ère loi de Kirchhoff sur le nœud

de la figure ci-contre donne :  $I_1 + I_4 = I_2 + I_3$



#### 2. La loi des mailles (2ème loi de Kirchhoff)

Dans une maille d'un réseau électrique, la somme des tensions le long de cette maille est toujours nulle.

$$\sum_{i=1}^n \Delta V_i = 0$$

$n$  : le nombre des éléments de la maille (dipôles) où apparaissent les chute de tension.

#### 3. Les règles à suivre pour appliquer les lois de Kirchhoff

Pour appliquer les lois de Kirchhoff en électricité, il est recommandé de suivre certaines règles :

- Pour la première loi de Kirchhoff, il est important de vérifier que la somme des courants entrant dans un nœud est égale à la somme des courants sortant de ce même nœud.
- Pour la deuxième loi de Kirchhoff, il faut choisir un sens positif pour parcourir une maille.
- Toutes les forces électromotrices et courants qui ont ce même sens seront comptés positivement, tandis que ceux qui ont un sens contraire seront comptés négativement.
- Le sens positif pour une force électromotrice est celui qui va du pôle négatif au pôle positif.
- Dans le cas de réseaux électriques complexes, il peut être difficile de connaître le nombre d'équations indépendantes pour résoudre toutes les inconnues. Pour cette raison, il est conseillé d'utiliser deux règles supplémentaires.
  - Dans un circuit électrique comportant  $N$  nœuds, il y a  $(N-1)$  nœuds indépendants. Cela signifie que la loi des nœuds peut être appliquée à  $(N-1)$  nœuds, en choisissant librement les nœuds à utiliser.
  - Ensuite, on peut séparer le réseau en différentes mailles indépendantes, qui sont des boucles de branches électriques qui ne se croisent pas. Pour déterminer le nombre total de mailles indépendantes dans le circuit, on peut utiliser la règle suivante :

$$\text{Nombre de maille indépendante}(M) = \text{nombre de branche}(B) - (\text{nombre de nœud}(N) - 1)$$

$$M = B - (N - 1)$$

Chaque maille indépendante, on applique la deuxième loi de Kirchhoff pour résoudre les inconnues.

#### Remarque :

L'analyse des réseaux électriques nous permet de déterminer le courant qui circule dans chaque branche du circuit électrique. En général, l'application des lois de Kirchhoff conduit à un système d'équations linéaires avec  $n$  inconnues correspondant aux  $n$  courants dans le circuit. Pour résoudre ce système d'équations, il existe plusieurs méthodes, parmi lesquelles on peut citer la méthode de Cramer.

#### 4. Résolution d'un système d'équations par la règle de Cramer

La règle de Cramer est une méthode utilisée pour résoudre des systèmes d'équations linéaires. Elle permet de trouver les valeurs des inconnues en utilisant des déterminants.

Voici les étapes pour utiliser la règle de Cramer :

- a- Écrire le système d'équations sous forme matricielle :  $Ax = b$ , où  $A$  est la matrice des coefficients,  $x$  est le vecteur des inconnues et  $b$  est le vecteur des termes constants.
- b- Calculer le déterminant de la matrice  $A$ .
- c- Pour trouver la valeur de l'inconnue  $x_i$ , remplacer la colonne  $i$  de la matrice  $A$  par le vecteur  $b$ , puis calculer le déterminant de cette nouvelle matrice. Noter ce déterminant  $D_i$ .
- d- La valeur de l'inconnue  $x_i$  est alors égale à  $D_i$  divisé par le déterminant de  $A$ .
- e- Répéter l'étape 3 et 4 pour chaque inconnue  $x_i$ .

**Remarque :**

Le système admet une solution unique si est seulement si, le déterminant de A est non nul ( $\text{Det}(A) \neq 0$ ). Si le déterminant est nul, cela signifie que le système d'équations a soit aucune solution, soit une infinité de solutions.

**a) Application pour un système d'équations avec trois inconnus**

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

- Écrire le système d'équations sous forme matricielle,  $Ax = b$  :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

- Calculer le déterminant de la matrice A.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{23}a_{32}a_{11} - a_{33}a_{12}a_{21}$$

Si, le déterminant de A est non nul ( $\text{Det}(A) \neq 0$ ), alors le système admet une solution unique.

- Calculer les déterminants des matrices obtenues en remplaçant chaque colonne de la matrice des coefficients A par le vecteur des constantes b

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

- Calculer les valeurs de  $x_i$

$$x_1 = \frac{D_1}{\det(A)} \quad ; \quad x_2 = \frac{D_2}{\det(A)} \quad ; \quad x_3 = \frac{D_3}{\det(A)}$$

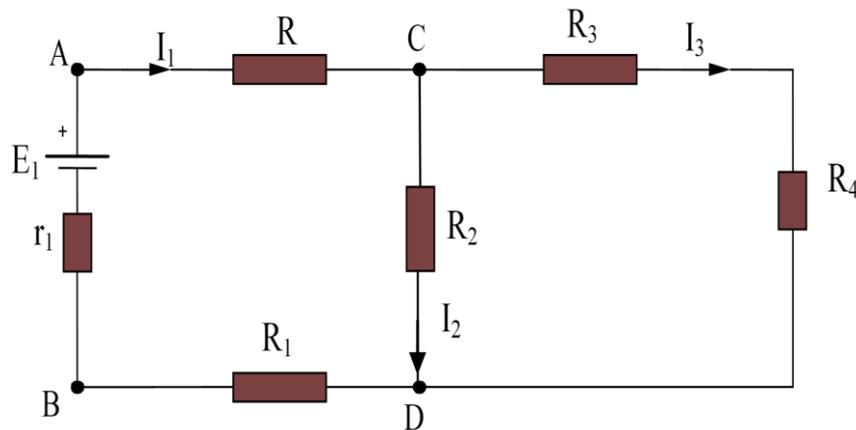
**III.8 Exercices****Exercice 1 :**

Un conducteur cylindrique en cuivre de diamètre 1,2 mm et de longueur  $l=1\text{m}$ , parcouru par un courant de 5A. Calculer :

1- la charge Q transportée pendant 30 mn.

- 2- le module du vecteur de la densité de courant  $J$ .
- 3- la densité volumique de charges c'est-à-dire le nombre des électrons libres  $n$  par  $m^3$ , sachant que le module de la vitesse moyenne des électrons libres est  $v_m = 1.2 \cdot 10^{-4} m/s$ , on donne la charge de l'électron  $|e^-| = 1.6 \cdot 10^{-19} C$ .
- 4- Sachant que la résistivité du cuivre est  $\rho_{Cu} = 1.6 \cdot 10^{-8} \Omega m$ , en déduire le module du champ électrique  $E$  et donner la valeur de la résistance  $R$  de ce conducteur.
- On introduit cette résistance dans le circuit ci-dessous. Calculer :
- La résistance équivalente entre les points C et D.
  - Le courant  $I_1$  qui circule dans la résistance  $R$ .
  - La différence de potentiel entre le point C et D  $V_{CD}$ .

On donne :  $E_1 = 12 V$ ,  $r_1 = 1 \Omega$ ;  $R_1 = 5 \Omega$ ;  $R_2 = 3 \Omega$ ;  $R_3 = 2 \Omega$ ;  $R_4 = 4 \Omega$ .



**Solution :**

- L'intensité du courant est :  $Q = I \times t = 5 \times 30 \times 60 = 9000c$
- Le module de la densité de courant  $J$  :  $J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R^2} = 4.42 \times 10^{+6} A/m^2$
- La vitesse moyenne des électrons est :

$$J = nev \quad \text{d'où} \quad v = \frac{J}{ne} = 1,2 \cdot 10^{-4} m/s.$$

- 4- a)- Calcul la résistance équivalente

$$R_3 \text{ et } R_4 \text{ en séries} \rightarrow R_s = R_3 + R_4 = 6\Omega, \quad R_s \text{ et } R_2 \text{ en parallèles} \quad 1/R_{eq} = 1/R_s + 1/R_2$$

$$R_{eq} = 2\Omega$$

b)- Calcul le courant  $I_1$ , le circuit équivalent :

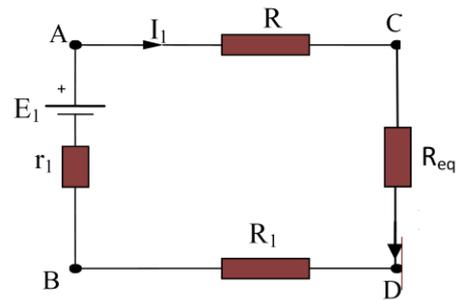
$$(R_1 + r_1 + R + R_{eq})I_1 - E_1 = 0$$

$$I_1 = E_1 / (R_1 + r_1 + R + R_{eq})$$

$$I_1 = 1.4 \text{ A.}$$

c)- Calcul  $V_{CD}$

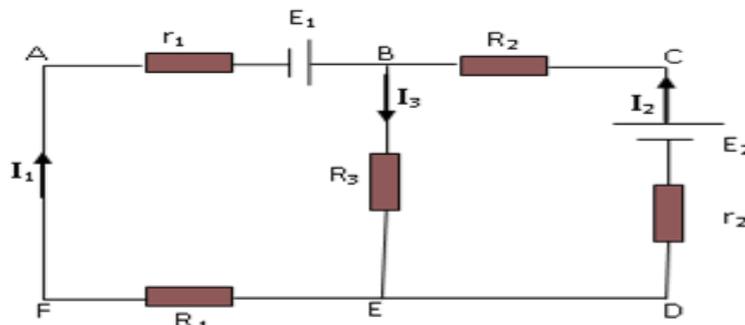
$$V_{CD} = R_4 I_1 = 2.8 \text{ volt.}$$



### Exercice 2

On considère le circuit de la figure ci-dessous

$$R_1 = 3\Omega ; R_2 = 4\Omega ; R_3 = 5\Omega ; (E_1 = 4V, r_1 = 1\Omega) ; (E_2 = 5V, r_2 = 1\Omega) ;$$



- 1) Combien y'a-t-il de nœuds, de branches et de mailles ?
- 2) Calculer  $I_1$  ;  $I_2$  ;  $I_3$
- 3) Calculer les ddp  $V_{CE}$  ;  $V_{BA}$
- 4) Calculer la puissance dissipée par effet joule dans le circuit.
- 5) Calculer les rendements de  $E_1$  et  $E_2$

### Solution :

1- Il y'a dans ce circuit : 2 nœuds, 3 branches, et 3 mailles.

2- Calcul  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ (R_1 + r_1) I_1 + R_3 I_3 = E_1 \\ (R_2 + r_2) I_2 + R_3 I_3 = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 4 I_1 + 5 I_3 = 4 \\ 5 I_2 + 5 I_3 = 5 \end{cases}$$

Nous pouvons résoudre ce système d'équations, on utilisant la méthode de Cramer.

Nous allons obtenir :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = 0.23\text{A} , I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = 0.385\text{A} , I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = 0.615\text{A}$$

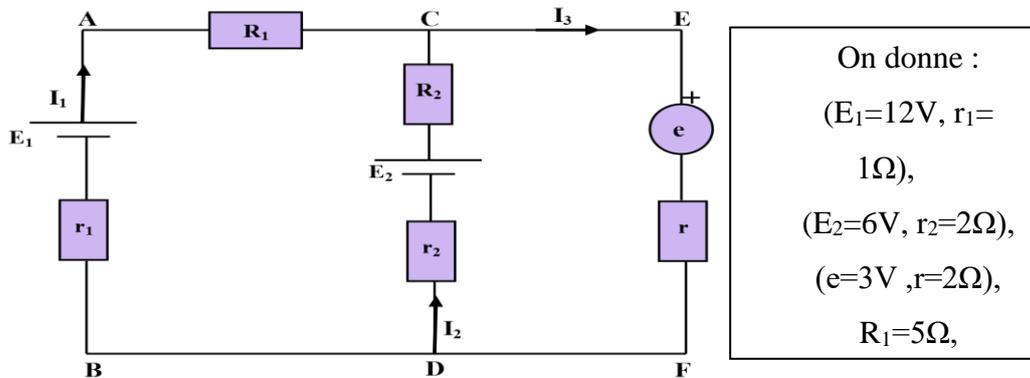
3) Calcul  $V_{BC}$  :  $V_{CE} = R_2 I_2 + R_3 I_3 = \text{Volt}$   
 Calcul  $V_{BA}$  :  $V_{BA} = E_1 - r_1 I_1 = \text{Volt}$

4) Calcul la puissance dissipée dans  $R_1$   
 $P = (R_1 + r_1) I_1^2 + (R_2 + r_2) I_2^2 + R_3 I_3^2 = 14,15 \text{ Watt}$

5) Calcul des rendements  
 Générateur  $E_1$  :  $\eta_1 = \frac{E_1 - r_1 I_1}{E_1} = 88.91 \%$   
 Générateur  $E_2$  :  $\eta_2 = \frac{E_2 - r_2 I_2}{E_2} = 88.91 \%$

### Exercice 3

Soit le circuit électrique suivant :



- 1- Calculer  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  l'intensité des courants qui circulent dans chaque branche.
- 2- Déterminer la puissance dissipée par effet joule dans le générateur  $E_2$ .
- 3- Calculer les d.d.p :  $V_{AB} = V_A - V_B$  et  $V_{CA} = V_C - V_A$ .
- 4- Calculer le rendement du générateur  $E_1$  et du récepteur  $e$ .

#### Solution :

- 1- Calculer  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ (r_1 + R_1)I_1 - (r_2 + R_2)I_2 + 0I_3 = E_1 - E_2 \\ 0I_1 + (r_2 + R_2)I_2 + rI_3 = E_2 - e \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 2 \end{vmatrix} = -60$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 6 & -6 & 0 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = 1.1\text{A} , \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 6 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = 0.1\text{A} , \quad I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & -6 & 6 \\ 0 & 6 & 3 \end{vmatrix}}{\Delta} = 1.2\text{A}$$

1- Calcul la puissance dissipée par effet joule dans générateur  $E_2$ .

$$P = r_2 I_2^2 = 0.02 \text{ watt}$$

2- Calcul les d.d.p :

$$V_{AB} = E_1 - r_1 I_1 = 10\text{V}$$

$$V_{CA} = -R_1 I_1 = -5.5\text{V}$$

- Calcul le rendement et

$$\text{Générateur } E_1 : \eta = \frac{E_1 - r_1 I_1}{E_1} = 91\%$$

$$\text{Récepteur } e : \eta = \frac{e}{e + rI} = 56\%$$

**CHAPITRE III : ELECTRODYNAMIQUE**

**Introduction**

L'électromagnétisme est le domaine de la physique qui décrit les phénomènes électriques et magnétiques ainsi que les interactions entre eux. Il inclut la description des forces électromagnétiques et de la manière dont elles interagissent avec la matière. Les concepts clés de l'électromagnétisme incluent les champs électriques et magnétiques, les charges électriques, les courants électriques et les lois de Coulomb et de Faraday.

**IV.1 Champ magnétique généré par un aimant**

**1. Définition d'un aimant**

Un aimant est un matériau qui génère naturellement un champ magnétique. Il a la particularité d'attirer certains métaux comme le fer, le nickel, le cobalt et le chrome.

Chaque aimant possède toujours deux pôles : un Nord et l'autre Sud.

Par convention, le pôle Nord est représenté en rouge et le pôle sud en bleu.

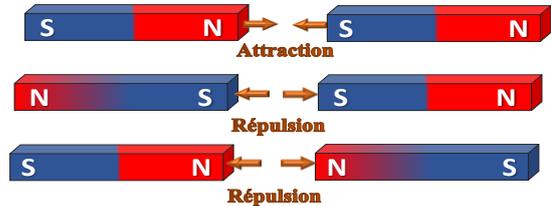


Il est impossible d'isoler le pôle nord du pôle sud d'un aimant. Si on brise un aimant, on obtient deux petits aimants comportant chacun un pôle sud et un pôle nord.



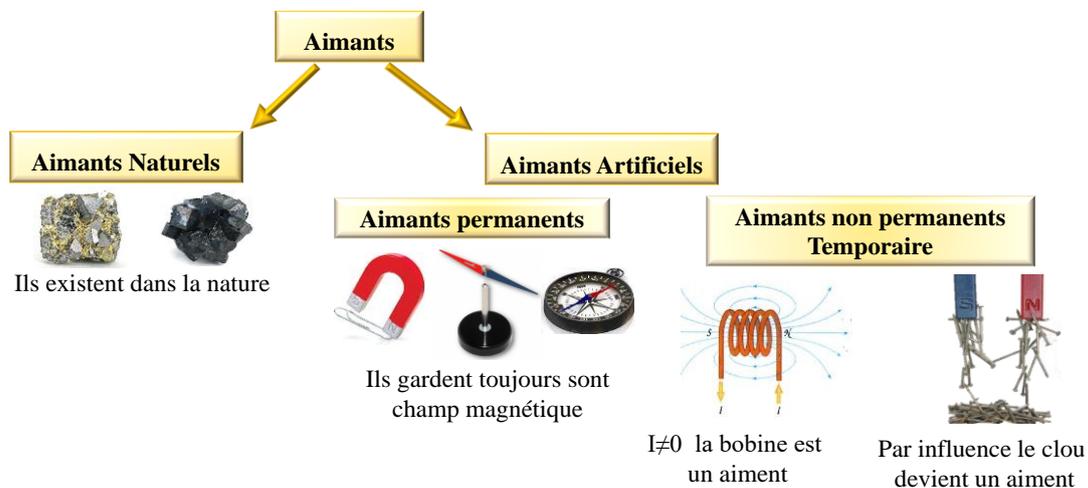
Lorsque l'on approche deux aimants, on constate deux types d'interaction :

- Deux pôles de même nature se repoussent
- Deux pôles de nature différente s'attirent.



**2. Différents types des aimants**

Il existe des aimants naturels (à base d'un minerai de fer, la magnétite) et des aimants artificiels. Parmi les aimants artificiels, on distingue les aimants permanents tels que l'aimant en U, l'aiguille magnétique, et les aimants temporaires tels que la bobine alimentée et un clou aimanté. Ces aimants sont constitués de matières ferromagnétiques.



## IV.2 Le champ magnétique

Chaque aimant crée dans son espace un champ magnétique noté par  $\vec{B}$ . On peut représenter un champ magnétique à l'aide de lignes de champ magnétique. Ces lignes sont orientées dans l'espace et leur espacement révèle l'intensité du champ magnétique.

L'unité du champ magnétique dans le système international est Tesla (T). Une autre unité plus courante qui est largement utilisée dans la pratique est le Gauss (G). Un Gauss égal à  $10^{-4}$  Tesla.

La limaille de fer ou un plan de boussoles (voir la [figure IV.1](#)), permettent de visualiser les lignes de champ, la figure 1 représente le champ magnétique autour d'un aimant droit. Ces lignes qui s'orientent toujours du pôle nord vers le pôle sud. On peut détecter le sens du champ magnétique à l'aide d'une boussole.



Figure IV.1 : Les lignes du champ magnétique autour d'un aimant droit

### 1. Le champ magnétique terrestre

La Terre possède un champ magnétique naturel généré par le mouvement du fluide composé de fer liquide et de nickel à l'intérieur de son noyau (voir la [figure IV.2](#)). Ce champ magnétique est perceptible par l'orientation de l'aiguille aimantée de la boussole qui pointe dans une direction déterminée. La Terre est ainsi assimilable à un aimant géant placé en son centre.

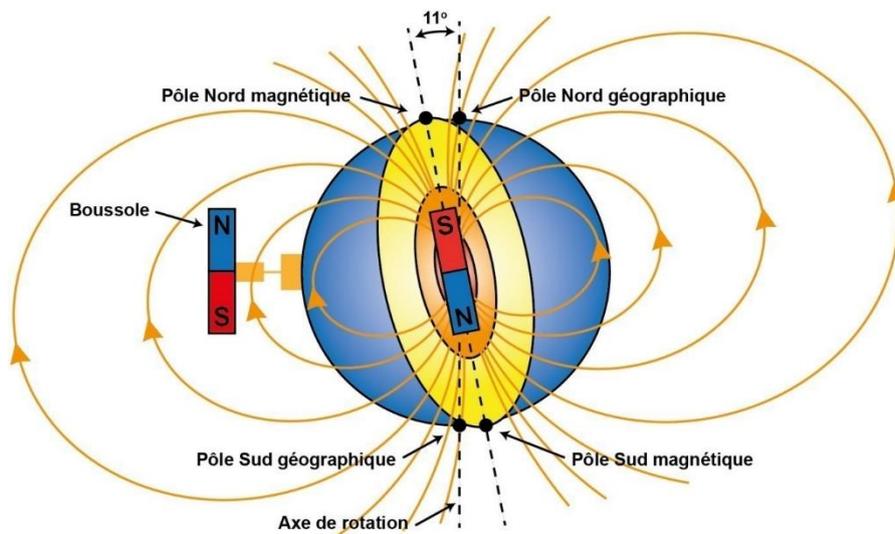


Figure IV.2 : Champ magnétique terrestre

### 2. Action d'un conducteur sur une boussole : Expérience d'Oersted

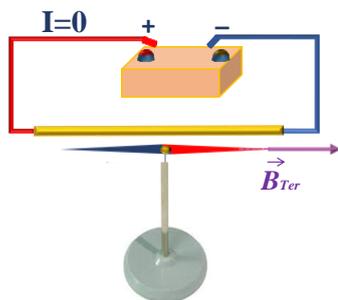
En avril 1820, **Oersted** met en évidence une relation entre l'électricité et le magnétisme par une expérience : il observe qu'un fil transportant du courant est capable de mettre en

mouvement l'aiguille aimantée d'une boussole. Il y a donc interaction entre les phénomènes électriques d'une part et les phénomènes magnétiques d'autre part. **Oersted** ne suggéra aucune explication satisfaisante du phénomène, ni n'essaya de représenter le phénomène dans un cadre mathématique.

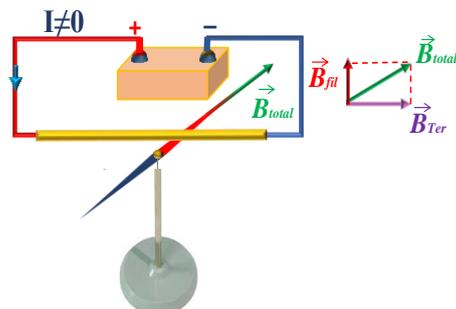
**Expérience :**

On place une boussole à proximité d'un fil conducteur parcouru par un courant d'intensité de l'ordre de 5 à 10A (voir la **figure IV.3**).

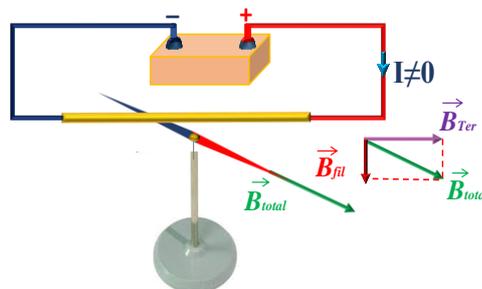
On constate que lorsque le fil est parcouru par un courant, l'aiguille aimantée de la boussole change de direction. La déviation de l'aiguille aimantée de la boussole est due à l'apparition d'un champ magnétique qui se superpose au champ magnétique terrestre. Alors, les courants électriques sont des sources de champs magnétiques.



Pour  $I=0$  l'aiguille de la boussole indique le sens du champ magnétique terrestre.



Pour  $I \neq 0$ , l'aiguille de la boussole est déviée, cette déviation est due à l'apparition d'un champ magnétique qui se superpose au champ magnétique terrestre.



On change le sens du passage du courant, l'aiguille de la boussole change de déviation.

*Figure IV.3 : Expérience d'Oersted*

### IV.3 Orientation du champ magnétique créé par la circulation d'un courant dans un fil droit

Le champ magnétique autour d'un fil droit parcouru par un courant  $I$ , prend toujours la forme de cercles concentriques dont le plan est perpendiculaire par rapport au fil (voir la **figure IV.4**). Pour trouver le sens du champ magnétique, on peut utiliser la première règle de la main droite. Il faut placer la main droite autour du fil conducteur droit avec le pouce pointant dans la direction conventionnelle du courant électrique. Les doigts doivent ensuite être enroulés autour

du fil pour représenter le sens de rotation du champ magnétique généré autour du fil (les doigts pointent dans la direction de la rotation).

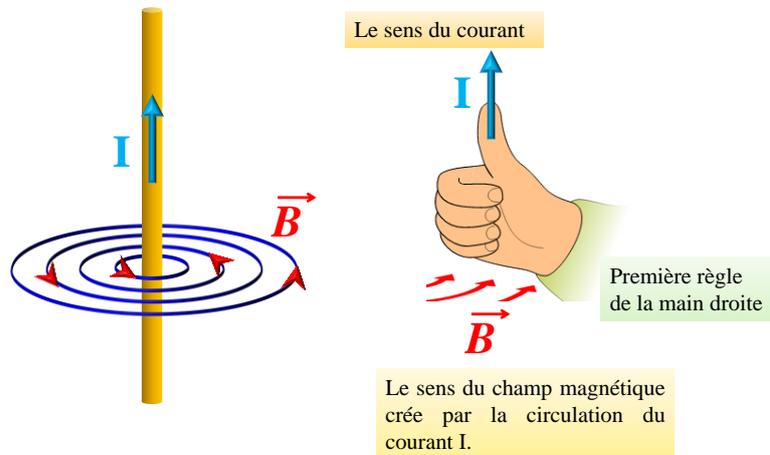


Figure IV.4 : Le sens du champ magnétique autour d'un fil droit

#### IV.4 La loi de Biot et Savart :

La loi de Biot et Savart est une loi fondamentale de l'électromagnétisme qui permet de calculer le champ magnétique créé par un courant électrique. Elle a été énoncée pour la première fois par les physiciens français Jean-Baptiste Biot et Félix Savart en 1820.

Selon la loi de Biot et Savart, le champ magnétique créé par un courant électrique en un point de l'espace dépend du vecteur position  $\vec{r}$  de ce point par rapport au fil conducteur transportant le courant, ainsi que de l'intensité du courant I et de la distance entre le fil et le point considéré r.

Le champ magnétique élémentaire  $d\vec{B}$  créé par un élément du fil  $d\vec{l}$  en un point M de l'espace est donné (voir la figure IV.5) :

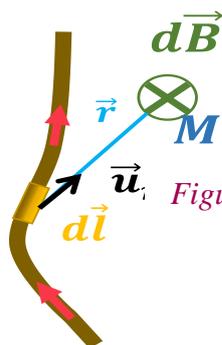


Figure IV.5 : Le champ magnétique créé par un élément du fil

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{l} \wedge \vec{r}$$

Le champ magnétique total créé par tout le fil en un point M est donné par

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I}{r^3} d\vec{l} \wedge \vec{r}$$

Où I est le courant qui se déplace dans l'élément de fil  $d\vec{l}$ , le vecteur  $\vec{u}$  est orienté de l'élément du fil  $d\vec{l}$  vers le point M, r est la distance qui sépare le point M du fil et  $\mu_0$  est appelé la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ ).

**Exemple d'application :****a) Champ magnétique créée par un fil électrique rectiligne**

En utilisant la loi de Biot et Savart, trouver le champ magnétique créé, en un point  $M$ , par un fil conducteur de longueur infini, parcouru par un courant d'intensité  $I$ .

On sait que :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{l} \wedge \vec{r} \quad (*)$$

$$d\vec{l} \wedge \vec{r} = dl r \sin(\pi - \theta) = dl r \sin \theta$$

On remplace dans l'équation (\*)

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \sin \theta \quad (**)$$

On remarque d'après la figure ci-contre:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \sin \theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$r = \frac{a}{\cos \alpha} \quad \text{et} \quad dl = dz$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{z}{a} \Rightarrow z = a \text{tg} \alpha \Rightarrow dz = \frac{a}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

On remplace dans l'équation (\*\*), on trouve :

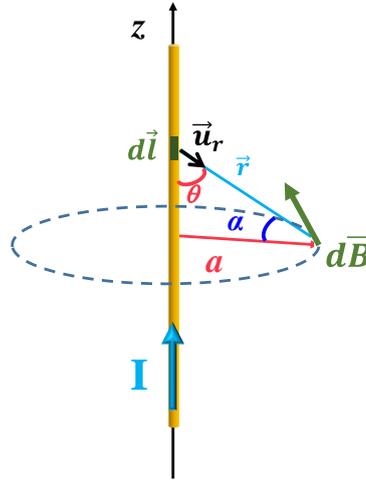
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} d\alpha \cos \alpha$$

Le champ magnétique total créé par le fil infini est :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Le champ magnétique créée par un fil rectiligne infini parcourue par un courant  $I$  est donner par

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



**Exemple d'application :****b) Champ créé par une spire circulaire en un point de son axe**

Soit une spire parcourue par un courant  $I$ , chaque élément de  $dl$  crée un élément de champ magnétique  $d\vec{B}$  en un point  $M$  de l'axe principal qui passe par le centre de la spire (voir la figure ci-dessous). Ce champ est perpendiculaire (le bonhomme d'Amère) à l'élément  $d\vec{l}$  et au vecteur unitaire  $\vec{u}$  sortant de l'élément  $dl$  et porté par la distance  $r$  qui le relie à  $M$ .

$$\text{Au point } M \text{ on ; } \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{l} \wedge \vec{r}$$

à cause de la symétrie le champ magnétique total sera porté par l'axe  $Z$  d'où on peut écrire :

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \cos \alpha \quad \text{avec} \quad \cos \alpha = \frac{R}{r}$$

$$\Rightarrow \quad dB_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} dl$$

Alors le champ totale :

$$B = \int dB_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl \Rightarrow B = \int dB_z = \frac{\mu_0 I 2\pi R^2}{4\pi r^3}$$

Le champ magnétique sur un point situé sur son axe est donné par

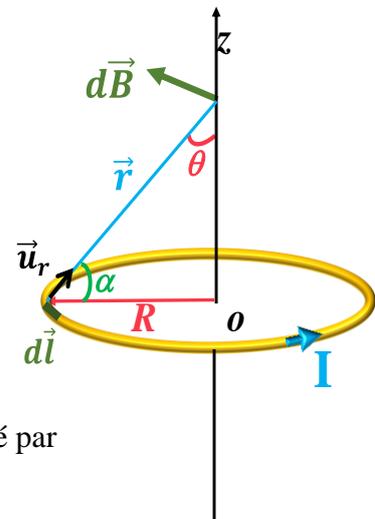
$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2 r^3} (*)$$

d'un autre côté  $\cos \alpha = \frac{R}{r}$ , donc l'expression du champ magnétique peut se mettre sous la forme suivante:

$$B = \frac{\mu_0 I \cos^3 \alpha}{2 R}$$

Au centre de la spire  $\alpha = 0^\circ$  ( $r=R$ ) ceci implique :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 R}$$

**Remarque :**

Le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  peut être retrouvé aisément si on imagine un tire-bouchon tournant dans le sens du courant, il progresse dans le sens du champ magnétique. Ou bien, en utilisant la règle de la main droite.

## IV.5 Théorème d'Ampère

Il s'agit de l'équivalent en magnétostatique du théorème de Gauss en électrostatique, qui établit la relation entre le champ magnétique et le courant électrique. Toutefois, avant de présenter les énoncés de ce théorème, il est essentiel de définir la notion de circulation d'un champ vectoriel.

### 1. Notion de circulation du champ magnétique :

La circulation du champ magnétique  $\vec{B}$  sur un contour fermé  $C$  (voir la figure IV.6) donnée par la quantité  $\zeta$ .

$$\zeta = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Où  $\vec{B}$  est le champ magnétique,  $C$  est la courbe fermée considérée et  $d\vec{l}$  est un élément infinitésimal de longueur sur la courbe.

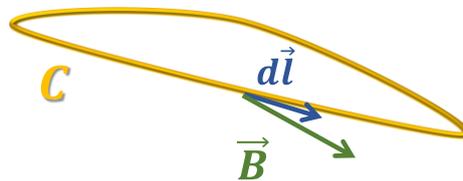


Figure VI.6 : Circulation de  $\vec{B}$  sur un contour fermé  $C$

### 2. Enoncé de la règle d'Ampère :

« La circulation du champ magnétique le long d'une courbe fermée qui embrasse les courants ( $I_1, I_2, \dots, I_n$ ) est égale au produit de la permittivité magnétique dans le vide ( $\mu_0$ ) par la somme algébrique des intensités de courants embrassés par le contour ( $C$ ) » (Voir la figure IV.7).

$$\zeta = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{i=n} I_i$$

$$\zeta = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3 + \dots + I_n)$$

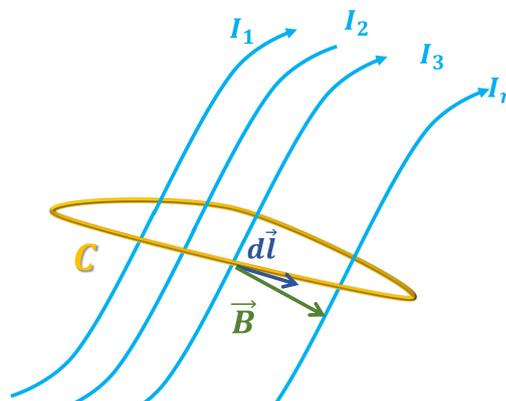


Figure IV.7 : circulation du champ magnétique le long d'une courbe

**Remarques :**

- Le courant est compté positif s'il sort par la face positive de la surface.
- Pour établir l'intégrale  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$ , on doit faire un choix judicieux du contour fermé de

telle façon que  $\vec{B}$  et  $d\vec{l}$  soient parallèles et  $\vec{B}$  soit constant sur ce contour.

- Si la distribution de courant est volumique, le théorème d'Ampère s'écrit :

$$\zeta = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iiint_{S_c} \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

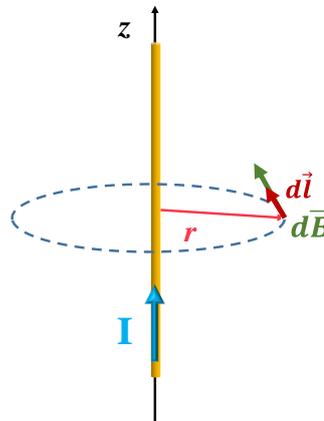
$\sum_{i=1}^{i=n} I_i$  correspond au flux du vecteur densité de Courant  $J$  au travers de la surface  $S_c$

engendrée par la courbe fermée  $C$ .

**Exemple :**

Détermination le champ magnétique crée par un fil rectiligne, en utilisant le théorème d'Ampère.

Par raison de symétrie, on peut prendre comme courbe fermée, pour l'application du théorème d'ampère, des cercles placés dans un plan perpendiculaire au fil et centrés sur celui-ci ( voir la figure ci-dessous). Dans ce cas  $\vec{B}$  et  $d\vec{l}$  soient parallèles et  $\vec{B}$  soit constant sur ce contour.



En appliquant le théorème d'Ampère :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{i=n} I_i \Rightarrow B \oint_C dl = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

C'est le champ magnétique crée par un courant qui circule dans un fil rectiligne.

## IV.6 Action d'un Champ magnétique sur le mouvement d'une charge électrique

### 1. Force de Lorentz.

La force de Lorentz est une force électromagnétique. Elle a été découverte au XIXe siècle par le physicien *Hendrik Lorentz*, qui a remarqué que les particules chargées en mouvement dans un champ magnétique subissaient une force. Cette force est perpendiculaire à la direction du mouvement de la particule ainsi qu'à la direction du champ magnétique dans lequel elle se trouve (voir la [figure IV.8](#)).

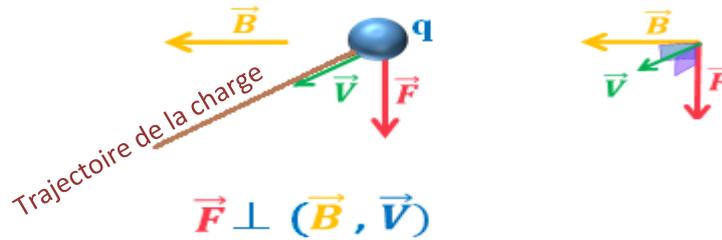


Figure IV.8 : illustration de la force de Lorentz

La force de Lorentz est décrite mathématiquement par l'équation:

$$\vec{F} = q \vec{V} \wedge \vec{B}$$

Où :

- $\vec{F}$  est la force électromagnétique appliquée sur la charge  $q$ .
- $q$  est la charge de la particule.
- $\vec{V}$  est la vitesse de la particule.
- $\vec{B}$  est le champ magnétique.

Dans le système cartésien, les composantes de la force magnétique  $\vec{F}$  :

$$\vec{F} = q \vec{V} \wedge \vec{B} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ V_x & V_y & V_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = q(V_y B_z - B_y V_z) \vec{i} + q(B_x V_z - V_x B_z) \vec{j} + q(V_x B_y - B_x V_y) \vec{k}$$

Les caractéristiques de la force de Lorentz :

- La force de Lorentz est une force électromagnétique qui agit sur les particules chargées en mouvement dans un champ magnétique.
- Elle est perpendiculaire à la direction de mouvement de la particule ( $\vec{F} \perp \vec{V}$ ) et à la direction du champ magnétique ( $\vec{F} \perp \vec{B}$ ) dans lequel elle se trouve.
- Elle est proportionnelle à la charge électrique de la particule, à la vitesse de la particule et à l'intensité du champ magnétique dans lequel elle se trouve.
- Son module:  $F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha$ , où  $\alpha$  est l'angle entre  $\vec{V}$  et  $\vec{B}$ .

Ou bien :  $F = q \sqrt{(V_y B_z - B_y V_z)^2 + (B_x V_z - V_x B_z)^2 + (V_x B_y - B_x V_y)^2}$

- On peut trouver le sens et la direction de la force en utilisant la règle de la main droite (voir figure IV.9) tel que la vitesse des charges  $\vec{V}$ , le champ magnétique  $\vec{B}$  et la force de Lorentz  $\vec{F}$  forment un trièdre direct.

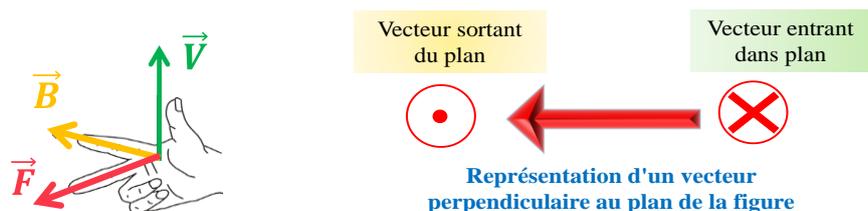


Figure IV.9 : La règle de la main droite

**Remarques**

a) La force magnétique étant constamment perpendiculaire au vecteur vitesse, elle ne fournit pas de puissance mécanique et donc pas de travail.

$$\vec{F} \perp \vec{V} \Rightarrow \vec{F} \perp \text{déplacement} \Rightarrow W(\vec{F}) = 0$$

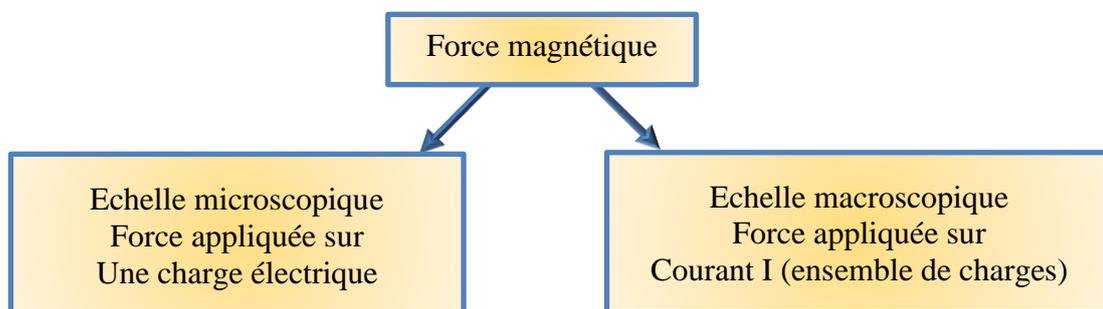
Ainsi, d'après le théorème de l'énergie cinétique, si une particule est soumise uniquement à la force magnétique, sa vitesse reste constante en intensité. La force magnétique incurve la trajectoire sans modifier la vitesse de la particule.

b) Dans la présence d'un champ électrique externe  $\vec{E}$  la force de Lorentz devient la combinaison des deux forces, la force électrique et la force magnétique :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$$

**IV.7 Action d'un champ magnétique sur un courant électrique****1. Force de Laplace. La loi de Laplace : Force agissant sur un fil parcouru d'un courant dans un champ magnétique uniforme**

La loi de Laplace décrit l'interaction entre un fil conducteur parcouru par un courant électrique  $I$  et un champ magnétique  $\vec{B}$ . Cette loi peut être considérée comme une application de la loi de Lorentz, qui décrit l'effet d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement.

**a) Expérience du rail de Laplace :**

Prendre un aimant en U et un barreau de cuivre relié à un circuit électrique, comme le montre la figure IV.10. En fermant le circuit, le barreau de cuivre se met en mouvement. Cette mise en mouvement est due à l'apparition d'une force électromagnétique qui agit sur le barreau.

**En conclusion**

La présence d'un champ magnétique dans une partie d'un circuit parcourue par un courant électrique entraîne l'apparition d'une force électromagnétique qui agit sur cette partie du circuit. Cette force est appelée force de Laplace. La direction de la force de Laplace est perpendiculaire à la direction du courant électrique. Elle est donnée par la règle de la main droite.

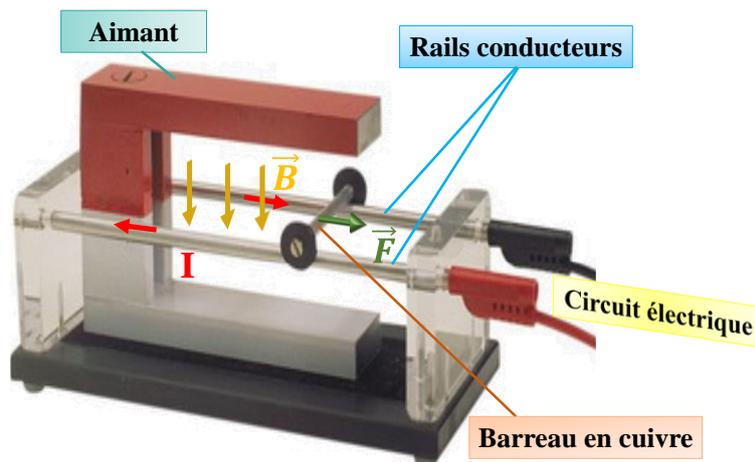


Figure IV.10 : Expérience du rail de Laplace

### b) Expression de la force de Laplace:

La loi de Laplace est une conséquence directe de la loi de Lorentz. Selon le modèle simplifié, le courant électrique est composé d'une multitude d'électrons qui se meuvent tous à une même vitesse  $v$  dans une direction opposée à celle du courant.

Chaque électron est soumis à une force de Lorentz :

$$d\vec{F} = dq \vec{v} \wedge \vec{B} \dots\dots*$$

Ce qui signifie que la force magnétique totale  $F$  est la somme des forces agissant sur chacun des électrons présents dans le conducteur.

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int dq \vec{v} \wedge \vec{B}$$

On sait que la vitesse :  $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ , et le courant électrique  $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = I dt$

En remplaçant dans l'équation (\*), on obtient la loi de Laplace :

$$\vec{F} = I \int \vec{l} \wedge \vec{B}$$

#### Remarque :

Dans le cas d'un conducteur rectiligne, placé dans un champ magnétique uniforme  $B$ , la force magnétique appliquée sur le conducteur est :  $F = IB l \sin \alpha$

Avec  $\alpha$  est l'angle compris entre le conducteur rectiligne et le vecteur champ magnétique.

## IV.8 Exercices

### Exercice 1

On considère une ligne de tension rectiligne située à une hauteur de 20 m au-dessus du sol et transportant un courant de 500A vers l'est. Déterminez la valeur de ce champ magnétique directement sous la ligne, au niveau du sol, puis comparez-le avec le champ magnétique terrestre.

#### Solution

On applique de la loi de Biot et Savart pour un fil rectiligne infini parcourue par un courant  $I$  pour déterminer le champ magnétique créée à une distance  $a$  du fil :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \rightarrow B = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 500}{2\pi \cdot 20} \Rightarrow B = 5 \cdot 10^{-6} T$$

D'après la règle de la main droite : si le courant circule vers l'est, le vecteur du champ magnétique produit par ce courant est dirigé vers le nord

Comparons le au champ magnétique terrestre

$$B_T : \frac{B}{B_T} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-5}} = 10^{-1}$$

$$\Rightarrow B = 0,1 B_T = 10^{-1}$$

Le champ produit par la ligne électrique ne représente que 10% du champ magnétique terrestre.

### Exercice 2

Une charge  $q = +2 \times 10^{-6} \text{ C}$  qui se déplace avec une vitesse de  $3 \times 10^4 \text{ m/s}$  et fait un angle de  $30^\circ$  avec un champ magnétique externe  $B = 0.68 \text{ T}$ .

1. la valeur de la force qui sur cette charge.
2. Quelle sera la valeur de la force si la charge  $q = -2 \times 10^{-6} \text{ C}$ .
3. Quelle est la valeur de la force qui s'exerce sur  $q$  si la trajectoire de la charge est parallèle au champ magnétique.

### Solution

1. Calcul la force magnétique  $F$  exercée sur la charge  $q$  :

La force magnetique est donnée par la formule :

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha$$

où  $V$  est la vitesse de la charge,  $B$  est le champ magnétique extérieur et  $\alpha$  est l'angle entre la vitesse de la charge et le champ magnétique.

$$\text{AN : } F = +2 \times 10^{-6} \cdot 3 \times 10^4 \cdot \sin(30) \times 0.68 = 0.0204 \text{ N}$$

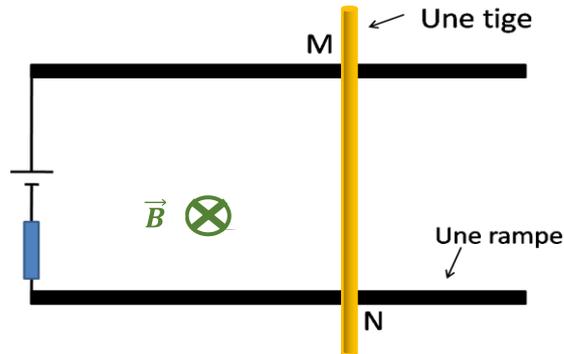
2. Si la charge est  $q = -2 \times 10^{-6} \text{ C}$ , le module de la force reste le même, car la charge a toujours la meme valeur. Cependant, la direction de la force sera opposée puisque la charge est négative. Ainsi, la force magnétique sera  $F' = 0.0204 \text{ N}$ .

3. Si la trajectoire de la charge est parallèle au champ magnétique extérieur ( $\theta = 0^\circ$ ), alors la force magnétique  $F$  sera nulle car le  $\sin(0) = 0$ . Cela signifie que la charge ne subit aucune déviation de trajectoire due à la force magnétique.

**Exercice 3 :**

Une tige métallique d'une longueur de 25 mm est libre de rouler le long d'une rampe, voir la Figure ci-dessous. Il existe un champ magnétique uniforme de 0,03T dans toute la région. Pointant vers l'intérieur du plan de la rampe, comme illustré. Une Batterie délivre un courant de 20 A à travers une résistance dans ce circuit composé par cette rampe et la tige.

1. Quelle force (amplitude et direction) est exercée sur la tige
2. Si la polarité de la batterie est modifiée, quel changement il y aurait-il, le cas échéant.

**Solution**

1. Suivant cette configuration le courant  $I$  passe à travers de la tige de M ver N, le champ magnétique est uniforme, donc la force magnétique appliquée sur le conducteur est :  
 $F = IBl \sin \alpha$

$$\text{Comme } \vec{B} \perp \vec{dl} \Rightarrow \sin(\alpha) = 1 \quad F = IBl$$

$$\text{AN :} \quad F = 0.15 \text{ N}$$

En appliquant la règle de la main droite sur la courant qui pas dans la tige on trouve la direction de la force de Lorentz qui sera vers la droite, d'où le déplacement de la tige dans ce sens, aussi.

2. En changeant la polarité de la batterie, le courant change de sens lui aussi d'où le changement du sens de la force qui deviendra vers la gauche, et la tige commencera aussi à se déplacer vers la gauche.

## REFERENCES

1. R. A. SERWAY, J. W. JEWETT, JR., A. DUCHARME, M. PÉRIARD, Physique - Tome 2 Electricité et magnétisme, Ed. De Boeck, (2013)
2. Paul Lorrain, Dale R. Corson, François Lorrain ; François Lorrain, Paul Lorrain , les phénomènes électromagnétiques, Cours, exercices et problèmes résolus, Dunod, Paris, 2002
3. Jonathan Ferreira, Cours d'Electrostatique-Electrocinétique, Université Joseph Fourier,2001-2002
4. Emile Amzallag - Joseph Cipriani - Jocelyne Ben Aïm - Norbert Piccioli ; La Physique En Fac Electrostatique Et Electrocinétique Cours et Exercices Corrigés ; Licence 1<sup>er</sup> et 2<sup>eme</sup> Année ; Paris ; Ediscience
5. Mohamed Akbi, Electrostatique, Charge champs électrostatiques, Edition de Livres ,2005
6. Jammes Clerk Maxwell, Traité d'électricité et de magnétisme (Tome I), , Editions JAQUES GABAY,1989.
7. Evgeni Popov, Electrostatique et Magnétostatique : Notes du cours, Licence. Electromagnétisme II, Marseille, St. Charles, Univ. de Provence, 2001, pp.139.
8. Fizazi Ahmed, Electricité et magnétisme, Office des publications universitaires, Algérie, 2011

## ANNEXE

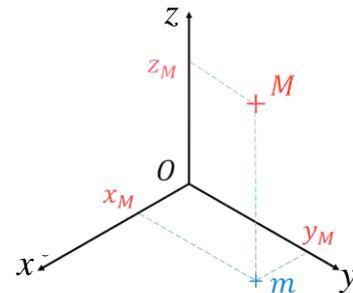
# Déplacement, surface et volume élémentaires dans différents systèmes de référence

### 1- Repère cartésien :

- On appelle coordonnées cartésiennes du point M, les trois valeurs algébriques  $x$ ,  $y$  et  $z$  permettant de localiser ce point dans le repère cartésien de base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

La position du point M est donnée par le vecteur position  $\vec{OM}$  :

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

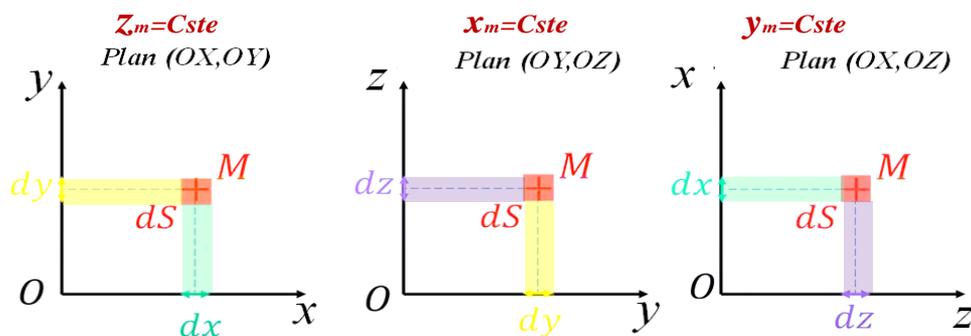


**Un déplacement élémentaire :**  $d\vec{l} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$

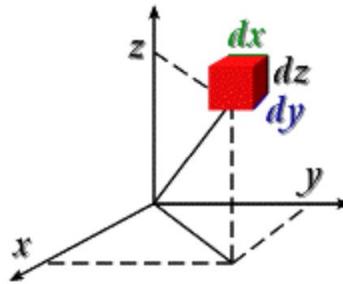
[Tapez le titre du document]

**Surface élémentaire :**

- Surface élémentaire sur le plan  $(ox,oy)$  :  $ds = dx.dy$
- Surface élémentaire sur le plan  $(oy,oz)$  :  $ds = dy.dz$
- Surface élémentaire sur le plan  $(ox,oz)$  :  $ds = dx.dz$



**Volume élémentaire :**  $dv = dx.dy.dz$

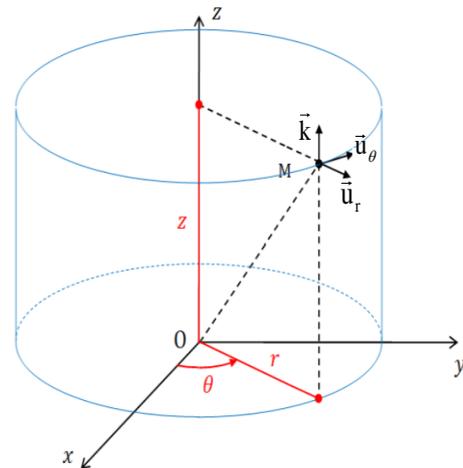


## 2- Repère cylindrique :

On appelle coordonnées cylindriques le triplet  $(r, \theta, z)$  permettant de localiser le point M. Le point m est la projection orthogonale du point M sur le plan xoy, qui est repéré par les coordonnées polaires.

Les coordonnées cylindriques ne sont qu'une extension des coordonnées polaires au cas tridimensionnel (repère cylindrique = repère polaire + l'axe Oz)

La coordonnée r représente la distance  $\overline{Om}$  et  $\theta$  l'angle entre l'axe (ox) et le vecteur  $\overline{Om}$ .



La coordonnée z correspond à la projection orthogonale de M sur l'axe OZ. La base de ce repère est le trièdre  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$ .

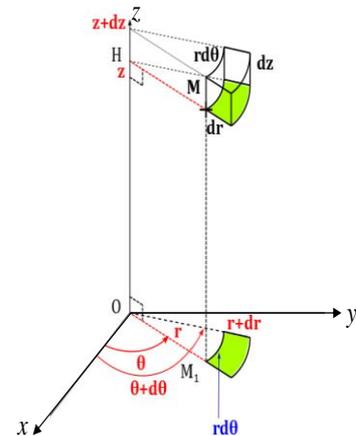
La position du point M est donnée par le vecteur position  $\overline{OM}$  :

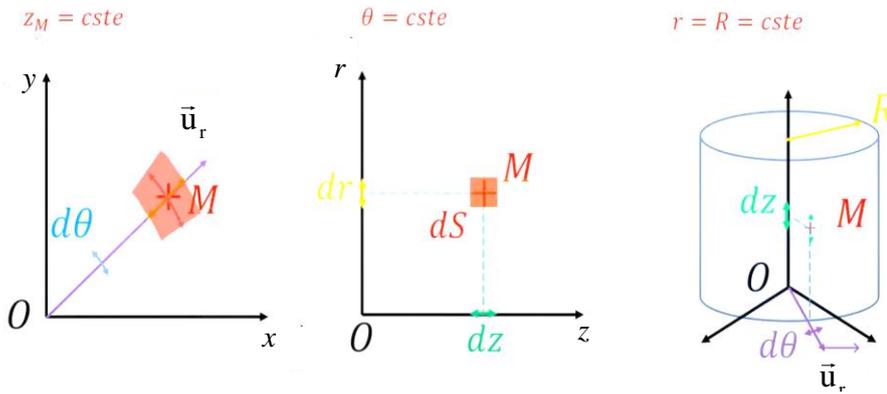
$$\overline{OM} = r \vec{u}_r + z \vec{k}$$

**Un déplacement élémentaire :**  $d\overline{OM} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + dz \vec{k}$

**Surface élémentaire :**

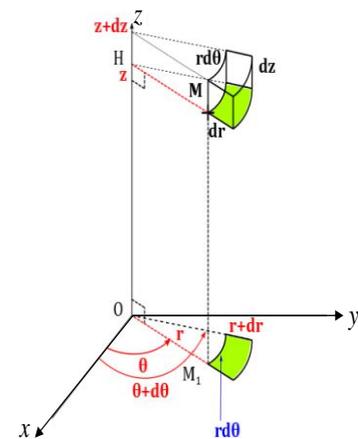
- Surface élémentaire sur le plan  $z=\text{constant}$  :  $ds = r dr d\theta$
- Surface élémentaire sur le plan  $\theta=\text{constant}$  :  $ds = dr dz$
- Surface élémentaire sur le plan  $r=\text{constant}$  :  $ds = rd\theta dz$





### Volume élémentaire

$$dv = r dr d\theta dz$$

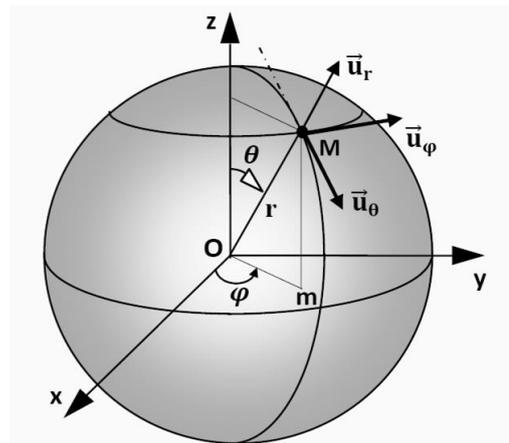


### 3- Repère sphérique

Lorsque le mouvement d'un mobile a une symétrie sphérique, tels que les mouvements des planètes par rapport à la terre. Il est alors plus commode d'utiliser le système des coordonnées sphériques.

La base de ce système est le trièdre  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ , les coordonnées d'un point dans ce repère sont  $(r, \theta, \varphi)$  définies par:

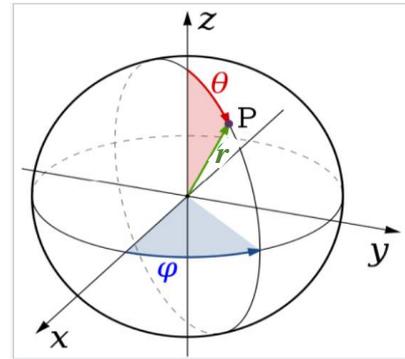
- le rayon  $r$ ,  $r = \|\overline{OM}\|$ .



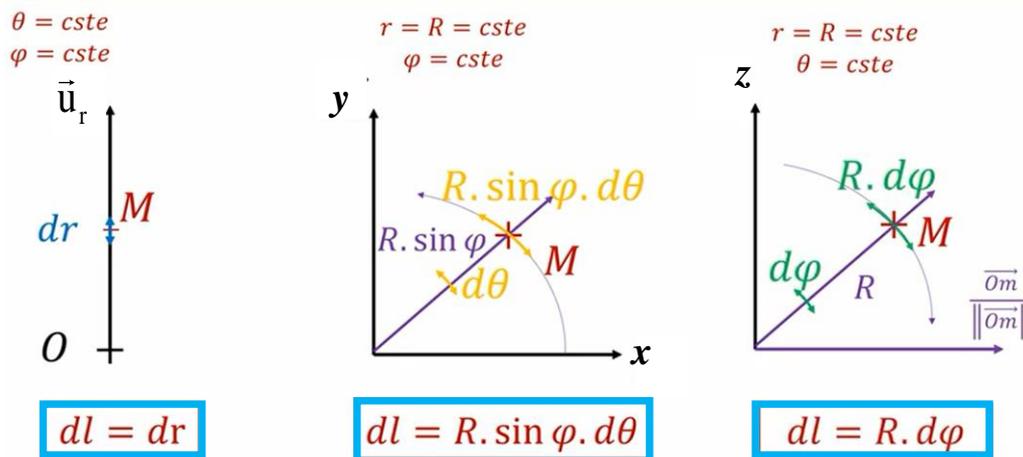
- l'angle  $\theta = (\overrightarrow{OZ}, \overrightarrow{OM})$ .
- l'angle  $\varphi = (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{Om})$ .

Le point m est la projection orthogonal du point M sur le plan (xoy). La position du point M est donnée par le vecteur position  $\overrightarrow{OM}$  :

$$\overrightarrow{OM} = r \vec{u}_r$$

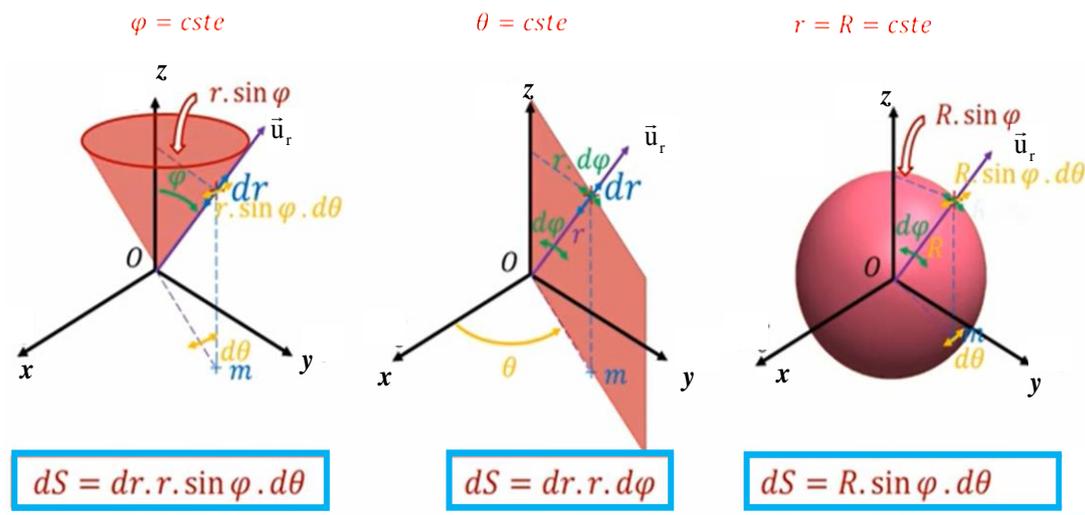


**Un déplacement élémentaire :** Voir la figure ci-dessous



**Surface élémentaire :**

- Surface élémentaire sur le plan  $\varphi = \text{constant}$  :  $ds = r dr \sin \varphi d\theta$
- Surface élémentaire sur le plan  $\theta = \text{constant}$  :  $ds = r dr d\varphi$
- Surface élémentaire sur le plan  $r = \text{constant}$  :  $ds = R \sin \varphi d\theta$



**Volume élémentaire**

$dV = du dv dw = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$

