

N° Ordre...../FHC/UMBB/2023

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie
Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Présenté par

Feriel KACI

Filière : Hydrocarbures

Option : Automatisation des procédés industriels : Commande Automatique

Thème

**Modélisation et stabilisation non linéaire d'un système
hydro-thermique soumis à des perturbations mesurables.**

Devant le jury :

LACHEKHAB Fadhila	MCB	UMBB	Président
BOUMEDIENE Mohamed Said	MCA	UMBB	Examinateur
KHEBLI Abdelmalek	MCB	UMBB	Examinateur
YOUSSEF Tewfik	MCB	UMBB	Encadrant

Année universitaire 2022/2023

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie

Département : Automatisation et Electrification des procédés

Filière : Hydrocarbures

Option : Automatisation des procédés industriels : Commande Automatique

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Thème

**Modélisation et stabilisation non linéaire d'un système
hydro-thermique soumis à des perturbations mesurables.**

Présenté par :
Feriel KACI

Avis favorable de l'encadrant :

Signature

Avis favorable du Président du jury

Nom Prénom

Signature

Cachet et signature

Résumé

Ce projet explore la modélisation et la stabilisation d'un système hydrothermique non linéaire en utilisant l'approche multi-modèle de Takagi-Sugeno. Malgré la promesse d'une modélisation précise, le système résultant était composé de 128 sous-systèmes complexes, ce qui compliquait l'application des techniques de contrôle conventionnelles. Pour surmonter cette complexité, l'étude a restreint son analyse de stabilité en utilisant des inégalités matricielles linéaires (LMI) pour établir une fonction quadratique de Lyapunov commune comme preuve de la stabilité du système. Cette avancée a ouvert la voie à la détermination du gain de Compensation Distribuée en Parallèle (PDC), facilitant ainsi la stabilisation efficace de ce système hydrothermique complexe. Cette recherche apporte des connaissances précieuses dans le domaine de la théorie de contrôle, en particulier pour aborder les complexités des systèmes du monde réel.

Abstract

This project delves into the modeling and stabilization of a nonlinear hydro-thermal system using the Takagi-Sugeno multimodel approach. Despite the promise of accurate modeling, the resulting system comprised a challenging 128 sub-systems, complicating the application of conventional control techniques. To overcome this complexity, the study narrowed its focus to stability analysis, utilizing Linear Matrix Inequalities (LMIs) to establish a common Lyapunov quadratic function as evidence of system stability. This breakthrough paved the way for determining the Parallel Distributed Compensation (PDC) gain, facilitating the effective stabilization of the intricate hydro-thermal system. This research contributes valuable insights to the field of control theory, particularly in addressing the complexities of real-world systems.

ملخص

يستكشف هذا المشروع نمذجة وتثبيت نظام حراري مائي غير خطي باستخدام نهج الوسائط المتعددة تاكاجي-سوجينو. وعلى الرغم من وعود النماذج الدقيقة، إلا أن النظام الناتج يتكون من 128 نظاماً فرعياً معقداً، مما يجعل من الصعب تطبيق تقنيات التحكم التقليدية. للتغلب على هذا التحدي، ركزت الدراسة على تحليل الاستقرار باستخدام عدم المساواة في المصفوفة الخطية لإنشاء وظيفة تربيعية مشتركة لليابونوف كدليل على استقرار النظام. هذا الاكتشاف يسهل تحديد مكاسب التعويض الموزعة بشكل موازي، مما يساهم في تحقيق استقرار فعال للنظام الحراري المائي المعقد. هذا البحث يقدم رؤية قيمة في مجال نظرية التحكم، خصوصاً في مواجهة تعقيدات أنظمة العالم الحقيقي.

Remerciement

Avant tout, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Allah, le Tout-Puissant et le Miséricordieux, pour m'avoir accordé la force et la patience nécessaires à l'achèvement de cet humble travail. C'est sa bienveillance qui a été ma principale source d'inspiration tout au long de ce voyage.

Je tiens également à exprimer mes sincères remerciements à mon encadrant universitaire, Mr Tewfik Youssef, pour ses conseils éclairés et ses encouragements constants. C'est avec une grande reconnaissance que je lui exprime ma sincère gratitude.

Je remercie également tous les membres du jury qui ont généreusement accepté d'être les examinateurs de ce manuscrit. Je tiens à remercier tous mes enseignants qui ont joué un rôle déterminant dans mon parcours académique à la Faculté des Hydrocarbures et de Chimie (ex INH) de l'Université M'Hamed Bougara.

Je ne saurais terminer sans exprimer ma sincère gratitude à mes chers parents, sœurs, tantes et amis, dont le soutien inconditionnel a été une source de réconfort et de motivation tout au long de mes années d'études.

Enfin, je tiens à remercier chaleureusement tous ceux qui seront présents pour m'encourager et partager ma joie lors de ma soutenance. Votre présence compte beaucoup pour moi et contribue à rendre ce moment encore plus spécial.

Dédicace

À mes chers parents, je dédie ce travail et ces cinq dernières années de réussite avec une reconnaissance éternelle. À toi, ma maman chérie, la prunelle de mes yeux et la personne la plus forte que je connaisse, ta courageuse persévérance a été une source inépuisable d'inspiration, m'incitant à surmonter les obstacles avec détermination. À toi, mon papa adoré, ton amour et confiance inconditionnels et ton soutien constant ont été un phare dans ma vie, me guidant à travers les défis et les réussites. Tu as toujours été le roc sur lequel j'ai pu construire mon chemin vers la réussite.

À mes petites sœurs, Thiziri, Messaouda, Kenza et Lyliane, je tiens à exprimer ma profonde gratitude en dédiant ce travail en votre honneur. Votre présence infaillible dans ma vie, quelle que soit la difficulté, a été ma source de réconfort et de joie. Je suis honoré de vous avoir à mes côtés.

À mes chères tantes et cousines, vous qui avez toujours été mon pilier de force, je dédie ce travail avec une sincérité profonde. Votre amour et votre soutien inébranlables ont constitué une source de stabilité et d'encouragement essentielle tout au long de mon parcours.

À mes amis bien-aimés, ceux qui ont véritablement transformé les cinq dernières années en une expérience inoubliable, je vous dédie ce travail du fond du cœur. Vos rires, vos conseils, et les précieux moments que nous avons partagés ensemble ont enrichi ma vie de manière inestimable.

Enfin, à ma deuxième famille, le Petroleum Club - SPE University of Boumerdes Student Chapter, je tiens à exprimer ma fierté en dédiant ce travail à notre communauté. Votre camaraderie, votre dévouement envers l'excellence et notre esprit d'équipe sont inestimables. Je suis et serai toujours extrêmement fier de faire partie de cette famille.

Je souhaite remercier du fond du cœur chacun d'entre vous qui avez contribué à ma réussite. Cette réalisation n'aurait pas été possible sans votre amour, votre soutien et votre présence précieuse. Chacun de vous a joué un rôle essentiel dans mon parcours académique, et je vous en suis profondément reconnaissant.

Sommaire

Introduction générale.....	7
Chapitre 1 : Généralités.....	9
I.1 Introduction.....	9
I.2 Notions de base sur les systèmes	9
I.2.1 Notion de système.....	9
I.2.2 Système statique et système dynamique	10
I.2.3 Linéarité et non linéarité	11
I.3 Modélisation, analyse et commande des systèmes	12
I.3.1 Modélisation d'un système	12
I.3.2 Analyse des systèmes dynamiques	14
I.3.3 Théorie de la commande automatique	19
I.4 Régulation et asservissement	20
I.4.1 Comportement en régulation :	20
I.4.2 Comportement en asservissement :.....	20
I.5 Instrumentation	20
I.5.1 Procédé et processus industriels.....	20
I.5.2 Schéma de tuyauterie et d'instrumentation.....	21
I.5.3 Classification des signaux.....	22
I.6 Généralités sur la mesure	22
I.6.1 Notion de mesure	22
I.6.2 Chaîne de mesure	23
I.6.3 Erreur de mesure	23
I.6.4 Technologie générale d'un capteur.....	23
I.7 Capteurs et actionneurs d'un système hydro-thermique.....	25
I.7.1 Capteurs	25
I.7.2 Actionneurs	29
I.8 Conclusion	31
.....	32
Chapitre 2 : Modélisation d'un système non linéaire par l'approche multi-modèle.....	33
II.1 Introduction	33
II.2 Modélisation par approche multi-modèle.....	33
II.2.1 L'espace de fonctionnement	34

II.2.2 La zone de fonctionnement.....	34
II.2.3 Le sous-modèle.....	34
II.2.4 La variable de prémisse	35
II.2.5 La fonction de pondération.....	35
II.3 Structures des multi-modèles.....	35
II.3.1 Structure couplée :	36
II.3.2 Structure découplée :	36
II.3 Modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S).....	37
II.3.1 Présentation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S)	37
II.3.2 Obtention des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S).....	39
II.3.3 Exemple d'application :	42
II.4 Conclusion	44
Chapitre 3 : Description, Modélisation et Validation du modèle T-S.....	46
III.1 Introduction	46
III.2 Présentation du système	46
III.2.1 Description du processus.....	46
III.2.2 Schéma fonctionnel du système hydro-thermique	47
III.2.3 Principe de fonctionnement.....	49
III.3 Modélisation du système par le modèle TS	49
III.3.1 Etude non linéaire.....	49
III.3.2 Etude linéaire.....	52
III.3.3 Le modèle TS correspondant au système dynamique	55
III.4 Conception et validation du modèle en simulation	60
III.4.1 Introduction au logiciel Matlab	60
III.4.2 Introduction à Simulink.....	61
III.4.3 Schéma bloc des modèles Simulink	61
III.4.4 Résultats de simulation.....	64
III.5 Conclusion.....	75
Chapitre 4 : Analyse de stabilité et stabilisation des modèles flous TS.....	77
IV.1 Introduction	77
IV.2 Inégalités Matricielles Linéaires (LMI)	77
IV.2.1 Définition d'une LMI.....	77
IV.2.2 Problèmes génériques LMI	78

IV.3 Stabilité des modèles Takagi-Sugeno	79
IV.3.1 Stabilité quadratique	79
IV.3.2 Stabilité non quadratique	80
IV.4 Stabilisation des modèles Takagi-Sugeno.....	81
IV.4.1 Stabilisation des modèles TS continus.....	82
IV.5 Stabilisation du modèle TS du système Hydro-Thermique aux deux réservoirs	83
IV.5.1 Position du problème	83
IV.5.1 Application de la commande PDC :.....	84
Chapitre 5 : Analyse de stabilité et stabilisation d'un système hydro-thermique soumis à des perturbations.....	88
V.1 Introduction :	88
V.2 Description et modélisation du système.....	88
V.2.1 Schéma fonctionnel du système hydro-thermique	89
V.2.2 Modèle TS du système	90
V.3 Conception et validation du modèle en simulation	93
V.3.1 Condition de simulation :	93
V.3.2 Schéma bloc des modèles Simulink	94
V.3. 3 Résultats et Interprétations :	94
V.4 Analyse de stabilité et Stabilisation par la commande PDC	97
V.5 Conclusion.....	99
Conclusion Générale	100
Liste de Références Bibliographiques.....	101

Introduction générale

Dans un contexte où les entreprises sont confrontées à des défis en constante évolution, tels que l'adaptation aux nouvelles réalités économiques et technologiques, l'automatisation émerge comme un atout stratégique. Elle permet de tirer parti des avancées technologiques pour exécuter des tâches plus rapidement, précisément et efficacement que jamais.

Ce projet de fin d'études se plonge au cœur de cette révolution en explorant en profondeur la modélisation et la stabilisation d'un système hydro-thermique complexe et non linéaire, exposé à diverses perturbations. Notre approche repose sur la méthodologie novatrice des modèles flous de Takagi-Sugeno (TS) pour la représentation et la gestion de ce système complexe.

Ce projet se structure autour de cinq chapitres, chacun étant une pierre angulaire de notre démarche. Le premier chapitre établit les bases conceptuelles essentielles, en mettant en lumière les systèmes, en particulier les systèmes non linéaires. De plus, il plonge dans l'instrumentation liée au système hydro-thermique, offrant ainsi une toile de fond solide pour la compréhension globale du projet.

Le deuxième chapitre se plonge dans l'approche multi-modèle, offrant une vue panoramique des méthodes de modélisation pour les systèmes complexes avant de se plonger dans l'approche floue TS. Il vous guidera dans les étapes techniques nécessaires à la construction de ces modèles complexes.

Le troisième chapitre se consacre à la description, à la modélisation et à la validation du modèle de notre système. Il détaille le système lui-même, avant de développer le modèle dynamique et le modèle flou TS correspondant.

Le quatrième chapitre explore un aspect vital : la stabilité et la stabilisation des modèles flous TS. Il met en lumière la puissance de la stabilisation par commande PDC (Parallel Distributed Compensation) et les défis associés.

Le cinquième et dernier chapitre réalise une application pratique de la commande PDC, en déterminant les gains de stabilisation d'une partie du système en boucle fermée.

En conclusion, ce mémoire de projet de fin d'études représente bien plus qu'une simple étude d'automatisation. Il ouvre la voie à une compréhension approfondie des systèmes complexes et à la mise en œuvre de solutions de contrôle avancées. Il s'inscrit dans la lignée de l'ingénierie des systèmes dynamiques et offre des perspectives prometteuses pour l'automatisation de demain.

Chapitre 1

Généralité

Chapitre 1 : Généralités

I.1 Introduction

Dans le domaine de l'automatique, l'étude des systèmes est au cœur de la compréhension et de la mise en œuvre de solutions efficaces. Les systèmes, qu'ils soient mécaniques, électriques, électroniques ou même biologiques, sont omniprésents dans notre monde moderne. Ils jouent un rôle essentiel dans un large éventail d'applications, de l'industrie à la robotique, de l'aviation à la biologie, et bien plus encore.

Ce chapitre se consacre à l'exploration des bases des systèmes en automatique, avec un accent particulier sur l'aspect de la linéarité et de la non-linéarité. La linéarité, qui concerne la proportionnalité entre les entrées et les sorties d'un système, ainsi que la non-linéarité, qui caractérise les systèmes dont les réponses ne sont pas proportionnelles, sont des concepts fondamentaux dans l'analyse des systèmes. Comprendre ces concepts est essentiel pour pouvoir concevoir, modéliser et contrôler efficacement un large éventail de systèmes.

En outre, ce chapitre abordera également les bases de l'instrumentation, en se basant notamment sur l'instrumentation des systèmes hydro-thermiques. L'instrumentation est l'ensemble des techniques et des dispositifs utilisés pour mesurer, surveiller et contrôler diverses grandeurs physiques au sein d'un système. Dans ce contexte, nous examinerons les instruments de mesure et de contrôle qui sont essentiels pour comprendre le fonctionnement des systèmes hydro-thermiques, tout en mettant en lumière leur pertinence dans d'autres domaines de l'automatique.

Ce chapitre servira de fondement solide pour la suite de notre exploration des systèmes en automatique, en nous dotant des connaissances essentielles pour une compréhension approfondie des concepts et des applications qui suivront.

I.2 Notions de base sur les systèmes

I.2.1 Notion de système

Tout comme en physique, la notion de système est fondamentale en automatique. Un système représente tout ensemble de composants physiques ou virtuels qui interagissent entre eux pour accomplir une tâche spécifique de manière automatique. Ces composants peuvent être des capteurs, des actionneurs, des calculateurs, des logiciels ou des programmes informatiques.

Les systèmes sont susceptibles d'être influencés par certaines grandeurs physiques présentes dans leur environnement, appelées "entrées". À leur tour, les systèmes peuvent également engendrer des phénomènes physiques qui influencent leur environnement, et ces phénomènes sont appelés "sorties". Toutefois, il est possible que des paramètres physiques externes, appelés

perturbations, affectent le système de manière imprévisible et ne puissent pas être contrôlés ou modifiés par ce dernier.

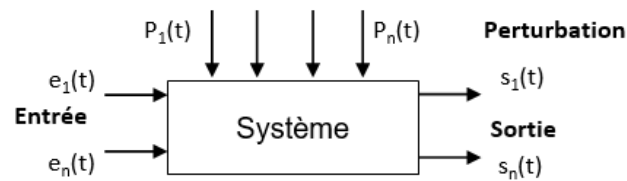


Figure I.1 Représentation d'un système.

Les systèmes ont pour objectif principale de contrôler et réguler en temps réel des processus ou des systèmes complexes en utilisant des algorithmes et des techniques de contrôle. Ils sont utilisés dans de nombreux domaines, tels que l'industrie, la robotique ou la défense, pour réaliser des tâches complexes et répétitives de manière plus efficace, rapide et précise, tout en réduisant les coûts et les risques d'erreurs [1].

I.2.1.1 Système monovariable

Un système à une seule entrée et une seule sortie. (SISO: single input-single output.)

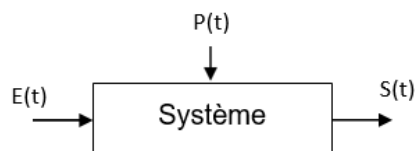


Figure I.2 Représentation d'un système SISO.

I.2.1.2 Système multivariable

Plusieurs entrées et plusieurs sorties sont appliquées au système. (MIMO : multiple input-multiple output.) [2].

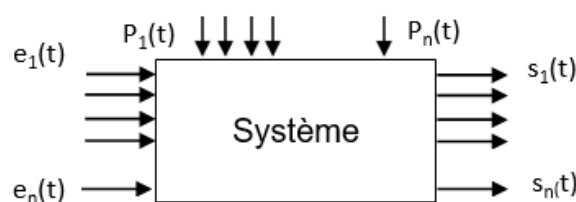


Figure I.3 Représentation d'un système MIMO.

I.2.2 Système statique et système dynamique

I.2.2.1 Système statique

Un système statique est un système qui dépend uniquement des entrées courantes, sans prendre en considération les entrées ou les sorties précédentes. Par conséquent, il ne produit un résultat qu'en fonction de l'entrée instantanée [3].

I.2.2.2 Système dynamique

Contrairement à un système statique, un système dynamique prend en compte les signaux d'entrée précédents et actuels ainsi que les sorties précédentes du système pour générer le signal de sortie courant. Cela signifie que la sortie résultante peut varier en fonction des valeurs d'entrée antécédentes et du temps écoulé depuis leur utilisation.

I.2.3 Linéarité et non linéarité

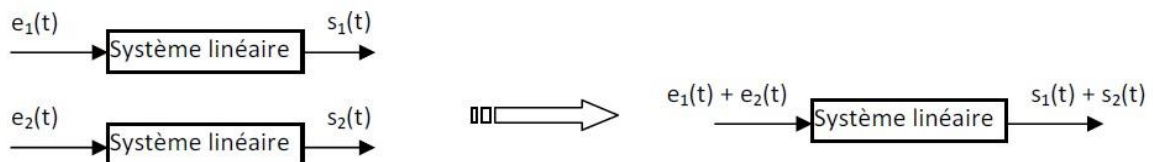
I.2.3.1 Système linéaire

Un système est dit linéaire si la fonction qui le décrit est elle-même linéaire. Cette dernière vérifie alors le principe de proportionnalité et de superposition :

- **Proportionnalité** : Si $s(t)$ est la réponse à l'entrée $e(t)$ alors $\lambda s(t)$ est la réponse à $\lambda e(t)$.



- **Superposition** : Soit deux signaux d'entrées $e_1(t)$ et $e_2(t)$ engendrant deux signaux de sorties $s_1(t)$ et $s_2(t)$, la réponse à la somme des entrées est la somme des réponses individuelles [4].



I.2.3.1 Système non-linéaire

En ingénierie et mathématiques, les systèmes non linéaires sont des systèmes dont les sorties réagissent de manière disproportionnée aux changements d'entrées. Par conséquent, même une modification mineure apportée aux données d'entrée peut entraîner des altérations radicales au niveau des données de sortie, et vice-versa.

En dépit de leur plus grande complexité de commande par rapport aux systèmes linéaires, les dynamiques non linéaires produisent généralement des résultats supérieurs grâce à une précision et une efficacité plus importantes.

La plupart des systèmes physiques ne sont pas linéaires sur toute la totalité de leurs domaines d'application. Cependant dans de nombreux cas, ils ne sont utilisés que sur plage réduite de leur domaine [4].

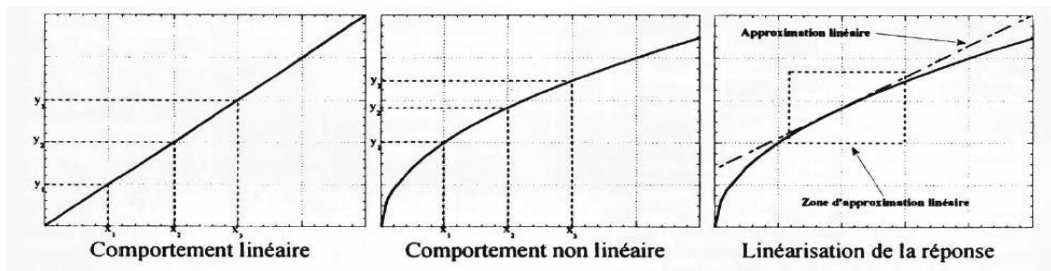


Figure I.4 Comportement linéaire et comportement non linéaire.

I.2.3.1 La linéarisation des systèmes non linéaires

Les systèmes non linéaires sont très divers, et il existe de nombreuses méthodes pour les étudier. La méthode la plus simple consiste à les linéariser, c'est-à-dire à les transformer en systèmes linéaires. Cette linéarisation peut être effectuée autour d'un point de fonctionnement, qui est un état stable du système.

La linéarisation autour d'un point de fonctionnement permet de décrire le comportement du système dans une petite région autour de ce point [5].

I.3 Modélisation, analyse et commande des systèmes

L'objet de l'Automatique est de déterminer les propriétés d'un système et d'utiliser cette connaissance pour obtenir du système à la fois les performances voulues par l'utilisateur et une immunité accrue aux perturbations.

La première tâche consiste à caractériser le système. **Sa modélisation** peut être obtenue par l'écriture des lois de la physique, lorsque les paramètres du système sont relativement bien connus. Alternativement, en particulier lorsque l'on ne sait pas mettre le système en équation, on a recours à l'étude de la réponse du système à diverses excitations, pour en construire un modèle par **identification**.

Dans les deux cas, à partir du modèle obtenu, la phase d'**analyse** consiste à déduire les différentes propriétés caractéristiques du système. Ceci permet finalement d'asservir le système, c'est-à-dire d'élaborer son entrée afin que sa sortie ait les propriétés temporelles et fréquentielles requises. Le calcul d'un correcteur remplissant cette fonction et sa mise en œuvre sont appelés **commande** du système [6].

I.3.1 Modélisation d'un système

I.3.1.1 Notion de modèle

En automatique, un modèle de système est une représentation mathématique ou conceptuelle d'un système dynamique, souvent physique, qui permet de comprendre, d'analyser et de contrôler son comportement. Ce modèle capture les relations entre les différentes variables du système et décrit comment ces variables évoluent au fil du temps. Il peut s'agir d'un ensemble d'équations différentielles, d'équations aux différences, de diagrammes de blocs, de réseaux de neurones artificiels, ou d'autres méthodes de modélisation en fonction de la complexité du système.

L'objectif principal de la création d'un modèle en automatique est de faciliter la conception de régulateurs et de systèmes de commande qui peuvent influencer le comportement du système réel pour atteindre des objectifs spécifiques, tels que le suivi d'une trajectoire, la stabilisation, la réduction des oscillations, etc. Les ingénieurs en automatique utilisent ces modèles pour simuler, analyser et optimiser le comportement du système avant de le mettre en œuvre dans le monde réel, ce qui permet de minimiser les risques et d'améliorer les performances [7].

I.3.1.2 La modélisation

La modélisation revêt une grande importance dans le domaine de l'automatique. La création de modèles mathématiques pour représenter les systèmes est une étape fondamentale dans la compréhension du contrôle et de la régulation de ces systèmes.

Les modèles qui décrivent le comportement des systèmes en continu sont généralement exprimés au moyen d'équations différentielles, notamment dans le cas des systèmes linéaires. Pour ces derniers, il est également courant d'utiliser des fonctions de transfert ou d'adopter une représentation en espace d'état pour les caractériser de manière plus appropriée [6].

I.3.1.3 Les types de modèle

- ***Modèle de connaissance***

Une représentation se consiste généralement par la mise en équation du système dynamique, les équations décrivant l'évolution de ce dernier sont obtenues en exploitant les connaissances a priori sur le système, les lois du domaine et la décomposition en dessous systèmes simples. Pas d'expérimentation requise.

Exemple : Contrôle de la vitesse d'un ventilateur entraîné par une MCC (moteur à courant continu) commandé par un Hacheur série [7].

- ***Modèle de comportement***

La modélisation d'un modèle de comportement est un processus qui consiste à utiliser uniquement les mesures prises sur les entrées et les sorties (E/S) et parfois même les données d'expérimentations précédentes d'un système pour en déduire des relations mathématiques entre les entrées et les sorties. Aucune connaissance préalable du système n'est nécessaire.

Exemple : Système de climatisation d'un grand centre commercial / conduite d'une bicyclette [7].

I.3.1.4 Identification

L'identification d'un système consiste à déterminer les paramètres du modèle mathématique d'un système à partir des mesures de ses entrées et sorties. L'identification de systèmes est un outil fondamental de la commande automatique, car elle nous permet de concevoir des contrôleurs capables de commander efficacement des systèmes dont le comportement n'est pas entièrement connu.

- ***Procédure d'identification***

Les trois entités fondamentales de l'identification des systèmes sont les suivantes

- *Les données* : Un ensemble de mesures des signaux d'entrée et de sortie du système. Les données doivent être suffisamment précises pour contenir les informations relatives au comportement du système. Le choix des conditions expérimentales peut être crucial, comme le type de signaux d'entrée utilisés, la durée des mesures et le spectre de fréquence.
- *Classe de modèles* : Ensemble de modèles mathématiques pouvant être utilisés pour représenter le système. La classe de modèles limite l'espace de recherche en spécifiant une forme de relations entre les signaux d'entrée et de sortie. Par exemple, la classe de modèles peut spécifier l'ordre du modèle, le point d'action des perturbations et la nature des perturbations. Le choix de la classe de modèle n'est pas toujours évident et peut nécessiter une certaine connaissance préalable du système. Dans le cas contraire, il est possible de procéder par essais et erreurs pour trouver une classe de modèle appropriée.
- *Algorithme d'identification* : Une méthode qui utilise la classe de modèle choisie et les données collectées pour trouver le meilleur modèle de cette classe en fonction d'un critère de performance prédéfini. Par exemple, l'algorithme d'identification peut minimiser l'erreur de sortie, qui est la différence entre la sortie du modèle et la sortie du système.

En combinant ces trois entités, l'identification des systèmes peut être utilisée pour trouver un modèle mathématique d'un système à partir des mesures de ses signaux d'entrée et de sortie. Ce modèle peut ensuite être utilisé pour comprendre le comportement du système, pour concevoir des contrôleurs pour le système et pour prédire la sortie du système pour une entrée donnée.

I.3.2 Analyse des systèmes dynamiques

I.3.2.1 Commandabilité et Observabilité

Les notions de commandabilité et d'observabilité sont fondamentales pour l'étude des systèmes en vue de leur commande. Elles sont généralement définies à partir du modèle d'état du système considéré et c'est l'examen de la structure du système en question afin de trouver si c'est possible de le commander par ses entrées et si c'est possible de déterminer son état par ses sorties.

- **Commandabilité**

La commandabilité d'un système caractérise sa capacité à voir son comportement dynamique évoluer sous l'action de sa commande.

- *Définition :*

Une variable d'état x_i est commandable s'il est possible de déterminer une commande $u(t)$ sur un intervalle $[t_0, t_f]$ conduisant tout état initial $x_i(t_0)$ en 0 en un temps t_1 avec $t_0 \leq t_1 \leq t_f$. Si cette propriété est vraie pour tout t_0 et pour toute variable du vecteur d'état, alors le système est dit complètement commandable.

- *Théorème I.1 (Critère de commandabilité (de Kalman)) :*

Considérons un système LTI représenté par un vecteur d'état e , et une équation d'évolution de l'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{Où} \quad A \in R_{n \times n} ; B \in R_{n \times l}$$

Ce système est commandable si et seulement si la matrice de commandabilité, Com est de rang n , (avec Com est la matrice de commandabilité)

$$\text{Rang}(Com) = \text{rang} [B \ A \ B \ \dots \ A^{n-1} \cdot B] = n$$

On définit plus généralement le degré de commandabilité d'un système comme le rang de la matrice de commandabilité.

Si $\text{Rang}(Com) < n$, alors le système est partiellement commandable [6].

- **Observabilité**

L'observabilité d'un système caractérise la possibilité de déterminer son état à partir des mesures de sa sortie.

- *Définition :*

Une variable d'état x_i est observable s'il est possible de déterminer $x_i(t_0)$ à partir de la connaissance de la sortie $y(t)$ sur un intervalle $[t_0, t_f]$. Si cette propriété est vraie pour tout t_0 et pour toute variable du vecteur d'état, alors le système est dit complètement observable

- *Théorème I.2 (Critère d'observabilité (de Kalman)) :*

Considérons un système LTI représenté par un vecteur d'état x , et une équation d'évolution de l'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{Où} \quad A \in R_{n \times n} ; B \in R_{n \times l}$$

Et les sorties :

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad \text{Où} \quad C \in R_{l \times n} ; B \in R_{n \times l}$$

Ce système est observable si et seulement si la matrice d'observabilité *Obs* est de rang n :

$$\text{Rang}(\text{obs}) = \text{rang} \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ C.A^2 \\ \vdots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix} = n$$

La notion d'observabilité est importante pour les systèmes où le vecteur d'état complet n'est pas accessible à la mesure doit être reconstruit, estimé ou filtré à partir des données fournies par la sortie.

I.3.2.2 La stabilité

La stabilité des systèmes linéaire

On dira qu'un système linéaire est stable si, après avoir soumis son entrée à une brusque variation (échelon unité, par exemple) :

- Le mouvement amorti par sa sortie reste borné en amplitude (c'est à dire que la sortie garde une valeur finie)
- Ce mouvement s'amortit plus ou moins vite et la sortie tend vers un état d'équilibre.

Les réponses indicielles des figures ci-dessous correspondent à celles de systèmes stables.

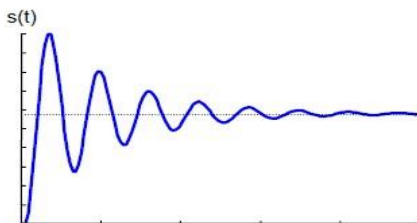


Figure I.5 Système oscillatoire amorti (stable).

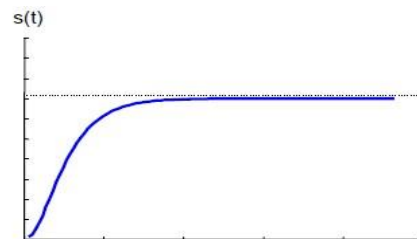


Figure I.6 Système non oscillatoire (stable).

La figure (I-7) est un cas de système instable. Les oscillations sont de plus en plus importantes et le système ne retrouve pas son état d'équilibre.

Physiquement, un système instable dont la réponse croît sans limite peut se causer des dommages ou en causer à autrui (danger pour l'être humain). En pratique, la majorité des systèmes sont conçus avec des dispositifs de limitation.

Si on considère le cas où des oscillations persistent indéfiniment (cas du pompage de la figure I-8), on peut considérer le système comme stable (système marginalement stable) puisque sa sortie garde une valeur finie, à condition que l'amplitude ne soit pas trop grande.

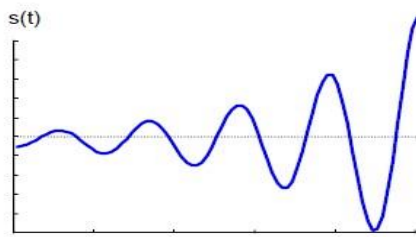


Figure I.7 Système oscillatoire divergent (instable).

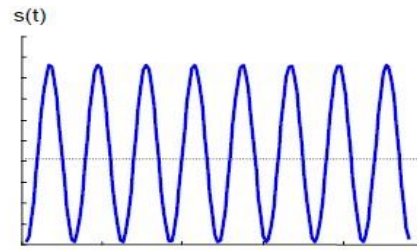


Figure I.8 Système oscillatoire (Marginalement stable).

- **Conditions de stabilité**

Un système linéaire est stable si aucune des racines du dénominateur de sa fonction de transfert n'a de partie réelle positive.

Cela exclut :

- Les racines réelles positives.
- Les racines complexes à parties réelles positives.

On peut formuler ceci autrement :

- Un système asservi bouclé est stable si tous les pôles de la FTBF sont localisés dans le demi-plan gauche du plan complexe.
- Un système asservi bouclé est instable si sa FTBF comprend, au moins, un pôle localisé dans le demi-plan droit du plan complexe et/ou des pôles de multiplicité > 1 sur l'axe imaginaire.
- Si le système comprend une seule paire de pôle sur l'axe imaginaire ou un pôle unique à l'origine, le système est dit marginalement stable. Sa réponse sera oscillatoire non amortie ou non oscillatoire à variation constante lorsque $t \rightarrow \infty$.

La figure (I-9) Suivante récapitule les cas possibles suivant le signe et la nature des racines.

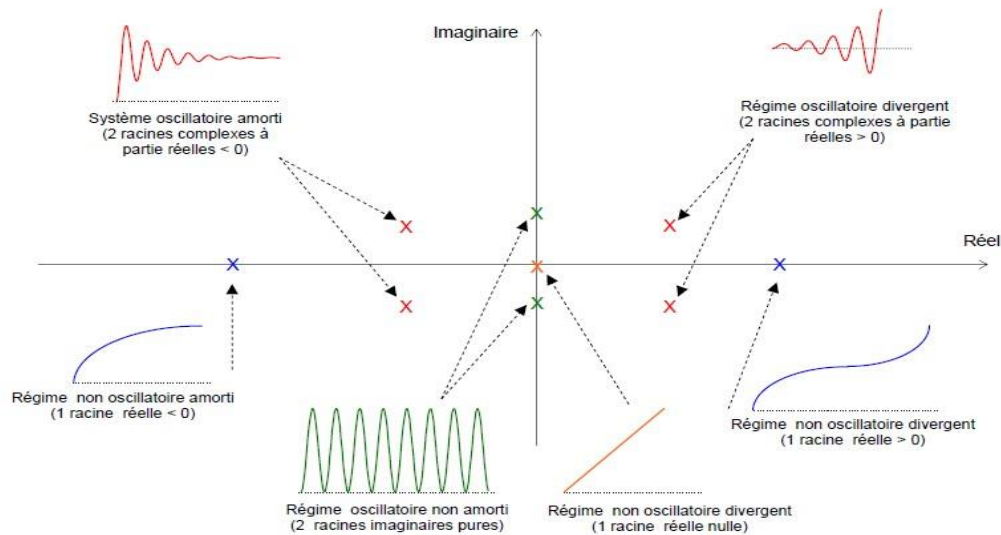


Figure I.9 La stabilité des systèmes selon les positions des pôles.

Stabilité des systèmes non linéaires

La stabilité des systèmes non linéaires est un domaine d'étude en automatisation et en ingénierie qui se penche sur la capacité d'un système à maintenir son état d'équilibre ou à converger vers un état stable malgré les non-linéarités dans ses équations dynamiques. Contrairement aux systèmes linéaires, où les méthodes d'analyse de stabilité sont relativement bien établies, les systèmes non linéaires présentent des défis supplémentaires en raison de leur complexité mathématique.

L'analyse de stabilité des systèmes non linéaires peut se faire en utilisant diverses méthodes, dont les plus courantes sont les suivantes :

1. *Linéarisation* : Une approche consiste à approximer le système non linéaire par un modèle linéaire autour d'un point d'équilibre. Ensuite, les méthodes d'analyse de stabilité des systèmes linéaires peuvent être appliquées à ce modèle linéaire pour évaluer la stabilité locale du système non linéaire.
2. *Méthodes de Lyapunov* : Ces méthodes reposent sur la recherche d'une fonction de Lyapunov, une fonction mathématique qui évalue la décroissance de l'énergie ou de la norme d'erreur dans le système. Si une fonction de Lyapunov adéquate peut être trouvée et qu'elle satisfait certaines conditions, alors la stabilité du système est prouvée.
3. *Méthodes de simulation numérique* : L'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires peut souvent être réalisée en effectuant des simulations numériques à l'aide d'outils informatiques. En faisant varier les conditions initiales ou les paramètres, on peut évaluer la réponse du système dans différentes situations pour déterminer sa stabilité.

Il est important de noter que l'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires peut être plus complexe et dépendante du contexte que celle des systèmes linéaires. Les résultats peuvent varier en fonction de la forme spécifique des équations non linéaires et de la région de l'espace

d'état examinée. Par conséquent, l'analyse de stabilité des systèmes non linéaires peut nécessiter des outils mathématiques avancés et des compétences en modélisation numérique.

I.3.3 Théorie de la commande automatique

Le concept de commande fait référence à toute manipulation effectuée sur un système afin de modifier son évolution dynamique. Dans de nombreuses applications et équipements industriels, il est crucial de maintenir les grandeurs physiques à des valeurs spécifiques, en dépit des fluctuations internes ou externes qui peuvent impacter ces grandeurs.

I.3.3.1 Commande en boucle ouverte

Un système en boucle ouverte ne comporte pas de mécanisme de rétroaction ou de contre-réaction entre sa sortie et son entrée. Généralement, il se compose d'un processus physique, d'un capteur pour mesurer la sortie, et d'un actionneur pour influencer la grandeur d'entrée du processus.

Lorsqu'il est bien conçu et non perturbé, un tel système peut fournir une performance satisfaisante car la sortie correspond à la sortie désirée, en fonction d'une consigne donnée.

Cependant, cette approche n'est envisageable que si le système est parfaitement connu (ce qui est théoriquement impossible) et si la mesure de la sortie n'est pas économiquement viable [8].

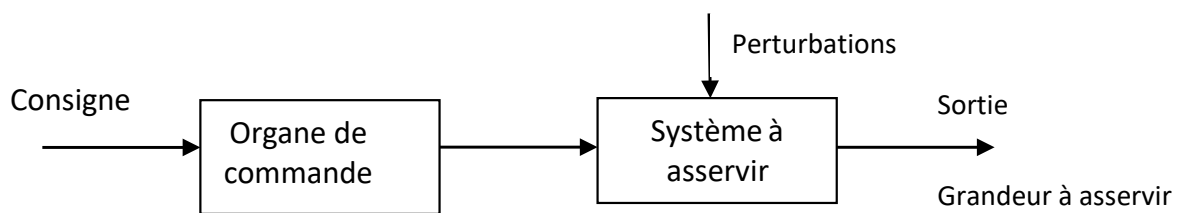


Figure I.10 Schéma d'un système de commande en boucle ouverte.

I.3.3.2 Commande en boucle Fermée

Le système de contrôle en boucle fermée implique que la sortie du système dépend de son entrée, et qu'il comporte une ou plusieurs boucles de rétroaction entre sa sortie et son entrée. Ce type de système est conçu pour ajuster automatiquement la sortie en comparant celle-ci à l'entrée réelle, et en générant un signal d'erreur qui représente la différence entre l'entrée et la sortie. Pour mettre en place une boucle fermée, il est nécessaire d'avoir certains composants tels qu'un amplificateur, un contrôleur, un processus contrôlé et un système de retour [9].

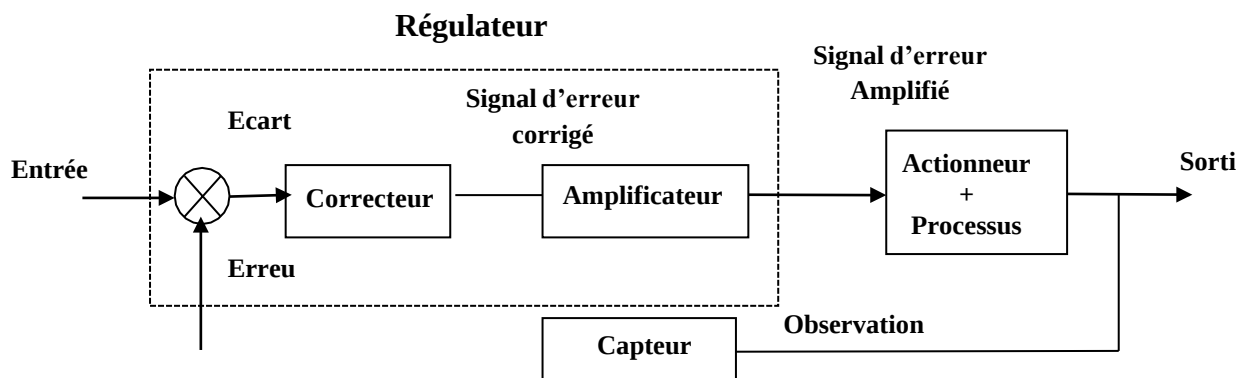


Figure I.11 Schéma d'un système de commande en boucle fermée.

I.4 Régulation et asservissement

I.4.1 Comportement en régulation :

La régulation des procédés englobe toutes les techniques et les équipements utilisés pour maintenir une grandeur physique à une valeur souhaitée, appelée consigne. Lorsque des perturbations ou des changements de consigne se produisent, le système de régulation effectue une action corrective sur une grandeur physique du processus, appelée grandeur réglant (ou de commande) [10].

I.4.2 Comportement en asservissement :

Un système est dit en asservissement lorsqu'il est conçu pour faire suivre une loi physique généralement non prédéterminée à une ou plusieurs grandeurs physiques.

L'objectif de l'asservissement est de reproduire le plus fidèlement possible les variations de la loi physique, quelle qu'elle soit. Un système asservi assure ainsi les fonctions de mesure, de surveillance, de prise de décision et d'action [11].

I.5 Instrumentation

L'instrumentation industrielle est un ensemble d'instruments et de techniques qui sont employées pour la mesure et le contrôle de divers paramètres physiques.

I.5.1 Procédé et processus industriels

Dans le cadre du rôle de l'instrumentation, nous allons décrire principalement les moyens nécessaires à l'activité Produire, ce qui implique de définir les termes suivants :

I.4.1.1 Procédé industriels

C'est la méthode à suivre pour produire efficacement, il est immatériel et se présente sous la forme d'un texte accompagné de schémas explicatifs formant le « livre du procédé » (ou en anglais : process data book).

On y décrit les ingrédients à utiliser, les moyens matériels à prévoir, les opérations à exécuter et les conditions de fonctionnement (pression, débit, température, etc.) à respecter pour l'obtention du produit, en quantité (capacité de production) et en qualité.

Le procédé doit être matérialisé par une unité de production ou processus.

I.5.1.2 Procédé industriels

Le terme processus désigne deux aspects d'une installation de production, l'un descriptif, l'autre matériel :

- **Aspect descriptif** : C'est l'ensemble des opérations détaillées d'élaboration d'un produit fini devant posséder des caractéristiques imposées dans les limites de tolérances fixées, selon un procédé déterminé.
- **Aspect matériel** : C'est l'installation proprement dite, comprenant tous les appareils nécessaires à la transformation des matières premières qui vont alors être modifiées par divers procédés comme le formage, la coulée, l'assemblage, l'usinage, etc [12].

I.5.2 Schéma de tuyauterie et d'instrumentation

Un Schéma ou Plan de Tuyauterie et d'Instrumentation (TI) (en anglais : Piping & Instrumentation Diagram or Process and Instrumentation Diagram), regroupe principalement les équipements de terrain.

Le schéma TI utilise des symboles normalisés représentant sans ambiguïté les différents composants du processus :

- Les équipements propres au processus lui-même.
- Les équipements nécessaires au contrôle du processus.

Sur le seul plan de l'instrumentation, pendant le développement d'un projet, le schéma TI prend successivement des formes allant du plus simple au plus compliqué [13].

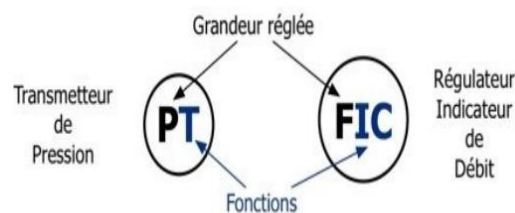


Figure I.11 Représentation TI.

I.5.3 Classification des signaux

Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire.

I.5.3.1 Signal analogique :

Un signal est dit analogique si l'amplitude de la grandeur physique peut prendre une infinité de valeurs dans un intervalle donné.

- **Définition 1 (Signal continu) :** C'est un signal qui varie lentement dans le temps : température, débit, niveau.
- **Définition 2 (Forme) :** C'est la forme de ce signal qui est importante : pression cardiaque, chromatographie, impact.
- **Définition 3 (Fréquentiel) :** C'est le spectre fréquentiel qui transporte l'information désirée : analyse vocale, sonar, spectrographie.

I.5.3.2 Signal numérique

Un signal est numérique si l'amplitude de la grandeur physique ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs.

- **Définition 1 (Tout ou rien (TOR)) :** Il informe sur un l'état bivalent d'un système. Exemple : une vanne ouverte ou fermée.
- **Définition 2 (Train d'impulsion) :** Chaque impulsion est l'image d'un changement d'état. Exemple : un codeur incrémental donne un nombre fini et connu d'impulsion par tour ;
- **Définition 3 (Echantillonnage) :** C'est l'image numérique d'un signal analogique. Exemple : température, débit, niveau [14].

I.6 Généralités sur la mesure

I.6.1 Notion de mesure

Mesurer une grandeur consiste à la comparer avec une autre grandeur de même espèce prise comme unité. C'est l'expression d'une grandeur quelconque, le plus souvent par un nombre suivi d'un symbole (le nombre exprime la valeur de la grandeur mesurée, le symbole exprime sa nature qui est définie par une unité).

Les mesures à effectuer au milieu industriel ou dans des laboratoires de recherche universitaire sont extrêmement variées. On peut en distinguer plusieurs catégories : mesures simples, mesures complexes, mesures multiples.

I.6.2 Chaîne de mesure

C'est l'ensemble des éléments nécessaires pour connaître la valeur ou l'évolution de paramètres d'un système physique [15].

Pour capter une grandeur physique et la rendre exploitable pour un utilisateur, nous utilisons une chaîne de mesure qui comprend les éléments suivants :

- Un capteur.
- Un conditionneur de signal qui traite le signal délivré par le capteur pour en extraire un signal exploitable.

I.6.3 Erreur de mesure

L'erreur de mesure est la différence entre la valeur mesurée d'une grandeur et une valeur de référence. Toute mesure, pour être complète, doit comporter la valeur mesurée et les limites de l'erreur possible sur la valeur donnée.

I.6.3.1 Classification des erreurs

Suivant les causes, on a deux types d'erreurs :

- **Les erreurs systématiques :** C'est toute erreur due à une cause connue. Elles ont pour causes : la méthode de mesure, l'opérateur, l'appareil de mesure.
- **Les erreurs aléatoires :** C'est toute erreur qui n'obéit à aucune loi connue lorsqu'elle est prise sur un seul résultat. Elle obéit aux lois de la statistique lorsque le nombre de résultats devient très grand. Elles peuvent provenir de : l'opérateur, l'appareil, le montage [16].

I.6.4 Technologie générale d'un capteur

I.6.4.1 Notion d'un capteur

Un capteur est un organe de prélèvement d'information qui élabore à partir d'une grandeur physique, une autre grandeur physique de nature différente (très souvent électrique). Cette grandeur représentative de la grandeur prélevée est utilisable à des fins de mesure ou de commande.

Définition (Le rôle du transmetteur) : C'est un dispositif qui converti le signal de sortie du capteur en un signal de mesure standard. Il fait le lien entre le capteur et le système de contrôle commande.

I.6.4.2 Corps d'épreuve et capteurs composites

Pour des raisons de coût ou de facilité d'exploitation on peut être amené à utiliser un capteur, non pas sensible à la grandeur physique à mesurer, mais à l'un de ses effets. Le corps d'épreuve est le dispositif qui soumis à la grandeur physique à mesurer et produit une grandeur directement mesurable par le capteur [17].

I.6.4.3 Grandeurs d'influence

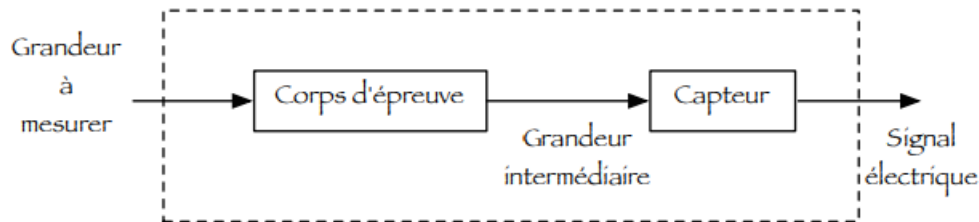


Figure I.12 Capteur composite

Le capteur peut se trouver soumis non seulement au mesurande mais à d'autres grandeurs physiques dont les variations sont susceptibles d'entraîner un changement de la grandeur électrique de sortie qu'il n'est pas possible de distinguer de l'action du mesurande. Ces grandeurs physiques « parasites » auxquelles la réponse du capteur peut être sensible sont les grandeurs d'influence.

Les principales grandeurs d'influence sont :

- La température, qui modifie les caractéristiques électriques, mécaniques et dimensionnelles des composants du capteur,
- La pression, l'accélération et les vibrations susceptibles de créer dans certains éléments constitutifs du capteur des déformations et des contraintes qui altèrent la réponse,
- L'humidité à laquelle certaines propriétés électriques comme la constante diélectrique ou la résistivité peuvent être sensibles et qui risque de dégrader l'isolation électrique entre composants du capteur ou entre le capteur et son environnement,
- Les champs magnétiques variables ou statiques,
- La tension d'alimentation.

I.6.4.4 Classification des capteurs

La classification se fait selon :

- La mesurande qu'ils traduisent (capteur de température, de pression, ...),

- Leurs rôles dans un processus industriel (contrôle de produits finis, de sécurité, ...),
- Le signal qu'ils fournissent (capteur analogique, capteur logique, capteurs digitaux),
- Leurs principes de traduction du mesurande (capteur résistif, à effet Hall, ...),
- Leurs principes de fonctionnement : Les capteurs fonctionnent selon deux principes de base suivant l'origine du signal électrique de sortie. On distingue :

Définition (Capteur actif) : Fonctionnant en générateur, un capteur actif est généralement fondé dans son principe sur un effet physique qui assure la conversion en énergie électrique de la forme d'énergie propre à la grandeur physique à prélever, énergie thermique, mécanique ou de rayonnement.

Définition 2 (Capteur passif) : Il s'agit généralement d'impédance dont l'un des paramètres déterminants est sensible à la grandeur mesurée.

L'impédance d'un capteur passif et ses variations ne sont mesurables qu'en intégrant le capteur dans un circuit électrique, par ailleurs alimenté et qui est son conditionneur.

I.6.4.5 Caractéristiques des capteurs

Les caractéristiques principales des capteurs sont :

- **Rapidité :** C'est le temps de réponse, elle exprime l'aptitude à suivre dans le temps les variations de la grandeur à mesurer.
- **Etendue de mesure :** C'est la différence algébrique entre les valeurs extrêmes de la grandeur à mesurer pour lesquelles les limites de l'instrument sont spécifiées.
- **Résolution :** Plus petite variation de grandeur mesurable par le capteur.
- **Sensibilité :** Variation du signal de sortie par rapport à la variation du signal d'entrée.
- **Précision :** Aptitude à donner des indications proches de la valeur vraie [18].

I.7 Capteurs et actionneurs d'un système hydro-thermique

Les capteurs informent le calculateur qui, en fonction de ces données, commande les différents actionneurs. Dans cette partie, nous allons citer tous les capteurs et actionneurs nécessaires pour la réalisation de notre étude.

I.7.1 Capteurs

I.7.1.1 Capteur de température

La température détermine en effet de façon décisive les propriétés de la matière, elle est mesurée de façon indirecte, par le biais d'un autre principe physique.

Définition (Capteur de température) : C'est un dispositif permettant de transformer l'effet du réchauffement ou du refroidissement en un signal électrique. La mesure de la température implique qu'il y ait un équilibre thermique entre l'objet et le capteur. La température mesurée est donc celle du capteur qui dépend des échanges d'énergie entre le capteur et le milieu étudié.

A. Types de capteur de température : On peut classer les capteurs de température par rapport à l'existence ou pas de contact avec le corps dont on cherche à mesurer sa température.

A.1 Avec contact :

- Analogique : Thermocouples, thermomètres à résistance métallique, thermomètres à semi-conducteur, thermomètres à quartz, thermomètres à dilatation de fluide, ...
- Logique : Thermostats à dilatation thermique.

A.2 Sans contact :

- Analogique : Pyromètres optiques à dilatation de solide, ...
- Logique : pyromètre à dilatation de solide [19].

B. Mesure de température par thermocouple : Les sondes de température les plus répandues dans l'industrie sont les thermocouples.

Définition (Le thermocouple) : Ce compose de 2 fils métalliques de nature différente, isolés sur toute leur longueur. L'une des extrémités est soudée, c'est la jonction de mesure ou soudure chaude. L'autre extrémité, la jonction de référence ou soudure froide est reliée au circuit de mesure. Une différence de température entre la soudure chaude et la soudure froide provoque une différence de potentiel (force électromotrice) jonction de l'écart de température. La température du point de mesure est alors déduite à partir de la connaissance de la température de la jonction de référence, c'est l'effet Seebeck.

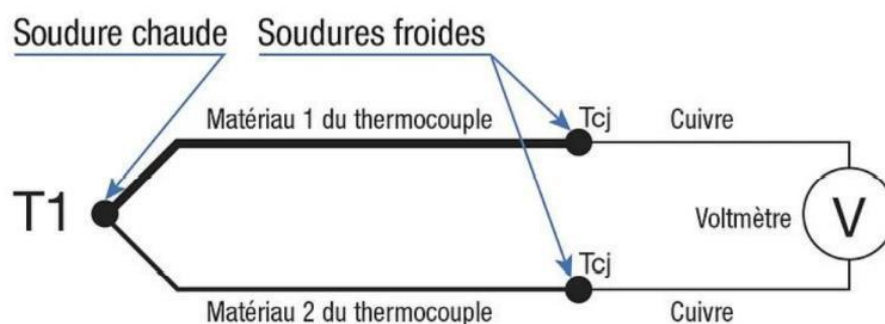


Figure I.13 Schéma d'un thermocouple

La tension ainsi obtenue dépend d'une part de la température et d'autre part du type de matériau conducteur constituant les fils comme le montre cette relation :

$$\Delta V = S \cdot \Delta T$$

Avec : ΔV : Variation de la tension.

S : Coefficient de Seebeck.

ΔT : Variation de température.

I.7.1.2 Capteur de niveau

En physique, le niveau correspond à la distance entre la surface d'un liquide et le fond du réservoir le contenant. Le contrôle de niveau est utilisé dans de nombreux et divers domaines, afin de connaître l'état de remplissage de récipients, c'est-à-dire le niveau qu'y atteint le produit présent.

Définition (Capteurs de niveau) : Ce sont des instruments incontournables dans la plupart des chantiers et des sites industriels. Il existe des seuils à ne pas franchir, et les outils de mesure permettent de contrôler la hauteur des substances à l'intérieur du contenant ou du lieu de passage. Il peut s'agir de liquide ou de solide, à la texture variable. Ces appareils sont en contact ou non avec le produit [20].

A. Méthodes de mesure : À partir des multiples principes mis en œuvre, applicables aussi bien en mesure qu'en détection, on peut opérer à un classement des méthodes les plus utilisées :

A.1 Méthodes hydrostatiques : La mesure transmise par les capteurs utilisés est une fonction continue de la hauteur de liquide. On distingue trois principes de mesure :

A.1.1 Flotteur : Il se maintient à la surface du liquide, il est rendu solidaire d'un capteur de position qui délivre le signal électrique correspondant au niveau. La mesure s'apparente ensuite à la mesure d'un déplacement ou la détection d'une position.

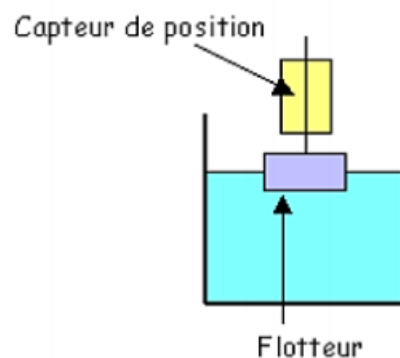


Figure I.14 Mesure de niveau par flotteur

A.1.2 Plongeur : C'est un cylindre immergé dont la hauteur est au moins égale à la hauteur maximale du liquide dans le réservoir. Le plongeur est suspendu à un capteur dynamométrique qui se trouve soumis à une force F (poids apparent), qui est fonction de la hauteur h du liquide.

$$F = P - r.g.h.S$$

Avec : **$r.g.h.S$** : poussée d'Archimède s'exerçant sur le volume immergé du plongeur.

S : aire de la section du plongeur.

P : poids du plongeur.

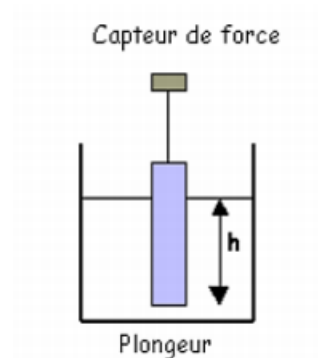


Figure I.15 Mesure de niveau par plongeur

A.1.3 Capteur de pression : Il mesure la pression relative au fond du réservoir quand celui-ci est ouvert à l'air libre, cette pression est l'image du niveau h du liquide ($P = r \cdot g \cdot h$) ainsi que la pression différentielle quand le réservoir est fermé et sous pression[17].

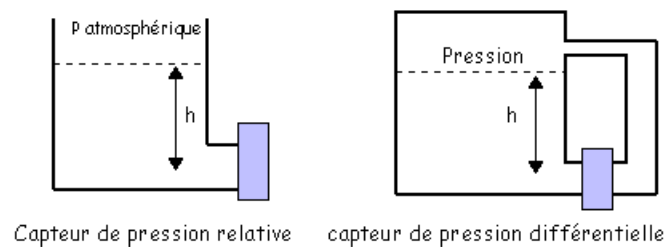


Figure I.16 Principe de capteur de pression

A.2 Méthodes électriques : Ce sont les seules méthodes employant des capteurs spécifiques, c'est-à-dire traduisant directement le niveau en signal électrique.

A.2.1 Capteur conductimétrique : Il est utilisable uniquement avec des liquides conducteurs non corrosifs et n'ayant pas en suspension une phase isolante (huile par exemple).

A.2.2 Capteur capacitif : Lorsque le liquide est isolant, un condensateur est réalisé soit par deux électrodes cylindriques, soit par une électrode et la paroi du réservoir si celui-ci est métallique.

A.3 Méthodes basées sur l'utilisation des rayonnements : L'intérêt de ces méthodes est de permettre des mesures sans contact avec le liquide.

A.3.1 Ondes acoustiques : Un transducteur acoustique fonctionnant successivement en émetteur puis en récepteur est placé au sommet du réservoir.

A.3.2 Radar : Utilisent des ondes électromagnétiques du domaine hyperfréquence.

A.3.3 Absorption de rayonnement gamma : La source et le détecteur sont placés à l'extérieur, de part et d'autre du réservoir, cette disposition est particulièrement adaptée au cas de liquides très corrosifs ou sous haute pression ou à haute température.

Le choix d'une méthode appropriée amène à prendre en compte :

- Les propriétés physiques et chimiques du liquide ainsi que leurs variations éventuelles : conductivité, constante diélectrique, masse volumique, viscosité, formation de mousse, caractère corrosif.
- Les conditions de stockage : température, pression, présence d'un agitateur.
- Les facilités d'implantation.

I.7.2 Actionneurs

I.7.2.1 Pompe centrifuge

Définition 1 (Pompe centrifuge) : C'est une machine rotative qui pompe un liquide en le forçant à travers une roue à aube ou d'une hélice appelée impulseur (souvent nommée improprement turbine). C'est le type de pompe industrielle le plus commun. Par l'effet de la rotation de l'impulseur, le fluide pompé est aspiré axialement dans la pompe, puis accéléré radialement, et enfin refoulé tangentielllement.

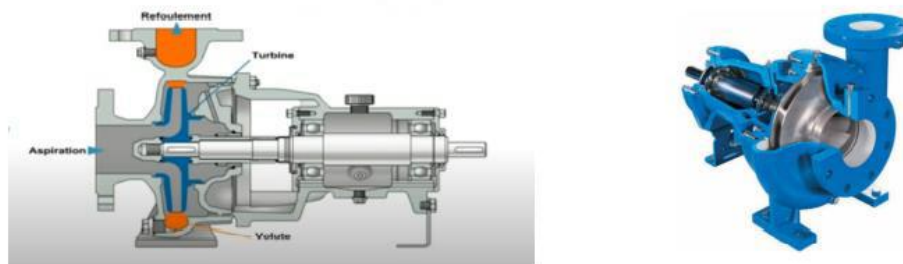


Figure I.17 Pompe centrifuge

A. Principe de fonctionnement : Le fonctionnement de cette pompe est défini par trois étapes :

- **L'aspiration :** Le liquide est aspiré au centre du rotor par une ouverture appelée distributeur dont le rôle est de conduire le fluide depuis la conduite d'aspiration jusqu'à la section d'entrée du rotor. La pompe étant amorcée, c'est-à-dire pleine de liquide, la vitesse du fluide qui entre dans la roue augmente et par conséquent la pression dans l'ouïe diminue et engendre ainsi une aspiration et maintient l'amorçage.
- **L'accélération :** Le rotor transforme l'énergie mécanique appliquée à l'arbre de la machine en énergie cinétique. A la sortie du rotor, le fluide se trouve projeté dans la volute dont le but est de collecter le fluide et de le ramener dans la section de sortie.

- **Le refoulement** : Dans l'élargissement en sortie le liquide perd de la vitesse au profit de l'accroissement de pression : l'énergie cinétique est convertie en énergie de pression au niveau de diffuseur [20].

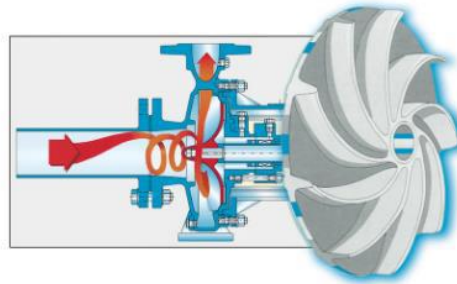


Figure I.18 Schéma d'une pompe centrifuge

I.7.2.2 Vanne de régulation

Définition 1 (Vanne de régulation) : Elle est utilisée comme organe de réglage dans différents types de boucles de régulation. Elle permet d'agir comme un mécanisme d'exécution afin de contrôler le débit dans une canalisation, en modifiant les pertes de charges de celle-ci[22]. Il existe plusieurs représentations d'une vanne présentées dans la figure suivante.

Vanne simple	Vanne manuelle	Vanne pneumatique	Electrovanne	Vanne pneumatique avec positionneur

Figure I.19 Représentations symbolique des vannes

A. Éléments constituant la vanne de régulation : La vanne est constituée de deux éléments principaux :

- Le corps de vanne : c'est l'élément qui assure le réglage du débit,
- Le servomoteur : c'est l'élément qui assure la conversion du signal de commande en mouvement de la vanne. Et aussi d'un certain nombre d'éléments auxiliaires :
 - Un contacteur de début et de fin de course,
 - Une recopie de la position,
 - Un filtre détendeur,

- Un positionneur : il règle l'ouverture de la vanne en accord avec le signal de commande.

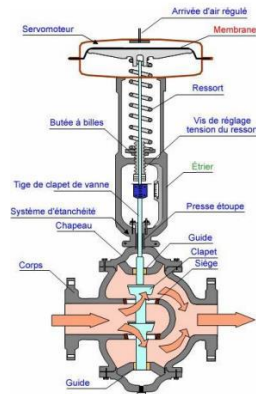


Figure I.19 Vanne de régulation

B. Types de vannes : Il existe deux grands types de vannes :

- Les vannes rotatives : L'ouverture et la fermeture se fait par la rotation d'un clapet.
- Les vannes linéaires : L'ouverture et la fermeture se fait par un mouvement linéaire, d'un clapet, du bas vers le haut et vice-versa.

I.8 Conclusion

En résumé, ce chapitre vise à exposer les concepts de systèmes dynamiques, de modélisation et d'identification, tout en introduisant les notions de contrôle en boucle ouverte et en boucle fermée, ainsi que les comportements de régulation et d'asservissement. Il se clôture en abordant les instruments utilisés pour mesurer des grandeurs physiques, notamment le niveau et la température, ainsi que les mécanismes de mise en œuvre d'un processus hydro-thermique. Un exemple concret d'un système hydro-thermique existant est également présenté à la fin de ce chapitre.

Chapitre 2

Modélisation d'un
système non linéaire par
l'approche multi-modèle

Chapitre 2 : Modélisation d'un système non linéaire par l'approche multi-modèle.

II.1 Introduction

La complexité des systèmes dynamiques non linéaires est un défi récurrent dans divers domaines scientifiques et en ingénierie. Au fil des années, de nombreuses techniques de simplification et de réduction ont été développées dans le but de rendre ces systèmes plus compréhensibles et exploitables, en dépit de leur nature complexe. Ces méthodes visent généralement à réduire l'ordre du modèle mathématique, mais elles peuvent entraîner une perte d'information. La réduction de l'ordre peut être réalisée de plusieurs manières, telles que l'analyse de la sensibilité des paramètres, l'omission de phénomènes peu significatifs, l'élimination de parties du modèle non essentielles, ou encore la simplification basée sur des développements en série ou des approximations par perturbations.

Une autre approche pour résoudre le problème de la complexité des systèmes non linéaires consiste à reformuler le système de manière à le rendre plus facile à étudier. Cela peut se faire en utilisant un changement de variable ou en décomposant le système en sous-unités plus simples et plus gérables, tout en préservant l'information essentielle. Les multi-modèles sont une alternative intéressante pour modéliser les systèmes non linéaires, car ils permettent d'appliquer certaines propriétés, telles que la stabilité, la contrôlabilité et l'observabilité, qui ont été largement étudiées pour les systèmes linéaires à temps invariant (LTI). Cette approche permet de bénéficier des avantages des systèmes linéaires pour traiter partiellement les systèmes non linéaires.

Dans la suite, nous allons présenter une méthodologie systématique permettant de transformer un système non linéaire en un multi-modèle. Cette méthode offre l'avantage de conserver toute l'information du système, d'éliminer le besoin de choisir différents points de fonctionnement, et de réaliser le choix des variables de prémisses de manière méthodique.

II.2 Modélisation par approche multi-modèle

La philosophie sous-jacente de l'approche multi-modèle repose sur la fragmentation d'un problème complexe en sous-problèmes plus simples qui peuvent être résolus individuellement, avec l'idée que leurs solutions combinées permettront de résoudre le problème global initial. Dans le contexte de la résolution de problèmes pratiques, cette fragmentation peut être effectuée selon deux axes principaux :

- **Décomposition en composants physiques** : Cette approche consiste à décomposer le système complexe en éléments ou en sous-systèmes qui correspondent aux composants physiques réels, tels que des réacteurs chimiques, des compresseurs, etc. Chaque sous-composant peut être modélisé individuellement à l'aide de modèles

simples. Ces modèles peuvent ensuite être combinés en établissant des relations appropriées entre ces composants. L'objectif est de réduire la complexité en traitant chaque unité de manière indépendante. Cependant, un défi majeur dans cette approche est d'identifier les composants qui sont faiblement connectés les uns aux autres. Il n'est souvent pas approprié de décomposer un système en composants fortement couplés, car cela ne réduirait pas la complexité globale.

- **Décomposition en phénomènes** : Une autre approche consiste à décomposer le comportement du système en un ensemble de phénomènes distincts. Par exemple, dans un réacteur chimique, les phénomènes pertinents peuvent inclure différentes réactions chimiques, le transfert de chaleur, des phénomènes thermodynamiques tels que la conduction de chaleur, la compression et la transition de phase, ainsi que des phénomènes de transfert de masse comme la diffusion et la convection. Des modèles spécifiques sont développés pour chacun de ces phénomènes, et ils sont ensuite combinés en tenant compte de leurs interactions [23].

L'approche multi-modèle vise à résoudre les problèmes décrits par des modèles analytiques en recherchant non pas un modèle unique complexe $F(x(t))$, mais plutôt une famille de sous-modèles $f_i(x(t))$ et des fonctions de pondération $\mu_i(z(t))$ qui permettent de faire la transition entre ces sous-modèles. Cette approche permet de mieux gérer la complexité en décomposant le problème en éléments plus gérables et en prenant en compte les interactions entre eux.

La formule (II. 1) illustre comment ces sous-modèles sont combinés en fonction des fonctions de pondération $\mu_i(z(t))$.

$$F(x(t)) = \sum_{i=0}^r \mu_i(z(t)) f_i(x(t)) \quad (\text{II. 1})$$

Un choix judicieux de la structure des sous-modèles $f_i(x(t))$ et des fonctions de base $\mu_i(z(t))$ permet d'approcher avec une précision imposée n'importe quel comportement non linéaire dans un large domaine de fonctionnement.

Le contexte de la modélisation multi-modèle est basé sur plusieurs termes principaux tels que :

II.2.1 L'espace de fonctionnement

Un espace de fonctionnement est un espace vectoriel à l'intérieur duquel les variables d'un système évoluent (tenant éventuellement compte des bornes sur les variables) [23].

II.2.2 La zone de fonctionnement

La zone de fonctionnement est un domaine issu du partitionnement de l'espace de fonctionnement du système [23].

II.2.3 Le sous-modèle

Un sous-modèle (ou sous-système) est un modèle généralement simple de structure quelconque, mais souvent linéaire et/ou affine, qui représente le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement spécifique [23].

II.2.4 La variable de prémisse

Une autre notion liée à ces fonctions est la notion de variable de prémisse (ou décision). Ce nom est attribué à la variable $z(t)$ intervenant dans les fonctions de pondération $\mu_i(z(t))$. Cette variable peut englober une ou plusieurs variables internes ou externes du système. Ces variables peuvent être soit accessibles à la mesure en temps réel (des signaux d'entrée du système ou même des variables d'état mesurables), soit inaccessibles à la mesure (des variables d'état non-mesurables). Retenons que la variable de prémisse z est une variable vectorielle : $z \in \mathbb{R}^J$.

II.2.5 La fonction de pondération

Une fonction de pondération est une fonction, notée en général $\mu_i(z(t)) : \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}$, qui dépend des variables internes et/ou externes du système non-linéaire (variables de prémisse). Ces fonctions sont choisies en général de façon à vérifier la propriété de somme convexe :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \quad , \quad 0 \leq \mu_i(z(t)) \leq 1 \quad , \quad \forall i = 1, \dots, r \quad (\text{II. 2})$$

Au cours du temps, ces fonctions ont été construites de différentes façons : en utilisant des fonctions de type booléen, des fonctions à dérivées discontinues (fonctions triangulaires) ou des fonctions à dérivées continues (fonctions gaussiennes). Dans le cas continu la loi exponentielle est souvent utilisée, et s'applique aux différentes variables de prémisse, en effectuant une normalisation afin de respecter la propriété de somme convexe [23].

Une autre façon de construire les fonctions de pondération est d'utiliser les bornes des variables de prémisse si celle-ci sont disponibles.

Le MM est basé sur la décomposition du comportement dynamique du système en plusieurs zones de fonctionnement, chaque zone étant caractérisée par un sous-système. Selon la zone dans laquelle le système évolue, chaque sous-système contribue plus ou moins à l'approximation du comportement global du système. En général, le système présente un comportement dynamique homogène à l'intérieur d'une zone de fonctionnement. Ainsi, la contribution de chaque sous-système au modèle global, qui est une combinaison convexe des sous-systèmes, est définie par une fonction de pondération.

La représentation MM d'un système non linéaire peut être obtenue à partir de différentes structures. En général, la représentation de l'état est utilisée, car elle permet d'identifier facilement les sous-modèles. Cette représentation est simple et plus générale que la présentation sous la forme d'une équation de régression entrée/sortie. En outre, la description d'état est bien adaptée à la construction d'observateurs ou de lois de contrôle.

II.3 Structures des multi-modèles

Dans ce contexte de modélisation, les sous-modèles peuvent être agrégés de multiples façons, ce qui donne lieu à différentes classes de multi-modèles. Deux grandes familles de multi-modèles sont identifiées, selon que les sous-modèles partagent le même espace d'état (multi-modèles couplés ou Takagi-Sugeno) ou un espace d'état différent (multi-modèles découplés) [24].

II.3.1 Structure couplée :

La représentation d'état dans cette structure suppose que le multi-modèle possède un vecteur d'état unique et global.

L'état global $x(t) \in \mathbb{R}^n$ étant une somme pondérée des états des modèles locaux. La représentation multi-modèle est obtenue par interpolation de « r » modèles locaux linéaires :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (\text{II. 3})$$

Cette structure est la plus couramment utilisée dans l'approche multi-modèle. Elle est connue sous différents noms : multi-modèle de Takagi-Sugeno, réseaux de paramètres locaux - réseaux de modèles locaux mixtes, multi-modèle couplé-état ou couplé-local, multi-modèle à un seul état, etc.

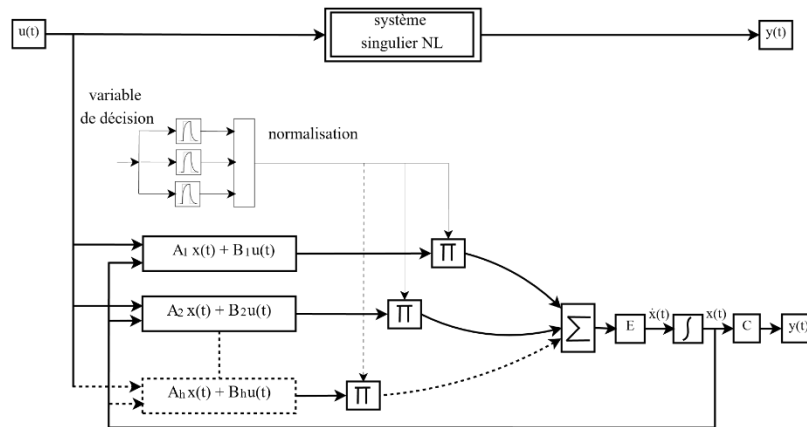


Figure II.1 Architecture du multi-modèle couplé

II.3.2 Structure découplée :

La représentation d'état dans cette structure suppose que le processus est composé de modèles locaux découplés et admet des vecteurs d'états indépendants. Cette structure proposée par Filev est issue d'une interpolation de sous-modèles à états découplés. En conséquence, chaque sous-modèle est caractérisé par un espace d'état propre à l'intérieur duquel il évolue indépendamment des autres sous-modèles.

Pour le cas des systèmes singuliers, le modèle global peut être donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x_i(t) + B_i u(t)) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (\text{II. 4})$$

Cette structure peut être vue comme la connexion parallèle de « n » modèles affinés pondérés par leurs poids de pondération. Les signaux de sorties $y_i(t)$ des sous-modèles représentent des signaux artificiels de modélisation utilisée seulement pour décrire le comportement non linéaire des systèmes réels [24].

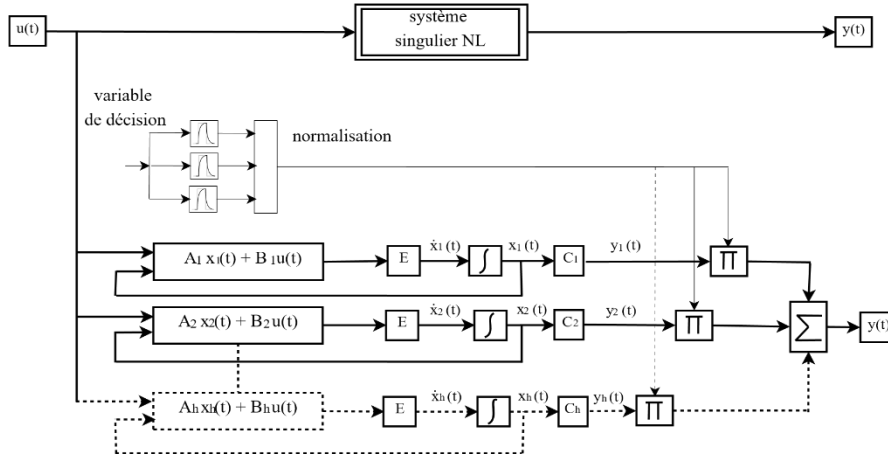


Figure II.2 Architecture du multi-modèle découplé

II.3 Modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S)

II.3.1 Présentation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S)

Les modèles flous de type Takagi-Sugeno sont représentés dans l'espace d'état par des règles floues de type « Si – Alors » [25].

Les parties prémisses de ces règles floues sont représentatives de l'univers du discours sur lequel le modèle flou est valide et les parties conclusions correspondent peut-être à des modèles locaux invariants dans le temps (représentations d'état linéaires). A titre d'exemple, ce type de modèle flou s'avère utile pour la représentation des systèmes non linéaires tels que les systèmes électriques, chaotiques, etc.

La $i^{\text{ème}}$ règle floue d'un modèle T-S continu (en temps continu) (MFC) s'écrit alors sous la forme [26]:

$$R^i: \text{Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i(z_1(t)) \text{ et } z_2(t) \text{ est } F_2^i(z_2(t)) \text{ et } \dots \text{ et } z_j(t) \text{ est } F_j^i(z_j(t))$$

$$\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y_i(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Où R^i représente la $i^{\text{ème}}$ règle floue ($i = 1, 2, \dots, r$) ; $F_j^i(z_j(t))$ (pour $j = 1, 2, \dots, p$) sont les sous-ensembles flous, $z_j(t)$ sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou

de l'état du système, $x(t) \in \mathbb{R}$, $y(t) \in \mathbb{R}$, $u(t) \in \mathbb{R}$ représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande.

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{q \times m}$ sont des matrices décrivant la dynamique du système.

Notons qu'une discrétisation de tels modèles est possible par une représentation d'état en temps discret (MFD). Le temps « t » est alors congru à « k » et le modèle est alors décrit par les équations de récurrence suivantes :

$$R^i: \text{ Si } z_1(k) \text{ est } F_1^i(z_1(k)) \text{ et } z_2(k) \text{ est } F_2^i(z_2(k)) \text{ et } \dots \text{ et } z_p(k) \text{ est } F_p^i(z_p(k))$$

$$\text{Alors } \begin{cases} x_i(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) \\ y_i(k) = C_i x(k) + D_i u(k) \end{cases} \quad (\text{II. 6})$$

A chaque règle R^i est attribuée un poids noté $\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^r F_j^i(z_j(t))$. Ce poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses $z_j(t)$ aux sous-ensembles flous $F_j^i(z_j(t))$ et du connecteur « ET » reliant les prémisses choisies telles que :

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{II. 7})$$

$F_j^i(z_j(t))$ représente la valeur de la fonction d'appartenance $z_j(t)$ à l'ensemble flou F_j^i .

$$\text{On pose : } \mu_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))} \quad (\text{II. 8})$$

$\mu_i(z(t))$ représente donc la fonction d'activation de la $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou.

Pour $i=1, \dots, r$, ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe, c'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \text{ et } \mu_i(z(t)) \geq 0 \quad (\text{II. 9})$$

Finalement, la défuzzification du modèle flou permet d'obtenir la représentation d'état d'un modèle non linéaire par l'interconnexion de modèles locaux invariants dans le temps par des fonctions d'activation non linéaires. On obtient alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{II. 10})$$

Notons que de la même façon, pour un modèle flou discrétisé (MFD) on a :

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) (A_i x(k) + B_i u(k)) \\ y(k) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) (C_i x(k) + D_i u(k)) \end{cases} \quad (\text{II. 11})$$

Dans le cadre de la modélisation par modèles Takagi-Sugeno, en plus des termes déjà mentionnés dans les généralités sur les multi-modèles en général, on rencontre souvent les termes fonctions d'appartenance ou d'activation et règles floues. Ceux-ci sont précisés par les définitions suivantes :

- **Règles floues** : dénombrées par $r \in \mathbb{N}$, dans la représentation d'état d'un modèle flou TS. Elles correspondent au nombre de modèles locaux LTI.
- **Fonctions d'appartenance** : notées $\mu_i(z(t)) : \mathbb{R}^j \rightarrow \mathbb{R}$, ce sont des fonctions non linéaires dépendant des variables de prémisses associées aux différentes zones de fonctionnement. Elles permettent de traduire la contribution d'un modèle local LTI correspondant à un point de fonctionnement par rapport à la zone de fonctionnement du système. Ainsi, elles assurent le passage progressif d'un modèle local LTI aux modèles locaux voisins.

II.3.2 Obtention des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S)

Dans la littérature, trois approches sont couramment décrites pour l'obtention d'un modèle Takagi-Sugeno :

II.3.2.1 Par identification

En représentant un système non linéaire sous forme d'un modèle T-S, le problème d'identification des systèmes non linéaires est réduit à l'identification des sous-systèmes définis par des modèles locaux linéaires et des fonctions d'activation. Les méthodes d'optimisation numériques sont alors utilisées pour estimer ces paramètres.

Pour l'estimation des paramètres, plusieurs méthodes d'optimisation numériques peuvent être utilisées, selon les informations disponibles a priori. Elles sont généralement basées sur la minimisation de la fonction d'écart entre la sortie estimée du multi-modèles $y(t)$ et la sortie mesurée du système $y_m(t)$ [26].

II.3.2.2 Par linéarisation

Dans ce cas, on dispose de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement choisis.

Par la suite, nous représenterons le système non linéaire par un modèle T-S, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines obtenus en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire.

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (\text{II. 12})$$

$$A_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{x=x_m, u=u_i} \quad B_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial u} \right|_{x=x_m, u=u_i} \quad C_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{x=x_m, u=u_i} \quad E_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{x=x_m, u=u_i}$$

$$D_i = F(x, u) - A_i x - B_i u$$

$$N_i = G(x, u) - C_i x - E_i u$$

Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux (n) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation. Ces dernières doivent satisfaire les propriétés [26].

II.3.2.3 Approche des secteurs non linéaires

L'approche des secteurs non linéaires ou bien de la transformation d'un système non linéaire polytopique convexe est une méthode utilisée en commande et en optimisation pour simplifier la représentation d'un système dynamique complexe. Cette transformation est particulièrement utile lorsque le système est non linéaire et que l'on souhaite le rendre plus facile à analyser ou à commander.

Un système non linéaire polytopique convexe est généralement constitué de plusieurs sous-systèmes non linéaires convexes, chacun d'entre eux étant actif dans une région spécifique de l'espace des états. La transformation consiste à approximer le système non linéaire original par un système linéaire affine en commande dans chacune de ces régions, ce qui simplifie considérablement l'analyse et la commande du système.

$$(\text{Cas Continu}) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + B(x(t))u(t) \\ y(t) = g(x(t)) + D(x(t))u(t) \end{cases} \quad (\text{II. 13})$$

$$(\text{Cas discret}) : \begin{cases} x(k+1) = f(x(k)) + B(x(k))u(k) \\ y(k) = g(x(k)) + D(x(k))u(k) \end{cases} \quad (\text{II. 14})$$

Avec : $x(.) \in \mathbb{R}^p, u(.) \in \mathbb{R}^m, y(.) \in \mathbb{R}^l, f(x(.)) \in \mathbb{R}^p, g(x(.)) \in \mathbb{R}^l, B(x(.)) \in \mathbb{R}^{p,m}, \text{ et } D(x(.)) \in \mathbb{R}^{l,m}.$

Cette méthode est basée sur une transformation polytopique convexe de fonctions scalaires origines de la non-linéarité. L'avantage de cette méthode est de ne pas engendrer d'erreur d'approximation et de minimiser le nombre de modèles locaux.

A- Lemme :

Soit $f(x)$ une fonction bornée de $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ pour tout $x \in [a, b]$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Alors, il existe deux fonctions :

$$F^i(.) : [a, b] \rightarrow [0, 1], i \in I_2$$

$$x(t) \rightarrow F^i(x(t))$$

Avec $F^1(x(t)) + F^2(x(t)) = 1$ et deux scalaires α et β tels que

$$f(x(t)) = F^1(x(t))\alpha + F^2(x(t))\beta \quad (\text{II. 15})$$

Bien évidemment cette décomposition n'est pas unique. Une décomposition évidente de $f(x(t))$ est de considérer sur $[a, b]$:

$$\beta \leq f(x(t)) \ll \alpha$$

Avec :

$$\beta = \min_{x \in [-a, b]} f(x(t)) \quad \alpha = \max_{x \in [-a, b]} f(x(t))$$

$$F^1(x(t)) = \frac{f(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta} \quad F^2(x(t)) = \frac{\alpha - f(x(t))}{\alpha - \beta}$$

Cette méthode de décomposition sera utilisée par la suite. En revenant aux définitions. Sous l'hypothèse que $f(x(t))$ et $g(x(t))$ sont continués et bornées sur $x \in \mathbb{R}^p$ avec $f(0) = 0$ et $g(0) = 0$, ces fonctions peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$f(x(t)) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(t)) (A_i x(t), g(x(t))) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(t)) (C_i x(t)) \quad (\text{II. 16})$$

Le modèle devient :

$$(Cas \text{ Continu}) : \begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases}$$

$$(Cas \text{ discret}) : \begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(k)) (A_i x(k) + B_i u(k)) \\ y(k) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(k)) (C_i x(k) + D_i u(k)) \end{cases}$$

Cette méthode est basée sur la bornitude des fonctions continues. L'avantage de cette méthode est de ne pas engendrer d'erreur d'approximation et de minimiser le nombre des modèles locaux.

Le nombre de modèles locaux « n » issue de la transformation se trouve par conséquent dépend de nombre des non-linéarités des variables d'états [27].

Important :

Une analyse linéaire est toujours réalisée avant d'établir un modèle de Takagi-Sugeno (TS) pour un système dynamique non linéaire pour plusieurs raisons importantes :

- 1- *Compréhension initiale* : L'analyse linéaire permet d'obtenir une première compréhension du système autour d'un point de fonctionnement donné. Cela peut aider à identifier les caractéristiques principales du système, telles que sa stabilité, sa réponse transitoire, ses pôles dominants, etc. Cette compréhension est essentielle pour la phase initiale de la conception du modèle TS.
- 2- *Point de départ* : La linéarisation fournit un point de départ pour la création d'un modèle TS. En utilisant la linéarisation, vous pouvez obtenir des modèles linéaires locaux qui capturent le comportement du système autour de points de fonctionnement spécifiques. Ces modèles linéaires peuvent servir de base pour construire les sous-modèles du modèle TS.
- 3- *Sélection des points de fonctionnement* : La linéarisation aide à choisir judicieusement les points de fonctionnement autour desquels vous construirez les modèles TS. Vous pouvez identifier les points de fonctionnement critiques où la linéarisation est la plus valable et où la dynamique du système est importante pour votre application.
- 4- *Validation du modèle TS* : Une fois que vous avez construit le modèle TS, l'analyse linéaire peut être utilisée pour valider la précision du modèle TS en comparant ses performances avec celles du modèle linéaire autour des points de fonctionnement spécifiques. Cela permet de s'assurer que le modèle TS représente fidèlement le comportement du système non linéaire.
- 5- *Conception du régulateur* : Dans de nombreux cas, la conception d'un régulateur pour un système non linéaire peut être plus facile à réaliser dans le domaine linéaire. En utilisant le modèle linéaire initial, vous pouvez concevoir et ajuster le régulateur de manière plus efficace avant de l'adapter au modèle TS complet.

En résumé, l'analyse linéaire préalable à l'établissement d'un modèle de Takagi-Sugeno (TS) est une étape importante pour comprendre le système, choisir les points de fonctionnement appropriés, valider le modèle TS et faciliter la conception du régulateur. Elle permet d'obtenir une base solide pour la création du modèle TS qui capture efficacement la dynamique du système non linéaire sur une plage de fonctionnement donnée.

II.3.3 Exemple d'application :

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{pmatrix}$$

Pour simplifier le calcul, nous supposons que $x_1(t) \in [-1,1]$ et $x_2(t) \in [-1,1]$. Bien entendu, nous pouvons supposer n'importe quel intervalle pour $x_1(t)$ et $x_2(t)$ afin de construire un modèle flou.

Le système peut être représenté comme suit :

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3+x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{pmatrix} x(t)$$

Avec $x(t) = [x_1(t) x_2(t)]^T$, $x_1(t)x_2^2(t)$, $(3+x_2(t))x_1^2(t)$ sont des termes non-linéaires. Pour les termes non-linéaires, on définit $z_1(t) = x_1(t)x_2^2(t)$ et $z_2(t) = (3+x_2(t))x_1^2(t)$. Alors, on aura :

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{pmatrix} x(t)$$

Ensuite nous calculons les valeurs minimales et maximales de $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sous $x_1(t) \in [-1,1]$ et $x_2(t) \in [-1,1]$. Elles sont obtenues comme suit :

$$\alpha_1 = \max_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) = 1 \quad \beta_1 = \min_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) = -1$$

$$\alpha_2 = \max_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) = 4 \quad \beta_2 = \min_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) = 0$$

A partir des valeurs maximales et minimales, $z_1(t)$ et $z_2(t)$ peuvent être représentées par :

$$z_1(t) = x_1(t)x_2^2(t) = F_{11}(z_1(t))(1) + F_{12}(z_1(t))(-1)$$

$$z_2(t) = (3+x_2(t))x_1^2(t) = F_{21}(z_2(t))(4) + F_{22}(z_2(t))(0)$$

Avec : $F_{11}(z_1(t)) + F_{12}(z_1(t)) = 1$ et $F_{21}(z_2(t)) + F_{22}(z_2(t)) = 1$

Donc les fonctions d'appartenance peuvent être calculer comme suit :

$$F_{11}(x(t)) = \frac{z_1(t)-(-1)}{(1)-(-1)} = \frac{z_1(t)+1}{2} \quad F_{12}(x(t)) = \frac{1-z_1(t)}{2}$$

$$F_{21}(x(t)) = \frac{z_2(t)-(0)}{(4)-(0)} = \frac{z_2(t)}{4} \quad F_{22}(x(t)) = \frac{4-z_2(t)}{4}$$

Nous nommons les fonctions d'appartenance "positive", "négative", "grande" et "petite" respectivement. Ensuite, le système non linéaire est représenté par le modèle flou suivant :

Règle 1 :

Si $z_1(t)$ est « positive » et $z_2(t)$ est « grande »,

Alors, $\dot{x}(t) = A_1 x$

Règle 2 :

Si $z_1(t)$ est « positive » et $z_2(t)$ est « petite »,

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_2 x$$

Règle 3 :

Si $z_1(t)$ est « négative » et $z_2(t)$ est « grande »,

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_3 x$$

Règle 4 :

Si $z_1(t)$ est « négative » et $z_2(t)$ est « petite »,

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_4 x$$

Où,

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & \alpha_1 \\ \beta_2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} -1 & \beta_1 \\ \beta_2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

La défuzzification est effectuée comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(z(t)) A_i x(t)$$

$$\text{Avec : } \mu_1(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t))$$

$$\mu_2(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t))$$

$$\mu_3(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t))$$

$$\mu_4(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t))$$

Ce modèle flou représente exactement le système non linéaire dans la région $[-1,1] \times [-1,1]$ sur l'espace $x_1(t)$, $x_2(t)$.

II.4 Conclusion

Ce chapitre a exploré l'approche multi-modèle pour la modélisation des systèmes non linéaires, en mettant en avant la méthode du système flou de type Takagi-Sugeno (T-S). Nous avons d'abord défini les termes clés, puis expliqué la méthode T-S, montrant comment elle permet de modéliser des systèmes complexes. Enfin, nous avons illustré cette approche avec un exemple concret.

Chapitre 3

Description, Modélisation et
Validation du modèle T-S

Chapitre 3 : Description, Modélisation et Validation du modèle T-S

III.1 Introduction

Ce chapitre se consacre à la modélisation d'un système hydro-thermique en utilisant une approche multi-modèle basée sur le système flou de Takagi-Sugeno. Cette méthodologie permet la création d'un modèle mathématique regroupant plusieurs sous-systèmes dont la dynamique s'apparente à celle du système global. L'objectif fondamental réside dans la résolution de problèmes complexes en ingénierie grâce à des outils mathématiques et informatiques adaptés.

Afin de valider cette démarche, nous procéderons à une comparaison avec un modèle dynamique du système, élaboré à partir des lois physiques sous-jacentes. Cette validation s'effectuera par le biais de simulations réalisées à l'aide du logiciel MATLAB. La confrontation des résultats obtenus à partir des deux modèles nous permettra d'évaluer la précision et la pertinence de notre approche multi-modèle pour le système hydro-thermique étudié.

III.2 Présentation du système

III.2.1 Description du processus

La figure ci-dessous illustre notre système hydro-thermique, classé dans la catégorie des circuits de transport de liquides. Le concept est direct : le fluide est déplacé d'un réservoir à un autre, tout en maintenant la température et le niveau constants en temps réel, en réponse aux variations des débits d'entrée.

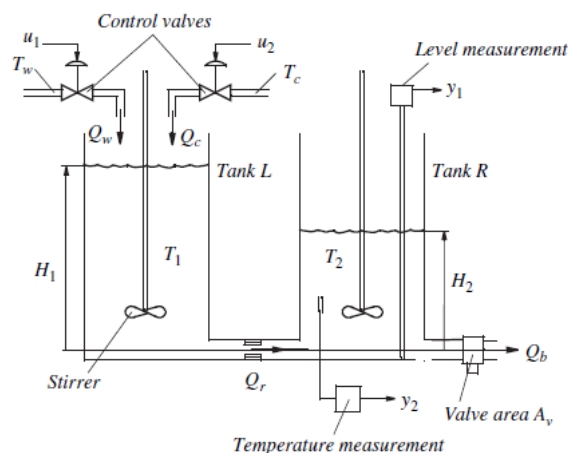


Figure III.1 : Processus hydro-thermique

Le système est composé de deux réservoirs notés **L** et **R** qui ont la même surface en coupe **S**, connectés entre eux, comme il est indiqué dans la figure ci-dessus, et un ensemble d'instruments de mesure.

Le réservoir gauche **L** est rempli de l'eau chaude et froide à travers des pompes avec les deux signaux d'entrées u_1 et u_2 . Les températures et les débits volumiques sont respectivement T_c et T_f , Q_c et Q_f .

Les températures et les niveaux du premier et deuxième réservoir sont respectivement T_1 et T_2 , H_1 et H_2 .

Le débit entre les deux réservoirs est noté Q_1 et le débit sortant de la vanne de sortie du réservoir **R** est noté Q_2 , la vanne de sortie a une section d'orifice variable noté A_v . L'eau est rapidement agitée dans les deux réservoirs et donc la température est supposée constante sur tout le volume de chacun des réservoirs.

III.2.2 Schéma fonctionnel du système hydro-thermique

Nous pouvons présenter notre système d'une façon plus simplifiée par le schéma fonctionnel suivant :

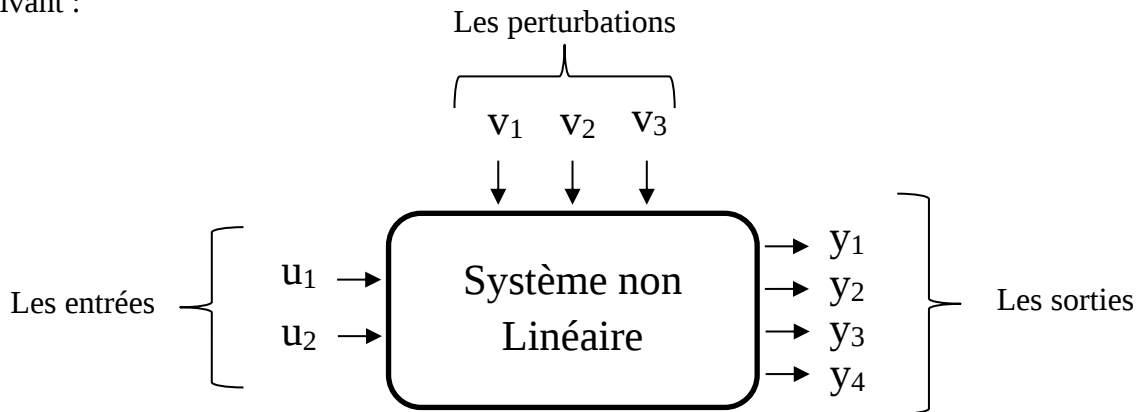


Figure III.2 : Processus hydro-thermique

Nous supposons que toutes les variables de ce système, c.à.d. H_1 , H_2 , T_1 et T_2 sont mesurables, d'où les signaux venus des capteurs sont donnés comme des valeurs physiques :

$$y_1 = H_1 = K_h \cdot h_1$$

$$y_2 = H_2 = K_h \cdot h_2$$

$$y_3 = T_1 = K_T \cdot T_1$$

$$y_4 = T_2 = K_T \cdot T_2$$

Les deux vannes de contrôle ont les mêmes caractéristiques, et les entrées u_1 , u_2 sont considérées comme des débits donc :

$$Q_c = K_a \cdot u_1$$

$$Q_f = K_a \cdot u_2$$

Où :

u_1 est le signal de commande de la pompe d'eau chaude.

u_2 est le signal de commande de la pompe d'eau froide.

III.2.2.1 Perturbations du système

Les grandeurs qui perturbent notre système sont :

- La variation de la section d'orifice due à la fermeture et à l'ouverture de la vanne de sortie. Cela influe sur les niveaux des deux réservoirs H_1 et H_2 . Donc nous avons comme première perturbation :

$$v_1 = A_v$$

- La température de débit chaud Q_c qui agit sur la température des deux réservoirs. Donc nous avons comme deuxième perturbation :

$$v_2 = T_c$$

- La température de débit froid Q_f qui agit sur la température des deux réservoirs. Donc nous avons comme troisième perturbation :

$$v_3 = T_f$$

III.2.2.2 Paramètres du système physique

Le tableau suivant représente tous les paramètres de notre système hydro-thermique :

Symbole	Signification	Valeur Numérique	Unité
S	Surface de la base du bac	0.785	m ²
K_a	Coefficient de débit	0.004	m ³ /volt.sec
K_h	Gain transducteur de niveau	2	volt/m
K_T	Gain transducteur de température	0.1	volt/°C
A_{v0}	Surface d'orifice	0.0122	m ²
P₀	Pression atmosphérique	1	atm
$D_v = C_d \cdot \sqrt{2 \cdot g}$	C_d : Coefficient de perte constant	2.66	m ^{1/2} /sec
C₀	Constante d'écoulement de l'orifice entre les deux réservoirs	0.056	m ^{5/2} /sec
T_{c0}	Température chaude du débit entrant	60	°C
T_{f0}	Température froide du débit entrant	30	°C
Q_{max}	Débit maximal	0.04	m ³ /volt.sec

Tableau III.1 : Paramètres du système hydro-thermique

III.2.3 Principe de fonctionnement

Les deux réservoirs ont une configuration géométrique cylindrique, le réservoir principal **L** est alimenté par deux arrivées d'eaux contrôlées par deux pompes : une pour le contrôle de débit d'eau chaude **Q_c** et l'autre pour le contrôle de débit d'eau froide **Q_f**. C'est en agissant sur ces deux pompes que l'on va effectuer la régulation du niveau et de la température.

Le deuxième réservoir **R** dispose d'une vanne permettant de régler manuellement le débit de sortie **Q₂**. Un thermocouple est fixé pour mesurer la température du mélange contenu à l'intérieur de chacun des deux réservoirs, donc les températures que l'on désire réguler sont **y₃** et **y₄**.

Le système est également équipé de deux capteurs de pression (pour mesurer le niveau) qui est fixé dans la partie basse de chaque réservoir, il communique les informations sur les niveaux d'eau que l'on veut réguler **y₁** et **y₂**, pour faciliter les calculs qu'ils vont suivre, on suppose que **h₁ > h₂**.

Les débits d'eau froide et d'eau chaude arrivant en surface mettent un certain temps pour se propager à une température identique du mélange jusqu'à la sortie, c'est pour cela les réservoirs disposent d'un agitateur.

III.3 Modélisation du système par le modèle TS

III.3.1 Etude non linéaire

Le modèle non linéaire que nous voulons établir est un modèle de connaissance obtenu à partir de bilan massique et du bilan énergétique de chaque réservoir.

III.3.1.1 Bilan massique

Détermination des équations du niveau

La loi de conservation de masse d'un fluide est donnée par :

$$\rho \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot \left(\sum \text{débit d'entrée} - \sum \text{débit de sortie} \right) \quad (\text{III. 1})$$

Tel Que : $V = S \cdot H$

ρ : La densité volumique de masse de fluide.

H : Le niveau de fluide dans le réservoir.

Pour le réservoir **L** :

$$\rho \cdot \frac{dV_1}{dt} = \rho \cdot Q_c + \rho \cdot Q_f - \rho \cdot Q_1 \quad (\text{III. 2})$$

Pour le réservoir **R** :

$$\rho \cdot \frac{dV_2}{dt} = \rho \cdot Q_1 - \rho \cdot Q_2 \quad (\text{III. 3})$$

Les volumes des bacs sont respectivement : $V_1 = S \cdot H_1$ **et** $V_2 = S \cdot H_2$

En remplaçant **V1** et **V2** dans (III. 2) et (III. 3) par leurs expressions, nous obtenons :

$$\begin{cases} \rho \cdot S \cdot \dot{H}_1 = \rho \cdot (Q_c + Q_f - Q_1) \\ \rho \cdot S \cdot \dot{H}_2 = \rho \cdot (Q_1 - Q_2) \end{cases} \quad (\text{III. 4})$$

$$\begin{cases} \dot{H}_1 = \frac{1}{S} \cdot (Q_c + Q_f - Q_1) \\ \dot{H}_2 = \frac{1}{S} \cdot (Q_1 - Q_2) \end{cases} \quad (\text{III. 5})$$

III.3.1.2 Bilan énergétique

Détermination des équations de la température

La loi de conservation d'énergie est donnée par :

$$E = m \cdot C \cdot \Delta T$$

Avec la masse : $m = \rho \cdot S \cdot H$

Pour le réservoir **L** :

$$E_L = S \cdot H_1 \cdot \rho \cdot C(T_1 - T_0) \quad (\text{III. 6})$$

Pour le réservoir **R** :

$$E_R = S \cdot H_2 \cdot \rho \cdot C(T_2 - T_0) \quad (\text{III. 7})$$

Avec $T_0 = 0$ c'est la température de référence où l'énergie est égale à zéro.

$$\begin{cases} \frac{dE_L}{dt} = C \cdot \rho \cdot Q_c \cdot T_c + C \cdot \rho \cdot Q_f \cdot T_f - C \cdot \rho \cdot Q_1 \cdot T_1 \\ \frac{dE_R}{dt} = C \cdot \rho \cdot Q_1 \cdot T_1 - C \cdot \rho \cdot Q_2 \cdot T_2 \end{cases} \quad (\text{III. 8})$$

En remplaçant et simplifiant nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{d(S \cdot H_1 \cdot T_1)}{dt} = Q_c \cdot T_c + Q_f \cdot T_f - Q_1 \cdot T_1 \\ \frac{d(S \cdot H_2 \cdot T_2)}{dt} = Q_1 \cdot T_1 - Q_2 \cdot T_2 \end{cases} \quad (\text{III. 9})$$

$$\begin{cases} \dot{T}_1 = \frac{1}{S \cdot H_1} (Q_C \cdot T_C + Q_f \cdot T_f - Q_1 \cdot T_1) - \dot{H}_1 \frac{T_1}{H_1} \\ \dot{T}_2 = \frac{1}{S \cdot H_2} (Q_1 \cdot T_1 - Q_2 \cdot T_2) - \dot{H}_2 \frac{T_2}{H_2} \end{cases} \quad (\text{III. 10})$$

La zone d'écoulement de l'orifice entre les deux réservoirs est constante, alors nous pouvons écrire la relation suivante en appliquant la formule de Torricelli :

$$Q = C_d \cdot A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta P} \quad (\text{III. 11})$$

Donc : $Q_1 = C_d \cdot A_0 \sqrt{2g \cdot \Delta H}$

$$Q_1 = C_0 \sqrt{H_1 - H_2} \quad (\text{III. 12})$$

Avec :

$$C_0 = C_d \cdot A_0 \sqrt{2 \cdot g} \quad (\text{III. 13})$$

Le débit de sortie de la vanne :

$$Q_2 = D_v A_v \sqrt{H_2} \quad (\text{III. 14})$$

Avec: $D_v = C_d \cdot \sqrt{2 \cdot g}$

Donc, à partir des deux bilans, nous pouvons établir le modèle dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{H}_1 = \frac{1}{S} (Q_C + Q_f - C_0 \sqrt{H_1 - H_2}) \\ \dot{H}_2 = \frac{1}{S} (C_0 \sqrt{H_1 - H_2} - D_v A_v \sqrt{H_2}) \\ \dot{T}_1 = \frac{1}{S \cdot H_1} [(T_C - T_1) Q_C + (T_f - T_1) Q_f] \\ \dot{T}_2 = \frac{1}{S \cdot H_2} [(T_1 - T_2) C_0 \sqrt{H_1 - H_2}] \end{cases} \quad (\text{III. 15})$$

III.3.1.3 Représentation d'état du système

Dans notre cas nous avons considéré les deux niveaux et deux températures comme des sorties de notre système d'où :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

Les entrées :

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_c \\ Q_f \end{bmatrix}$$

Les perturbations :

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v \\ T_c \\ T_f \end{bmatrix}$$

Les états :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

En remplaçons dans le système d'équation, nous obtenons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0\sqrt{x_1 - x_2}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S}(C_0\sqrt{x_1 - x_2} - D_v v_1 \sqrt{x_2}) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{S \cdot x_1} [(v_2 - x_3)u_1 + (v_3 - x_3)u_2] \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{S \cdot x_2} [(x_3 - x_4)C_0\sqrt{x_1 - x_2}] \end{cases} \quad (\text{III. 16})$$

$$y = C \cdot x$$

III.3.2 Etude linéaire

Quand le système est non linéaire, c.à.d. sous la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x, u, v)$$

$$y(t) = g(x, u, v)$$

Les outils mathématiques de la théorie de la commande classique ne peuvent pas être utilisés pour la synthèse d'une loi de commande non linéaire. Il est donc nécessaire de le transformer en un système linéaire autour d'un point de fonctionnement duquel nous allons étudier l'influence de petites variations des entrées sur les sorties.

L'approximation linéaire d'une fonction est l'expansion de Taylor du premier ordre autour du point d'intérêt. Dans l'étude des systèmes dynamiques, la linéarisation est une méthode d'évaluation de la stabilité locale d'un point d'équilibre d'un système d'équations différentielles non linéaires ou de systèmes dynamiques discrets.

Linéariser ce modèle autour d'un point de fonctionnement $x_0 = [x_{10} \ x_{20} \ x_{30} \ x_{40}]^T$ consiste au développement en série de Taylor autour de ce point (les termes d'ordre supérieur à 1 sont négligés).

$$f(x, u, v) \approx f(x_0, u_0, v_0) + \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dx} \cdot \Delta x + \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{du} \cdot \Delta u + \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dv} \cdot \Delta v$$

Nous écrivons toutes les variables sous la forme d'une valeur au point de fonctionnement plus une petite variation :

$$\begin{cases} x = x_0 + \Delta x \\ u = u_0 + \Delta u \\ v = v_0 + \Delta v \end{cases}$$

Ceci donnera lieu à un système linéaire donné par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{\Delta x}(t) = A \Delta x(t) + B \Delta u(t) + E \Delta v(t) \\ \Delta y = C \cdot \Delta x \end{cases}$$

$$\text{Avec : } \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{bmatrix}; \quad \Delta v = \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta A_v \\ \Delta T_c \\ \Delta T_f \end{bmatrix}; \quad \Delta u = \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_c \\ \Delta Q_f \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} & \frac{C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} & 0 & 0 \\ \frac{C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} & \frac{-C_0}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}} - \frac{-D_v v_{10}}{2 \cdot S \cdot \sqrt{x_{20}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{u_{10} + u_{20}}{S \cdot x_{10}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}}{S \cdot x_{20}} & \frac{-C_0 \cdot \sqrt{x_{10} - x_{20}}}{S \cdot x_{20}} \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{du} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ \frac{v_2 - x_3}{S \cdot x_{10}} & \frac{v_2 - x_3}{S \cdot x_{10}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{df(x_0, u_0, v_0)}{dv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1} & \frac{\partial f_1}{\partial v_2} & \frac{\partial f_1}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1} & \frac{\partial f_2}{\partial v_2} & \frac{\partial f_2}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial v_1} & \frac{\partial f_3}{\partial v_2} & \frac{\partial f_3}{\partial v_3} \\ \frac{\partial f_4}{\partial v_1} & \frac{\partial f_4}{\partial v_2} & \frac{\partial f_4}{\partial v_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{-D_v \sqrt{x_{20}}}{S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_{10}}{S \cdot x_{10}} & \frac{u_{20}}{S \cdot x_{10}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{dg(x_0, u_0, v_0)}{dx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

III.3.2.1 Détermination des entrées au point de fonctionnement

En régime permanent la dynamique du système est nulle ce qui implique que : $\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{0}$, alors le système d'équations devient :

$$\begin{cases} u_{10} + u_{20} = C_0 \sqrt{x_{10} - x_{20}} \\ C_0 \sqrt{x_{10} - x_{20}} = D_v v_1 \sqrt{x_{20}} \\ (v_2 - x_3)u_1 = -(v_3 - x_3)u_2 \\ (x_3 - x_4)C_0 \sqrt{x_1 - x_2} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Le point de fonctionnement que nous avons pris est :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 2 \\ 45 \\ 45 \end{bmatrix}$$

Les commandes correspondant à ce point de fonctionnement sont :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0264 \\ 0.0132 \end{bmatrix}$$

Les matrices de linéarisation obtenues sont :

$$A = \begin{bmatrix} -0.0504 & 0.0504 & 0 & 0 \\ 0.0504 & -0.0673 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0252 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0336 & -0.0336 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.2739 & 1.2739 \\ 0 & 0 \\ 6.3694 & -12.7389 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4.1501 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0168 & 0.0084 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres de la matrice A sont :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -0.0077 \\ \lambda_2 = -0.1100 \\ \lambda_3 = -0.0336 \\ \lambda_4 = -0.0252 \end{cases}$$

Nous remarquons que les valeurs propres de la matrice A sont à parties réelles négatives, donc d'après le théorème de Routh-Hurwitz, le modèle linéaire est stable autour de ce point de fonctionnement.

III.3.3 Le modèle TS correspondant au système dynamique

Le système dynamique de notre système non linéaire est comme suite :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0\sqrt{x_1 - x_2}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S}(C_0\sqrt{x_1 - x_2} - D_v v_1 \sqrt{x_2}) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{S.x_1}[(v_2 - x_3)u_1 + (v_3 - x_3)u_2] \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{S.x_2}[(x_3 - x_4)C_0\sqrt{x_1 - x_2}] \end{cases} \quad (\text{III. 18})$$

Nous allons utiliser l'approche des systèmes non linéaire pour obtenir le modèle TS de ce système. Dans le but d'avoir un modèle TS sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z_n(x, u)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i \Delta v(t)) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (\text{III. 19})$$

Notons que la représentation (III.11), est celle du système non linéaire sans variation de perturbations, en l'ajoutant notre représentation sera comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0\sqrt{x_1 - x_2}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S}(C_0\sqrt{x_1 - x_2} - D_v(v_{10} + \Delta v_1)\sqrt{x_2}) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{S.x_1}[(v_{20} + \Delta v_2 - x_3)u_1 + (v_{30} + \Delta v_3 - x_3)u_2] \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{S.x_2}[(x_3 - x_4)C_0\sqrt{x_1 - x_2}] \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

Pour pouvoir appliquer l'approche des systèmes non linéaire, nous devons tout d'abord transformer le système de sorte à obtenir sa représentation dans l'espace d'état tout en minimisant et isolant les non-linéarités qui le compose :

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} x_1) \\
\dot{x}_2 = \frac{1}{S}(C_0 \sqrt{x_1 - x_2} - D_v v_{10} \sqrt{x_2} - D_v \Delta v_1 \sqrt{x_2}) \\
\dot{x}_3 = \frac{1}{S \cdot x_1} [v_{20} u_1 + \Delta v_2 u_1 - x_3 u_1 + v_{30} u_2 + \Delta v_3 u_2 - x_3 u_2] \\
\dot{x}_4 = \frac{1}{S \cdot x_2} (x_3 C_0 \sqrt{x_1 - x_2} - x_4 C_0 \sqrt{x_1 - x_2})
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} x_1) \\
\dot{x}_2 = \frac{1}{S}(C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} x_1 - D_v v_{10} \frac{\sqrt{x_2}}{x_2} x_2 - D_v \sqrt{x_2} \Delta v_1) \\
\dot{x}_3 = \frac{1}{S} [\frac{v_{20}}{x_1} u_1 + \Delta v_2 \frac{u_1}{x_1} - x_3 \frac{u_1}{x_1} + \frac{v_{30}}{x_1} u_2 + \Delta v_3 \frac{u_2}{x_1} - x_3 \frac{u_2}{x_1}] \\
\dot{x}_4 = \frac{1}{S} \left(x_3 \frac{C_0 \sqrt{x_1 - x_2}}{x_2} - x_4 \frac{C_0 \sqrt{x_1 - x_2}}{x_2} \right)
\end{cases} \quad (\text{III. 21})$$

III.3.3.1 Représentation d'état :

$$\dot{x} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} & 0 & 0 & 0 \\ C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} & -D_v v_{10} \frac{\sqrt{x_2}}{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\frac{u_1}{x_1} + \frac{u_2}{x_1}) & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} & -C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} \end{bmatrix} x + \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ \frac{v_{20}}{x_1} & \frac{v_{30}}{x_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

$$+ \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_v \sqrt{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_1}{x_1} & \frac{u_2}{x_1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta v$$

$$\dot{x} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 z_1(x, u) & 0 & 0 & 0 \\ C_0 z_1(x, u) & -D_v v_{10} z_2(x, u) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(z_3(x, u) + z_4(x, u)) & 0 \\ 0 & 0 & C_0 z_5(x, u) & -C_0 z_5(x, u) \end{bmatrix} x$$

$$+ \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ v_{20} z_6(x, u) & v_{30} z_6(x, u) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

$$+ \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_v z_7(x, u) & 0 & 0 \\ 0 & z_3(x, u) & z_4(x, u) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta v$$

$$y = C \cdot x$$

Avec : $z_1(x, u) = \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1}$; $z_2(x, u) = \frac{\sqrt{x_2}}{x_2}$; $z_3(x, u) = \frac{u_1}{x_1}$; $z_4(x, u) = \frac{u_2}{x_1}$

$$z_5(x, u) = \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_2} ; z_6(x, u) = \frac{1}{x_1} ; z_7(x, u) = \sqrt{x_2}$$

Ces fonctions z_n représente les éléments non linéaires de notre système, Nous avons $n = 7$ fonctions donc le nombre de sous-systèmes de notre modèle sera $2^7=128$.

III.3.3.2 Calcul des bornes de z_n :

Supposons que pour $x_1(t) \in [0.1, 4]$, $x_2(t) \in [0.05, 4]$, $x_3(t) \in [5, 60]$ et $x_4(t) \in [5, 60]$, avec $x_1(t) > x_2(t)$, les non-linéarités sont bornées.

Les non-linéarités z_i peuvent alors s'écrire de la manière suivante :

$$z_n(x, u) = \alpha_n F_{n1}(z_n(x, u)) + \beta_n F_{n2}(z_n(x, u)) \quad (\text{III. 22})$$

Avec : $\alpha_n = \max z_n(x, u)$ et $\beta_n = \min z_n(x, u)$ pour $n = 1, 2, \dots, 7$.

III.3.3.3 Calcul des Fonctions d'appartenance $F_{n1}(z_n(x, u))$

A partir de l'équation de $z_n(x, u)$, on déduit que les fonctions d'appartenance peuvent être calculer comme suite :

$$F_{n1}(z_n(x, u)) = \frac{z_n(x, u) - \beta_n}{\alpha_n - \beta_n} \quad \text{et} \quad F_{n2}(z_n(x, u)) = \frac{\alpha_n - z_n(x, u)}{\alpha_n - \beta_n}$$

n	α_n	β_n	$F_{n1}(x(t))$	$F_{n2}(x(t))$
---	------------	-----------	----------------	----------------

1	$\alpha_1 = 30$	$\beta_1 = 0.001$	$F_{11}(z_1(x, u)) = \frac{z_1(x, u) - \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$	$F_{12}(z_1(x, u)) = \frac{\alpha_1 - z_1(x, u)}{\alpha_1 - \beta_1}$
2	$\alpha_2 = 100$	$\beta_2 = 0.001$	$F_{21}(z_2(x, u)) = \frac{z_2(x, u) - \beta_2}{\alpha_2 - \beta_2}$	$F_{22}(z_2(x, u)) = \frac{\alpha_2 - z_2(x, u)}{\alpha_2 - \beta_2}$
3	$\alpha_3 = 40$	$\beta_3 = 0.001$	$F_{31}(z_3(x, u)) = \frac{z_3(x, u) - \beta_3}{\alpha_3 - \beta_3}$	$F_{32}(z_3(x, u)) = \frac{\alpha_3 - z_3(x, u)}{\alpha_3 - \beta_3}$
4	$\alpha_4 = 40$	$\beta_4 = 0.001$	$F_{41}(z_4(x, u)) = \frac{z_4(x, u) - \beta_4}{\alpha_4 - \beta_4}$	$F_{42}(z_4(x, u)) = \frac{\alpha_4 - z_4(x, u)}{\alpha_4 - \beta_4}$
5	$\alpha_5 = 20000$	$\beta_5 = 0.001$	$F_{51}(z_5(x, u)) = \frac{z_5(x, u) - \beta_5}{\alpha_5 - \beta_5}$	$F_{52}(z_5(x, u)) = \frac{\alpha_5 - z_5(x, u)}{\alpha_5 - \beta_5}$
6	$\alpha_6 = 1000$	$\beta_6 = 0.2$	$F_{61}(z_6(x, u)) = \frac{z_6(x, u) - \beta_6}{\alpha_6 - \beta_6}$	$F_{62}(z_6(x, u)) = \frac{\alpha_6 - z_6(x, u)}{\alpha_6 - \beta_6}$
7	$\alpha_7 = 2$	$\beta_7 = 0.03$	$F_{71}(z_7(x, u)) = \frac{z_7(x, u) - \beta_7}{\alpha_7 - \beta_7}$	$F_{72}(z_7(x, u)) = \frac{\alpha_7 - z_7(x, u)}{\alpha_7 - \beta_7}$

Tableau III.2 : Calcul des bornes et fonctions d'appartenance.**Remarque :**

Notons que ces valeurs pour les bornes sont juste des valeurs initiales supposées pour démarrer la simulation, une recalibration de ces valeurs sera nécessaire une fois les graphes de $z_n(x, u)$ sont disponible, car si les bornes ne sont pas correctes les fonctions d'activation vont diverger.

III.3.3.4 Les règles floues

Nous avons $n=7$, donc nous aurons 128 règles floues qui décrivent notre multi-modèle, chaque règle représente un sous-modèle.

Règle 1 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{11}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{21}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{31}(z_3(x, u))$...
et $z_7(x, u) = \text{est } F_{71}(z_7(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_1x + B_1u + E_1\Delta v$$

Règle 2 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{12}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{21}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{31}(z_3(x, u))$...
et $z_7(x, u) = \text{est } F_{71}(z_7(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_2x + B_2u + E_2\Delta v$$

Règle 3 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{11}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{22}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{31}(z_3(x, u))$...
et $z_7(x, u) = \text{est } F_{71}(z_7(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_3 x + B_3 u + E_3 \Delta v$$

...

Règle 128 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{12}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{22}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{32}(z_3(x, u))$...
et $z_7(x, u) = \text{est } F_{72}(z_7(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_{128} x + B_{128} u + E_{128} \Delta v$$

Où,

$$A_1 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} -C_0 \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 \alpha_1 & -D_v v_{10} \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha_3 + \alpha_4) & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \alpha_5 & -C_0 \alpha_5 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ v_{20} \alpha_6 & v_{30} \alpha_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } E_1 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_v \alpha_7 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} -C_0 \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 \beta_1 & -D_v v_{10} \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha_3 + \alpha_4) & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \alpha_5 & -C_0 \alpha_5 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ v_{20} \alpha_6 & v_{30} \alpha_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } E_2 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_v \alpha_7 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} -C_0 \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 \alpha_1 & -D_v v_{10} \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha_3 + \alpha_4) & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \alpha_5 & -C_0 \alpha_5 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ v_{20} \alpha_6 & v_{30} \alpha_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } E_3 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_v \alpha_7 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

...

Jusqu'à i=128

$$A_{128} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 \beta_1 & -D_v v_{10} \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\beta_3 + \beta_4) & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \beta_5 & -C_0 \beta_5 \end{bmatrix}$$

$$B_{128} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ v_{20} \beta_6 & v_{30} \beta_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } E_{128} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_v \beta_7 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_3 & \beta_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

III.3.3.5 La défuzzification :

La défuzzification est effectuée comme suit :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \mu_i(z_n(x, u)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i \Delta v(t)) \quad (\text{III. 22})$$

Avec :

$$\mu_1(z(t)) = F_{11}(z_1(x, u)) \times F_{21}(z_2(x, u)) \times F_{31}(z_3(x, u)) \times F_{41}(z_4(x, u)) \times F_{51}(z_5(x, u)) \times F_{61}(z_6(x, u)) \times F_{71}(z_7(x, u))$$

$$\mu_2(z(t)) = F_{12}(z_1(x, u)) \times F_{21}(z_2(x, u)) \times F_{31}(z_3(x, u)) \times F_{41}(z_4(x, u)) \times F_{51}(z_5(x, u)) \times F_{61}(z_6(x, u)) \times F_{71}(z_7(x, u))$$

$$\mu_3(z(t)) = F_{11}(z_1(x, u)) \times F_{22}(z_2(x, u)) \times F_{31}(z_3(x, u)) \times F_{41}(z_4(x, u)) \times F_{51}(z_5(x, u)) \times F_{61}(z_6(x, u)) \times F_{71}(z_7(x, u))$$

Jusqu'à

$$\mu_{128}(z(t)) = F_{12}(z_1(x, u)) \times F_{22}(z_2(x, u)) \times F_{32}(z_3(x, u)) \times F_{42}(z_4(x, u)) \times F_{52}(z_5(x, u)) \times F_{62}(z_6(x, u)) \times F_{72}(z_7(x, u))$$

Ce modèle flou devrait représenter exactement le système non linéaire pour $x_1(t) \in [0.1, 4]$, $x_2(t) \in [0.05, 4]$, $x_3(t) \in [5, 60]$ et $x_4(t) \in [5, 60]$, avec $x_1(t) > x_2(t)$.

III.4 Conception et validation du modèle en simulation

III.4.1 Introduction au logiciel Matlab

MATLAB signifie Matrix laboratory, il s'agit d'un logiciel de calcul scientifique d'analyse de données ainsi que leur visualisation, et de développement d'algorithmes. Son interface propose, d'une part, une fenêtre interactive type console pour l'exécution de commandes, et d'autre part, un environnement de développement intégré (IDE) pour la programmation d'applications.

Le logiciel MATLAB est conçu pour travailler dans le domaine du calcul matriciel numérique. Tous les objets définis sont donc au moyen de vecteur et matrices.

MATLAB trouve ses applications dans de nombreuses disciplines. Il constitue un outil numérique puissant pour la modélisation de systèmes physiques, la simulation des modèles mathématiques, la conception et la validation d'applications (tests en simulation et expérimentation).

Le logiciel de base peut être complété par de multiples toolboxes, c'est-à-dire des boîtes à outils. Celles-ci sont des bibliothèques de fonctions dédiées à des domaines particuliers. Nous pouvons citer par exemple : l'Automatique, le traitement du signal, l'analyse statistique, l'optimisation...

Dans le cadre de la régulation automatique, MATLAB constitue un outil puissant d'analyse des systèmes dynamiques linéaires car il permet de déterminer de multiples caractéristiques dans les domaines, temporel et fréquentiel, ainsi que les réponses pour l'étude du comportement de ces systèmes dans les deux domaines.

III.4.2 Introduction à Simulink

Simulink est l'extension graphique de MATLAB permettant de représenter les fonctions mathématiques et les systèmes sous forme de diagramme en blocs, et de simuler le fonctionnement des systèmes linéaires et non linéaires.

Son interface est présentée par la figure suivante :

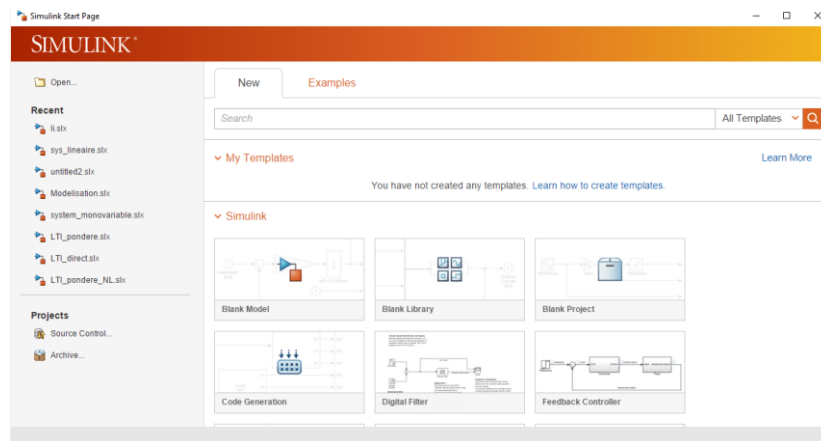


Figure III. 3 : Interface de Simulink

III.4.3 Schéma bloc des modèles Simulink

La figure (III. 4) ci-dessous représente le bloc de simulation qui relie le modèle non-linéaire de notre système avec le modèle T-S obtenu, afin de valider ce dernier en comparant les sorties des deux modèles.

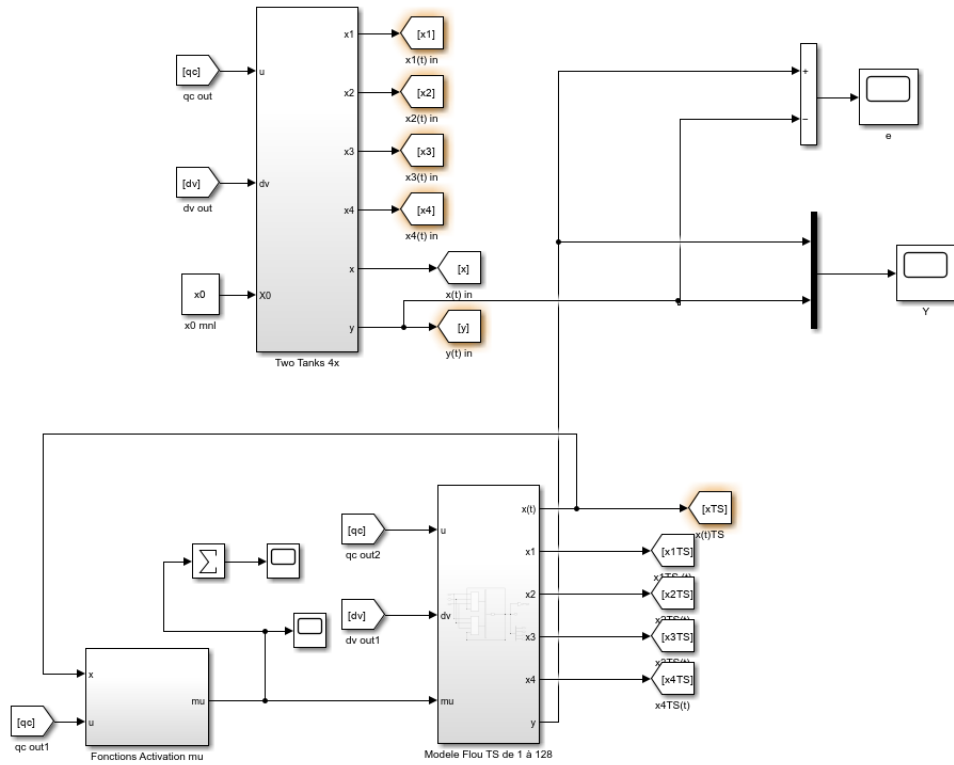


Figure III. 4 : Bloc de simulation du modèle dynamique non-linéaire et modèle TS en boucle ouverte.

La figure (III. 5) qui suit représente le bloc de génération des fonctions d'activation $\mu_i(z_n(x, u))$ à partir des fonctions d'appartenance des éléments non linéaires du système. Alors que la figure (III. 6) représente le modèle TS avec ces 128 sous-systèmes linéaires et la figure la figure (III. 7) représente une partie du modèle TS du sous-système 1 à 4 pour faciliter la lecture du schéma de simulation.

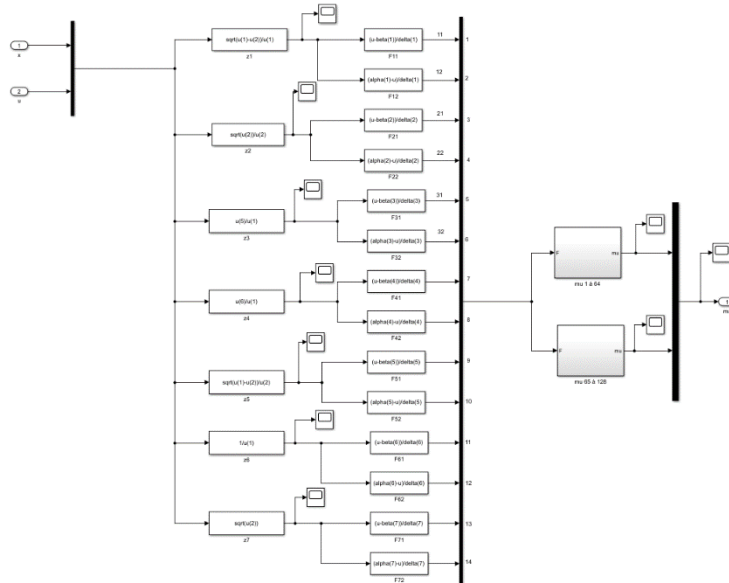


Figure III. 5 : Bloc de génération des fonctions d'activation μ_i

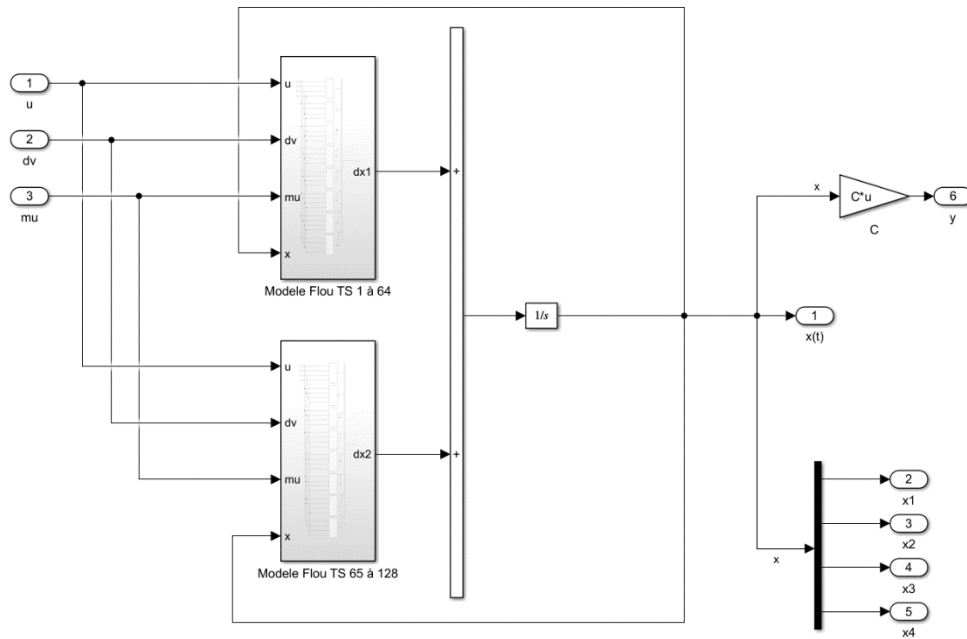


Figure III. 6 : Bloc du modèle TS.

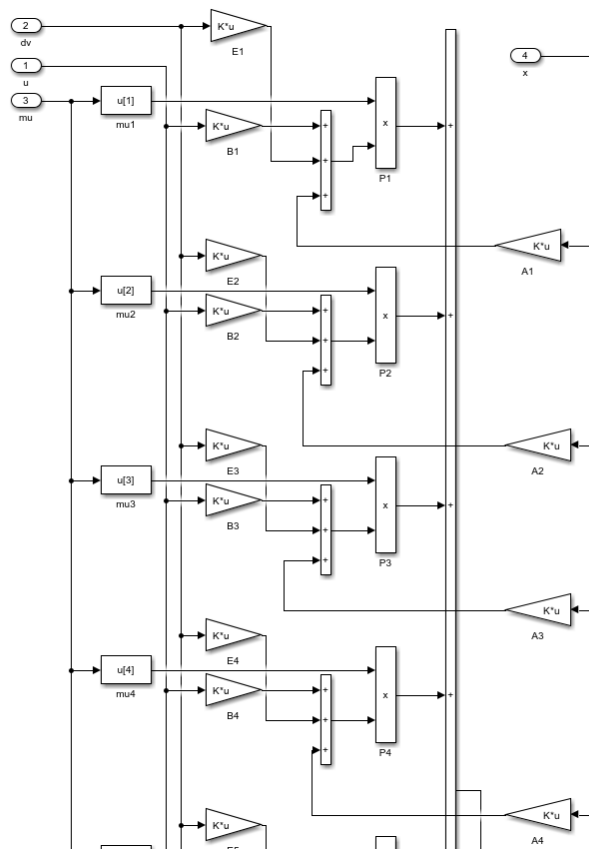


Figure III. 7 : Bloc du modèle TS du sous-système 1 à 4.

III.4.4 Résultats de simulation

III.4.4.1 Sans effet des perturbations ($dv1=dv2=dv3=0$)

A. 1ère simulation :

Nous faisons une comparaison entre les deux modèles, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Point de fonctionnement de départ : } [2.5 \ 2.0 \ 45.0 \ 45.0]^T \\ \text{Conditions Initiales : } [0.1 \ 0.05 \ 25.0 \ 20.0]^T \\ \text{L'intervalle de temps : } [0 - 2000] \text{ sec} \\ \text{Le pas de simulation : } 0.1 \text{ sec} \end{array} \right.$$

Les figures ci-dessous représentent les résultats de la simulation en boucle ouverte sans l'effet des perturbations ainsi que l'erreur entre les deux.

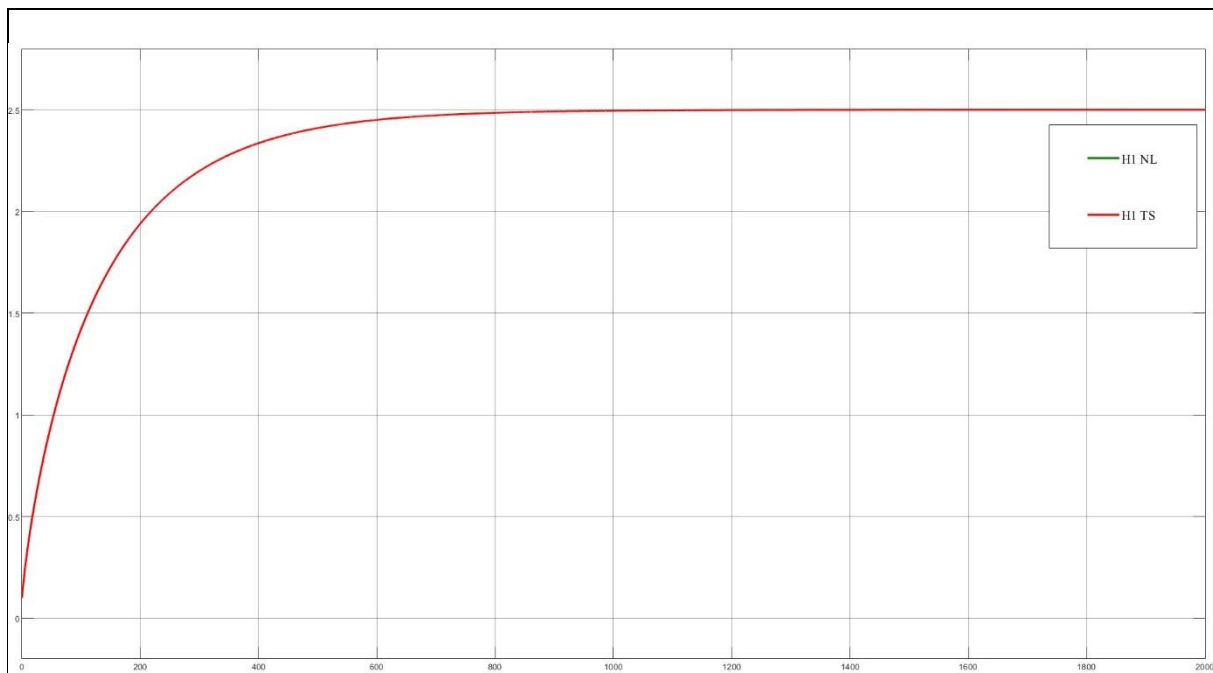
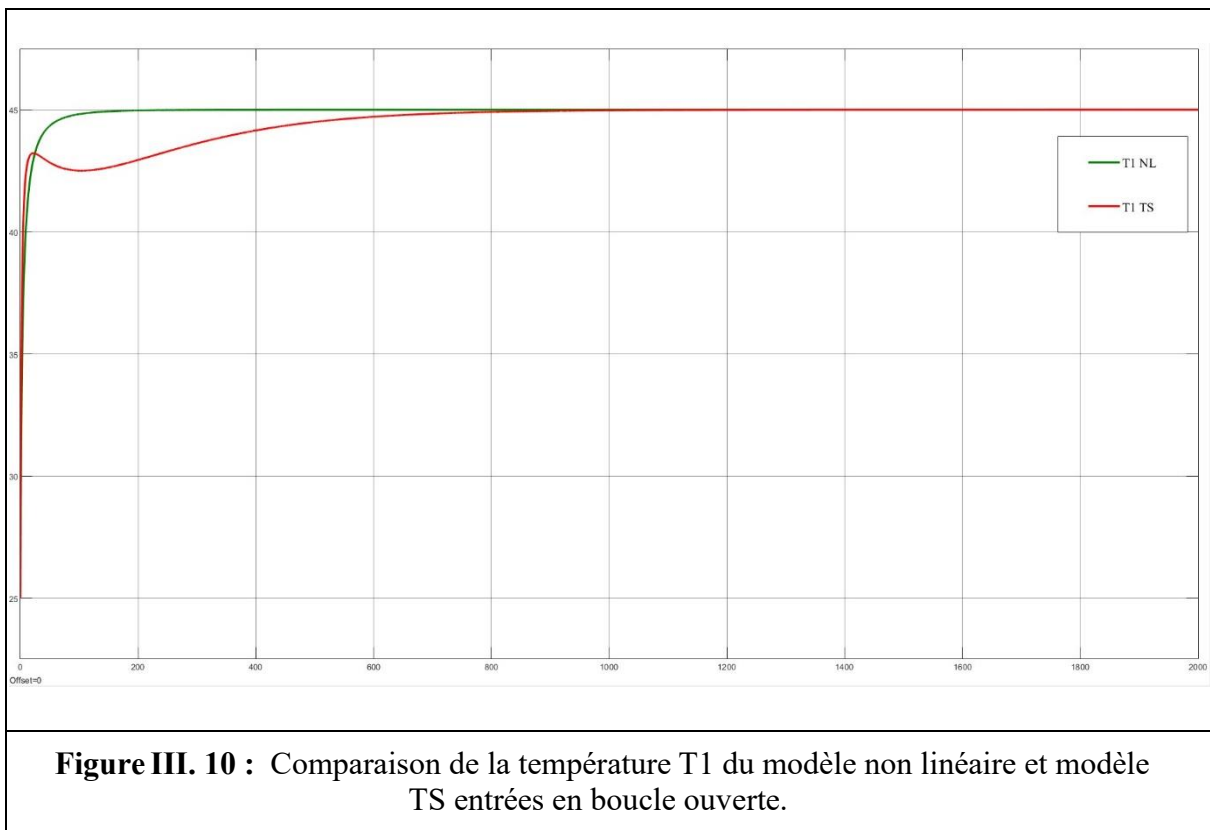
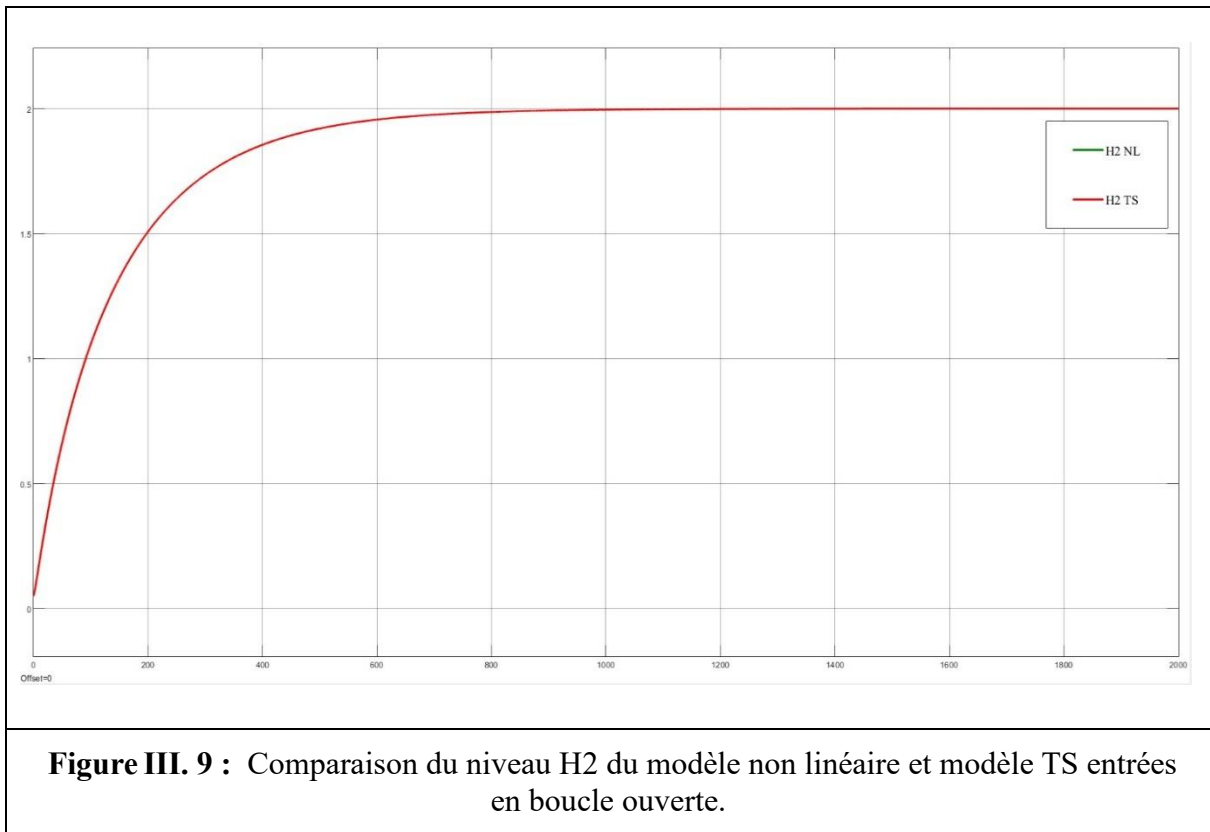


Figure III. 8 : Comparaison du niveau H1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte.



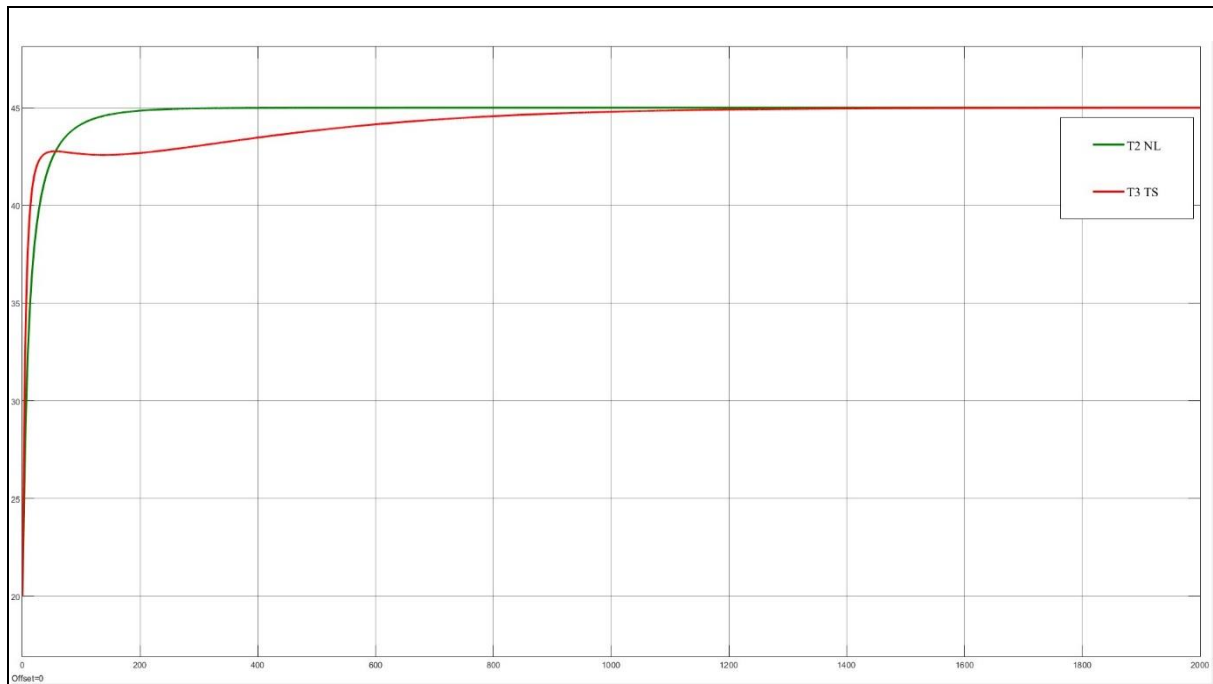


Figure III. 11 : Comparaison de la température T2 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte.

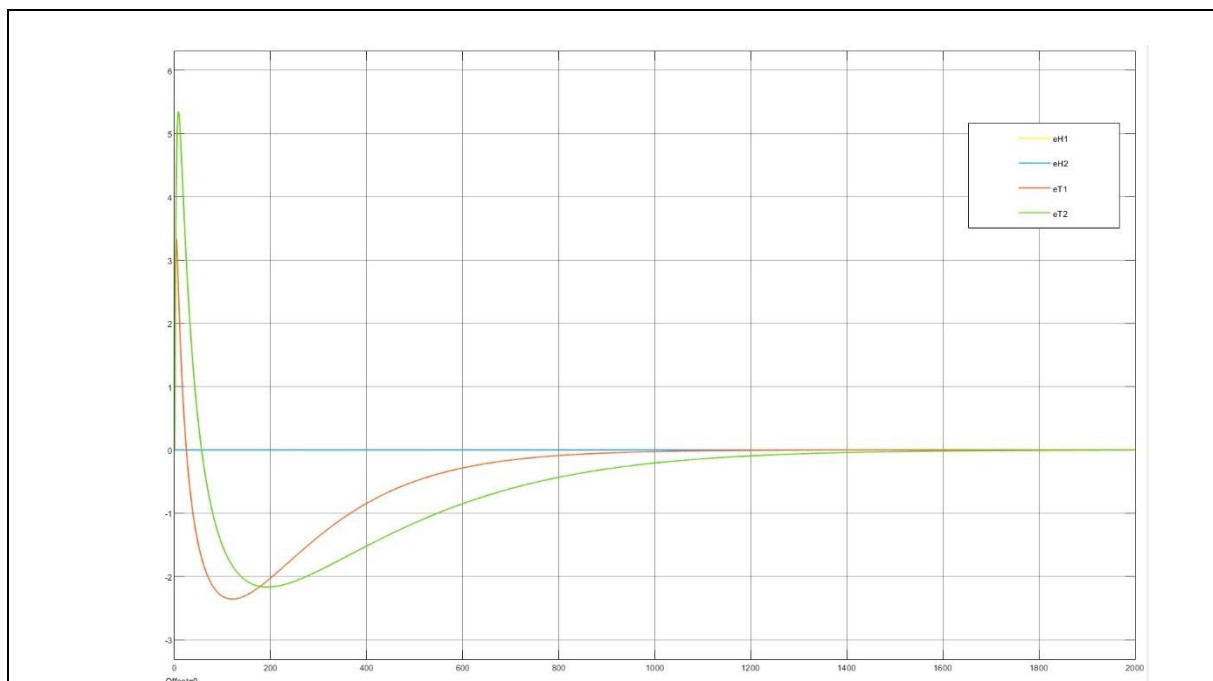
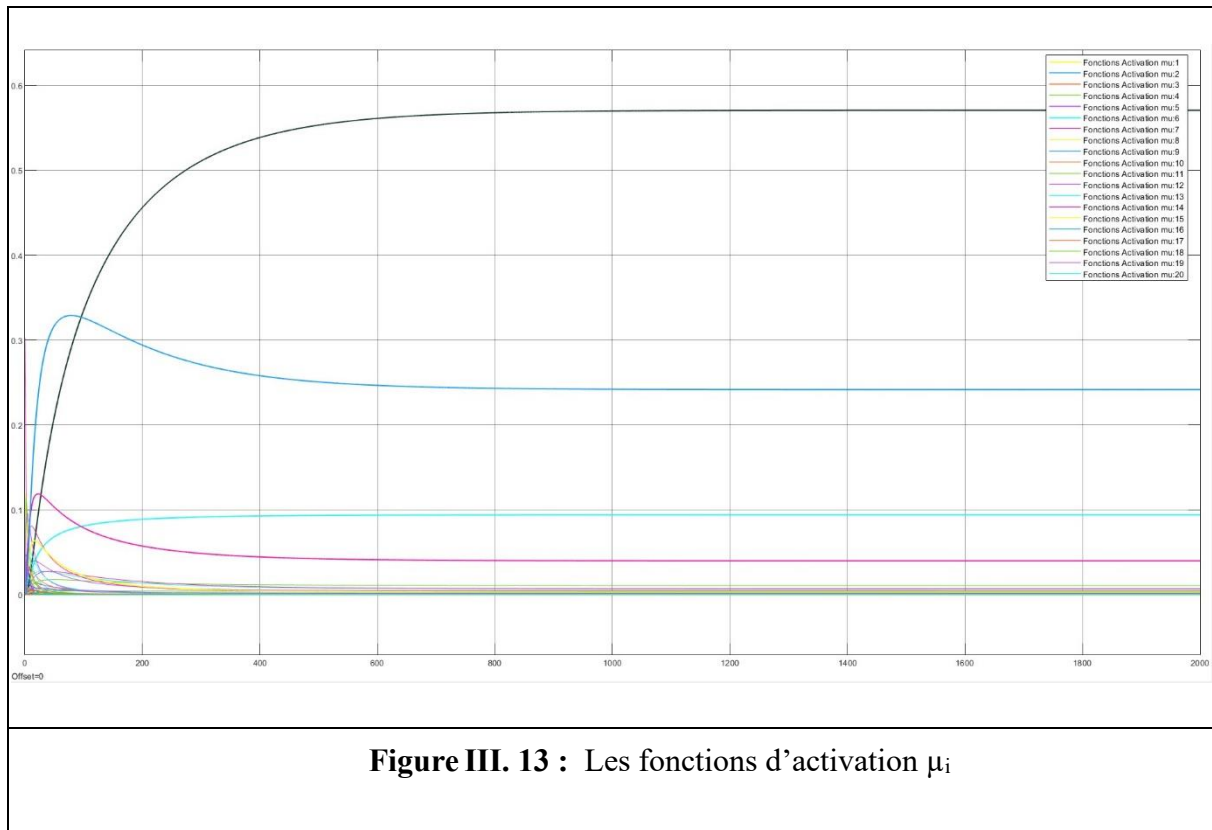


Figure III. 12 : Les erreur (les différences entre les sorties du modèle TS et le modèle non linéaire)



B. Interprétation des résultats de la 1ère simulation :

- **Pour les niveaux :** Les réponses du modèle TS et du modèle non-linéaire sont presque identiques que ce soit en régime transitoire qu'en régime permanent avec une erreur presque nulle (de $\pm 10^{-5}$) et cela est le cas aussi pour la réponse des deux modèles à la variation de perturbation $\Delta v1$.
- **Pour les températures :** Les réponses du modèle TS et du modèle non-linéaire sont relativement moins similaires en régime transitoire et présente une erreur inférieure à 5%.
- **Les fonctions d'activation μ_i** respectent les conditions requises, $0 \leq \mu_i < 1$ et la somme des μ_i est égale à 1.

C. 2ème simulation :

Nous faisons une comparaison entre les deux modèles pour un autre point de fonctionnement, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Point de fonctionnement de départ : } [2 \ 1.5 \ 40.0 \ 40.0]^T \\ \text{Conditions Initiales : } [0.1 \ 0.05 \ 25.0 \ 20.0]^T \\ \text{L'intervalle de temps : } [0 - 5000]\text{sec} \\ \text{Le pas de simulation : } 0.1 \text{ sec} \end{array} \right.$$

Dans ce cas, les valeurs de la commande u sont : $u = [0.0132 \ 0.0264]$.

Comme la simulation précédente, les figures ci-dessous représentent les résultats de la simulation en boucle ouverte sans l'effet des perturbations ainsi que l'erreur entre les deux.

Nous souhaitons voir si le modèle TS est assez performant même pour un autre point de fonctionnement.

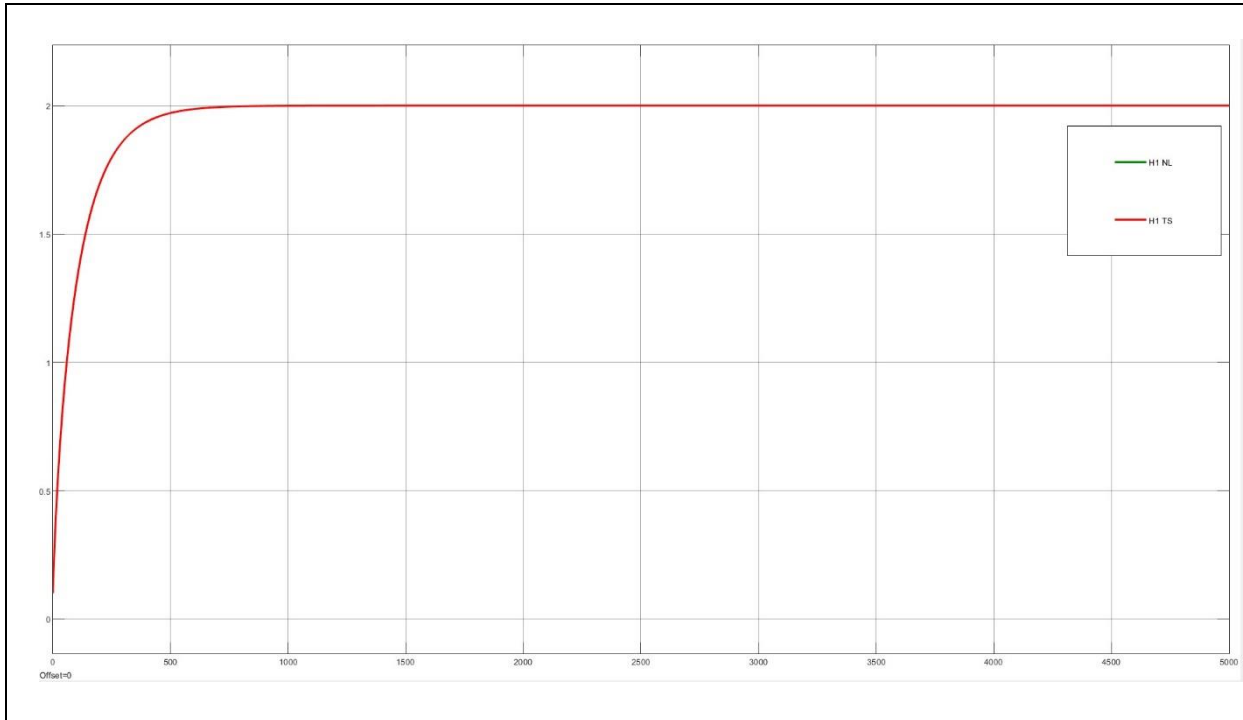


Figure III. 14 : Comparaison du niveau H1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte de la 2ème simulation.

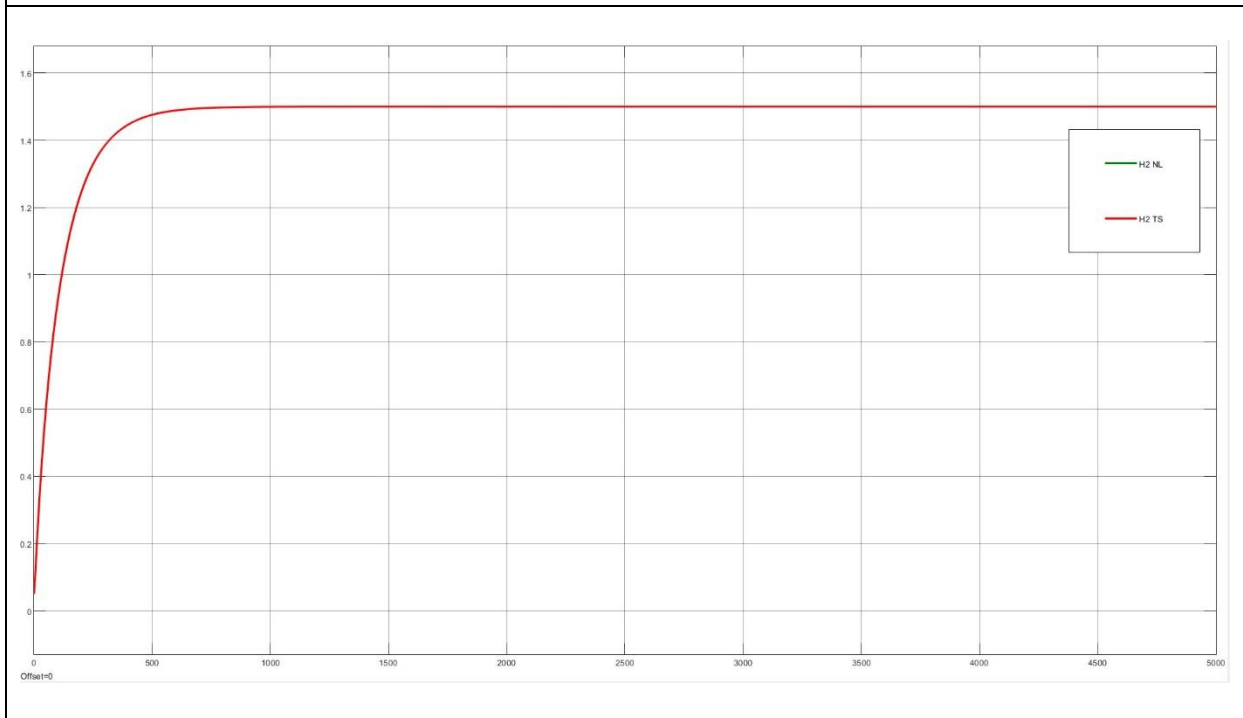


Figure III. 15 : Comparaison du niveau H2 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte de la 2ème simulation.

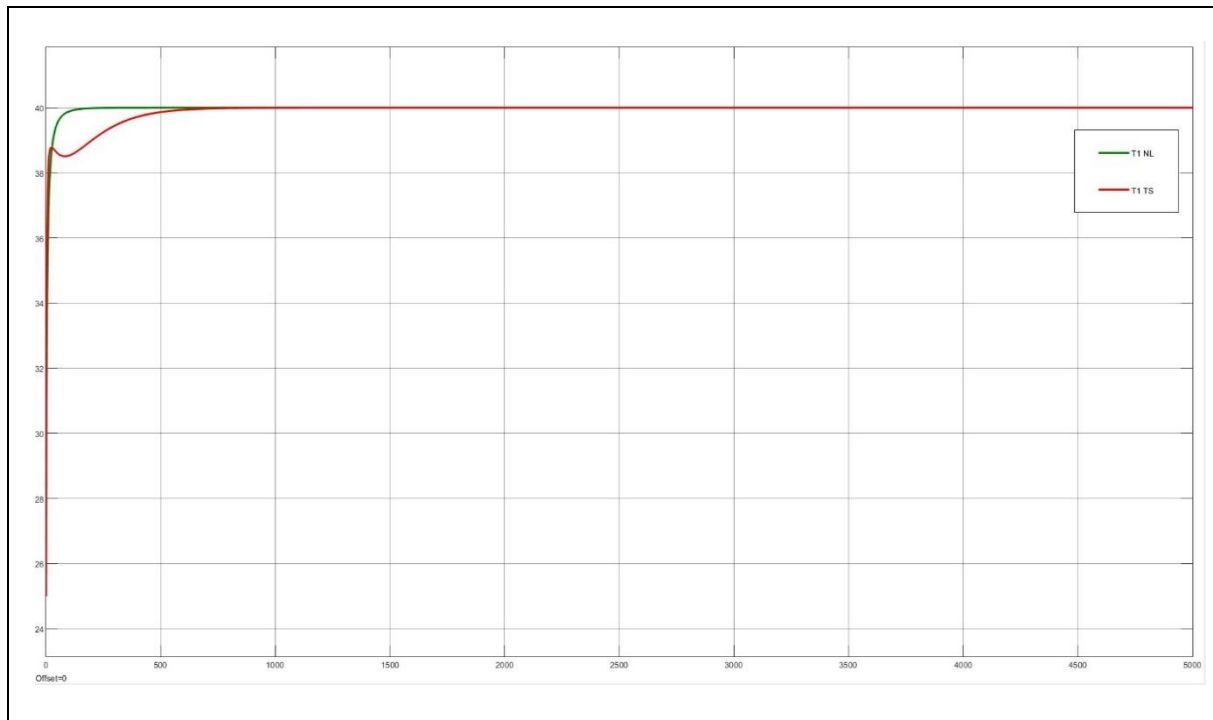


Figure III. 16 : Comparaison de la température T1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte de la 2ème simulation.

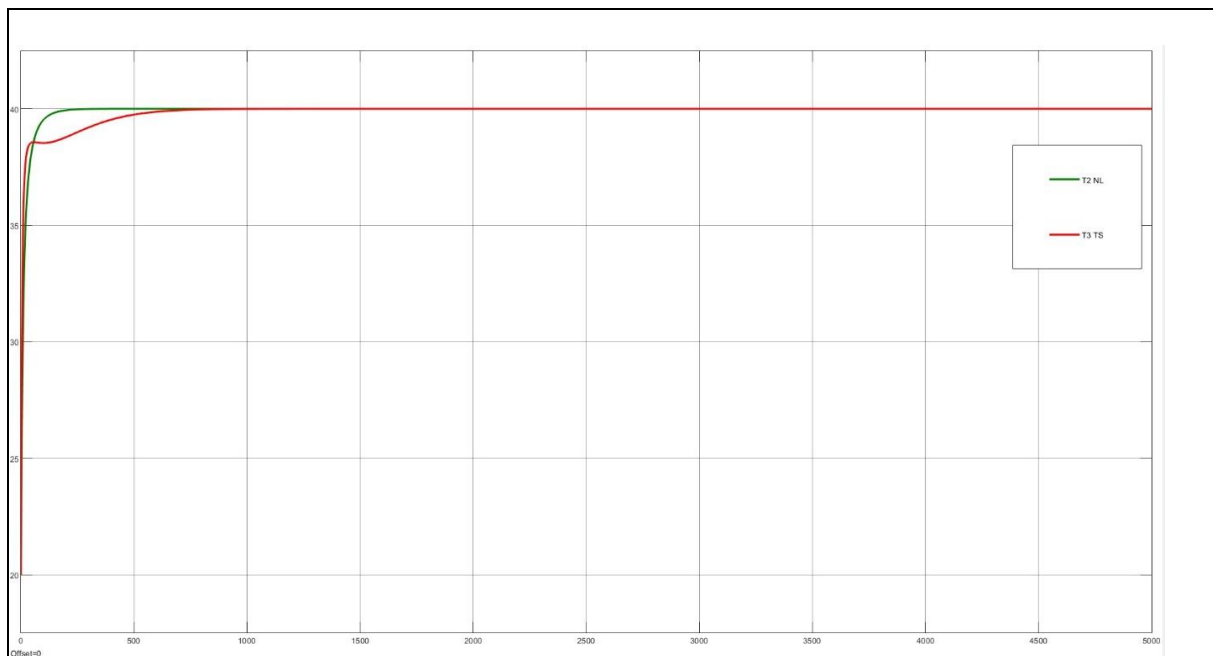


Figure III. 17 : Comparaison de la température T2 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte de la 2ème simulation.

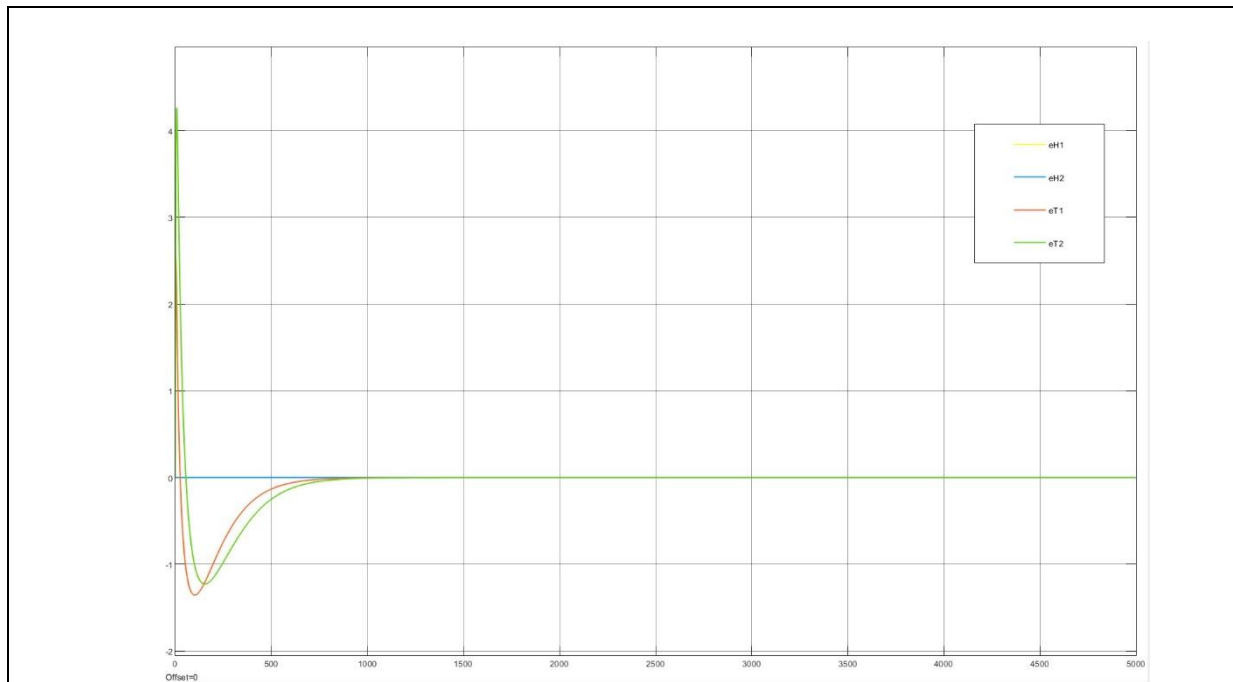


Figure III. 18 : Les erreur (les différences entre les sorties du modèle TS et le modèle non linéaire) de la 2ème simulation

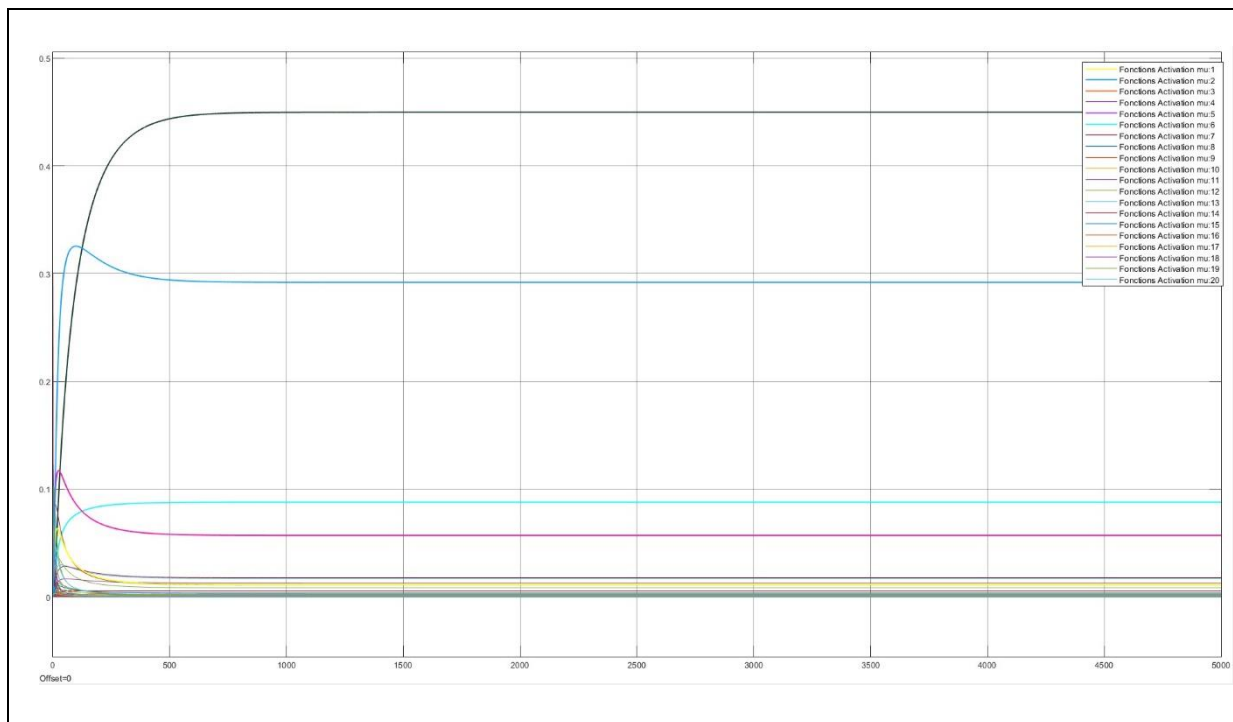


Figure III. 19 : Les fonctions d'activation μ_i de la 2ème simulation.

D. Interprétation des résultats de la 2ème simulation :

- À la suite de simulations réalisées avec plusieurs points de fonctionnement, il est clairement démontré que cette approche garantit une performance constante sur l'ensemble du domaine opérationnel. Contrairement à la linéarisation, qui se restreint à une région spécifique autour du point de fonctionnement choisi, le modèle TS maintient une précision uniforme, quelle que soit la position du système dans son domaine opérationnel.
- Néanmoins, il convient de souligner l'importance cruciale de vérifier et de calibrer minutieusement les bornes des éléments non linéaires du modèle après chaque changement de point de fonctionnement. Cette procédure garantit que les fonctions d'activation demeurent cohérentes et évite toute dérive non souhaitée du modèle. Le réglage précis de ces bornes représente une étape critique pour préserver la fiabilité et les performances du modèle TS, en assurant une adéquate capture des non-linéarités du système sur l'ensemble de son domaine opérationnel.

III.4.4.2 Avec effet des perturbations

Nous faisons une comparaison entre les deux modèles soumis aux variations de perturbations suivantes :

- $\Delta v1 = +0.05 \times v10 \times (t > 1000 \ \& \ t \leq 1625);$
- $\Delta v2 = -0.05 \times v20 \times (t > 2000 \ \& \ t \leq 2500);$
- $\Delta v3 = +0.05 \times v30 \times (t > 3000 \ \& \ t \leq 3500);$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Point de fonctionnement de départ : } [2 \ 1.5 \ 40.0 \ 40.0]^T \\ \text{Conditions Initiales : } [0.1 \ 0.05 \ 25.0 \ 20.0]^T \\ \text{L'intervalle de temps : } [0 - 5000] \text{ sec} \\ \text{Le pas de simulation : } 0.1 \text{ sec} \end{array} \right.$$

Les figures ci-dessous représentent les résultats de la simulation en boucle ouverte avec l'effet des perturbations ainsi que l'erreur entre les deux et les fonctions d'activation.

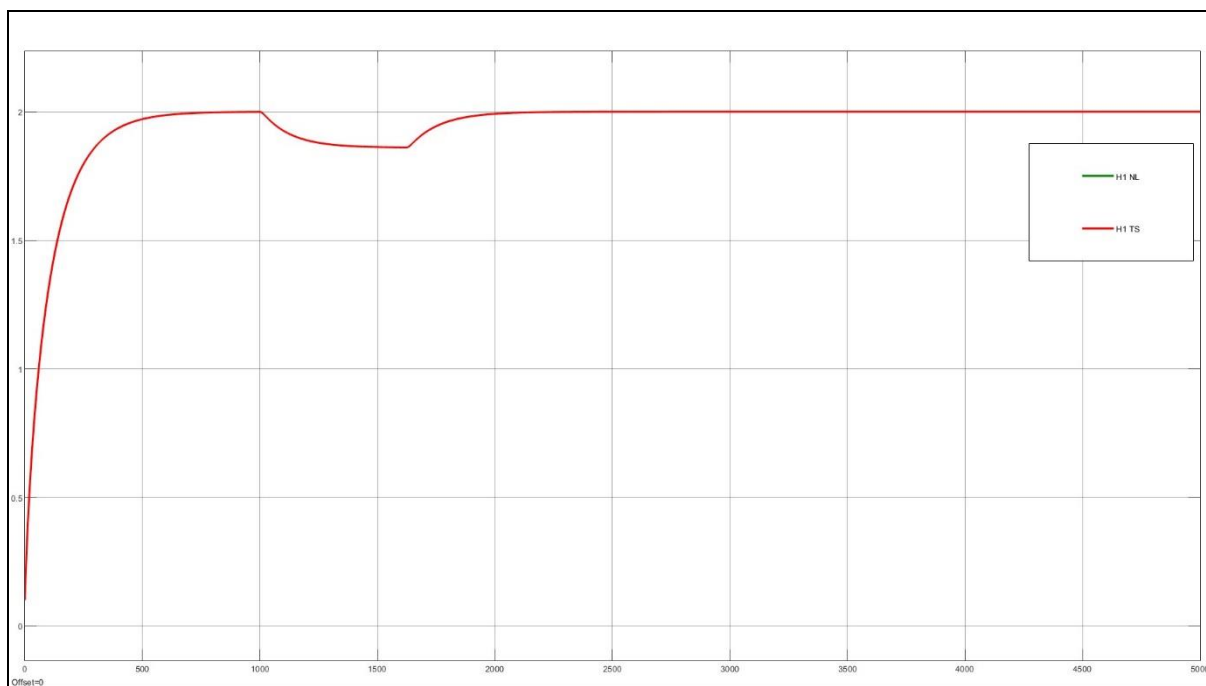


Figure III. 20: Comparaison du niveau H1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte avec l'effet des perturbations.

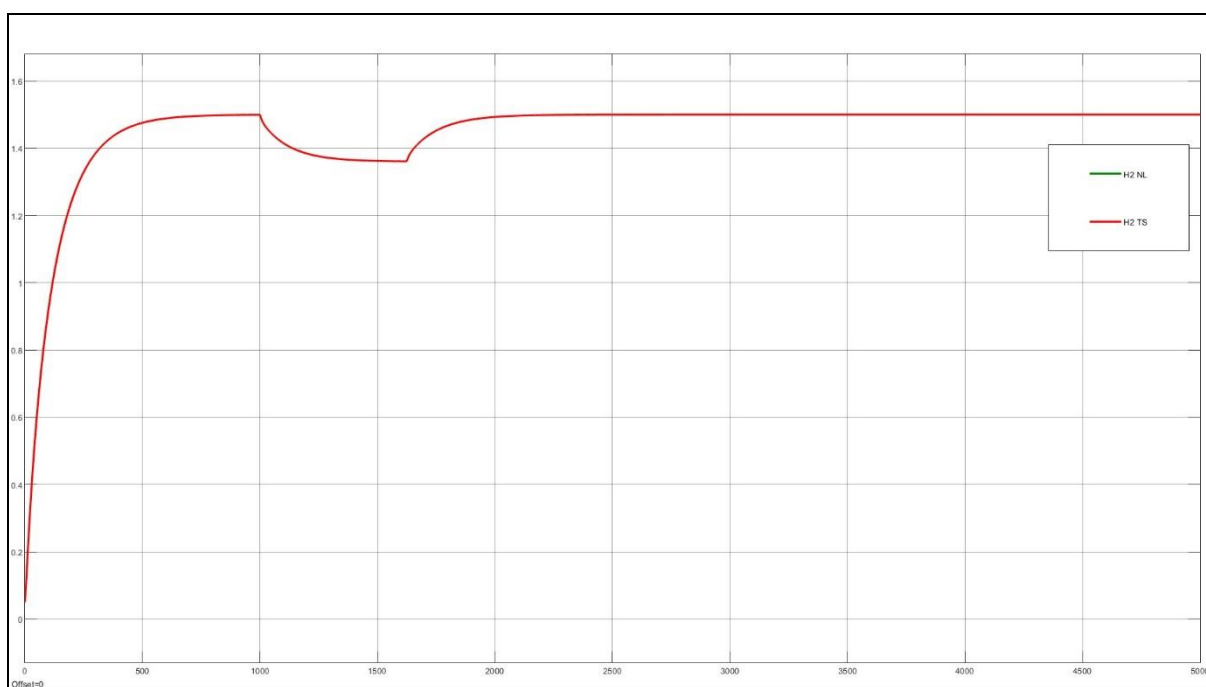


Figure III. 21 : Comparaison du niveau H2 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte avec l'effet des perturbations.

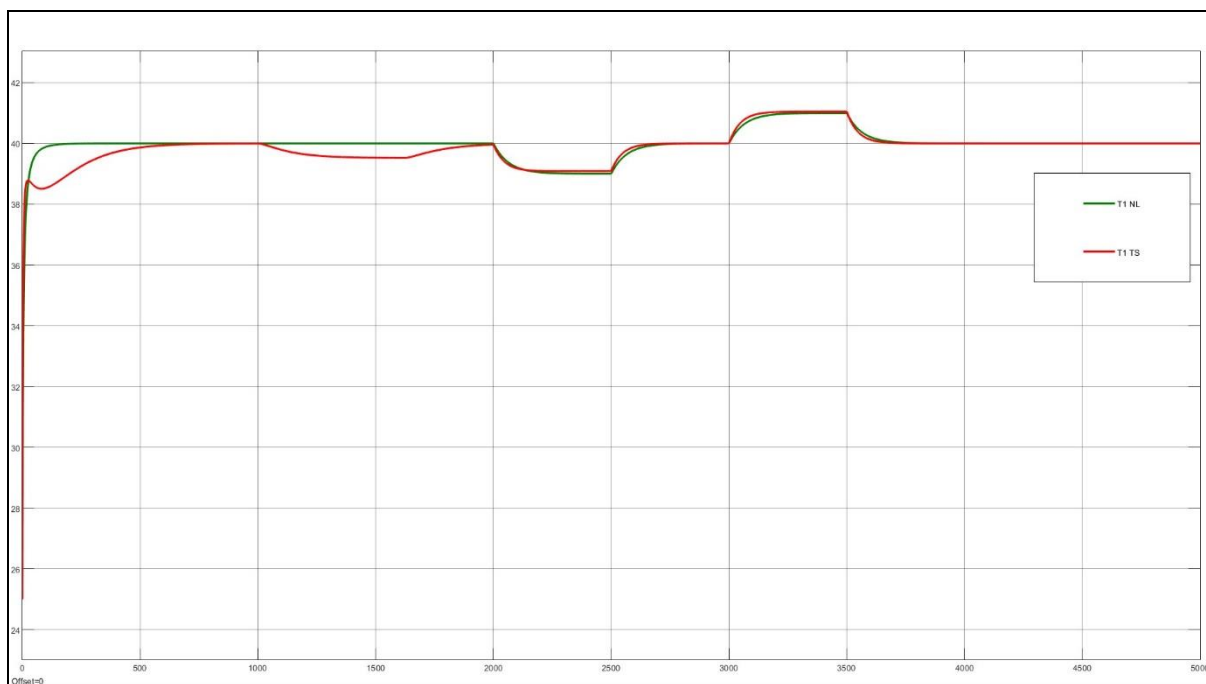


Figure III. 22 : Comparaison de la température T1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte avec l'effet des perturbations.

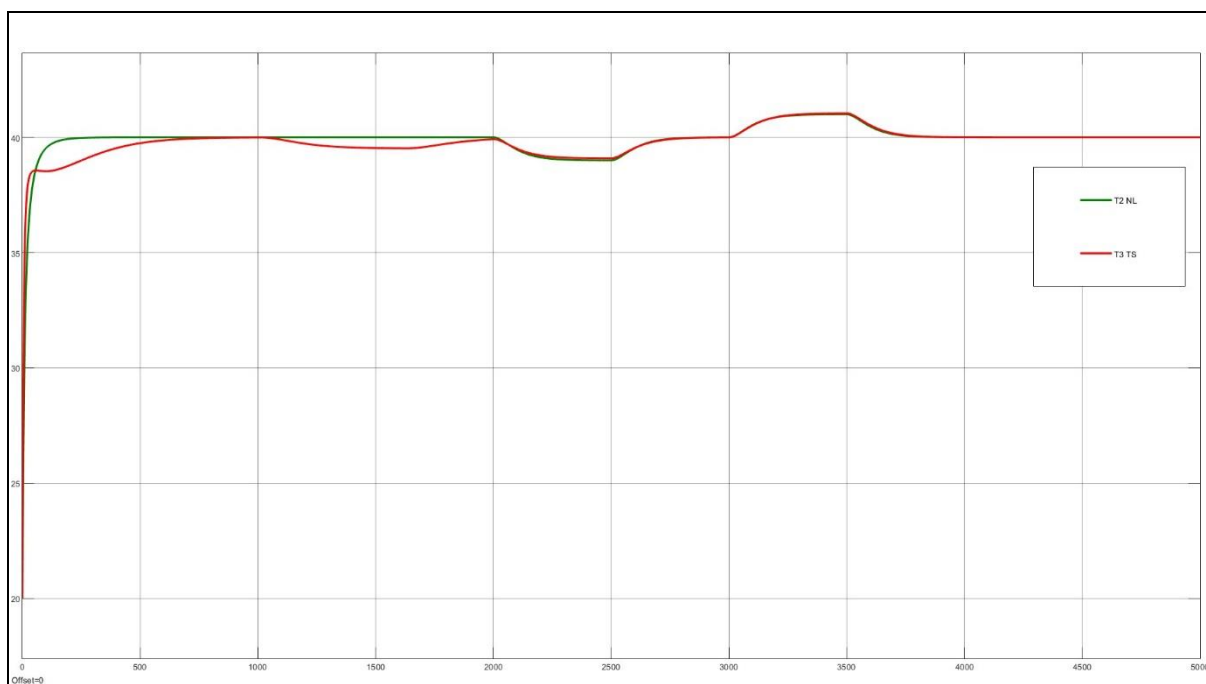


Figure III. 23 : Comparaison de la température T2 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte avec l'effet des perturbations.

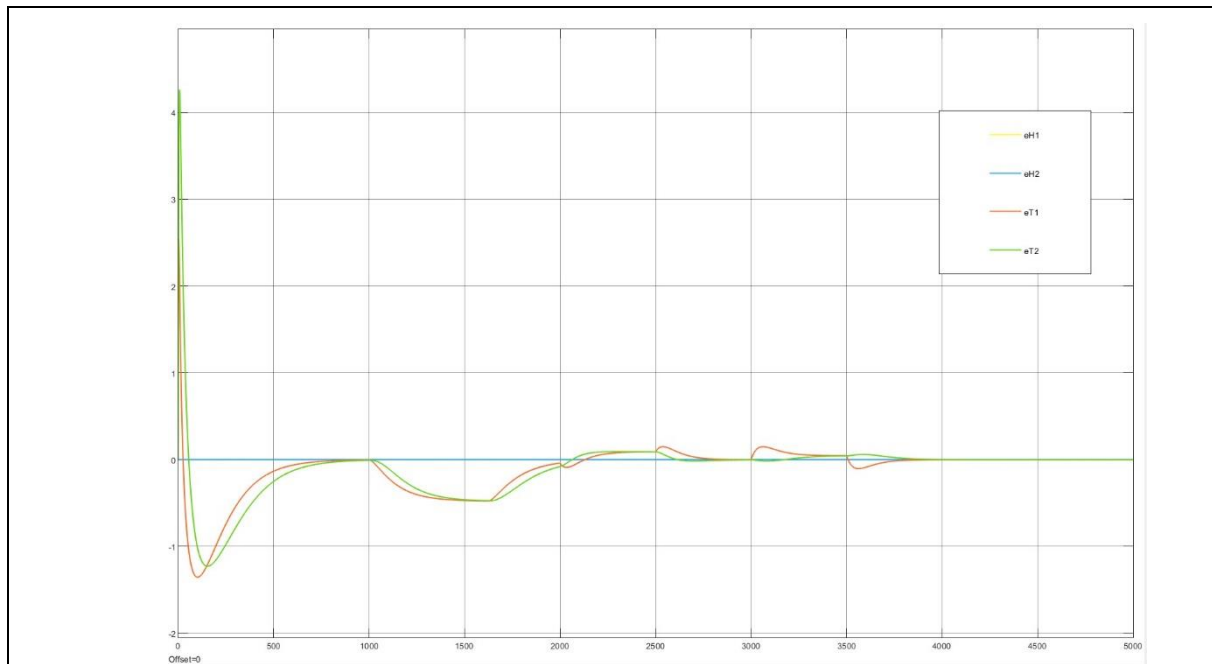


Figure III. 24 : Les erreur (les différences entre les sorties du modèle TS et le modèle non linéaire avec l'effet des perturbations)

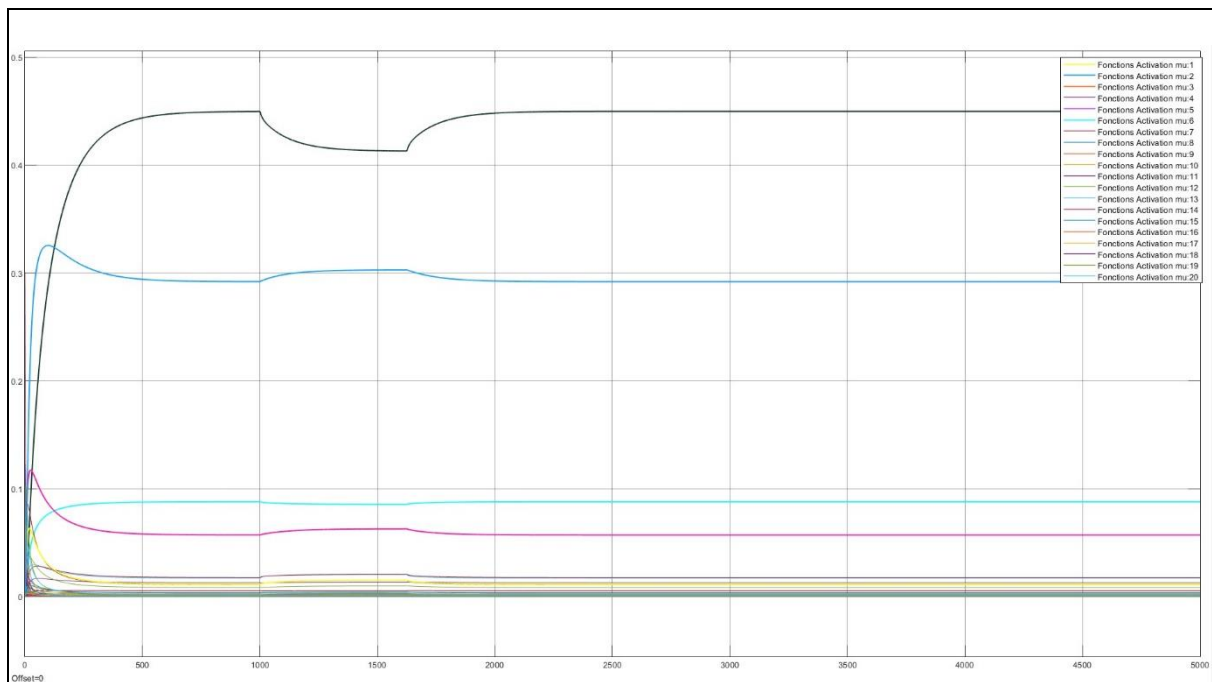


Figure III. 25 : Les fonctions d'activation μ_i avec l'effet des perturbations

Interprétation des résultats :

- **Pour les niveaux :** Les réponses du modèle TS est identique à celle du modèle non-linéaire que ce soit en régime transitoire qu'en régime permanent avec une erreur presque nulle (de $\pm 10^{-5}$) cela même dans le cas de la réponse du modèle aux effets de la variation de perturbation dv_1 sur les deux niveaux h_1 et h_2 ;
- **Pour les températures :** Les réponses du modèle TS et du modèle non-linéaire sont relativement moins similaires en régime transitoire avec une erreur de $\pm 5\%$). Pour la réponse aux effets de la perturbation et en régime permanent on remarque que l'erreur est presque nulle (de $\pm 10^{-3}\%$), cependant on remarque que dv_1 influence aussi les températures dans le modèle TS.
- **Les fonctions d'activation μ_i** respectent toujours les conditions requises, $0 \leq \mu_i < 1$ et la somme des μ_i est égale à 1 et reflètent également l'influence des perturbations.

III.5 Conclusion

En conclusion, dans ce chapitre, nous avons exploré l'application de l'approche des modèles de Takagi-Sugeno (TS) à la modélisation d'un système hydro-thermique complexe. Cette méthode s'est avérée être une approche puissante pour représenter avec précision le comportement dynamique du système, en particulier lorsque celui-ci présente des non-linéarités importantes.

L'approche TS nous a permis d'obtenir une représentation relativement exacte du système en utilisant l'approche des secteurs non-linéaires. Cette approche a l'avantage de fournir une structure mathématique simple et exploitable pour la conception de régulateurs et d'analyses de système.

Cependant, comme cela a été souligné, notre système hydro-thermique comportait un degré significatif de non-linéarité. En conséquence, l'application de l'approche TS a conduit à un nombre considérable de sous-systèmes linéaires, soit 128 dans notre cas. Cette prolifération de sous-systèmes reflète les limites de la méthode dans le contexte de systèmes fortement non linéaires.

Bien que l'approche TS offre une grande précision en termes de modélisation, elle peut également engendrer une complexité importante en raison du nombre élevé de sous-modèles nécessaires pour couvrir l'ensemble de la plage de fonctionnement du système. Par conséquent, la gestion de cette complexité et la conception de régulateurs robustes à partir de ces modèles TS peuvent devenir des défis significatifs.

En résumé, l'approche TS s'est avérée être une méthode efficace pour modéliser notre système hydro-thermique complexe, mais elle met également en évidence la nécessité de trouver un équilibre entre la précision de la modélisation et la complexité associée, en particulier dans le cas de systèmes fortement non linéaires. Cette conclusion souligne l'importance de choisir judicieusement l'approche de modélisation en fonction des caractéristiques spécifiques du système étudié.

Chapitre 4

Analyse de stabilité et
stabilisation des modèles
flous TS.

Chapitre 4 : Analyse de stabilité et stabilisation des modèles flous TS.

IV.1 Introduction

Dans le domaine de la modélisation et de la commande des systèmes dynamiques, l'analyse de stabilité joue un rôle essentiel pour garantir le fonctionnement optimal des systèmes de contrôle, en particulier lorsque l'on traite avec des systèmes complexes et non linéaires. Ces dernières années, de nombreuses recherches ont été consacrées à la stabilité et à la stabilisation des systèmes non linéaires, en particulier ceux qui sont décrits par des modèles flous de Takagi-Sugeno. Une approche fréquemment employée pour cette analyse de stabilité est la méthode de Lyapunov quadratique, qui, bien qu'efficace, impose des exigences contraignantes et fournit des conditions de stabilité suffisantes.

L'analyse de stabilité des modèles flous repose sur la quête d'une matrice commune, symétrique et définie positive, assurant la stabilité de tous les modèles locaux. Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées à travers des inégalités linéaires matricielles (LMI). Ce chapitre se propose d'étudier la stabilité et la stabilisation du modèle TS élaboré au cours des chapitres précédents. Notre approche tout au long de ce chapitre se base sur l'utilisation de fonctions de Lyapunov, dans le but de déterminer une matrice symétrique et définie positive, ainsi que la fonction de Lyapunov associée, permettant d'établir des conditions de stabilité simples.

De plus, ce chapitre explorera l'analyse de stabilité dans le contexte des modèles multi-modèles Takagi-Sugeno (TS). Bien que cette approche se soit révélée précieuse pour la modélisation de systèmes complexes et non linéaires, se pose la question de sa praticité en ce qui concerne l'analyse et la synthèse du contrôle, étant donné son objectif principal de simplification. Notre objectif est d'examiner comment ces modèles multi-modèles TS, en décomposant le système en sous-modèles locaux, permettent de maintenir la stabilité globale du système, tout en simplifiant la tâche des ingénieurs chargés de la commande des systèmes complexes et non linéaires.

IV.2 Inégalités Matricielles Linéaires (LMI)

IV.2.1 Définition d'une LMI

Une Inégalité Matricielle Linéaire est une contrainte du type :

$$F(x) = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i x_i < 0 \quad (\text{IV.1})$$

Où $(x_1 \dots x_n)^t \in \mathbb{R}^n$ est un vecteur de « n » scalaires inconnus (variables de décision) et $A_0 \dots A_n$, sont des matrices symétriques données appartenant à $\mathbb{R}^{n \times n}$, (< 0) signifie que la matrice $F(x)$ est définie négative.

Il existe également des LMI non strictes de la forme $F(x) \leq 0$ où (≤ 0) signifie que la matrice $F(x)$ est semi définie négative.

Les contraintes $A(x) > 0$ et $A(x) < B(x)$ sont des cas particuliers de (IV.1) puisqu'elles peuvent être écrites comme $-A(x) < 0$ et $A(x) - B(x) < 0$

Plusieurs LMI sous la forme : et $A_1(x) < 0, \dots, A_n(x) < 0$ peuvent se regrouper en une seule LMI : $F(x) = \text{diag}(A_1(x), \dots, A_n(x)) < 0$.

L'ensemble C défini par $c = \{x \in \mathbb{R}^n / A(x) < 0\}$ est convexe. Par conséquent, une contrainte LMI est une contrainte convexe.

IV.2.2 Problèmes génériques LMI

Il existe trois grandes classes de problèmes d'optimisation avec des contraintes qui peuvent être exprimées au moyen de LMI.

- **Problème de faisabilité :**

Trouver une solution $x \in \mathbb{R}^n$ à la LMI $A(x) < 0$.

- **Problème de minimisation d'un objectif linéaire :**

$\min_{x \in \mathbb{R}^n} C^t x$ sous la contrainte $A(x) < 0$.

- **Problème de valeur propre généralisée :**

$$\min_{\gamma \in \mathbb{R}^n, x \in \mathbb{R}^n} \gamma \text{ sous les contraintes } \begin{cases} \gamma A(x) < B(x) \\ A(x) > 0 \\ C(x) < 0 \end{cases}$$

Il convient de remarquer que les deux premiers problèmes sont convexes et que le dernier est quasi convexe. Ces propriétés de convexité font que les trois types de problèmes LMI peuvent être résolus numériquement par des algorithmes d'optimisation efficaces dont le temps de calcul est une fonction polynomiale de nombre de variables.

Dans ce mémoire, le premier type de problèmes sera rencontré et sera résolu par utilisation de la boîte à outil Matlab LMI Control Toolbox.

Afin de ramener un problème d'inégalités matricielles quelconque à un problème LMI équivalent, on dispose d'un certain nombre d'outils permettant d'effectuer des transformations sur le problème initial. En effet, la mise sous forme LMI d'un problème d'optimisation consiste dans un premier temps à traduire les contraintes par des inégalités matricielles que l'on tente ensuite de rendre affine en fonction des variables d'optimisation [28].

IV.3 Stabilité des modèles Takagi-Sugeno

L'étude de la stabilité des modèles Takagi-Sugeno s'effectue principalement en utilisant la méthode directe de Lyapunov. Cette méthode implique le choix d'une fonction candidate de Lyapunov qui est le premier élément dans l'étude de la stabilité [28].

IV.3.1 Stabilité quadratique

Les modèles flous de Takagi-Sugeno sont composés d'un ensemble de modèles linéaires interconnectés par des fonctions non linéaires vérifiant la propriété de somme convexe. Ils peuvent s'écrire en boucle ouverte sous la forme suivante[25] :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \quad (\text{IV. 2})$$

Dans cette section, nous présentons les conditions suffisantes de stabilité quadratique utilisant l'approche de Lyapunov.

La fonction candidate de Lyapunov la plus couramment utilisée est définie par :

$$V(x(t)) = x^T(t) \cdot P \cdot x(t) \quad \text{pour} \quad P = P^T > 0 \quad (\text{IV. 3})$$

IV.3.1.1 Cas des modèles TS continu

Le modèle de Takagi-Sugeno en régime libre dans le cas continu est :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t)$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la dérivée de la fonction de Lyapunov:

$$\begin{aligned} \frac{dV(x(t))}{dt} &= \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \right)^T \cdot P \cdot x(t) + x^T(t) \cdot P \cdot \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \right) \\ \frac{dV(x(t))}{dt} &= x^T(t) \cdot \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i^T P + P A_i) \right) \cdot x(t) \end{aligned} \quad (\text{IV. 4})$$

Puisque les fonctions μ_i sont toujours positives, l'étude de la stabilité quadratique revient donc à résoudre le problème résumé dans le théorème suivant qui basé sur la seconde méthode de Lyapunov donne les conditions suffisantes permettant de garantir la stabilité de modèles flous continus.

Théorème 1 : *Le modèle flou continu est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ telle que : $A_i^T P + P A_i < 0 \quad \forall i = 1, \dots, r$*

IV.3.1.2 Cas des modèles discret

Le modèle de Takagi-Sugeno en régime libre dans le cas discret est :

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) A_i x(k) \quad (\text{IV.5})$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la dérivée de la fonction de Lyapunov:

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) A_i x(k) \right)^T \cdot P \cdot \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) A_i x(k) \right) - x^T(t) \cdot P \cdot x(t) \\ \Delta V(x(k)) &= x^T(t) \cdot \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i^T P A_i - P) \right) \cdot x(t) \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

L'étude de la stabilité quadratique revient à résoudre le problème résumé dans le théorème suivant :

Théorème 2 : *Le modèle flou discret est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ telle que : $A_i^T P A_i - P < 0 \quad \forall i = 1, \dots, r$*

IV.3.2 Stabilité non quadratique

Les conditions nécessaires sur l'existence d'une matrice symétrique définie positive P commune aux « r » modèles locaux montre clairement le conservatisme de la méthode. C'est la raison pour laquelle certains systèmes sont stables alors qu'il n'existe pas de matrice symétrique définie positive commune.

Pour cette section nous étudions la stabilité d'un système TS par l'approche non quadratique où la fonction de Lyapunov du modèle global, construite par agrégation de fonctions de Lyapunov quadratiques relatives à chaque modèle local, est dépendante de l'état mais comme pour ce travail nous nous intéressons uniquement à la stabilité quadratique nous n'allons pas rentrer dans les détails pour les développements.

Un certain nombre de travaux proposent également des fonctions de Lyapunov non quadratique (dite aussi polyquadratique) de la forme :

$$V(x(t)) = x^T(t) \cdot P(x(t)) \cdot x(t) \quad (\text{IV.7})$$

Avec la matrice symétrique définie positive.

$$P(x(t)) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) P_i, \quad P_i = P_i^T > 0 \quad (\text{IV.8})$$

Et $\mu_i(z(t))$ a les mêmes propriétés des fonctions d'activation, et aussi continûment dérivable.

On peut vérifier que la fonction est une fonction candidate de Lyapunov :

$$c_1 \|x(t)\|^2 \leq V(x(t)) \ll c_2 \|x(t)\|^2$$

Avec $c_1 = \max(\lambda_{\min}(P_i)) > 0$, $c_2 = \max(\lambda_{\max}(P_i)) > 0$

On note que l'utilisation de ce type de fonctions suppose que les fonctions d'appartenance du modèle TS sont dérivables et que leurs dérivées sont bornées.

Considérons la dérivée, par rapport au temps, de la fonction candidate de Lyapunov :

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}^T(t) \cdot P(x(t)) \cdot x(t) + x^T(t) \cdot P(x(t)) \cdot \dot{x}(t) + x^T(t) \cdot \dot{P}(x(t)) \cdot x(t) \quad (\text{IV. 9})$$

Théorème 3 : Supposons que les dérivées des fonctions d'appartenance sont bornées. Le modèle flou est stable s'il existe des matrices symétriques définies positives $P_i = P_i^T > 0$ telle que : $\sum_{p=1}^r \phi_p P_p + \frac{1}{2} (A_j^T P_i + P_i A_j + A_i^T P_j + P_j A_i) < 0 \quad \forall i, j = 1, \dots, r \text{ avec } i < j$

IV.4 Stabilisation des modèles Takagi-Sugeno

L'une des premières idées de stabilisation de modèles flous de Takagi-Sugeno consiste à utiliser des retours d'état linéaires. Ces derniers ont vite été supplantés par une loi de commande, qui permet de prendre en compte les non-linéarités des modèles flous, connue sous le nom de PDC (Parallel Distributed Compensation).

Le principe de cette méthode illustrée par la Figure IV.1, est de construire un régulateur par retour d'état pour chaque modèle local. La loi de commande globale est obtenue par l'interpolation des lois de commande linéaires locales.

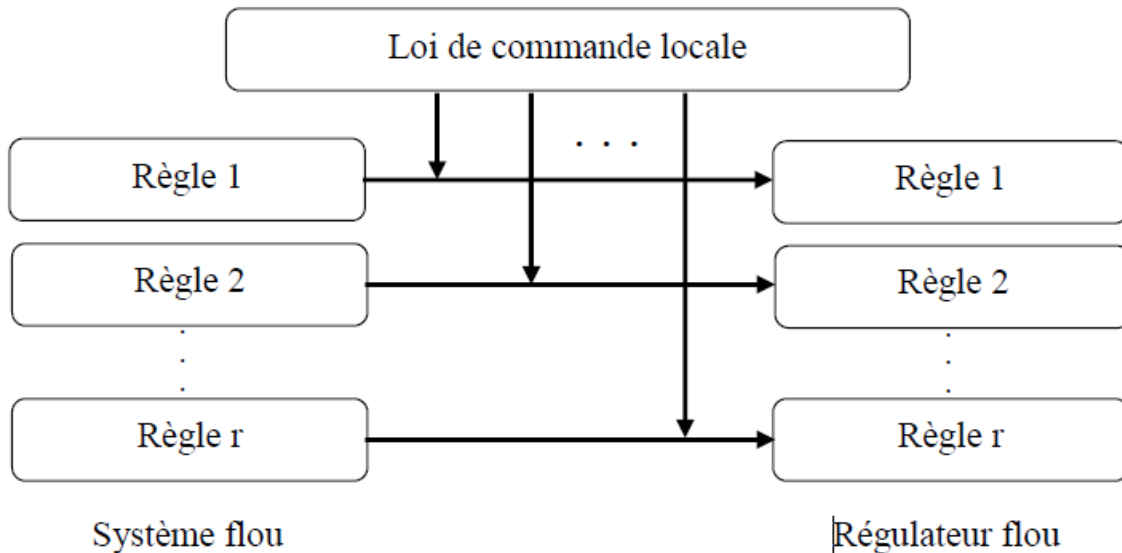


Figure IV. 1 : Principe de la commande PDC

L'avantage majeur de cette loi de commande est de respecter la même structure de découpage des non-linéarités que celle utilisée pour l'obtention du modèle TS. Dans le cas où le modèle TS est obtenu par découpage exact, cette loi de commande est donc valable quel que soit le point du sous espace compact de l'espace d'état.

IV.4.1 Stabilisation des modèles TS continus

Soit le modèle TS continu suivant en boucle fermée :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{IV. 10})$$

Les règles du contrôleur PDC peuvent être écrites sous la forme :

Si $z_1(t)$ est F_1^i et ... et $z_l(t)$ est F_l^i alors $u(t) = -K_i x(t) \quad i = 1, 2, \dots, r$

La loi de commande PDC globale obtenue par interpolation des lois de commande linéaires locales est de la forme :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i x(t) \quad (\text{IV. 11})$$

Où $K_i : i = 1, 2, \dots, r$ est le gain de retour local relatif au $i^{\text{ème}}$ modèle, avec les mêmes $\mu_i(z(t))$ que ceux du modèle flou.

En combinant les deux relations précédentes, la représentation du modèle global en boucle fermée avec une loi de commande PDC est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (\text{IV. 12})$$

Théorème 4 : Le modèle flou continu est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC, s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ qui satisfait les inégalités matricielles suivantes :

$$(A_i - B_i K_j)^T \cdot P + P \cdot (A_i - B_i K_j) < 0 \quad \forall i, j = 1, \dots, r \quad (\text{IV. 13})$$

On peut écrire la relation de (IV. 12) comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_i(z(t)) G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i < j}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t) \quad (\text{IV. 14})$$

Avec : $G_{ij} = A_i + B_i K_j \quad i < j \leq r$

Théorème 5 : *Le modèle flou continu est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC, s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ qui satisfait les conditions suivantes :*

$$G_{ii}^T . P + P . G_{ii} < 0 \quad \forall i = 1, \dots, r \quad (\text{IV.15})$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T . P + P . \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0 \quad i < j \leq r$$

On remarque que l'inégalité du théorème 5 n'est pas linéaire en les variables P et K_i , en multipliant l'inégalité à gauche et à droite par P^{-1} , et en définissant une nouvelle variable $X = P^{-1}$, puis en utilisant le changement de variable $M_i = K_i X$, $i=1, \dots, r$, on obtient les LMIs suivantes par rapport aux variables X et M_i :

$$\begin{cases} X > 0 \\ XA_i^T + A_iX - B_iM_i - M_i^T B_i^T < 0 \\ X(A_i + A_j)^T + (A_i + A_j)X - (B_iM_j + B_jM_i) - (B_iM_j + B_jM_i)^T < 0 \quad i < j \leq r \end{cases}$$

Théorème 6 : *Soient un modèle flou continu, la loi de commande PDC. La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique définie positive $P = P^T > 0$ et des matrices $M_i : i = 1, \dots, r$ telles que les LMIs définis ci-dessus soient vérifiées. Les gains de retour d'état sont donnés par :*

$$K^i = M^i X^{-1}, \quad i = 1, \dots, r.$$

IV.5 Stabilisation du modèle TS du système Hydro-Thermique aux deux réservoirs

IV.5.1 Position du problème

Dans le chapitre précédent, nous avons réussi à obtenir le modèle TS qui représente le système hydro-thermique, comportant deux entrées, u_1 et u_2 , ainsi que quatre sorties, H_1 , H_2 , T_1 et T_2 . De plus, nous avons pris en compte trois perturbations, dv_1 , dv_2 et dv_3 , qui influencent le système. Notre modèle se compose de 128 sous-systèmes linéaires, chacun représentant une région spécifique du domaine opérationnel.

Notre objectif principal à travers cette synthèse est d'approfondir l'analyse de stabilité des sous-systèmes locaux et de garantir la stabilité globale du modèle. Pour ce faire, nous allons examiner les propriétés de stabilité des modèle TS dont la stabilité est essentielle pour assurer le bon fonctionnement du système hydro-thermique dans des conditions variables et face à des perturbations. Pour la stabilisation du système, on va utiliser la commande PDC.

IV.5.1 Application de la commande PDC :

Pour faciliter les calculs, nous supposons que $dv_i=0$, notre modèle est de la forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad i = 1, \dots, 128 \quad (\text{IV. 16})$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Pour la stabilisation du système, on va utiliser un retour d'état non linéaire avec des gains constants K_i pondéré par les mêmes fonctions d'activations du modèle TS. La commande est de la forme suivante :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i x(t) \quad (\text{IV. 17})$$

On cherchera une commande PDC en se basant toujours sur la deuxième méthode de Lyapunov.

IV.5.1.1 Développement mathématique :

En remplaçant par la commande $u(t)$ dans l'expression :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i \left(- \sum_{j=1}^r \mu_j(z(t)) K_j x(t) \right)) \quad (\text{IV. 18})$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_j(z(t)) \mu_i(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (\text{IV. 19})$$

Pour que notre système soit stable, La fonction candidate de Lyapunov $V(x(t))$ doit être définie positive et sa dérivée définie négative.

$$V(x(t)) = x^T(t) \cdot P \cdot x(t) \quad \text{pour } P = P^T > 0$$

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}^T(t) \cdot P \cdot x(t) + x^T(t) \cdot P \cdot \dot{x}(t)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_j(z(t)) \mu_i(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \right)^T (t) \cdot P \cdot x(t) \\ &\quad + x^T(t) \cdot P \cdot \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_j(z(t)) \mu_i(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \right) \end{aligned}$$

$$\dot{V}(x(t)) = x^T(t) \cdot \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_j(z(t)) \mu_i(z(t)) [(A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j)] \right) \cdot x(t)$$

Comme $\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = \sum_{j=1}^r \mu_j(z(t)) = 1$ l'étude de la stabilité quadratique revient donc à :

$$(A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j) < 0$$

$$A_i^T P - B_i^T K_j^T P + P A_i - P B_i K_j < 0$$

$$A_i^T P + P A_i - (B_i^T K_j^T P + P B_i K_j) < 0$$

On multiplie par P^{-1} des deux côtés on obtient :

$$P^{-1} A_i^T + A_i P^{-1} - (P^{-1} B_i^T K_j^T + B_i K_j P^{-1}) < 0$$

On fait un changement de variable, posons $P^{-1} = Y$ et $X_j = K_j P^{-1} = K_j Y$

$$Y A_i^T + A_i Y - (X_j^T B_i^T + B_i X_j) < 0 \quad \text{Pour } i \text{ et } j = 1, \dots, 128 \quad (\text{IV. 20})$$

Avec $Y > 0$.

Ça nous donne un problème LMI de faisabilité à $128^2 + 1 = 16\,385$ contraintes à résoudre.

Pour que le système soit stable il doit y avoir une matrice Y commune à ses contraintes doit exister.

IV.5.1.2 Présentation de LMI editor :

L'éditeur LMI, `lmiedit`, est une interface graphique utilisateur (GUI) permettant de spécifier les systèmes LMI de manière symbolique et simple. En tapant « `lmiedit` », on ouvre une fenêtre avec plusieurs zones de texte modifiables et divers boutons dont l'interface est :

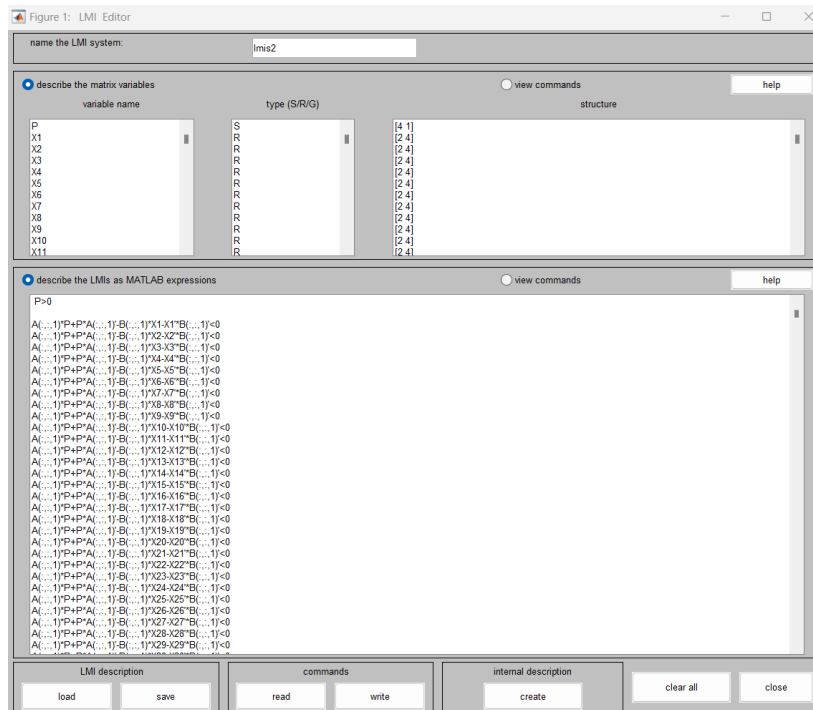


Figure IV. 2 : Interface LMI editor Matlab

Après avoir générer les contraintes elles sont introduites dans l'éditeur qui génère le script Matlab pour résoudre le LMI.

IV.5.1.3 Résultats et Interprétations

Le logiciel n'a pas pu déterminer si la solution au problème LMI de classe faisabilité existe ou pas. Cela ne veut pas dire que le système n'est pas stable, juste que le nombre de contraintes est très élevés ce qui a rendu le calcul d'une seule matrice commune impossible pour le calculateur.

IV.6 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, nous avons exploré en profondeur le monde des inégalités linéaires matricielles (LMI) et de la commande PDC en relation avec la stabilité et la stabilisation des modèles Takagi-Sugeno (TS). Les LMI se sont révélées être un outil puissant pour analyser la stabilité et concevoir des stratégies de stabilisation pour des systèmes complexes et non linéaires.

Cependant, notre tentative d'application sur un modèle TS composé de 128 sous-systèmes a mis en évidence les défis posés par la gestion d'un grand nombre de contraintes. Malgré nos efforts, nous n'avons pas pu trouver de solution dans ce cas particulier en raison de la complexité de la tâche.

Cette déclaration souligne l'importance de s'adapter aux caractéristiques spécifiques des systèmes que nous traitons. Dans de telles situations, il peut être nécessaire de rechercher des méthodes de résolution plus avancées, de simplifier le modèle ou de diviser le problème en sous-problèmes plus gérables. C'est ce que nous allons faire dans le chapitre suivant en nous concentrant uniquement sur un réservoir du système pour tenter de réduire le nombre de sous-systèmes et essayer d'appliquer la méthode de stabilisation.

Chapitre 5

Analyse de stabilité et stabilisation
d'un système hydro-thermique
soumis à des perturbations.

Chapitre 5 : Analyse de stabilité et stabilisation d'un système hydro-thermique soumis à des perturbations.

V.1 Introduction :

Dans le chapitre à venir, nous aborderons un nouveau défi lié à la synthèse et à la stabilisation des systèmes complexes. Compte tenu de la complexité du système global, qui rend la synthèse de contrôle difficile à réaliser de manière exhaustive, nous avons pris la décision de nous concentrer uniquement sur une partie du système hydro-thermique. Plus précisément, nous allons nous pencher sur le contrôle d'un seul réservoir, en laissant de côté l'interaction avec l'autre réservoir pour l'instant.

Dans ce nouveau contexte, nous allons entreprendre un travail de modélisation et de stabilisation. Nous allons répliquer les méthodes et les techniques que nous avons appliquées avec succès sur le procédé précédent. L'objectif est de démontrer comment ces approches peuvent être adaptées et mises en œuvre de manière spécifique pour ce réservoir isolé.

Ce chapitre sera l'occasion de mettre en lumière les défis et les opportunités spécifiques à cette partie du système hydro-thermique, tout en montrant comment notre expertise en modélisation et en stabilisation peut être appliquée de manière efficace pour résoudre ces problèmes complexes.

V.2 Description et modélisation du système

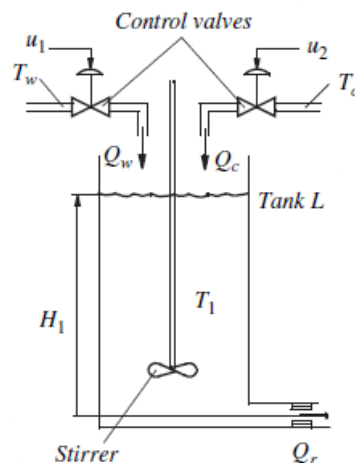


Figure V.1 : système hydro-thermique avec un seul réservoir.

Cette fois-ci le système est composé uniquement d'un réservoir noté **L** de surface en coupe **S**. Le réservoir est rempli de l'eau chaude et froide à travers des pompes avec les deux signaux

d'entrées $\mathbf{u}_1$ et $\mathbf{u}_2$. Les températures et les débits volumiques sont respectivement T_c et T_f , Q_c et Q_f . La température et le niveau du réservoir sont T_1 et H_1 .

Le débit sortant de la vanne de sortie du réservoir est noté Q_1 et la vanne de sortie a une section d'orifice variable noté A_v . L'eau est rapidement agitée dans le réservoir et donc la température est supposée constante sur tout le volume du réservoir.

V.2.1 Schéma fonctionnel du système hydro-thermique

Nous pouvons présenter notre système d'une façon plus simplifiée par le schéma fonctionnel suivant :

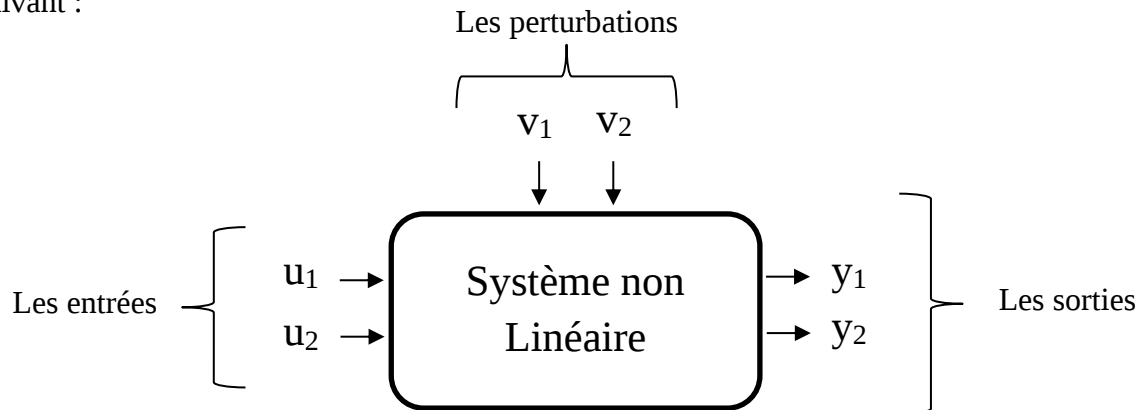


Figure V.2 : Processus hydro-thermique d'un seul réservoir

Nous supposons que les variables de ce système, c.à.d. H_1 et T_1 sont mesurables, d'où les signaux venus des capteurs sont donnés comme des valeurs physiques :

$$y_1 = H_1 = K_h \cdot h_1$$

$$y_2 = T_1 = K_T \cdot T_1$$

Les deux vannes de contrôle ont les mêmes caractéristiques, et les entrées $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$ sont considérées comme des débits donc :

$$Q_c = K_a \cdot u_1$$

$$Q_f = K_a \cdot u_2$$

Où :

$\mathbf{u}_1$ est le signal de commande de la pompe d'eau chaude.

$\mathbf{u}_2$ est le signal de commande de la pompe d'eau froide.

V.2.1.1 Perturbations du système

Les grandeurs qui perturbent notre système sont :

- La température de débit chaud Q_c qui agit sur la température des deux réservoirs. Donc nous avons comme deuxième perturbation :

$$v_1 = T_c$$

- La température de débit froid Q_f qui agit sur la température des deux réservoirs. Donc nous avons comme troisième perturbation :

$$v_2 = T_f$$

V.2.2 Modèle TS du système

En suivant les étapes précédemment faites, à partir des bilans massique et énergétique, notre système sera de la forme :

Le système dynamique de notre système non linéaire est comme suite :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0\sqrt{x_1}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S.x_1}[(v_1 - x_2)u_1 + (v_2 - x_2)u_2] \end{cases} \quad (III.11)$$

Nous allons utiliser l'approche des systèmes non linéaire pour obtenir le modèle TS de ce système. Dans le but d'avoir un modèle TS sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z_n(x, u)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i \Delta v(t)) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}$$

Notons que la représentation (III.11), est celle du système non linéaire sans variation de perturbations, en l'ajoutant notre représentation sera comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0\sqrt{x_1}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S.x_1}[(v_{10} + \Delta v_1 - x_2)u_1 + (v_{20} + \Delta v_2 - x_2)u_2] \end{cases}$$

Pour pouvoir appliquer l'approche des systèmes non linéaire, nous devons tout d'abord transformer le système de sorte à obtenir sa représentation dans l'espace d'état tout en minimisant et isolant les non-linéarités qui le compose :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0 \frac{\sqrt{x_1}}{x_1} x_1) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S.x_1}[v_{10}u_1 + \Delta v_1 u_1 - x_2 u_1 + v_{20}u_2 + \Delta v_2 u_2 - x_2 u_2] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(u_1 + u_2 - C_0 \frac{\sqrt{x_1 - x_2}}{x_1} x_1) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S} [\frac{v_{10}}{x_1} u_1 + \Delta v_1 \frac{u_1}{x_1} - x_2 \frac{u_1}{x_1} + \frac{v_{20}}{x_1} u_2 + \Delta v_2 \frac{u_2}{x_1} - x_2 \frac{u_2}{x_1}] \end{cases}$$

V.2.1 1 Représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \frac{\sqrt{x_1}}{x_1} & 0 \\ 0 & -(\frac{u_1 + u_2}{x_1}) \end{bmatrix} x + \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ v_{20} & v_{30} \end{bmatrix} u + \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{u_1}{x_1} & \frac{u_2}{x_1} \end{bmatrix} \Delta v \\ \dot{x} &= \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 z_1(x, u) & 0 \\ 0 & -(z_2(x, u) + z_3(x, u)) \end{bmatrix} x + \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ v_{20} z_4(x, u) & v_{30} z_4(x, u) \end{bmatrix} u \\ &\quad + \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ z_2(x, u) & z_3(x, u) \end{bmatrix} \Delta v \\ y &= C \cdot x \end{aligned}$$

Avec : $z_1(x, u) = \frac{\sqrt{x_1}}{x_1}$; $z_2(x, u) = \frac{u_1}{x_1}$; $z_3(x, u) = \frac{u_2}{x_1}$; $z_4(x, u) = \frac{1}{x_1}$

Ces fonctions z_n représente les éléments non linéaires de notre système, Nous avons $n = 4$ fonctions donc le nombre de sous-systèmes de notre modèle se réduit à $2^4=16$.

V.2.1 2 Calcul des bornes de z_n :

Supposons que pour $x_1(t) \in [0.1, 4]$, $x_2(t) \in [5, 60]$, les non-linéarités sont bornées.

Les non-linéarités z_i peuvent alors s'écrire de la manière suivante :

$$z_n(x, u) = \alpha_n F_{n1}(z_n(x, u)) + \beta_n F_{n2}(z_n(x, u))$$

Avec : $\alpha_n = \max z_n(x, u)$ et $\beta_n = \min z_n(x, u)$ pour $n = 1, 2, \dots, 4$.

V.2.1.3 Calcul des Fonctions d'appartenance $F_{n1}(z_n(x, u))$

A partir de l'équation de $z_n(x, u)$, on déduit que les fonctions d'appartenance peuvent être calculer comme suite :

$$F_{n1}(z_n(x, u)) = \frac{z_n(x, u) - \beta_n}{\alpha_n - \beta_n} \quad \text{et} \quad F_{n2}(z_n(x, u)) = \frac{\alpha_n - z_n(x, u)}{\alpha_n - \beta_n}$$

n	α_n	β_n	$F_{n1}(x(t))$	$F_{n2}(x(t))$
1	$\alpha_1 = 4$	$\beta_1 = 0.1$	$F_{11}(z_1(x, u)) = \frac{z_1(x, u) - \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$	$F_{12}(z_1(x, u)) = \frac{\alpha_1 - z_1(x, u)}{\alpha_1 - \beta_1}$
2	$\alpha_2 = 1$	$\beta_2 = 0$	$F_{21}(x(t)) = \frac{z_2(x, u) - \beta_2}{\alpha_2 - \beta_2}$	$F_{22}(x(t)) = \frac{\alpha_2 - z_2(x, u)}{\alpha_2 - \beta_2}$
3	$\alpha_3 = 1$	$\beta_3 = 0$	$F_{31}(z_3(x, u)) = \frac{z_3(x, u) - \beta_3}{\alpha_3 - \beta_3}$	$F_{32}(z_3(x, u)) = \frac{\alpha_3 - z_3(x, u)}{\alpha_3 - \beta_3}$
4	$\alpha_4 = 11$	$\beta_4 = 0$	$F_{41}(z_4(x, u)) = \frac{z_4(x, u) - \beta_4}{\alpha_4 - \beta_4}$	$F_{42}(z_4(x, u)) = \frac{\alpha_4 - z_4(x, u)}{\alpha_4 - \beta_4}$

Tableau V.1 : Calcul des bornes et fonctions d'appartenance.**V.2.1 4 Les règles floues**

Nous avons $n=7$, donc nous aurons 128 règles floues qui décrivent notre multi-modèle, chaque règle représente un sous-modèle.

Règle 1 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{11}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{21}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{31}(z_3(x, u))$ **et** $z_4(x, u) = \text{est } F_{41}(z_4(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_1x + B_1u + E_1\Delta v$$

Règle 2 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{12}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{21}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{31}(z_3(x, u))$ **et** $z_4(x, u) = \text{est } F_{41}(z_4(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_2x + B_2u + E_2\Delta v$$

Règle 3 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{11}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{22}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{31}(z_3(x, u))$ **et** $z_4(x, u) = \text{est } F_{41}(z_4(x, u))$

$$\text{Alors, } \dot{x}(t) = A_3x + B_3u + E_3\Delta v$$

...

Règle 16 :

Si $z_1(x, u) = \text{est } F_{12}(z_1(x, u))$ **et** $z_2(x, u) = \text{est } F_{22}(z_2(x, u))$ **et** $z_3(x, u) = \text{est } F_{32}(z_3(x, u))$ **et** $z_4(x, u) = \text{est } F_{42}(z_4(x, u))$

Alors, $\dot{x}(t) = A_{16}x + B_{16}u + E_{16}\Delta v$

Où,

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \alpha_1 & 0 \\ 0 & -(\alpha_2 + \alpha_3) \end{bmatrix} \quad B_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ v_{20} \alpha_4 & v_{30} \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_3 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \beta_1 & 0 \\ 0 & -(\alpha_2 + \alpha_3) \end{bmatrix} \quad B_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ v_{20} \alpha_4 & v_{30} \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_3 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \alpha_1 & 0 \\ 0 & -(\beta_2 + \alpha_3) \end{bmatrix} \quad B_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ v_{20} \alpha_4 & v_{30} \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_2 & \alpha_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jusqu'à i=16

$$A_{16} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -C_0 \beta_1 & 0 \\ 0 & -(\beta_2 + \beta_3) \end{bmatrix} \quad B_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ v_{20} \beta_4 & v_{30} \beta_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}$$

V.2.1.5 La défuzzification :

La défuzzification est effectuée comme suit :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \mu_i(z_n(x, u)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i \Delta v(t))$$

Avec :

$$\mu_1(z(t)) = F_{11}(z_1(x, u)) \times F_{21}(z_2(x, u)) \times F_{31}(z_3(x, u)) \times F_{41}(z_4(x, u))$$

$$\mu_2(z(t)) = F_{12}(z_1(x, u)) \times F_{21}(z_2(x, u)) \times F_{31}(z_3(x, u)) \times F_{41}(z_4(x, u))$$

$$\mu_3(z(t)) = F_{11}(z_1(x, u)) \times F_{22}(z_2(x, u)) \times F_{31}(z_3(x, u)) \times F_{41}(z_4(x, u))$$

Jusqu'à

$$\mu_{16}(z(t)) = F_{12}(z_1(x, u)) \times F_{22}(z_2(x, u)) \times F_{32}(z_3(x, u)) \times F_{42}(z_4(x, u))$$

Ce modèle flou devrait représenter exactement le système non linéaire pour $x_1(t) \in [0.1, 4]$, $x_3(t) \in [5, 60]$, avec $x_1(t) > x_2(t)$.

V.3 Conception et validation du modèle en simulation

V.3.1 Condition de simulation :

Symbole	Signification	Valeur Numérique	Unité
S	Surface de la base du bac	0.785	m ²
K_a	Coefficient de débit	0.004	m ³ /volt.sec

K_h	Gain transducteur de niveau	2	Volt/m
K_T	Gain transducteur de température	0.1	Volt/°C
A_{v0}	Surface d'orifice	0.0122	m ²
P_0	Pression atmosphérique	1	atm
$D_v = C_d \cdot \sqrt{2 \cdot g}$	C_d : Coefficient de perte constant	2.66	m ^{1/2} /sec
C_0	Constante d'écoulement de l'orifice entre les deux réservoirs	0.056	m ^{5/2} /sec
T_{c0}	Température chaude du débit entrant	60	°C
T_{f0}	Température froide du débit entrant	30	°C
$Q_{\max}$	Débit maximal	0.04	m ³ /volt.sec

Tableau V.2 : Paramètres et constantes du système.

V.3.2 Schéma bloc des modèles Simulink

La figure (V. 1) ci-dessous représente le bloc de simulation qui relie le modèle non-linéaire de notre système avec le modèle T-S obtenu, afin de valider ce dernier en comparant les sorties des deux modèles.

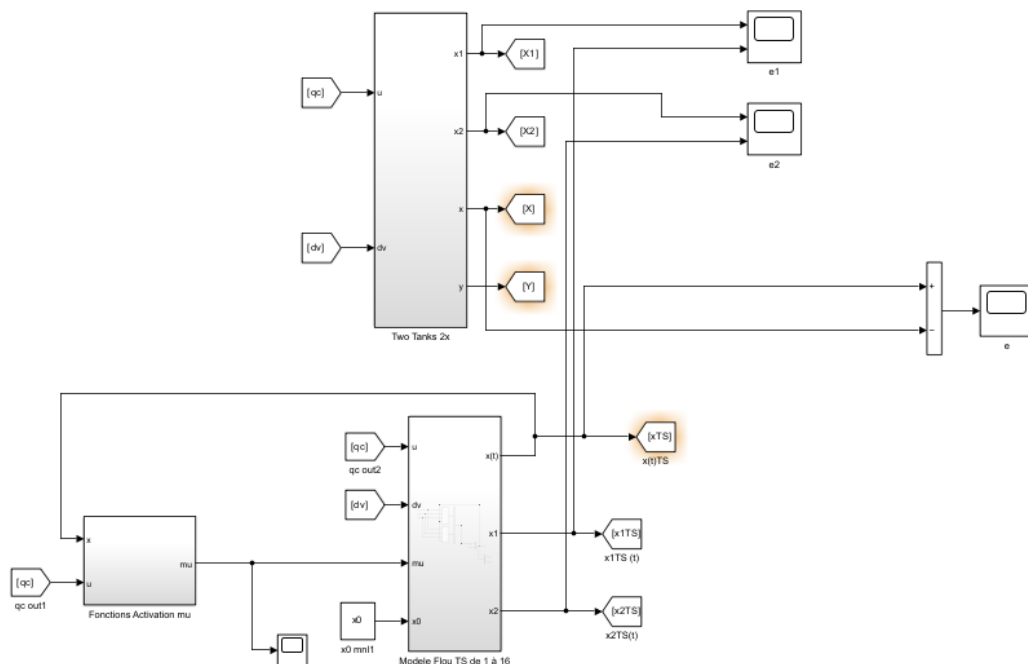


Figure V. 3: Bloc de simulation du modèle dynamique non-linéaire et modèle TS en boucle ouverte.

V.3. 3 Résultats et Interprétations :

V.3. 3.1 Sans effet des perturbations ($dv1=dv2=dv3=0$)

A. 1ère simulation :

Nous faisons une comparaison entre les deux modèles, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Point de fonctionnement de départ : } [2.5 \ 45.0]^T \\ \text{Conditions Initiales : } [0.1 \ 25.0]^T \\ \text{L'intervalle de temps : } [0 - 2000] \text{ sec} \\ \text{Le pas de simulation : } 0.1 \text{ sec} \end{array} \right.$$

Les figures ci-dessous représentent les résultats de la simulation en boucle ouverte sans l'effet des perturbations ainsi que l'erreur entre les deux.

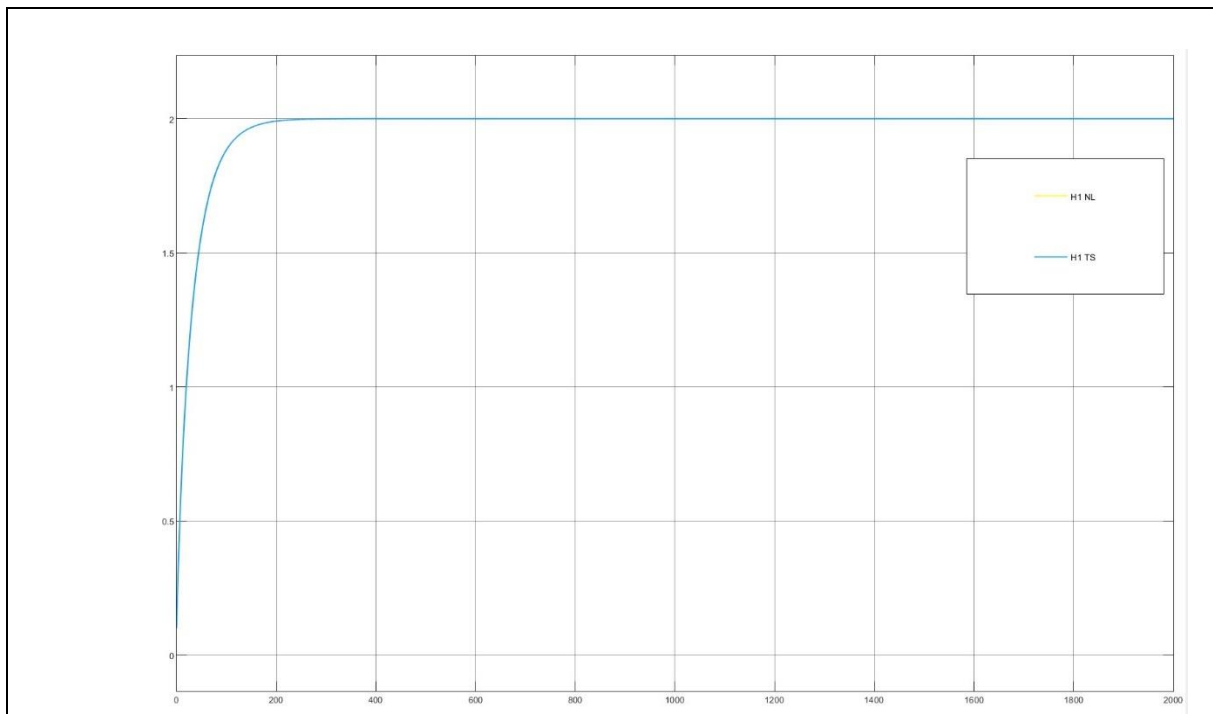


Figure V. 4: Comparaison du niveau H1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte.

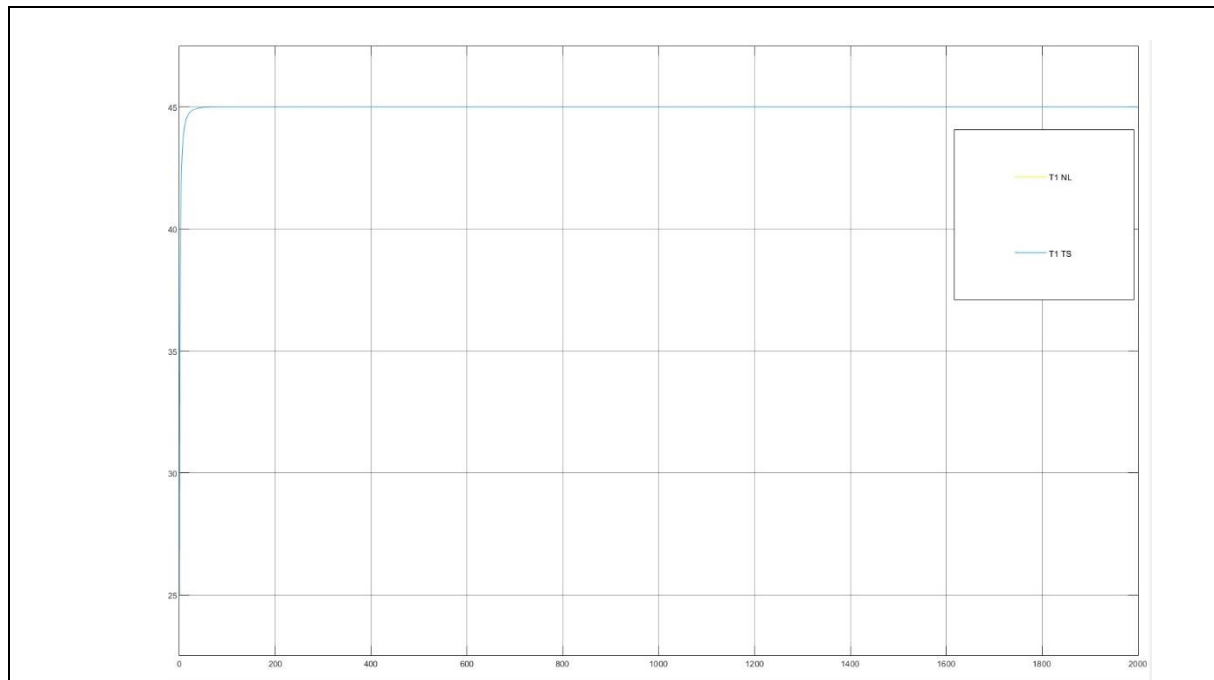


Figure V. 5: Comparaison de la température T1 du modèle non linéaire et modèle TS entrées en boucle ouverte.

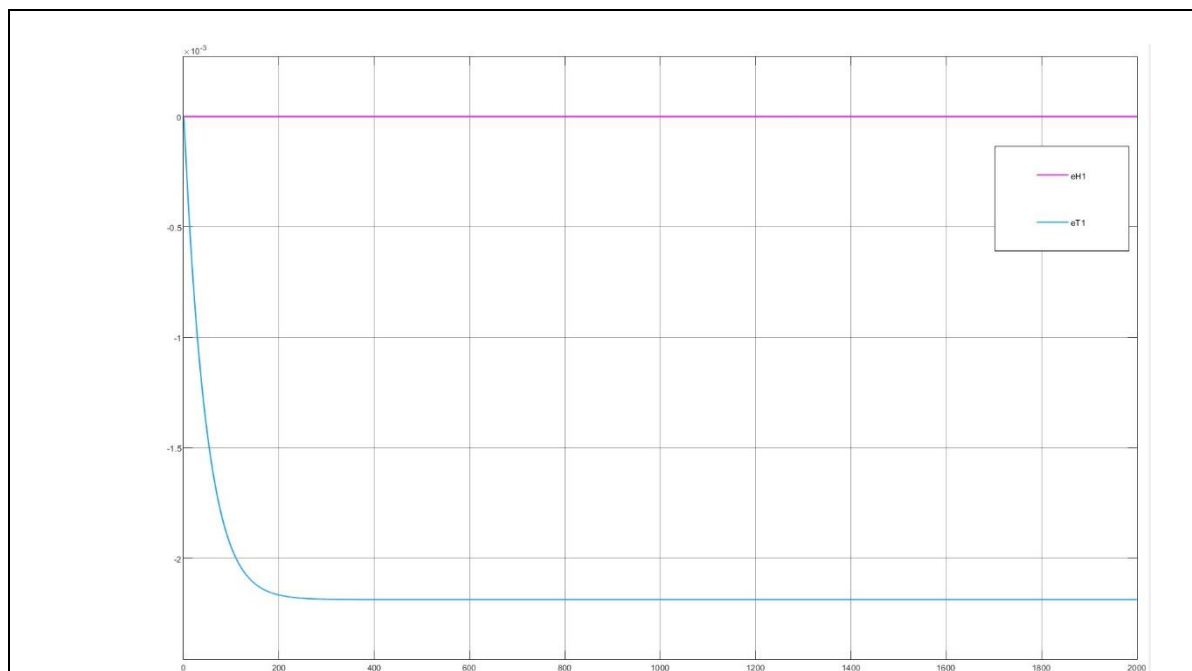
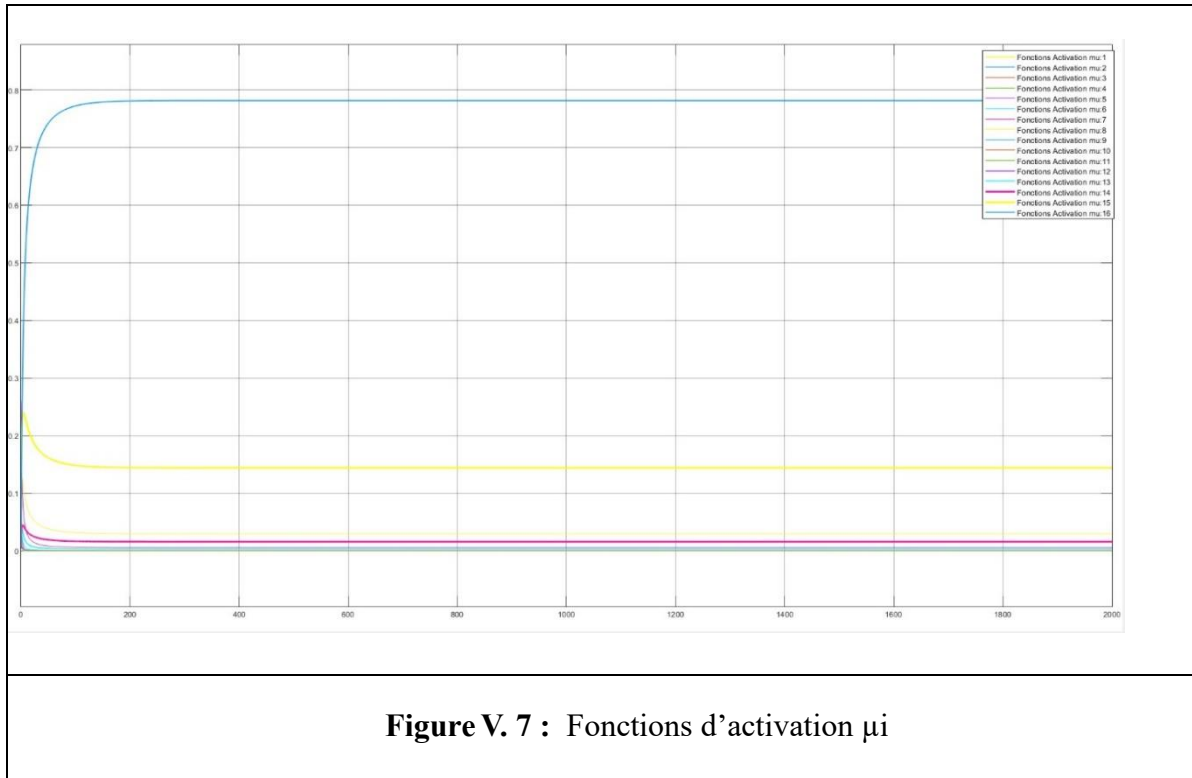


Figure V. 6: Erreur entre le modèle TS et le modèle dynamique

**B. Interprétation des résultats :**

- Les fonctions d'activation μ_i respectent les conditions requises, $0 \leq \mu_i < 1$ et la somme des μ_i est égale à 1.
- Les sorties du modèle TS, que ce soit pour le niveau que la température, sont identiques à celles du système dynamique (une erreur de 10^{-5})

V.4 Analyse de stabilité et Stabilisation par la commande PDC

On suppose que les variations de perturbations sont nulles.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z_n(x, u)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \text{ et } u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i x(t)$$

D'après le développement en chapitre IV pour trouver le Gain K_i du retour d'état de la commande PDC, Nous devons trouver la solution du problème LMI de classe faisabilité dont les contraintes sont :

$$Y A_i^T + A_i Y - (X_j^T B_i^T + B_i X_j) < 0 \text{ avec } Y > 0 \text{ Pour } i \text{ et } j = 1, \dots, 16$$

Cela nous fait 257 contraintes, ce qui est considérablement inférieur au cas précédent.

Après avoir générer les contraintes, on les introduit au LMI editor de Matlab. Voici les résultats affichés :

```

>> newstabilityanalysis

Solver for LMI feasibility problems L(x) < R(x)
  This solver minimizes t subject to L(x) < R(x) + t*I
  The best value of t should be negative for feasibility

Iteration   :   Best value of t so far

          1           1.313938e-03
          2           -6.812040e-03

Result: best value of t: -6.812040e-03
       f-radius saturation: 0.000% of R = 1.00e+09

Pf =

      0.1741   -0.0000
     -0.0000    0.2928

Vp =

      0.1741
      0.2928

fin de program

```

Figure V. 8: Résultats de l'analyse de stabilité avec LMI Editor

Nous avons supposé que $X_j = K_j P^{-1} = K_j Y$ donc $K_j = X_j P$ et c'est avec cette relation quand trouve les gains du retour d'état de stabilisation de notre modèle TS.

Et on remarque que toutes les matrice K_i sont égales.

$$K_i = \begin{bmatrix} 5.7095 & -0.0031 \\ -2.8548 & 0.0031 \end{bmatrix}$$

- La solution trouvé $P = \begin{bmatrix} 0.1741 & 0 \\ 0 & 0.2928 \end{bmatrix}$ dont les valeurs propres sont $[0.1741 \ 0.2928] > 0$
- Soit $A_{Ci} = A_i - B_i K_i$ les matrices de commande de notre système en boucle fermée. Après vérifications avec Matlab, les valeurs propres des matrice A_{Ci} sont toutes négative.

Donc, cela nous permet de dire que notre système global est asymptotiquement stable en boucle fermée.

Sous système	A_{ci}	$\lambda_{A_{ci}}$ (les valeurs propres)
1	$\begin{bmatrix} -3.9220 & 0 \\ 0 & -3.8530 \end{bmatrix}$	-3.9220 -3.8530
5	$\begin{bmatrix} -3.9220 & 0 \\ 0 & -2.5791 \end{bmatrix}$	-3.9220 -2.5791
9	$\begin{bmatrix} -3.9220 & 0 \\ 0 & -2.5596 \end{bmatrix}$	-3.9220 -2.5596
14	$\begin{bmatrix} -3.6438 & 0 \\ 0 & -1.2858 \end{bmatrix}$	-3.6438 -1.2858

Tableau V.3 : Certaines matrices A_{ci} et leurs valeurs propres.

V.5 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, nous avons entrepris avec succès la modélisation et la stabilisation d'une partie spécifique du système hydro-thermique, à savoir un réservoir unique. Face à la complexité du système global, nous avons fait le choix stratégique de nous concentrer sur cette section afin de mieux appréhender les défis qui y sont associés.

Notre approche a consisté à appliquer une commande PDC (Parallel Distributed Compensation) pour déterminer le gain de stabilisation du modèle Takagi-Sugeno (TS) de ce nouveau système. Cette méthode s'est avérée efficace pour maintenir la stabilité du réservoir et garantir son bon fonctionnement, même en présence de perturbations et d'incertitudes.

Cette étude nous rappelle l'importance de l'adaptabilité dans le domaine du contrôle et de la stabilisation des systèmes. En nous concentrant sur un réservoir unique, nous avons pu démontrer comment des techniques avancées telles que la commande PDC peuvent être appliquées avec succès pour résoudre des problèmes spécifiques.

Cela ouvre la voie à de futures recherches et à une meilleure compréhension des systèmes complexes. Nous espérons que les enseignements tirés de ce chapitre seront utiles pour aborder d'autres parties du système global et contribueront à une gestion plus efficace et robuste de ces systèmes dans des environnements pratiques.

Conclusion Générale

Au travers de ce travail, nous avons plongé dans le monde complexe de la modélisation et de la stabilisation des systèmes non linéaires, soumis à des perturbations. Guidés par la méthodologie des modèles flous de Takagi-Sugeno (TS), nous nous sommes lancés dans un voyage passionnant à travers les complexités de l'automatisation et du contrôle des systèmes dynamiques.

Ce projet nous a permis d'explorer en profondeur les défis posés par les systèmes complexes et non linéaires, tout en nous fournissant des outils puissants pour les relever. Nous avons développé un modèle TS précis pour notre système hydro-thermique, ouvrant la voie à une meilleure compréhension de son comportement et à des possibilités de contrôle avancées.

Notre exploration de la stabilité et de la stabilisation des modèles TS, en particulier grâce au contrôle PDC, nous a montré comment maintenir la cohérence et la robustesse de notre système face aux perturbations.

Il est essentiel de noter que, bien que l'approche des modèles flous de TS ait prouvé son efficacité, elle présente également des limites. L'une de ces limites majeures réside dans le fait que, pour la stabilité quadratique, elle suppose l'existence d'une matrice unique pour la modélisation, ce qui peut s'avérer restrictif dans certains cas. Cela nous a conduit à explorer d'autres alternatives, telles que l'utilisation de modèles poly-quadratiques, offrant ainsi une plus grande flexibilité en termes de stabilisation. Cette transition vers une stabilité poly-quadratique ouvre des opportunités passionnantes pour améliorer la précision et l'adaptabilité dans la modélisation et la stabilisation des systèmes complexes.

En conclusion, ce mémoire ouvre la voie à de nombreuses pistes de recherche futures. Il démontre le potentiel des modèles flous de TS pour la modélisation et le contrôle de systèmes complexes, tout en soulignant les défis à relever. Il s'inscrit dans une quête permanente d'efficacité et de précision dans l'automatisation et le contrôle des systèmes dynamiques, apportant ainsi une contribution significative à l'ingénierie moderne.

Liste de Références Bibliographiques

- [1] O.BACHELIER, «Sensibilisation à des concepts de l'Automatique», Cours d'Automatique de la licence professionnelle
- [2] A.Khellassi, «Cours sur l'Automatisation des Systèmes Industriels», UMBB, Boumerdes, Novembre 2014
- [3] H.GARNIER, «Modélisation des systèmes», Cours Automatique continue, Université de Lorraine, 9 septembre 2021
- [4] M.MOKHTARI, «Introduction aux systèmes non linéaires», Cours, Université Batna2, 2020
- [5] N.BOUNAR, «SYSTEMES LINEAIRES MULTIVARIABLES», Cours, Université Mohammed Seddik Benyahia- Jijel, 2017/2018
- [6] M.OUALI, A.BEN MASLI, « Modélisation et identification des systèmes dynamiques par les réseaux de neurones artificiels et les algorithmes méta-heuristiques», Mémoire Master, UNIVERSITÉ MOHAMED BOUDIAF - M'SILA, 2019/2020
- [7] A.MAIDI, H.ISSAD, K.HAMMOUCHE, «Identification d'un système par analyse d'images», Mémoire de Master, Université MOULOUD MAMMERI TIZI OUZOU, 2009
- [8] « Régulation», cours, Université Orléans
- [9] <https://illustrationprize.com/fr/62-difference-between-open-loop-amp-closed-loop-system.html>, 31 mai 2022
- [10] H.ZAYANI, « Régulation et contrôle des systèmes de climatisation», Support de cours, Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Sfax, 2014-2015
- [11] S. AZRIKEM, E.ELBAHLOUL, « ASSERVISSEMENT D'UNE MACHINE ACOMMANDE NUMERIQUE», cours, Ecole Normale Supérieur de l'Enseignement Technique de Rabat, 2014
- [12] M.Grout, P.Salaün, «Spécification et installation des capteurs et vannes de régulation», 4e édition Dunod, Paris, 2015
- [13] P.Maréchal, F.Guérin, «Instrumentation et Régulation: Normes, théorie et applications», Université du Havre, IUT du Havre, Département GEII Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC), Mai 2012
- [14] « Capteurs et transmetteurs », Cours Instrumentation CIRA, 2006/2007
- [15] PDFprof.com, 03/06/2022
- [16] N.SGHAIER, F.DOUIRI, « LES ERREURS DE MESURE », Cours Mesures Electriques, ISET de Kélibia

- [17] P.DESGOUTTE, «Les capteurs en instrumentation industrielle», Dunod, Paris, 2006/ 2010
- [18] «Les capteurs», TECHNOLOGIE D'ELECTRICITE, Lycée L.RASCOL 10, rue de la République BP 218. 81012 ALBI CEDEX
- [19] S. BENSAID, «Cours Capteurs et Actionneurs», Université de BOUIRA, Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées, 2014
- [20] A.SETHOUM, A.ABDELOUADOUD, « Commande multivariables du niveau et de la température d'un système hydro-thermique soumis à des perturbations non mesurables», Mémoire Master, 2021
- [21] C.ABBAS, « Installation et mise en marche d'un banc d'essai pour la construction des courbes caractéristiques de deux pompes identiques fonctionnant en parallèle», Mémoire Master, Mars 2017
- [22] « Vannes de régulation », Cour Instrumentation, Lycée ROUVIERE, Toulon
- [23] Y. Gu, H. O. Wang, and K. Tanaka. "Fuzzy Control of Nonlinear Time-Delay Systems: Stability and Design Issues," Proceedings of the 2001 American Control Conference, Arlington, VA, June 25 -27, 2001.
- [24] Chadli M, "Stabilité et commande de systèmes décrit par des multimodèles". Thèse de doctorat, Institut Nationale polytechnique de lorraine, dept.de formation doctorale en automatique, 2002.
- [25] T. Takagi et M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control". IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 15(1) :116–132, 1985.
- [26] Bouarar Tahar, "Contribution à la synthèse de lois de commande pour les descripteurs de type Takagi-Sugeno incertains et perturbés". Automatique / Robotique. Université de Reims - Champagne Ardenne, 2009.
- [27] M. Y. HAMMOUDI, "Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine". Thèse de doctorat. Université Mohamed Khider-Biskra, 2015.
- [28] Komi Gasso, "Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multimodèle". Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.