

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ M'HAMMED BOUGARA
FACULTÉ des SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

Mémoire présenté en vue de l'obtention du Diplôme :

MASTER en Mathématiques

Option : Mathématiques Financières

Par

BENOKBA Madiha

HATTAB Yasmine

Titre :

Tarifcation en assurance vie
cas :de la société d'assurance algérienne SAPS

Membres du Comité d'Examen :

Pr.	Mme DRICI	UMBB	Président
Pr.	Mr GUENNANE	UMBB	Encadrant
Dr.	Mr Tazerouti	UMBB	Examinateur

Septembre 2022

Dédicace

Tout d'abord je tiens à remercier ALLAH le tout puissant de m' avoir donné la santé, la volonté, le courage et la patience pour mener à terme ma formation et pourvoir réaliser ce travail de recherche

Je dédie entièrement ce travail à mon père et à ma mère, mes piliers, mes exemples, mes premiers supporteurs et ma plus grande force. Merci pour votre présence, votre soutien, votre aide financière, et surtout votre amour, merci de n'avoir jamais douté de moi. Tout ce que j'espère, c'est que vous soyez fiers de moi aujourd'hui.

À mon cher frère MOHAMED et à la meilleure des sœurs HANNA, qui font de mon univers une merveille, je leurs souhaite beaucoup de bonheur et de réussite.

À l'âme de mes grand-père MOHAMED et ALI , ma tante KARIMA et mon oncle HOCINE , que dieu les accueille dans son vaste paradis.

À ma chère binôme MADIHA , qui a tout partager avec moi pendant notre parcours que dieu te garde et te bénisse .

À tous ceux qui m'aiment... je les remercie tous.

Yasmine

Dédicace

Je dédie ce modeste travail qui est le fruit de plusieurs années d'étude à :
Mes chères et respectueux parents en récompense de leurs sacrifices et leurs
clairvoyance qui m'a servi et me servirait tout au long de ma vie

Mes chères frères et sœurs

Ma chère binôme

Tous mes amis du travail , tout en leurs souhaitant la réussite dans tout ce qu'ils
entreprennent

A toutes les personnes que j'aime et qui m'aiment

A moi-même.

Madiha

REMERCIEMENTS

Ce mémoire est le fruit des efforts fournis et des sacrifices consentis par plusieurs personnes qu'on ne pourrai oublier de remercier.

Tout d'abord on remercie ALLAH qui nous aide et nous à donné la patience et le courage durant ces longues années d'étude.

On adresse nos sincères remerciements à notre encadrant Monsieur B.GUENANE professeur à FSECSG / Université de Boumerdes pour son encadrement de qualité, sa motivation professionnelle, ses conseils et critiques constructives, ses corrections, sa gentillesse et sa patience ainsi pour le temps qu'il a consacré à la réalisation de ce travail.

On exprime aussi nos vifs remerciements aux membres de jury , Madame(DRICI) de nous avoir honoré de présider le jury de la soutenance et Monsieur(Tazerouti) d'avoir bien accepté d'examiner le contenu du présent travail et de l'enrichir par leurs remarques .

Nous tenons également à remercier Madame BENLARIBI , (chef de département) de la Société d'Assurance, de Prévoyance et de Santé de la wilaya d'Alger de nous avoir autorisées à effectuer ce stage , et pour tous les employés de la société qui nous ont aidés , orientés et soutenus au cours de notre stage .

Pour conclure , on souhaite adresser nos remerciement à tout l'ensemble du personnel de département de math de la faculté des sciences , aussi tous ceux qui , de prés ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail trouvent ici l'expression de nos sincère gratitude.

Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	iv
Table des figures	viii
Liste des tables	ix
Liste des abréviations	x
Introduction	1
1 Généralité sur les assurances	4
1.1 Histoire et évolution de l'assurance :	5
1.2 Concepts de base	6
1.2.1 Définition de l'assurance :	7
1.2.2 Les catégories d'assurance	7
1.3 Le rôle de l'assurance :	10
1.3.1 Le Rôle économique :	10
1.3.2 Le rôle social :	11
1.4 Les types d'assurance vie	11

1.4.1	Assurance en cas de décès :	11
1.4.2	Assurance en cas de vie :	15
1.4.3	Assurance mixte :	16
1.5	Le contrat d'assurance vie	17
1.5.1	Définition d'un contrat d'assurance	17
1.5.2	Les conditions du contrat d'assurance	19
1.5.3	Les éléments qui caractérisent un contrat d'assurance :	20
1.5.4	Les caractéristiques techniques du contrat d'assurance vie :	22
1.6	Aspects actuariels du fonctionnement des contrats d'assurance vie et capitalisation	24
1.6.1	Rappels de mathématiques financière	24
2	Calcul des primes et confection des tarifs	32
2.1	La tarification : en tête du processus de conception d'un produit d'as- surance	33
2.2	Engagements réciproques : prime contre couverture	34
2.3	Lien entre Prime Pure et Prime Commerciale	35
2.4	Calcul primes pures (contrats classiques)	36
2.4.1	Le principe du calcul des primes	36
2.4.2	Application au calcul des primes de quelques contrats	38
2.4.3	Prime d'inventaire et prime commerciale contrats classiques	43
2.4.4	La régression linéaire	46
2.4.5	Présentation du modèle linéaire	47
2.4.6	Régression pas à pas	50
2.4.7	Validation du modèle	51

2.4.8	Etude des résidus	51
2.4.9	Evaluation de l'adéquation des modèles	53
3	La tarification des primes dans une assurance emprunteur :cas de la SAPS assurance	56
3.1	Présentation de la SAPS assurances	57
3.1.1	Activité d'AMANA :	59
3.1.2	Réseau d'AMANA	60
3.1.3	L'organigramme d'AMANA Assurance :	61
3.1.4	Le système d'information de l'entreprise :	62
3.2	Tarification des primes sur les contrats d'assurances SAPS	64
3.2.1	présentation du contrat emprunteur :	64
3.2.2	Calcule des primes :	65
3.3	Modélisation des variables influençant la tarification d'un contrat d'assurance emprunteur :	67
3.3.1	Analyse exploratoires	68
3.3.2	Modélisation du modèle linéaire multiple	71
3.3.3	la validation du modèle	74
3.3.4	Test de multicollinéarité	74
3.3.5	La Construction du nouveau modèle	75
3.3.6	Analyse des résidus	77
3.3.7	La prédiction	79
	Conclusion	83
	Annexe A :la table de mortalité	85

Annexe B : les nombres de commutations et les notions actuarielle	87
--	-----------

Bibliographie	90
----------------------	-----------

Table des figures

Figure01 :les actionnaires d'AMANA en pourcentage

Figure02 :L'organigramme d'AMANA Assurance

Figure03 :logiciel NOVANET

Figure04 :présentation des données EXEL sur R

Figure05 :Nuage de points de toutes les variables du modèle

Figure06 :la régression de la prime sur ses variables explicatives

Figure07 :la matrice de corrélation du modèle

Figure08 :les intervalles de confiance de chaque variable

Figure09 :la régression du nouveau modèle

Figure10 :l'intervalle de confiance du nouveau modèle

Figure11 :le coefficient de corrélation entre le capitale et l'age

Figure12 :Histogramme de la série desrésidus du modèle

Figure13 :le résultat de test de DubinWatson

Figure14 :la prédiction de nouvelles valeurs de la prime

Liste des tableaux

Tableau01 :passage des notations actuarielles aux nombres de commutation

Tableau02 :les produits de AMANA assurances

Tableau03 :Réseau de distribution AMANA ASSURANCE

Tableau04 :tableau de commutation

Tableau05 :comparaison des modèles

Tableau06 :table de mortalité TD 2019

Liste d'abréviations

BDD : une base de données

VAP : valeur actuelle probable

PU : prime pure unique

PA : Prime pure annuelle

PUP : la prime pure unique

PAP : la prime annuelle pure payable d'avance

SCR : Sommes des carrés de la régression (SCR)

SCE : Somme des carrés résiduels (erreurs)

SCT : Somme des carrés totale

SAA : Société National d'Assurance

BDL : Banque de Développement Local

BADR : Banque de l'Agriculture et du Développement Rural

SAPS : Société d'Assurance, de Prévoyance et de Santé

ADE : Assurance Décès Emprunteur

Introduction générale

Depuis des lustres l'être humain, tant individuellement que collectivement, est confronté à des événements heureux comme malheureux qui nécessitent, une assistance.

Par ailleurs, le progrès de la science à travers le monde a accentué la précarité de la situation de celui-ci. Face à ces aléas l'être humain a recouru à plusieurs méthodes d'entraide telle que la charité publique ou privée qui consistait à porter assistance à un membre de la société frappé par un événement malheureux.

Cette assistance était basée uniquement sur la bonté et la générosité envers la victime, ainsi que les coopératives qui sont des sociétés dont les associés participent à part égale au travail, à la gestion et au profit. Enfin, l'épargne qui est un dépôt fait par certaines personnes à qui sont versées les intérêts.

Compte tenu des insuffisances de ces méthodes d'assistance, l'assurance, est une institution de prévoyance, de protection et de sécurité par excellence, avec un mécanisme particulièrement réglé, a été créée.

L'assurance est une activité importante dans l'économie nationale de par ses vertus de protection financière octroyées aux personnes physiques et morales contre les risques ou les aléas qu'elles encourent.

Les assurances vie ont pour objet de protéger la personne même de l'assuré, sous forme de capitalisation donnant lieu au bénéfice du titulaire au versement d'un capital ou d'une rente après une certaine date ou d'un événement. Cette branche regroupe toutes les assurances dont le risque est lié à la durée de vie de l'assuré sous forme

de contrat d'assurance vie et décès. Tel qu'en cas de décès prématuré de l'assuré, le produit de la police est versé aux bénéficiaires et les rentes protègent l'assuré contre la mort économique lorsqu'il vit longtemps.

La tarification est une problématique essentielle dans l'activité d'assurance, C'est une opération par laquelle un assureur s'engage à exécuter une prestation au profit d'un bénéficiaire, en cas de réalisation d'un risque, en contrepartie du paiement d'une prime.

La tarification en assurance est caractérisée par l'inversion du cycle de production : le paiement de la prime est effectué avant le règlement des sinistres.

En assurance vie, on distingue de nombreuses méthodes de tarification qui ont été développées par les actuaires notamment au sein des organismes d'actuariat et de réassurance. Dans notre étude, nous nous intéresserons principalement aux méthodes de tarification de primes pure à savoir les méthodes de régression linéaire et multiple, pour pouvoir modéliser un tarif plus adapté que celui utilisé par la société d'assurance AMANA pour l'année 2022 .

Sous une forme ou une autre, plusieurs personnes possèdent une assurance vie, mais la plupart d'entre eux ne comprennent pas comment cela fonctionne ou comment fait une compagnie d'assurance de personne pour accomplir sa mission envers ses clients. C'est ce qui justifie notre volonté à réaliser ce mémoire de fin d'études qui sera consacré à découvrir le fonctionnement actuariel dans le domaine assurantiel, ce qui induira la problématique suivante :

Quelle est la meilleure méthode de tarification en assurance vie qui assure la rentabilité à l'entreprise et demeure attrayante pour le client ?

Cette problématique nous guide à poser quelques questions secondaires dont les réponses constitueront le corps de notre travail :

Quels sont les contrats d'assurance vie les plus commercialisés au sein des

organismes d'assurances en Algérie ?

Quels sont les engagements à prendre de la part des actuaires avant d'arriver à tarifier leurs primes commerciales ?

Quels sont les outils à utiliser afin de faciliter et d'optimiser le calcul des primes commerciales aux assurances vie ?

Pour répondre à notre problématique, nous allons effectuer une recherche bibliographique ainsi qu'un stage pratique au sein la société d'assurances de Prévoyance et de Santé (SAPS). Le traitement des données se fera à l'aide du logiciel R.

Nous allons diviser notre mémoire en trois chapitres :

Chapitre 1 : il a pour objet de présenter les principaux éléments théoriques propres à notre sujet, donc il sera consacré à toutes les définitions de l'assurance vie.

Chapitre 2 : il présentera les différentes formules mathématiques dans les assurances vie, ainsi que les méthodes de tarification.

Chapitre 3 : il sera consacré à la pratique de la tarification au sein de l'établissement d'accueil SAPS, la présentation de la société, le système informatique utilisé et la réponse à notre problématique..

Chapitre 1

Généralité sur les assurances

introduction

L'assurance vie est l'un des nombreux procédés par lesquels l'humain se prémunit des risques qui le menacent et qui varient souvent dans le temps et dans l'espace, elle permet de se couvrir contre ces risques et porte une protection pour l'assuré lors de la survenance de l'événement, autrement dit l'assurance sur la vie est la branche d'assurance où l'assureur prend des engagements financiers aléatoires à très long terme et liés à la durée de la vie humaine. De ce fait, son fonctionnement technique est essentiellement basé sur des notions assez complexes de probabilité viagère et de mathématique financière dont la compréhension est fondamentale pour une bonne exploitation de la branche vie. En effet l'assurance apporte le confort moral en libérant l'esprit des préoccupations constantes. Ce n'est qu'au moment où l'être humain s'est senti en danger que cette idée a pris place dans sa vie.

1.1 Histoire et évolution de l'assurance :

De tous temps, l'assurance est apparue comme une pratique indispensable à l'essor économique d'un groupe en raison de la sécurité qu'elle apporte. On retrouve notamment des traces rudimentaires d'assurance en Mésopotamie, Egypte et Rome Antique, à travers des pratiques entre commerçants visant à répartir entre eux le coût des vols et pillages de leurs marchandises.

Une forme plus moderne est apparue au XIIIe siècle avec le « prêt à la grosse aventure » en matière de commerce maritime. A travers ce système, les marchands faisaient appel aux banquiers pour financer leurs expéditions maritimes. Celles-ci étaient effectivement très onéreuses et le risque de pertes était grand[5].

L'apparition première de l'assurance sur la vie fût enregistrée en Italie du nord dans le précurseur est un financier italien « TONTI ». Ce dernier a créé en France les premières TONTINES au XVIIème siècle. La TONTINE est l'ancêtre de l'assurance

vie et remonte à 1652[12].

Des personnes ce regroupent et décide ensemble de verser une somme d'argent à un gestionnaire. Environ 15ans plus tard, les membres se retrouvent pour partager l'argent. Bien entendu, Seule les personnes encore en vies peuvent prétendre à toucher les fruits de leur investissement.

En règle générale cet argent a fructifié ce qui permet un bon retour sur investissement.

Le plus ancien contrat vie conservé a été souscrit à Londres en 1583.

C'est en 1918 qui furent reconnus les statuts d'une compagnie d'assurance sur la vie et cela suite à un avis favorable avancé par le conseil d'Etat Français rendu public le 23 Mars 1918.

Depuis, la technique de l'assurance a évolué au cours des siècles et s'est étendue à de nombreux domaines. De nos jours, l'assurance est assimilée à une opération par laquelle l'assureur organise en une mutualité une multitude d'assurés, exposés à la réalisation de certains risques, et indemnise ceux d'entre eux qui subissent un sinistre grâce à la masse commune des primes collectées[15]..

1.2 Concepts de base

L'assurance est un ancien outil de protection mais qui a beaucoup évolué avec le temps tel qu'au départ elle a été un pari puis, à l'aide des statistiques, elle est devenue une science et maintenant elle est utilisée comme une enveloppe contenant les économies de son souscripteur et un outil de transmission du patrimoine.

Pour bien expliquer ce parcours nous allons procéder à son historique , sa définition et quelques notions de base.

1.2.1 Définition de l'assurance :

L'assurance est définie comme une réunion de personnes redoutant l'arrivée d'un événement, qui cotisent pour permettre à ceux qui sont touchés par cet événement de faire face aux dommages résultant. D'une manière générale l'assurance est une convention par laquelle, en contrepartie d'une prime, l'assureur s'engage à garantir le souscripteur en cas de réalisation d'un risque aléatoire prévue au contrat [1].

selon « Josef MARD » : L'assurance est une opération par laquelle une partie 'l'assuré' se fait promettre, moyennant une rémunération 'la prime' pour lui ou pour un tiers en cas de réalisation d'un risque, une prestation par une autre partie 'l'assureur' qui prenant en charge un ensemble de risques, les compense conformément aux lois de la statistique.

Pour qu'un risque soit assurable[5], il faut donc que trois conditions soient réunies : Premièrement, la réalisation du risque doit être aléatoire, c'est-à-dire indépendante de la volonté de l'assuré.

Deuxièmement, les risques doivent être nombreux et homogènes afin de pouvoir faire l'objet d'une mutualisation.

Enfin, l'assureur doit disposer de provisions financières suffisantes pour faire face à tous ses engagements. Véritable industrie de l'incertitude, l'assurance se situe ainsi à la croisée de l'économie, de la technique et du social ; c'est ce qui fait à la fois sa complexité et son charme.

1.2.2 Les catégories d'assurance

L'assurance est divisée en deux grands domaines correspondant aux différents risques couverts : les assurances de personnes et les assurances de dommages.

1.2.2.1 Assurance de dommage :

C'est les assurances qui englobent des biens et de responsabilité. Les premières permettent une indemnisation en cas de sinistre tandis que les secondes répondent au droit de réparation dont disposent les victimes d'un préjudice[26]. En assurance dommage, la question posée est souvent :

« Le sinistre va-t-il se produire et si oui, combien va-t-il coûter ? »

1.2.2.2 Assurance de personne :

L'assurance de personne est une convention de prévoyance entre l'assuré, et l'assureur, et par laquelle l'assureur s'oblige à verser au souscripteur ou bénéficiaire désigné une somme déterminée sous forme de capital ou une rente en cas de réalisation de l'événement prévu au contrat[33].

L'assurance de personne peut revêtir : une forme individuelle ou collective on peut retrouver les sous branches d'assurances de personnes suivantes :

a Assurance vie : l'assurance-vie est un terme générique qui englobe beaucoup de contrats différents, mais restant liés à la durée de la vie humaine. C'est une opération par laquelle l'assureur organise dans une mutualité les assurés présentant un risque agréé et s'occupe de collecter les primes versées par ceux-ci afin d'indemniser ceux qui en subissent un sinistre. Plus précisément, l'opération d'assurance vie consiste à placer des risques qui dépendent de la durée de la vie humaine auprès d'une compagnie d'assurance. Celle-ci va alors utiliser l'outil de la capitalisation afin d'obtenir un résultat en faveur de l'assuré ou des bénéficiaires[9].

b. Assurance maladie L'assurance maladie est un dispositif permettant aux personnes (les assurés) qui sont confrontées à des risques de maladie ,invalidité , de pouvoir bénéficier du remboursement de leurs frais médicaux ,ainsi que d'un

versement d'un revenu de remplacement en cas d'arrêt de travail .

c Assurance voyage l'assurance voyage est une assurance qui offre une protection financière en cas de frais médicaux et d'autres dommages qui pourraient survenir au cours d'un voyage lorsque vous êtes à l'extérieur de votre province ou de votre pays de résidence. Elle peut être en vigueur pendant une journée, une semaine, un mois, six mois ou même plus longtemps[31] .

d. Assurance corporels Un dommage corporel est un dommage portant atteinte à l'intégrité de la personne, c'est à dire causant des blessures ou le décès de la personne. Ce genre de dommage sont assurables avec différents contrats d'assurance de responsabilité ou de personnes.

Les dommages corporels représentent uniquement des atteintes à la personne humaine : ils s'opposent aux dommages matériels qui sont des atteintes aux choses, biens ou animaux, même s'il peuvent survenir lors d'un même sinistre [23].

e. Assurance scolaire L'assurance scolaire est une assurance spécialisée qui couvre l'enfant durant toute sa scolarité souscrite par le ou les parents d'un enfant .Elle protège l'enfant durant les activités scolaires et extrascolaires comme :

A la cantine , au cours de récréation , sur le trajet maison-école

f Assurance Décès Emprunteur (ADE) C'est une assurance limitée à la durée du crédit, qui garantit le remboursement à l'organisme prêteur au capital restant dû en cas de décès pour toutes causes, avant que le crédit ne soit remboursé.

On a deux types d'Assurance Décès Emprunteur :

– Assurance Décès Emprunteur « crédit immobilier »

- Assurance Décès Emprunteur « crédit à la consommation »

1.3 Le rôle de l'assurance :

1.3.1 Le Rôle économique :

L'assurance est un moteur essentiel du développement économique, il se manifeste par les aspects fondamentaux suivants :

1.3.1.1 Garantie des investissements

Aucun investisseur n'accepterait d'y investir son argent en risquant de voir les capitaux investis « partir en fumée », sans avoir sous la main non pas une promesse mais une garantie de récupérer son argent lors de survenance des sinistres, et depuis longtemps jusqu'à nos jours, seules les assurances ont pu offrir cette garantie aux investisseurs. Tout projet moderne d'investissement, et donc de développement, exige la participation de l'assureur sous la garantie duquel l'entrepreneur et surtout son banquier ne risqueraient pas les capitaux impliqués par le projet.

1.3.1.2 Placement des cotisations

L'assureur perçoit des cotisations avant que les assurés ne soient soumis aux risques contre lesquels ils sont garantis. Cela lui donne normalement une trésorerie excédentaire qu'il doit gérer au mieux des intérêts de la mutualité. En outre il s'écoule toujours un certain temps entre la date de survenance des sinistres et celle de leur règlement. À tout moment, les assureurs ont donc connaissance d'une liste de sinistres déclarés dont le coût probable a pu être évalué et sont en attente de règlement. Le total des évaluations de ces sinistres à régler doit être provisionné au passif du bilan au titre des engagements qui doivent être, eux aussi, gérés dans l'intérêt de la

mutualité[34] .

1.3.2 Le rôle social :

Le rôle social de l'assurance consiste à sécuriser les individus et leurs patrimoines ainsi que leurs revenus, et ce pour sauvegarder la stabilité sociale et le bonheur des individus. Ce rôle social se confirme à travers les points ci-après :

- Offrir à un sinistré les fonds nécessaires pour reconstruire ou racheter une maison après avoir perdu la sienne à cause d'un tremblement de terre.
- Garantir des revenus à la veuve et aux orphelins après la mort soudaine du père de famille.
- Verser des sommes substitutives au salaire pour un employé qui a perdu son poste de travail à cause d'un accident qui l'a rendu incapable d'exercer sa profession.
- Aider les malades financièrement pour s'offrir des méthodes de soins plus efficaces afin de récupérer rapidement leurs capacités physiques.

1.4 Les types d'assurance vie

L'assurance vie est une garantie du versement d'une somme d'argent lorsque on survient un événement lié à l'assuré (son décès ou sa survie) on distingue :

1.4.1 Assurance en cas de décès :

selon l'article 64 de l'ordonnance n°95-07 du 25 janvier 1995, modifié par la loi n° 06-04 du 20 février 2006 « l'assurance en cas de décès est un contrat par lequel l'assureur s'engage, moyennement une prime unique ou périodique, à payer au (x) bénéficiaire (s) une somme déterminée au décès de l'assuré. »

L'assurance en cas de décès est un contrat d'assurance vie qui permet le versement

d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire désigné, en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat.

Ces contrats d'assurance vie peuvent être souscrits individuellement ou collectivement, par l'intermédiaire d'une entreprise ou d'une association. Ils peuvent être souscrits à l'occasion d'un emprunt.

L'assurance en cas de décès peut être assortie de garanties complémentaires (garantie contre les risques d'incapacité ou d'invalidité, majoration de la garantie en cas de décès accidentel...).

Différentes formules permettent de constituer un capital ou une rente pour surmonter les difficultés financières qui peuvent survenir du fait de la disparition d'une personne. Les contrats d'assurance décès peuvent être souscrits soit pour une durée limitée (assurance temporaire décès), soit pour toute la vie (assurance vie entière)[12].

1.4.1.1 L'assurance vie entière :

Elle est souscrite pour une durée indéterminée et se dénoue lorsque survient le décès de l'assuré, quelle qu'en soit la date. Ce type de contrat d'assurance vie prévoit le versement d'un capital ou d'une rente au(x) bénéficiaire(s) désigné(s).

L'assurance vie entière peut être souscrite :

– **Pour assurer l'avenir de ses proches et organiser sa succession :**

Il est possible de prévoir une rente ou un capital par exemple pour compenser la baisse des revenus de la famille ou pour payer les droits demandés par le fisc. Ces contrats permettent également d'organiser la transmission de son patrimoine.

Le souscripteur désigne lors de la signature du contrat d'assurance vie entière un ou plusieurs bénéficiaires qui percevront, à son décès, la rente ou le capital garanti.

– **Pour assurer des revenus à un enfant handicapé :**

Pour assurer des revenus à un enfant handicapé, en cas de décès du souscripteur, il

est possible de souscrire un contrat d'assurance vie entière qui prévoit le versement d'un capital ou, si les conditions sont réunies, un contrat de rente survie qui garantit le versement d'un capital ou d'une rente.

Ces contrats peuvent être souscrits individuellement ou par l'intermédiaire d'associations de parents d'enfants handicapés dans le cadre d'un contrat d'assurance collective.

– **Pour financer les obsèques :**

Les contrats spécifiques obsèques sont des assurances vie entière qui ont pour objet de financer les frais funéraires et d'aider la famille à remplir les formalités consécutives au décès.

1.4.1.2 L'assurance temporaire :

Elle garantit le versement d'un capital ou d'une rente en cas de décès de l'assuré survenant pendant la période de validité du contrat. Si l'assuré est en vie au terme de cette période, le contrat d'assurance prend fin. Les cotisations versées ne sont pas récupérées par le souscripteur du contrat mais bénéficient à l'ensemble des assurés : il y a mutualisation des risques.

– **Pour rembourser un prêt :**

Souscrite généralement par l'intermédiaire d'un établissement financier, l'assurance emprunteur est une assurance temporaire, limitée à la durée du crédit, qui garantit son remboursement en cas de décès.

Cette garantie est le plus souvent complétée par des garanties d'assurance de personnes couvrant les risques d'invalidité, d'incapacité de travail et éventuellement de perte d'emploi.

– **Pour financer l'éducation des enfants :**

La rente éducation est une assurance temporaire décès qui répond à un besoin limité dans le temps. L'assuré choisit lui-même la durée de la garantie : dix, vingt, vingt-cinq ans... S'il décède pendant ce laps de temps, une rente, dont il aura choisi le montant à l'avance, sera versée à son enfant jusqu'à ce que celui-ci atteigne l'âge prévu dans le contrat.

1.4.1.3 L'assurance de survie :

Le contrat rente-survie est un contrat d'assurance en cas de décès permettant à un individu handicapé de percevoir le versement d'un capital, d'une rente au décès de ses parents.

Ce contrat d'assurance permet au souscripteur (le parent) d'assurer le versement d'un capital ou d'une rente au bénéficiaire (l'individu en situation de handicap).

Le contrat rente-survie peut être souscrit de plusieurs manières :

- **individuellement** c'est-à-dire auprès d'une société d'assurance ;
- **collectivement** c'est-à-dire auprès de mutuelles ou d'associations spécialisées.

L'objectif d'un tel contrat est de garantir au bénéficiaire un complément de revenus concernant sa situation de handicap. L'âge du bénéficiaire n'est pas un obstacle à la souscription du contrat (l'âge du souscripteur, lui ne doit pas dépasser 60 ans). En revanche, le bénéficiaire de ce contrat est obligatoirement atteint d'un handicap physique ou mental. Si le bénéficiaire est majeur il doit, pour prétendre au versement de son capital, être dans l'incapacité d'exercer une activité professionnelle. Dans le cas où le bénéficiaire serait mineur il doit, lui, être dans l'incapacité d'acquérir une formation professionnelle normale[36] .

1.4.1.4 Les garanties complémentaires des contrats d'assurance en cas de décès :

Il est possible de compléter son contrat d'assurance par d'autres garanties, qui ne sont pas toujours liées à la durée de la vie mais couvrent un risque particulier, par exemple :

– **La garantie incapacité de travail :**

Lors d'un arrêt de travail prolongé, une indemnité journalière est versée à l'assuré. Pendant cette période, l'assuré est éventuellement exonéré du paiement des cotisations relatives au contrat tout en bénéficiant du maintien des garanties.

– **La garantie invalidité :**

A la suite d'une invalidité définie dans le contrat, l'assureur verse des prestations sous la forme d'un capital ou d'une rente. Lorsque l'invalidité survient, l'assuré est exonéré du paiement des cotisations relatives au contrat d'assurance, tout en bénéficiant du maintien des garanties.

– **La garantie décès par accident :**

Le capital versé au(x) bénéficiaire(s) peut être doublé ou triplé lorsque le décès survient par accident et notamment par accident de la circulation.

– **La garantie perte d'emploi :**

Cette garantie est généralement proposée dans les contrats d'assurance liés à un prêt et prévoit soit le report des échéances du prêt, soit la prise en charge de la totalité ou d'une partie des mensualités pendant la durée fixée par le contrat.

1.4.2 Assurance en cas de vie :

selon l'article 64 de l'ordonnance n°95-07 du 25 janvier 1995, modifié par la loi n° 06-04 du 20 février 2006 : « l'assurance en cas de vie est un contrat par lequel

l'assureur, en échange d'une prime, s'engage à verser une somme déterminée, à une date fixée, si à cette date, l'assuré est encore vivant. La contre-assurance est une stipulation permettant le remboursement du montant des primes versées concernant l'assurance en cas de vie, lorsque l'assuré décède avant le terme fixé au contrat pour le paiement des sommes assurées. Cette contre-assurance est souscrite moyennant une prime spéciale intégrée à la prime principale. »

D'après cet article, dans le cas où l'assuré est encore vivant à l'échéance du contrat l'assureur doit verser un capital ou une rente ; et dans le cas de décès de l'assuré, le contrat comporte généralement des clauses (contres assurance) précisant le versement aux bénéficiaires ou ayant droit un capital ou une rente[41].

1.4.2.1 L'assurance de capital différé :

La société d'assurance prend l'engagement de verser à l'assuré un capital déterminé, s'il est en vie à une époque convenue.

En cas de vie au terme d'un contrat d'assurance-vie, l'assuré reçoit un capital. Le versement des primes peut être unique, libre ou périodique. Ce contrat peut bénéficier d'une contre- assurance-décès : si l'adhérent décède avant le terme du contrat, le capital est versé au(x) bénéficiaire(s) désigné(s)[5] .

1.4.2.2 L'assurance de rente en cas de vie :

l'assureur s'engage à payer périodiquement une rente déterminée, si à une certaine date, l'assuré est encore vivant.

1.4.3 Assurance mixte :

Ces assurances se composent à chaque fois d'une assurance en cas de vie et d'une assurance en cas de décès. Elles sont donc la juxtaposition, dans le cadre d'un même

contrat, de deux opérations d'assurances simples distinctes.

« Ce contrat contient, dans une même police, deux assurances distinctes : une assurance en cas de vie et une assurance en cas de décès (...) De cette analyse, il résulte que le nom d'assurance mixte est impropre : c'est la police qui est mixte, parce qu'elle est l'instrument commun de deux assurances, mais ces deux assurances n'ont, en elles-mêmes, rien de mixtes. »

On constate que chacune de ces assurances peut faire l'objet d'une cession bénéficiaire. Le preneur d'assurance peut en effet céder le bénéficiaire de chacune de ces assurances à des bénéficiaires différents, comme il peut se réserver le bénéfice de toutes les deux pour lui-même ou pour sa succession.

Compte tenu de cette particularité, il faudra, pour l'application à ces assurances complexes de certaines règles de droit patrimonial familial (les récompenses, le rapport successoral, la réduction), dégager le coût de la composante à laquelle on s'intéresse (par exemple l'assurance décès), afin d'éviter d'incorporer abusivement dans le coût de cette composante un financement qui a un tout autre objet. Ainsi par exemple, la charge que représentent les primes d'une assurance temporaire ne devrait pas être significativement différente selon que cette assurance est acquise séparément ou est comprise dans une assurance mixte, alors que la prime de l'ensemble complexe est bien entendu plus élevée[35].

1.5 Le contrat d'assurance vie

1.5.1 Définition d'un contrat d'assurance

Le contrat d'assurance est un contrat par lequel un organisme dit 'l'assureur', qui pour pratiquer l'assurance doit être autorisé par le Ministère des Finances à exercer ce type d'activité, s'engage envers une ou plusieurs personnes déterminées ou un groupe

de personnes dites les ‘assurées’, à couvrir, moyennant le paiement d’une somme d’argent dite ‘prime d’assurance’, une catégorie de risques déterminés par le contrat que dans la pratique on appelle ‘police d’assurance’. Les conventions additionnelles qui sont destinées à modifier le contrat initial prennent le nom ‘d’avenants’. Cette activité s’exerce dans de très nombreux secteurs (assurance de dommages, assurance de responsabilité, assurance vie, assurance-crédit notamment).

Il est régi à la fois par :

- Le droit général représenté par le code civil.
- Le code des assurances.

On distingue dans un contrat d’assurance : l’assureur, le souscripteur, l’assuré, le bénéficiaire..

1.5.1.1 L’assureur :

Il s’agit de la personne morale qui accepte la prise en charge des risques et qui s’engage à verser à l’assuré ou à un ou plusieurs bénéficiaires en cas de réalisation d’un préjudice les sommes garanties au cas où l’assuré serait vivant à une date déterminée, généralement à l’échéance du contrat ou s’il décède avant l’expiration du contrat.

1.5.1.2 Le souscripteur :

Il s’agit de la personne qui signe la police d’assurance et s’engage à verser les primes selon l’échéance convenue.

1.5.1.3 L’assuré :

c’est la personne sur laquelle l’assurance repose. Il peut être également désigné comme bénéficiaire des sommes assurées. Il représente également la personne à laquelle s’applique les garanties du contrat d’assurance, sans qu’elle en soit nécessairement le

souscripteur.

1.5.1.4 Le bénéficiaire :

c'est une personne physique ou morale désignée pour bénéficier des sommes assurées.

1.5.2 Les conditions du contrat d'assurance

Un contrat d'assurance est composé de deux parties principales : les conditions générales et les conditions particulières.

1.5.2.1 Les conditions générales :

Les conditions générales d'un contrat sont des conditions type. Elles expliquent quelles sont les conditions communes applicables à tous les assurés souscrivant le même genre de contrat d'assurance à savoir :

- Termes du contrat
- Les garanties
- Les exclusions de garanties
- Déchéance du contrat
- procédure de résiliation
- procédure de déclaration et d'indemnisation des sinistres
- contestations et recours.

Les conditions générales d'un contrat d'assurance ont une origine commune et sont fixées par le code des assurances.

Souvent nombreuses et considérées comme rébarbatives, les conditions générales d'un contrat sont pourtant très importantes à lire, notamment en ce qui concerne les exclusions de garanties qui conditionnent les indemnisations de l'assuré en cas de sinistre.

1.5.2.2 Les conditions particulières :

Les conditions particulières elles sont uniques et adaptées au profil de l'assuré. Elles personnalisent un contrat d'assurance et en définissent les particularités :

- Profil du souscripteur personnes et biens assurés valeur des biens assurés
- capital maximum en cas d'indemnisation montant des primes
- montant des franchises et dates de couverture
- modalité de versement des primes.

Les conditions particulières sont plus précises et souvent plus courtes que les conditions générales. Elle sont aussi plus importantes car elles sont directement liées à vos besoins d'assurance et définissent au plus près votre couverture.

Au final, les conditions particulières priment toujours sur les conditions générales. Le contrat n'a d'effet qu'après sa signature par les parties et qu'après paiement de la première prime

1.5.3 Les éléments qui caractérisent un contrat d'assurance :

1.5.3.1 Le risque :

Définit comme un événement futur et incertain qui dépend uniquement du hasard, il se réalise par les dégâts ou des dommages pouvant affecter, soit des biens, soit des personnes . Les événements assurables doivent présenter trois caractères :

- L'événement doit être futur : le risque ne doit pas être déjà réalisé.
- Il doit y avoir incertitude : on parle d'événement aléatoire.
- L'arrivé de l'événement ne doit pas dépendre exclusivement de la volonté de l'assuré[24].

1.5.3.2 Le sinistre :

C'est la réalisation d'un événement prévu au contrat et susceptible d'entraîner la prise en charge financière du dommage par l'assureur.

1.5.3.3 La mutualité :

L'ensemble des personnes assurées contre un même risque et qui cotisent pour faire face à ses conséquences constitue une mutualité. L'assurance est donc l'organisation de la solidarité entre les gens assurés contre la survenance du même type d'événement. Selon ce principe, si le risque s'aggrave, le tarif des contrats augmente, si le risque diminue, le tarif baisse. Si des assurés « fraudent » (en ne déclarant pas la gravité de leurs risques ou en exagérant l'importance d'un sinistre, par exemple), c'est l'ensemble de la communauté qui sera pénalisée. L'idée de compensation au sein de la mutualité implique que tous les membres de cette mutualité soient traités sur un pied d'égalité, c'est-à-dire avec équité[40].

Le principe universel de l'assurance est le regroupement d'un grand nombre de contrats d'assurance au sein d'une mutualité, pour que se réalisent des compensations entre les risques sinistrés et ceux pour lesquelles l'assureur aura perçu des primes sans avoir dû régler des prestations. A cet effet, le rôle de ce dernier est de diviser la charge des dommages ou « mutualiser les risques » : les mettre en commun, les répartir et les compenser en s'appuyant sur des lois mathématiques appliquées sur des statistiques collectées[26] .

1.5.4 Les caractéristiques techniques du contrat d'assurance vie :

1.5.4.1 Durée du contrat :

La durée du contrat est fixée par le souscripteur au moment de la souscription, certains ont une durée indéterminée (la rente viagère ou la vie entière).

Les contrats collectifs sont généralement souscrits par une durée d'un an renouvelable.

1.5.4.2 Les conditions financière du contrat :

Les conditions de l'opération d'assurance vie sont définies au moment de la souscription. Elles s'appliquent pendant toute la durée du contrat et constituent pour l'assureur des engagements irrévocables. Dans les contrats collectifs, l'assureur a le droit de modifier ces conditions financières lors de chaque renouvellement du contrat[2] .

1.5.4.3 La prime :

Appelée « le prix de l'assurance » c'est le montant que l'assuré doit versée à l'assureur afin de protéger le souscripteur en cas d'un sinistre.

La prime ou cotisation payée par l'assuré pour couvrir un risque donné est composée des éléments ci-dessous :

a. La prime pure : C'est la contrepartie des engagements futurs de l'assureur envers les assurés. Elle est calculée à partir de la table de mortalité et du taux d'intérêt minimum. Elle est appelée : prime de risque dans les assurances en cas décès ou prime d'épargne dans les assurances en cas de vie[3].

b. La Prime d’Inventaire : C’est la prime pure augmentée des chargements de gestion qui sont constitués par les frais de gestion de la prime (frais d’encaissement des primes tels que les commissions d’encaissement et autres frais de renouvellement) et les frais de gestion de la police ou du capital qui comprennent tous les frais exposés par l’assureur pour gérer la police durant son existence (exemple : salaires, loyers, matériels, etc.) s’expriment généralement en fonction du capital assuré (ex du capital par année)[10] .

c. La prime commerciale : est la prime d’inventaire augmentée des frais d’acquisition. Les frais d’acquisition sont les frais de production de la prime et comprennent, entre autres, les commissions pour les agents, les frais de transport, publicité, examens médicaux, établissement de la police, etc. Le niveau des frais d’acquisition dépend surtout du taux de commissionnement des agents, et ces frais d’acquisition sont habituellement exprimés en pourcentage de la prime ou rarement du capital assuré.

d. La prime commerciale brute ou prime TTC : C’est la prime effectivement payée par l’assuré. Elle est égale à la prime commerciale majorée des taxes d’assurances. (Les taxes qui sont reversées à l’Etat ont leur taux fixé par les autorités administratives).

e. Les sommes assurées : Elles sont fixées par le contrat, le souscripteur fixe librement le montant des garanties en fonction de ses propres ressources et les sommes qui sont prête à payer.

1.6 Aspects actuariels du fonctionnement des contrats d'assurance vie et capitalisation

Les opérations d'assurances vie sont essentiellement constituées d'engagements financiers à long terme et liés à la durée de la vie humaine. Ce sont donc des opérations financières à long terme effectuées dans un contexte aléatoire. Leur traitement repose donc essentiellement sur des notions de probabilités liées à la durée de la vie humaine et de mathématiques financières. Nous allons ici rappeler les probabilités viagères de base et les mathématiques financières ensuite décrire leurs applications aux opérations d'assurance vie et capitalisation.

1.6.1 Rappels de mathématiques financière

1.6.1.1 Notion d'intérêt composé

La notion d'intérêt peut se définir comme la rémunération d'une somme d'argent prêtée pendant un certain temps. Dans la pratique, deux méthodes de calcul sont appliquées (selon la durée du prêt) pour calculer les intérêts à savoir les intérêts simples et les intérêts composés.

Les intérêts simples sont généralement utilisés pour les opérations de courte durée et les intérêts composés pour les opérations de longue durée comme en assurance vie et capitalisation. Nous allons donc parler uniquement que d'intérêts composés dans la suite du cours.

On parle d'intérêts composés lorsque les intérêts produits par un capital initial viennent s'ajouter à ce capital pour rapporter eux aussi des intérêts. On dit alors que les intérêts sont capitalisés[20].

a. Valeur acquise d'un capitale (capitalisation financière) : La valeur acquise par un capital C placé à intérêts composés au taux annuel de i pendant n années est la valeur de ce capital majoré des intérêts successifs au bout des n années. Elle se calcule par la formule suivante :

$$\text{valeuracquise} = C * [(1 + i)^n]$$

b. valeur actuelle d'un capitale (actualisation financière) : La valeur actuelle d'un capital futur C disponible dans n années est le capital C_t qu'il faut placer à la date d'aujourd'hui à un taux d'intérêts de $i\%$ pour avoir le capital C au bout des n années. Elle se calcule par la formule ci-dessous :

$$\text{Valeuractuelle} = C * [(1 + i)^{-n}]$$

1.6.1.2 Annuité certain

a. Définition : On appelle annuité une suite de montants versés périodiquement. Elle est dite certaine lorsque le nombre total de versements prévus est fixé à l'avance. En d'autres termes, les versements seront effectués quel que soient les conditions. Dans cette partie relative aux rappels de mathématiques financières, on ne parlera que d'annuité certaine[4].

Selon la date de versement du premier terme de l'annuité, on distingue l'annuité payable d'avance et l'annuité à terme échu :

- **Annuité certaine payable d'avance :** l'annuité certaine est dite payable d'avance lorsque le premier versement a lieu au début de la première période et le dernier au début de la dernière période.
- **Annuité certaine à terme échu :** l'annuité certaine est dite à terme échu lorsque le premier versement a lieu à la fin de la première période et le dernier à la fin de la dernière période

b. Valeur acquise et valeur actuelle d'une suite d'annuités : Nous donnons ci-dessus la formule de calcul de la valeur acquise et actuelle d'un capital versé en une seule fois. Qu'en est-il lorsqu'il s'agit d'une annuité ?

C'est-à-dire une suite de montants versés périodiquement.

Pour établir ces formules dans cette partie on notera

a = montant (constant) de chaque versement

i = le taux d'intérêts par période.

n = le nombre de versement

b 1. Valeur acquise d'une suite d'annuités : La valeur acquise d'une annuité est la somme des valeurs acquises des termes de l'annuité :

– **annuité certaine payable d'avance :** la formule de calcul de la valeur acquise d'une annuité certaine payable d'avance est la suivante :

$$\text{Valeur acquise} = a * (1 + i) * [(1 + i)^{-n} - 1] / i$$

– **annuité certaine à terme échu :** la formule de calcul de la valeur acquise d'une annuité certaine à terme échu est la suivante

$$\text{Valeur acquise} = a * [(1 + i)^{-n} - 1] / i$$

b 2. Valeur actuelle d'une annuité La valeur actuelle d'une annuité est la somme des valeurs actuelles des termes de l'annuité :

– **annuité certaine payable d'avance :** la formule de calcul de la valeur actuelle d'une annuité payable d'avance est la suivante

$$\text{Valeur actuelle} = a * (1 + i) * [1 - (1 + i)^{-n}] / i$$

– **annuité certaine à terme échu :** la formule de calcul de la valeur actuelle d'une annuité payable à terme échu est la suivante :

$$\text{Valeur actuelle} = a * [1 - (1 + i)^{-n}] / i$$

Remarque : très souvent on appelle annuité la valeur actuelle d'une suite de montants égaux à 1 franc payable d'années en années pendant un certain temps n . Cette annuité est notée en actuariat comme suit :

$\ddot{a}_{n|}$ =valeur actuelle d'une annuité demontant égaux à 1 franc payable d'avance d'année en année pendant n années.

$$\ddot{a}_{n|} = (1 + i) * [1 - (1 + i)^{-n}] / i$$

$\ddot{a}_{n|}$ =valeur actuelle d'une annuité de montant égaux à 1 franc payable à terme échu d'année en année pendant n années.

$$\ddot{a}_{n|} = [1 - (1 + i)^{-n}] / i$$

1.6.1.3 Probabilités viagères de base

a.Définitions et notations Les opérations d'assurance vie étant liées à la durée de la vie humaine, leur mise en œuvre nécessite absolument le calcul des probabilités de décès ou de survie à partir de statistiques de mortalité. Ces probabilités liées à la durée de la vie humaine sont dites probabilités viagères[14].

b.Les Principales probabilités viagères sur une tête :

– **Probabilité de survie :**

C'est la probabilité qu'un individu d'âge x soit vivante dans n années ou encore la probabilité qu'un individu d'âge x atteigne l'âge $x + n$. La notation actuarielle de cette probabilité est : ${}_n P_x$ Ainsi ${}_1 P_x$ est la probabilité qu'un individu d'âge x soit en vie à la fin de l'année. Dans ce cas elle est simplement notée P_x (sans mettre la durée avant la lettre p).

– **Probabilité de décès :**

C'est la probabilité qu'un individu d'âge x décède dans les n années à venir ou encore la probabilité qu'un individu d'âge x décède avant l'âge $x + n$. La notation actuarielle

de cette probabilité est : ${}_nq_x$ Ainsi ${}_1q_x$ est la probabilité de décès de dans l'année. Elle est simplement notée P_x .

c Calcul des probabilités viagères Le calcul numérique des probabilités viagères se fait à partir de table dites «tables de mortalité»

1.6.1.4 Les tables de mortalités :

Les actuaires ont toujours consacré du temps à étudier la mortalité, car un de leurs objectifs est de construire des tables de mortalité fiables ou très proches de la réalité. Bien sûr, la mortalité future n'est pas la seule source d'aléa. Une table de mortalité (appelée aussi table de survie) est une construction qui permet de suivre le nombre de décès, les probabilités de décès ou de survie selon l'âge et le sexe. La table de mortalité donc, Elle donne pour chaque âge et cela jusqu'à un âge limite :

- le nombre de survivants à l'âge x noté (l_x)
- le nombre de décès constatés à l'âge x noté (d_x)
- L'âge limite (W) étant l'âge au-delà du quel il n'ya plus de survivants Ces tables sont alors très utiles notamment pour les assureurs, qui les utilisent pour déterminer leurs primes d'assurance. Il existe deux types de tables de mortalité :

1. Lorsque les observations ayant servi à la construction d'une table de mortalité portent sur toute une population, on parle de table de mortalité démographique.
2. Dans le cas où les observations ne concernent que les assurés d'un ensemble de compagnies d'assurance vie ou d'une compagnie d'assurance vie, on parle de table de mortalité d'expérience. tel que : Une table (démographique ou d'expérience) peut être :

rétrospective : table basée sur des données passées.

prospective : table basée sur l'extrapolation des tendances observées dans le passé .Les tables rétrospectives démographiques ou d'expérience sont plus simples à construire. Elles présentent cependant un inconvénient majeur car elles ne distinguent pas les générations et ne prennent pas en compte l'amélioration de la qualité de vie de la population au fil du temps. Le caractère statique des tables rétrospectives fait que ces tables deviennent nécessairement obsolètes après un certain nombre d'années[11].

a.Les étapes de construction d'une table de mortalité : La construction d'une table (démographique ou d'expérience) comporte deux phases

– **1ère phase** :

On observe des groupes de personnes ayant l'âge x (à plus ou moins six mois). Pour chaque groupe d'âge x , on relève les quantités suivantes :

L_x =nombre d'individus d'âge x en début d'année d'observation.

D_x =le nombre de décès survenus dans l'année.

On calcule une estimation du taux annuel de mortalité (Q_x) comme suit : $Q_x = D_x/L_x$.

Les (Q_x) ainsi calculés sont dits bruts (calculés directement à partir des observations) et peuvent présenter des irrégularités en raison des aléas statistiques.

– **2ème phase** :

On corrige les incohérences constatées sur les données brutes par des méthodes lissage. Cela consiste à remplacer les (Q_x) bruts observés par une suite de (q_x) calculée à l'aide d'une fonction mathématique et dont les paramètres sont calculés à partir des (Q_x) observés.

Partant des taux de mortalité ajustés (q_x) on déduit les nombres de survivants (l_x) à l'âge x en partant d'un nombre (l_0) de naissances arbitrairement choisi :

$$l_1 = l_0(1 - q_0)$$

$$l_2 = l_1(1 - q_1) = l_0(1 - q_0)(1 - q_1)$$

$$l_3 = l_2(1 - q_2) = l_0(1 - q_0)(1 - q_1)(1 - q_2)$$

ainsi on peut calculer tous les (l_x) .

. Dans le cas d'une table démographique :

Les données nécessaires sont les résultats d'un recensement de la population qui indiquent pour chaque âge le nombre de personnes de chaque sexe , les registres d'état civil qui donnent par année les naissances et les décès. les statistiques des mouvements migratoires.

. Dans le cas d'une table de mortalité d'expérience :

les statistiques utilisées sont celles d'un ensemble de compagnies vie ou d'une compagnie sur plusieurs années d'exploitation. Ainsi, en se référant à l'origine des données nécessaires à la construction d'une table de mortalité, envisager des tables de mortalité démographiques pour la plupart des pays africains paraît presque impossible vii la très mauvaise tenue des registres d'état civils dans ces pays.

1.6.1.5 Notion de valeur actuelle probable :

Le problème principal de l'assureur vie est de pouvoir déterminer à la date de souscription d'un contrat quelconque, la valeur d'un engagement à long terme dont la réalisation n'est pas certaine. Pour cela il utilise la notion de valeur actuelle probable qui combine à la fois la notion de valeur probable (calcul de probabilité) et celle de valeur actuelle (mathématiques financières).

La valeur actuelle probable d'un engagement est définie comme le produit de la valeur actuelle de cet engagement par la probabilité de réalisation de l'engagement.

Cette notion permet à l'assureur d'évaluer ces engagements et donc de les provisionner suffisamment.

conclusion

Contrairement à la mentalité populaire, l'assurance remplit des fonctions diverses et importantes, soit du point de vue individuel ou du point de vue général. L'assurance vie est une branche stratégique en assurance et l'une des plus importantes du foyer. Le présent du contrat a pour objet de couvrir l'assuré contre les risques, selon les garanties souscrites et spécifiées régies par la loi, il diffère d'un pays à un autre. L'assurance vie est une assurance obligatoire concernant la responsabilité envers les tiers, ainsi que la volonté des assurés de souscrire a des garanties facultatives qui les protègent contre les risques survenus.

Dans notre premier chapitre, nous avons abordé un ensemble de rappel des concepts généraux d'assurance vie Où on décrit les opérations de souscription et de gestion des contrats ainsi le fonctionnement technique et actuariel de cette branche , et enfin pour une bonne compréhension on a montré le rôle important de l'assurance vie soit sur le plan social ou sur le plan économique.

Chapitre 2

Calcul des primes et confection des tarifs

introduction

En assurance la tarification est un processus utilisé par les compagnies pour déterminer l'admissibilité d'une personne ou d'un groupe de personne à une couverture d'assurance .

Le prix d'assurance doit refléter le risque présenté par le souscripteur , d'où la tarification sert à évaluer ce risque puis à établir un prix adéquat pour la couverture telle que plus le risque est élevé plus la prime acquittée l'est aussi .

La tarification de la prime varie selon le montant de couverture ainsi que les informations personnelles qui concerne l'assuré ,si le participant souhaitant s'assurer jeune alors le capital demandé sera peu élevé et les exigences de tarification seront simples aussi par contre le capital demandé par l'assureur devient plus important si l'assuré est plus âgé.

Sur ce , nous allons décortiquer dans notre deuxième chapitre les méthodes de tarification utilisé pour le calcul des primes dans l'assurance vie .

2.1 La tarification : en tête du processus de conception d'un produit d'assurance

Pour toujours rester concurrentiel et rentable, chaque assureur doit régulièrement mettre au point de nouveaux produits afin de répondre à la demande du marché.

Leur conception repose sur les échanges entre les différentes directions de la compagnie d'assurance.

Dans un premier temps, des études sont lancées afin de définir le besoin des clients ainsi qu'une population cible : c'est la vision marketing. L'étape suivante est la tarification, que nous détaillerons dans ce mémoire. Elle est réalisée par le pôle Actuariat. Ce dernier s'intéresse également au besoin en réassurance et mène des études de

rentabilité du produit. Suite à cela, des documents contractuels doivent être rédigés et l'agrément des autorités obtenu. C'est le pôle juridique qui s'assure que les conditions contractuelles représentatives du risque couvert sont claires et conformes à la législation.

Une fois tarifé, le produit d'assurance peut être lancé. Pour sa distribution, le choix du réseau utilisé, réalisé en amont de la tarification, est large : courtiers, agents généraux, réseau bancaire ou encore internet.

Des échanges réguliers entre l'actuaire, qui établit le tarif, et le distributeur ont lieu en amont et en aval de ce processus de conception du produit. Le plus souvent, ce sont les courtiers qui remontent les demandes particulières de leurs clients. Cela entraîne parfois la modification de certaines conditions contractuelles. Ces modifications, en fonction de leur ampleur, peuvent être accompagnées ou non d'un ajustement du tarif.

Même après son lancement, le produit est suivi et un reporting est réalisé : des rapports actuariels sont établis pour permettre d'analyser la collecte, la satisfaction des clients, mais aussi, d'identifier de nouveaux besoins[25].

2.2 Engagements réciproques : prime contre couverture

Une police d'assurance matérialise un contrat passé entre un assureur et un assuré pour une durée déterminée appelée période de garantie ou de couverture.

Depuis la souscription et jusqu'à échéance du contrat, l'assureur et l'assuré sont engagés réciproquement :

- L'assuré doit payer la prime d'assurance : en totalité à la souscription dans le cas d'une prime annuelle, et chaque mois dans le cas d'un fractionnement mensuel de

la prime.

- L’assureur quant à lui, s’engage à payer tout sinistre garanti par le contrat survenant à l’assuré durant la période de couverture.

Ainsi, en contrepartie d’une prime d’un montant connu à la souscription, l’assureur s’engage à couvrir un risque de montant inconnu. C’est l’inversion du cycle de production, caractéristique du secteur de l’assurance. Il est donc fondamental pour la survie de l’activité de l’assureur d’estimer au mieux les futures dépenses auxquelles il va devoir faire face[30].

2.3 Lien entre Prime Pure et Prime Commerciale

Il faut bien garder à l’esprit que la prime commerciale, réellement payée par l’assuré, peut totalement différer de la prime pure. En principe, cette dernière constitue la base de la Prime Commerciale mais certains facteurs tendent à les éloigner.

C’est le cas notamment de la réglementation, qui contraint l’assureur à l’utilisation de certaines variables tarifaires. En effet, pour établir la prime pure de chaque assuré, l’assureur va devoir segmenter son portefeuille, c’est-à-dire le découper en classes d’individus présentant un risque similaire, à l’aide de critères de segmentation renseignés par l’assuré lors de la souscription du contrat. Cependant, certains critères de segmentation peuvent être utilisés pour la tarification technique mais ne sont pas autorisés pour la tarification commerciale.

La stratégie commerciale est également un facteur d’éloignement de la prime pure et commerciale car souvent, pour des raisons de positionnement marketing, l’assureur fait le choix d’appliquer un tarif commercial unique même si le risque diffère selon les individus.

Enfin la concurrence est un levier important sur le niveau de la prime commerciale puisque la compagnie d’assurance doit prendre en considération ce que propose le

marché afin de ne pas compromettre la distribution de son produit. Ces éléments amènent les assureurs à revoir leur tarification en apportant des correctifs, souvent individualisés, à la prime commerciale[19].

2.4 Calcul primes pures (contrats classiques)

La prime pure d'un contrat est la prime qui permet de couvrir exactement le risque garanti sans tenir compte des différents chargements de l'assureur.

Dans un contrat d'assurance sur la vie l'assureur prend des engagements financiers à long terme et liés à la durée de vie de l'assuré : paiement d'un capital ou d'une rente en cas de décès ou de survie de l'assuré. En contrepartie, le souscripteur s'engage à payer à l'assureur les primes prévues au contrat tant que l'assuré est vivant. Généralement, le montant des capitaux garantis est fixé par le souscripteur à sa convenance à la souscription du contrat. Il revient à l'assureur de déterminer le montant de la prime à payer par le souscripteur. Pour cela, l'assureur applique un principe dit principe fondamental du calcul des primes[32].

2.4.1 Le principe du calcul des primes

2.4.1.1 L'idée du principe

Le calcul de la prime pure en assurance vie repose sur un principe fondamental que nous allons introduire à partir d'un exemple de capital différé sans contre-assurance.

Dans un contrat de capital différé SCA l'assureur s'engage à verser un capital au terme du contrat si l'assuré est en vie. Il ne paie rien si l'assuré décède avant le terme du contrat.

Leur évaluation revient donc à calculer leur VAP à la date de souscription. On obtient alors la prime par égalisation des deux VAP, d'où le principe suivant :

a. Enoncé du principe fondamental La prime pure d'un contrat d'assurance vie classique est déterminée en écrivant que les VAP des engagements de l'assuré et de l'assureur sont égales à la date de souscription du contrat. On en déduit l'équation permettant de calculer la prime pure d'un contrat vie.

$VAP(\text{assuré}) = VAP(\text{assureur})$ à la date de souscription du contrat.

Ainsi pour calculer la prime pure, il faut déterminer les VAP des engagements de l'assuré et de l'assureur. L'évaluation de ces engagements à l'origine du contrat, c'est-à-dire le calcul de leur VAP nécessite d'une part, le calcul de la valeur actuelle de ces engagements (donc la fixation d'un taux d'intérêt sur la durée du contrat) et le calcul de la probabilité de réalisation de ces engagements d'autre part (donc le calcul des probabilités viagères).

En résumé, le calcul de la prime pure est basé principalement sur deux choses :

- le taux d'intérêt sur la durée du contrat
- les probabilités viagères[6].

2.4.1.2 Choix des outils de base du calcul des primes

a. Le choix du taux d'intérêt : Dans le calcul des primes l'assureur utilise un taux d'intérêt qui lui permet de déterminer la VAP des engagements de chaque partie contractante. Ce taux étant contractuellement fixé une fois pour toute à la souscription du contrat qui est généralement de longues durées, l'assureur doit être très prudent dans son choix. C'est pourquoi il est fixé à un niveau tel que les intérêts réellement réalisés à long terme sont à coup sûr d'un niveau plus élevé. Il est appelé taux d'intérêt technique.

b. Le choix de la table de mortalité : Par soucis de prudence, le choix des tables de mortalité est fait de manière à surestimer les engagements de l'assureur.

En résumé : le choix de ces deux éléments (taux technique et tables de mortalité)

est basé essentiellement sur la prudence de manière à ne pas être trop optimiste sur les rendements financiers des placements et à ne pas sous-estimer les probabilités de réalisation du risque.

2.4.2 Application au calcul des primes de quelques contrats

Nous avons vu que pour appliquer le principe fondamental, il faut calculer les VAP des engagements de l'assureur et celles de l'assuré. Les engagements de l'assuré consistent à payer soit une prime unique à la souscription, soit des primes périodiques pendant une durée inférieure ou égale à celle du contrat, soit viagèrement (contrat vie entière). Ainsi les engagements de l'assuré ne dépendent pas de la nature du contrat. Ce qui n'est pas le cas pour les engagements de l'assureur qui eux vont dépendre de la nature du contrat. Nous allons donc définir dans un premier temps les engagements de l'assuré indépendamment de toute forme de contrat et ensuite ceux de l'assureur par type de contrat pour en déduire les primes pures.

2.4.2.1 VAP (Assuré)

La VAP(Assuré) est indépendante de la nature du contrat. Elle dépend de la forme de paiement de la prime (unique ou périodique).

x = âge de l'assuré à la souscription n durée du contrat

n = durée du contrat

i = taux d'intérêt technique annuel

PA = montant (inconnu) de la prime pure annuelle

C = capital garanti

PU = prime unique (inconnue)

R = montant de la rente

a.VAP (Assuré) en cas de paiement de primes périodiques annuelles limitées ou viagères :

- **Primes annuelles pendant n années tant que l'assuré est en vie (primes limitées)**

$$VAP(1\text{ère rente}) = PA$$

$$VAP(2\text{ème rente}) = PA * (1 + i)^{-1} * l_{x+1}/l_x = PA * (1 + i)^{-1} * P_x$$

$$VAP(n^{\text{ème}} \text{ rente}) = PA * (1 + i)^{-(n-1)} * l_{x+n-1}/l_x = PA * (1 + i)^{-(n-1)} * {}_{n-1}P_x$$

Somme des VAP

$$= PA + PA * (1 + i)^{-1} * l_{x+1}/l_x + PA * (1 + i)^{-2} * l_{x+2}/l_x + \dots + (1 + i)^{-(n-1)} * l_{x+n-1}/l_x$$

$$= PA * [1 + (1 + i)^{-1} * l_{x+1}/l_x + (1 + i)^{-2} * l_{x+2}/l_x + (1 + i)^{-(n-1)} * l_{x+n-1}/l_x]$$

$$= PA * [\sum_{k=0}^{n-1} (1 + i)^{-k} * {}_kP_x]$$

L'expression entre crochet est dite annuité viagère payable d'avance. En actuariat vie elle est notée \ddot{a}_x . Elle représente la VAP d'une suite de versement de montant 1 dinar payable d'avance d'année pendant une durée n tant qu'une personne d'âge x est en vie[16].

On a donc la formule suivante : $VAP(\text{assuré}) = PA * {}_n\ddot{a}_x$

- **Primes annuelles viagères (illimitées) et payables tant que l'assuré est en vie**

Ici la prime étant payée tant que l'assuré est en vie, on fait la sommation jusqu'à l'infinie (c'est à dire l'âge limite de la table de mortalité)[17]. Ce qui donne :

$$VAP(\text{Assuré}) = PA * [\sum_{k=0}^{w-x} (1 + i)^{-k} * {}_kP_x]$$

L'expression entre crochet est dite annuité viagère payable d'avance. En actuariat vie elle est notée \ddot{a}_x Elle représente la VAP d'une suite de versement de montant 1 dinar payable d'avance d'année en année tant qu'une personne d'âge x est en vie.

Avec cette notation on a : $VAP(\text{assuré}) = PA * \ddot{a}_x$

b.VAP(Assuré) en cas de paiement d'une prime unique : Dans ce cas, la VAP est simplement égale au montant de la PU versée à la souscription; il n'y a donc ni facteur d'actualisation ni facteur viager car le versement unique est fait à la souscription du contrat et il est certain (car l'assuré doit être en vie à la souscription).

Donc dans ce cas on a : $VAP(Assuré) = PU$

2.4.2.2. Calcul VAP (Assureur) et primes pures de quelques contrats vie

a.la contrat à capital différé sans contre assurance

– Calcul VAP(Assureur)

$$VAP(assureur) = C * [(1 + i)^{-n} * l_{x+n}/l_x]$$

En actuariat l'expression entre crochet est notée ${}_nE_x$ Elle représente la VAP d'un capital de 1 dinar payable dans n années si une tête (x) est en vie au bout des n années[18].

En utilisant la notation actuarielle ci-dessus on a :

$$VAP(Assureur) = C * {}_nE_x$$

– Calcul de la prime pure

Prime pure annuelle : PU

Pour calculer **PA**, on applique le principe fondamental. Ce qui donne l'équation :

$$PA * {}_{\lfloor n} \ddot{a}_x = C * {}_n E_x$$

On en déduit que : $PA = C * {}_n E_x / {}_{\lfloor n} \ddot{a}_x$

Prime pure unique : PU

Par application du principe fondamental on a : $PU = C * {}_n E_x$

b.Le contrat temporaire décès

– contrat à capital constant :

Calcul de la VAP(Assureur)

$$VAP(E_1) = C * (1 + i)^{-0.5} * q_x$$

$$VAP(E_2) = C * (1 + i)^{-1.5} * p_x q_{x+1}$$

$$VAP(E_k) = C * (1 + i)^{-(k-0.5)} * {}_{k-1}p_x q_{x+k-1}$$

La somme de $VAP(E_t)$

$$= C * (1 + i)^{-0.5} * q_x + C * (1 + i)^{-1.5} * p_x q_{x+1} + \dots + (1 + i)^{-(k-0.5)} * {}_{k-1}p_x q_{x+k-1}$$

$$= C * \left[\sum_{k=0}^{n-1} * C * (1 + i)^{-(k-0.5)} * {}_{k-1}p_x q_{x+k-1} \right]$$

L'expression entre crochet est notée ${}_n A_x$ en actuariat. Elle représente la VAP d'un capital de 1dinar payable au décès d'une tête x qu'elle qu'en soit la date.

En utilisant la notation actuarielle ci-dessus on a :

$$VAP(Assureur) = C * {}_n A_x$$

Calcul de la prime pure

.Prime pure annuelle : PA

Pour calculer PA, on applique le principe fondamental. Ce qui donne l'équation :

$$PA * {}_n \ddot{a}_x = C * {}_n A_x$$

On en déduit que $PA = C * {}_n A_x / {}_n \ddot{a}_x$

Prime pure unique : PU

Par application du principe fondamental on a : $PU = A * {}_n A_x$

– Contrat à capital décroissant (décès emprunteur)

Le principe est le même que pour les contrats temporaire décès à capital constant.

La difference se trouve dans la détermination du capital décès de chaque année.

Ici, on raisonne en terme de capital moyen assuré par année. Il existe plusieurs méthodes de détermination de ce capital moyen. L'une consiste à prendre la somme moyenne des capitaux restant dû en début de chaque.année Une autre méthode plus simple consiste à prendre la demi somme des capitaux restant dû en debut et en fin d'année[42].

Ainsi on note :

cm_k =le capital moyen de la K ième année

N = la durée du prêt (égal à la durée du contrat d'assurance)

X =l'âge de l'emprunteur à la mise en place du prêt

PUP =la prime pure unique

PAP =la prime annuelle pure payable d'avance

I =Taux technique

$$PUP = \sum_{k=0}^{n-1} cm_k * (1 + i)^{-(k+0.5)} * ({}_k p_x * q_{(x+k)})$$

$$PAP = PUP / {}_n \ddot{a}_x$$

2.4.2.3 Les nombres de commutations

- **Définition et notation** Ce sont des nombres prédéfinis par âge qui permettent de simplifier le calcul des primes lorsque on ne dispose pas d'outil informatique. Ces nombres s'appellent commutations ou nombre de commutation. Ils sont rassemblées dans une table dite table de commutation et sont calculées à partir d'une table de mortalité donnée et d'un taux d'intérêt technique i fixés.(voir Annexe B)[13].

2.4.2.4.Passage des notations actuarielles aux nombres de commutations

En utilisant les nombres de commutations, les notations actuarielles précédemment définies deviennent :

Tableau01 : passage des notations actuarielles aux nombres de commutation

<i>Notions – actuarielle</i>	<i>Nombre – de – commutations</i>
${}_nE_x$	D_{x+n}/D_x
\ddot{a}_x	N_x/D_x
a_x	N_{x+1}/D_x
${}_n\ddot{a}_x$	$(N_x - N_{x+n})/D_x$
${}_n a_x$	N_{x+n}/D_x
${}_n a_x$	$(N_{x+1} - N_{x+n+1})/D_x$
${}_n a_x$	N_{x+n+1}/D_x
A_x	M_x/D_x
${}_nA_x$	$(M_x - M_{x+n})/D_x$

source : établi par nous même à partir d'un article actuariel

2.4.3 Prime d'inventaire et prime commerciale contrats classiques

2.4.3.1 Les chargements

La prime payée par le souscripteur est dite prime TTC. Elle se calcule à partir de la prime pure en ajoutant à celle-ci un certain nombre d'éléments appelés chargements puis la taxe pour permettre à l'assureur de faire face au fonctionnement administratif et commercial de son entreprise.

a. Définition et rôle des chargements Ce sont des sommes qui viennent compléter la prime pure pour permettre à l'assureur de couvrir l'ensemble des frais de toutes natures que celui-ci est obligé d'engager pour commercialiser des contrats et les gérer. La fixation de leur montant au lancement d'une nouvelle compagnie ou à la conception d'un nouveau produit est une tâche délicate pour l'actuaire. La réglementation des assurances en zone CIMA laisse à l'assureur le choix de leur montant

contrairement aux autres bases tarifaires que sont la table de mortalité et le taux d'intérêt technique. L'assureur doit prendre beaucoup de précaution dans la détermination du montant des chargements car ceux ci contribuent aux résultats de la compagnie et une sous estimation ou surestimation de leur montant influencent les comptes de la compagnie.

Les principaux chargements couramment pratiqués sont définis en fonction de la nature des frais qu'ils sont destinés à couvrir. Ainsi on distingue :

- les chargements d'acquisition destinés à couvrir les frais d'acquisition des contrats (commissions, frais de commercialisation, etc...).
- les chargements de gestion destinés à couvrir les frais généraux (hors commissions) de toute nature exposés par l'assureur.

En plus de ces chargements classiques couramment pratiqués, certains assureurs en fonction de la nature de leurs contrats, du statut de leur société et de leur réseau commercial prélèvent des chargements annexes. Il peut donc exister d'autres types de chargements non évoqués ici dans cet exposé[27].

b.Chargement de gestion et frais généraux de l'assureur Lors de la conception d'un contrat, les chargements de gestion inclus dans le montant de la prime totale payée par le souscripteur sont destinés à couvrir les frais généraux réellement exposés par l'assureur pour assurer l'exploitation de la compagnie (salaires, FDG, TFSE, etc...). L'actuaire fixe leur montant inclus dans chaque prime de manière à ce qu'il couvre au moins les frais généraux de l'assureur. Il doit les calculer à la conception du contrat, alors que les frais généraux de l'assureur ne sont connus avec exactitude qu'après plusieurs années d'exploitation et si l'assureur dispose d'une comptabilité analytique claire et détaillée par type de contrats et par poste de dépenses. L'actuaire peut procéder par ajustement du montant des chargements au fil des exercices comptables. Ainsi pour une catégorie de contrats donnée, il peut exister

dans le portefeuille d'un assureur plusieurs générations de contrats de même nature mais de système de chargement de gestion différents.

c.Chargement d'acquisition et commissions payées aux apporteurs Lors de la conception d'un contrat, les chargements d'acquisition inclus dans le montant de la prime totale payée par le souscripteur sont destinés au paiement des commissions des apporteurs.

L'actuaire fixe le montant des chargements d'acquisition inclus dans chaque prime de manière à ce qu'il soit au moins égal au montant des commissions effectivement versées aux agents commerciaux.

Une fois le montant des commissions incluses dans chaque prime connue, l'assureur choisit une des manières suivantes de rémunérer les apporteurs :

- verser les commissions sur la durée de paiement des primes au fur et à mesure de leur encaissement. On parle de commissions non escomptées.
- verser à la souscription du contrat la totalité des commissions prévues au contrats (compte tenu de la durée de paiement des primes et de la probabilité de leur paiement). C'est l'escompte des commissions.
- verser la totalité des commissions prévues au contrat pendant les premières années de son existence (en générale pendant les trois premières années) en fixant des facteurs de commissionnement par année. C'est l'escompte partiel des commissions qui est une méthode intermédiaire entre les deux précédentes[47].

2.4.3.2. calcul prime d'inventaire et prime commerciale

Nous savons que la prime TTC payée par le souscripteur est égale à la prime pure majorée des différents chargements indiqués ci-dessus et des taxes. Ainsi, on distingue la prime d'inventaire qui est égale à la prime pure majorée des chargements de gestion et la prime commerciale définie comme la somme de la prime d'inventaire et des

chargements d'acquisition. Pour déterminer le montant de ces deux types de prime, l'assureur applique le même principe d'égalité entre les VAP des deux parties au contrat à savoir :

a Pour la prime d'inventaire :

– VAP des primes d'inventaire = (VAP de l'engagement de l'assureur de payer les prestations) + (VAP du paiement des frais de gestion par l'assureur)

b Pour la prime commerciale : VAP des primes commerciales = (VAP de l'engagement de l'assureur de payer les prestations) + (VAP du paiement des frais de gestion par l'assureur) + (VAP du paiement des frais d'acquisition par l'assureur)

Ainsi à partir des chargements définis ci-dessus au b.1) que nous noterons : g_1 = chargements de gestion des primes (prélevés pendant la durée p de paiement des primes et exprimés en % des capitaux garantis) g_2 = chargements de gestion du contrat (prélevés pendant la durée n du contrat et exprimés en % des capitaux garantis) f = chargements d'acquisition (% prime commerciale et non escomptés) n = la durée du contrat

2.4.4 La régression linéaire

Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons certains aspects d'une méthode mathématique qui joue un rôle essentiel pour la tarification en assurance vie : la régression linéaire.

La régression linéaire est une technique statistique de modélisation des relations entre différentes variables utilisé pour décrire, interpréter et prévoir les variations d'une variable quantitative en fonctions d'une ou plusieurs autres variables quantitatives, sous la forme d'un modèle. Si on s'intéresse à la relation entre deux variables, on parlera de régression simple en exprimant une variable en fonction de l'autre. Si la

relation porte entre une variable et plusieurs autres variables, on parlera de régression multiple.

En effet, c'est grâce à une généralisation de cette méthode que les assureurs déterminent la prime pure pour chacun des assurés[46].

2.4.5 Présentation du modèle linéaire

2.5.1.1. Définitions

a Modèle de régression simple : Une variable endogène Y est expliquée à l'aide d'une seule variable exogène X . S'il existe une liaison entre ces deux variables, la connaissance de la valeur prise par X change notre incertitude concernant la réalisation de Y . Si l'on admet qu'il existe une relation de cause à effet entre X et Y , le phénomène aléatoire représenté par X peut donc servir à prédire celui représenté par Y et la liaison s'écrit sous la forme $Y = f(X)$. On dit que l'on fait de la régression de Y sur X [43].

b. Modèle de régression multiple : le modèle de régression multiple est une généralisation du modèle de régression simple lorsque les variables explicatives sont en nombre quelconque. Il est composé d'une équation dans laquelle une variable endogène Y est expliquée par un ensemble de k variables exogènes. Ecrite comme suit $y = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ avec $f(\cdot)$ est une relation fonctionnelle particulière.

2.5.1.2. Spécification du modèle

Le modèle linéaire multiple postule que la variable à expliquer est une expression linéaire des variables explicatives retenues, perturbée par un aléa.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

Où $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ sont les coefficients, inconnus. Les $Y_i, X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki}$ sont les ob-

servations des variables et ε_i la perturbation aléatoire.

L'expression du modèle linéaire général est donnée par :

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_2$$

.

.

$$Y_n = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_n$$

Cette équation peut être réécrite sous une forme matricielle :

$$Y = X\beta + \varepsilon \text{ avec } E(\varepsilon) = .0, V(\varepsilon) = \sigma^2 Id$$

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1j} & \cdots & X_{1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{i1} & & X_{ij} & & X_{ip} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & & X_{nj} & & X_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_j \\ \vdots \\ \beta_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

avec :

$$E(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = 0, V(\varepsilon) = \sigma^2 Id = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

Le traitement de la régression linéaire multiple consiste à rechercher l'estimateur

$$\hat{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix} \text{ du vecteur } \beta \text{ en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires.}$$

La méthode consiste alors à choisir les coefficients du vecteur β en faisant en sorte de

minimiser la somme des carrés des écarts entre les valeurs prédites et les valeurs réelles sur l'intégralité de la base de données et ceci sous couvert de certaines hypothèses de départ.

En premier lieu, les variables indépendantes X_i , comme leur nom l'indique, sont supposées indépendantes entre elles et leur incertitude est négligeable. Ensuite, les différents échantillons Y_i sont supposés indépendants entre eux. Enfin, par nature, la dépendance de Y vis-à-vis des X_i est supposée linéaire.

En appliquant le critère de moindre carrés l'expression à minimiser s'écrit :

$$\widehat{\beta} = \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p} \sum_{i=1}^n (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}))^2$$

$$\widehat{\beta} = \min_{\beta} \|y - x\beta\|^2 = \min_{\beta} (y - x\beta)'(y - x\beta)$$

la dérivée matricielle par rapport à β (règles de dérivation $\frac{\partial(A'Z)}{\partial A} = \frac{\partial(Z'A)}{\partial A} = Z$)

$$0 = \frac{\partial \|y - x\beta\|^2}{\partial \beta} = \frac{\partial (y - x\beta)'(y - x\beta)}{\partial \beta} = \frac{\partial (y'y - y'x\beta - \beta'x'y + \beta'x'x\beta)}{\partial \beta} = -x'y - x'y + x'x\beta + x'x\beta$$

$$\rightarrow x'y = x'x\widehat{\beta}$$

$$\widehat{\beta} = (x'x)^{-1}x'y \text{ si } x'x \text{ est inversible}$$

on a $x'x$ est inversible si les colonnes de x sont linéairement indépendantes avec :

$$E(\widehat{\beta}) = \beta$$

$$V(\widehat{\beta}) = (x'x)^{-1} \sigma^2$$

La valeur prédite de la variable dépendante (Y) est :

$$\widehat{y}_i = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_{i1} + \dots + \widehat{\beta}_j x_{ij} + \dots + \widehat{\beta}_p x_{ip}$$

Le vecteur des erreurs (résidus) permet de connaître l'écart entre les valeurs observées (réelles) de Y et celles qui sont estimées \widehat{Y} , il nous renseigne donc sur la précision du modèle de régression obtenu. Il est calculé avec : $e_i = y_i - \widehat{y}_i$

$$\text{estimateur de la variabilité résiduelle : } \widehat{\sigma}^2 = \frac{\sum_i (y_i - \widehat{y}_i)^2}{n-p-1} = \frac{\sum_i \varepsilon_i^2}{n-p-1}$$

avec : $E(\widehat{\sigma}^2) = \sigma$ (l'estimateur est sans biais)[38]

2.4.6 Régression pas à pas

On rencontre parfois des situations dans lesquelles on dispose de trop de variables explicatives, soit parce que le plan de recherche était trop vague au départ (on a mesuré beaucoup de variables "au cas où elles auraient un effet"), soit parce que le nombre d'observations (et donc de degrés de liberté) est trop faible par rapport au nombre de variables explicatives intéressantes. D'autres situations, notamment en analyse des structures spatiales, mènent à ce problème.

Une technique est parfois employée pour "faire le ménage" et sélectionner un nombre réduit de variables qui explique pourtant une quantité raisonnable de variation. Il existe plusieurs variantes de cette régression dite "pas à pas" (stepwise regression en anglais)[44].

2.5.2.1 stepwise regression

Cette procédure, la plus complète, consiste à faire entrer les variables l'une après l'autre dans le modèle (selon leur corrélation partielle) par sélection progressive et, à chaque étape, à vérifier si les corrélations partielles de l'ensemble des variables déjà introduites sont encore significatives (une variable qui ne le serait plus serait rejetée). Cette approche tente donc de neutraliser les inconvénients des deux précédentes en les appliquant alternativement au modèle en construction. la stepwise regression est la combinaison entre les deux méthodes, ce qui lui donne deux approches sont :

forward méthode :cette méthode commence sans aucune variable dans le modèle, ça teste chaque variable au fur et à mesure qu'elle est ajoutée au modèle ensuite elle garde ceux qui sont les plus statistiquement significatifs et enfin répéter le processus jusqu'à ce que les résultats soient optimaux.

Backward elimination : commence par un ensemble de variables indépendantes en tranchant une à chaque fois ,apres on applique les tests pour voir la significativité

des variables qui restent[8].

2.4.7 Validation du modèle

Quel que soit le but ultime du modèle, il doit être obligatoirement validé avant d'être interprété ou utilisé à des fins prédictives. Il existe différentes solutions pour s'assurer de la validité d'un modèle. Pour construire le modèle et admettre que les coefficients de la régression sont sans biais et convergent, on montre qu'il faut poser comme hypothèses :

1. les résidus (ε) ont une espérance mathématique nulle $E(\varepsilon) = 0$
2. les résidus sont indépendants entre eux : $[E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ si } i \neq j]$ Leurs covariances sont nulles
3. les résidus ont tous même variance σ^2

Par ailleurs, l'emploi de tests statistiques pour analyser la variation expliquée par la régression conduit à admettre.

4. les résidus suivant une distribution normale[37].

2.4.8 Etude des résidus

L'analyse des résidus présente un intérêt à plusieurs égards. Elle permet en effet de vérifier, a posteriori, la validité du modèle utilisé, en ce qui concerne, d'une part la forme de celui-ci (linéarité ou non linéarité de la relation, par exemple) et d'autre part, certaines hypothèses plus spécifiques, telles que l'égalité des variances résiduelles, la normalité des résidus ou l'absence d'auto corrélation.

2.5.4.1 Les représentations graphiques

a. Diagrammes de dispersion des résidus en fonction de \hat{Y} : La représentation graphique des résidus en fonction de la variable indépendante estimée fournit une série d'information concernant l'adéquation du modèle. On peut également prendre en considération les résidus normés. Obtenus en divisant chaque résidu par l'écart-type résiduel. Ces résidus (standardisés) normés doivent se distribuer selon la loi normale réduite. En particulier, environ deux valeurs sur trois doivent être comprises entre $(-1 \text{ et } +1)$, et seulement cinq valeurs sur cent environ peuvent se situer en dehors de l'intervalle $(-2; +2)$.

On notera à ce propos que la procédure décrite ci-dessus n'est pas tout à fait rigoureuse. On peut en effet démontrer que les résidus observés n'ont pas tous, en réalité, la même variance, même si la variance théorique est constante[45].

b. Diagrammes de probabilité Rappelons d'abord qu'on appelle quantile d'ordre α ($0 \leq \alpha \leq 1$) d'une variable aléatoire x de fonction de répartition F toute valeur x_α telle que :

$$F(x_\alpha) = \alpha (P(x \leq x_\alpha) = \alpha)$$

Notons que si F est continue et strictement croissante, le quantile x_α , pour α donné. Existe et est unique ; sinon, il peut ne pas exister ou il peut y avoir plusieurs solutions possibles.

Les diagrammes probabilité sont des diagrammes de fonctions de répartition, ou de fréquences cumulées, dans lesquels les ordonnées sont déterminées de telle sorte que les fonctions répartition $F(x)$ apparaissent sous la forme de droite[47].

Si, au contraire, on souhaite utiliser en ordonnées une échelle de quantiles de la variable normale réduite, les quantiles doivent être calculés, à partir des fréquences relatives, par la fonction inverse de la fonction de répartition $\Phi(n)$ de la distribution

normale réduite $\mu_i = \Phi^{-1} \left[\frac{i-3/8}{n+1/4} \right]$

Les valeurs μ_i ainsi définies sont généralement appelées quantiles normaux ou scores normaux.

La représentation graphique d'un ensemble de fréquences cumulées sous une telle forme permet de juger, de façon visuelle, de la normalité des données considérées.

La linéarité ou la quasi-linéarité du diagramme ainsi obtenu est en effet un indice de normalité.

2.5.4.2 Test paramétrique : la statistique de DURBIN et WATSON

La vérification de l'indépendance des résidus peut se faire par le test de DURBIN et WATSON. La méthode consiste à calculer la quantité suivante :

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i - e_{i-1})}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Les e_i étant les résidus de la régression et le nombre d'observation.

Cette caractéristique est comprise entre 0 et 4. Une valeur très inférieure à 2 indique l'existence d'une corrélation positive entre les résidus successifs et une valeur très supérieure à 2 correspond à une corrélation négative entre ces résidus. Par contre, une valeur voisine de 2 ne permet pas de rejeter l'hypothèse d'indépendance des résidus.

2.4.9 Evaluation de l'adéquation des modèles

2.5.5.1 Coefficient de corrélation multiple :

Plusieurs indicateurs sur la qualité des modèles de régression linéaire sont utilisés afin d'évaluer leurs résultats et choisir les plus performants pour la prédiction ou la classification.

Nous commençons par définir les sommes des carrés, puis nous définissons ces indi-

cateurs[28].

a.Sommes des carrés :

- Sommes des carrés de la régression (SCR) : $\sum_i(\hat{y}_i - \bar{y})^2$
- Somme des carrés résiduels (erreurs) (SCE) : $\sum_i(y_i - \hat{y}_i)^2$
- Somme des carrés totale (SCT) : $SCT = SCR + SCE$

$$SCT = \sum_i(y_i - \bar{y})^2$$

Sachant que y_i est la valeur de Y pour la i ème observation et \hat{y}_i est la valeur estimée de y_i par le modèle de régression.

b.P-valeur (p-value) ou degré de signification : Elle est définie par la probabilité d'obtenir une statistique de test aussi extrême (\geq ou \leq) que la valeur mesurée sur l'échantillon si H_0 est vrai ($H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$).

Pour rejeter l'hypothèse nulle H_0 et considérer le résultat du test significatif, la p-valeur doit être inférieure à la valeur prédéterminée du seuil α (généralement $\alpha = 0,05$ dans tout les domaines).

c.F-statistique (F_{stat}) : F-statistique donne la significativité globale du modèle, elle suit une loi de Fisher à $(p, n - p - 1)$ degrés de liberté.

L'hypothèse nulle $H_0(H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0)$ est rejetée si la p-value associé à F-stat est inférieure à $\alpha(\alpha = 0,05)$. F-stat est calculée par :

$$F_{stat} = \frac{\frac{SCR}{p}}{\frac{SCE}{n-p-1}}$$

d.Coefficient de détermination (R^2) : Il est défini par : $R^2 = \frac{SCR}{SCT}$

L'ajustement du modèle est d'autant meilleur que R^2 est proche de 1. Autrement dit, si SCR est proche de $SCT(\frac{SCR}{SCT} \sim 1)$ la somme des carrés résiduels (erreurs) est petite.

De plus, la quantité R^2 est appelée le coefficient de corrélation multiple entre Y et les variables explicatives X_i , et la quantité $R^2 * 100$ représente le pourcentage de la variabilité de Y expliqué par le modèle.

e. Tests sur les résidus : ce test consiste à vérifier les hypothèses de :

- Normalité de la distribution des résidus : $(\varepsilon_i \sim N(0, s^2))$
- Égalité de la variance ou homoscédasticité (Variance de $\varepsilon_i = s^2$)
- Absence d'autocorrélation : $(Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ pour tous } i \neq j)$.

conclusion

En ce qui concerne notre deuxième chapitre , nous avons présenté les notions actuarielles de l'assurance vie, notamment le processus de conception d'un produit d'assurance, le calcul des primes des contrats d'assurance vie individuels (contrats classiques) et les méthodes de tarification traité dans ce mémoire (régression linéaire, multiple) afin de mieux comprendre le fondement de base des opérations de tarification dans l'assurance vie.

Chapitre 3

La tarification des primes dans une assurance emprunteur :cas de la SAPS assurance

Introduction

La présentation des deux chapitres précédents constituant la partie théorique de notre recherche, elle doit être complétée par la partie pratique, qui se révèle très importante de toute recherche, puisqu'elle permet de tester et vérifier (infirmer ou confirmer) nos hypothèses déjà proposées.

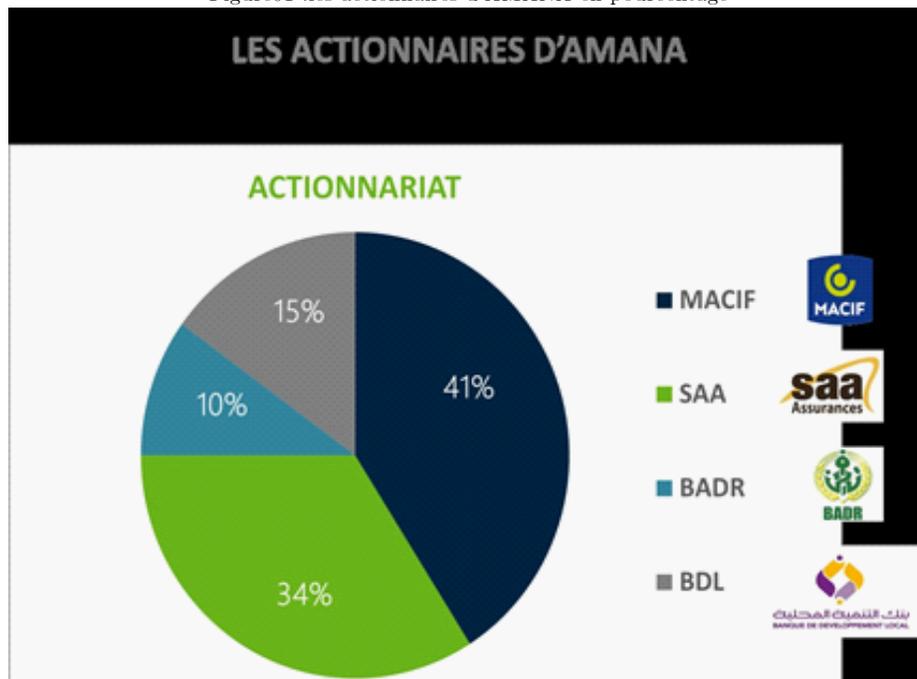
Dans ce chapitre, nous allons tenter de présenter en premier lieu, l'organisme d'accueil, ensuite les paramètres déterminants de la prime en assurance emprunteur faite au sein du stage à SAPS, puis nous passerons à l'enquête terrain qui est l'examen des variables par la méthode mathématiques proposée qui déterminent la valeur de la prime en assurance emprunteur.

3.1 Présentation de la SAPS assurances

[29]Société d'Assurance, de Prévoyance et de Santé (SAPS) intitulée AMANA est le fruit d'un partenariat Algéro-français entre la partie française MACIF et la partie algérienne le leader des assurances en Algérie SAA, Et les deux grandes banques algérienne BADR et BDL.

Sa création s'inscrit dans le cadre de la loi 06-04 qui prévoyait à partir de 2011, la séparation de l'assurance des personnes, des assurances dommages. C'est dans ce contexte que la SAA s'est associée avec la MACIF, BADR et BDL pour créer le 25/07/2010 la société AMANA qui dépasse actuellement les 130 salariés. Société par actions au capital social de 1 milliard de DZD dont les actionnaires sont constitués d'opérateurs du secteur de l'assurance et de la banque comme suit :

Figure01 :les actionnaires d'AMANA en pourcentage



source : presentation de l'assurance,2020,disponible sur www.amana.dz

1. MACIF (Mutuelle Assurance des Commerçants et Industriels de France) 41%
2. SAA (Société National d'Assurance) 34%
3. BDL (Banque de Développement Local) 15%
4. BADR (Banque de l'Agriculture et du Développement Rural) 10%

La société a obtenu son agrément le 10 Mars 2011 et a démarré son activité au premier juillet 2011, par le biais d'une convention de distribution signée avec la SAA.

Le réseau a été élargi depuis, par la signature de plusieurs conventions avec d'autres partenaires en l'occurrence

- La BDL Banque de Développement Local
- La BADR Banque de l'Agriculture et du Développement Rural
- La GAM assurances Générale Assurance Méditerranéenne
- TRUST & Alliance Assurance

3.1.1 Activité d'AMANA :

La segmentation des produits AMANA se présente comme suit :

Tableau02 :les produits de AMANA assurances

Branche	Produit
Assistance	Assistance voyage partout dans le monde Assistance adossée aux cartes VISA
Accidents et maladie	Accidents corporels de la vie La personne transportée en Automobile Prévoyance de la vie (accident / voyage)
Prévoyance et protection familiale	Assurance des crédits bancaires Prévoyance individuelle Assurance scolaire pour les enfants
Prévoyance collective	Protection des salariés en santé et accidents

source : établi par nous même à partir d'un article d'amana assurance

On trouve sur le siège de AMANA assurances les produits suivants :

- ASSURANCE CONTRE LES ACCIDENTS CORPORELS.
- ASSURANCE REMBOURSEMENT CREDIT.
- ASSURANCE SCOLAIRE.
- ASSURANCE VOYAGE & ASSISTANCE A L'ETRANGER.
- ASSISTANCE AUX PERSONNES EN AUTOMOBILE.
- ASSURANCE PREVOYANCE INDIVIDUELLE.
- ASSURANCE PREVOYANCE ET SANTE GROUPE.
- ASSURANCE PERSONNES TRANSPORTEES.
- ASSURANCE MALADIES REDOUTEES.

3.1.2 Réseau d'AMANA

Le réseau de distribution des produits d'assurance AMANA est constitué de différents points de ventes : directs, ceux d'actionnaires et ceux de partenaires. Il dépasse les 600 points de vente répartis comme suit :

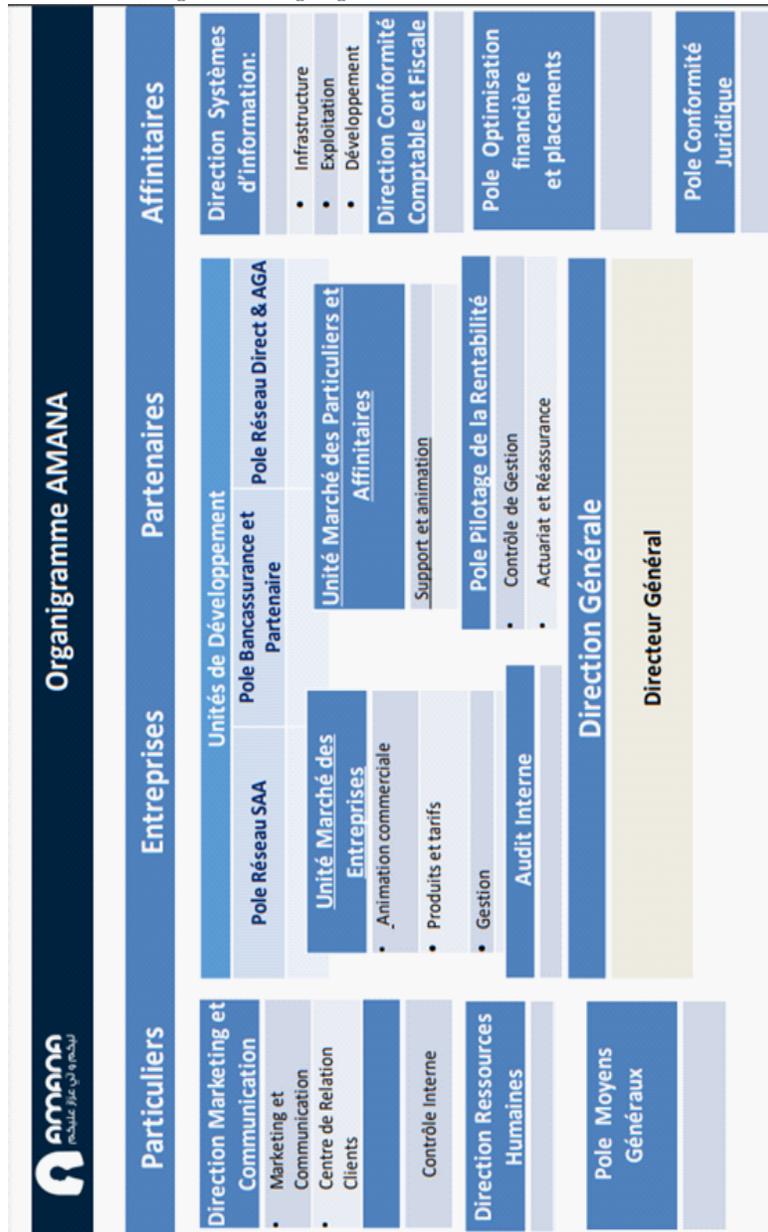
Tableau03:Réseau de distributionAMANA ASSURANCE

NOM DU RESEAU	POINTS DE VENTE
Réseau directAMANA	05 bureaux régionaux :Agence Didouche Alger Agence TiziOuzou Agence Oran Agence Tlemcen Agence Sétif
Réseaux SAA	Plus de 294 agences
Réseau GAM	76 Agences
Réseau Alliance	89 Agences
Réseau BADR	100 Agences
Réseau BDL	154 Agences
Réseau TRUST	124 Agences
Agent Général Agréé	72 AGA

source : établi par nous même à partir d'un article d'amana assurance

3.1.3 L'organigramme d'AMANA Assurance :

Figure02 :L'organigramme d'AMANA Assurance



source : établi par nous même à partir du site de la compagnie AMANA

3.1.4 Le système d'information de l'entreprise :

3.1.4.1 Définition

Le système d'information (SI) est un élément central d'une entreprise ou d'une organisation. Il permet aux différents acteurs de véhiculer des informations et de communiquer grâce à un ensemble de ressources matérielles, humaines et logicielles. Le SI permet de créer, collecter, stocker, traiter, modifier des informations sous divers formats.

L'objectif d'un SI est de restituer une information à la bonne personne et au bon moment sous le format approprié. On distingue généralement deux grandes catégories de systèmes, selon les types d'application informatique :

- **Les systèmes de conception** : fonctionnent selon des techniques temps réel.
- **Les systèmes d'information de gestion** : qui emploient des techniques de gestion

3.1.4.2 Les Fonctions de système d'information

- La collecte de l'information : La collecte d'information du SI c'est donc recueillir l'information, puis la saisir, c'est-à-dire la faire « entrer » dans le SI. On peut dire que la collecte d'information, c'est le fait d'enregistrer l'information afin de procéder à son traitement. L'information ainsi recueillie va généralement être décomposée de façon structurée afin d'en faciliter le stockage et les traitements ultérieurs.
- La mémorisation de l'information : Stocker l'information de manière durable, stable et sécurisé . Les informations sont donc collectées et rangées soit dans des fichiers soit dans ce qu'on appelle une base de données (BDD).
- Traiter l'information : Le traitement de l'information consiste à produire de nouvelles informations à partir d'informations existantes grâce à des programmes informatiques ou des opérations manuelles.

- Diffuser l'information : Quel que soit son origine ou ce qu'elle représente, une information n'a de valeur que si elle est communiquée aux bons destinataires, au bon moment et sous une forme directement exploitable

3.1.4.3 Fonctionnement de système d'information de SAPS :

La Société d'Assurance, de Prévoyance et de Santé AMANA utilise un progiciel appelé NOVANET Il est doté de puissantes capacités et très simple d'emploi dans le domaine de l'assurance.L'outil de tarification utilisé par NOVANET est appelé WEBACTION un module qui permet d'écrire les tarifs (algorithmes) dans un langage quelconque (VB, DELPHI, Foxpro...).

NOVANET est multilingue , toute les langues peuvent être utilisées sans devoir recourir à une modification du progiciel . (au sein de la même société , un utilisateur donné accèdra à l'application dans la langue de son choix.

Le progiciel NOVANET gère tous les produits commercialisés par la compagnie selon un référentiel unique pour l'ensemble du réseau de distribution. Son architecture lui permet de s'adapter à toutes les tailles d'organisation.Dans les grandes lignes, NOVANET permet de :

- Créer des produits d'Assurance multi assureurs / toutes branches y compris VIE
- Diffuser des produits d'assurance via un réseau d'apporteurs
- Gérer la production d'assurance
- Gérer des polices à aliments : flottes auto, immeubles, transport...
- Gérer le portefeuille sur le plan administratif et commercial
- Calculer et éditer les quittances et le renouvellement
- Gérer les comptes clients : encaissements, décaissements
- Gérer les sinistres
- Disposer d'une GED (Gestion Electronique de Documents) performante

3.2.2 Calcule des primes :

notre base de donnée est présenter sous forme d'un fichier excel de type .xlxs pour un portefeuille de 500 contrats individuels de type temporaire au décès emprunteur , elle contient les informations suivantes : Age , durée et Capital garanti par l'assureur.afin de pouvoir calculer la prime nette à payer par l'assuré à l'assureur , l'assurance SAPS utilise la formule d'ARC suivante qui est basé sur des commutation .

3.2.2.1 Calcul de nombres de commutation sur la table de mortalité

A partir des données statistiques de la table de mortalité (tableau) , on calcul les nombre de commutations liés à ces données à un taux technique $i = 2.5\%$ en appliquant les formules du tableau :

TableauN04 :tableau de commutatoon

x	D_x	N_x	S_x	C_x	M_x	R_x
0	1000000,000	26542685,284	624049825,778	18174,678	104198,228	5533924,556
1	948318,841	25542685,284	597507140,494	1889,916	86023,550	5429726,328
2	914392,401	24594366,443	571964455,210	834,090	84133,633	5343702,778
3	882651,053	23679974,042	547370088,767	540,802	83299,543	5259569,145
4	852271,370	22797322,989	523690114,725	411,159	82758,741	5176269,602
5	823046,452	21945051,619	500892791,736	331,046	82347,582	5093510,861
6	794888,563	21122005,167	478947740,118	271,873	82016,536	5011163,279
7	767741,037	20327116,604	457825734,951	231,776	81744,663	4929146,742
8	741550,956	19559375,567	437498618,348	202,291	81512,887	4847402,080
9	716275,512	18817824,611	417939242,781	179,583	81310,596	4765889,193
10	691877,114	18101549,099	399121418,169	167,936	81131,013	4684578,597
11	668315,232	17409671,984	381019869,071	161,584	80963,077	4603447,584
12	645556,372	16741356,753	363610197,086	161,974	80801,493	4522484,507
13	623566,751	16095800,381	346868840,333	169,695	80639,519	4441683,014
14	602313,152	15472233,629	330773039,953	188,246	80469,824	4361043,495
15	581760,038	14869920,477	315300806,323	211,216	80281,578	4280573,671
16	561879,379	14288160,439	300430885,846	232,417	80070,362	4200292,093
17	542650,174	13726281,060	286142725,407	257,967	79837,945	4120221,731
18	524046,117	13183630,886	272416444,347	275,174	79579,977	4040383,786
19	506054,270	12659584,769	259232813,462	291,433	79304,804	3960803,809
20	488654,861	12153530,499	246573228,693	296,397	79013,371	3881499,005

source : établi par nous même à partir de la table de mortalité

3.2.2.2 Les formules de calcul des primes du produit ARC par SAPS

(pour un capital $C = 1$ dinar à $i=2.5\%$)

a PRIME UNIQUE

- prime pure : $W_x^n = \frac{(n-F) \times M_x - R_{x+F+1} + R_{x+n+1}}{(n-F)D_x}$
- prime d'inventaire : $W_x^m = W_x^n + g \times \frac{[(n-F) \times N_x - S_{x+F+1} + S_{x+n+1}]}{(n-F)D_x}$
- prime commerciale : $W_x^{nn} = W_x^m / (1 - \theta)$

b.PRIME ANNUELLE :

- prime pure : $W_x^{n/p} = \frac{(n-F) \times M_x - R_{x+F+1} + R_{x+n+1}}{(n-F) \times (N_x - N_{x+p})}$
- prime d'inventaire : $W_x^{mn/p} = W_x^{n/p} + g \times \frac{[(n-F) \times N_x - S_{x+F+1} + S_{x+n+1}]}{(n-F) \times (N_x - N_{x+p})}$
- prime commerciale : $W_x^{nn/p} = W_x^{mn/p} / (1 - \theta)$

Remarque

Le taux technique utilisé pour calculer les nombres de commutation est différent du taux de prime et il n'est pas toujours fixe .

Les chargements de contrats temporaire au décès emprunteur à titre individuel sur notre portefeuille sont $g = 0.5\%$ pour chargement de gestion et $f = 15\%$ pour chargement d'acquisition (négligé dans les calculs par l'assurance) .

3.3 Modélisation des variables influençant la tarification d'un contrat d'assurance emprunteur :

Notre étude concerne le domaine d'assurance vie en particulier l'assurance emprunteur, les données que nous utilisons dans ce mémoire provient d'un échantillon des bilans de l'assurance SAPS , il décrit les statistiques et les primes des assureurs surveillés entre l'année 2019 et 2021, On exploite un fichier de 500 assurés qui ont souscrit une assurance en cas de décès pour couvrir le reste des montants empruntés auprès des banques si le décès survient avant le terme du contrat. Pour déterminer quelles

sont les variables qui contribuent à la tarification de la prime unique, on commence tout d'abord par l'analyse descriptive :

prime : la prime unique payée par l'assuré (variable d'intérêt) lors de la souscription du contrat

capitale : le montant à assurer (variable explicative)

duree : l'échéance du contrat de crédit (variable explicative)

age : l'âge de l'assuré (variable explicative)

Les objectifs de notre étude :

1. Expliquer une variable quantitative Y qui représente la prime en fonction de 3 (trois) variables quantitatives X_1 (l' age), X_2 (la durée)et X_3 (le capital)
2. Prédire de nouvelles valeurs de Y .

3.3.1 Analyse exploratoires

3.4.1.1 Importation et épuration des données sur R :

Les données utilisées sont disponible dans le fichier (REG) sous forme EXCEL ,dans la première étape on doit insérer ces données sur le logiciel R en utilisant les packages qui convient .

Figure04 :présentation des données EXEL sur R

```
>
> library(readxl)
> REG=read_xlsx("C:/Users/Info/Downloads/REG.xlsx",sheet =1)
> print(REG)
# A tibble: 499 x 4
  prime   age duree capitale
  <dbl> <dbl> <dbl>   <dbl>
1  6750    63    60  500000
2  8568    67    60  560000
3  3700.   45    60 1000000
4 11155.   71    60  500000
5  9639    69    60  630000
6 33660    68    60 2200000
7 19278    68    60 1260000
8 17955    60    60 1330000
9  6750    62    60  500000
10 14869.   68    60  971800
# ... with 489 more rows
# i Use 'print(n = ...)' to see more rows
>
```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

Rappelons que la variable prime est la variable que l'on cherche à expliquer à partir des autres variables (age /duree/capital). Le code ci-dessous permet d'ajuster le modèle sur les 03 variables quantitatives.

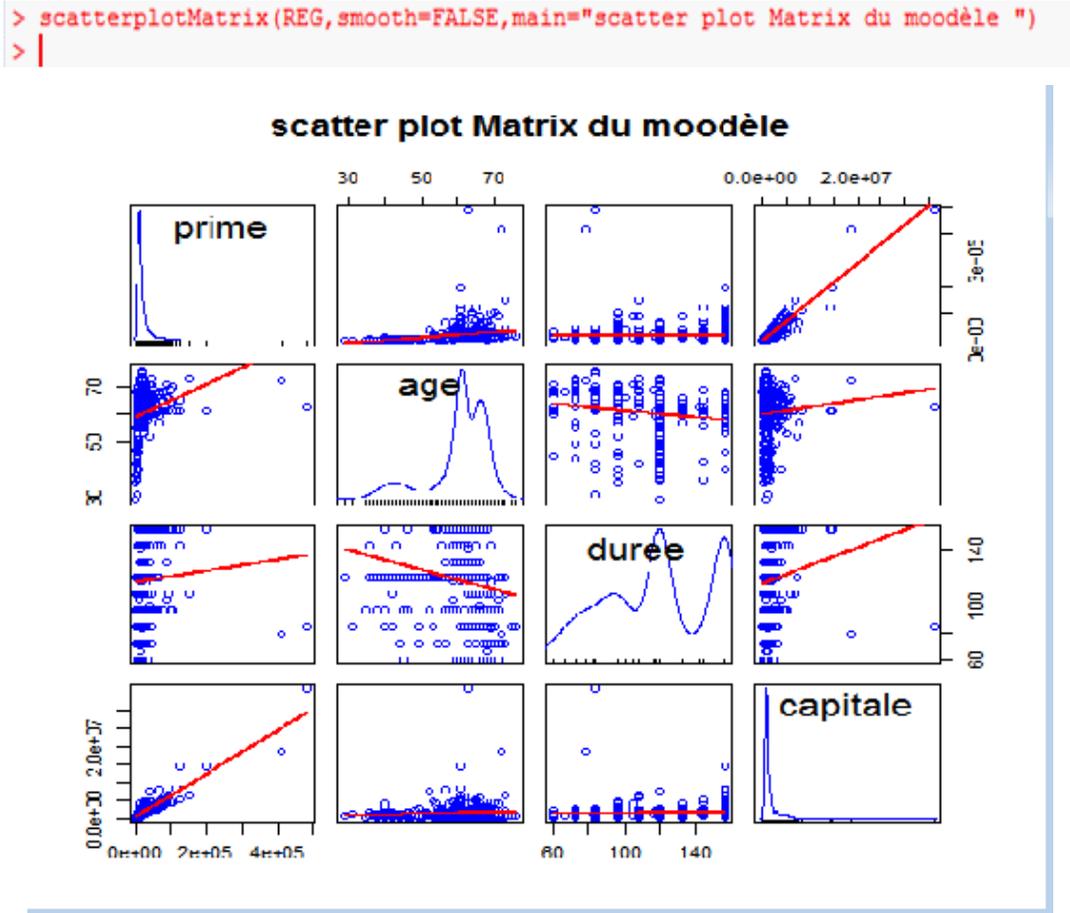
Dans la **figure 4** on trouve un extrait de tableau de données , en ligne on a de différentes contrats et en colonne on a plusieurs variables . La première variable est la variable qui nous intéresse et on cherche à prédire qui est la **prime**, et pour prévoir cette variable on a les 03variables **age** , **duree** et **capital** .

3.4.1.2 Nuages de points

L'objectif de cette étude est d'essayer de comprendre qu'est ce qui peut jouer sur la prime parmi toutes ces variables là et pour cela on a utilisé la régression multiple .

Avant de se lancer dans la construction de modèle on doit d'abord regarder le graphe des données , car il est toujours indispensable de visualiser les données avant toute modélisation.

Figure5 :Nuage de points de toutes les variables du modèle



source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

Cette figure représente un graphe dans le quel y'a plusieurs sous petits graphes qui montrent la liaison entre deux variables .

Et on a aussi la ligne de code R qui permet de trouver le graphe et fonction scatterplotMatrix qui permet de faire un nuage de point avec la ligne de régression et aussi la courbe de chaque variable , qui veut dire que ça prend toutes les variables deux à deux et construire un nuage de point (une variable en abscisse et une variable en ordonnée).

Ce graphe nous permet de voir s'il ya des liaisons entre différentes variables (corrélations entre plusieurs données).

Discussion des résultats : L'observation de la représentation graphique nous fournit une idée globale, mais non décisive sur la variation de la prime en fonction de

chaque variable.

3.3.2 Modélisation du modèle linéaire multiple

Rappelons que la variable prime est la variable que l'on cherche à expliquer à partir des autres variables (age,duree,capitale). Le code ci-dessous permet d'ajuster le modèle sur les 03 variables quantitatives.

Figure06 :la régression de la prime sur ses variables explicatives

```
> attach(REG)
> model<-lm(prime~age+duree+capitale,data=REG)
> summary(model)

Call:
lm(formula = prime ~ age + duree + capitale, data = REG)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-79752  -2770   -579    1381 140794

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -4.620e+04  4.528e+03 -10.202  <2e-16 ***
age           7.538e+02  6.013e+01  12.536  <2e-16 ***
duree        -8.029e+00  1.718e+01  -0.467    0.64
capitale      1.434e-02  2.211e-04  64.850  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 11080 on 495 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9021,    Adjusted R-squared:  0.9015
F-statistic: 1521 on 3 and 495 DF,  p-value: < 2.2e-16

> |
```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

On a le code R qui nous permet d'avoir le résultat de la régression qui contient deux fonctions :

- La fonction **lm**(linéaire modèle) qui fait le calcul de la régression .
- La fonction **summary** qui résume les principaux résultat de la fonction **lm**.

Cet objet contient l'ajustement sous-jacent ainsi que des informations spécifiques au modèle construit. Nous pouvons regrouper les informations en deux groupes :

a.Les informations liées aux paramètres (estimations, Tests statistiques des paramètres, etc..)

b.Les informations liées à la qualité du modèle (R^2 , R^2 ajustée,...)

a.Informations liées aux paramètres

La fonction nous retourne un tableau comportant 5 colonnes qui résument les éléments importants

– **1ère colonne : estimations des paramètres** :Rappelons que le modèle de régression est le suivant : $[prime = \beta_0 + \beta_1age + \beta_2duree + \beta_3capitale]$

Le coefficient β_0 (Intercept) nous indique la moyenne attendue de la prime lorsque toutes les variables explicatives sont nulles nous avons un coefficient de -4.62 .

Le coefficient β_1 associé à la variable age s’interprète comme l’effet marginal de l’augmentation de la variable associée à β_1 sur la **prime**. donc si l’**age** de l’assureur augmente la **prime** augmente aussi de 7.53(si c’était négatif la prime déminue de 7.53)

Les autres coefficients s’interprètent de la même manière que le coefficient β_1 .

– **2ième colonne : écart-types des paramètres** :

Les écart-types nous permettent de statuer sur la précision de l’estimation des paramètres, plus la variance est faible plus l’estimateur est précis. Notre modèle estime avec plus de précision le paramètre associé à la variable duree et capitale que celui associé à la variable age.

– **3ième colonne et 4ième colonne : Statistique de test et p-value** :

Qui parle de statistique de test et de p-value, parle de test statistique. Un test a été réalisé pour savoir si chaque coefficient est significativement différent de 0

($H_0 : \beta_i = 0$ contre $H_1 : \beta_i \neq 0$).

Si H_0 est acceptée cela signifie que la variable associée à ce coefficient n'est pas pertinente pour le modèle, dans le cas contraire elle est importante. On remarque alors que les deux variables **age** et **capital** semble importantes (sont significativement différent de 0) pour le modèle avec un risque de 5% de chance de se tromper (p-value inférieure à 0.05), ce qui n'est pas le cas de la variable **duree**.

b.Les informations liées à la qualité du modèle

on doit regarder le résultat tout en bas pour bien analyser le modèle :

- **R^2 : Coefficient de détermination** : Ce coefficient varie entre 0 et 1 et il nous permet de juger de la qualité du modèle.

Si le coefficient est proche de 0, le pouvoir prédictif du modèle est faible et dans le cas où le coefficient est proche de 1, le pouvoir prédictif du modèle est fort. Nous avons obtenu un R^2 de 0.9021,et cela signifie que le modèle explique 90% de la variabilité qu'il ya dans les valeurs de la prime .

- **R^2 ajustée : Coefficient de détermination ajusté** :

Le coefficient de détermination ajusté s'interprète de la même manière que le R^2 mais son utilisation pour évaluer la qualité du modèle est motivée par le fait que le coefficient de détermination non ajusté a tendance à augmenter lorsque le nombre de variables augmente. Il est donc impossible d'utiliser le R^2 non ajusté pour comparer des modèles de tailles différentes. Le R^2 ajusté ne possédant pas cette propriété de croissance en fonction du nombre de variables, il peut être utilisé pour comparer des modèles de tailles différentes et donc on utilise pas cette indicateur dans l'étude de la régression .

- **statistic /p-value : Test de la significativité globale du modèle** : on trouve deux hypothèses :

H_0 :Tous les coefficients sont nuls (aucune variable n'est importante dans le modèle)

H_1 : au moins un des coefficients est significativement différent de zéro (au moins une variable est importante dans le modèle).

Ce test est basé sur la statistique de Fisher. Ici, comme la p-value associée ($< 2.2e - 16$) est inférieure à 5%, on rejette fortement H_0 c'est à dire que le modèle est bien globalement significatif.

3.3.3 la validation du modèle

3.3.4 Test de multicollinéarité

Dans cette étapes on passe directement à appliquer le test de multicollinéarité commençant par l'analyser du résultat la matrice de corrélation

Figure07:la matrice de corrélation du modèle

```
> cor(REG-prime)
      prime      age      duree      capitale
prime      1      NA      NA      NA
age      NA 1.0000000 0.9999996 -0.9301044
duree     NA 0.9999996 1.0000000 -0.9300171
capitale  NA -0.9301044 -0.9300171 1.0000000
Message d'avis :
Dans cor(REG - prime) : l'écart type est nul
> |
```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

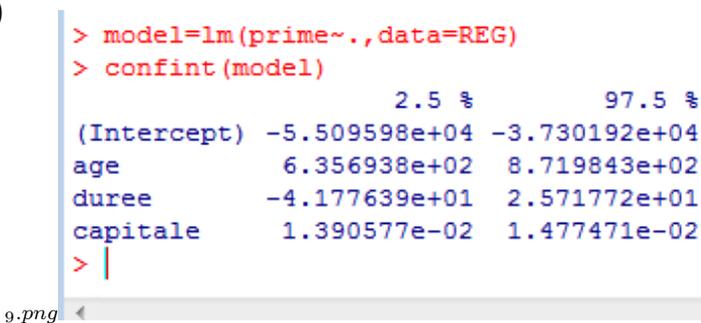
D'après la matrice de corrélation qui représente les coefficients de corrélation entre chaque deux variables , on trouve sur la diagonale le chiffre 1 qui signifie que chaque variable est corrélée à 100% avec elle-même et on trouve aussi qu'il ya une corrélation forte entre les deux variable (durée et l'âge) telle que ($duree \sim age = 0.99$ près de 1) . Donc on ne peut pas mettre ces deux variables qui sont presque la même chose (trop corrélées) dans le même modèle car l'une peut remplacer l'autre (il ya une liaison forte entre les deux variables)..

Après avoir confirmé qu'il ya une multicollinéarité on passe à la deuxième étape qui consiste à vérifier l'intervalle de confiance de chaque variable pour pouvoir décider

de la variable qui est inutile .

Figure8 :les intervalles de confiance de chaque variable

```
(1) > model=lm(prime~.,data=REG)
> confint(model)
                2.5 %          97.5 %
(Intercept) -5.509598e+04 -3.730192e+04
age           6.356938e+02  8.719843e+02
duree        -4.177639e+01  2.571772e+01
capitale     1.390577e-02  1.477471e-02
> |
```



source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

D'après le résultat de la figure 8 on trouve que la seule variable qui a l'intervalle de confiance qui passe par le 0 est la variable duree telle que sa borne inférieure est de (-4.177..) et la borne supérieure est de (2.571) sachant que notre coefficient β est à l'intérieur de l'intervalle ,ça veut dire que dans certain échantillon on aura la valeur de β qui est de 0 ,dans d'autre la valeur est négative et dans d'autre la valeur est positive et tout ça montre que la valeur de β n'est pas stable contrairement à les deux autres variables .

Conclusion1 : la variable durée du modèle est la variable la moindre intéressante(inutile) qui n'est pas significativement différente de 0($p - valu > 0.05$) et le coefficient de corrélation est très élevé et enfin son intervalle de confiance n'est pas parfait.

3.3.5 La Construction du nouveau modèle

Maintenant après le résultat du test de multicollinéarité on veut reconstruire un modèle avec uniquement des variables utiles qui apportent de l'information (sans la variable duree), pour cela on trouve plusieurs stratégies à suivre :

Méthode descendante (backward) : on commence par la construction du modèle complet puis on le reconstruit à nouveau sans la variable explicative la moins

intéressante et on reste à itérer jusqu'à ce que toutes les variables explicatives soient intéressantes.

Méthode ascendante (forward) : dans cette méthode on part du modèle avec la variable la plus intéressante et puis on commence à ajouter les variables une par une qui connaissent les autres variables du modèle et qui apportent le plus d'information complémentaire et on itère jusqu'à ce qu'aucune variable n'apporte pas d'information intéressante .

Méthode stepwise : compromis entre les deux méthodes ci-dessus.

Méthode du R^2 : ici on construit tous les sous modèles possibles et on retient celui pour le quel la probabilité critique du test du R^2 est la plus petite .

Dans notre cas on va utiliser la première méthode (Méthode ascendante) , on trouve le résultat ci-dessous :

Figure9 :la régression du nouveau modèle

```
> summary(lm(prime~age+capitale, data=REG))

Call:
lm(formula = prime ~ age + capitale, data = REG)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-79902  -2642   -794    1240  141247

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -4.750e+04  3.569e+03  -13.31  <2e-16 ***
age           7.600e+02  5.864e+01   12.96  <2e-16 ***
capitale      1.433e-02  2.194e-04   65.30  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 11070 on 496 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9021,    Adjusted R-squared:  0.9017
F-statistic: 2284 on 2 and 496 DF,  p-value: < 2.2e-16

> |
```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

Après l'application de la méthode descendante (la restriction de la variable duree) on remarque que la proba-critique de toute les variables du nouveau modèle sont significativement différentes de 0(les probabilités critiques de coefficients sont inférieur à 0.05), et que le modèle explique 90% de la variabilité qu'il ya dans les valeurs de la prime et la p-value(du modèle) associée à le test de Fisher ($< 2.2e - 16$)qui est inférieure à 5%, c'est à dire que le modèle est bien globalement significatif. .

On passe à voir l'intervalle de confiance et le coefficient de corrélation :

Figure10 :l'intervalle de confiance du nouveau modèle

```
> model=lm(prime~age+capitale,data=REG)
> confint(model)

                2.5 %          97.5 %
(Intercept) -5.451173e+04 -4.048905e+04
age           6.447601e+02  8.751794e+02
capitale      1.389696e-02  1.475917e-02
> |
```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

Figure11 :le coefficient de corrélation entre le capitale et l'age

```
> cor(capitale,age)
[1] 0.06828624
> |
```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

D'après le résultat des figures 10 et 11 on a tout les coefficients ■ des variables explicatives sont stables (ses intervalles de confiance passent pas par le 0) et qu'il ya pas un problème de multicollinéarité (coefficient de corrélation est près de 0).

Conclusion2 : le nouveau modèle de la prime qui est construit par les deux variables explicatives qui restent (age et capital) est globalement amélioré .

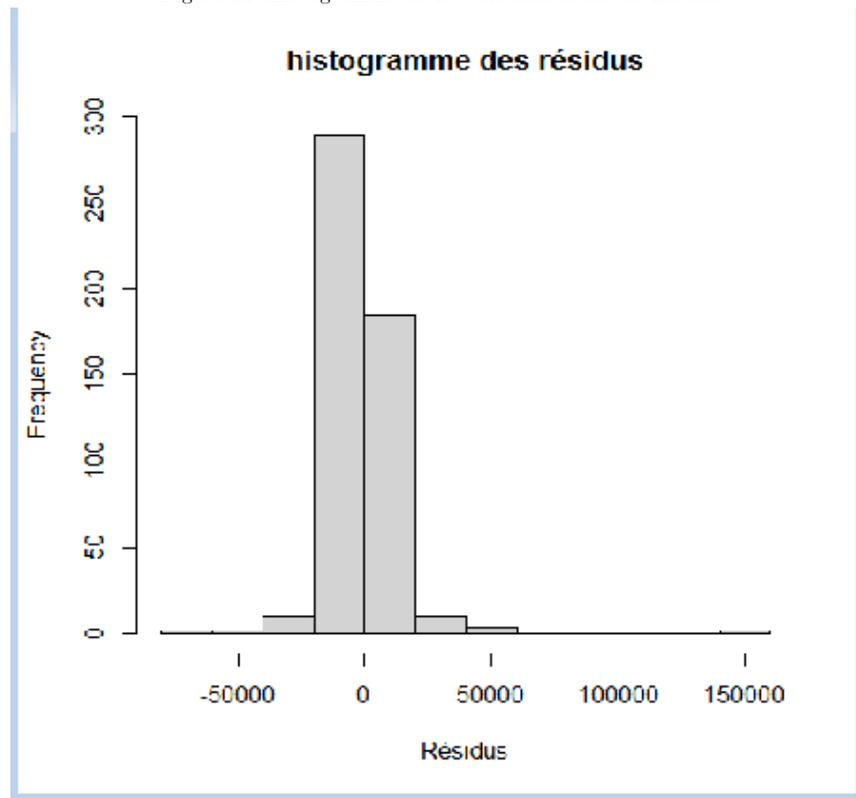
3.3.6 Analyse des résidus

Enfin on passe à la dernière étape de la régression c'est l'analyse graphique des résidus du modèle ,et là on fait l'hypothèse que les résidus suivent une loi normale

et que la variance des résidus est constante.

3.4.6.1.Distribution des résidus :

Figure 12 :Histogramme de la série desrésidus du modèle



source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

Ce graphe présente la distribution de fréquence de la série des résidus dans un histogramme.

on remarque qu'il existe une symétrie des observations autour de la moyenne et on voit autant d'observations autour de la moyenne ; telle que le nombre d'observations diminue rapidement lorsque l'on s'écarte de la moyenne.

enfin on conclue que la distribution des résidus est normale.

3.4.6.2.Test d'autocorrélation

L'autocorrélation des erreurs signifie que le terme d'erreur correspondant à une période est corrélé avec le terme d'erreur d'une autre période.pour vérifier cette dernière

on passe à appliquer le test de Durbin Watson .

Test de Durbin et Watson :

Figure13 :lerésultatdetestdeDubinWatson
:/Users/ASUS/AppData/Local/Temp/graphics/test₁₄.png

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R
on trouve dans le résultat du test que la statistique de Durbin-Watson reporte une valeur de 1.9865 qui est une valeur très proche de 2 et que la p-value est supérieur à 0.05.donc nous pouvons conclure qu'il ya une autocorrélation négative des résidus(l'indépendance des résidus).

conclusion3 : En analysant tout les résultats de la régression du modèle et d'après tous les test qu'on a fait , on conclue que le nouveau modèle est valide pour la prévision de la prime expliqué par deux variables explicatives (l'âge et le capitale)

3.3.7 La prédiction

Nous allons maintenant procéder à la prévision de la prime Pour obtenir les prévisions nous devons d'abord étendre la taille du workfile et celle de l'échantillon. Ensuite, nous devons renseigner les valeurs futures du revenu et le prix de la prime de façon pratique, voici les étapes à suivre :

Figure14 :la prédiction de nouvelles valeurs de la prime

```

> xnew<-matrix(c(67,560000,63,500000,56,500000,47,1000000,40,600000,38,697000,33,1260000),nrow=7,ncol=2)
> xnew
      [,1] [,2]
[1,]  67 560000
[2,]  63 500000
[3,]  56 500000
[4,]  47 1000000
[5,]  40 600000
[6,]  38 697000
[7,]  31 1260000
> colnames(xnew)<-c("age", "capitale")
> xnew<-as.data.frame(xnew)
> xnew
  age capitale
1  67  560000
2  63  500000
3  56  500000
4  47 1000000
5  40  600000
6  38  697000
7  31 1260000

> predict(model,xnew,interval="pred")
      fit      lwr      upr
1 11441.296 -10342.91 33225.51
2  7541.733 -14231.14 29314.61
3  2221.945 -19553.49 23997.38
4  2546.251 -19273.77 24366.27
5  8504.764 -30397.34 13387.81
6  8634.881 -30552.62 13282.85
7  5887.968 -27913.80 16137.87

```

source : élaborée par nous même à partir du logiciel R

La figure 14 représente les commandes à suivre pour pouvoir prédire une nouvelle valeur de la prime,à partir de l'équation du nouveau modèle qui est a :

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1.age + \beta_2.capitale$$

$$\hat{Y} = (-4.750e + 0.4) + (7.600e + 02).age + (1.433e - 02).Capital$$

il faut d'abord construire une matrice qui contient les valeurs des variables explicatives , puis on utilise la fonction predict sur le modèle pour à la fin nous donne la valeur nouvelle de la prime avec un intervalle de confiance .

comparaison des modèles :

tableau05:comparaison des modèles

<i>age</i>	<i>capital</i>	<i>modelSAPS</i>	<i>modelregression</i>
67	560000	5868	11441.29
63	500000	6750	7541
56	500000	2199.96	2221.945
47	1000000	2361	2546.25
40	600000	2740.00	2504.764
38	697000	9324.32	8634.88
31	1260000	7394.00	5887.96

source : établi par nous meme a partir de l'échantillon se la SAPS assurance

D'après la comparaison entre les deux méthodes, on remarque que le résultat obtenu par la méthode de régression attire la catégorie jeune car on trouve qu'il y a une diminution du montant de la prime par rapport au modèle utilisé par SAPS assurance. Pour la catégorie qui sont proches de 50ans et de plus, on constate une augmentation du montant des primes. D'où la conclusion que la prime calculée par le modèle de régression est la plus intéressante, car elle attire la catégorie jeune ce qui veut dire l'augmentation du portefeuille clients.

conclusion

Dans ce chapitre, nous avons examiné de manière empirique les facteurs qui déterminent la valeur de la prime en assurance emprunteur pour la période 2019 au 2021 au sien de la SAPS.

Notre étude a été axé essentiellement sur la problématique de la détermination des facteurs pris en considération pour une tarification adéquate de la prime. il convient de faire la revue des grandes lignes qui le composent et de formuler des recommandations qui tiennent compte des faiblesses constatées. par le résultat empirique qui est

fait sur le logiciel statistique R .Tout de même, il faudrait tenir en compte les aléas de l'environnement et de la conjoncture qui prévalent pour servir la détermination de la prime d'assurances dans une dynamique.

Au final, il n'y a pas de facteurs liés de manière à déterminer objectivement le montant de la prime d'assurance. Ce qui permettra à la compagnie d'assurance d'être rentable et en même temps réduire les risques liées aux assurances emprunteurs.

Conclusion générale

L'assurance vie est devenue une science grâce au développement des statistiques. Son histoire commence à l'époque des guildes et des tontines. Elle a été pensée comme une opération de prévoyance destinée à couvrir un risque de décès. Cependant, son usage est devenu multiple car elle est maintenant utilisée comme une enveloppe contenant les économies de son souscripteur.

Actuellement, l'assurance vie devient un instrument d'épargne. Cette tendance à accumuler du capital pour ensuite le valoriser par des techniques financières comme la tarification.

Dans notre travail de recherche nous avons tenté d'apporter des éléments de réponses à notre problématique qui consiste à aider les compagnies d'assurance de personne à améliorer le système de tarification de leurs produits commercialisés, nous avons proposé un nouveau modèle de tarification développé sur le langage R pour calculer la prime sur un portefeuille temporaire au décès de la SAPS assurance, plus précisément nous avons mis en exergue les différentes étapes d'une modélisation de prime pure. Ainsi, dans le premier temps nous avons sélectionné les variables les plus significatives pour faire sortir l'une la moins intéressante.

En effet l'objectif d'une tarification étant de trouver un juste milieu entre robustesse et compréhension de modèle, nous avons pu trouver un compromis entre la variable explicative et les variables réponses dans le modèle créé.

Par ailleurs, les variables sélectionnées doivent être stables dans le temps afin de

garantir un bon pouvoir prédictif.

L'étape de réconciliation des données nous a permis de valider le pouvoir prédictif de notre modèle de prime et observer que le tarif modélisé est plus adapté que l'ancien.

Grace à ce résultat, l'assureur a réussi à attirer encore plus la catégorie jeune ce qui a garantie la rentabilité de la société. Pareil pour le coté assuré autant il est jeune, autant sa prime est

intéressante.

D'après la comparaison faite sur les différentes méthodes étudiées, il ressort que la méthode de régression multiple renvoient des Best TARIFS proches ce qui montre une bonne politique de tarification.

Cependant, en réalisant ce modèle, nous nous sommes rendu compte que cette méthode a rendu le modèle peu utilisable en pratique et son caractère réaliste très discutable dans beaucoup de cas . Il est certes possible de passer outre certaines contraintes en transformant la variable réponse à l'aide de fonctions bien choisies, l'approche linéaire multiple présente néanmoins certains désavantages. Nous estimons que cette dernière est appelée à réévaluer ses engagements en optant pour l'une des méthodes développées et cela afin qu'elle soit en mesure d'honorer ses dettes envers ses assurés.

Pour cela, dans la continuité de ce travail nous proposons la création d'un nouveau modèle avec la méthode de régression linéaire généralisé (GLM). Cette méthode permet de s'affranchir de l'hypothèse de normalité en traitant des variables réponses dont la loi appartient à la famille exponentielle. Nous espérons que cette proposition pourra faire l'objet des travaux futurs des autres étudiants et chercheurs.

Annexe A : la table de mortalité

Tableau06 :table de mortalité TD 2019

$Age_{(x)}$	$Q_{(x)}$	$l_{(x)}$	$d_{(x)}$	$L_{(x)}$	$T_{(x)}$	$E_{(x)}$
0 an	0.0227	100000	2271	98183	7719975	77.2
1 an	0.0029	97729	288	390341	76211792	78.0
5 ans	0.0018	97441	179	486758	7231451	74.2
10 ans	0.0018	97262	178	485866	6744693	69.3
15 ans	0.0033	97084	317	484630	6258828	64.5
20 ans	0.0043	96768	411	482810	5774198	59.7
25 ans	0.0045	96356	435	480695	5291388	54.9
30 ans	0.0046	95922	445	478496	4810693	50.2
35 ans	0.0060	95477	569	475961	4332197	45.4
40 ans	0.0081	94908	765	472626	3856236	40.6
45 ans	0.0122	94143	1151	467835	3383610	35.9
50 ans	0.0187	92991	1738	460612	2915775	31.4
55 ans	0.0307	91254	2804	449259	2455163	26.9
60 ans	0.0473	88450	4182	431794	2005904	22.7
65 ans	0.0758	84268	6389	405366	1574110	18.7
70 ans	0.1143	7787	8905	367130	1168744	15.0
75 ans	0.1848	68974	12746	313003	801614	11.6
80 ans	0.3026	56228	17013	238605	488610	8.7
85 ans	1,0000	39214	39214	250006	250006	6.4

source : établi par nous meme à partir des données de SAPS assurance

Annexe B : les nombres de commutations et les notions actuarielle

– les notions actuarielle :

x =age

n =durée

i =taux d'interet technique annuel

l_x =nombre de vivants d'une table de mortalité

l_x^* =nombre de vivants corrigés d'une table de mortalité prise à $h\%$

d_x =nombre de décès entre ll'age x et $x+1$

D_x =le nombre de décès survenus dans l'année

S_x =le nombre de survivant jusqu'à l'age exact x

nE_x = capital différé payable en cas de vie après n années

${}_tq_x$ =probabilité de décès entre l'age x et $x+t$

${}_tP_x$ =probabilité de survivre entre l'age x et $x+t$

a_x =rente viagère payable à termes échus

${}_n|a_x$ =rente viagère payable à termes échus différées de n années

$|_n a_x$ = rente viagère payable à termes échus, temporaire de n années

\ddot{a}_x = rente viagère vie entière à termes payable d'avance

${}_n|\ddot{a}_x$ = rente viagère à termes payable d'avance différée de n années.

$|_n \ddot{a}_x$ = rente viagère à termes payable d'avance temporaire de n années

A_x = Assurance vie entière au décès

$|_n A_x$ = Assurance décès temporaire de n années

– **Les formules actuarielles :**

$${}_x E_n = \frac{l_{x+n}^*}{l_x^*} (1+i)^{-n} = {}_n P_x \times V^n = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$a_x = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l_{x+k}^*}{l_x^*} \times (1+i)^{-k} = \sum_{k=1}^{w-x} ({}_k P_x \times V^k) = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

$${}_n|a_x = \sum_{k=1}^{w-(x+n)} \frac{l_{x+n+k}^*}{l_x^*} \times (1+i)^{-(k+n)} = ({}_n P_x \times V^n) \times \sum_{k=1}^{w-(x+n)} ({}_k P_{x+n} \times V^k) = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$|_n a_x = \sum_{k=1}^n \frac{l_{x+k}^*}{l_x^*} \times (1+i)^{-k} = \sum_{k=1}^n ({}_k P_x \times V^k) = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} \frac{l_{x+k}^*}{l_x^*} \times (1+i)^{-k} = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} ({}_k P_x \times V^k) = \frac{N_x}{D_x}$$

$${}_n|\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{w-(x+n+1)} \frac{l_{x+n+k}^*}{l_x^*} \times (1+i)^{-(k+n)} = ({}_n P_x \times V^n) \times \sum_{k=0}^{w-(x+n+1)} ({}_k P_{x+n} \times V^k) = \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

$$|_n \ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l_{x+k}^*}{l_x^*} \times (1+i)^{-k} = \sum_{k=0}^{n-1} ({}_k P_x \times V^k) = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

$$A_x = \sum_{k=0}^{w-x} \frac{l_{x+k}^* - l_{x+k+1}^*}{l_x^*} (1+i)^{-(k+\frac{1}{2})} = \sum_{k=0}^{w-x} ({}_k P_x \times q_{x+k} \times V^{k+\frac{1}{2}}) = \frac{M_x}{D_x}$$

$$|_n A_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l_{x+k}^* - l_{x+k+1}^*}{l_x^*} (1+i)^{-(k+\frac{1}{2})} = \sum_{k=0}^{n-1} ({}_k P_x \times q_{x+k} \times V^{k+\frac{1}{2}}) = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

– **Les probabilités actuarielles :**

$$d_x = l_x^* - l_{x+1}^*$$

$$q_x = \frac{l_x^* - l_{x+1}^*}{l_x^*}$$

$${}_t q_x = \frac{l_x^* - l_{x+t}^*}{l_x^*}$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}^*}{l_x^*}$$

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}^*}{l_x^*}$$

avec : ${}_t p_x = 1 - {}_t q_x$

– **Les nombre de commutations :**

[28] Ce sont des fonctions actuarielles utilisées pour le calcul des primes d'assurance sur la vie et pour le calcul des engagements de l'assureur.

$$D_x = l_x^* \times V^x$$

$$N_x = \sum_{k=0}^{w-x} l_x^* \times V^{x+k} = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k}$$

$$S_x = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1) \times l_x^* \times V^{x+k} = \sum_{k=0}^{w-x} N_{x+k}$$

$$C_x = (l_x^* - l_{x+1}^*) \times V^{x+\frac{1}{2}}$$

$$M_x = \sum_{k=0}^{w-x} (l_x^* - l_{x+1}^*) \times V^{x+k+\frac{1}{2}} = \sum_{k=0}^{w-x} C_{x+k}$$

$$R_X = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1)(l_x^* - l_{x+1}^*) \times V^{x+k+\frac{1}{2}} = \sum_{k=0}^{w-x} M_{x+k}$$

d'où :

$$D_x = N_x - N_{x+1}$$

$$N_x = S_x - S_{x+1}$$

$$C_x = M_x - M_{x+1}$$

$$M_x = R_x - R_{x+1}$$

Bibliographie

- [1] ALI HASSID : " Introduction à l'étude des assurances économiques ". Édition ENAL, Alger, 1984 P25
- [2] ALI.HASSID, " introduction à l'étude des assurances économiques ",éd ENAL,p.93,Alger,1984
- [3] Art 65 de l'ordonnance n :95-07 du 25 janvier 1995 relatives aux assurances
- [4] Assurance-vie : Les tables de mortalité ,octobre 2018 Disponible sur « billetde-banque.panorabanques.com »
- [5] Célia FIRMIN "les conséquences de la financiarisation sur la répartition des revenus et a croissance "IRIES et CFE-CGC ,2008P.5
- [6] Claude devoet, " les assurances de personne ", Ed, ANTHEMIS, Paris, 2006 p52
- [7] Collet jean-philippe; étude sur la tarification de l'assurance vie à travers le monde ; paris 2017 page 30.
- [8] DAVID Belsley , E. Kuh, R.E. Welsch, « Regression diagnostics : identifying influential data and sources of collinearity », john Wiley, New York (1980).
- [9] Daniel Borcard, « Régression multiple - corrélation multiple et partielle », Université de Montréal, p 17-19.
- [10] Dossier documentaire, les contrats d'assurance vie .
- [11] ILYES MANCER,"Mathématiques financière",UAMO (Bouira),2015-2016

- [12] ERIC ROIC , le calcul de la prime et cotisation d'assurance ,septembre 2020 disponible sur « [www.droit -finances.com](http://www.droit-finances.com) »
- [13] François SAUVAGE, " L'assurance-vie et le patrimoine de la famille ", RGDA, n°1997-1, 1997, n°2,p.13
- [14] François LONGIN, « gestion financières » , éditon DALLOZ ,paris 2001,page 06.
- [15] FREDERIC PLANCHET,"tables de mortalité",ISFA,Lyon
- [16] François COUILBAULT, Constant ELIASHBERG, Michel LATRASSE, " les grandes principes de l'assurance ",éd L'AGRUS ,6ème édition ,p49 ;paris 2003
- [17] François COUILBAULT, Constant ELIASHBERG, Michel LATRASSE, " les grandes principes de l'assurance ",éd L'AGRUS.
- [18] Frédéric MORLAYE , " Risque management et assurance " ,éd ECONOMICA ,p56 ,paris ,2005
- [19] Gaston Gonnet ,étude de la tarification et de la segmentation en assurance vie ,université Claude BERNARD , Lyon 1,2010 page16.
- [20] [http ://www.assufrance.com/calcul_de_la_prime_d_assurance.php](http://www.assufrance.com/calcul_de_la_prime_d_assurance.php) ;consulté le 25/07/2022 à 22 :03
- [21] [http ://modeles-contrat.fr/calcul-prime-assurance-prime-totale/](http://modeles-contrat.fr/calcul-prime-assurance-prime-totale/) ;consulté le 08/08/2022 à 00 :10.
- [22] [https ://www.amaguiz.com/calcul-prime-assurance-vie](https://www.amaguiz.com/calcul-prime-assurance-vie) ;consulté le 17/06/2022 à 14 :21.
- [23] Idris. KHARROUBI,"Actuariat", université Paris Dauphine
- [24] Jérôme YEATMAN. " Manuel international de l'assurance " , éd ECONOMICA, p.69, paris 2005
- [25] Jérôme YEATMAN. " Manuel international de l'assurance " , éd ECONOMICA, p.123, paris 2005

- [26] JEAN BIGO , « Assurance vie technique et produit » , Ed L'argus de l'assurance, 2003
- [27] Jean-Jacque DROESBEKE, Bernard FICHET , Philippe TASSI , « analyse statistiques des primes » 2004.p59
- [28] « La finance pour tous » , L'essentiel sur l'assurance vie , 2014.Disponible sur WWW.lafinancepourtous.com
- [29] Lahille Jean Pierre "analyse financières", édition Fernand Nathan,paris 2000,page 101.
- [30] les documents internes de la SAPS,"assurance vie" Direction générale.
- [31] les documents de service informatique de la SAPS,"assurance vie",page 09.
- [32] les documents de service informatique de la SAPS,"assurance vie",page 15.
- [33] LOUIS ESCH, « Calcul financier et actuariel »,2009.Disponible sur orbi.uliege.be
- [34] Lexique des termes d'assurances ,James Landel ,Editions L'argus de l'assurance p.178
- [35] IDRIS KHAROUBI , mémoire actuariat , université paris dauphine, page 9
- [36] MEDOUAKH, " Mécanisme de la réassurance vie ",EHEA ,Alger,2018
- [37] Mabrouk Hocine , " Code Algérien des Assurances " , Ed Houma, Alger 2006. P28
- [38] Mulumba -KENGA TSHIELEKEJA, " Assurance de catalyseur du développement modèle de référence et application au cas de république démocratique de Congo ",thèse de doctorat ,Lovain school of management , université catholique de louvain,p.35,2001
- [39] Mabrouk Houcine, " Code Algérien des Assurances " , Ed Houma, Alger 2006.p27
- [40] Mohamed Rehailia, « Modèles linéaires statistiques : Modèles à effets fixes », Office des presses Universitaires, Alger (1995)

- [41] Norman Draper, Harry. Smith, « Applied regression analysis », J. Wiley, New York (1982).
- [42] pierre PETAUTON -"théorie et pratique de l'assurance vie",2002.p35
- [43] René Van gompel, " Manuel : les assurances sur la vie ", Ed Centre d'information de l'assurance, 2003.
- [44] René Van gompel , " Manuel : les assurances sur la vie ", Ed Centre d'information de l'assurance, 2003.
- [45] Rachel ATIA ,mémoire master actuariat et l'admission a l'institut des actuaires, université paris dauphine 2016,page46
- [46] Dennis Cook, Sanford Weisberg, « Residuals and influence in regression », Chapman and Hall, New York (1982).
- [47] R. Palm, « Les critères de validation des équations de régression linéaire », Notes Stat. Inform., (Gembloux) (88) / 1, 27p.
- [48] Sanford Weisberg, « Applied linear regression », Wiley, New York (1985).
- [49] Subimal Chattejee, Benjamin Price, « Regression analysis by example », Jean Wiley, New York, nd Edition (1991).
- [50] Yadolah Dodge, Statistique Dictionnaire encyclopédique, Springer-Verlag France, Paris, 2007.