



Université M'Hamed BOUGARA de Boumerdès
Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie

Département d'Économie
et de de la
Commercialisation des Hydrocarbures

**Introduction générale
à la
Recherche Opérationnelle**

2023

Tome 1

Préface

Le principal objectif de cette série d'ouvrages, est de présenter aux étudiants un outil pédagogique qui puisse l'aider à acquérir une autonomie, dans l'apprentissage de la recherche opérationnelle, par une assimilation progressive, intelligente et durable

Cette première série est composée de quatre ouvrages, concernant les phénomènes combinatoires, regroupant l'essentiel du programme de recherche opérationnelle en sciences économiques et de gestion.

Les principales définitions des concepts de base sont précédées d'exemple d'application, afin de comprendre l'intérêt pratique de ces notions. Un récapitulatif de ce qu'il faut retenir est présenté en fin de chaque chapitre, puis est proposé plusieurs éléments d'évaluation : un Questionnaires à Choix Multiples, une série d'exercices, et parfois une étude de cas. Les solutions détaillées de ces évaluations permettront à l'étudiant de faire son autoévaluation

Ce premier ouvrage est une introduction générale à la recherche opérationnelle. Il est divisé en deux parties. La première est une présentation générale de la recherche opérationnelle. La seconde concerne le principal outil utilisé par la recherche opérationnelle qui est le modèle mathématique.

Cet ouvrage s'adresse particulièrement à tous les étudiants en économie, gestion, informatique et plus généralement, à tous les étudiants qui utilisent des statistiques ou tout simplement des modèles mathématiques dans leurs études et analyses.

Table des matières

<i>Préface</i> _____	- 2 -
<i>Introduction à la recherche opérationnelle</i> _____	- 5 -
<i>Première partie</i> _____	- 7 -
<i>Introduction</i> _____	- 7 -
<i>1 - La recherche opérationnelle</i> _____	- 8 -
1 – 1 – Domaine combinatoire _____	- 9 -
1 – 2 – Domaine aléatoire _____	- 11 -
1 – 3 – Domaine concurrentiel _____	- 11 -
<i>2 – La programmation linéaire</i> _____	- 12 -
2 – 1 – Domaine d’application de la programmation linéaire _____	- 13 -
2 – 2 – Hypothèses pour l’application de la programmation linéaire _____	- 16 -
<i>À retenir</i> _____	- 21 -
<i>Questionnaire à Choix Multiples</i> _____	- 23 -
<i>Exercices sur la programmation linéaire</i> _____	- 31 -
<i>Solutions du Questionnaire à Choix Multiples</i> _____	- 49 -
<i>Solutions des exercices</i> _____	- 50 -
<i>Seconde partie</i> _____	- 71 -
<i>Introduction</i> _____	- 71 -
<i>1 - Le modèle</i> _____	- 73 -
1 – 1 – Différentes formes de modèles _____	- 73 -
1 – 2 – Objectif d’un modèle _____	- 74 -
1 – 3 – Définition d’un modèle _____	- 75 -
<i>2 - Composantes d’un modèle</i> _____	- 75 -
2 – 1 – Variables exogènes _____	- 76 -
2 – 2 – Variables endogènes _____	- 78 -

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

2 – 3 – Variables latentes	- 78 -
3 - Elaboration d'un modèle	- 79 -
3 – 1 – Analyse du système étudié	- 80 -
3 – 2 – Collecte, classification et analyse des informations	- 80 -
3 – 3 – Problématique et modélisation	- 81 -
3 – 4 – Vérification du modèle	- 82 -
3 – 5 – Mise en application du modèle et contrôle de la solution	- 84 -
3 – 6 – Le modèle de Momo	- 85 -
4 - Modèle et réalité	- 87 -
4 – 1 – Caractéristiques du scientifique	- 87 -
4 – 2 – Lecture et fiabilité des statistiques	- 88 -
4 – 3 – Fraude scientifique et falsification de données	- 91 -
4 – 4 – Mathématique récréative	- 93 -
4 – 5 – Imitation et attachement à un modèle	- 94 -
4 – 6 – Ibn Khaldoun et l'information	- 97 -
À retenir	- 99 -
Questionnaire à Choix Multiples	- 101 -
Exercices sur la modélisation	- 113 -
Solutions du Questionnaire à Choix Multiples	- 130 -
Solution des exercices sur la modélisation	- 131 -
Bibliographie	- 149 -

Introduction à la recherche opérationnelle

La recherche opérationnelle est une technique de gestion qui pourrait correspondre au principe de « L'homme qu'il faut, à la place qu'il faut, quand il faut et comme il faut ». À titre d'exercice, essayez de penser à trois responsables de votre entourage qui répondent à ce principe. Si, vous mettez plus d'une minute pour citer seulement trois noms, c'est que vos hésitations sont grandes, et cela se passera de commentaire.

En se basant sur un ensemble de techniques scientifiques, la recherche opérationnelle a pour ambition l'amélioration, et même l'optimisation, de la gestion des entreprises de services, de production, de distribution, commerciales ou autres dans différents secteurs, en résolvant des problèmes pratiques. C'est là un objectif, certes ambitieux, mais surtout très difficile à atteindre.

Lors de l'apparition, en Grande-Bretagne, de la recherche opérationnelle durant la deuxième guerre, que l'on a appelé mondiale, son objectif a été atteint. Il s'agissait, à l'époque, de trouver des solutions rapides à des opérations militaires d'une urgence extrême, et n'oublions pas que 'Nécessité fait danser l'ours'. Après la guerre, constatant qu'il y avait beaucoup de similitudes entre une stratégie militaire et une stratégie d'entreprise, on a voulu utiliser cette nouvelle technique à des problèmes de gestion. Au début, cette technique était considérée, par certains, comme une solution miracle à tous les problèmes de gestion. Mais, avec le temps, il a fallu se rendre à l'évidence et comprendre que les miracles n'existaient que dans les contes d'enfants. Ces dernières décennies, cette technique de gestion est considérée avec beaucoup plus de réalisme.

Pour que la recherche opérationnelle soit réellement efficace, il faudrait que son utilisateur, en plus de la maîtrise des techniques de gestion, dispose des aptitudes suivantes :

Une habilité analytique considérable, (1)

Un esprit ouvert et curieux, (2)

Une volonté réelle de résoudre des problèmes pratiques. (3)

Déjà que posséder une seule de ces aptitudes, c'est bien, alors posséder les trois ensembles, c'est excellent, et même à la limite du pouvoir de « Superman ».

À ces trois dispositions, s'ajoute fréquemment une contrainte très astreignante dans la pratique : la liberté d'action. Le degré de liberté d'un décideur est, assez souvent,

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

inversement proportionnel au degré de responsabilité atteint. Plus on s'élève dans le degré de responsabilité, et plus le degré de liberté diminue. C'est peut-être la rançon de la gloire et à chacun son choix. Mais il faut toutefois préciser que ce rapport dirigeant/liberté est à relativiser en fonction du secteur d'activité, de l'environnement économique et politique, de la personnalité du responsable et d'autres facteurs.

Cette petite introduction, certes pas très optimiste, a pour objectif d'avertir le lecteur des limites de validité et d'utilisation des techniques de gestion utilisées par la recherche opérationnelle. Et, ne dit-on pas qu'« un homme averti en vaut deux », vous êtes donc averti.

Ce module pourrait être destiné, en général, à toute personne désirant gérer rationnellement ses activités. Effectivement, nous faisons tous de la gestion (gérer son temps, gérer son alimentation, gérer son sommeil, gérer ses activités culturelles ou professionnelles, gérer ses « relations humaines », gérer ses « petites finances », etc.). Mais, en particulier, ce module est destiné à tous les étudiants de gestion ou d'économie, et surtout à tous les gestionnaires et décideurs dont la formation de base n'est pas de gestion ou d'économie. Ces derniers sont souvent face à des problèmes complexes, parfois même inattendus, et « la recherche opérationnelle est une méthode scientifique d'aide à la décision ».

Évidemment, ce module ne peut être opérationnel que si l'on possède certaines des aptitudes citées ci-dessus.

Première partie

Introduction

*Chercher n'est pas une chose et trouver une autre,
mais le gain de la recherche, c'est la recherche même.*

Grégoire de NYSSE

Ce n'est qu'à la veille du **XX^e** siècle avec la révolution industrielle, utilisant de la force motrice et des machines outils, que le besoin d'études scientifiques commença à se faire ressentir. La production se mécanisait, les transports s'organisaient à l'échelle nationale, on commençait à s'inquiéter des ressources en matières premières et en main d'œuvre ainsi que de la localisation des marchés. Plus les activités industrielles se développaient, et plus il était difficile à un seul responsable d'assurer les différentes fonctions qui apparaissaient de plus en plus complexes. Cela provoqua une division du travail, qui entraîna une spécialisation de chaque fonction (production, vente, gestion des stocks, gestion du personnel, gestion financière, études et recherches, etc.). De ce fait, aux anciens réflexes, se substitua progressivement la réflexion.

La division et le développement de l'industrie ne pouvaient se poursuivre qu'avec le développement du travailleur, ce qui explique l'apparition de nombreuses applications de la science qui, avec le taylorisme, donnèrent naissance pour les relations hommes-machines, à l'« **O**rganisation **S**cientifique du **T**ravail ». Dans le domaine commercial, la statistique fut d'un grand apport d'où son développement. Les études de marchés purent être élaborées à partir de la combinaison d'études économiques, psychologiques et sociales. En finance, la notion d'économie d'entreprise (micro-économie) se développa ainsi que la comptabilité. Il en fut de même pour la psychologie industrielle et la sociologie.

Si, à cette période le travail scientifique par fonction s'était développé, il n'en était pas de même pour la synthèse de tous ces travaux qui avait suivi une évolution plus lente, d'où une disproportion entre ces deux types de travaux. Il fallait donc trouver un moyen de

direction perfectionné, destiné à traiter des problèmes où un grand nombre de facteurs intervenaient. Des facteurs à considérer avec la multiplicité de leurs interactions dans un monde complexe, irrationnel, dynamique et en même temps conservateur, un monde où existent des probabilités et non des certitudes.

1 - La recherche opérationnelle

La dénomination de recherche opérationnelle est assez récente (début de la deuxième guerre mondiale), mais beaucoup de techniques développées et utilisées par cette science existaient bien avant cette période. Ainsi, les débuts de la théorie de la décision datent du **XVIII^e** siècle avec les travaux de N. Bernoulli (particulièrement avec son très célèbre paradoxe de Saint-Pétersbourg) et les travaux de T. Bayes. La théorie mathématique des jeux fut déjà employée par Ampère en **1802** et Bachelier en **1901**. Les premières décennies du **XX^e** siècle voient se développer successivement les lois d'Erlang sur les files d'attente, la théorie des graphes avec les travaux de Saint Lague (**1926**) et Denis Korning (**1936**), puis la programmation linéaire (au cours des années **1930**) avec les travaux de L.V. Kantorovitch et J. V. Neumann. Donc, à la veille de la deuxième guerre mondiale, beaucoup de travaux scientifiques étaient déjà accumulés pour le développement de la recherche opérationnelle. Le retard dans son application est dû essentiellement au défaut des moyens de calcul, vu le nombre impressionnant de données chiffrées qu'il fallait utiliser, et surtout à la difficulté d'appliquer des modèles mathématiques dans le domaine économique.

« Ce n'est qu'au cours de la seconde guerre mondiale que les responsables militaires anglo-saxons ont estimés nécessaire de préparer scientifiquement les décisions. Il s'agissait d'apporter une solution rapide à des opérations d'une urgence particulière (implantation des radars de défense anti-aérienne, organisation de la lutte contre les sous-marins,...), d'où le terme 'Operational Research' qui a donné en français Recherche Opérationnelle. Les résultats obtenus par le physicien Blackett et son équipe¹ furent intéressants : efficacité accrue dans la défense anti-aérienne de la Grande-Bretagne, dans la protection de convois traversant l'atlantique, etc. Sans appel à des moyens supplémentaires, mais simplement par une meilleure mise en œuvre des moyens existants, les pertes et les dommages furent très sensiblement réduits. Ce succès est dû à la

¹ L'équipe se composait de deux physiologistes, deux physiciens, deux mathématiciens, un astrophysicien, un officier, un ancien ingénieur topographe. On lui ajouta par la suite un troisième physiologiste, un physicien « généraliste » et deux mathématiciens. On l'appelait familièrement le « cirque Blackett ».

formation d'une équipe hétérogène, à la collecte de données fiables et complètes d'autre part, et surtout à la volonté de ne pas se substituer aux décideurs en leur offrant seulement une aide à la décision ».²

La guerre terminée, la recherche opérationnelle s'est progressivement diffusée dans les grandes entreprises en tant que technique de gestion. Il existe effectivement une analogie entre les problèmes logistiques, stratégiques et tactiques posés pour la réalisation de grandes opérations militaires et ceux rencontrés au sein d'entreprises ayant une organisation complexe. Pour pouvoir décider en toute connaissance de cause, il faut tout d'abord énumérer l'ensemble des possibilités d'action. Ensuite, examiner les conséquences de chacune d'elles, puis finalement, évaluer chaque conséquence, c'est-à-dire lui donner une valeur numérique pour permettre la comparaison. Ces trois étapes fondamentales, peuvent se retrouver aussi bien dans le domaine militaire qu'économique. Il apparut donc, que « les méthodes d'approches et les techniques utilisées lors de la seconde guerre mondiale pouvaient s'appliquer à des problèmes de tout autre ordre : l'entreprise, notamment, avait tout à gagner à recourir à la recherche opérationnelle (pour une meilleure utilisation des matières premières, des machines et des équipements, une bonne planification des investissements, etc.) qui peut indiquer comment on peut tirer le meilleur parti possible de quantités limitées de ressources ou de moyens ».³

Les facteurs qui ont justifié et permis la diffusion de la recherche opérationnelle sont essentiellement les développements et progrès enregistrés dans les techniques et moyens de calculs avec l'utilisation de l'ordinateur, les capitaux alloués aux opérations de cette nouvelle science et l'accroissement de la concurrence.

On peut diviser en trois domaines la recherche opérationnelle : domaine combinatoire, domaine aléatoire et domaine concurrentiel. Nous allons considérer dans ce qui suit ces trois domaines.

1 – 1 – Domaine combinatoire

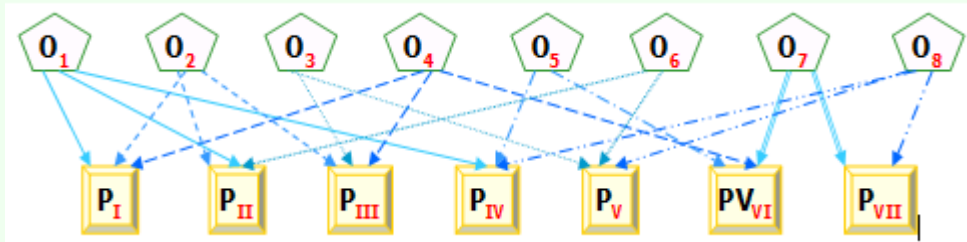
Lorsqu'il y a superposition de relations très simples en très grand nombre, l'analyse de la situation nécessite des schémas déterministes complexes qui permettent plusieurs combinaisons possibles. C'est le cas lorsqu'on doit affecter **8** ouvriers à **VII** postes de

² Source : Grand Dictionnaire Encyclopédique Larousse, 1986.

³ Idem 2.

travail. On peut avoir un nombre important de combinaisons dont certaines sont représentées dans la synthèse 1.

Synthèse 1 : Affectation de 8 ouvriers à VII postes de travail.



La recherche opérationnelle dispose de nombreuses techniques aboutissant à des algorithmes rapides pour obtenir la solution d'un problème sans recourir à une énumération exhaustive ; les plus utilisées sont la programmation mathématique et la théorie des graphes.

La programmation mathématique traite le plus souvent des problèmes de répartition. Les différentes programmations (linéaire, non linéaire, dynamique ou paramétrique) se distinguent les unes des autres par la diversité des données qu'elles peuvent traiter et des hypothèses qu'elles formulent.

La théorie des graphes permet la résolution de problèmes d'ordonnancement et la détermination de plannings (très utile pour les personnes désordonnées !). Cette méthode permet des gains en matière de durée et de coût dans un projet de grande dimension. La conduite d'un grand projet peut être décomposée en deux étapes : le planning et le contrôle de la réalisation. Avec les méthodes du passé, la presque totalité des erreurs rencontrées lors d'un contrôle était due à un mauvais planning ou un planning incomplet. Les méthodes modernes (méthode PERT⁴ ou CPM⁵) ont rendu les plannings si précis, que le contrôle prend toute sa vraie signification. Les méthodes d'ordonnancement permettent de réaliser un important investissement intellectuel, qui fournit ses dividendes sous la forme d'un contrôle plus facile, de moins d'improvisations et d'une meilleure utilisation

⁴ PERT : d'abord Programm Evaluation and Review Technic (technique d'ordonnancement et de contrôle), puis Programm Evaluation and Reseach Tack (programme d'évaluation et recherche des tâches).

⁵ CPM : Critical Path Method (méthode du chemin critique).

des moyens disponibles. Elles conduisent à une meilleure réalisation dans la gestion pendant l'étape de planning et celle du contrôle de l'avancement du projet. Elles attirent aussi l'attention sur les problèmes de gestions telles que la définition du travail à exécuter, la mesure des résultats ou la conception de circuits d'informations fiables.

1 – 2 – Domaine aléatoire

Souvent, le hasard intervient dans l'économie et la gestion d'une entreprise, la statistique et le calcul des probabilités sont alors de précieux auxiliaires. Ainsi, les notions d'espérance mathématique et de loi statistique sont très utiles pour permettre la prise de décisions correctes, dans des situations où on ne connaît l'évolution qu'en termes de probabilité. Puis comme l'a si bien dit Ibn Sina « Ce qui n'est pas connu, se laisse comprendre par ce qui est connu ». Tels sont les cas de la gestion scientifique des stocks, de la réduction ou l'élimination de file d'attente, du remplacement des équipements, de l'entretien préventif et plus généralement de la résolution de problèmes aléatoires présentant des goulets d'étranglement. L'analyse de processus stochastiques n'est que le prolongement de la théorie des probabilités et l'utilisation des chaînes de Markov est très utile dans tous les problèmes de transition.

Le développement relativement récent des applications industrielles de la statistique a familiarisé les ingénieurs avec le calcul des probabilités. Il leur a révélé sa portée, dans l'industrie et l'administration, bien au-delà du contrôle statistique de fabrication. Il faut voir dans ce phénomène une des raisons du développement de la recherche opérationnelle.

1 – 3 – Domaine concurrentiel

Le domaine concurrentiel représente un cas plus difficile que les précédents, car il est à la fois combinatoire et aléatoire (*deux en un*). Il se traduit par l'apparition de phénomènes parfois antagonistes entre lesquels il faut savoir trouver un juste équilibre. Il s'agit de choisir une stratégie, parmi plusieurs (problèmes combinatoires), face aux multiples stratégies de l'adversaire, et parfois même dans l'incertitude de la décision qu'il adoptera (problème aléatoire). Le rapport entre les interactions de ces choix peut être de coopération ou de concurrence. Si, les effets de la coopération sont peu connus à ce jour, il n'en est pas de même pour la concurrence. Beaucoup de travaux ont été effectués dans ce domaine.

Les problèmes de concurrence se divisent en plusieurs catégories. Nous présentons une classification pratique avec des situations de certitude, aléatoire ou inconnue.

- Situation où l'action du concurrent est connue à l'avance et avec certitude. C'est le cas, par exemple, dans certaines branches économiques où chaque concurrent sait que toute réduction de prix consentie par lui sera imitée par ses principaux rivaux.
- Situation où le choix du concurrent n'est pas connu avec certitude, mais il peut être prédit avec un risque d'erreur. En se référant au passé, on peut par certaines techniques statistiques se faire une idée de la probabilité des offres concurrentes.
- Situation où il n'y a aucune information sur l'attitude du concurrent. C'est le cas du lancement d'un nouveau produit. Il en est de même lorsqu'on se prépare à la guerre contre un inconnu, en un lieu et à une période indéterminée.

La théorie des jeux a fourni un cadre conceptuel dans lequel peuvent être formulés la plupart des problèmes de concurrence réduits à leur plus simple expression. Dans les cas où l'on ne peut formuler explicitement tous les choix qui s'offrent à la concurrence, ou leurs conséquences, on peut recourir à une simulation sous une forme qui s'apparente à celle d'un jeu de société. Elle consiste en la simulation à partir de décisions réelles, c'est-à-dire qu'on simule les conditions de tous les concurrents en présence, et l'on prend des décisions en fonction de ces conditions. Ces exercices ont un long passé militaire, leur emploi est banal dans l'entraînement des officiers et des hommes au combat (la concurrence). Ce n'est que récemment qu'ils ont été étendus aux problèmes industriels (politique des prix, stratégie publicitaire, lancement d'un nouveau produit sur le marché) et aux problèmes gouvernementaux (diplomatie) pour prendre des décisions.

2 – La programmation linéaire

Le modèle le plus connu et le plus utilisé en recherche opérationnelle, qui fera l'objet de ce volume et le suivant, est celui de la programmation linéaire.

De nombreux événements (économiques, techniques ou autres) sont composés par un ensemble d'activités. Lorsque celles-ci sont reliées par des relations linéaires, on peut les représenter par un modèle mathématique. Celui-ci est formé :

- D'une fonction linéaire, représentant l'objectif recherché et composée par les différentes activités considérées que l'on optimise. L'optimisation consiste à maximiser un avantage ou minimiser un inconvénient (*mais si vous êtes sadique ou corrompu, il s'agit du contraire, c'est-à-dire maximiser un inconvénient ou minimiser un avantage*).
- D'un système d'équations (ou d'inéquations) correspondant à des contraintes qui délimitent le champ d'activité de l'évènement.

La fonction linéaire et le système d'équations (ou d'inéquations) constituent un programme linéaire.

Avant d'aborder les hypothèses et la formulation d'un programme linéaire, il nous a semblé nécessaire et utile de présenter quelques domaines d'application de ce modèle.

2 – 1 – Domaine d'application de la programmation linéaire

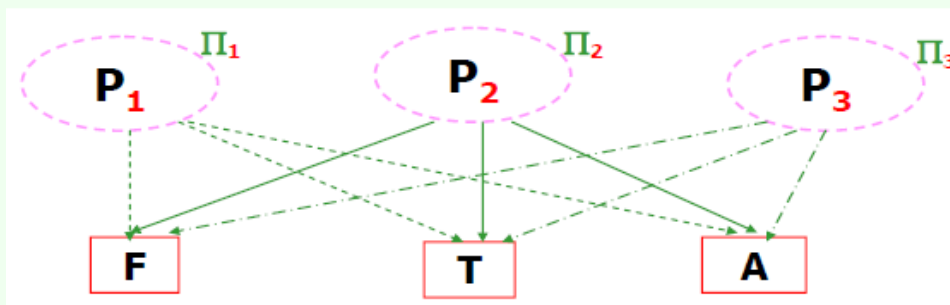
Le type de situations qui peut être représenté par un programme linéaire, se rencontre généralement lorsqu'on cherche à déterminer rationnellement la répartition de ressources limitées dans différentes activités, afin d'atteindre un objectif préalablement défini. Le champ d'application de la programmation linéaire dans les problèmes industriels est si vaste, qu'une énumération exhaustive serait impossible. Nous nous limiterons dans ce qui suit à présenter seulement quelques domaines d'application de la programmation linéaire.

Problème d'organisation de la Production

Il s'agit de déterminer la quantité d'un produit à fabriquer, en tenant compte des conditions de production existantes (financières, matériels ou humaines) afin d'obtenir un profit maximal.

Application : Une unité de la Société Nationale de Sidérurgie fabrique trois sortes de pièces métalliques P_1 , P_2 et P_3 .

Synthèse 2 : Répartition de pièces métalliques dans différents ateliers.



Pour cela, elle dispose de trois ateliers F , T et A (respectivement atelier de fraisage, tournage et assemblage). Chaque pièce nécessite une durée déterminée d'utilisation des trois ateliers. Une étude économique antérieure a montré que le marché est actuellement

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

en état d'absorber toute la production de l'unité. Sachant que la contribution au profit de l'unité, pour P_1 , P_2 et P_3 , peut être évaluée à respectivement π_1 , π_2 et π_3 , il s'agit d'élaborer le meilleur programme de production à mettre en œuvre en tenant compte des contraintes financières, matériels et humaines existantes pour maximiser le profit.

Ce problème peut être modélisé par un programme linéaire qui déterminera les quantités des différentes pièces à fabriquer pour avoir un profit maximum.

Problème de mélange

Lorsque l'objectif est la maximisation d'un profit, il faudrait déterminer le mélange le plus économique d'un produit, connaissant les différents éléments le constituant et leurs prix respectifs. Si l'objectif change, qu'il s'agit alors de maximiser non plus un profit, mais la qualité du produit, il faudrait dans ce cas déterminer le mélange optimal des différents éléments constituant le produit, en connaissant les quantités désirées et les dosages nécessaires pour chaque élément.

Application : Une raffinerie traitant trois pétroles bruts (B_1 , B_2 et B_3) peut fabriquer quatre catégories de produits finis (P_1 , P_2 , P_3 et P_4). La réalisation de ces produits nécessite le mélange de pétroles bruts à différentes doses pour chacun des produits. Les capacités de production de la raffinerie par année et par produit sont respectivement de C_1 , C_2 , C_3 et C_4 .

Tableau 1 : Tableau récapitulatif.

	B_1	B_2	B_3	
P_1	.	.	.	C_1
P_2	.	.	.	C_2
P_3	.	.	.	C_3
P_4	.	.	.	C_4
	$Q_1?$	$Q_2?$	$Q_3?$	

Le problème est de déterminer la quantité, pour chacun des trois pétroles bruts, que devra traiter la raffinerie pour réaliser le maximum de produits finis. Dans ce cas, les contraintes sont de deux types : dosage et capacité. Il peut évidemment y en avoir plus. Un programme linéaire permet de déterminer les quantités à traiter des trois pétroles bruts. Si

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

l'objectif de la raffinerie change, et son problème devient la maximisation du profit, il faudra alors connaître les profits pour chaque produit et le programme linéaire serait différent.

Problème d'affectation du personnel

En tenant compte des conditions de travail existantes, il suffit de répartir les effectifs entre différentes spécialités, ou catégories, de travailleurs afin de minimiser les dépenses ou maximiser la productivité.

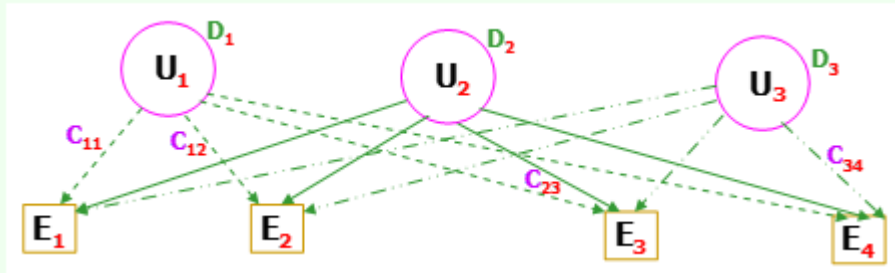
Application : Lors de la restructuration d'une entreprise, le chef du personnel doit répartir, selon le nouvel organigramme, l'ensemble des employés selon leurs compétences. Connaissant d'une part tous les nouveaux postes à pourvoir, et de l'autre le nombre total de travailleurs par catégories sociales professionnelles, leurs aptitudes professionnelles et leurs nombres d'années d'expérience, il lui faudra affecter chaque personne au poste où il sera le plus efficace, c'est-à-dire répondre au principe de « l'homme qu'il faut, à la place qu'il faut, quand il faut et comme il faut ». Dans cette situation, la contrainte des relations humaines est très importante. Cependant, celle-ci étant très difficile à quantifier, il y a nécessité d'une analyse socio-économique et psychologique pour compléter ce problème de répartition, qui peut être modélisé et analysé par un programme linéaire et plus précisément par la méthode d'affectation, qui est un cas particulier de la programmation linéaire.

Problème de transport

Considérant les capacités du matériel de transport et de certaines conditions de marché (disponibilité des produits, l'offre et la demande, ...), il s'agit de répartir les moyens de transport de façon rationnelle, et d'établir les circuits de distribution pour minimiser le coût total de transport ou la durée de transport.

Application : Soient trois usines U_i ($i = 1$ à 3), dont les disponibilités en produits sont respectivement D_1 , D_2 et D_3 . Ces produits doivent être livrés à quatre entrepôts E_j ($j = 1$ à 4). Le coût unitaire de transport des usines U_i vers les entrepôts E_j est représenté par C_{ij} .

Synthèse 3 : Répartition des produits de 3 usines vers 4 entrepôts.



Dans cette situation, le problème consiste à calculer la quantité que l'on doit transporter des usines U_i vers les entrepôts E_j pour avoir une dépense minimale. Les quantités peuvent être déterminées par la méthode du transport qui est un cas particulier de la programmation linéaire.

2 – 2 – Hypothèses pour l'application de la programmation linéaire

Pour l'application de programmes linéaires, il faut préciser que des hypothèses simplificatrices, préalablement établies, sont à respecter et seront utiles lors des calculs et de l'exploitation des résultats obtenus. Ces hypothèses sont l'additivité, la linéarité, la continuité et la substitution. Ces hypothèses sont applicables aussi bien à la fonction objective qu'aux contraintes.

- **Additivité.** Lorsque dans un programme linéaire, un certain phénomène est le résultat d'actions conjuguées (plusieurs activités différentes), on suppose que les effets de chacune d'entre elles sont additifs, c'est-à-dire s'additionnent algébriquement et excluent toute interaction.

Ainsi, si une usine fabrique quatre produits avec pour chacun un profit différent, le profit global sera la somme des profits réalisés sur ces quatre produits.

Synthèse 4 : Application.

$$P_1(\Pi_1) \quad P_2(\Pi_2) \quad P_3(\Pi_3) \quad P_4(\Pi_4) \Rightarrow \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4$$

- **Linéarité.** L'hypothèse de linéarité implique qu'il y a proportionnalité entre les effets d'une activité et les moyens nécessaires pour la mettre en œuvre, et ce, quelle que soit la grandeur considérée. Il s'agit de la loi des rendements constants. C'est cette hypothèse qui

confère la linéarité aux contraintes, par l'intermédiaire des coefficients techniques, et à la fonction objective par les coefficients de proportionnalité.

Ainsi, d'après cette hypothèse, si l'on produit une unité **X** on utilise la même quantité de matière première, de main d'œuvre ou de temps pour une production de **20** ou **200 000** unités. Évidemment, cela ne reflète nullement la réalité, on peut cependant élargir les résultats dus à cette hypothèse en ajoutant certaines contraintes dans un programme linéaire. Pour le cas cité ci-dessus, on ajoutera deux contraintes sur la production en précisant que celle-ci ne peut varier qu'entre **100 000** et **150 000** unités, les deux contraintes seront alors :

$$\text{Production} \geq 100\,000 \quad \text{et} \quad \text{Production} \leq 150\,000.$$

- **Continuité.** Les variables peuvent prendre n'importe quelle valeur positive sur l'axe des nombres réels dans un intervalle délimité par les contraintes du programme. Si, le niveau d'une activité varie entre **10** et **1 000**, la solution peut être toute valeur d'un nombre réel compris entre ces deux bornes. Ainsi, il n'y a pas d'indivisibilité, l'activité est supposée continue.

- **Substitution.** Dans une certaine limite, définie par les contraintes du programme, les variables peuvent se substituer les unes aux autres. Cette hypothèse permet de ne pas subir les inconvénients d'une sous-utilisation des moyens employés.

Considérons l'exemple d'une unité de production qui fabrique différents articles, en tenant compte des ressources disponibles. Le responsable constate que pour l'une des ressources utilisée d'un article précis, il y a risque de pénurie, et que les autres ressources sont en excès. Il sait alors, qu'il est plus rentable d'arrêter la production de cet article avant épuisement total de la ressource limitée, et de produire un autre article qui utilisera de manière plus rationnelle les moyens disponibles de l'unité.

Bien qu'il soit rare qu'un problème puisse dans la réalité satisfaire à toutes ces hypothèses, assez restrictives, l'exactitude désirée de l'analyse déterminera avec quelle approximation nous pouvons estimer ces hypothèses. La programmation linéaire permet toutefois, lorsque les hypothèses ne sont pas strictement respectées, d'obtenir d'assez bons résultats dont leur validité peut être confirmée par une analyse post-optimale.

2 - 3 - Formulation mathématique d'un programme linéaire

Dans la formulation algébrique d'un programme linéaire, il s'agit de calculer les valeurs des variables X_j ($j = 1, \dots, n$) qui optimisent la fonction objective, que nous désignerons par la lettre Z , tout en tenant compte de contraintes.

La fonction objective peut, selon le cas, correspondre à la minimisation d'un coût, d'une période de temps, d'un stock, d'une énergie, d'un écart par rapport à des prévisions ou la maximisation d'un profit, d'un chiffre d'affaire, d'un revenu, d'un taux d'utilisation, d'une productivité ou de la satisfaction d'une clientèle. Évidemment, la liste de ces objectifs n'est pas exhaustive, car illimités. La dénomination de Z peut être différente selon le domaine d'utilisation : fonction objective, fonction économique, fonction coût, etc.

Cette fonction est égale à la somme du produit suivant :

$$Z = C_j X_j \text{ avec } j = 1, \dots, n.$$

- C_j représentent les coefficients de proportionnalité qui, associés à une valeur unitaire de chacune des variables de décision X_j , permettent de mesurer le degré de réalisation de l'objectif. Ces coefficients peuvent représenter un coût monétaire, du temps, de l'espace, etc.

- X_j sont des variables de décision (différentes activités). Celles-ci constituent les inconnues du problème et doivent être déterminées par le programme linéaire en fonction de son objectif. Il peut s'agir de l'utilisation d'une catégorie de produit, d'équipement, de personnel ou autres ; ce sont des variables endogènes.

Les contraintes, dans le programme linéaire, représentent les limites à ne pas dépasser des différentes variables. Elles peuvent être de nature très diverse selon la situation étudiée. Il peut s'agir des capacités de production ou de stockage dans une entreprise, des normes de productivité ou de sécurité de l'équipement, du personnel, des matières premières, du temps, de l'espace, des restrictions sur la dimension d'un marché ou les liquidités d'une entreprise. Ces contraintes peuvent être d'ordre économique, physique ou humaine. Elles sont égales à :

$$A_{ij} X_j \leq \geq B_i \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$X_j \geq 0. \quad (2)$$

Les contraintes (1) constituent les contraintes fonctionnelles.

Les contraintes (2) constituent les contraintes de positivité (ou de non négativité).

- A_{ij} sont des coefficients techniques qui représentent le degré de consommation d'une ressource par une variable X_j . Pour un problème de production par exemple, ces coefficients représentent la relation entre les quantités de ressources utilisées et les quantités de produits obtenus (les coefficients sont constants).

- B_i représentent les limites de ressources disponibles à ne pas excéder lorsque le signe de l'inégalité est $\leq$ et des ressources nécessaires minimales lorsque le signe est $\geq$.

- $X_j \geq 0$ sont des contraintes indispensables dans un programme linéaire. Si ces variables sont négatives ou bornées, certaines transformations sont à effectuer pour obtenir des variables positives ou nulles.

La formulation mathématique d'un programme linéaire peut se présenter sous trois formes différentes : forme mixte, forme canonique et forme standard.

Tableau 2 : Formulation et application des trois formes d'un programme linéaire.

	Forme canonique	Forme standard	Forme mixte
Ecritures mathématiques	$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$ $\sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \geq < B_i$ $X_j \geq 0$ avec $i = 1 \text{ à } m$.	$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$ $\sum_{j=1}^m A_{ij} X_j + \sum_{p=1}^k E_p = B_i$ $X_j \geq 0$ $E_p \geq 0$ E_p: variables d'écarts avec $p = 1 \text{ à } k$.	$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$ $\sum_{j=1}^m A_{ij} X_j \geq = \leq B_i$ $X_j \geq 0$ avec $i = 1 \text{ à } m$.
Applications	Interprétation graphique, théorie de la dualité.	Algorithme du simplexe, résolution matricielle.	Formulation du programme linéaire.

La formulation que nous avons utilisée au début de ce paragraphe correspond à la forme mixte, appelée aussi forme générale. Lorsque toutes les contraintes sont constituées d'inégalités au sens large, il s'agit de forme canonique. Lorsque les contraintes sont constituées uniquement d'égalités, il s'agit de la forme standard. Selon l'application du programme linéaire, on utilise l'une ou l'autre de ces écritures.

En effectuant certaines transformations, nous pouvons passer d'une écriture à l'autre. Ainsi, pour passer de la forme canonique à la forme standard, il suffit de modifier les inégalités en égalités. Pour cela, on introduit dans les inégalités une variable E_p appelée variable d'écart, et on obtient :

$$A < B \Rightarrow A + E_1 = B$$

$$A > B \Rightarrow A - E_2 = B$$

$$\text{avec } E_1 \geq 0 \text{ et } E_2 \geq 0.$$

Écrit sous forme standard, le programme linéaire peut être résolu par la méthode du simplexe qui fait l'objet de l'ouvrage 2.



A retenir

À retenir

- 2** – La recherche opérationnelle peut être divisée en trois grands domaines d'application : combinatoire, aléatoire et concurrentiel.
- 3** – Le domaine combinatoire concerne des situations où l'analyse se résume à une superposition de relations simples en très grand nombre. Pour cette analyse, la recherche opérationnelle utilise des techniques dont les principales sont la programmation mathématique et la théorie des graphes.
- 4** – La programmation mathématique traite le plus souvent des problèmes de répartition. Les différentes programmations (linéaire, non linéaire, dynamique ou paramétrique) se distinguent par la diversité des données qu'elles peuvent traiter et des hypothèses qu'elles formulent.
- 5** – La théorie des graphes permet la résolution de problèmes d'ordonnancement et la détermination de plannings.
- 6** – Le domaine aléatoire concerne le hasard qui intervient dans l'économie et la gestion d'une entreprise, « ce qui n'est pas connu se laisse comprendre par ce qui est connu ». La statistique et le calcul des probabilités sont alors de précieux auxiliaires. Dans ce domaine, est traitée la gestion scientifique des stocks, la réduction ou l'élimination de file d'attente, l'entretien et remplacement des équipements, ainsi que l'analyse des processus stochastiques qui ne sont que le prolongement de la théorie des probabilités.
- 7** – Le domaine concurrentiel concerne l'analyse d'une situation à la fois combinatoire et aléatoire qui se traduit par des phénomènes antagonistes. Ce domaine est traité par la théorie des jeux.
- 8** – Le modèle le plus utilisé en recherche opérationnelle est celui de la programmation linéaire.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

- 9** – Un programme linéaire est représenté par une fonction linéaire et un système d'équations.
- 10** – La programmation linéaire concerne des événements composés par un ensemble d'activités reliées entre elles par des relations linéaires.
- 11** – L'application de la programmation linéaire doit respecter quatre hypothèses : l'additivité, la linéarité, la continuité et la substitution.
- 12** – L'écriture mathématique d'un programme linéaire se présente sous trois formes : mixte, canonique et standard. Certaines transformations permettent de passer d'une forme à l'autre.

Questionnaire à Choix Multiples

On vous propose des questionnaires, et à chacun d'eux quatre propositions. Il peut y avoir 1, 2, 3, 4, et même aucune proposition correcte. À vous de voir lesquelles sont justes.

1 – La révolution industrielle du XIX^e siècle provoqua :

- A** – la division du travail par spécialité ;
- B** – le développement du taylorisme ;
- C** – le développement et l'épanouissement du travailleur ;
- D** – les premières revendications syndicales.

2 – La recherche opérationnelle est une science qui date du :

- A** – XVIII^e siècle avec les travaux de N. Bernoulli et T. Bayes ;
- B** – XIX^e siècle avec les travaux de Rachmaninov sur les préludes ;
- C** – XX^e siècle, avant la première guerre mondiale, avec les travaux d'Erlang sur les files d'attente ;
- D** – XXI^e siècle avec les travaux d'Ampère sur la théorie des jeux.

3 – Le(s) principal(aux) objectif(s) de la recherche opérationnelle est(sont) :

- A** – de résoudre des problèmes pratiques ;
- B** – d'améliorer la gestion des entreprises ;
- C** – de représenter mathématiquement une situation économique ou autre ;
- D** – de résoudre des problèmes théoriques seulement.

4 – L'application de la recherche opérationnelle en gestion a été retardée par :

- A** – le manque des moyens de calculs ;
- B** – la difficulté d'appliquer des modèles mathématiques dans le domaine économique ;
- C** – le manque de travaux scientifiques sur des phénomènes aléatoires ;
- D** – le manque de données statistiques.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

5 – La recherche opérationnelle est une technique de gestion qui peut :

- A – s'appliquer dans des opérations militaires ;
- B – aider un décideur à prendre une décision ;
- C – utiliser uniquement des modèles mathématiques sans données statistiques chiffrées
- D – être considérée comme une technique d'aide à la décision.

6 – Le(s) facteur(s) qui a(ont) permis la diffusion de la RO est(sont) :

- A – le développement de la concurrence ;
- B – la Première Guerre mondiale avec les travaux de l'économiste Blackett ;
- C – le développement des techniques de calculs ;
- D – la naissance de la théorie des probabilités.

7 – La recherche opérationnelle peut se diviser en :

- A – domaine aléatoire ;
- B – domaine concurrentiel ;
- C – domaine inconnu ;
- D – domaine combinatoire.

8 – Dans le domaine combinatoire, il y a superposition de :

- A – relations mathématiques complexes en très petit nombre ;
- B – relations algébriques complexes en très grand nombre ;
- C – relations algébriques simples en très petit nombre ;
- D – relations algébriques simples en très grand nombre.

9 – Pour que la RO soit effectivement rationnelle, il faut que son utilisateur :

- A – maîtrise les techniques de gestion ;
- B – possède un esprit ouvert et curieux ;
- C – dispose d'une habilité analytique considérable ;
- D – désir réellement résoudre des problèmes pratiques.

10 – La(les) principale(s) technique(s) dans le domaine combinatoire est(sont) :

- A** – la gestion des stocks ;
- B** – la programmation mathématique ;
- C** – la programmation linéaire ;
- D** – la programmation non linéaire.

11 – La programmation mathématique traite des problèmes :

- A** – de transport ;
- B** – de répartition ;
- C** – sans donnée statistique ;
- D** – de contrôle.

12 – La théorie des graphes permet la résolution de problème :

- A** – d'ordonnancement ;
- B** – de planning ;
- C** – de temps ;
- D** – d'investissement.

13 – La méthode PERT ne permet pas :

- A** – un contrôle assez approfondi de la situation économique ;
- B** – une meilleure utilisation des moyens matériels ou humains ;
- C** – d'augmenter la durée d'un projet de grande dimension ;
- D** – de diminuer la durée d'un projet de grande dimension.

14 – Dans le domaine aléatoire, la recherche opérationnelle utilise la :

- A** – théorie des probabilités ;
- B** – théorie de phénomènes stochastiques ;
- C** – théorie des catastrophes ;
- D** – théorie logarithmique.

15 – La(les) principale(s) situation(s) étudiée(s) dans le domaine aléatoire est(sont) :

- A** – la réduction ou l'élimination de files d'attente ;
- B** – un problème de transition avec les chaînes de Markov ;
- C** – l'analyse de processus stochastiques ;
- D** – la gestion des stocks.

16 – L'étude du domaine concurrentiel représente un cas :

- A** – plus simple à analyser que l'étude du domaine combinatoire ;
- B** – plus simple à analyser que l'étude du domaine aléatoire ;
- C** – d'analyse combinatoire et aléatoire en même temps ;
- D** – plus difficile à analyser que l'étude du domaine aléatoire.

17 – Les problèmes liés au domaine concurrentiel représentent des situations :

- A** – de coopération ;
- B** – de concurrence ;
- C** – combinatoire et aléatoire ;
- D** – où parfois l'action du concurrent inconnu prédomine.

18 – Dans des problèmes de concurrence, on peut rencontrer :

- A** – une situation où l'action du concurrent est connue à l'avance ;
- B** – une situation où l'action du concurrent est connue à l'avance et avec certitude ;
- C** – une situation où le choix du concurrent n'est pas connu avec incertitude ;
- D** – une situation où le choix du concurrent est connu avec certitude.

19 – La situation où il n'y a aucune information sur l'attitude du concurrent peut-être :

- A** – le cas du lancement d'un nouveau produit sur le marché ;
- B** – le cas d'une offensive anti-terroriste ;
- C** – le cas d'un jeu de société où l'on utilise un dé ;
- D** – le cas où le concurrent est inconnu.

20 – La(les) principale(s) théorie(s) utilisée(s) dans les problèmes concurrentiels est(sont) :

- A** – la théorie des jeux ;
- B** – la théorie des loisirs ;
- C** – la théorie stratégique ;
- D** – la théorie concurrentielle.

21 – La programmation linéaire est un modèle mathématique représentant :

- A** – un ensemble d'activités ;
- B** – un phénomène économique ;
- C** – un phénomène technique ;
- D** – un phénomène scientifique.

22 – La programmation linéaire est un modèle mathématique représenté par :

- A** – une fonction linéaire ;
- B** – un ensemble d'équations ;
- C** – un ensemble d'inéquations ;
- D** – une fonction non linéaire.

23 – Dans un programme linéaire, la fonction linéaire peut représenter :

- A** – un objectif ;
- B** – une optimisation ;
- C** – une maximisation ;
- D** – une minimisation.

24 – L'optimisation en recherche opérationnelle consiste à :

- A** – maximiser un avantage ;
- B** – augmenter le nombre de variables dans un modèle ;
- C** – minimiser un inconvénient ;
- D** – équilibrer le nombre d'avantages et celui des inconvénients.

25 – Le système d'équations d'un programme linéaire correspond à :

- A** – l'objectif du problème traité ;
- B** – des contraintes du problème étudié ;
- C** – des contraintes mathématiques ;
- D** – des contraintes qui précisent le champ d'activité du problème.

26 – Dans un programme linéaire représentant un problème d'organisation de la production, il s'agit :

- A** – de déterminer la quantité de produits à fabriquer ;
- B** – de maximiser les coûts de production ;
- C** – d'obtenir un profit maximal ;
- D** – de diminuer au maximum la quantité de produits à fabriquer.

27 – Dans un programme linéaire représentant un problème de mélange, on doit :

- A** – déterminer le mélange le plus économique pour maximiser un profit ;
- B** – déterminer le mélange le plus coûteux pour minimiser un profit ;
- C** – déterminer le mélange adéquat pour maximiser la qualité d'un produit ;
- D** – déterminer le mélange optimal pour maximiser un profit.

28 – Dans un problème d'affectation du personnel, l'objectif est :

- A** – la répartition adéquate des effectifs pour améliorer la productivité ;
- B** – d'améliorer les conditions de travail des effectifs ;
- C** – de diminuer le nombre des effectifs pour minimiser les dépenses ;
- D** – de maximiser la productivité en améliorant la technologie.

29 – Dans un programme linéaire représentant un problème de transport, l'objectif est :

- A** – de minimiser le coût de transport ;
- B** – de minimiser la durée de transport ;
- C** – de minimiser le nombre de véhicules en circulation dans les zones urbaines ;

D – d’augmenter le nombre de véhicules pour faciliter la fluidité de la circulation routière.

30 – Les principales hypothèses à respecter dans un programme linéaire sont :

- A** – l’additivité ;
- B** – la linéarité ;
- C** – la multiplicité ;
- D** – l’indivisibilité.

31 – La linéarité dans un programme linéaire signifie :

- A** – qu’il n’existe pas de relation entre les effets d’une activité et les moyens utilisés ;
- B** – la linéarité des contraintes par l’intermédiaire des coefficients de proportionnalité ;
- C** – la linéarité de la fonction objective par l’intermédiaire des coefficients techniques ;
- D** – qu’on utilise la loi des rendements constants.

32 – La fonction objective d’un programme linéaire peut correspondre à :

- A** – la minimisation d’un coût ;
- B** – la maximisation d’un coût ;
- C** – la minimisation d’un profit ;
- D** – la maximisation de consommation d’énergie.

33 – La fonction objective d’un programme linéaire est égale :

- A** – à la somme des coefficients de proportionnalité et des variables de décision ;
- B** – au produit des coefficients de proportionnalité et des variables de décision ;
- C** – à la limite à ne pas dépasser des différentes variables ;
- D** – au produit des coefficients techniques par les variables de décision.

34 – Dans un programme linéaire, les coefficients techniques représentent :

- A** – le degré de consommation d’une ressource par une activité ;
- B** – les limites des ressources disponibles ;

- C** – les inconnues du problème ;
- D** – le degré de réalisation de l'objectif.

35 – La fonction objective d'un programme linéaire est appelée, selon le domaine d'application :

- A** – fonction économique ;
- B** – fonction fictive ;
- C** – fonction coût ;
- D** – fonction mathématique linéaire.

36 – Dans un programme linéaire, les variables de décision sont :

- A** – déterminées par le programme linéaire en fonction de l'objectif ;
- B** – des variables endogènes ;
- C** – des variables exogènes ;
- D** – des variables latentes.

37 – Dans un programme linéaire, les contraintes peuvent représenter :

- A** – les limites des capacités de production ;
- B** – des normes de productivité à respecter ;
- C** – les quantités de matières premières disponibles ;
- D** – des durées de temps de travail à respecter.

Exercices sur la programmation linéaire

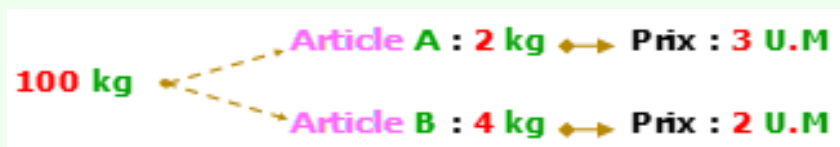
Il n'y a pas de méthode spécifique pour apprendre à formuler un problème sous forme de programme linéaire. Seul l'apprentissage par l'expérience et l'analyse approfondie du phénomène peuvent aider à cette écriture. À défaut d'apprentissage par expérience, nous vous proposons des exercices représentant des situations pouvant être modélisées sous forme de programme linéaire. Les cas présentés appartiennent à des domaines divers tels que la production industrielle, l'agriculture, le transport, l'affectation et autres.

À préciser que si vous ne comprendrez pas, dans les chapitres qui suivent, comment résoudre un programme linéaire, un logiciel pourra toujours vous aider à le résoudre. Cependant, aucun logiciel ne pourra vous aider à formuler un problème sous forme de programme linéaire, d'où l'importance de cette série d'exercices.

Exercice 1 : Production d'articles métalliques.

Dans un atelier de l'entreprise Sider, on dispose de **100 kg** de métal qui sert à la fabrication de deux articles **A** et **B**.

Synthèse 4 : Production d'articles métalliques.



La fabrication d'un article **A** nécessite l'utilisation de **2 kg** de métal et celle d'un article **B** de **4 kg**. D'après une étude de marché, on sait que les possibilités de vente du produit **A** peuvent être au maximum de **40** unités et celles de **B** ne peuvent dépasser **20** articles. Les prix de vente des articles **A** et **B** sont respectivement de **3** et **2 U.M**.

Élaborez un programme linéaire qui représente le plan de production avec pour objectif la maximisation de son revenu.

Exercice 2 : Pain et chocolat.

Soient deux aliments, pain et chocolat, contenant chacun deux constituants : des calories et du magnésium. Les teneurs nutritives pour chacun des aliments sont données dans le tableau 3

Tableau 3 : Teneurs nutritives du pain et du chocolat.

Aliments Constituants	Pain	Chocolat
Calories	255	492
Magnésium	30	150
Prix du kg	1,5	30

Le régime alimentaire minimum à respecter pour un certain régime est de 3 000 calories et de 1 000 mg de magnésium. Le prix du pain de 1,5 U.M et celui du chocolat de 30 U.M.

Écrire un programme linéaire qui permet de minimiser les dépenses, tout en respectant les conditions du régime.

Exercice 3 : Exportation d'appareils photographiques.

L'entreprise japonaise FOTOKA exporte par avion des appareils photographiques. Le chargement ne peut peser plus de 330 kg. Ces appareils sont rangés dans quatre types de caisses dont le poids est variable.

Le tableau 4 nous renseigne sur le nombre de caisses et d'appareils contenus dans chacune d'elles, ainsi que leurs poids respectifs.

Tableau 4 : Nombre et poids des appareils contenus dans les caisses.

Caisses	1	2	3	4
Appareils	180	140	80	40
Poids	150	120	70	40

Le problème de l'entreprise est de calculer le nombre de caisses de chaque type à expédier, pour que le nombre total d'appareils photographiques livrés soit maximal. On expédie que des caisses pleines.

Élaborez un modèle de programme linéaire correspondant à ce problème.

Exercice 4 : Production d'engrais.

Une entreprise agricole veut disposer d'un engrais composé d'au moins **80 Tonnes (T)** de potasse, **20 T** d'azote et **8 T** d'ammoniac. Généralement, l'entreprise fabrique ce type d'engrais en mélangeant des produits contenant des proportions variées de potasse, d'azote et d'ammoniac. Deux de ces produits, **P₁** et **P₂**, sont disponibles chez son fournisseur habituel à un prix de **200 U.M** pour le produit **P₁** et **300 U.M** pour le produit **P₂**.

Soit le tableau **5** qui nous renseigne sur la composition d'un engrais.

Tableau 5 : Composition chimique d'un engrais.

Produits Composants	P ₁	P ₂
Potasse	1,6	0,8
Azote	0,2	0,4
Ammoniac	0,1	0,1

Le problème de l'entreprise est de savoir quel(s) produit(s) et en quelle(s) quantité(s) doit-elle acheter à son fournisseur pour obtenir son engrais au moindre coût.

Formalisez ce problème à l'aide d'un programme linéaire.

Exercice 5 : Barres et barreaux.

On cherche à découper, dans un stock de barres d'acier d'un mètre de long, des barreaux de **28** et **45 cm**. On veut obtenir au moins **36** barreaux de **28 cm** et **24** barreaux de **45 cm** commandés par un client. Trois types de découpes d'une barre donnée sont possibles.

Soit le tableau **6** qui nous renseigne sur la découpe de barreaux.

Tableau 6 : Différentes découpes des barreaux.

Barreaux Découpes	28	45
1	3	0
2	1	1
3	0	2

Le problème est de minimiser le total des chutes, tout en satisfaisant la commande (les barreaux découpés en excédant ne comptent pas comme des chutes).

Élaborez un programme linéaire qui a pour objectif la minimisation du total des chutes.

Exercice 6 : Production de tôles métalliques.

L'entreprise Sider, dispose de trois chaînes de laminoirs **A**, **B** et **C**. On utilise ces chaînes pour produire quatre sortes de tôles d'épaisseurs différentes (**0,4 mm** ; **0,5 mm** ; **0,6 mm** et **0,7 mm**). On suppose que les quantités totales de ressources utilisées, et le coût total de production sont des fonctions linéaires homogènes des quantités de produits obtenus. La société doit, pour la période mensuelle envisagée, satisfaire une demande correspondante à des commandes pour chaque catégorie de tôle. Ainsi, pour chacune des catégories, la demande des tôles est respectivement de **500**, **1 200**, **1 500** et **300 tonnes**. Les capacités limites des trois chaînes, en nombre d'heures par mois, sont respectivement de **600**, **540** et **360 heures**. Les coûts et les temps de fabrication d'une tonne de tôle sont donnés dans le tableau 7. Les coûts sont représentés en rouge et les temps en vert.

Tableau 7 : Coût [temps] de fabrication d'une tonne de tôle en U.M [en heure].

Epaisseurs Chaînes	0,4	0,5	0,6	0,7
A	60 [0,4]	50 [0,3]	50 [0,3]	45 [0,25]
B	80 [0,8]	70 [0,6]	75 [0,7]	75 [0,6]
C		65 [0,5]	60 [0,4]	

L'entreprise Sider désire connaître la répartition de la production entre les différentes chaînes, et suivant les différentes catégories de tôle, afin de minimiser le coût total de production.

Élaborez un modèle sous forme de programme linéaire correspondant à ce problème.

Exercice 7 : Traitement de pétrole brut.

Une raffinerie traite trois pétroles bruts pour obtenir cinq produits. Le pétrole brut n° 1 provient d'Afrique, le pétrole brut n° 2 du Moyen-Orient et le pétrole brut n° 3 d'Amérique du Sud. La raffinerie fabrique cinq catégories de produits finis : des gaz et gaz liquéfiés, des essences, du pétrole, du gasoil et du fuel-oil.

Les rendements des pétroles bruts traités sont donnés dans le tableau 8, qui explicite les quantités produites à partir de 10 tonnes de pétrole brut.

Tableau 8 : Quantité produite de cinq produits à partir de trois pétroles bruts.

P.Brut Produits	P.B₁ x₁	P.B₂ x₂	P.B₃ x₃	P° max (Unité : 10³)
Gaz et G.L	2	-	6	300 000
Essence	20	25	30	11 050 000
Pétrole	8	-	4	180 000
Gasoil	40	25	30	1 350 000
Fuel-oil	30	50	30	1 800 000
Bénéfices	4	5	5	

La production annuelle maximale de la raffinerie est donnée dans la dernière colonne du tableau.

La production est limitée par la capacité de certaines unités de traitement, par la possibilité de vente et par le stockage disponible.

Les bénéfices réalisés par la raffinerie sont donnés dans la dernière ligne du tableau.

L'objectif de la raffinerie est de réaliser le programme optimal afin d'obtenir un bénéfice maximal.

Élaborez un programme linéaire correspondant à l'objectif de cette raffinerie.

Exercice 8 : Norme de qualité.

Une raffinerie alimente quotidiennement en carburant les stations services de son réseau. Ces carburants se composent d'un mélange de plusieurs produits pétroliers, de provenances et de qualités diverses. Les coûts des produits sont extrêmement fluctuants et publiés quotidiennement. Chaque matin, la compagnie doit minimiser, compte tenu des coûts du jour, son prix de revient. Cependant, le carburant obtenu doit satisfaire à certaines normes de qualité.

Pour simplifier, supposons que la raffinerie ne livre qu'un seul type de carburant, la même quantité chaque jour et que seul trois produits P_1 , P_2 et P_3 dont les stocks disponibles peuvent être considérés comme illimités, interviennent dans sa composition selon des proportions à déterminer.

Les coûts respectifs de ces trois produits sont C_1 , C_2 et C_3 . On sait, d'autre part, que les taux d'octanes a_{11} , a_{12} et a_{13} de P_1 , P_2 et P_3 doivent avoir un taux minimum b_1 , et la teneur en plomb tétrapétale ne peut descendre au-dessous d'une certaine limite b_2 . On prendra a_{21} , a_{22} et a_{23} les teneurs en plomb tétra éthyle des produits respectifs P_1 , P_2 et P_3 .

Tableau 9 : Tableau récapitulatif.

Produits Normes	P_1	P_2	P_3	Limites
Taux d'octane	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
Teneur en plomb	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
Coûts	C_1	C_2	C_3	

Écrire un programme linéaire représentant la minimisation du coût de production de cette raffinerie tout en respectant les normes de qualité.

Exercice 9 : Compagnie pétrolière.

Une compagnie pétrolière fabrique les produits suivants : alkylats (A), essence de cracking catalytique (C), mélange direct d'essence (S) et isopentane (I). A partir de ces produits, on peut obtenir des compositions différentes introduites sur le marché. Il s'agit d'essence d'aviation, d'indice de performance 91 (N) ou 100 (K), et d'essence d'automobile de première qualité (Z). En se référant à une certaine unité, le prix de N est de 5 U.M par unité de volume, celui de K est de 6 U.M et celui de Z de 4 U.M. Le problème de la compagnie est de maximiser ses revenus.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

Il y a lieu de se référer aux conditions technologiques résumées dans le tableau 10.

Tableau 10 : Conditions technologiques de différents produits.

Produits Cond. Technologiques	A	C	S	I
Indice de performance	107	93	87	108
Pression de vapeur	5	8	4	20
Production des composants	38	25	40	14

La pression ne doit pas dépasser 7 unités représentant 0,5 atmosphères.

L'unité de la production est la centaine de barils.

Il n'y a aucune condition imposée en ce qui concerne les mélanges pour Z, de sorte que tous les produits qui n'entrent pas dans la composition de N ou de K, sont utilisés pour obtenir Z.

Élaborez un programme linéaire représentant les différents produits à fabriquer pour que la compagnie pétrolière maximise ses revenus.

Exercice 10 : Transport de carburant.

Une société de pétrole alimente en supercarburant ses quatre dépôts (D_1 , D_2 , D_3 et D_4) à partir de ses trois raffineries R_1 , R_2 et R_3 . Au cours d'un mois, elle désire livrer à ses dépôts 90.10^3 m^3 de ce produit en acheminant 30.10^3 m^3 de R_1 , 40.10^3 m^3 de R_2 et 20.10^3 m^3 de R_3 . Les possibilités de réception dans les quatre dépôts sont respectivement de 10.10^3 , 30.10^3 , 20.10^3 et 30.10^3 m^3 . Les coûts de transport en unité monétaire par m^3 entre chaque raffinerie R_i ($i = 1$ à 3) vers chaque dépôt D_j ($j = 1$ à 4) sont donnés dans le tableau 11.

Tableau 11 : Coût de transport unitaire entre les raffineries et les dépôts.

Raffineries \ Dépôts	Dépôts			
	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
R ₁	15	3	5	8
R ₂	10	5	4	2
R ₃	3	9	9	3

Le problème de la société est d'organiser le transport de manière à minimiser le coût de livraison des 90.10^3 m^3 de supercarburant.

Élaborez un programme linéaire correspondant à ce problème.

Exercice 11 : Pétrochimie et pollution.

Une usine pétrochimique fabriquant cinq produits P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et P_5 entraînent l'émission de diverses substances polluantes. Quatre d'entre elles S_1 , S_2 , S_3 et S_4 sont particulièrement toxiques et leur rejet dans l'atmosphère est sévèrement réglementé par les services de la protection de l'environnement. La quantité émise quotidiennement ne peut dépasser les limites suivantes : 12 pour S_1 , 6 pour S_2 , 16 pour S_3 et 4 pour S_4 . Les experts affirment que chacun de ces produits conduit au rejet dans l'atmosphère des quantités données dans le tableau 12.

Tableau 12 : Quantité de substance toxique rejetée dans l'atmosphère des différents produits.

Substances \ Produits	Produits				
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
S ₁	8	4	1	1	6
S ₂	2	4	0	0	4
S ₃	4	6	2	1	8
S ₄	0	0	1	1	1

Les profits nets correspondants à ces cinq produits fabriqués sont respectivement de 3, 4, 1, 2 et 6 U.M.

Le problème pour l'usine est de savoir combien d'unités, de chacun des produits, peut-elle fabriquer quotidiennement pour maximiser son profit sans enfreindre la réglementation des services de protection de l'environnement contre la pollution.

Élaborez un programme linéaire correspondant à cette situation.

Exercice 12 : Problème d'investissement.

Le directeur financier d'une entreprise désire investir une somme totale de **100 U.M** (dans ce cas, l'unité est le milliard) de façon à maximiser son revenu. Il considère les possibilités dont il dispose selon le type de valeurs. Ces possibilités sont données dans le tableau 13 qui nous renseigne sur les intérêts et les sommes investies selon le type de valeur.

Tableau 13 : Intérêts des sommes investies selon le type de valeurs.

Types	T₁	T₂	T₃	T₄	T₅	T₆
Intérêts(%)	3	2,5	3,5	4	5	4,5
Σ investies	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅	x₆

Le directeur n'est pas totalement libre de son choix, car selon la règle de conduite de l'entreprise, au moins **40 %** de la somme totale doit être investie en des valeurs de type **T₁** et **T₂** ; pas plus de **35 %** dans les types **T₃** et **T₄**, puis pas plus de **35 %** dans les deux autres types.

Le problème du directeur financier est l'élaboration d'un modèle qui puisse maximiser le revenu. Élaborez ce modèle.

Exercice 13 : Culture de blé et de datté.

Un pays émergent veut mettre en valeur une zone de **900 hectares** où deux cultures sont a priori possibles : des dattes et du blé.

Tableau 14 : Caractéristiques des cultures du blé et de la datte par hectare.

Cultures Caractéristiques	Blé	Datte
Rendement	75	25
Main d'œuvre	1	2
Frais d'exploitation	3 500	300
Eau	6 000	14 000
Prix de vente	60	60
Salaire	500	500

La disponibilité en terre est de **900 hectares** ; la disponibilité en main d'œuvre de **12 000** ouvriers agricoles et en eau de **14.10⁶ m³/an**.

On se propose de fixer deux objectifs :

- Maximisation du profit. Pour cela, il faut déterminer les surfaces qui seront consacrées à chacune des cultures dans le cas où l'exploitation de cette zone est confiée à une société privée.
- Maximisation du revenu national. Dans ce cas, l'exploitation de cette zone est assurée par l'Etat et a pour objectif de maximiser non plus le profit, mais le revenu national (le revenu national = salaire versé + bénéfice).

Élaborez un modèle sous forme de programme linéaire correspondant à ces deux objectifs (on a donc deux fonctions).

Exercice 14 : Affectation du personnel.

Le tableau **15** représente le besoin en nombre d'employés dans une gare au cours de différents intervalles de temps d'une journée.

Tableau 15 : Besoin d'employés selon différentes périodes de temps.

Périodes	0.1 à 4.0	4.1 à 8.0	8.1 à 12.0	12.1 à 16.0	16.1 à 20.0	20.1 à 24.0
Nb.empl	3	8	10	8	14	5

Les différentes équipes commencent leur travail toutes les quatre heures à partir de minuit et pour des périodes de huit heures consécutives.

Le problème est de déterminer la répartition du personnel pour satisfaire les besoins avec un minimum d'employés.

Élaborez un programme linéaire représentant ce problème d'affectation.

Exercice 15 : Répartition optimale de l'actif d'une banque.

La banque Djib possède un ensemble d'actif d'une valeur de 10.10^9 U.M, dont la contrepartie au passif du bilan s'établit comme suit :

- dépôt à vue : $6.5.10^9$ U.M,
- dépôt à terme : $2.5.10^9$ U.M,
- capital : 1.10^9 U.M.

La banque doit respecter différentes contraintes légales, ou professionnelles, destinées à assurer sa liquidité et sa solvabilité.

- 1 - Le total des prêts ne peut excéder 55 %, ou être inférieur à 45 % des actifs globaux.
- 2 - Les prêts hypothétiques ne peuvent être supérieurs à 20 % des dépôts à terme.
- 3 - Les prêts commerciaux ne peuvent être supérieurs à 45 %, ou inférieurs à 30 % du total des prêts.
- 4 - Les « autres prêts », ne peuvent être supérieurs au total des prêts hypothétiques.
- 5 - L'encaisse doit être supérieure ou égale à 25 % des dépôts à vue.
- 6 - Les actifs à risque (total de l'actif - caisse et placement en titre de l'Etat), ne peuvent excéder cinq fois le capital de la banque.

Le rendement relatif à chaque type d'actif est indiqué dans le tableau 16.

Tableau 16 : Rendement relatif à chaque type d'actif.

Actif	Taux de rendement
1 - Caisse	0
2 - Prêts :	
commerciaux	5,5
hypothétiques	6,2
autres	6,9
3 - Placements :	
bon de trésor à CT	3
titre de rente	4,2

La banque désire déterminer la répartition de son actif, de manière à maximiser son profit global.

Élaborez un programme linéaire permettant de représenter l'objectif de la banque.

Exercice 16 : Production de matériel électrique.

Dans une entreprise de matériel électrique produisant des contacteurs, des disjoncteurs et des compteurs, on dispose au total de **1 200 heures/machine** et de **1 500 heures/ouvrier** par mois. Les bénéfices des contacteurs, disjoncteurs et compteurs sont respectivement de **8 U.M.**, **20 U.M** et **18 U.M**. La répartition des moyens humains et matériels selon les différents produits est donnée dans le tableau 17.

Tableau 17 : Répartition des moyens selon les différents produits.

Produits Moyens	Contacteurs	Disjoncteurs	Compteurs
Machines	15	30	20
Ouvriers	12	30	25

L'entreprise a pour objectif la maximisation de son profit, comment doit-elle alors écrire un modèle représentant son plan de production ?

Exercice 17 : Achat de machines mécaniques.

Un industriel désire investir dans l'achat de machines mécaniques. Soient deux marques de machines **A** et **B** disponibles sur le marché.

Le tableau 18 nous renseigne sur les dépenses des machines **A** et **B** selon deux périodes.

Tableau 18 : Dépenses (UM/heure) des machines **A** et **B** selon deux périodes.

Périodes \ Machines	A	B
Première année	2	1
Deuxième année	1	2

La machine **A** permet un bénéfice actualisé de **10 U.M** par heure, alors que le bénéfice actualisé dégagé par la machine **B** est de **20 U.M** par heure. La durée de vie de ces machines est de deux années.

Pour la première et deuxième année, la contrainte budgétaire horaire est de **9 U.M** par heure ; ce budget ne devant en aucun cas être dépassé.

Le problème de l'industriel est de prévoir le nombre de machines **A** et **B** à acheter pour maximiser le profit dégagé par ses investissements.

Écrire un programme linéaire représentant cette situation.

Exercice 18 : Produits électroménagers.

L'entreprise nationale de produits électroménager (**E.N.I.E.M**), dispose de deux unités de production **U₁** et **U₂**, susceptibles de faire le montage de deux types d'appareils **A** et **B**. Dans l'unité **U₁**, le coût unitaire de production des produits est respectivement de **150** et **200 U.M**.

Dans l'unité **U₂**, il est de **200** et **250 U.M**. La différence de coût pour un même produit peut être due à plusieurs raisons : éloignement de l'unité **U₁** des ports où elle reçoit ses pièces détachées, manque de main d'œuvre qualifiée dans la région, gestion irrationnelle de l'unité de production, etc.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

La capacité de la chaîne de montage constitue, dans les deux unités, le seul goulet d'étranglement. Elle est de **1 200 heures** en U_1 et de **1 000 heures** en U_2 . Les temps de montage sont dans l'unité U_1 de **0,10** pour le produit **A** et de **0,16** pour le produit **B**. Dans l'unité U_2 , ils sont de **0,12** pour **A** et **0,20** pour **B**. La production totale doit s'élever à **10 000** appareils **A** et **6 000** appareils **B**.

Toutes ces données sont résumées dans le tableau **19**. Dans la matrice centrale, les coûts sont représentés par le premier chiffre vert, et les temps de montage en rouge entre les crochets.

Tableau 19 : Tableau récapitulatif.

Appareils Unités	A	B	Capacités
U_1	150 [0,10]	200 [0,16]	1 200
U_2	200 [0,12]	250 [0,20]	1 000
Productions	10 000	6 000	

Il s'agit pour l'entreprise de minimiser les coûts de production.

Élaborez un modèle de programme linéaire pour représenter la production des deux unités qui minimise les coûts de production.

Exercice 19 : Acheter ou produire ?

Soit une entreprise ayant la possibilité de vendre deux produits P_1 et P_2 qu'elle se charge de fabriquer, ou d'acheter à une autre entreprise, pour les revendre elle-même. Il s'agit, pour cette entreprise, de savoir dans quelles mesures, il est préférable pour elle de cumuler les rôles de producteur et de vendeur.

On suppose qu'un seul facteur de production disponible en quantité limitée est requis pour la fabrication des deux produits. Il existe de plus, un marché pour chaque produit fixant la demande finale pour un prix de vente donné. La disponibilité de l'équipement est de **400 heures/machine**. Concernant les produits P_1 et P_2 les heures machines nécessaires sont respectivement de **2** et **4** par unité. Le bénéfice est de **40 U.M** par unité pour le produit P_1 et il est de **20 U.M** par unité pour le produit P_2 . La demande finale est respectivement de

250 et **200** unités. Sachant également que l'entreprise peut aussi acheter les deux produits à un fabricant ne disposant pas d'un réseau de vente suffisamment développé, on aura respectivement pour les produits P_1 et P_2 des profits de **30 U.M** et **10 U.M**.

Tableau 20 : Tableau récapitulatif.

Produits	h/machine	Bénéfices	Demandes	Profits
P_1	2	40	250	30
P_2	4	20	200	10

Élaborez un modèle qui pourrait permettre de savoir dans quelle mesure le cumul des rôles de producteur et de vendeur est préférable.

Exercice 20 : Problème de découpe.

On désire découper des bobines de tôle en « bobineaux » de largeur plus petite. On dispose de deux bobines B_1 et B_2 de largeurs respectives **9** et **7**, puis de longueurs respectives **20** et **30**. Les bobineaux commandés sont de deux largeurs différentes : $I_1 = 3$ et $I_2 = 5$. La longueur totale des bobineaux de largeur $I_1 = 3$ découpés doit être au moins égale à **40** et celle des bobineaux de largeur $I_2 = 5$ au moins égale à **20**.

Le problème est de chercher comment disposer les bobineaux sur les bobines pour répondre à la demande tout en maximisant la surface totale découpée.

Représentez ce problème sous forme d'un programme linéaire.

Exercice 21 : Affectation de vols d'avions.

Des passagers doivent être transportés par avion, durant une année, sur trois lignes aériennes différentes : **Alger-Oran**, **Alger-Annaba** et **Alger-Biskra**. L'itinéraire **Alger-Oran** peut transporter **3 200** passagers et le profit par passager est de **15 U.M**. L'itinéraire **Alger-Annaba** peut transporter **1 650** passagers avec un bénéfice par passager de **15 U.M**. Le dernier itinéraire peut transporter **1 900** passagers permettant chacun un bénéfice de **8 U.M**. Chaque avion, appartenant à un type donné disponible, peut transporter un nombre déterminé de voyageurs par an, suivant la ligne à laquelle il est affecté. Dans le

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

tableau 21 est donné l'itinéraire, le type d'avion avec le nombre de passagers transportés par année, ainsi que les dépenses en U.M par avion.

Tableau 21 : Tableau récapitulatif.

Itinéraires	Capacités	1		2		3	
		Nb	Dep	Nb	Dep	Nb	Dep
Alger-Oran	3 200	200	12	150	13	*	*
Alger-Annaba	1 650	180	12	130	13	100	15
Alger-Biskra	1 900	*	*	140	11	80	14
Nb.d'avions dis.		15		14		18	

* Les appareils de ce type ne volent pas sur cette ligne.

Nous considérons que la « dépense » pour un passager « perdu », c'est-à-dire qui n'a pu monter à bord de l'avion est égale au profit retiré si ce passager avait réellement pris l'avion.

Élaborez un modèle de programme linéaire représentant l'affectation des avions aux différents itinéraires, afin que la dépense totale soit minimale.

Exercice 22 : Affectation d'ambulances.

Lors d'une catastrophe accidentelle, ou naturelle, on a un besoin urgent, dans une région donnée, d'un certain nombre d'ambulances supplémentaires. Aux points A, B, C et D, on a respectivement besoin de 3, 3, 4 et 5 ambulances additionnelles. Ces 15 voitures proviennent des garages G₁, G₂ et G₃ dans lesquels sont stationnées 2, 6 et 7 ambulances prêtes pour de telles urgences. Sachant que dans ces situations, le gain de temps est primordial, le responsable chargé de la répartition des véhicules voudrait répartir ces voitures de telle manière que le total des durées de parcours entre les garages et les destinations finales soit minimal. Dans le tableau 35 est donné le temps en minutes pour les différents trajets entre les garages et chacune des destinations.

Tableau 22 : Durées de temps entre les garages et les différentes destinations.

Destinations Garages	A	B	C	D
G₁	13	11	15	20
G₂	17	14	12	13
G₃	18	18	15	12

Élaborez un modèle permettant de minimiser les durées de parcours entre les garages et différentes destinations.

Exercice 23 : Optimisation d'une exploitation agricole.

Soit une entreprise agricole disposant de deux terres, numérotées 1 et 2, ayant respectivement une surface $b_1 = 90$ hectares et $b_2 = 70$ hectares. On suppose que ces terres ne sont pas d'un seul tenant. Sur ces terres, deux cultures à la même période sont possibles : du blé d'automne et de l'avoine d'hiver. Les rendements des terres en quintaux par hectare sont pour le blé d'automne de $r_{11} = 30$ dans la terre n° 1 et de $r_{21} = 28$ dans la terre n° 2, puis pour l'avoine d'hiver de $r_{12} = 24$ dans la terre n° 1 et de $r_{22} = 21$ dans la terre n° 2. L'exploitation agricole considérée fournit deux centres de consommations situés à des endroits différents. Pour minimiser les dépenses totales de production et de distribution, on devra tenir compte des frais de transport à partir des deux terres considérées vers les centres de consommation. Ces frais, indépendamment de la nature du produit transporté, ont été évalués en U.M par quintal. Concernant le centre 1, ils sont de $t_{11} = 2$ pour la terre n° 1 et $t_{21} = 3/2$ pour la terre n° 2, pour le centre 2 ils sont de $t_{12} = 1$ pour la terre n° 1 et $t_{22} = 5/2$ pour la terre n° 2. Les coûts de production par hectare en U.M sont de $C_1 = 30$ pour le blé d'automne et de $C_2 = 27$ pour l'avoine d'hiver. Les centres de consommation doivent, au moins, recevoir de l'exploitation considérée, la quantité de céréales en quintaux donnée dans le tableau 23.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

Tableau 23 : Quantité de céréales minimale reçue par les deux centres de consommation.

Centres \ Céréales	Blé d'automne	Avoine d'hiver
1	1 000	700
2	1 400	800

L'objectif, de l'exploitation agricole, consiste à minimiser l'ensemble de ses coûts de production et de distribution.

Construire le modèle correspondant à cette minimisation.

Solutions du Questionnaire à Choix Multiples

1 – A, B, D.

2 – Aucune.

3 – A, B, C.

4 – A, B.

5 – A, B, D.

6 – A, C.

7 – A, B, D.

8 – D.

9 – A, B, C, D.

10 – B, C, D.

11 – A, B, D.

12 – A, B, C.

13 – C.

14 – A, B.

15 – A, B, C, D.

16 – C, D.

17 – A, B, C, D.

18 – A, B, C, D.

19 – A, B, C, D.

20 – A.

21 – A, B, C, D.

22 – A, B, C.

23 – A, B, C, D.

24 – A, C.

25 – B, D.

26 – A, C.

27 – A, C, D.

28 – A.

29 – A, B.

30 – A, B.

31 – D.

32 – A.

33 – B.

34 – A.

35 – A, C.

36 – A, B.

37 – A, B, C D.

Solutions des exercices

Solution de l'exercice 1 : Production d'articles métalliques.

- Définition des variables.

Pour pouvoir formaliser ce problème sous forme de modèle mathématique, il faut tout d'abord définir les variables à étudier. Dans ce cas, il s'agit de considérer deux variables.

x_1 : quantité d'articles **A** produite.

x_2 : quantité d'articles **B** produite.

- Fonction objective.

Sachant que les prix de vente sont respectivement de **3** et **2 U.M** pour les articles **A** et **B**, la fonction objective qui représente le revenu maximum s'écrit donc :

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2.$$

- Contraintes.

On sait que l'on ne peut produire les articles **A** et **B** indéfiniment. Pour le produit **A**, on est contraint d'en vendre au maximum **40** et pour le produit **B** seulement **20**. La quantité de métal disponible est limitée à **100 kg**.

On écrit ces différentes contraintes sous la forme suivante :

$$\begin{array}{lll} x_1 & \leq & 40 \quad \text{pour l'article A,} \\ x_2 & \leq & 20 \quad \text{pour l'article B,} \\ \text{et} & & 2x_1 + 4x_2 \leq 100 \quad \text{pour la quantité de métal disponible.} \end{array}$$

Comme les quantités produites ne peuvent être que positives, on aura les deux contraintes de positivité (ou de non négativité) suivantes :

$$x_1 \geq 0 \quad \text{et} \quad x_2 \geq 0.$$

Solution de l'exercice 2 : Pain et chocolat.

- Définition des variables.

x_1 : quantité de pain nécessaire pour ce régime.

x_2 : quantité de chocolat nécessaire pour ce régime.

- Fonction objective.

$$\min Z = 1,5x_1 + 30x_2.$$

- Contraintes.

Elles concernent les limites minimales du nombre de kilo-calories et de magnésiums, ainsi que celles de positivité.

$$255x_1 + 492x_2 \geq 3\,000 \text{ pour les kilo-calories,}$$

$$30x_1 + 150x_2 \geq 1\,000 \text{ pour le magnésium.}$$

$$x_i \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ et } 2.$$

Solution de l'exercice 3 : Exportation d'appareils photographiques.

- Définition des variables.

x_1 : nombre de caisses pesant 150 kg.

x_2 : nombre de caisses pesant 120 kg.

x_3 : nombre de caisses pesant 70 kg.

x_4 : nombre de caisses pesant 40 kg.

- Fonction objective.

Dans ce cas, l'optimum à atteindre est le nombre maximal d'appareils photographiques à charger dans l'avion, d'où :

$$\max Z = 180x_1 + 140x_2 + 80x_3 + 40x_4.$$

- Contraintes.

La seule contrainte dans ce problème, mis à part les contraintes de positivité, est le poids du chargement qui ne peut excéder **330 kg**, d'où :

$$150x_1 + 120x_2 + 70x_3 + 40x_4 \leq 330$$

et

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 4.$$

Vous aurez remarqué que nous avons simplifié par **10** l'écriture du programme linéaire.

Solution de l'exercice 4 : Production d'engrais.

- Définition des variables.

x_1 : quantité à acheter du produit **P₁**.

x_2 : quantité à acheter du produit **P₂**.

- Fonction objective.

$$\min Z = 200x_1 + 300x_2.$$

- Contraintes.

Les contraintes concernent la composition minimale des différents produits utilisés pour cet engrais.

Pour la potasse, il doit y avoir au moins **80 T** contenu dans l'engrais, d'où :

$$1,6x_1 + 0,8x_2 \geq 80.$$

Pour l'azote, il doit y avoir au moins **20 T** dans l'engrais, d'où :

$$0,2x_1 + 0,4x_2 \geq 20.$$

Et pour l'ammoniac, le minimum que doit contenir l'engrais est de **8 T**, d'où :

$$0,1x_1 + 0,1x_2 \geq 8.$$

À ces contraintes, s'ajoutent celles de non négativité :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 2.$$

Solution de l'exercice 5 : Barres et barreaux.

- Définition des variables.

x_1 : nombre de barres découpées selon le plan de coupe correspondant à trois barreaux de 28 cm,

x_2 : nombre de barres découpées selon le plan de coupe correspondant à un barreau de 28 cm et un autre de 45 cm,

x_3 : nombre de barres découpées selon le plan de coupe correspondant à deux barreaux de 45 cm.

x_1 , x_2 et x_3 doivent être évidemment des nombres entiers ($x_i \in \mathbb{N}$).

- Fonction objective.

Selon le plan de coupe, une barre peut être découpée en :

* trois barreaux de 28 cm, d'où une chute de 16 cm ($100 - 3 \cdot 28 = 16$),

* un barreau de 28 cm et un autre de 45 cm, d'où une chute de 27 cm ($100 - 28 - 45 = 27$),

* deux barreaux de 45 cm, d'où une chute de 10 cm ($100 - 2 \cdot 45 = 10$).

La fonction à minimiser est donc :

$$\min Z = 16x_1 + 27x_2 + 10x_3.$$

- Contraintes.

Les contraintes sont liées à la commande du client, d'où :

$$3x_1 + x_2 \geq 36 \quad \text{pour les barreaux de 28 cm,}$$

$$x_2 + 2x_3 \geq 24 \quad \text{pour les barreaux de 45 cm,}$$

$$x_i \in \mathbb{N}^+ \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 3.$$

Solution de l'exercice 6 : Production de tôles métalliques.

- Définition des variables.

x_{11} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne A d'épaisseur 0,4.

x_{12} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne A d'épaisseur 0,5.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

x_{13} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **A** d'épaisseur **0,6**.
 x_{14} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **A** d'épaisseur **0,7**.
 x_{21} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **B** d'épaisseur **0,4**.
 x_{22} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **B** d'épaisseur **0,5**.
 x_{23} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **B** d'épaisseur **0,6**.
 x_{24} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **B** d'épaisseur **0,7**.
 x_{32} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **C** d'épaisseur **0,5**.
 x_{33} : quantité de tôle fabriquée par la chaîne **C** d'épaisseur **0,6**.

- **Fonction objective.**

$$\min Z = 60x_{11} + 80x_{21} + 50x_{12} + 70x_{22} + 65x_{32} + 50x_{13} + 75x_{23} + 60x_{33} + 45x_{14} + 75x_{24}.$$

- **Contraintes.** Elles concernent les capacités limites des trois chaînes et les demandes à satisfaire.

1 - Concernant les capacités des chaînes **A**, **B** et **C**, nous avons trois contraintes.

Pour la chaîne **A**, la capacité limite est de **600** heures, d'où :

$$0,4x_{11} + 0,3x_{12} + 0,3x_{13} + 0,25x_{14} \leq 600.$$

Pour la chaîne **B**, la capacité limite est de **540** heures, d'où :

$$0,8x_{21} + 0,6x_{22} + 0,7x_{23} + 0,6x_{24} \leq 540.$$

Et pour la chaîne **C**, la capacité limite est de **360** heures, d'où :

$$0,5x_{32} + 0,4x_{33} \leq 360.$$

2 - Concernant les demandes à satisfaire, nous avons quatre contraintes correspondantes à chacune des catégories de tôle.

Pour les tôles de **0,4 mm** d'épaisseur, la demande est de **500 T**, d'où :

$$x_{11} + x_{21} = 500.$$

Pour les tôles de **0,5 mm** d'épaisseur, la demande est de **1 200 T**, d'où :

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1\,200.$$

Pour les tôles de **0,6 mm** d'épaisseur, la demande est de **1 500 T**, d'où :

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1\,500.$$

Et pour les tôles d'épaisseur **0,7 mm**, la demande est de **300 T**, d'où :

$$x_{14} + x_{24} = 300.$$

Concernant les contraintes de positivité, on a :

$$x_{ij} \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ à } 3 \text{ et } j = 1 \text{ à } 4.$$

Solution de l'exercice 7 : Traitement de pétrole brut.

- Définition des variables.

x_1 : quantité de pétrole brut n° 1 traitée annuellement.

x_2 : quantité de pétrole brut n° 2 traitée annuellement.

x_3 : quantité de pétrole brut n° 3 traitée annuellement.

L'unité de ces quantités est 10^6 tonnes.

- Fonction objective :

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 5x_2 + 5x_3.$$

- Contraintes.

La raffinerie est limitée par la production (10^6 T) des différents produits, d'où une contrainte pour chaque produit.

$$2x_1 + 6x_3 \leq 300 \quad \text{pour le gaz et gaz liquéfié.}$$

$$20x_1 + 25x_2 + 30x_3 \leq 11\,050 \quad \text{pour l'essence.}$$

$$8x_1 + 4x_3 \leq 180 \quad \text{pour le pétrole brut.}$$

$$40x_1 + 25x_2 + 30x_3 \leq 1\,350 \quad \text{pour le gasoil.}$$

$$30x_1 + 50x_2 + 30x_3 \leq 1\,800 \quad \text{pour le fuel-oil.}$$

Et les contraintes de positivité :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 3.$$

Solution de l'exercice 8 : Norme de qualité.

- Définition des variables.

x_1 : proportion du produit P_1 intervenant dans la composition du carburant.

x_2 : proportion du produit P_2 intervenant dans la composition du carburant.

x_3 : proportion du produit P_3 intervenant dans la composition du carburant.

- Fonction objective.

En considérant C_1 , C_2 et C_3 les coûts unitaires respectifs de P_1 , P_2 et P_3 , on a :

$$\min Z = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3.$$

- Contraintes.

On considère tout d'abord deux contraintes. L'une, liée au taux d'octane, et l'autre à la teneur en plomb tétra éthyle :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq b_1$$

et

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \geq b_2.$$

Puis, on prend en considération les proportions x_1 , x_2 et x_3 qui doivent former un total de **1** (c'est-à-dire **100** %) et être positives, d'où :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0.$$

Solution de l'exercice 9 : Compagnie pétrolière.

- Définition des variables.

A_n : proportion d'alkylats contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **91**.

C_n : proportion d'essence de cracking catalytique contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **91**.

S_n : proportion de mélange direct d'essence contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **91**.

I_n : proportion d'isopentane contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **91**.

A_k : proportion d'alkylats contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **100**.

C_k : proportion d'essence de cracking catalytique contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **100**.

S_k : proportion de mélange direct d'essence contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **100**.

I_k : proportion d'isopentane contenue dans l'essence d'aviation d'indice de référence **100**.

A_z : proportion d'alkylats contenue dans l'essence d'automobile de première qualité.

C_z : proportion d'essence de cracking catalytique contenue dans l'essence d'automobile de première qualité.

S_z : proportion de mélange direct d'essence contenue dans l'essence d'automobile de première qualité.

I_z : proportion d'isopentane contenue dans l'essence d'automobile de première qualité.

- **Fonction objective.**

$$\text{Max } Z = 5 (A_n + C_n + S_n + I_n) + 6 (A_k + C_k + S_k + I_k) + 4 (A_z + C_z + S_z + I_z).$$

- **Contraintes.**

Nous avons quatre types de contraintes liées à l'indice de performance, à la pression de vapeur, à la production des composants et au mélange d'essence d'automobile.

1 - Contraintes liées à l'indice de performance :

$$107 A_n + 93 C_n + 87 S_n + 108 I_n \geq 91 (A_n + C_n + S_n + I_n)$$

$$107 A_k + 93 C_k + 87 S_k + 108 I_k \geq 100 (A_k + C_k + S_k + I_k).$$

2 - Contraintes liées à la pression de vapeur :

$$5 A_n + 8 C_n + 4 S_n + 20 I_n \leq 7 (A_n + C_n + S_n + I_n)$$

$$5 A_k + 8 C_k + 4 S_k + 20 I_k \leq 7 (A_k + C_k + S_k + I_k).$$

3 - Contraintes liées à la production des composants :

$$A_n + A_k + A_z = 38$$

$$C_n + C_k + C_z = 25$$

$$S_n + S_k + S_z = 40$$

$$I_n + I_k + I_z = 14.$$

4 - Contraintes liées au mélange d'essence automobile :

$$A_z + C_z + S_z + I_z = 38 + 25 + 40 + 14 - (A_n + C_n + S_n + I_n) - (A_k + C_k + S_k + I_k).$$

Toutes les variables considérées sont positives ou nulles.

$$A_n, C_n, S_n, I_n, A_k, C_k, S_k, I_k, A_z, C_z, S_z, I_z \geq 0.$$

Solution de l'exercice 10 : Transport de carburant.

- **Définition des variables.**

x_{11} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_1 vers le dépôt D_1 .

x_{12} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_1 vers le dépôt D_2 .

x_{13} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_1 vers le dépôt D_3 .

x_{14} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_1 vers le dépôt D_4 .

x_{21} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_2 vers le dépôt D_1 .

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

x_{22} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_2 vers le dépôt D_2 .

x_{23} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_2 vers le dépôt D_3 .

x_{24} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_2 vers le dépôt D_4 .

x_{31} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_3 vers le dépôt D_1 .

x_{32} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_3 vers le dépôt D_2 .

x_{33} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_3 vers le dépôt D_3 .

x_{34} : quantité de carburant transportée de la raffinerie R_3 vers le dépôt D_4 .

- Fonction objective.

$$\text{Min } Z = 15x_{11} + 3x_{12} + 5x_{13} + 8x_{14} + 10x_{21} + 5x_{22} + 4x_{23} + 2x_{24} + 3x_{31} + 9x_{32} + 9x_{33} + 3x_{34}.$$

- Contraintes.

Elles sont liées à la disponibilité du produit dans chacune des raffineries et la demande de chaque dépôt.

1 - Concernant la disponibilité de chaque raffinerie, on a :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 30\,000$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 40\,000$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 20\,000.$$

2 - Pour ce qui est de la demande des dépôts, on a :

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 10\,000$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 30\,000$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 20\,000$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 30\,000.$$

Les contraintes de positivité sont :

$$x_{ij} \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ à } 3 \text{ et } j = 1 \text{ à } 4.$$

Solution de l'exercice 11 : Pétrochimie et pollution.

- Définition des variables.

x_1 : quantité de produit P_1 fabriquée.

x_2 : quantité de produit P_2 fabriquée.

x_3 : quantité de produit P_3 fabriquée.

x_4 : quantité de produit P_4 fabriquée.

x_5 : quantité de produit P_5 fabriquée.

- Fonction objective.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 6x_5.$$

- Contraintes.

Pour la substance S_1 , elle ne doit pas dépasser 12.10^3 m^3 , d'où :

$$8x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + 6x_5 \leq 12.$$

Pour la substance S_2 , la limite à ne pas dépasser est de 6.10^3 m^3 , d'où :

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_5 \leq 6.$$

Pour la substance S_3 , la limite à ne pas dépasser est de 16.10^3 m^3 , d'où :

$$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 + 8x_5 \leq 16.$$

Et pour la substance S_4 , la limite à ne pas dépasser est de 4.10^3 m^3 , d'où :

$$x_3 + x_4 + x_5 \leq 4.$$

A ces différentes contraintes s'ajoutent celles de non négativité :

$$x_i \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ à } 5.$$

Solution de l'exercice 12 : Problème d'investissement.

- Définition des variables.

Soient x_i les sommes investies dans les différents types T_i avec $i = 1$ à 6 .

- Fonction objective.

S'agissant d'une somme investie de 100.10^9 U.M. , le taux d'intérêt est donc égal à l'intérêt perçu sur cette somme, d'où :

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2,5x_2 + 3,5x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 4,5x_6.$$

- Contraintes.

Les contraintes sont liées au choix d'investissement selon les différents types T_i , ainsi que la somme totale à investir :

$$x_1 + x_2 \geq 40$$

$$x_3 + x_4 \leq 35$$

$$x_5 + x_6 \leq 35$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 100.$$

On ajoute les contraintes de positivité :

$$x_i \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ à } 6.$$

Solution de l'exercice 13 : Culture de blé et de dattes.

- Définition des variables.

x_1 : surface cultivée de dattes.

x_2 : surface cultivée de blé.

- Fonction objective.

On a deux fonctions correspondantes aux deux objectifs.

1 - Il s'agit de définir une fonction liant le bénéfice par hectare, de chaque type de production, aux surfaces x_1 et x_2 cultivées. On doit donc calculer le bénéfice par hectare pour chaque catégorie de culture.

Pour les dattes, le bénéfice est égal au chiffre d'affaires (C.A) moins les salaires et charges d'exploitation :

$$B = CA - \text{Salaire} - \text{Charge d'exploitation} = 60.75 - 500.1 - 3\,500 = 500.$$

Pour le blé, on a de même :

$$500.2 - 300 = 200.$$

La fonction objective est alors :

$$\text{Max } Z = 500 x_1 + 200 x_2.$$

2 - Le revenu pour la surface cultivée en datte est de :

$$500 + 500 = \mathbf{1\ 000}.$$

Pour celui du blé, il est de :

$$200 + 1\ 000 = \mathbf{1\ 200}.$$

La fonction objective est donc de :

$$\mathbf{Max\ Z = 1\ 000x_1 + 1\ 200x_2.}$$

- **Contraintes.**

Les contraintes sont les mêmes dans les deux cas. Elles concernent la terre, la main d'œuvre et l'eau.

$$x_1 + x_2 \geq \mathbf{900} \quad \text{pour la terre.}$$

$$x_1 + 2x_2 \geq \mathbf{12\ 000} \quad \text{pour la main d'œuvre.}$$

$$14\ 000x_1 + 6\ 000x_2 \leq \mathbf{14 \cdot 10^6} \quad \text{ou} \quad \mathbf{14x_1 + 6x_2 \leq 14\ 000} \quad \text{pour l'eau.}$$

On a aussi :

$$x_1 \geq \mathbf{0}$$

et

$$x_2 \geq \mathbf{0}.$$

*Solution de l'exercice **14** : Affectation du personnel.*

- **Définition des variables.**

x_1 : nombre d'employés prenant leur service à **0.1** heure.

x_2 : nombre d'employés prenant leur service à **4.1** heures.

x_3 : nombre d'employés prenant leur service à **8.1** heures.

x_4 : nombre d'employés prenant leur service à **12.1** heures.

x_5 : nombre d'employés prenant leur service à **16.1** heures.

x_6 : nombre d'employés prenant leur service à **20.1** heures.

- **Fonction objective.**

Il s'agit de minimiser le nombre d'employés, d'où :

$$\mathbf{min\ Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6.}$$

- **Contraintes.**

On a une contrainte pour chaque période de **4** heures, d'où :

$$x_1 + x_2 \geq 8$$

$$x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_3 + x_4 \geq 8$$

$$x_4 + x_5 \geq 14$$

$$x_5 + x_6 \geq 5$$

$$x_6 + x_1 \geq 3.$$

A ces contraintes s'ajoutent celles de positivité :

$$x_j \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ à } 6.$$

Solution de l'exercice 15 : Répartition optimale de l'actif d'une banque.

- Définition des variables.

x_1 : volume de l'actif correspondant à la caisse.

x_2 : volume de l'actif correspondant aux prêts commerciaux.

x_3 : volume de l'actif correspondant aux prêts hypothétiques.

x_4 : volume de l'actif correspondant aux « autres prêts ».

x_5 : volume de l'actif correspondant aux bons de trésor à court terme.

x_6 : volume de l'actif correspondant aux titres de rente.

- Fonction objective.

$$\text{Max } Z = 0x_1 + 0,055x_2 + 0,062x_3 + 0,069x_4 + 0,03x_5 + 0,042x_6.$$

- Contraintes.

La banque doit respecter l'ensemble des contraintes qui suivent.

Le total des prêts ne peut excéder 55 %, ou être inférieur à 45 % des actifs globaux, d'où :

$$x_1 + x_3 + x_4 \leq 5,5 \quad (5,5 = 0,55 \cdot 10)$$

$$x_2 + x_3 + x_4 \leq 4,5 \quad (4,5 = 0,45 \cdot 10).$$

Les prêts hypothétiques ne peuvent être supérieurs à 20 % des termes à vue, d'où :

$$x_3 \leq 0,5 \quad (0,5 = 2,5 \cdot 0,2).$$

Les prêts commerciaux ne peuvent être supérieurs à 45 %, ni inférieurs à 30 % du total des prêts, d'où :

$$0,55x_2 \leq 0,45x_3 + 0,45x_4 \Rightarrow 0,55x_2 - 0,45x_3 - 0,45x_4 \leq 0$$

$$0,70x_2 \geq 0,30x_3 + 0,30x_4 \Rightarrow 0,70x_2 - 0,30x_3 - 0,30x_4 \geq 0.$$

Les « autres prêts » ne peuvent être supérieurs au total des prêts hypothétiques, d'où :

$$x_4 \leq x_3 \Rightarrow x_4 - x_3 \leq 0.$$

L'encaisse doit être supérieure ou égale à 25 % des dépôts à vue d'où :

$$x_1 \geq 1,625 \quad (1,625 = 6,5.0,25).$$

Les actifs à risque (total de l'actif - caisse et placement en titre d'Etat) ne peuvent excéder cinq fois le capital de la banque d'où :

$$x_1 + x_5 + x_6 \geq 5.$$

La banque possède un ensemble actif d'une valeur de 10.10⁹ U.M, d'où :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10.$$

Les contraintes de positivité :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 6.$$

Solution de l'exercice 16 : Production de matériel électrique.

- Définition des variables.

x_1 : quantité produite de contacteurs.

x_2 : quantité produite de disjoncteurs.

x_3 : quantité produite de compteurs.

- Fonction objective.

$$\text{Max } Z = 8x_1 + 20x_2 + 18x_3.$$

- Contraintes.

Contrainte due à la disponibilité des machines :

$$15x_1 + 30x_2 + 20x_3 \leq 1\,200.$$

Contrainte due à la disponibilité des ouvriers :

$$12x_1 + 30x_2 + 25x_3 \leq 1\,500.$$

À ces contraintes s'ajoutent celles de non négativité :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 3.$$

Solution de l'exercice 17 : Achat de machines mécaniques.

- Définition des variables.

x_1 : nombre de machines A à acheter.

x_2 : nombre de machines B à acheter.

- Fonction objective.

$$\text{Max } Z = 10x_1 + 20x_2.$$

- Contraintes.

Concernant la première année, on a la contrainte :

$$2x_1 + x_2 \leq 9.$$

Concernant la deuxième année, on a la contrainte :

$$x_1 + 2x_2 \leq 9.$$

Concernant les variables de non négativité, on a :

$$x_i \geq 0 \text{ avec } i = 1 \text{ à } 2.$$

Solution de l'exercice 18 : Produits électroménagers.

- Définition des variables.

x_1 : production du produit A dans l'unité U_1 .

x_2 : production du produit B dans l'unité U_1 .

x_3 : production du produit A dans l'unité U_2 .

x_4 : production du produit B dans l'unité U_2 .

- Fonction objective.

$$\text{min } Z = 150x_1 + 200x_2 + 200x_3 + 250x_4.$$

- Contraintes.

Nous avons deux types de contraintes : celles dues à la production totale et celles dues au temps de montage.

Pour la production totale, les contraintes dues aux produits A et B sont :

$$\begin{aligned} & x_1 + x_3 \geq 10\,000, \\ \text{et} & x_2 + x_4 \geq 6\,000. \end{aligned}$$

Les contraintes dues au temps de montage sont pour les unités U₁ et U₂ :

$$\begin{aligned} & 0,1\,x_1 + 0,16x_2 \leq 1\,200, \\ \text{et} & 0,12x_1 + 0,2\,x_2 \leq 1\,000. \end{aligned}$$

A ces contraintes s'ajoutent celles de non négativité :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 4.$$

Solution de l'exercice 19 : Acheter ou produire ?

- Définition des variables.

x_1 : niveau de production pour le produit 1.

x_2 : niveau de production pour le produit 2.

y_1 : quantité de produits 1 achetée à l'extérieur.

y_2 : quantité de produits 2 achetée à l'extérieur.

- Fonction objective.

$$\text{Max } Z = 40x_1 + 20x_2 + 30y_1 + 10y_2.$$

- Contraintes.

On a dans cette situation une contrainte due à l'équipement et deux contraintes dues au marché.

1 - Pour l'équipement, on a :

$$2x_1 + 4x_2 \leq 400.$$

2 - Concernant le marché, on a :

$$x_1 + y_1 \leq 250$$

$$x_2 + y_2 \leq 200.$$

Pour les contraintes de non négativité, on a :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 2$$

$$y_j \geq 0 \quad \text{avec } j = 1 \text{ et } 2.$$

Remarque.

Lorsque l'entreprise achète l'équipement sur le marché national, il n'y a pas de problème. Cependant, lorsque l'équipement est disponible sur le marché national et à l'étranger, se pose alors le problème de protection de la production nationale. Pour qu'il y ait une réelle concurrence, il faut alors que les conditions (droit de douane, taxes, prêts bancaires, etc.) soient les mêmes pour les producteurs et importateurs.

Solution de l'exercice 20 : Problème de découpe.

- Définition des variables.

x_1 : nombre de bobineaux de $l_1 = 3$ découpés dans la bobine B_1 .

x_2 : nombre de bobineaux de $l_1 = 3$ découpés dans la bobine B_2 .

x_3 : nombre de bobineaux de $l_2 = 5$ découpés dans la bobine B_1 .

x_4 : nombre de bobineaux de $l_2 = 5$ découpés dans la bobine B_2 .

- Fonction objective.

L'objectif visé dans ce cas, est l'optimisation de la surface totale découpée.

Concernant x_1 , correspondant à $l_1 = 3$ dans B_1 , la surface pour un bobineau est de :

$$3.20 = 60.$$

Concernant x_2 , correspondant à $l_1 = 3$ dans B_2 , la surface pour un bobineau est de :

$$3.30 = 90.$$

Concernant x_3 , correspondant à $l_2 = 5$ dans B_1 , la surface pour un bobineau est de :

$$5.20 = 100.$$

Concernant x_4 , correspondant à $l_2 = 5$ dans B_2 , la surface pour un bobineau est de :

$$5.30 = 150.$$

On doit alors maximiser la fonction :

$$\text{Max } Z = 60x_1 + 90x_2 + 100x_3 + 150x_4.$$

- Contraintes.

1 - Pour ce qui est des contraintes dues aux largeurs des bobines on a :

$$3x_1 + 5x_3 \leq 9$$

et

$$3x_2 + 5x_4 \leq 7.$$

2 - Concernant les contraintes dues à la longueur totale des bobineaux commandés, on a :

$$20x_1 + 30x_2 \geq 40$$

et

$$20x_3 + 30x_4 \geq 20.$$

On ajoute les contraintes de positivité :

$$x_i \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 4.$$

$$x_i \in \mathbb{N}^+ \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 4.$$

*Solution de l'exercice **21** : Affectation de vols d'avions.*

- Définition des variables.

x_{11} : nombre d'appareils du type **1** affectés à l'itinéraire **1**.

x_{12} : nombre d'appareils du type **2** affectés à l'itinéraire **1**.

x_{13} : nombre d'appareils du type **3** affectés à l'itinéraire **1**.

x_{21} : nombre d'appareils du type **1** affectés à l'itinéraire **2**.

x_{22} : nombre d'appareils du type **2** affectés à l'itinéraire **2**.

x_{23} : nombre d'appareils du type **3** affectés à l'itinéraire **2**.

x_{31} : nombre d'appareils du type **1** affectés à l'itinéraire **3**.

x_{32} : nombre d'appareils du type **2** affectés à l'itinéraire **3**.

x_{33} : nombre d'appareils du type **3** affectés à l'itinéraire **3**.

x_1 : nombre de passagers à prendre en charge dans la ligne **1**.

x_2 : nombre de passagers à prendre en charge dans la ligne **2**.

x_3 : nombre de passagers à prendre en charge dans la ligne **3**.

Pour x_{13} et x_{31} il n'y a pas d'appareils affectés à ces lignes, ces variables sont donc nulles.

- Fonction objective.

$$\min Z = 12x_{11} + 13x_{12} + 12x_{21} + 13x_{22} + 15x_{23} + 11x_{32} + 14x_{33} + 15x_1 + 15x_2 + 8x_3.$$

- Contraintes.

Les contraintes sont liées au nombre de passagers et au nombre d'avions disponibles.

1 – Contraintes liées au nombre de passagers :

$$\begin{aligned}20x_{11} + 15x_{12} + x_1 &= 3\,200 \\18x_{21} + 13x_{22} + 10x_{23} + x_2 &= 1\,650 \\14x_{32} + 8x_{33} + x_3 &= 1\,900.\end{aligned}$$

2 – Contraintes liées au nombre d'avions disponibles

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{21} &= 15 \\x_{21} + x_{22} + x_{32} &= 14 \\x_{23} + x_{33} &= 18.\end{aligned}$$

Contraintes de non négativité :

$$\begin{aligned}x_i &\geq 0 \quad i = 1 \text{ à } 3 \\x_{ij} &\geq 0 \quad i = 1 \text{ à } 3 \quad \text{et} \quad j = 1 \text{ à } 3.\end{aligned}$$

Solution de l'exercice 22 : Affectation d'ambulances.

- Définition des variables.

x_{11} : ambulance sortant du garage G_1 et se dirigeant vers **A**.
 x_{12} : ambulance sortant du garage G_1 et se dirigeant vers **B**.
 x_{13} : ambulance sortant du garage G_1 et se dirigeant vers **C**.
 x_{14} : ambulance sortant du garage G_1 et se dirigeant vers **D**.
 x_{21} : ambulance sortant du garage G_2 et se dirigeant vers **A**.
 x_{22} : ambulance sortant du garage G_2 et se dirigeant vers **B**.
 x_{23} : ambulance sortant du garage G_2 et se dirigeant vers **C**.
 x_{24} : ambulance sortant du garage G_2 et se dirigeant vers **D**.
 x_{31} : ambulance sortant du garage G_3 et se dirigeant vers **A**.
 x_{32} : ambulance sortant du garage G_3 et se dirigeant vers **B**.
 x_{33} : ambulance sortant du garage G_3 et se dirigeant vers **C**.
 x_{34} : ambulance sortant du garage G_3 et se dirigeant vers **D**.

- Fonction objective.

La « dépense » à minimiser est représentée par le temps total exprimé en minutes, soit :

$$\text{Min } Z = 13x_{11} + 11x_{12} + 15x_{13} + 20x_{14} + 17x_{21} + 14x_{22} + 12x_{23} + 13x_{24} + 18x_{31} + 18x_{32} + 15x_{33} + 12x_{34}.$$

- Contraintes.

Il y a deux types de contraintes : celles liées aux voitures disponibles et celles liées aux besoins des différents points **A**, **B**, **C** et **D**.

1 - Dans chaque garage, les voitures sont réparties entre les différentes destinations d'où :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 6$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 7.$$

2 - Les ambulances des différents garages parviennent à des destinations différentes, d'où les quatre contraintes :

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 3$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 3$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 4$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 5.$$

Toutes les variables sont positives, c'est-à-dire :

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{avec } i = 1 \text{ à } 3 \quad \text{et } j = 1 \text{ à } 4.$$

Solution de l'exercice 23 : Optimisation d'une exploitation agricole.

- Définition des variables.

x_{11} : surface de terre **1** consacrée à la culture de blé d'automne et expédiée vers le centre **1**.

x_{12} : surface de terre **1** consacrée à la culture de blé d'automne et expédiée vers le centre **2**.

x_{21} : surface de terre **2** consacrée à la culture de blé d'automne et expédiée vers le centre **1**.

x_{22} : surface de terre **2** consacrée à la culture de blé d'automne et expédiée vers le centre **2**.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

x_{121} : surface de terre 1 consacrée à la culture de l'avoine d'hiver et expédiée vers le centre 1.

x_{122} : surface de terre 1 consacrée à la culture de l'avoine d'hiver et expédiée vers le centre 2.

x_{221} : surface de terre 2 consacrée à la culture de l'avoine d'hiver et expédiée vers le centre 1.

x_{222} : surface de terre 2 consacrée à la culture de l'avoine d'hiver et expédiée vers le centre 2.

L'unité des surfaces est l'hectare.

- Fonction objective.

Dans cette minimisation de coût général, on considère le coût de production et celui du transport :

$$\min Z = (30 + 2)x_{111} + (30 + 1)x_{112} + (30 + 3/2)x_{211} + (30 + 5/2)x_{212} + (27 + 2)x_{121}$$

$$+ (27 + 1)x_{122} + (27 + 3/2)x_{221} + (27 + 5/2)x_{222}.$$

$$\min Z = 32x_{111} + 31x_{112} + 31,5x_{211} + 32,5x_{212} + 29x_{121} + 28x_{121} + 28,5x_{221} + 29,5x_{222}.$$

- Contraintes.

Les contraintes concernent les surfaces agricoles et la production.

1 - Pour les contraintes de surface, on a les deux inéquations suivantes :

$$x_{111} + x_{112} + x_{121} + x_{122} \leq 90$$

$$x_{211} + x_{212} + x_{221} + x_{222} \leq 70.$$

2 - Pour les contraintes de production, on a les quatre inéquations suivantes :

$$30x_{111} + 28x_{211} \geq 1\,000$$

$$30x_{121} + 28x_{212} \geq 1\,400$$

$$24x_{121} + 21x_{221} \geq 700$$

$$24x_{122} + 21x_{222} \geq 800.$$

Toutes les variables sont positives, c'est-à-dire :

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \text{avec } i = j = k = 1 \text{ et } 2.$$

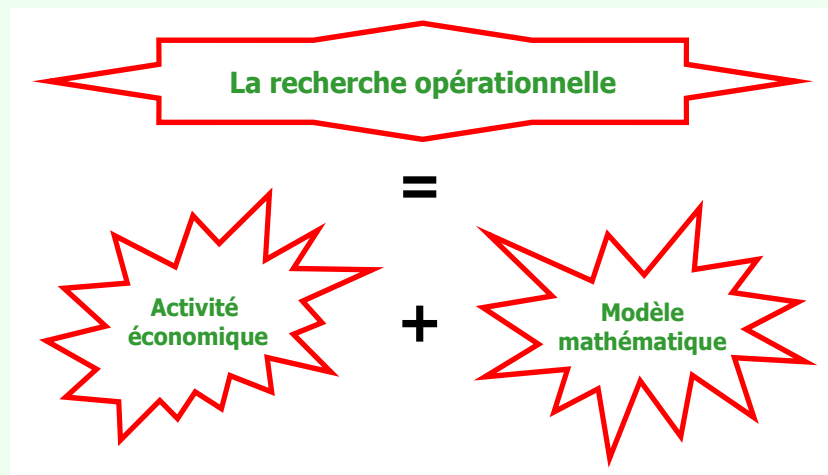
Seconde partie

Introduction

El Djazaïr n'est pas peu de chose !
Elle est comme un **MODELE** de port inimitable à ce jour,
un promontoire, un belvédère, un îlot béni par les mouettes...
Momo de la Casbah (Himoud BRAHIMI)

Comme son nom l'indique, la recherche opérationnelle est une recherche qui vise à élaborer de la meilleure façon possible certaines opérations, pour aboutir aux meilleurs résultats. C'est en fait ce que nous faisons, ou du moins essayons de faire, dans nos activités quotidiennes. Cependant, la complexité des situations ne nous permet pas toujours d'être rationnels, et de prendre les meilleures décisions d'autant plus que nous avons tous nos limites. Et, qui de nous ne s'est pas dit un jour : « Que je suis bête ! », ou de préférence, pour nous consoler, « Que j'étais bête ! ».

Synthèse 1 : Composantes de la recherche opérationnelle.



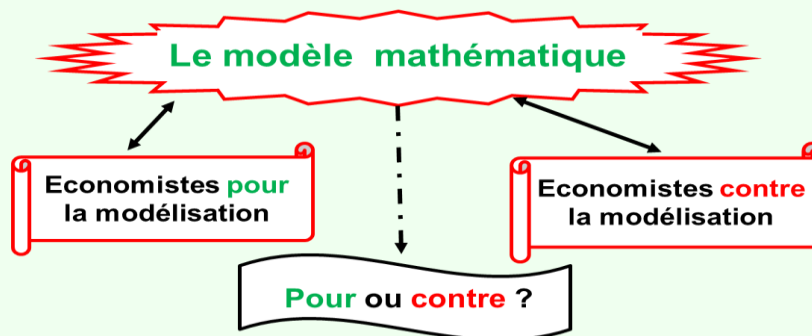
Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

La recherche opérationnelle, qui concerne particulièrement l'activité économique, peut nous aider à prévoir les conséquences d'une décision, en réduisant un problème, si complexe soit-il, à un modèle mathématique. La recherche opérationnelle est donc la combinaison d'une activité économique et d'un modèle mathématique.

Il nous a semblé nécessaire, avant d'aborder la recherche opérationnelle dans les détails, de consacrer un cours au principal outil qu'utilise la recherche opérationnelle et qui est le modèle mathématique. Ce cours est nécessaire aussi pour tous les modules qui utilisent des modèles mathématiques (statistique, économétrie, comptabilité, intelligence économique, système d'information, etc.).

Le modèle mathématique est très discuté en économie. Pour certains économistes, ou gestionnaires, le modèle est indispensable et représente même l'unique outil rationnel pour une étude scientifique. Pour d'autres, il est insuffisant, et parfois même inutile pour l'analyse d'un événement économique. Alors finalement, qui a raison ?

Synthèse 2 : Intérêt du modèle mathématique !



Pour mieux comprendre l'avis des uns et des autres et se faire sa propre opinion, en toute connaissance de cause, ce cours sur la modélisation est indispensable et permettra de mieux pénétrer le sens de خير الأمور أوسطها. Vous pourrez donner votre avis, après la lecture de ce chapitre, sur la question en précisant si vous êtes pour ou contre la modélisation.

Mais attention, surtout que les partisans du moindre effort, et on sait qu'ils sont nombreux, ne se hâtent pas d'affirmer qu'ils sont contre la modélisation afin d'être dispensés de ce module ! Pour répondre à cette question en toute objectivité, il est nécessaire de maîtriser et comprendre le processus de modélisation. Donc, votre avis ne

pourra être pris en considération qu'après la lecture, et surtout compréhension, de ce cours.

On divisera ce cours sur le modèle et la modélisation en quatre parties. La première concerne une introduction sur le modèle avec son objectif et sa définition, la seconde porte sur les composantes d'un modèle, la troisième sur les différentes phases d'élaboration d'un modèle, puis la quatrième présente une comparaison entre le modèle théorique et la réalité.

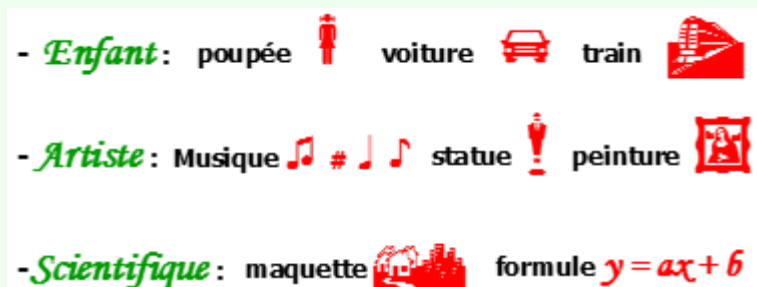
1 - Le modèle

Le terme de « modèle » est très vague et pour mieux le comprendre, nous allons tout d'abord présenter quelques exemples de modèles, ensuite préciser l'objectif d'un modèle, puis le définir.

1 – 1 – Différentes formes de modèles

Considérons les différents éléments qui suivent.

Synthèse 3 : Différentes représentation d'un modèle.



Commençons par l'enfance avec trois jouets : une poupée, une voiture et un train. Ensuite, considérons des objets artistiques : une partition de musique, une statue et une toile de peinture. Puis, terminons avec des éléments scientifiques : une maquette et une formule mathématique. Le choix de ces sujets distincts n'est pas fortuit, ils ont tous un point commun : la représentation symbolique d'une réalité. En effet, la poupée peut symboliser un personnage, la voiture miniaturisée représente dans la réalité une voiture, le train électrique peut correspondre à une gare ferroviaire, la partition de musique exprime un chant de rossignol ou parfois même un bruit d'usine, la statue décrit une personne, la

peinture dépeint un portrait, la maquette reflète une cité d'habitation et la formule mathématique reproduit une situation réelle sous forme abstraite.

Ces représentations ont pour but de simplifier un fait ou un objet réel afin de mieux le comprendre.

1 – 2 – Objectif d'un modèle

Considérons nos jouets. Le rôle d'un jouet est de joindre l'utile à l'agréable. Donc, en plus d'amuser et de divertir, il doit éveiller la réflexion chez l'enfant. Concernant la maquette, elle permet d'avoir une vue d'ensemble qu'on ne peut avoir réellement. Donc, cela nous aide à mieux réfléchir sur un projet. Une statue ou un portrait nous permet de ne pas oublier un personnage, un lieu ou un événement, donc fait aussi appel à nos neurones.

La liste de modèles que l'on pourrait énumérer est longue et tous ces modèles ont le même objectif : nous faire réfléchir (et il faut reconnaître que c'est bien de temps à autre !).

Dans ce qui suit, on se limitera à l'étude de modèles mathématiques, et plus particulièrement aux modèles mathématiques appliqués à la gestion.

Nous allons tout d'abord considérer l'exemple du calcul d'un bénéfice.

Retournons encore une fois à l'enfance, mais cette fois sans les jouets (on ne peut pas toujours s'amuser dans la vie, et les bons moments ont toujours une fin qui vient toujours trop tôt !).

Synthèse 4 : Calcul d'un bénéfice.

- *L'enfant* : $B_1 = \text{Prix de vente} - \text{Prix d'achat}$
- *Comptable G* : $B_2 = \text{Ensemble (actif - passif)}$
- *Comptable A* : $B_3 = \Sigma(\text{Résultats par activité})$

À l'école, on apprend en calcul, que le bénéfice est égal au prix de vente moins le prix d'achat. Il s'agit déjà d'un modèle mathématique appliqué à la gestion. Pour un comptable **G**, qui se base sur la comptabilité générale, le modèle représentant un bénéfice sera plus complexe. Il faudra soustraire de l'ensemble de l'actif, (ensemble des droits et des biens

portés au bilan ou l'ensemble des actifs fictifs, nets et réels) l'ensemble du passif (capital et réserves, provision, dettes à long, moyen et court termes, etc.). Pour un comptable **A**, se basant sur la comptabilité analytique, la complexité du modèle représentant un bénéfice sera encore plus élevée, car il a besoin d'une plus grande précision, il devra calculer le résultat par activité et ensuite les additionner. Ainsi, pour ces trois personnes, l'objectif est le même : calculer un bénéfice. Cependant, ces trois modèles sont différents car leur utilisation est différente. Le modèle varie donc en fonction des besoins et capacités de chacun.

Nous pouvons à présent donner une définition succincte du modèle.

1 – 3 – Définition d'un modèle

Un modèle mathématique est une reproduction symbolique, plus ou moins simplifiée, d'un phénomène réel qui peut être complexe, sous forme de relations mathématiques. Cette reproduction permet de mieux percevoir le phénomène, le décrire, l'analyser, et ainsi de résoudre plus facilement des problèmes réels cernés au préalable. L'avantage décisif d'une modélisation n'est pas le modèle en soi, mais c'est surtout, et avant tout, l'approfondissement de la réflexion sur des aspects essentiels d'un phénomène.

Après avoir brièvement défini un modèle, nous allons considérer à travers un exemple ses principales composantes.

2 - Composantes d'un modèle

Un modèle mathématique est composé de plusieurs variables : exogène, endogène et latente.

L'exemple que nous allons analyser est l'équation d'une droite.

Synthèse 5 : Equation d'une droite.

$$y = ax + b + \varepsilon$$

- **a** et **b** : *variables exogènes*,

- **x** : *variable endogène*,

- **ε** : *variable latente*.

a et **b** représentent les variables exogènes que l'on appelle également variables dépendantes,

x⁶ correspond à la variable endogène appelée aussi variable indépendante ou motrice,

e symbolise la variable latente.

2 – 1 – Variables exogènes

Les variables exogènes, représentent les valeurs fixées à priori par le modélisateur. Parmi les principales variables exogènes utilisées par les économistes et gestionnaires, nous pouvons distinguer les variables de conjonctures, les variables de structures, les variables démographiques ou les variables de revenus, il peut y en avoir plus.

Synthèse 6 : Variables exogènes.

- **Variable de conjoncture** : saisonnalité, décision politique, taux d'intérêt, etc.

- **Variable de structure** : mode de vie, innovation technologique, etc.

- **Variable démographique** : population active, taux de chômage, immigration, etc.

- **Variable de revenu** : produit national brut, investissement, épargne, etc.

- Pour ce qui est des variables de conjonctures, nous pouvons citer la saisonnalité, les décisions politiques, le taux d'intérêt, la météorologie, la situation monétaire internationale ou autres. Elles permettent l'étude de l'évolution prochaine des événements dans le domaine économique, social, politique, professionnel, juridique ou autres.

- Par contre les variables de structures, tels que le mode de vie, les innovations technologiques ou simplement la superstructure d'un Etat, s'opposent aux variables de conjoncture, car elles représentent l'ensemble des caractéristiques, relativement stable, d'un système économique à une période donnée.

⁶ - Variable **x**.

C'est lors de son célèbre ouvrage algébrique sur les équations cubiques que **Omar Khayyem** (1048-1131) utilisa pour la première fois le terme **Chay**, qui signifie « chose » en arabe, pour représenter une inconnue. Ce mot arabe fut transcrit dans les ouvrages scientifiques espagnols en **Xay**, qui a été ensuite abrégé en **X** symbole universel de l'inconnue.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

- Les variables démographiques tels que la population active, le taux de chômage, l'immigration, l'émigration, les naissances, les décès, la croissance de la population, etc., sont relatives à tous les états et mouvements de la population humaine. Ces variables peuvent aussi être considérées comme des variables de conjoncture.

- Et les variables de revenus peuvent représenter le produit national brut, la production nationale brute, les investissements, l'épargne, etc.

Le choix de ces variables est une étape importante lors de l'élaboration d'un modèle. C'est le cas, par exemple, de l'utilisation des variables exogènes par le gouvernement. En effet, dans beaucoup de modèles (particulièrement économiques), certaines variables exogènes sont directement placées sous le contrôle du gouvernement qui peut agir sur elles en tant qu'instrument politique. Pour cela, on les appelle variables de décision ou d'instrument.

Connaissant la structure économique, le gouvernement peut faire varier les variables exogènes en fonction des différents objectifs fixés lors de l'élaboration des plans nationaux. C'est le cas des impôts, des dépenses publiques ou du taux de change.

D'autres variables ne sont que des instruments indirects dont l'action dépend essentiellement du comportement des agents économiques. Dans ce cas, le gouvernement peut seulement les influencer, et non plus les contrôler. Il en est ainsi de l'investissement privé que l'Etat peut s'efforcer d'encourager, de stabiliser ou de réduire à travers sa politique du taux d'intérêt, sa politique fiscale, sa législation ou autres moyens.

Du fait de leur rôle dans le modèle, les variables exogènes sont elles-mêmes divisées en trois classes : les variables de commande du système, les variables d'environnement et les variables d'états.

- Les variables de commandes du système sont définies par ceux qui en ont la maîtrise partielle (variable d'entrée du premier type). Ce sont les comportements de consommation et d'épargne de la population que l'on peut influencer à travers la publicité par exemple

- Les variables d'environnement sont extérieures au domaine étudié. Elles traduisent les contraintes externes pesant sur le système et ne peuvent être gérées par les décideurs. On les appelle aussi variables d'entrée du deuxième type. C'est le cas, par exemple, du prix de certains produits au niveau du marché international qui influence la production nationale, ou tout simplement les conditions météorologiques.

- Les variables d'état représentent les états passés du système. Elles sont la mémoire du système et ont une action sur l'état présent du système. Ces variables sont appelées aussi prédéterminées.

2 – 2 – Variables endogènes

Les variables endogènes sont déterminées par les équations du modèle, après avoir fixé les variables exogènes. Elles sont conditionnées par les relations propres au modèle et par les valeurs des variables exogènes. Ces variables peuvent représenter un prix, un salaire, un profit, un taux d'intérêt, une consommation, un investissement, un crédit, etc.

Il faut aussi préciser que suivant le modèle, une même variable peut être endogène ou exogène. Le caractère d'endogénéité ou d'exogénéité n'est pas statique. C'est le cas par, exemple, d'un taux d'intérêt qui peut être imposé dans un modèle, (c'est alors une variable exogène) ou déterminé dans un autre (donc, une variable endogène).

2 – 3 – Variables latentes

Il est très difficile de définir les variables latentes. Elles représentent dans un modèle les erreurs consécutives, essentiellement, au choix dans la forme de l'équation et aux variables « influentes » qui n'ont pas été prises en considération. Cela peut être dû au fait que souvent ces variables ne peuvent être directement observées. C'est le cas par exemple, pour certaines enquêtes, d'assimiler le revenu d'un ménage aux dépenses totales de celui-ci. Ces erreurs peuvent aussi être causées par les variables qualitatives qui sont souvent difficiles à évaluer par des valeurs numériques. C'est le cas lors de l'approximation du « niveau de vie » par le « revenu disponible ».

Dans les pays émergents, ou en voie de développement, souvent caractérisés par une certaine faiblesse de l'appareil statistique, les sources d'erreurs sont fréquentes. Celles-ci proviennent essentiellement dans la mesure, lors de l'évaluation statistique, et parfois même dans la technique d'acquisition des données ; d'où l'intérêt que doit susciter l'analyse approfondie des variables latentes dans ces pays.

Pour montrer la difficulté rencontrée lors de la définition de ces variables, considérons la particularité de l'information dans le monde des affaires. On remarque que les activités commerciales, industrielles, financières ou politiques sont liées à des situations où l'information est toujours partielle. Une partie de l'information s'obtient sans obstacle, mais celle-ci est limitée. Pour avoir plus d'informations, il faut alors utiliser des moyens

matériels et humains qui demandent rémunération. Dans le domaine militaire, il s'agit de l'espionnage ; dans le domaine civil, c'est parfois la recherche de pointe et dans le domaine économique cela peut être une étude de marché. Mais, il faut préciser que même après acquisition d'informations supplémentaires, il restera toujours dans le monde des affaires des zones d'obscurité totale, où il sera impossible au scientifique de pénétrer. C'est le cas par exemple du commerce de l'armement. Puis, ne dit-on pas « Qui détient l'information détient le pouvoir » ? Et, comme les scientifiques ont rarement détenu le pouvoir, ils sont alors encore loin de détenir toute l'information.

3 - Elaboration d'un modèle

La méthode utilisée pour la construction d'un modèle s'élabore en plusieurs étapes représentées dans le schéma que nous présentons dans la synthèse 7.

La première étape est l'analyse du système étudié.

La seconde correspond à la collecte, la classification et l'analyse des données.

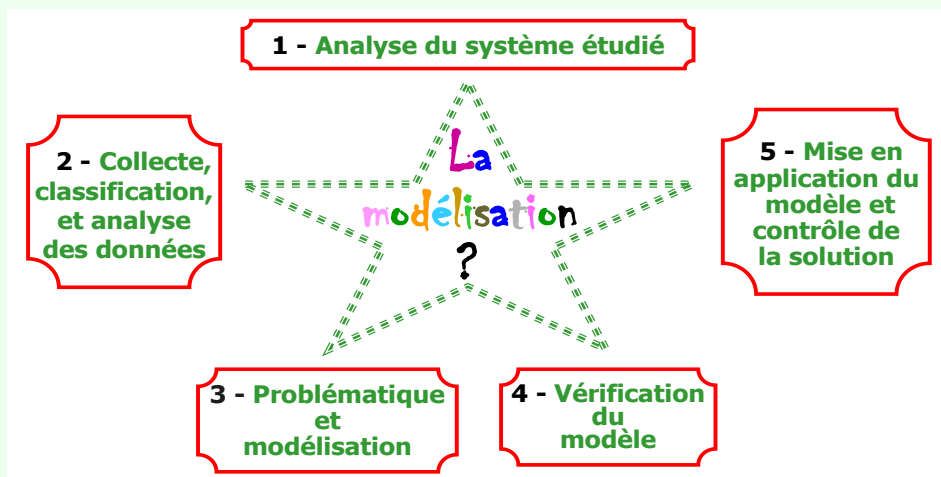
La troisième étape concerne la problématique et la modélisation.

La quatrième consiste en la vérification du modèle.

Puis, la dernière étape est la mise en application du modèle et le contrôle de la solution.

Ces étapes sont toutes aussi importantes et nécessaires les unes que les autres.

Synthèse 7 : Différentes phases d'élaboration d'un modèle



Nous allons dans ce qui suit, décrire et expliquer ces différentes phases.

3 – 1 – Analyse du système étudié

Il est fondamental de bien comprendre le mécanisme d'ensemble du système étudié, afin de choisir les variables appropriées au modèle. Cela se fait par une recherche et une exploration poussée des causes du problème, aussi bien apparentes que dissimulées, latentes et profondes. Une recherche empirique du contexte dans lequel s'insère la problématique devient alors indispensable. Avec une information souvent incomplète, il faudra tenter de comprendre, quantifier, déduire ou vérifier certaines hypothèses. Dans cette recherche, le doute et l'esprit critique doivent toujours dominer pour remettre en cause certaines hypothèses souvent admises par habitude, très rarement vérifiées scientifiquement, et qui hélas dans la pratique se transforment en certitudes pour certains. Il y a aussi nécessité de rejeter les idées préconçues. Le simple fait que la majorité accepte une idée ne prouve pas qu'elle soit vraie. *Et, n'oublions pas les moutons de Panurge.* Il faut dépasser l'évident, l'apparence des choses qui induisent souvent en erreur le bon sens.

À préciser qu'en économie, pour les mêmes données statistiques et les mêmes objectifs, un modèle sera différent que l'on soit dans un environnement stable (économique, politique ou social) ou dans un environnement caractérisé par une certaine instabilité chronique.

Selon le domaine considéré, cette phase est plus ou moins nécessaire. En économie ou en gestion, elle est indispensable, car aucune décision ne peut être adoptée en « vase clos ». Le célèbre « rideau de fer », cité par William Churchill après la deuxième guerre mondiale, a montré qu'aucun pays ne pouvait vivre en autarcie. L'environnement de l'entreprise subit des influences telles que la concurrence, le contexte politique national ou international, la situation économique mondiale, le développement technologique ou tout simplement les habitudes culturelles et sociales. Parfois, et même souvent, ces influences sont incontrôlables au sein de l'entreprise d'où la nécessité, au moins, de les comprendre pour mieux s'adapter à l'environnement.

Après cette première phase, on va collecter, classer et analyser les informations.

3 – 2 – Collecte, classification et analyse des informations

En pratique, la science débute généralement par l'observation. Nous sommes donc contraints de nous poser un certain nombre de questions afin d'identifier les informations nécessaires à une modélisation, et ainsi d'accroître progressivement nos connaissances.

Pour répondre à ces questions, le scientifique devra collecter toutes les données statistiques et consulter toute la documentation sur le sujet, en se basant sur les objectifs du modèle.

A ce stade de la modélisation, le dépouillement d'une vaste bibliographie n'est pas à négliger, puisque l'on est en quête d'idées et d'hypothèses. Les sources sont aussi nombreuses que diverses : organismes officiels nationaux ou internationaux, ouvrages, actes de colloques, études, thèses, articles de presse, brevets, catalogue technique de produits, rapport d'activité, rapport annuel, sans oublier les **Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication**. Le chercheur peut aussi consulter des experts du domaine, faire des calculs théoriques ou des expériences. La qualité et l'exactitude de cette documentation ne sont pas toujours crédibles. Pour cela, il est absolument nécessaire de préciser les sources utilisées.

Dans cette phase, l'intuition et le bon sens ont un rôle important. Bien que pour certains, la démarche scientifique s'oppose à l'intuition, l'information générée par celle-ci peut être d'un apport certain.

Vérifier la fiabilité des données recueillies est indispensable. La crédibilité du modèle sera basée sur ces données statistiques qui constituent les piliers de la modélisation. Et comme pour un édifice, si ses piliers ne sont pas fiables, c'est tout l'édifice qui s'effondre.⁷

3 – 3 – Problématique et modélisation

Les phases précédentes ont permis de connaître, puis comprendre le système à étudier et son environnement. Avec cette connaissance, nous sommes en mesure de formaliser de façon précise le problème à traiter. Toute la suite du travail dépendra de cette formalisation. Si celle-ci ne cerne pas correctement le problème, il y a risque de résoudre un faux problème. On n'insistera jamais assez sur l'importance de cette phase, car hélas,

⁷ Equation mathématique de l'Homme d'après El Khawarzimí.

- Si l'Homme est éthique et plein de morale, c'est égal à **1**.

- S'il est en plus charmant, on lui ajoute un zéro, c'est égal à **10**.

- S'il est riche, on lui ajoute un zéro, c'est égal à **100**.

- S'il est noble, on lui ajoute un autre zéro, c'est égal à **1 000**.

- Si la valeur morale de cette personne disparaît, il ne leur reste que les zéros qui n'ont aucune valeur, donc c'est égal à **0**.

Il en est de même pour la fiabilité de l'information dans une modélisation mathématique.

on constate trop souvent dans la pratique que la formalisation d'un problème reçoit très rarement l'attention qu'elle mérite.

Il est rare d'obtenir un modèle convenable dès le premier choix. Pour cela, il faut élaborer en parallèle plusieurs modèles de façon très sommaires en fonction de l'objectif, l'urgence de la situation, du temps disponible, du coût des données statistiques, des moyens matériels et humains, etc. La comparaison de ces modèles très simplifiés permet de choisir le plus adéquat à la problématique, autant sur le plan technique qu'économique. Sa formulation ne nécessite pas seulement la connaissance de techniques mathématiques, mais aussi et surtout celle du domaine étudié. Il ne faut pas oublier que « l'essence du modèle scientifique est de rendre compte du système et non d'être mathématique ». [31]

Le choix du type de modèle étant fait, il s'agit ensuite d'élaborer celui-ci. Cette étape est difficile ; il faudra tout d'abord, déterminer en détails les variables qui représentent au mieux la situation étudiée, puis identifier les relations fonctionnelles de ces variables avec précision. Très peu de scientifiques réussissent dès leur premier essai un modèle représentatif exact de la réalité, d'autant plus que « la formulation d'un modèle est beaucoup plus un art qu'une science » [2]. L'expérience est un atout majeur pour l'élaboration d'un modèle qui est un processus itératif. On débute généralement par un modèle simple, puis on l'améliore progressivement. Le choix de la simplification du modèle dépend du phénomène étudié et surtout de l'usage auquel il est destiné. Si l'on veut observer les grands changements d'un fait, les détails sont inutiles, d'où une plus grande simplification du modèle. Dans le cas contraire, si nous voulons connaître le pourquoi et le comment de ces changements, les détails ont alors leur importance, d'où l'intérêt d'utiliser un plus grand nombre de variables dans le modèle.

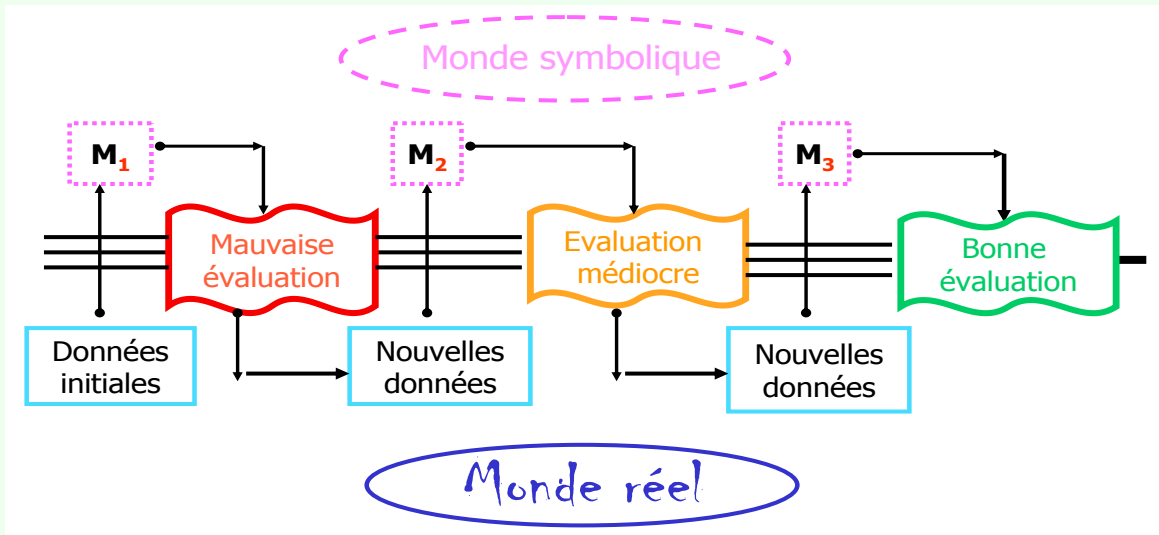
La modélisation terminée ne signifie certainement pas la résolution du problème étudié. Effectivement, un modèle peut posséder différents défauts dont l'importance varie de la simple erreur d'estimation d'une variable ou d'un paramètre, à l'inadéquation totale de la structure du modèle par rapport au phénomène étudié. Ainsi, il est absolument nécessaire de passer à la phase suivante concernant la vérification du modèle pour connaître, avec plus ou moins d'exactitude, la validité du modèle.

3 – 4 – Vérification du modèle

Pour la vérification d'un modèle, on établit les similitudes et les différences existantes entre d'une part le modèle, c'est-à-dire le monde symbolique, et d'autre part le monde

réel. Il faudra alors toujours comparer ce qui arrive (le réel) à ce qui doit arriver (le modèle) et mesurer les écarts observés.

Synthèse 8 : Comparaison entre le modèle et le réel.



Lorsque les résultats obtenus par le modèle sont très différents de la réalité, le scientifique devra réviser son modèle en y apportant les modifications adéquates, telles que : éliminer certaines variables négligeables, ajouter des variables pertinentes, estimer de façon plus rigoureuse certains paramètres ou coefficients, changer les relations entre variables, diminuer ou augmenter la période considérée, etc.

Dans la synthèse 8, on a proposé trois phases pour l'élaboration d'un modèle. La première, correspondant au modèle M_1 établi d'après des données initiales, est une mauvaise évaluation du problème traité. Pour améliorer le modèle, on y ajoute de nouvelles données, ce qui nous permet d'établir un deuxième modèle M_2 . Dans notre exemple, il s'agit d'une évaluation médiocre de la situation. Pour obtenir de meilleurs résultats, on passe à la troisième phase où on élabore un troisième modèle M_3 en y ajoutant encore de nouvelles données, et on termine avec une bonne évaluation de la réalité par un modèle. Évidemment, ces trois phases sont purement fictives, il peut y en avoir plus, ou moins, selon la situation.

La modélisation est un processus itératif. Et, ce n'est que par une amélioration progressive qu'il est possible d'obtenir un modèle représentant de façon précise la réalité.

Si, après plusieurs itérations le modèle n'est pas approuvé, et si quelques changements mineurs de variables semblent justifiés, il faut alors retourner à la phase précédente (problématique et modélisation). Par contre, s'il y a nécessité de collecter des données totalement différentes, et que les relations liant les différents paramètres doivent être modifiées, il faut alors retourner aux premières phases de la modélisation. Et, il ne faut surtout pas oublier que **في الإعادة إفادة**.

Après cette phase de vérification, passons à l'étape suivante qui est l'application du modèle et le contrôle de la solution.

3 – 5 – Mise en application du modèle et contrôle de la solution

Cette phase est parfois négligée par le modélisateur, alors que c'est à lui que revient la responsabilité du résultat obtenu, en application, par le modèle. Il est encore possible, dans cette phase, d'apporter des modifications ou même de détecter un problème annexe qui serait passé inaperçu lors des étapes précédentes, et qu'il faudrait solutionner.

Souvent, la mise en œuvre sur le terrain ne correspond plus aux schémas cohérents et précis élaborés par le scientifique. Pour éviter cette situation, le scientifique devra travailler en étroite collaboration avec le commanditaire de l'étude. À ce stade, peut être rencontré un problème de communication entre ces deux partenaires. Il arrive souvent que le scientifique réalise un modèle qui lui semble le plus efficace en soi, sans tenir compte d'un modèle adéquat qui s'adapte le mieux à la situation et au décideur. Ce dernier doit comprendre les objectifs du modèle, son fonctionnement, son développement et ses limites afin de mieux collaborer avec le scientifique et éliminer ainsi toutes barrières, qu'elles soient psychologiques, scientifiques ou autres. Afin d'éviter ce problème de communication, il est nécessaire que le travail en collaboration entre les deux partenaires débute dès les premières étapes d'élaboration du modèle.

À ce problème de communication, s'ajoute le fait qu'un certain laps de temps s'écoule entre le début de l'élaboration du modèle et celui de sa réalisation. Cette période peut varier de quelques semaines à plusieurs mois, le modèle doit alors être actualisé. Pour ce fait, le scientifique doit suivre l'évolution de la situation, en vérifiant qu'un changement de valeur d'une variable n'a pas eu d'influence majeure dans le modèle, ou qu'une variable principale n'a pas été modifiée en variable secondaire.

Vu l'instabilité politique, économique, sociale, et même climatique que connaissent les pays émergents actuellement dans le monde, les modèles économiques ou de gestions

doivent être suivis de très près. Les problèmes organisationnels et opérationnels sont aussi des obstacles non-négligeables auxquels doit faire face le scientifique pour l'application de son modèle. La bureaucratie est hélas une notion réelle dans de nombreux pays, ce qui retarde encore plus le travail du scientifique.

Concernant l'élaboration d'un modèle, on doit préciser qu'il ne faut jamais oublier qu'un modèle n'est pas la réalité. Lorsqu'un modélisateur a trouvé une solution mathématique à une problématique, par la résolution de son modèle, cela ne signifie pas automatiquement qu'il a trouvé une solution au problème réel traité. Il a seulement bâti et résolu un modèle du processus dans lequel apparaît le problème. Si, la différence entre modèle et réalité est parfois négligeable, elle peut être en revanche très sensible, et les résultats obtenus par le modèle, dans ce cas, n'ont aucun intérêt dans la pratique. Cette différence fera l'objet du paragraphe 4. Il faudra donc toujours garder en mémoire que le modèle n'est pas le processus réel, d'autant plus que les problèmes traités ne sont pas toujours faciles à cerner et qu'il n'existe pas de règles infaillibles en modélisation.

3 – 6 – Le modèle de Momo

Nous terminons ce paragraphe avec un modèle non pas mathématique, mais artistique, qui décrit très bien un autre modèle architectural. Il s'agit d'un poème de **Momo** (Himoud Brahimi) sur la casbah d'Alger intitulé « **El Djazair** ». Ce texte a été lu par l'auteur sur les zones radiophoniques (l'émission " Issue de secours " de la Chaîne III) quelques mois seulement avant sa disparition en 1997.



4 - Modèle et réalité

Le paragraphe 3 concernait la démarche scientifique qui doit être suivie lors de l'élaboration d'un modèle. Ce paragraphe va concerner la démarche scientifique qui est réellement suivie, c'est-à-dire qu'on va passer de la théorie à la pratique ou en terme plus concret de l'imaginaire au réel.

Un modèle n'est qu'un outil à la disposition du scientifique. Et comme tout outil, il peut être bien ou mal utilisé. Prenons par exemple comme outil un marteau, son utilisation peut être constructive (c'est le cas des pyramides d'Egypte) ou destructive (un coup de marteau sur la tête peut être mortel, *et même si vous en doutez on ne vous conseille pas de faire l'expérience*). Pour le modèle mathématique, il en est de même : tout sera fonction de son utilisation. Celle-ci dépendra essentiellement du scientifique, donc de l'Homme. L'individu n'est pas parfait, cela est évident, et une démonstration approfondie n'est pas nécessaire pour prouver que la bêtise humaine est bien une réalité dans le monde. *Il suffit pour s'en convaincre de regarder autour de soi ou parfois, tout simplement, de se regarder dans un miroir.*

Dans ce paragraphe, après la présentation des caractéristiques du scientifique et sa lecture des statistiques avec l'exemple d'une variable économique qui est le prix, nous aborderons très succinctement les thèmes de la fraude scientifique, de la mathématique récréative puis du problème de l'imitation et l'attachement du scientifique à un modèle. On terminera ce paragraphe par un voyage dans le temps passé avec un résumé d'Ibn Khaldoun sur l'information et le mensonge.

4 – 1 – Caractéristiques du scientifique

Bien qu'officiellement, la science soit considérée comme désintéressée, celle-ci n'est pas aussi neutre qu'on voudrait le faire croire. Officiellement la science est neutre, officieusement la science n'est pas neutre. Le seul fait que certains scientifiques eux-mêmes s'opposent à l'avènement d'une invention va à l'encontre même du stéréotype du scientifique considéré comme homme à esprit ouvert. Pour certains scientifiques, le nouveau est difficile à accepter, car c'est remettre en cause leur propre travail. L'histoire est, malheureusement, riche d'exemples de scientifiques qui se battirent pour qu'on

accepte leurs découvertes, et souvenons-nous de la phrase de Galilée « Et pourtant, elle tourne ! » (Eppur, *si muove* !).

Un scientifique est un être humain avec ses défauts et ses qualités. Un scientifique qui entre dans un laboratoire ne peut automatiquement éliminer tous les facteurs irrationnels existants en lui et qui appartiennent à tout être humain, quelle que soit sa profession. Ces facteurs sont aussi nombreux que divers : ambition, préjugé, tabou, illusion, intuition, influence du milieu historique ou social, régionalisme ou nationalisme exacerbé, lâcheté, jalousie, calamité, vanité ou rhétorique. La liste n'est malheureusement pas exhaustive et ces facteurs ont une influence perceptible dans le travail du scientifique. Du fait que ces facteurs soient qualitatifs, ils ne sont pas intégrés dans le modèle d'où un écart plus ou moins grand entre réalité et modèle. Puis, comme disait si bien G. K. Chesterton « il n'existe pas de règles d'architecture pour bâtir un château dans les nuages ». P. Peyerben aussi soutenait que « la réussite scientifique dépend non seulement d'arguments rationnels, mais également d'un mélange de subterfuges, de rhétorique et propagande ..., la distinction habituellement établie entre la science et les autres modes de réflexion est injustifiée, que c'est un écran artificiel dressé par les scientifiques pour se placer au-dessus de leurs concitoyens » [10].

4 – 2 – Lecture et fiabilité des statistiques

Théoriquement, le principe fondamental à respecter par tout scientifique, lors de la lecture d'un texte scientifique, ou autre, est le contrôle des sources d'informations citées, des données de base des expériences avec, éventuellement, la reproduction de celles-ci et la vérification que l'information soit complète. C'est ce qui rend, en théorie, la connaissance scientifique supérieure à toute autre forme de connaissance, dans la mesure où elle est empiriquement vérifiable. Dans ce dispositif d'autocontrôle, l'erreur est rapidement détectée et automatiquement éliminée. Or, dans la réalité, il est très rare que nous ayons ce réflexe de contrôle, *sauf lors d'un achat lorsqu'on vérifie la monnaie que nous rend un commerçant.*

Les chiffres font partie intégrante de notre vie quotidienne, et pour cela il est important de savoir les lire correctement sans se laisser « manipuler » par une apparente précision scientifique du chiffre. Beaucoup de statistiques sont douteuses, tant que la définition de ce qu'on décrit, ou mesure, n'est pas donnée. Les journalistes, les hommes politiques, les avocats, les dirigeants d'entreprises et bien d'autres catégories de scientifiques ont très

bien compris l'intérêt qu'ils pouvaient tirer d'une utilisation abusive de chiffres justes, mais trompeurs.

Dans toute analyse scientifique, particulièrement pour un chercheur des sciences sociales et humaines, les statistiques sont des éléments indispensables, d'où une attention particulière lors de la lecture de ces dernières. Le scientifique devra toujours garder en mémoire, avant de les utiliser dans un quelconque modèle, un certain nombre de questions telles que :

- Quelle est la source de ces chiffres ?
- Comment ont-ils été recueillis ?
- Quel est l'objectif de leur publication ?
- Quelle est la fiabilité que l'on peut leur attribuer ?
- Que prouvent ces chiffres ?
- Ces données sont-elles les plus pertinentes pour l'analyse à laquelle on s'intéresse ?
- Si ces données proviennent d'un échantillon, ce dernier est-il représentatif ?
- ... etc.

On ne pourra pas avoir de réponses satisfaisantes à toutes ces questions, mais cela nous permettra, au moins, de ne pas oublier l'imprécision qui entoure ces chiffres.

N'oublions pas que lorsqu'on utilise une loupe, l'image qui est d'abord très floue, devient de plus en plus nette si nos gestes sont adéquats et précis. Essayons alors d'avoir les mêmes réflexes avec les statistiques.

Pour mieux percevoir le flou des statistiques, nous allons présenter la variable la plus utilisée en économie : le prix. Les statistiques concernant les prix sont abondantes, et, plus ou moins faciles à obtenir. Cependant, cela ne signifie nullement qu'elles sont exactes et précises. Ces statistiques sont très difficiles à élaborer.

Nous n'allons pas décrire ici comment calculer un prix au sens comptable du terme, mais seulement énumérer quelques difficultés rencontrées lors de l'élaboration du prix. Ces difficultés sont souvent connues de tous, mais malheureusement très rarement prises en considération lors de l'estimation d'un prix.

- Une des premières causes d'erreur dans l'évaluation d'un prix est sa fluctuation permanente. En considérant le plus vaste marché du prix qui est la bourse, on peut

constater qu'il faut souvent choisir entre le prix d'ouverture, le prix de clôture, le prix le plus bas ou le prix le plus haut. Le prix est donc une variable statistique, comme toutes les données économiques, et en tant que variable, il ne peut être invariable. Bien qu'il s'agisse ici de la vérité de La Palice, on oublie trop souvent dans la pratique, de prendre en considération ces fluctuations. On se limite à calculer un certain taux d'actualisation qui est loin de refléter la réalité.

- Deux principales sources concernant les statistiques du prix sont l'acheteur et le vendeur. Théoriquement, ces deux sources d'information devraient être identiques, mais pratiquement elles ne le sont pas. En effet, pour un même produit le prix annoncé est différent si la source est différente, alors qu'il devrait être le même, cela est dû essentiellement au besoin de l'acheteur et du vendeur de vouloir masquer le vrai prix (à préciser que pour l'acheteur, il s'agit du prix d'achat et pour le vendeur du prix de vente). Dans les situations de monopole, le secret sur le prix réel devient encore plus grand, aussi bien du côté des acheteurs que des vendeurs, et cela, en raison des rabais officieux, du traitement particulier à chaque client, des dessous-de-table ou d'autres moyens de corruption qui demandent rémunération. À préciser que la transparence du prix est fonction du cycle économique. Elle augmente lorsque les affaires s'améliorent et diminue, pour devenir très opaque, lorsque les affaires se détériorent.

- L'existence de plusieurs qualités, pour un même produit, provoque souvent plusieurs prix qui parfois diffèrent fortement. Les politiciens, les syndicalistes ou les industriels savent très bien utiliser l'un ou l'autre des prix selon la situation et surtout selon l'objectif qu'ils veulent atteindre. À cela, s'ajoute le fait qu'un produit est souvent vendu avec des unités différentes et à des instants et lieux différents aussi, ce qui complique encore plus l'évaluation réelle du prix.

- La définition du prix est une difficulté importante, surtout pour certains éléments non-monnaires tels que la qualité du service ou de produits achetés, le montant des charges d'assurances, le type de livraison, etc.

- Une autre difficulté est rencontrée lorsqu'il s'agit d'évaluer un prix particulier tel que le salaire. Celui-ci dépend de plusieurs facteurs tels que la productivité, la durée de travail ou des heures supplémentaires, les primes et aussi les décisions politiques. Il n'est pas aisé de comparer le salaire d'un ouvrier dans un pays (ou secteur) où il reçoit une somme d'argent et rien d'autre, avec celui d'un ouvrier dans un autre pays (ou secteur) où en plus

d'une somme d'argent, il est pris en charge socialement (cantine, logement, allocations familiales, sécurité sociale, centre de repos, ...).

Les différents facteurs que nous venons d'énumérer ont une influence non-négligeable sur le prix, pour cela il faut utiliser ces chiffres avec prudence et ne pas oublier de tenir compte de leur degré de fiabilité, d'autant plus que la liste des difficultés présentées ici n'est pas exhaustive⁸.

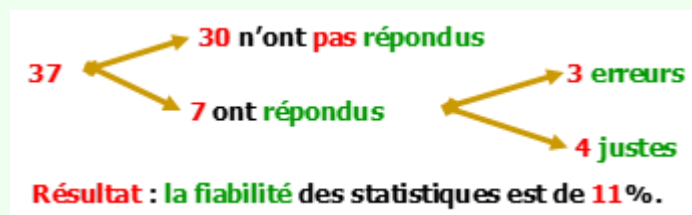
Il faut souligner que beaucoup d'études et d'analyses ont été faites pour l'amélioration des statistiques du prix, mais elles sont encore très loin d'être exactes. Alors, que penser des autres statistiques qui n'ont pas fait l'objet d'étude et pour lesquelles nous n'avons aucune information ni sur leur fiabilité, ni sur la manière dont elles ont été recueillies ?

4 – 3 – Fraude scientifique et falsification de données

Pour aborder la fraude scientifique et la falsification de données, on va se baser sur des exemples tirés de l'ouvrage [14] de W. Broad et N. Wade, respectivement, diplômé en histoire des sciences, et journaliste au New York time, édité en 1987.

Le premier exemple concerne l'enquête suivante : un psychologue écrit à 37 auteurs d'articles, publiés dans des revues de psychologie, pour leur demander les données originales sur lesquelles s'appuyaient leurs articles.

Synthèse 9 : Statistiques d'une enquête sur la fraude scientifique.



Sur les 37 auteurs, seuls 7 ont acceptés de remettre les données, c'est-à-dire que 30 n'ont pas répondu, et en plus sur les 7 données, 3 d'entre elles présentaient de grossières

⁸ - Exhaustive.

« Pour bien savoir les choses, il en faut savoir le détail ; et comme il est presque infini, nos connaissances sont toujours superficielles et imparfaites ». F de la Rochefoucauld.

erreurs statistiques. Il y avait seulement 4 réponses correctes sur 37. La fiabilité de ces chiffres est donc d'environ 11% seulement, c'est-à-dire quatre sur trente-sept. D'autres enquêtes dans divers domaines scientifiques sont citées dans cet ouvrage avec des résultats similaires.

Cette faille dans le processus scientifique de la modélisation, additionnée à des pressions de type carriériste, de prestige, de rang social ou autres entraînent souvent des abus qui vont d'une simple retouche de données statistiques, ou la falsification plus ou moins importante des données de base, à l'invention pure et simple de données statistiques ou même d'expériences. Cela peut aller jusqu'au plagiat de tout un modèle. Le plagiat qui est une forme de pillage sans décence du labeur d'autrui, semble si révoltant et si criminel, qu'une personne n'appartenant pas au domaine scientifique, ne pourrait supposer que cela puisse exister. Et pourtant..., alors *bye bye honnêteté* et *اهلا وسهلا malhonnêteté*, avec mes salutations les plus hypocrites. Ces « dérives » sont difficilement discernables d'autant plus que « ... le système récompense aussi bien l'apparence du succès qu'une réalisation originale... », et que « ... les universités peuvent attribuer des postes au seul vu de la quantité d'articles publiés par un chercheur indépendamment de leur qualité... » [14].

Considérons un autre exemple où les auteurs citent une enquête menée en 1982 auprès d'ingénieurs chimistes. Il était demandé à chacun de ces ingénieurs ce « qu'il ferait si son patron lui demandait d'inventer des données et d'écrire un rapport disant qu'un catalyseur est meilleur qu'un autre, même si les données réelles faisaient ressortir la conclusion opposée ». Résultat : près de 60% répondirent qu'ils se soumettraient dans une certaine mesure aux ordres du chef en acceptant de falsifier les données. Et, *quand on sait que plus on contredit le chef, moins on a de primes, il est préférable de ne pas le démentir, c'est plus prudent !* Le principe de Jean de La Fontaine « la raison du plus fort est toujours la meilleure » est donc toujours d'actualité et risque d'exister encore longtemps dans la mesure où l'on ne peut pas changer la nature humaine.

Pour nous rendre compte de cette triste réalité, il suffit d'observer autour de soi. Les exemples sont nombreux où des fonctionnaires falsifient, dissimulent ou même détruisent des documents qui devraient rester dans des dossiers, ou du moins dans les archives. Ces fonctionnaires justifient ces gestes par des arguments aussi pitoyables que lâches, tel ce responsable qui, après avoir fait disparaître et falsifier des documents officiels, affirme, sans même se rendre compte du ridicule de sa justification « j'ai agi de la sorte pour

exécuter les ordres de mon supérieur hiérarchique, à qui je dois soumission ». Et oui, Alphonse Karr disait à ce propos « Tant de gens échan^gent volontiers l'honneur contre les honneurs ». Évidemment, c'est logique, plusieurs valent mieux qu'un seul, on en perd un, on en retrouve d'autres en réserve ! Mais, il ne faut surtout pas oublier que « science sans conscience n'est que ruine de l'âme » (Rabelais). En effet, la grandeur d'un homme ne doit pas s'évaluer d'après ses connaissances scientifiques ou sa richesse matérielle, mais plutôt d'après le respect qu'il porte à lui-même et aux autres.

4 – 4 – Mathématique récréative

Pour éviter toute forme de fraude sur les données statistiques quantitatives dans certains domaines, particulièrement celui de l'économie, des scientifiques n'ont pas trouvé mieux que de présenter des modèles mathématiques ne contenant aucune donnée chiffrée réelle et raisonnant uniquement sur l'hypothétique et l'imaginaire. Dans [10] est citée une enquête effectuée par W. Léontieff en 1982 sur les articles publiés par la revue American Economic Review. Les résultats ont montré qu'environ les 3/4 des publications ne contenaient aucune donnée chiffrée et utilisaient pourtant des modèles mathématiques. D'autres enquêtes, toujours citées dans [10], effectuées en 1988 par T. Morgan et en 1991 par A. J. Oswald confirment ces résultats dans le « champ de la micro-économie ». Ainsi, de nombreux économistes étudient un thème comme s'il s'agissait d'une philosophie mathématique, une sorte de mathématique qui donne l'impression de traiter des problèmes sociaux, mais qui ne le font que de manière superficielle. Pour H. P. Brouw « ce qui est foncièrement faux dans l'économie, est que ces hypothèses relatives au comportement humain sont totalement arbitraires, tombant littéralement du ciel » [10]. La mathématique récréative prévaut donc sur une analyse réelle et profonde de la situation économique, beaucoup plus difficile à appréhender, d'où l'explication de cette attitude par H. P. Brouw de « l'impuissance des économistes à apprendre l'histoire ». Même dans les universités, « les techniques quantitatives s'avèrent bien commodes pour grossir le programme des formations, les applications deviennent pédagogiques, et les approfondissements théoriques se réduisent à l'acquisition des derniers logiciels » [41]. Ainsi, l'importance des données du monde réel est relativisée alors que sans données convenables, la construction des modèles n'est qu'un passe-temps mathématique. Mais pour certains, il faut bien passer le temps et tout de même avec des mathématiques, cela fait « très sérieux » ! Et puis « Soyons positifs : il est plus fécond de se tuer à la tâche que de s'ennuyer mortellement ».

4 – 5 – Imitation et attachement à un modèle

Une autre erreur à éviter lors de l'élaboration d'un modèle est celui de l'imitation⁹.

⁹ - Imitation. Extrait des 'Maximes' de F. de La Rochefoucauld.

« III. De l'air est des manières.

Il y a un air qui convient à la figure et aux talents de chaque personne ; on perd toujours quand on le quitte pour en prendre un autre. Il faut essayer de connaître celui qui nous est naturel, n'en point sortir, et le perfectionner autant qu'il nous est possible.

Ce qui fait que la plupart des petits enfants plaisent, c'est qu'ils sont encore renfermés dans cet air et dans ces manières que la nature leur a donné, et qu'ils n'en connaissent point d'autres. Ils les changent et les corrompent quand ils sortent de l'enfance : ils croient qu'il faut imiter ce qu'ils voient faire aux autres, et ils ne le peuvent parfaitement imiter ; il y a toujours quelque chose de faux et d'incertain dans cette imitation. Ils n'ont rien de fixe dans leurs manières ni dans leurs sentiments ; au lieu d'être en effet ce qu'ils veulent paraître, ils cherchent à paraître ce qu'ils ne sont pas. Chacun veut être un autre, et n'être plus ce qu'il est : ils cherchent une contenance hors d'eux-mêmes, et un autre esprit que le leur ; ils prennent des tons et des manières au hasard ; ils en font l'expérience sur eux, sans considérer que ce qui convient à quelques-uns ne convient pas à tout le monde, qu'il n'y a point de règle générale pour les tons et les manières, et qu'il n'y a point de bonnes copies. Deux hommes néanmoins peuvent avoir du rapport en plusieurs choses sans être une copie l'un de l'autre, si chacun suit son naturel ; mais personne presque ne le suit entièrement. On aime à imiter ; on imite souvent, même sans s'en apercevoir, et on néglige ses propres biens pour des biens étrangers, qui d'ordinaire ne nous conviennent pas.

Je ne prétends pas, par ce que je dis, nous renfermer tellement en nous-mêmes que nous n'ayons pas la liberté de suivre des exemples, et de joindre à nous des qualités utiles ou nécessaires que la nature ne nous a pas données : les arts et les sciences conviennent à la plupart de ceux qui s'en rendent capables, la bonne grâce et la politesse conviennent à tout le monde ; mais ces qualités acquises doivent avoir un certain rapport et une certaine union avec nos propres qualités, qui les étendent et les augmentent imperceptiblement.

Nous sommes quelquefois élevés à un rang et à des dignités au-dessus de nous, nous sommes souvent engagés dans une profession nouvelle où la nature ne nous avait pas destinée ; tous ces états ont chacun un air qui leur convient, mais qui ne convient pas toujours avec notre air naturel ; ce changement de notre fortune change souvent notre air et nos manières, et y ajoute l'air de la dignité, qui est toujours faux quand il est trop marqué et qu'il n'est pas joint et confondu avec l'air que la nature nous a donné : il faut les unir et les mêler ensemble et qu'ils ne paraissent jamais séparés.

On ne parle pas de toutes choses sur un même ton et avec les mêmes manières ; on ne marche pas à la tête d'un régiment comme on marche en se promenant. Mais il faut qu'un même air nous fasse dire naturellement des choses différentes, et qu'il nous fasse marcher différemment, mais toujours naturellement, et comme il convient de marcher à la tête d'un régiment et à une promenade.

Il n'y en a qui ne se contentent pas de renoncer à leur air propre et naturel, pour suivre celui du rang et des dignités où ils sont parvenus ; il y en a même qui prennent par avance l'air des dignités et du rang où ils aspirent. Combien de lieutenants généraux apprennent à paraître maréchaux de France ! Combien de gens de robe répètent inutilement l'air de chancelier et combien de bourgeois se donnent l'air de duchesses !

Ce qui fait qu'on déplaît souvent, c'est que personne ne sait accorder son air et ses manières avec sa figure, ni ses tons et ses paroles avec ses pensées et ses sentiments ; on trouble leur harmonie par quelque chose de faux et d'étranger ; on s'oublie soi-même, et on s'en éloigne insensiblement. Tout le monde presque tombe, par quelques endroits, dans ce défaut ; personne n'a l'oreille assez juste pour entendre parfaitement cette sorte de cadence. Mille gens déplaisent avec des qualités aimables, mille gens plaisent avec de moindres talents : c'est que les uns veulent paraître ce qu'ils ne sont pas, les autres sont ce qu'ils paraissent ; et enfin, quelques avantages ou quelques désavantages que nous ayons reçus de la nature, on plaît à proportion de ce qu'on suit l'air, les tons, les manières et les sentiments qui conviennent à notre état et à notre figure, et on déplaît à proportion de ce qu'on s'en éloigne. »

C'est le modèle qui doit s'adapter au problème et non l'inverse. À cette étape, il faut être créatif. Si un modèle correspondant au sujet existe déjà, c'est bien, mais s'il n'en existe pas, le scientifique ne doit pas hésiter à élaborer un nouveau modèle qui s'adapte à la problématique.

La mise sur le marché, ces dernières décennies, de logiciels informatiques d'utilisation très simple, a aggravé la situation. Il ne faut pas qu'après tant d'efforts fournis dans les phases précédant la modélisation, utiliser le modèle ou le logiciel que l'on connaît le mieux sans s'assurer de son adéquation avec le problème étudié. Cette modélisation hâtive peut être comme l'arbre qui cache la forêt.

Pour certains « pseudos scientifiques » qui manquent d'assurance intellectuelle, la création et l'inédit sont aléatoires, voire inquiétants, alors que l'imitation¹⁰ est sécurisante, d'autant plus qu'on imite ce qui a déjà réussi dans le passé. Rien n'est plus nocif pour le progrès scientifique que ce comportement. Comme l'affirmait le père de la sociologie Ibn Khaldoun, « le conservatisme tarit la réflexion et, dans ces périodes de tarissement, on accepte mal une pensée qui se veut créatrice ».

Comparons un modèle à une ordonnance médicale. Si, celle-ci correspond à la maladie du patient, elle peut soulager ses maux et améliorer son état de santé. Par contre, si le diagnostic du médecin est faux, le traitement préconisé peut lui être fatal. Ainsi, « malheur à celui qui essaie de forcer son problème dans un habit prêt à porter, il se transformera en camisole de force, faute pour son porteur de s'être payé de la confection sur mesure. Le modèle a son grand regret, se muera en garde-chiourme au lieu de devenir votre domestique dévoué ». [15]

Au problème d'imitation, il faut aussi lier le problème de l'attachement qu'un scientifique peut éprouver pour un modèle qu'il a créé, et de cet attachement se développe une certaine dépendance¹¹. Lorsqu'un scientifique a travaillé sur un modèle durant plusieurs années, il

¹⁰ - **Imitation.**

« ... il fit simplement ce qu'il avait toujours vu faire. C'est dans l'imitation qu'il faut chercher la raison de la plupart des actions humaines. En se conformant à la coutume on passera toujours pour un honnête homme. On appelle gens de bien ceux qui font comme les autres. » Anatole France in Crainquebille.

¹¹ - **Dépendance.** Extrait des « Merveilles et Processions » de Khalil Gibran.

« L'indépendance et le tarbouche »

« J'ai lu récemment un article écrit par un homme de lettres dans lequel il s'indignait contre le capitaine et l'équipage du bateau français qui l'avait transporté de Syrie en Egypte. Car ceux-ci l'avaient contraint ou tenté de contraindre à ôter son tarbouche pendant qu'il était attablé dans la salle à manger. Or tout le monde sait qu'ôter son chapeau sous un toit est une vieille coutume chez les Occidentaux.

lui est difficile de s'en séparer, c'est un peu comme l'attitude d'un enfant envers son jouet préféré. Ces scientifiques « essaient d'utiliser le modèle en lui enlevant un morceau à un endroit et en lui ajoutant un autre morceau à un autre endroit. Cet ouvrage de pièces et morceaux peut continuer pendant de nombreuses années et le replâtrage absurde qui en résulte peut empêcher le développement de nouveaux modèles plus efficaces... Après tout, lorsqu'un scientifique a construit pendant 10 ans un modèle complexe, ses intérêts deviennent liés à son modèle et il est parfois hostile à des méthodes plus économiques qui pourraient le priver de son travail » [15].

Concernant les économistes, R. Solow précise qu'ils « ne se demandent pas - et je pense que c'est le plus grand péché de tous - s'il n'existe pas un modèle différent qui cadrerait tout aussi bien avec les données et ce que cela signifierait ? Ainsi je pense que les économistes ont le défaut de faire trop de travail empirique non critique et qu'ils se

Son indignation souleva mon admiration, car il me révéla l'attachement du Levantin à l'un des symboles de sa vie privée.

J'ai été fasciné par la hardiesse de ce Syrien comme je le fus jadis par un prince indien que j'invitais à assister à un opéra lyrique à Milan et qui me répondit avec regret : 'Si vous m'aviez invité à l'Enfer de Dante, j'y serais allé avec joie. Mais je ne puis m'asseoir dans un endroit où on m'interdit de conserver mon turban et de fumer mes cigarettes.' Certes, je suis émerveillé de voir l'Oriental attaché à ses prétentions, agrippé à ne serait-ce qu'une des ombres de ses coutumes nationales.

Toutefois on ne peut et ne pourra effacer ce que dissimule cet émerveillement comme rudes, immuables et tenaces réalités dans les particularités, les manières et les prétentions de l'Orient.

Si cet écrivain à qui il fut pénible d'ôter son tarbouche dans le bateau occidental avait pu se rendre compte que ce noble tarbouche avait bien et bel été fabriqué dans une usine occidentale, il lui aurait été aisé de l'enlever en tout lieu et dans tout bateau occidental.

S'il avait su que la liberté individuelle dans des affaires si insignifiantes était et continuerait d'être soumise aux indépendances artistiques et industrielles qui sont, elles, loin d'être insignifiantes, il aurait ôté en silence son tarbouche comme tout le monde.

S'il avait pu comprendre que la nation esclave de son esprit et de sa mentalité ne peut être libre dans ses costumes et ses coutumes, s'il avait réfléchi à tout cela, il n'aurait pas cherché à protester dans son article.

Si notre auteur s'était souvenu que son ancêtre syrien se rendait en Egypte à bord d'un bateau syrien, vêtu d'un habit filé, tissé et cousu par des mains syriennes, notre héros n'aurait porté que des vêtements fabriqués dans son pays et n'aurait voyagé qu'à bord d'un bateau syrien dont le capitaine et les matelots auraient été syriens.

Le malheur de notre audacieux littérateur est qu'il s'opposa aux fins sans faire cas des causes ; ainsi il fut saisi par les accidents avant d'être attiré par l'essence. Et c'est le cas de la plupart des Orientaux qui refusent d'être des Orientaux excepté pour des questions banales et infimes, et sont fiers de ce qu'ils ont emprunté aux Occidentaux.

J'invite notre homme de lettres ainsi que tous les tarbouchards à fabriquer leurs propres tarbouches de leurs propres mains. Et par la suite qu'ils soient libres de faire ce qu'ils veulent de leurs tarbouches aussi bien à bord d'un bateau que sur le sommet d'une montagne ou dans le creux d'une vallée.

Le ciel sait que ce texte n'a pas été écrit à dessein de parler du tarbouche qu'il faudrait garder ou ôter sous un toit ou sous la voie lactée. Le ciel n'ignore pas qu'il a été rédigé dans un but loin de tout tarbouche, par-dessus toute tête et tout corps animé ».

leurrent avec le raffinement de leur méthode » [10]. Ici s'introduit le phénomène de l'illusion du scientifique : le fait de voir ce qu'il veut bien voir. Ce sentiment est toutefois différent de la fraude scientifique dans la mesure où l'illusion est involontaire et inconsciente, alors que la supercherie frauduleuse est volontaire et consciente. On pourrait aussi ajouter qu'une habitude (la fraude) peut avec le temps devenir involontaire (l'habitude est une deuxième nature) mais là n'est pas l'objet de notre travail. Et, pour Confucius « savoir que l'on sait ce que l'on sait et savoir que l'on ne sait pas ce que l'on ne sait pas, voilà la véritable science ». *À méditer.*

4 – 6 – Ibn Khaldoun et l'information

Nous terminons ce chapitre sur la modélisation par un extrait tiré du « Discours sur l'Histoire universelle » « المقدمة » d'Ibn Khaldoun, Livre premier, Préface [34]. Cet extrait concerne l'information, et résume fort bien en sept points l'acquisition et la fiabilité de l'information, ainsi que son utilisation.

« Le mensonge s'introduit naturellement dans l'information historique. Plusieurs raisons concourent à cette fin.

أ - La première est l'esprit partisan en faveur de certaines opinions ou de certaines tendances. Un esprit qui reçoit un renseignement avec impartialité lui accorde le degré voulu d'examen critique pour trancher de son authenticité ou de son caractère apocryphe. Tandis qu'un esprit prévenu acceptera sans hésiter, la version favorable à ses propres tendances. Ce genre de préjugé voile l'esprit critique et l'esprit d'examen. Et c'est ainsi que l'on admet et retransmet le mensonge.

ب - La confiance (aveugle) que l'on fait aux sources d'information est une deuxième cause d'erreur. Or, pour savoir si l'on doit faire crédit à quelqu'un sur ce point, il lui faut appliquer la méthode d'enquête de moralité (que le cadi, vis-à-vis des témoins, appelle : justification ou improbation).

ت - Troisième raison : l'ignorance de la signification d'un événement. Bien des gens ne connaissent pas le sens réel de faits qu'ils ont observés ou dont ils ont entendu parler. Ils transmettent ensuite un renseignement, auquel ils attribuent une valeur imaginaire. Résultat : erreur.

ث - Quatrième raison : chacun est persuadé de détenir la vérité. C'est là une illusion fréquente, qui tient, le plus souvent, au crédit accordé aux informateurs.

ج - Cinquième raison : méconnaissance de l'application des circonstances à la réalité, qui dépend, en fait, des remaniements ambigus et des altérations. C'est ce côté artificiel des choses qui empêche les observateurs de raconter les événements tels qu'ils les ont compris.

ح - Sixième raison : comme on n'approche pas les Grands de ce monde sans avoir la flatterie et la louange à la bouche, on embellit leur histoire et on répand leur renom. Ces récits, devenus publics, n'ont rien de véridique. L'homme aime être loué, et les gens sont très attentifs en ce bas monde, à sa hiérarchie et à ses biens. En général, ils sont peu portés à la vertu et ne s'intéressent guère au mérite.

خ - Septième raison, sans doute, la plus importante : l'ignorance des caractères naturels de la civilisation. Tout phénomène ou événement possède forcément, soit essentiellement, soit matériellement, un caractère naturel, propre aussi bien à son essence qu'aux circonstances qui l'accompagnent. L'étudiant qui connaîtrait la nature des événements, les circonstances et les nécessités de l'existence, serait bien armé pour exercer son examen critique au tri du mensonge et de la vérité. Il disposerait, à cet effet, du moyen le plus efficace ». [34]

Tous les points étudiés dans ce chapitre sur la modélisation se retrouvent dans les 7 raisons proposées par **Ibn Khaldoun**. Ce dernier en ajoute d'autres que nous n'avons pas abordés, mais peut-on comparer notre modeste cours à celui de la très célèbre « المقدمة » ?

Bien que cet ouvrage date du **XIV^e** siècle, il est toujours d'actualité et sa lecture, très vivement conseillée aux économistes et gestionnaires, ne pourrait être que bénéfique pour mieux comprendre le monde qui nous entoure, et de plus se comprendre soi-même.

À retenir : المهم

À retenir

- 1** - Recherche opérationnelle = Activité économique + Modèle mathématique.
- 2** - Un modèle mathématique est une représentation simplifiée d'une situation réelle. Cette simplification permet de mieux comprendre le phénomène étudié, l'analyser et ainsi de résoudre plus facilement des problèmes cernés au préalable.
- 3** - Un modèle mathématique est composé de variables exogènes, endogènes et latentes.
- 4** - Les variables exogènes représentent les valeurs fixées a priori par le modélisateur.
- 5** - Les variables endogènes sont déterminées par les équations du modèle.
- 6** - Les variables latentes représentent les erreurs dues aux variables influentes qui n'ont pas été prises en compte dans le modèle, au choix dans la forme des équations du modèle, aux variables qualitatives qui sont difficiles à quantifier numériquement et parfois même à la technique d'acquisition des données.
- 7** - Les principales phases pour l'élaboration d'un modèle sont : l'analyse du système étudié, la collecte, la classification et l'analyse des données, la problématique et la modélisation, la vérification du modèle, puis la mise en application du modèle et le contrôle de la solution.
- 8** - Si l'on veut observer les grands changements d'un fait, les détails sont inutiles, d'où une simplification du modèle dans le nombre de variables à prendre en considération. Par contre, si nous voulons connaître le pourquoi et le comment de ces changements, les détails ont alors leur importance, d'où l'utilisation d'un plus grand nombre de variables dans le modèle.
- 9** - En économie, pour les mêmes données et les mêmes objectifs, un modèle sera différent que l'on soit dans un environnement stable ou un environnement caractérisé par une instabilité chronique.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

10 - « La formulation d'un modèle est beaucoup plus un art qu'une science », et il ne faut pas se laisser « manipuler » par une apparente précision scientifique des chiffres.

11 - Officiellement la science est neutre, officieusement la science n'est pas neutre, car l'Homme n'est pas parfait, et la bêtise humaine est une réalité difficile à oublier.

12 - Ne jamais oublier que le modèle n'est pas la réalité. Avoir résolu un modèle représentant la réalité ne signifie nullement avoir résolu un problème réel.

Questionnaire à Choix Multiples

À chaque question peut correspondre 0, 1, 2, 3 ou 4 propositions correctes. Après lecture, et surtout réflexion, cochez les réponses adéquates en évitant le Chadi-Madi, car trop aléatoire.

1 – Un modèle mathématique peut être défini comme :

- A** – une représentation symbolique d'un phénomène réel ;
- B** – une simplification d'un phénomène irréel ;
- C** – un ensemble de relations mathématiques ;
- D** – un phénomène très simple.

2 – Un modèle mathématique permet :

- A** – de visualiser une situation complexe ;
- B** – d'analyser un problème donné ;
- C** – de schématiser un ensemble de données chiffrées ;
- D** – d'étudier un fait complexe.

3 – Entre un modèle mathématique et la réalité, on peut considérer que :

- A** – le modèle est le reflet exact de la réalité ;
- B** – le modèle est légèrement différent de la réalité ;
- C** – le modèle est totalement différent du fait étudié ;
- D** – le modèle aide à comprendre la réalité.

4 – Le(s) principal(aux) objectif(s) de la modélisation est (sont) :

- A** – d'identifier les variables à prendre en considération ;
- B** – de compliquer au maximum la réalité ;
- C** – de savoir relier entre elles les variables considérées ;
- D** – d'être représentatif de l'aspect d'ensemble du processus étudié.

5 – Trouver une solution à un modèle mathématique signifie :

- A** – avoir automatiquement résolu le problème réel correspondant ;
- B** – avoir théoriquement résolu un problème ;
- C** – toujours que le problème a trouvé une solution concrète ;
- D** – que le problème réel peut être partiellement résolu.

6 – Un modèle mathématique est constitué de variables :

- A** – endogènes ;
- B** – continues ;
- C** – latentes ;
- D** – aléatoires.

7 – Avant l'élaboration d'un modèle mathématique, il faut :

- A** – analyser le système étudié ;
- B** – collecter des informations qualitatives et quantitatives ;
- C** – confronter le modèle avec la réalité ;
- D** – s'assurer de la nécessité d'une modélisation.

8 – Le processus de modélisation nécessite :

- A** – la connaissance de techniques mathématiques ;
- B** – la connaissance du domaine étudié ;
- C** – l'identification exacte des relations entre variables inconnues ;
- D** – des données statistiques fiables à **100 %**.

9 – Le modèle mathématique n'est utilisé que pour :

- A** – l'analyse d'un phénomène économique ;
- B** – l'analyse d'un phénomène politique ;
- C** – l'analyse d'une étude scientifique ;
- D** – développer l'analyse scientifique d'un phénomène économique.

10 – Un modèle mathématique peut aider à :

- A** – simplifier une réalité complexe ;
- B** – développer sa mémoire ;

- C – s’amuser et se divertir ;
- D – synthétiser un phénomène économique ou autre.

11 – Un modèle mathématique peut varier selon :

- A – ses objectifs ;
- B – les aptitudes d’analyse du scientifique ;
- C – les besoins du décideur ;
- D – les données statistiques disponibles.

12 – Le(s) principal(aux) avantage(s) d’un modèle mathématique est(sont) :

- A – de nous aider à être plus cohérent dans notre analyse ;
- B – de mieux percevoir un phénomène complexe ;
- C – d’éviter de réfléchir ;
- D – d’étudier un seul aspect d’un phénomène.

13 – Un taux d’intérêt peut être une :

- A – variable endogène ;
- B – variable exogène ;
- C – variable aléatoire ;
- D – variable de structure.

14 – Les variables de structure s’opposent aux variables :

- A – démographiques ;
- B – de conjoncture ;
- C – de revenu ;
- D – latentes.

15 – Les variables exogènes sont aussi appelées variables :

- A – motrices ;
- B – dépendantes ;
- C – de décisions ;
- D – externes.

16 – Les variables endogènes sont aussi appelées variables :

- A** – indépendantes ;
- B** – d'instrument ;
- C** – dépendantes ;
- D** – de commande.

17 – Lorsque l'on veut encourager la production nationale, on doit :

- A** – diminuer la **T**axe sur la **V**aleur **A**jsoutée des produits finis importés ;
- B** – augmenter la **T.V.A** des matières premières nécessaires pour cette production ;
- C** – augmenter l'importation de produits finis pour inonder le marché ;
- D** – diminuer la **T.V.A** des matières premières nécessaires pour cette production.

18 – L'objectif d'un modèle mathématique est de simplifier symboliquement :

- A** – un phénomène pour mieux l'analyser ;
- B** – la vie pour mieux la vivre ;
- C** – un problème pour mieux le résoudre ;
- D** – une situation complexe pour mieux la complexer.

19 – Pour le même objectif d'une modélisation, on peut avoir :

- A** – une et une seule représentation symbolique ;
- B** – plusieurs représentations symboliques ;
- C** – seulement trois représentations symboliques ;
- D** – aucune représentation symbolique.

20 – La précision d'un modèle mathématique varie en fonction :

- A** – de l'objectif ;
- B** – du modélisateur ;
- C** – des informations disponibles ;
- D** – de son utilisation.

21 – Une variable de structure représente :

- A** – l'ensemble des caractéristiques instables d'un système économique ;
- B** – l'ensemble des mouvements de la population ;

- C** – l'ensemble des valeurs fixées à priori par le modélisateur ;
- D** – l'évolution très proche de phénomène économique.

22 – Une variable exogène est composée de variables :

- A** – de structure ;
- B** – latentes ;
- C** – de conjoncture ;
- D** – semi-continues.

23 – Une variable de conjoncture représente :

- A** – les valeurs fixées à posteriori par le modélisateur ;
- B** – l'évolution future (et proche) des événements ;
- C** – les caractéristiques stables d'un système économique ;
- D** – certains mouvements de la population.

24 – Les variables de décision sont des variables :

- A** – exogènes ;
- B** – endogènes ;
- C** – descriptives ;
- D** – objectives.

25 – Le gouvernement peut utiliser les variables exogènes en tant :

- A** – qu'instrument politique ;
- B** – qu'instrument pour le contrôle de gestion ;
- C** – que plan national ;
- D** – que variables de décision.

26 – En fonction d'un objectif de priorité nationale, le gouvernement peut dans un modèle mathématique :

- A** – imposer les valeurs des variables exogènes ;
- B** – seulement ajouter des variables exogènes ;
- C** – changer les valeurs des variables exogènes ;
- D** – modifier des variables exogènes en variables latentes.

27 – Les variables endogènes sont déterminées :

- A** – après les variables exogènes ;
- B** – par les valeurs des variables exogènes ;
- C** – par les équations du modèle ;
- D** – seulement par un prix ou un salaire.

28 – Une variable endogène se calcule à partir :

- A** – des équations du modèle ;
- B** – des valeurs des variables exogènes ;
- C** – des coûts de production seulement ;
- D** – du coût total du projet.

29 – A partir d'une variable endogène, on peut :

- A** – déterminer les variables exogènes ;
- B** – fixer à posteriori les valeurs des variables de décision ;
- C** – conditionner les relations propres au modèle ;
- D** – calculer les valeurs des variables exogènes.

30 – Dans un modèle mathématique, un prix peut être une variable :

- A** – exogène ;
- B** – endogène ;
- C** – discrète ;
- D** – aléatoire.

31 – Les variables latentes sont :

- A** – les plus faciles à déterminer ;
- B** – sous le contrôle direct du gouvernement ;
- C** – directement observables ;
- D** – fréquentes dans les pays émergents.

32 – Les variables latentes peuvent représenter des :

- A** – erreurs ;
- B** – valeurs fixées à priori par le modélisateur ;

- C** – valeurs fixées à posteriori par le modélisateur ;
- D** – variables qualitatives difficiles à évaluer.

33 – Les sources d’erreurs dans les variables latentes sont dues aux :

- A** – choix des variables du modèle ;
- B** – variables qualitatives difficiles à évaluer ;
- C** – incompétences des pseudos scientifiques ;
- D** – intérêts malveillants de certains statisticiens.

34 – Dans le monde des affaires et de la concurrence, les informations statistiques sont :

- A** – toujours exactes ;
- B** – toujours inexactes ;
- C** – imprécises ;
- D** – parfois contradictoires.

35 – Quelle(s) est(sont) la(les) phase(s) la(les) plus importante(s) dans la modélisation :

- A** – l’analyse du système ;
- B** – la collecte des informations statistiques ;
- C** – la classification et l’analyse des données ;
- D** – la vérification du modèle.

36 – Dans l’analyse du système étudié, il n’est pas nécessaire :

- A** – de quantifier ou vérifier les hypothèses ;
- B** – de rechercher les causes du problème ;
- C** – de vérifier les résultats obtenus par le modèle ;
- D** – d’élaborer plusieurs modèles en parallèles.

37 – La remise en cause de certaines hypothèses est :

- A** – inadmissible ;
- B** – souhaitable ;
- C** – à éviter ;

D – toujours injustifié.

38 – L'environnement de l'entreprise subit des influences qui :

- A** – se répercutent sur le modèle ;
- B** – rendent impossible parfois l'élaboration d'un modèle ;
- C** – ne doivent pas être prises en compte dans un modèle ;
- D** – quelquefois, ont une répercussion négligeable sur le modèle.

39 – Dans un modèle mathématique, la vérification des données est :

- A** – obligatoire ;
- B** – inutile ;
- C** – souhaitable seulement ;
- D** – indispensable.

40 – La source des informations doit être :

- A** – exacte et précise dans la mesure du possible ;
- B** – tenue secrète ;
- C** – vérifiée ;
- D** – interdite.

41 – Lors de la collecte des données statistiques à l'aide d'un questionnaire :

- A** – toutes les questions doivent recevoir des réponses précises ;
- B** – des questions peuvent rester sans réponse ;
- C** – s'il n'existe pas de réponse à toutes les questions, il ne peut y avoir de modélisation ;
- D** – les questions ne peuvent être modifiées.

42 – L'analyse des données statistiques permet :

- A** – de rejeter les statistiques inexactes ;
- B** – d'accepter les statistiques contradictoires ;
- C** – d'éliminer des statistiques aberrantes ;
- D** – d'accroître nos connaissances sur le phénomène étudié.

43 – Dans la phase de modélisation concernant la collecte des données statistiques :

- A** – les questions à poser doivent toujours être très précises ;
- B** – la consultation d’experts est toujours insuffisante ;
- C** – le dépouillement d’une vaste bibliographie est inutile ;
- D** – lorsque deux sources sont contradictoires, on les rejette.

44 – La classification des données statistiques :

- A** – facilite la suite de l’analyse du problème étudié ;
- B** – est toujours inutile ;
- C** – est souvent une perte de temps ;
- D** – n’est nécessaire que pour un scientifique désordonné.

45 – Pour élaborer un modèle mathématique, il faut :

- A** – définir les variables à utiliser ;
- B** – identifier les relations fonctionnelles entre les variables ;
- C** – automatiquement utiliser un nombre maximum de variables ;
- D** – considérer l’aspect mathématique du phénomène uniquement.

46 – La simplification d’un modèle mathématique dépend :

- A** – de l’usage auquel il est destiné ;
- B** – du phénomène étudié ;
- C** – de la durée de collecte des informations ;
- D** – des moyens matériels existants.

47 – Lorsqu’un modèle mathématique étudie les grands changements d’un fait :

- A** – les détails sont indispensables ;
- B** – les détails sont inutiles ;
- C** – le nombre de variables doit être très grand ;
- D** – le nombre de variables doit être petit.

48 – Lorsqu’un modèle mathématique doit préciser le pourquoi et le comment des changements d’un fait :

- A** – les détails sont indispensables ;

- B** – les détails sont inutiles ;
- C** – le nombre de variables doit être grand ;
- D** – le nombre de variables doit être très petit.

49 – Lors d'une modélisation, les données statistiques sont :

- A** – supposées exactes ;
- B** – supposées fausses ;
- C** – fiables à un certain pourcentage ;
- D** – généralement représentatives de la réalité.

50 – Dans un modèle mathématique, on peut rencontrer des :

- A** – erreurs d'estimation des variables ;
- B** – erreurs d'estimation entre les relations des variables ;
- C** – erreurs statistiques ;
- D** – variables inattendues.

51 – Le choix d'un modèle mathématique doit se faire en fonction :

- A** – de l'objectif de l'étude ;
- B** – des connaissances du scientifique ;
- C** – des connaissances du décideur ;
- D** – des logiciels disponibles.

52 – Le choix dans la simplification d'un modèle mathématique se fait en fonction :

- A** – de la simplicité d'esprit du décideur ;
- B** – de l'objectif de l'étude ;
- C** – de l'urgence de la situation ;
- D** – du temps disponible pour l'étude.

53 – La modélisation est un processus :

- A** – itératif ;
- B** – progressif ;
- C** – régressif ;
- D** – agressif.

54 – La validité d'un modèle mathématique ne peut se faire qu'après l'étude :

- A** – des similitudes entre le modèle et les variables ;
- B** – des différences entre le modèle et la modélisation ;
- C** – des similitudes et des différences entre le modèle et la réalité ;
- D** – comparative entre le modèle et la réalité.

55 – Un modèle mathématique peut être considéré comme erroné si :

- A** – la mesure des écarts entre le modèle et la réalité est pratiquement nulle ;
- B** – la mesure des écarts entre le modèle et la réalité est grande ;
- C** – il n'existe pas de données chiffrées dans le modèle ;
- D** – les variables utilisées dans le modèle ne sont pas représentatives de la réalité.

56 – Un modèle mathématique peut être modifié en :

- A** – éliminant certaines variables négligeables ;
- B** – ajoutant des variables qui s'avèrent pertinentes pour l'analyse de la situation ;
- C** – changeant les relations entre les variables ;
- D** – augmentant la période de temps analysée.

57 – Les problèmes rencontrés lors de l'application d'un modèle mathématique sur le terrain sont d'ordre :

- A** – psychologique ;
- B** – scientifique ;
- C** – organisationnel ;
- D** – bureaucratique.

58 – Le suivi de l'application du modèle mathématique doit être effectué de préférence par :

- A** – le modélisateur ;
- B** – le commanditaire de l'étude ;
- C** – le modélisateur et le commanditaire de l'étude ;
- D** – l'ordinateur.

59 – L'élaboration d'un modèle mathématique et sa résolution signifient avoir :

- A** – posé un problème réel et l'avoir systématiquement résolu ;
- B** – posé un problème et ne l'avoir pas résolu ;
- C** – défini un problème réel non défini préalablement ;
- D** – défini un problème puis proposer une solution qui peut être discutable.

Exercices sur la modélisation

On oublie trop souvent, que le plus important n'est pas de connaître et d'apprendre des formules, mais de savoir les appliquer.

L'objectif de cette série d'exercices est de développer l'esprit critique à la lecture de statistiques. Ces applications, souvent tirées de faits réels, concernent certaines situations où la lecture des données chiffrées n'est pas aussi évidente qu'elle ne le paraît. On se limitera, dans cette série à la lecture de graphes, le calcul de moyennes, de pourcentages, d'indices et quelques généralités .

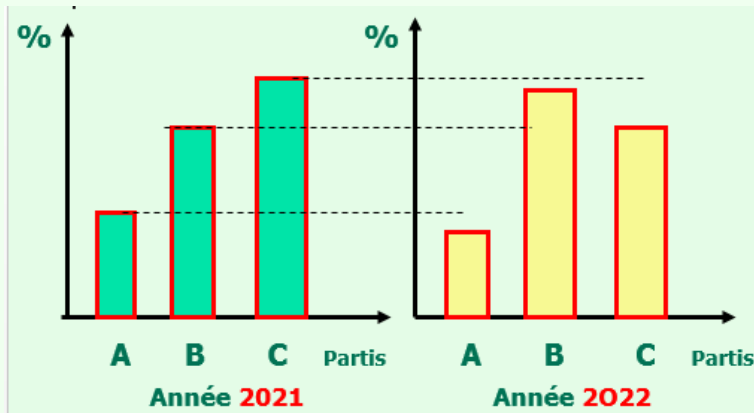
Lorsque vous hésitez pour la résolution d'un cas, attention, ne vous pressez pas d'aller vérifier la solution, mais prenez plutôt le temps nécessaire pour la réflexion, et tout le temps nécessaire. Ce temps peut être variable selon les étudiants. Cependant, l'essentiel n'est pas de suivre un rythme rapide de travail, mais de bien comprendre et analyser les données chiffrées. Puis, « il ne faut pas confondre vitesse et précipitation ».

Si après une dizaine d'exercices, vous faites encore plus de **50 %** d'erreurs, n'essayez surtout pas de résoudre les suivants, mais reprenez plutôt la série d'exercices du début, et relisez attentivement les réponses. Et même, si nécessaire, relire le cours sur la modélisation et plus particulièrement le paragraphe **4** concernant le modèle et la réalité. Et, il ne faut pas oublier que le principal n'est pas d'apprendre les solutions, mais avant tout, de les comprendre. La méthodologie ne peut s'acquérir que par le travail et la réflexion, elle ne s'apprend pas, mais se comprend. Et, si vous pouvez apprendre et comprendre en même temps, c'est encore mieux !

Exercice 1 : Paroles d'un politicien.

Soient trois partis politiques **A**, **B** et **C**. Un politicien du parti **B**, en concurrence avec les deux autres partis **A** et **C** présente aux téléspectateurs, à une heure de très grande écoute, les deux histogrammes du graphe **1** correspondants à deux périodes consécutives (l'année **2021** et l'année **2022**) pour montrer l'évolution de son parti en pourcentage de votes.

Graphe 1 : Histogrammes d'un politicien.



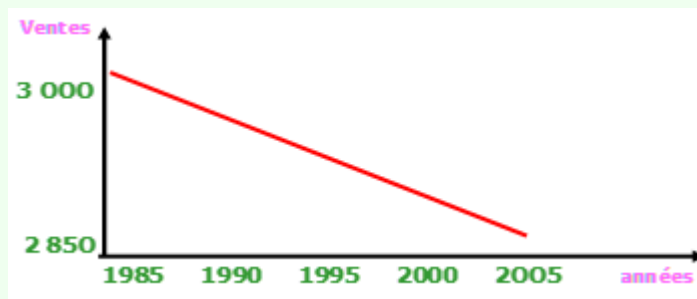
En présentant ces deux histogrammes, le politicien représentant le parti **B** tient le discours suivant : « Comparez l'évolution de notre parti par rapport aux autres, les progressions sont si évidentes que je ne commenterai même pas ces graphes, alors votez pour le parti qui représente l'avenir ».

Commentez la phrase de ce politicien.

Exercice 2 : Revendications syndicales.

Les représentants des travailleurs de l'**Union Générale des Travailleurs Algériens** d'une usine fabriquant des portes coulissantes et basculantes, sont venus demander au directeur général une augmentation de salaire. Ce directeur leur affirme que cela n'est pas possible, car ces deux dernières décennies les ventes de portes ont chuté. Pour confirmer ses affirmations, il présente aux syndicalistes le graphe 2 représentant l'évolution des ventes de portes des deux dernières décennies.

Graphe 2 : Evolution des ventes durant deux décennies.



D'après ce graphe l'explication de ce directeur vous semble-t-elle justifiée ?

Exercice 3 : Comparaison n'est pas raison.

Un industriel, produisant des pelotes de laine à tricoter, désire lancer une campagne publicitaire. Pour cela, il diffuse très largement une affiche publicitaire sur laquelle figure le graphe 3. Celui-ci représente une comparaison entre l'évolution du cours des prix de la laine brute sur les marchés mondiaux, avec l'évolution les prix des pelotes de laine durant la même période.

Graphe 3 : Evolution des prix de la laine brute et de la pelote de laine.



Il précise que malgré l'évolution du cours des prix de la laine brute sur le marché, il a fait un effort pour que l'évolution des prix de la pelote de laine qu'il vend soit beaucoup plus faible.

Commentez cette affiche publicitaire et le commentaire de l'industriel.

Exercice 4 : Etudes et chômage.

Soit le tableau 1 correspondant au nombre de chômeurs par niveau d'études suivis.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

Tableau 1 : Nombre de chômeurs par niveau d'études.

Niveau d'études	Nb de chômeurs	%
Primaire terminé ou non	55 957	69,91
Moyen	8 552	10,69
Secondaire	5 706	7,13
Ecole normale	1 338	1,67
Supérieur non universitaire	1 978	2,48
Universitaire ou assimilé	1 219	1,52
Artistique	425	0,53
Niveau inconnu	4 861	6,07
Total	80 036	100,00

Source : D.I.N.E.R*

1 - D'après les données de ce tableau, quel est le niveau d'étude qui offre le plus de perspectives dans le monde du travail ?

Soit le tableau **2** qui nous renseigne cette fois sur la population active toujours en fonction du niveau d'études.

Tableau 2 : Population active par niveau d'étude.

Niveau d'études	Population active	%
Primaire terminé ou non	2 056 312	56,60
Moyen	626 819	17,25
Secondaire	397 339	10,94
Ecole normale	96 815	2,67
Supérieur non universitaire	156 678	4,31
Universitaire ou assimilé	136 343	3,75
Artistique	17 946	0,49
Niveau inconnu	144 521	3,99
Total	3 632 773	100,00

2 - À partir des données supplémentaires du tableau **2**, peut-on savoir avec une plus grande précision quelles sont les niveaux d'études qui offrent le plus de perspectives dans le monde professionnel ?

* Source : D.I.N.E.R (Données Imaginaires Nécessaires pour ces Exercices et leurs Résolutions).

Exercice 5 : Duel entre l'UGTA et le premier ministre.

« Nous entrons dans une période de récession », affirment les représentants de l'**Union Générale des Travailleurs Algériens**, « la moyenne nationale des salaires a baissée ce mois-ci, pour la première fois depuis des années, alors qu'on nous avait promis une augmentation des salaires avec la relance économique ».

« Absurde », déclarent les experts du premier ministre, « les rapports des wilayas montrent que la moyenne des salaires de chaque wilaya, sans exception, a continué d'augmenter ».

Ces déclarations sont apparemment contradictoires. Alors, qui faut-il croire, les représentants de l'**U.G.T.A** ou ceux du premier ministre ?

Justifiez votre réponse en vous aidant d'un exemple numérique.

Exercice 6 : Quand tous disent vrai !

Soit la comparaison des salaires dans deux entreprises : l'une de transport et l'autre de marketing. Les ingénieurs de l'entreprise de transports sont deux fois mieux payés que ceux de l'entreprise de marketing, il en est de même pour les ouvriers. Et pourtant, affirme un syndicaliste de l'entreprise du transport, le salaire moyen où il travaille représente moins de la moitié du salaire moyen de l'entreprise de marketing.

L'affirmation de ce syndicaliste est-elle vraie ? Justifiez votre réponse avec un exemple.

Exercice 7 : Prix moyen du baril de pétrole.

Soit le tableau 3 où les prix du baril de pétrole sont indiqués selon la durée (en mois) et les quantités vendues (en million de barils).

Tableau 3 : Prix du baril de pétrole en fonction de la durée et des quantités vendues.

Durée (en mois)	Prix (en UM)	Quantité vendue (10 ⁶)
2	9	5
3	13	7
1	15	4
4	20	15
2	14	10

Source : D.I.N.E.R

Calculez le prix moyen en 20XX du baril de pétrole d'après ces données.

Exercice 8 : Piège des statistiques.

Soit une réunion de statisticiens et de gestionnaires qui a pour ordre du jour les prévisions de production pour l'année à venir. D'après certaines estimations, la production de la prochaine année allait être supérieure d'environ **2%** à l'année courante qui allait s'achever.

Conclusion évidente : la production augmentera lentement, mais continuera d'augmenter. Après cette conclusion et en fin de réunion, un statisticien déclare alors que si la production de l'année prochaine dépassait de **2%** seulement celle de l'année en cours, cela signifiait qu'elle allait en fait diminuer.

Est-ce possible que ce statisticien ait raison malgré la conclusion évidente ? Justifiez votre réponse.

Exercice 9 : Partage équitable.

Il s'agit là, d'un problème très connu sous diverses versions.

Trois personnes que nous nommerons Hafeda, Mohamed et Abdelouahab reçoivent une somme de **1 000** Unités Monétaires (U.M) à se partager. Le donateur précise que le partage sera déterminé par un vote majoritaire émis lors d'une réunion de ces trois personnes.

Comment se fera ce partage et combien recevra chaque personne ?

Exercice 10 : Durée de chômage réelle.

Supposons qu'on veuille calculer, pour en suivre l'évolution, un indicateur de durée de chômage. Une idée est d'interroger, directement ou « sur dossier », les personnes en chômage à une date donnée et leur demander depuis combien de temps elles le sont. On obtient ainsi une durée moyenne qu'il est raisonnable d'appeler « ancienneté moyenne de chômage ». Mais, cet indicateur présente un défaut évident, celui de considérer des durées de chômage en cours, non achevées : la durée totale de chômage considérée sera évidemment plus longue que l'ancienneté que l'on prend en compte. Celle-ci semble donc sous-estimer la durée moyenne recherchée. Pour éviter cet inconvénient, interrogeons l'ensemble des chômeurs qui pendant une période donnée (par exemple une année) ont retrouvé un emploi, ou sont partis à la retraite, et demandons-leur combien de temps a duré leur période de chômage. Cette fois-ci, il s'agit bien de durées achevées totales, dont on peut faire la moyenne.

Cette moyenne est-elle supérieure ou inférieure à celle calculée précédemment ?

Exercice 11 : Interprétation d'un sondage.

Un sondage a montré que les jeunes ménages avaient un taux de possession de télévision en couleur plus important que les ménages plus âgés. Ce sondage s'est effectué au début de la diffusion de la couleur dans les télévisions. La conclusion de ce sondage a été qu'en moyenne, plus on vieillit et plus on préfère la télévision en noir et blanc.

La conclusion de ce sondage vous semble-t-elle justifiée ?

Exercice 12 : Contradiction apparente.

Le même jour (19-11-2004), les deux quotidiens que l'on symbolisera par les lettres **X** et **Y** pour respecter leur anonymat, avaient des titres apparemment contradictoires pour présenter le même événement sur les neuf premiers mois de l'année.

Dans le quotidien **X**, on pouvait lire : « les résultats de **R** et **V** convergent ».

Dans le quotidien **Y**, on pouvait lire : « les comptes divergents de **R** et **V** ».

R et **V** représentent deux grandes entreprises industrielles.

Les résultats de **R** et **V** avant impôt, pour les neuf premiers mois de l'année **2003** et ceux de l'année **2004** sont donnés dans le tableau **4**.

Tableau 4 : Évolution des résultats des entreprises **R** et **V**.

	2003	2004
R	7,478	1,032
V	- 0,509	0,758

Comment, d'après ces chiffres, expliquer cette contradiction, si évidemment il y a réellement contradiction ?

Exercice 13 : Industrie et pollution.

Lors d'un séminaire international sur la lutte contre la pollution, un industriel affirme : « Notre usine pollue **60%** de moins que la moyenne nationale ». Pour argumenter son chiffre, il fournit les données suivantes : « Mon usine dégage seulement **3** tonnes par année de monoxyde de carbone et **1,2** tonnes par an de monoxyde d'azote, alors que la moyenne nationale des quantités polluantes dégagées dans l'atmosphère de monoxyde de carbone est de **7,5** tonnes par an et celle des quantités polluantes dégagées de monoxyde d'azote est de **3** tonnes par an ».

1 – Cet industriel est-il dans le vrai ? Ces chiffres lui donnent-ils raison ?

2 – Doutant un peu de l'affirmation de cet industriel, on a pu obtenir des informations concernant les moyennes nationales des quantités polluantes dégagées de monoxyde de carbone et d'azote pour des usines de même taille que celles de l'industriel. Pour les quantités polluantes dégagées de monoxyde de carbone, la moyenne est de **2** tonnes par an, et pour les quantités polluantes dégagées de monoxyde d'azote, la moyenne est de **0,8** tonne par an. Ces données complémentaires modifient-elles votre réponse précédente ? Justifiez votre réponse.

Exercice 14 : Hadj Moussa ou Moussa Hadj ?

Supposons qu'une catégorie de travailleurs se plaigne de gagner **50 %** de moins que telle autre et obtienne, de haute lutte, d'être augmentée de **50 %**.

Cette catégorie de travailleurs est-elle satisfaite ? Justifiez votre réponse.

Exercice 15 : Méfions-nous des annonces !

Soient les phrases suivantes qui ont été lues dans un quotidien, une affiche publicitaire, entendues à la radio ou à la télévision.

1 - « Les coûts de production d'une entreprise ont augmentés de **15 %** et ses prix de vente de **10 %** seulement, ses bénéfices sont donc amputés ».

2 - « XXX (une marque de lessive) lave **15 %** plus propre ! ».

3 - « Vos beaux billets de **1 000 U.M** valent **10 %** de plus pendant la journée de promotion commerciale. **10 %** de réduction, c'est toujours bon à prendre ! ».

4 - « La population active agricole a été réduite de **300 %**. Elle est passée de **6** à **2** millions d'individus ».

5 - « Il y a eu dévalorisation d'une monnaie de **200 %**, elle est passée de **400** à **200** ».

6 - « Rabais sur **50 %** du stock ! ».

7 - « Les confitures Miam-Miam contiennent **20 %** de calories en moins que la moyenne des confitures vendues sur le marché. C'est bon pour votre ligne ! ».

Commentez ces différentes annonces.

Exercice 16 : Concours national.

Un concours national est organisé par une association scientifique pour élire le meilleur groupe d'étudiants de l'année, en fonction de leurs connaissances et raisonnements scientifiques. Une des conditions pour participer à ce concours, est que la moyenne annuelle des notes du groupe soit supérieure ou égale à **13,20** sur **20**.

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

Sous la pression de son supérieur hiérarchique, qui lui-même subit la pression d'un inconnu, un chef de département d'une certaine faculté doit remettre, en urgence au Doyen un dossier pédagogique sur un groupe de cinq étudiants devant participer à ce concours.

Dans ce dossier, doivent être précisées les moyennes des modules suivis durant l'année universitaire par ces étudiants que l'on représentera par les chiffres romains I, II, III, IV et V. Les documents dont dispose ce chef de département sont les relevés de notes (RN) de 11 modules enseignés et représentés par les chiffres arabes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 11. Tous les modules sont affectés d'un coefficient identique qui est égal à 1. Les relevés de notes disponibles sont donnés dans la synthèse 10.

Synthèse 10 : Relevés de notes des modules enseignés.

RN₁ . I : - II : 08 III : 10,5 IV : 15 V : -	RN₂ . I : 16 II : 16 III : 15,5 IV : 15,5 V : 12	RN₃ . I : 16 II : 15 III : 14 IV : 15 V : 12	RN₄ . I : - II : 15 III : 15,5 IV : 14 V : -	RN₅ . I : 15,5 II : 15 III : 11 IV : 10 V : 14,5
RN₆ . I : 15 II : 16,5 III : 16 IV : 13 V : 15,5	RN₈ . I : 14 II : 16 III : 15 IV : 16 V : 15	RN₉ . I : 09 II : 11 III : 11 IV : 07,5 V : -	RN₁₀ . I : 13 II : 10 III : 11 IV : 07 V : 12	RN₁₁ . I : 14 II : 15 III : 14 IV : 11 V : 13,5

Dans le dossier remis par le chef de département à son supérieur hiérarchique, les moyennes y figurant sont données dans le tableau 5.

Tableau 5 : Moyennes des étudiants.

Etudiants	I	II	III	IV	V
Moyennes	13,73	13,59	13,41	12,55	12,91

D'après ces moyennes, pensez-vous que le Doyen de cette faculté pourra inscrire ce groupe d'étudiants au concours national pour représenter l'institution qu'il gère, sachant que la moyenne du groupe d'étudiants doit être supérieure ou égale à 13,20 sur 20 ?

Exercice 17 : Qui sont les plus sportifs ?

Lors d'un sondage dans deux lycées **A** et **B**, les enquêteurs posent la question suivante : « Etes-vous sportif ? ». Les réponses sont données dans le tableau 6.

Tableau 6 : Résultat d'un sondage sur le sport dans deux lycées selon le sexe.

	Lycée A		Lycée B	
	Filles	Garçons	Filles	Garçons
Effectifs	32	72	115	64
Oui	11	30	72	45
Pourcentages	34	41	62	70

D'après ces données les garçons sont-ils plus sportifs que les filles ?

Exercice 18 : Faculté et discrimination.

Ce cas s'est produit à l'United States of America, à l'époque de l'administration Carté. Au nom de l'égalité, l'administration surveillait soigneusement les proportions d'hommes et de femmes, de blancs et de noirs, dans les entreprises, les écoles et les administrations. La sous-commission pour les droits de l'administration s'est un jour penchée sur une université de la côte ouest, et on a découvert que la proportion d'étudiants reçus aux examens était de 75 %, alors que la proportion des étudiantes reçues n'était que de 56 %. L'enquête chez les doyens a permis d'obtenir les résultats donnés dans le tableau 7.

Tableau 7 : Répartition des étudiants selon la faculté.

Etudiants(es) \ Facultés	Lettres	Sciences
Etudiants présents	100	500
Etudiants reçus	50	400
Etudiantes présentes	400	100
Etudiantes reçues	200	80

Dans la faculté de **Lettres** : sur **100** étudiants présents, **50** ont été reçus, et sur **400** étudiantes présentes, **200** ont été reçues.

Dans la faculté des **Sciences** : sur **500** étudiants présents, **400** ont été reçus, et sur **100** étudiantes présentes, **80** ont été reçues.

Ainsi, en **Lettres**, il y a **50** % de reçus, tant chez les étudiants que chez les étudiantes ; en **Sciences** de même, dans une proportion de **80** %. Nos deux doyens sont donc irréfutables.

Pourquoi y a-t-il eu alors plainte et enquête ?

Exercice 19 : Comparaison des indices de prix.

Soient deux quotidiens, l'un tunisien et l'autre algérien. Dans le premier, on peut lire une comparaison des prix à la consommation entre l'Algérie et la Tunisie : l'indice est de **105**, indiquant des prix algériens supérieurs de **5** % aux prix tunisiens. Dans le quotidien algérien, la même comparaison, mais inversée, donne un indice de **105**, indiquant des prix tunisiens supérieurs de **5** % aux prix algériens.

Quels sont alors les indices exacts ?

Justifiez votre réponse en vous aidant d'un exemple numérique.

Exercice 20 : L'instruction publique.

Aux environs de **1875**, le projet d'instauration de l'« instruction publique », (l'équivalent aujourd'hui de l'enseignement primaire obligatoire), suscita un débat de société : selon les adversaires du projet, celui-ci risquait d'entraîner une augmentation de la délinquance. Pierre Larousse, qui était un fougueux partisan de l'instruction publique, intervient dans le débat dans son « Grand Dictionnaire Universel », à l'article « Prison », en mettant en avant les statistiques officielles suivantes.

Parmi les **4 560** criminels en France recensés lors de trois années consécutives :

- 1 878** étaient complètement illettrés,
- 1 874** savaient lire et écrire, mais imparfaitement,
- 714** savaient bien lire et écrire,
- 94** avaient une instruction supérieure.

Et Pierre Larousse de conclure « Ces chiffres sont trop éloquents par eux-mêmes ; ils prouvent que ceux qui sont hostiles à l’instruction publique favorisent le crime et que l’instruction, quoi qu’on en dise, moralise le peuple ».

Que pensez-vous de cette assertion ?

Les statistiques dont fait état P. Larousse apportent-elles effectivement la preuve que l’instruction publique, loin d’entraîner une augmentation de la délinquance, ne pouvait que favoriser une diminution de celle-ci ?

Exercice 21 : Problème d’affectation.

Dans un certain département, d’une certaine faculté, d’un certain établissement universitaire, d’une certaine wilaya, il a été décidé l’ouverture d’une certaine formation. Les dossiers complets d’enseignants retenus pour cette formation ont été étudiés par le Conseil Scientifique du Département, approuvé par le Conseil Scientifique de la Faculté et ont reçue l’habilitation du Ministère de l’Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique. Ces enseignants sont au nombre de **11** que nous désignerons respectivement par les lettres **A, B, C, D, E, F, G, H, I, J** et **K**. Chaque enseignant peut enseigner un ou plusieurs modules parmi les **11** dispensés lors de cette formation. Ces modules sont représentés par les chiffres arabes **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10** et **11**. Le tableau **8** représente les affectations possibles des modules, selon les curriculums vitae des enseignants.

Tableau 8 : Affectation théorique des enseignants selon leurs curriculums vitae.

Enseignants	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Modules	1;7;11	8	2;3	4	1;2;4	1;4;5	9	8	6;10	1;7	2

À la fin de cette formation, le Doyen de la Faculté demande au Chef de Département de lui remettre un bilan sur les affectations réelles des enseignants. Ce bilan est présenté dans le tableau **9** qui suit.

Tableau 9 : Affectation réelle des enseignants.

Enseignants	C	H	I	J	L	M	N	O
Modules	2;3;4	8	10	7	9	1;5	6	11

Commentez cette affectation.

Exercice 22 : Problème de transport.

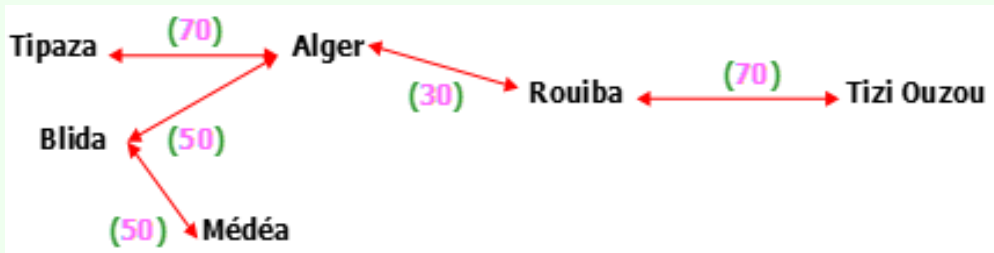
Une entreprise est composée de quatre unités de production dans le centre du pays situées respectivement dans les villes de **Médéa**, **Blida**, **Alger** et **Tipaza**. Elle doit distribuer ses produits à six villes qui sont **Alger**, **Médéa**, **Tipaza**, **Blida**, **Tizi-ouzou** et **Rouiba**. Les coûts de transport des différentes unités vers les clients (les six villes) sont donnés dans le tableau 10 avec les capacités de production des unités et les demandes des clients. Les routes menant des quatre unités de production vers les villes à desservir sont toutes à double sens. Le transport s'effectue de nuit où la circulation est fluide.

Tableau 10 : Coût de transport des unités vers les différents clients.

	Alger	Médéa	Tipaza	Blida	T.Ouzou	Rouiba	Capacité
Blida	80	175	170	15	172	120	3 000
Alger	20	150	145	80	148	70	7 000
Tipaza	145	95	180	170	40	173	2 000
Médéa	100	160	170	45	70	35	3 000
Demande	6 000	1 200	2 500	2 000	2 000	1 300	

Pour ceux qui n'ont pas le sens de l'orientation (ou des distances) très précis, on présente le schéma dans la synthèse 11 représentant les six villes considérées, en précisant entre parenthèses les distances les séparant (ces chiffres ne sont que des approximations).

Synthèse 11 : Distances approximatives entre les différentes villes.



À partir du modèle du transport traité par le logiciel STORM (version 2017) dans un ordinateur de dernière génération, on peut déterminer la quantité optimale de produits à transporter. Ensuite, avec ces résultats et d'autres informations, on peut calculer le nombre optimal de camions nécessaires pour le transport des produits fabriqués vers leurs destinations. Ces calculs ont été effectués par les responsables des services concernés de l'entreprise. Les résultats obtenus indiquent que le nombre de camions nécessaire doit être de 27, alors que le parc de l'entreprise n'en possède que 19, d'où un déficit de 8 camions.

À cela, s'ajoute un autre problème pour l'entreprise, il concerne l'importation de certaines matières premières au niveau du port d'Alger. Lorsque les bateaux ne peuvent être déchargés le jour même de leur arrivée, car les quais sont en partie occupés par des marchandises, le paiement de surestaries entraîne un coût supplémentaire pour le produit. Il arrive même parfois, que le taux d'occupation des quais atteint 25 %, d'où des surestaries encore plus élevées.

À la lecture de ce bilan chiffré, que proposez-vous au chef d'entreprise et à la direction des ports pour diminuer les frais liés aux surestaries et distribuer tous les produits fabriqués au moindre coût ?

Exercice 23 : La célèbre journée de congé !

Un employé d'une entreprise se présente chez son chef pour lui demander une journée de congé. Celui-ci, en guise de réponse, lui tient le discours suivant :

« Ainsi, vous désirez une journée de congé, car vous êtes trop fatigué par tout le travail que vous effectuez dans votre département !? Enfin, examinons de plus près votre cas.

Il y a 365 jours dans une année, et 52 semaines dans celle-ci. Pour chaque semaine, vous disposez de deux jours pendant lesquels vous ne travaillez pas, ce qui laisse 261 jours disponibles pour le travail ($365 - 2 \cdot 52 = 261$).

Introduction générale de la Recherche Opérationnelle

Ensuite, vous passez **16** heures par jour ailleurs que sur votre lieu de travail, donc vous n'êtes productif que **8** heures quotidiennement, soit **87** jours ($261.8/24 = 87$).

Vous disposez de **30** minutes chaque matin pour une pause-café, et d'une heure à la mi-journée pour une pause déjeuner. Ce qui fait **16** jours à retirer ($1,5.87/8 = 16,3$), il vous reste alors **71** jours de travail ($87 - 16 = 71$).

La direction vous offre, très généreusement, chaque année **30** jours de vacances, donc à déduire de vos **71** jours de travail, d'où un nombre de **41** jours restants ($71 - 30 = 41$).

Vous êtes généralement, en moyenne, **10** jours par an en congé de maladie, il vous reste alors **31** jours disponibles pour le travail ($41 - 10 = 31$).

Puis, vous savez que durant l'année, vous disposez de **11** journées chômées et payées pour différentes célébrations (jour de l'an, **4** jours pour les deux Aïds, jour du Mouharem, jour du Mowloud el Nabaoui, jour de l'Zchoura, journée du travailleur le premier mai, fête de l'indépendance, fête du déclenchement de la révolution). Encore heureux pour vous que vous ne soyez pas une femme, sinon il aurait fallu encore diminuer une demie journée de ce compte. Donc, après cette déduction, on a **20** jours ($31 - 11 = 20$).

La direction ferme, pour cause d'inventaire, pendant **8** jours à la fin de l'année, donc plus que **12** jours disponibles ($20 - 8 = 12$).

Cette année, votre section syndicale a organisé **11** jours de grève, ce qui fait qu'il ne vous reste qu'une seule journée pour travailler. Et vous voudrez que je vous donne cette seule journée où vous travaillez comme jour de congé ? Comment voulez-vous alors, que je justifie à mes supérieurs hiérarchiques le salaire que je vous verse ? ».

Synthèse 12 : Synthèse de la réponse du chef par les chiffres.

- Une **année** $\Rightarrow 365 - 2.52 = 261$ jours.
- 8 heures **productives** $\Rightarrow 261.8 / 24 = 87$ jours.
- **Pause** (café + déjeuner) $\Rightarrow 87 - 1,5.87 / 8 = 71$ jours.
- 30 jours de **vacances** $\Rightarrow 71 - 30 = 41$ jours.
- **Congé** de **maladie** $\Rightarrow 41 - 10 = 31$ jours.
- **Journées fériées** $\Rightarrow 31 - 11 = 20$ jours.
- **Inventaire** + **grève** $\Rightarrow 20 - 8 - 11 = 1$ jour.

Que peut répondre cet employé à son chef après de tels arguments, aussi convainquant les uns que les autres ?

Solutions du Questionnaire à Choix Multiples

- 1** – ~~A~~, C. **2** – ~~A~~, B, C, D. **3** – B, D, **4** – D. **5** – B, D.
6 – ~~A~~, B, C, D. **7** – ~~A~~, B, D. **8** – ~~A~~, B. **9** – ~~Aucune~~. **10** – ~~A~~, C, D.
11 – ~~A~~, B, C, D. **12** – ~~A~~, B. **13** – ~~A~~, B, C. **14** – B, C. **15** – B, C.
16 – ~~A~~. **17** – D. **18** – ~~A~~, C. **9** – B. **20** – ~~A~~, B, C, D.
21 – C. **22** – ~~A~~, C. **23** – B, D. **24** – ~~A~~. **25** – ~~A~~, D.
26 – ~~A~~, C. **27** – ~~A~~, B, C. **28** – ~~A~~, B. **29** – ~~Aucune~~. **30** – ~~A~~, B, C,
D.
31 – D. **32** – ~~A~~, D. **33** – ~~A~~, B, C, D. **34** – C, D. **35** – ~~A~~, B, C,
D.
36 – ~~Aucune~~. **37** – B. **38** – ~~A~~, B, D. **39** – ~~A~~, D. **40** – ~~A~~, C.
41 – B. **42** – ~~A~~, C, D. **43** – ~~Aucune~~. **44** – ~~A~~. **45** – ~~A~~, B.
46 – ~~A~~, B, C, D. **47** – B, D. **48** – ~~A~~, C. **49** – ~~A~~, C, D. **50** – ~~A~~, B, C,
D.
51 – ~~A~~. **52** – B, C, D. **53** – ~~A~~, B, D. **54** – C, D. **55** – B, D.
56 – ~~A~~, B, C, D. **57** – ~~A~~, B, C, D. **58** – C. **59** – D.

Solution des exercices sur la modélisation

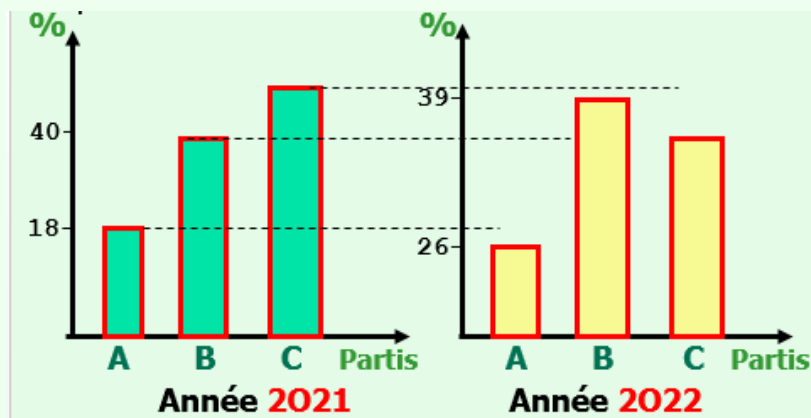
Solution de l'exercice 1 : Paroles d'un politicien.

Il s'agit dans cet exercice de commenter la phrase d'un politicien.

En regardant très succinctement les histogrammes du graphe 1, on pourrait penser que le nombre d'adhérents à ce parti B augmente. Cependant, méfiance envers un politicien oblige, en lisant attentivement ces deux histogrammes, on constate que les pourcentages de votes ne sont pas mentionnés.

Par contre, dans les deux histogrammes du graphe 4, on peut lire les pourcentages.

Graphe 4 : Histogrammes correctes et complets.



La lecture de ce graphe nous montre que le pourcentage de vote du parti B n'est pas en hausse comme voulait nous le faire croire ce politicien, mais en baisse (de 40 à 39%). Par contre le parti A est en nette progression (de 18 à 26%). Les histogrammes des deux graphes 1 et 4 n'ont pas les mêmes échelles, d'où la confusion dans les pourcentages de votes.

Cette phrase est bien celle d'un homme de politique (avisé, diplomate, habile, parfois prudent parfois rusé ou tout simplement machiavélique). Il a effectivement dit la vérité en utilisant des termes et phrases très vagues tels que :

- « Évolution », (une évolution peut être positive ou négative),

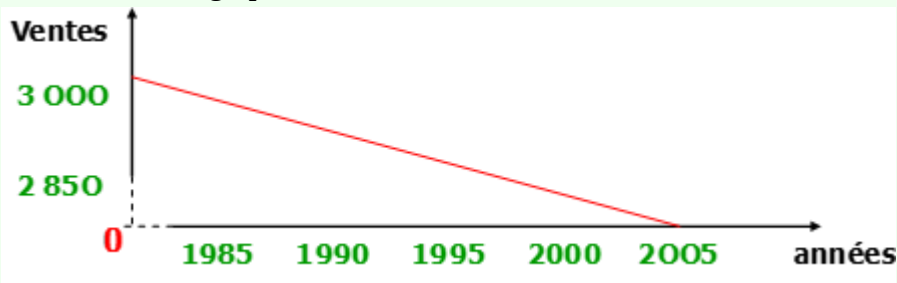
- « Progression », (une progression peut aussi être positive ou négative),
- « Je ne commenterai pas ces graphes » (prudence oblige, il ne pourra pas être jugé pour fausse déclaration),
- « Votez pour le parti », (aucune précision sur ce parti).

Ainsi, ce politicien a utilisé un support mathématique (le graphe) pour déformer scientifiquement la réalité.

Solution de l'exercice 2 : Revendications syndicales.

Reprenons le graphe 2 où apparaît un véritable effondrement de la vente des portes. Cependant, en regardant plus attentivement ce graphe 2, on peut remarquer qu'il n'est pas correctement tracé. Effectivement, aucune précision sur l'origine de l'abscisse et de l'ordonnée. Le graphe 5 présente les corrections nécessaires.

Graphe 5 : Correction du graphe 2.



En regardant de plus près les chiffres inscrits sur ce graphe, on constate que la baisse n'est pas aussi importante qu'elle ne paraît, elle passe de 3 000 à 2 850 portes. La diminution est donc seulement de 5 % :

$$(3\,000 - 2\,850) / 3\,000 = 0,05 = 5 \, \%.$$

L'explication de ce directeur n'est donc pas du tout justifiée. Une baisse de 5 % est une variation des plus normales dans les ventes de portes ou toute autre production similaire. Cela est tout simplement une manière élégante de la part de ce directeur de mettre les syndicalistes « à la porte ».

و مع سلامة

Solution de l'exercice 3 : Comparaison n'est pas raison.

Après les exercices 1 et 2, on doit se méfier des graphes. On vérifie tout d'abord si le graphe 3 est correct. Il l'est puisque l'origine correspond à zéro. Cependant, dans les affiches publicitaires, la méfiance doit être omniprésente. Dans ce cas, ce n'est pas le graphe qui est incorrect, mais les variables utilisées. En effet, on a comparé le prix de la laine brute à celui de la pelote de laine. Or, ces deux variables (laine brute et pelote de laine) sont-elles réellement comparables ?

C'est très rare de trouver des pelotes de laine composées à 100 % de laine pure, généralement le pourcentage de laine pure dans une pelote de laine varie de 10 à 25 %. On ne peut comparer que ce qui est comparable, et dans cet exercice ce n'est pas le cas. Cet industriel n'est donc pas un philanthrope, comme il voudrait le faire croire, mais plutôt un misanthrope (enfin, disons seulement cupide).

Solution de l'exercice 4 : Études et chômage.

1 - Surtout, ne vous pressez pas d'affirmer que le niveau d'étude qui offre le plus de perspectives dans le monde du travail est celui des artistes ou des universitaires. Ces statistiques sont insuffisantes pour répondre à la question de cet exercice. Relisez encore attentivement les chiffres du tableau 1.

Pour les artistes, le pourcentage 0,53 ne représente pas le taux de chômage au sein des artistes, mais seulement la proportion de chômeurs par rapport à l'ensemble de la population en chômage. Donc, attention à la mauvaise lecture des chiffres !

Si, par exemple, les artistes sont au nombre de 4 250, alors 425 représente un taux de chômage de 10 % au sein des artistes. Par contre, si le nombre d'artistes est de 850, le taux de chômage passe alors à 50 % pour le même nombre de chômeurs. Il est donc nécessaire, de connaître le nombre de la population active par niveau d'étude pour savoir quel est le niveau d'étude qui offre le plus de perspectives dans le monde du travail.

Pour pouvoir répondre à cette question, il faut donc connaître la population active par niveau d'étude.

2 - La lecture des données supplémentaires du tableau **2** ne nous permet pas directement de répondre à la question concernant le niveau d'étude qui offre le plus de perspectives d'emploi, mais des calculs à partir de ces données nous permettront d'y répondre.

À partir des tableaux **1** et **2**, nous pouvons obtenir un tableau qui nous renseigne sur la répartition des chômeurs parmi la population active selon le niveau d'étude. Il suffit seulement d'utiliser une règle de trois.

Concernant le **primaire** :

$$2\,056\,312 \Rightarrow 100\% = 1$$

$$55\,957 \Rightarrow x$$

$$x = (55\,957 / 2\,056\,312) = 2,722\%$$

En effectuant le même raisonnement pour tous les autres niveaux, on obtient le tableau **11**.

Tableau 11 : Répartition des chômeurs par niveau d'étude (taux de chômage).

Etudes	Pop. active	Nb de chômeurs	Tx de chômage
1 - Pri	2 056 312	55 957	2,722
2 - Moy	2 626 819	8 552	1,364
3 - Sec	397 339	5 706	1,436
4 - EN	96 815	1 338	1,382
5 - SNU	156 678	1 978	1,262
6 - UA	136 343	1 219	0,894
7 - Art	17 946	425	2,368
8 - NI	144 521	4 861	3,363

À partir de ce tableau **11**, on peut connaître le niveau d'étude qui offre le plus de perspectives d'emploi. Contrairement au tableau **1**, le pourcentage correspondant à des études artistiques est l'un des plus élevés (en troisième position avec un taux de **2,368**). Ainsi, les études artistiques offrent le moins de perspectives dans le monde du travail. Le niveau qui propose un taux d'activité professionnelle le plus intéressant est le niveau d'étude universitaire ou assimilé, avec un taux de chômage de **0,894** seulement. Ainsi, en tant qu'étudiant de quatrième année d'ingénierie, vous êtes en bonne voie : pas trop de chômage après l'obtention de votre diplôme (ou selon la personne pas trop de repos). En conclusion, si vous ne voulez pas « chômer », vous avez tout intérêt à connaître votre niveau d'étude, car ceux qui ne le connaissent pas ont le taux de chômage le plus élevé (**3,363**).

Solution de l'exercice 5 : Duel entre l'UGTA et le premier ministre.

Que les déclarations des représentants syndicaux et celles du premier ministre soient contradictoires, c'est normal (à la guerre comme à la guerre). Mais, que les deux partis aient raison, cela semble bizarre. Et pourtant, les deux antagonistes disent la vérité.

Considérons la démonstration suivante.

Supposons que la moyenne des salaires soit de **130 U.M** à Alger et de **90 U.M** dans chacune des **47** autres wilayates. Imaginons ensuite, que **47** salariés gagnants chacun **120 U.M** quittent Alger, et vont s'installer à raison d'un salarié par wilaya dans le reste du pays en voyant ainsi leurs salaires diminuer à **100 U.M**. On aura donc les situations qui suivent.

Au niveau national : **47** salariés ont vu leurs salaires diminués, la moyenne a donc diminué.

À Alger, on a enregistré le départ de **47** salariés qui gagnaient moins que la moyenne algéroise, donc cette moyenne a augmenté.

Dans une autre wilaya, autre qu'Alger, on a vu un salarié dont le salaire est supérieur à la moyenne par wilaya, donc cette moyenne a augmenté.

On peut donc conclure, que dans toutes les wilayates, la moyenne a augmenté alors que la moyenne nationale a diminué. On peut conclure aussi, qu'il n'est pas toujours nécessaire de mentir pour défendre ses intérêts. On peut les défendre en disant la vérité, rien que la vérité, mais pas toute la vérité.

Solution de l'exercice 6 : Quand tous disent vrai !

Au premier abord, je préférerai travailler dans l'entreprise de transports puisque les ingénieurs et les ouvriers sont deux fois mieux payés que ceux de l'entreprise de marketing. Cependant, l'affirmation du syndicaliste de l'entreprise de transports a semé le doute dans mes premières impressions. En me rapprochant de ce syndicaliste, il m'explique la situation qui prouve que son affirmation est effectivement vraie. Voici l'explication par des chiffres.

Synthèse 17 : Explication par les chiffres.

Entreprise de transport	Entreprise de marketing
Un ingénieur au salaire de 80 000 U.M	24 ingénieurs au salaire de 40 000 U.M
24 ouvriers au salaire de 16 000 U.M	Un ouvrier au salaire de 8 000 U.M
Calcul du salaire moyen (SM)	
$SMT = (80\,000 \cdot 1 + 16\,000 \cdot 24) / 25 = 18\,560 \text{ U.M}$	
$SMM = (40\,000 \cdot 24 + 8\,000 \cdot 1) / 25 = 38\,720 \text{ U.M}$	

On constate d'après ces chiffres que le syndicaliste a effectivement raison, son salaire est bien inférieur de moitié à celui des travailleurs de l'entreprise de marketing. En effet, **18 560** représentent bien la moitié environ de **38 720**.

Dans cette situation, les différentes structures entre les deux populations observées annulent toute validité à la comparaison des moyennes globales. Cette apparente contradiction est appelée par les statisticiens l'« effet de structure ». C'est un phénomène que nous rencontrons assez souvent dans la pratique.

Solution de l'exercice 7 : Prix moyen du baril de pétrole.

On nous demande de calculer le prix moyen en 19XX du baril de pétrole, sans nous préciser de quel prix moyen il s'agit. Moyen, par rapport à la durée, ou moyen par rapport aux quantités échangées ?

Si l'on considère le temps, on a un prix moyen qui est égal à :

$$(9.2 + 13.3 + 15.1 + 20.4 + 14.2) / 12 = 15 \$ \text{ le baril.}$$

Si l'on considère la quantité, on a un prix moyen qui est égal à :

$$(9.5 + 13.7 + 15.4 + 20.15 + 14.10) / 41 = 15,51 \$ \text{ le baril.}$$

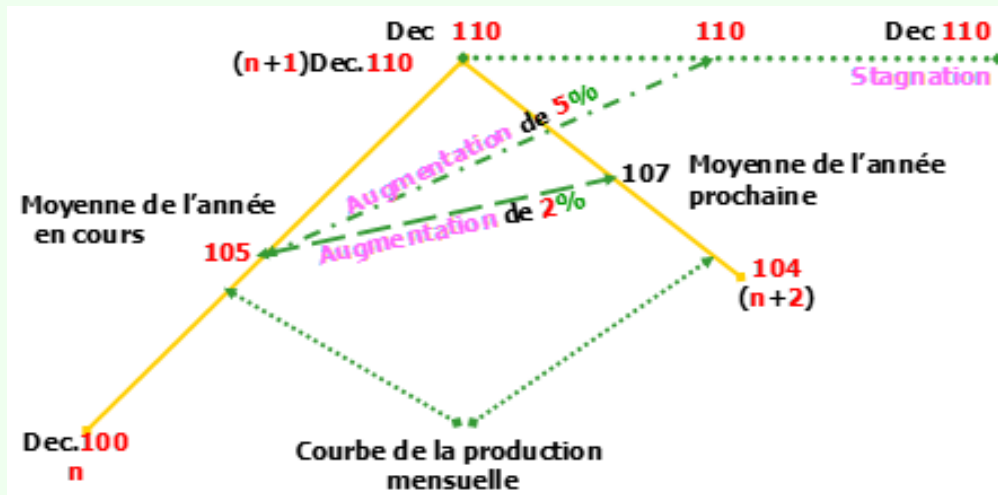
On constate, comme on s'y attendait, que ces prix sont différents. Lequel est correct ?

Ces deux moyennes sont justes. On utilisera l'une ou l'autre, selon que l'on veuille avoir une moyenne en hausse ou en baisse. Tout dépend donc, de l'utilisation de ces chiffres.

Solution de l'exercice 8 : Piège de la statistique.

Pendant l'année en cours, la production n'a pas cessé d'augmenter de mois en mois pour atteindre à la fin de l'année un niveau supérieur de **10 %** par rapport à celui du début (de **100** en l'an **n** à **110** en l'an **n + 1**). La production mensuelle moyenne de l'année était donc inférieure de quelques **5 %** à celle du dernier mois (**109,167** à **110**).

Synthèse 18 : Variation de la production de l'an **n** à **(n + 1)** et **(n + 2)**.



Admettons à présent, que la production à la suite de cette hausse rapide, devienne tout à coup stagnante tout le long de l'année suivante. Elle restera donc, au niveau de la fin de l'année en cours, **5 %** environ de plus que la production moyenne de cette année (segment en pointillés irréguliers dans le graphe). Pour que la progression soit de **2 %**, et non pas de **5 %**, il faut que pendant cette prochaine année la production diminue, au moins, au-dessous du chiffre atteint à la fin de l'année en cours.

Ainsi, si l'on affirme, sans aucune précision, qu'une certaine production a augmentée de **5 %** en **2022**, cela signifie deux choses différentes :

- La moyenne de l'année **2022** a dépassé de **5 %** la moyenne de l'année **2021**.
- La production à la fin de l'année **2022** dépasse de **5 %** celle de la fin d'année **2021**.

C'est cette confusion qui est à la base de l'erreur d'interprétation que l'on vient de décrire.

Solution de l'exercice 9 : Partage équitable.

Ce partage est historiquement célèbre. Il n'existe pas seulement un seul résultat, mais comme on va le démontrer, plusieurs propositions de résolution.

Ainsi, si **Haféda** et **Mohamed** parvenaient à conclure une alliance pour se partager entre eux la somme en deux parties égales, lors du vote, ils obtiendront chacun **500** et **Abdelouahab** n'aurait rien.

Cependant, si **Abdelouahab** soupçonne une telle alliance, il peut se rapprocher de **Mohamed** et lui dire : « Vous avez fait alliance avec **Haféda** pour **500**. Venez plutôt avec moi, je me contenterai de **400** et ainsi vous aurez **600**, c'est donc toujours mieux pour vous ».

Mohamed est assez tenté par la proposition, et a même envie de demander **700**. Mais il se retient, car après tout **Abdelouahab** pourrait bien aller faire des propositions à **Haféda**, et il se retrouverait sans rien. Il accepte donc la proposition. **Haféda** se voit alors dépouillée, et plutôt que d'accepter cette situation, elle offre à **Mohamed** de rester son allié moyennant **700**. Marché conclu.

Abdelouahab se retourne alors vers **Haféda** et lui dit : « Nous sommes tous les deux les dindons de la farce, toi seulement **300** et moi rien du tout. Pourquoi ne pas faire une bonne alliance loyale et prendre **50** % chacun ? Nous y gagnerons l'un et l'autre par rapport à la situation présente ».

Si bien qu'après toutes ces négociations, nous nous retrouvons avec la répartition :

Haféda = 500

Mohamed = 0

Abdelouahab = 500

et, prêts à repartir pour un nouveau tour, puisque comme on a pu le constater, ce n'est sûrement pas la loyauté, la sincérité ou bien la fidélité qui caractérisent nos trois compères. Si, ces personnages sont peut-être imaginaires dans cet exercice, ils reflètent assez bien la réalité dans toutes les sociétés, dans les différents niveaux hiérarchiques et dans tous les domaines. Il n'y a qu'à se rappeler « le pacte de non-agression » entre l'Allemagne et l'URSS avant la deuxième guerre mondiale.

Conclusion. Toute coalition de deux partenaires est en mesure de dicter la loi, comme dans cet exercice, et de s'approprier entièrement les **1 000 U.M.** La sagesse, toutefois, leur recommande de les partager équitablement entre eux, car celui qui aurait obtenu plus de

500 se mettrait en danger ; son partenaire pourrait trouver un meilleur marché en s'alliant avec le troisième.

Alors, si vous n'êtes pas capable d'être honnête et sincère, essayez tout de même d'être plus ou moins intelligent, et ainsi vous ne serez pas le dindon de la farce. Mais si être un dindon vous plaît, alors

Solution de l'exercice 10 : Durée de chômage réelle.

Cette moyenne a toutes les chances d'être plus courte que l'ancienneté moyenne précédente, qu'on croyait pourtant sous-estimée. C'est encore un effet de structure qui explique ce paradoxe.

En définissant un ensemble de chômeurs par le fait qu'ils ont retrouvé un emploi, on augmente la proportion des chômeurs de courte durée : quelqu'un qui dans l'année serait six fois chômeur pendant un mois interviendrait six fois dans le calcul, par contre un chômeur permanent qui ne retrouve pas de travail n'est pas pris en compte, son chômage n'étant pas terminé. Alors, attention à la structure et les vrais-faux calculs.

Solution de l'exercice 11 : Interprétation d'un sondage.

La moyenne du taux de possession de télévision en couleur est certes juste, c'est-à-dire qu'elle est plus élevée chez les jeunes ménages, mais la conclusion est fausse. Au début de la diffusion de la télévision en couleur, il s'est trouvé que les jeunes ménages, plus récemment équipés, avaient un taux de possession plus important que des ménages plus âgés qui n'avaient pas changé leur ancien récepteur. Il est donc faux d'en déduire que plus on vieillit, plus on préfère le noir et blanc aux couleurs. Puis, n'oublions pas que les goûts et les couleurs ne se discutent pas, et cela, indépendamment de l'âge.

Solution de l'exercice 12 : Contradiction apparente.

Pour le quotidien **X**, « Les résultats de **R** et **V** convergent ». Si on s'intéresse au niveau de ces résultats lors des neuf premiers mois de l'année **2004**, il est d'environ un milliard d'Unités Monétaires, un peu plus pour **R** (**1,032.10⁹ U.M**) et un peu moins pour **V** (**0,758.10⁹ U.M**). On peut remarquer que l'écart de niveau de ces résultats (**0,254.10⁹ U.M**) est nettement inférieur à celui de l'année précédente qui était d'environ **8.10⁹ U.M**

($7,478 \cdot 10^9$ U.M pour R et $- 0,509 \cdot 10^9$ U.M pour V). Donc, les résultats de V et R convergent, l'écart de niveau est passé de $7,987 \cdot 10^9$ U.M à $0,254 \cdot 10^9$ U.M.

Synthèse 19 : Résultats de V et R.

$$\begin{array}{l} 2003 \Rightarrow 7,478 + 0,509 = 7,987 \\ 2004 \Rightarrow 1,032 - 0,758 = 0,254 \end{array}$$

L'écart a diminué de 7,987 à 0,254

A présent, considérons le quotidien Y, les comptes de R et V divergent. Dans ce cas, on ne s'intéresse plus au niveau des résultats, mais à la manière dont ils évoluent. On peut constater que les résultats sont en hausse pour V (de $- 0,509 \cdot 10^9$ U.M à $+ 0,758 \cdot 10^9$ U.M) et en baisse (même en chute) pour R (de $7,478 \cdot 10^9$ U.M à $1,032 \cdot 10^9$ U.M). Donc, les comptes de R et V divergent.

Les deux quotidiens X et Y avaient tous les deux raison. La différence est donc apparente seulement, mais non pas réelle. Il s'agit toujours du problème de la lecture des chiffres et aussi de leur interprétation.

Solution de l'exercice 13 : Industrie et pollution.

1 - Les chiffres présentés par cet industriel sont insuffisants pour pouvoir donner un avis objectif sur cette pollution. Vérifiez toujours si les données dont vous disposez sont suffisantes pour une analyse complète et objective.

La pollution varie selon la taille de l'usine et la nature du produit fabriqué, évidemment il y a d'autres facteurs que nous ne considérons pas ici. Cet industriel utilise la moyenne nationale, sans aucune précision sur la taille de son usine. Est-ce que la taille de son usine est la même que celle qu'il prend comme référence pour la moyenne nationale ?

2 - D'après ces données complémentaires concernant les moyennes nationales pour les usines de même taille, on est en mesure de savoir si cet industriel a raison ou pas. Les moyennes nationales pour les usines de même taille sont respectivement de 2 T/an et 0,8 T/an pour le monoxyde de carbone et le monoxyde d'azote. L'industriel par contre a comparé 3 à 7,5 et 1,2 à 3 alors qu'il devait normalement comparer 3 à 2 et 1,2 à 0,8.

L'affirmation de l'industriel est donc totalement fausse. Son usine ne pollue pas **60 %** de moins que la moyenne nationale, comme il voudrait le faire croire, mais réellement elle pollue **50 %** de plus que la moyenne nationale.

On peut en conclure que cet industriel a su manier les chiffres à son avantage en trompant son public. Il s'agit là d'un sophiste, et ne pas confondre avec un soufi (ou çoufi).

Solution de l'exercice 14 : Hadj Moussa ou Moussa Hadj ?

Dans la mesure où des travailleurs gagnaient **50 %** de moins qu'une autre catégorie de travailleurs, et qu'ils ont été augmentés de **50 %**, ils devraient être, au moins théoriquement, satisfaits. Or, ils ne le sont pas, et ils ont tout à fait raison. Lors des négociations entre syndicat et patron, il y a eu confusion.

Dans cette situation, il s'agit d'une confusion entre pourcentage « en dedans » et pourcentage « en dehors ».

Considérons un salaire de **1 000 U.M** d'une catégorie de travailleurs que l'on nommera **A** qui se plaint de gagner **50 %** de moins qu'une autre catégorie de travailleurs que l'on nommera **B**. Le salaire de cette dernière catégorie est donc de **2 000 U.M** (en effet $1000 \cdot 0,5 = 2\,000$). Après une longue lutte, la catégorie de travailleurs **A** obtient une augmentation de salaire de **50 %**, soit $1\,000 + (1\,000 \cdot 0,5) = 1\,500$ **U.M**.

Évidemment, cette catégorie de travailleurs n'est pas satisfaite puisque même après une augmentation de salaire de **50 %**, elle n'atteint pas encore le salaire de la catégorie de travailleurs **B**.

En conclusion, contrairement à ce que nous pensons généralement Hadj Moussa est parfois différent de Moussa Hadj. Alors attention quand vous utiliserez cette expression dans le futur.

Solution de l'exercice 15 : Méfions-nous des annonces !

1 – La comparaison de deux pourcentages relatifs à des grandeurs sans relation étroite est un facteur de risque d'erreur. Ainsi, prenons comme exemple une entreprise qui peut vendre au prix de **1 000 U.M** un produit dont le coût de production est de **500 U.M**. Les deux prix ne sont unis que par le biais de la concurrence. Dans ces conditions, les coûts de

production ont augmentés de **15 %**, ils sont passés de **500** à **575 U.M.**, et les prix de ventes de **10 %**, passant de **1 000** à **1 100 U.M.** Le bénéfice brut passe de **500** ($1\,000 - 500 = 500$) à **525 U.M.** (en effet, $1\,100 - 575 = 525$) augmentant en réalité de **5 %**.

Il n'y a donc aucune amputation de bénéfice, bien au contraire.

2 – Apposé à une grandeur qualitative, non mesurable, telle que la blancheur du linge, un pourcentage donne une impression de précision scientifique qui ne trompe que les esprits non avertis. *La prochaine fois que vous lirez une annonce publicitaire, pensez que vous avez été avertis et en plus « un homme averti en vaut deux ».*

3 – Il s'agit encore là de la confusion entre pourcentage « en dedans » et pourcentage « en dehors ».

Si vos billets de **1 000 U.M.** ont une valeur réelle de **1 100 U.M.**, c'est que vous obtenez pour **1 000 U.M.** un objet au prix marqué **1 100 U.M.**, bénéficiant ainsi d'une réduction de **100 U.M.** sur les **1 100 U.M.**, soit environ **9,1 %** et non pas **10 %** comme veut le faire croire ce commerçant.

4 et **5** – Les pourcentages de variation sont appelés aussi taux de croissance ou pourcentage d'évolution. Ils permettent de mesurer la vitesse à laquelle varient les grandeurs dont on mesure la croissance entre deux dates. La baisse de ces pourcentages ne peut aller au-delà de **100 %**, une baisse de **100 %** ramène la valeur de la grandeur à zéro. Par contre, les hausses peuvent être illimitées.

Ces deux phrases sont donc fausses. Si la population active agricole est passée de **6** à **2** millions, elle a donc diminué de **33,33 %** seulement et non pas de **300 %**. Une baisse de **300 %** signifierait que la population serait de **- 18** millions, ce qui n'a aucun sens dans la mesure où une population négative n'existe pas, à moins que le journaliste qui a écrit cette phrase croie encore aux fantômes.

Pour la dévalorisation de la monnaie de **400** à **200**, cela correspond à une baisse de **50 %**. Concernant des sommes d'argent, on peut avoir des chiffres négatifs et cela correspond dans une comptabilité à une perte ou un déficit.

6 – Lisez attentivement cette affiche, il ne s'agit pas d'un rabais de **50 %** sur les prix, mais pour **50 %** du stock il y a un rabais. Aucune précision sur le pourcentage de ce rabais.

7 – On pourrait croire en lisant cette annonce que les confitures Miam Miam contiennent 20 % de calories en moins que la moyenne de toutes les autres confitures du marché, et qu'elles sont très légères.

Méfiez-vous et considérons l'exemple suivant. Soient quatre marques concurrentes dont les teneurs en calories sont de 3, 100, 4 et 3 alors que pour Miam Miam, la teneur est de 26. La teneur moyenne des marques concurrentielles est donc de :

$$(3 + 100 + 4 + 3) / 4 = 27,5.$$

Il n'y a donc pas de publicité mensongère, même si l'on a compris tout autre chose.

Solution de l'exercice 16 : Concours national.

En faisant la moyenne des étudiants du groupe, on trouve une valeur supérieure à 13,20 qui est la valeur requise pour participer à ce concours. Mais, ne vous pressez pas d'affirmer que le Doyen de cette faculté peut inscrire ce groupe d'étudiants au concours national pour représenter l'institution qu'il gère.

Si vous avez calculé cette moyenne, vous n'avez pas encore compris l'objectif de cette série d'exercices. Effectivement, vous avez calculé une moyenne sur la base de fausses moyennes. Relisez attentivement les relevés de notes qui ont servi de base pour le calcul de ces moyennes. Théoriquement, il doit y en avoir 11, or, il n'y en a que 10. À cela, s'ajoute le fait que des relevés de notes sont incomplets (le 1, le 4 et le 9).

Ainsi donc, sur la base des données disponibles, il nous est impossible de calculer une quelconque moyenne, et encore moins de donner un avis sur la participation de ce groupe d'étudiants à un concours national.

Solution de l'exercice 17 : Qui sont les plus sportifs ?

En lisant la dernière ligne du tableau des énoncés, on serait tenté de penser que les garçons sont plus sportifs que les filles. On lit 41 % et 70 % dans les deux lycées pour les garçons, alors que pour les filles, ces pourcentages sont respectivement de 34 et 62 seulement.

Mais, les exercices précédents nous ont appris à nous méfier de l'évident. Si l'on regroupe les deux lycées, on obtient le tableau 12.

Tableau 12 : Résultats du sondage selon le sexe.

Fillles	Garçons
147	136
83	75
56,46%	55,14%

Ce tableau 12 nous donne un autre résultat. On constate que les filles sont plus sportives que les garçons (56,46 % pour les filles et 55,14 % pour les garçons).

Alors selon l'objectif que l'on se fixe, on présentera un tableau ou l'autre (plus exactement deux tableaux ou un seul tableau). On reconnaît là encore l'« effet de structure ».

Solution de l'exercice 18 : Faculté et discrimination.

En faculté de **Lettres**, il y a 50 % de reçus, autant chez les filles que chez les garçons. En faculté des **Sciences**, il en est de même dans une proportion de 80 %. Nos deux doyens sont donc irréprochables. Cependant, pour l'ensemble de l'université, 600 étudiants se sont présentés, 450 ont été reçus, ce qui fait un taux de réussite de 75 %. En revanche, pour les étudiantes, 500 se sont présentées et 280 ont été reçues, ce qui représente un taux de réussite de 56 %.

La plainte ne doit pas être dirigée contre les doyens, mais contre l'« effet de structure ».

Solution de l'exercice 20 : L'instruction publique.

Déjà enfant, avant même de comprendre la signification d'un dictionnaire, le comportement de ma mère (à peine lettrée), envers ces « très gros et lourds livres de Larousse » m'a appris à respecter une encyclopédie. Alors, comment puis-je me permettre aujourd'hui, d'affirmer que P. Larousse avait tort ? Désolée, mais je ne peux pas l'écrire. J'écirai seulement qu'il a utilisé ces chiffres, avec l'« effet de structure », pour atteindre un objectif très noble : l'instruction pour tous العلم نور. Et, n'oublions pas que la première injonction au prophète Mohamed (SWS) par l'ange Gabriel était اقرأ.

أقرأ باسم ربك الذي خلق
خلق الإنسان من علق
أقرأ وربك الأكرم
الذي علم بالقلم
علم الإنسان ما لم يعلم

Sourate 96 verset 1 à 5.

Solution de l'exercice 21 : Problème d'affectation.

D'après le cours sur la modélisation, il est nécessaire avant toute analyse de données chiffrées de vérifier la source de ces chiffres et corriger les éventuelles erreurs ou contradictions.

Il n'est pas précisé dans l'énoncé de cet exercice, s'il s'agit d'une affectation obtenue par ordinateur, utilisant un algorithme d'affectation, ou d'une affectation réelle. Pour cela, nous proposons deux solutions correspondantes à ces deux cas.

- ***Affectation obtenue par ordinateur.*** La lecture de ces données nous montre aisément que le programme utilisé contient un ou plusieurs virus. Effectivement, on ne peut obtenir des affectations avec des données qui n'existent pas dans l'énoncé. On lit dans les données qu'il y a 11 enseignants (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J et K) ; or, dans la solution, on constate qu'il y a d'autres enseignants représentés par les lettres L, M, N et O. Rien dans l'énoncé de l'exercice ne peut justifier la présence de ces enseignants. À cela, s'ajoutent certaines contradictions. Ainsi, l'enseignant C ne peut enseigner que les modules 2 ou 3, or dans l'affectation réelle, on propose qu'il enseigne le module 4 qui devrait être enseigné par les enseignants D, E ou F.

- ***Affectation réelle.*** Les observations concernant les affectations et les contradictions citées dans le cas précédent sont aussi valables pour ce cas réel. Cependant, si dans le premier cas, on pouvait expliquer ces « anomalies » par la présence de virus informatiques, il est difficile d'expliquer la cause dans une affectation réelle à moins de considérer que les virus informatiques se soient transformés en virus humains.

La présence de ces virus, qu'ils soient informatiques ou humains ne peut être que néfastes pour cette formation.

Solution de l'exercice 22 : Problème de transport.

Si, vos propositions concernent les camions ou les surestaries, c'est que les chiffres et la technologie (logiciel et ordinateur) ont encore un pouvoir magique sur vous. Il faut alors trouver un moyen qui puisse conjurer cet envoûtement maléfique. Commencez par bien vous installer, respirez profondément, reprenez les énoncés du problème et relisez attentivement les chiffres concernant les coûts de transport.

Si vous persistez encore, après cette deuxième lecture, à faire des propositions liées aux camions et aux surestaries, c'est que vous devez refaire cette série d'exercice du début, ou peut-être même relire le cours sur la modélisation (particulièrement le paragraphe 4 sur le modèle et la réalité).

À la lecture de ces données, on ne peut rien proposer au chef d'entreprise, et à la direction des ports, pour pouvoir diminuer les coûts de production et distribuer tous les produits fabriqués. Effectivement, comment proposer des solutions sur la base de fausses données. Les résultats du logiciel STORM sont totalement faux.

Relisons ensemble les coûts de transport du tableau 10 et considérons le tableau 13.

Tableau 13 : Coûts de transport.

	Alger	Médéa	Tipaza	Blida	T.Ouzou	Rouiba
Blida	80	175	170	15	172	120
Alger	20	150	145	80	148	70
Tipaza	145	95	180	170	40	173
Médéa	100	160	170	45	70	35

Commençons par le premier coût, lié au trajet **Blida-Alger**, qui est égal à **80 U.M.** Le coût du trajet inverse, c'est-à-dire **Alger-Médéa**, est égal aussi à **80 U.M.** Donc, apparemment pas de problème pour ce coût.

Passons au second trajet **Blida-Médéa** qui correspond à un coût de transport égal à **175 U.M.** Déjà, une première remarque s'impose : pour la même distance de **50 km** (**Blida-Alger** ou

Blida-Médéa), le coût varie du simple au double (et même plus que le double) **80** et **175 U.M.** Est-ce les virages de la Chiffa qui ont donné le vertige aux chiffres ? A cette première anomalie, on en ajoute une autre : on constate que le coût de transport du trajet inverse, c'est-à-dire **Médéa-Blida**, est égal à **45 U.M** seulement, soit près de quatre fois moins que le trajet **Blida-Médéa**. On rappelle que l'énoncé du problème précise que pour un même trajet le coût de transport est identique dans les deux sens.

Considérons à présent le troisième trajet **Blida-Tipaza**. Son coût de transport est de **170 U.M** dans les deux sens (**Blida-Tipaza** ou **Tipaza-Blida**). Cependant, il semble trop élevé pour la distance parcourue, mais nous n'avons pas de données complémentaires.

Pour le trajet **Blida-Blida**, le coût de transport est de **15 U.M.** Ce dernier peut être acceptable, d'autant plus qu'on a aucune précision sur les lieux de l'unité de production et de livraison. Ces lieux peuvent être dans la même ville, mais en des endroits différents, ce qui peut expliquer ce coût de **15 U.M.**

Les trajets **Blida-Tizi Ouzou**, **Blida-Rouiba** et **Alger-Alger** semblent avoir des coûts de transport corrects. Par contre, le trajet qui suit c'est-à-dire **Alger-Médéa** correspond à un coût de **150 U.M**, alors qu'en sens inverse **Médéa-Alger** le coût de transport est égal à **100 U.M.**

Après la lecture de ces premiers coûts de transport, on peut espérer que l'envoûtement des chiffres a sûrement disparu, et il vous est possible à présent de poursuivre l'analyse de ces chiffres sans aucune aide. La presque totalité des autres coûts présentent des « anomalies », à vous de les « découvrir ». Pour rendre cet exercice plus agréable, imaginez que vous jouez au jeu des **7** erreurs, à la différence qu'ici il y a peut-être plus que **7** erreurs.

Ainsi, les résultats obtenus par le logiciel **STORM** sont donc totalement faux.

Concernant l'avant dernier paragraphe sur l'importation de matières premières, il y a aussi une contradiction. On souligne que les bateaux ne peuvent être déchargés, car les quais sont généralement occupés. Or, on précise plus loin que le taux d'occupation des quais est de **25 %** seulement, ce qui signifie que les **3/4** de la surface des quais sont en mesure de recevoir de la marchandise.

Après toutes ces remarques, vous pouvez proposer au chef d'entreprise et à la direction des ports de faire tout d'abord une analyse statistique correcte sur les coûts de transport. Ce n'est qu'après acquisition de données fiables, que vous serez en mesure de faire des propositions concrètes aux responsables afin de diminuer les coûts de production et distribuer tous les produits fabriqués.

Solution de l'exercice 23 : La célèbre journée de congé !

Toutes les opérations effectuées par ce chef sont justes, il n'y a pas d'erreurs de calcul. Cependant, il a judicieusement introduit dans une phrase, que vous devez découvrir, une certaine confusion qui a faussé toute l'interprétation de ces chiffres. Quelle est cette phrase ? Si vous ne l'avez pas encore trouvée, relisez encore attentivement l'énoncé de l'exercice.

Pour vous aider, nous vous posons la question qui suit : connaissez-vous une personne de votre entourage qui travaille 24 heures par jour sans s'arrêter et cela durant 87 jours ? Si cette personne existe, n'oubliez pas de lui demander la « recette » lui permettant un tel rythme de travail, cela peut toujours être utile !

C'est à partir de la phrase « ... vous passez 16 heures par jour ailleurs que sur votre lieu de travail, donc vous n'êtes productif que 8 heures quotidiennement, soit 87 jours » que s'introduit le piège, et qui fausse tous les autres calculs.

Reprenez l'énoncé de l'exercice à partir du « piège », et effectuez les corrections nécessaires.

Bibliographie

- [1] M. Aidene et B. Oukacha : *Recherche opérationnelle*. Édition Pages bleues, Alger, 2005.
- [2] S. Aïvazian, I. Enekov et L. Mechalkine : *Eléments de modélisation et traitement primaire des données*. Édition, Moscou, 1986.
- [3] J.P. Ancot et J.P. Paelinck : *Modèles et choix. Une initiation à la modélisation pour pays en développement*. Édition Economica, 1990.
- [4] M. Angers : *Initiation pratique à la méthodologie des sciences humaines*. C T R. Casbah Université, Alger 1997.
- [5] J. P. Aubin, P. Neponiastchy et A.M. Charles : *Méthodes explicites de l'optimisation*. Éditeur Dunod, 1982.
- [6] P. Azoulay et P. Dassonville : *Recherche opérationnelle de gestion*. Tome 1, Presse Universitaire de France, 1976.
- [7] R. Benayoun : *La pratique de l'optimisation dans l'entreprise*. Presse Universitaire de France, 1974.
- [8] A. M. Benghezal : *Programmation linéaire*. Office des Publications Universitaires, Alger, 2000.
- [9] B. Benmazouz : *Recherche opérationnelle de gestion*. Atlas Éditions, Alger, 1995.
- [10] M. Blang : *La méthodologie économique*. Édition Economica, 1994.
- [11] J. L. Boursin : *La statistique du quotidien*. Vuibert, 1992.
- [12] J. L. Boursin : *La décision rationnelle*. Édition Economica, 1996.
- [13] J. L. Brissard et M. Polizzi : *Gérer la production industrielle : outils et méthodes*. Éditions Mare Nostrum, 1996.
- [14] W. Broad et N. Wade : *La souris truquée : enquête sur la fraude scientifique*. Éditions du Seuil, 1997.
- [15] I.D. J. Bross : *Prévision et décisions rationnelles*. Éditeur Dunod, 1961.
- [16] J. P. Bross, R. Faure et A. Le Garff : *La recherche opérationnelle*. Collection Que sais-je, Presse Universitaire de France, 1980.
- [17] D. Brunel et J. C. Goaër : *La théorie des jeux et les tests statistiques*. Éditeur Dunod Economica, 1972.
- [18] P. Caron, A. Juhel et F. Vandeveld : *Programmation linéaire, méthodes et applications*. Éditeur Dunod, 1988.
- [19] A. M. Chauvel : *Résoudre un problème. Méthode et outil pour une meilleure qualité*. Éditeur Dunod, 1992.

- [20] P. Chretienne, Y. Pesqueux et J. C. Grandjean : *Algorithme et pratique de programmation linéaire*. Édition Technip, Paris, 1980.
- [21] A. David, A. hatchuel et R. Laufer : *Les nouvelles fondations des sciences de gestion*. Éditeur Vuibert, 2000.
- [22] Roseaux (nom collectif) : *Exercices et problèmes résolus de recherche opérationnelle*. Tome 3, Édition Masson, 1991.
- [23] M. Simonnard : *Programmation linéaire. Technique du calcul économique*. Tome 1, Éditeur Dunod, 1972.
- [24] J. Sohier : *La logistique*. Librairie Vuibert, Paris, 1999.
- [25] J. Sordet : *La programmation linéaire appliquée à l'entreprise*. Éditeur Dunod, 1970.
- [26] A. Spalanzani : *Précis de gestion industrielle et de production*. Office des Publications Universitaires, Alger, 1994.
- [27] J. Thépot : *Gestion et théorie des jeux*. Éditeur Vuibert, 1998.
- [28] H.Thiriez : *Comprendre et utiliser les modèles en gestion*. Édition d'Organisation, Paris, 1982.
- [29] H.Thiriez : *Initiation au calcul économique*. Éditeur Dunod, 1987.
- [30] S. Vajda : *Leçons sur la programmation mathématique*. Éditeur Dunod, 1965.
- [31] S. Vajda : *Théorie des jeux et programmation linéaire* Éditeur Dunod, 1968.
- [32] T. P. Vedrine : *Techniques quantitatives de gestion*. Vuibert Gestion, 1985.
- [33] P. Vizzavona : *Pratique de gestion*. Tome 2 et 3, Éditions Berti, Tipaza, 1991.
- [34] M. Yebbal : *Introduction à la publicité*. Éditions ANEP, Rouiba, 2000.

À suivre ...