الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur
Et de la recherche scientifique

Université M'Hamed BOUGARA de Boumerdès
Faculté Des Sciences Economiques , Commerciales
Etdes Sciences De Gestion

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعةأمحمد بوقرة بومرداس
كلية العلوم الاقتصادية التجارية
و علوم التسيير

كتاب بيداغوجي تحت عنوان:

إحصاء 1
(دروس وسلاسل تمارين محلولة)

موجهة لطلبة: سنة أولى جذع مشترك.

تخصص: العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير

من إعداد الدكتورة: بن طالب سامية.

قسم : العلوم الاقتصادية

السنة الجامعية 2024 /2025.

فهرس المحتويات

مقدمة عامة

يعتبر الإحصاء بشقيه الوصفي و الاستدلالي من العلوم المعتمد عليها بشكل واسع في العديد من المجالات و المواضيع البحثية ، خاصة في الآونة الأخيرة أين تطورت الأجهزة الحاسوبية و التكنولوجية بشكل رهيب و تعدد التخصصات و التفرعات العلمية كثيرا و اعتماد هذه الأخيرة على طرق رياضية و برامج إحصائية و كمية للتحليل و استخلاص نتائج واقعية و دقيقة لمختلف الظواهر التي تهتم بدراستها.

و يعد الإحصاء الوصفي من العلوم التي ظهرت منذ القدم و لكن لم يحظى بالمكانة التي يحظى بها في وقتنا الحالي، إذ كان يعتبر وسيلة لوصف الظواهر لا أكثر ، و لكن تطور عبر العصور إلى أن وصل إلى ما هو عليه اليوم ليستقل بمفرده ويشكل علما بذاته له أسسه و قواعده و طرقه و أساليبه و لا يمكن الاستغناء عنه في معظم – إن لم نقل– كل المجالات العلمية و العملية.

فمن منطلق الأهمية البالغة للإحصاء الوصفي أو ما يعرف في برامج التكوين الجامعي لنظام ل م د ب إحصاء 1، ارتأينا تأليف هذا الكتاب البيداغوجي و الذي جاء تحت عنوان:" **كتاب بيداغوجي في إحصاء 1: دروس و سلاسل تمارين محلولة**" موجه خصيصا لطلبة سنة أولى جذع مشترك تخصص علوم اقتصادية، تجارية و علوم التسيير نظام ل م د مقدما وفق البرنامج المسطر من طرف اللجنة البيداغوجية الوطنية لميدان العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير و المتضمن 9 فصول متسلسلة و موزعة كالآتي: **الفصل الأول** : نظرة عامة حول علم الإحصاء، **الفصل الثاني** : العرض الجدولي للبيانات الإحصائية، **الفصل الثالث** : العرض البياني للبيانات الإحصائية، **الفصل الرابع** : مقاييس النزعة المركزية، **الفصل الخامس:** مقاييس التشتت، **الفصل السادس:** مقاييس الشكل، **الفصل السابع** :مقاييس التمركز، **الفصل الثامن** : الأرقام القياسية و **الفصل التاسع و الأخير** : الارتباط و الانحدار.

سعينا إلى تقديم الفصول السابقة الذكر بدروس جد مبسطة و سهلة و مختصرة متبوعة بسلاسل تمارين كل واحدة منها تخص فصل من الفصول و محلولة بطريقة مفصلة و وواضحة لتمكين الطالب من الإلمام بجميع جوانب المقياس و اكتسابه قاعدة أساسية تمهيدية تفيده في سنوات لاحقة من تكوينه الجامعي في مقاييس أخرى (إحصاء 2، إحصاء تطبيقي، اقتصاد كمي،...) و ليستخدمها مستقبلا في حياته العملية للتحليل العلمي الدقيق و الصحيح لمختلف الظواهر و اتخاذ قرارات صائبة و فعالة يفيد بها مؤسسته أو مجتمعه أو بلده بصفة عامة.

و في الأخير نتمنى أن يكون هذا الكتاب البيداغوجي إضافة متواضعة لما قدمه زملائي الأساتذة ذوي الاختصاص من كتب و مطبوعات.

الفصل الأول:

نظرة عامة حول علم الإحصاء

يلعب علم الإحصاء دورا بارزا في دراسة مختلف الظواهر المنتشرة في مختلف مجالات الحياة اليومية لا سيما الاقتصادية و الاجتماعية منها، و في الآونة الأخيرة أصبح يعتمد عليه كثيرا في معظم البحوث و الدراسات لما يتميز به من تنوع في الأساليب و الطرق التي تساعد على تفسير نتائج الدراسات بطريقة علمية دقيقة.

1 –**تعريف علم الإحصاء** : هو العلم الذي يضم مجموعة من الطرق الرياضية المستخدمة في جمع و تنظيم و عرض و تلخيص المعلومات و المعطيات و من ثم تحليلها وفق طرق و أساليب علمية للحصول على استدلالات و قرارات سليمة على ضوء هذا التحليل.[1] و ينقسم علم الإحصاء إلى:

- ✓ **الإحصاء الوصفي:** و هو عبارة عن الأساليب الإحصائية التي تعني بجمع البيانات و تنظيمها و تصنيفها و تلخيصها بطرق واضحة في صورة جداول أو أشكال بيانية و حساب المقاييس الإحصائية المختلفة لوصف متغير ما أو أكثر في مجتمع أو عينة منه[2].
- ✓ **الإحصاء الاستدلالي:**هو عبارة عن مجموعة من الأساليب الإحصائية التي تستخدم بغرض تحليل بيانات ظاهرة أو أكثر في مجتمع ما على أساس بيانات عينة احتمالية تسحب منه و تفسيرها للتوصل إلى التنبؤ و اتخاذ القرارات المناسبة.[3]

2 –تطبيقات علم الإحصاء :

لقد أصبح علم الإحصاء أحد الدعائم الأساسية التي تقوم عليها مختلف العلوم مثل العلوم الطبيعية، الإنسانية،علم النفس، علم الاجتماع، الديموغرافيا، الجغرافيا،...و نظرا للأهمية البالغة له فقد ظهرت علوم جديدة تعتبر مزج له مع علوم أخرى مثل: الاقتصاد القياسي، الإحصاء الرياضي، علم النفس الإحصائي ، علم الإحصاء الحيوي،...

✓ **تطبيقات علم الإحصاء في الاقتصاد و إدارة الأعمال**

يستخدم علم الإحصاء كثيرا في النشاط الاقتصادي من خلال دراسة مختلف الظواهر الاقتصادية و قياس العلاقات بينها ، إذ يعتبر وسيلة هامة للتنبؤ بالقيم المستقبلية لهذه الظواهر و كذا التنبؤ بسلوك الفرد (منتجا أو مستهلكا)و من ثمة اتخاذ قرارات أو تقديرات من أجل ذلك، و من أمثلة تطبيقاته في هذا المجال:دراسة السوق (العرض و الطلب) و دراسة العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما و سعرها، العلاقة بين دخل الأفراد و إنفاقهم على مختلف السلع، إدارة جودة الإنتاج، المقارنة بين السياسات التسويقية و الإدارية،...[4]،أما في مجال إدارة الأعمال فيعتبر كذلك مصدرا دقيقا و أساسيا يعتمد عليه في التخطيط لمختلف المشاريع التسييرية و إجراء التفاضل بينها من اجل اختيار الأفضل منها سواء كانت على مستوى الفرد، المؤسسة أو الدولة ككل، المساهمة بطريقة علمية منطقية في حل مختلف المشاكل و الأزمات الإدارية المساعدة على وضع سياسات عامة و قرارات مستقبيلية من شأنها تحقيق التنمية بمختلف فروعها، ...

3 –**مصطلحات هامة يعتمد عليها علم الإحصاء:** من أهم المصطلحات المعتمدة في علم الإحصاء ما يلي:

1.3 –**المجتمع الإحصائي:** يعرف المجتمع الإحصائي بأنه: مجموعة من الوحدات أو المفردات الخاصة بالظاهرة المراد دراستها،قد يكون محدود أو منتهي أي يمكننا عد كل مفرداته و قد يكون غير محدود أو غير منتهي أي لا يمكننا عد عدد مفرداته. و قد يكون متجانسا إذا كانت كل مفرداته تتشابه في الصفة المراد دراستها، و قد يكون غير متجانس إذا اختلفت في ذلك، و قد يكون حقيقي (يمكن مشاهدة مفرداته) أو تصوري أي لا يمكن رؤية كل مفرداته بل نتصورها في أذهاننا فقط.

[1] رامز قدسية، **الاحتمالات و الإحصاء**، الجامعة الافتراضية السورية، سوريا،2018، ص 2.
[2] سناء إبراهيم أبو دقة، سمير خالد صافي ،**تطبيقات عملية باستخدام الرزم الإحصائية للعلوم الاجتماعية في البحث التربوي و النفسي**، مكتبة آفاق للنشر، غزة ، فلسطين، 2013،ص7.
[3] نفس المرجع السابق، ص8.
[4] هاني عزت، **محاضرات في مادة مبادئ الإحصاء**، ط6، دون دار نشر، دون بلد نشر، ص5، 1430ه.

2.3– العينة : تمثل العينة جزء من مجتمع الدراسة، حيث أن المعلومات التي تتوفر في العينة هي نفسها التي يتميز بها المجتمع، و يتم اختيارها(حجمها) وفقا لحجم المجتمع و خصائصه حتى يمكننا القول بأنها تمثل المجتمع أحسن تمثيل، و بالتالي فالنتائج المتوصل إليها من تحليل معلوماتها تعكس بصورة صحيحة تلك النتائج التي يمكن الحصول عليها من تحليل معلومات المجتمع ككل يلجأ إليها الباحث لعدة اعتبارات أهمها[5]: التوفير في الوقت و الجهد و النفقات، استحالة حصر كل مفردات المجتمع في حالة عدم محدوديته، في حالة الفحص الذي يؤدي إلى إتلاف المفردات المفحوصة، إمكانية تحديد الأخطاء الممكن ارتكابها من أسلوب المعاينة ليتمكن الباحث أن يتحكم في هذه الأخطاء وجعلها أقل ما يمكن في حالة تطبيقها على المجتمع ككل.

و تختلف العينات عن بعضها البعض لعدة أسباب مثل: طبيعة المجتمع(متجانس أم لا) و التباين بين مفرداته، النتائج المتوقعة من الدراسة ،درجة الدقة المطلوبة من الدراسة و عموما يمكن تصنيف العينات حسب التقسيمات التالية[6]:

- ✓ **العينة العشوائية** :يمكن تقسيم هذا النوع من العينات إلى: العينة العشوائية البسيطة، العينة العشوائية المنتظمة، العينة العشوائية الطبقية، العينة العشوائية المسحية.
- ✓ **العينة غير العشوائية**:يمكن تقسيم هذا النوع إلى: العينة الحصصية، العينة العمدية، العينة العرضية.

3.3– الوحدة الإحصائية : تمثل الوحدة الإحصائية أصغر عنصر مكون للمجتمع أو العينة محل الدراسة و أساس تكوين المجتمع.

4.3– البيانات الإحصائية: هي مجموعة القيم أو المشاهدات أو القياسات التي يتم الحصول عليها من المجتمع أو العينة محل الدراسة ، يعبر عنها بكلمات أو حروف أو أرقام أو إشارات تدل في نهاية الأمر على حقائق و معلومات خاصة بشيء معين .[7] تنقسم البيانات الإحصائية إلى:

- ✓ **بيانات نوعية:** هي البيانات التي تعبر عن ظواهر لا يمكن قياسها رقميا، بل يعبر عنها بصفات(كلمات، أسماء) و تنقسم إلى:
  - **بيانات نوعية اسمية:** و التي لا يمكن المفاضلة بينها، أو ترتيبها.
  - **بيانات نوعية ترتيبية:** هي صفات أو أسماء قابلة للترتيب المنطقي .
- ✓ **بيانات كمية:** هي البيانات التي تعبر عن ظواهر يمكن قياسها رقميا أي التعبير عنها بأرقام، و تنقسم إلى:
  - **بيانات كمية مستمرة:** هي البيانات التي يعبر عنها بقيم حقيقية قابلة للتجزئة (تأخذ أعداد بالفاصلة: عدد عشري)
  - **بيانات كمية منقطعة:** هي البيانات التي يمكن التعبير عنها بأعداد صحيحة فقط أي لا تقبل أعداد بالفاصلة.

5.3 – الإحصائيات: هي البيانات المتعلقة بموضوع ما و المرتبة في جداول إحصائية و أشكال بيانية تعتبر كمادة خام لممارسة أساليب و طرق الإحصاء في أي دراسة كانت. و بالتالي لا يمكن تطبيق علم الإحصاء بدون وجود إحصائيات.

6.3 – **المتغير الإحصائي** :هو الظاهرة أو الخاصية أو الصفة المراد دراستها و ينبغي أن تكون مشتركة بين جميع مفردات المجتمع الإحصائي، و في حقيقة الأمر فان نوع المتغير الإحصائي هو الذي يحدد نوع البيانات الإحصائية الواجب جمعها لإجراء الدراسة و بالتالي فأنواع المتغير الإحصائي هي نفسها أنواع البيانات الإحصائية حيث يمكننا التمييز الأنواع التالية :

---

[5] زياد رمضان، **مبادئ الإحصاء الوصفي و التطبيقي و الحيوي**، ط4، دار وائل للنشر و التوزيع، الأردن، 1997، ص 30.

[6] أنظر بالتفصيل: محمود عبد الحليم منسي، خالد حسن الشريف، **التحليل الإحصائي للبيانات باستخدام برنامج ssps**، دار الجامعة الجديدة، الإسكندرية، مصر ،2014،الصفحات 10،11،12. و فتحي حمدان، كامل فليفل،**الإحصاء**، دار المناهج، الأردن،2005، الصفحات: 15،16،17.

[7] عبد الحليم عشماوي و آخرون، **الإحصاء الحيوي و تصميم التجارب**، المكتبة الأكاديمية ، مصر، 2008، ص 4.

- ✓ **المتغير الإحصائي الكيفي:** هو المتغير أو الصفة التي لا يمكن التعبير عنها بلغة الأرقام بل يعبر عنها بأسماء أو كلمات أو رموز للصفة المراد دراستها. مثل:الجنسية، الزمرة الدموية، الحالة المدنية،...و ينقسم إلى:
- **متغير إحصائي كيفي ترتيبي :** هو الصفة التي يمكن ترتيب بياناتها أو مشاهداتها ترتيبا منطقيا مثل: تقديرات الطلبة في امتحان ما
- **متغير إحصائي كيفي اسمي:** هو الصفة التي لا يتعين فيها ترتيب معين لبياناتها بل تكتب بأي طريقة عشوائية كانت مثل: الجنسية، لون البشرة،...
- ✓ **المتغير الإحصائي الكمي:** هو المتغير أو الصفة التي يمكن التعبير عنها بلغة الأرقام و ينقسم هذا النوع إلى قسمين:
- **المتغير الكمي المنقطع :** هو ذلك المتغير القابل للعد و غير قابل للقياس و يمكن التعبير عنه بأرقام صحيحة فقط (لا يمكن التعبير عنه بأرقام عشرية) مثل: عدد الطلبة المتخرجين من كلية ما، أو عدد الأولاد في الأسرة،..
- **المتغير الكمي المستمر:** هو ذلك المتغير القابل للعد و القياس و يمكن التعبير عنه بأرقام صحيحة أو عشرية و تتدرج ضمن مجال معين، و نظرا للعدد اللا متناهي للقيم الممكنة لهذا المتغير فإننا نقسم مجال دراستنا إلى مجموعات صغيرة(جزئية) تسمى الفئات.

4 -مصادر جمع البيانات الإحصائية:تنقسم إلى قسمين أساسيين:

- ✓ **المصادر الأولية أو الأصلية أو الميدانية :** و هي المصادر أو المراجع ذات العلاقة المباشرة مع موضوع الدراسة و إن صح التعبير المراجع الأم، حيث يلجأ إليها الباحث مباشرة ليحصل على البيانات اللازمة بموضوع الظاهرة المراد دراستها.
- ✓ **المصادر الثانوية أو التاريخية أو الوثائقية:** هي المراجع التي يحصل عليها الباحث من طرف هيئات متخصصة في الدولة تحتفظ فيها بالبيانات الإحصائية التي تفيده في الدراسة، قد تكون هذه المراجع عبارة عن: مجلات، صحف، كتب، أرشيف الكتروني...

5 -**طرق جمع البيانات الإحصائية:** هناك طريقتان أساسيتان لجمع البيانات الإحصائية تتمثل في:

- ✓ **الحصر الشامل :** و نقصد بها جمع البيانات من جميع أفراد مجتمع الدراسة بدون استثناء، تستخدم هذه الطريقة عندما يكون المجتمع محدودا و حجمه صغيرا مثل: دراسة طول طلبة فوج معين، إحصاء عدد الأولاد لمجموعة من الأسر....
- ✓ **طريقة العينة الإحصائية أو المعاينة:** و هي الطريقة التي تمكن الباحث من جمع البيانات من جزء من المجتمع(عينة) ، ويلجأ إليها عندما يكون المجتمع غير محدود، أو كبيرا جدا أين يتعذر عليه الوصول إلى جميع مفرداته بحث يتم تحديد و اختيار العينة بناءا على طرق علمية دقيقة.

السلسلة الأولى: نظرة عامة حول علم الإحصاء

التمرين الأول: أجب باختصار على الأسئلة التالية:

1 - ما هي أهم المصطلحات التي يعتمد عليها علم الإحصاء (اشرحها)؟ ووظفها في مثال مناسب؟

2 - ما هي مصادر جمع البيانات الإحصائية؟ أعط مثال على كل مصدر؟

3 - لماذا يلجأ الباحث الإحصائي لاختيار عينة؟

التمرين الثاني: أجب بصح أو خطأ على العبارات التالية مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1 - الفرق بين المتغير الكمي المستمر و الكمي المنقطع هو أن الأول نستطيع التعبير عنه بأرقام، في حين الثاني لا نستطيع التعبير عنه بأرقام بل بأسماء.

2 - الوحدة الإحصائية هي جزء من المجتمع الإحصائي، يلجأ إليها الباحث عندما يتعذر عليه الحصول على جميع المعلومات التي تخص جميع أفراد المجتمع.

3 - الإحصاء هو طريقة بسيطة لا تعتمد على طرق علمية لجمع و تحليل البيانات الإحصائية.

4 - أسلوب المسح الشامل: هو طريقة لجمع البيانات الإحصائية من مجتمع غير محدود من حيث عدد وحداته.

5 - إذا كانت وحدات المجتمع الإحصائي لظاهرة معينة متجانسة و تعذر على الباحث إجراء مسح شامل لوحداته فانه سيختار عينة عشوائية لإجراء الدراسة.

6 - المتغير الكيفي هو الخاصية التي يمكن التعبير عنها بقيم عددية غير قابلة للتجزئة (أعداد طبيعية).

7 - تقارير و منشورات المؤسسة التي تحلل حالتها المالية تعد من المصادر الأولية التي يعتمدها الباحث لإجراء دراسة حول مدى استجابة المؤسسة للتغيرات المالية العامة.

8 - إجراء مقابلة مع مدير شركة لمعرفة المستوى التعليمي الواجب للعمل في مؤسسته تعد مصدرا ثانويا لجمع البيانات الإحصائية للباحث المهتم بدراسة ما في هذه المؤسسة.

التمرين الثالث:

حدد في العبارات التالية كل من: المجتمع الإحصائي، العينة الإحصائية، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه:

1 - ترتيب أوزان 50 طفل حديث الولادة في عيادة السلام ببومرداس.

2 - سبر الآراء حول رأي 1540 شخص لذوق مشروب روبية .

3 - تصنيف 120 حذاء من مصنع المدية لصناعة الأحذية حسب نوعية الجلد المستخدم

4 - ترتيب 70 عامل من شركة مشروبات افري حسب مستواهم التعليمي.

5 - ترتيب 50 ولاية حسب عدد البلديات التابعة لها إداريا.

6 - تصنيف 1500 أسرة جزائرية في ولايات الجنوب حسب دخولهم الشهرية.

7 - تصنيف 20 زبون لفندق الشيراتون بوهران حسب مبالغ فواتيرهم اليومية.

8 - التعرف على لون البشرة ل 30 عامل في احدي الشركات متعددة الجنسيات المتواجدة بحاسي مسعود.

9 - تصنيف 170 سيارة بموقف سيارات منتزه سياحي حسب لونها.

10 - ترتيب 50 أستاذ من كلية الطب حسب عدد الأطفال.

11 – ترتيب 24 لاعب كرة قدم عالمي حسب عدد الأهداف المسجلة في كأس العالم.

12 – توزيع 5 مرضى لقسم الاستعجالات لمستشفى القطار حسب درجة خطورة المرض.

التمرين الرابع: رتب المتغيرات التالية في جدول مناسب حسب نوعها:

سعر صرف العملات،جودة الخدمات الفندقية، عدد حوادث المرور، سلالات فيروس كورونا، عدد الزبائن لإحدى المحلات التجارية، شعبة البكالوريا، لون أقمصة اللاعبين، كمية الأمطار المتساقطة، قيمة فاتورة الكهرباء و الغاز، مساحة الأراضي الزراعية، جنسية السياح ، قيمة السندات و الأسهم، درجة حرارة الجسم، عدد الطلبة في تخصص المالية، عدد شركات التامين في السوق الجزائرية.الزمرة الدموية لفئة من المرضى.

التمرين الخامس:

مسابقة تقدم إليها 250 مترشحا، حيث كانت شروط القبول كما يلي:

- أن يكون المترشح من جنسية جزائرية و يقيم في إحدى بلديات ولاية بومرداس.
- أن يكون متقنا للغة الانجليزية و لا يتجاور عمره 25 سنة
- أن يتمتع بصحة جيدة و لا يتعدى وزنه 60كغ .

بعد إجراء المسابقة، تم قبول 130 مترشحا أي اعتبارهم ناجحين في المسابقة بمعدل قبول يساوي أو يزيد عن 20/10.

المطلوب: حدد كل من المجتمع الإحصائي المدروس، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه.

التمرين السادس:

بهدف التعرف على الفئات الاجتماعية الأكثر فقرا في الجزائر قرر الديوان الوطني للإحصائيات إجراء بحثا إحصائيا حول الموضوع بالاعتماد على تحليل كل من: المستوى المعيشي، المستوى التعليمي و المستوى الصحي لمجموعة من الأسر الجزائرية.

انطلاقا مما سبق و بناءا على المعلومات التي تحصلت عليها من المحور الأول لمقياس إحصاء 1 صل كل مفهوم إحصائي من المفاهيم التالية بما يناسبه:

العينة الإحصائية	التعرف على الفئات الاجتماعية الأكثر فقرا
الهدف العام من البحث	المستوى التعليمي
المجتمع الإحصائي	التوجه مباشرة إلى العائلات المعنية لاستجوابها
الطريقة الملائمة لجمع البيانات	المستوى المعيشي
المتغير الإحصائي	مجموعة من الأسر الجزائرية
	المستوى الصحي
	الأسر الجزائرية

حلول السلسلة الأولى

حل التمرين الأول:

1- أهم المصطلحات التي يعتمد عليها علم الإحصاء :

- **المجتمع الإحصائي:** كل الوحدات أو المفردات الخاصة بالظاهرة المراد دراستها.
- **العينة:** تمثل العينة جزء من مجتمع الدراسة و تمثله أحسن تمثيل، يتم اختيارها بطرق علمية لتنعكس نتائجها بشكل صحيح على المجتمع الذي تمثله.
- **الوحدة الإحصائية:** تمثل الوحدة الإحصائية أصغر عنصر مكون للمجتمع أو العينة محل الدراسة و أساس تكوين المجتمع
- **المتغير الإحصائي:** هو الظاهرة أو الخاصية أو الصفة المراد دراستها حيث ينبغي أن تكون هذه الصفة ميزة في كل مفردات المجتمع.

مثال : ترتيب طلبة الفوج 5 للسنة أولى جذع مشترك من كلية العلوم الاقتصادية حسب الوزن.

المجتمع الإحصائي	العينة الإحصائية	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
طلبة السنة الأولى جذع مشترك لكلية الاقتصاد	طلبة الفوج 5	طالب واحد	الوزن	كمي مستمر

2 -**مصادر جمع البيانات الإحصائية:** يوجد مصدران رئيسيان لجمع البيانات الإحصائية:

- **المصدر الأولي أو الأصلي:** هو المرجع الأساسي الذي يلجأ إليه الباحث مباشرة ليحصل على البيانات اللازمة بموضوع الظاهرة المراد دراستها من خلال وحدات مجتمع الدراسة مثل:إجراء مقابلة مباشرة مع مجموعة من الأشخاص لمعرفة آرائهم حول جودة الخدمات الفندقية لإحدى الفنادق.

المصدر الثانوي: هو المصدر أو المرجع الذي يتزود به الباحث من جهات أخرى سبق لها و قامت بنفس دراسة الباحث من أجل الحصول على البيانات و المعلومات الخاصة بالظاهرة المراد دراستها.

مثل: المطبوعات و التقارير الدورية التي تنشرها المنظمات الدولية مثل دوريات منظمة الصحة العالمية، منظمة التجارة الدولية،...

3 -أسباب لجوء الباحث الإحصائي لاختيار عينة:

- ✓ التوفير في الوقت و الجهد و النفقات.
- ✓ استحالة حصر المجتمع كأن يكون المجتمع غير محدود.
- ✓ في حالة الفحص الذي يؤدي إلى إتلاف المفردات المفحوصة.
- ✓ عند تطبيق نظام جيد و محكم للمعاينة قد تكون النتائج أدق أكثر من نتائج المسح الشامل و ذلك لتمكن الباحث من تقليل الأخطاء التي لا علاقة لها بالمعاينة.
- ✓ من الممكن تحديد الأخطاء الممكن ارتكابها بسبب إتباع أسلوب المعاينة بدلا من أسلوب المسح الشامل و ذلك لتمكن الباحث أن يتحكم في هذه الأخطاء لجعلها أقل ما يمكن.

حل التمرين الثاني: الإجابة تكون في الجدول الموالي:

العبارة	صحة أو خطأ العبارة	التصحيح إن وجد
الفرق بين المتغير الكمي المستمر و الكمي المنقطع هو أن الأول نستطيع التعبير عنه بأرقام، في حين الثاني لا نستطيع التعبير عنه بأرقام بل بأسماء.	خطأ	الفرق بين المتغير الكمي المستمر و الكمي المنقطع هو أن الأول نستطيع التعبير عنه بأرقام صحيحة أو قابلة للتجزئة، في حين الثاني لا نستطيع التعبير عنه بأرقام صحيحة فقط.
الوحدة الإحصائية هي جزء من المجتمع الإحصائي، يلجأ إليها الباحث عندما يتعذر عليه الحصول على جميع المعلومات التي تخص جميع أفراد المجتمع.	خطأ	العينة الإحصائية هي جزء من المجتمع الإحصائي، يلجأ إليها الباحث عندما يتعذر عليه الحصول على جميع المعلومات التي تخص جميع أفراد المجتمع.
الإحصاء هو طريقة بسيطة لا تعتمد على طرق علمية لجمع و تحليل البيانات الإحصائية.	خطأ	الإحصاء هو مجموعة من النظريات و الطرق العلمية التي تهدف إلى جمع البيانات التي يتم قياسها رقميا و عرضها و تحليلها لاستخلاص النتائج استخدامها في التنبؤ أو التحقق من بعض الظواهر.
أسلوب المسح الشامل: هو طريقة لجمع البيانات الإحصائية من مجتمع غير محدود من حيث عدد وحداته.	خطأ	أسلوب المسح الشامل: هو طريقة لجمع البيانات الإحصائية من مجتمع محدود الوحدات
إذا كانت وحدات المجتمع الإحصائي لظاهرة معينة متجانسة و تعذر على الباحث إجراء مسح شامل لوحداته فانه سيختار عينة عشوائية لإجراء الدراسة.	صحيح	
المتغير الكيفي هو الخاصية التي يمكن التعبير عنها بقيم عددية غير قابلة للتجزئة (أعداد طبيعية).	خطأ	المتغير الكيفي هو الخاصية التي لا يمكن التعبير عنها بقيم عددية بل يعبر عنها بأسماء أو كلمات.
-تقارير و منشورات المؤسسة التي تحلل حالتها المالية تعد من المصادر الأولية التي يعتمدها الباحث لإجراء دراسة حول مدى استجابة المؤسسة للتغيرات المالية العامة.	خطأ	تقارير و منشورات المؤسسة التي تحلل حالتها المالية تعد من المصادر الثانوية التي يعتمدها الباحث لإجراء دراسة حول مدى استجابة المؤسسة للتغيرات المالية العامة.
إجراء مقابلة مع مدير شركة لمعرفة المستوى التعليمي الواجب للعمل في مؤسسته تعد مصدرا ثانويا لجمع البيانات الإحصائية للباحث المهتم بدراسة ما في هذه المؤسسة.	خطأ	إجراء مقابلة مع مدير شركة لمعرفة المستوى التعليمي الواجب للعمل في مؤسسته تعد مصدرا أوليا لجمع البيانات الإحصائية للباحث المهتم بدراسة ما في هذه المؤسسة.

التصحيح إن وجد	صحة أو خطأ العبارة	العبارة
الفرق بين المتغير الكمي المستمر و الكمي المنقطع هو أن الأول نستطيع التعبير عنه بأرقام صحيحة أو قابلة للتجزئة، في حين الثاني لا نستطيع التعبير عنه بأرقام صحيحة فقط.	خطأ	الفرق بين المتغير الكمي المستمر و الكمي المنقطع هو أن الأول نستطيع التعبير عنه بأرقام، في حين الثاني لا نستطيع التعبير عنه بأرقام بل بأسماء.
العينة الإحصائية هي جزء من المجتمع الإحصائي، يلجأ إليها الباحث عندما يتعذر عليه الحصول على جميع المعلومات التي تخص جميع أفراد المجتمع.	خطأ	الوحدة الإحصائية هي جزء من المجتمع الإحصائي، يلجأ إليها الباحث عندما يتعذر عليه الحصول على جميع المعلومات التي تخص جميع أفراد المجتمع.
الإحصاء هو مجموعة من النظريات و الطرق العلمية التي تهدف إلى جمع البيانات التي يتم قياسها رقميا و عرضها و تحليلها لاستخلاص النتائج استخدامها في التنبؤ أو التحقق من بعض الظواهر.	خطأ	الإحصاء هو طريقة بسيطة لا تعتمد على طرق علمية لجمع و تحليل البيانات الإحصائية.
أسلوب المسح الشامل: هو طريقة لجمع البيانات الإحصائية من مجتمع محدود الوحدات	خطأ	أسلوب المسح الشامل: هو طريقة لجمع البيانات الإحصائية من مجتمع غير محدود من حيث عدد وحداته.
	صحيح	إذا كانت وحدات المجتمع الإحصائي لظاهرة معينة متجانسة و تعذر على الباحث إجراء مسح شامل لوحداته فانه سيختار عينة عشوائية لإجراء الدراسة.
المتغير الكيفي هو الخاصية التي لا يمكن التعبير عنها بقيم عددية بل يعبر عنها بأسماء أو كلمات.	خطأ	المتغير الكيفي هو الخاصية التي يمكن التعبير عنها بقيم عددية غير قابلة للتجزئة (أعداد طبيعية).
تقارير و منشورات المؤسسة التي تحلل حالتها المالية تعد من المصادر الثانوية التي يعتمدها الباحث لإجراء دراسة حول مدى استجابة المؤسسة للتغيرات المالية العامة.	خطأ	1 - تقارير و منشورات المؤسسة التي تحلل حالتها المالية تعد من المصادر الأولية التي يعتمدها الباحث لإجراء دراسة حول مدى استجابة المؤسسة للتغيرات المالية العامة.
إجراء مقابلة مع مدير شركة لمعرفة المستوى التعليمي الواجب للعمل في مؤسسته تعد مصدرا أوليا لجمع البيانات الإحصائية للباحث المهتم بدراسة ما في هذه المؤسسة.	خطأ	إجراء مقابلة مع مدير شركة لمعرفة المستوى التعليمي الواجب للعمل في مؤسسته تعد مصدرا ثانويا لجمع البيانات الإحصائية للباحث المهتم بدراسة ما في هذه المؤسسة.

حل التمرين الثالث: الإجابة تكون في الجدول الموالي:

العبارة	المجتمع الإحصائي	العينة الإحصائية	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
01	كل الأطفال حديثي الولادة في عيادة السلام ببومرداس.	50 طفل حديث الولادة في عيادة السلام	طفل واحد حديث الولادة	الوزن	كمي مستمر
02	كل الأشخاص المستهلكين لمشروب روبية .	1540 شخص مستهلك لمشروب روبية	شخص واحد مستهلك لمشروب روبية	الرأي حول الذوق	كيفي ترتيبي
03	كل الأحذية المصنوعة في مصنع المدية .	120 حذاء	حذاء واحد	نوعية الجلد المستخدم	كيفي ترتيبي
04	كل عمال شركة مشروبات افري	70 عامل	عامل واحد	المستوى التعليمي.	كيفي ترتيبي
05	ولايات الجزائر	50 ولاية	ولاية واحدة	عدد البلديات	كمي منقطع
06	الأسر الجزائرية في ولايات الجنوب	1500 أسرة	أسرة واحدة	الدخل الشهري	كمي مستمر
07	زبائن فندق الشيراتون بوهران	20 زبون	زبون واحد	مبلغ الفاتورة اليومية	كمي مستمر
08	عمال إحدى الشركات متعددة الجنسيات بحاسي مسعود	30 عامل	عامل واحد	لون البشرة	كيفي اسمي
09	السيارات المتوقفة في موقف المنتزه السياحي	170 سيارة	سيارة واحدة	لون السيارة	كيفي اسمي
10	أساتذة كلية الطب	50 أستاذ	أستاذ واحد	عدد الأطفال	كمي منقطع
11	لاعبي كرة القدم العالميين	24 لاعب كرة قدم عالمي	لاعب واحد	عدد الأهداف المسجلة	كمي منقطع
12	مرضى قسم الاستعجالات لمستشفى القطار	5 مرضى	مريض واحد	درجة خطورة المرض	كيفي اسمي

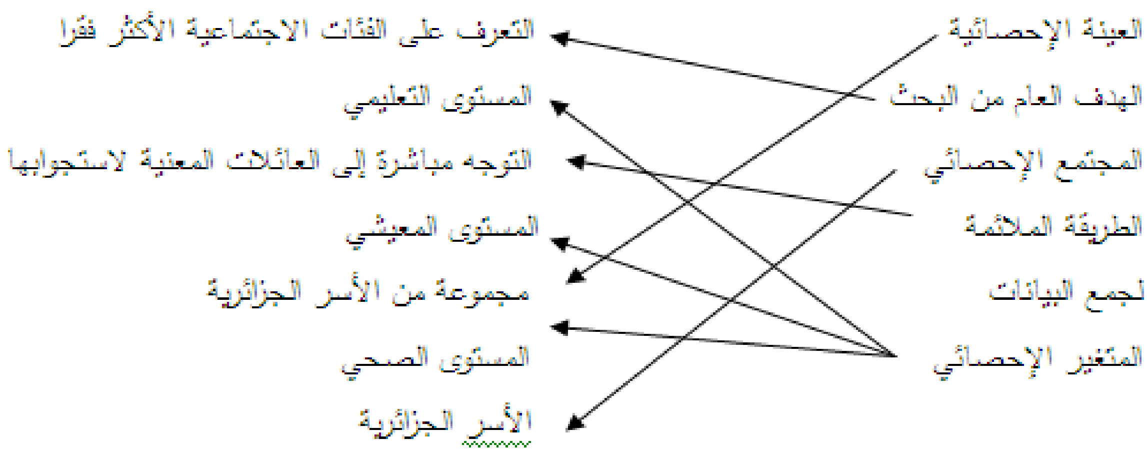
حل التمرين الرابع: يمكن ترتيب المتغيرات في الجدول أدناه

المتغير	نوعه	المتغير	نوعه
سعر صرف العملات	كمي مستمر	كمية الأمطار المتساقطة	كمي مستمر
جودة الخدمات الفندقية	كيفي ترتيبي	مساحة الأراضي الزراعية	كمي مستمر
عدد حوادث المرور	كمي منقطع	جنسية السياح	كيفي اسمي
سلالات فيروس كورونا	كيفي اسمي	قيمة السندات و الأسهم	كمي مستمر
عدد الزبائن لإحدى المحلات التجارية	كمي منقطع	درجة حرارة الجسم	كمي مستمر
الزمرة الدموية لفئة من المرضى	كيفي اسمي	لون أقمصة اللاعبين	كيفي اسمي
شعبة البكالوريا	كيفي اسمي	عدد الطلبة في تخصص المالية	كمي منقطع

حل التمرين الخامس:الإجابة تكون وفق الجدول الموالي:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
250 مترشح	مترشح	الجنسية	كيفي اسمي
		الإقامة	كيفي اسمي
		اللغة المتقنة	كيفي اسمي
		السن	كمي مستمر
		الحالة الصحية	كيفي ترتيبي
		الوزن	كمي مستمر
130 مترشح ناجح	مترشح ناجح	نفس الشروط السابقة	
		نتيجة المسابقة(أي ناجح أو راسب)	كيفي اسمي
		معدل القبول	كمي مستمر
120 مترشح راسب	مترشح ناجح	نفس الشروط السابقة	
		نتيجة المسابقة(أي ناجح أو راسب)	كيفي اسمي
		معدل الرسوب	كمي مستمر

حل التمرين السادس:



الفصل الثاني:

العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

إن البيانات الإحصائية و بعد جمعها بمختلف أساليب و طرق جمع البيانات المذكورة في الفصل السابق لا يمكن الاعتماد عليها كما هي في صورتها الأولية (الخام) ، بل يلجأ الباحث إلى فرزها، تنظيمها ، ترتيبها و عرضها في جداول إحصائية و أشكال بيانية.

العرض الجدولي للبيانات الإحصائية: أو ما يقصد به تبويب البيانات أي عرض البيانات الإحصائية في جداول إحصائية منظمة .

1 –**تعريف الجدول الإحصائي** : هو عبارة عن جد ول يتألف من أعمدة و أسطر، فالسطر الأول دائما يكون مخصصا لعناوين الأعمدة، أما السطر الأخير فيكون مخصصا للمجاميع. فيما يخص الأعمدة ، فالعمود الأول يكون دائما للمتغير الإحصائي، يليه العمود الثاني المخصص لعدد مفردات المتغير في كل مستوى ،أما بقية الأعمدة فهي حسب حاجة الباحث إليها، و بالطبع يحتوي الجدول على :[8] عنوانا شاملا لما يحتويه و كذا مصدرا الذي أخذ منه وكذا وحدة قياس تذكر في أعلى الجدول إذا كانت نفسها بالنسبة لجميع البيانات المذكورة في الجدول.

2 –**أنواع الجداول الإحصائية:** نذكر فيما يلي أهم أنواع الجداول الإحصائية:

- ✓ **الجداول التكرارية البسيطة :** هي تلك الجداول التي تتوزع فيها البيانات حسب صفة واحدة أو متغير واحد فقط و يتألف الجدول الإحصائي البسيط عادة من عمودين فقط: الأول يمثل المتغير الإحصائي يرمز له عادة x_i و الثاني يمثل عدد المفردات التابعة لكل مشاهدة أو ما يسمى بالتكرارات المطلقة أو العادية و التي نرمز لها عادة بالرمز n_i، يمكننا استخدام هذه الجداول في جميع أنواع المتغير الإحصائي مع مراعاة الترتيب التصاعدي أو التنازلي للقيم.
- ✓ **الجداول المزدوجة:** هي تلك الجداول التي تدرس خاصيتين أو ظاهرتين أو متغيرين في نفس الوقت و لنفس المجتمع قد يكون المتغيرين معا من النوع الكيفي أو الكمي أو مختلفتين (واحدة كيفية و الأخرى كمية)، توضع بيانات المتغير الأول في اسطر الجدول أما بيانات المتغير الثاني فتوضع في أعمدته ونتحصل داخل الجدول على عدد مشترك من مشاهدات المتغير الأول و الثاني و تدعى التكرارات المشتركة،
- ✓ **الجداول الإحصائية للمتغير الكيفي**:يعالج بيانات كيفية أو نوعية حيث يخصص العمود الأول لصفات أو كيفيات المتغير و التي تكون على شكل أسماء، رموز، كلمات ، يستحسن ترتيبها إذا كانت كيفية ترتيبية، أما العمود الثاني فيخصص لعدد المشاهدات الخاصة بكل كيفية.(التكرارات المطلقة).
- ✓ **الجداول الإحصائية للمتغير الكمي المنقطع:** يعالج بيانات كمية منقطعة ، يخصص العمود الأول لقيم المتغير و التي تكون على شكل أرقام صحيحة(بدون فاصلة) و مرتبة ترتيبا تصاعديا أما العمود الثاني فيخصص لعدد المشاهدات الخاصة بكل قيمة من القيم المتغير.
- ✓ **الجداول الإحصائية للمتغير الكمي المستمر:** يعالج بيانات كمية مستمرة ،تعطى على شكل أرقام حقيقية أو عشرية(قابلة للتجزئة) في بعض الأحيان تكون في مجال لا نهائي و لا نستطيع كتابتها كلها و بالتالي نلجأ إلى تقسيمها وفق مجالات صغيرة تسمى فئات توضع في العمود الأول .

فالفئة هي مجال يضم مجموع من البيانات أو القيم محصورة بين حدين، و الفرق بين الحد الأكبر و الأصغر يعطينا طول الفئة أما مجموع الحدين مقسوما على 2 فيمثل مركزها، و يتم عرض شكل الفئة كما يلي: $[a_i,b_i[$ ،فيكون المجال من جهة الحد الأدنى دائما مغلق و من جهة الحد الأعلى مفتوحا أي تلك القيمة(الحد الأعلى) لا تنتمي إلى الفئة نفسها بل إلى الفئة التي تليها ، هناك حالة واحدة أين تغلق الجهتين عندما نعلم أن القيمتين تنتميان إلى الفئة ، أو حالة أخرى عندما تكون آخر قيمة في السلسلة الإحصائية أو التوزيع الإحصائي هي نفسها الحد الأعلى للفئة الأخيرة.

و من اجل إعداد جدولا تكراريا في حالة المتغير الكمي المستمر نتبع الخطوات التالية:

– تعيين حجم العينة و تحديد المدى العام و الذي نقصد به: الفرق بين أكبر و اصغر قيمة في السلسلة أو التوزيع الإحصائي.

---

[8] محمد صبحي أبو صالح،عدنان محمد عوض**مقدمة في الإحصاء باستخدام spss** ، دار المسيرة للنشر و التوزيع،الأردن2014،ص13.

– تحديد عدد الفئات والذي يكون دائما عدد صحيحا (غير قابل للتجزئة).

– تحديد طول الفئة و عادة في ذلك نستخدم قواعد رياضية أهمها و أكثرها استخداما هي قاعدة ستورجس المعطاة بالعلاقة التالية:

$$K=\frac{E}{1+3.32\log N}$$

بحيث: K يمثل طول الفئة، E: يمثل المدى العام، N : يمثل حجم العينة.

ملاحظة: طول الفئة دائما يتلاءم مع القيم المعطاة، فإذا كانت القيم أعداد صحيحة مثلا ووجدنا طول الفئات بالفاصلة(عدد عشري) فينبغي علينا أن نقرب هذا الطول إلى العدد الصحيح الذي يتناسب مع قيمته، و إذا كانت القيم المعطاة أعداد عشرية برقم واحد بعد الفاصلة ينبغي تقديم طول الفئة بعدد عشري مع رقم واحد بعد الفاصلة و هكذا...

– بعد تحديد طول الفئة، نبدأ بتشكيل الفئات بدأ بالفئة الأولى حيث نأخذ أصغر قيمة لدينا في العينة هي التي تمثل الحد الأدنى ثم نضيف لها طول الفئة لنجد حدها الأعلى، ثم هذا الأخير سيمثل لنا الحد الأدنى للفئة الثانية ، نضيف له طول الفئة فنجد الحد الأعلى و هكذا إلى أن ننتهي من تشكيل كل الفئات.و نكون قد شكلنا العمود الأول من الجدول الإحصائي

– بعد الانتهاء من تشكيل الفئات نقوم بحساب عدد قيم أو مشاهدات المتغير الإحصائي في كل فئة لتشكيل العمود الثاني.

ملاحظة:

– نميز في الجداول الإحصائية الخاصة بالمتغير الكمي المستمر الأنواع التالية:

- ✓ **الجداول المنتظمة:** هي الجداول التي تكون فيها أطوال فئات المتغير المدروس متساوية كلها.
- ✓ **الجداول غير المنتظمة:** هي الجداول التي تكون أطوال فئات المتغير المدروس مختلفة.
- ✓ **الجداول المغلقة:** هي الجداول التي يكون فيها الحد الأدنى للفئة الأولى و الحد الأعلى للفئة الأخيرة معلومين أي جدول محدد من البداية و النهاية.
- ✓ **الجداول المفتوحة:** هي الجداول التي يكون فيها الحد الأدنى للفئة الأولى أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة أو كليهما مجهولين، فإذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى غير معلوم نقول أن الجدول مفتوح من الأسفل، و إذا كان الحد الأعلى للفئة الأخيرة مجهول نقول أن الجدول مفتوح من الأعلى، أما إذا كان الحدين مجهولين في هذه الحالة نقول أن الجدول مفتوح من الأسفل و الأعلى.

3 –**التكرارات الأكثر استخداما في الدراسات الإحصائية:**

- ✓ **التوزيع التكراري النسبي :** يمثل التكرار النسبي الذي يرمز له f_i الأهمية النسبية لكل قيمة أو لكل فئة بالنسبة لإجمالي تكرارات التوزيع المدروس بحيث مجموع التكرارات النسبية يساوي 1 و يحسب بالعلاقة التالية:

$$f_i=\frac{ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

ملاحظة: إذا أردنا أن نضيف التكرار النسبي المئوي، فإننا نضرب كل قيمة من قيم التكرار النسبي f_i في 100%

- ✓ **التكرار المتجمع الصاعد:** يستخدم التكرار المتجمع الصاعد بهدف المعرفة السريعة لعدد أو نسبة التكرارات التي تقل عن حد معين من حدود الفئات، و في حساب بعض مقاييس النزعة المركزية[9] ، حيث يمثل التكرار المتجمع الصاعد لأي فئة من التوزيع: التكرار المطلق لهذه الفئة مضافا إليه مجموع التكرارات المطلقة السابقة للفئات السابقة أو التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة محل الدراسة.

ملاحظة: دائما التكرار المتجمع الأول يساوي إلى التكرار المطلق الأول و التكرار المتجمع الأخير يساوى إلى مجموع التكرارات أو حجم العينة.

- ✓ **التكرار المتجمع النازل:** يستخدم التكرار المتجمع النازل بهدف المعرفة السريعة لعدد التكرارات التي تساوي أو تزيد عن حد معين من حدود الفئات، حيث يمثل التكرار المتجمع النازل لأي فئة مجموع التكرارات مطروحا منه تكرارات الفئات السابقة أو بطريقة أخرى هي: التكرار المتجمع النازل السابق للفئة محل الدراسة مطروحا منه التكرار المطلق للفئة التي تسبق الفئة محل الدراسة.

ملاحظة: التكرار المتجمع النازل الأول دائما يساوي إلى مجموع التكرارات أو حجم العينة، أما التكرار المتجمع النازل الأخير فدائما يساوي إلى التكرار المطلق الأخير.

- ✓ **التكرار المتجمع الصاعد و النازل النسبي المئوي:**ىفي حالة حساب التكرار المتجمع الصاعد و/أو النازل النسبي المئوي فإننا نحسب أولا التكرار المتجمع الصاعد و/أو النازل النسبي و ذلك بقسمة كل قيمة من قيم التكرار المتجمع الصاعد و/ أو النازل على مجموع التكرارات ثم نضرب القيمة المتحصل عليها في 100٪.

ملاحظة هامة: في حالة تصميم جدولا توزيعيا تكراريا غير منتظم ، يجب علينا تعديل التكرارات المطلقة و ذلك بقسمة هذه الأخيرة على أطوال كل فئة لنحصل على ما يسمى بالتكرار المعدل و الذي يرمز له n_i^* ($n_i^*=\frac{ni}{ki}$) بحيث نضعه في عمود منفرد و نستخدمه عادة في حساب (بعض المقاييس الإحصائية التي سنتطرق إليها لاحقا أو في رسم تمثيل بياني سنذكره لاحقا أيضا.

[9] محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**،ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر2005، ص 45.

الفصل الثالث:

العرض البياني للبيانات الإحصائية

في كثير من الأحيان قد يلجأ الباحث إلى عرض البيانات الإحصائية عن طريق رسومات بيانية مكملة للعرض الجدولي و هذا بغية تبسيطها و تسهيل تحليلها،

1 –**تعريف العرض البياني:** يعتبر العرض البياني طريقة ثانية لعرض البيانات الإحصائية و هو تمثيل هذه الأخيرة بأشكال هندسية و رسوم بيانية تمكن الباحث من إعطاء فكرة سريعة و واضحة و بسيطة عن الظاهرة المدروسة.

و يعد التمثيل البياني أفضل من التمثيل الجدولي بصورة عامة [10]، إذ يعتبر هذا الأخير مملا أو صعب الفهم في بعض الأحيان،و تختلف طرق العرض البياني للبيانات الإحصائية حسب نوع المتغير المدروس و لكن مهما اختلفت الرسوم البيانية فإنها تتصف بمجموعة من المواصفات يمكن إبرازها في الآتي[11]:

- أن يكون الرسم جيدا من حيث التقديم و ملفتا للانتباه.
- أن يكون له عنوانا في غاية الوضوح و الاختصار، و محددا لكل ما يعبر عنه الرسم من معلومات بما فيها الزمان و المكان و وحدة القياس و أن تكون هذه الأخيرة محددة بدقة.
- أن يشار إلى الألوان و الرموز المستخدمة في توضيح محتويات الرسم.
- أن يذكر مصدر الرسم أو المعلومات التي يعبر عنها أسفله أو على هامشه

و عموما تختلف طرق العرض البياني للبيانات الإحصائية حسب نوع المتغير الإحصائي و التي يمكن تلخيصها فيما يلي:

2 – طرق العرض البياني لمتغير كيفي:في حالة ما إذا كان المتغير المدروس كيفي فانه يتم عرضه بيانيا بإحدى الطرق التالية:

- ✓ **طريقة الأعمدة الأنبوبية أو المخروطية أو المستطيلة** :فهي عبارة عن مستطيلات منفصلة عن بعضها البعض، متباعدة بمسافات متساوية أو ثابتة و لها قواعد متساوية أم أطوالها فتوافق التكرار المطلق لكل قطاع أو نوع من الخاصية المدروسة.
- ✓ **القطاع الدائري أو طريقة الدائرة النسبية:** يعتمد هذا التمثيل البياني على تقسيم الدائرة إلى قطاعات أو زوايا حسب نسبة كل نوع و مجموع الزوايا يمثل المجموع الكلي لأنواع الصفة الكيفية المدروسة ، و حسب رأي بعض الباحثين تعتبر هذه الطريقة من أفضل الطرق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة لأننا نستطيع أن نقارن الأجزاء ببعضها البعض ثم الجزء بالكل. [12]، و يمكن تحديد زاوية كل صفة بإحدى الطرق الموالية:

الطريقة	القانون
باستخدام التكرار المطلق	$360^\circ \leftarrow \sum ni$ $X^\circ \leftarrow ni$
باستخدام التكرار النسبي	$1 \leftarrow 360^\circ$ $f_i \leftarrow X^\circ$
باستخدام التكرار النسبي المئوي	$100\% \leftarrow 360^\circ$ $\% f_i \leftarrow X^\circ$

المصدر: من اعداد الباحثة

---

10 محمد كلاس، **محاضرات في الإحصاء التطبيقي**، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر 1993، ص 39.

11 محمد راتول، مرجع سبق ذكره، ص 55

12 عزام صبري، **الإحصاء الوصفي و نظام Spss**، جدارا للكتاب العالمي، عالم الكتب الحديث، الأردن، 2006، ص 55.

و في كل الطرق السابقة فإننا نتبع الخطوات التالية:

1 – نستخرج الزاوية الخاصة بكل قطاع بإحدى الطرق السابقة.

2– نقوم برسم دائرة و نرسم عليها نصف قطر.

3– نقوم برسم الزوايا المحصل عليها و نشير لكل زاوية بلون مخالف أو إشارة معينة لفهم الرسم، و نمثل الألوان أو الإشارات في أسفل الجانب السفلي للتمثيل البياني و الذي يمثل مفتاح الرسم لفهمه.

- ✓ **طريقة العمود المجزأ:** تعتبر طريقة العمود المجزأ طريقة أخرى لتمثيل البيانات الكيفية ، يتم رسمه كالآتي:

1 – يرسم عمود طوله ممثل ب 100٪.

2 – يتم حساب التكرارات النسبية المئوية لكل نوع من أنواع الصفة الكيفية.

3 – يتم تقسيم العمود الكلي إلى مستطيلات صغيرة عرض أو طول كل مستطيل يمثل التكرار النسبي المئوي لكل نوع، و في الحقيقة فإننا كلما أضفنا التكرار النسبي المئوي إلى سابقه نحصل على التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي.

3 –**طرق العرض البياني للمتغير الكمي المنقطع**:في حالة متغير كمي منقطع، فان التمثيل البياني المناسب له هو **الأعمدة البيانية البسيطة** و الذي يعتمد لرسمه على الخطوات التالية:

– نرسم معلم متعامد و متجانس بحيث نضع في المحور الأفقي قيم المتغير الإحصائي و في المحور العمودي التكرارات المطلقة الخاصة بكل قيمة من قيم المتغير.

– نرسم قطعا مستقيمة عمودية و موازية للمحور العمودي كل قطعة تصل بين قيمة من قيم المتغير الإحصائي الموجودة على المحور الأفقي و القيمة التي تقابلها من تكرار مطلق على المحور العمودي.

- ✓ **العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة:** هي عبارة عن قطع مستقيمة منفصلة عن بعضها البعض و لكن تبدأ كل واحدة في النقطة التي تنتهي فيها القطعة السابقة الممثلة للتكرار المتجمع الصاعد السابق لها و تكون متصاعدة حسب تصاعد قيم التكرار المتجمع الصاعد.
- ✓ **العرض البياني للتكرارات المتجمعة النازلة** : هي عبارة عن قطع مستقيمة منفصلة كذلك عن بعضها البعض تبدأ كل واحدة في النقطة التي تنتهي فيها القطعة السابقة الممثلة للتكرار المتجمع النازل السابق لها و تكون متنازلة حسب قيم التكرار المتجمع النازل.

4 –**طرق العرض البياني لمتغير كمي مستمر:** في حالة متغير كمي مستمر، فان الطرق المناسبة لتمثيله بيانيا هي:

- ✓ **المدرج التكراراي** : المدرج التكراري هو أكثر الطرق شيوعا لتمثيل المتغير الكمي المستمر بيانيا، حيث يعبر عن مجموعة من المستطيلات المتلاصقة مع بعضها البعض مقامة على معلم متعامد و متجانس محوره الأفقي يمثل القيم الخاصة بالمتغير(الفئات) حيث قاعدة أو عرض كل مستطيل تمثل طول الفئة و محوره العمودي ندون عليه التكرارات المطلقة لكل فئة، إذ يمثل هذا الأخير طول كل مستطيل، و لكن قبل رسم المدرج التكراري ينبغي الالتفاتة لشيء مهم هو طول الفئات:

فإذا كانت الفئات متساوية في الطول فإننا نرسم المدرج التكراري مباشرة، – أما إذا كانت غير متساوية في الطول فإننا نلجأ أولا لحساب التكرار المعدل الذي سبق و شرحناه و القيم المحصل عليها نضعها في المحور العمودي بدلا من قيم التكرار المطلق.

✓ **المضلع التكراري باستخدام المدرج التكراري:** هو خط منكسر يتم رسمه بإيصال منتصف القواعد العلوية للمستطيلات المكونة للمدرج التكراري ببعضها البعض، و لكن لغلق هذا الخط المنكسر من كلا الطرفين لنحصل على مضلع يجب إضافة نقطتين على المحور الأفقي، الأولى تسبق النقطة الأولى و الثانية تلي النقطة الأخيرة، ففي هذه الحالة نفترض أنه توجد فئتان وهميتان واحدة تسبق الفئة الحقيقية الأولى و الثانية تلي الفئة الحقيقية الأخيرة، لهما نفس طول الفئات الحقيقية أما تكرارها فهو معدوم، نحسب مركزيهما و هذين الأخيرين هما النقطتان اللتان يبدأ و ينتهي عندهما المضلع التكراري.

ملاحظة1: في حالة فئات غير متساوية في الطول، فإننا و بعد رسم المدرج التكراري بالطريقة السابقة، فإننا سنعتمد على طول مرجعي هو أصغر طول في التوزيع الإحصائي و نقسم المستطيلات التي طولها يزيد عن الطول المرجعي إلى مستطيلات جزئية طول كل واحدة يساوي إلى الطول المرجعي، ثم نقوم بإيصال المنتصفات العلوية لهذه المستطيلات الجديدة إن صح التعبير(ذات الطول المرجعي) إضافة إلى النقطتين التي يبدأ و ينتهي منهما الخط المنكسر لنحصل في الأخير على المضلع التكراري.

ملاحظة2:إن المساحة التي يحصرها المضلع التكراري تساوي المساحة الكلية للمدرج التكراري.

✓ **المضلع التكراري باستخدام مراكز الفئات:**

في حالة رسم المضلع التكراري باستخدام مراكز الفئات فإننا نتبع نفس الخطوات كما في رسمه بالطريقة السابقة فقط بدلا من إدراج حدود الفئات في المحور الأفقي ندرج مراكز الفئات و نصل هذه الاخيرة مع التكرارات الموافقة لها بخط منكسر.

✓ **المنحنى التكراري:** يستخدم المدرج و المضلع التكراريين لوصف البيانات التي غالبا ما تكون محدودة و لكن إذا تزايد هذه البيانات بشكل كبير جدا و تزايد عدد الفئات و قل طولها بشكل كبير جدا، فان المضلع و المدرج يؤولان إلى منحنى يسمى المنحنى التكراري و الذي يستخدم عادة لوصف المجتمعات الكبيرة.[13]

✓ **المنحنى التجميعي الصاعد:**يتم رسمه بإتباع الخطوات التالية:

– نحسب التكرار المتجمع الصاعد.

– نرسم معلم متعامد و متجانس حيث يمثل محور السينات الحدود العليا للفئات و محور العينات التكرارات التجميعية الصاعدة لكل فئة.

– نصل بخط مستقيم بين النقاط ذات الإحداثيات التالية: (Fi ،bi)↑

ملاحظة:هناك من يسمي هذا التمثيل بمنحنى تجميعي صاعد إذا تم إيصال النقاط فيما بينها بخط منحني أما إذا تم الإيصال بخط منكسر فيسمى بالمضلع التجميعي الصاعد.

[13] أحمد السيد عامر، **الإحصاء الوصفي و التحليلي**، دار الفجر للنشر و التوزيع، مصر،2007، ص 23.

✓ **المنحنى التجميعي النازل:** لرسم المنحنى التجميعي النازل نتبع نفس الخطوات السابقة لكن عوض وضع الحدود العليا على المحور السيني نضع الحدود الدنيا، و نفس الملاحظة المقدمة سابقا تنطبق على المنحنى المتجمع النازل.

✓ **المنحنى التجميعي الصاعد و النازل في نفس المعلم:**في حالة رسم المنحنى التجميعي الصاعد و النازل على نفس المعلم فإننا نضع في محور السينات الحدود العليا و الدنيا للفئات و في المحور العمودي قيم التكرار المتجمع الصاعد و النازل و نرسم بنفس الخطوات المذكورة سابقا و فاصلة نقطة تقاطع كلا المنحنيين تسمى **الوسيط** و الذي سنتعرض له بالتفصيل في الفصل الموالي أما ترتيبتها تمثل نصف مجموع التكرارات.

السلسلة الثانية : العرض الجدولي و البياني للبيانات الإحصائية

التمرين الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

1 - الرسم البياني المناسب للمتغير الكمي المستمر هو :

المدرج التكراري | العمود المجزأ | الأعمدة البيانية البسيطة.

2 - الدائرة النسبية هي تمثيل بياني خاص بالمتغير :

الكمي المستمر | الكمي المنقطع | الكيفي

3 - تعطى الصيغة الرياضية لحساب التكرار النسبي المئوي كما يلي:

$\frac{E}{1+3.32\log N}$ 100% | $\frac{\boldsymbol{ni}}{\sum_{\boldsymbol{i}=1}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{ni}}$ 100 % | $\frac{F_{\mathrm{i}}}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{n}_{\mathrm{i}}}$ 100%

4 - عند حسابنا للتكرار المتجمع الصاعد، فإننا نضع التكرار المتجمع الصاعد الأول دائما يساوي:

مجموع التكرارات | التكرار المطلق الأول | التكرار المطلق الأخير

5 - يحسب طول الفئة بالعلاقة التالية :

$\frac{E}{1+3.32\log N}$ | $\frac{E}{1-3.32\log N}$ | $\frac{E}{3.32\log N}$

6 - في حالة توزيع غير منتظم ، نستخدم التكرار المعدل لرسم :

الأعمدة البيانية البسيطة | المدرج التكراري | منحنى التكرار المتجمع الصاعد.

7 - يحسب مركز الفئة انطلاقا من العلاقة التالية:

$\frac{\text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى}}{2}$ | $\frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2}$ | $\frac{\text{الحد الأعلى} \times \text{الحد الأدنى}}{2}$

8 - الجداول المغلقة هي الجداول التي تكون فيها:

حدود كل الفئات معلومة | الحد الأدنى للفئة الأولى مجهول و بقية الحدود معلوم | الحد الأعلى للفئة الأخيرة مجهول و بقية الحدود معلومة

9 - طريقة ستورجس تسمح لنا بحساب:

طول الفئات و عدد الفئات | طول الفئات و مركز الفئات | طول الفئات حدود الفئات

10 - الأعمدة البيانية البسيطة هي تمثيل بياني خاص بالمتغير :

الكمي المنقطع | الكمي المستمر | الكيفي.

التمرين الثاني: من أجل دراسة الحالة المدنية لعمال مؤسسة ما، قام البحث بتوزيع استبيانات خاصة على العمال و تحصل على النتائج التالية:

متزوج	أعزب	أعزب	مطلق	مطلق	متزوج	متزوج	مطلق	متزوج	متزوج
أعزب	متزوج	أرمل	مطلق	متزوج	أعزب	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل
أرمل	مطلق	متزوج	أعزب	مطلق	متزوج	متزوج	متزوج	أعزب	أعزب
متزوج	متزوج	مطلق	أرمل	متزوج	أعزب	متزوج	أعزب	متزوج	أرمل

المطلوب:

1- ما هو المتغير المدروس و ما نوعه؟

2- اعرض البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري مناسب ؟

3- مثل البيانات السابقة بالرسومات البيانية الممكنة؟

التمرين الثالث: بهدف معرفة مستوى معيشة مجموعة من الأسر في احد الأحياء السكنية ،تم استقصاؤهم عن عدد الأجهزة الكهرومنزلية التي يمتلكونها في بيوتهم و النتائج المتوصل إليها ممثلة في البيانات التالية :

8 – 4 – 2 – 11- 2- 6 – 11 – 4 – 6 – 3 – 2 - 6 – 8 – 9 – 6 – 8 – 4 – 11 – 5 – 7 – 6- 5- 7-

10 – 3 – 3 – 9 – 5 – 5 – 7 – 4 – 3 – 9 – 9 – 6 – 6 – 5 -4 – 3 – 3 – 14- 8 – 8 – 8 -5.

المطلوب: 1- حدد كل من المجتمع الإحصائي، العينة الإحصائية، الوحدة الإحصائية، الهدف من الدراسة، المتغير الإحصائي و نوعه؟

2- لخص البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري به فئات؟

3- ما هو عدد الأسر التي تمتلك اقل من 8 أجهزة كهرومنزلية و عدد الأسر التي تملك 8 أجهزة على الأقل؟

4- إذا اعتبرنا أن الأسرة التي تمتلك 8 أجهزة على الأقل تتمتع بمستوى معيشي راقي، فما هي نسبة الأسر الراقية؟

التمرين الرابع: يبين الجدول الموالي عدد الأطفال في العائلة لعينة مكونة من 90 عائلة:

عدد الأطفال	1	2	3	4	5	**المجموع**
عدد العائلات	25	20	20	15	10	90

المطلوب:

1- اعد انجاز الجدول السابق و أحسب كل من : f_i ، $f_i\%$ ، $F\uparrow$ ، $\mathbf{F}^{\downarrow}$ ، $\mathbf{F}^{\downarrow}\%$ ، $F\uparrow\%$ ؟

2- مثل البيانات السابقة برسم بياني مناسب؟

3- أرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد و النازل ؟

4- اشرح كل من: n_2 ، $\uparrow F_2$ ، $F\downarrow_4$ ؟

التمرين الخامس: تمثل البيانات التالية إجمالي ما أنفقه 75 شخص خلال أسبوع (الوحدة: x 100دج)

75	67	73	74	65	62	66	78	68	82	73	53	68	72	62
78	97	69	62	79	71	75	79	60	83	63	63	81	74	69
77	84	73	82	75	66	73	75	78	82	65	76	61	75	83
79	71	90	60	75	85	71	79	78	96	60	90	57	73	93
76	89	79	80	91	85	74	87	75	65	83	76	68	88	62

المطلوب: 1- ما هو المتغير المدروس و ما نوعه؟

2- لخص البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري باستخدام طريقة ستورجس؟

3- أحسب التكرارات المتجمعة الصاعدة و النازلة و مثلها في نفس المعلم؟

4- حدد نسبة كل من: - الأشخاص الذين تزيد نفقاتهم الأسبوعية أو تساوي : 7700دج.

- الأشخاص الذين تتراوح نفقاتهم الأسبوعية بين 6500 دج و 8000دج؟

التمرين السادس: يمثل الجدول الموالي تصنيف 100 طالب اختيروا عشوائيا من طلبة كلية العلوم القانونية و السياسية حسب الوزن(الوحدة: كغ):

X_i	n_i	$F\nearrow$	$F\downarrow$
]50.40]	.	4	.
]60.50]	11	.	96
]70.60]	.	35	.
]80.70]	36	.	.
]90.80]	.	.	.
]100.90]	8	96	.
]110.100]	.	.	.
$\sum$	100	/	/

المطلوب:

1- أملأ الفراغات الموجودة في الجدول؟

2- مثل البيانات السابقة بمدرج تكراري، مضلع تكراري في نفس المعلم؟

3- أوجد عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن 52 كغ و تقل تماما عن 71 كغ؟

التمرين السابع: يبين جدول التوزيع التكراري التالي الفترة الزمنية المحددة بالدقائق و التي قضاها مجموعة من الطلبة لاجتياز استجواب مقياس الإحصاء:

الفترة الزمنية	[5 – 10[	[10 – 20[	[20 – 35[	[35 – 55[	[55 – 60[
عدد الطلبة	2	30	38	20	10

المطلوب:

1 - ما هو المتغير الإحصائي المدروس؟

2 -هل التوزيع السابق توزيعا منتظما و لماذا؟

3 -مثل البيانات السابقة بمدرج تكراري و مضلع تكراري في نفس المعلم؟

حلول السلسلة الثانية

حل التمرين الأول: اختار الإجابة الصحيحة:

1 –الرسم البياني المناسب للمتغير الكمي المستمر هو : **المدرج التكراري**

2 – الدائرة النسبية هي تمثيل بياني خاص بالمتغير : **الكيفي**

3 –تعطى الصيغة الرياضية لحساب التكرار النسبي المئوي كما يلي: % 100 $\frac{ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$ %

4 –عند حسابنا للتكرار المتجمع الصاعد، فإننا نضع التكرار المتجمع الصاعد الأول دائما يساوي: **التكرار المطلق الأول.**

5–يحسب طول الفئة بالعلاقة التالية : $\frac{E}{1+3.32\log N}$

6 –في حالة توزيع غير منتظم، نستخدم التكرار المعدل لرسم: **المدرج التكراري.**

7 –يحسب مركز الفئة انطلاقا من العلاقة التالية:$\frac{\text{الحد الأعلى}+\text{الحد الأدنى}}{2}$

8 –الجداول المغلقة هي الجداول التي تكون فيها:**حدود كل الفئات معلومة.**

9 –طريقة ستورجس تسمح لنا بحساب: **طول و عدد الفئات.**

10– الأعمدة البيانية البسيطة هي تمثيل بياني خاص بالمتغير : **الكمي المنقطع.**

حل التمرين الثاني:

1 –المتغير الإحصائي المدروس هو الحالة المدنية لعينة من العمال، نوعه كيفي اسمي.

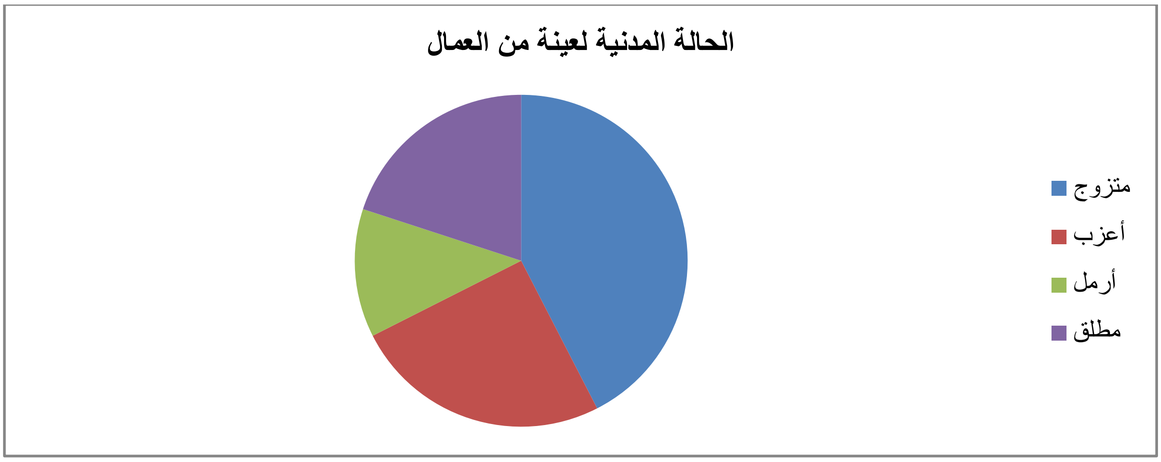
2 –تلخيص البيانات في جدول توزيع تكراري:

الحالة المدنية	عدد العمال	$f_i\%$	$(F^{\uparrow})$	$(F^{\uparrow})\%$
متزوج	17	42.5	17	42.5
أعزب	10	25	27	67.5
أرمل	5	12.5	32	80
مطلق	8	20	40	100
المجموع	40	100	\	\

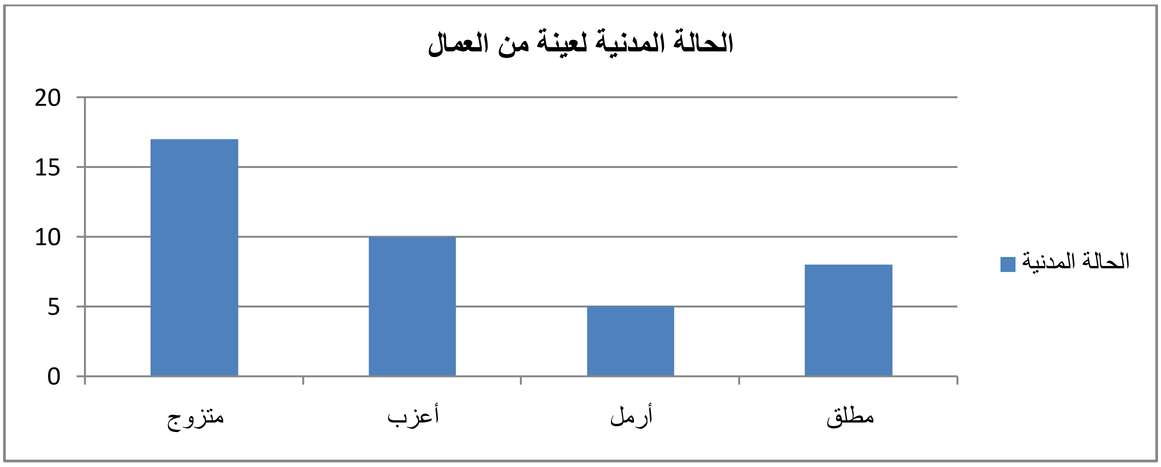
3 –**التمثيل البياني:** الرسومات البيانية الخاصة بالمتغير الكيفي هي: الدائرة النسبية، الأعمدة المستطيلة و العمود المجزء.

الدائرة النسبية: نحدد زاوية أو قطاع كل كيفية من كيفيات المتغير :

متزوج: 40←° 360	أعزب:40←°360	أرمل: 40 ←°360	مطلق: 40←°360
°X← 17	°X← 10	°X← 5	°X← 8
°X = 153	°X = 90.5	°X = 45	°X = 72



✓ **الأعمدة الأنبوبية أو المستطيلة:** نرسم معلم نتعامد و متجانس، على محور السينات (المحور الأفقي) نضع كيفيات أو أنواع الحالة المدنية و على المحور العمودي أو محور العينات نضع التكرارات المطلقة لكل كيفية كما هو موضح في الشكل الموالي:

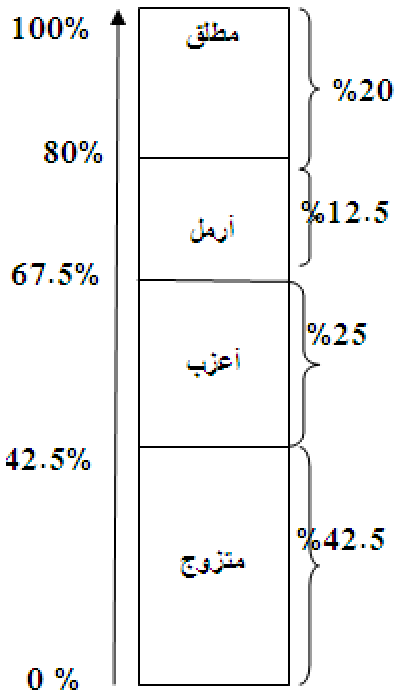


✓ **العمود المجزأ:**

1 – يرسم عمود طوله ممثل ب 100٪.

2 – يتم حساب التكرارات النسبية المئوية لكل نوع من أنواع الصفة الكيفية.

3 – يتم تقسيم العمود الكلي إلى مستطيلات صغيرة عرض أو طول كل مستطيل يمثل التكرار النسبي المئوي لكل نوع، و في الحقيقة فإننا كلما أضفنا التكرار النسبي المئوي إلى سابقه نحصل على التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي.



عمود مجزأ للحالة المدنية

حل التمرين الثالث:

1 –تحديد كل من المجتمع الإحصائي، العينة الإحصائية، الوحدة الإحصائية، الهدف من الدراسة، المتغير الإحصائي و نوعه:

المجتمع الإحصائي	العينة الإحصائية	الوحدة الإحصائية	الهدف من الدراسة	المتغير الإحصائي	نوعه
الأسر الجزائرية	45 أسرة جزائرية	أسرة واحدة	معرفة مستوى معيشة الأسر	عدد الأجهزة الكهرومنزلية لكل أسرة	كمي منقطع

2 – تلخيص البيانات في جدول توزيع تكراري:

✓ نقوم أولا بحساب طول الفئة:

$$k=\frac{E}{1+3.32\log N} \qquad k=\frac{12}{5.48} \qquad K=\frac{14-2}{1+3.32\log 45}=2.18\approx 2$$

عدد الأسر(x_i)	عدد الأجهزة (n_i)	التكرار التجميعي الصاعد($F^{\uparrow}$)	التكرار التجميعي النازل($F^{\downarrow}$)
]4 – 2]	9	9	45
]6 – 4]	11	20	36
]8 – 6]	10	30	25
]10 – 8]	10	40	15
]12 – 10]	4	44	5
]14 – 12]	1	45	1
المجموع	45	\	\

3 –**عدد الأسر التي تمتلك أقل من 8 أجهزة كهر ومنزلية:**

نحدد القيمة انطلاقا من عمود التكرار المطلق بجمع التكرارات التالية : 9 + 11 + 10 = 30 أسرة

أو نبحث مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد عن القيمة التي تقابل الفئة [6 – 8[.

✓ **عدد الأسر التي تملك 8 أجهزة على الأقل:**نقوم بنفس العمل

نحدد القيمة انطلاقا من عمود التكرار المطلق بجمع التكرارات التالية : 10 + 4 + 1 = 15 أسرة

أو نبحث مباشرة في عمود التكرار المتجمع النازل عن القيمة التي تقابل الفئة [8 – 10[.

4 –إذا اعتبرنا أن الأسرة التي تمتلك 8 أجهزة على الأقل تتمتع بمستوى معيشي راقي فان نسبة الأسر الراقية هو:

لقد قمنا بحساب عدد الأسر في السؤال السابق وجدنا عدد الأسر الراقية هي التي تملك 8 أجهزة على الأقل و هو 15

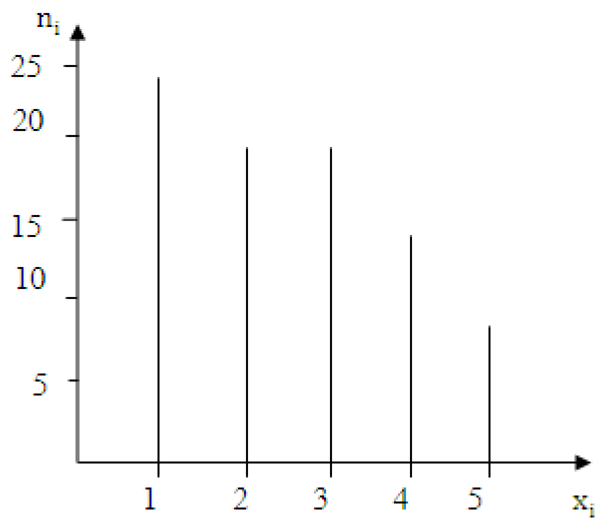
إذن النسبة هي: $\frac{15}{45}$ 100% = 33%.

حل التمرين الرابع:

1 –انجاز جدول توزيع تكراراي لعدد الأطفال في كل عائلة :

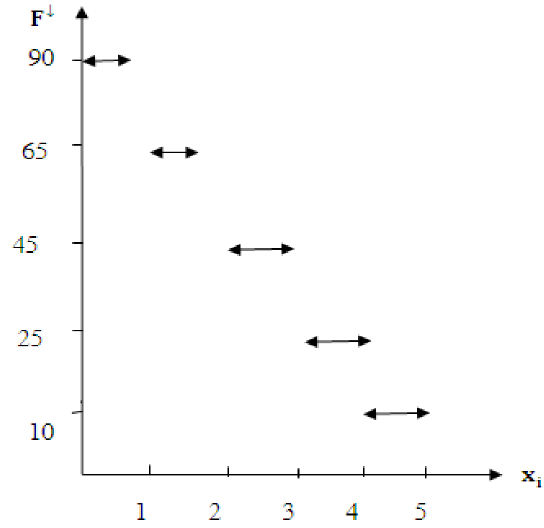
x_i	n_i	$f_i = \frac{ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$	$f_i\% = \frac{ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}100\%$	$F_i^{\uparrow} = n_i + F^{\uparrow}_{i-1}$	$F_i^{\downarrow} = F^{\downarrow}_{i-1} - n_{i-1}$	$F^{\uparrow}\% = \frac{F_i^{\uparrow}}{\sum_{i=1}^{n} ni}100\%$	$F^{\downarrow}\% = \frac{F_i^{\downarrow}}{\sum_{i=1}^{n} ni}100\%$
1	25	0.28	28	25	90	27.78	100
2	20	0.22	22	45	65	50	72.22
3	20	0.22	22	65	45	72.22	50
4	15	0.17	17	80	25	88.89	27.78
5	10	0.11	11	90	10	100	11.11
Σ	90	1	%100	\	\	\	\

2 –**التمثيل البياني:** بماأن المتغير المدروس كمي منقطع، فالتمثيل البياني المناسب هو الأعمدة البيانية:

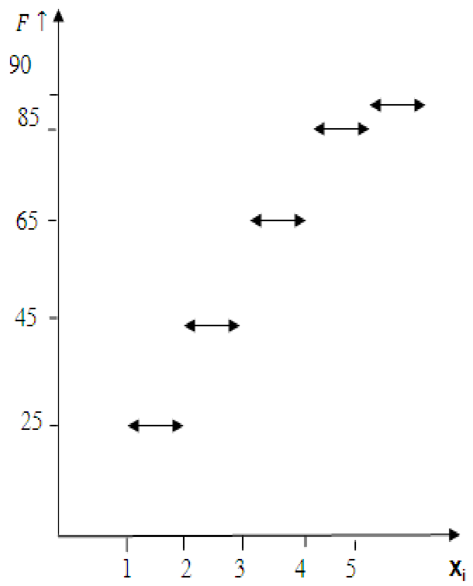


أعمدة بيانية لعدد الأطفال في كل عائلة

3 -رسم التكرار المتجمع الصاعد و النازل:



منحنى التكرار المتجمع النازل لعدد الأطفال في كل عائلة



منحنى التكرار المتجمع الصاعد لعدد الأطفال في كل عائلة

5 - شرح كل من : n_2 ، $F_2^{\uparrow}$ ، $F_4^{\downarrow}$:

n_2 : نقول أن هناك 20 عائلة تملك طفلين.

$F_2^{\uparrow}$: نقول هناك 45 عائلة تملك طفلين على الأكثر أو نقول هناك 45 عائلة تملك أقل من 3 أطفال.

$F_4^{\downarrow}$: نقول هناك 25 عائلة تملك 4 أطفال على الأقل أو نقول هناك 25 عائلة تملك أكثر من 3 أطفال.

حل التمرين الخامس:

1- المتغير المدروس هو النفقات الأسبوعية ، نوعه : كمي مستمر.

2 -تلخيص البيانات في جدول توزيع تكراري:

✓ إيجاد طول الفئات باستخدام طريقة ستورجس:

$$k=\frac{E}{1+3.32\log N} \qquad K=\frac{96-53}{1+3.32\log 75}=\frac{43}{7.22}=5.9\approx 6$$

✓ **جدول توزيع تكراري للنفقات الأسبوعية لعينة من الأشخاص مقدرة بمئات الدنانير:**

$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	n_i	x_i
75	2	2	]59 – 53]
73	12	10	]65 – 59]
63	23	11	]71 – 65]
52	45	22	]77 – 71]
30	60	15	]83 – 77]
15	68	8	]89 – 83]
7	73	5	]95 – 89]
2	75	2	]101 – 95]
\	\	75	**المجموع**

6 -نسبة الأشخاص الذين تزيد نفقاتهم الأسبوعية أو تساوي : 7700دج:

✓ عدد الأشخاص الذين تزيد نفقاتهم الأسبوعية أو تساوي : 7700دج هو 15 + 8 +5+2 = 30

نسبتهم: $\frac{30}{75}$ %100 = %40

7 -الأشخاص الذين تتراوح نفقاتهم الأسبوعية بين 6500 دج و 8000دج:

x_i ينتمي للمجال [65 – 80] أي المجالات:[65 – 71] ، [71 – 77]،[77 – 80].

نبحث أولا عن عدد الأشخاص التي نفقاتها الأسبوعية تنتمي للمجال[77 – 80] :

[77 – 80] ⟵ x_i

]77 – 83] ⟵ 15 أي $x_i = \frac{15 \times 3}{6}$ إذن x_i =7.5≅ 8

✓ العدد الإجمالي للأشخاص التي نفقاتها الأسبوعية تنتمي للمجال[77 – 80] هو 11+22+8 = 41 شخص.

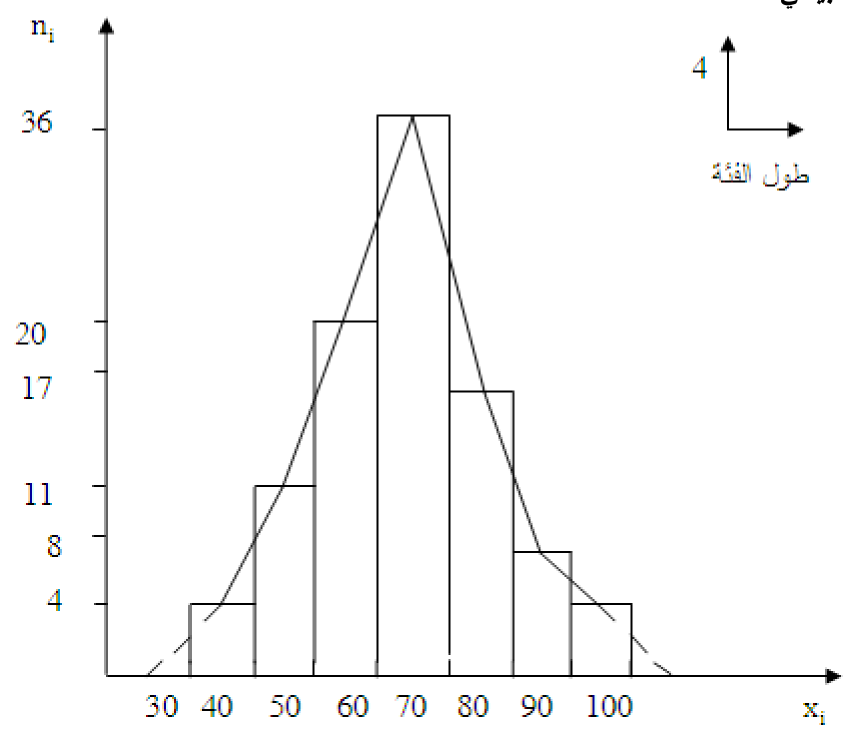
نسبتهم: $\frac{41}{75}$ %100 = %54.6

حل التمرين السادس: يمثل الجدول الموالي تصنيف 100 طالب اختيروا عشوائيا من طلبة كلية العلوم القانونية و السياسية حسب الوزن(الوحدة: كغ):

1 -ملأ الفراغات الموجودة في الجدول :

$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	n_i	X_i
100	4	4	]40،30]
96	15	11	]40،50]
85	35	20	]60،50]
65	71	36	]60،70]
29	88	17	]70،80]
12	96	8	]80،90]
4	100	4	]90،100]

2 - التمثيل البياني:



مدرج تكراري و مضلع تكراري لأوزان مجموعة من الطلبة

3 - إيجاد عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن 52 كغ و تقل تماما عن 71 كغ:

x_i ينتمي للمجال]52 – 71[اي المجالات:]52– 60[، [60 – 70[، [70 – 71[.

نبحث أولا عن عدد الطلبة ذوي الاوزان :]52 – 60[

[52 – 60] ⟵ x_i

]50 – 60] ⟵ 20 أي $x_i = \frac{20 \times 8}{10}$ اذن $x_i = 16$

✓ نبحث الآن عن عدد الطلبة ذوي الأوزان :]70 – 71[:

]70 – 71] ⟵ x_i

]70 – 80] ⟵ 17 أي $x_i = \frac{1 \times 17}{10}$ اذن $x_i = 1.7 \cong 2$

العدد الإجمالي للطلبة الذين تزيد أوزانهم عن 52 كغ و تقل تماما عن 71 كغ هو 2+16 + 36 = 54 طالب.

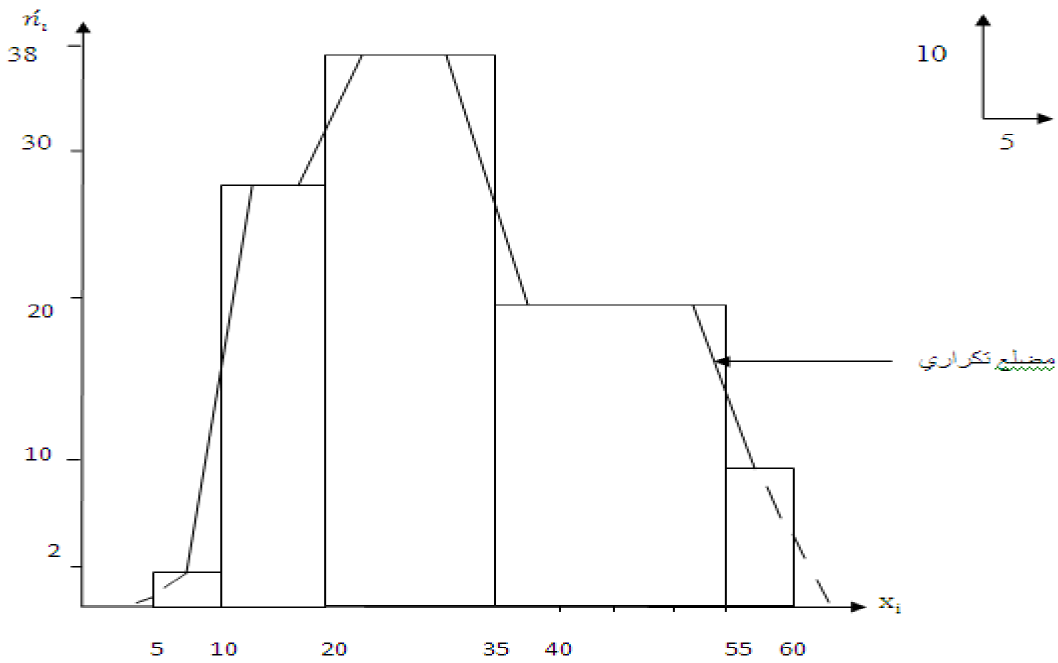
حل التمرين السابع:

1 - المتغير الإحصائي المدروس هو: المدة الزمنية، و نوعه: كمي مستمر.

2 - بما أن الفئات غير متساوية في الطول ، إذن التوزيع غير منتظم.

3 - **التمثيل البياني:** بما ان التوزيع غير منتظم ، إذن علينا إجراء التعديل على التكرارات و رسم المدرج التكراري اعتمادا على التكرار المعدل في المحور العمودي و الحسابات المساعدة للرسم موضحة في الجدول الموالي:

$\acute{n}_i = \frac{n_i}{K_i}$ التكرار المعدل	n_i عدد الطلبة	K_i طول الفئة	الفترة الزمنية
0.4	2	5	]10 – 5]
3	30	10	]20 – 10]
2.53	38	15	]35 – 20]
1	20	20	]55 – 35]
2	10	5	]60 – 55]
\	100	\	المجموع



مدرج تكرري و مضلع تكراري للفترة الزمنية

الفصل الرابع:

مقاييس النزعة المركزية

إضافة إلى تلخيص بيانات ظاهرة ما في جداول إحصائية و عرضها بيانيا، ينتقل الباحث إلى مرحلة أخرى و هي دراسة وتحليل هذه البيانات لاستخلاص النتائج المتوصل إليها ، و من أولى اهتماماته البحث عن قيمة مثالية تتمركز حولها قيم الظاهرة المدروسة تمثلها أحسن تمثيل.

إن البحث عن مثل هذه القيم يعرف بمقاييس النزعة المركزية، أي المقاييس التي تتمركز و تتجمع حولها أغلب قيم الظاهرة المدروسة و هذه الأخيرة متنوعة ومتعددة تختلف حسب الهدف المراد الوصول إليه في الدراسة و كذا حسب خصائص و طبيعة البيانات الإحصائية المتوفرة لدى الباحث و تنقسم أساسا إلى ثلاث أقسام رئيسية و هي المتوسط الحسابي، الوسيط و المنوال، و فيما يلي تفصيل لكل مقياس على حدى:

1 - **مقاييس النزعة المركزية و طرق حسابها:** سيتم تلخيص مقاييس النزعة المركزية في الجدول الموالي مع ابراز العلاقة الرياضية لحساب كل مقياس:

مقاييس النزعة المركزية		بيانات غير مبوبة	بيانات مبوبة (متغير كمي منقطع بتكرارات)	بيانات مبوبة على شكل فئات (متغير كمي مستمر)
المتوسط الحسابي $\bar{x}$	الطريقة المباشرة	يسمى متوسط حسابي بسيط و هو حاصل قسمة مجموع قيم المتغير الإحصائي على عددها	يسمى متوسط حسابي مرجح	مركز الفئة ci
	الطريقة غير المباشرة (الفرضية)	قيمة فرضية v	قيمة فرضية v	قيمة فرضية v
المنوال Mo		القيمة الإحصائية الأكثر تكرارا أو شيوعا أو انتشارا مقارنة مع بقية قيم السلسلة الإحصائية المدروسة.	القيمة الإحصائية ذات اكبر تكرار مطلق في جدول التوزيع التكراري.	- تحديد الفئة المنوالية (الفئة ذات اكبر تكرار مطلق) حساب المنوال بطريقة الفروقات لكارل بيرسون: $M_o = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)}$ K X_{min} : الحد الأدنى للفئة المنوالية، Δ_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة السابقة لها. Δ_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة اللاحقة بها. K : طول الفئة المنوالية.
الوسيط Me (القيمة التي تقسم مجموعة قيم الظاهرة محل الدراسة إلى قسمين متساويين بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا)		– ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا. – البحث عن رتبة الوسيط R . – إذا كان عدد المفردات(n) فردي فقيمة الوسيط تساوي القيمة ذات الرتبة $\frac{n+1}{2}$ – إذا كان عدد المفردات(n) زوجي فقيمة الوسيط تساوي متوسط القيمتين ذات الرتبتين	– تحديد رتبة الوسيط و التي تساوي دائما مجموع التكرارات مقسوما على2. – نحسب التكرار المتجمع الصاعد. – نبحث عن الرتبة في قيم التكرار المتجمع الصاعد . – الوسيط هو القيمة الإحصائية التي تقابل الرتبة إن وجدت في عمود التكرار المتجمع الصاعد و إلا القيمة التي تليها مباشرة في نفس العمود.	- نحدد الفئة الوسيطية و هي الفئة التي تضم القيمة ذات الرتبة $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2}$ أو قيمة تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد - نطبق القانون التالي: $M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}}$ k $\sum_{i=1}^{n} ni$ يمثل مجموع التكرارات، X_{min} يمثل الحد الأدنى للفئة الوسيطية، F_{M_e-1} يمثل التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية k يمثل طول الفئة الوسيطية.

المصدر: من إعداد الباحثة

2- خصائص، مزايا و عيوب مقاييس النزعة المركزية:[14]

المقياس	الخصائص و المزايا	العيوب
المتوسط الحسابي	- المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم الثابتة يساوي القيمة الثابتة نفسها. - إذا ضربنا أو قسمنا جميع تكرارات قيم الظاهرة المدروسة في نفس العدد، فان قيمة المتوسط الحسابي لا تتغير. - مجموع انحرافات قيم الظاهرة المدروسة عن متوسطها الحسابي معدوم. - إذا طرحنا أو أضفنا عددا ثابتا من كل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة، فان المتوسط الحسابي لهذه القيم بعد تعديلها، سيكون أكبر أو أصغر من متوسطها الحسابي قبل التعديل وبمقدار العدد الثابت. - إذا قسمنا أو ضربنا جميع قيم الظاهرة المدروسة على أو في عدد ثابت فان قيمة المتوسط الحسابي لهذه القيم الجديدة (بعد التعديل) ستقل أو تزيد عن متوسطها الحسابي قبل التعديل بعدد من المرات يساوي العدد الثابت. - يوجد متوسط حسابي واحد في سلسلة إحصائية أو توزيع إحصائي. - يعتبر أفضل مقاييس النزعة المركزية في حالة الجداول المغلقة. - يعتبر أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما لأنه سهل الحساب و بسيط. - يخضع لجميع العمليات الجبرية. - يأخذ جميع القيم في الحسبان.	- يصلح فقط في المتغيرات الكمية. - يتأثر بالقيم المتطرفة. - لا يمكن إيجاده في حالة الجداول المفتوحة لأنه يعتمد على مراكز الفئات. - لا يمكن إيجاده بيانيا.
الوسيط	- يوجد وسيط واحد في سلسلة إحصائية أو توزيع إحصائي. - سهل الحساب سواء كانت البيانات مبوبة أو غير مبوبة. - لا يتأثر بالقيم المتطرفة . - يمكننا حسابه سواء في الجداول المفتوحة أو المغلقة. - يمكن تحديده بيانيا. - يقع دائما بين المتوسط الحسابي و المنوال.	- غير قابل للعمليات الجبرية. - لا يأخذ جميع القيم بعين الاعتبار في الحساب بل يعتمد على جزء منها فقط. - يهتم بترتيب القيم أكثر من القيم بحد ذاتها. - أقل استخداما مقارنة بالمتوسط الحسابي. - يتميز الوسيط بعدم الثبات، إذ يتغير كلما غيرنا أطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري

[14]أنظر في هذا الشأن كل من: جيلالي جلاطو، **<u>الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة</u>**، ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر، 2002، ص ص 33 34 ، ص 45 و على عبد السلام العماري، على حسين العجيلي**<u>الإحصاء و الاحتمالات</u>**، النظرية والتطبيق ، منشورات ELGA، مالطا ، 2000، ص 53، ص 64، ص 67.

المنوال	– من أبسط مقاييس النزعة المركزية و أسهلها في الحساب و الفهم. – لا يتأثر بالقيم المتطرفة . – يمكن استخدامه في جميع التوزيعات التوزيعات التكرارية سواء المفتوحة أو المغلقة. – هو مقياس النزعة المركزية الوحيد الذي نستخدمه في الظواهر غير القابلة للقياس العددي أي الصفات أو المتغيرات الكيفية. – يمكن تحديده بيانيا.	– يتميز عن غيره من مقاييس النزعة المركزية في كونه في بعض التوزيعات التكرارية يمكن أن يكون لدينا أكثر من منوال أو لا يوجد تماما عكس المتوسط و الوسيط اللذان يكونان وحيدان في توزيع تكراري واحد. – لا يخضع للعمليات الجبرية. – لا يعتمد في إيجاده على جميع البيانات الإحصائية. – أقل دقة من بقية مقاييس النزعة المركزية لأنه في بعض الأحيان لا يمثل القيمة الوسطى في التوزيع الإحصائي. – لا يفضل استخدامه إذا كان عدد القيم قليل. – يتأثر بطبيعة التوزيع(منتظم أو لا) و لهذا ينبغي تعديل التكرارات إذا كان التوزيع غير منتظم.

المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظات:

1 –إذا كان لدينا K عينة من مجتمع ما أحجامها على التوالي n_1 ، n_2 ،...، n_K و متوسطاتها الحسابية هي على التوالي: $\bar{x}_1$ ، $\bar{x}_2$، ...، $\bar{x}_K$ ، فان المتوسط الحسابي الاجمالي للمجتمع الذي يضم هذه العينات يعطى كما يلي: $\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \dots + \bar{x}_K n_K}{n_1 + n_2 + \dots + n_K}$، أي لا نجمع المتوسطات الحسابية و نقسم على عددها فهذا خطأ إلا إذا كانت أحجام العينات متساوية[15].

2– يمكن تحديد قيمة الوسيط بيانيا انطلاقا من منحنى التكرار المتجمع الصاعد و/أو النازل ،فنعين حدود الفئات على المحور الأفقي (و هناك من يعتمد على مراكز الفئات) و قيم التكرار المتجمع الصاعد و النازل على المحور العمودي ،ففي حالة رسم إحدى المنحنيات نقوم بإسقاط النقطة ذات الترتيبة $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2}$ على محور الفواصل لنحصل على قيمة الوسيط، أما في حالة رسم المنحنيين معا على نفس المعلم فقيمة الوسيط تمثل فاصلة نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

---

15 احمد عبد السميع طبيه، **مبادئ الإحصاء**، دار البداية للنشر و التوزيع،الأردن،2008، ص 52.

3– يمكن تحديد قيمة المنوال بيانيا انطلاقا من المدرج التكراري، حيث : المستطيل الأطول هو الذي يمثل الفئة المنوالية. يتم توصيل الحد الأعلى للفئة المنوالية في المستطيل (الرأس الأيمن للقطعة المستقيمة العليا) مع الحد الأعلى للمستطيل السابق(الرأس الأيمن للقطعة المستقيمة للمستطيل السابق) و الحد الأدنى للمستطيل الممثل للفئة المنوالية(الرأس الأيسر للقطعة المستقيمة العليا) مع الحد الأدنى للفئة التالية(الرأس الأيسر للقطعة المستقيمة للمستطيل الموالي) و يتم إسقاط نقطة التقاطع على محور الفواصل فنحصل على قيمة المنوال .

4– بنفس الطريقة نعين المنوال في حالة فئات غير متساوية في الطول و لكن باستخدام التكرار المعدل لرسم المدرج التكراري.

5– يمكن إيجاد علاقة رياضية تقريبية بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة السابقة تعطى كما يلي[16]:

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$$

أي بعد الوسط الحسابي عن المنوال هو ثلاث أمثال بعده عن الوسيط.

فهذه العلاقة يمكن الاسترشاد بها لحساب أحد هذه المقاييس بدلالة المقياسين الآخرين إذا لم تعطى لنا قيم التوزيع الإحصائي أو السلسلة الإحصائية، أما إذا كان التوزيع التكراري متماثلا فإن $\bar{X} = M_o = M_e$

3 –**مشتقات المتوسط الحسابي:** هناك ثلاث مشتقات من المتوسط الحسابي موضحة في الجدول الموالي:

مشتقات المتوسط الحسابي	بيانات غير مبوبة	بيانات مبوبة (متغير كمي متقطع بتكرارات)	بيانات مبوبة على شكل فئات (متغير كمي مستمر)
المتوسط الهندسي G	$\sqrt[N]{X_1 X_2 \dots \dots X_n}$ $10^{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(\log X_i)}$	$\sqrt[\sum_{i=1}^{n} ni]{{X_1}^{n_1}{X_2}^{n_2} \dots \dots {X_n}^{n_k}}$ $10^{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} ni}\sum_{i=1}^{n}[ni(\log X_i)]}$	$\sqrt[\sum_{i=1}^{n} ni]{{c_1}^{n_1}{c_2}^{n_2} \dots \dots {c_n}^{n_k}}$ $10^{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} ni}\sum_{i=1}^{n}[ni(\log c_i)]}$
المتوسط التوافقي H	$\frac{N}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Xi}}$	$\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni\ \frac{1}{Xi}}$	$\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni\ \frac{1}{ci}}$
المتوسط التربيعي Q	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N}}$	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i c_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$

المصدر: من إعداد الباحثة

4 –**خصائص مشتقات المتوسط الحسابي:**

المقياس	الخصائص و المزايا	العيوب
المتوسط الهندسي	– يدخل في حسابه جميع القيم. – اقل تأثرا بالقيم المتطرفة مقارنة بالمتوسط الحسابي. – قابل للعمليات الجبرية. – يستخدم في حساب المعدلات الاقتصادية مثل معدل الفائدة، معدل التضخم،... – يستخدم في حساب الأرقام القياسية.	– مجالات استخدامه قليلة مقارنة بالمتوسط الحسابي. – لا يمكن حسابه في حالة الجداول المفتوحة. – ليس له معنى إذا كانت إحدى القيم سالبة . – إذا كانت إحدى القيم معدومة فان قيمة

---

[16] Hocine Hamdani, **statistique descriptive**, 5eme Édition, opu, Alger, 2006, p 85.

		المتوسط الهندسي تكون معدومة أيضا و بالتالي يصبح لا معنى له.
المتوسط التوافقي	– يدخل في حسابه جميع القيم. – قابل للعمليات الجبرية. اقل تأثرا بالقيم المتطرفة مقارنة بالمتوسط الحسابي. – يشاع استخدامه في حالة وجود علاقة عكسية بين ظاهرتين. – يشاع استخدامه كذلك في حساب متوسط السرعة أو معدلات زمنية(مثلا: متوسط عدد الوحدات المنتجة يوميا في مصنع ما)، متوسط الأسعار و متوسط الكثافة السكانية.	– لا يمكن حسابه في حالة الجداول المفتوحة. – يتأثر بالقيم السالبة و المعدومة.
المتوسط التربيعي	– يدخل في حسابه جميع القيم. – يشاع استخدامه في حالة وجود قيم سالبة أو في حالة عدم إمكانية حساب المتوسط الحسابي (قيم سالبة تلغي أخرى موجبة). – يشاع استخدامه كذلك في دراسة الظواهر الفيزيائية.	– قليل الاستخدام مقارنة ببقية المتوسطات الأخرى.

المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظة: إن المتوسطات الأربعة السابقة(الحسابي، الهندسي، التوافقي و التربيعي) تربطها علاقة يمكن التعبير عنها بمتراجحة دائما تكون من الشكل: $H \le G \le \bar{X} \le Q$

5 – **المقاييس الشبيهة بالوسيط:** هذه المقاييس لا تعتبر من مقاييس النزعة المركزية إلا تلك التي تتساوى مع الوسيط و هي الربيعي الثاني ، العشيري الخامس و المئين الخمسون و يمكن إبرازها في الجدول الموالي:

المقياس	بيانات غير مبوبة	بيانات مبوبة (متغير كمي منقطع بتكرارات)	بيانات مبوبة على شكل فئات (متغير كمي مستمر)
الربيعيات	في حالة بيانات غير مبوبة نتبع نفس الخطوات المتبعة في حساب الوسيط، الشيء الذي يتغير هو الرتبة: – ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا. – تعيين رتبة الربيعي i بحيث i يساوي 1 أو 2 أو 3 أي الربيعي الأول أو الثاني أو الثالث تساوي: تمثلN عدد قيم السلسلة الاحصائية.	– تحديد رتبة الربيعي: – رتبة الربيعي الأول تساوي: $tQ_1 = \sum_{i=1}^{n} ni/4$ (قيمة تسبقها 25% من البيانات و تليها 75% منها). – رتبة الربيعي الثاني الذي يمثل الوسيط هي= tQ_2 $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2}$ (قيمة تسبقها 50% من	– نحسب رتبة الربيعي i – نحدد فئة الربيعي i و هي الفئة التي تضم القيمة ذات الرتبة $\frac{N+1}{4}$ i أو قيمة تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد – نطبق القانون التالي:

	- إذا كانت الرتبة عددا طبيعيا (بدون فاصلة) نأخذ القيمة التي تقابلها من قيم السلسلة الإحصائية، أما إذا كانت الرتبة عددا عشريا (بالفاصلة) نحسب الربيعي بالعلاقة التالية: $Q_i = x_1 + (R - K)(-x_1 - x_2)$ بحيث: x_1 تمثل القيمة التي رتبتها تساوي الجزء الصحيح للعدد الذي يمثل رتبة الربيعي i(وهي القيمة التي تسبق الربيعي i). x_2 تمثل القيمة التي رتبتها الجزء الصحيح للعدد الذي يمثل رتبة الربيعي i مضافا إليه واحد(و هي القيمة التي تلي الربيعيi). تمثل R رتبة الربيعي i و K تمثل الجزء العشري للرتبة R.	البيانات و تليها 50% منها) - رتبة الربيعي الثالث تساوي: $tQ_3 = 3\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{4}$ (قيمة تسبقها 75% من البيانات و تليها 25% منها). 2- تعيين قيمة الربيعي: - نحسب التكرار المتجمع الصاعد. 3- نبحث عن الرتبة في قيم التكرار المتجمع الصاعد . 4- الربيعي(الأول أو الثاني أو الثالث) هو القيمة الإحصائية التي تقابل الرتبة إن وجدت في عمود التكرار المتجمع الصاعد و إلا القيمة التي تليها مباشرة في نفس العمود.	**الربيعي الأول:** $X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - F_{Q1-1}}{n_{Q1}} k$ **الربيعي الثاني:** $X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{Q2-1}}{n_{Q2}} k$ **الربيعي الثالث:** $X_{min} + \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - FQ_{3-1}}{nQ_3} k$
العشريات	في حالة بيانات غير مبوبة نتبع نفس الخطوات المتبعة في حساب الربيعيات، الشيء الذي يتغير هو الرتبة. يوجد 9 عشيريات مرقمة من 1 إلى 9 - ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا. - تعيين رتبة العشيري i بحيث i =1،2،...،9 وتساوي: تمثلN عدد قيم السلسلة الاحصائية. - إذا كانت الرتبة عددا طبيعيا (بدون فاصلة) نأخذ القيمة التي تقابلها من قيم السلسلة الإحصائية، أما إذا كانت الرتبة عددا عشريا (بالفاصلة) نحسب العشيري i بنفس علاقة حساب الربيعيات: $D_i = x_1 + (R - K)(x_1 - x_2)$	- تحديد رتبة العشيري i: - حساب التكرار المتجمع الصاعد. - البحث عن الرتبة في قيم التكرار المتجمع الصاعد . - العشيري i هو القيمة الإحصائية التي تقابل الرتبة إن وجدت في عمود التكرار المتجمع الصاعد و إلا القيمة التي تليها مباشرة في نفس العمود.	- نحسب رتبة العشيري i - نحدد فئة العشيري i و هي الفئة التي تضم القيمة ذات الرتبة $i\frac{N+1}{10}$ أو قيمة تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد - نطبق القانون التالي: $D_i = X_{min} + \frac{i\frac{N+1}{10} - F_{D_i-1}}{n_{D_i}} k$ $\sum_{i=1}^{n} ni$ يمثل مجموع التكرارات، X_{min} يمثل الحد الأدنى للفئة العشيرية i، F_{D_i-1} يمثل التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة العشيرية i k يمثل طول الفئة العشيرية i.

المئينات	في حالة بيانات غير مبوبة نتبع نفس الخطوات المتبعة في حساب الربيعيات أو العشيريات ،الشيء الذي يتغير هو الرتبة . يوجد 99 مئين مرقمة من 1 إلى 99.	– تحديد رتبة المئين i: – حساب التكرار المتجمع الصاعد. – البحث عن الرتبة في قيم التكرار المتجمع الصاعد. – المئين i هو القيمة الإحصائية التي تقابل الرتبة إن وجدت في عمود التكرار المتجمع الصاعد و إلا القيمة التي تليها مباشرة في نفس العمود.	– نحسب رتبة المئين i – نحدد فئة المئين i و هي الفئة التي تضم القيمة ذات الرتبة $\frac{N+1}{100}$ i أو قيمة تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد – نطبق القانون التالي: $P_i = \boldsymbol{X_{min}} + \frac{i\,\frac{N+1}{10} - \boldsymbol{F}_{D_i-1}}{\boldsymbol{n}_{D_i}}\ \mathbf{k}$ $\sum_{i=1}^{n} ni$ يمثل مجموع التكرارات، X_{min} يمثل الحد الأدنى لفئة المئين i، F_{P_i-1} يمثل التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة المئين i k يمثل طول فئة المئين i.

المصدر: من إعداد الباحثة

السلسلة الثالثة: مقاييس النزعة المركزية

التمرين الأول: أجب على الأسئلة التالية بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1 -يستخدم المتوسط الحسابي كأفضل مقياس للنزعة المركزية سواء في حالة الجداول المغلقة أو المفتوحة.

2 -من عيوب الوسيط أنه يتأثر بالقيم المتطرفة.

3 -إذا أضفنا قيمة ثابتة لكل قيمة أصلية لسلسة إحصائية أو توزيع إحصائي فان المتوسط الحسابي للقيم الجديدة هو نفسه المتوسط الحسابي للقيم الأصلية.

4 -المنوال هو التكرار الأكبر في سلسلة إحصائية أو توزيع إحصائي.

5 -إن أفضل متوسط في حساب السرعة هو المتوسط الهندسي.

6 -تعني قيمة الربيعي الثالث أن ثلاث أرباع من البيانات الإحصائية التي تسبقه تكون أقل منه و الربع المتبقي يكون أكبر منه.

7 -تسمى الربيعيات، المئينات و العشيريات مقاييس شبيهة بالوسيط لأنها تحسب بنفس طريقة حساب الوسيط.

8 -تسمى القيمة التي تقسم السلسلة الإحصائية بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا بالمنوال.

9 -عند حسابنا للمتوسطات الأربعة: الحسابي، التوافقي، الهندسي و التربيعي فإننا نحصل في النهاية على المتراجحة التالية: $H < G < \bar{x} < Q$.

10 -من خصائص المتوسط الحسابي أن مجموع انحرافات قيم سلسلة إحصائية عن متوسطها الحسابي يساوي 1.

التمرين الثاني: إليك السلاسل الثلاثة التالية:

السلسلة الأولى: 5، 8، 10، 5، 12. 11

السلسلة الثانية: 10 ، 12 ، 15 ، 17 ، 20 ، 12 ، 15

السلسلة الثالثة: 25، 3، 40.

المطلوب:

1 -أوجد الوسط الحسابي للسلسة الأولى بطريقتين؟

2 -أوجد الوسيط للسلسلة الأولى و الثانية ؟

3 -أو جد المنوال لكل سلسلة؟

4 -أحسب الربيعي الأول و الثالث للسلسة الأولى والثانية؟

5 -أوجد الوسيط، العشير الخامس، المئين الخمسون للسلسة الثالثة و ماذا تستنتج؟

6 -تأكد من أن الوسط الحسابي لقيم السلسلة الثالثة مضافا إليه العدد 5 هو نفسه المتوسط الحسابي للقيم بعد إضافة العدد 5 لكل قيمة؟ نفس السؤال بالنسبة لعملية الطرح و الضرب؟

التمرين الثالث: تمثل البيانات التالية توزيع عينة لأطباء مؤسسة استشفائية بالجنوب الجزائري حسب عدد سنوات الخدمة:

السنوات	3	6					المجموع
عدد الأطباء	10	5	2	20	12	8	57

المطلوب:

1 – أوجد متوسط سنوات الخبرة للعمال؟

2 – أحسب الوسيط، العشير السابع، المئين 29؟

3 – أحسب كل من المتوسط الهندسي، التربيعي و التوافقي ثم قارن بينهم (المقارنة أيضا تكون مع المتوسط الحسابي)؟

4 – إذا افترضنا الآن أن وزارة الصحة قررت زيادة سنتين خبرة إضافية عن سنوات الخبرة الفعلية لكل طبيب يعمل في مؤسسة استشفائية متواجدة بالجنوب الجزائري نظير تحمله للظروف المناخية الصعبة، فاستنتج متوسط سنوات الخبرة لكل طبيب من العينة المدروسة بعد تطبيق قرار وزارة الصحة؟

التمرين الرابع: الجدول التالي يبين عدد الأطفال المتوقفين عن الدراسة في منطقة ما بسبب تساقط الثلوج الذي أدى إلى الغلق الكلي للطرقات حسب سنهم.(من المرحلة الابتدائية إلى الثانوية)

x_i	]8 – 6]	]10 – 8]	]12 – 10]	]14 – 12]	]16 – 14]	]18 – 16]
n_i	9	26	19	24	14	5

1 - ما هو المتغير المدروس و ما نوعه ؟

2 - أحسب مقاييس النزعة المركزية الثلاثة؟

3 - ما هي نسبة الأطفال الذين توقفوا عن الدراسة في سن 10 سنوات فأكثر ؟

4 - أحسب الربيعي الثالث و فسر نتيجته؟

5 - أحسب كل من المتوسط الهندسي ، التربيعي و التوافقي و تأكد من صحة المتراجحة التالية: $H< G <\bar{x}<Q$

التمرين الخامس: إليك المعلومات التالية و المتعلقة بأطوال عدد من لاعبي كرة السلة:

Xi	أقل من 170 سم	]180،170]	]190،180]	]200،190]	]210،200]	المجموع
ni	10	35	75	90	30	240

المطلوب:

1 – هل يمكن إيجاد متوسط أطوال اللاعبين مباشرة من الجدول و لماذا؟

2 – ما هو أفضل مقياس مقياس نزعة مركزية و لماذا، أحسبه و فسر نتيجته؟

3 – إذا اعتبرنا الآن أن أصغر طول يتميز به اللاعبون هو 160 سم، فما هو أفضل مقياس نزعة مركزية في هذه الحالة، أحسبه؟

4 – إذا علمت أن 60 لاعب (أي 25 % من حجم العينة المختارة) تقل أطوالهم عن القيمة A و 180 المتبقيين (أي ما نسبته 75%) تزيد أطوالهم عن القيمة A، فأوجد القيمة A ؟

التمرين السادس: إذا علمت أن الوسيط و المنوال يساوي 7 و 6.7 على الترتيب للجدول التكراري التالي:

الفئات	]4 – 2]	]6 – 4]	]8 – 6]	]10 – 8]	]12 – 10]
التكرار المطلق	4	n_1	10	n_2	5

المطلوب:

1 – أوجد قيمة: n_1 و n_2 ؟

2 – أوجد المتوسط الحسابي بطريقتين؟

3 – أوجد الوسيط و المنوال بيانيا؟

التمرين السابع:

أوجد معدل الاستهلاك المتوسط ل 5 سنوات لآلة معينة إذا كان معدل الاستهلاك للسنة الأولى 40% و السنة الثانية 25% و السنة الثالثة و الرابعة 15% و السنة الخامسة 5% ؟

التمرين الثامن:

تضم إحدى الشركات 350 عاملا راتبهم الشهري المتوسط 42000دج ، ينقسم أولئك العمال إلى صنفين : عمال ذوي شهادات جامعية براتب شهري متوسط قدره 50000 دج و عمال بدون شهادة جامعية براتب شهري متوسط قدره: 36000 دج .و المطلوب هو : إيجاد عدد العمال في كل صنف؟

التمرين التاسع:

تملك شركة لنقل البضائع شاحنات تحول السلع المنتجة بين الجزائر العاصمة ووهران، ففي إحدى المهمات المسندة لمجموعة من الشاحنات – و في نقلها للسلعة المنتجة – سجلت السرعات المتوسطة التالية لكل شاحنة (الوحدة كم/ سا):

السرعة المتوسطة	40	60	70
عدد الشاحنات	7	5	3

المطلوب: ما هي السرعة المتوسطة الإجمالية للشاحنات؟

حلول السلسلة الثالثة

حل التمرين الأول: الإجابة بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1 - يستخدم المتوسط الحسابي كأفضل مقياس للنزعة المركزية سواء في حالة الجداول المغلقة أو المفتوحة. **خطأ**

✓ يستخدم المتوسط الحسابي كأفضل مقياس للنزعة المركزية في حالة الجداول المغلقة فقط.

2 - من عيوب الوسيط أنه يتأثر بالقيم المتطرفة.**خطأ**

✓ من عيوب المتوسط الحسابي أنه يتأثر بالقيم المتطرفة.

3 - إذا أضفنا قيمة ثابتة لكل قيمة أصلية لسلسة إحصائية أو توزيع إحصائي فان المتوسط الحسابي للقيم الجديدة هو نفسه المتوسط الحسابي للقيم الأصلية. **خطأ**

✓ إذا أضفنا قيمة ثابتة لكل قيمة أصلية لسلسة إحصائية أو توزيع إحصائي فان المتوسط الحسابي للقيم الجديدة هو المتوسط الحسابي للقيم الأصلية مضافا إليه القيمة الثابتة.

4 - المنوال هو التكرار الأكبر في سلسلة إحصائية أو توزيع إحصائي.**خطأ**

✓ المنوال هو القيمة ذات أكبر تكرار في سلسلة إحصائية أو توزيع إحصائي.

5 - إن أفضل متوسط في حساب السرعة هو المتوسط الهندسي.**خطأ**

✓ إن أفضل متوسط في حساب السرعة هو المتوسط التوافقي.

6 - تعني قيمة الربيعي الثالث أن ثلاث أرباع من البيانات الإحصائية التي تسبقه تكون أقل منه و الربع المتبقي يكون أكبر منه.**صحيح**

7 - تسمى الربيعيات، المئينات و العشيريات مقاييس شبيهة بالوسيط لأنها تحسب بنفس طريقة حساب الوسيط.**صحيح**

8 - تسمى القيمة التي تقسم السلسلة الإحصائية بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا إلى قسمين متساويين بالربيعي.**خطأ**

✓ تسمى القيمة التي تقسم السلسلة الإحصائية بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا إلى قسمين متساويين بالوسيط.

9 - عند حسابنا للمتوسطات الأربعة: الحسابي، التوافقي، الهندسي و التربيعي فإننا نحصل في النهاية على المتراجحة التالية:

$H < G < \bar{x} < Q$. **صحيح**

10 - من خصائص المتوسط الحسابي أن مجموع انحرافات قيم سلسلة إحصائية عن متوسطها الحسابي يساوي 1. **خطأ**.

✓ من خصائص المتوسط الحسابي أن مجموع انحرافات قيم سلسلة إحصائية عن متوسطها الحسابي معدوم.

حل التمرين الثاني:

1 - إيجاد الوسط الحسابي للسلسلة الأولى بطريقتين:

نوع الطريقة	التطبيق العددي
الطريقة المباشرة: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N}$	$\bar{X} = \frac{5+8+10+5+12+11}{6}$ $\bar{X} = 8.5$
الطريقة الفرضية: $\bar{X} = V + \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-V)}{N}$	نفرض قيمة معينة و لتكن 7 مثلا: $\bar{x} = 7 + \frac{(5-7)+(8-7)+(10-7)+(5-7)+(12-7)+(11-7)}{6}$ $\bar{x} = 8.5$

2 -إيجاد الوسيط للسلسلة الأولى و الثانية:

	الخطوات	التطبيق العددي
السلسة الأولى	- ترتيب السلسلة: 12-11-10-8-5-5 - رتبة الوسيط هي $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$ (لأن عدد القيم زوجي) -الرتبتين هما 2/6 و 2/6+1أي 3 و 4 -الوسيط هو القيمة المتوسطة للقيمتين ذات الرتبتين السابقتين.	القيمة ذات الرتبة 3 هي 8 و القيمة ذات الرتبة 4 هي 10 إذن:قيمة الوسيط هي $\frac{8+10}{2} = 9$
السلسلة الثانية	- ترتيب السلسلة: 10 ، 12 ،12، 15 ، 15، 17 ، 20 ، - رتبة الوسيط هي $\frac{n+1}{2}$ (لأن عدد القيم فردي) n = 7 -الرتبة هي 2/8 أي 4	-الوسيط هو القيمة ذات الرتبة 4 أي : قيمة الوسيط M_e=15

إيجاد المنوال لكل سلسلة:

السلسلة	المنوال
الأولى	المنوال هو 5 لأنها تكررت أكثر من بقية القيم (سلسلة أحادية المنوال)
الثانية	المنوال الأول هو 12 و المنوال الثاني هو 15 لأن هتين القيمتين تكررتا أكثر من باقي القيم و بنفس المقدار(سلسلة ثنائية المنوال)
الثالثة	ليس لها منوال لأنه لا توجد أي قيمة تكررت أكثر من أخرى(سلسلة عديمة المنوال)

1 -حساب الربيعي الأول و الثالث للسلسلة الأولى و الثانية:

	الخطوات	التطبيق العددي
الربيعي الأول للسلسلة الأولى	- ترتيب السلسلة: .12-11-10-8-5-5 - رتبة الربيعي الأول هي $\frac{n+1}{4}$ و تساوي 1.75 - الربيعي الأول يقع بين القيمتين ذات الرتبة 1 و 2	$Q_1 = 5 + 0.75\,(5-5) = 5$
الربيعي الثالث للسلسلة الأولى	- ترتيب السلسلة: .12-11-10-8-5-5 - رتبة الربيعي الثالث هي $\frac{3(n+1)}{4}$ و تساوي 5.25 - الربيعي الأول يقع بين القيمتين ذات الرتبة 5 و 6 أي 11 و 12	$Q_3 = 11 + 0.25\,(12-11) = 11.25$
الربيعي الأول للسلسلة الثانية	- ترتيب السلسلة: 10 ، 12 ،12، 15 ، 15، 17 ، 20 ، - رتبة الربيعي الأول هي $\frac{n+1}{4}$ و تساوي 1.75 - الربيعي الأول يقع بين القيمتين ذات الرتبة 1 و 2	$Q_1 = 10 + 0.75\,(12-10) = 11.5$
الربيعي الثالث للسلسلة الثانية	- ترتيب السلسلة: 10 ، 12 ،12، 15 ، 15، 17 ، 20 . - رتبة الربيعي الثالث هي $\frac{3(n+1)}{4}$ و تساوي 6 - الربيعي الثالث يمثل القيمة ذات الرتبة 6	$Q_3 = 17$

1 -إيجاد الوسيط، العشير الخامس، المئين الخمسون للسلسلة الثالثة :

السلسلة	المقياس	الخطوات	التطبيق العددي
السلسلة الثالثة	الوسيط	- ترتيب السلسلة: 8 – 25 - 40 - رتبة الوسيط هي $\frac{n+1}{2}$ لأن عدد القيم فردي و تساوي 2	- الوسيط هو القيمة ذات الرتبة 2 $M_e = 25$
	العشير الخامس	- ترتيب السلسلة: 8 – 25 - 40 - رتبة العشير الخامس هي $\frac{5(n+1)}{10}$ و تساوي $\frac{5(3+1)}{10} = 2$	- العشير الخامس هو القيمة ذات الرتبة 2 $D_5 = 25$
	المئين الخمسون	- ترتيب السلسلة: 8 – 25 - 40 - رتبة المئين الخمسون هي $\frac{50(n+1)}{100}$ و تساوي $\frac{50(3+1)}{100} = 2$	- المئين الخمسون هو القيمة ذات الرتبة 2 $p_{50} = 25$

نستنتج من الجدول أعلاه أن الوسيط هو نفسه العشير الخامس و هو نفسه المئين الخمسون.

1 -التأكد من أن الوسط الحسابي لقيم السلسلة الثالثة مضافا إليه العدد 5 هو نفسه المتوسط الحسابي للقيم بعد إضافة العدد 5 لكل قيمة و نفس السؤال بالنسبة لعملية الطرح و الضرب.

قيم السلسلة	قيم السلسلة الجديدة أي بعد إضافة العدد 5 لكل قيمة	المتوسط الحسابي للسلسلة $\bar{X}$	المتوسط الحسابي للسلسلة الجديدة $\bar{\bar{x}}$	التأكد
25، 8، 40.	45، 13، 30	$\frac{\sum_{i=1}^{3} Xi}{N} = \frac{25+8+40}{3}$ $24.33 = \bar{X}$	$\frac{\sum_{i=1}^{3} Xi}{N} = \frac{45+13+30}{3}$ $\bar{\bar{x}} = 29.33$	نلاحظ أن: 29.33=24.33+5 أي: $\bar{\bar{x}} = \bar{X} + 5$
قيم السلسلة	قيم السلسلة الجديدة أي بعد طرح العدد 5من كل قيمة	المتوسط الحسابي للسلسلة $\bar{X}$	المتوسط الحسابي للسلسلة الجديدة $\bar{\bar{x}}$	التأكد
25، 8، 40.	20، 3، 35	$24.33 = \bar{X}$	$\frac{\sum_{i=1}^{3} Xi}{N} = \frac{35+3+20}{3}$ $\bar{\bar{x}} = 19.33$	نلاحظ أن: 5-24.33=19.33 أي: $\bar{\bar{x}} = \bar{X} - 5$
قيم السلسلة	قيم السلسلة الجديدة أي بعد ضرب العدد 5 في كل قيمة	المتوسط الحسابي للسلسلة $\bar{X}$	المتوسط الحسابي للسلسلة الجديدة $\bar{\bar{x}}$	التأكد
25، 8، 40.	125، 40، 200	$24.33 = \bar{X}$	$\frac{\sum_{i=1}^{3} Xi}{N} = \frac{125+40+200}{3}$ $\bar{\bar{x}} = 121.66$	نلاحظ أن: 5x24.33 =121.66 أي: $\bar{\bar{x}} = 5\,\bar{X}$
قيم السلسلة	قيم السلسلة الجديدة أي بعد قسمة كل قيمة على العدد 5	المتوسط الحسابي للسلسلة $\bar{X}$	المتوسط الحسابي للسلسلة الجديدة $\bar{\bar{x}}$	التأكد
25، 8، 40	5، 1.6، 8	$24.33 = \bar{X}$	$\frac{\sum_{i=1}^{3} Xi}{N} = \frac{8+1.6+5}{3}$ $\bar{\bar{x}} = 4.86$	نلاحظ أن: 5/24.33 =4.86 أي: $\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{X}}{5}$

حل التمرين الثالث: الجدول الموالي يمثل أهم الحسابات التي نحتاجها في أسئلة التمرين:

x_i	n_i	$x_i n_i$	$F^{\uparrow}$	$\log(xi)$	$\log(xi)\, n_i$	$\frac{1}{x_i}$	$n_i \frac{1}{x_i}$	x_i^2	$n_i x_i^2$
3	10	30	10	0.477	4.77	0.333	3.33	9	90
6	5	30	15	0.778	3.89	0.166	0.83	36	180
9	2	18	17	0.954	1.908	0.111	0.222	81	162
12	20	240	37	1.079	21.58	0.083	1.66	144	2880
15	12	180	49	1.176	14.112	0.066	0.792	225	2700
18	8	144	57	1.255	10.04	0.055	0.44	324	2592
المجموع	57	642	\	\	56.3	\	7.274	\	8604

1 - إيجاد متوسط سنوات الخبرة:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{642}{57} = 11.26$$

أي متوسط سنوات الخبرة لدى الأطباء هو حوالي 11 سنة.

2 – حساب الوسيط، العشير السابع، المئين 29:

- ✓ **الوسيط:** نلاحظ هنا أن المتغير المدروس هو متغير كمي منقطع بتكرارات، و بالتالي فالوسيط هو قيمة المتغير عند الرتبة (مجموع التكرارات/2) أو القيمة التي تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد.

رتبة الوسيط هي (2/57) أي 28.5، نلاحظ أن هذه القيمة غير موجودة في عمود التكرار المتجمع الصاعد و بالتالي نأخذ القيمة الأكبر منها مباشرة أي 37 و منه فالوسيط يساوي 12 سنة.

- ✓ **العشير السابع** : بنفس خطوات إيجاد الوسيط في حالة كمي منقطع بتكرارات نجد العشير السابع فقط نغير في الرتبة بحيث رتبة العشير السابع هي $\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{10}7$ أي هي القيمة 39.9 ، نلاحظ أن هذه القيمة غير موجودة في عمود التكرار المتجمع الصاعد و بالتالي نأخذ القيمة الأكبر منها مباشرة أي 49 و منه فالعشير السابع يساوي 15 سنة.

- ✓ **المئين 29:** بنفس خطوات إيجاد الوسيط في حالة كمي منقطع بتكرارات نجد العشير السابع فقط نغير في الرتبة بحيث رتبة المئين العاشر هي $\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{100}29$ أي هي القيمة 16.53 ، نلاحظ أن هذه القيمة غير موجودة في عمود التكرار المتجمع الصاعد و بالتالي نأخذ القيمة الأكبر منها مباشرة أي 17 و منه فالمئين 29 يساوي 9 سنة.

3 – حساب كل من المتوسط الهندسي، التربيعي و التوافقي ثم المقارنة بينهم مع المتوسط الحسابي:

المتوسط	القانون	التطبيق العددي	النتيجة النهائية
الهندسي	$G = 10^{\frac{(\sum_{i=1}^{n}[n_i \log(xi)])}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$	(الحسابات موضحة في الجدول أعلاه) $G = 10^{59.3/57}$ $G = 10^{0.987}$	$G = 9.70 \sim 10$
التوافقي	$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni \frac{1}{xi}}$	(الحسابات موضحة في الجدول أعلاه) $H = \frac{57}{7.274}$	$H = 7.86 \sim 8$
التربيعي	$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$	(الحسابات موضحة في الجدول أعلاه) $Q = \sqrt{\frac{8604}{57}}$	$12.28 \sim 12$

- **المقارنة بين المتوسطات الأربعة:**

لدينا: $8 \le 10 \le 11 \le 12$ إذن: $H \le G \le \bar{X} \le Q$

4 – من خواص المتوسط الحسابي أنه : إذا أضفنا قيمة ثابتة لكل قيم السلسلة الإحصائية، فان المتوسط الحسابي للسلسلة الجديدة هو المتوسط الحسابي للسلسلة الأولية مضافا إليه نفس القيمة الثابتة، و بالتالي متوسط سنوات الخدمة بعد تطبيق قرار الوزارة هو

$$\bar{\bar{x}} = \bar{X} + 2 = 11.26{+}2\ 13.26 \approx 13$$

حل التمرين الرابع: الجدول التالي يبين عدد الأطفال المتوقفين عن الدراسة في منطقة ما بسبب تساقط الثلوج الذي أدى إلى الغلق الكلي للطرقات حسب سنهم.(من المرحلة الابتدائية إلى الثانوية)

x_i	n_i	C_i	$C_i n_i$	$F\uparrow$
]8 – 6]	9	7	63	9
]10 – 8]	26	9	234	35
]12 – 10]	19	11	209	54
]14 – 12]	24	13	312	78
]16 – 14]	14	15	210	92
]18 – 16]	5	17	85	97
المجموع	97	\	1113	\

1 –المتغير المدروس هو السن و نوعه كمي مستمر.

2 –حساب مقاييس النزعة المركزية الثلاثة:

✓ **المتوسط الحسابي:**

$$\mathbf{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{1113}{97} = 11.47$$

✓ **الوسيط:**

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}} \mathrm{k}$$

$$M_e = 10 + \frac{48.5-35}{19} 2 = 11.42$$

✓ **المنوال:**

$$M_O = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1 + \Delta_2)} \mathrm{K}$$

$$M_O = 8 + \frac{17}{(17+7)} 2 = 9.41$$

1 –**نسبة الأطفال الذين توقفوا عن الدراسة في سن 10 سنوات فأكثر** هي:

عدد الأطفال هو : 19 +24 +14 + 5 = 62 (من عمود التكرار المطلق) و نسبتهم هي $\frac{62}{97}$ 100% أي 63.91%

أو بطريقة أخرى نستطيع حساب التكرار التجميعي النازل النسبي المئوي للفئة]12 – 10] و نجد النتيجة مباشرة.

3 –حساب الربيعي الثالث و تفسير نتيجته: رتبة الربيعي الثالث هي: $\frac{3\ \sum_{i=1}^{n} ni}{4}$ **أي 72.75** و بالتالي فالفئة الربيعية الثالثة هي الفئة الموافقة لهذه القسيمة أو القيمة التي تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد، و بماأن هذه القيمة غير موجودة في العمود إذن نأخذ القيمة 78 الموافقة للفئة]14 – 12]

$$Q_3 = X_{min} + \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - F\uparrow Q_{3-1}}{nQ_3} k$$

$$Q_3 = 12 + \frac{72.75 - 54}{24} \mathbf{2} = 13.56$$

- ✓ **تفسير النتيجة:** نقول أن 75 % من الأطفال (أي تقريبا 73 طفل) توقفوا عن الدراسة في سن أقل من 14 سنة (13.56 سنة)، في حين بقية الأطفال أي ما يقارب 24 طفل توقفوا في سن يفوق 14 سنة.

حل التمرين الخامس:

- ✓ لا يمكن إيجاد متوسط أطوال اللاعبين مباشرة من الجدول لأن الجدول مفتوح.
- ✓ أفضل مقياس نزعة مركزية هو الوسيط لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة.
- ✓ **حسابه:** نستعين في ذلك بالجدول أدناه:

x_i	n_i	C_i	$C_i n_i$	$F\uparrow$
أقل من 170 سم] 170،160]	10	165	1650	10
] 180،170]	50	175	8750	60
] 190،180]	**80**	185	14800	140
] 200،190]	80	195	15600	220
] 200،210]	20	205	4100	240
المجموع	240	\	44900	\

- ✓ رتبة الوسيط هي 2/240 و تساوي 120 ، الفئة الوسيطية هي]190،180]

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = 180 + \frac{120-60}{80} 10 = 187.5$$

- ✓ **تفسير النتيجة:** نقول أن 50% من اللاعبين أي ما قيمته 120 لاعب أطوالهم تقل عن 187.5 سم , و 120 من الاعبين المتبقيين تزيد أطوالهم عن 187.5سم، و بتفسير آخر نقول الطول الذي يقسم اللاعبين إلى مجموعتين متساويتين هو 187.5 سم.
- ✓ إذا اعتبرنا الآن أن أصغر طول هو 160 سم، ففي هذه الحالة فان أفضل مقياس نزعة مركزية هو المتوسط الحسابي بحيث:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{44900}{240} = 187.08 \text{ سم}$$

1 -إيجاد القيمة A : تمثل A قيمة الربيعي الأول، فبنفس خطوات إيجاد الوسيط نجد الربيعي الأول و الأمر الذي يتغير هو الرتبة فقط.

✓ رتبة الربيعي الأول: $tQ_1 = \sum_{i=1}^{n} ni/4$ أي $tQ_1 = 240/4$ أي $tQ_1 = 60$

✓ فئة الربيعي الأول:]170،180]

✓ قيمة الربيعي الأول: $Q_1 = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - F\uparrow Q_{1-1}}{nQ_1} k$

$$Q_1 = 170 + \frac{60-10}{50} 10$$

✓ قيمة الربيعي الأول تساوي:180 سم

حل التمرين السادس:إذا علمت أن الوسيط و المنوال يساوي 7 و 6.7 على الترتيب للجدول التكراري التالي:

x_i	C_i	n_i	$F\uparrow$	$F\downarrow$	$C_i n_i$	$C_i - x_0$	$(C_i - x_0)n_i$
$]4-2]$	3	4	4	36	12	6-	24-
$]6-4]$	5	9	13	32	45	4-	36 -
$]8-6]$	7	10	23	27	70	2-	20 -
$]10-8]$	9	8	31	20	72	0	0
$]12-10]$	11	5	36	11	55	2	10
المجموع	\	36	\	\	254	/	70 -

1 -إيجاد n_1 و n_2 : بماأن المنوال يساوي 6.7، إذن هو يقع في الفئة $]6-8]$ و الوسيط يساوي 7 فهو يقع في نفس الفئة و بالتالي فالفئة $]6-8]$ هي الفئة المنوالية و الوسيطية .

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = 7 \quad 7 = 6 + 2\ \frac{\frac{19+n_2+n_1}{2} - (4+n_1)}{10}$$

$$5 = \frac{19+n_2+n_1}{2} - (4+n_1)$$

$$10 = 19 + n_2 + n_1 - 8 - 2n_1$$

$$10 = 11 - n_1 + n_2$$

$$-1 = n_2 - n_1$$

$$, n_1 = n_2 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

$$M_0 = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)} K = 6.7 \quad , \quad 6.7 = 6 + \frac{10-n_1}{(10-n_1)+(10-n_2)} 2$$

$$0.7 = \frac{20-2\,n_1}{(10-n_1\ )+(10-n_2\ )}$$

$$0.7 \ = \frac{20-2\,n_1}{20-n_1\ -n_2}$$

$$0.7(20 - \ n_1 \ -n_2 \ ) = 20\text{-}2\,n_1$$

$$14 - 0.7\ n_1 \ - 0.7n_2 \ = \ 20 - 2\,n_1$$

$$-6 \ = 0.7\ n_1 \ + 0.7n_2 \ \text{-}2\ n_1$$

$$6- = \ -1.3\,n_1 \ + 0.7\ n_2$$

$$6 = 1.3\ n_1 \ - \ 0.7n_2$$

$$1.3\,n_1 \ = \ 6 + 0.7n_2$$

$$n_1 \ = 4.61 + 0.53\,n_2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

$$n_2 \ + 1 = 4.61 + 0.53\,n_2$$

$$0.47n_2 \ = 3.61$$

$$n_2 = 7.68 = 8$$

$$n_1 \ = 9$$

2- إيجاد المتوسط الحسابي بطريقتين:

✓ **الطريقة المباشرة:**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i\, n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{254}{36} = 7.05$$

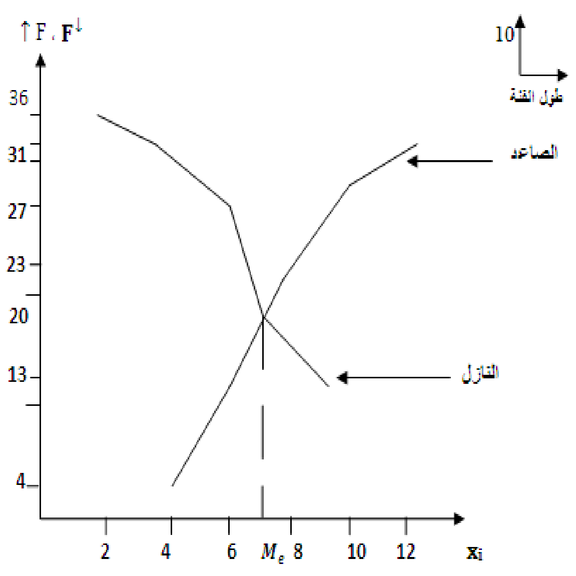
✓ **الطريقة غير المباشرة أو الفرضية:**

نفرض أي قيمة للمتغير x_0 و لتكن مثلا: 9 تكون طريقة حساب المتوسط الفرضي بالقانون الموالي:

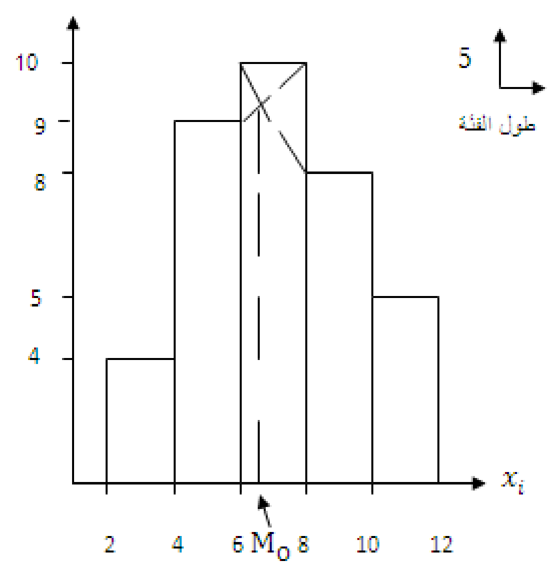
$$\bar{X} = x_0 + \frac{\sum_{i=1}^{n}(C_i - x_0)\, n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} \ = 9 + \frac{(-70)}{36} = 7.05$$

2 -إيجاد الوسيط و المنوال بيانيا:

الوسيط بيانيا:



المنوال بيانيا:



حل التمرين السابع:

إيجاد معدل الاستهلاك المتوسط للآلة: في هذه الحالة نستخدم المتوسط الهندسي:

$$G = 10^{\frac{(\sum_{i=1}^{n} n_i \log (xi))}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

عند انتهاء 5 سنوات يكون الاستهلاك الكلي للآلة هو:

$$(1+i)^5 = (1+0.4)^1 + (1+0.25)^1 + (1+0.15)^2 + (1+0.05)^1$$

ندخل اللوغاريتم على طرفي المساواة لتسهيل الحسابات فيصبح:

$$5 \log (1+i) = \log(1+0.4) + \log (1+0.25) + \log (1+0.15) + \log (1+0.05)$$

$$\log (1+i) = \frac{0.1461+0.0969+2(0.6069)+0.0212}{5} = \frac{1.478}{5} = 0.2956$$

$$(1+i) = 10^{0.2956} = 1.9751$$

$$I = 1.9751-1 = 0.9751$$

أي بلغ اهتلاك الآلة في خمس سنوات 97.51% أي تقريبا اهتلكت كليا.

حل التمرين الثامن:

إيجاد عدد العمال لكل صنف: المعطيات المتوفرة هي:

n = 350 (حجم العينة)، $\bar{X} = 42000$ (المتوسط الحسابي للعينة ككل)، $\bar{X}_1 = 50000$(متوسط حسابي لعينة جزئية من العينة الكلية و التي تحتوي على n_1 عامل) ، $\bar{X}_2 = 36000$(متوسط حسابي لعينة جزئية من العينة الكلية و التي تحتوي على n_2 عامل) .

لدينا من خصائص المتوسط الحسابي أنه: إذا كان لدينا عينات جزئية ذات n_i عنصر لكل واحدة متوسط حسابي $\bar{X}_i$ و دمجت هذه العينات مع بعضها البعض فانه ينتج لدينا عينة إحصائية جديدة ذات $\sum_{i=1}^{n} n_i$ عنصر و متوسط حسابي $\bar{X}$ يعطى بالعلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

و بالتالي يصبح لدينا: $n_1 + n_2 = 350$ / المعادلة رقم 1 $\quad 42000 = \frac{50000n_1+36000n_2}{n_1+n_2}$

يمكن أن نكتب: $n_2 = 350 - n_1$ و نعوض في المعادلة رقم 1 ، فتصبح كما يلي:

$$42000 = \frac{50000n_1+36000(350-n_1)}{350} = \frac{50000n_1+36000(350-n_1)}{350} = \frac{50000n_1-36000n_1+12600000}{350} = 40\ n_1 = 6000$$

منه $n_1 = 150$ أي $n_2 = 350\text{-}150 = 200$

حل التمرين التاسع:

إذا كنا بصدد حساب متوسط السرعة فإننا نستعمل المتوسط التوافقي، و نستعين بالجدول الموالي من أجل الحسابات

x_i	n_i	$\frac{n_i}{x_i}$
40	7	0.175
60	5	0.08
70	3	0.04
المجموع	15	0.295

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} \frac{ni}{Xi}} = \frac{15}{0.175+0.08+0.04} = \frac{15}{0.295} = 50.80 \text{ km/h.}$$

إذن: السرعة المتوسطة لمجمل الشاحنات هي 50.80 كم/سا.

الفصل الخامس:

مقاييس التشتت

مقاييس التشتت هي مقاييس إحصائية مكملة لمقاييس النزعة المركزية ، حيث تعطي لنا صورة عن مدى تقارب أو تباعد قيم السلسلة الإحصائية أو بيانات التوزيع الإحصائي المدروس عن بعضها البعض أو عن قيمة مركزية تكون عادة المتوسط الحسابي إضافة إلى المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من حيث تجانس بياناتها.

من خلال هذه المقاييس يمكن اعتبار بيانات الظاهرة المدروسة متجانسة أو متقاربة من بعضها البعض عندما تكون مقاييس التشتت صغيرة و نقول أنها غير متشتتة، أما إذا كانت قيم مقاييس التشتت كبيرة فنقول أن البيانات غير متجانسة أو متباعدة أو مشتتة و يمكننا تقسيم مقاييس التشتت إلى قسمين:

1 – **مقاييس التشتت المطلق** : و التي تقيس لنا مدى تقارب أو تباعد قيم الظاهرة المدروسة عن بعضها البعض أو عن قيمة مركزية و مقاسة بنفس وحدات قياس الظاهرة المدروسة [17]ونوجز أهمها في الجدول الموالي:

[17] ولاء أحمد القزاز، وفاء يونس حمودي و آخرون، **علم الإحصاء**، هيئة التعليم التقني، العراق، 2014، ص 75
75[17]

اسم المقياس المطلق	طريقة الحساب		
	بيانات غير مبوبة	**بيانات مبوبة (متغير كمي منقطع بتكرارات)**	**بيانات مبوبة (متغير كمي مستمر)**
المدى العام ***E***	الفرق بين أكبر و أصغر قيمة في السلسة الإحصائية.	الفرق بين أكبر و أصغر قيمة في التوزيع التكراري.	مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى أو: الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى
المدى الربيعي I_Q	$I_Q = Q_3 - Q_1$	$I_Q = Q_3 - Q_1$	$I_Q = Q_3 - Q_1$
الانحراف المتوسط: $E_{M(\bar{x})}$ يمكن حسابه بالنسبة ل $\bar{X}$ أو M_e: ركزنا هنا على الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي لأنه الأكثر استخداما	$\frac{\sum_{i=1}^{n}\lvert Xi-\bar{X}\rvert}{N}$	$\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\lvert Xi-\bar{X}\rvert}{\sum_{i=1}^{n} ni}$	$\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\lvert c_i-\bar{X}\rvert}{\sum_{i=1}^{n} ni}$
الانحراف المعياري: لحسابه $\partial(x)$ نضطر أولا لحساب ما يعرف بالتباين.	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{N}}$ أو: $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N}-\bar{x}^2}$	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$ أو : $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi)^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}-\bar{x}^2}$	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(c_i-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$ أو : $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni(ci)^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}-\bar{x}^2}$
التباين : **Var(x)** هو متوسط مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي(نستخدم التربيع بدلا من القيمة المطلقة كما هو الشأن في الانحراف المتوسط)	**طريقة التعريف** $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{N}$ أو: **الطريقة المختصرة أو الموسعة:** $\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N}$ - $\bar{x}^2$	**طريقة التعريف:** $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}$ أو: **الطريقة المختصرة أو الموسعة:** $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi)^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}$ - $\bar{x}^2$	**طريقة التعريف:** $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(c_i-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}$ أو: **الطريقة المختصرة أو الموسعة:** $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni(ci)^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}$ - $\bar{x}^2$

المصدر: من إعداد الباحثة

2- **خصائص، مزايا وعيوب مقاييس التشتت المطلق:** يمكن تلخيصها في الجدول الموالي:

المقياس	الخصائص و المزايا	العيوب
المدى العام E	- من المقاييس التي تهتم ببعد مفردات الظاهرة عن بعضها البعض - يعتبر من أبسط مقاييس التشتت و أسهلها حسابا. - يستخدم هذا المقياس عندما يكون الهدف هو الحصول على أسرع مقياس لقياس التشتت. - يهتم بإيجاد مدى تشتت قيم الظاهرة عن بعضها البعض.	- شديد التأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة. - لا يأخذ في الحسبان جميع القيم و بالتالي في بعض التوزيعات التكرارية لا يكون له أي معنى. - لا يمكن استخدامه في التوزيعات التكرارية المفتوحة. - قد يؤدي إلى تفسيرات خاطئة خاصة إذا كانت هناك قيم متطرفة(صغيرة جدا أو كبيرة جدا). - يكون مضللا في حالة مقارنة مجموعات تختلف قيمها كثيرا.
المدى الربيعي I_Q	- لا يتأثر بالقيم المتطرفة. - يمكن تمثيله بيانيا. - يعتبر أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المفتوحة. - يمكن تمثيله بيانيا.	- لا يأخذ جميع القيم بعين الاعتبار بل يهمل الربع الأول و الأخير منها. - يتحدد بعدد القيم و ليس بقيمها فهو يهتم ب 50% من القيم فقط.
الانحراف المتوسط $E_{M(\bar{x})}$	- من المقاييس التي تقيس بعد مفردات الظاهرة عن متوسطها الحسابي. - يأخذ كل القيم بعين الاعتبار.	- يتأثر بالقيم المتطرفة. - لا يمكن حسابه في الجداول المفتوحة. - لا يعتد عليه الاحصائيون كثيرا لأنه يعتمد على القيمة المطلقة ويحول القيم السالبة إلى موجبة مما يفقد من قيمة النتيجة و خاصة في دراسة بعض الظواهر التي لا ينفع فيها هذا التحويل مثل درجة الحرارة.
الانحراف المعياري $\partial(x)$	- يعتبر من أهم مقاييس التشتت و أكثرها استخداما في القوانين الإحصائية(الارتباط و الانحدار ، السلاسل الزمنية،...) و أكثرها دقة. - يعتبر أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المغلقة. - يقيس مدى تباعد مفردات الظاهرة عن متوسطها الحسابي. - يعتمد في حسابه على جميع القيم. - يخضع للعمليات الجبرية.	- يتأثر بالقيم المتطرفة. - لا يمكن حسابه في حالة الجداول المفتوحة. - لا يمكن حسابه في حالة المتغيرات الكيفية.

	- يأخذ نفس وحدات القياس للظاهرة المدروسة. - يمكن استخدامه للمقارنة بين مجوعتين أو أكثر في حالة ما إذا كانت لهم نفس وحدة القياس و نفس المتوسط الحسابي.	

المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظة1: إضافة إلى خصائص الانحراف المعياري المذكور ة أعلاه، فانه يتميز بخصائص أخرى تتمثل فيما يلي:

- كلما قلت قيمة الانحراف المعياري كلما قل تشتت قيم سلسلة إحصائية أو توزيع إحصائي عن متوسطها الحسابي.
- الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات يكون أكبر من الانحراف المتوسط لها.
- إذا أضفنا أو طرحنا مقدار ثابت إلى أو من جميع قيم الظاهرة المدروسة فان الانحراف المعياري للقيم الجديدة يبقى نفسه مقارنة بالانحراف المعياري للقيم الأصلية.
- الانحراف المعياري لقيمة ثابتة يساوي 0.
- إذا ضربنا جميع قيم الظاهرة المدروسة في مقدار ثابت a فان الانحراف المعياري للقيم الجديدة يساوي: $|a|\,\partial(x)$

ملاحظة 2: جميع مقاييس التشتت المطلق لا تتأثر بإضافة عدد ثابت حقيقي لجميع المفردات و لكن تتأثر بضرب جميع المفردات بثابت حقيقي[18] .

2 -**مقاييس التشتت النسبية** :يعبر عنها بنسبة و من مميزاتها: تستخدم للمقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات الإحصائية التي تكون مختلفة من حيث متوسطها الحسابي و وحدات قياسها ،وهي خالية من وحدة قياس، فكلما كانت قيمة المقياس كبيرة كلما دل ذلك على كبر تشتت البيانات الإحصائية ، من أهم هذه المقاييس: المدى النسبي، الانحراف الربيعي النسبي،الانحراف المتوسط النسبي، الانحراف المعياري النسبي.

ملاحظة: معامل الاختلاف هو النسبة المئوية لأي مقياس من مقاييس التشتت النسبية السابقة أي هو مقياس التشتت النسبي مضروبا في 100% و قيمته تدل على قوة التشتت فكلما كان كبيرا دل ذلك على كبر تشتت مفردات الظاهرة و العكس صحيح. و هو م ستقلا عن وحدات القياس المستخدمة و بالتالي يمكن استخدامه لمقارنة التوزيعات عند اختلاف وحدات القياس فيها[19].سنركز في هذا الكتاب على : معامل الاختلاف النسبي أو معامل الاختلاف المعياري و معامل الاختلاف الربيعي من جهة و البيانات المعيارية من جهة أخرى .

✓ **معامل الاختلاف:** يمكن توضيحه في الجدول الموالي:

[18] فتحي حمدان، كامل فليفل، مرجع سبق ذكره، ص81.

[19] كمال سلطان محمد سالم، **مبادئ علم الإحصاء**، الدار الجامعية، مصر، 2004، ص 162.

استخداماته	القانون	المقياس
- يستخدم للمقارنة بين مجموعتين أو أكثر خاصة إذا اختلفت متوسطاتها الحسابية. - يستخدم كأفضل مقياس تشتت نسبي في حالة الجداول المغلقة	$\frac{\partial(x)}{\bar{X}}\ 100\%$	معامل الاختلاف المعياري أو معامل الاختلاف النسبي (cv)
- يستخدم في حالة الجداول المفتوحة.	$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}\ 100\ \%$	معامل الاختلاف الربيعي

المصدر: من إعداد الباحثة

✓ **البيانات المعيارية:** في كثير من الأحيان و أثناء دراستنا لظاهرتين معينتين قد يطلب منا مقارنة مفردتين من مفردات هاتين الظاهرتين، و لكن إذا كانت هذه الأخيرة مختلفتين من حيث المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري تصعب علينا المقارنة، من هذا المنطلق اتفق الاحصائيون على إيجاد قيما تسما قيم أو بيانات معيارية تقيس لنا بعد كل قيمة عن وسطها الحسابي بالنسبة لانحرافها المعياري [20] و تستخدم هذه القيم المعيارية لإجراء المقارنة بدلا من استخدام القيم الأصلية.

فإذا كانت لدينا عينة من القيم X_1،X_2 … …،X_n عددها n و متوسطها الحسابي $\bar{X}$ و انحرافها المعياري $\partial(x)$ غير معدوم فان القيمة المعيارية Z_i للقيمة الأصلية X_i تعطى بالعلاقة التالية:

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{N}$$

ملاحظة: المتوسط الحسابي للقيم المعيارية يساوي 0 و انحرافها المعياري يساوي 1

[20] رامز قدسية، **الاحتمالات و الإحصاء**، الجامعة الافتراضية السورية، سوريا، 2018، ص 38.

السلسلة الرابعة : مقاييس التشتت

التمرين الأول: أكمل الفراغات أسفله بالكلمات التالية:

النسبية، الانحراف المعياري، المراكز الفئات، التباين، جميع القيم، معامل الاختلاف، المدى العام، المتوسط الحسابي ، وحدات القياس، المدى الربيعي، ممكن، مختلفة، القيم المتطرفة، المفتوحة، الانحراف المتوسط:

1 - ....هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة في السلسلة الإحصائية.

2 - ....هو أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المفتوحة و ....هو أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المغلقة.

3- لا يمكننا حساب التباين و الانحراف المعياري في الجداول المفتوحة لأنهما يعتمدان في طريقة الحساب على ....

4 – في حالة ما إذا أردنا المقارنة بين تشتت قيم سلسلتين إحصائيتين أين تكون فيها وحدات القياس.................. فإننا نستخدم.........................و هو من مقاييس أو معاملات ....

5 – لا يمكن اعتبار المدى العام مقياسا جيدا للمقارنة بين تشتت سلسلتين إحصائيتين لأنه لا يأخذ في الحسبان.................بل يعتمد فقط على................

6- لا يمكننا حساب الانحراف المعياري في التوزيعات المفتوحة لأننا نعتمد على .... في إيجاد قيمته، و هذا الأخير لا يمكن إيجاده في التوزيعات ....لأنه يعتمد أساسا على ....

7- من الخصائص المهمة لكل من التباين و الانحراف المعياري هو أن كلاهما يتأثران ب........................ و هذا ما جعل حسابهما غير............. في الجداول المفتوحة.

8- يكمن الفرق في استعمال مقاييس التشتت النسبية و المطلقة في :........................

9 -مقاييس التشتت تقيس لنا مدى تباعد أو تقارب قيم الظاهرة المدروسة عن قيمة تقع في وسط قيم هذه الظاهرة مثل:........ أو مدى تباعد أو تقارب قيم الظاهرة عن بعضها البعض مثل:.......

التمرين الثاني: تمثل السلسلة الإحصائية التالية عدد غيابات أحد أفواج طلبة سنة أولى جذع مشترك لكلية العلوم الاقتصادية لجامعة بومرداس: 0،3،2،2،5،0،4،1،4،0.

المطلوب: 1- أوجد متوسط عدد الغيابات للفوج؟

2- أوجد الانحراف المتوسط لغيابات الطلبة؟

3- أوجد التباين بطريقتين مختلفتين و استنتج قيمة الانحراف المعياري ؟

التمرين الثالث:

تمثل السلسلتين الإحصائيتين التاليتين درجات الحرارة المسجلة خلال أسبوعين لإحدى العواصم الأوروبية لشهر جانفي من السنة الماضية:

أيام الأسبوع	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
درجات الحرارة للأسبوع الأول	6	5	3	4	10	11	8
درجات الحرارة للأسبوع الثاني	7	5	4	8	16	12	9

المطلوب: 1- أوجد المدى المطلق لدراجات الحرارة لكل أسبوع؟

2- باستخدام إجابة السؤال الأول، أي الأسبوعين أكثر تجانسا من حيث درجة الحرارة ؟

3- أحسب الانحراف المعياري بطريقتين مختلفتين؟

3- ما هو مقياس التشتت المناسب لإيجاد أي الأسبوعين أكثر تجانسا من حيث درجة الحرارة؟

التمرين الرابع: يمثل الجدول التالي توزيع مجموعة من السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية لسنة 2010:

عدد السياح	1	2	3	4	5	6	7	8	**المجموع**
عدد الأسابيع	12	34	58	38	22	9	2	1	176

المطلوب:

1 -أحسب التباين بطريقة التعريف، و استنتج قيمة الانحراف المعياري؟

2 -أوجد الانحراف المتوسط؟

التمرين الخامس:

أنجزت وحدة توزيع المياه لولاية بومرداس دراسة إحصائية حول استهلاك الماء في الثلاثي الأول لسنة 2024 لنحو 80 أسرة و لخصت معطياتها في التوزيع التكراري الموالي:

x_i(م²)	أقل من 50	]80،50]	]90،80]	]100،90]	]،110،100]	]150،110]	المجموع
n_i	8	12	6	20	31	3	80

المطلوب:

1 -هل يمكن حساب المدى العام للتوزيع السابق و لماذا؟

2 -هل يمكن حساب الانحراف المعياري مباشرة من معطيات الجدول و لماذا؟

3 -ما هو أفضل مقياس تشتت، أحسبه؟

التمرين السادس:إذا كانت القيم المدونة في الجدول أدناه تمثل مراكز الفئات لطول 1720 طالب اختيروا بطريقة عشوائية من طلبة كليات الاقتصاد لجامعات الوسط ، و بفرض أن أطوال الطلبة تتوزع توزيعا منتظما كالآتي:

مراكز الفئات	128	138	148	158	168	178	188	المجموع
عدد الطلبة	15	50	332	574	580	249	20	1720

المطلوب:

1 -أوجد طول و حدود الفئات ؟

2 -أوجد التباين بطريقة التعريف ؟

3 -إذا علمت أن متوسط أطوال عينة أخرى من طلبة معهد التربية البدنية بلغ168 سم بانحراف معياري قدره13.02 ، ما هي العينة الأكثر تشتتا من حيث طول الطلبة؟

التمرين السابع: الجدول التالي يمثل توزيع العمال لشركة ما حسب دخلهم الشهري(الوحدة: مليون دج)

فئات الدخل الشهري	عدد العمال
أقل من 5	12
]6.5]	23
]7.6]	42
]9.7]	56
]11.9]	34
]15.11]	32
]23.15]	16
أكثر من 23	4

المطلوب:

1 -إذا افترضنا أن طول الفئة الأولى يساوي طول الفئة اللاحقة بها وطول الفئة الأخيرة يساوي طول الفئة المجاورة لها، أحسب المدى العام؟

2 -أحسب متوسط دخل العمال ؟

3 -أحسب التباين بطريقتين مختلفتين و استنتج قيمة الانحراف المعياري؟

4 -أحسب الانحراف المتوسط؟

التمرين الثامن:

أ – سحبت عينتين من مجتمعين مختلفين فأعطتنا النتائج التالية:

(العينة الأولى) $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 390, \; \sum_{i=1}^{10} x_i = 60$

(العينة الثانية)$\sum_{i=1}^{8} y_i^2 = 390, \; \sum_{i=1}^{8} y_i = 56$

المطلوب:

1 -أوجد المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري لكل عينة؟

2 -أي العينتين أكثر تجانسا؟

ب – إذا كان لدينا $\sum_{i=1}^{10} x_i = 300$ فأوجد قيمة المقدار : $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20)$ ؟

التمرين التاسع:اثبت صحة المساواة التالية:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N} - \bar{X}^2$$

حلول السلسلة الرابعة

حل التمرين الأول: إكمال الفراغات أسفله بالكلمات الناقصة:التشتت النسبية، الانحراف المعياري، المراكز الفئات، جميع القيم، معامل الاختلاف، المدى العام، المتوسط الحسابي،وحدات القياس،المدى الربيعي،ممكن، مختلفة،القيم المتطرفة، المفتوحة، الانحراف المتوسط.

1 – **المدى العام** هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة في السلسلة الإحصائية.

2 – **المدى الربيعي** هو أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المفتوحة و **الانحراف المعياري** هو أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المغلقة.

3- لا يمكننا حساب التباين و الانحراف المعياري في الجداول المفتوحة لأنهما يعتمدان في طريقة الحساب على **مراكز الفئات**.

4 – في حالة ما إذا أردنا المقارنة بين تشتت قيم سلسلتين إحصائيتين أين تكون فيها وحدات القياس **مختلفة** فإننا نستخدم **معامل الاختلاف** و هو من مقاييس أو معاملات **التشتت النسبية**

5 – لا يمكن اعتبار المدى العام مقياسا جيدا للمقارنة بين تشتت سلسلتين إحصائيتين لأنه لا يأخذ في الحسبان **جميع القيم** بل يعتمد فقط على **القيم المتطرفة**.

6- لا يمكننا حساب الانحراف المعياري في التوزيعات المفتوحة لأننا نعتمد على **المتوسط الحسابي** في إيجاد قيمته، و هذا الأخير لا يمكن إيجاده في التوزيعات **المفتوحة** لأنه يعتمد أساسا على مراكز **الفئات**.

7- من الخصائص المهمة لكل من التباين و الانحراف المعياري هو أن كلاهما يتأثران ب: **القيم المتطرفة** و هذا ما جعل حسابهما غير **ممكن** في الجداول المفتوحة.

8- يكمن الفرق في استعمال مقاييس التشتت النسبية و المطلقة في **وحدات القياس** .

8 –مقاييس التشتت تقيس لنا مدى تباعد أو تقارب قيم الظاهرة المدروسة عن قيمة تقع في وسط قيم هذه الظاهرة مثل: **الانحراف المتوسط**.

حل التمرين الثاني:

1 –حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{N} = \frac{4+1+4+0+5+2+2+3+0+0}{10} = 2.1 \approx 2$$

2– حساب الانحراف المتوسط:

$$E_M(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{X}|}{N} = \frac{2+1+2+2+3+0+0+1+2+2}{10} = \frac{15}{10} = 1.5$$

3– حساب التباين بطريقتين مختلفتين واستنتاج قيمة الانحراف المعياري:

✓ طريقة التعريف:

$$Var(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{N} = \frac{(4-2)^2(1-2)^2(4-2)^2(0-2)^2(5-2)^2(2-2)^2(2-2)^2(3-2)^2(0-2)^2(0-2)^2}{10} = \frac{35}{10}$$

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{35}{10}} = 1.87$$

✓ الطريقة المختصرة:

$$Var(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N} - \bar{X}^2 = \frac{0^2+0^2+3^2+2^2+2^2+5^2+0^2+4^2+1^2+4^2}{10} - 2^2$$

$$Var(x) = (74/10)-4 = 3.4$$

$$\partial(x) = 1.84$$

حل التمرين الثالث:

1 **-إيجاد المدى المطلق لدرجات الحرارة:** $R = X_{max} - X_{min}$

✓ المدى للأسبوع الأول: $\mathbf{R_1 = 11-3}$ ، $\mathbf{R_1 = 8}$

✓ المدى للأسبوع الثاني: $\mathbf{R_2 = 12-4}$ ، $\mathbf{R_2 = 8}$

1 -من خلال الإجابة السابقة و بماأن $\mathbf{R_1 = R_2}$ إذن **لا يمكننا استخدام المدى المطلق للمقارنة بين درجات حرارة الأسبوعين من حيث التجانس.**

2 -حساب الانحراف المعياري :

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

نحسب أولا المتوسط الحسابي لكل أسبوع:

✓ المتوسط الحسابي للأسبوع الأول:

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum_{I=1}^{n} Xi}{N} = \frac{6+5+3+4+10+11+8}{7} = 5.28\,º \approx 5\,º$$

✓ المتوسط الحسابي للأسبوع الثاني:

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum_{I=1}^{n} Xi}{N} = \frac{7+5+4+8+11+12+9}{7} = 8\,º$$

✓ **الانحراف المعياري:**

X_1	$(X_1 - \bar{X})$	$(X_1 - \bar{X})^2$	X_2	$(X_2 - \bar{X})$	$(X_2 - \bar{X})^2$
6	1	1	7	-1	1
5	0	0	5	-3	9
3	-2	4	4	-4	16
4	-1	1	8	0	0
10	5	25	11	3	9
11	6	36	12	4	16
8	3	9	9	1	1
$\sum$	\	76		\	52

✓ الانحراف المعياري للأسبوع الأول:

$$\partial(x)_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{76}{7}} = 3.29$$

✓ الانحراف المعياري للأسبوع الثاني:

$$\partial(x)_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{52}{7}} = 2.72$$

3- المقياس المناسب هو معامل الاختلاف:

$$CV = \frac{\partial(x)}{\bar{X}} 100\%$$

معامل الاختلاف للأسبوع الأول: $CV_1 = \frac{3.29}{5} 100\% = 65.8\ \%$.

معامل الاختلاف للأسبوع الثاني: $CV_2 = \frac{2.72}{9} 100\% = 30.22\ \%$

المقارنة: بما أن $CV_1 > CV_2$ اذن درجات الحرارة للأسبوع الأول اقل تجانسا من درجات الحرارة للأسبوع الثاني.

حل التمرين الثالث:

1- **إيجاد التباين:** نستعين بالجدول الموالي:

عدد الأسابيع x_i	عدد السياح n_i	$x_i n_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 n_i$	$\lvert X_i - \bar{X} \rvert$	$\lvert X_i - \bar{X} \rvert n_i$
1	12	12	2.36-	5.5696	66.8352	2	24
2	34	68	1.36-	1.8496	62.8864	1	34
3	58	174	-0.36	0.1296	7.5168	0	0
4	38	152	1.36	1.8496	70.2848	1	38
5	22	110	2.36	5.5696	122.5312	2	44
6	9	54	3.36	11.2896	101.6064	3	27
7	2	14	4.36	19.0096	38.0192	4	8
8	1	8	5.36	28.7296	28.7296	5	5
$\sum$	176	592	\	\	498.4096	\	180

✓ **حساب المتوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{592}{176} = 3.36 \text{ أسابيع}$$

✓ **حساب التباين بطريقة التعريف:** (الحسابات موضحة في الجدول أعلاه):

$$Var(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{498.4096}{176} = 2.83$$

✓ استنتاج قيمة الانحراف المعياري:

$$\partial(x)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}=\sqrt{2.83}=1.68$$

1 – إيجاد الانحراف المتوسط:

$$e_a(x)=\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|X_i-\bar{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

$$E_{M(\bar{x})}=\frac{180}{176}=1.02$$

حل التمرين الخامس:

1 – لا يمكن حساب المدى العام للتوزيع السابق لأن الجدول مفتوح: يحسب المدى العام لمتغير كمي مستمر بطريقتين: إما الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة و الحد الأدنى للفئة الأولى، أو الفرق بين مركز الفئة الأولى و الأخيرة و في كلتا الخالتين ليس لدينا الحد الأدنى للفئة الأولى و بالتالي لا يمكننا حساب المدى.

2 –لا يمكن حساب الانحراف المعياري مباشرة من معطيات الجدول المتوفر لأن الجدول مفتوح كذلك.

3 أفضل مقياس تشتت هو المدى الربيعي Iq الذي يحسب بالعلاقة التالية: $IQ = Q_3 - Q_1$ و لحسابه نقوم أولا بحساب الربيعي الأول ثم الثالث : (نستعين بجدول التوزيع التكراري التالي الذي يلخص أهم الحسابات):

$F\uparrow$	$C_i n_i$	C_i	n_i	X_i
8	216	18	8	أقل من 50
20	220	22	12	]80،50]
26	1040	26	6	]90،80]
46	450	30	20	]100،90]
77	238	34	31	]110،100]
80	494	38	3	]150،110]
\	2658	\	80	المجموع

✓ رتبة الربيعي الأول هي $\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{4}$ أي $4/80$ أي 20 و بالتالي فئة الربيعي الأول هي الفئة التي تضم القيمة 20 في عمود التكرار المتجمع الصاعد أو التي تليها مباشرة، نلاحظ في الجدول أعلاه أن القيمة 20 موجودة إذن نأخذ الفئة الموافقة لها و هي فئة الربيعي الأول و هي]80،50]

$$Q_1 = A + K_{Q_1}\,\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{4} - F^{\uparrow}_{Q_1-1}}{n_{Q_1}} = 50 + 10\,\frac{20-8}{12} = 60.$$

بنفس الطريقة نعين قيمة الربيعي الثالث، فقط نغير الرتبة و يحسب كما يلي:

$$Q_3 = A + K_{Q_3}\frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} n_i}{4} - F^{\uparrow}_{Q_3-1}}{n_{Q_3}} = 100 + 10\,\frac{60-46}{31} = 104.51.$$

$$IQ = 105 - 60 = 45$$

حل التمرين السادس:

1 -إيجاد طول و حدود الفئات: بمأن أطوال الطلبة تمثل المتغير الإحصائي المدروس ، و هذه الأطوال تتوزع توزيعا منتظما أي تتوزع وفق فئات متساوية كلها في الطول، فان مراكز هذه الفئات أيضا تبتعد عن بعضها البعض(كل مركز و مركز يليه أو يسبقه) بنفس المقدار و الذي يمثل طول الفئة. أي :

$$188-178 = 178-168 = 168-158 = 158-148 = 148-138 = 138-128 = 10$$

و بالتالي فان طول الفئة يساوي 10.

لتكن : $]b_i - a_i]$ احدى الفئات السابقة و لتكن مثلا الفئة الأولى بحيث طولها 10 و الذي يمثل $b_i - a_i$و مركزها 128 و الذي يمثل $C_i = \frac{a_i+b_i}{2}$ و بالتالي نقوم بحل جملة المعادلتين السابقتين بتعويض $b_i = 10 + a_i$ نجد: $\frac{a_i+10+a_i}{2} = 128$ أي : $2\,a_i + 10 = 256$ أي $a_i = \frac{256-10}{2}$ و بالتالي: $a_i = 123$
بتعويض قيمة a_i في المعادلة $b_i = 10 + a_i$ نجد $b_i = 133$، و بالتالي فالفئة الأولى هي $]133 - 123]$.

بعد إيجاد الفئة الأولى نستطيع تحديد بقية الفئات بحث يكون الحد الأعلى لكل فئة هو حد أدنى للفئة الموالية لها و هكذا إلى أن نصل إلى الفئة التي مركزها 188. فنجد الفئات كما يلي:

]193 – 183]	]183 – 173]	]173 – 163]	]163 – 153]	]153 – 143]	]143 – 133]	]133 – 123]	**الفئات**
188	178	168	158	148	138	128	مراكز الفئات

2 -حساب التباين باستخدام طريقة التعريف:

$\lvert c_i - \bar{X}\rvert n_i$	$\lvert c_i - \bar{X}\rvert$	$(c_i - \bar{X})^2 n_i$	$(c_i - \bar{X})$	$c_i n_i$	C_i	n_i	x_i
630	42	26460	42 -	1920	128	15	]123،133]
1600	32	51200	32 -	6900	138	50	]133،143]
7304	22	160688	22 -	49136	148	332	]143،153]
6888	12	82656	12 -	90692	158	574	]153،163]
1160	2	2320	2 -	97440	168	580	]163،173]
1192	8	9536	8	26522	178	149	]173،183]
360	18	6480	18	1880	188	20	]183،193]
5358	\	339340	\	292290	/	1720	$\sum$

✓ **طريقة التعريف**: نقوم بحساب المتوسط الحسابي أولا:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{292290}{1720} = 169.93 \approx 170\ \text{cm}$$

$$\text{Var}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{339340}{1720} = 197.29$$

✓ قيمة الانحراف المعياري:

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{(c_i - \bar{X})^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$$

$$\partial(x) = \sqrt{197.29} = 14.04$$

3 – حساب معامل الاختلاف: للمقارنة بين العينتين من حيث درجة تجانس مفرداتها، نقوم بحساب معامل الاختلاف لكل واحدة منها ثم نقارن بينهما:

$$CV = \frac{\partial(x)}{\bar{X}} 100\%$$

$CV_1 = \frac{14.04}{170} 100\% = 8.25\%$ ، $CV_2 = \frac{13.02}{168} 100\% = 7.75\%$ ، بمأن $CV_2 < CV_1$

بمأن معامل الاختلاف للعينة الأولى(طلبة كليات الاقتصاد لجامعات الوسط) أكبر من معامل الاختلاف للعينة الثانية (طلبة معهد التربية البدنية و الرياضية) أذن: العينة الأولى أكثر تشتتا من العينة الثانية من حيث طول الطلبة

حل التمرين السابع:

1 – حساب المدى العام: بمأن طول الفئة الأخيرة يساوي طول الفئة التي قبلها أي طولها يساوي 8 و بالتالي تصبح الفئة الأخيرة هي]31.23] ، أما الفئة الأولى طولها يساوي طول الفئة اللاحقة بها أي 1 و بالتالي الفئة الأولى هي]5.4] و بالتالي فالمدى يساوي 31 −4 = 27.

$\lvert c_i - \bar{X}\rvert n_i$	$\lvert c_i - \bar{X}\rvert$	$c_i^2 n_i$	c_i^2	$(c_i - \bar{X})^2 n_i$	$(c_i - \bar{X})$	$c_i n_i$	c_i	n_i	x_i
59.40	4.95	243	20.25	294.03	4.95-	54	4.5	12	]4،5]
90.85	3.95	695.75	30.25	358.85	3.95-	126.5	5.5	23	]5،6]
123.90	2.95	1774.5	24.25	365.4	2.95-	273	6.5	42	]7،6]
81.20	1.45	3584	64	117.6	1.45-	448	8	56	]9،7]
18.70	0.55	3400	100	10.2	0.55	340	10	34	]11،9]
113.90	3.55	5408	169	403.2	3.55	416	13	32	]15،11]
152.80	9.55	5776	361	1459.24	9.55	304	19	16	]23،15]
70.20	17.55	2916	729	1232	17.55	108	27	4	]31،23]
710.65		23797.25	/	4240.52	/	2069.5	/	219	المجموع

1 – حساب متوسط دخل العمال:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{2069.5}{219}$$

$$\bar{X} = 9.449 \approx 9.45$$

إذن متوسط الدخل هو 9.45 مليون دج

2 – حساب التباين بطريقتين مختلفتين و استنتاج قيمة الانحراف المعياري:

✓ طريقة التعريف:

$$Var(x) = \frac{(c_i - \overline{X})^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{4240.52}{219} = 19.36$$

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{(c_i - \overline{X})^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

$$\partial(x) = \sqrt{19.36}$$

$$\partial(x) = 4.4$$

✓ الطريقة المختصرة:

$$Var(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i{}^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \overline{X}^2 = \frac{23797.25}{219} - (9.45)^2 = 19.36$$

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} c_i{}^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \overline{X}^2}$$

$$\partial(x) = \sqrt{19.36}$$

$$\partial(x) = 4.4$$

3 – حساب الانحراف المتوسط:

$$E_{M(\overline{x})} = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni|c_i - \overline{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{710.65}{192} = 3.70$$

حل التمرين الثامن:

1 – إيجاد المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري:

✓ **المتوسط الحسابي:** نلاحظ من المعطيات أن المتغير الإحصائي بدون ترجيح أي لا توجد تكرارات و بالتالي فنحن بصدد دراسة بيانات غير مبوبة، و بالتالي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{N} = \frac{56}{8} = 7$$

✓ **الانحراف المعياري:** المعطيات المتوفرة تسمح لنا بحساب الانحراف المعياري انطلاقا من الطريقة المختصرة.

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2}{N} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{390}{10} - 6^2} = 3$$

$$\partial(y) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i{}^2}{N} - \overline{y}^2} = \sqrt{\frac{420}{8} - 7^2} = 3.5$$

2 – لمعرفة أي العينتين أكثر تجانسا، نحسب معامل الاختلاف لكل عينة:

$$CV_x = \frac{\partial(x)}{\overline{x}} 100\% = \frac{3}{6} 100\% = 50\%$$

$$CV_y = \frac{\partial(y)}{\overline{y}} 100\% = \frac{3.5}{7} 100\% = 50\%$$

بماأن $CV_y = CV_x$ إذن فمفردات العينتان تبتعد عن متوسطها الحسابي بنفس المقدار (نفس مقدار التشتت).

3- إيجاد المقدار$\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20)$ بحيث:$\sum_{i=1}^{10} x_i = 300$:

$$\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{10} 20 = 300 - 10(20) = 100$$

حل التمرين التاسع:

$$\mathrm{Var}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

$$= \frac{1}{N}(X_i^2 - 2\overline{X}X_i + \overline{x}^2)$$

$$= \frac{1}{N}[\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - 2\overline{X}\sum_{i=1}^{n}(X_i) + \sum_{i=1}^{n}(\overline{X})^2]$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - 2\overline{X}\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i)}{N} + \frac{\sum_{i=1}^{n}(\overline{X})^2}{N}$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - 2\overline{x}^2 + \frac{N}{N}\overline{X}^2$$

$\mathrm{Var}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{N} - \overline{x}^2$ و هو المطلوب

يمكننا القول أن : التباين يساوي مربع المتوسط التربيعي منقوصا منه مربع المتوسط الحسابي.

الفصل السادس:

مقاييس الشكل

إن كل من مقاييس النزعة المركزية و التشتت لا يكفيان لوحدهما لتحليل بيانات ظاهرة ما خاصة إذا عرضت هذه البيانات على شكل رسومات بيانية (منحنى تكراري) و ليس على شكل جداول إحصائية، هنا ينبغي تحليل و دراسة و تحديد شكل التوزيع الإحصائي سواء تعلق الأمر بما يعرف بالالتواء أو التفلطح باستخدام مقاييس يطلق علها مقاييس الشكل التي تعتبر مكملة للمقاييس السابقة.

1 –**تعريف الالتواء :** هو درجة تماثل التوزيع الإحصائي أو درجة توزيع البيانات حول قيمة مركزية عادة تكون المتوسط الحسابي فوجود الالتواء دليل على عدم التماثل أو التناظر و هنا نكون أمام ثلاث حالات:

- ✓ **توزيع متناظر أو متماثل :** في هذه الحالة يكون التوزيع الإحصائي للبيانات متناظر بالنسبة لنقطة مركزية تمثل قيمة المتوسط الحسابي و الوسيط و المنوال أي 50% من البيانات تقع يمين المنحنى و 50% الأخرى تقع على يساره ، أما فيما يخص شكل المنحنى التكراري فقسمته بمستقيم عمودي على محور الفواصل و يمر من المنتصف العلوي له يعطينا قسمين متطابقين تماما أو متناظرين بالنسبة لذلك المستقيم، و فيما يخص مقاييس النزعة المركزية ففي هذه الحالة تكون كلها متساوية: $\bar{X} = M_o = M_e$

ملاحظة:

في حالة ما إذا كان لدينا جدول توزيع تكراري فان: مجموع تكرارات الفئات السابقة للفئة ذات أكبر تكرارا مساوي لمجموع تكرارات الفئات اللاحقة بها و الفرق بين كل تكرار و التكرار الذي يسبقه (بالنسبة للتكرارات التي تسبق أكبر تكرار) هو نفسه الفرق بين كل تكرار و التكرار الذي يليه (بالنسبة للتكرارات التي تلي أكبر تكرار) ،

- ✓توزيع ملتوي نحو اليمين: أو موجب الالتواء إذا كانت القيم المتطرفة نحو اليمين تؤثر على المتوسط الحسابي و تتجه به نحو اليمين و بالتالي يكون الطرف الأيمن للمنحنى التكراري ممتد أكثر من الطرف الأيسر له و في هذه الحالة تكون مقاييس النزعة المركزية مرتبة كما يلي: $\bar{X} > M_e > M_o$
- ✓توزيع ملتوي نحو اليسار: أو سالب الالتواء إذا كانت القيم المتطرفة نحو اليسار تؤثر على المتوسط الحسابي و تتجه به نحو اليسار و بالتالي يكون الطرف الأيسر للمنحنى التكراري ممتد أكثر من الطرف الأيمن له و في هذه الحالة تكون مقاييس النزعة المركزية مرتبة كما يلي: $\bar{X} < M_e < M_o$

2 –**مقاييس الالتواء:** يقاس التواء أي توزيع إحصائي بأحد المقاييس التالية:

التفسير	القانون	المقياس
$P_1 > 0$: توزيع ملتوي نحو اليمين (موجب الالتواء) $P_1 < 0$: توزيع ملتوي نحو اليسار (سالب الالتواء) $P_1 = 0$: توزيع متماثل أو متناظر	$P_1 = \frac{\bar{x} - M_o}{\partial_x}$	مقياس بيرسون الأول
$P_2 > 0$: توزيع ملتوي نحو اليمين (موجب الالتواء) $P_2 < 0$: توزيع ملتوي نحو اليسار (سالب الالتواء) $P_2 = 0$: توزيع متماثل أو متناظر	$P_2 = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{\partial_x}$	مقياس بيرسون الثاني
$F > 0$: توزيع ملتوي نحو اليمين (موجب الالتواء) $F < 0$: توزيع ملتوي نحو اليسار (سالب الالتواء) $F = 0$: توزيع متماثل أو متناظر	$F = \frac{\mu_3}{\partial(x)^3}$	معامل فيشر
$C_y > 0$: توزيع ملتوي نحو اليمين (موجب الالتواء) $C_y < 0$: توزيع ملتوي نحو اليسار (سالب الالتواء) $C_y = 0$: توزيع متماثل أو متناظر	$C_y = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$	معامل الالتواء الربيعي (معامل يول و كاندال)

المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظات مهمة:

1 –نعتمد في بعض مقاييس الالتواء على العزوم المركزية مثل معامل فيشر، و تختلف أنواع العزوم باختلاف نقطة الأساس، ركزنا هنا على العزوم المركزية فقط و هي التي تعتمد على المتوسط الحسابي كنقطة أساس و تعطى بالصيغة الموالية:

بيانات غير مبوبة: $\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(C_i - \bar{x})^r}{N}$

بيانات مبوبة (متغير كمي منقطع بتكرارات): $\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i\,(x_i - \bar{x})^r}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$

بيانات مبوبة على شكل فئات $\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i\,(C_i - \bar{x})^r}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$

حيث تمثل r رتبة العزم المركزي و تمثل أيضا درجة أس انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

2 –العزم المركزي من الدرجة الأولى يساوي 0 ، أي : $\mu_1 = 0$ و العزم المركزي من الدرجة الثانية هو نفسه التباين، أي : $\mu_2 = \partial_x^2$

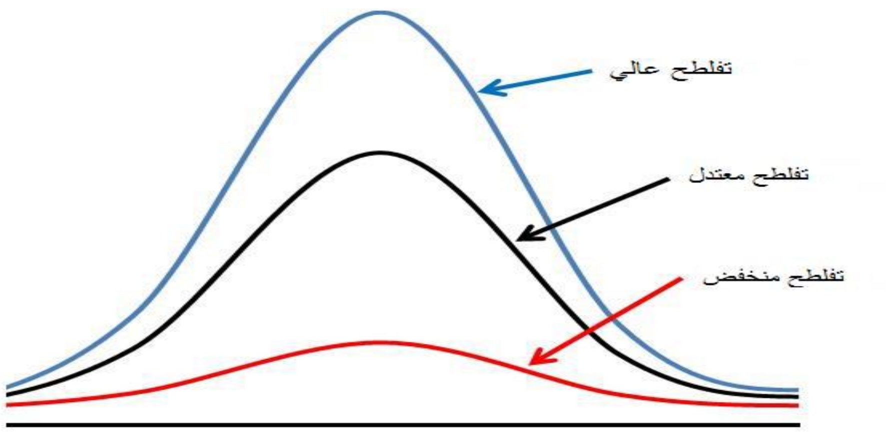
3 –إذا أردنا مقارنة توزيعين إحصائيين من حيث درجة الالتواء ، نحسب معامل التواء كل واحد، فكلما كان هذا الأخير كبير كلما كان توزيعه الإحصائي أكثر التواء من الآخر.

4 –يمكن إيجاد معامل الالتواء الربيعي بيانيا أما المعاملات الأخرى فلا يمكن إيجادها بيانيا.

5 -يستخدم معامل الالتواء الربيعي في حالة الجداول المفتوحة، بينما تستخدم بقية المقاييس في الجداول المغلقة .

3 -تعريف التفلطح:

هو مقدار درجة علو قمة المنحنى التكراري للبيانات الإحصائية مقارنة بقمة مرجعية تمثل قمة منحنى التوزيع الطبيعي ، فكلما كانت هذه القمة أكثر علوا أو ارتفاعا من القمة المرجعية نقول أن الشكل مدبب و إذا كانت اقل ارتفاعا مقارنة بالقمة المرجعية فنقول على الشكل أنه مفلطح ، أما إذا كانت القمتان متطابقتان فنقول أن الشكل معتدل ، و يمكن تمثيل ذلك في الشكل الموالي:



المصدر: غيث البحر و معن التنجي،**<u>التحليل الإحصائي للاستبيانات باستخدام spss</u>**،مركز سبر للدراسات الإحصائية و السياسات العامة،تركيا،2014، ص 31.

من الشكل السابق نميز 3 حالات عند دراسة مدى تفلطح منحنى التوزيع التكراري:

- ✓ **توزيع معتدل:** عندما يكون المنحنى مثالي و يأخذ شكل الجرس ، يعتمد عليه كمرجع لدراسة شكل التوزيعات الإحصائية من حيث التفلطح .
- ✓ **توزيع متفلطح** : أو منبسط عندما يكون المنحنى متسع في الوسط ، يكون تشتته قوي و قمته منخفضة مقارنة بالقمة المرجعية.(قمة المنحنى الطبيعي)
- ✓ **توزيع مدبب** : أو متطاول عندما يكون المنحنى ضيق في الوسط بالتالي يكون تشتته ضعيف و قمته مرتفعة مقارنة بالقمة المرجعية.(قمة المنحنى الطبيعي).

ملاحظة:

- ✓ – قد يكون المنحنى التكراري متماثلا و لكن ليس بالضرورة معتدلا و لكن العكس غير صحيح، فالمنحنى المعتدل يكون بالضرورة متماثلا.
- ✓ – التفلطح مرتبط بتشتت البيانات حول قيمة مركزية ، فكلما كان التشتت كبير كلما كان الشكل أكثر تفلطحا و العكس صحيح.

4 -**مقاييس التفلطح:** تتمثل أهم مقياس التفلطح فيما يلي:

التفسير	القانون	المقياس
$P = 3$: توزيع معتدل أو طبيعي $P > 3$: توزيع متطاول أو مدبب $P < 3$: توزيع متفلطح أو منبسط	$P\frac{\mu_4}{{\mu_2}^2}$:أو $P = \frac{\mu_4}{{\partial_X^2}^2}$:أو $P = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4}$	مقياس بيرسون
$F > 0$: توزيع مدبب أو متطاول $F < 0$: توزيع متفلطح أو منبسط $F = 0$: توزيع معتدل أو طبيعي	$F = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4} - 3$ أي هو نفسه معامل بيرسون للتفلطح مطروحا منه الرقم 3	معامل فيشر
$c_K > 0.263$:توزيع مدبب أو متطاول $c_K < 0.263$: توزيع متفلطح أو منبسط $c_K = 0.263$: توزيع معتدل أو طبيعي	$C_K = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)}$	معامل كيلي للتفلطح

المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظة: يستخدم معامل كيلي للتفلطح في حالة الجداول المفتوحة و يمكن استبدال العشيري الأول و التاسع بالمئين العاشر و التسعون على الترتيب و يبقى نفس التفسير لقيمة المعامل.(يسمى في هذه الحالة معامل التفلطح المئيني).

السلسلة الخامسة: مقاييس الشكل

التمرين الأول: اختر الإجابات الصحيحة من الاختيارات المعطاة لكل عبارة من العبارات الموالية:

1 – في التوزيعات المتماثلة يكون لدينا:

$\bar{X} = M_o = M_e$

$\bar{X} < M_e < M_o$

$\bar{X} > M_e > M_o$

2 – إذا كانت قمة المنحنى التكراري لتوزيع ما أعلى من قمة منحنى التوزيع الطبيعي، نقول أن الشكل:

- متفلطح.
- مدبب.
- معتدل.

3 – نستعمل معامل الالتواء للمقارنة بين التواء توزيعين تكراريين مختلفين، فالتوزيع الذي يكون له مقياس التواء أكبر يكون

- ملتويا أكثر من الآخر.
- ملتويا أقل من الآخر.

4 – إذا كان التوزيع ملتوي نحو اليمين يكون لدينا:

$\bar{X} < M_e < M_o$

$\bar{X} > M_e > M_o$

$\bar{X} < M_O < M_e$

5 – الالتواء هو:

- مدى علو قمة منحنى التوزيع الإحصائي على قمة منحنى التوزيع الطبيعي.
- مدى انخفاض قمة منحنى التوزيع الإحصائي على قمة منحنى التوزيع الطبيعي.
- مدى امتداد قيم المتغير الإحصائي إلى جهة معينة من المنحنى التكراري مقارنة من جهة أخرى.

6 – العزم المركزي من الدرجة الثانية يمثل:

- التباين
- الانحراف المتوسط
- لا أحد مما سبق.

7 – يعتمد فيشر في حسابه لطبيعة التواء توزيع تكراري معين على:

- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية.
- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت.
- العلاقة النسبية بين العزوم المركزية و مقاييس التشتت.

8 -يكون معامل فيشر للتفلطح موجبا اذا كانت:
- قيمة المعامل موجبة.
- قيمة المعامل سالبة.
- قيمة المعامل معدومة.

9 -يعتمد بيرسون في حسابه لطبيعة التواء توزيع تكراري معين على:
- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية.
- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت.
- العلاقة النسبية بين العزوم المركزية و مقاييس التشتت.

10- في حالة الجداول المفتوحة ، فان معامل الالتواء المناسب هو:
- معامل بيرسون للالتواء
- معامل فيشر للالتواء
- معامل يول و كاندال للالتواء

التمرين الثاني: يوضح الجدول الموالي مبلغ الأجور اليومية مقدرة بمئات الدنانير و التي يتقاضاها مجموعة من عمال مصنع ما:

x_i	]30،20]	]40،30]	]50،40]	]60،50]	]70،60]
n_i	8	14	16	14	8

المطلوب:

1 -ارسم المدرج التكراري لهذا التوزيع و ماذا تستنتج؟
2 -احسب متوسط أجور العمال و استنتج - انطلاقا من استنتاج السؤال الأول - كل من:
✓ قيمة الآجر الذي يقسم العينة المدروسة إلى فئتين متساويتين؟
✓ قيمة الأجر التي يتقاضاها أغلبية العمال ؟
✓ كيف تستطيع تأكيد النتيجة المستنتجة من السؤال الأول انطلاقا من الجدول أعلاه؟

التمرين الثالث: تم توزيع استبيان على مجموعة من العمال لشركة ما لمعرفة أعمارهم فكان عددهم حسب الفئات العمرية كما يلي:

x_i	]20،16]	]24،20]	]28،24]	]32،28]	]36،32]	]40،36]
n_i	12	10	40	15	7	13

المطلوب:

1 -احسب $\bar{x}$ ، M_e و M_o ثم قارن بينهم لتحديد شكل التوزيع الإحصائي ؟
2 -حدد شكل التوزيع من ناحية الالتواء اعتمادا على مقاييس الالتواء المدروسة ؟
3 -حدد شكل التوزيع من ناحية التفلطح ؟

التمرين الرابع:

بغرض إعداد الملفات الصحية لعينة من تلاميذ ثانوية ما قام فريق من الطب المدرسي بقياس أطوال و أوزان قسم من السنة الثالثة ثانوي و المتكون من 40 تلميذ و كانت النتائج موضحة في الجدولين المواليين:

الأوزان	]45،40]	]50،45]	]55،50]	]60،55]	]65،60]	المجموع
عدد الطلبة	3	12	15	6	4	40

الأطول	]155،150]	]160،155]	]165،160]	]170،165]	المجموع
عدد الطلبة	4	8	16	12	40

المطلوب:

1- هل هؤلاء الطلبة أكثر اختلافا في الوزن أو الطول ؟

2-قس التواء كل توزيع بالاعتماد على معامل فيشر للالتواء و قارن بينهما (أيهما أكثر التواء؟)

التمرين الخامس: يمثل الجدول الإحصائي الموالي توزيع عمال مؤسسة ما حسب الدخول الشهرية (بالآلاف) لكل منهم:

الدخل الشهري	]10،8]	]12،10]	]14،12]	]16،14]	16 فأكثر	المجموع
عدد العمال	12	16	20	25	17	90

4 -هل يمكن حساب الانحراف المعياري مباشرة من معطيات الجدول و لماذا؟

5 -ما هو مقياس الالتواء المناسب في هذا التوزيع و لماذا، أحسبه و استنتج اتجاه الالتواء؟

6 -قس مدى تفلطح التوزيع السابق؟

التمرين السادس:البيانات التالية تمثل توزيع 40 عامل في شركة A حسب أوزانهم:

الوزن	]45،40]	]50،45]	]55،50]	]60،55]	]65،60]
عدد العمال	3	15	30	36	40

المطلوب:

1 -أحسب المتوسط الحسابي ؟

2 -أحسب الانحراف المعياري ؟

3 -أحسب معامل فيشر للالتواء و ماذا تستنتج؟

✓ إذا كانت لدينا المعطيات التالية حول أوزان 100 عامل في شركة H :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i n_i = 4970,\ \sum_{i=1}^{n} n_i {x_i}^2 = 249775$$

$$M_e = 49.5 \qquad ;\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4\, n_i = 139102.32$$

4 -استنتج قيمة المنوال للشركة H من العلاقة بين الوسط الحسابي، الوسيط و المنوال ؟ ثم حدد شكل التوزيع الإحصائي لأوزان عمال الشركة H ؟

5 -استنتج قيمة العزم المركزي من الدرجة الثانية للشركة H ؟

6 –تأكد من شكل التوزيع الإحصائي من خلال معامل فيشر للالتواء؟

7 –ما مدى تفلطح توزيع أوزان عمال الشركة H ؟

التمرين السابع:

اثبت صحة العلاقة التالية في حالة توزيع متناظر

$$\sum_{i=1}^{n} n_i = n_{Me} + 2\, F^{\uparrow}_{Me-1}$$

بحيث: n_{Me} تمثل التكرار المطلق المقابل للفئة الوسيطية و $F^{\uparrow}_{Me-1}$ يمثل التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطية.

حلول السلسة الخامسة

حل التمرين الأول: اختر الإجابات الصحيحة من الاختيارات المعطاة لكل عبارة من العبارات الموالية:

1 – في التوزيعات المتماثلة يكون لدينا:

$\underline{\boldsymbol{\bar{X} = M_o = M_e}}$

$\bar{X} < M_e < M_o$

$\bar{X} > M_e > M_o$

2 –إذا كانت قمة المنحنى التكراري لتوزيع ما أعلى من قمة منحنى التوزيع الطبيعي، نقول أن الشكل:

- متفلطح.
- **<u>مدبب.</u>**
- معتدل

3 –نستعمل معامل الالتواء للمقارنة بين التواء توزيعين تكراريين مختلفين، فالتوزيع الذي يكون له مقياس التواء أكبر يكون

- **<u>ملتويا أكثر من لآخر.</u>**
- ملتويا أقل من الآخر.

4 – إذا كان التوزيع ملتوي نحو اليمين يكون لدينا:

- $\bar{X} < M_e < M_o$
- $\underline{\boldsymbol{\bar{X} > M_e > M_o}}$
- $\bar{X} < M_O < M_e$

5 –الالتواء هو:

- مدى علو قمة منحنى التوزيع الإحصائي على قمة منحنى التوزيع الطبيعي.
- مدى انخفاض منحنى التوزيع الإحصائي على قمة منحنى التوزيع الطبيعي.
- **<u>مدى امتداد قيم المتغير الإحصائي إلى جهة معينة من المنحنى التكراري مقارنة من جهة أخرى.</u>**

6 –العزم المركزي من الدرجة الثانية يمثل:

- **<u>التباين</u>**
- الانحراف المتوسط
- لا أحد مما سبق.

7 –يعتمد فيشر في حسابه لطبيعة التواء توزيع تكراري معين على:

- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية.
- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت.
- **<u>العلاقة النسبية بين العزوم المركزية و مقاييس التشتت</u>**

8 –يكون معامل فيشر للتفلطح موجبا إذا كانت:

- **<u>قيمة المعامل موجبة.</u>**
- قيمة المعامل سالبة.
- قيمة المعامل معدومة.

9 –يعتمد بيرسون في حسابه لطبيعة التواء توزيع تكراري معين على:

- العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية.
- **<u>العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت.</u>**
- العلاقة النسبية بين العزوم المركزية و مقاييس التشتت.

10 – في حالة الجداول المفتوحة ، فان معامل الالتواء المناسب هو :

– معامل بيرسون للالتواء

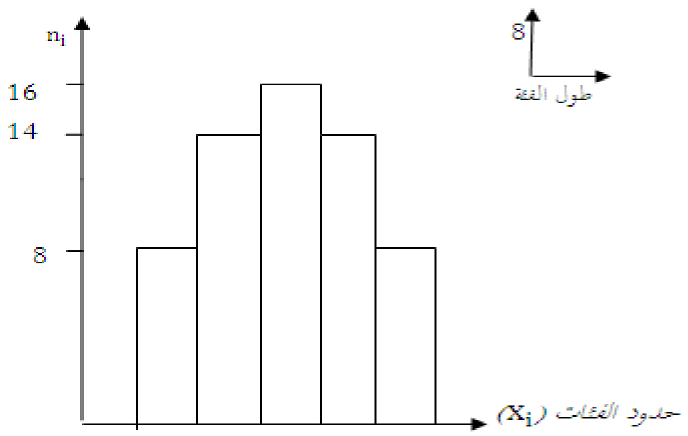
– معامل فيشر للالتواء

<u>– معامل يول و كاندال للالتواء</u>

حل التمرين الثاني:يوضح الجدول الموالي مبلغ الأجور اليومية مقدرة بمئات الدنانير و التي يتقاضاها مجموعة من عمال مصنع ما:

X_i	n_i	C_i	$C_i n_i$
] 30،20]	8	35	280
] 40،30]	14	45	630
] 50،40]	16	55	880
] 60،50]	14	65	910
] 70،60]	8	75	600
المجموع	60	\	3300

1– رسم المدرج التكراري:



مدرج تكراري لأجور العمال

الاستنتاج: من خلال المدرج التكراري أعلاه نستنتج أن التوزيع الاحصائي متناظر.

1 –**حساب متوسط أجور العمال:** (الحسابات موضحة في الجدول أعلاه)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{3300}{60} = 55$$

أي متوسط الأجور اليومية للعمال هو 5500 دج

الاستنتاج: بماأن التوزيع متناظر إذن $\bar{X} = M_e = M_o$ و بالتالي:

3 –**قيمة الأجر الذي يقسم العينة المدروسة إلى فئتين متساويتين** هو الوسيط و يساوي 5500 دج

4 –**قيمة الأجر التي يتقاضاها أغلبية العمال** هو المنوال و يساوي كذلك 5500دج

5 –كيف تستطيع تأكيد النتيجة المستنتجة من السؤال الأول انطلاقا من الجدول أعلاه:

نلاحظ أن كل تكرار له نظيره بالنسبة لأكبر تكرار و الذي يقع في وسط التوزيع التكراري و هو القيمة 16 (نعتبره كمركز تناظر) كما نلاحظ كذلك أن مجموع التكرارات التي تسبق أكبر تكرار يساوي مجموع التكرارات التي تليه، إضافة إلى أن الفرق بين كل تكرار و التكرار الذي يسبقه (بالنسبة للتكرارات التي تسبق أكبر تكرار) هو نفسه الفرق بين كل تكرار و التكرار الذي يليه (بالنسبة للتكرارات التي تلي أكبر تكرار)

حل التمرين الثالث:

X_i	n_i	C_i	$C_i n_i$	$F\uparrow$	$C_i - \bar{X}$	$n_i(C_i - \bar{X})^2$	$n_i(C_i - \bar{X})^3$	$n_i(C_i - \bar{X})^4$
] 20،16]	12	18	216	12	9.4-	1060.32	-9967.008	93689.8752
] 24،20]	10	22	220	22	5.4-	291.6	1574.64-	8503.056
] 28،24]	40	26	1040	62	1.4-	78.4	-109.76	153.664
] 32،28]	15	30	450	77	2.6	101.4	263.64	685.464
] 36،32]	7	34	238	84	6.6	304.92	2012.472	5232.4272
] 40،36]	13	38	494	97	10.6	1460.68	15483.208	102189.1728
المجموع	97	\	2658	\		3297.32	6107.912	210453.6592

1 - حساب كل من M_o و M_e ، $\bar{x}$

✓ حساب $\bar{x}$:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{2658}{97} = 27.40$$

✓ حساب M_e :

لحساب الوسيط نحسب أولا رتبته و التي تساوي مجموع التكرارات مقسوما على 2 أي 2/97 أي 48.5.

بعدها نحدد الفئة الوسيطية و هي الفئة التي تقابل الرتبة في عمود التكرار المتجمع الصاعد أو قيمة تليها مباشرة (الأكبر منها مباشرة) .نلاحظ في الجدول أن 48.5 لا توجد في عمود التكرار المتجمع الصاعد و بالتالي نأخذ القيمة 62 و التي تقابلها الفئة]28.24] و هي الفئة الوسيطية، بعدها نطبق العلاقة الخاصة بالوسيط:

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} n\,i}{2} - F\uparrow_{Me-1}}{n_{Me}} k = 24 + \frac{\frac{97}{2} - 22}{40} 4 = 26.65$$

✓ حساب M_O

لحساب المنوال، نحدد أولا الفئة المنوالية و التي تقابل أكبر تكرار ، نلاحظ في الجدول أعلاه أن أكبر تكرار هو 40 و الفئة المقابلة له هي [28.24] و هي الفئة المنوالية. بعدا نطبق علاقة حساب المنوال كما يلي:

$$M_O = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1 + \Delta_2)} K = 24 + \frac{(40-10)}{(40-10)+(40-15)} 4 = 26.18$$

✓ المقارنة بين المقاييس الثلاثة و استنتاج شكل التوزيع الإحصائي:

لدينا $27.40 > 26.65 > 26.18$ أي $\bar{X} > M_e > M_o$ إذن: التوزيع الإحصائي السابق غير متناظر من اليمين.

2 -تحديد مدى التواء التوزيع الإحصائي:

3 -

نحسب اولا قيمة الانحراف المعياري:

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(C_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}} = \sqrt{\frac{3297.32}{97}} = 5.83$$

✓ باستخدام معامل بيرسون الأول:

$$P_1 = \frac{\bar{X} - M_O}{\partial_x} = \frac{\bar{X} - M_O}{\partial_x} = \frac{27.40 - 26.18}{5.83} = 0.20$$

✓ باستخدام معامل بيرسون الثاني:

$$P_2 = 3\,\frac{(\bar{X} - M_e)}{\partial_x} = 3\,\frac{(27.40 - 26.65)}{5.83} = 0.38$$

✓ باستخدام معامل فيشر:

$$\mu_3 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} n_i} \sum_{i=1}^{n} [n_i (C_i - \bar{x})^3] = \frac{6107.912}{97} = 62.968$$

$$F = \frac{\mu_3}{\partial_X^3} = \frac{62.968}{5.83^3} = 0.31$$

4 -تحديد شكل التوزيع من حيث التفلطح:

✓ باستخدام معامل بيرسون: $P = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4}$

$$\mu_4 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} n_i} \sum_{i=1}^{n} [n_i (C_i - \bar{x})^4] = \frac{210453.6592}{97} = 2169.62$$

$$P = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4} = \frac{2169.62}{5.83^4} = 1.87$$

بمأن معامل بيرسون للتفلطح أصغر من 3 ، أذن التوزيع السابق متفلطح.

✓ باستخدام معامل فيشر: $F = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4} - 3$

$$F = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4} - 3 = 1.87 - 3 = -1.13.$$

بمأن معامل فيشر للتفلطح أصغر من 0 ، أذن التوزيع السابق متفلطح.

حل التمرين الرابع:

1 –لمعرفة أي الاختلاف موجود نقوم بحساب معامل الاختلاف للوزن و الطول ثم نقارن بينهما: نستعين بالجدولين التاليين لأجراء الحسابات اللازمة:

الوزن(x_i)	n_i	c_i	$c_i n_i$	$c_i - \bar{X}$	$n_i(c_i - \bar{X})^2$	$n_i(c_i - \bar{X})^3$
] 40،45]	3	42.5	127.5	09.5-	270.75	2572.125-
] 45،50]	12	47.5	570	04.5-	243	1093.5-
] 50،55]	15	52.5	787.5	0.5	3.75	1.875
] 55،60]	6	57.5	345	5.5	181.5	998.25
] 60،65]	4	62.5	250	10.5	441	4630.5
المجموع	40	\	2080	\	1140	1965

الطول(x_i)	n_i	c_i	$c_i n_i$	$c_i - \bar{X}$	$n_i(c_i - \bar{X})^2$	$n_i(c_i - \bar{X})^3$
] 150،155]	4	152.5	610	-9.5	361	3429.5-
] 155،160]	8	157.5	1260	-4.5	162	729-
] 160،165]	16	162.5	2600	0.5	4	2
] 165،170]	12	167.5	2010	5.5	363	1996.5
المجموع	40	\	6480	\	890	2160 -

✓ حساب المتوسط الحسابي للوزن و الطول: $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} cini}{\sum_{i=1}^{n} ni}$

$$\overline{x}_{\text{وزن}} = \frac{2080}{40} = 52 \qquad \overline{x}_{\text{طول}} = \frac{6480}{40} = 162$$

✓ حساب الانحراف المعياري للوزن و الطول:

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

$$\partial(x)_{\text{الوزن}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}} = \sqrt{\frac{1140}{40}} = 5.33$$

$$\partial(x)_{\text{االطول}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}} = \sqrt{\frac{890}{40}} = 4.71$$

✓ حساب معامل الاختلاف CV:

$$\mathbf{CV = \frac{\partial(x)}{\overline{x}}\,100\%}$$

$CV_{\text{طول}} = \frac{4.71}{162}\,100\% = 2.90$ ، $CV_{\text{وزن}} = \frac{5.33}{52}\,100\% = 10.25$ ، بماأن $CV_{\text{وزن}} < CV_{\text{طول}}$

إذن هؤلاء الطلبة أكثر تشتتا من حيث: **الوزن**.

2–قياس التواء كل توزيع بالاعتماد على معامل فيشر ثم المقارنة بين الالتواء ين:

✓ **معامل فيشر للالتواء لمتغير الطول:**

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i\,(C_i - \overline{x})^3}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = -54$$

$$F_{\text{طول}} = \frac{\mu_3}{\partial_X^3} = \frac{-54}{4.71^{\,3}} = -0.51$$

✓ **معامل فيشر للالتواء لمتغير الوزن:** بنفس الطريقة نجد:

$$F_{\text{وزن}} = \frac{1965}{5.33^3} = 0.32$$

المقارنة: بما أن معامل فيشر للالتواء للطول أصغر من معامل فيشر للالتواء للوزن إذن: منحنى التوزيع التكراري لمتغير الطول أقل التواء مقارنة بمنحنى التكراري لمتغير الوزن.

حل التمرين الخامس:

1 –لا يمكننا حساب الانحراف المعياري مباشرة من الجدول لأنه مفتوح و الانحراف المعياري يتأثر بالقيم المتطرفة.

2 –مقياس الالتواء المناسب في هذا التوزيع هو معامل يول و كاندال لان الجدول مفتوح.

$$\textbf{QAC} = \frac{(Q3-Q2)-(Q2-Q1)}{Q3-Q1}$$

$F\uparrow$	n_i	x_i
12	12	] 10،8]
28	16	] 12،10]
48	20	] 14،12]
73	25	] 16،14]
90	17	16 فأكثر
/	90	$\sum$

✓ نحسب الربيعي الأول الوسيط و الربيعي الثالث:

$$Q_1 = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - F\uparrow_{Q1-1}}{nQ_1} k = 10 + \frac{22.5-12}{16}\, 2 = 11.31$$

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = 12 + \frac{45-28}{20}\, 2 = 13.7$$

$$Q_3 = A + K \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} n_i}{4} - F\uparrow_{Q_3-1}}{n_{Q_3}} = 14 + 2\, \frac{67.5-48}{25} = 15.56$$

$$QAC = \frac{(15.56-13.7)-(13.7-11.31)}{15.56-11.31} = -5.44$$

بماان: معامل يول و كاندال سالب، إذن التوزيع السابق ملتوي نحو اليسار.

3 –**حساب معامل التفلطح:** بماأن الجدول مفتوح، إذن معامل التفلطح المناسب هو معامل كيلي:

$$C_K = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)}$$

نقوم أولا بحساب العشيري التاسع و الأول:

$$\mathbf{D_1} = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{10} - F\uparrow_{D_1-1}}{n_{D_1}} k = 8 + \frac{9-0}{12}\, 2 = 9.5$$

$$D_9 = X_{min} + \frac{\frac{9\sum_{i=1}^{n} ni}{10} - F\uparrow_{D9-1}}{n_{D9}} k = 16 + \frac{81-73}{17}\, 2 = 16.9$$

ملاحظة: أخذنا طول الفئة الأخيرة يساوي 2 حتى نتمكن من حساب العشيري التاسع

$$C_K = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)} = \frac{15.56-11.31}{2(16.94-9.5)} = 0.285$$

بماأن معامل التفلطح أكبر من القيمة المعتمدة في تفسير القانون و التي تساوي 0.263 فالتوزيع السابق مدبب .

حل التمرين السادس: نستعين بالجدول الموالي لإجراء الحسابات:

x_i	n_i	C_i	$C_i n_i$	$C_i - \bar{X}$	$(C_i - \bar{X})^2$	$n_i (C_i - \bar{X})^2$	$(C_i - \bar{X})^3$	$(C_i - \bar{X})^3 n_i$
] 40،45]	3	42.5	127.5	-13.83	191.26	573.78	-2645.24	7935.72-
] 45،50]	15	47.5	712.5	-8.83	77.96	1169.4	-688.38	10325.7-
] 50،55]	30	52.5	1575	-3.83	14.66	439.8	-56.14	1684.2-
] 55،60]	36	57.5	2070	1.17	1.36	48.96	1.59	57.24
] 60،65]	40	62.5	2500	6.17	38.06	1522.4	234.83	9393.2
$\sum$	124	\	6985	\	\	3754.34		10495.18-

1 – **حساب المتوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{6985}{124} = 56.33$$

2 – **حساب الانحراف المعياري :** طريقة الحساب موضحة في الجدول أعلاه:

- ✓ هنا من الأفضل استخدام طريقة التعريف لحساب التباين و استنتاج قيمة الانحراف المعياري لأننا سنستخدم حسابات هذه الطريقة في حساب العزم المركزي من الدرجة الثالثة من أجل حساب معامل فيشر في السؤال الموالي:

$$V(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni (X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{3754.34}{124} = 30.27$$

- ✓ **استنتاج قيمة الانحراف المعياري:** $\partial(x) = \sqrt{30.27} = 5.50$

3 – حساب معامل فيشر للالتواء:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni (C_i - \bar{X})^3}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{-10495.18}{124} = 84.63 -$$

$$F = \frac{\mu_3}{\partial(x)^3} = \frac{-84.63}{5.5^3} = -0.5$$

بماأن F<0 إذن التوزيع محل الدراسة ملتوي نحو اليسار .

4 –استنتاج قيمة المنوال من العلاقة بين الوسط الحسابي، الوسيط و المنوال و استنتاج شكل التوزيع الإحصائي:

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$$

بالاستعانة بمعطيات التمرين لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{4970}{100} = 49.7$ و $M_e = 49.5$

إذن: $49.7 - M_o = 3(49.7 - 49.5)$ و منه: $M_o = 49.1$

لدينا: $49.7 > 49.5 > 49.1$ و بالتالي: $\bar{X} > M_e > M_o$ إذن فالتوزيع ملتوي نحو اليمين.

5 –استنتاج قيمة العزم المركزي من الدرجة الثانية: نحن نعلم أن العزم المركزي من الدرجة الثانية هو نفسه التباين و بالتالي فالتباين للشركة H انطلاقا من معطيات التمرين هو:

$$\mu_2 = V(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} niCi^2}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \bar{x}^2$$

$$\mu_2 = \frac{249775}{100} - 49.7^2 = 27.66$$

6 –استنتاج شكل التوزيع الإحصائي للشركة H اعتمادا على معامل بيرسون الأول للالتواء:

$$P = \frac{\bar{x} - M_o}{\partial(x)} = = \frac{49.7 - 49.1}{\sqrt{27.66}} = 0.11$$

بماأن $P > 0$ إذن التوزيع الإحصائي الخاص بالشركة H ملتوي نحو اليمين.

7 –**حساب مدى تفلطح شكل التوزيع الإحصائي:**

$$P = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4}$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(C_i - \bar{X})^4}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{139102.32}{100} = 1391.02$$

$$F = \frac{\mu_4}{\partial(x)^4} = \frac{1391.02}{5.25^4} = 1.83$$

بما أن معامل بيررسون للتفلطح اصغر من 3 إذن فشكل التوزيع الإحصائي مدبب

حل التمرين السابع:

بما أن التوزيع متناظر إذن: $M_o = M_e = \bar{X}$ أي :

$$X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)} K = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

$$X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)} K \quad ,$$

$$X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} k - X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)} K = 0$$

بماان التوزيع متناظر ، إذن: $\Delta_1 = \Delta_2$ و بالتالي:

$$\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} k - \frac{\Delta_1}{2\Delta_1} K = 0$$

نضرب طرفا المساواة في 2 : فنجد:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{n_{M_e}} K - 2\frac{F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} K - K = 0 \quad , \quad K\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{n_{M_e}} - 2\frac{F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}}\right) - 1 = 0,$$

بماأن K طول الفئة أذن K غير معدوم و بالتالي:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{n_{M_e}} - 2\frac{F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}}\right) - 1 = 0, \quad \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{n_{M_e}} - 2\frac{F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} = 1 \ , \quad \frac{\sum_{i=1}^{n} ni - 2F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} = 1,$$

$\sum_{i=1}^{n} ni - 2F\uparrow_{M_e-1} = n_{M_e}$ ، $\sum_{i=1}^{n} n_i = n_{Me} + 2F^{\uparrow}{}_{Me-1}$ و هو المطلوب

الفصل السابع :

مقاييس التمركز

إن دراسة تمركز البيانات الإحصائية يشبه كثيرا دراسة تشتتتها ، ففي هذه الأخيرة نهتم بمدى بعد أو قرب القيم المشاهدة لظاهرة ما عن قيمة مركزية أو وسطية عادة هي المتوسط الحسابي ، أما في حالة دراسة التمركز فإننا نهتم بإبراز الفرق بين القيم الفعلية المشاهدة لظاهرة ما و قيم نظرية لتوزيع عادل[21] .

1 – **تعريف مقاييس التمركز** : هي معاملات إحصائية تطبق خصوصا على متغيرات اقتصادية مستمرة و موجبة و تقبل الجمع (أو التجميع) مثل الأجور، الدخول، مساحة الأراضي المستغلة زراعيا،...فعادة ما نستخدم هذه المعاملات لمعرفة ما إذا كان فيه توزيع عادل لهذه المتغيرات (الأجور، المساحة،...) و التي نطلق عليها اسم الثروة بين أفراد مجموعة من الأسر أو عمال مؤسسة ما أو فئات من مجتمع أو دولة ما أم لا.

2 –**طرق دراسة تمركز البيانات الإحصائية** : لدراسة تمركز بيانات ظاهرة ما نعتمد على طريقتين: طريقة بيانية و طريقة حسابية.

1.1 – **الطريقة البيانية(منحنى لورنز):** و الاكثرها شيوعا و استخداما تتمثل أساسا في منحنى لورنز و الذي سمي كذلك نسبة للعالم الإحصائي ماكس لورنز سنة 1905، يدرس مدى عدالة توزيع ظاهرة ما ، مثلا في الجغرافيا يعتمد عليه لمعرفة مدى عدالة توزيع السكان على المساحة و في الاقتصاد يستخدم لقياس مدى العدالة أو المساواة في توزيع الدخل أو الأجر أو الثروة بصفة عامة على منطقة معينة(مؤسسة، دولة، مجتمع...)

✓ **طريقة الرسم:** لرسم منحنى لورنز، نتبع الخطوات التالية:

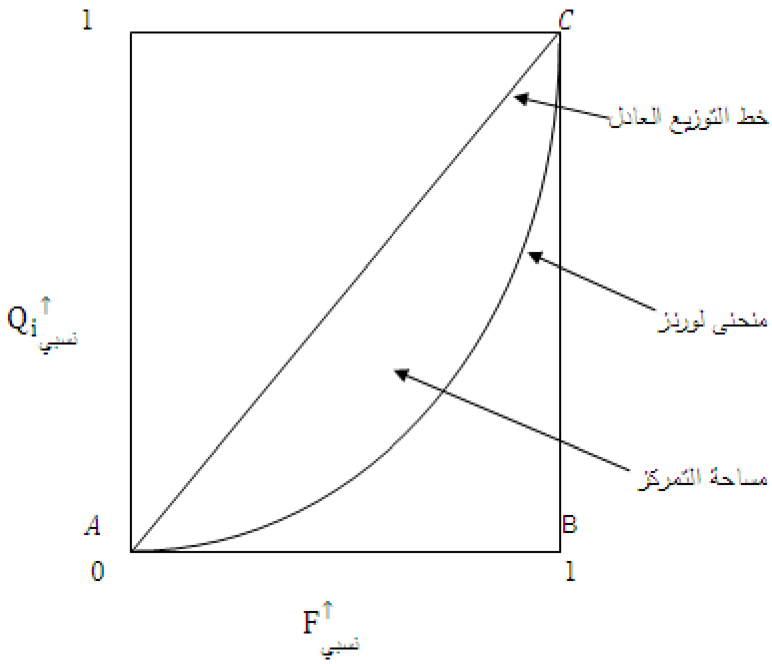
– تكوين جدولا إحصائيا به : مراكز الفئات ،التكرار النسبي، التكرار النسبي المتجمع الصاعد ، الكتلة(مركز الفئة في التكرار المطلق) أي $nici$، التكرار النسبي للكتلة السابقة أي $\frac{nici}{\sum_{i=1}^{n} nici}$ ، التكرار المتجمع الصاعد النسبي للكتلة السابقة.

– نرسم معلم متعامد و متجانس نضع في المحور الأفقي(محور الفواصل) قيم التكرار المتجمع الصاعد النسبي($F^{\uparrow}_{\text{نسبي}}$) و في المحور العمودي(محور التراتيب) قيم التكرار المتجمع الصاعد النسبي للكتلة Q_i ($Q_i{}^{\uparrow}_{\text{نسبي}}$.)و كملاحظة : نضع على محور الفواصل المتغير المتعلق بالأفراد(اسر، ملاك أراضي، عمال،... أما على محور التراتيب فنضع كل ما له علاقة بالثروة: دخل أو أجر، ارض،مساحة...

– نصل بين النقاط ذات الإحداثيات ($F^{\uparrow}_{\text{نسبي}}$ ، $Q_i{}^{\uparrow}_{\text{نسبي}}$) لنحصل على منحنى لورنز ثم نضعه في مربع طول ضلعه 1 سم مع وضع المنصف الأول الذي يصل بين النقطتين ذات الإحداثيتين (1،1) و (0،0) و هو الذي يمثل خط التوزيع العادل أو خط المساواة.

– يكون منحنى لورنز محصور في المثلث ABC كما هو مبين في الشكل الموالي:

[21] Hocine Hamdeni, , opt cit,, p 148



التمثيل البياني للتمركز (منحنى لورنز)

المصدر: من إعداد الباحثة

✓ **خصائص منحنى لورنز:**

- يبدأ منحنى لورنز من النقطة ذات الإحداثيات (0،0) و ينتهي عند النقطة ذات الإحداثيات(1،1).
- لا يمكن لمنحنى لورنز أن يعلو(يرتفع) على خط التوزيع العادل .
- كلما اقترب منحنى لورنز عن خط المساواة التام كلما ضعف التمركز و العكس صحيح و بتعبير أخر كلما زادت المساحة الواقعة بين خط التوزيع العادل و منحنى لورنز(مساحة التمركز) كلما كان التمركز كبير و العكس صحيح.
- إذا انطبق منحنى لورنز مع خط التوزيع العادل ففي هذه الحالة تكون هناك عدالة و مساواة في التوزيع.

2.1- الطريقة الحسابية: هناك العديد من المقاييس التي تقيس لنا التمركز و لكن من أهمها و أكثرها استخداما : معامل جيني و مقياس التمركز :

1 **-معامل جيني:** يعد أهم مقاييس التمركز و الأكثرها شيوعا سمي كذلك نسبة لواضعه العالم الإحصائي الايطالي كورادو جيني، تعتمد فكرته على منحنى لورنز و هو امتدادا لفكرة المنحنى و يعرف على أنه ضعف المساحة المحصورة بين خط التوزيع العادل و منحنى لورنز [22]، يحسب وفق القانون الموالي:

$$C_J = \frac{\text{مساحة التمركز } A}{\text{مساحة المثلث } ABC}$$

[22]Alexis Gabadinho, **statistiques pour science sociale** : applications, université de Genève, 2011 متوفر على الموقع: http://mephisto.ch (22/03/2025)

[22] متوفر على الموقع: http://mephisto.ch (22/03/2025)

✓ **خطوات حسابه:**

1- نقوم أولا برسم منحنى لورنز ، فنحصل على المثلث ABC كما نعلم مساحته تساوي (القاعدة xالارتفاع)/2 ، و بالتالي تساوي 1x 1 /2 أي 0.5، أي معامل جيني = $\frac{A}{0.5} = \frac{A}{1/2} = A2$ (المعادلة1)

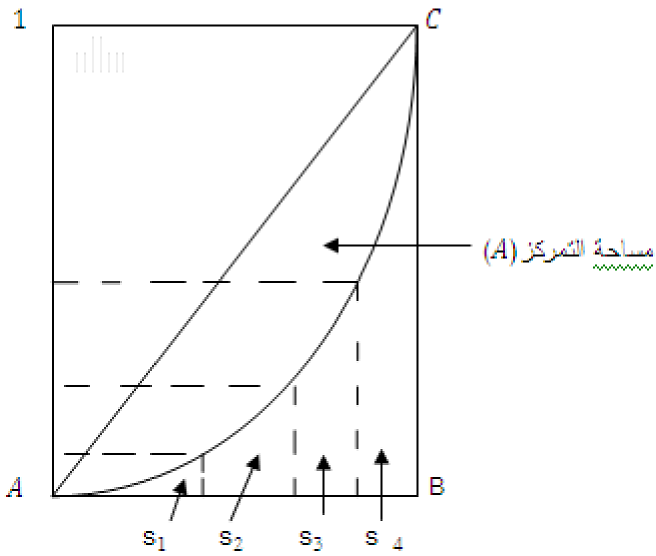
2 -بعدها نحسب مساحة التمركز A و التي تساوي مساحة المثلث مطروح منه مساحة أشكال شبه المنحرف و لتكن (B)

$A = 0.5 - B$ (المعادلة 2)

3- نحسب مساحة أشكال شبه المنحرف B علما أن مساحة شبه المنحرف تساوي: $B = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$

بحيث :

4 -و في الأخير و بعد إيجاد قيمة B نعوض في المعادلة 2 لنجد A ثم نعوض قيمة A في المعادلة 1 لنجد معامل جيني و الشكل الموالي يبين أشكال شبه المنحرف و مساحاتها:



المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظة:

- الطريقة السابقة لحساب معامل جيني تعتمد على منحنى لورنز أي تعتمد على الطريقة البيانية، و لكن هناك طريقة أخرى تمكننا من حساب هذا المعامل دون اللجوء للرسم و هي كالآتي:

$$C_J = 1 - \sum_{i=1}^{n} fi(Q_i^{\uparrow} + Q_{i-1}^{\uparrow})$$

fi يمثل التكرار النسبي، $Q_i^{\uparrow}$ التكرار المتجمع الصاعد النسبي للقيم $nici$ و $Q_{i-1}^{\uparrow}$ التكرار المتجمع الصاعد النسبي السابق للفئة ذات الرتبة i

✓ **خصائص معامل جيني:**

- تنحصر قيمة معامل جيني بين الصفر و الواحد.
- قيمة معامل جيني لها علاقة بتفسير منحنى لورنز : فإذا كان :

✓ معدوما ، يكون منحنى لورنز منطبقا على خط التوزيع العادل عندها يكون التوزيع متساويا بين أفراد المجتمع.

✓ يساوي 1 ، يكون منحنى لورنز منطبقا على الخط الأفقي و الخط الراسي العمودي عليه.

✓ أكبر من أو يساوي 0.2 فان منحنى لورنز يبتعد عن خط التوزيع العادل أي التوزيع محل الدراسة اقل عدالة

✓ اصغر من 0.2 فان منحنى لورنز يقترب من خط التوزيع العادل أي التوزيع محل الدراسة أكثر عدالة

✓ كلما كانت قيمة معامل جيني صغيرة كانت عدالة التوزيع أفضل

2- **مقياس التمركز:** يعد ثاني مقياس تمركز من حيث الأهمية بعد مقياس جيني و يعطى بالصيغة التالية: $\frac{\mathrm{LM} - \mathrm{M_e}}{\text{المدى}}$ و تكون قيمته دائما محصورة بين 0 و 1 فكلما اقتربت من 1 دل ذلك على ارتفاع التمركز و كلما اقتربت الى 0 دل ذلك على ضعف التمركز و يحسب بإتباع الخطوات التالية[23]:

- نحسب الوسيط $\mathrm{M_e}$.
- نحسب وسيط الكتلة $nici$ $(M\mathrm{L})$: بحيث نحسب هذا المؤشر بنفس طريقة حساب الوسيط فقط نعوض المتغير بالقيمة V بحيث Vهي $nici$.
- ندرس الفرق بين $\mathrm{M_e}$ و LM ثم نقسمه على المدى الذي يمثل الفرق بين أكبر و اصغر قيمة من بين القيم الإحصائية.

[23] Abdelali Zbakh, **cours des statistiques descriptives**, ecole nationale de commerce et de gestion, université Abdelmalek Essadi, Tanger, http://share-knowledge.ma متوفر على الموقع: (2025/03/10)

(2025/03/10)

السلسلة السادسة: مقاييس التمركز

التمرين الأول: أجب بصح أو خطأ على العبارات التالية مع تصحيح الخاطئة منها:

1 -يقيس معامل جيني مستوى عدم العدالة في توزيع ظاهرة اقتصادية ما.

2 -قيمة معامل جيني هي نفسها المساحة المحصورة بين خط التوزيع العادل و منحنى لورنز.

3 -كلما ابتعد منحنى لورنز عن الخط الأمثل أو خط التوزيع العادل يكون توزيع الظاهرة المدروسة اقل عدلا.

4 -مساحة التمركز هي المساحة الواقعة فوق خط التوزيع العادل.

5 -تكون قيمة معامل جيني محصورة بين -1 و +1.

6 -كلما كبرت مساحة التمركز ارتفعت نسبة التفاوت في التوزيع و العكس صحيح

7 -مقياس التمركز يكون محصور بين 0 و 1 ،فكلما كان قريب من 1 يعني أن التمركز مرتفع و كلما كان قريب من 0 يعنى أن التمركز ضعيف.

8 -يمكن أن يقع منحنى لورنز تحت خط التوزيع العادل كما يمكنه أن يقع فوق هذا الخط .

9 -مقياس جيني للتمركز هو امتداد لمنحنى لورنز أي يمكننا حسابه انطلاقا من المنحنى.

10 - دراسة تمركز بيانات ظاهرة اقتصادية ما عادة الثروة يعني دراسة مدى العدالة في توزيع هذه الثروة (دخل، مساحة أرض، ...) على فئات بشرية متفاوتة (عمال، أسر...) و مقارنتها بتوزيع نظري عادل.

التمرين الثاني: يتقاضى عمال مؤسسة ما الأجور الشهرية المبينة في الجدول الموالي بآلاف الدنانير:

الأجور الشهرية	] 30،20]	]40،30]	] 50،40]	] 60،50]	] 70،60]	] 80،70]	] 90،80]	] 100،90]	] 110،100]
عدد العمال	60	80	100	210	230	160	80	60	20

المطلوب:

1 -أنجز جدولا إحصائيا توضح فيه جميع الحسابات اللازمة لدراسة مدى تمركز أجور العمال ؟

2 -أدرس تمركز الأجور بطريقتين مختلفتين و علق على النتيجة المتوصل إليها؟

3 -انطلاقا من نتيجة السؤال الثاني، وضح كيف سيكون منحنى لورنز بدون رسمه وكذا مساحة التمركز ؟

التمرين الثالث:يمثل الجدول الموالي احتياطات البترول ل 25 دولة بالمليار برميل:

احتياطات البترول	] 10،0]	] 50،10]	] 100،50]	]200،100]
عدد الدول	10	8	3	4

المطلوب:

1- أرسم منحنى لورنز؟

4 -أحسب مؤشر جيني بطريقتين مختلفتين و علق على النتيجة ؟

التمرين الرابع: البيانات التالية تمثل توزيع مساحات أراضي صالحة للزراعة على 10 فلاحين:

المساحة	[5،10 [	[10،15 [	[15،20 [	[20،25 [	[25،30 [
عدد الفلاحين	20	25	15	30	10

المطلوب:

1 - أرسم منحنى لورنز و ماذا تستنتج؟

2 - فسر قيم الجدول الإحصائي المعتمد لرسم المنحنى؟

3 - قس تمركز البيانات السابقة حسابيا؟ و فسر النتيجة؟

حلول السلسلة السادسة

حل التمرين الأول:الإجابة بصح أو خطأ على العبارات التالية مع تصحيح الخاطئة منها:

1 -يقيس معامل جيني مستوى عدم العدالة في توزيع ظاهرة اقتصادية ما. **صحيح**

2 -قيمة معامل جيني هي نفسها المساحة المحصورة بين خط التوزيع العادل و منحنى لورنز. **خطأ**

- ✓ **قيمة معامل جيني هي ضعف المساحة المحصورة بين خط التوزيع العادل و منحنى لورنز.**

3 -كلما ابتعد منحنى لورنز عن الخط الأمثل أو خط التوزيع العادل يكون توزيع الظاهرة المدروسة اقل عدلا.**صحيح**

4 -مساحة التمركز هي المساحة الواقعة فوق خط التوزيع العادل. **خطأ**

- ✓ **مساحة التمركز هي المساحة الواقعة بين خط التوزيع العادل و منحنى لورنز.**

5 -تكون قيمة معامل جيني محصورة بين −1 و +1.**خطأ**

- ✓ **تكون قيمة معامل جيني محصورة بين 0 و 1.**

6 -كلما كبرت مساحة التمركز ارتفعت نسبة التفاوت في التوزيع و العكس صحيح. **صحيح**

7 -مقياس التمركز يكون محصور بين 0 و 1، فكلما كان قريب من 1 يعني أن التمركز مرتفع و كلما كان قريب من 0 يعنى أن التمركز ضعيف. **صحيح**

8 -يمكن أن يقع منحنى لورنز تحت خط التوزيع العادل كما يمكنه أن يقع فوق هذا الخط. **خطأ**

- ✓ **يقع منحنى لورنز دائما تحت خط التوزيع العادل** .

9 -مقياس جيني للتمركز هو امتداد لمنحنى لورنز أي يمكننا حسابه انطلاقا من المنحنى.**صحيح.**

10 - دراسة تمركز بيانات ظاهرة اقتصادية ما عادة الثروة يعني دراسة مدى العدالة في توزيع هذه الثروة (دخل، مساحة أرض، ...) على فئات بشرية متفاوتة (عمال، أسر...) و مقارنتها بتوزيع نظري عادل. **صحيح.**

حل التمرين الثاني:

1 -جدول إحصائي لأهم الحسابات: نذكر أن $C_i n_i$ هي نفسها Q_i

x_i	n_i	C_i	f_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\uparrow}$ نسبي	$n_i\, C_i$	$n_i\, C_i{\uparrow}$	$\frac{nici}{\sum_{i=1}^{n} nici}$	$Q_i^{\uparrow}$ نسبي	$Q_{i-1}^{\uparrow}$ نسبي	$Q_i^{\uparrow}$ نسبي + $Q_{i-1}^{\uparrow}$ نسبي	f_i ($Q_i^{\uparrow}$ نسبي + $Q_{i-1}^{\uparrow}$ نسبي)
[20.30 [	60	25	0.06	60	0.06	1500	1500	0.024	0.024	0	0.024	0.00144
[30.40 [	80	35	0.08	140	0.14	2800	4300	0.045	0.069	0.024	0.093	0.00744
[40.50 [	100	45	0.1	240	0.24	4500	8800	0.073	0.142	0.069	0.211	0.0211
[50.60 [	210	55	0.21	450	0.45	11550	20350	0.186	0.328	0.142	0.47	0.0987
[60.70 [	230	65	0.23	680	0.68	14950	35300	0.242	0.57	0.328	0.898	0.20654
[70.80 [	160	75	0.16	840	0.84	12000	47300	0.194	0.764	0.57	1.334	0.21344
[80.90 [	80	85	0.08	920	0.92	6800	54100	0.11	0.874	0.764	1.638	0.13104
[90.100 [	60	95	0.06	980	0.98	5700	59800	0.092	0.966	0.874	1.84	0.1104
[[100.110	20	105	0.02	1000	1	2100	61900	0.034	1	0.966	1.966	0.03932
المجموع	1000	/	1	/	/	61900	/	1	/	/	/	0.82942

1 -دراسة مدى تمركز الأجور باستخدام معامل التمركز:

- ✓ نحسب أولا: الوسيط M_e ، ثم نحسب وسيط الكتلة $nici$ (ML): بحيث نحسب هذا المؤشر بنفس طريقة حساب الوسيط فقط نعوض المتغير بالقيمة V بحيث Vهي$nici$.
- ✓ ندرس الفرق بين M_e و LM ثم نقسمه على المدى الذي يمثل الفرق بين أكبر و اصغر قيمة من بين القيم الإحصائية.

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F{\uparrow}_{M_e-1}}{n_{M_e}}\, k = 60 + \frac{500-450}{230}\, 10 = 62.17$$

$$ML = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} nici}{2} - F{\uparrow}\, nici_{-1}}{n_{ML}}\, k = 60 + \frac{30950-20350}{14950}\, 10 = 67.09$$

$$\Delta M = ML - M_e = 67.09-62.17 = 4.92$$

$$\frac{\Delta M}{E} = \frac{4.92}{110-20} = 0.054$$

من خلال النتيجة السابقة و بماأن قيمة مؤشر أو معامل التمركز قريبة من 0، نستنتج أن توزيع الأجور ضعيف التمركز.

2 -**دراسة مدى تمركز الأجور باستخدام معامل جيني:** الحسابات موضحة في الجدول أعلاه:

$$C_J = 1 - \sum_{i=1}^{n} fi(Q_i{}^{\uparrow} + Q_{i-1}{}^{\uparrow}) = 1 - 0.82942 = 0.17$$

بماأن C_J >0.2 فان توزيع الأجور ضعيف التمركز و أكثر عدالة .

3 –**منحنى لورنز و مسا حة التمركز:** بماأن معامل جيني قريب من 0 فإن منحنى لورنز سيكون قريب من خط التوزيع العادل و مساحة التمركز ستكون صغيرة كذلك لأن معامل جيني يمثل ضعف مساحة التمركز و نحن نعلم أنه كلما قلت مساحة التمركز كلما ضعف التمركز و بالتالي هناك تمركز ضعيف لتوزيع الأجور على العمال و هو ما توصلنا إليه أعلاه.

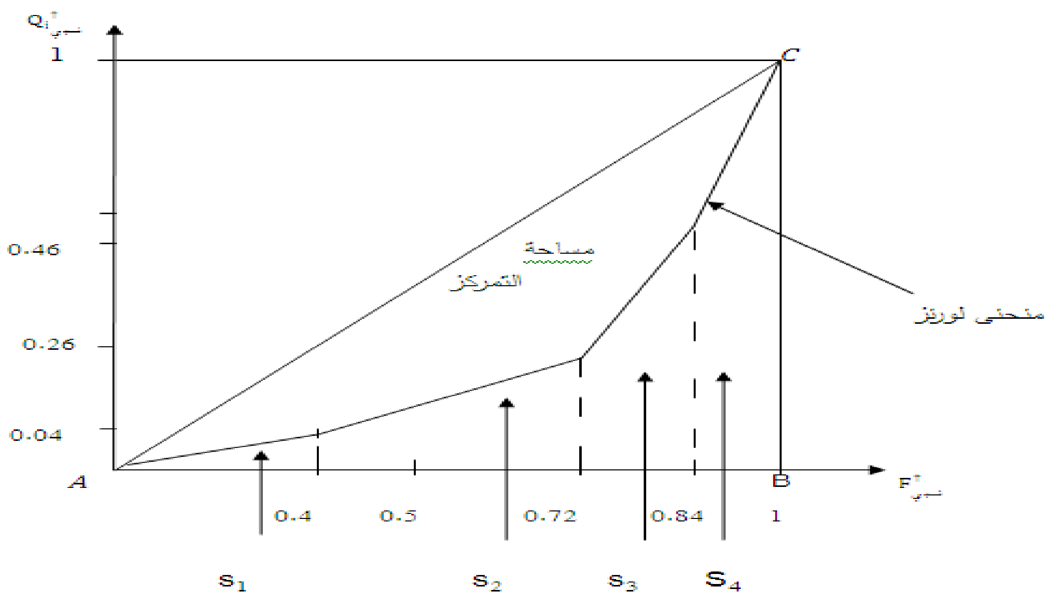
حل التمرين الثالث:

1 –**رسم منحنى لورنز:** قبل الرسم ينبغي إجراء بعض الحسابات و هي موضحة في الجدول الموالي:

ملاحظة: $n_i C_i$ هي نفسها Q_i

x_i	n_i	C_i	f_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\uparrow}_{نسبي}$	$n_i C_i$	$n_i C_i{\uparrow}$	$\frac{nici}{\sum_{i=1}^{n} nic}$	$Q^{\uparrow}_{i\,نسبي}$	$Q^{\uparrow}_{i-1\,نسبي}$	$Q^{\uparrow}_{i\,نسبي} + Q^{\uparrow}_{i-1\,نسبي}$	$f_i(Q^{\uparrow}_{i\,نسبي} + Q^{\uparrow}_{i-1\,نسبي})$
[0.10 [	10	5	0.4	10	0.4	50	50	0.04	0.04	0	0.04	0.016
[10.50 [	8	30	0.32	18	0.72	240	290	0.22	0.26	0.04	0.3	0.096
[50.100 [	3	75	0.12	21	0.84	225	515	0.20	0.46	0.26	0.72	0.0864
[100.200 [	4	150	0.16	25	1	600	1115	0.54	1	0.46	1.46	0.2336
المجموع	25	/	1	/		1115	/	/	/	/		0.432

✓ **الرسم:**



منحنى لورنز

2 –حساب معامل جيني بطريقتين مختلفتين:

✓ **الطريقة الأولى:**

$$C_J = 1 - \sum_{i=1}^{n} fi(Q_i^{\uparrow} + Q_{i-1}^{\uparrow}) = 1 - 0.432 = 0.568$$

✓ **الطريقة الثانية:** طريقة أشكال شبه المنحرف: نعلم أن معامل جيني يساوي $A2$ بحيث A تمثل مساحة التمركز .

– **حساب مساحة التمركز A:**

مساحة التمركز A = مساحة المثلث ABC – مساحة أشكال شبه المنحرف و لتكن (B)

$A = 0.5 - B$ (المعادلة 1)

علما أن مساحة شبه المنحرف تساوي:

– **حساب مساحة أشكال شبه المنحرف B** بحيث: $B = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$

$$s_1 = \frac{\text{الارتفاع x القاعدة}}{2} = \frac{0.4 \times 0.04}{2} = 0.008$$

$$S_2 = \frac{(0.26+0.04)\ (0.72-0.4)}{2} = 0.048$$

$$S_3 = \frac{(0.46+0.26)\ (0.48-0.72)}{2} = 0.0432$$

$$S_4 = \frac{(1+0.46)\ (1-0.84)}{2} = 0.1168$$

$$B = s_1 + s_2 + s_3 + S_4 = 0.008 + 0.048 + 0.0432 + 0.1168 = 0.216$$

منه:و بالتعويض في المعادلة الثانية نجد: $A = 0.5 - 0.216 = 0.284$

و بالتالي: معامل جيني (C_J) يمثل ضعف مساحة التمركز A أي:

$$C_J = 2 \times 0.284 = 0.568$$

حل التمرين الرابع:

1 - نقوم أولا بانجاز الحسابات اللازمة لرسم المنحنى في الجدول الموالي:

x_i	n_i	C_i	f_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\uparrow}_{نسبي}$	$n_iC_i = Q_i$	$Q_i^{\uparrow}$	$Q_{i_{نسبي}}$	$Q_{i_{نسبي}}^{\uparrow}$	$Q_{i-1_{نسبي}}^{\uparrow}$	$Q_{i_{نسبي}}^{\uparrow} + Q_{i-1_{نسبي}}^{\uparrow}$	$f_i(Q_{i_{نسبي}}^{\uparrow} + Q_{i-1_{نسبي}}^{\uparrow})$
[5،10[	20	7.5	0.2	20	0.2	150	150	0.0896	0.0896	0	0.0896	0.0179
[10،15[	25	12.5	0.25	45	0.45	312.5	462.5	0.1866	0.2762	0.0896	0.3658	0.0914
[15،20[	15	17.5	0.15	60	0.6	262.5	725	0.1567	0.4329	0.2762	0.7091	0.1063
[20،25[	30	22.5	0.3	90	0.9	675	1400	0.4030	0.8359	0.4329	1.2688	0.3806
[25،30[	10	27.5	0.1	100	1	275	1675	0.1642	1	0.8359	1.8359	0.1836
المجموع	100	/	1	/	/	1675	/	1	/	/	/	0.7798

2 -رسم منحنى لورنز:

منحنى لورنز

3 -تفسير قيم الجدول: نقوم بتفسير قيم العمود الخاص بالتكرار النسبي و العمود الخاص ب $Q_{i_{نسبي}}$ فنقول:

1 - 20% من الفلاحين بحصلون على 8.96% من إجمالي الأراضي الصالحة للزراعة.

2 - 25% من الفلاحين بحصلون على 18.66% من إجمالي الأراضي الصالحة للزراعة.

3 - 15% من الفلاحين بحصلون على 15.67% من إجمالي الأراضي الصالحة للزراعة.

4 - 30% من الفلاحين بحصلون على 40.30% من إجمالي الأراضي الصالحة للزراعة.

5 - 10% من الفلاحين بحصلون على 16.42% من إجمالي الأراضي الصالحة للزراعة.

4 -قياس مدى تمركز البيانات حسابيا:

✓ بانستخدم معامل التمركز:

- نحسب أولا: الوسيط M_e ، ثم نحسب وسيط الكتلة $nici$ $(M\text{L})$: بحيث نحسب هذا المؤشر بنفس طريقة حساب الوسيط فقط نعوض المتغير بالقيمة V بحيث Vهي$nici$.

- ندرس الفرق بين M_e و LM ثم نقسمه على المدى الذي يمثل الفرق بين أكبر و اصغر قيمة من بين القيم الإحصائية.

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F\uparrow_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = 15 + \frac{50-45}{15} 5 = 16.66$$

$$M\text{L} = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} nici}{2} - F_{\uparrow nici -1}}{n_{\text{ML}}} k = 20 + \frac{837.5-725}{30} 5 = 38.75$$

$$\Delta M = M\text{L} - M_e = 38.75-16.66=22.09$$

$$\frac{\Delta \text{M}}{E} = \frac{22.09}{30-5} = 0.8836$$

بمان قيمة معامل التمركز تقترب من الواحد أذن نقول أن التوزيع ذو تمركز قوي

✓ **باستخدام معامل جيني:** (الحسابات موضحة في الجدول أعلاه)

$$C_J = 1 - \sum_{i=1}^{n} fi(\text{Q}_i{}^{\uparrow} + \text{Q}_{i-1}{}^{\uparrow}) = 1 - 0.7798 = 0.22$$

بمأن معامل جيني أكبر بقليل من 0.2، إذن نقول أن توزيع الأراضي على الفلاحين يقترب من العدالة أي عادل تقريبا.

الفصل الثامن:

الأرقام القياسية

تتغير العديد من الظواهر في حياتنا اليومية و خاصة الاقتصادية منها من فترة زمنية إلى أخرى أو من مكان معين إلى آخر مثل التغيرات التي تطرأ على أسعار السلع المختلفة من فترة إلى أخرى أو من منطقة إلى أخرى.

إن التحليل النسبي للظواهر الكمية و دراسة مقدار التغير الذي يطرأ على ظاهرة ما من فترة إلى أخرى أو من مكان إلى آخر يسمى في الإحصاء ب الأرقام القياسية .

1 - **تعريف الأرقام القياسية :** هو عبارة عن مؤشر إحصائي يقيس التغير النسبي الذي يطرأ على ظاهرة معينة أو مجموعة من الظواهر من فترة أو مكان محدد يسمى فترة أو مكان الأساس إلى فترة أو مكان آخر يسمى فترة أو مكان المقارنة.

2 - **أنواع الأرقام القياسية:** هناك 3 أنواع للأرقام القياسية:

2 - 1 **الأرقام القياسية البسيطة :** يقيس الرقم القياسي البسيط تطور سعر أو كمية سلعة واحدة فقط بين فترتين أو مكانين مختلفين و هو عبارة عن النسبة بين سعر أو كمية السلعة في سنة الأساس على سعر أو كمية نفس السلعة في سنة المقارنة و يعطى بالصيغة التالية:

- الرقم القياسي البسيط للسعر: $I_P = \frac{P_1}{P_0} 100\%$

- الرقم القياسي البسيط للكمية: $I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} 100\%$

حيث يشير 0 في P_0 و Q_0 إلى سنة أو مكان الأساس و 1 في P_1 و Q_1 الى سنة أو مكان المقارنة.

2 - 2 **الأرقام القياسية التجميعية :** سميت تجميعية لأنها تعالج أكثر من سلعة واحدة في نفس الوقت و بالتالي فالرقم القياسي التجميعي يقيس تطور أسعار أو كميات مجموعة من السلع بين فترتين أو مكانين مختلفين و هو عبارة عن النسبة بين مجموع أسعار أو كميات السلع في سنة الأساس على مجموع أسعار أو كميا هذه السلع في سنة المقارنة و يعطى بالصيغة التالية:

- الرقم القياسي التجميعي للأسعار: $I_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} P_{i0}} 100\%$

- الرقم القياسي التجميعي للكميات: $I_Q = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} Q_{i0}} 100\%$

بحيث i يشير إلى عدد السلع المدروسة، i = 1، 2، 3.......

2 - 3 **الأرقام القياسية المرجحة:** و هناك من يسميها الأرقام القياسية التجميعية المرجحة لأنها تعتمد مبدئيا على الأرقام التجميعية فقط نرجح بأسعار أو كميات سنة أو مكان الأساس أو سنة أو مكان المقارنة أو معا، و عموما وجدت هذه الأرقام القياسية نظرا لبعض القصور في الأرقام القياسية التجميعية أهمها :إهمال الأهمية النسبية لبعض السلع مقارنة بأخرى أي إعطاء نفس الوزن لجميع السلع ، من هنا اجتهد بعض المفكرين ذوي النظرة الإحصائية الاقتصادية لمعالجة مثل هذه الأمر أمثال : لاسبير، باش، فيشر و مارشال ووجدوا صيغ(سميت بأسمائهم) تسمح بحساب التغير في أسعار و كميات مختلف السلع بحيث نتائجها لا تختلف كثيرا عن نتائج الأرقام القياسية التجميعية لكن تكون أكثر واقعية. و في الجدول الموالي مجمل الصيغ الرياضية لحساب الأرقام القياسية المرجحة:

الرقم القياسي المرجح		القانون
لاسبير: يعتمد في الترجيح على سنة الأساس	**للأسعار:** يرجح بكميات سنة الأساس	$I_{LP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_1 Q_0}{\sum_{i=1}^{n} P_0 Q_0}\ 100\%$
	للكميات: يرجح بأسعار سنة الأساس	$I_{LQ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_1 P_0}{\sum_{i=1}^{n} Q_0 P_0}\ 100\%$
باش: يعتمد في الترجيح على سنة المقارنة	**للأسعار:** يرجح بكميات سنة المقارنة	$I_{PP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_1 Q_1}{\sum_{i=1}^{n} P_0 Q_1}\ 100\%$
	للكميات: يرجح بأسعار سنة المقارنة	$I_{PQ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_1 P_1}{\sum_{i=1}^{n} Q_0 P_1}\ 100\%$
فيشر: هو الجذر التربيعي لجداء الرقم القياسي للاسبير و باش	**للأسعار:** هو الجذر التربيعي لجداء الرقم القياسي المرجح للأسعار للاسبير و باش	$I_{FP} = \sqrt{I_{LP} I_{PP}}$
	للكميات: هو الجذر التربيعي لجداء الرقم القياسي المرجح للكميات للاسبير و باش	$I_{FQ} = \sqrt{I_{LQ} I_{PQ}}$
مارشال: يعتمد على الأسعار أو الكميات لسنة الأساس و المقارنة معا	**للأسعار:** يرجح بمجموع كميات مختلف السلع في سنة الأساس و المقارنة معا	$I_{MP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_1 (Q_0+Q_1)}{\sum_{i=1}^{n} P_0 (Q_0+Q_1)}\ 100\%$
	للكميات: يرجح بمجموع أسعار مختلف السلع في سنة الأساس و المقارنة معا	$I_{MQ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_1 (P_0+P_1)}{\sum_{i=1}^{n} Q_0 (P_0+P_1)}\ 100\%$

المصدر: من إعداد الباحثة

ملاحظات:

1- كل الأرقام القياسية (بأنواعها الثلاثة) تعطى بالنسبة المئوية.

2- يمكننا التمييز بين ثلاث حالات ممكنة لقيمة الأرقام القياسية:

- ✓ إذا كانت قيمة الرقم القياسي تساوي 100% معنى هذا أنه هناك استقرار أو ثبات في سعر أو كمية السلعة (إذا كنا بصدد حساب الرقم القياسي البسيط) أو أسعار أو كميات السلع(إذا كنا بصدد حساب الرقم القياسي التجميعي أو المرجح) و هذا في سنة المقارنة مقارنة بسنة الأساس .
- ✓ إذا كانت قيمة الرقم القياسي أقل من 100% معنى هذا أنه هناك انخفاض في سعر أو كمية السلعة (إذا كنا بصدد حساب الرقم القياسي البسيط) أو أسعار أو كميات السلع(إذا كنا بصدد حساب الرقم القياسي التجميعي أو المرجح) و هذا في سنة المقارنة مقارنة بسنة الأساس .
- ✓ إذا كانت قيمة الرقم القياسي أكبر من 100% معنى هذا أنه هناك ارتفاع في سعر أو كمية السلعة (إذا كنا بصدد حساب الرقم القياسي البسيط) أو أسعار أو كميات السلع(إذا كنا بصدد حساب الرقم القياسي التجميعي أو المرجح) و هذا في سنة المقارنة مقارنة بسنة الأساس .

3 -مقدار الارتفاع أو الزيادة في سعر أو كمية السلعة أو السلع المدروسة يكون معبر عنه بالفرق بين قيمة الرقم القياسي المحصل عنها و 100%، أما مقدار الانخفاض أو النقصان فيعبر عنه بالفرق بين 100% و قيمة الرقم القياسي.

4 –**العناصر الضرورية لصياغة الرقم القياسي:** هناك اعتبارات عددية و عناصر مهمة ينبغي مراعاتها عند صياغة الرقم القياسي أهمها:[24]

– اختيار المعطيات التي يتكون منها الرقم القياسي و اختيار المواد أو السلع التي تدخل في تكوينه أو صياغته.

– اختيار سنة أساس مناسبة و من الأفضل أن تكون مستقرة خالية من الاضطرابات الاقتصادية أو السياسية أو غيرها و أن لا تكون بعيدة كثيرا عن سنة المقارنة.

– اختيار صيغة الرقم القياسي المناسبة للمعطيات المتوفرة و في نفس الوقت التركيز على الرقم القياسي الذي يحقق الخصائص التالية: خاصية الانعكاس، خاصية التحويل أو الدوران، خاصية تغيير وحدة القياس.

[24]لأكثر تفصيل أنظر: جيلالي جلاطو، مرجع سبق ذكره، ص ص 114،115.

السلسلة السابعة :الأرقام القياسية

التمرين الأول:_أجب بصح أو خطأ على العبارات التالية و صحح الخاطئة منها:

1 - نقول عن سعر سلعة معينة في فترتين مختلفتين انه مستقر إذا كانت قيمة الرقم القياسي تساوي 0.

2 - يحسب التغير في سعر سلعة واحدة من فترة زمنية إلى أخرى عن طريق الرقم القياسي التجميعي للأسعار.

3 - إذا سجل انخفاض في سعر سلعة ما بين فترتين مختلفتين، فان الرقم القياسي البسيط لسعر هذه السلعة يكون سالبا.

4 - يهتم لاسبير في الترجيح لحساب الرقم القياسي للأسعار لمجموعة من السلع على كميات هذه السلع في سنة المقارنة.

5 - يقيس لنا الرقم القياسي البسيط للأسعار تطور أسعار مجموعة من السلع بين فترتين مختلفتين.

6 - يهتم باش في الترجيح لحساب الرقم القياسي للكميات لمجموعة من السلع على كميات هذه السلع في سنة المقارنة.

7 - إذا أردنا معرفة نسبة التغير في كميات مختلف السلع في سنة واحدة مقارنة بسنة أخرى نقوم بحساب الرقم القياسي البسيط للكميات.

8 - يعتمد مارشال في الترجيح لحساب الرقم القياسي للأسعار لمجموعة من السلع على الفرق بين أسعار هذه الأخيرة في سنتي الأساس و المقارنة.

التمرين الثاني: يبين الجدول التالي تطور أسعار و كميات ثلاث مواد استهلاكية خلال سنتين مختلفتين:

المواد	السنة 1		السنة 2	
	P_1	q_1	P_2	q_2
A	9	30	15	25
B	11	36	19	40
C	14	45	23	50
المجموع	**34**	**111**	**57**	**115**

المطلوب: باعتبار السنة 1 هي سنة الأساس، أحسب:

1 -الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة A ؟

2 -الرقم القياسي التجميعي للكميات ؟

3 -رقم لاسبير للأسعار و الكميات و فسر النتيجتين ؟

التمرين الثالث: يمثل الجدول أدناه أسعار(دج) و كميات(وحدة) مجموعة من الأدوات التي يستخدمها الطلبة في الدراسة و هذا خلال سنتي 2019 و 2020 و **المطلوب هو:** باعتبار 2019 هي سنة الأساس:

1 -قارن بين التغير الذي طرأ على كل من كمية (عدد وحدات)الأقلام و كمية(عدد وحدات) حافظات الأوراق في سنة 2020 مقارنة بسنة2019؟

2 -كم تتوقع قيمة الرقم القياسي البسيط لكمية الكراريس(دون حسابه) و لماذا؟

3 – أحسب الرقم القياسي التجميعي للأسعار و الكميات؟ و علق على النتائج المحصل عليها؟

4 -أحسب كل الأرقام القياسية المرجحة للكميات؟ و قارنها مع قيمة الرقم القياسي التجميعي للكميات؟

5 -أحسب كل الأرقام القياسية المرجحة للأسعار؟ و قارنها مع قيمة الرقم القياسي التجميعي للأسعار؟

التمرين الرابع: يبين الجدول الموالي كميات و أسعار أربعة مواد استهلاكية في السنة I و التي نعتبرها سنة أساس:

المواد	A	B	C	D
السعر	95	130	148	210
الكمية	104	58	37	22

- فإذا تغيرت أسعار المواد السابقة خلال السنة II و التي نعتبرها سنة مقارنة كما يلي:

✓ ارتفاع في سعر المادة A ب 25 دج، ارتفاع في سعر المادة B ب 20%، ارتفاع في سعر المادة C ب 22.5 دج، بقاء سعر المادة D ثابتا.

- أما الكميات فقد تغيرت بالشكل الموالي:

✓ انخفاض في كمية المادة A ب 30%، ارتفاع في كمية المادة B ب 30%، ارتفاع في كمية المادة C ب 60%، زيادة المادة D ب 40 وحدة.(خذ تقريب القيم، أي أعداد طبيعية).

المطلوب:

1 -أوجد أسعار و كميات المواد الأربعة في سنة المقارنة؟

2 -أحسب الرقم القياسي البسيط لسعر للمادة A؟

3 -أحسب الرقم القياسي البسيط لكمية للمادة D؟

4 - أحسب الرقم التجميعي للأسعار و الكميات؟

حلول السلسلة السابعة

حل التمرين الأول: الإجابة ب صح أو خطأ على العبارات مع تصحيح الخاطئة منها:

1 –نقول عن سعر سلعة معينة في فترتين مختلفتين انه مستقر إذا كانت قيمة الرقم القياسي تساوي 0.**خطأ**

- ✓ **نقول عن سعر سلعة معينة في فترتين مختلفتين انه مستقر إذا كانت قيمة الرقم القياسي تساوي 100%.**

2 –يحسب التغير في سعر سلعة واحدة من فترة زمنية إلى أخرى عن طريق الرقم القياسي التجميعي للأسعار.**خطأ**

- ✓ **يحسب التغير في سعر سلعة واحدة من فترة زمنية إلى أخرى عن طريق الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة.**

3 –إذا سجل انخفاض في سعر سلعة ما بين فترتين مختلفتين، فان الرقم القياسي البسيط لسعر هذه السلعة يكون سالبا.**خطأ**

- ✓ **إذا سجل انخفاض في سعر سلعة ما بين فترتين مختلفتين، فان الرقم القياسي البسيط لسعر هذه السلعة يكون أصغر من 100%.**

4 –يهتم لاسبير في الترجيح لحساب الرقم القياسي للأسعار لمجموعة من السلع على كميات هذه السلع في سنة المقارنة.**خطأ**

- ✓ **يهتم لاسبير في الترجيح لحساب الرقم القياسي للأسعار لمجموعة من السلع على كميات هذه السلع في سنة الأساس.**

5 –يقيس لنا الرقم القياسي التجميعي للأسعار تطور أسعار مجموعة من السلع بين فترتين مختلفتين.**صحيح.**

6 –يهتم باش في الترجيح لحساب الرقم القياسي لكميات مجموعة من السلع على كميات هذه السلع في سنة المقارنة.**خطأ**

- ✓ **يهتم باش في الترجيح لحساب الرقم القياسي لكميات مجموعة من السلع على أسعار هذه السلع في سنة المقارنة.**

7 –إذا أردنا معرفة نسبة التغير في كميات مختلف السلع في سنة واحدة مقارنة بسنة أخرى نقوم بحساب الرقم القياسي البسيط للكميات. **خطأ**

- ✓ **إذا أردنا معرفة نسبة التغير في كميات مختلف السلع في سنة واحدة مقارنة بسنة أخرى نقوم بحساب الرقم القياسي االتجميعي للكميات.**

8 –يعتمد مارشال في الترجيح لحساب الرقم القياسي للأسعار لمجموعة من السلع على الفرق بين أسعار هذه الأخيرة في سنتي الأساس و المقارنة. **خطأ**

- ✓ **يعتمد مارشال في الترجيح لحساب الرقم القياسي للأسعار لمجموعة من السلع على مجموع أسعار هذه الأخيرة في سنتي الأساس و المقارنة.**

حل التمرين الثاني:

يبين الجدول التالي تطور أسعار و كميات ثلاث مواد استهلاكية خلال سنتين مختلفتين:

المواد	السنة 1		السنة 2		P_2Q_1	P_1Q_1	$Q_{2}P_{1}$
	P_1	q_1	P_2	q_2			
A	9	30	15	25	450	270	225
B	11	36	19	40	684	396	440
C	14	45	23	50	1035	630	700
المجموع	34	111	57	115	2169	1296	1325

1 - **حساب الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة A :**

$$I_P = \frac{P_2}{P_1}\ 100\% = \frac{15}{9}\ 100\% = 166.66\%$$

2 - **حساب الرقم القياسي التجميعي للكميات :**

$$I_Q = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_{i2}}{\sum_{i=1}^{n} Q_{i1}}\ 100\% \quad / \quad i \text{ تمثل المواد الاستهلاكية و بالتالي } i = 1،2،3$$

$$I_Q = \frac{115}{111}\ 100\ \% = 103.6\%$$

3 - **حساب رقم لاسبير للأسعار و تفسير النتيجة:**

$$I_{LP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_2 Q_1}{\sum_{i=1}^{n} P_1 Q_1}\ 100\% = \frac{2169}{1296} 100\% = 167.36\ \%$$

✓ **تفسير النتيجة:**

نقول أن الأسعار ارتفعت بنسبة 67.36 % (167.36% − 100 %) في السنة الثانية مقارنة بالسنة الأولى.

4 - **حساب رقم لاسبير للكميات و تفسير النتيجة:**

$$I_{LP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_2 P_1}{\sum_{i=1}^{n} Q_1 P_1}\ 100\% = \frac{1325}{1296} 100\% = 102.23\ \%$$

✓ **تفسير النتيجة:**

نقول أن كميات المواد الاستهلاكية إجمالا ارتفعت بنسبة ضئيلة(2.23%) في السنة الثانية مقارنة بالسنة الأولى.

حل التمرين الثالث:

1 – للمقارنة بين التغير الحاصل على كل من كمية (عدد وحدات)الأقلام و كمية(عدد وحدات) حافظات الأوراق في سنة 2020 مقارنة بسنة2019 نحسب الرقم القياسي البسيط لكمية الأقلام و الرقم القياسي البسيط لكمية الآلات الحاسبة ثم نقارن النتيجتين.

✓ **الرقم القياسي البسيط للكميات:**

باعتبار السنة 2019 سنة أساس (t_0) و السنة 2020 سنة مقارنة(t_1):

✓ $I_Q = \frac{Q_1}{Q_0}\ 100\% = \frac{33}{35}\ 100 = 94.28\%$ (الرقم القياسي البسيط لكمية الأقلام)

✓ $I_Q = \frac{Q_1}{Q_0}\ 100\% = \frac{4}{5}\ 100\ \% = \%\ 80$ (الرقم القياسي البسيط لكمية للآلات الحاسبة)

نلاحظ أن كمية (عدد الأقلام)المستخدمة من طرف الطلبة قد انخفضت في سنة 2020 بنسبة 6% مقارنة بسنة 2019، في حين عدد الآلات الحاسبة المستخدمة من طرف الطلبة قد انخفضت كذلك بنسبة 20%. و بالتالي فعدد الآلات الحاسبة أنخفض بنسبة اكبر مقارنة بعدد الأقلام المستخدمة من طرف الطلبة.

2 – بما ان كمية أو عدد الكراريس المستخدمة من طرف الطلبة في سنة 2019 هي نفسها في سنة 2020 (لم تتغير) ، إذن قيمة الرقم القياسي البسيط للكراريس ستكون مساوية ل 100% و نقول ا،ه هناك ثبات أو استقرار في الكمية.

3 –حساب الرقم التجميعي للأسعار و الكميات:

✓ **الرقم القياسي التجميعي للأسعار:**

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} P_{i0}} 100\%$$ / i تمثل عدد السلع المدروسة و بالتالي i = 1،2،3،4

$$I_p = \frac{1230}{1100} 100\% = 111.81\%$$

من خلال النتيجة المحصل عليها يمكننا القول أن أسعار الأدوات المستخدمة من طرف الطلبة قد ارتفعت أسعارها في سنة 2020 بنسبة 12% تقريبا مقارنة بأسعارها في سنة 2019.

✓ **الرقم القياسي التجميعي للكميات:**

$$I_Q = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} Q_{i0}} 100\%$$ / i تمثل عدد السلع المدروسة و بالتالي i = 1،2،3،4

$$I_Q = \frac{122}{120} 100\% = 101.66\%$$

من خلال النتيجة المحصل عليها يمكننا القول أن كميات الأدوات المستخدمة من طرف الطلبة قد ارتفعت في سنة 2020 بنسبة 2% فقط مقارنة بسنة 2019.

4 –**حساب الأرقام القياسية الترجيحية أو المرجحة للكميات و الأسعار:** الحسابات موضحة في الجدولين الموالين:

السلعة	السنة 2019 (t_0)		السنة 2020 (t_1)		P_1Q_0	Q_0P_0	Q_1P_0	P_1Q_1	$P_1(Q_0+Q_1)$	$P_0(Q_0+Q_1)$	$Q_1(P_0+P_1)$	$Q_0(P_0+P_1)$
	السعر	الكمية	السعر	الكمية								
أقلام	150	35	250	33	8750	5250	4950	8250	17000	10200	13200	14000
كراريس	400	10	420	10	4200	4000	4000	4200	8400	8000	8200	8200
حافظات أوراق	200	70	180	75	12600	14000	15000	13500	26100	29000	28500	26600
آلات حاسبة	350	5	380	4	1900	1750	1400	1520	3420	3150	2920	3650
المجموع	1100	120	1230	122	27450	25000	25350	27470	54920	50350	52820	52450

الرقم القياسي المرجح		القانون	التطبيق العددي
لاسبير	للأسعار	$I_{LP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_1 Q_0}{\sum_{i=1}^{n} P_0 Q_0}\ 100\%$	$I_{LP} = \frac{27450}{25000} 100\% = 109.8\%$
	للكميات	$I_{LQ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_1 P_0}{\sum_{i=1}^{n} Q_0 P_0}\ 100\%$	$I_{LQ} = \frac{25350}{25000} 100\% = 101.4\%$
باش	للأسعار	$I_{PP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_1 Q_1}{\sum_{i=1}^{n} P_0 Q_1}\ 100\%$	$I_{PP} = \frac{27470}{25350}\ 100\% = 108.36$
	للكميات	$I_{PQ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_1 P_1}{\sum_{i=1}^{n} Q_0 P_1}\ 100\%$	$I_{PQ} = \frac{27470}{27450}\ 100\% = 100\%$
فيشر	للأسعار	$I_{FP} = \sqrt{I_{LP} I_{PP}}$	$I_{FP} = \sqrt{(109.8)(108.36)}$ $I_{FP} = 109.07\ \%$
	للكميات	$I_{FQ} = \sqrt{I_{LQ} I_{PQ}}$	$I_{FP} = \sqrt{101.4(100)}$ $I_{FP} = 100.69\%$
مارشال	للأسعار	$I_{MP} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_1 (Q_0 + Q_1)}{\sum_{i=1}^{n} P_0 (Q_0 + Q_1)}\ 100\%$	$I_{MP} = \frac{54920}{50350}\ 100\%$ $I_{MP} = 109.07\%$
	للكميات	$I_{MQ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_1 (P_0 + P_1)}{\sum_{i=1}^{n} Q_0 (P_0 + P_1)}\ 100\%$	$I_{MQ} = \frac{52820}{52450}\ 100\%$ $I_{MQ} = 100.7\ \%$

من خلال النتائج الموضحة في الجدول أعلاه نلاحظ أن كل الأرقام القياسية المرجحة للأسعار متقاربة في القيمة فيما بينها و متقاربة أيضا بالنسبة للرقم القياسي التجميعي للأسعار و نفس الملاحظة تنطبق على الأرقام القياسية المرجة للكميات و الرقم القياسي التجميعي للكميات.

حل التمرين الرابع:

1 **إيجاد أسعار و كميات المواد الأربعة في سنة المقارنة:** موضحة في الجدول الموالي:

المواد الاستهلاكية	السعر في سنة الأساس	التغير	مقدار التغير	السعر في سنة المقارنة
A	95	ارتفاع ب 25 دج	25دج	120= 25 + 95
B	130	ارتفاع ب 20%	26 =100/(20) (130)	156 =26+130
C	148	ارتفاع ب 22.5 دج	23دج ≈22.5	171= 22.5+ 148
D	210	ثبات السعر	00	210

المواد الاستهلاكية	الكمية في سنة الأساس	التغير	مقدار التغير	الكمية في سنة المقارنة
A	104	انخفاض ب 30%	31≈31.2 =100/(30) (104)	73= 31 − 104
B	58	ارتفاع ب 30%	17≈17.4 =100/(30) (58)	75 =17+58
C	37	ارتفاع ب 60%	22≈22.2 =100/(60) (37)	59= 22+ 37
D	22	زيادة ب 40 وحدة	40 وحدة	62

2 −حساب الرقم القياسي البسيط لسعر للمادة A:

$$I_P = \frac{P_{II}}{P_I}\ 100\% = \frac{120}{95}\ 100\% = 126.31\%$$

3 − حساب الرقم القياسي البسيط لكمية للمادة D:

$$I_Q = \frac{Q_{II}}{Q_I}\ 100\% = \frac{62}{22}\ 100\% = 281.81\%$$

4 − حساب الرقم التجميعي للأسعار:

$$I_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} P_{i0}}\ 100\% = \frac{120+156+171+210}{95+130+148+210}\ 100\% = 112.69\%$$

5 − حساب الرقم التجميعي للكميات:

$$I_Q = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} Q_{i0}}\ 100\% = \frac{73+75+59+62}{104+58+37+22}\ 100\% = \%121.71$$

الفصل التاسع:

الارتباط والانحدار

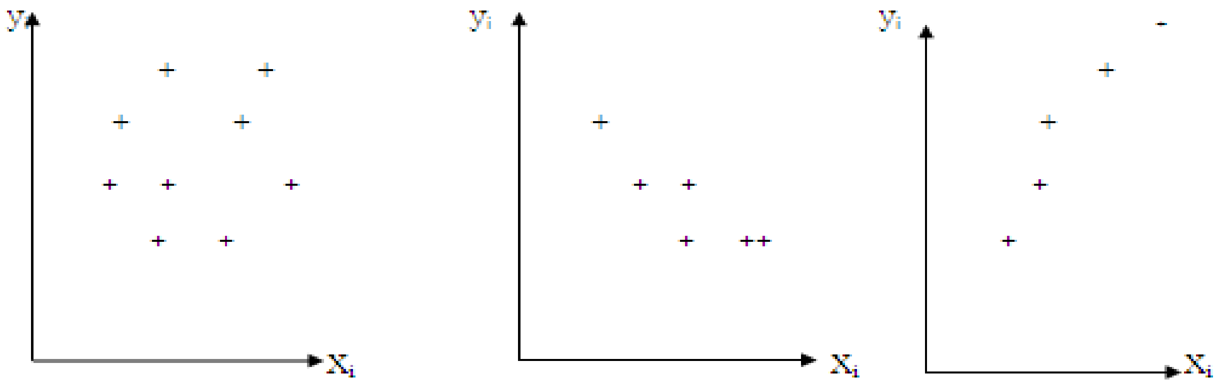
لدراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر نستعمل عدة طرق إحصائية لعل أهمها تحليل الارتباط و الانحدار سواء الخطي البسيط أو المتعدد، سنكتفي نحن بدراسة الارتباط و الانحدار الخطي البسيط.

فإذا كان اهتمام الباحث هو إيجاد قوة و طبيعة العلاقة بين متغيرين فانه يستخدم تحليل الارتباط، أما إذا كان اهتمامه هو دراسة مدى تأثير متغير معين على متغير أخر تجمعهما علاقة تأثير و تأثر فيستخدم تحليل الانحدار و بالضبط الانحدار الخطي البسيط.

1 - **مفهوم الارتباط:** يمكن دراسة الارتباط بين متغيرين من خلال الكشف عن طبيعة أو اتجاه العلاقة و الذي قد يكون طردي أو عكسي من جهة و من خلال قياس قوة هذه العلاقة عن طريق مؤشر إحصائي يدعى معامل الارتباط من جهة أخرى، فطبيعة العلاقة يمكن تحديدها إما بطريقة بيانية أو من خلال إشارة معامل الارتباط.

2 - **الطريقة البيانية لدراسة الارتباط :** هي عبارة عن شكل بياني يدعى لوحة الانتشار أو سحابة النقاط أو كوكبة النقاط يتم الحصول عليها انطلاقا من تحديد مجموعة من الثنائيات النقطية أو أزواج نقطية على شكل(X_i, y_i) تتحدد بأخذ قيمة من المتغير الأول نرمز له ب X_i والذي يمثل بالقيم(X_1 ، X_2، X_3 ، ... X_n) ونمثلها على محور أفقي والقيمة المقابلة لها من المتغير الثاني و الذي نرمز له ب y_i و يأخذ القيم (y_1 ، y_2، y_3 ، ... y_n) و نمثله على محور عمودي على المحور الأول (معلم متعامد و متجانس) ، فهذه الكوكبة هي التي تمكننا من تقريب شكل العلاقة بين المتغيرين المدروسين إلى أحد الأشكال الرياضية ، و نحصل في غالب الأحيان على كوكبة مستطيلة من النقاط و التي تعني وجود علاقة خطية و يمكن توضيح شكل الانتشار في الرسومات التالية:

.



علاقة خطية طردية — علاقة خطية عكسية — لا توجد علاقة بين المتغيرين

المصدر: من إعداد الباحثة.

- **فالشكل الأول يظهر علاقة طردية بين متغيرين و هي تعني أن:** زيادة قيمة أحد المتغيرين تؤدي إلى زيادة قيمة المتغير الآخر و نقصان قيمة أحد المتغيرين تؤدي إلى نقصان قيمة المتغير الآخر.
- **أما الشكل الثاني فيظهر علاقة عكسية بين المتغيرين:** أي زيادة قيمة أحد المتغيرين تؤدي إلى نقصان قيمة المتغير الآخر، و العكس صحيح.

- **في حين الشكل الثالث لا يظهر اي علاقة بين المتغيرين** و ذلك من خلال التبعثر الكبير لنقاط الكوكبة الذي ليس له اتجاه واضح.

3 - **الطريقة الحسابية لدراسة الارتباط :** تتم وفق حساب معامل الارتباط و هو مقياس أو مؤشر عددي يقيس طبيعة و قوة الارتباط بين متغيرين إحصائيين يرمز له عادة R.

✓ **طبيعة العلاقة :** تحدد انطلاقا من إشارته، فإذا كانت موجبة فالعلاقة بين المتغيرين طردية و إذا كانت سالبة تكون عكسية، أما إذا كانت قيمة المعامل معدومة فهذا يعني انه لا توجد علاقة بين المتغيرين المدروسين.

✓ **قوة العلاقة :** تحدد انطلاقا من قيمته المطلقة و بالتحديد من مدى قربها أو بعدها عن 1 ، فقيمة معامل الارتباط تكون دائما محصورة بين -1 و $+1$ و بالتالي فكلما قربت قيمته المطلقة من 1 (قربت قيمته إلى $+1$ أو -1) تكون العلاقة قوية و كلما ابتعدت عن 1 (قربت قيمته إلى 0) تكون العلاقة ضعيفة ،و عموما صنف بعض الاحصايين درجات قوة العلاقة بين متغيرين في الشكل الموالي[25]:

ارتباط طردي					ارتباط عكسي				
قوي جدا	قوي	متوسط	ضعيف	ضعيف جدا	ضعيف جدا	ضعيف	متوسط	قوي	قوي جدا

$+1$ 0.9   0.7   0.5   0.3   0 -0.3 -0.5 -0.7 -0.9 -1

علاقة تامة   علاقة منعدمة   علاقة تامة

4 - **أنواع معامل الارتباط:**

تختلف أنواع معامل الارتباط باختلاف طبيعة أو نوع المتغيرات الإحصائية المدروسة و بالتالي تختلف طرق الحساب المعتمدة لذلك و لكن قبل التطرق لهذه الأنواع يمكننا التذكير ببعض أنواع الجداول الإحصائية التي نحتاجه لحساب بعض أنواع هذه المعاملات:

✓ **الجداول المزدوجة أو ثنائية البعد :** هي جداول إحصائية توزع فيها البيانات حسب ظاهرتين أو متغيرين لنفس المجتمع الإحصائي[26]، حيث تخصص الأسطر لبيانات المتغير الأول و الأعمدة لبيانات المتغير الثاني و تقاطع السطر مع العمود داخل الجدول يعطينا التكرار المشترك بين المتغيرين و يمكن توضيح ذلك في الشكل الموالي:

$x_i \backslash y_j$	y_1	y_2	......	y_p	المجموع
x_1	n_{11}	n_{12}	....	n_{1p}	$\sum_{j=1}^{p} n_{1.}$
x_2	n_{21}	n_{22}	....	n_{2p}	$\sum_{j=1}^{p} n_{2.}$
....	....	....	....	....	....
x_k	n_{k1}	n_{k2}	....	n_{kp}	$\sum_{j=1}^{p} n_{k.}$
المجموع	$\sum_{i=1}^{k} n_{.1}$	$\sum_{i=1}^{k} n_{.2}$	....	$\sum_{i=1}^{k} n_{.p}$	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} n_{..}$

✓ 25 متاح على الموقع https://uomustansiriyah.edu.iq/ يوم 2025/3/10

26 Hocine Hamdani ,opt cit, p196.

x_i يعطى بالقيم : x_1 ، x_2 ، ... x_k بحيث i يمثل السطر و y_j يعطى بالقيم : y_1 ، y_2 ، ... y_p بحيث j يمثل العمود و n_{11} ، n_{12}،...... ، n_{kp} تمثل التكرارات المشتركة بين المتغيرين المدروسين.

$\sum_{j=1}^{p} n_{1.}$ مجموع تكرارات الصف الأول، $\sum_{i=1}^{k} n_{.1}$ مجموع تكرارات العمود الأول ، $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} n_{..}$ مجموع التكرار الكلي.

✓ **الجداول التكرارية الهامشية:** هي جداول أحادية البعد مشتقة من الجداول المزدوجة، حيث نعتبر أحد المتغيرين ثابتا و الآخر متغيرا و يعطى بالشكل الموالي:

جدول التوزيع الهامشي ل y_i :

المتغير y	التكرار الهامشي ل y
y_1	$\sum_{i=1}^{k} n_{.1}$
y_2	$\sum_{i=1}^{k} n_{.2}$
......	....
y_p	$\sum_{i=1}^{k} n_{.p}$
المجموع	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} n_{ij}$

جدول التوزيع الهامشي ل x_i :

المتغير x	التكرار الهامشي ل x
x_1	$\sum_{j=1}^{p} n_{1.}$
x_2	$\sum_{j=1}^{p} n_{2.}$
......	....
x_k	$\sum_{j=1}^{p} n_{k.}$
المجموع	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} n_{..}$

✓ **الجداول التكرارية الشرطية :** بفرض التوزيع التكراري المزدوج للمتغيرين x و y، يدعى التوزيع التكراري للمتغير x عند القيمة الثابتة المعطاة للمتغير y بالتوزيع الشرطي و يحسب وفق الصيغة التالية:

✓ التكرار الشرطي للمتغير x بشرط $y = y_j$

$$n\,(x_i/y_j) = \frac{n_{ij}}{n_{.j}}$$

✓ التكرار الشرطي للمتغير y بشرط $x = x_i$

$$n\,(y_j/x_i) = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$$

3-1 **معامل بيرسون للارتباط:** يستخدم هذا المعامل في حالة دراسة العلاقة بين متغيرين كميين [27] و هو أكثر الأنواع استخداما و يحسب بالصيغة التالية:

$$R = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y}}{\partial(x)\partial(y)} \quad \text{أو} \quad R = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\overline{x}\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2}} \quad \text{أو}$$

[27] ولاء أحمد القزاز،وفاء يونس حمودي، مرجع سبق ذكره، ص102.

$$R = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2][n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2]}}$$ أو

$$R = \frac{COV(x.y)}{\partial(x)\ \partial(y)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})/n}{\partial(x)\ \partial(y)}$$

3-2 معامل سبيرمان للارتباط: يسمى كذلك معامل الارتباط الرتبي يستخدم هذا المعامل في حالة دراسة العلاقة بين متغيرين احدهما أو كلاهما كيفيين قابلان للترتيب أو بيانات كمية لكن لا تتوفر فيها بعض الخصائص المطلوبة [28] أو في حالة كبر قيم المتغيرين الإحصائيين [29] ففي هذه الحالات نلجأ إلى تحويل بيانات المتغير إلى قيم عددية تتمثل في رتب هذه البيانات إما تصاعديا أو تنازليا و تعطى الصيغة العامة له كما يلي:

$$R = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{9} d^2}{n\ (n^2-1)}$$

✓ **خطوات تطبيق الصيغة السابقة:**

1- نحول بيانات كلا المتغيرين إلى أرقام أو رموز رقمية تسمى بالرتب و تكون مرتبة تصاعديا أو تنازليا.

2- نستخرج الفرق بين رتب المتغيرين نسميها di

3- نقوم بتربيع هذه الفروقات.

4- إيجاد طبيعة و قوة العلاقة بين المتغيرين بتطبيق الصيغة السابقة لمعامل سبيرمان.

✓ **ملاحظة:**

- إذا تكررت إحدى بيانات احد المتغيرين أو كليهما أكثر من مرة فإننا سنعطي لجميع البيانات المتكررة نفس الرتبة التي تساوي متوسط رتبها التي كانت ستأخذها لو لم تكن لهم نفس المفردة أو البيان[30] .

- تفسر قيمة معامل الارتباط الرتبي بنفس تفسير معامل بيرسون للارتباط.

- معامل سبيرمان هو مقياس تقريبي و ليس دقيق مثل معامل بيرسون لأنه يعتمد على رتب القيم بدلا من القيم الأصلية ذاتها.

3-3 **معامل الاقتران:** أو معامل فاي(Φ) يستخدم معامل الاقتران في حالة دراسة العلاقة بين متغيرين كيفيين اسميين لكل منهما صفتين فقط [31] مثلا : متغير الجنس، الإصابة أو عدم الإصابة بمرض ما،... يمكن حسابه من بيانات جدول يدعى جدول الاقتران الذي يضم متغيرين: x_i ممثلا بالصفتين X_1 ، X_2 و y_i ممثلا بالصفتين y_1 و y_2 و توزيعات تكرارية مشتركة بين المتغيرين n_{11} ، n_{12} ،...و الذي يعطى كما يلي:

---

[28] هاني عرب، **محاضرات في مبادئ الإحصاء**،ط6، مكتبة هاني عرب الالكترونية ،ص52، متاح على موقع ملتقى البحث العلمي : www.rsscrs.info

[29] عزات عمر قاسم، **مبادئ الاحتمالات و الإحصاء**، منشورات جامعة دمشق، سوريا، 1994، ص312.

[30] مرجع نفسه،ص 313

[31] لـأكثر تفصيل أنظر محمد كلاس، مرجع سبق ذكره، ص163.

x_i \ y_j	y_1	y_2	المجموع
x_1	n_{11}	n_{12}	$n_{1.}$
x_2	n_{21}	n_{22}	$n_{2.}$
المجموع	$n_{.1}$	$n_{.2}$	n

يحسب معامل الاقتران بالصيغة التالية: $R_\Phi = \frac{n_{11}n_{22}-n_{21}n_{12}}{n_{11}n_{22}+n_{12}n_{21}}$ أو بتعبير آخر:

حاصل ضرب العناصر القطرية الرئيسية – حاصل ضرب العناصر الثانوية قسمة حاصل ضرب العناصر القطرية الرئيسية + حاصل ضرب العناصر الثانوية.

ملاحظة: تكون قيمة معامل الاقتران محصورة بين -1 و $+1$ و تفسيره مثل تفسير معامل بيرسون للارتباط.

3-4 معامل التوافق: نستخدم معامل التوافق لقياس العلاقة بين متغيرين كيفيين اسميين أو احدهما كيفي اسمي و الآخر كمي [32] يحتويان على أكثر من صفتين و يمكن حسابه من بيانات جدول يدعى جدول التوافق الذي يضم متغيرين : x_i ممثلا بصفتين أو أكثر x_1 ، x_2،... و y_i ممثلا بأكثر من صفتين y_1 و y_2 ... ، و يحسب كما يلي:

$$C = \sqrt{\frac{B-1}{B}}$$

و B تحسب من الجدول الموالي:

x_i \ y_j	y_1	y_2	....	y_p	المجموع
x_1	n_{11}	n_{12}	....	n_{1p}	$\sum_{j=1}^{p} n_{1j}$
x_2	n_{21}	n_{22}	....	n_{2p}	$\sum_{j=1}^{p} n_{2j}$
....	....	....	....	....	....
x_k	n_{k1}	n_{k2}	....	n_{kp}	$\sum_{j=1}^{p} n_{kj}$
المجموع	$\sum_{i=1}^{k} n_{i1}$	$\sum_{i=1}^{k} n_{i2}$	....	$\sum_{i=1}^{k} n_{ip}$	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} n_{ij}$

$$B = \frac{n_{11}^2}{\sum_{j=1}^{p} n_{1j} \sum_{i=1}^{k} n_{i1}} + \frac{n_{12}^2}{\sum_{j=1}^{p} n_{2j} \sum_{i=1}^{k} n_{i2}} + \cdots + \frac{n_{kp}^2}{\sum_{j=1}^{p} n_{ip} \sum_{i=1}^{k} n_{kj}}$$

[32] ولاء أحمد القزاز، وفاء يونس حمودي، مرجع سبق ذكره، ص116.

5 -**مفهوم تحليل الانحدار الخطي البسيط:** نقصد بالانحدار الخطي البسيط دراسة و تحليل أثر متغير كمي على متغير كمي آخر مثل: دراسة أثر الدخل على الاستهلاك ولا يقتصر تحليل الانحدار على الظواهر الاقتصادية فحسب ، بل يمكن تطبيقه في مختلف العلوم و المجالات لا سيما علم النفس، التسيير ، الإدارة،....

6 -**مصطلحات مرتبطة مفهوم تحليل الانحدار الخطي البسيط:** في تحليل الانحدار الخطي البسيط، يمكننا التعرف على المصطلحات التالية:

- **الانحدار:** هو محاولة تقدير الأثر الكمي لمتغير على متغير آخر أو هو التنبؤ بقيمة متغير اعتمادا على متغير آخر مرتبط به.
- **الخطي:** يعني أن نسبة الزيادة في المتغير الأول تساوي بالتقريب نسبة الزيادة في المتغير الثاني و هندسيا نعني به أن سحابة النقاط الممثلة للقيم الحقيقة للمتغيرين تتبع خط مستقيم بالتقريب أي تكون على استقامة واحدة بالتقريب.
- **البسيط:** يعني أن المتغير الأول يتأثر بمتغير واحد فقط.
- إن كلا المتغيرين المدروسين يطلق عليهما: المتغير المستقل و المتغير التابع،

فالمتغير المستقل : هو المتغير الذي لا يتأثر بقيم المتغير الآخر بل يؤثر عليه و يرمز له عادة ب X_i.أما **المتغير التابع:** هو المتغير الذي يتأثر بقيم المتغير المستقل و بالتالي يتغير بمجرد تغير قيم المتغير المستقل و يرمز له عادة ب y_i.

7 – **نموذج الانحدار الخطي البسيط:** يمكن عرض نموذج الانحدار الخطي البسيط في شكل معادلة خطية من الدرجة الأولى تسمى معادلة خط الانحدار و تعطى بالشكل الموالي: $y_i = a + b\,X_i$

حيث: b هو ميل الخط المستقيم و هو يعكس مقدار التغير في y_i إذا تغير X_i بوحدة واحدة و إشارته (سالبة أو موجبة) تدل على نوع الارتباط بين المتغير التابع و المستقل و a هو الثابت و هو يعكس قيمة المتغير التابع في حالة انعدام قيمة المتغير المستقل.

و لإيجاد قيمة كل من a و b نستخدم طريقة رياضية تسمى طريقة المربعات الصغرى (OMC) و هي طريقة تجعل الفروق بين نقاط لوحة الانتشار و نقاط المستقيم أقل ما يمكن أي بين القيمة الفعلية للمتغير التابع(y) و القيمة المقدرة له (و هو ما يعرف بالخطأ العشوائي) بمعنى آخر حتى تكون المعادلة التقديرية أقرب ما يمكن إلى جميع نقاط شكل الانتشار يجب أن يكون مجموع مربعات الفروق بين القيمة الفعلية للمتغير y و القيمة المقدرة له تؤول إلى أدنى قيمة ممكنة أي : $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = min$

بحيث:

y_i: يمثل القيمة الحقيقية للمتغير التابع، و $\hat{y}_i$ يمثل القيمة التقديرية له .

وبعد المعالجة الرياضية (الاشتقاق الجزئي من الدرجة الأولى و الثانية بالنسبة ل a و b) نجد كل من a و b كما يلي:

$$b = \frac{\frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y}}{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} \qquad a = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

بحيث: $\bar{x}$ و $\bar{y}$ تمثلان على الترتيب المتوسط الحسابي للمتغير $\mathbf{x}$ و $\mathbf{y}$

ملاحظات:

– تدل إشارة معامل الانحدار (b) على نوع العلاقة بين المتغيرين، فإذا كان موجبا دل ذلك على وجود علاقة طردية و إذا كان سالبا دل ذلك على وجود علاقة عكسية.

– يستفاد من معادلة خط الانحدار في التنبؤ بقيمة احد المتغيرين المدروسين عند معرفة قيمة المتغير الآخر و ذلك بتعويض احد المتغيرين بالقيمة المعطاة في المعادلة فنجد قيمة المتغير الآخر.

– يمكن إيجاد كل من a و b بيانيا و لكن تبقى الطريقة الحسابية أكثر دقة.

– توجد علاقة بين معامل الارتباط و معامل الانحدار (b).

8 – **معامل التحديد:** معامل التحديد و الذي يرمز له R^2 هو القيمة الناتجة عن مربع قيمة معامل الارتباط [33]، و يعبر عن مقدار جودة العلاقة بين المتغير المستقل و المتغير التابع أو بتعبير آخر يعبر عن القدرة التفسيرية لنموذج الانحدار الخطي البسيط، أي قدرة المتغير المستقل المختار في الدراسة على تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع.

تكون قيمته دائما محصورة بين 0 و 1 ، فكلما اقتربت من 1 نقول أن النموذج جيد في تفسير العلاقة بين المتغير التابع و المستقل أو نقول أن المتغير المستقل يفسر نسبة كبيرة من المتغير التابع، و كلما اقتربت قيمته من 0 نقول أن النموذج ضعيف في تفسير العلاقة بين المتغيرين المدروسين أو المتغير المستقل يفسر نسبة ضعيفة من المتغير التابع.

[33] منذر عواد، حسام كمرجي، **الإحصاء و الاحتمالات،** الجامعة الافتراضية السورية، الجمهورية العربية السورية،2020، ص 180.

السلسلة الثامنة: الارتباط و الانحدار

التمرين الأول: أجب بصح أو خطأ على العبارات التالية مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1 –العلاقة الخطية بين متغيرين تعني أنه إذا زاد أحد المتغيرين يزيد المتغير الآخر و العكس صحيح.

2 –نستخدم معامل سبيرمان للارتباط لدراسة طبيعة و قوة العلاقة بين متغيرين كميين.

3 –تكون قيمة معامل سبيرمان للارتباط محصورة بين 0 و 1 أما قيمة المعامل بيرسون للارتباط فتكون محصورة بين 1− و 0.

4 –إذا كانت معادلة خط الانحدار لمتغيرين x و y من الشكل : $y_i = a + b X_i$ ، و كان b موجب، فان العلاقة بين المتغيرين عكسية.

5 –معامل الارتباط R بين متغيرين x و y يحدد لنا قوة العلاقة بينهما من خلال طبيعة إشارته (موجبة أو سالبة)

6 –نقول عن وجود استقلالية بين متغيرين أحدهما تابع و آخر مستقل إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين معدوم.

7 –تتحدد طبيعة العلاقة بين متغيرين كميين بثلاث طرق: اتجاه كوكبة النقاط الممثلة للمتغيرين، معادلة خط الانحدار من خلال إشارة المعامل b، و إشارة معامل الارتباط R.

8 – نسمي المتغير الذي تتأثر قيمه بقيم متغير آخر متغيرا تابعا لأن قيمه تتبع التغيرات التي تطرأ على قيم المتغير الآخر.

9 –نستخدم معامل الاقتران لدراسة علاقة الارتباط بين متغيرين كيفيين لهما على الأقل صفتين.

10 – معامل التوافق يدرس طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين كيفيين فقط.

التمرين الثاني: تمثل القيم التالية العلاقة بين كل من الدخل الشهري و النفقات الشهرية ل 6 أسر جزائرية:

الدخل الشهري	5	6	7	9	12	15
النفقات الشهرية	4	5	6	7	8	12

المطلوب: 1– عين كلا من المتغير التابع و المتغير المستقل؟

2 –انطلاقا من الجدول السابق استنتج طبيعة العلاقة بين الدخل الشهري و النفقات الشهرية؟

3 – إذا علمت أن معادلة خط الانحدار تسمح لنا كذلك من معرفة طبيعة العلاقة المدروسة، فأوجد هذه المعادلة و وتأكد من طبيعة العلاقة بين المتغيرين المدروسين؟

4 –قس قوة هذه العلاقة؟

التمرين الثالث: تمثل البيانات التالية الكميات المطلوبة من سلعة معينة مقابل الأسعار المعروضة بها في الأسواق المحلية(وحدة نقدية ما):

السعر	7	10	15	17	19	20	22	25
الكمية	60	58	52	50	45	41	40	32

المطلوب:

1– أرسم كوكبة النقاط الممثلة لمعطيات الجدول و استنتج طبيعة العلاقة بين المتغيريين المدروسين ؟

2 –اعتمادا على معامل الارتباط R، تأكد من طبيعة العلاقة بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها؟

3 –ما هي الكمية المطلوبة من السلعة إذا كان سعرها يساوي 30 ؟

التمرين الرابع: المعطيات التالية تبين العلاقة بين سعر الغرفة ب فندق ما وعدد السياح الوافدين إليه.

سعر الغرفة: (x_i) (وحدة نقدية)	08	06	04	1.5	03	02
عدد السياح (y_i)	15	25	30	45	35	40

المطلوب:

1 -أرسم سحابة النقاط؟

2 - أحسب المعاملين (a , b) باستخدام طريقة المربعات الصغرى، ثم استنتج معادلة خط الانحدار؟

3 - قدر عدد السياح إذا كان سعر الغرفة 3.5 وحدة نقدية ؟

4 -قس قوة العلاقة بين السعر و عدد السياح؟

5 -ما مقدار تفسير المتغير المستقل للمتغير التابع؟

التمرين الخامس: إذا كان لدينا متغيرين أحدهما مستقل (x_i) و الآخر تابع (y_i) و أعطيت لك البيانات التالية:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / n = COV(x_i, y_i)$$

$$\sum_{i=1}^{8} y_i = 817 \quad , \quad R = 0.95, \sum_{i=1}^{8}(y_i - \bar{y})^2 = 49748,$$

$$\sum_{i=1}^{8}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = 4127.5, \quad \sum_{i=1}^{8} x_i = 860$$

فالمطلوب هو إيجاد معادلة خط الانحدار ؟

التمرين السادس: يمثل الجدول التالي تقديرات 6 طلبة في امتحاني الإحصاء و الرياضيات، و المطلوب هو إيجاد طبيعة و قوة العلاقة الموجودة بين تقديرات الطلبة في المقياسين باستخدام معامل سبيرمان للارتباط؟

تقديرات الإحصاء	ضعيف	ممتاز	جيد	ضعيف جدا	مقبول	جيد جدا
تقديرات الرياضيات	مقبول	جيد جدا	جيد	ضعيف	ضعيف جدا	ممتاز

التمرين السابع: تم إجراء قياس لمستوى السكر في الدم و كذا لمستوى الضغط الدموي لمجموعة من النساء الحوامل لتتبع خطر هذين المقياسين على تطور الجنين فكانت النتائج مدونة في الجدول الموالي:

ضغط الدم	عادي	منخفض	متوسط	مرتفع	عادي	منخفض	مرتفع	متوسط	عادي
مستوى السكر في الدم	عادي	مرتفع	عادي	منخفض	عادي	مرتفع	منخفض	متوسط	عادي

المطلوب:

1 -ما هو معامل الارتباط المناسب لدراسة طبيعة و قوة العلاقة بين مستوى السكر في الدم و كذا الضغط الدموي، برر إجابتك ؟

2 -أوجد طبيعة العلاقة بين المتغيرين المدروسين؟ و قس قوتها ؟

التمرين الثامن: أجريت دراسة إحصائية على 30 شخص(من الجنسين) لدراسة مدى إصابتهم بسرطان الرئة الناتج بسبب التدخين المفرط و كانت النتائج مدونة في الجدول الموالي:

الإصابة بالمرض / الجنس	مصاب	غير مصاب
ذكر	12	8
أنثى	4	6

المطلوب: اعتمادا على أي مقياس يتم إيجاد نوع و طبيعة العلاقة بين المتغيرين المدروسين؟ وضح ذلك.

التمرين التاسع: بهدف دراسة العلاقة بين لون العيون و لون الشعر لعينة من عمال إحدى الشركات متعددة الجنسيات بالجنوب الجزائري ، اخترنا بشكل عشوائي 40 عامل ، حيث اعتبرنا x المتغير المتعلق بلون الشعر و y المتغير المتعلق بلون العيون و كانت النتائج المتحصل عنها ممثلة في الجدول الموالي:

x_i / y_j	أسود	أشقر	بني	المجموع
زرقاء	4	3	1	8
بنية	3	8	1	12
خضراء	2	7	4	13
عسلية	1	4	2	7
المجموع	10	22	8	40

المطلوب: ما هو معامل الارتباط المناسب لدراسة العلاقة بين لون العيون و لون الشعر؟ أحسبه و علق على النتيجة؟

حلول السلسلة الثامنة

حل التمرين الأول: الإجابة على العبارات:

1 –العلاقة الخطية بين متغيرين تعني أنه إذا زاد أحد المتغيرين يزيد المتغير الآخر و العكس صحيح. **صحيح**

2 –نستخدم معامل سبيرمان للارتباط لدراسة طبيعة و قوة العلاقة بين متغيرين كميين. **خطأ**

- ✓ **نستخدم معامل سبيرمان للارتباط لدراسة طبيعة و قوة العلاقة بين متغيرين احدهما أو كلاهما كيفيين قابلان للترتيب أو بيانات كمية لكن لا تتوفر فيها بعض الخصائص .**

3 –تكون قيمة معامل سبيرمان للارتباط محصورة دائما بين 0 و 1 أما قيمة المعامل بيرسون للارتباط فتكون محصورة بين 1– و 0. **خطأ**

- ✓ **كلا المعاملين (سبيرمان و بيرسون) تكون قيمتهما دائما محصورة بين 1– و 1+.**

4 –إذا كانت معادلة خط الانحدار لمتغيرين x و y من الشكل: $y_i = a + b X_i$ ، و كان b موجب، فان العلاقة بين المتغيرين عكسية. **خطأ**

- ✓ **إذا كانت معادلة خط الانحدار لمتغيرين x و y من الشكل : $y_i = a + b X_i$ ، و كان b موجب، فان العلاقة بين المتغيرين طردية.**

5 –معامل الارتباط R بين متغيرين x و y يحدد لنا قوة العلاقة بينهما من خلال طبيعة إشارته (موجبة أو سالبة). **خطأ**

- ✓ **معامل الارتباط R بين متغيرين x و y يحدد لنا قوة العلاقة بينهما من خلال قيمته المطلقة، فكلما كانت قريبة من 1 تكون العلاقة قوية و كلما كانت قريبة من الصفر تكون العلاقة ضعيفة.**

6 –نقول عن وجود استقلالية بين متغيرين أحدهما تابع و آخر مستقل إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين معدوم.**صحيح**

7 –تتحدد طبيعة العلاقة بين متغيريين كميين بثلاث طرق: اتجاه كوكبة النقاط الممثلة للمتغيرين، معادلة خط الانحدار من خلال إشارة المعامل b ، و إشارة معامل الارتباط R.**صحيح.**

8 –نسمي المتغير الذي تتأثر قيمه بقيم متغير آخر متغيرا تابعا لأن قيمه تتبع التغيرات التي تطرأ على قيم المتغير الآخر. **صحيح**

9 –نستخدم معامل الاقتران لدراسة علاقة الارتباط بين متغيرين كيفيين يقبلان على الأقل صفتين.**خطأ**

- ✓ **نستخدم معامل الاقتران لدراسة علاقة الارتباط بين متغيرين كيفيين كل واحد يعبر عنه بصفتين فقط.**

10 – معامل التوافق يدرس طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين كيفيين فقط.**خطأ**

- ✓ **معامل التوافق يدرس طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين كيفيين اسميين أو احدهما كيفي اسمي و الآخر كمي يحتويان على ا أكثر من صفتين.**

حل التمرين الثاني:

1 –تعيين كل من المتغير التابع و المستقل: المتغير التابع هو النفقات الشهرية و المستقل هو الدخل الشهري.

2 –**استنتاج طبيعة العلاقة بين المتغيرين:**من الجدول نستنتج أن العلاقة بين المتغيرين هي علاقة طردية.(كلما زاد الدخل الشهري تزداد النفقات الشهرية و العكس صحيح)

3 -إيجاد معادلة خط الانحدار: $y_i = a + b X_i$

$$b = \frac{\frac{\sum x_i y_i}{n} - \overline{xy}}{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} \qquad a = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

✓ الحسابات موضحة في الجدول الموالي:

Xi	yi	iX yi	iX²	yi²
5	4	20	25	16
6	5	30	36	25
7	6	42	49	36
9	7	63	81	49
12	8	69	144	64
15	12	180	225	144
54	42	431	560	334

- حساب المتوسط الحسابي لكل متغير:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{N} = \frac{54}{6} = 9 \ , \ \bar{y} = \frac{\sum iy}{N} = \frac{42}{6} = 7$$

$$b = \frac{\frac{431}{6} - 9x7}{\frac{560}{6} - 9^2} = 0.71$$

$$, \ a = 7 - (0.71x9) = 0.61$$

$$y_i = 0.61 + 0.71\,X_i$$

4 -**التأكد من طبيعة العلاقة بين المتغيرين:** بماأن المعامل b موجب إذن العلاقة بين المتغيرين طردية.

5 -قياس قوة العلاقة بين المتغيرين: تقاس قوة العلاقة بمعامل الارتباط لبيرسون:

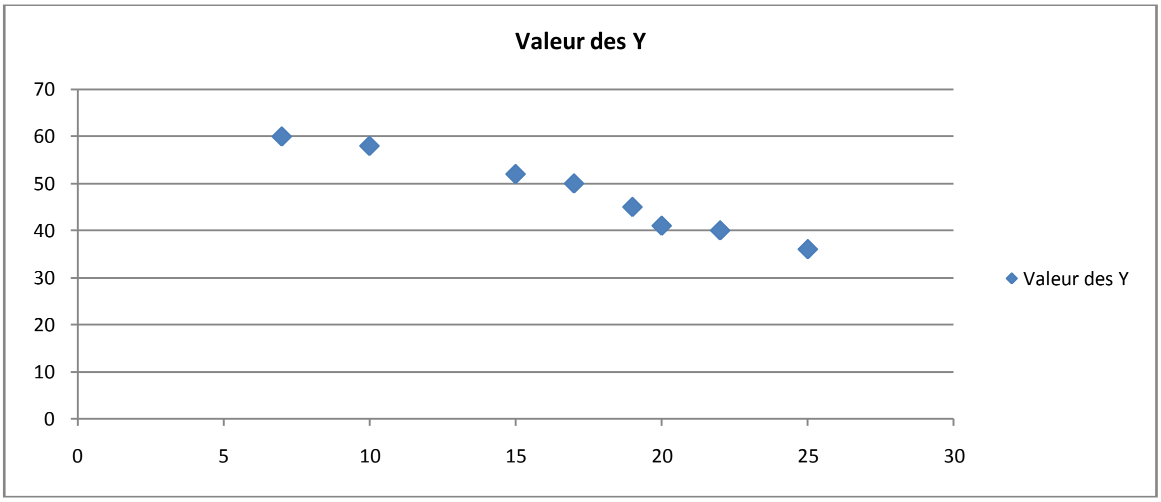
$$R = \frac{\sum(x_i y_i) - n\bar{X}\bar{y}}{\sqrt{(\sum X_i^2 - n\overline{X^2})}\sqrt{(\sum y_i^2 - n\overline{y^2})}}$$

$$R = \frac{431 - 6*9*7}{\sqrt{560 - 6*81}\sqrt{334 - 649}} = 0.97$$

نستنتج من قيمة معامل الارتباط أن العلاقة بين المتغيرين **<u>طردية و قوية</u>.**

حل التمرين الثالث:

1 -رسم كوكبة النقاط:



العلاقة البيانية بين السعر و الكمية المطلوبة

من خلال الرسم السابق نستنتج أن العلاقة بين المتغيرين هي علاقة خطية عكسية. أي كلما زادت قيم x (السعر) كلما نقصت الكمية المطلوبة (y)

2 -إيجاد طبيعة العلاقة بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها :

- معامل الارتباط R يعطى بالعلاقة التالية:

$$R = \frac{\sum(x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}\sqrt{(\sum y_i^2 - n\bar{y}^2)}}$$

$P(x_i)$	$Q(y_i)$	PQ	P^2	Q^2
7	60	420	49	3600
10	58	580	100	3364
15	52	780	225	2704
17	50	850	289	2500
19	45	855	361	2025
20	41	820	400	1681
22	40	880	484	1600
25	32	800	625	1024
135	378	5985	2533	18498

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{N} = \frac{135}{8} = 16.87. \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} yi}{N} = \frac{378}{8} = 47.25$$

$$Var(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{2533}{8} - 16.87^2 = 32.02$$

$$\partial(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{32.02} = 5.65$$

$$Var(y) = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{N} - \bar{y}^2 = \frac{18498}{8} - 47.25^2 = 79.68$$

$$\partial(y) = \sqrt{V(y)} = \sqrt{79068} = 8.92$$

$$R = \left[\frac{5985}{8} - (47.25)(16.87)\right] / (5.65)\ (8.92) = -0.97$$

بماان R سالب إذن نستنتج أن العلاقة بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة منها علاقة عكسية.

3 –**الكمية المطلوبة من السلعة إذا كان سعرها يساوي 30** : يعني حساب Q لما P يساوي 30

$$Q_i = a + bP_i \ /$$

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x} \qquad\qquad b = \frac{\frac{\sum x_i y_i}{n} - \overline{xy}}{\frac{\sum X_i{}^2}{n} - \bar{X}^2}$$

$$b = \left[\frac{5985}{8} - (47.25)(16.87)\right] / 32.02 = -1.52.$$

$$a = 47.25 + 1.52\ (16.87) = 72.89$$

$$Q_i = 72.89 - 1.52\ P_i$$

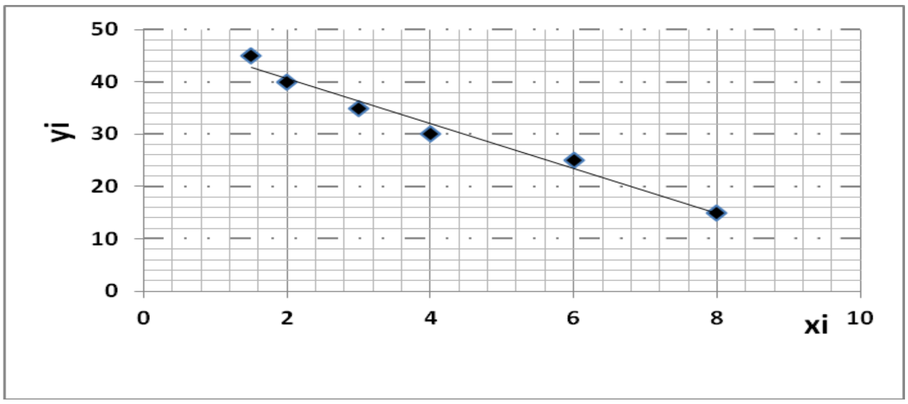
نعوض في المعادلة قيمة P_i ب 30 فنجد:

$$Q_i = 72.89 - 1.52(30) = 27.29$$

أي الكمية المطلوبة من السلعة عندما يكون سعرها 30 وحدة نقدية هي حوالي 27 كغ.

حل التمرين الرابع:

1 –**سحابة النقاط:**



نلاحظ من خلال الشكل أن العلاقة بين المتغيرين هي علاقة عكسية، أي كلما كان سعر الغرفة (المؤثر) منخفضا كان الإقبال أكثر، والعكس صحيحا.

2 –حساب كل من a وb: نقوم أولا بحساب المتوسط الحسابي لكلا المتغيرين:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{190}{6} = 31.66 \approx 32 \qquad \text{و} \qquad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{24.5}{6} = 4.08$$

✓ نقوم بانجاز الجدول المساعد للحساب ، وبناء على نتائج الجدول يمكن حساب المطلوب :

x_i	x_i^2	y_i	y_i^2	$x_i y_i$
02	04	40	1600	80
03	09	35	1225	105
1.5	2.25	45	2025	67.5
04	16	30	900	120
06	36	25	625	150
08	64	15	225	120
24.5	131.25	190	6600	642.5

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x} \qquad\qquad b = \frac{\frac{\sum x_i y_i}{n} - \overline{xy}}{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$b = \frac{\frac{642.5}{6} - (4.08 * 31.66)}{\frac{131.25}{6} - 4.08^2} \quad ، \quad b = \frac{-22.08}{5.22} = -4.2$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 31.66 + 4.22 \times 4.08 = 48.87$$

✓ **معادلة خط الانحدار**: تكتب من الشكل التالي:

$$\mathbf{y_i = 48.87 - 4.22\, X_i}$$

3 – تقدير عدد السياح إذا كان سعر الغرفة 3.5 وحدة نقدية:

نعوض في المعادلة X_i بـ 3.5 فنجد: $y_i = 48.87 - 4.22\,(3.5)$

$$y_i = 34.1 \approx 34$$

إذن عدد السياح إذا كان سعر الغرفة هو 3.5 وحدة نقدية هو 34 سائح.

4 -قياس قوة العلاقة بين السعر و عدد السياح: تقاس العلاقة بمعامل الارتباط لبيرسون:

$$R = \frac{\sum(x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n\overline{x^2})}\sqrt{(\sum y_i^2 - n\overline{y^2})}}$$

$$R = \frac{642.5 - 6(4.08)31.66}{\sqrt{131.25 - 6 * 4.08^2}\sqrt{6600 - 6(31.66)^2}}$$

$$R = \frac{-132.53}{5.6 * 24.2} = 0.97-$$

✓ من قيمة معامل الارتباط ،نستنتج أن العلاقة بين سعر غرف الفندق و عدد السياح الوافدين إلى الفندق هي علاقة عكسية و قوية جدا، أي كلما زاد السعر نقص عدد السياح.

5 - حساب معامل التحديد:

لمعرفة مدى تفسير المتغير المستقل للتغيرات التي تطرأ على المتغير التابع نحسب معامل التحديد ثم نفسر نتيجته:

$$R^2 = (-0.97)^2 = 0.94$$

نلاحظ أن قيمة معامل التحديد تقترب من 1 ، اذن نقول أن عدد الوافدين إلى الفندق يتأثر بدرجة كبيرة بسعر غرف الفندق، أو بتعبير آخر: نقول أن 94 % من التغير في عدد الوافدين إلى الفندق راجع لسعر الغرف و 6% راجع لأسباب أخرى.

حل التمرين الخامس: لإيجاد معادلة خط الانحدار يجب تحديد معاملات المعادلة أولا، أي a و b بحيث:

$$b = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y}}{\partial(x)^2}, \quad a = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

من المعطيات لدينا:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x^2}}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y^2}}} = 0.95$$

و نحن نعلم انه يمكننا كتابة R بشكل اخر كما يلي:,

$$R = \frac{COV(x \cdot y)}{\partial(x)\ \partial(y)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})/n}{\partial(x)\ \partial(y)} = 0.95$$

من المعطيات كذلك لدينا:

$$\partial(y) = \sqrt{V(y)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8}(y_i - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{49748}{8}} = 78.85$$

إذن: $\dfrac{\frac{4127.5}{8}}{\partial(x)\ 78.85} = 0.95$ ومنه:

$$\partial(x) = \frac{515.93}{0.95}\ \frac{1}{78.85} = 6.88$$

بعد إيجاد كل من $\partial(y)$ و $\partial(x)$، يمكننا الآن إيجاد قيمة b كما يلي:

$$b = \frac{515.93}{(6.88)^2} = 10.89$$

و بالتالي و بتعويض b بقيمته في علاقة إيجاد a نجد:

$$a = \bar{y} - b\ \bar{x} = \frac{817}{8} - 10.89\ \frac{860}{8} = -1.06$$

بعد إيجاد كل من a و b يمكن كتابة معادلة خط الانحدار بالشكل الموالي:

$$y_i = -1.06 + 10.89\ x_i$$

حل التمرين السادس:

- نقوم أولا بتحويل تقديرات المقياسين إلى قيم عددية أو أوزان رقمية بعد ترتيبها كما يلي:
- ممتاز نرفقه بالقيمة 1
- جيد جدا نرفقه بالقيمة 2
- جيد نرفقه بالقيمة 3
- مقبول نرفقه بالقيمة 4
- ضعيف نرفقه بالقيمة 5
- ضعيف جدا نرفقه بالقيمة 6
- بعدها نقوم بحساب الفروقات الموجودة بين تقديرات الإحصاء و الرياضيات و نقوم بتربيعها و هو ممثل في الجدول أدناه.
- بعدها نطبق قانون حساب معامل الارتباط لسبيرمان

الإحصاء x_i	الرياضيات y_i	رتب الإحصاء	رتب الرياضيات	d_i	d_i^2
ضعيف	مقبول	5	4	1	1
ممتاز	جيد جدا	1	2	-1	1
جيد	جيد	3	3	0	0
ضعيف جدا	ضعيف	6	5	1	1
مقبول	ضعيف جدا	4	6	-2	4
جيد جدا	ممتاز	2	1	1	1
المجموع	/	/	/	/	8

بتطبيق معامل الارتباط لسبيرمان، نجد:

$$R= 1 - \frac{6*8}{6\,(36-1)} = 0.722$$

من قيمة معامل الارتباط نقول أن العلاقة بين تقديرات كلا من الإحصاء و الرياضيات هي علاقة طردية قوية نسبيا .

حل التمرين السابع:

معامل الارتباط المناسب لدراسة طبيعة و قوة العلاقة بين مستوى السكر في الدم و كذا الضغط الدموي هو معامل سبيرمان لأن كلا المتغيرين هما متغيران إحصائيان كيفيان قابلان للترتيب، لكن لدينا بعض القيم تتكرر أكثر من مرة و تكون خطوات إيجاد قوة و طبيعة العلاقة كما يلي:

– نقوم أولا بتحويل تقديرات المقياسين إلى قيم عددية أو أوزان رقمية بعد ترتيبها كما يلي:

رتب ضغط الدم:	**رتب مستوى السكر في الدم:**
منخفض:1	منخفض: 1
متوسط:2	متوسط: 2
عادي: 3	عادي: 3
مرتفع:4	مرتفع: 4

ضغط الدم (x)	قيم x مرتبة	رتب x	مستوى السكر في الدم (Y)	قيم Y مرتبة	رتب y	d	d^2
عادي	منخفض	1.5	عادي	منخفض	1.5	0	0
منخفض	منخفض	1.5	مرتفع	منخفض	1.5	0	0
متوسط	متوسط	3.5	عادي	متوسط	3	0.5	0.25
مرتفع	متوسط	3.5	منخفض	عادي	5.5	2-	4
عادي	عادي	6	عادي	عادي	5.5	0.5	0.25
منخفض	عادي	6	مرتفع	عادي	5.5	0.5	0.25
مرتفع	عادي	6	منخفض	عادي	5.5	0.5	0.25
متوسط	مرتفع	8.5	متوسط	مرتفع	8.5	0	0
عادي	مرتفع	8.5	عادي	مرتفع	8.5	0	0
المجموع						/	5

$$R= 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{9} d^2}{n\,(n^2-1)} = 1 - \frac{6\times 5}{9\,(9^2-1)} = 0.95$$

حل التمرين الثامن:

يتم إيجاد نوع و طبيعة العلاقة بين المتغيرين انطلاقا من حساب معامل الاقتران: لأن المتغيرين المدروسين من النوع الكيفي الاسمي و لكل منهما صفتان فقط.

✓ **حسابه:**نقوم أولا بحساب المجاميع الهامشية:

الإصابة بالمرض / الجنس	مصاب	غير مصاب	المجموع
ذكر	**12**	**8**	**20**
أنثى	**4**	**6**	**10**
المجموع	**16**	**14**	**30**

$$R_{\Phi} = \frac{n_{11}n_{22} - n_{21}n_{12}}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}} = \frac{(12\times 6)-(8\times 4)}{(12\times 6)+(8\times 4)} = 0.38$$

نقول أنه هناك علاقة ارتباط ضعيفة بين الجنس و الإصابة بالمرض.

حل التمرين التاسع:

1 –معامل الارتباط المناسب هو معامل التوافق لان المتغيرين المدروسين من النوع الكيفي و يتصفان بأكثر من صفتين.

✓ **حسابه:**

x_i / y_j	أسود	أشقر	بني	المجموع
زرقاء	4	3	1	8
بنية	3	8	1	12
خضراء	2	7	4	13
عسلية	1	4	2	7
المجموع	10	22	8	40

$$C = \sqrt{\frac{B-1}{B}}$$

$$B = \frac{n_{11}^2}{\sum_{j=1}^{p} n_{1j} \sum_{i=1}^{k} n_{i1}} + \frac{n_{12}^2}{\sum_{j=1}^{p} n_{2j} \sum_{i=1}^{k} n_{i2}} + \cdots + \frac{n_{kp}^2}{\sum_{j=1}^{p} n_{ip} \sum_{i=1}^{k} n_{kj}}$$

$$B = \frac{4^2}{10\times 8} + \frac{3^2}{8\times 22} + \frac{1^2}{8\times 8} + \frac{3^2}{10\times 12} + \frac{8^2}{12\times 22} + \frac{1^2}{12\times 8} + \frac{2^2}{10\times 13} + \frac{7^2}{22\times 13} + \frac{4^2}{8\times 13} + \frac{1^2}{10\times 7} + \frac{4^2}{22\times 7} + \frac{2^2}{8\times 7}$$

$$B = \frac{16}{80} + \frac{9}{176} + \frac{1}{64} + \frac{9}{120} + \frac{64}{264} + \frac{1}{96} + \frac{4}{130} + \frac{49}{286} + \frac{16}{104} + \frac{1}{70} + \frac{16}{154} + \frac{4}{56}$$

$$B = 1.14$$

$$C = \sqrt{\frac{B-1}{B}} = \sqrt{\frac{1.14-1}{1.14}}$$

$$C = 0.35$$

التعليق على النتيجة:من خلال قيمة معامل التوافق نستنتج أن العلاقة بين لون الشعر و لون العيون هي علاقة طردية ضعيفة.

قائمة

المراجع

✓ **المراجع باللغة العربية:**

1) أحمد السيد عامر، **الإحصاء الوصفي و التحليلي**، دار الفجر للنشر و التوزيع، مصر، 2007.

2) احمد عبد السميع طبيه، **مبادئ الإحصاء**، دار البداية للنشر و التوزيع،الأردن، 2008.

3) جيلالي جلاطو، **الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة**، ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر، 2002.

4) رامز قدسية، **الاحتمالات و الإحصاء**، الجامعة الافتراضية السورية، سوريا، 2018.

5) زياد رمضان، **مبادئ الإحصاء الوصفي و التطبيقي و الحيوي**، ط4، دار وائل للنشر و التوزيع، الأردن، 1997.

6) سناء إبراهيم أبو دقة، سمير خالد صافي ، **تطبيقات عملية باستخدام الرزم الإحصائية للعلوم الاجتماعية في البحث التربوي و النفسي**، مكتبة آفاق للنشر، غزة ، فلسطين، 2013.

7) عبد الحليم عشماوي و آخرون، **الإحصاء الحيوي و تصميم التجارب**، المكتبة الأكاديمية ، مصر، 2008

8) عزام صبري، **الإحصاء الوصفي و نظام Spss** ، جدارا للكتاب العالمي، عالم الكتب الحديث، الأردن،2006.

9) علي عبد السلام العماري و على حسين العجيلي،**الإحصاء و الاحتمالات**، النظرية والتطبيق ، منشورات ELGA، مالطا ، 2000.

10) غيث البحر و معن التنجي، **التحليل الإحصائي للاستبيانات باستخدام spss**،مركز سبر للدراسات الإحصائية و السياسات العامة،تركيا،2014.

11) فتحي حمدان، كامل فليفل،**الإحصاء**، دار المناهج، الأردن،2005

12) كمال سلطان محمد سالم، **مباديء علم الإحصاء**، الدار الجامعية، مصر، 2004.

13) محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**،ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2005.

14) محمد صبحي أبو صالح،عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء باستخدام spss** ، دار المسيرة للنشر و التوزيع،الأردن،2014.

15) محمد كلاس، **محاضرات في الإحصاء التطبيقي**، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر،1993.

16) محمود عبد الحليم منسي ، خالد حسن الشريف، **التحليل الإحصائي للبيانات باستخدام برنامج ssps** ، دار الجامعة الجديدة، الإسكندرية، مصر ،2014.

17) منذر عواد، حسام كمرجي، **الإحصاء و الاحتمالات**، الجامعة الافتراضية السورية، الجمهورية العربية السورية، 2020

18) هاني عزت، **محاضرات في مادة مبادئ الإحصاء**، ط6 ، 1430هـ، محاضرات الكترونية متاحة على موقع ملتقى البحث العلمي:www.rsscrs.info

19) ولاء أحمد القزاز، وفاء يونس حمودي و آخرون، **علم الإحصاء**، هيئة التعليم التقني، العراق، 2014.

✓ المراجع باللغة الأجنبية و المواقع الالكترونية:

20) Alexis Gabadinho, **statistiques pour science sociale** : applications, université de Genève, 2011 متوفر على الموقع: http://mephisto.ch (22/03/2025)

21) Hocine Hamdani, **statistique descriptive**, cinquième édition, opu, alger,2006.

22) Abdelali Zbakh, **cours des statistiques descriptives**, ecole nationale de commerce et de gestion ,universite Abdelmalek Essadi, Tanger, متوفر على الموقع: http://share-knowledge.ma(2025/03/10).

23) https://uomustansiriyah.edu.iq(2025/3/10)