

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université M'hamed Bougara de Boumerdès  
Faculté des Sciences  
Département des Mathématiques



# Mémoire de fin de cycle

Présenté Pour L'Obtention Du Diplôme De Master

En : Recherche Opérationnelle, Optimisation et Management  
Stratégique.

Par : Gherara Faten  
Et : Lakehal Houria

Sujet **Accélération d'un projet sous contraintes de  
ressources au sein de l'ENGTP**

Soutenue le 28/09/2022 devant le jury composé de :

Mme R.Fass	MAA	UMBB	<b>Président</b>
Mme K.Khodja	MAA	UMBB	<b>Encadreur</b>
Mr F.Cheurfa	MCB	UMBB	<b>Examineur</b>

Année universitaire :2021/2022

# Remerciement

*Ce mémoire marque une étape très importante dans notre vie, couronnant nos années d'études universitaires. Nous voudrions remercier ici les personnes qui nous ont accompagnés au cours de notre parcours.*

*Tout d'abord, nous remercions Allah le tout puissant de nous avoir donné le courage et la patience nécessaires à mener ce travail à son terme.*

*Nous tenons à remercier tout particulièrement notre promotrice M<sup>me</sup> **K.KHODJA**, pour l'aide compétente qu'elle nous a apportée, pour sa patience, sa disponibilité. Son œil critique nous a été très précieux pour structurer le travail et pour améliorer la qualité des différentes sections.*

*Nous tenons à remercier également Nos encadreurs M<sup>me</sup> **R.DRAOUI** et M<sup>r</sup> **A.LEKADIR** pour leur aide immense, leurs encouragements, et la qualité de son suivi ainsi que pour tous les conseils et les informations qu'ils nous ont prodigués avec un degré de patience et de professionnalisme sans égal.*

*Nous tenons aussi à adresser nos plus sincères remerciements à M<sup>r</sup> **L.I.AÏT-OUMEZIANE**, Chef de Département Planification et Suivi des Projets, pour nous offrir l'opportunité d'intégrer son équipe et pour son soutien.*

*Nous remercions également M<sup>me</sup> **B.FERDJALLAH** et M<sup>r</sup> **S.TAHRBOUCHET** pour leur aide et sympathie.*

*Nous désirons remercier également M<sup>r</sup> **BENAMARA OUALID** pour les renseignements précieux qu'ils nous ont fournis ainsi que pour leurs encouragements.*

*Nous tenons à remercier M<sup>r</sup> **FATAH CHEURFA** pour ses orientations.*

*Nous tenons également à remercier vivement les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en prenant le temps de lire et d'évaluer ce travail :*

- M<sup>me</sup> **Fass** pour l'honneur qu'elle nous a fait en acceptant de présider ce jury et de juger ce travail.
- M<sup>r</sup> **Cheurfa** pour l'honneur qu'il nous a fait en acceptant d'examiner ce travail.

*Enfin nous remercions tous ceux qui d'une manière ou d'une autre, ont contribué à la réalisation de ce modeste travail.*

---

# *Dédicace*

“

*À mes chers parents, en qui j'ai puisé tout le courage, la volonté  
et la confiance, je leurs serai éternellement reconnaissante,  
aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour  
éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez  
consenti pour mon instruction et mon bien être,*

*À mes chères soeurs Sameh et Nihad et mes chers frères Anis et  
Abd raouf,*

*À ma chère tante Baya pour son soutien infailible,*

*À mon très chère binôme Faten et toute sa famille,*

*À tous ceux qui me sont chers, à vous tous*

*Merci.*

”

***Houria***

---

“

*Je tiens à dédier ce travail à :*

*Mes chers parents qui ont sacrifiés tout pour moi ;*

*Mes sœurs et mon frère ;*

*Toute ma famille ;*

*Mon binôme Houria ;*

*Tous mes amies et mes collègues de la recherche opérationnelle.*

***Faten*** ”



# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>IV</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>V</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de l'entreprise d'accueil et position du problème</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Représentation de l'entreprise . . . . .	3
1.3 Historique de l'ENGTP . . . . .	4
1.4 Les objectifs de l'ENGTP . . . . .	5
1.5 Missions de L'ENGTP . . . . .	5
1.6 Les domaines d'activités de l'ENGTP . . . . .	5
1.7 Politique commerciale . . . . .	6
1.7.1 Les produits de l'ENGTP . . . . .	6
1.7.2 La concurrence . . . . .	7
1.8 Les clients de l'ENGTP . . . . .	7
1.9 Les principales réalisation de L'ENGTP . . . . .	7
1.9.1 En Algérie . . . . .	7
1.9.2 À l'étranger . . . . .	8
1.10 Les ressources de l'ENGTP . . . . .	8
1.11 l'organigramme générale de L'ENGTP . . . . .	9
1.11.1 L'organigramme de la Direction Technico Commerciale . . . . .	10
1.12 Le but essentiel du Département Normes et Plans de Production . . . . .	10
1.13 Position du problème . . . . .	11
1.14 Conclusion . . . . .	11
<b>2 Revue littérature</b>	<b>12</b>
2.1 Introduction . . . . .	12
2.2 L'optimisation mathématique . . . . .	12
2.3 Differentes types d'optimisation . . . . .	13
2.3.1 La programmation linéaire . . . . .	13
2.3.2 La programmation dynamique . . . . .	13
2.3.3 L'optimisation multi-objectifs . . . . .	13
2.3.4 L'optimisation combinatoire : . . . . .	14

2.4	La complexité Algorithmique	14
2.4.1	Algorithme polynômial	14
2.4.2	les classes des problèmes	14
2.5	Quelques concepts de la théorie des graphes	15
2.5.1	Graphe non orienté	15
2.5.2	Graphe orienté	15
2.6	Définition d'un projet	15
2.6.1	Les acteurs d'un projet	16
2.6.2	Le cycle de vie d'un projet	16
2.6.3	le triangle d'or d'un projet	16
2.7	Management de projet	18
2.7.1	La direction de projet	18
2.7.2	La gestion de projet	18
2.8	Management des coûts de projet	19
2.9	Le problème d'accélération de projet	19
2.10	L'ordonnancement de projet	20
2.10.1	Les données d'un problème d'ordonnancement	20
2.10.2	Le modèle IBM	21
2.10.3	Le diagramme de GANTT	23
2.10.4	Domaines d'application d'ordonnancement	24
2.11	Les techniques d'ordonnancement	24
2.11.1	La méthode du Potentiel-Metra MPM (Potentiel-tâches)	24
2.11.2	La méthode PERT	25
2.12	Le problème d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources	26
2.12.1	Description du problème	26
2.12.2	Formulation à temps discrétisé	27
2.13	Le problème de compromis temps-coût en temps discret	27
2.13.1	Description du problème DTCTP-C	28
2.13.2	Formulation du problème	28
2.14	Approches de résolution des problèmes d'optimisation	28
2.14.1	Approches de résolution des problèmes d'optimisation mono-objectif	28
2.14.2	Approches de résolution des problèmes d'optimisation multi-objectifs	31
2.15	Conclusion	33
<b>3</b>	<b>Modélisation du problème</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction	35
3.2	Formulation du problème	35
3.3	Les éléments du modèle mathématique	35
3.3.1	Paramètres	35
3.3.2	Variables de décision	36
3.3.3	Fonctions objectif :	36
3.3.4	Les contraintes	37
3.3.5	Le modèle mathématique	38
3.3.6	Evaluation du modèle	38
3.4	Conclusion	39

---

<b>4</b>	<b>Résolution du problème</b>	<b>40</b>
4.1	Introduction . . . . .	40
4.2	Récolte des données . . . . .	40
4.2.1	Les ressources . . . . .	40
4.2.2	Identification des tâches . . . . .	41
4.2.3	Identification des durées, prédécesseurs et ressources . . . . .	42
4.2.4	Identification des tâches accélérables . . . . .	43
4.3	La méthode de résolution . . . . .	43
4.3.1	Procédure . . . . .	44
4.3.2	L'algorithme . . . . .	45
4.4	Implémentation et interprétation des résultats . . . . .	47
4.5	Comparaison des résultats . . . . .	47
4.6	Conclusion . . . . .	48
	<b>Conclusion générale</b>	<b>49</b>
	<b>Annexes</b>	<b>50</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>58</b>

# Table des figures

1.1	Les directions régionales de l'ENGTP . . . . .	3
1.2	L'organigramme général de L'ENGTP. . . . .	9
1.3	Organigramme de la direction technique. . . . .	10
2.1	Le cycle de vie d'un projet. . . . .	17
2.2	Le triangle d'or. . . . .	17
2.3	Classification des ressources. . . . .	21
2.4	Dépendance entre les tâches et temps de décalage minimal. . . . .	22
2.5	Le diagramme de GANTT . . . . .	24
2.6	Le réseau Potentiel Métra. . . . .	25
2.7	Blocage d'une heuristique classique dans un minimum local. . . . .	29
2.8	Comparaison entre le recuit simulé et une heuristique classique. . . . .	30
2.9	Approches de résolution multiobjectif . . . . .	32
4.1	Comparaison entre la durée des tâches avant et après l'accélération. . . . .	47
4.2	Comparaison entre le coût des tâches avant et après l'accélération. . . . .	48
4.3	Localisation GR5 lot 1. . . . .	50
4.4	Le réseau MPM qui représente la solution initiale avant l'application de l'algorithme d'accélération fournie par l'ENGTP. . . . .	51
4.5	Le diagramme de Gantt qui représente le plan initiale avant l'application de l'algorithme d'accélération. . . . .	52
4.6	Réseau MPM obtenue par l'heuristique d'accélération (1 <sup>er</sup> choix) . . . . .	53
4.7	Réseau MPM obtenue par l'heuristique d'accélération (2 <sup>ème</sup> choix) . . . . .	54
4.8	Les entrées de l'algorithme. . . . .	56
4.9	Les résultats obtenus par le 1 <sup>er</sup> choix. . . . .	57
4.10	Les résultats obtenus par le 2 <sup>ème</sup> choix. . . . .	57

# Liste des tableaux

4.1	la liste des tâches . . . . .	42
4.2	Les durées, prédécesseurs et ressources de chaque tâche. . . . .	43
4.3	Les tâches qu'on peut accélérer. . . . .	43

# Introduction générale

Un projet est un ensemble fini d'activités dans le but de répondre à un besoin précis, dans des délais fixés et dans la limite de l'enveloppe budgétaire allouée. C'est donc une action temporaire avec un début et une fin, qui mobilise des ressources identifiées (humaines, matérielles, informationnelles et financières) durant sa réalisation, qui possède un coût.

La gestion de Projet est une démarche visant à structurer, assurer et optimiser le bon déroulement d'un projet suffisamment complexe pour devoir être planifié dans le temps et être budgétisé. Elle permet de maîtriser les risques afin d'atteindre le niveau de qualité souhaité au cours du projet.

Le contenu de la gestion de projet se résume souvent, à tort ou à raison, par le triangle vertueux (temps, coût, qualité) avec une emphase particulière sur l'assertion "Time is money". Cette vision des choses amène les praticiens et chercheurs en gestion de projet à percevoir la problématique d'accélération de projet qui, par ailleurs, est une problématique majeure, principalement en termes du meilleur compromis entre la durée de réalisation du projet et son coût de réalisation [26].

Dans la gestion de projets, il est important de bien distinguer entre l'ordonnancement et la planification. En réalité, la planification vise à déterminer les différentes opérations à réaliser et les moyens matériels et humains à y affecter, alors que l'ordonnancement consiste à organiser l'exécution d'un ensemble d'activités soumises à des contraintes de temps et/ou de ressources.

Un projet se caractérise principalement par les liens de précédence ou les dépendances entre ses activités. Par défaut, une relation de précédence signifie qu'une activité ne peut débuter que si certaines autres activités sont finies. L'ordonnancement d'un projet consiste à considérer, en plus des contraintes de précédence entre les activités, les contraintes des ressources. Une ressource nécessaire à l'exécution d'une activité peut être un moyen humain ou matériel mais ces moyens ne sont pas illimités.

Une fois la planification du projet faite et sa durée normale connue, au cours de son implémentation le gestionnaire de projet peut être confronté à des situations où, la direction de l'organisation exige de lui une réalisation plus précoce suite à des changements de toutes sortes survenus au niveau du client. Il s'imposera alors au gestionnaire de projet de trouver une façon de réaliser ledit projet dans un délai plus court, c'est à dire accélérer la réalisation du projet. C'est une problématique très fréquente en gestion de projet, par conséquent, très pertinente et d'actualité, dont la résolution impose l'établissement du meilleur compromis entre la durée du projet et l'incrément de ressources additionnelles nécessaires à une telle opération.

L'accélération réduit la durée d'un projet mais à un coût additionnel relatif à l'augmentation des ressources engagées. Plusieurs recherches s'y sont intéressées avec succès certes, mais la plupart

ont perçu l'établissement de ce compromis à travers la conversion de cet incrément de ressources en un équivalent universel, le coût.

L'un des plus célèbres problèmes de l'ordonnancement est l'ordonnancement de projet à ressources limitées connu sous le nom de RCPSP (Ressource-Constrained Project Scheduling Problem), qui est par définition, un problème d'ordonnancement situé au cœur de la gestion de projet, et à ce titre possède des applications industrielles directes, notamment dans les secteurs de la construction et des services.

Le problème RCPSP consiste à ordonnancer un ensemble d'activités liées par des relations de précédence dans le but de minimiser la durée d'exécution de projet sous des contraintes de précédence et d'utilisation des ressources [25].

Ce problème dans sa version classique présentée dans la littérature appartient à la classe des problèmes NP-Difficile [27]. Beaucoup de travaux traitent ce problème et de nombreuses extensions existent [12].

Le RCPSP est régulièrement utilisé afin d'optimiser un critère, généralement la durée du projet. Plusieurs chercheurs orientent leurs recherches sur l'optimisation de deux critères et plus, soit l'optimisation à critères multiples. Ces derniers peuvent être reliés au temps, aux coûts, aux ressources, ou simplement aux éléments visés par la recherche de l'auteur [17]. Un de ces extensions est le DTCTP le problème d'arbitrage coût-durée en temps discret (Discrete Time Cost Trade-off Problem, DTCTP). Le DTCTP consiste à sélectionner pour toutes les activités d'un projet un mode d'exécution par activité pour atteindre l'un des trois objectifs principaux : (i) minimiser la durée totale du projet sous contrainte de budget, auquel cas le coût s'apparente à une ressource contrainte ; (ii) minimiser le coût total du projet sous contrainte d'une durée totale d'exécution à ne pas excéder ; (iii) déterminer la courbe de coût efficiente en fonction de toutes les durées totales possibles du projet [26].

C'est dans ce contexte que notre travail s'inscrit, nous allons étudier le cas réel de l'ENGTP (l'Entreprise Nationale des Grands Travaux Pétroliers). C'est le projet qui représentant un système de transport par canalisation de gaz (STC) reliant la ville de départ Reggane (Adrar) à la ville d'arrive Hassi-R'mel (Laghouat). Le projet en lui même consiste à ordanancer un ensemble de tâches, en accélérant certaines d'entre elles afin d'aboutir à un meilleur compromis durée-coût. Notre étude se base donc principalement sur la modélisation et la résolution du ce problème qui consiste en l'accélération du projet en mettant l'emphase sur le compromis durée-coût. Nous présentons une approche basée sur une heuristique d'accélération de projet, permettant de minimiser le temps de réalisation tout en déterminant le meilleur budget additionnel possible.

Ce mémoire est structuré de la façon suivante :

- Le premier chapitre sera consacré à la présentation générale de l'ENGTP et la description du problème qui nous allons traité.
- Le deuxième chapitre traite les problèmes d'optimisation multi-objectifs, les notions de bases de la gestion de projet, des problèmes d'ordonnancement, ainsi que les méthodes de résolution des problèmes d'optimisation d'une manière générale.
- Le troisième chapitre décrira la modélisation du problème étudié, cela consiste à exprimer le problème en terme d'un programme mathématique.
- Le quatrième chapitre est consacré à la résolution du problème, et à l'interprétation des résultats.
- Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale.

# Présentation de l'entreprise d'accueil et position du problème

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter l'entreprise nationale des Grands Travaux Pétroliers "ENGTP", c'est à dire ses fonctions ainsi que son réseau d'action, et nous terminerons par la présentation précise du problème qui nous a été confié par l'ENGTP.

## 1.2 Représentation de l'entreprise

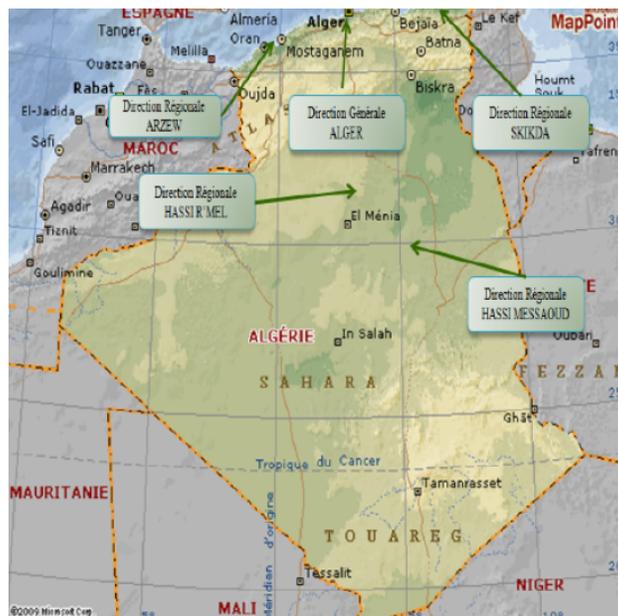


FIGURE 1.1 – Les directions régionales de l'ENGTP

L'entreprise Nationale de Grands Travaux Pétroliers ENGTP est une société par action créée depuis 19 février 1989, ses actions sont détenues par la société mère SONATRACH à 51% et par la société de gestion de participation à 49% jusqu'à 13 Décembre 2005 où toutes ses actions sont

détenues à 100% par SONATRACH. Son capital social est actuellement de 6.390.000.000 DA. Son objet social est l'étude et la réalisation des projets d'installation matériels notamment dans les domaines des hydrocarbures, de l'hydraulique, de l'énergie et de l'agroalimentaire des matériaux de construction des industries s'y rapportant à l'intérieur du territoire. Son siège social est fixé à **REGHAÏA** est implanté sur le territoire national d'est en ouest et du nord au sud, à **SKIKDA-ARZIEW- HASSI RMEL- HASSI MESSAOUD -AIN AMENAS** qui représentent des directions régionales.

### 1.3 Historique de l'ENGTP

- **Janvier 1968** : Création d'ALTRA (entreprise algérienne des travaux), société d'économie mixte détenait par SONATRACH (51%) et l'entreprise française UIE (49%). L'effectif de l'entreprise 600 agents, Chiffre d'affaire 24 millions de Dinars. L'activité principale a été domiciliée dans les régions de Hassi Messoud et Arzew.
- **Juillet 1972** : C'était la fin de la société mixte par rachat des actions détenues par le partenaire étranger, ALTRA devient filiale de SONATRACH, L'effectif de l'entreprise à 1500 agents.
- **Avril 1980** : Création de l'ENGTP, sous tutelle du Ministère de l'énergie et industries pétrochimique.
- **Février 1989** : L'ENGTP devient société par actions, son actionnaire principal est le fonds de participation mine hydrocarbures. Effectifs 7400 agents. Chiffre d'affaires 30 millions de dinars.
- **1994** : Une décision a été prise de contribuer à renforcer la direction centrale de construction en supprimant la direction régionale centre et en créant une quatrième direction opérationnelle la direction centrale logistique (chargée de la gestion et maintenance des moyens matériels, l'approvisionnement et de la politique d'investissements). Les bases régionales deviennent des directions régionales avec la prise en charge de la construction des projets notamment au lieu et place de contribution à la réalisation auparavant.
- **1995** : Le Holing public réalisations et grands travaux, devient l'actionnaire de GTP. Effectif 9800 agents. Chiffre d'affaire a augmenté à 150 millions de dinars puis à 570 millions de dinars. GTP décide de créer une cinquième direction opérationnelle : la direction centrale maintenance industrielle chargée du marché de la maintenance, développement des capacités de diagnostique, d'expertise et l'intervention .
- **1999** : L'augmentation de capitale de 570 millions dinars à 1650 millions de dinars et division des actions comme suit : SONATRACH reprend le contrôle de l'ENGTP avec 51% des actions ; les 49% restants sont détenus par Le Holding RMC.
- **2005** : GTP filiale de groupe SONATRACH à 100%, l'entreprise n'a pas connue de développement jusqu'à 2012.

## 1.4 Les objectifs de l'ENGTP

Les objectifs que cherche l'ENGTP à atteindre :

- Le développement et l'amélioration de la rentabilité de ses activités.
- La fidélité de sa clientèle.
- L'exploitation de toutes les opportunités offertes par la mondialisation tant au niveau national que l'international.
- L'exploration des nouveaux marchés extérieurs.
- L'augmentation de son chiffre d'affaire et de sa part de marché.

## 1.5 Missions de L'ENGTP

- Construction de grands ensembles industriels dans le domaine des hydrocarbures et des industries s'y rapportant, notamment ceux de la pétrochimie, du raffinage et du gaz.
- Engineering, procurement et contrôle de réalisation.
- Maintenance des installations ou ensembles industriels, expertise dans le domaine du soudage et du contrôle de soudage.

## 1.6 Les domaines d'activités de l'ENGTP

A travers son implantation au niveau des principaux pôles industriels au nord, dans l'ensemble des champs pétroliers et gaziers au sud, GTP dispose d'une capacité de réalisation annuelle de l'ordre de 8,5 Millions d'heures.

### ● Engineering-procurement

- Études de base et de détails.
- Contrôle de la construction.
- Mise en service des installations de stockage des hydrocarbures.
- Processing.

### ● Génie-civil et bâtiments

- Terrassements.
- Fondations des équipements et des structures.
- Bâtiments techniques, industriels et administratifs.
- Infrastructures sociales nécessaires à l'exploitation des unités industrielles.
- Génie-civil lié à la pose des canalisations.

### ● Montage industriel

- Montage des structures métalliques.
- Montage des tuyauteries et supports.
- Montage des équipements mécaniques.
- Réservoirs et sphères.
- Installation d'équipements électriques et instrumentation.

- Pose et raccordement câbles moyen tension et bas tension.

● **Préfabrication**

- Préfabrication des structures métalliques.
- Préfabrication des tuyauteries.

● **Canalisation**

- Collectes et dessertes.
- Pipes d'expédition.
- Ouvrages concentrés.
- Points spéciaux.

● **Soudage Procédés**

- SMAW : Soudage à l'arc manuel.
- GTAW : Soudage TIG.
- GMAW : Soudage semi-auto. Fil plein.
- FCAW : Soudage semi-auto. Fil fourré.
- SAW : Soudage auto. Sous flux.

● **Contrôle et essais**

- Non destructif par rayons X, GAMMA Ultrasons ressuage, magnétoscopie.
- Destructif par traction, pliage, résilience.
- Macrographie et micrographie.

● **Traitement thermiques**

En Atelier et sur Chantier pour :

- Tout type de tuyauterie.
- Réservoirs sphériques (Partiel ou Intégral).
- Colonnes.

## 1.7 Politique commerciale

### 1.7.1 Les produits de l'ENGTP

L'ENGTP développe plusieurs produits :

- \* Engineering : Études de faisabilité, petit engineering de base, engineering détaillé, et supervision de réalisation.
- \* Procurement : Supervision, achats, transport, dédouanement.
- \* Construction : Génie civil, préfabrication, montage de charpente, tuyauterie, montage équipements, réservoirs, sphère de stockage, électricité, instrumentation, canalisation, réseaux de collectes et de dessertes.
- \* Maintenance industrielle : Prestations de maintenance, arrêts programmés et interventions.
- \* Soudage : Contrôle de soudage, expertise.

## 1.7.2 La concurrence

Il est important de mentionner qu'une concurrence vive jusqu'à la cantonnée aux aspects engineering et procurement, s'élargit de plus en plus au secteur de la construction ou l'entreprise GTP était privilégiée par son principal client SONATRACH.

Des concurrents sérieux se positionnent sur les marchés du montage industriel à l'instar des entreprises issues de SONELGAZ : Etterkib pour le montage, Kanagaz pour la canalisation, Inerga pour le génie civil, ainsi que d'autres, telles : Cosider, Tarsi, Enac, GCB, Baticic et enfin des sociétés mixtes (entreprises du secteur public avec des sociétés étrangères) à l'exemple de Sarpi, Entral, Salr, Benco, etc. L'entreprise connaît une forte concurrence et pour y faire face, elle doit améliorer ses performances décisionnelles.

## 1.8 Les clients de l'ENGTP

- **Clients nationaux** : SONATRACH, NAFTAL, SONELGAZ, NAFTEC, ENIP, ASMI-DAL et ERCE.
- **Clients étrangers avec Sonatrach** : SH-CEPSA, SH-ANADARKO (groupement Berkine), SH-OO (Organisation OURHOUD), SHREPSOL (groupement TFT), SONAHESS.
- **Clients étrangers** : JGC/ KBR (Japon-USA), GE ENERGY (Italie), BECHTEL (Canada), FMC (USA), DENYS (Belgique), SAIPEM (Italie), ABB (Italie), JGC(Japon), KELLOG (USA).

## 1.9 Les principales réalisations de L'ENGTP

### 1.9.1 En Algérie

#### • Secteur hydrocarbure

- Raffinerie (Hassi Messaoud).
- Station de compression (Hassi Messaoud).
- Usine de récupération assistée de pétrole (Rhourd El Baguel).
- Unité d'extraction GPL (Rhourd Nouss).
- Unité de traitement de GPL (Hassi Messaoud).
- Unité de traitement de gaz (Adrar).
- Revamping (Hassi Messaoud).
- Reformage catalytique (Skikda).
- Unité de traitement de gaz (Hassi Messaoud).
- Centre Enfûteur (El Eulema, Tiaret et Bouira).
- Centre de stockage et distribution (El Eulema).
- Station de traitement de Gaz (Ourhoud).

#### • Secteur chimie et pétrochimie

- Complexe acide métrique et ammoniac (Arzew).
- Unités complexes engrais (Annaba).
- Polyéthylène haute densité (Skikda).

- **Secteur énergie**

- Centrales Électriques (mers El Hadjadj, Jijel, Hassi R'mel, Hassi Messaoud et Adrar).

- **Secteur matériaux de construction**

- Cimenterie (Mefteh et Ain El Kebira).

### 1.9.2 À l'étranger

- **Mauritanie**

- Réalisation à Nouakchott d'un centre de stockage et de remplissage de bouteilles GPL, clé en main.
- Extension et rénovation de la raffinerie de Nouadhibou.
- Montage de deux unités de dessalement d'eau de mer.

- **Maroc**

- Réalisation des travaux de montage de la centrale électrique de Tan 3  $\times$  33 MGW.

- **Mali**

- Réalisation d'une étude technico-économique de dépôts de stockage de produits pétroliers à Tombouctou, Gao, Kayes, Mopti et Sikasso.

- **Yémen**

- Réalisation d'infrastructures.

## 1.10 Les ressources de l'ENGTP

- **Humaines**

L'entreprise GTP emploie en moyenne 7800 agents, dont les principaux domaines d'activités sont les suivants : La réalisation : 54%, la maintenance industrielle 15%, la logistique 13%, gestion : 7%, restauration : 9%, sécurité : 2%.

- **Matérielles**

L'ENGTP dispose :

- Un atelier de soudage.
- Des ateliers de tuyauterie.
- Des laboratoires de contrôle destructif et non destructif.
- D'un parc matériel roulant plus de 3000 équipements.

## 1.11 l'organigramme générale de L'ENGTP

L'organigramme ci-dessous montre les différentes structures ayant la responsabilité et l'autorité pour exécuter et vérifier le travail accompli par L'ENGTP.

L'entreprise est gérée et administrée par un Président Directeur Général, assisté par les cadres dirigeants et certain nombre de collaborateurs de son choix. Ces structures sont fixées comme suit :

- Une direction générale.
- Quatorze directions centrales.
- Quatre directions régionales.

GTP est une entreprise organisée en directions centrales situées au niveau du siège à Reghaïa (Alger) et directions régionales (Hassi R'mel, Hassi Messaoud, Arzew, Skikda).

- Les directions centrales, chacune en ce qui la concerne assiste la direction générale dans l'administration, le contrôle, la planification développement, la réalisation des activités opérationnelles de l'entreprise.

- Les directions régionales ont pour but d'assurer la réalisation des projets, le support logistique nécessaire aux chantiers dans leurs zones géographiques respectives, et la prestation de service en maintenance industrielle.

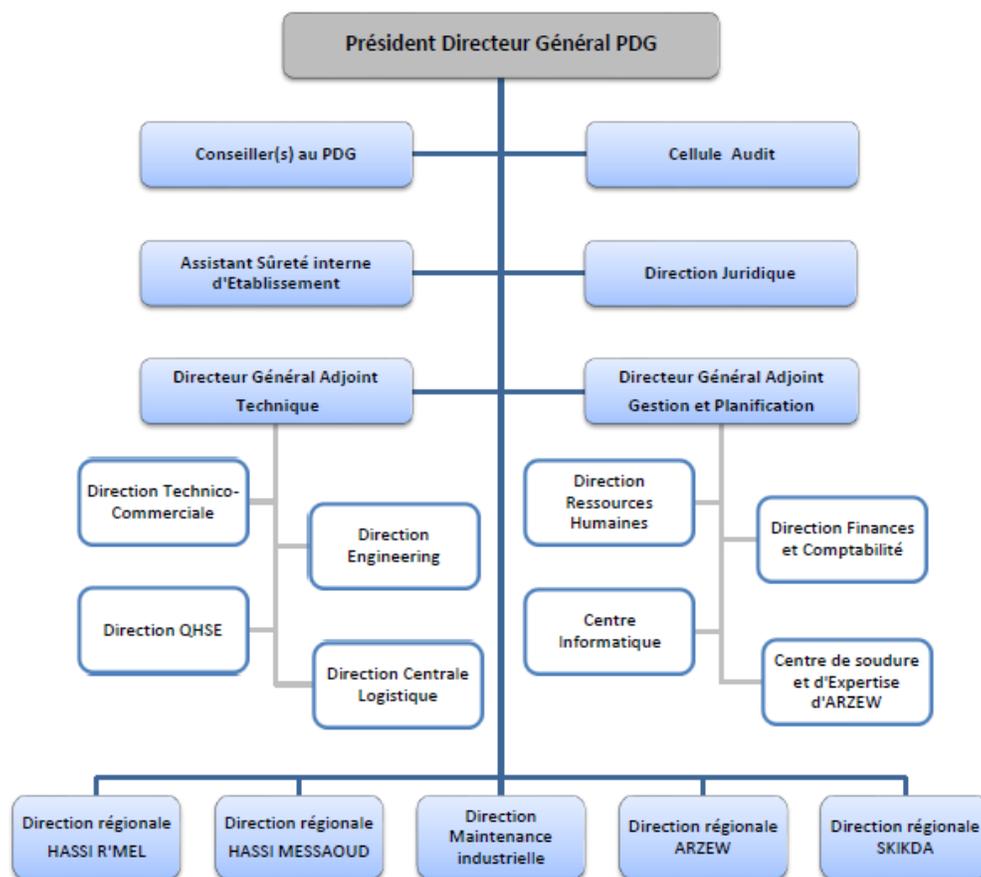


FIGURE 1.2 – L'organigramme général de L'ENGTP.

### 1.11.1 L'organigramme de la Direction Technico Commerciale

L'entreprise est gérée et administrée par un Président. La Direction Technico Commerciale est l'une des directions qui assurent le bon fonctionnement de l'activité de l'entreprise, pour mener à terme ses objectifs elle est organisée en quatre départements chacun ses missions, Département Coordination des offres, Département Technique, Département Estimation et Marchés et Département Normes Plans de Production. Le thème de notre mémoire a été proposé dans ce dernier département.

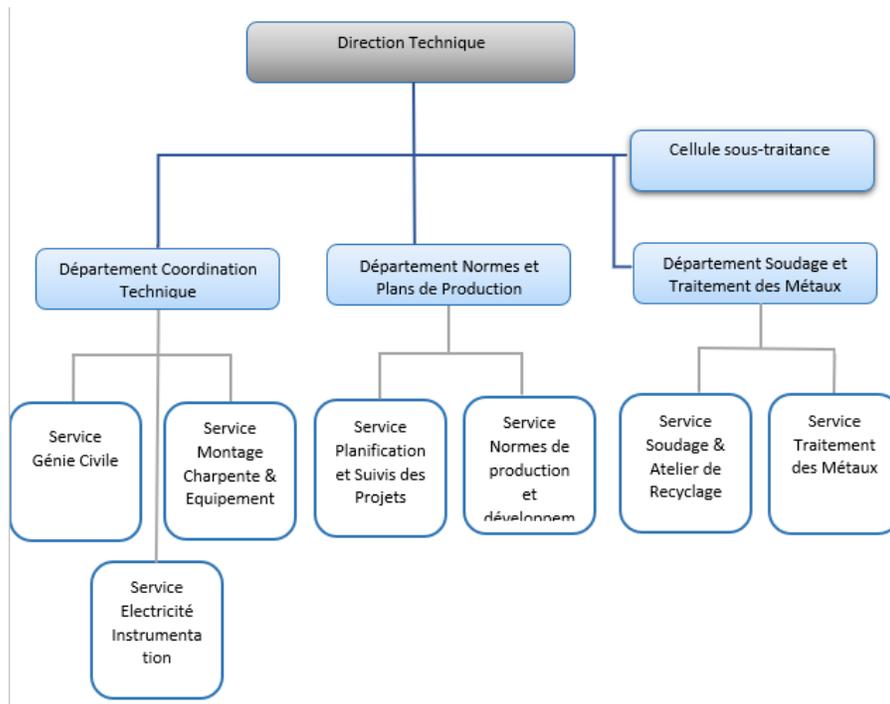


FIGURE 1.3 – Organigramme de la direction technique.

## 1.12 Le but essentiel du Département Normes et Plans de Production

- Formuler et recommander les méthodes et procédures relatives au suivi de l'exécution des projets en matière de planning et contrôle des coûts et en assurer la mise en œuvre.
- Assurer la planification et le suivi de l'exécution des projets en matière de planning de contrôle des coûts.
- Mettre en place et assurer la mise à jour d'une base de données relative aux normes de production.
- Identifier et développer les techniques, les méthodes et ressources nécessaires au suivi de l'exécution des projets en matière de planning et de contrôle des coûts.

## 1.13 Position du problème

L'entreprise nationale des grands travaux pétroliers (ENGTP) est une entreprise spécialisée dans l'ingénierie et la construction d'installations industrielles destinées à la production, transformation, transport et distribution des hydrocarbures. Elle prend en charge plusieurs projets ce qui fait qu'elle recherche toujours à être performante.

L'ENGTP nous a confié de prendre en charge l'un de ses projets. C'est le projet GR5 (GAZODUC REGAN 5) en collaboration avec le groupe Sonatrach, la Société nationale de Génie Civil et Bâtiment (GCB) et Cosider canalisation, ce projet est un système de transport par canalisation de gaz (STC) reliant la ville de départ Reggane (Adrar) à la ville d'arrivée Hassi-R'mel (Laghouat) passant par la localité de Krechba (Ghardaïa).

L'ENGTP prend en charge la partie mécanique de ce projet incluse dans le premier lot qui passe par Reggane à Krechba (Annexe 1). Cette partie se compose de 11 tâches reliés entre elles par des relations. Le projet était prévu pour un délai de deux ans mais le client a demandé une réduction du délai qui sera rémunéré par un bonus.

Le coût de réalisation de projet serait la valeur des différentes ressources matérielles et humaines nécessaires n'est au moins ce coût peut être variable. En effet, plus on assigne des ressources à une tâche, moins cette dernière requiert du temps pour sa réalisation mais avec des coûts plus élevés (la réduction de la durée normale d'un projet est impossible sans l'allocation supplémentaire de ressources). Cette réduction du temps implique une augmentation des coûts d'exécution. Maximiser le bénéfice reviendrait donc à trouver le meilleur compromis entre la réduction du temps et l'augmentation des coûts.

Le projet de l'ENGTP décomposable de 11 tâches et chaque tâche a une durée d'exécution et requiert un nombre d'unités de ressources nécessaires pour son exécution et un ensemble de relations de précédences à respecter avec un sous ensemble de tâches à accélérer dans le but de minimiser la durée de réalisation de projet avec un minimum de budget.

Notre objectif est de proposer une méthode d'ordonnancement de projet performant, qui intègre la nécessité de réaliser le projet en régime accéléré avec un minimum de coût additionnel, respectant les différentes contraintes liées au projet telles que les contraintes de ressources et les relations des précédences entre les tâches.

**Donc nous allons préoccuper de savoir comment piloter les tâches afin de réaliser le projet plus tôt que prévu avec un incrément minimal de ressources ?**

## 1.14 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes informations qui ont relation avec l'entreprise nationale des Grands Travaux Pétroliers "ENGTP". Ainsi, nous avons présenté du manière précise le problème qui nous a été assigné par l'entreprise.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation des notions de bases nécessaire à notre étude et aux différents problèmes de gestion de projet.

## Revue littérature

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les notions de base de l'optimisation mathématique ainsi que quelques problèmes classiques relier de près ou de loin à cette dernière. Nous parlons aussi brièvement sur la complexité algorithmique et la théorie des graphes. Nous abordons ensuite, les problèmes de gestion de projet où on fera appelle à la théorie de l'ordonnancement, et la fin est dédié à l'état de l'art pour les problème étudié dans ce mémoire, le problème d'ordonnancement de projet à ressources limitées et le problème de compromis temps-coût en temps discret.

### 2.2 L'optimisation mathématique

L'optimisation est une branche des mathématiques. Elle consiste à minimiser ou à maximiser une fonction (critère) souvent appelée fonction coût, d'une ou plusieurs variables soumises à des contraintes. Dans la pratique, on parle d'un problème concret, on le modélise et on le résout mathématiquement (analytiquement ou numériquement). Le problème d'optimisation est généralement modéliser par un modèle comprenant :

- Les variables du problème appelées variables de décision peuvent être de nature diverse (réelles, entière, booléennes, etc.) et sont exprimées en données qualitatives ou quantitatives.
- L'ensemble de contraintes définit des conditions que les variables doivent satisfaire. Ces contraintes sont souvent des équations ou inéquations et permettent en générale de limiter l'espace de recherche.
- Une fonction objectif représente le but à atteindre pour le décideur (minimisation de coût, de durée, d'erreur, ou maximisation du bénéfice, de rendement, etc.). Elle définit un espace de solutions potentielles au problème.

Une méthode d'optimisation cherche le point ou un ensemble de points possibles qui satisfait au mieux un ou plusieurs critères. Le résultat est appelé solution optimale ou optimum dans le cas ou il y'a un seul critère à optimiser et solution de meilleur compromis s'il existe plusieurs critères. Généralement un problème d'optimisation peut se formuler comme suit :

$$(P) \quad \begin{cases} \text{"opt"} f(x) \\ x \in S \end{cases}$$

- "opt" peut être minimiser ou maximiser.
- La fonction  $f(x)$  est appelée fonction objectif.
- $S \subseteq \mathbb{R}^n$  : Domaine de résolution ou ensemble des solutions réalisables.
- $x$  est appelé solution réalisable de problème si et seulement si  $x \in S$ .
- Un point  $x^*$  est dit solution optimale du problème  $(P)$  si et seulement si :  
 $\forall x \in S, f(x^*) \leq f(x)$  (respectivement  $f(x^*) \geq f(x)$ ) pour un problème de minimisation (respectivement maximisation)
- Souvent l'ensemble  $S$  est définie par d'équations ou d'inéquations dites contraintes.

## 2.3 Différentes types d'optimisation

### 2.3.1 La programmation linéaire

C'est l'une des techniques classiques de recherche opérationnelle. Elle repose sur la méthode du simplexe et les algorithmes de points intérieurs de Karmarkar. Elle consiste à optimiser une fonction objectif en respectant des contraintes, la fonction objectif et les contraintes étant des fonctions linéaires des variables du problème [3].

### 2.3.2 La programmation dynamique

La programmation dynamique est une méthode qui se base sur la division d'un problème d'optimisation en un ensemble de sous problèmes selon le principe d'optimalité de Belman qui dit que "Toute politique optimale est composée de sous politiques optimales". La résolution du problème d'optimisation dans ce cas revient à l'optimisation des sous problèmes suivie d'une reconstruction du problème de bas en haut [9].

### 2.3.3 L'optimisation multi-objectifs

Un problème d'optimisation multi-objectif MOP (Multiobjective Optimization Problem) est un problème de décision qui consiste à optimiser simultanément  $k$  ( $k > 1$ ) fonctions objectif souvent contradictoires sur un ensemble de solution  $S$ . Un problème à deux objectifs ( $k=2$ ) est appelé problème bi-objectif.

Contrairement aux problèmes d'optimisation mono-objectif, La résolution de (MOP) consiste à déterminer un ensemble de solutions dites solutions non-dominées ou solutions de "meilleure compromis", la notion de solution optimale n'a pas de sens dans le contexte multiobjectif. Généralement un problème d'optimisation multi-objectif est formulé comme suit :

$$(MOP) \quad \begin{cases} \text{"opt"} f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ x \in S \end{cases}$$

Où  $k$  est le nombre d'objectifs ( $k \geq 2$ ). La principale différence avec l'optimisation mono-objectif vient de la définition d'optimalité. Il s'agit de l'optimalité de Pareto qui est défini par la dominance de Pareto.

### La dominance de Pareto

Une solution  $x$  domine au sens de Pareto une solution  $z$  si et seulement si

$\forall i \in \{1, \dots, k\}, f_i(x) \leq f_i(z)$  et  $\exists i \in \{1, \dots, k\}$  tel que  $f_i(x) < f_i(z)$  (dans le cas d'un problème de minimisation).

### Optimum de Pareto

Un point  $x$  est dit Pareto optimal ou optimum de Pareto s'il n'est dominé par aucun autre point appartenant à  $S$ .

### Dominance faible

une solution  $x$  est dite faiblement non dominé s'il n'existe pas de solution  $z$  tel que :

$f_i(z) < f_i(x), \forall i \in \{1, \dots, k\}$

### Dominance fort

une solution  $x$  est dite fortement non dominé s'il n'existe pas de solution  $z$  tel que :

$\forall i \in \{1, \dots, k\}, f_i(z) \leq f_i(x)$  , et  $\exists i \in \{1, \dots, k\}$  tel que  $f_i(z) < f_i(x)$  .

## 2.3.4 L'optimisation combinatoire :

L'optimisation combinatoire est un problème d'optimisation où  $S$  est un ensemble discret.

$$(P) \quad \begin{cases} \text{"opt"} f(x) \\ x \in S \end{cases} \quad \text{où } S \subseteq \mathbb{N}^n$$

## 2.4 La complexité Algorithmique

La complexité d'un problème  $A$  est la complexité du meilleur algorithme qui résout  $A$ .

La complexité d'un algorithme est la classe asymptotique du temps d'exécution et celle de l'espace mémoire occupé par cet algorithme en fonction de la taille de l'argument donné en entrée.

### 2.4.1 Algorithme polynômial

Un algorithme est une procédure de calcul bien définie qui prend en entrée une valeur, ou un ensemble de valeurs, et qui donne en sortie une valeur, ou un ensemble de valeurs. Il est donc une séquence d'étapes de calcul qui transforment l'entrée en sortie.

Un algorithme est dit polynômial si le nombre d'opérations élémentaires nécessaires pour résoudre un exemple de taille  $n$ , est borné par un polynôme en  $n$ .

### 2.4.2 les classes des problèmes

la théorie de la complexité repose sur la notion de classe de complexité qui permettent de classer les problèmes en fonction de la complexité des algorithmes utilisés pour les résoudre.

Parmi les classes les plus courantes on distingue :

- **Classe P (Polynomial time)** : c'est l'ensemble des problèmes pour lesquels il existe un algorithme déterministe de résolution en temps polynômial en fonction de la taille de l'instance.
- **Classe NP(Non-déterministe polonomial time)** : qui contient des problèmes de décision pour les quels la réponse "oui" peut être décidée par un algorithme non déterministe en temps polynômial par rapport à la taille de l'instance .
- **Classe NP-complet** : un problème de décision A est NP-complet s'il satisfait les deux conditions suivantes :  
 $A \in NP$ , et tout problème NP se réduit à A en temps polynômial.
- **Classe NP-difficile** : Un problème A quelconque (de décision ou non) est NP-difficile s'il existe un problème NP-complet A' qui est réduit polynômialement à A.

## 2.5 Quelques concepts de la théorie des graphes

Les graphes sont actuellement l'outil privilégié pour modéliser des ensembles de structures complexes. C'est une tentative de visualisation concrète des faits. Dans cette partie, nous allons définir quelques concepts de la théorie des graphes qui nous seront utiles dans ce qui suit.

### 2.5.1 Graphe non orienté

Un graphe non orienté G, est noté par  $G = (X, E)$  où :

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  dont les éléments sont appelés sommets avec  $|X| = n$ .

$E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  dont les éléments sont appelés arêtes avec  $|E| = m$ .

Une arête e de l'ensemble E est définie par une paire de sommets, appelés extrémités .

- La taille d'un graphe  $G = (X, E)$  est définie par le nombre d'arêtes de ce graphe.
- Lorsque plusieurs arêtes relient deux sommets, nous les appelons des arêtes multiples.
- Une boucle est une arête dont les deux extrémités sont identiques.
- Un graphe E est d'ordre n si  $|X| = n$ .
- Un graphe est dite simple s'il ne contient ni boucle ni arêtes multiples.

### 2.5.2 Graphe orienté

Un graphe orienté  $G=(X,U)$  est constitué :

D'un ensemble  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  dont les éléments sont appelés sommets avec  $|X| = n$ .

D'un ensemble  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  dont les éléments sont appelés arcs avec  $|U| = m$  .

Pour un arc  $u=(x_i, x_j)$  on dit que  $x_i$  est l'extrémité initiale  $I(u)=x_i$  et  $x_j$  l'extrémité terminale  $T(u)=x_j$ .

- Nous disons que  $x_j$  est un successeur de  $x_i$  s'il existe un arc ayant  $x_i$  comme extrémité initiale et  $x_j$  comme extrémité terminale.
- Nous disons que  $x_j$  est un prédécesseur de  $x_i$  s'il existe un arc ayant  $x_j$  comme extrémité initiale et  $x_i$  comme extrémité terminale.

## 2.6 Définition d'un projet

Un projet se définit comme une démarche spécifique qui permet de structurer méthodiquement et progressivement une réalité à venir. Un projet est donc un processus unique, qui consiste en un

ensemble d'activités (appelées aussi tâches) coordonnées, faisant appel à diverses compétences et ressources de l'entreprise, dans le but d'atteindre un objectif conforme à des exigences spécifiques, telles que des contraintes de délais, de coûts et de ressources.

### 2.6.1 Les acteurs d'un projet

Différents types d'acteurs peuvent intervenir dans un projet, ces acteurs ont des rôles et des responsabilités (droits et obligations) qui doivent être clairement précises avant le démarrage du projet.

#### Maitre d'ouvrage MOA : "Client"

C'est lui qui prend la décision de lancer le projet, responsable d'une fonction opérationnelle ou fonctionnelle : Précise les objectifs du projet, définit le produit répondant aux objectifs (sa composition et son fonctionnement), établit le programme de réalisation, détermine le budget.

#### Maitre d'œuvre MOE : "Réalisateur"

Le maitre d'œuvre est celui qui a en charge la réalisation technique du projet, il a donc une responsabilité opérationnelle et technique : assure l'organisation, contrôle la réalisation du projet, anime l'équipe projet [19].

### 2.6.2 Le cycle de vie d'un projet

Un projet a également un cycle de vie précis : il débute, se réalise puis se termine. Les différentes phases du cycle de vie d'un projet sont :

**Définition** : Définir les spécifications du projet, établir ses objectifs, former des équipements et on assigne les principales responsabilités.

**Planification** : C'est l'étape qui consiste à déterminer et à ordonnancer les tâches du projet, à estimer leurs charges et à déterminer les profils nécessaires à leur réalisation.

**Exécution et contrôle (suivi)** : Une importante partie du travail physique et intellectuel du projet s'effectuera à cette étape, où a lieu la fabrication du produit physique, l'évaluation de la durée, les coûts et les spécifications, pour contrôler les résultats, ainsi que la vérification régulière et continue de la bonne marche du projet pour intégrer, au fur et à mesure du déroulement, les actions correctives nécessaires.

**Clôture** : Elle comprend :

- La livraison du projet au client ;
- Le redéploiement des ressources.

### 2.6.3 le triangle d'or d'un projet

Le triangle est l'image couramment retenue pour caractériser les trois paramètres fondamentaux d'un projet.

la réussite d'un projet passe par la satisfaction des critères suivants :

- Performances (qualité technique).

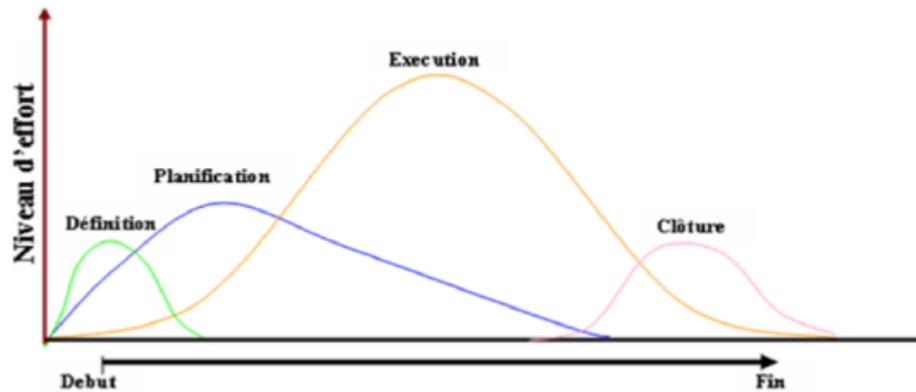


FIGURE 2.1 – Le cycle de vie d'un projet.

- Coût (qualité économique).
- Délai (qualité temporelle).

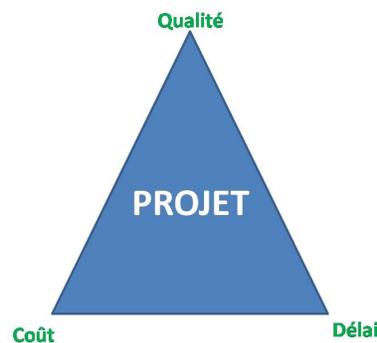


FIGURE 2.2 – Le triangle d'or.

### 2.6.3.1 Le respect de la performance :

Dans ce triptyque le paramètre « performance » représente l'objet même de projet c'est-à-dire sa réalisation d'ordre technique.

La maîtrise de la performance est la plus sûre garantie de réussite d'un projet, car les deux autres paramètres, coûts et délais en dépendent directement.

Négliger le travail préparatoire relatif au paramètre « performance » entraînera une défaillance d'ordre technique ou organisationnelle qui donnera lieu irrémédiablement à ses retards et des sur coûts.

### 2.6.3.2 Le respect des coûts

Le paramètre « coût » représente l'objectif économique du projet, qu'il s'agisse des recettes ou des dépenses. Ce paramètre essentiel caractérise la réussite ou l'échec économique d'un projet.

Ce paramètre sera respecté si :

- L'on maîtrise les dépassements de coûts internes et externes qui peuvent survenir sur la durée du projet en les analysent et en les renégocient (contrôle des coûts).

- L'on négocie financièrement toutes les nouvelles demandes exprimées par le client qui interviennent en écart par rapport au contrat.

La bonne estimation repose sur une connaissance précise du développement projet, des achats à réaliser et des tâches à exécuter.

### 2.6.3.3 Le respect des délais

Le paramètre « délais » représente le respect de la date de livraison du projet. Il caractérise la réussite ou l'échec calendaire d'un projet.

Ce paramètre sera respecté si :

- L'on estime avec précision les délais d'approvisionnement et les durées de l'ensemble des tâches du projet. La vanne estimation repose sur une connaissance précise du plan de développement projet.
- L'on maîtrise les dépassements de durée (internes et externes) qui peuvent survenir sur la durée du projet en les analysant et en les renégociant (contrôle des délais).
- L'on répercute, dans le calendrier contractuel, toutes les nouvelles demandes exprimées par le client qui interviennent en écart par rapport au contrat.

## 2.7 Management de projet

Ensemble des actions permettant de dominer le déroulement d'un projet et son optimisation, depuis la définition des objectifs jusqu'à la réalisation complète de l'ouvrage [1]. Selon la norme AFNOR [24]. Le management de projets regroupe deux fonctions bien différentes :

### 2.7.1 La direction de projet

Qui s'intéresse aux décisions stratégiques (décisions à long terme mettant en jeu l'avenir de l'entreprise) cette fonction est assurée par un chef de projet assisté parfois d'une équipe. Il consiste à :

- Fixer le cadre stratégique (objectifs, moyens, programmes) ;
- Prioriser les actions ;
- Coordonner les activités et les différents projets ;
- Gérer les changements stratégiques ;
- Optimiser les ressources.

### 2.7.2 La gestion de projet

Qui s'intéresse aux décisions opérationnelles (décisions à court terme de gestion des équipements et du personnel), elle est assurée par un contrôleur de projet. Elle a pour objectif d'apporter à la direction de projet les informations relatives à l'avancement de l'exécution du projet, au respect de ses objectifs et de ses coûts. Il consiste à :

- Apporter les éléments nécessaires au pilotage ;
- Gérer les délais ;
- Gérer les coûts ;
- Planifier les tâches ;
- Élaborer des tableaux de bord ;
- Évaluer le projet.

## 2.8 Management des coûts de projet

Le management des coûts désigne le processus d'estimation, d'affectation et de contrôle des coûts d'un projet. Cela permet à une entreprise de prévoir les dépenses à venir et de prévenir les éventuels dépassements de budget. Les coûts prévus sont calculés lors de la phase de planification d'un projet et doivent être approuvés avant le lancement de ce dernier. Afin de s'assurer que le plan de gestion des coûts est respecté, les dépenses sont consignées et font l'objet d'un suivi durant l'exécution du plan de projet. Une fois le projet terminé, les coûts prévus sont comparés aux coûts réels, afin d'obtenir des points de référence pour les futurs plans de gestion des coûts et budgets de projet [1].

### Les processus du management des coûts de projet

Le management de projet s'effectue à travers des nombreux processus qui sont notamment les suivants [24] :

**Planifier le management des coûts :** Ce processus consiste à établir les politiques internes, les procédures et la documentation pour la procédure, le management, les dépenses et la maîtrise des coûts du projet.

**Estimer les coûts :** Ce processus consiste à évaluer les ressources monétaires nécessaires à l'accomplissement des activités du projet.

**Déterminer le budget :** Ce processus consiste à consolider les coûts estimés de chacune des activités ou de chacun des lots de travail, de façon à établir une référence de base des coûts approuvés.

**Maitriser les coûts :** Ce processus consiste à surveiller l'état du projet dans le but de mettre à jour les coûts du projet et de gérer les modifications affectant la référence de base des coûts.

## 2.9 Le problème d'accélération de projet

Dans tout type de projet, les gestionnaires cherchent à minimiser la durée totale d'exécution pour garantir un avantage concurrentiel. Dans les projets de conception c'est en général pour réduire la date de mise sur le marché ou le "Time to market" qu'on cherche à réduire la durée d'un projet. Dans les projets de fabrication, les entreprises cherchent à minimiser la durée de projet pour garantir la satisfaction du client en respectant le délai de livraison exigé par le commanditaire. Dans certains cas, les entreprises cherchent à minimiser la durée d'un projet dans le cadre d'un appel d'offre pour se garantir un avantage concurrentiel.

Dans d'autres cas, l'entreprise a un intérêt économique à réduire la durée d'un projet pour avancer un autre projet dans l'objectif de lissage de charge ou pour prendre une nouvelle commande dans un objectif de maximisation du profit.

En gestion de projet, une des techniques possibles pour réduire la durée d'un projet de fabrication consiste à accélérer ses activités en leur allouant des ressources supplémentaires renouvelables (main d'œuvre, équipements) ou non renouvelables (l'argent), ce que l'on appelle " l'accélération" [21] [28] [10]. Par exemple, la main d'œuvre peut être augmentée par le recours aux heures supplémentaires, aux travailleurs temporaires ou aux équipes. On note qu'il est également possible d'accélérer une activité en lui affectant des ressources plus productives ce qui implique généralement un investissement dans des outillages plus. L'accélération implique donc une augmentation

des coûts liés à l'augmentation de ressources conduisant à considérer le problème d'arbitrage durée-coût.

## 2.10 L'ordonnancement de projet

Ordonnancer c'est programmer l'exécution d'un projet ou d'une réalisation décomposable en tâches. Donc, un problème d'ordonnancement consiste à organiser dans le temps la réalisation d'un ensemble de tâches, compte tenu de contraintes temporelles (délais, contrainte d'enchaînements, etc.) et de contraintes portant sur l'utilisation et la disponibilité des ressources requises [4].

Mathématiquement, c'est un problème d'optimisation sous contraintes. Il s'agit de déterminer à l'intérieur de l'ensemble des solutions réalisables (c'est-à-dire vérifiant les contraintes du problème), un ordre de passage des tâches qui minimise une (ou parfois plusieurs) fonction objectif donnée [5].

### 2.10.1 Les données d'un problème d'ordonnancement

#### 2.10.1.1 Les tâches

Une tâche est une entité élémentaire localisée dans le temps, par une date de début et/ou de fin, et dont la réalisation nécessite une durée préalablement définie. Elle est constituée d'un ensemble d'opérations qui requiert, pour son exécution, certaines ressources et qu'il est nécessaire de programmer de façon à optimiser un certain objectif. On distingue deux types de tâches :

- **Les tâches morcelables (préemptibles)** : qui peuvent être exécutées en plusieurs fois, facilitant ainsi la résolution de certains problèmes.
- **Les tâches non morcelables (indivisibles / non préemptibles)** : qui doivent être exécutées en une seule fois et ne sont interrompues qu'une fois terminées.

#### 2.10.1.2 Les ressources

Une ressource est un moyen technique ou humain destiné à être utilisé pour la réalisation d'une tâche, et disponible en quantités limitées. Dans le contexte industriel, les ressources peuvent être des machines, des ouvriers, des équipements, des locaux, des budgets, etc. La disponibilité d'une ressource peut varier dans le temps suivant une fonction  $R_{kt}$ . Cette disponibilité qui s'appelle la capacité  $R_{kt}$  de la ressource  $k$  à l'instant  $t$ , est une caractéristique qui détermine la quantité de la ressource  $k$  à l'instant  $t$  [11].

On trouve plusieurs types de ressources [18] :

- **Ressources consommables** : Une ressource est consommable si après avoir été utilisée par une ou plusieurs tâches, elle n'est plus disponible avec la même quantité (Les matières premières, le budget, etc.).
- **Ressources renouvelables** : Une ressource renouvelable (réutilisable) est disponible à nouveau avec la même quantité, après avoir été utilisée par une ou plusieurs tâches (les hommes, les machines, l'équipement en général, etc.). Ce type de ressource peut être à son tour décomposé en deux types :

**Les ressources disjonctives (non partageables)** : Qui ne peuvent exécuter qu'une tâche à la fois (machine-outil, robot manipulateur).

**Les ressources cumulatives (partageables) :** Qui peuvent être utilisées par plusieurs tâches simultanément (équipe d'ouvriers, poste de travail).

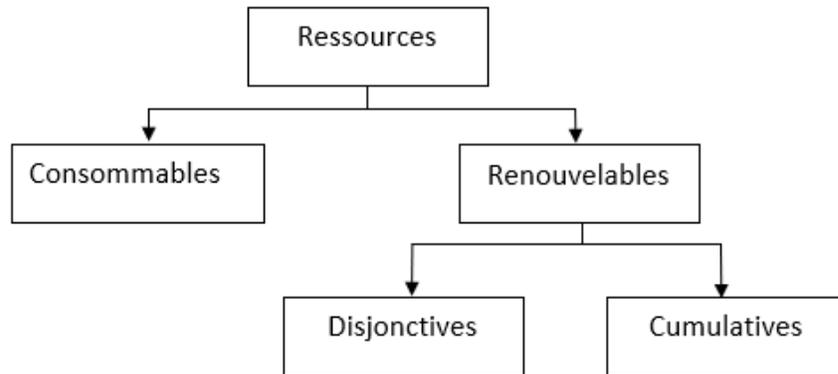


FIGURE 2.3 – Classification des ressources.

### 2.10.1.3 Les contraintes :

Les types des contraintes qui peuvent exister dans un problème d'ordonnement :

- **Contraintes potentielles :** Elles lient les tâches entre elles c'est-à-dire que telle opération ne peut être exécutée avant telle autre, elles peuvent être :

**Localisation temporelle :** une tâche donnée  $i$  ne peut débuter avant une date imposée, ou qu'elle ne peut s'achever après une date imposée.

**Contraintes de succession :** une tâche  $j$  ne peut commencer avant qu'une tâche  $i$  ne soit terminée.

- **Contraintes de ressources :** Ces contraintes de limitation de ressources expriment la nature de la quantité des moyens utilisés par les tâches. Il y a deux types de contraintes suivant la nature des ressources :

**Contraintes disjonctives :** Lorsque deux tâches, utilisant la même machine, elles ne pourront pas s'exécuter simultanément.

**Contraintes cumulatives :** Elles interdisent la réalisation d'un nombre trop important de tâches, compte tenu de la disponibilité maximale de la ressource à chaque instant et des quantités requises individuellement par les tâches [22].

### 2.10.2 Le modèle IBM

Un projet se caractérise principalement par les liens de précédence ou les dépendances entre ses tâches. Il est généralement représenté par « un graphe de précédence » qui décrit ces liens. Par défaut, une relation de précédence signifie qu'une tâche ne peut débuter que si certaines autres tâches sont finies. Or, nous distinguons quatre types de dépendance standards entre les tâches d'un projet :  $SS$ ,  $FF$ ,  $FS$ ,  $SF$  correspondant aux relations Start to Start (début à début), Finish to finish (fin à fin), Finish to Start (fin à début) et Start to Finish (début à fin), respectivement.

**La relation  $SS_{ij}$  :** signifie que la tâche  $j$  ne peut pas commencer tant que la tâche  $i$  n'a pas démarré.

**La relation  $FF_{ij}$  :** signifie que la tâche  $j$  ne peut pas terminer tant que la tâche  $i$  n'est pas

terminée. Elles ne doivent pas forcément terminer en même temps,  $j$  peut se terminer à n'importe quel moment une fois la tâche  $i$  terminée.

**La relation  $FS_{ij}$**  : la tâche  $j$  ne peut débuter que lorsque la tâche  $i$  se soit achevée. Il s'agit du type de relation par défaut dans un projet, et celui qui est le plus souvent utilisé.

**La relation  $SF_{ij}$**  : inversement à la relation  $FS_{ij}$  signifie que la tâche  $j$  ne peut se terminer tant que la tâche  $i$  n'a pas commencé.

En plus de ces liens de base, il existe ce que l'on appelle « le temps de décalage minimal » c'est-à-dire le nombre d'unité de temps minimum à décaler entre deux tâches ( $SS_{min}$ ,  $FF_{min}$ ,  $FS_{min}$ ,  $SF_{min}$ ). Un temps de décalage minimal est représenté dans la figure 2.4 :

- dans la figure 2.4(a) : la tâche  $j$  peut débuter une fois que  $SS_{min_{ij}}$  unités de temps se sont écoulées au minimum depuis le début de la tâche  $i$ .
- dans la figure 2.4(b) : l'activité  $j$  ne peut se terminer que  $FF_{min_{ij}}$  unités de temps après que  $i$  se soit finie.
- dans la figure 2.4(c) :  $j$  ne peut débuter que  $FS_{min_{ij}}$  unités de temps minimum après que  $i$  se soit achevée
- dans la figure 2.4(d) :  $j$  ne peut se terminer que si  $SF_{min_{ij}}$  unités de temps minimum se sont écoulées depuis le début de  $i$  [26].

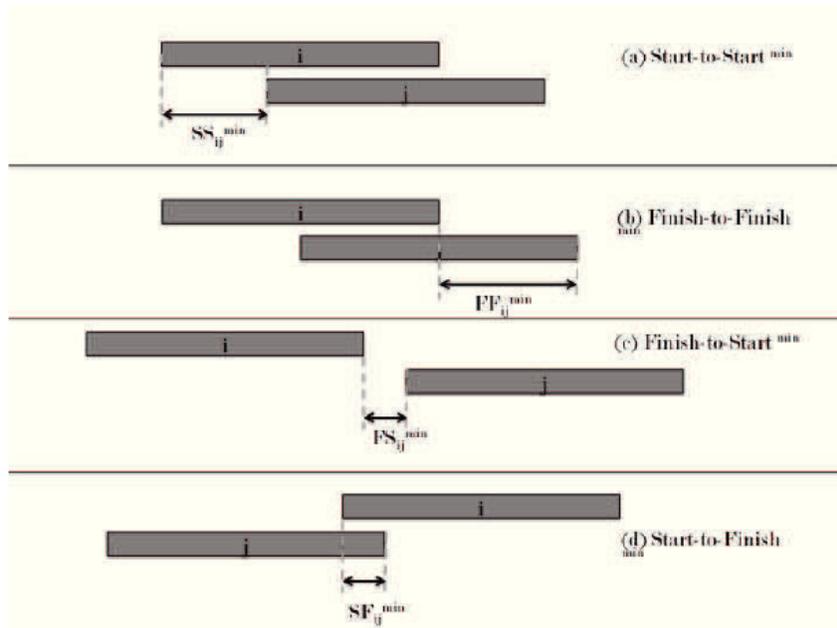


FIGURE 2.4 – Dépendance entre les tâches et temps de décalage minimal.

### 2.10.2.1 Dates et marges associées à une tâche

**Date début au plus tôt** : C'est la date la plus hâtive à laquelle une tâche peut commencer.

**Date début au plus tard** : C'est la date la plus tardive à laquelle une tâche peut commencer sans tarder la tâche suivante.

**Date fin au plus tôt :** C'est la date la plus hâtive dont une tâche peut prendre fin.

**Date fin au plus tard :** C'est la date la plus tardive dont une tâche peut prendre fin sans retarder la tâche suivante.

**La marge libre :** Correspond au retard que peut prendre la tâche à partir de sa position au plus tôt sans affecter la date de début au plus tôt de l'une quelconque de ses tâches immédiatement suivantes.

**La marge totale :** La marge totale d'une tâche est égale à la différence entre date de début au plus tard et date de début au plus tôt d'une même tâche.

**La tâche critique :** C'est la tâche dont la marge totale est nulle, tout retard sur la réalisation de ces tâches entraîne l'allongement de la durée totale de projet.

**Le chemin critique :** Il est composé de l'ensemble des tâches critiques.

### 2.10.3 Le diagramme de GANTT

Le graphique de Gantt est le support idéal pour les présentations générales et les réunions de comités de direction, il n'est pas une méthode pour résoudre les problèmes d'ordonnancement mais seulement pour représenter une solution. Pour réaliser le diagramme de Gantt, nous allons représenter l'échelle de temps dans l'abscisse et la liste des activités (tâches) dans l'ordonnée. Cette méthode est actuellement intégrée dans tous les logiciels de planification de projets (MS Project, Gantt Project, primavera, etc.) [1].

Ses étapes de réalisation sont les suivantes [1] :

- Définir une échelle de temps adaptée à la période de suivi des travaux.
- Identifier les activités.
- Déterminer leur durée (début, fin).
- Prévoir les contraintes (périodes de non-activité).
- Définir les relations entre les tâches.

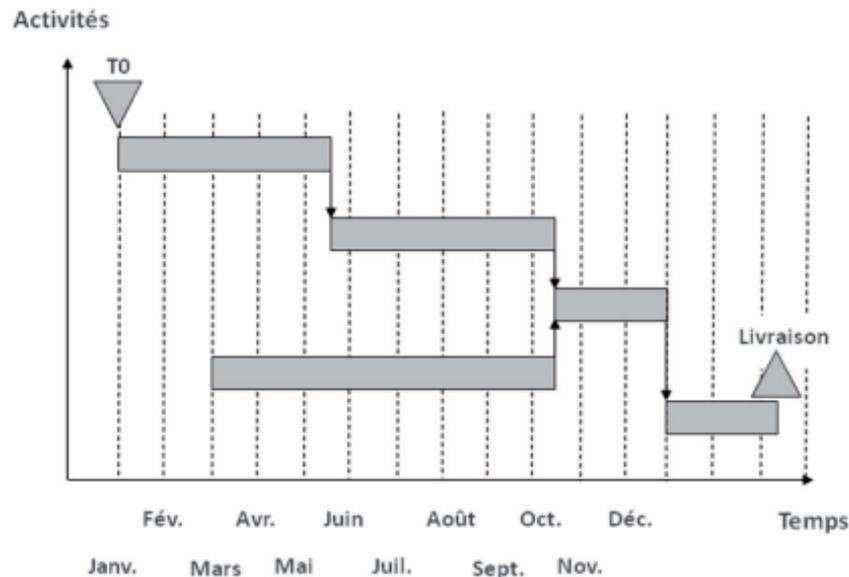


FIGURE 2.5 – Le diagramme de GANTT

#### 2.10.4 Domaines d'application d'ordonnancement

Les problèmes d'ordonnancement sont très variés. On peut les rencontrer dans de très nombreux domaines comme :

- **Projets** : Gestion de projets, par exemple : la conception (de bâtiments, de produits, de systèmes, etc.).
- **Production** : Ateliers de production, ayant pour objet la recherche d'une organisation efficace de la production des biens et des services.
- **Administration** : Gestion des ressources humaines, emploi du temps.
- **Informatique** : Exécution des programmes, optimisation de code.

### 2.11 Les techniques d'ordonnancement

Les techniques d'ordonnancement dans le cadre de la gestion d'un projet ont pour objectif de répondre au mieux aux besoins exprimés par un client, au meilleur coût et dans les meilleurs délais, en tenant compte des différentes contraintes. Parmi les techniques de modélisation d'un problème d'ordonnancement, la méthode MPM et la méthode PERT.

#### 2.11.1 La méthode du Potentiel-Metra MPM (Potentiel-tâches)

La méthode MPM est une modélisation du problème central de l'ordonnancement par un graphe, elle permet de déterminer la chronologie des tâches dans le temps en déterminant la date de début, la date de fin et les marges de chaque tâche par rapport au projet. Et ceci, en prenant en compte les contraintes de précédences, de délai, et une date au plus tôt et au plus tard de chaque tâche. Ainsi, cette méthode permet d'identifier les tâches critiques qui n'accepte aucun retard dans la réalisation. Elle s'est développée parallèlement à la méthode PERT.

On représente le projet dans la méthode MPM par un graphe orienté et valué  $G = (V, U)$  où  $V$  est l'ensemble des sommets correspondant aux tâches du projet et  $U$  l'ensemble des arcs indiquant l'ordre des tâches selon des relations de précédence. Dans le graphe potentiels tâches  $G$ , chaque couple  $(i, j)$  est représenté par une relation de précédence, correspondant à un arc  $i \rightarrow j$  dans l'ensemble  $U$  et indiquant que la tâche  $j$  ne peut démarrer avant la fin de la tâche  $i$ . Les tâches constituant le projet sont identifiées par un ensemble  $\{1, \dots, n\}$  au quel, on ajoute deux tâches, la tâche 0 qui représente le début de l'ordonnancement (début du projet) dont la date de début est  $t_0 = 0$ , et la tâche  $n + 1$  qui représente la fin de l'ordonnancement (fin du projet) dont la date de début est  $t_{n+1}$  qui correspond à la durée totale de l'ordonnancement. Toutes deux sont des tâches fictives appelées également tâches jalons [7].

**Exemple**

La réalisation d'un projet demande la réalisation d'un certain nombres de tâches. Le tableau suivant représente ces différentes tâches avec leurs relations de précédences.

Tâche	Durée	prédécesseurs
1	4	-
2	16	-
3	2	2
4	12	1
5	2	3
6	3	3

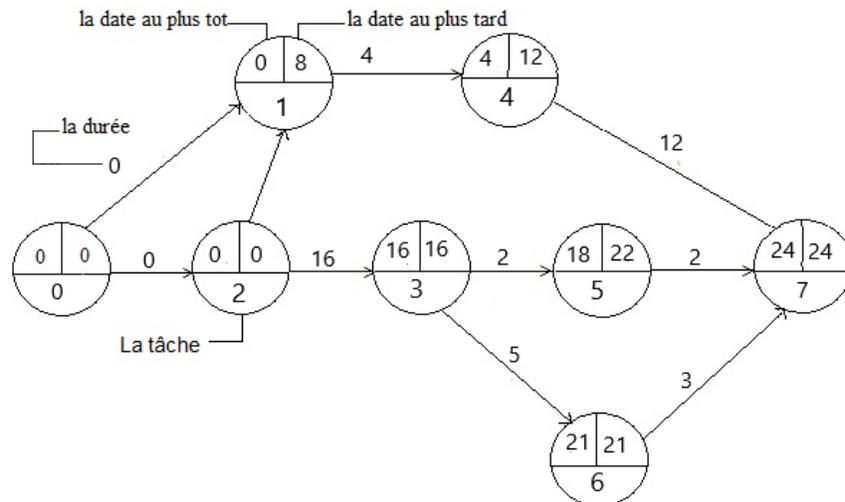


FIGURE 2.6 – Le réseau Potentiel Métra.

**2.11.2 La méthode PERT**

La méthode PERT (*Program Evaluation Review*) est comme la MPM une technique d'ordonnancement basée sur la théorie des graphes, visant à optimiser la planification des tâches d'un projet. Ainsi, Le principe de la méthode est le même et donc la méthodologie à adopter sera sensiblement identique à celle du MPM, seule la représentation diffère.

Dans la méthode PERT on associe également au problème un graphe valué pour lequel on cherche les chemins de valeurs maximales. Cette fois les sommets du graphe  $G = (X, U)$  sont des événements (étapes) identifiés au début ou à la fin de chaque tâche dont deux notés 0 et  $n + 1$  représentant respectivement l'étape début du projet et l'étape fin du projet. Les arcs représentent des tâches réelles, soit deux tâches fictives permettant de représenter certaines contraintes potentielles.

Dans cette formulation, les sommets s'interprètent comme des étapes. C'est pourquoi l'on parle de graphe potentiels étapes, connu plus communément sous le nom du graphe PERT.

## 2.12 Le problème d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources

Les problèmes d'ordonnancement de projet avec contraintes de ressources, appelé aussi RCPSP (*Resource-Constrained Project Scheduling Problems*), formalisés pour la première fois par Pritsker et al (1969), ont été abondamment étudiés depuis plus de trente ans et de nombreuses recherches ont été menées dans le but d'optimiser la planification d'activités sujettes à des contraintes de précedence et de ressources afin de minimiser la durée totale du projet et ce dans différents contextes.

Ce type de problème est *NP-difficile* [27] du fait de la nature cumulative de la consommation des ressources, qui permet l'exécution d'activités en parallèle.

Durant les dernières décennies, le RCPSP est d'ailleurs devenu un problème standard de planification de projets et de nombreuses approches ont été développées, ce qui a poussé certains auteurs à les répertorier [23].

### 2.12.1 Description du problème

Le Resource Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP) est avant tout un ordonnancement de projet. De ce fait, nous considérons un ensemble de  $n$  tâches non interruptibles  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  soumises à une série de contraintes de précédence. Le projet est accompli lorsque toutes ces tâches sont terminées. La durée du projet aussi appelée "le makespan" est caractérisée par la fin de la dernière tâche effectuée.

Afin de représenter le début et la fin du projet, deux tâches fictives sont créées, la tâche 0 pour commencer et la tâche  $(n + 1)$  pour conclure (ces tâches sont d'une durée nulle et qui ne requièrent aucune ressource pour leur exécution)

La spécificité principale du RCPSP par rapport à l'ordonnancement de projet est le respect des contraintes liées avec la disponibilité des ressources. Lors de son exécution, une tâche peut nécessiter une ou plusieurs ressources pour une certaine quantité.

Notons l'ensemble de ressources par  $R$ , une ressource  $k \in R$  peut être renouvelable ou non, elle est renouvelable si sa disponibilité est remise au niveau initial du début de chaque période durant l'horizon de l'ordonnancement  $T$ . Tenant compte de ces deux éléments, nous cherchons à proposer une séquence des tâches en décidant du début (et éventuellement de la fin) de chaque tâche. Notons  $d_i$  la durée d'exécution d'une tâche  $i$ ,  $Q_k$  la quantité disponible d'une ressource  $k \in R$ , et  $r_{ik}$  est la quantité de ressource  $k$  nécessaire pour l'exécution de la tâche  $i$ . Une tâche  $i$  peut commencer à l'instant  $t \in \{1, \dots, T\}$  si trois conditions sont satisfaites : les tâches qui se situent devant  $i$  dans la séquence sont toutes commencées, toutes les prédécesseurs de  $i$  sont terminés à l'instant  $t$ , il y a suffisamment de ressources à chaque période où la tâche est à traiter.

### 2.12.2 Formulation à temps discrétisé

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T t.x_{(n+1)t} \quad (2.1)$$

$$\sum_{t=1}^T t(x_{jt} - x_{it}) \geq d_i \quad \forall (i, j) \in V^2; \quad j \in \text{Succ}(i). \quad (2.2)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{it} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in V} r_{ik} \sum_{s=\max(1, t-d_i+1)}^t x_{is} \leq Q_k \quad \forall t = 1, \dots, T; \quad \forall k \in R \quad (2.4)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

où  $x_{it}$  est une variable binaire qui vaut 1 si l'activité  $i$  débute au temps  $t$  et 0 sinon. La fonction objectif (2.1) minimise la durée du projet, la contrainte (2.2) de précédence définissent des conditions temporelles entre les activités. Ainsi, un successeur ne peut débiter que lorsque tous ses prédécesseurs sont terminés, la contrainte (2.3) assure l'unicité de  $x_{it}$ , la contrainte de ressource (2.4) assure que la quantité de ressources  $k$  utilisée par les activités en cours à un instant  $t$  est inférieure ou égale au nombre de ressources disponibles à cet instant, la contrainte (2.5) garantit que  $x_{it}$  est une variable binaire [27].

## 2.13 Le problème de compromis temps-coût en temps discret

Le problème de compromis temps-coût en temps discret, appelé aussi *The discrete time-cost tradeoff problem* (DTCTP) est un sujet important dans la théorie et les applications de planification de projet. Il fait l'objet de nombreuses recherches depuis le développement de la méthode du chemin critique à la fin des années 50. Le comportement temps-coût dans une activité de projet décrit essentiellement le compromis entre la durée de l'activité et la quantité de ressources. Dans la version discrète du problème (le problème du compromis temps-coût discret), il est généralement admis que le compromis suit un schéma discret non croissant, c'est-à-dire qu'il est possible d'accélérer une activité en allouant plus de ressources (c'est-à-dire à un coût plus élevé). Cependant, en raison de sa complexité, le problème a été résolu pour des instances relativement petites.

le DTCTP peut être divisé en trois versions : le problème des délais (DTCTP-D), le problème du budget (DTCTP-B) et le problème de la courbe d'arbitrage temps-coût (DTCTP-C). Dans le DTCTP-D, étant donné un ensemble de modes et un délai de projet, l'objectif est de minimiser le coût total du projet en spécifiant un mode d'exécution pour chaque activité. Dans le DTCTP-B, un budget de projet est donné et l'objectif est de déterminer les modes qui minimisent la durée du projet. Dans le DTCTP-C, l'objectif est de déterminer la courbe de Pareto qui minimise simultanément la durée et le coût du projet.

### 2.13.1 Description du problème DTCTP-C

Le DTCTP-C est décrit comme suit : Un réseau de projet  $G = (V, A)$  est représenté au format activité sur nœud, où l'ensemble de nœuds  $N$  désigne les activités  $V = \{1, \dots, n\}$ , et l'ensemble des arcs  $A$  représente les relations de précédence fin-début. Les nœuds sont topologiquement numérotés du nœud de départ unique 1 au nœud terminal unique  $n$ ,  $|V| = n$ , où les nœuds 1 et  $n$  sont des activités fictives. Chaque activité  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) a  $|M_i|$  modes, caractérisés par un couple durée-coût  $(d_{ij}, c_{ij})$ ,  $j = 1, \dots, |M_i|$ , où  $M_i$  est l'ensemble des modes d'activité  $i$ ,  $M_i = \{1, 2, \dots, m\}$ . Les activités fictives 1 et  $n$  n'ont qu'un seul mode d'exécution à durée-coût nul [14].

### 2.13.2 Formulation du problème

$$\min s_n \quad (2.6)$$

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{m \in M_i} c_{im} x_{im} \quad (2.7)$$

$$\sum_{m \in M_i} x_{im} = 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.8)$$

$$s_i + \sum_{m \in M_i} d_{im} x_{im} \leq s_j \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.9)$$

$$s_i \in \mathbb{N} \quad \forall i \in V \quad (2.10)$$

$$x_{im} \in \{0, 1\} \quad \forall m \in M_i, \quad \forall i \in V \quad (2.11)$$

où  $s_i$  et  $x_{im}$  sont des variables de décision.  $x_{im}$  est une variable binaire qui vaut 1 si le mode  $m$  est sélectionné pour exécuter l'activité  $i$  et 0 sinon, et  $s_i$  est le temps de début de la tâche  $i$ . Le premier objectif (2.6) minimise la durée du projet qui est égal à l'heure de début  $s_n$  de l'activité fictive  $n$ . Le second objectif (2.7) minimise le coût total du projet. Les contraintes de (2.8) garantissent qu'exactement un mode d'exécution est affecté à chaque activité. Les contraintes de (2.9) représentent les relations de précédence. Les contraintes de (2.10) garantissent que les heures de début de l'activité ne sont pas négatives. Les contraintes de (2.11) garantissent que  $x_{im}$  est une variable binaire [4].

## 2.14 Approches de résolution des problèmes d'optimisation

### 2.14.1 Approches de résolution des problèmes d'optimisation mono-objectif

Les méthodes d'optimisation peuvent être réparties en deux grandes classes de méthodes pour la résolution des problèmes :

- Les méthodes exactes .
- Les méthodes approchées.

### 2.14.1.1 Les méthodes exactes

Les méthodes exactes sont utilisées pour trouver au moins une solution optimale d'un problème. L'inconvénient majeur de ses méthodes est l'explosion combinatoire : Le nombre de combinaisons augmente avec l'augmentation de la dimension du problème. L'efficacité de ces algorithmes n'est prometteuse que pour les instances de problèmes de petites tailles.

Les algorithmes exacts les plus connus sont :

- La méthode (Branch and Cut).
- La méthode de coupes planes (Cutting-Plane).
- Algorithme du simplexe.
- Les méthodes de recherche arborescente (Branch and Bound).

### 2.14.1.2 Les méthodes approchées

Les problèmes NP-complets d'optimisation combinatoire sont caractérisés par une complexité exponentielle ou factorielle. Par conséquent, il est impossible d'énumérer toutes les solutions possibles car cela dépasse la capacité de calcul de n'importe quel ordinateur. Il est donc très difficile de trouver la solution optimale.

Pour palier à ces problèmes, les chercheurs ont introduit des méthodes approchées appelées heuristiques, elles présentent l'avantage d'un temps de calcul réduit mais ne donnent aucune information sur la qualité de la solution trouvée, de plus elles ne sont en général applicables qu'à un seul type de problèmes, elle sont spécifique au problème et ne peuvent pas être généralisée [2].

Par exemple la méthode de la descente consiste à partir d'une solution  $S$  à choisir une solution  $S'$  dans un voisinage de  $S$ , telle que  $S'$  améliore la solution. La recherche s'arrête donc au premier minimum (ou maximum) local rencontré (voir figure.2.7), c'est là son principal défaut. Pour améliorer les résultats, on peut relancer plusieurs fois l'algorithme mais la performance de cette technique décroît rapidement.

Ce qui a poussé les chercheurs à proposer de nouvelles méthodes générales (applicables à la plupart des problèmes d'optimisation) appelées métaheuristiques comme (la méthode de recuit simulé, la recherche tabou, l'algorithme génétique, la méthode de colonies de fourmis, etc.).

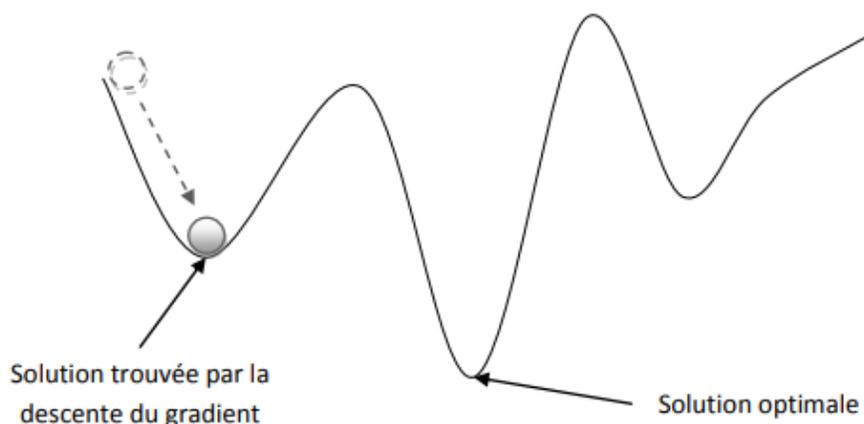


FIGURE 2.7 – Blocage d'une heuristique classique dans un minimum local.

### 2.14.1.2.1 Le recuit simulé

La méthode de recuit simulé a été conçue pour rechercher un optimum global parmi plusieurs minimaux (ou maximaux) locaux (voir figure.2.8 ). Son idée principale du tel qu'il a été proposé par Metropolis en 1953 est de simuler le comportement de la matière dans le processus du recuit très largement utilisé dans la métallurgie. Le but est d'atteindre un état d'équilibre thermodynamique, où l'énergie est minimale et l'état d'équilibre représente dans la méthode du recuit simulé la solution optimale d'un problème. L'énergie du système sera calculée par une fonction coût (ou fonction objectif) [8].

La méthode va donc essayer de trouver la solution optimale en optimisant une fonction objectif. Pour cela, un paramètre fictif de température a été ajouté par Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi [15]. En gros le principe consiste à générer successivement des configurations à partir d'une solution initiale  $S_0$  et d'une température initiale  $T_0$ , qui diminuera tout au long du processus jusqu'à atteindre une température finale ou un état d'équilibre (optimum global).

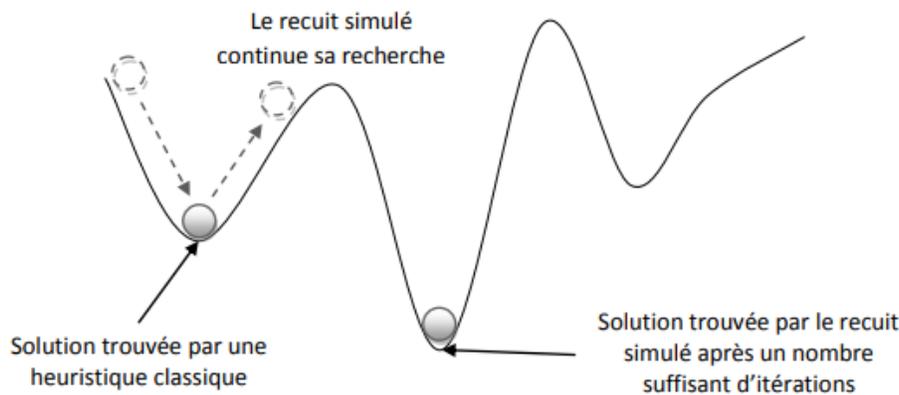


FIGURE 2.8 – Comparaison entre le recuit simulé et une heuristique classique.

### 2.14.1.2.2 La recherche tabou

La recherche tabou est une méthode de recherche locale qui repose sur une mémoire des solutions visitées (liste taboue) pour échapper aux optima locaux. L'exploitation du voisinage permet de se déplacer de la solution courante vers un voisin ayant une valeur de fonction objectif identique ou meilleure mais pour éviter que l'algorithme ne passe de l'un à l'autre à l'infini, la méthode interdit de considérer les solutions récemment explorées. La liste taboue contient généralement un nombre fixe de solutions et est actualisée en enregistrant chaque nouvelle solution récemment visitée et en supprimant la solution la plus ancienne dans la liste. La taille de cette liste est un paramètre critique pour l'efficacité de la méthode qui nécessite par ailleurs la détermination d'un critère d'arrêt [26].

### 2.14.1.2.3 L'algorithme génétique

L'algorithme génétique est un des premiers algorithmes à avoir été développé puis étudié. C'est une méthode de recherche métaheuristique présentée par Holland (1975). De nombreuses analogies avec la biologie et la génétique sont effectuées. Ainsi l'algorithme opère sur une population de chromosomes, entité à la base de tout organisme vivant, chacun représentant ici une solution au

problème considéré. Un chromosome est composé de gènes, chaque gène représentant une donnée de la solution. Différentes opérations sont effectuées sur cette population de chromosome. Les trois principales sont la sélection, le croisement et la mutation.

Afin de résoudre un problème, il est nécessaire de créer une représentation sous forme génétique du domaine de solution et de coder la fonction d'évaluation des différentes solutions, qui sont les deux bases de fonctionnement de l'algorithme. Il est important d'accorder une attention toute particulière à la fonction d'évaluation, qui doit être pensée le plus simplement possible, car elle est appelée de nombreuses fois durant le traitement. Une fois ceci effectué et les paramètres initialisés, la population initiale de solutions est générée. Chaque solution est ensuite évaluée, et elles sont sélectionnées et appariées pour produire par croisement et reproduction une nouvelle génération de solutions, celles-ci pouvant subir une mutation. Chaque nouvelle solution est évaluée et la population mise à jour. Le processus reprend alors avec un nouvel appariement des chromosomes de la population. L'algorithme se termine quand l'un des critères d'arrêt est atteint. Il retourne alors la meilleure solution parmi la population [16].

### 2.14.2 Approches de résolution des problèmes d'optimisation multi-objectifs

La résolution des problèmes multi-objectifs relève de deux disciplines assez différentes. En effet, résoudre un problème multi-objectifs peut être divisé en deux phases :

1. La recherche des solutions de meilleur compromis : C'est la phase d'optimisation multi-objectif.
2. le choix de la solution à retenir : C'est la tâche du décideur qui, parmi l'ensemble des solutions de compromis, doit extraire celle(s) qu'il utilisera. On parle alors ici de décision multiobjectif et cela fait appel à la théorie de la décision.

La première phase adopte un point de vue décideur, les approches sont classées en fonction de l'usage que l'on désire en faire. La deuxième phase adopte un point de vue concepteur, les approches sont triées de leur façon de traiter les fonctions objectifs [20].

#### Classification point de vue décideur

La solution d'un problème multi-objectif est un ensemble de solutions. Cependant, pour un problème réel, une seule solution pourra être déployée. Un choix par un décideur doit donc être effectué, le décideur peut intervenir en amont de la résolution, après celle-ci, ou de manière interactive [13] :

- Préférence a priori : le décideur définit ses préférences entre les différents objectifs avant d'utiliser la méthode d'optimisation.
- Préférence progressive : le décideur affine son choix de compromis au fur et à mesure du déroulement de la méthode d'optimisation.
- Préférence a posteriori : le décideur choisit la solution de son choix parmi l'ensemble des solutions fournies par la méthode d'optimisation.

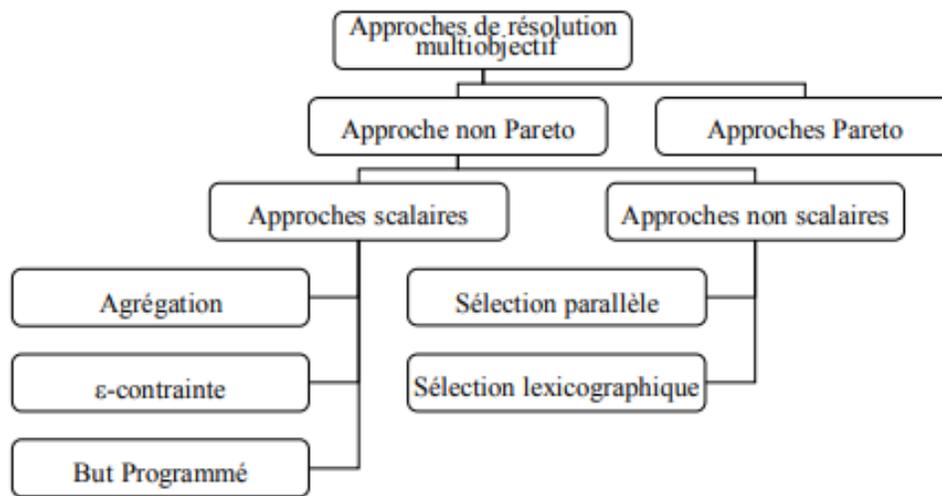


FIGURE 2.9 – Approches de résolution multiobjectif

## Classification point de vue concepteur

Ce classement adopte un point de vue plus théorique articulé autour des notions d'agrégation et d'optimum Pareto.

### 1. Les approches Pareto

Dans cette stratégie, la notion de dominance est l'axe principal, où des objectifs contradictoires peuvent être optimisés simultanément. Les algorithmes suivant la stratégie de Pareto sont généralement des méta-heuristiques utilisées dans le cas où un ensemble de solutions soit requis et les préférences du décideur sont articulées d'une manière a posteriori [29].

### 2. Approches non-scalaires

La méthode non scalaire ne transforme pas le problème en un problème mono-objectif, elle utilise des opérateurs de recherche qui traite séparément les différents objectifs. Les méthodes les plus courantes sont :

- La sélection parallèle dans les algorithmes évolutionnaires.
- La sélection lexicographique.

L'inconvénient de ces approches est qu'elles tendent à générer des solutions qui sont largement optimisées pour certains objectifs au détriment des autres objectifs. Les solutions de compromis sont donc négligées [13].

### 3. Les approches scalaires

Il existe quelques méthodes appartenant à la classe de méthodes paramétriques qui permettent essentiellement de trouver une ou plusieurs solutions efficaces d'un problème multi-objectifs. Cette famille de méthodes en question consiste à transformer le problème multiobjectifs vers un problème mono-objectif.

Ces méthodes fonctionnent essentiellement en présence de certains paramètres ou scalaires qu'on devrait fixer a priori et elles sont appelées aussi méthodes scalaires. En effet, les méthodes

les plus connues et les plus utilisées sont [6] :

- a. la méthode de pondération des fonctions objectifs (de somme pondérée).
- b. la méthode  $\varepsilon$ -contraintes (compromis).
- c. la méthode de distance pondérée (méthode de Chebychev).

**a. Methode de somme pondérée**

L’approche scalaire la plus couramment utilisée est la somme pondérée. Elle consiste à transformer un problème multi-objectif en un problème qui combine les différentes fonctions objectif du problème en une seule fonction  $U$  de façon linéaire :

$$U(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(x)$$

où les poids  $\lambda_i$  sont compris dans l’intervalle  $[0, 1]$ . Tels que, différents poids fournissent différentes solutions et une même solution peut être générée en utilisant des poids différents.

Il existe d’autres approches agrégatives mais l’agrégation linéaire est la plus couramment utilisée.

L’avantage de cette méthode est sa facilité d’implémentation et le fait qu’elle puisse être utilisée avec les méthodes et mécanismes définis pour l’optimisation mono-objectif.

**b. La méthode  $\varepsilon$ -contraintes**

Cette méthode permet de transformer un problème d’optimisation multi-objectifs en un problème d’optimisation mono-objectif qu’on note  $(P)$  comportant quelques contraintes supplémentaires. La démarche est la suivante :

1. on choisit un objectif à optimiser prioritairement soit  $f_k$  ;
2. on choisit un vecteur de contraintes initial  $\varepsilon_i ; i = 1, 2, \dots, p \quad i \neq k \quad \varepsilon_i \geq 0 ;$
3. on transforme le problème en conservant l’objectif prioritaire et en transformant les autres objectifs en contraintes d’inégalité de type

$$f_i \leq \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, p \quad i \neq k$$

On appelle aussi cette méthode la méthode de la contrainte  $\varepsilon$ .

Mathématiquement, le problème d’optimisation mono-objectif  $(P)$  peut s’écrire comme suite :

$$(P) \quad \begin{cases} \min f_k(x) \\ f_i(x) \leq \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, p \quad i \neq k \\ x \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$

La résolution du problème d’optimisation mono-objectif  $\varepsilon$  contraintes noté par  $(P)$  peut donner des solutions efficace ou des solutions faiblement efficaces pour le problème multiobjectifs (MOP) [6].

## 2.15 Conclusion

Le RCPSP est un problème issue de l’optimisation combinatoire. Dans ce chapitre nous avons fait une courte revue de littérature sur ce problème en mettant l’accent sur sa formulation, ses

variantes et quelques méthodes efficaces pour le résoudre.

Nous nous sommes préoccupés du problème DTCTP. Le problème se décline sous différentes variantes, nous avons cité les caractéristiques fondamentales de ce problème, et nous avons présenté une formulation très générique de cette catégorie de problème.

La modélisation telle que présentée nous a permis de caractériser notre situation. À partir de là, on peut envisager la modélisation du problème posé par l'ENGTP qui sera présentée dans le chapitre suivant.

## Modélisation du problème

### 3.1 Introduction

La modélisation mathématique d'un problème réel est une étape essentielle et nécessaire, qui constitue l'étape initiale de la résolution du problème. Elle est caractérisée par une écriture simplifiée de toutes les données du problème en utilisant un formalisme bien adapté. Dans ce chapitre nous présentons le modèle mathématique au problème posé par l'ENGTP.

### 3.2 Formulation du problème

Nous considérons le problème posé qui consiste en l'ordonnancement de projet performant, qui intègre la nécessité de réaliser le projet en régime accéléré, dans le but de minimiser la durée du projet avec un minimum de coût additionnel .

Les activités de projet sont non-interruptibles, i.e une activité commencée ne doit pas être interrompue tant qu'on ne l'a pas terminée. Chaque activité nécessite une quantité donnée de chacune des ressources tout au long de son exécution. Les activités sont liées entre elles par deux sort de contraintes, contraintes préséance et les contraintes de ressources. Les ressources sont renouvelables et en quantité limitée.

### 3.3 Les éléments du modèle mathématique

D'après la définition du problème et les données recueillis, nous avons élaborer un modèle mathématique adapter au problème posé.

#### 3.3.1 Paramètres

$n$  : Le nombre des tâches.

$I$  : L'ensemble des tâches  $I = \{1, \dots, n\}$ ,  $I' = I \cup \{0, n + 1\}$  (les tâches 0 et  $n + 1$  désignent les tâches fictives)

$I_a$  : L'ensemble des tâches autorisées à être accéléré,  $I_a \subseteq I$ .

$i$  : Indice d'une tâche  $i$ ,  $i \in I'$ .

$d_i$  : Durée de réalisation d'une tâche  $i$ ,  $i \in I'$ .

$Succ(i)$  : L'ensemble de successeur de  $i$ ,  $i \in I'$ .

$c_i$  : Date de fin d'une tâche  $i$ ,  $i \in I'$ .

$H$  :  $\{1, \dots, T\}$  l'horizon d'ordonnancement.

$T$  : Longueur de l'horizon d'ordonnancement, pouvant être considérée comme borne supérieure pour la durée totale du projet où makespan.

$t$  :  $1, \dots, T$  période (dans notre cas une période correspond à une journée).

$m$  : Nombre de ressources renouvelables.

$R$  : L'ensemble de ressources renouvelables  $R = \{1, \dots, m\}$ .

$k$  : Indice d'une ressource,  $k \in R$ .

$r_k$  : Quantité périodique disponible d'une ressource  $k \in R$ .

$r_{ik}^n$  : Nombre d'unités de ressource  $k$  nécessaire par période pour l'exécution normale de la tâche  $i$ .

$r_{ik}^a$  : Nombre d'unités de ressource  $k$  nécessaire par période pour l'exécution de la tâche  $i$  si elle est accélérée.

$u_i$  : Le nombre de périodes permises pour accélérer la tâche  $i$ ,  $i \in I_a$ .

$C_{ai}$  : Coût additionnel par période de la tâche  $i$  si elle est accélérée.

$B$  : Budget additionnel disponible pour accélérer le projet, définit en fonction de la marge fournit par le client.

$C_{I^a}$  : L'ensemble complémentaire de l'ensemble  $I_a$  dans l'ensemble  $I$ .

### 3.3.2 Variables de décision

Après avoir bien définie les paramètres, les variable de décision du modèle ont été établies comme suit :

- Variables binaires indexées sur un horizon de temps discrétisé de  $T$  périodes, indiquant le début d'exécution d'une tâche, telle que :

$$X_{it} = \begin{cases} 1, & \text{si l'exécution da la tâche } i \ (i \in I') \text{ commence à la période } t . \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Variables binaires qui déterminent si une tâche est accélérée.

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{si la tâche } i \ (i \in I) \text{ est sélectionnée pour être accélérée.} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Variables entières donnant le nombre de périodes d'accélération d'une tâche.  
 $Z_i$  = Le nombre d'unité de temps (périodes) réelle dont la tâche  $i$  sera accélérée.

### 3.3.3 Fonctions objectif :

Comme mentionné dans la position du problème de l'entreprise une priorité plus élevée est attribuée au temps de réalisation de projet. Par conséquent, ce problème est étudié avec l'objectif de réaliser le projet plus tôt que prévu avec un incrément minimal de coût. La décision consiste à sélectionner les tâches qui vont être accélérer tout en minimisant le coût d'accélération et à déterminer les dates de début d'exécution de chaque tâche pour avoir une durée de réalisation minimale. Donc les fonctions objectif seront :

- L'objectif (1) minimise la date de fin de la tâche fictive de fin de projet. Il permet donc de minimiser la durée d'exécution du projet en assurant que toutes les tâches ont été réalisées.

$$MinZ_1 = \sum_{t=1}^T t.X_{(n+1)t} \quad (3.1)$$

- L'objectif (2) minimise le coût additionnel résultant après l'accélération des tâches.

$$MinZ_2 = \sum_{i \in I} C_{ai}.Z_i.Y_i \quad (3.2)$$

### 3.3.4 Les contraintes

- La tâche fictive 0 débute à la période  $t=1$  correspondant au début du projet.

$$X_{11} = 1 \quad (3.3)$$

- La contrainte de non-préemption des tâches : qu'impose à chaque tâche de ne débiter qu'une et une seule fois, sur toute la durée du projet. Ceci revient à interdire qu'on puisse interrompre (préempter) une tâche déjà en cours d'exécution pour débiter/poursuivre/achever une autre.

$$\sum_{t=1}^T X_{it} = 1; \quad \forall i \in I' \quad (3.4)$$

- Contrainte respectant les tâches autorisées à être accélérables.

$$Y_i = 0; \quad \forall i \in C_I^{Ia} \quad (3.5)$$

- Les contraintes de précédence : les contraintes de précédence entre les tâches  $i$  et  $j$  indique que la tâche  $j$  ne peut commencer son exécution avant l'achèvement de la tâche  $i$ .

$$\sum_{t=1}^T t.X_{jt} \geq \sum_{t=1}^T (t.X_{it} + (d_i - Z_i.Y_i)) \quad \forall (i, j) \in I^2; \quad j \in Succ(i). \quad (3.6)$$

- La contrainte de ressource : où pour chaque instant  $t$ , on compte la somme des ressources des tâches en cours d'exécution et exige que la consommation ne dépasse pas la capacité disponible. Pour déterminer si une tâche  $i$  est en court d'exécution à l'instant  $t$ , il faut vérifier si  $t$  est dans la fenêtre  $]c_i - d_i, c_i]$  où  $(c_i = t'x_{it'} + d_i)$ . Pour ce faire une vérification équivalente et mise en place, en effet : on vérifie si l'instant  $s$  tel que  $X_{is} = 1$  est dans  $\{t - d_i + 1, t\}$ . Il est inutile de vérifier pour les instants avant 1 (date de début de projet).

$$\sum_{i \in I} (r_{ik}^a.Y_i + r_{ik}^n(1 - Y_i)) \sum_{s=\max(1, t-d_i+1)}^t X_{is} \leq r_k \quad \forall t = 1, \dots, T, \quad \forall k \in R \quad (3.7)$$

- Contrainte de respect de capacité maximale d'accélération.

$$0 \leq Z_i \leq u_i, \quad \forall i \in I_a \quad (3.8)$$

$$Z_i = 0, \quad \forall i \in C_I^{Ia} \quad (3.9)$$

- Contrainte de respect du budget disponible : elle assure que le coût additionnel totale pour accélérer le projet ne doit pas dépasser le budget additionnel disponible.

$$\sum_{i \in I} (C_{ai} Z_i) Y_i \leq B \quad (3.10)$$

- Contraintes de signes :

$$X_{it} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I' \quad \forall t \in H \quad (3.11)$$

$$Y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (3.12)$$

$$Z_i \in \mathbb{N}, \quad \forall i \in I \quad (3.13)$$

### 3.3.5 Le modèle mathématique

$$(PM) : \left\{ \begin{array}{l} Min Z_1 = \sum_{t=1}^T t \cdot X_{(n+1)t} \\ Min Z_2 = \sum_{i \in I} C_{ai} \cdot Z_i \cdot Y_i \\ X_{11} = 1 \\ Y_i = 0; \quad \forall i \in C_I^{I_a} \\ \sum_{t=1}^T X_{it} = 1; \quad \forall i \in I' \\ \sum_{t=1}^T t \cdot X_{jt} \geq \sum_{t=1}^T (t \cdot X_{it} + (d_i - Z_i \cdot Y_i)) \quad \forall (i, j) \in I^2; \quad j \in Succ(i). \\ \sum_{i \in I} (r_{ik}^a \cdot Y_i + r_{ik}^n (1 - Y_i)) \sum_{s=\max(1, t-d_i+1)}^t X_{is} \leq r_k \quad \forall t = 1, \dots, T; \quad \forall k \in R \\ 0 \leq Z_i \leq u_i \quad \forall i \in I_a; \quad Z_i = 0; \quad \forall i \in C_I^{I_a} \\ \sum_{i \in I} (C_{ai} \cdot Z_i) Y_i \leq B \\ X_{it} \in \{0, 1\}; \quad \forall i \in I'; \quad \forall t \in H \\ Y_i \in \{0, 1\}; \quad \forall i \in I \\ Z_i \in \mathbb{N}; \quad \forall i \in I \end{array} \right.$$

### 3.3.6 Evaluation du modèle

Comme nous constatons, le problème a été modélisé sous forme d'un programme mathématique bi-objectif non linéaire grâce à la non linéarité de la fonction objectif (3.2) et les équations (3.6) et (3.10), comprenant :

- $(n \times 2) \times T + 2n$  variables
- 1 contrainte de type (3.3).
- $(n+2)$  contraintes de type (3.4).
- $|C_I^{I_a}|$  contraintes de type (3.5)
- $n$  contraintes de types (3.6)
- $T \times m$  contraintes de type(3.7)
- $|I_a|$  contraintes de types (3.8)
- $|C_I^{I_a}|$  contraintes de type (3.9)
- 1 contrainte de type (3.10)
- $(n + 2) \times T$  contraintes de type (3.11)
- $n$  contraintes de type (3.12)
- $n$  contraintes de type (3.13)

Donc au total :  $|C_I^{I_a}| + (2n + 4 + m) \times T + 5n + 6$  contraintes.

### 3.4 Conclusion

La gestion du projet GR5 de l'entreprise ENGTP est modélisée comme un problème DTCTP-C vu que ce problème appartient à la classe NP-difficile [27], alors on a opté pour des méthodes de résolution approchées plus précisément à des heuristiques spécifique à notre problème.

## Résolution du problème

### 4.1 Introduction

Après l'étape de la modélisation mathématique qu'est l'étape initiale de la résolution du problème. On s'intéresse à l'implémentation numérique, la phase complémentaire de sa résolution. Cette dernière inclue l'utilisation des méthodes de résolution et des logiciels de programmation. Dans ce chapitre nous allons appliquer le modèle développé sur machine en utilisant le diagramme de Gantt, la méthode MPM et l'algorithme heuristique, qui seront appliqués en les adoptant pour les données de l'entreprise.

### 4.2 Récolte des données

#### 4.2.1 Les ressources

**personnel :**

$R_1$  : Chef d'équipe soudage.

$R_2$  : Soudeurs.

$R_3$  : Tuyauteurs.

$R_4$  : Meuleurs.

$R_5$  : Clampseurs.

$R_6$  : Conducteur.

$R_7$  : Manœuvre.

$R_8$  : Chef d'équipe bardage.

$R_9$  : Chef d'équipe cintrage.

$R_{10}$  : Contrôleur radio.

$R_{11}$  : Radiométallographes.

$R_{12}$  : Chauffeur.

$R_{13}$  : Chef d'équipe enrobeur.

$R_{14}$  : Enrobeur.

$R_{15}$  : Chef d'équipe tuyauterie.

$R_{16}$  : Chef d'équipe électricité.

$R_{17}$  : Électricien.

$R_{18}$  : Chaudronnier.

$R_{19}$  : Chef d'équipe tests.

$R_{20}$  : Monteur.

$R_{21}$  : Opérateur tests.

**matériel :**

$R_{22}$  : Machine soudage.

$R_{23}$  : Grue 30 T.

$R_{24}$  : Clamps.

$R_{25}$  : Abris de soudage.

$R_{26}$  : Poste de soudure autonome.

$R_{27}$  : Compresseur.

$R_{28}$  : Pinces.

$R_{29}$  : Camion fardier.

$R_{30}$  : Camion 20 T.

$R_{31}$  : Sideboom.

$R_{32}$  : Traceur et remorque.

$R_{33}$  : Cintreuse.

$R_{34}$  : Source radio.

$R_{35}$  : Laboratoire fixe équipe.

$R_{36}$  : Véhicule TSRA.

$R_{37}$  : Camion conteneur.

$R_{38}$  : Machine enrobage.

$R_{39}$  : Sableuse.

$R_{40}$  : Diabolo a galets.

$R_{41}$  : Chargeur.

$R_{42}$  : Véhicule T.T.

$R_{43}$  : Camion 2.5 T.

$R_{44}$  : Pompes à eau.

$R_{45}$  : Engin génie civil.

### 4.2.2 Identification des tâches

Dans notre projet GR5 nous avons 11 tâches, pour faciliter le travail nous avons proposé un code pour chaque tâche dans le tableau suivant :

Code	Nom de la tâche	Définition de la tâche
1	Soudage double jointing	Assemblage les joints deux à deux.
2	Bardage et préalignement	Déchargement et alignement des tubes le long de la piste de travail.
3	Cintrage pipes	Modification de la courbure des tubes afin d'assurer les changements de direction.
4	Soudage ligne	Assemblage des tubes bout à bout au niveau de site.
5	Radiographie	Vérification de l'état des soudures par la source radioactive qui met des rayons Gamma qui seront interprétés par des films au laboratoire.
6	Enrobage	Un enrobage de la canalisation par une peinture (Protecol) assure sa protection.
7	Mise en fouille	Mise en place les tronçons de canalisation dans la tranchée.
8	Protection cathodique	Un processus électrochimique dans lequel on applique un courant continu aux pipes pour ralentir ou arrêter les courants de corrosion.
9	Raccordement	Raccorder les joints au niveau de site.
10	Essais hydrostatique et essayage	Remplir le pipeline avec de l'eau et mettre l'eau sous pression à des niveaux supérieurs à la pression de service maximale pour vérifier la résistance du tube.
11	Traversées de pipes	Traverser les pipes qui se croisent.

TABLE 4.1 – la liste des tâches

### 4.2.3 Identification des durées, prédécesseurs et ressources

Chaque tâche est caractérisée par sa durée d'exécution, ses tâches qui doivent la précéder, et ses différents ressources qu'elle utilise.

Tâches	Durée(jours)	Prédécesseurs	Ressources
1	206	/	$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_{22}, R_{23}, R_{24}, R_{25}, R_{26}, R_{27}$
2	148	1FF+60jours	$R_6, R_7, R_8, R_{28}, R_{29}, R_{30}, R_{31}$
3	62	2FF+ 30jours	$R_3, R_6, R_9, R_{28}, R_{31}, R_{33}$
4	244	2DD+30jours	$R_1, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_{22}, R_{23}, R_{24}, R_{25}, R_{26}, R_{27}, R_{31}, R_{32}$
5	241	4FF+ 60jours	$R_{10}, R_{11}, R_{12}, R_{34}, R_{35}, R_{36}$
6	220	5FF+ 60jours	$R_7, R_{12}, R_{13}, R_{14}, R_{26}, R_{32}, R_{37}, R_{38}, R_{39}$
7	178	6FF+60jours	$R_3, R_6, R_7, R_{15}, R_{31}, R_{40}, R_{41}, R_{42}$
8	178	7DD	$R_7, R_{16}, R_{17}, R_{18}, R_{26}, R_{42}, R_{43}$
9	46	7FD	$R_2, R_3, R_6, R_7, R_{15}, R_{23}, R_{24}, R_{26}$
10	90	9FD	$R_2, R_3, R_7, R_{19}, R_{20}, R_{21}, R_{26}, R_{27}, R_{42}, R_{43}, R_{44}$
11	60	4FF	$R_2, R_3, R_6, R_7, R_{15}, R_{26}, R_{31}, R_{43}, R_{45}$

TABLE 4.2 – Les durées, prédécesseurs et ressources de chaque tâche.

#### 4.2.4 Identification des tâches accélérables

L'accélération n'est pas possible pour toutes les tâches, le tableau ci-dessous exprime les tâches dont on a la possibilité de réduire leurs durée :

Tâches	Accélération maximum (jours)	Coût additionnel d'un jour (DA)
1	21	88 276
2	15	84 706
3	6	130 332
4	24	104 533
5	24	37 702

TABLE 4.3 – Les tâches qu'on peut accélérer.

### 4.3 La méthode de résolution

La taille des projets est un facteur clairement limitant. Les recherches se sont ainsi tournées vers des méthodes de résolution approchées dites heuristiques qui sont des algorithmes de résolution d'un problème d'optimisation bien défini, qui permettent d'obtenir dans un délais acceptable une solution réalisable. Les solutions obtenues ne sont pas optimales, mais acceptables.

Nous avons choisi l'heuristique d'accélération pour résoudre notre problème. C'est une procédure par laquelle la durée du projet peut être raccourcie en accélérant des activités sélectives et cela nécessite d'allouer plus de ressources que d'habitude pour comprimer la durée d'une activité, ce qui à son tour augmente le budget de cette activité, cette méthode est essentiellement un compromis durée-coût.

Pour résoudre le problème, on va utilisé la méthode de compromis ( $\varepsilon$ -contraintes) qui nous donne le modèle suivant :

$$(P_\varepsilon) : \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} Z_1 = \sum_{t=1}^T t \cdot X_{(n+1)t} \\ \sum_{i \in I} C_{ai} \cdot Z_i \cdot Y_i \leq \varepsilon \\ X_{11} = 1 \\ Y_i = 0; \quad \forall i \in C_I^{Ia} \\ \sum_{t=1}^T X_{it} = 1; \quad \forall i \in I' \\ \sum_{t=1}^T t \cdot X_{jt} \geq \sum_{t=1}^T (t \cdot X_{it} + (d_i - Z_i \cdot Y_i)) \quad \forall (i, j) \in I^2; \quad j \in \text{Succ}(i). \\ \sum_{i \in I} (r_{ik}^a \cdot Y_i + r_{ik}^n (1 - Y_i)) \sum_{s=\max(1, t-d_i+1)}^t X_{is} \leq r_k \quad \forall t = 1, \dots, T; \quad \forall k \in R \\ 0 \leq Z_i \leq u_i \quad \forall i \in I_a; \quad Z_i = 0; \quad \forall i \in C_I^{Ia} \\ \sum_{i \in I} (C_{ai} \cdot Z_i) Y_i \leq B \\ X_{it} \in \{0, 1\}; \quad \forall i \in I'; \quad \forall t \in H \\ Y_i \in \{0, 1\}; \quad \forall i \in I \\ Z_i \in \mathbb{N}; \quad \forall i \in I \end{array} \right.$$

### 4.3.1 Procédure

1. Définir le réseau de projet (graphe potentiel - tâches MPM).
2. Trouvez le(s) chemin(s) critique(s) et identifiez les tâches critiques.
3. Déterminer les tâches (réduire une tâche critique au plusieurs en parallèle) pouvant amener à réduire la durée du projets.
4. Choisir la tâche dont le coût est le plus faible.
5. Réduire la durée de cette tâche (ou ensemble de tâches) jusqu'à ce qu'une des situations suivante se produise :
  - Le dépassement du coût réservé à l'accélération du projet.
  - Une tâche non-critique devient critique.
  - La durée de la tâche ou l'ensemble ne peut plus être réduite.
  - Les ressources nécessaires pour l'exécution de cette tâche ou l'ensemble ne sont plus disponibles.

### 4.3.2 L'algorithme

**Les données :**

$I$  : L'ensemble des tâches.

$U$  : L'ensemble des arcs.

$d$  : L'ensemble des durées des tâches.

$z_1$  : Fonction objectif 1.

$z_2$  : Fonction objectif 2.

$B_s$  : Le budget sélectionné pour accélérer le projet.

$B_{con}$  : Le budget consommé.

$ch$  : Un chemin critique.

$min$  : L'indice de la tâche appartenant au chemin critique  $ch$  au coût minimum si elle peut être l'accélérer,  $-1$  sinon.

$C_{ai}$  : le coût additionnel de la tâche  $i$ .

$u_i$  : Le nombre de périodes permises pour accélérer la tâche  $i$ .

$d_{min}$  : La durée de la tâche min.

$I_a$  : Ensemble des tâches accélérables.

$D$  : Ensemble de durées de réalisation des tâches.

**Algorithme 4.1** : *Heuristique d'accélération***Entrées** : réseau  $R = (I, U, d)$ ;  $I_a$ ;  $B_s$ .**Sorties** :  $D$ ; dates au plus tôt  $t$ ; dates au plus tard  $T$ ;  $z_1$ ;  $z_2$ .**Procédure** : **tâche-coût-min(ch)** (*chemin critique ch, ens-tâches-critiques (ch), min, réduit.*)**Entrées** : chemin critique ch; ens-tâches-critiques(ch);**Sorties** : min.**Var** coût : réel;**Début**     $min := -1$ ; coût =  $+\infty$ ;    **pour** chaque tâche  $i$  appartenant à ens-tâches-critiques (ch) **faire**        **si** ( $i \in I_a$ ) et ( $u_i > 0$ ) **alors**            **si** coût  $> C_{ai}$  **alors**                | coût :=  $C_{ai}$ ;  $min := i$ ;            **fin**        **fin**    **fin****Fin.****Var** min : entier, réduit : booléen;**Début**    **potentiels-tâches**( $R$ , chemins critiques,  $D_t$ );     $z_1 := D_t$ ;  $B_{con} := 0$ ;  $min := 0$ ;    **tant que** ( $B_{con} \leq B_s$ ) et ( $min \neq -1$ ) **faire**

réduit = vrai

**potentiels-tâches**( $R$ , chemins,  $D_t$ );        **pour** chaque chemin critique (ch) **faire**            **si** réduit = vrai **alors**                | **tâche-coût-min(ch)** (*chemin critique (ch), ens-tâches-critiques (ch),*  
                | *min, réduit*)            **fin**        **si**  $min \neq -1$  **alors**            |  $B_{con} := B_{con} + C_{amin}$ ;  $u_{min} := u_{min} - 1$ ;  $d_{min} := d_{min} - 1$ ; **sinon**  
            | réduit := faux            **fin**        **fin**    **fin**    **si** réduit = vrai **alors**        |  $Z_1 := Z_1 - 1$ ;  $Z_2 := B_{con}$ ;        **sinon**            |  $min := -1$         **fin**    **fin**    **fin****Fin.**

## 4.4 Implémentation et interprétation des résultats

Sachant qu'un problème d'optimisation multi-critères est un problème dont la solution n'est pas unique, mais représente un ensemble de solutions appelé ensemble non-dominé, nous avons donc après l'application de l'algorithme d'accélération avec le langage de programmation MATLAB (voir figure 4.6, figure 4.10, figure 4.8), obtenu les résultats suivants, en utilisant deux choix de  $\varepsilon$  :

$\varepsilon$	$Z_1$	$Z_2$
5 000 000= $B_s$	652 jours	4 969 842 DA
904 848	697 jours	904 848 DA

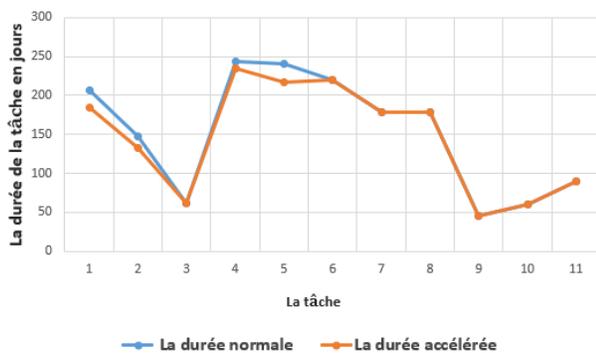
Le réseau correspondant est représenté dans l'annexe 4 et l'annexe 5.

## 4.5 Comparaison des résultats

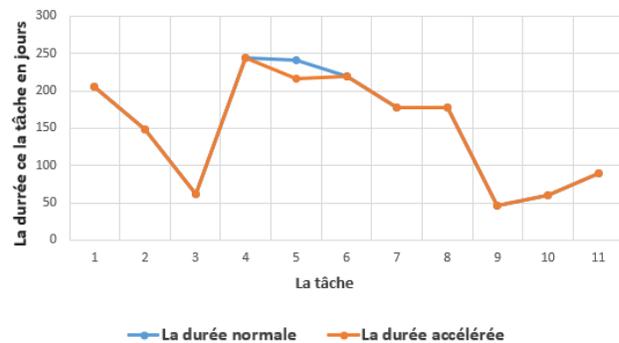
Le tableau et les figures ci-dessous montrent la différence entre les résultats obtenus et les résultats de l'entreprise :

L'objectif	Prévision de l'entreprise	Nos résultats	
	-	1 <sup>er</sup> choix	2 <sup>ème</sup> choix
La durée	721 jours	652 jours	697 jours
Le coût totale	1 182 678 610 DA	1 187 648 452 DA	1 183 583 458 DA

**Remarque :** *Le coût total c'est le coût normale qui est donné par l'entreprise(1 182 678 610DA)+ le coût additionnel.*



(a) 1<sup>er</sup> choix.



(b) 2<sup>ème</sup> choix.

FIGURE 4.1 – Comparaison entre la durée des tâches avant et après l'accélération.

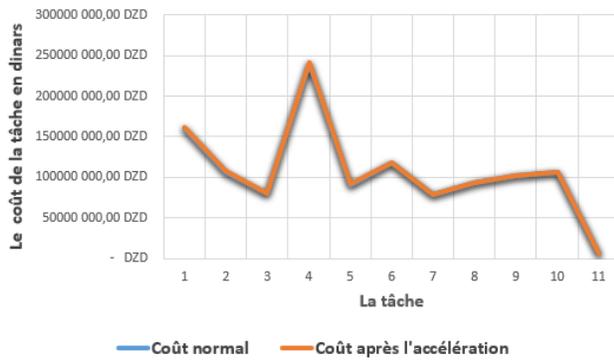
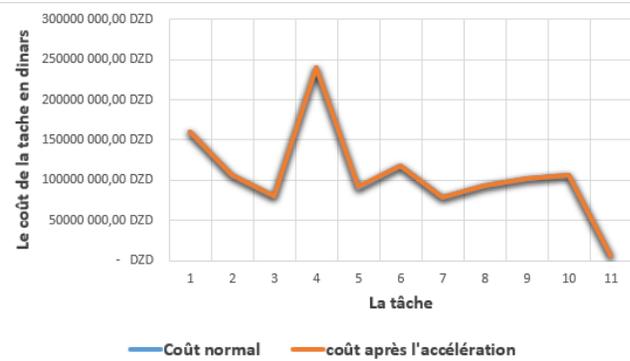
(a) 1<sup>er</sup> choix.(b) 2<sup>ème</sup> choix.

FIGURE 4.2 – Comparaison entre le coût des tâches avant et après l'accélération.

On peut remarquer facilement que l'algorithme d'accélération fournit un meilleur résultat que ce obtenu par les prévisions de l'entreprise (voir Annexe 2 et Annexe 3).

## 4.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons présenté en premier lieu, la méthode de résolution, après nous l'avons appliqué à notre cas à savoir le problème que l'ENGTP nous a confié.

Vu que l'objectif principal fixé par la société est l'achèvement du projet GR5 dans les plus brefs délais, alors le choix de la solution obtenu en donnant plus d'importance à la durée de réalisation de projet paraît la plus logique à retenir.

# Conclusion générale

La recherche en ordonnancement a beaucoup approfondi ses résultats ces dernières années. Les contraintes prises en compte dans les travaux récents sont de plus en plus complexes.

Le but de ce travail est de présenter le problème d'ordonnancement pratique bicritères relevé au sein de l'entreprise ENGTP de Reghaïa. Pour résoudre ce problème d'optimisation bicritères, il existe plusieurs méthodes de résolution ayant traité ce problème et vu sa complexité Algorithmique (NP-difficile) [27], nous avons opté pour des méthodes approchées plus précisément à des heuristiques permettant de trouver de bonnes solutions approchées.

En premier lieu, nous nous sommes attachés à la description de ce problème, qui a été ensuite modélisé sous forme d'un problème mathématique d'optimisation bi-critères. Pour terminer, nous avons présenté une approche adéquate pour résoudre le problème de compromis durée-coût dans un contexte de ressources limitées.

Le modèle de compromis durée-coût a été obtenu en combinant des modèles consistant à minimiser la durée totale du projet et le coût additionnel induit par l'accélération.

Pour sa résolution, nous avons adapté une heuristique d'accélération, et ainsi réaliser un programme en langage de programmation MATLAB.

Ce travail nous a permis d'appliquer nos connaissances acquises durant nos années de formation. Nous espérons que l'étude exécutée présente un intérêt pour l'entreprise, et apporte un éclairage aux étudiants qui auront à préparer leurs projets de fin d'études ultérieurement.

# Annexes

## Annexe 1



FIGURE 4.3 – Localisation GR5 lot 1.

## Annexe 2

Le chemin critique :  $\rightarrow$

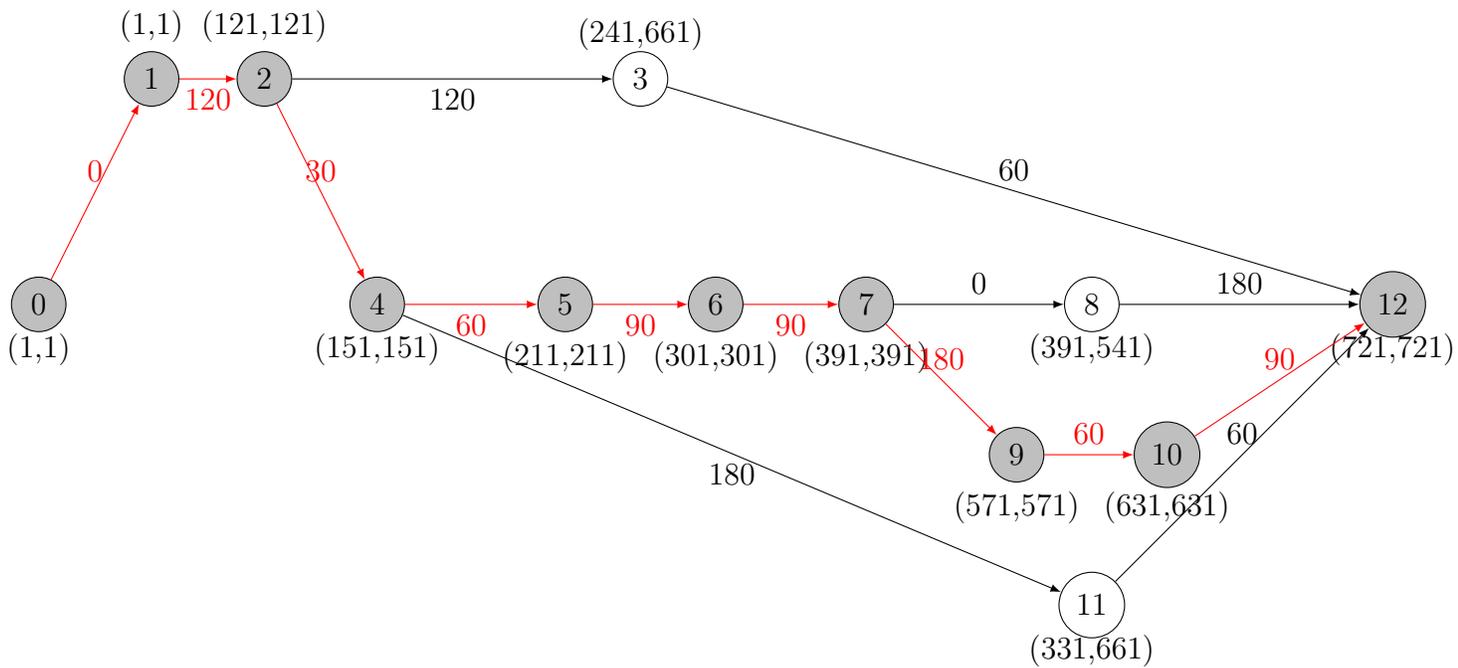


FIGURE 4.4 – Le réseau MPM qui représente la solution initiale avant l'application de l'algorithme d'accélération fournie par l'ENGTP.

### Annexe 3

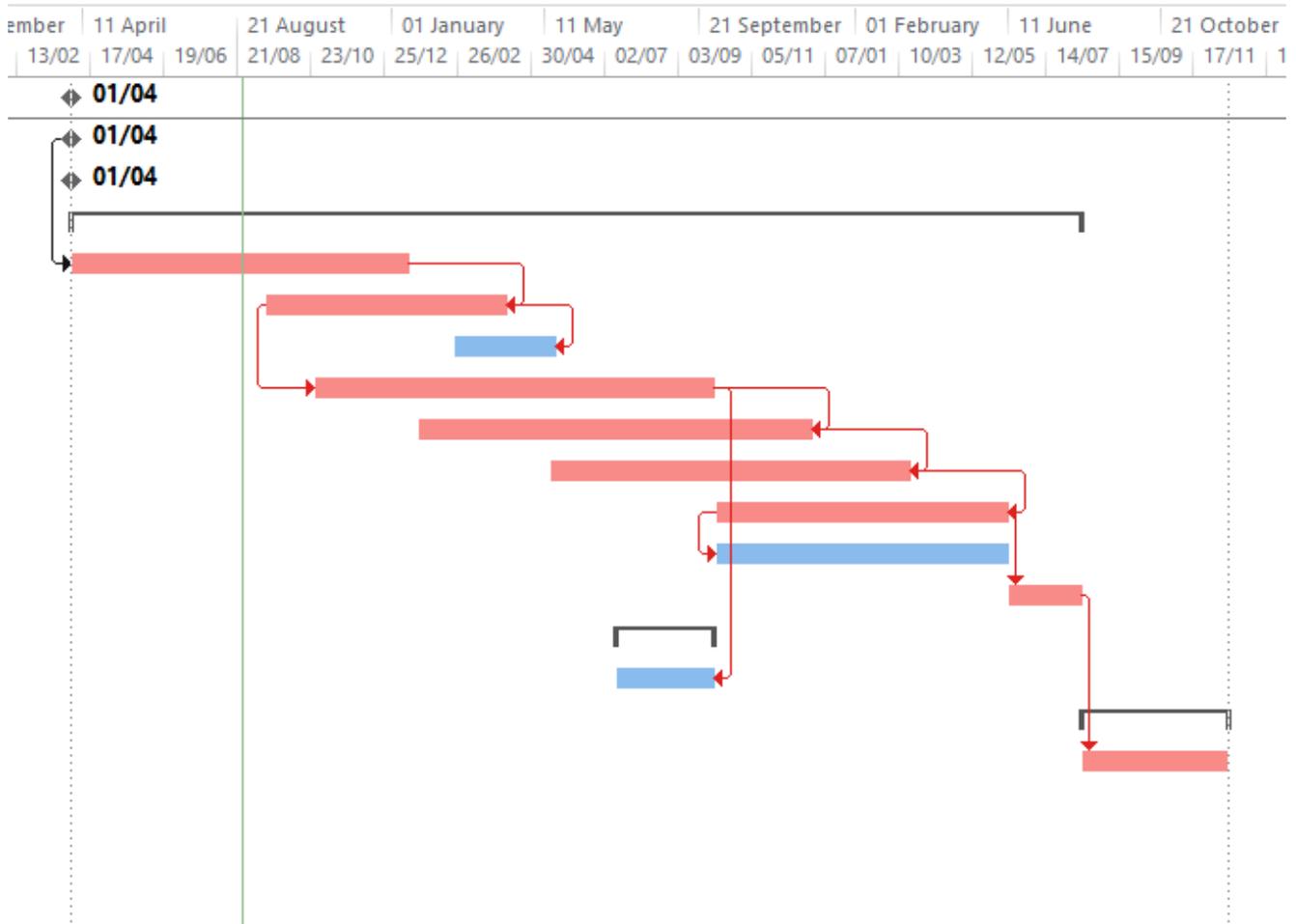


FIGURE 4.5 – Le diagramme de Gantt qui représente le plan initiale avant l’application de l’algorithme d’accélération.

## Annexe 4

Le chemin critique :  $\rightarrow$

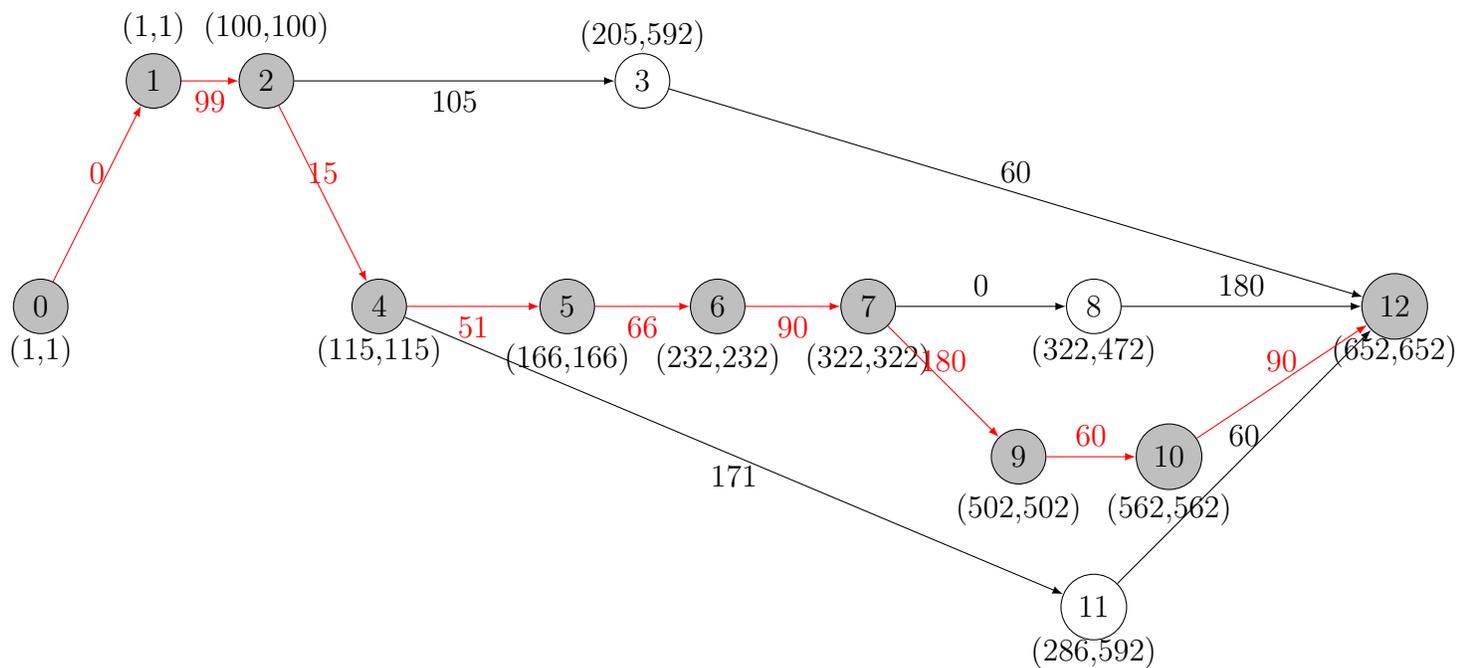


FIGURE 4.6 – Réseau MPM obtenue par l’heuristique d’accélération (1<sup>er</sup> choix)

## Annexe 5

Le chemin critique :  $\rightarrow$

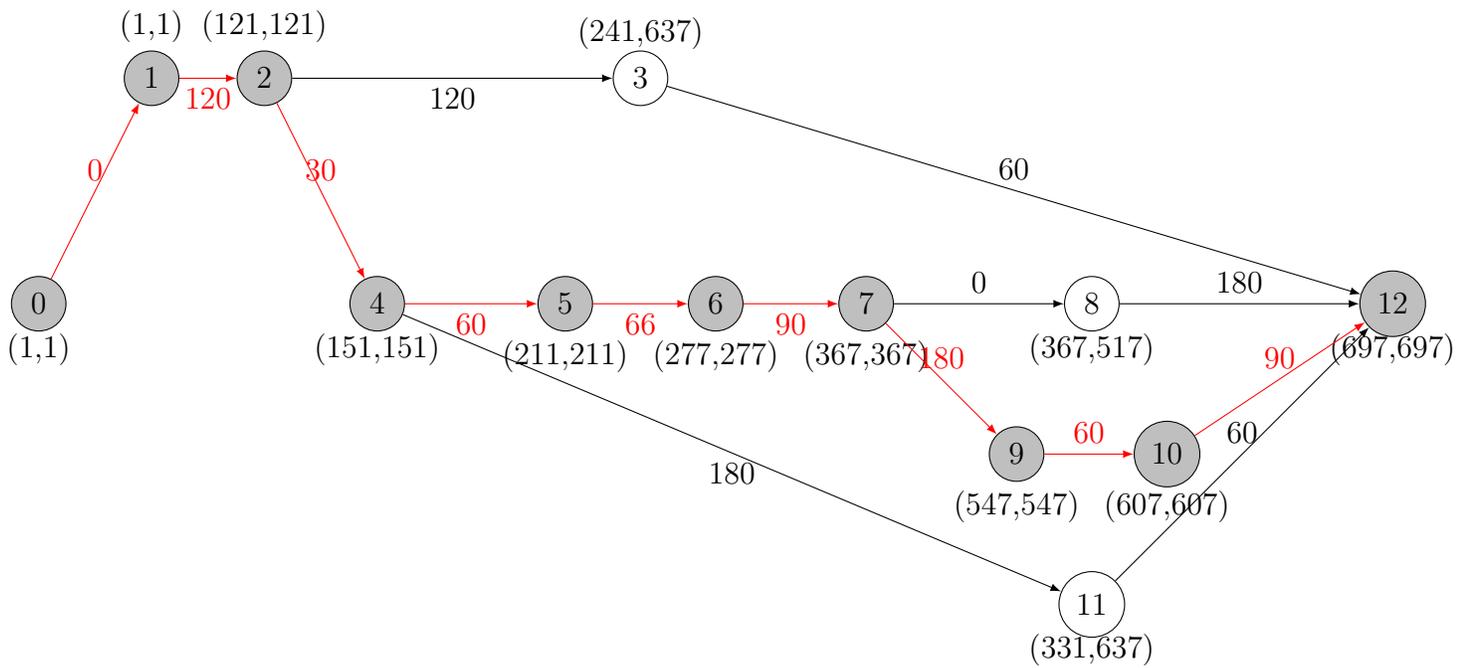


FIGURE 4.7 – Réseau MPM obtenue par l'heuristique d'accélération ( $2^{\text{ème}}$  choix)

## Annexe 6

---

**Algorithme 4.2 : Algorithme potentiels-tâches**

---

**Entrée :** réseau  $R = (X, U, d)$ .

**Sorties :** dates au plus tôt  $t$ ; dates au plus tard  $T$ ; marge totale  $m$ .

**Début**

$Z := \{\alpha\}; \quad t(\alpha) := 0;$

**tant que** *il existe un  $x_i$  dont tous les prédécesseurs sont dans  $Z$*  **faire**

$t(x_i) = \max \{t(x_j) + d_j \mid (x_j) \in \omega^-(x_i)\};$

$Z := Z \cup \{x_i\};$

**fin**

$Z := \{\beta\}; \quad T(\beta) := t(\beta);$

**tant que** *il existe un  $x_i$  dont tous les successeurs sont dans  $Z$*  **faire**

$T(x_i) = \min \{T(x_j) - d_i \mid (x_j) \in \omega^+(x_i)\};$

$Z := Z \cup \{x_i\};$

**fin**

**pour**  $i := 0$  à  $n + 1$  **faire**

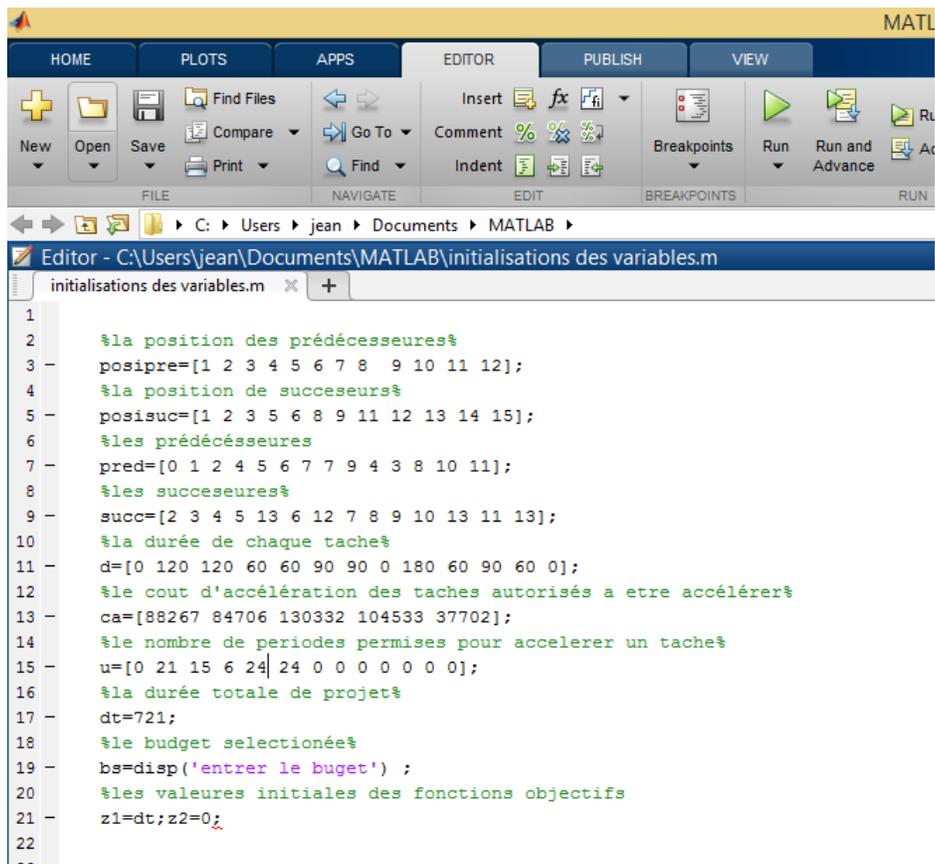
$m(x_i) := T(x_i) - t(x_i);$

**fin**

**Fin.**

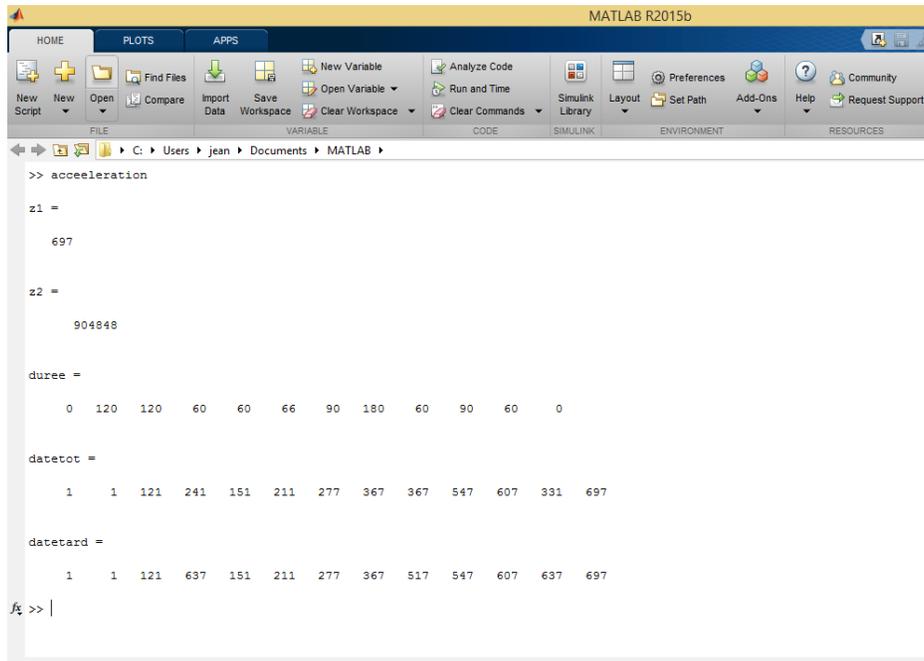
---

## Annexe 7



```
1  
2  %la position des prédécesseurs%  
3 -  posipre=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12];  
4  %la position de successeurs%  
5 -  posisuc=[1 2 3 5 6 8 9 11 12 13 14 15];  
6  %les prédécesseurs  
7 -  pred=[0 1 2 4 5 6 7 7 9 4 3 8 10 11];  
8  %les successeurs%  
9 -  succ=[2 3 4 5 13 6 12 7 8 9 10 13 11 13];  
10 %la durée de chaque tâche%  
11 -  d=[0 120 120 60 60 90 90 0 180 60 90 60 0];  
12 %le cout d'accélération des tâches autorisés a etre accélérer%  
13 -  ca=[88267 84706 130332 104533 37702];  
14 %le nombre de périodes permises pour accélérer un tâche%  
15 -  u=[0 21 15 6 24| 24 0 0 0 0 0 0 0];  
16 %la durée totale de projet%  
17 -  dt=721;  
18 %le budget sélectionnée%  
19 -  bs=disp('entrer le budget') ;  
20 %les valeurs initiales des fonctions objectifs  
21 -  z1=dt;z2=0;  
22  
23
```

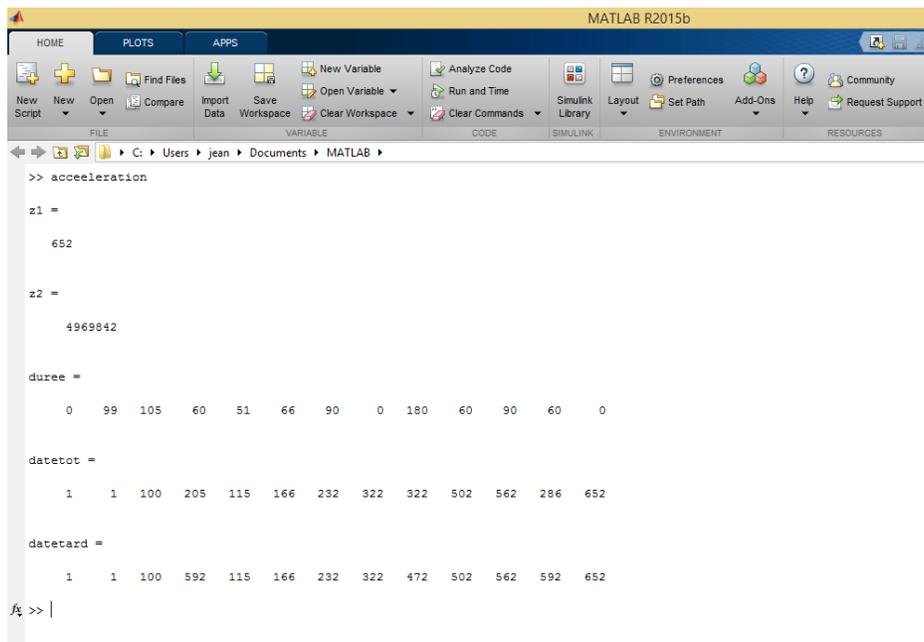
FIGURE 4.8 – Les entrées de l’algorithme.



```

MATLAB R2015b
HOME PLOTS APPS
New Script New Open Find Files Import Data Save Workspace New Variable Open Variable Analyze Code Run and Time Simulink Library Layout Preferences Add-Ons Help Community
FILE VARIABLE CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES
C:\Users\jean\Documents\MATLAB
>> acceeleration
z1 =
    697
z2 =
    904848
duree =
    0    120    120    60    60    66    90    180    60    90    60    0
datetot =
    1    1    121    241    151    211    277    367    367    547    607    331    697
datetard =
    1    1    121    637    151    211    277    367    517    547    607    637    697
fx >> |

```

FIGURE 4.9 – Les résultats obtenus par le 1<sup>er</sup> choix.


```

MATLAB R2015b
HOME PLOTS APPS
New Script New Open Find Files Import Data Save Workspace New Variable Open Variable Analyze Code Run and Time Simulink Library Layout Preferences Add-Ons Help Community
FILE VARIABLE CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES
C:\Users\jean\Documents\MATLAB
>> acceeleration
z1 =
    652
z2 =
    4969842
duree =
    0    99    105    60    51    66    90    0    180    60    90    60    0
datetot =
    1    1    100    205    115    166    232    322    322    502    562    286    652
datetard =
    1    1    100    592    115    166    232    322    472    502    562    592    652
fx >> |

```

FIGURE 4.10 – Les résultats obtenus par le 2<sup>ème</sup> choix.

# Bibliographie

- [1] Roger AÏM : Les fondamentaux de la gestion de projet. *Saint-Denis, France : Afnor Edition*, 2011.
- [2] Baptiste AUTIN : Les métaheuristiques en optimisation combinatoire. *Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France*, 2006.
- [3] Philippe BAPTISTE et Claude LE PAPE : A constraint-based branch and bound algorithm for preemptive job-shop scheduling. *In 5th IEE, international symposium on assembly and task planning, Besançon*. Citeseer, 1996.
- [4] Ghizlane BENCHEIKH, Ahmed ALAOUI et Fatima KHOUKHI : *Initiation à la Recherche Opérationnelle*. 08 2009.
- [5] Taha BENIKHLEF : *Optimisation des problèmes d'ordonnancement multi-objectifs dans les systèmes de production*. Thèse de doctorat, 2005.
- [6] Rebh BENNOUI : *La méthode de direction de descente pour l'optimisation multi-objectifs sans contraintes*. Thèse de doctorat, Université de Bordj Bou Arreridj Faculty of Mathematics and Computer Science, 2021.
- [7] Jean-Baptiste BOUCHERIT : *Ordonnancement de projets internationaux avec contraintes de matériel et de ressources*. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2010.
- [8] Edmund K BURKE, Graham KENDALL et Glenn WHITWELL : A simulated annealing enhancement of the best-fit heuristic for the orthogonal stock-cutting problem. *INFORMS Journal on Computing*, 21(3):505–516, 2009.
- [9] Y COLLETTE et P SIARRY : *Optimisation multiobjectif*, éditions eyrolles. ed, 2002.
- [10] Erik L DEMEULEMEESTER, Willy S HERROELEN et Salah E ELMAGHRABY : Optimal procedures for the discrete time/cost trade-off problem in project networks. *European Journal of Operational Research*, 88(1):50–68, 1996.
- [11] Johann DRÉO, Alain PÉTROWSKI, Patrick SIARRY et Eric TAILLARD : *Métaheuristiques pour l'optimisation difficile*. Eyrolles, 2003.
- [12] Sönke HARTMANN et Dirk BRISKORN : An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of operational research*, 297(1):1–14, 2022.
- [13] Nicolas JOZEFOWIEZ : *Optimisation combinatoire multi-objectif : des méthodes aux problèmes, de la Terre à (presque) la Lune*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse), 2013.

- [14] Edmundas KAZIMIERAS ZAVADSKAS, Jurgita ANTUCHEVICIENE et Samarjit KAR : Multi-objective and multi-attribute optimization for sustainable development decision aiding, 2019.
- [15] Scott KIRKPATRICK, C Daniel GELATT JR et Mario P VECCHI : Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598):671–680, 1983.
- [16] Oumar KONÉ : *Nouvelles approches pour la résolution du problème d’ordonnement de projet à moyens limités*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2009.
- [17] Arnaud LAURENT, Laurent DEROUSSI, Nathalie GRANGEON et Sylvie NORRE : Une extension du rcpsp pour la mutualisation de ressources entre plusieurs sites : Le multi location rcpsp. In *MOSIM 2014, 10ème Conférence Francophone de Modélisation, Optimisation et Simulation*, 2014.
- [18] Pierre LOPEZ : *Approche énergétique pour l’ordonnement de tâches sous contraintes de temps et de ressources*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier-Toulouse III, 1991.
- [19] Henri-Pierre MADERS et Étienne CLET : *Comment manager un projet : les sept facettes du management de projet*. Editions Eyrolles, 2007.
- [20] Samir MAHDI : *Optimisation multiobjectif par un nouveau schéma de coopération méta/exacte*. 2007.
- [21] José Ramón San Cristóbal MATEO : An integer linear programming model including time, cost, quality, and safety. *IEEE Access*, 7:168307–168315, 2019.
- [22] Khaled MESGHOUNI : *Application des algorithmes évolutionnistes dans les problèmes d’optimisation en ordonnancement de la production*. Thèse de doctorat, Lille 1, 1999.
- [23] R Garey MICHAEL et S Johnson DAVID : Computers and intractability : a guide to the theory of np-completeness : Wh free. *Co., San Fr*, 90(1), 1979.
- [24] Serge NENKAM et Caroline GAGNÉ : La normalisation en management de projet : comprendre les corpus dominants de connaissances dans la discipline. *Revue Organisations & territoires*, 24(1):89–96, 2015.
- [25] Klaus NEUMANN, Christoph SCHWINDT et Jürgen ZIMMERMANN : *Project scheduling with time windows and scarce resources : temporal and resource-constrained project scheduling with regular and nonregular objective functions*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [26] Mayassa Bou ORM : *Accélération des projets de fabrication et modélisation de l’impact de la main d’œuvre additionnelle sur la qualité*. Thèse de doctorat, Université Paris sciences et lettres, 2017.
- [27] A Alan B PRITSKER, Lawrence J WAITERS et Philip M WOLFE : Multiproject scheduling with limited resources : A zero-one programming approach. *Management science*, 16(1):93–108, 1969.
- [28] Thomas A ROEMER et Reza AHMADI : Concurrent crashing and overlapping in product development. *Operations research*, 52(4):606–622, 2004.
- [29] El-ghazali TALBI : Métaheuristiques pour l’optimisation combinatoire multi-objectif : Etat de l’art. *Rapport CNET (France Telecom) Octobre*, 1999.