

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

*Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

UNIVERSITE M'HAMED BOUGUERRA  
BOUMERDES

FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE

*Département de Transport et Equipements des Hydrocarbures*

**Mémoire de Magister**

**Spécialité :** *Génie mécanique*

**Option :** *Maintenance Industrielle et Tribologie*

**THEME**

**ASPECTS THERMIQUES DU FROTTEMENT ENTRE CORPS SOLIDES  
EN MOUVEMENT RELATIF - REFROIDISSEMENT D'UN DISQUE  
DE FREIN A L'AIDE DE CALODUCS**

**Devant le jury composé de :**

**BENBRIK. A**

**Maître de Conférences (UMBB)**

**HANCHI. S**

**Maître de Conférences (EMP)**

**MOHAMMEDI. K**

**Maître de Conférences (UMBB)**

**GUEBLA A.**

**Chargé de Cours (UMBB)**

**BALISTROU. M**

**Chargé de Cours (UMBB)**

Présenté par : **Djamel HALIMI**

Sous la direction de Monsieur : **Mourad BALISTROU** Chargé de cours à l'Université de M'hamed BOUGUERRA de Boumerdès

**Boumerdès 2003**

## SOMMAIRE

<b>Introduction</b> .....	1
<b>chapitre I : Etude bibliographique sur le freinage</b>	
I.1 Généralité sur le freinage.....	3
I.1.1 Définitions.....	3
I.1.2 Classification des freins.....	3
I.1.3 Conditions de freinage.....	3
I.1.4 Qualités du freinage.....	4
I.1.5 Différents types de freins a disques.....	4
I.1.6 Freins pour avions.....	8
I.2 Caractéristiques techniques du frein de Boeing 737/ 200.....	10
I.2.1 Description.....	10
I.2.2 Dimensionnement des freins .....	10
I.2.3 Principe de fonctionnement du système de freinage.....	10
I.2.4 Anomalies de fonctionnement des dispositifs de freinage.....	10
I.3.Presentation des travaux sur l'aspect thermique du frottement.....	13
<b>chapitre II : Mise en équation du problème</b>	
II . 1 .Présentation du problème.....	14
II . 2 .Calcul des paramètres cinématique .....	14
II . 3 . Détermination de la densité de flux dégagé lors du freinage.....	15
II . 4 . Applications numériques et interprétations.....	16
II . 5 . Les différentes méthodes de résolution de l'équation de la chaleur.....	20
II. 5 .1. Méthode de transformée de LAPLACE.....	20
II. 5 .2. Méthode de séparation des variable.....	21
II.5.3 Méthode des différences finies.....	22
II.5.4 Méthode de résolution analytique.....	22
II.5.6 Méthode du théorème de DUHAMEL.....	22
II.5.6.1 Utilisation du théorème.....	22
II.5.6.2 Forme générale du théorème de DUHAMEL.....	23
II.5.6.3 Cas particuliers.....	24
II.5.6.4 Application dans le cas d'une densité du flux variable avec temps appliquée en surface.....	25
II.6. Conclusion.....	25
II.7. Détermination de la distribution de température dans le disque.....	25
II.7.1. Mise en équation du problème.....	26
II.7.2. Solution particulière pour une densité de flux égale à un.....	27
II.7.3. Solution générale de l'équation de la chaleur.....	29
II .7.4. Organigrammes de résolution.....	31
II.8. Résultats et interprétations.....	34
<b>Chapitre III : Etude bibliographique sur les CALODUCS</b>	
III.1.Introduction.....	40
III.2. Principe de fonctionnement d'un caloduc.....	40
III3. Différents types de caloducs.....	41
III.3.1. Caloducs assistés par gravité.....	42
III.3.2. Caloducs tournants.....	42
III.3.3. Caloducs à conductances variables (CCV).....	43
III4. Mode de fabrication.....	44
III.4.1. Choix du fluide caloporteur.....	44

III.4.2.Choix de matériau d'enveloppe.....	45
III.4.3.Reseaux capillaires .....	46
III.5. Les limites de fonctionnement .....	46
III.5.1.Limite visqueuse .....	47
III.5.2. Limite sonique.....	47
III.5.3.Limite d'entraînement.....	48
III.5.4. Limite capillaire.....	48
III.5.5 .Limite d'ébullition.....	49
III.6 Flux thermique global et températures caractéristiques.....	51
III.6.1 Flux thermique global.....	51
III.6.2. Températures caractéristiques.....	52
<b>Chapitre IV Description et predimensionnement d'un système a caloduc adapte au frein..</b>	
IV.1.Introduction.....	53
IV.2.Choix des caractéristique du caloduc utilise.....	53
IV.3.Calcul de la résistance thermique du totale du caloduc .....	65
IV.3.1. Coefficient du transfert thermique global du caloduc.....	55
IV.3.2.Calcul de la résistance thermique du film de condensât .....	56
IV.4. Estimation de la température de saturation.....	59
IV.5.Flux évacué par caloduc.....	60
IV.6.Resultats et interprétation.....	62
Conclusion générale.....	65
Bibliographie.....	67
<b>Annexes</b>	
Annexe 1 :Evolution de la température en fonction du temps.....	72
Annexe 2 : Evolution de la température en fonction de la position .....	73
Annexe 3 : Propriétés thermodynamique du fluide caloporteur.....	74
Annexe 4 : Résistances thermodynamiques du capillaire sature et les flux limites Sonique et d'entraînement.....	75
Annexe 5 : Flux évacué par 1,8,12 caloduc.....	76
Annexe 6 : Les propriétés thermodynamique du fluide.....	77
Annexe 7 : Programme « calcul du flux de chaleur évacué par 1,2,4,6,8,12 caloduc ».....	78

## **INTRODUCTION**

Les premiers avions n'avaient pas de freins, ils n'en avaient pas besoin. Leurs masses et vitesses de décollage étaient suffisamment faibles.

Avec l'augmentation des vitesses, ils ont été équipés de freins extrapolés de ceux de l'automobile évoluant jusqu'aux freins multidisques.

En effet, les énergies cinétique (proportionnelle au carré de la vitesse) et potentielle se transforment en chaleur par effet de frottement, et par conséquence cette quantité de chaleur qui s'accumule dans le système de freinage et d'autres organes en contact avec lui, provoque une forte augmentation de température qui entraîne les conséquences suivantes :

- évanouissement (décroissance du coefficient de frottement) ;
- distorsion des surfaces frottantes ;
- usure accrue des garnitures et plaquettes ;
- contraintes thermiques pouvant entraîner l'apparition de fissures ;
- vaporisation du fluide de commande ;
- détérioration des joints et pièces en caoutchouc ;
- réduction de l'efficacité du freinage, risquant ainsi de diminuer la sécurité.

Dans le cadre de notre étude, nous nous sommes intéressés à la distribution de la température dans les disques de freins du Boeing 737/200. Un modèle mathématique permet de connaître la distribution de la température dans le disque en déterminant la densité du flux thermique généré par frottement. Nous avons utilisé le théorème de Duhamel pour la résolution de l'équation de la chaleur.

Afin de limiter les températures à un niveau acceptable et homogénéiser ces températures dans chacun des composants du frein, nous avons intégré dans les différents éléments du système de freinage, un dispositif d'évacuation de chaleur, qui peut être lié directement au disque sans que cela perturbe son fonctionnement ou diminue son efficacité.

Un système à caloduc semble être une solution intéressante car les caloducs sont des appareils qui peuvent transporter une quantité de chaleur égale à plusieurs centaines ou milliers de fois celle transportée par un conducteur métallique solide et homogène de même volume.

Ces caloducs possèdent des propriétés et avantages particuliers :

- efficacité du transfert de chaleur très élevée ;
- fonctionnement avec son propre potentiel, donc il n'a pas besoin d'aucune source d'énergie extérieure ;
- des formes géométriques très simples et variées ;
- les caloducs tournants sont plus performants et efficaces que les caloducs stationnaires.

Ces appareils peuvent être conçus à différentes fins :

- transmettre des flux thermiques élevés avec un faible écart de température ;
- transmettre un flux thermique variable à température constante ;
- uniformiser la température d'une structure soumise à des variations de température ;

- adapter la densité de flux thermique entre une source chaude et une source froide de surfaces très différentes.

Notre travail comporte cinq chapitres.

Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique sur la théorie de freinage et particulièrement sur les systèmes de freinage utilisés en aéronautique.

Dans le deuxième chapitre, nous abordons les différentes méthodes de résolution de l'équation de la chaleur en milieu homogène et isotrope. Dans notre étude, les conditions aux limites du problème posé sont fonction du temps. Ceci nous a ramené à présenter la résolution du système d'équations par le théorème de Duhamel.

Dans le troisième chapitre, nous présentons le modèle mathématique permettant de donner la distribution de la température en fonction du temps et de la position dans l'épaisseur du disque. La détermination des paramètres cinématiques et de la densité de flux de chaleur produite au cours du freinage sont présentés dans cette partie.

Les caloducs sont maintenant en mesure d'apporter une solution fiable à un grand nombre de problèmes thermiques qui se posent dans l'industrie. Une étude bibliographique sur les caloducs fait l'objet du quatrième chapitre.

Dans le dernier chapitre, nous présentons une étude de pré dimensionnement d'un système à caloducs adapté au frein étudié. Deux parties importantes constituent ce chapitre :

- dans la première partie, nous avons choisi les caractéristiques du caloduc utilisé dans le dispositif de freinage : fluide caloporteur (à partir des résultats de la distribution des températures dans le troisième chapitre), caractéristiques géométriques.
- dans la deuxième partie, nous nous sommes intéressés à l'évaluation du flux de chaleur véhiculé par le caloduc intégré au disque de frein et de déterminer le nombre nécessaire pour évacuer le flux de chaleur généré par frottement au cours du freinage.

Enfin, une conclusion générale met en évidence les résultats qui nous semblent constituer les apports principaux de ce travail de recherche. Ces résultats constituent une première approche sur l'utilisation des caloducs dans les disques de frein et ouvrent peut-être des perspectives sur d'éventuelles études complémentaires.

## I.1 GENERALITE SUR LE FREINAGE

### I.1.1 Définitions

Un frein est un transformateur d'énergie destiné à ralentir (frein de ralentissement) ou à arrêter le mouvement d'un engin (frein d'arrêt).

Quelque soit les systèmes de freinage et leurs emplois, un frein absorbe une énergie mécanique extérieure pouvant être, soit une énergie potentielle due à la gravité (cas des appareils de levage), soit une énergie cinétique (cas des véhicules). L'énergie mécanique absorbée est restituée par le frein sous une autre forme qui dépend du système de freinage considéré [7].

Nous limiterons notre étude à des freins transformant l'énergie mécanique en chaleur par frottement de deux solides car ce sont les plus répandus et économique pour assurer la fonction de freinage. Le ralentissement ou l'arrêt de l'appareil en mouvement est dû à la résistance de frottement engendrée dans un organe de friction, par la pression d'un corps sur la jante d'un rotor en mouvement.

Un organe de friction est essentiellement un transformateur d'énergie en chaleur. Le rotor du frein emmagasine et disperse la plus grande partie de la chaleur produite.

### I.1.2 Classification des freins

Les freins peuvent être classés d'après deux paramètres [7] :

- a. D'après la forme de l'organe de friction utilisée
  - Freins à sabots (rotor cylindrique ou rotor à gorge).
  - Freins coniques (rotor conique ou rotor à gorge).
  - Freins à enroulement (ou à bandes).
  - Freins à mâchoires (rotor, tambour cylindrique).
  - Freins à disques.
- b. D'après le mode de fonctionnement
  - Freins à commande réversible sans blocage. (fonctionnement à la main, au pied)
  - Freins à encliquetages non automatiques. (fonctionnement à la main, au pied, électromagnétique)
  - Freins à encliquetages. (freins actionnés par la charge en utilisant la poussée axiale d'une vis). Ces freins peuvent être coniques ou à lames.
  - Freins à sabots ou à bandes actionnées par force centrifuge.

### I.1.3 Conditions de freinage [9]

#### a. Conditions d'établissement

L'énergie de la charge à freiner est un ennemi qu'il faut réduire le plus possible. Un frein ne doit pas demander de trop gros efforts de commande ; on doit pouvoir le commander avec la progressivité et l'instantanéité que demandent les circonstances.

En raison du travail considérable fourni par les appareils, on doit s'assurer que l'échauffement des parties frottantes n'est pas trop grand.

#### b. Conditions d'installation

Les rotors de freins doivent être installés, autant que possible sur l'arbre de commande (arbre tournant à grande vitesse), si cet arbre est susceptible de se déplacer sur l'arbre intermédiaire le plus voisin, afin de diminuer l'effort tangentiel, c'est à dire travailler avec un couple minimal.

Les freins doivent être accessibles pour faciliter leur entretien.

La disposition du frein doit être telle que les calories dégagées lors de son fonctionnement soient facilement évacuées.

#### **I.1.4 Qualités du freinage**

Les qualités d'un frein sont :

- l'efficacité ;
- la régularité du couple de freinage ;
- le silence lors du fonctionnement ;
- un faible indice de commande ;
- des réglages aussi espacés que possible ou bien un réglage grâce à un dispositif automatique ;
- une construction facile ;
- un entretien facile ;
- un bas prix de revient correspondant au genre de construction de la machine.

#### **I.1.5 Différents types de freins à disques**

##### **I.1.5.1 Définition**

Un frein à disques est un transformateur d'énergie mécanique en énergie calorifique ; il est constitué de trois parties principales :

un disque (ou des disques) : partie tournante ; son rôle est d'absorber et de dissiper l'énergie mécanique transformée en chaleur au cours du freinage ;

un ensemble étrier (ou stator) ; partie non tournante ; il peut être fixe ou avoir un mouvement de translation ou de rotation ;

des surfaces de frottement, appelées également patins ou organes de friction, garnitures ou plaquettes ; elles sont planes et perpendiculaires à l'axe de rotation.

##### **I.1.5.2 Freins monodisques**

Si nous nous attachons au domaine automobile, il existe actuellement cinq types de freins :

- freins à étrier fixe ;
- freins à étrier mobile par translation ;
- freins à étrier inversé mobile par translation ;
- freins à étrier mobile par rotation ;
- freins à disque mobile.

Dans ces variantes, les freins à étrier mobile par translation sont actuellement les plus utilisés.

##### **I.1.5.3 Freins multidisques [10]**

Entre les deux branches de l'étrier d'un frein multidisques sont placés un ou plusieurs disques montés coulissant sur des cannelures qui les solidarisent en rotation avec l'organe à freiner.

Dans les cas du frein bidisque, entre deux disques sont disposés les patins de friction à deux faces de frottement ; ces patins sont insérés sur une pièce de support et peuvent coulisser parallèlement à l'axe de rotation des disques. Sur les faces extérieures peuvent être utilisés des patins classiques.

#### **I.1.5.4 Disques et patins de friction**

Les disques communément utilisés ont la forme d'un cylindre de faible longueur ; les surfaces opposées du disque forment les pistes de frottement.

Les organes de friction complets, en forme de couronnes, ne sont utilisés que pour le freinage à pressions unitaires très élevées (aviation par exemple).

A ce jour, le domaine automobile a adapté le patin partiel qui ne recouvre qu'une portion angulairement réduite de la piste de frottement. Cette solution, en dégageant la majeure partie du disque, permet une meilleure évacuation de la chaleur.

##### **I.1.5.4.1 Généralités sur les organes de friction**

Sachant qu'un organe de friction est un transformateur d'énergie mécanique en chaleur. Le calcul des organes de friction consiste, d'abord à proportionner leurs dimensions suivant l'énergie qu'ils doivent absorber, puis à vérifier la pression qu'ils supportent ainsi que la fixation des garnitures sur leur support [8].

L'étude des organes de friction doit assurer la meilleure évacuation de la chaleur.

Les garnitures supportent leur travail de friction ou travail de freinage avec une usure minimale tant qu'une température critique n'est pas dépassée. Au-delà de cette température, le frottement devient irrégulier et l'usure s'accroît très rapidement.

Chaque type de garniture a une température critique, température maximale d'utilisation, au-delà de laquelle les caractéristiques d'usure et de coefficient de friction divergent.

Le choix des garnitures se fera donc surtout d'après la température limite présumée des surfaces frottantes.

En général, un organe de friction travaille de façon intermittente, par périodes très courtes de travail violent suivie de longs arrêts.

Pendant ces périodes très courtes, il y a accumulation d'une certaine quantité de chaleur dans un volume réduit. Cette chaleur se propage ensuite dans la masse pour s'évacuer lentement vers l'extérieur.

##### **I.1.5.4.2 Le matériau de friction des garnitures**

Une garniture de friction est un composite complexe élaboré à partir de fibres, et de charges diverses, comme tout composite classique (plastiques, caoutchoucs ou autres). La garniture se transforme et vieillit lorsqu'elle est soumise à des contraintes mécaniques et thermiques [8].

Les évolutions ne doivent pas se traduire par des usures excessives ou par des modifications sensibles des caractéristiques de la garniture.

Les garnitures de frein sont fabriquées dans un matériau de friction conçu pour frotter avec les parties tournantes (disques ou rotors). Les garnitures ne sont pas donc identiques.

Les garnitures de frein doivent de plus présenter des caractéristiques de résistance convenable à l'usure, une non-agressivité vis-à-vis des pistes de frottement, et l'absence de bruit ou de broutement.

Les garnitures sont exécutées sous deux formes :

- produits tissés à partir d'un tissu d'amiante armé de fils métalliques, trempés dans un imprégnant qui est ensuite cuit sur plaque en bandes enroulées ou, en garnitures prêtes au montage;
- produits moulés constitués par des fibres d'amiante courtes mélangées aux liants et aux charges, le tout moulé sous forte pression et traité à la température voulue.

### **I.1.5.4.3 Caractéristiques générales des garnitures**

#### **I.1.5.4.3.1 Caractéristiques physiques**

Frottement des garnitures : Le coefficient de frottement de la garniture doit d'une part, avoir une valeur appropriée au but poursuivi et, d'autre part, rester constant dans la zone habituelle de fonctionnement des freins ; la valeur habituelle recherchée pour le frottement est comprise entre 0,35 et 0,45. Cette valeur sert normalement de base au calcul de la plupart des freins existants [8].

Ce coefficient doit être le plus stable possible malgré de sérieuses difficultés dues à de nombreux facteurs (température, pression, vitesse, présence de poussière, etc....).

Usure des garnitures : Il est souhaitable qu'au cours de son usure, la face d'appui des garnitures reste équidistante de sa face d'origine, donc que l'usure soit constante sur toute la surface de friction.

L'usure est nécessaire. Elle renouvelle la surface frottante en éliminant les produits brûlés par coup de frein précédent, mais, elle doit rester assez faible pour éviter un remplacement trop fréquent des garnitures.

#### **I.1.5.4.3.2 Caractéristiques mécaniques**

En plus des caractéristiques de frottement et d'usure, on exige des garnitures :

- une résistance en traction suffisante pour supporter les efforts tangentiels souvent importants auxquelles elles sont soumises en freinage, à froid et à chaud, que les garnitures soient neuves ou usées ;
- une résistance suffisante au choc, à la flexion, au cisaillement, à la compression. Les garnitures doivent résister aux manipulations diverses auxquelles sont soumises avant leur montage, pour certaines permettre le rivetage ;
- une souplesse suffisante pour être montées facilement sur mâchoires ou sur les stators.

#### **I.1.5.4.3.3 Caractéristiques thermiques**

Nous avons vu que les caractéristiques diverses (frottement, usure, etc...) dépendent des paramètres : pression, vitesse, température et que les garnitures, par les sollicitations thermiques qu'elles subissent au cours des coups de frein répétés, évoluent en cours d'utilisation.

Il est donc nécessaire de prévoir un matériau dont les caractéristiques évoluent le plus faiblement possible, et plus particulièrement le coefficient de frottement.

Les différents paramètres pouvant influencer dans une phase de transformation interne du matériau sont la conductivité thermique entre 0,8 et 1,3 W/m.K, la diffusivité thermique et l'effusivité thermique.

#### **I.1.5.4.4 Le contre matériau (Disque ou rotor)**

##### **I.1.5.4.4.1 Généralités**

Dans tous les freins, il existe une partie fixe (garniture) qui vient frotter sur une partie mobile (disque ou rotor). Cette partie mobile est en métal et se trouve soumise à des contraintes dont les origines sont :

Une origine thermique due en particulier dans les disques à un très fort gradient de température dans l'épaisseur de celui-ci ;

Une origine purement mécanique due à l'action des segments et dont l'effet s'ajoute à celui de la contrainte thermique.

##### **I.1.5.4.4.2 Les matériaux pour disque de frein**

Pour certains métaux, l'amortissement s'effectue très lentement comme pour l'acier et l'aluminium ; par contre pour la fonte, l'amortissement est très rapide avec dissipation de chaleur élevée. On trouve aussi des disques à base de cuivre ou en composite carbone/carbone [6].

##### **I.1.5.4.4.3 Qualités du disque de frein**

Les qualités doivent être multiples, il est néanmoins l'un des organes le plus important du système de freinage. Il requiert les qualités suivantes :

- résistance ;
- permettre un coefficient de frottement élevé tout en gardant une surface de contact très lisse ;
- pouvoir emmagasiner sans déformation et sans élévation excessive de température un nombre très important de calories ;
- pouvoir être refroidi très rapidement afin d'être toujours disponible ;
- ne pas être sensible à l'usure ;
- être accessible rapidement sans grand démontage lors d'interventions mécaniques ;
- ne pas être sensible aux rayures provoquées par des corps étrangers.

##### **I.1.5.4.4.4 Caractéristiques générales du contre matériau**

La qualité du contre matériau ou rotor est en relation avec celle de la garniture et l'ensemble doit avoir un coefficient de frottement élevés et surtout stable, ce qui requiert une structure suffisamment fine. Le rotor doit résister aux efforts mécaniques de transmission de couple de freinage, avoir un faible allongement, une faible usure (surtout ne s'user qu'en conservant un état de surface convenable, sans rugosité, ni fissuration, ne pas se déformer sous l'effet de l'échauffement avec une bonne conductivité thermique, forte capacité thermique). Le métal du rotor doit résister aux érosions, comme le grippage, le phénomène de soudure.

Le refroidissement d'un rotor de frein dépend des diamètres intérieurs et extérieurs et de la vitesse de rotation. Les arrêts avec grand dégagement d'énergie engendrant de forts gradients de température à travers l'épaisseur du disque, se traduisent par des tensions superficielles.

## I.1.6 Freins pour avions

### I.1.6.1 Moyens de freinage et de ralentissement

Un avion dispose de plusieurs moyens de ralentissement [32]: freins de roue, parachutes, aérofreins et spoilers reverses ou inversion de pas.

Les freins de roue : comme sur les véhicules, ce sont eux qui assurent la principale dégradation de l'énergie cinétique. Les autres moyens étant des ralentisseurs de rappel.

Les parachutes : le parachute a été très utilisé dans les années 1950, surtout sur les avions militaires. Il est peu utilisé aujourd'hui du fait de sa complexité d'emploi.

Les aérofreins et spoilers : les spoilers sont des volets placés sur le bord de fuite des ailes et qui sont actionnés vers le haut, ce qui a pour effet de plaquer l'avion au sol et de permettre d'utiliser au mieux les freins de roue.

Les reverses ou (inverseurs de poussée) : tous les avions de transport civils ont des réacteurs équipés de reverses, c'est à dire des dispositifs qui, toujours sur commande du pilote et moyennant les sécurités indispensables, viennent obstruer la tuyère d'éjection et renvoyer les gaz latéralement et vers l'avant. Ce moyen est utilisé quand l'avion est sur le sol.

L'inversion de pas : les avions à hélice, à partir d'une certaine taille, et tous les multimoteurs sont équipés d'une hélice dont le pas peut varier et même s'inverser, de façon à produire une force retardataire très efficace. Du fait de cette efficacité, les freins de roue de ces avions sont beaucoup moins sollicités.

La barrière d'arrêt au sol : c'est un filet qui se dresse en travers de la piste en cas de détresse ; il accueille l'avion et l'immobilise avec un minimum d'endommagement.

Les brins d'arrêt au sol : certaines pistes d'atterrissage sont munies d'une corse qui au moment de l'atterrissage accroche un câble déroulant sur des tombeurs et freine l'avion. Ce procédé exige une grande précision du pilote lors de l'atterrissage et on le trouve sur des pistes courtes comme celles des porte-avions.

### I.1.6.2 Types de freinage à assurer

Les freinages d'avion peuvent être regroupés en plusieurs familles selon le niveau d'énergie à absorber.

- Le freinage de parking assure le maintien de l'avion au sol à l'arrêt, moteurs arrêtés. De plus, les normes civiles spécifient que, à l'arrêt et à pression de parking, l'ensemble des freins doit assurer le maintien de l'avion pour la pleine poussée du moteur le plus défavorable.
- Le freinage de point fixe normalisé : à l'arrêt et à la pression de freinage maximale, l'ensemble des freins doit assurer une traînée supérieure à la poussée maximale des moteurs. Cela n'est plus vrai pour certains avions militaires pour lesquels l'adhérence au sol n'est pas suffisante. On ne peut maintenir l'avion immobile que pour une partie de la poussée des moteurs.
- Le freinage de taxiage : il correspond aux coups de frein donnés à basse vitesse, lorsque l'avion parcourt les bretelles d'accès (taxiage) entre l'aéroport et la piste.
- Le freinage de service : il correspond au ralentissement de l'avion après un atterrissage courant.

- Les freinages de taxiage et de service peuvent être quantifiés par l'avionneur pour définir un cycle moyen d'utilisation à prendre en considération pour estimer l'endurance des freins.
- Le freinage d'atterrissage : il est défini par les normes en vitesse initiale, niveau d'énergie et décélération en fonction des paramètres de l'avion.
- Le freinage de surcharge : il n'est pas toujours prévu par les normes. Il correspond à un atterrissage exceptionnel en énergie, vitesse et décélération.
- Le freinage RTO (Refused Take-off): il correspond au cas du décollage interrompu de l'avion le plus lourd, sur la piste à altitude maximale prévue et à la température maximale. L'avionneur calcule la vitesse critique de freinage appelée  $V_1$ , au-delà de laquelle l'avion doit continuer son décollage en cas de panne, typiquement celle d'un moteur.

### I.1.6.3 Evolution des freins de roue pour avion

Les freins à tambour ont été utilisés jusque vers le milieu des années 1950, sur les avions de ligne (par exemple, Boeing) [32]. Actuellement, tous les avions sont équipés de freins à disques.

Les disques acier, garnitures organiques : ce montage a été utilisé dans les années 1950 sur des avions à faible énergie, par exemple, le Fougo.

Les disques cuivre, garnitures organiques : ce montage a été utilisé dans les années 1950 principalement en Europe sur des avions moyens et lourds. L'intérêt du cuivre est son fort coefficient de conductivité thermique. Cette technologie est complètement abandonnée, car trop peu performante.

Les disques acier, garnitures frittées : l'intérêt de tout métallique est de pouvoir atteindre en fin de freinage des températures plus élevées qu'avec le cuivre, 1000 à 1100 °C (au lieu de 600 à 650 °C). La garniture organique est remplacée par un fritté métallique. La composition de ce fritté est souvent propre à chaque constructeur.

Il existe deux grandes familles de frittés :

- les frittés à base de bronze, dont l'usure est faible mais le coefficient de friction à haute température est faible.
- les frittés à base de fer, qui ont un coefficient de friction plus élevé, ainsi qu'un taux d'usure plus élevé. Généralement, le fritté est utilisé en coupelles lesquelles sont rivetées sur des segments de stator.

Le frein « béryllium » est un matériau qui paraît intéressant pour être utilisé comme un puit de chaleur, de part sa forte capacité thermique massique et son haut point de fusion. Malheureusement, la poussière de béryllium étant très toxique, il ne peut être utilisé en frottement direct. De plus, c'est un matériau cher.

Les disques en composite carbone/carbone : cette technologie a été développée au cours des années 1970 pour les avions militaires, puis a été mise en service sur les avions civils à partir de 1985. Elle est aujourd'hui en cours de se généraliser à tous les gros avions, d'autant plus qu'ils sont longs courriers, car elle permet de réaliser un gain de masse important ; en plus, le carbone présente des caractéristiques plus intéressantes que celles des aciers pour réaliser des puits de chaleur.

## **I.2 CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DU FREIN DE BOEING 737/ 200**

### **I.2.1 Description**

Les contraintes d'encombrement et de poids réduits qu'impose les avionneurs à l'ensemble du système d'atterrissage conduisent à minimiser le nombre de roues par avion et à adopter les systèmes de freins originaux capables d'offrir, dans un volume très réduit, des capacités de freinage très importantes. C'est pourquoi, le mécanisme de frein de Boeing 737 est installé à l'intérieur des jantes de chaque roue du train principal. Ce mécanisme est constitué :

d'une part, d'un ensemble de disques, c'est à dire quatre stators et cinq rotors (disques) solidaires à la jante au moyen d'encoches coulissant sur des clavettes fixées sur la jante. Les éléments fixes (stators, plaque de poussée) sont solidaires d'un essieu fixe au moyen d'encoches coulissant sur un tube crénelé appelé torque tube. Sur ces éléments sont rivetés des patins en céraméallique.

Ces matériaux sont composés de céramique stable à la chaleur et d'ingrédients métalliques composés pour garder leurs rigidités d'origine et leurs propriétés de friction même aux hautes températures.

d'autre part, d'un dispositif appelé carter ou logement de pistons qui, une fois alimenté, assure le serrage des disques entre eux (fig I. 1).

Ce système multidisques (5 rotors) offre une surface élevée de frottement entre éléments fixes et éléments mobiles et par-là, des efforts de freinage très importants pour une force de serrage limitée.

### **I.2.2 Dimensionnement des freins**

Le dimensionnement des freins d'avion est réalisé pour répondre essentiellement à une contrainte, limiter l'échauffement de frein lors des freinages d'urgence pour ne pas atteindre les températures de fusion des matériaux du frein. Apparaît ainsi, la notion de masse minimale de frein et de puits de chaleur (le frein n'est qu'un organe capable d'absorber l'énergie cinétique de l'avion).

Toutes les autres contraintes, force de freinage, stabilité de freinage, etc..., sont assurées grâce aux asservissements adéquats.

### **I.2.3 Principe de fonctionnement du système de freinage**

Le frein fonctionne normalement par un circuit hydraulique principal qui utilise comme fluide de pression le (SKYDROL 500 B) ou fluide par spécification Boeing 3-11-C. Ce fluide a un très faible pourcentage en eau pour éviter que les éléments de frein ne soient corrodés.

Quand les freins sont actionnés, le fluide hydraulique, sous pression entre par l'orifice d'admission et il est distribué dans les six chambres de pistons. Sous la pression exercée, les pistons se déplacent vers l'extérieur agissant ainsi sur la plaque de poussée. Le déplacement de la plaque de poussée va comprimer les rotors et les stators. Les rotors étant liés à la roue sont donc en rotation et la force de serrage qui agit sur les rotors et les stators va progressivement arrêter la rotation de la roue.

La plaque de poussée est attachée au carter par six tubes ajusteurs. Chaque tube traverse un ressort appelé ressort de rappel. Le déplacement de la plaque de poussée, sous l'effet de la pression, actionne en parallèle le déplacement des tubes ajusteurs, qui vont comprimer les ressorts de rappel.

Après le freinage, les ressorts de rappel vont se détendre et remettre les tubes ajusteurs et la plaque de poussée à leur position initiale et permettre à la roue de tourner librement.

#### **I.2.4 Anomalies de fonctionnement des dispositifs de freinage**

Manque d'efficacité :

Si les freins manquent d'efficacité, la cause peut en être :

- garnitures usées, grasses, mal réglées ou trop faible coefficient de frottement ;
- disques ou rotors usés, trop de jeu entre garnitures et disques ; il faut actionner plusieurs fois pour freiner ;
- élévation importante de température à la suite de freinage prolongé ; les organes de friction se déforment ;
- manque de progressivité :
- garnitures mal fixées ;
- disques voilés ;
- mauvaise répartition du freinage.

Manque de régularité :

Le mauvais état des disques entraîne un contact irrégulier avec les garnitures. Tous ces défauts entraînent des dérapages plus ou moins dangereux.

Des bruits anormaux peuvent se produire :

- soit à un moment quelconque, ils proviennent alors des ressorts de rappel insuffisamment puissants, les garnitures battent ;
- soit au moment du freinage, ils peuvent provenir des garnitures usées ; les têtes de rivets portant sur les disques, il y a risque de formation des rayures ;
- soit des vibrations des flasques de frein ;
- soit des disques insuffisamment rigides.

#### **I.2.5 Les principaux motifs de dépose des freins pour Boeing 737/200**

La limite d'usure : le bloc de frein étant utilisé normalement et suivant les modes techniques s'use entièrement après un certain temps ; il est en « fin de potentiel ou en limite d'usure » et cela nécessite une dépose pour une nouvelle régénération. La limite d'usure est indiquée par le témoin d'usure.

La fuite hydraulique : après chaque atterrissage, les blocs de frein sont contrôlés visuellement et en cas de fuite, ils seront déposés pour une vérification ou pour une révision.

La surchauffe : anomalie qui nécessite la dépose du frein due à une élévation supérieure de température sur le frein. On reconnaît la surchauffe par un changement de couleur du carter qui sera légèrement marron.

Le blocage dû à une défection d'un accessoire hydraulique (tel que : La méting, valve anti-skid) ou du frein lui-même en cas de non-fonctionnement des ressorts de rappel.

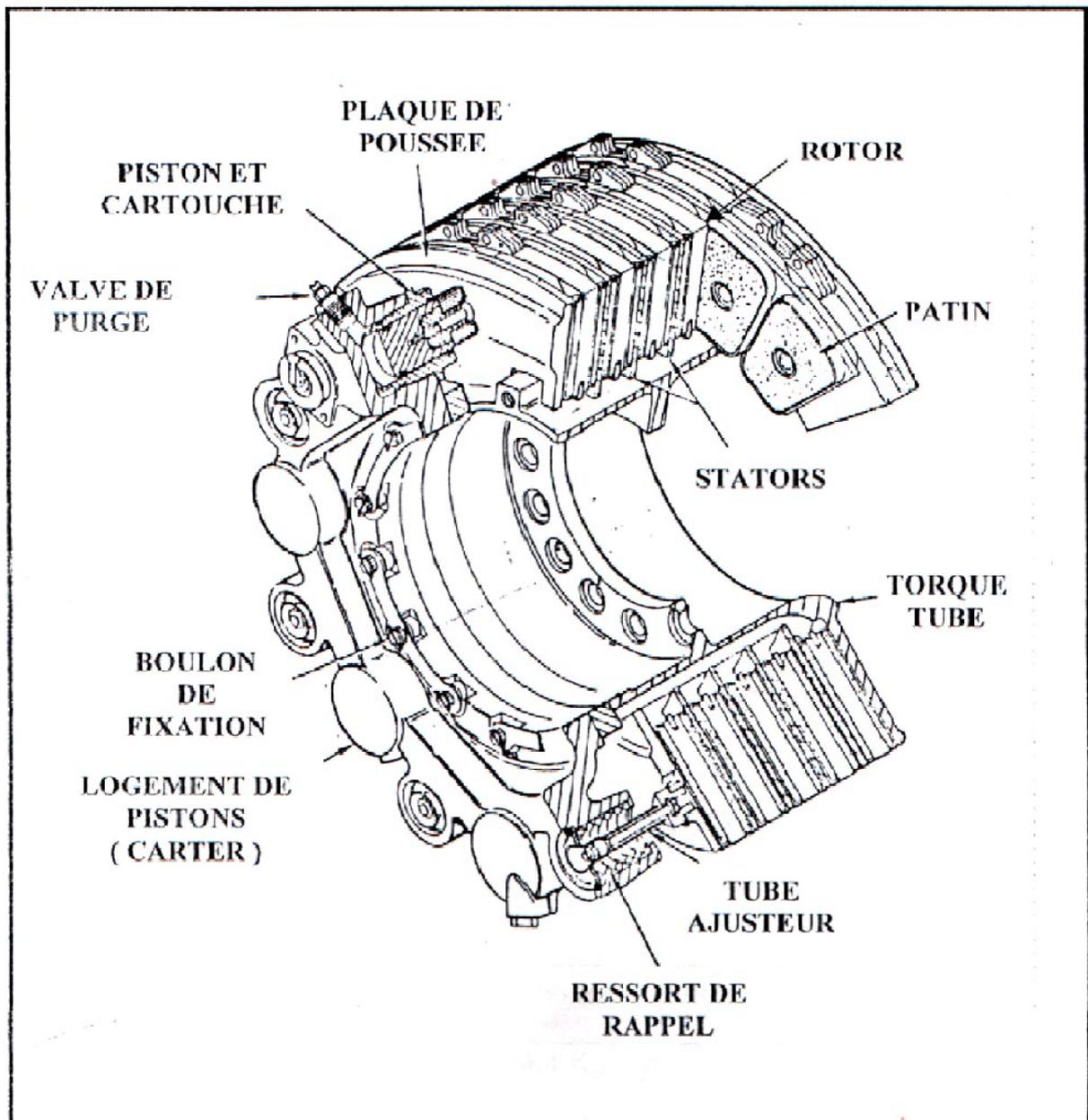


Fig. I.1 : Bloc de frein du Boeing 737/200.

### **I.3. PRESENTATION DES TRAVAUX SUR L'ASPECT THERMIQUE DU FROTTEMENT**

Les travaux dans le système abordé sont nombreux, on cite quelques uns :

De virent [24] a trouvé le modèle mathématique qui permet de déterminer la distribution de la température sur le disque de frein d'un véhicule pendant le freinage.

Etant donné que l'angle d'embrassement est petit, ce qui impose une étude multidimensionnelle, ce qui n'était pas le cas; et ce qui donne une divergence entre le résultats trouvés et le cas réel.

Par la même méthode, Ferragh .O [30] a fait une étude thermique sur un disque de frein de TGV en 1992 et cela pour la possibilité de noyer des caloducs.

Par la méthode des différences finis, une distribution de température sur le même disque de frein noyer par des caloducs a fait l'objet d'une étude développée par Harmand .S [30] a l'université Valencienne en 1995

## II.1 PRESENTATION DU PROBLEME

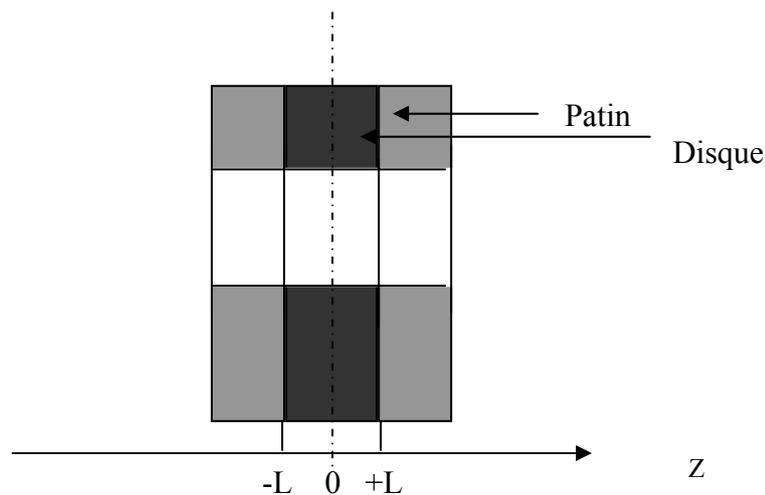
Un problème pratique important est celui où un solide (disque ou rotors) initialement à la température  $T_0$ , est soudainement soumis à une densité de flux  $q'$  variable avec le temps sur les deux faces (cas de freinage).

On cherche la loi de propagation de la chaleur dans ce disque. Pour résoudre ce problème, on cherche d'abord la solution dans le cas où le flux thermique par unité de surface imposé sur l'une de ces faces, serait égal à l'unité. Ensuite on applique le théorème de DUHAMEL.

Pour simplifier le problème, on considère que :

- La conductivité thermique du matériau de disque est constante.
- La résistance de contact (patin, disque) est négligeable.
- Le régime permanent n'est pas établi pendant la période de freinage.
- Il n'y a pas d'échange convectif avec le milieu extérieur.
- La température initiale du disque est uniforme.
- Il n'y a pas d'échange dû au rayonnement après le freinage.
- Vu le petit gradient de vitesse sur la plaquette, on suppose que l'échange est mono dimensionnel.

Le flux de chaleur qui pénètre dans le disque étant identique sur les deux faces du disque. Par symétrie, le plan central du disque constitue une surface adiabatique.



**Fig. II.1.** Schéma du frein

## II.2 CALCUL DES PARAMETRES CINEMATQUES

Les paramètres cinématiques servent à déterminer la vitesse instantanée en fonction du temps, qui va être utilisé par la suite pour la détermination du flux instantané par unité de surface dissipé à l'interface disque-patin.

A partir du mouvement rectiligne uniformément varié, on a :

$$X(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \quad (\text{II.1})$$

$$\text{et } V(t) = at + V_0 \quad (\text{II.2})$$

Le temps de freinage  $t_f$  est :

$$t_f = - \frac{V_0}{a} \text{ avec } V(t) = 0 \quad (\text{II.3})$$

Le parcours de freinage est donné par :

$$X_f = - \frac{V_0^2}{2a} \quad (\text{II.4})$$

la vitesse instantanée en fonction de t et  $t_f$  :

$$V_1(t) = at - at_f$$

$$V_1(t) = -a t_f \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right) \quad (\text{II.5})$$

### II.3 DETERMINATION DE LA DENSITE DE FLUX DEGAGE LORS DU FREINAGE

Le flux instantané par unité de surface dissipée à l'interface disque-plaquette [9] :

$$E(t) = F.V_1(t).c_f \quad (\text{II.6})$$

F : l'effort de retenue (force de freinage).

$V_1(t)$  : vitesse instantanée pendant le freinage.

$c_f$  : Coefficient de frottement

La puissance dissipée en chaleur entre deux corps frottants, a approximativement la forme linéaire et que le flux par unité de surface (densité de flux) pénétrant respectivement dans les deux corps frottants s'expriment par [25] :

$$q_1'(t) = m.E(t) \quad [\text{premier corps}] \quad (\text{II.7})$$

$$q_2' = (1 - m).E(t) \quad [\text{deuxième corps}] \quad (\text{II.8})$$

m : La proportion d'énergie calorifique dégagée qui pénètre dans le premier corps [25].

$$\text{Avec} \quad m = A_1 b_1 / (A_1 b_1 + A_2 b_2) \quad (\text{II.9})$$

$b_1, b_2$  : Effusivités des corps 1 et 2 respectivement

$A_1, A_2$  : Section des corps 1 et 2 respectivement

$$b_1 = (k_1 \rho_1 C_1)^{1/2}$$

$$b_2 = (k_2 \rho_2 C_2)^{1/2}$$

$k_1, k_2$  : Conductivités thermiques des corps 1 et 2 respectivement.

$\rho_1, \rho_2$  : Masses volumiques des corps 1 et 2 respectivement.

$C_1, C_2$  : Chaleurs spécifiques des corps 1 et 2 respectivement.

A partir des expressions (II.5), (II.6), (II.7), (II.8), le flux par unité de surface pénétrant dans le premier corps est :

$$\begin{aligned} q_1'(t) &= \frac{A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \left[ -a \cdot F \cdot c_f \cdot t_f \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right) \right] \\ &= \left[ \frac{-a \cdot F \cdot c_f \cdot t_f \cdot A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \right] \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Le flux pénétrant dans le deuxième corps est :

$$\begin{aligned} q_2' &= \left( 1 - \frac{A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \right) \left[ -a \cdot F \cdot c_f \cdot t_f \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right) \right] \\ &= \left[ -a \left( 1 - \frac{A_1 \cdot b_1}{A_1 \cdot b_1 + A_2 \cdot b_2} \right) F \cdot c_f \cdot t_f \right] \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

## II.4 APPLICATIONS NUMERIQUES ET INTERPRETATIONS

➤ Les caractéristiques utilisées pour l'application sont les suivantes:

Disque (Acier dur à 0,1% c) [63] :

- La conductivité thermique  $k_1 = 46 \text{ W/m K}$
- La chaleur spécifique  $C_1 = 0,52 \cdot 10^{+3} \text{ J/kg K}$
- Masse volumique  $\rho_1 = 8000 \text{ kg/m}^3$
- La diffusivité thermique  $\alpha_1 = 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
- L'effusivité thermique  $b_1 = 1,38 \cdot 10^{+4} \text{ J/m}^2 \text{ Ks}^{1/2}$
- L'épaisseur du disque  $2L = 0,01270 \text{ m}$
- La section du disque  $A_1 = 0.063 \text{ m}^2$

Patin (patin classique amiante) [8]:

- La conductivité thermique  $k_2 = 1,29 \text{ W/m K}$
- La diffusivité thermique  $\alpha_2 = 69,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
- L'effusivité thermique  $b_2 = 15,44 \text{ J/m}^2 \text{ Ks}^{1/2}$
- La section des 12 patins  $A_2 = 0.062 \text{ m}^2$

Autres caractéristiques : [8], [32]

- La pression moyenne  $P = 1750 \text{ psi} = 122,5 \text{ bar}$
- La section des six pistons  $S_p = 0,0056 \text{ m}^2$
- La décélération  $a = -4 \text{ m/s}^2$

- Le temps de freinage  $t_f = 29$  s
- Le coefficient de frottement  $c_f = 0.21$
- La température initiale  $T_o = 20^\circ\text{c} = 293,15$  K

**Remarque :**

Les valeurs de la pression moyenne et le temps de freinage sont données par Air Algérie.

- La vitesse instantanée :

$$V_1(t) = -a.t_f \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right)$$

$$= 4.29 \left( 1 - \frac{t}{29} \right)$$

$$V_1(t) = -4 t + 116 \text{ m / s}$$

- Le flux par unité de surface libéré au cours du freinage :

$$E(t) = F.V_1(t).c_f$$

Sachant que F est la force de freinage calculer par :

$$F = P . S_p$$

$$= 122,5.10^{+5} . 0,0056$$

$$F = 68600 \text{ N}$$

Donc :

$$E(t) = 68600 . 0,21 (-4 .t +116)$$

$$E(t) = -57624 .t + 1671096 \text{ w/m}^2$$

- Le flux par unité de surface pénétrant dans le premier corps :

La proportion de l'énergie calorifique dégagée qui pénètre dans le premier corps est :

$$m = A_1 b_1 / (A_1 b_1 + A_2 b_2)$$

$$= 0,063.13800 / (0,063.13800 + 0,062.15,44)$$

$$m = 0,998$$

Donc le flux par unité de surface qui pénètre dans le premier corps est :

$$q_1'(t) = m.E(t)$$

$$= 0,998 (-57624 t + 1671096)$$

$$q_1'(t) = -57508,7 .t + 1669257,7 \text{ W/m}^2$$

➤ Le flux par unité de surface pénétrant dans le deuxième corps est :

$$\begin{aligned} q_2'(t) &= (1 - m).E(t) \\ &= (1 - 0,998) (-57624 .t + 1671096) \\ q_2'(t) &= - 115,248 .t + 3342,192 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

L'application numérique nous donne :

$q_1'(t) \succ q_2'(t)$ , ce qui montre que le flux pénétrant dans le disque est  $q_1'(t)$  (effusivité thermique importante). [61]

Donc, le flux pénétrant dans le disque est :

$$q_1'(t) = \left[ \frac{-a.F.c_f.t_f.A_1.b_1}{A_1.b_1 + A_2.b_2} \right] \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right)$$

On pose :

$$N = \left[ \frac{-a.F.c_f.t_f.A_1.b_1}{A_1.b_1 + A_2.b_2} \right]$$

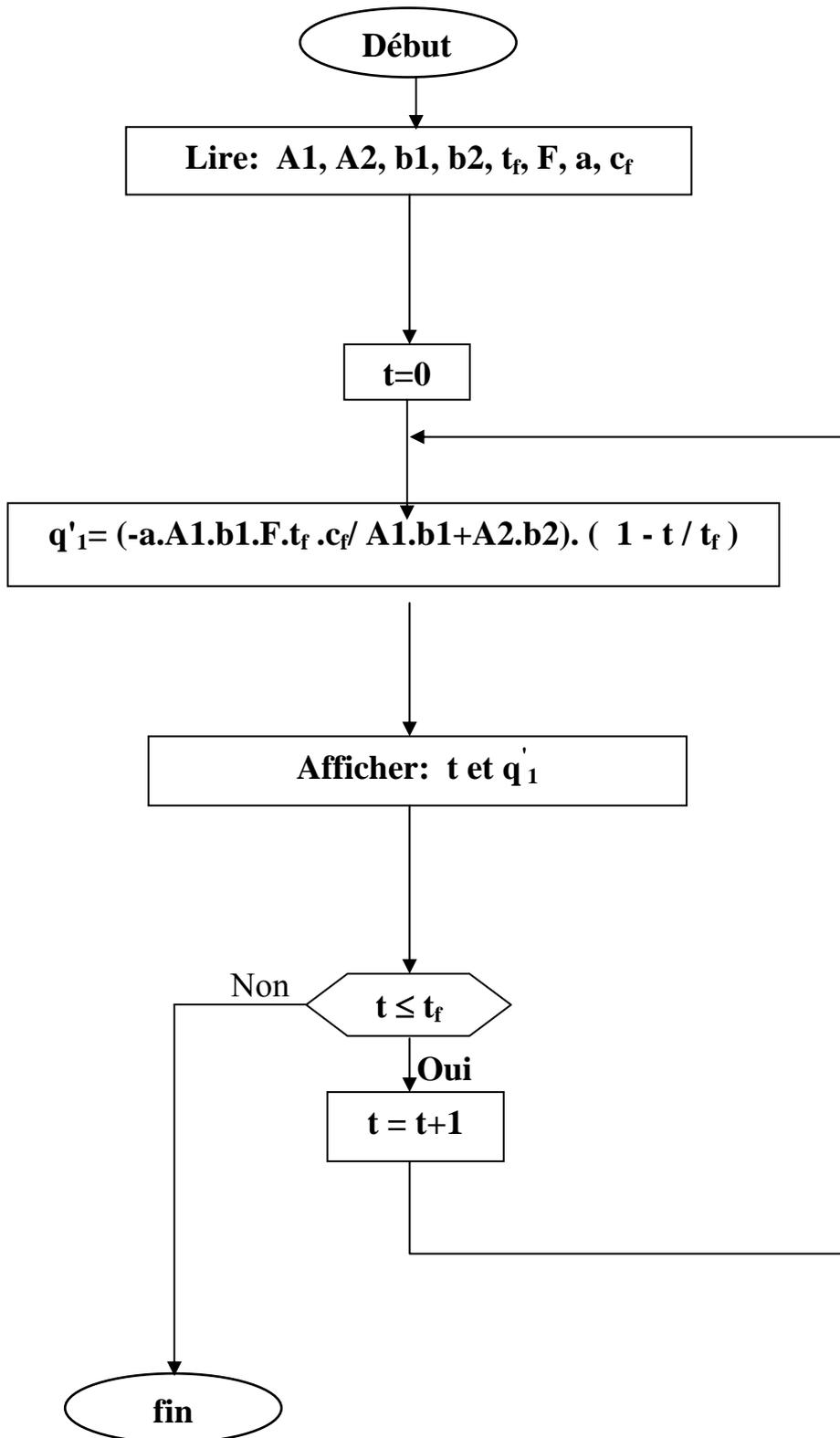
Donc :

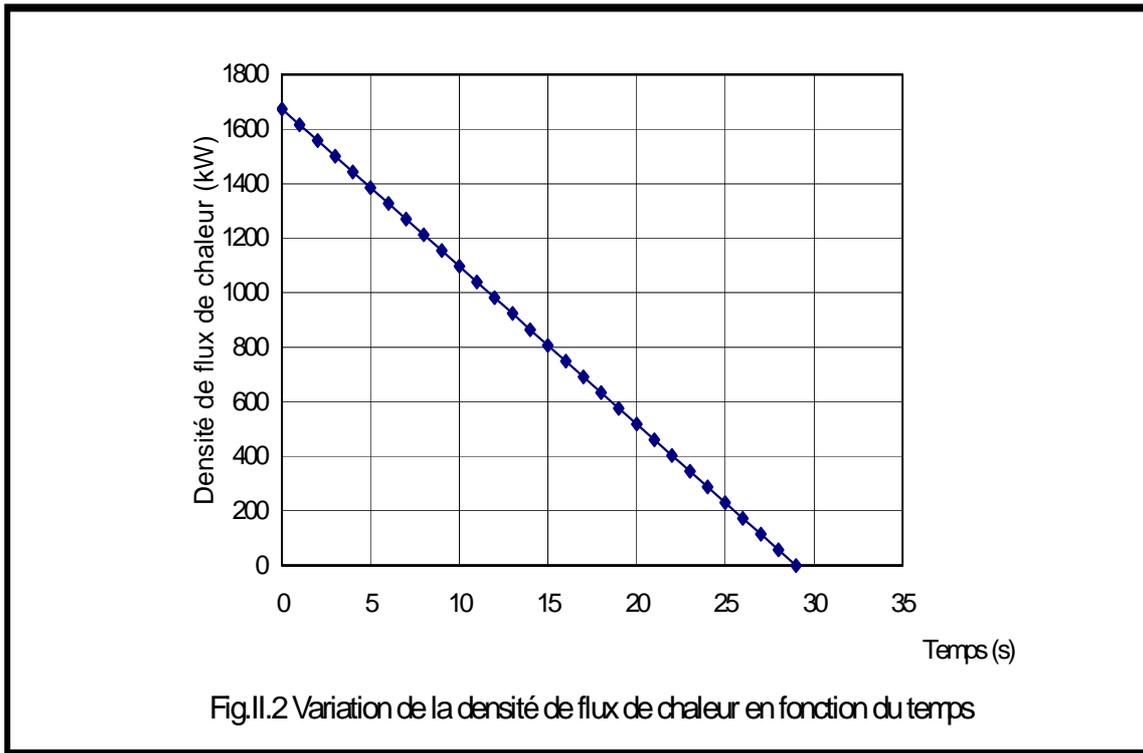
$$q_1'(t) = N \left( 1 - \frac{t}{t_f} \right) \tag{II.12}$$

**Remarque :**

Un programme en Fortran a été élaboré pour représenter la variation de la densité du flux thermique en fonction du temps de freinage. Nous présentons l'organigramme du calcul de la densité du flux thermique en fonction du temps

Organigramme de calcul de la densité de flux en fonction du temps





### Interprétations :

La figure II.2 représente la variation de la densité de flux de chaleur en fonction du temps. Elle a une forme linéaire. A l'instant  $t = 0$ , la densité de flux de chaleur prend sa valeur maximale. Au fur et à mesure que le temps augmente, la densité de flux de chaleur diminue jusqu'à ce qu'elle s'annule à la fin de la période de freinage. Cela veut dire que pendant toute la période de freinage, il y a transformation d'énergie mécanique en chaleur ; cette quantité de chaleur se propage dans l'épaisseur du disque.

## II.5 LES DIFFERENTES METHODES DE RESOLUTION DE L'EQUATION DE LA CHALEUR

### II.5.1 Méthode de la transformée de Laplace

Cette technique permet de résoudre aisément les problèmes, grâce à l'emploi des tables de la transformée de Laplace.

La transformée de Laplace  $\bar{T}(\beta)$  d'une fonction  $T(t)$  est définie, sous certaines conditions, par l'intégrale :

$$\bar{T}(x, \beta) = \int_0^{\infty} e^{-\beta t} T(x, t) dt \quad (\text{II.13})$$

Dans laquelle  $\beta$  est un nombre réel ou complexe,  $\bar{T}(\beta)$  est appelé image ou transformée de la fonction originale  $T(t)$ .

La transformation de Laplace précédente à l'équation unidimensionnelle de la chaleur donne :

$$\int_0^{\infty} e^{-\beta t} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dt - \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} e^{-\beta t} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) dt = 0 \quad (\text{II.14})$$

Cette équation s'écrit :

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} - \frac{\beta}{\alpha} \bar{T} = -\frac{T_0}{\alpha} \quad \text{où } T_0 = T(x,0) \quad (\text{II.15})$$

Ainsi apparaît clairement l'intérêt de la transformation de Laplace, qui est de ramener une équation aux dérivées partielles à une équation simplement différentielle, plus facile à résoudre. Si l'on pose  $T^* = T - T_0$ , l'équation transformée se réduit à une équation différentielle sans second membre :

$$\frac{d^2 \bar{T}^*}{dx^2} - \frac{\beta}{\alpha} \bar{T}^* = 0 \quad (\text{II.16})$$

dont la solution générale est :

$$\bar{T}^*(x, \beta) = A \exp\left(-\frac{\beta}{\alpha} x\right) + B \exp\left(\frac{\beta}{\alpha} x\right) \quad (\text{II.17})$$

A partir de la solution transformée  $\bar{T}^*(x, \beta)$ , on parvient à la solution originale :

$$T^*(x, t) = T(x, t) - T_0 \quad \text{à l'aide de la transformation inverse.}$$

Les constantes  $A$  et  $B$  sont obtenues à partir des conditions aux limites qui ne sont pas fonction du temps.

### II.5.2 Méthode de séparation des variables ou méthode de Fourier

On cherche s'il existe une solution particulière, à variables séparées, et de la forme :

$$T(x, t) = X(x) \cdot Y(t)$$

Où  $X(x)$  est une fonction de  $x$  seul et  $Y(t)$ , est une fonction de  $t$  seul.

En reportant dans l'équation de la chaleur on obtient :

$$X''(x) Y(t) - \frac{1}{\alpha} X(x) Y'(t) = 0 \quad (\text{II.18})$$

Ou encore :

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{1}{\alpha} \frac{Y'(t)}{Y(t)}$$

Le premier membre de l'égalité dépend seulement de  $x$  ou peut être une constante. Le second membre dépend seulement de  $t$  ou peut être une constante, l'égalité doit être vérifiée pour toutes les valeurs de  $x$  et de  $t$ , ceci n'est possible que si chaque membre soit égal à une constante.

Soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X''(x)}{X(x)} = \omega \\ \frac{1}{\alpha} \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \omega \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha \frac{X''(x)}{X(x)} = \varpi \\ \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \varpi \end{array} \right. \quad (\text{II.19})$$

Le choix de la constante  $\omega$  ou  $\varpi$  se fait à partir de considérations physiques.

Donc à partir d'une équation aux dérivées partielles, on arrive à deux équations différentielles plus faciles à résoudre.

La solution élémentaire  $T$  est le produit des solutions  $X(x)$  et  $Y(t)$  du système dans lesquelles interviennent des constantes.

Celles-ci sont déterminées dans chaque cas par les conditions aux limites.

### II.5.3 Méthode des différences finies

Dans ces méthodes, on transforme l'équation de la chaleur et les conditions aux limites en un système d'équations aux différences finies.

La discrétisation des variables est obtenue en découpant le domaine étudié par maillage de forme et de dimensions adaptées à chaque problème.

### II.2.4 Méthode de résolution analogique

Généralement, lorsque deux phénomènes physiques sont régis par des équations identiques et que l'un d'eux est facilement accessible aux mesures, on peut avec profit utiliser ces mesures pour étudier l'autre phénomène. Ainsi les équations de Laplace, Poisson et Fourier sont communes à la thermocinétique et à l'électricité. Le réseau des équipotentielles,  $E=\text{constant}$ , correspond au réseau des isothermes  $T = \text{constante}$ .

Cette méthode est utilisée surtout dans un régime permanent à plusieurs dimensions (bi ou tridimensionnels).

### II.5.5 Méthode graphique

La méthode graphique de BINDER, améliorée par SCHMIDT, est peut être l'une des méthodes de résolution de nombreux problèmes à une dimension spatiale en régime variable (cas du mur, le solide semi-infini et pour le cylindre ou la sphère. De plus, de nombreux problèmes qui ne peuvent être résolus que très difficilement par voie analytique, se prêtent à la résolution graphique. La méthode consiste à remplacer l'équation différentielle de rigueur (dans le cas le plus simple, du mur en coordonnées cartésiennes.) par une équation aux différences finies, en divisant l'épaisseur du solide en intervalles  $\Delta x$  et le temps en intervalles  $\Delta t$ , et en étudiant l'évolution de la température dans ces intervalles.

La précision obtenue dépend essentiellement du nombre d'intervalles choisis par l'opérateur et peut donc être augmenté.

### II.5.6 Méthode du théorème de DUHAMEL

On peut ramener la solution d'un problème de conduction, c'est-à-dire avec des conditions aux limites variables dans le temps à celle d'un phénomène similaire, avec une condition aux limites constante, au moyen du théorème de DUHAMEL appelé parfois l'intégrale de superposition de DUHAMEL.

#### II.5.6.1 Utilisation du théorème

Il y a plusieurs problèmes de la conduction de la chaleur avec des conditions aux limites dépendantes du temps et/ou un terme source variable dans le temps. Le théorème de DUHAMEL fournit une approche convenable pour leurs développer une solution, en utilisant la solution du même problème avec des conditions aux limites indépendantes du temps et/ou un terme source indépendant du temps.

Cette méthode est applicable aux problèmes linéaires car elle est basée sur le principe de superposition.

### II.2.6.2 Forme générale du théorème de DUHAMEL

Soit le problème non homogène à trois dimensions ( $\bar{r}$ ) dans le domaine D, avec les conditions aux limites et une source variable dans le temps :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 T(\bar{r}, t) + \frac{1}{k} P(\bar{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}(\bar{r}, t) \quad , \text{ Dans D, } t > 0. \\ T(\bar{r}, t) = f(\bar{r}) \quad , t = 0 \text{ dans D.} \\ k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = f_i(\bar{r}, t) \quad , \text{ à la frontière } i, t > 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.20})$$

Il peut y avoir, dans le domaine D, plusieurs frontières continues  $i$ , avec  $k_i$  et  $h_i$  des constantes. Les termes non homogènes  $P(\bar{r}, t)$  et  $f_i(\bar{r}, t)$  empêchent de résoudre le système (II.20) par les méthodes habituelles.

La solution est exprimée en fonction de celle d'un problème auxiliaire plus simple qui est définie comme suit :

Appelons  $\phi(\bar{r}, t, \lambda)$  la solution du problème (II.20) où l'on aurait supposé que les termes  $P(\bar{r}, \lambda)$  et  $f_i(\bar{r}, \lambda)$  ne dépendent pas du temps  $t$ ; la variable  $\lambda$  n'est qu'un paramètre.

Dans ce cas,  $\phi(\bar{r}, t, \lambda)$  est la solution du problème auxiliaire suivant :

( $\phi$  dépend de  $\lambda$  car  $P(\bar{r}, \lambda)$  et  $f_i(\bar{r}, \lambda)$  en dépendent)

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \phi(\bar{r}, t, \lambda) + \frac{1}{k} P(\bar{r}, \lambda) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\bar{r}, t, \lambda) \quad , \text{ Dans D, } t > 0. \\ \phi(\bar{r}, t, \lambda) = f(\bar{r}) \quad , t = 0 \text{ dans D.} \\ k_i \frac{\partial \phi(\bar{r}, t, \lambda)}{\partial n_i} + h_i \phi(\bar{r}, t, \lambda) = f_i(\bar{r}, \lambda) \quad , \text{ à la frontière } i, t > 0. \end{array} \right. \quad (\text{II.21})$$

Supposons que nous avons obtenu la solution  $\phi(\bar{r}, t, \lambda)$  du problème auxiliaire (II.21) pour lequel nous connaissons des techniques de résolution.

Le théorème de DUHAMEL affirme que la solution  $T(\bar{r}, t)$  du problème (II.20) est liée à la solution  $\phi(\bar{r}, t, \lambda)$  du problème (II.21) par la relation suivante :

$$T(\bar{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \phi(\bar{r}, t-\lambda, \lambda) d\lambda \quad (\text{II.22})$$

Qui peut être exprimée sous la forme suivante :

$$T(\bar{r}, t) = f(\bar{r}) + \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\bar{r}, t-\lambda, \lambda) d\lambda \quad (\text{II.23})$$

Etant donnée que :  $\phi(\bar{r}, t-\lambda, \lambda)|_{\lambda=t} = \phi(\bar{r}, 0, \lambda) = f(\bar{r})$

### II.2.6.3 Cas particuliers

Cas condition initiale  $f(\bar{r}) = 0$

Dans le cas où la température initiale est nulle (II.28) devient :

$$T(\bar{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\bar{r}, t-\lambda, \lambda) d\lambda \quad (\text{II.24})$$

La condition initiale égale à zéro avec un seul terme non homogène.

Si en plus d'une condition initiale nulle, il n'y a qu'un seul terme non homogène qui peut être le  $f_i(\bar{r}, t)$  d'une des Conditions aux limites ou le terme  $P(\bar{r}, t)$ , la relation (II.24) est remplacée par une autre relation.

Supposons que P est nul, mais que  $f_i(\bar{r}, t)$  pour la surface une est différent de zéro,

on a alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 T(\bar{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(\bar{r}, t)}{\partial t} \quad , \text{ dans } D, t > 0 \\ T(\bar{r}, t) = 0 \quad , \text{ dans } D, t = 0 \\ k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} + h_i T = 0 \quad , \text{ pour } i \neq 1, \text{ à la frontière } i, \\ k_1 \frac{\partial T}{\partial n_1} + h_1 T = f_1(\bar{r}, t) \quad , \text{ à la frontière } 1, t > 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.25})$$

Le problème auxiliaire est, dans ce cas :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \phi(\bar{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\bar{r}, t) \quad , \text{ dans } D, t > 0 \\ \phi(\bar{r}, t) = 0 \quad , \text{ dans } D, t = 0 \\ k_i \frac{\partial \phi}{\partial n_i} + h_i \phi = 0 \quad , \text{ pour } i \neq 1, \text{ à la frontière } i, t > 0 \\ k_1 \frac{\partial \phi}{\partial n_1} + h_1 \phi = 1 \quad , \text{ à la frontière } 1, t > 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.26})$$

La solution  $T(\bar{r}, t)$  du problème (II.30) est alors reliée à celle  $\phi(\bar{r}, t)$  du problème auxiliaire (II.31) par :

$$T(\bar{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} f_1(\lambda) \frac{\partial \phi(\bar{r}, t - \lambda)}{\partial t} d\lambda \quad (\text{II.27})$$

En effet, si  $\phi(\bar{r}, t, \lambda)$  est la solution du problème (II.26) pour une C.L.  $f_1(\lambda)$  pour la frontière 1 ou, zéro pour une autre frontière, alors  $\phi(\bar{r}, t, \lambda)$  est relié à  $\phi(\bar{r}, t)$  par :

$$\phi(\bar{r}, t, \lambda) = f_1(\lambda) \phi(\bar{r}, t)$$

On peut aussi écrire (II.27) sous une autre forme :

$$T(\bar{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} f_1(t - \lambda) \frac{\partial \phi(\bar{r}, \lambda)}{\partial t} d\lambda \quad (\text{II.28})$$

(Caractéristique de l'intégrale d'un produit de convolution)

### Remarque :

Une autre forme de (II.27), où N est le nombre de discontinuités finies existant entre  $\lambda = 0$  et  $\lambda = t$  s'écrit :

$$T(\bar{r}, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \phi(\bar{r}, t - \lambda) \frac{df_1(\lambda)}{d\lambda} d\lambda + \sum_{i=1}^N \phi(\bar{r}, t - \lambda_i) \Delta f_i \quad (\text{II.29})$$

#### II.5.6.4 Application dans le cas d'une densité de flux variable avec le temps appliquée en surface

Soit  $\phi(x, t)$  la solution exprimant la température d'un solide dont la température initiale est zéro, et qui subit en surface une densité de flux égale à un  $q'(t)$  une densité de flux variable en surface, la solution du nouveau problème s'écrira :

$$T(x, t) = \int_0^t q'(\lambda) \frac{\partial \phi(x, t - \lambda)}{\partial t} d\lambda \quad (\text{II.30})$$

Une autre forme de (II.30), (en exploitant les caractéristiques de l'intégrale de produit de convolution) s'écrit :

$$T(x, t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} q'(t - \lambda) \frac{\partial \phi(x, \lambda)}{\partial t} d\lambda \quad (\text{II.31})$$

## II.6 CONCLUSION

La méthode utilisant le théorème de DUHAMEL donne un avantage par rapport aux autres méthodes, avec des conditions aux limites qui sont fonction du temps, mais elle nécessite des connaissances très approfondies en outil mathématique.

## II.7 DETERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE TEMPERATURE DANS LE DISQUE

### II.7.1 Mise en équations du problème

Le système d'équations du problème posé avec une température du disque initialement à  $T_0$  s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z, t) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T}{\partial t}(z, t) \\ \text{Avec la condition initiale :} \\ T(z, t) = T_0 \quad , \quad t = 0 \\ \text{Et les conditions spatiales du 2}^{\text{ème}} \text{ type :} \\ \frac{\partial T}{\partial z}(z, t) = 0 \quad , \quad z = 0 \quad \text{(plan adiabatique)} \\ k_1 \frac{\partial T}{\partial z}(z, t) = q_1'(t) \quad , \quad z = L \quad \text{(densité de flux dépendant de t)} \end{array} \right. \quad (\text{II.32})$$

Avec  $q_1'(t)$  est la densité de flux de chaleur pénétrant dans le disque.

On posera  $\theta = T - T_0$  ce qui revient à supposer la température initiale uniforme  $\theta_0$  nulle ; Le problème (II.32) s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}(z, t) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial \theta}{\partial t}(z, t) \\ \theta(z, t) = 0 \quad , \quad t = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial z}(z, t) = 0 \quad , \quad z = 0 \\ k_1 \frac{\partial \theta}{\partial z}(z, t) = q_1'(t) \quad , \quad z = L \end{array} \right. \quad (\text{II.33})$$

### II.7.2 Solution particulière pour une densité de flux égale à un

Le système (IV.33) s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2}(z, t) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(z, t) \\ \theta_1(z, 0) = 0 \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(0, t) = 0 \\ k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(L, t) = 1 \end{array} \right. \quad (\text{II.34})$$

La densité de flux  $q_1'(z, t)$  vérifie évidemment la loi :

$$q_1'(t) = k_1 \frac{\partial \theta_1(z, t)}{\partial z} \quad (\text{II.35})$$

Dérivons membre à membre la première équation du système (II.34) par rapport à  $z$  et inversons comme indiqué par le résultat, l'ordre de dérivation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial \theta_1}{\partial z}(z, t) \right] = \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ \frac{\partial \theta_1(z, t)}{\partial z} \right] \quad (\text{II.36})$$

$$\text{ou} \quad \frac{\partial q_1'(z, t)}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 q_1'(z, t)}{\partial z^2}$$

On reconnaît l'équation de la diffusion à une dimension dans laquelle la température a été remplacée par  $q_1'$ .

Les conditions aux limites sont maintenant :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1'(z, t) = 0, \quad t = 0 \\ q_1'(z, t) = 1, \quad z = L \\ \frac{\partial q_1'(z, t)}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.37})$$

La solution du système en  $q_1'$  est donnée par [24] :

$$q_1'(z, t) = \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \quad (\text{II.38})$$

La température s'obtient en introduisant dans (II.35) la valeur  $q_1'$  donnée par (II.38), tout en effectuant le changement de variable,  $Z = \frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}$  et en intégrant de 0 à Z, sans oublier la constante d'intégration, fonction de t, que nous appelons C(t) :

$$\begin{aligned} \theta_1(z, t) &= -\frac{2\sqrt{\alpha_1 t}}{k_1} \int_0^Z \operatorname{erfc}(Z) dZ + C(t) \\ &= -\frac{2\sqrt{\alpha_1 t}}{k_1} \left[ \int_0^\infty \operatorname{erfc}(Z) dZ - \int_Z^\infty \operatorname{erfc}(Z) dZ \right] + C(t) \\ &= -\frac{2\sqrt{t}}{b_1} \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} - \operatorname{ierfc}(Z) \right] + C(t) \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

où l'on introduit l'effusivité,  $b_1 = \sqrt{k_1 \rho_1 c_1}$  ainsi que l'intégrale de  $\operatorname{erfc}(Z)$  :  
pour calculer la constante on applique la condition aux limites  $\theta_1(\infty, t) = 0$

on trouve :

$$C(t) = \frac{2\sqrt{t}}{b_1\sqrt{\pi}}$$

d'où finalement :

$$\theta_1(z, t) = \frac{2\sqrt{t}}{b_1} \operatorname{ierfc}(Z) \quad (\text{II.40})$$

avec :  $Z = \frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}$

On peut l'écrire sous une autre forme en utilisant la forme développée de l'intégrale de  $\operatorname{ierfc}(Z)$  :

$$\operatorname{ierfc}(Z) = \int_Z^\infty \operatorname{erfc}(Z) dZ = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-Z^2) - Z \operatorname{erfc}(Z).$$

d'où :

$$\theta_1(z, t) = \frac{2\sqrt{t}}{B_1\sqrt{\pi}} \left[ \exp\left(\frac{-Z^2}{4\alpha_1 t}\right) - \frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \right] \quad (\text{II.41})$$

### II.7.3 Solution générale de l'équation de la chaleur

La solution de notre problème en utilisant la forme (II.31) du théorème de DUHAMEL est donnée par :

$$\theta(z, t) = \int_0^t q_1'(t - \lambda) \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(z, \lambda) d\lambda \quad , t > 0 \quad (\text{II.42})$$

où :

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t}(z, t) = \frac{1}{b_1 \sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\alpha_1 t}\right) \quad (\text{II.43})$$

avec :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{\alpha_1 t}} \right) \right] = \frac{z}{\sqrt{4\pi \alpha_1 t^3}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\alpha_1 t}\right)$$

On introduit (II.42) dans (II.43), on trouve :

$$\theta(z, t) = \frac{1}{b_1 \sqrt{\pi}} \int_0^t q_1'(t - \lambda) \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\alpha_1 \lambda}\right) d\lambda \quad (\text{II.44})$$

Pour évaluer (II.44), on utilise la transformation de Fourier : [25]

On trouve :

$$\theta(z, t) = \frac{\alpha_1}{k_1 L} \int_0^t q_1'(\lambda) d\lambda + \frac{2\alpha_1}{k_1 L} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^n \cos \frac{n\pi z}{L} \int_0^t q_1'(\lambda) \exp\left[-\frac{\alpha_1 n^2 \pi^2}{L^2} (t - \lambda)\right] d\lambda \right\} \quad (\text{II.45})$$

Pour calculer les deux intégrales, on introduit la densité de flux  $q_1'(t)$  dans (II.45). La première intégrale est simple tandis que la deuxième sera déterminée par partie. On trouve la solution finale du problème :

$$\theta(z, t) = NP \left[ t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \frac{1}{\alpha_1 q^2} [1 - \exp(-q^2 \alpha_1 t)] \right. \quad (\text{II.46}) \\ \left. \frac{t^2}{2t_f} + \frac{2}{t_f} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \left[ \frac{-t}{\alpha_1 q^2} + \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} - \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} \exp(-q^2 \alpha_1 t) \right] \right]$$

Avec :

$$P = \frac{\alpha_1}{k_1 \cdot L} \quad \text{et} \quad q = \frac{n\pi}{L}$$

A partir de :  $\theta = T - T_0$

On a :

$$T(z, t) = T_0 + NP \left[ t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \frac{1}{\alpha_1 q^2} \left[ 1 - \exp(-q^2 \alpha_1 t) \right] \right. \\ \left. \frac{t^2}{2t_f} + \frac{2}{t_f} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(qz) \left[ \frac{-t}{\alpha_1 q^2} + \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} - \frac{1}{\alpha_1^2 q^4} \exp(-q^2 \alpha_1 t) \right] \right] \quad (\text{II.47})$$

Pour rendre l'équation pratique, on ne retient que le premier terme (n=1) et on néglige les autres termes de l'argument exponentiel (avec n=1, 2, 3, 4....), et on remplace les séries de fonctions précédentes avec :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) / n^2 = \frac{\pi^2}{4} \left( \frac{z^2}{L^2} - \frac{1}{3} \right) \quad \text{avec } 0 \leq z \leq L$$

et :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) / n^4 = \frac{\pi^4}{48} \left( -\frac{z^4}{L^4} + 2\frac{z^2}{L^2} - \frac{7}{15} \right) \quad \text{avec } 0 \leq z \leq L$$

L'équation (II.47) devient alors :

$$T = T_0 + NP \left\{ -\frac{1}{2t_f} t^2 + \left( 1 - \frac{L^2}{2t_f \alpha_1} \left( \frac{z^2}{L^2} - \frac{1}{3} \right) \right) t + \frac{L^4}{24t_f \alpha_1^2} \left( 1 - \exp\left( \frac{-\pi^2 \alpha_1 t}{L^2} \right) \right) \right. \\ \left. \left[ -\frac{z^4}{L^4} + \left( \frac{2 + 12t_f \alpha_1}{L^2} \right) \frac{z^2}{L^2} - \left( \frac{7}{15} + 4 \frac{\alpha_1 t_f}{L^2} \right) \right] \right\} \quad (\text{II.48})$$

Si on néglige la partie exponentielle et on fait fixer  $z$  ( $z = L$ ) et en dérivant (II.48) par rapport au temps, on trouve que la température maximum a lieu pour :

$$t = t_f - \frac{L^2}{3\alpha_1} \approx t_f - 1$$

Pour  $L = 0,0063$  m et  $\alpha_1 = 0,12 \cdot 10^{-4} m^2 / s$ .

#### II.7.4 Organigrammes de résolution

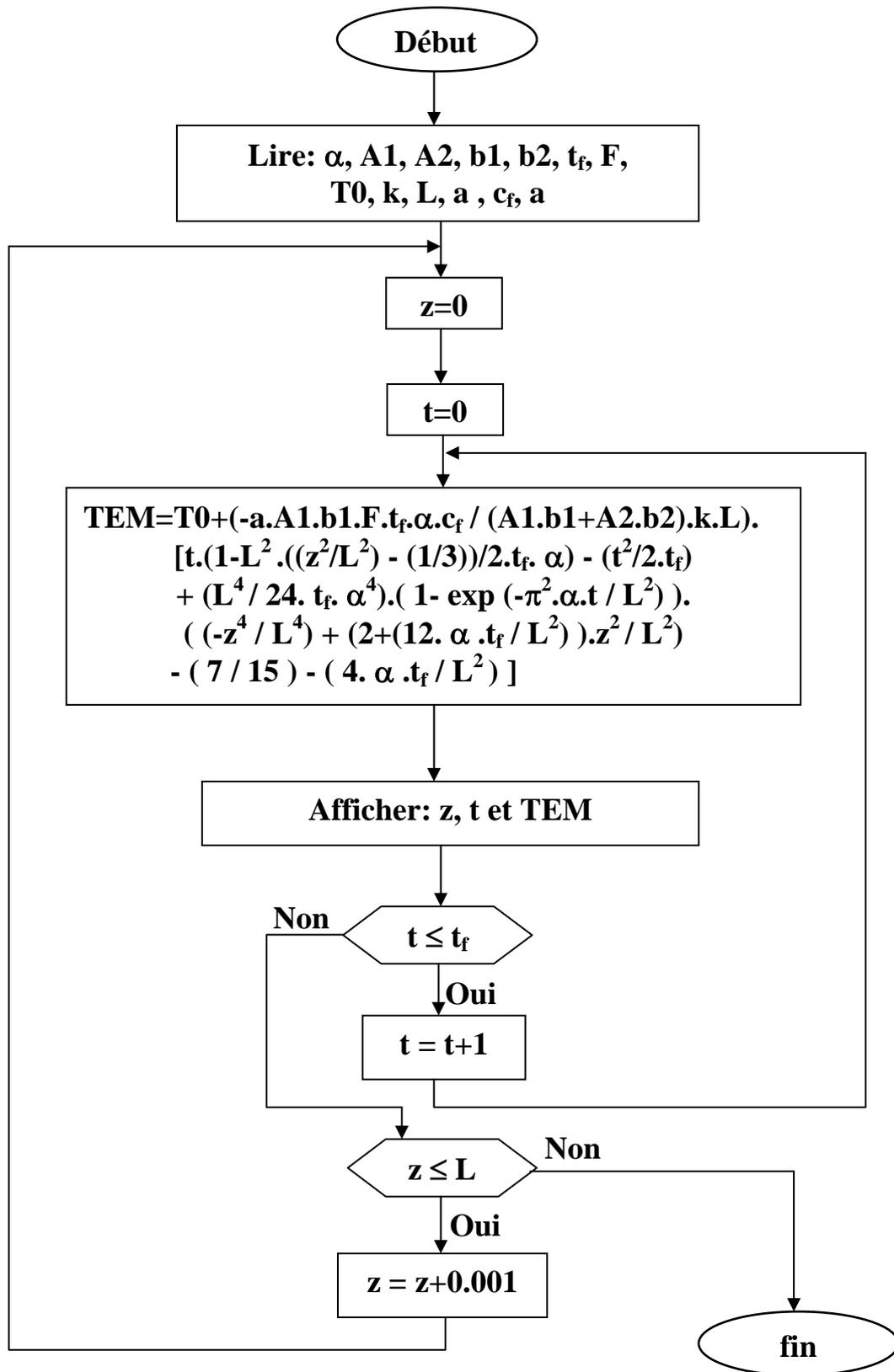
Pour représenter l'évolution de la température en fonction du temps, et en fonction de la position  $z$  sur l'épaisseur du disque, on utilise des programmes en fortran qui calculent la température en fonction du temps ( $z$  fixe), et la température en fonction de la position  $z$  sur l'épaisseur ( $t$  fixe).

Une autre présentation en trois dimensions donnant la distribution de la température le long de l'épaisseur du disque sur toute la période de freinage.

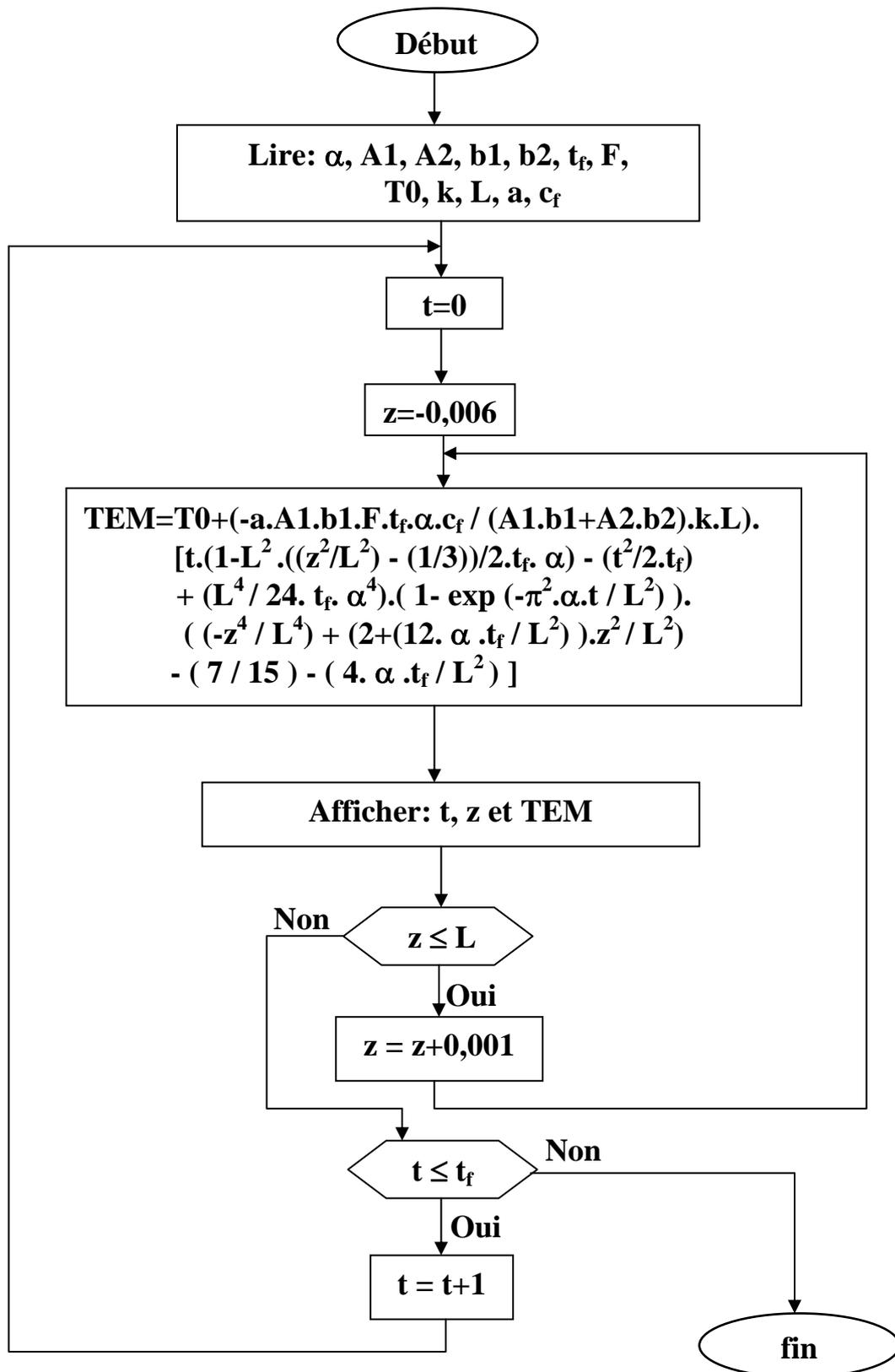
Pour l'application numérique, nous avons utilisé les caractéristiques d'une garniture classique amiante et un disque en acier dur à 0,1 % de carbone.

Les organigrammes suivants ont été établis pour calculer la variation de la température en fonction du temps, en fixant  $z$  dans un premier temps, puis en prenant  $z$  comme variable.

Organigramme de calcul de la température (on fixe z et on varie t)

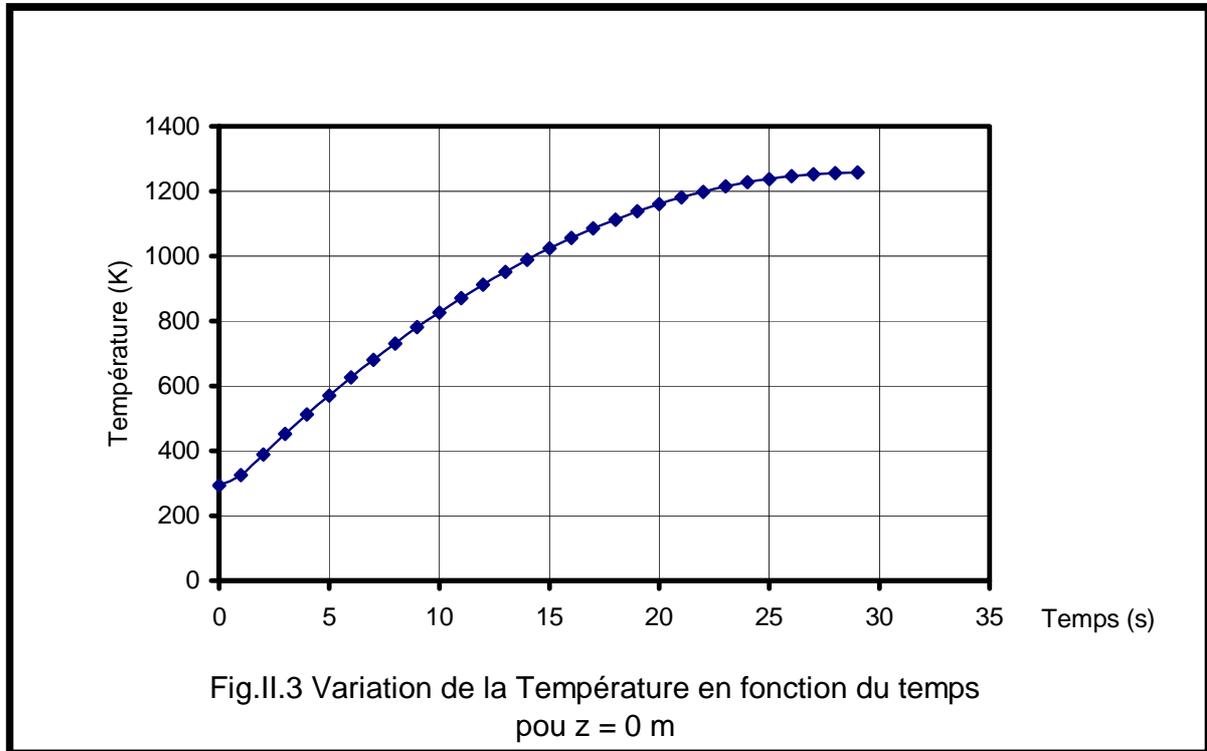


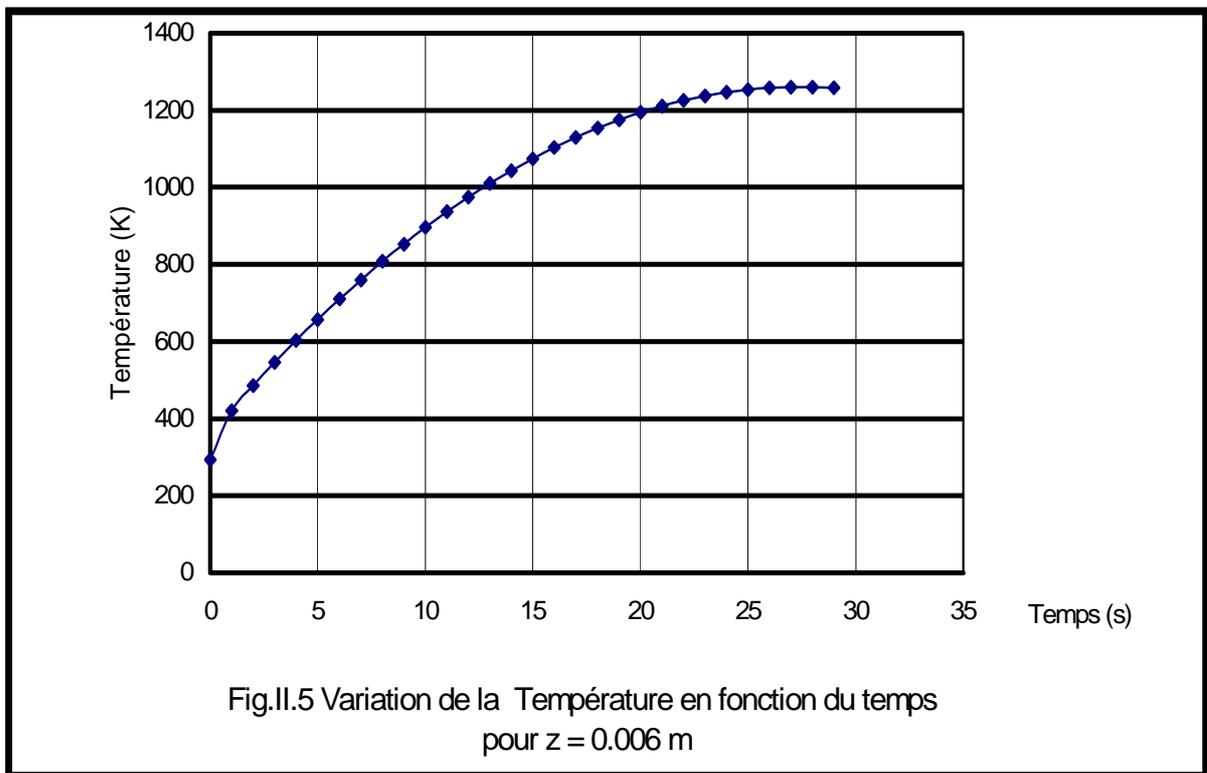
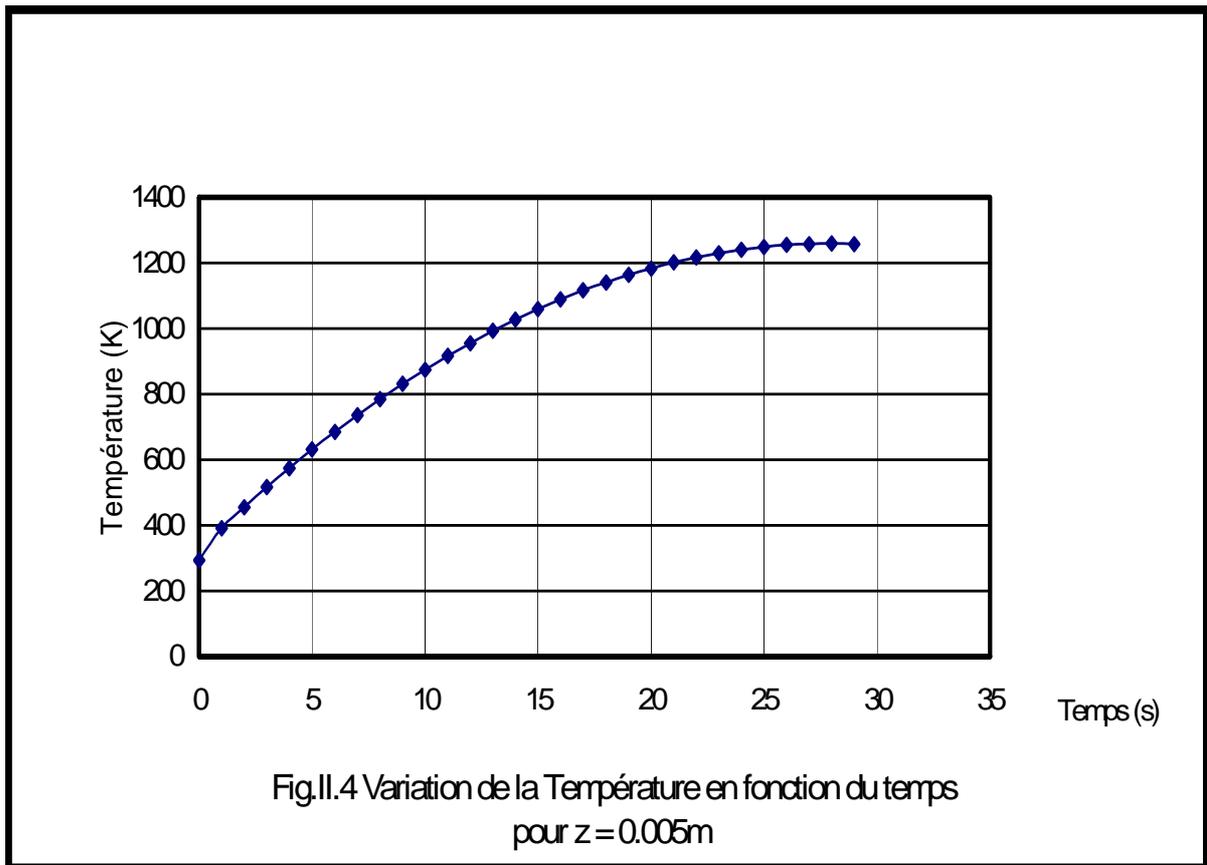
Organigramme de calcul de la température (on fixe t et on fait varié z)

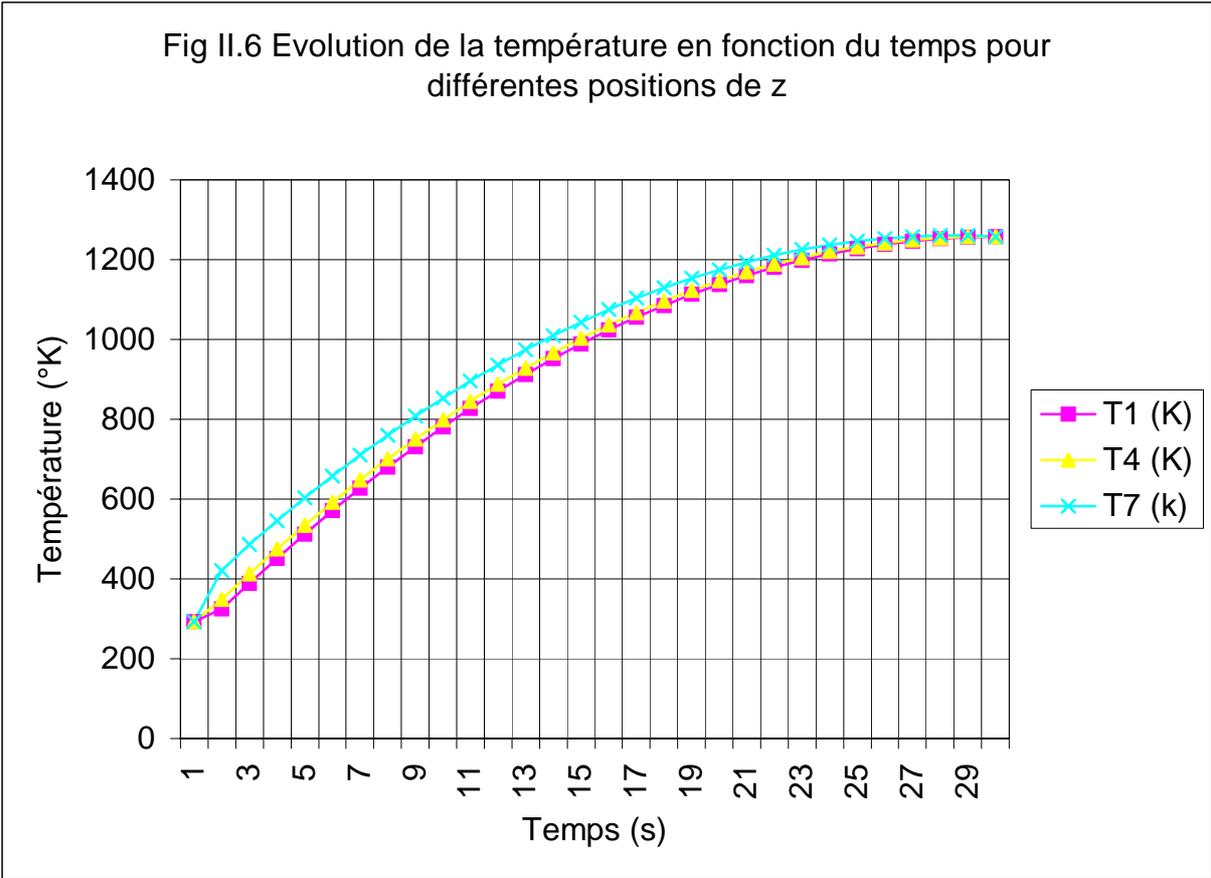


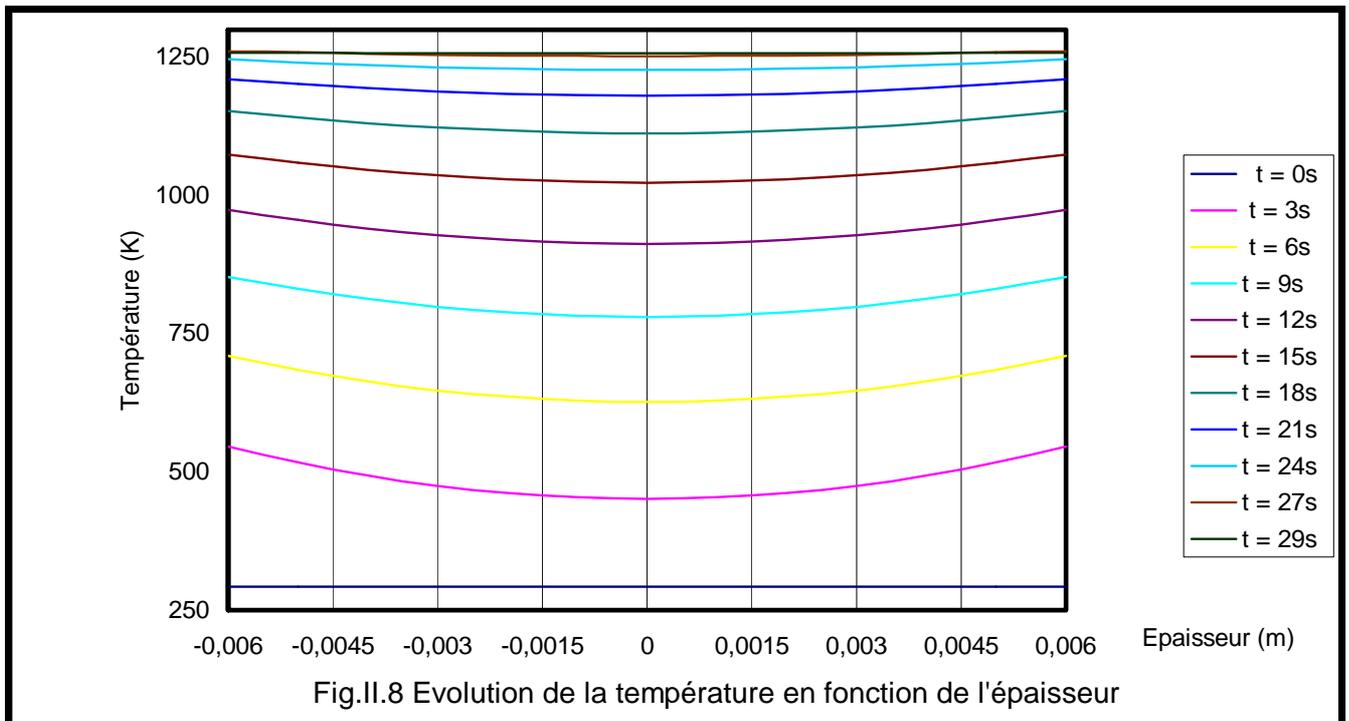
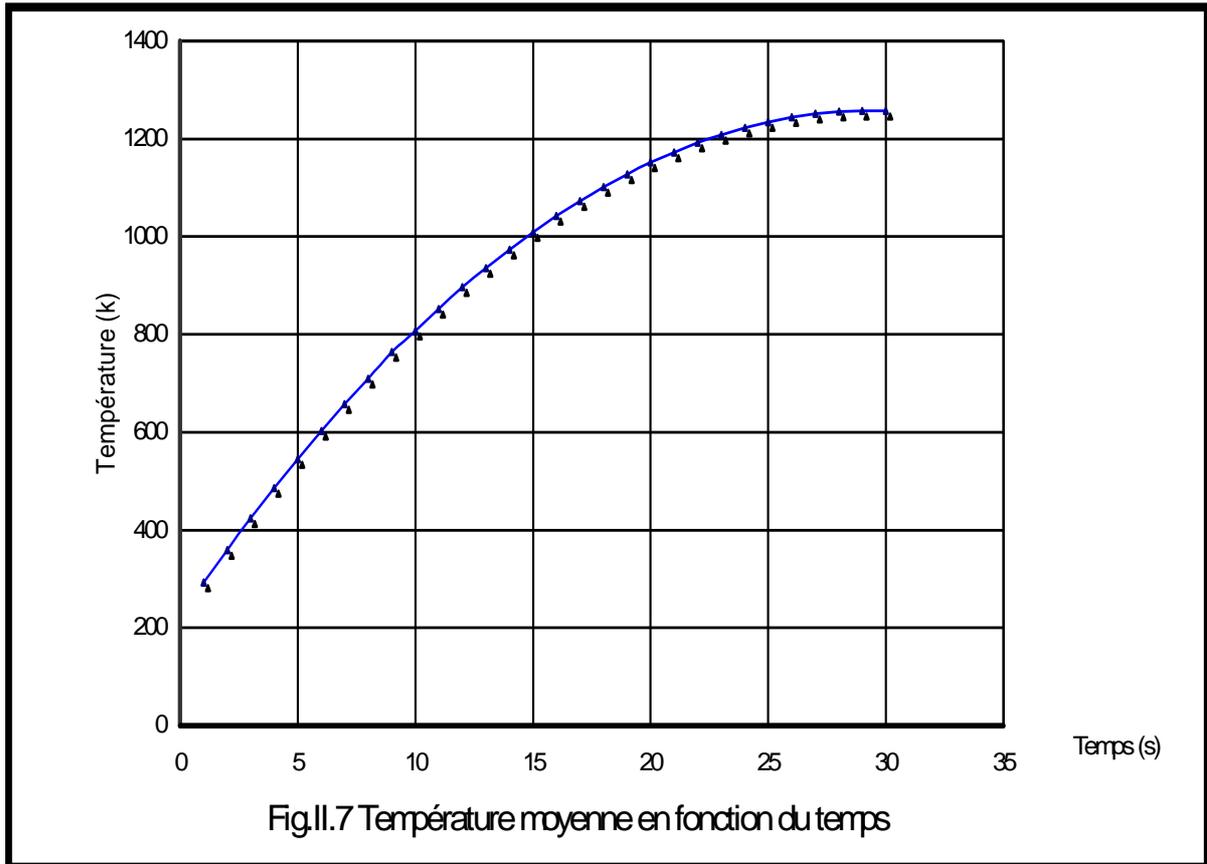
## II.8 RESULTATS ET INTERPRETATIONS

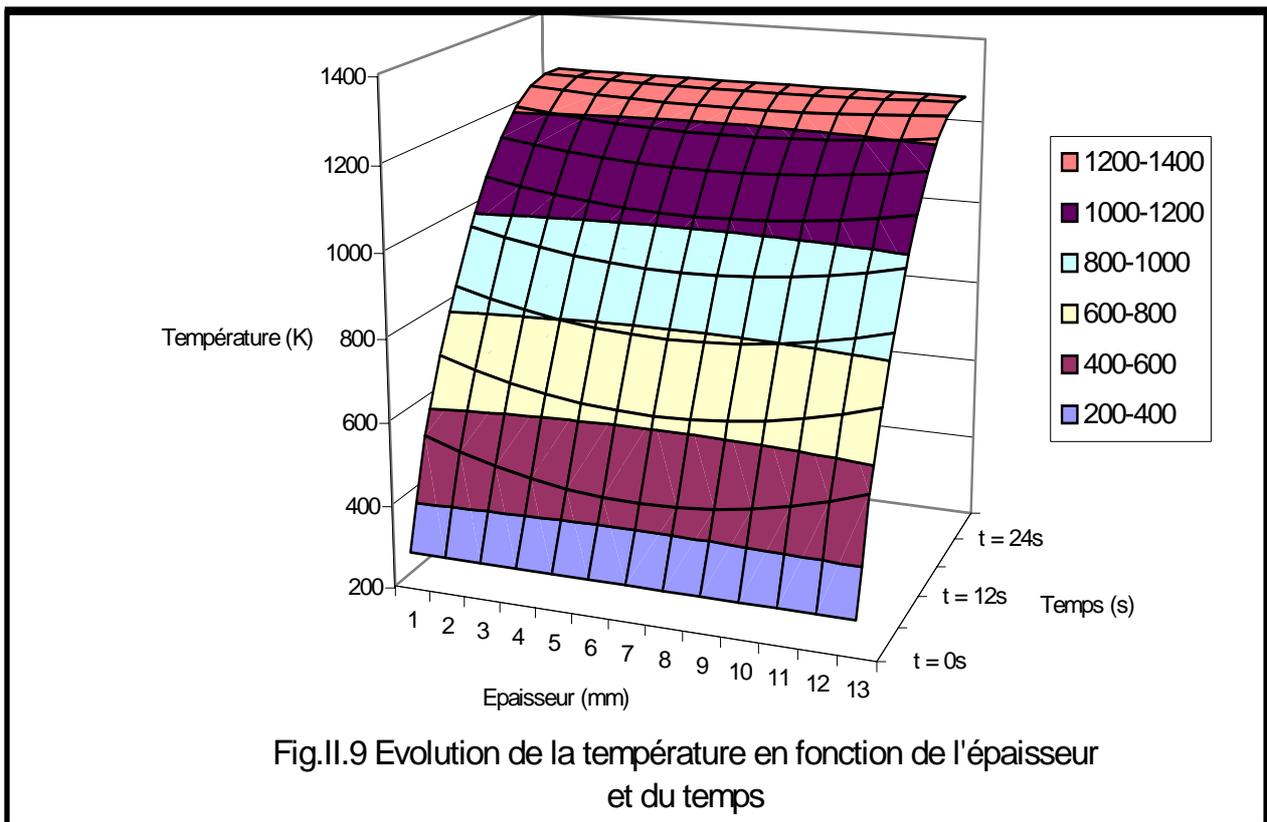
Les différentes représentations graphiques donnent les profils de températures dans l'épaisseur du disque en fonction du temps.











La figure II.3 pour ( $z = 0$  m ) représente le comportement de la température en fonction du temps; elle augmente proportionnellement au temps atteignant une valeur maximale  $T_{max} = 1257$  K pour  $t = 29$  s.

La figure II.4 pour ( $z = 0,001$  m ) représente l'évolution de la température en fonction du temps au cours du freinage (de  $t = 0$  à 29s ). Pour une position distante de 0,001 m du plan adiabatique, la température maximale est  $T_{max} = 1257.2$  K pour  $t = 29$ s.

La figure II.5 représente l'évolution de la température en fonction du temps pour une position qui se trouve à une distance de 0,005 m du plan adiabatique, dont la valeur maximale égale à 1259 K pour  $t = 29$ s.

La figure II.6 représente l'évolution de la température en fonction du temps pour une position distante de 0,006 m du plan adiabatique, dont la température maximale est  $T_{max} = 1260$  K pour  $t = 28$ s.

La figure II.7 représente la température moyenne en fonction du temps.

Les figures précédentes signifient que dans les conditions et hypothèses du problème, la température croit de façon exponentielle en fonction du temps pour chaque position de  $z$ .

Le plan qui a la température la plus élevée est à 0,006 m du plan de symétrie ; c'est l'extrémité du disque (interface patin/disque) et à chaque fois qu'on s'approche du plan adiabatique, la température diminue par rapport à la température à l'interface.

La figure II.8 représente la variation de la température en fonction de la position  $z$  sur l'épaisseur du disque, et cela à des temps fixes ( $t = 0s, 3s, 6s, 12s, 15s, 18s, 21s, 24s, 27s$  et  $29s$ ).

On constate qu'au début de la période de freinage, l'écart de la température entre l'interface patin/ disque et le plan adiabatique est plus important, au fur et à mesure que le temps augmente l'écart diminue, jusqu'à ce que la température soit uniforme à la fin de la période de freinage, cet écart est dû à la densité du flux de chaleur qui est plus importante au début de la période de freinage, et elle diminue avec le temps jusqu'à ce qu'elle s'annule en fin de freinage.

Le graphe II.9 représente une distribution sur la température le long de l'épaisseur du disque, et sur toute la durée de freinage.

Il apparaît que l'écart de la température entre les faces frottante et les autres positions est plus important.

On conclue, que la température est maximale pour  $z=0,006$  m (face frottante), dont la valeur est de  $1260,604$  K, ce qui est inférieure à la température admissible du matériau (acier entre  $1000$  et  $1100^{\circ}\text{C}$ ).

### III.1 INTRODUCTION

Le principe du caloduc a été conçu par GAUGLER en 1944 ensuite par TREFETHEN en 1962. En 1964 GROVER et ses collègues ont pu le mettre en application dans leur laboratoire, ils ont obtenu ainsi un caloduc qui a pu transmettre des grandes quantités de chaleur [4].

Après avoir été un sujet d'études de laboratoire, le caloduc s'est d'abord développé sous la pression des besoins de l'industrie spatiale en vue du conditionnement thermique.

Tout en contenant le développement dans ce domaine, les études sur les caloducs ont atteint une maturité suffisante pour proposer une forme de produits variés allant des réalisations les plus sophistiquées (caloducs spatiaux, fours étalons à très haute température) jusqu'aux plus rustiques (capteurs solaires) en passant par les réalisations industrielles de grande séries (caloducs pour moules de fonderie, échangeurs thermiques...) [13].

Les caloducs sont maintenant en mesure d'apporter une solution élégante et fiable à un grand nombre de problèmes thermiques qui se posent dans l'industrie.

### III.2 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN CALODUC

Un caloduc est une enceinte étanche (le plus souvent sous la forme d'un cylindre) qui contient un liquide en équilibre avec sa vapeur en l'absence totale d'air ou tout autre gaz (pour les caloducs à conductances (CCV)). [13]

Le liquide s'évapore dans l'évaporateur (zone chauffée) et la vapeur vient se condenser dans le condenseur (zone refroidie).

Le condensât retourne vers l'évaporateur grâce à l'effet de la capillarité développé dans un milieu poreux qui tapisse la paroi intérieure du caloduc. Le revêtement de ce réseau capillaire peut être de différentes formes.

Cet effet capillaire véritable moteur du caloduc peut être aidé, voir remplacé, par la gravité lorsque le condenseur est au-dessous de l'évaporateur où par l'effet centrifuge (dans le cas des caloducs rotatifs).

L'évaporateur et le condenseur sont séparés par une zone adiabatique de longueur très variable selon les applications (de quelques centimètres à plusieurs mètres).

Ainsi, dans un caloduc, le transfert de chaleur se fait d'une manière continue par transformation de la chaleur sensible en chaleur latente transmise par un transfert de masse (la vapeur et le liquide se déplaçant dans le caloduc). Ce sont ces phénomènes là qui expliquent la conductivité thermique apparente exceptionnelle du caloduc.

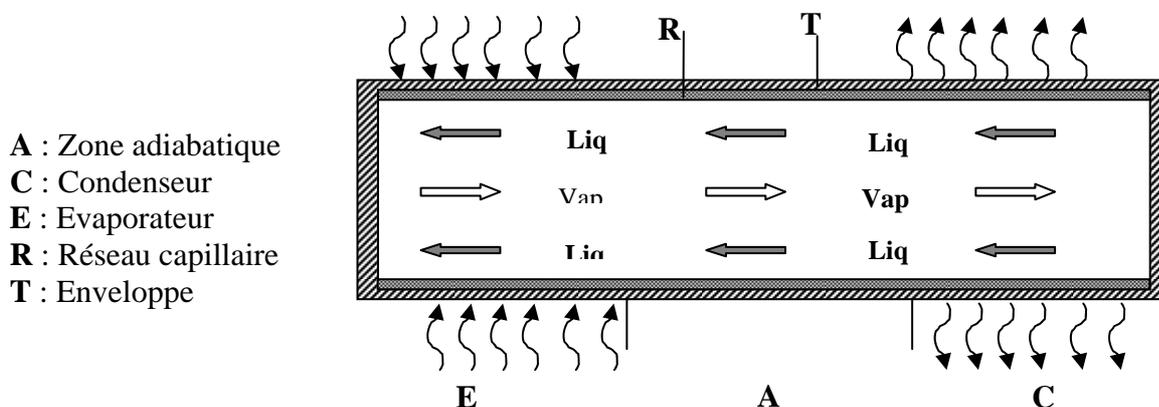


Fig.III.1 schéma de principe du caloduc

### III.3 DIFFERENTS TYPES DE CALODUCS

#### III.3.1 Caloducs assistés par gravité

Les caloducs assistés par gravité sont des caloducs en position verticale ou suffisamment incliné par rapport à l'horizontale avec l'évaporateur situé plus bas que le condenseur. Dans ces conditions, les forces de gravité deviennent suffisantes pour ramener le condensât vers l'évaporateur.

Le pompage capillaire n'est donc plus nécessaire et la fonction principale du réseau capillaire disparaît, bien qu'il continue de remplir d'autres fonctions.

Dans les applications industrielles récentes utilisant des caloducs assistés par gravité, on rencontre, soit des caloducs avec capillaires de type rainurés, soit des caloducs avec capillaires appelés thermosiphons.

##### III.3.1.1 Caloducs à réseau capillaire rainurés

Les caloducs à réseau capillaires rainurés sont constitués par des tubes comportant de fines rainures intérieures. Ces tubes sont maintenant réalisés industriellement à des coûts assez faibles, mais seulement en aluminium ou en cuivre. Ils présentent l'avantage d'avoir des coefficients d'échange interne exceptionnellement bons.

##### III.3.1.2 Caloducs sans réseaux capillaires

Ce type de caloducs appelés aussi thermosiphons, sont utilisés dans la grande majorité des cas où le tube enveloppe doit être en acier, car on a alors le meilleur compromis coût-performances.

##### III.3.1.3 Les Limites de fonctionnement des thermosiphons

###### III.3.1.3.1 Limite d'entraînement

La limite d'entraînement est la principale limite de fonctionnement des thermosiphons, elle est analogue à celle rencontrée dans les autres caloducs.

Cette limite devient ici prépondérante dans la mesure où le film liquide n'est plus du tout isolé de la vapeur par un réseau capillaire.

L'étude de cette limite est fort complexe et fait appel à des connaissances fondamentales dans le domaine des écoulements diphasiques portant sur le phénomène d'engagement (flooding).

La limite d'entraînement est donnée par la corrélation de KUTATELADZE [43] :

$$Q_{ent} = 3,2 h_{fg} \cdot A_v \left( \rho_v^{-1/4} + \rho_L^{-1/4} \right)^{-2} (\sigma g (\rho_L - \rho_v))^{-1/4} \quad (\text{III.1})$$

###### III.3.1.3.2 Limite sonique

La limite sonique se calcule comme pour les autres calculs :

$$Q_s = A_v \cdot \rho_v \cdot h_{fg} \left( \frac{\nu RT}{2(1 + \nu)} \right)^{1/2} \quad (\text{III.2})$$

### III.3.1.3.3 Limite d'ébullition

La limite d'ébullition correspond à un assèchement local de la paroi lorsque la densité de flux thermique radial est trop élevée.

Cette limite est donnée par la corrélation de ROHSENOW pour l'ébullition en réservoir (Le pool-boiling) [43].

$$Q_{ebu} = 0,18 h_{fg} \cdot A_V \rho_V^{1/2} (\sigma_g (\rho_L - \rho_V))^{1/4} \left( \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho_V} \right)^{1/2} \quad (III.3)$$

### III.3.1.3.4 La limite d'assèchement

Cette limite n'apparaît que lorsque la quantité de fluide dans le thermosiphon est insuffisante.

La quantité optimale de liquide à introduire dans un thermosiphon est de l'ordre de 30 à 50% du volume de l'évaporateur lorsque la longueur de celui-ci est d'environ la moitié de la longueur totale du caloduc. Si l'évaporateur est très court par rapport à la longueur totale, la quantité de liquide nécessaire peut atteindre 80 à 100% de son volume.

## III.3.2 Caloducs tournants

Ce type de caloduc est généralement de forme cylindrique qui est mis en rotation autour de son axe de révolution où autour d'un axe perpendiculaire à son axe.

Maintenant, il est fréquemment utilisé dans le refroidissement des machines tournantes.

Pour ces caloducs, le retour des condensats est assuré non par les forces capillaires, mais par la force centrifuge grâce à une légère conicité (1 à 2°) où à un rainurage hélicoïdal de la surface intérieure. Cette dernière solution étant plus facilement réalisable industriellement.

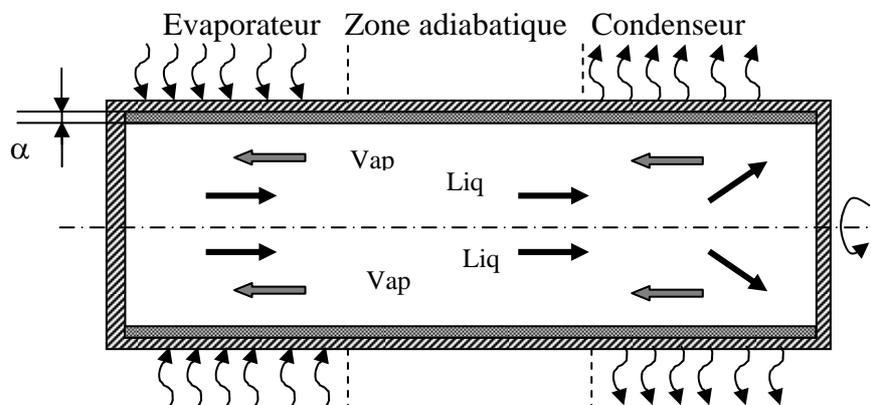


Fig.III.2 Caloduc tournant avec un retour des condensats par la force centrifuge grâce à une légère conicité  $\alpha$  de la cavité interne

Le calcul des performances et les limites de fonctionnement de ces types de caloducs est assez particulier.

Les principales limites de fonctionnement des caloducs tournants sont : la limite sonique qui intervient au démarrage, et la limite d'entraînement.

### III.3.3 Caloducs a conductances variables (CCV)

Certains caloducs, tels que les caloducs assistés par gravité ou les thermosiphons, ne peuvent fonctionner que dans un sens (évaporateur vers le bas), ils se comportent donc comme des diodes thermiques. Ils peuvent aussi se comporter comme des interrupteurs thermiques si on les monte sur un support permettant de les faire basculer autour de la position horizontale.

Il existe un type de caloduc à conductance variable à gaz incondensable dans lequel la conductance peut varier de manière continue et progressive.

Ce caloduc est mis en communication avec un réservoir contenant un gaz incondensable. Ce réservoir doit, soit être maintenu à pression constante à l'aide d'une régulation de pression (régulation active), soit posséder un volume grand devant le volume du condenseur, de manière que sa pression reste quasi -constante lorsqu'il est maintenu à température constante (régulation passive).

Lorsqu'un tel caloduc fonctionne, la vapeur du fluide repousse le gaz incondensable vers l'extrémité du caloduc et une frontière assez franche s'établit en un certain point du condenseur entre la vapeur et le gaz. La partie du condenseur baignée par la vapeur échange de la chaleur avec le milieu ambiant comme dans un caloduc normal, tandis que la partie baignée par le gaz n'en échange pas et se trouve quasiment à la température ambiante.

Ainsi, lorsque le flux augmente, la vapeur repousse le gaz et augmente la zone active du condenseur et la conductance du caloduc, ce qui permet de maintenir sa température constante.

Au contraire, si le flux diminue, la zone active du condenseur diminue, sa conductance également, ce qui maintient encore la température au même niveau.

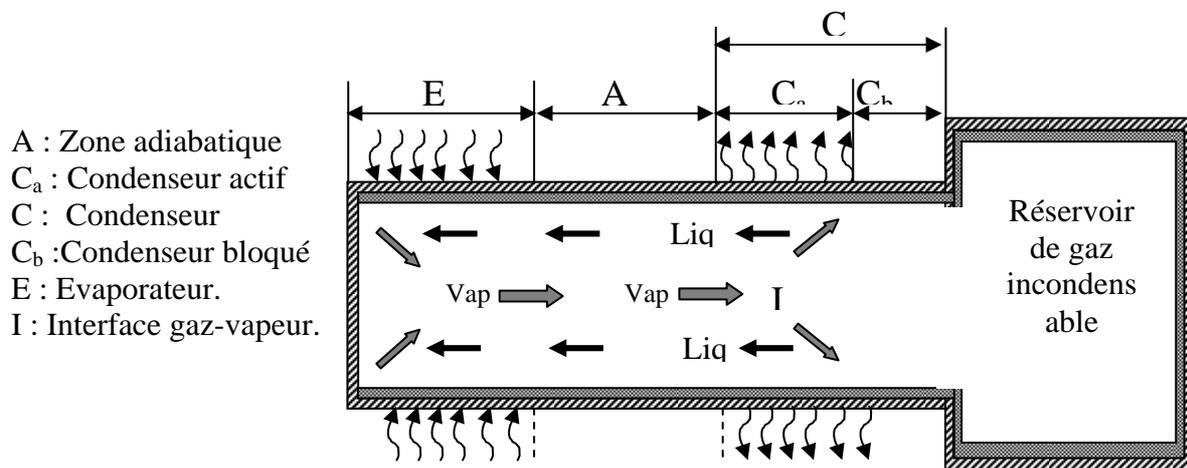


Fig.III.3 Caloduc à conductance variable à gaz incompressible.

En fin il existe de nombreux types de caloducs dérivant des caloducs classiques décrits précédemment reposant sur des principes nettement différents qui ont déjà été expérimentés.

Citons notamment les caloducs qui se caractérisent par :

la nature de leurs enveloppes (caloducs plats ou flexibles,...).

la nature du phénomène assurant le retour de condensât :  
caloducs osmotiques (utilisant le phénomène d'osmose).  
caloducs électrohydrodynamiques (utilisant un champ électrostatique).  
thermosiphons antigravité (utilisant une pompe à vapeur avec chauffage auxiliaire).

### III.4 MODE DE FABRICATION

#### III.4.1 Choix du fluide caloporteur

Le fluide est déterminé d'abord par le domaine de température de fonctionnement du caloduc et ensuite par le niveau des performances souhaitées.

Le fluide doit être choisi de manière que sa pression de vapeur saturante dans le domaine de température de fonctionnement ne soit ni trop faible, ni trop élevée. D'une manière générale, on prendra une pression minimale de l'ordre de 5 (kPa) au dessous de laquelle la limite sonique devient prépondérante et une pression maximale de l'ordre de 2 (MPa) au delà de laquelle des problèmes de résistance mécanique de l'enveloppe peuvent se poser ; par ailleurs, la pression maximale devra toujours être nettement inférieure à la pression critique du fluide.

S'il existe plusieurs fluides possibles dans le domaine de température requis, on affinera le choix selon des performances souhaitées et du coût (coût du fluide proprement dit et surtout coût de sa mise en œuvre).

Les performances de divers fluides peuvent être comparées à l'aide du facteur de mérite. Ce facteur de mérite est un nombre construit à partir de plusieurs propriétés thermophysiques de telle manière que, plus sa valeur à une température donnée est élevée, plus les performances du fluide pour un caloduc fonctionnant à cette température sont adaptées à l'utilisation envisagée.

Le facteur de mérite en fonctionnement capillaire est défini par :

$$M_c = \frac{r_e h_{fg} S}{m_e} \quad (kW / m^2) \quad (III.4)$$

Et en fonctionnement thermosiphon est défini par :

$$M_t = \left( \frac{r_e^2 l_e^3 h_{fg}}{m_e} \right)^{1/4} \quad (kg / K^{3/4} s^{5/2}) \quad (III.5)$$

Ces facteurs de mérite n'ont pas de signification, mais ils permettent de comparer les performances des fluides même s'ils ne travaillent pas à la même température.

Le tableau III.1 donne, pour les fluides de caloducs les plus courants, leur domaine de température et la catégorie dans laquelle se situent leurs coûts et leurs performances[13].

Fluide	Température de fusion °C	Température d'ébullition sous 1 bar °C	Domaine de Température utile °C	Coût de mise en œuvre	Niveau de performances
Hélium	-272	-269	-271 à -269		
Azote	-210	-196	-203 à -160		
Ammoniac	-78	-30	-60 à -70	Elevé	Elevé
Fréon 11	-111	24	-40 à 120	Faible	Faible
Pentane	-130	28	-20 à 120		
Fréon 113	-35	48	-10 à 100	Elevé	Elevé
Acétone	-95	57	0 à 120	Moyen	Moyen
Méthanol	-98	64	10 à 130	Moyen	Moyen
Ethanol	-112	78	0 à 130	Moyen	Moyen
Heptane	-90	98	0 à 150		
Eau	0	100	30 à 250	Moyen	Elevé
Toluène	-95	111	70 à 270	Faible	Moyen
Gilotherm DO	12	250	130 à 350	Faible	Moyen
Naphtalène	80	218	150 à 430	Moyen	Moyen
Mercure	-39	357	220 à 600	Elevé	Elevé
Césium	29	670	430 à 800	Elevé	Moyen
Potassium	64	760	500 à 850	Elevé	Elevé
Sodium	98	892	550 à 110	Elevé	Très levé
Lithium	180	1342	1000 à 1700	Très levé	Très levé
Argent	960	2212	1800 à 2300	Très levé	Très levé

Tableau III.1 Domaine d'utilisation des fluides des caloducs les plus courants

#### III.4.2 Choix de matériau d'enveloppe

Le facteur principal dans la sélection du matériau d'enveloppe et des réseaux capillaires est sa compatibilité avec le fluide interne que l'on a préalablement choisi. Aucune réaction chimique entre le fluide et le matériau ne peut être tolérée car les gaz dégagés par cette réaction s'accumulent dans l'extrémité du condenseur formant aussi une zone inactive (condenseur bloqué).

La corrosion de l'enveloppe par le fluide peut être beaucoup plus sévère dans le caloduc que dans d'autres domaines. Cela provient du fait que le fluide est sous forme diphasique et qu'il est toujours très pur (le fonctionnement du caloduc provoque une distillation permanente), il peut aisément dissoudre ou attaquer le tube constituant l'enveloppe du caloduc.

La tableau III.2 regroupe les fluides des caloducs les plus courants et les matériaux compatibles correspondants[13].

Une fois sélectionné, le matériau compatible avec le fluide, on devra vérifier qu'il résiste aussi à la corrosion provenant du milieu extérieur au caloduc et prévoir, le cas échéant, un revêtement du tube résistant à la corrosion.

Finalement il faut s'assurer que le matériau dont l'épaisseur choisie résiste bien à la pression interne qui peut être importante.

Fluide caloduc	Matériau d'enveloppe usuels compatible
Ammoniac	Aluminium, aciers inoxydables
Fréon	Aluminium, cuivre aciers inoxydables
Acétone	Cuivre
Méthanol, Ethanol	Cuivre
Eau	Cuivre
Toluène	Aciers, aciers inoxydables
Gilotherm DO	Aciers, aciers inoxydables
Naphtalène	Aciers, aciers inoxydables
Mercure	Aciers bas carbone, aciers inoxydables jusqu'à 500° C
Potassium	Aciers inoxydables AISI316, Nickel
Sodium	Aciers inoxydables, Nickel, Tungstène, Molybdène
Lithium	Tungstène, Molybdène, Alliogemolybdène-rhénium

Tableau III.2 Compatibilité fluide enveloppe pour les caloducs

### III.4.3 Réseaux capillaires

La fonction principale du réseau capillaire est le pompage (ramener les condensât vers l'évaporateur), mais ils existent d'autres fonctions qu'il pourra remplir. En effet, le capillaire assure une bonne répartition du liquide le long de la paroi de l'évaporateur et une évaporation régulière évitant les instabilités au retard à l'ébullition. De plus, il limite la surface de contact entre les écoulements liquide et vapeur, ce qui augmente considérablement la limite d'entraînement.

Cependant, le capillaire présente l'inconvénient d'augmenter le coût du caloduc sans pour autant être absolument indispensable à son fonctionnement.

Les principales structures de réseaux capillaires utilisées sont : [64]

- les rainures axiales de section rectangulaire usinées dans l'enveloppe constituent la seule technique susceptible d'une production à faible coût. Les performances dépendent des rainures qui doivent être suffisamment profondes pour assurer un bon débit et étroites pour assurer une bonne pression capillaire ;
- les rainures rapportées (des fils régulièrement espacés plaqués contre l'enveloppe, une cage usinée dans un tube rentrant glissant dans l'enveloppe) ;
- capillaire toile métallique simple ;
- capillaire toile métallique avec espace annulaire ;
- capillaire toile métallique avec artère ;
- capillaire poudre métallique frittée.

### III.5 LES LIMITES DE FONCTIONNEMENT

Un caloduc ne peut fonctionner que dans un domaine limitée de température (qui peut néanmoins atteindre plusieurs centaines de degrés Celsius) pour lequel la pression interne n'est ni trop faible ni trop élevée.

La pression dans un caloduc a une température donnée et très voisine de la pression de saturation du fluide interne à cette température ; à l'équilibre, lorsque le caloduc n'échange pas de chaleur, elle est exactement égale à la pression de saturation.

En effet, une pression trop faible, donc une vapeur peu dense, conduira à une limite de type visqueuse ou sonique, tandis qu'une pression trop élevée conduira à une limite ébullition, c'est à dire à un non fonctionnement dû à l'approche du point critique du fluide. Cela peut entraîner la rupture mécanique de l'enveloppe.

Quand le caloduc fonctionne dans son domaine de température optimale, ce sont la limite d'entraînement et la limite capillaire qui limitent le flux thermique que peut transporter le caloduc.

La quantité de fluide dans le caloduc étant optimale (la quantité juste nécessaire pour saturer le liquide du réseau capillaire à la température de fonctionnement), nous étudierons chacune de ces limites dans l'ordre où elles se présentent habituellement lorsque la température croît.

On peut aussi définir à la fin, un domaine de fonctionnement sur un diagramme flux/pression de saturation (Fig. III.4).

### III.5.1 Limite visqueuse

La limite visqueuse se manifeste pour des caloducs fonctionnant à une température correspondant à une pression de saturation du fluide interne extrêmement basse. Son origine réside dans le fait que la pression à l'évaporateur n'est pas suffisante pour permettre à la vapeur de vaincre les frottements visqueux au cours de son écoulement jusqu'au condenseur.

Cette limite intervient peu dans le fonctionnement normal des caloducs. Elle se manifeste surtout avec des fluides qui sont solides à température ambiante (sodium,...).

La valeur du flux thermique correspondant à la limite visqueuse s'exprime par la relation [4]:

$$Q_v = A_v \frac{D_v^2 h_{fg}}{64 \mu_v l_{eff}} \rho_v P_v \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$l_{eff} = l_a + \frac{1}{2}(l_e + l_c)$$

### III.5.2 Limite sonique

La limite sonique apparaît lorsque la pression de vapeur dans le caloduc est très faible, à cause de la chute de pression inertielle (non visqueuse comme précédemment) consécutive à l'écoulement de la vapeur dans le caloduc. En effet, la très faible densité de la vapeur due à la faible pression dans le caloduc conduit à des vitesses de vapeur proche de la vitesse sonique même pour des débits-masses peu élevés. Si la vitesse sonique est atteinte, il en résulte une onde de choc dans l'écoulement vapeur accompagnée d'une chute de pression bloquant le fonctionnement du caloduc.

La limite sonique intervient essentiellement en phase de démarrage dans les caloducs fonctionnant à température élevée (supérieure à 300°C).

Afin d'éviter le blocage du caloduc (ce qui pourrait conduire à une surchauffe importante avec détériorations), il faut veiller à ce que le flux thermique reste faible jusqu'à ce que le caloduc ait atteint sa température normale de fonctionnement.

Cette limite sonique peut se calculer à l'aide de la relation suivante [14]:

$$Q_s = A_v \rho_v h_{fg} \left[ \frac{\nu RT}{2(1 + \nu)} \right]^{1/2} \quad (\text{III. 7})$$

### III.5.3 Limite d'entraînement

Dans un caloduc, la vapeur et le liquide circulent à contre courant sans séparation physique complète. Il en résulte que, lorsque la vitesse de la vapeur devient élevée, elle tend à former des sortes de vagues sur la surface du liquide situé directement à son contact, c'est à dire sur la surface intérieure du réseau capillaire.

Des gouttes de liquide sont donc arrachées par la vapeur et le phénomène s'amplifie et peut devenir tel que l'écoulement liquide se trouve totalement interrompu, bloquant ainsi le fonctionnement du caloduc.

Le fonctionnement du caloduc est instable à l'approche de cette limite, et il est accompagné par des bruits périodiques dus aux chocs des gouttes de liquide arrachées contre l'extrémité du condenseur.

Cette limite d'entraînement dépend de l'interface liquide-vapeur, donc de la nature du réseau capillaire. Elle est faible avec des réseaux capillaires rainurés et elle est plus élevée avec des réseaux capillaires du type toile métallique qui séparent le liquide de la vapeur.

Le flux de la limite d'entraînement peut être calculé à l'aide de la relation [14]:

$$Q_E = A_v h_{fg} \left[ \frac{\sigma \rho_v}{2(r_{h,s})} \right]^{1/2} \quad (\text{III.8})$$

Avec :

$$r_{h,s} = \frac{4A_s}{C_s}$$

$A_s$  : surface individuelle des pores du réseau capillaire.

$C_s$  : paramètre de la surface individuelle des pores du réseau capillaire.

Pour un réseau capillaire à rainures axiales,  $r_{hs}$  sera égale à la largeur d'une rainure. Pour un réseau capillaire composé de toiles métallique,  $2r_{hs}$  sera égale au vide de maille (espacement entre les fils du tissage).

### III.5.4 Limite capillaire

Lorsque le caloduc fonctionne, l'écoulement de la vapeur jusqu'au condenseur s'accompagne d'une chute de pression  $\Delta p_v$  (perte de charge vapeur).

De même, le retour du liquide du condenseur à l'évaporateur à travers le réseau capillaire s'accompagne d'une chute de pression  $\Delta P_L$  (perte de charge liquide).

Pour que le caloduc puisse continuer de fonctionner, il faut que ces chutes de pression soient compensées par la pression motrice capillaire  $P_c$ . Celle-ci se traduit par un ménisque du liquide dans le capillaire à l'interface avec la vapeur, dont le rayon de courbure  $r$  est lié à la pression  $P_c$  par la relation :

$$P_c = \frac{2\sigma}{r}$$

La pression capillaire est donc maximale lorsque  $r$  est minimal et ce maximum est atteint lorsque  $r$  est égale au rayon  $r_c$  des pores du réseau capillaire corrigé éventuellement par l'angle de mouillage  $\gamma$  du liquide sur le réseau selon la formule :

$$P_{c\max} = \frac{2\sigma \cos \gamma}{r_c}$$

La condition de fonctionnement du caloduc s'écrit alors :

$$\Delta P_v + \Delta P_L < P_{c\max}$$

Lorsque le flux traversant le caloduc augmente, la vitesse des écoulements liquide et vapeur croît, donc également  $\Delta P_v$  et  $\Delta P_L$

La limite capillaire est maximale lorsque :

$$\Delta P_v + \Delta P_L = P_{c\max}$$

Le calcul effectif de la limite capillaire nécessite de calculer  $\Delta P_v$  et  $\Delta P_L$  en fonction du flux thermique. Dans le cas où l'on peut négliger l'effet de la pesanteur et les pertes de charge vapeur, une estimation de la limite capillaire peut être obtenue à l'aide de la relation [13]:

$$Q_{\text{CAP}} = \frac{A_w k h_{fg} \cdot \rho_L \sigma \cos \gamma}{l_{\text{eff}} \mu_L \cdot r_c} \quad (\text{III.9})$$

La limite capillaire ne concerne que les caloducs pour lesquels la pression motrice permettant au condensât de retourner jusqu'à l'évaporateur a pour origine principale les forces capillaires.

### III.5.5 Limite d'ébullition

Lorsque la densité de flux thermique radial à l'évaporateur devient trop importante, des bulles de vapeur se forment au sein du réseau capillaire. Ces bulles empêchent une irrigation correcte du capillaire par le liquide et créent des points chauds qui peuvent conduire, dans certain cas, à la fusion locale du tube.

La limite d'ébullition est atteinte dès que les conditions de formation de bulles de vapeur dans le capillaire sont réunies

Pour qu'il y ait formation d'une bulle de vapeur, on doit supposer de noyaux de nucléation de rayon  $r_n$ , ce qui correspond à une surpression dans la bulle naissante.

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r_n} = P_b - P_L$$

avec :

$P_b$  : pression dans la bulle de vapeur.

Cette surpression est atteinte aux points où la surchauffe du liquide dans le capillaire crée une augmentation suffisante de la pression de saturation  $P_v$ .

La relation de Clapeyron permet de calculer cette surchauffe  $\Delta T$  correspondant à

$$P_b - P_v :$$

$$\frac{(P_b - P_v)}{\Delta T} = \frac{h_{fg} \rho_v}{T_v}$$

La surchauffe  $\Delta T$  dans le liquide est due à la condition à travers le capillaire saturé du flux  $Q_{\text{ébu}}$  à l'évaporateur.

Le capillaire saturé de liquide constitue une résistance thermique entre deux cylindres concentriques, d'où l'expression

$$\Delta T = Q_{\text{ébu}} \frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)}{2\pi k_e l_e}$$

avec :

$k_e$  ; conductivité thermique équivalente du réseau capillaire saturé (W/mk).

Les relations précédentes compte tenu de la relation  $P_c = P_v - P_L$ , nous permettent d'obtenir l'expression de la limite d'ébullition [13]:

$$Q_{\text{ébu}} = \frac{2\pi l_e k_e T_v}{h_{fg} \rho_v \ln\left[\frac{r_i}{r_v}\right]} \left[ \frac{2\sigma}{r_n} - P_c \right] \quad (\text{III.10})$$

Les noyaux de nucléation peuvent être des impuretés solides ou des gaz dissous et leurs rayons  $r_n$ , peuvent varier entre 0,25 et 25  $\mu\text{m}$  selon la procédure de fabrication du caloduc. Une valeur moyenne couramment utilisée est 10 $\mu\text{m}$ .

La limite d'ébullition est une limitation du flux thermique radial, tandis que les autres limitations sont des limitations du flux thermique axial.

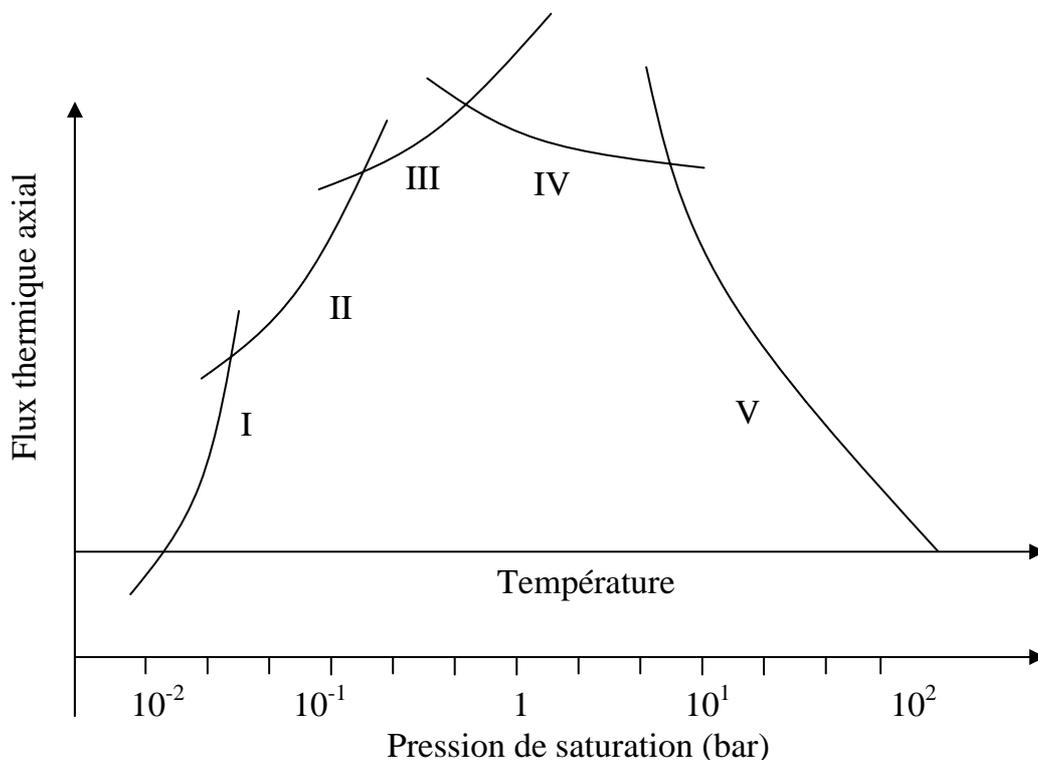


Fig.III.4 Limites de fonctionnement des caloducs.

I : Limite visqueuse

IV : Limite capillaire

II : Limite sonique

V : Limite d'ébullition

III : Limite d'entraînement

### III.6 FLUX THERMIQUE GLOBAL ET TEMPERATURES CARACTERISTIQUES

#### III.6.1 Flux thermique global

Dans un caloduc, les échanges thermiques sont de diverses natures :

- les échanges par conduction et convection dans le réseau capillaire saturé de liquide ;
- les échanges par changement de phase au niveau des interfaces liquide-vapeur ;
- les échanges par convection de la vapeur.

A chacun de ces types d'échange correspond une ou plusieurs résistances thermiques associées en série, à savoir :

- la résistance thermique de paroi de l'évaporateur  $R_{pe}$  ;
- la résistance thermique de réseau capillaire saturé de l'évaporateur  $R_{we}$  ;
- la résistance thermique d'interface de l'évaporateur  $R_{ie}$  ;
- la résistance thermique de la vapeur le long du caloduc (de l'évaporateur jusqu'au condenseur)  $R_v$  ;
- la résistance thermique d'interface du condenseur  $R_{ic}$  ;
- la résistance thermique du réseau capillaire saturé du condenseur  $R_{wc}$  ;
- la résistance thermique de paroi du condenseur  $R_{pc}$ .

Les résistances thermiques d'interfaces du condenseur et de l'évaporateur ( $R_{ic}$  ;  $R_{ie}$ ) sont pratiquement toujours négligeables.

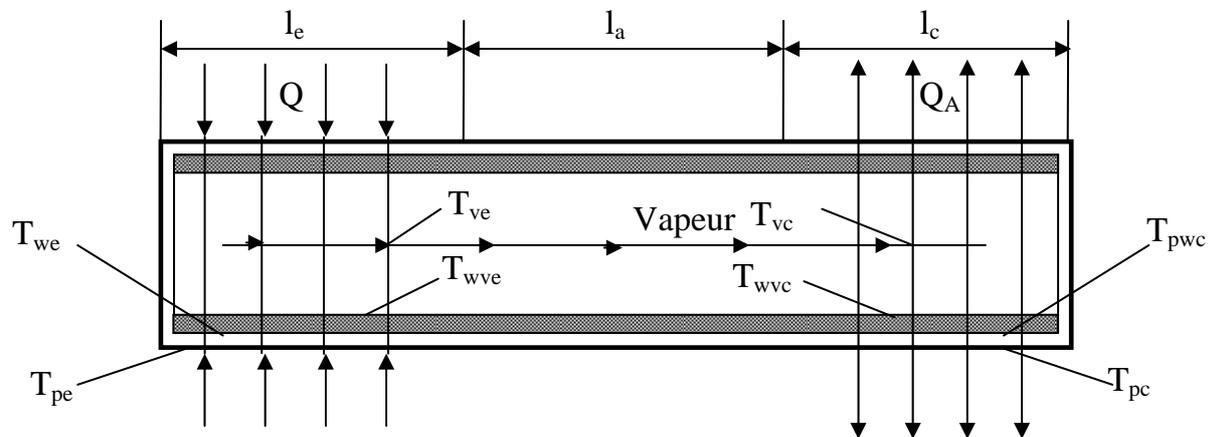


Fig.III.5 schéma d'un caloduc

Le flux thermique global véhiculé par le caloduc est donné par la relation suivante [4]:

$$Q = A_p U_p (T_{pe} - T_{pc}) \quad (III.11)$$

Le coefficient de transfert thermique global est sous la forme :

$$\frac{1}{U_p} = R_{pe} + R_{we} + R_v + R_{wc} + R_{pc} \quad (III.12)$$

#### III.6.2 Températures caractéristiques

Au niveau des parois de l'évaporateur :

$$T_{pe} - T_{pwe} = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi k_{pe} l_e} Q \quad (III.13)$$

Réseau capillaire au niveau de l'évaporateur :

$$T_{pwe} - T_{wve} = \frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)}{2\pi k_{ee} l_e} Q \quad (III.14)$$

Passage de la vapeur le long du caloducs :

$$T_{ve} - T_{vc} = T_v \frac{(P_{ve} - P_{vc}) Q}{\rho_v \lambda J Q} \quad (III.15)$$

Réseau capillaire au niveau du condenseur :

$$T_{wvc} - T_{pwc} = \frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)}{2\pi k_{ec} l_c} Q \quad (III.16)$$

Paroi de l'enveloppe au niveau du condenseur :

$$T_{pwc} - T_{pc} = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi k_{pc} l_c} Q \quad (III.17)$$

On additionnant ces cinq équations on obtient :

$$T_{pe} - T_{pc} = Q \left[ \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi k_{pe} l_e} + \frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)}{2\pi k_{ee} l_e} + T_v \frac{(P_{ve} - P_{vc})}{\rho_v \lambda J Q} + \frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)}{2\pi k_{ec} l_c} + \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi k_{pc} l_c} \right] \quad (III.18)$$

## IV.1 INTRODUCTION

Le principe de calcul d'un caloduc au sein d'un dispositif thermique consiste à déterminer sa température ainsi que le flux thermique qu'il devra véhiculer (la température de disque et le flux généré par frottement étant déjà déterminé dans chapitre III), puis à s'assurer que ce point (température, flux) est à l'intérieur du domaine de fonctionnement.

Après avoir fixé les caractéristiques du caloduc, il faut calculer :

- la résistance thermique totale du caloduc, afin de déterminer le flux thermique transporté et la température dans le caloduc au sein du dispositif considéré à l'aide d'un modèle thermique ;
- les flux limites que peut transporter le caloduc en fonction de la température ;
- vérifier que les valeurs ainsi trouvées ne sont pas hors des limites de fonctionnement calculées précédemment, sinon modifier en conséquence les caractéristique du caloduc.

Au cours de notre étude dans ce chapitre, on travaille avec la température moyenne. La température devient fonction seulement du temps.

## IV.2 CHOIX DES CARACTERISTIQUES DU CALODUC UTILISE

La distribution de la température obtenue dans le chapitre II, montre que la température de fonctionnement du caloduc (température de saturation du fluide à l'intérieur de caloduc) se trouve essentiellement dans le domaine de température utile du mercure qui possède un niveau de performance élevé.

Pour pré-dimensionner un système de caloduc intégré au disque de frein, nous avons choisi comme fluide caloporteur le mercure dont le domaine d'utilisation semble bien convenir à l'application envisagée.

Le fluide caloporteur choisi étant le mercure, dans ce cas parmi les matériaux compatibles le choix est fait sur l'acier inoxydable [38].

Caractéristiques géométriques du caloduc [14]:

En gardant les dimensions actuelles des disque, il est envisageable d'intégrer dans un disque plusieurs caloducs dont les dimensions sont les suivantes :

Longueur de l'évaporateur	: $l_E = 6.10^{-2} (m)$
Longueur de condenseur	: $l_C = 3.10^{-2} (m)$
Longueur totale	: $l_T = 9.10^{-2} (m)$
Diamètre extérieur	: $D_E = 8.10^{-3} (m)$
Diamètre intérieur	: $D_I = 6.10^{-3} (m)$
Epaisseur de la paroi	: $e = 1.10^{-3} (m)$

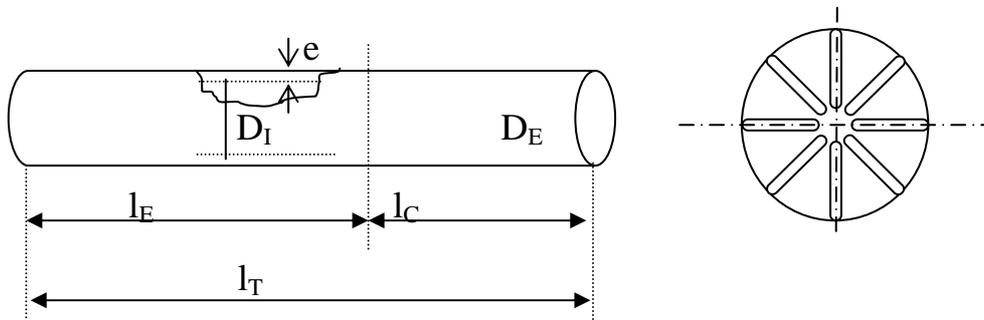
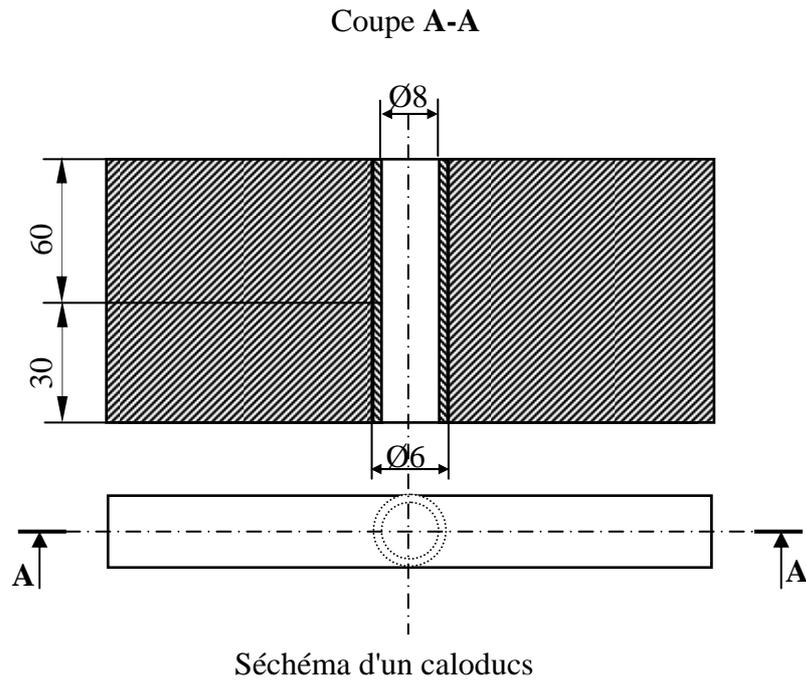


Fig.IV.1 Schéma d'un Caloduc

### IV.3 CALCUL DE LA RESISTANCE THERMIQUE TOTALE DU CALODUC

#### IV.3.1 Coefficient de transfert thermique global du caloduc

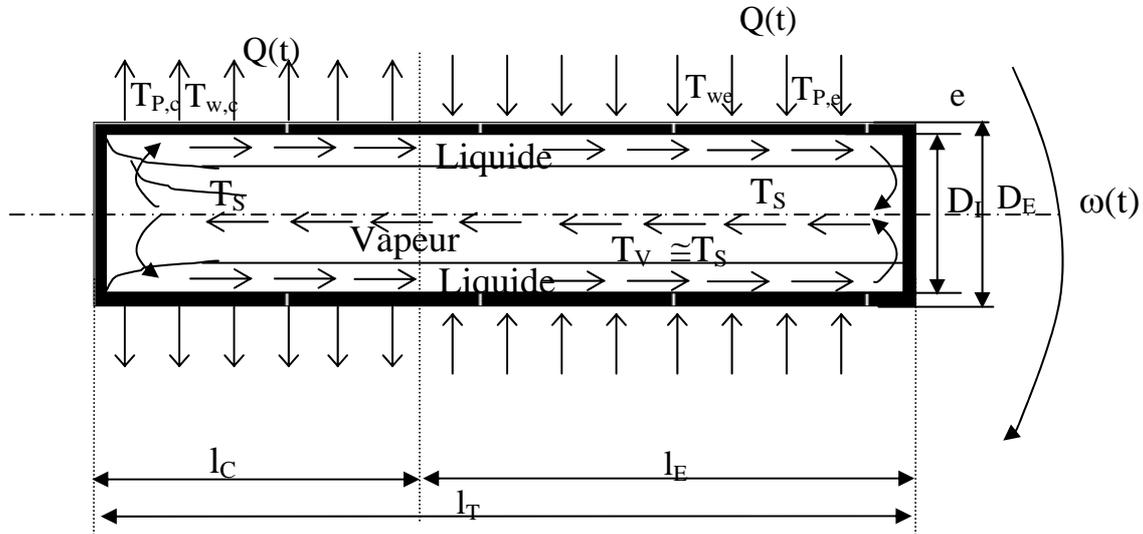


Fig.IV.2 Température caractéristique du caloduc

La quantité de chaleur véhiculée par le caloduc est donnée par :

$$Q(t) = A_p U_p (T_{P,e} - T_{P,C})$$

avec :

$A_p$  : Section droite ( $m^2$ )

$$U_p = \frac{1}{R_{P,e} + R_{W,e} + R_V + R_{W,C} + R_{P,C}}$$

(Coefficient de transfert thermique global)

$R_{P,e}, R_{P,C}$  : résistance thermique de la paroi respectivement côté évaporateur et condenseur.

$R_{W,e}, R_{W,C}$  : résistance thermique du film de condensât côté évaporateur et condenseur

$R_V$  : résistance thermique de la vapeur, elle est pratiquement négligeable ; donc  $T_S = T_V$ .

Pour ce caloduc cylindrique, les résistances de paroi se calculent d'après la même relation classique suivante :

$$R_P = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi l_T k_P}$$

Donc :

$$R_{PE} = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi l_E k_P}$$

$$R_{PC} = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi l c k_P}$$

### IV.3.2 Calcul de la résistance thermique du film de condensât

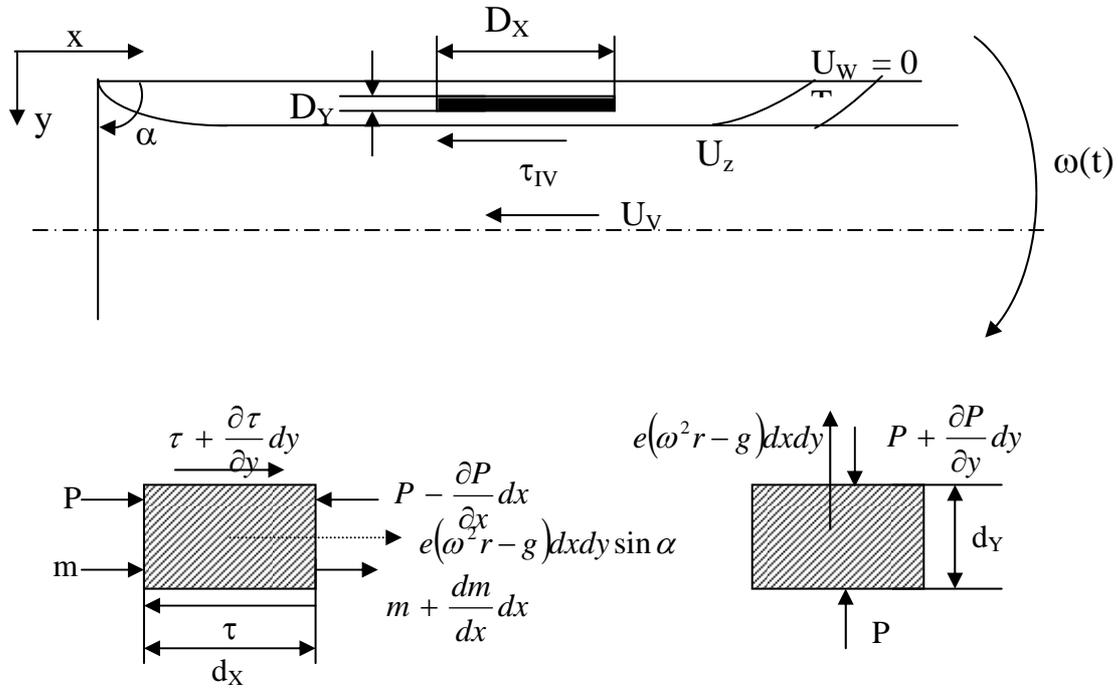


Fig.IV.4.3 : Distribution de la vitesse et de la température dans le film de condensât et système de coordonnées

Bilan des forces suivant la direction  $x$  :

$$\Sigma F_x = \left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right) - \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) + \rho(r\omega^2 - g)\sin\alpha = 0 \quad (IV.1)$$

Bilan des forces suivant la direction  $y$  :

$$\Sigma F_y = \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right) - \rho(r\omega^2 - g)\cos\alpha = 0 \quad (IV.2)$$

$$r = x \sin \alpha$$

les conditions aux limites sont :

$$y = 0 \longrightarrow u = 0$$

$$y = \delta \longrightarrow \tau = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right) = -\tau_v \cos \alpha - \frac{dm}{dx}(U_v \cos \alpha + U\tau)$$

En intégrant l'équation (IV.2) entre  $Y$  et  $\delta$  où la pression est respectivement  $P$  et  $P_v$ , on obtient :

$$P = P_v + \rho(r\omega^2 - g)\cos\alpha(\delta - y) \quad (\text{IV.3})$$

D'après cette relation, la pression ne dépend pas de  $x$   $\left(\frac{dP_v}{dx} = 0\right)$ , donc  $\left(\frac{\partial P}{\partial x} = 0\right)$ , et l'équation (1) devient :

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = \rho(r\omega^2 - g) \left(\cos\alpha \frac{d\delta}{dx} - \sin\alpha\right) = 0 \quad (\text{IV.4})$$

Maintenant, on peut intégrer cette équation, en utilisant les conditions aux limites, et on obtient finalement :

$$u = \left(\frac{\rho}{\mu}\right) (r\omega^2 - g) \left(\sin\alpha - \cos\alpha \frac{d\delta}{dx}\right) \left(y\delta - \frac{y^2}{2}\right) - y\tau_v \frac{\cos\alpha}{\mu} - \left(\frac{y}{\mu}\right) \left(\frac{dm}{dx}\right) (U_v \cos\alpha + U\tau) \quad (\text{IV.5})$$

Où la vitesse à l'interface ( $U_\delta$ ) est négligeable devant la vitesse de la vapeur ( $U_v$ ), et  $\cos\alpha \frac{d\delta}{dx} \ll \sin\alpha$

Le flux de chaleur échangé par unité de périphérie à toute section  $x$ , où l'épaisseur du film est  $\delta$  est donnée par :

$$dQ = \frac{kdx(t_s - T_w)}{\delta} = k\theta_s \frac{dx}{\delta} \quad (\text{IV.6})$$

D'autre part, on peut le calculer à partir de l'enthalpie de changement de phase de la vapeur en liquide :

$$dQ = h_{fg} dm \quad (\text{IV.7})$$

En combinant l'équation (IV.6) et (IV.7), on obtient :

$$\frac{dm}{dx} = \frac{k\theta_s}{h_{fg}\delta} \quad (\text{IV.8})$$

L'équation (5) devient donc :

$$u = \left(\frac{\rho}{\mu}\right) (r\omega^2 - g) \sin\alpha \left(y\delta - \frac{y^2}{2}\right) - y\tau_v \frac{\cos\alpha}{\mu} - k\theta_s U_v y \frac{\cos\alpha}{h_{fg}\mu\delta} \quad (\text{IV.9})$$

La masse de liquide de film de condensât à la section d'abscisse  $x$  par unité de longueur sur la périphérie est calculée à partir de l'intégrale suivante :

$$m = \int_0^{\delta} \rho u dy = \rho^2 (r\omega^2 - g) \frac{\delta^3 \sin \alpha}{3\mu} - \rho \tau_v \frac{\delta^2 \cos \alpha}{2\mu} - \rho k \theta_s U_v \frac{\delta \cos \alpha}{2\mu h_{fg}} \quad (\text{IV.10})$$

Si on intègre l'équation (8) entre  $x = 0$  ( $\delta = 0$ ) et  $x(\delta)$  :

$$x = \rho^2 (r\omega^2 - g) \sin \alpha \frac{h_{fg} \delta^4}{4\mu k \theta_s} - \rho \tau_v h_{fg} \cos \alpha \frac{\delta^3}{3\mu k \theta_s} - \rho U_v \cos \alpha \frac{\delta^2}{4\mu} \quad (\text{IV.11})$$

L'épaisseur de la couche limite dynamique du film de condensât est donnée par :

$$Sh_x \left( \frac{\delta}{x} \right)^4 - \frac{1}{3} Dr_x \left( \frac{\delta}{x} \right)^3 - \frac{1}{4} Re_{vx} \left( \frac{\delta}{x} \right)^2 - 1 = 0 \quad (\text{IV.12})$$

Avec :

$$Sh_x = \rho^2 (r\omega^2 - g) \sin \alpha \frac{h_{fg} x^3}{4\mu k \theta_s} \quad : \text{(Nombre de Sherwood)}$$

$$Dr_x = \rho \tau_v h_{fg} x^2 \frac{\cos \alpha}{\mu k \theta_s} \quad : \text{(Nombre de Friction)}$$

$$Re_{vx} = \rho U_v x \frac{\cos \alpha}{\mu} \quad : \text{(Nombre de Reynolds)}$$

En introduisant le flux de chaleur échangé par conduction à travers le film de condensât à toute section  $x$ , par unité de périphérie ( $Q_x^4 = k \theta_s / \delta$ ), dans l'équation (12), on obtient :

$$Q_x^4 + \frac{1}{4} Re_{vx} \left( \frac{k \theta_s}{x} \right)^2 Q_x^2 + \frac{1}{3} Dr_x \left( \frac{k \theta_s}{x} \right)^3 Q_x - Sh_x \left( \frac{k \theta_s}{x} \right)^4 = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Le deuxième et le troisième terme sont négligeables devant le premier et le quatrième terme, on obtient finalement :

$$Q_x^4 = Sh_x \left( \frac{k \theta_s}{x} \right)^4 \quad (\text{IV.14})$$

La valeur moyenne de flux de chaleur  $Q_x$  à travers une longueur  $L$  est donnée par :

$$Q = \left( \frac{1}{l} \right) \int_0^l Q_x dx = \frac{4}{3} Q_l = \frac{Q_l}{0,75}$$

D'où :

$$Q^4 = Sh_L \left( \frac{k \theta_s}{0,75l} \right)^4$$

$$Q^4 = \left( (r\omega^2 - g) \sin \alpha \frac{\theta_s^3}{1,26l} \right) \left( \frac{\rho^2 h_{fg} k^3}{\mu} \right) \quad (IV.15)$$

$\frac{\rho^2 h_{fg} k^3}{\mu}$  : représente le groupement des propriétés du fluide caloporteur .

Dans l'équation précédente, le flux est exprimé par unité de périphérie, donc pour un caloduc de rayon intérieur  $r_i$ , le flux thermique total échangé est donné par l'expression finale suivante :

$$Q^4 = \left( (r\omega^2 - g) \sin \alpha \frac{\theta_s^3}{1,26l} \right) \left( \frac{\rho^2 h_{fg} k^3}{\mu} \right) (2\pi r_i)^4 \quad (IV.16)$$

En négligeant l'effet de la pesanteur, et on prenant  $\alpha = 90^\circ$  ( $\sin \alpha = 1$ ), l'expression de flux devient :

$$Q^4 = \left( \frac{r\omega^2 \theta_s^3}{1,26l} \right) \left( \frac{\rho^2 h_{fg} k^3}{\mu} \right) (2\pi r_i)^4 \quad (IV.17)$$

La résistance thermique de la vapeur est pratiquement toujours négligeable, il en résulte que la température de la vapeur peut être considérée égale à la température de saturation ( $T_V = T_S$ ).

Les températures caractéristiques sont données par les relations suivantes :

$$T_{P,e} - T_{W,e} = \ln \left( \frac{r_0}{r_i} \right) \frac{Q(t)}{2\pi l_E k_P} = R_{P,e} \cdot Q(t) \quad (IV.18)$$

$$T_{W,c} - T_{P,c} = \ln \left( \frac{r_0}{r_i} \right) \frac{Q(t)}{2\pi l_C k_P} = R_{P,c} \cdot Q(t) \quad (IV.19)$$

$$T_{W,e} - T_S = \left( \frac{1,26l_E}{R_E \omega^2} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\rho^2 h_{fg} k^3} \right)^{1/3} \left( \frac{Q(t)}{(2\pi r_i)} \right)^{4/3} \quad (IV.20)$$

$$T_S - T_{W,c} = \left( \frac{1,26l_C}{R_C \omega^2} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\rho^2 h_{fg} k^3} \right)^{1/3} \left( \frac{Q(t)}{(2\pi r_i)} \right)^{4/3} \quad (IV.21)$$

#### IV.4 ESTIMATION DE LA TEMPERATURE DE SATURATION

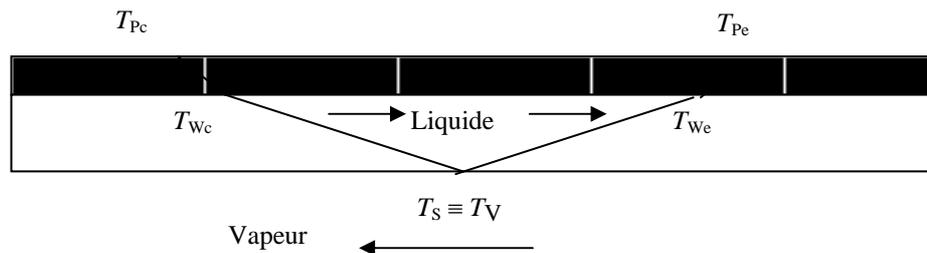


Fig.IV.4 Températures caractéristiques

On a :

$$\frac{T_{P,e} - T_{W,e}}{T_{W,c} - T_{P,c}} = \frac{l_C}{l_E} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

$$T_{P,e} - T_{W,e} = \frac{(T_{W,c} - T_{P,c})}{2} = \frac{Y}{2}$$

D'autre part on a :

$$\frac{T_{W,e} - T_S}{T_S - T_{W,c}} = \left( \frac{R_C l_E}{R_E l_C} \right)^{1/3} = \left( \frac{1,74 \times 60}{3,48 \times 30} \right)^{1/3} = 1$$

D'où :

$$(T_{W,e} - T_S) = (T_S - T_{W,c}) = X$$

$$\Delta\theta = Y + X + X + \frac{Y}{2} = 2X + \frac{3Y}{2}$$

$$T_S = \frac{\Delta\theta}{2} + \frac{Y}{4}$$

$Y \ll X$ , donc si on néglige  $\frac{Y}{4}$  devant  $\frac{\Delta\theta}{2}$ , la température de saturation devient :

$$T_S = \frac{\Delta\theta}{2} + 25$$

#### IV.5 FLUX EVACUE PAR CALODUC

Le flux de chaleur véhiculé par le caloduc est obtenu en faisant la somme des températures caractéristiques :

$$\begin{aligned} T_{P,e} - T_{W,e} + T_{W,c} - T_{P,c} + T_{W,e} - T_S + T_S - T_{W,c} &= T_{P,e} - T_{P,c} = \theta(t) \\ &= (R_{P,e} + R_{P,c})Q(t) + (R_{W,e} + R_{W,c})Q(t)^{4/3} \end{aligned}$$

$$R_p Q(t) + R_w(t) Q(t)^{4/3} = \theta(t) \quad (IV.22)$$

On a :

$$f(Q(t)) = R_p Q(t) + R_w(t) Q(t)^{4/3} - \theta(t) \quad (IV.23)$$

$$f'(Q(t)) = R_p + \frac{4}{3} R_w(t) Q(t)^{1/3} > 0 \quad \text{pour } Q(t) > 0 \quad (IV.24)$$

$$f''(Q(t)) = \frac{9}{4} R_w(t) Q(t)^{-2/3} > 0 \quad \text{pour } Q(t) > 0 \quad (IV.25)$$

Donc pour  $Q(t) > 0$ ,  $f(Q(t))$  est strictement croissante et elle est convexe ; elle traverse donc l'axe des  $Q(t)$  une seule fois. En conséquence l'équation  $f(Q(t)) = 0$  ne possède qu'une racine réelle.

Pour résoudre cette équation, on pourra utiliser la méthode de Newton. Le procédé d'itération dans cette méthode est le suivant :

soit  $Q_0$  une valeur approchée quelconque de la racine  $Q_S$  ( $Q_0 > Q_S$ ). Par le point  $P_0$ , on mène la tangente  $P_0Q_1$  à la courbe. Du point d'intersection  $Q_1$  de cette tangente avec l'axe des abscisses, on reporte l'ordonnée  $Q_1P_1$  sur la courbe (point  $P_1$  à la verticale du point  $Q_1$ ). On mène la tangente  $P_1Q_2$  à la courbe, et à partir du point  $Q_2$ , on détermine  $P_2$ .

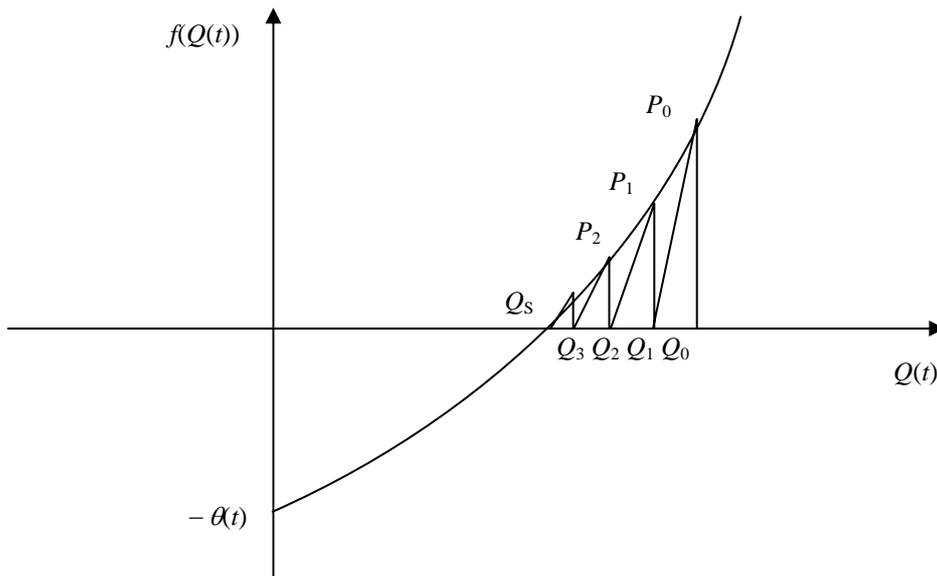


Fig.IV.5 Graphe de  $f$

Les points  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ , comme on le voit sur la figure, tendent vers le point  $Q_S$ , de sorte que leurs abscisses sont des approximations successives de la racine  $Q_S$ .

Donnons la formule qui exprime  $Q_n$  en fonction de  $Q_{n-1}$ .

L'équation de la tangente  $Q_0P_1$  est :

$$Y - f(Q_0) = f'(Q_0)(X - Q_0)$$

En faisant  $Y = 0$ , nous trouvons l'abscisse du point  $Q_1$  :

$$Q_1 = \frac{Q_0 - f(Q_0)}{f'(Q_0)}$$

Et plus généralement :

$$Q_n = \frac{Q_{n-1} - f(Q_{n-1})}{f'(Q_{n-1})} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

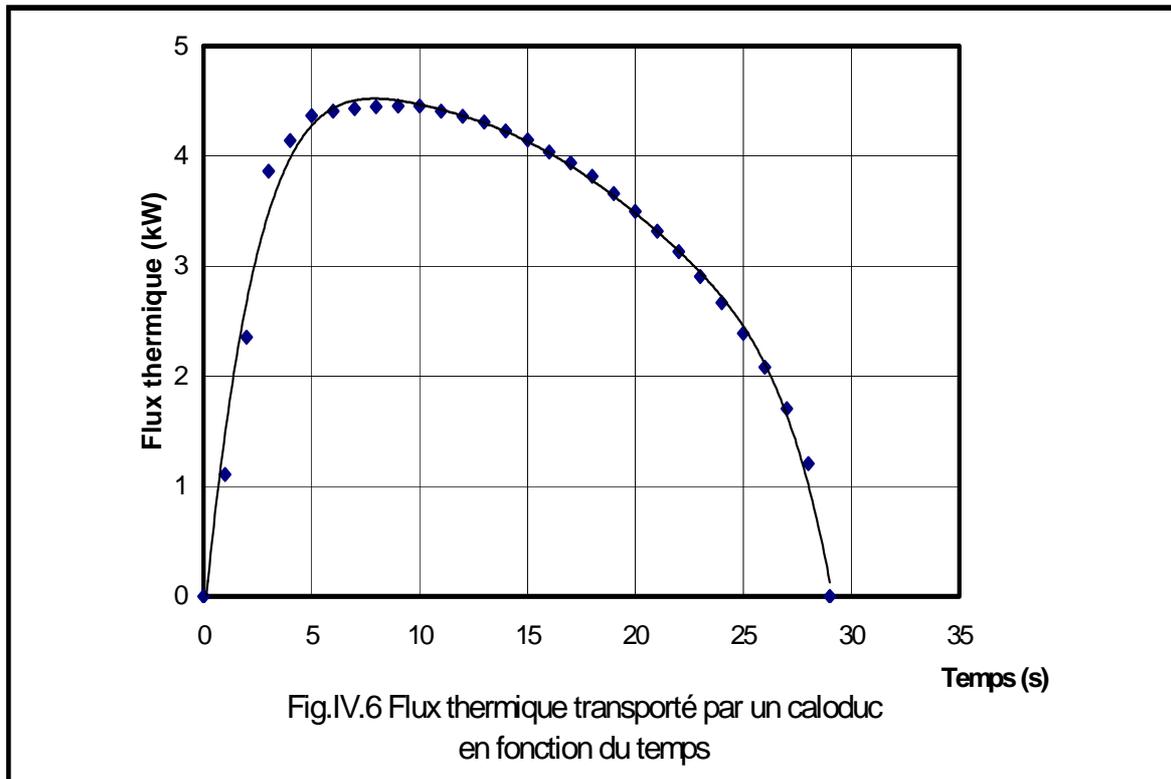
$$Q_n(t) = Q_{n-1}(t) - \left( \frac{R_p Q_{n-1}(t) + R_w (Q_{n-1}(t))^{4/3} - \theta(t)}{R_p + \frac{4}{3} R_w (Q_{n-1}(t))^{1/3}} \right) \quad (IV.26)$$

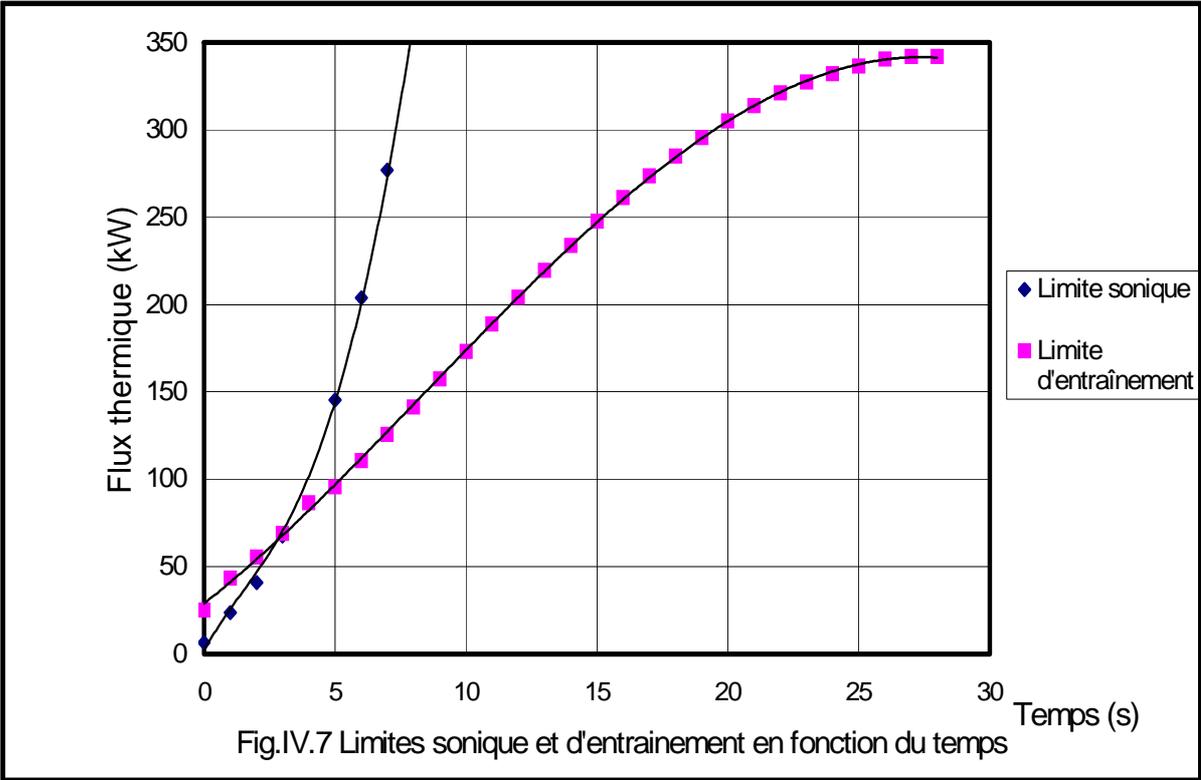
Cette méthode converge très vite vers la solution exacte, même si la valeur initiale choisie  $Q_0$  est loin de la solution  $Q_s$ .

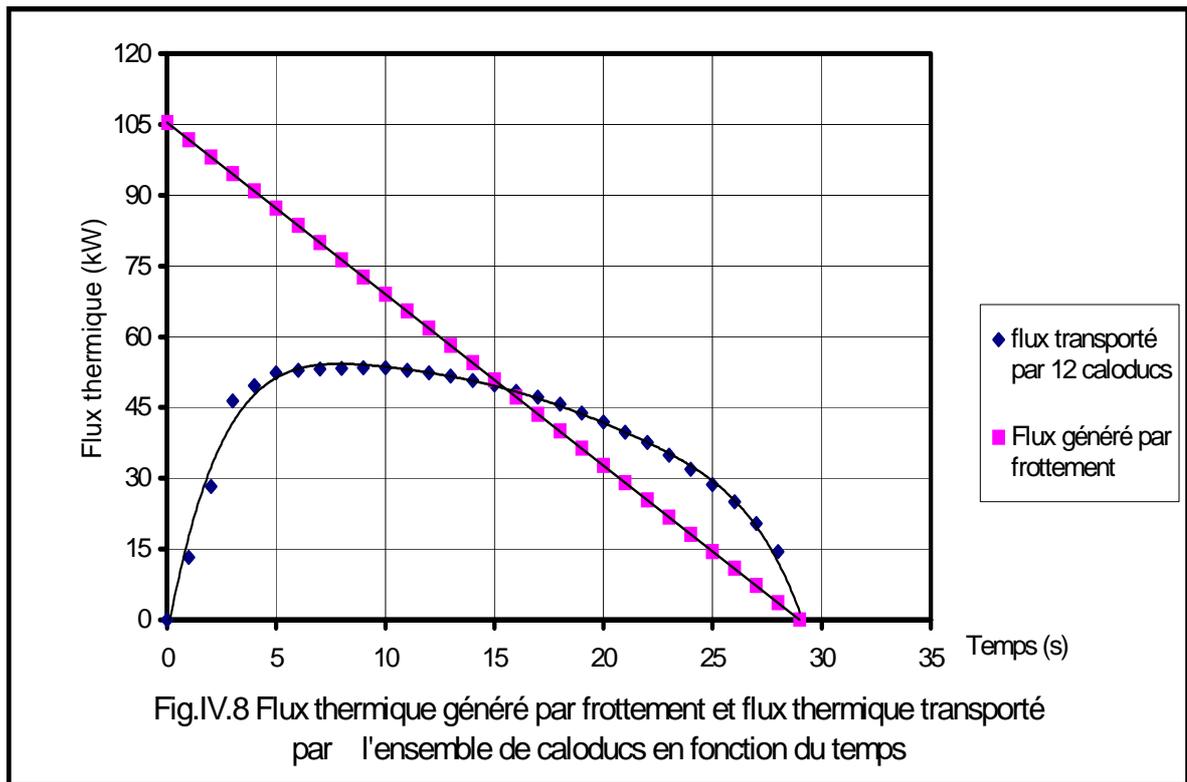
Donc, l'équation précédente du flux de chaleur sera résolue numériquement en utilisant la méthode de Newton. On choisira une valeur initiale  $Q_0(t)$  plus grande que  $Q_s$ . On pourra fixer la précision souhaitée ce qui, évidemment influera sur le nombre d'itérations.

#### IV.6 Résultats et interprétations

A la fin, un programme a été établi pour calculer les flux de chaleur évacués par les caloducs en fonction du temps, pour un nombre de caloducs respectivement de 1, 4, 8, 12, le flux de chaleur généré par frottement, ainsi que les valeurs des flux limites sur la durée du freinage afin de faciliter la comparaison.







La figure IV.6 représente la variation du flux thermique transporté par un caloduc en fonction du temps. Elle est nulle au point  $t = 0$  seconde, et puis elle croît jusqu'à sa valeur maximale égale à 4,45 kW à  $t = 8$  secondes. Par la suite elle décroît et s'annule à  $t = 29$  secondes.

La figure IV.7 représente la variation des limites en fonction du temps à  $t = 0$  ; la limite sonique est de l'ordre de 6,7 kW et celle d'entraînement à 25,07 kW. Les limites croient et leur point d'intersection est à  $t = 3$  secondes. Le domaine des limites se forme et on peut dire que le flux de chaleur dégagé par caloduc (fig.IV.6) est acceptable.

La figure IV.8 représente l'évolution des flux thermiques générés par frottement ainsi que celui transporté par 12 caloducs. Au début de freinage la valeur du flux généré par frottement est maximale égale à 105,4 kW et il décroît linéairement jusqu'à ce qu'il s'annule à la fin.

Le flux évacué par l'ensemble des caloducs est nul au début de freinage, croît jusqu'à ce qu'il atteigne sa valeur maximale de l'ordre de 53,453 kW à  $t = 9$  secondes. Au point d'intersection

$t = 15$  secondes, il décroît et s'annule en fin de freinage.

Avant le point d'intersection, il y a toujours dans le disque une dissipation d'une partie d'énergie due au frottement de plus en plus importante grâce aux caloducs jusqu'à l'intersection où les flux sont les mêmes. Par la suite, le flux dissipé par les caloducs est supérieur au flux généré par frottement.

## CONCLUSION GENERALE

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'une étude sur le refroidissement des disques de frein montés sur une roue. Les températures atteintes déterminent largement la vitesse d'usure des matériaux composites utilisés aujourd'hui pour les patins, et peut être aussi du métal des disques.

La stratégie pour la maîtrise des températures de disque a été analysée afin de favoriser l'évacuation de chaleur en diffusant le flux dissipé par frottement dans le disque.

Dans la première partie de l'étude, un modèle mathématique a permis de connaître la distribution de la température dans le disque en déterminant la densité du flux thermique généré par frottement. Les profils obtenus montrent l'importance des gradients de température dans l'épaisseur du disque pendant la phase de freinage. Au début du freinage, l'écart de température entre la surface de contact patin/disque et le plan adiabatique est important. Au fur et à mesure que le temps augmente, l'écart diminue jusqu'à ce que la température devienne uniforme à la fin du freinage. La température maximale est obtenue à l'interface patin/disque. Celle-ci est inférieure à la température admissible du matériau de disque.

Nous nous sommes consacrés dans la deuxième partie de notre travail à présenter un dispositif d'évacuation de chaleur intégré dans le disque de freinage afin de limiter les températures à un niveau acceptable et d'homogénéiser ces températures, sans que cela perturbe son fonctionnement où diminue son efficacité.

Une étude bibliographique a été menée sur les caloducs. Ces appareils peuvent transporter une quantité de chaleur égale à plusieurs centaines ou milliers de fois celle transportée par un conducteur métallique solide.

Un ensemble de caloducs ont été intégrés dans le disque. Le flux de chaleur transporté et la température dans le caloduc ont été déterminés à l'aide d'un modèle thermique. Les valeurs trouvées sont dans les limites de fonctionnement du caloduc choisi.

Un outil de modélisation fondé sur la méthode de Newton a été développé et a montré la capacité de décrire les phénomènes thermiques dans le disque.

Les résultats obtenus pour les dimensions du disque et les caractéristiques du caloduc adopté montrent que pour un nombre de caloduc égale à 12, la majorité de la chaleur générée par frottement pourra être évacuée durant le parcours du freinage.

En se basant sur les calculs théoriques développés au cours de notre étude, on remarque bien qu'il existe une relation entre la vitesse linéaire, la vitesse de rotation, la force centrifuge, la chaleur générée par frottement, la température du disque, le flux évacué par les caloducs et les caractéristiques du caloduc et du disque.

Il est intéressant de noter que le flux thermique généré par frottement peut être évacué pour des vitesses très élevées.

L'analyse des résultats obtenus par la modélisation du transfert thermique depuis la surface de contact patin/caloduc montre que l'utilisation des caloducs dans le disque de frein ont une influence considérable sur l'évolution des températures.

Pour conclure ce travail, nous soulignerons que d'autres études s'imposent si nous voulons développer et maîtriser le refroidissement des disques de frein soumis à des vitesses de rotation élevées.

Il est nécessaire de développer un modèle mathématique de la distribution de la température dans le disque équipé de caloducs.

Il est intéressant aussi, d'aborder l'analyse des phénomènes de transmission de chaleur en régime transitoire dans la région du disque entre la zone de contact avec les patins et les caloducs. Un retard dans l'amorçage a un effet défavorable sachant que les quantités de chaleur générées par frottement atteignent l'évaporateur quand la vitesse de rotation a déjà diminué et que le retour du liquide du condenseur vers l'évaporateur est moins assuré.

## Bibliographie

- [1] BROST.O, UNK.J , CANDERS.W.R , " Heat pipes for electric motors", Proc. 5<sup>th</sup> int . Heat Pipes Conference. Tsukuba Japan 1984.
  - [2] BROTHER.J.P "Freinage et antiblocage des roues", Ed: techniques pour l'automobile et l'industrie, Paris, 1992.
  - [3] BUBENICEK M. , OSLEJSEK O. , POLASEK F. ,  
"The Cooling of the Rotor an Electric Motor by Means of a Cylindrical Rotating Heat Tube". Elektrotechnicky Obzor., Vol. 83, TCH. 1974 , P. 40-46.
  - [4] BUSSE C. A. " Theory of the Ultimate transfer Limit of Cylindrical Heat Pipes. "  
Int. J. Heat Mass Transfer , Vol . 16 , P. 169-186, Pergamon press. USA. 1978. , Printed in Great Britain.
  - [5] BUSSE C. A. , KEMME J. E. , "The Dry-Out Limits of Gravity-Assist Heat Pipes With Capillary Flow". 3<sup>rd</sup> Int. Heat Pipe Conference USA. 1978 , P. 41-48.
  - [6] CARRE.J.J, "Technologie de freinage ; Frein a disque", Technique de l'ingénieur : B53B5574.
  - [7] CARRE.J.J, "Théorie de freinage", Technique de l'ingénieur : B53B5570.
  - [8] CARRE.J.J, "Technologie de freinage ; organes de friction (garnitures et contre-matériaux) ", Technique de l'ingénieur : B53B5571.
  - [9] CAUBET.J.J,"Théorie et pratique industrielle du frottement", Ed: DUNOD-TECHNIP, Paris, 1964.
  - [10] CHAN .S.H, KANAI .Z, YANG.W.T , "theory of rotating heat pipe " , J.of Nuclear energy Pergamon press 1971.
  - [11] CHATO.J.C ," Condensation in a variable acceleration field and the condensing thermosyphon " , J. of Engineering for power , USA 1965.
  - [12] CHAUDOURNE S. , "Modélisation Monodimensionnelle des échanges à Caloducs", C. R. des Journées d'Etudes Modélisation et Simulation en Thermique. ENSMA. Poitiers. Sept. 1984.
  - [13] CHAUDOURNE S. , "Caloducs" , Technique de l'Ingenieur , B 2450 , FRANCE 1990.
  - [14] CHI S. W. , "Heat Pipe Theory and Practice. " Mc GRAW-HILL Book Company. WASHINGTON. , USA. 1976.
  - [15] DANIELS.T.C , AL-JUMAILY.F.K , "Investigation of the Factors Affecting the Performance of a rotating heat pipes", Int. J. Heat mass transfer. Pergamon press GBR 1975.
  - [16] DANIELS T. C. , WILLIAMS R. J. , "Theoretical and Experimental Analysis of non Condensable Heat Pipe", Int. Heat Pipe Conf. 2 PREPR BOLOGNA NOORDWIJK NETH 1976, P :303-314
  - [17] DANIELS .T.C, WILLIAMS.R.J, "Experimental Temperature Distribution and Heat LOAD Characteristics of Rotating Heat pipes" , Int.J.Heat Mass Transfer .pergamon Press 1978
-

- [18] DANIEL T.C, WILLIAMS R. J. “ The Effet of Externrnal Boundary Conditions on Condensation Heat Transfer in rotating heat-pipes ”. Int. j. Heat Mass Transfert, Vol. 22, P : 1237-1241. Pergamon press. Ltd. 1979 Printed in Great Britain.
  - [19] DANIEL T.C, WILLIAMS R. J. “Experimental Temperature Distribution and Heat LOAD Characteristics of rotating heat-pipes”Int. j. Heat Mass Transfert, Vol. 21, P : 193-201. Pergamon press. Ltd. 1979 Printed in Great Britain.
  - [20] DANIELS .T.C, WILLIAMS.R.J , "The Effet of External Boundary Conditions on Condensation Heat Transfer in Rotating Heat pipes" , Int.J. Heat mass Transfer .pergamon Press .1979.
  - [21] DANIELS.T.C, MEDWELL.J.O, WILLIAMS.R.J , " condensation heat transfer in rotating heat pipes in the presence of a non-condensable gas" , Rev.Roumanie Sci.Tech..Mec.Appl.Tome 22 , 1977.
  - [22] DAWSON C. , BOLTON H. R., “Cooling by Heat Pipe in a Limited Rotation Rotary Actuator.”, IEE. Proceedings Part B Electric Power Applic. , Vol. 128, Pt 8, N°. 4, GBR. July. 1981.
  - [23] DAY A. J. , NEWCOMB T. P. ," The Dissipation of frictional energy from the interface of an annular disc brake." Imech E 1984
  - [24] DE VRIENT.A.B. “La transmission de la chaleur”, tome 1 3 Ed Gaëtan Morin, 1989.
  - [25] DE VRIENT.A.B. “La transmission de la chaleur”, tome 2 3Ed Gaëtan Morin, 1989.
  - [26] DUCHENE.M et CHARLOTEAUX.M ”Le freinage ”, Ed: PLANTYN-ANVERS, DUNOD, Paris, 1970.
  - [27] FAGHRI. A, “ Heat Pipe, Science and Technology ” Edition, 1995
  - [28] FURUYA S. , WAKE A. , MATSUMOTO K. , “Develoêment of Heat Pipe Shaft for Motor Cooling”. , FURUKAWA DENKO JIHO. , Vol. 71 , CHINE.1981 , P . 29-34.
  - [29] GERAK A . HORVATH L. , STULC P. , ZBORIL V. , “Examples of Heat Pipes Application in Chemical , Electrical and Other Industries.” . 7 th. Heat Pipe . Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
  - [30] GERASIMOV .YU.F , ATNOV.V.YE ,DOLGIREV.YU.YE, NEPOMNYASHCHIY.A.S , " Performance of heat pipe with separete Vapor and Liquide Ducts Rotating in a Gravity field" ,heat trasfer Soviet research ,USA 1985.
  - [31] GERCKET.E.R et DRAKE.R.M ,”Analysis of Heat and masse transfert”, New York, 1972.
  - [32] GHICHARD, “Freinage a très hautes performances”, (exemple aéronautique), Technique de l’ingénieur : B53B5580.
  - [33] GIESSLER F. , SATTLER Ph. K , THOREN F. , “Heat Pipe Cooling of Electrical Machines.” , 6 th. Int. Heat Pipe Conference (IHPC) , Grenoble. 1987 , P. 557-563.
  - [34] GROLL M. , KRAHLING H . , MUNZEL . W . D. , “Heat Pipes for cooling of an Electric Motor.” , J. Energy, Vol. 2, N°. 6, Nov-Dec . 1978. P. 363-367.
  - [35] HESSEL M. M. LUCATORTO T. B. “The rotating heat-pipe Oven ; A universal Derice for the Containment of Atomic and Molecular Vapors” ;Rev. Sci. Instrum, Vol. 44, No. 4, USA., May 1973, by the American Institute of physics.
-

- [36] HESSEL.M.M, LUCATORTO.T.B, "The rotating Heat Pipe Oven ; A Universal Derice for the Containment of Atomic and Molecular vapors"., Rev.Sci.Instrum.by the Americain Institute of physics 1973.
- [37] HWANGO H. , POVINSKI R. SQ. , "Performance of Heat Pipe rotating About the Vertical Axis and Application to a Spinning Spacecraft." Int. Heat Pipe Conf. 2 PREPR BOLOGNA NOORDWIJK NETH 1976, P : 315-324
- [38] JUN Z. , XUEZHONG Y. , GENLIN X. , "Mercury HEAT PIPE Chemical reactor". , 7 th. Heat Pipe . Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
- [39] KEMME J. E. "Vapor Flow Considerations in Conventional and Gravity-Assist Heat Pipes." , Proceed of 2 rd Int. Heat Pipe Conference , Vol. 1 , USA 1976 , P. 11-22.
- [40] KEW P. A. , "A Vapour-Lift Pump for Use in a Cooling System." , 6 th Int. Heat Pipe Conference (IHPC) , Grenoble. 1987 , P. 818-824.
- [41] KIMURA Y. , SODANI J. , FUKUDA T. , MURASZE T. , TANAKA S, MATSUMOTO K. , ISHIDA S. , "Electrically Insulates Heat Pipe Type Cooling System for Thyristor". 7 th. Heat Pipe . Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
- [42] KUNES J. , TRKOVSKY V. , "The Use of a Sodium Pipe for Steel Castings .", 7 th. Heat Pipe . Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
- [43] KUSUDA H. , IMURA H. , "Boiling Heat Transfer in Open Thermosyphon." , Bulletin of the JSME , Vol. N° 101 , P. 1723-1733. Nov. 1973 JAPAN
- [44] MAEZAWA . S, SUZUKI.Y, TSUCHIDA.A ., " Heat transfer characteristics of disk-shaped Rotating ,Wickless heat pipe", Advance in heat pipe technology / ed .D .A .Reay. Pergamon press Oxford , 1981.
- [45] MAIDANIK YU. F. , PASTUKHOV V. G. , FERSHTATER YU. G. , "Development , Analytical and Experimental Investigation of Loop Heat Pipes." . 7 th. Heat Pipe . Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
- [46] MALIK R. K., RAO K.S., VENKATESWARLV P., " thermal response studies on heat pipe- thyristor assembly and ITS comparison with conventional cooling system.", 5 th. Int. heat . pipe. Conf. (IHPC) Tokyo, Japan. 1984.
- [47] MARCUS B. D. , "Theory and Design of Variable Conductance Heat Pipes. " NASA Contractor Report . , National Aeronautics and Space Administration. WASHINGTON. , USA. April 1972.
- [48] MARTO P. J. , WAGENSEIL L. L. , "Augmenting the condenser Heat-Transfer Performance of Rotating Heat Pipes." , AIAA Journal , Vol. 17 , N° 6 , USA. June 1979. , P. 647-652.
- [49] MARTO P. J. , "performance Characteristics of Rotating Wickless Heat Pipes.", Int. Heat Pipe Conf. 2 PREPR BOLOGNA NOORDWIJK NETH 1976, P : 281-288
- [50] MARTO PAUL. J , " Rotating heat pipes" , Int .Congress on heat and mass transfer in rotating machinery .Dubrowick sep 1982 .
- [51] MEMETEAU.H "Terme de route,freinage" , Ed BORDAS, Paris, 1983.
-

- [52] MORGAN D. T. "New Concept For Heat Actuated Air Conditioner Heat Pump", Inter Society energy Conversion Engineering conference SAN DIEGO 1986, American Chemical Society. P : 383-388.
  - [53] MORGAN.D.T, " New Concept for Heat Actuated Air Conditionner Heat pump"Inter.Society energy Conversion Engineering conference Sandiago, Americain Chemical Society 1986.
  - [54] NOREN D. "Boost Rotomolding Productivity with Heat Pipe Technology." Plastics technology. Vol. 29 , N° 6 , P. 57-59 , USA. June 1983.
  - [55] OSLEJSEK U., POLASEK F., " Cooling of Electrical Machines By Heat Pape Conf. 2 PREPR BOLOGNA NOORDWIJK NETH 1976, P : 503-514
  - [56] OSLEJSEK. U , POLASEK. F , "Cooling of Electrical Machines By Heat Pipes" , Int. Heat Pipe Conf. 2 PREPR BOLOGNA NOORDWIJK NETH 1976.
  - [57] OZISIK.M. N"Heat conduction", 2 Ed library of, Cataloging impuublication Data,1993.
  - [58] PARENT Y. Y , CARAM H. S. , COUGHLIN R. W. , "Tube-Wall Catatyctic Reactor Cooled by an Annular Heat Pipe." AICHE Journal. , Vol . 29, N° 3 , P. 444-450 , USA. 1982.
  - [59] REAL.GELINAS, "Mathématiques pour les ingénieurs et scientifiques", Ed: SMG, Québec,1984.
  - [60] Revue technique diesel, "Techniques du freinage des véhicules Industriels", Ed: technique pour l'automobile et l'industrie BOULOGNE- BILLANCOURT.
  - [61] SACADURA.J.F. "Initiations aux transferts thermiques", Ed: technique et documentation, Paris,1978.
  - [62] SATTLER.PH.K, THOREN.F. , "Totally en Closed heat pipe Cooled induction Motor, Theoretical and experimental Results" ,(ICEM) Germany 1984.
  - [63] SCHMIDT.JURGEN, "Transmission de la chaleur", Ed : OPU, Alger, 1983.
  - [64] SEMIRIA R. , "Les Caloducs. Conception et Utilisations." , Journées Internationales des échanges de chaleur I.F.C.E. Institute of Fuel , Paris. Juin 1971.
  - [65] Taine.J et petit.J.P. "Transferts thermiques cours et données de base", 2 Ed DUNOD, 1995.
  - [66] THOREN .F, CONDERS.W.R , " Heat pipe cooled Induction motors " , Proc. 5<sup>th</sup> int . Heat Pipes Conference. Tsukuba Japan 1984.
  - [67] THOREN F. , "Heat Pipe Cooled Induction Motors." , 5 th Int. Heat Pipe Conference (IHPC) , TOKYO. 1984 , P . 365-371.
  - [68] TIEN C. L. , "Fluid Mechanics of Heat Pipes" . Annual Review of Fluid Mechanics. , Vol. 7 , USA. , P. 167-185
  - [69] VASILIEV L. L. , KHROLENOVK V. V. , " Centrifugal Coaxial Heat Pipes " , Int. Heat Pipe Conf. 2 PREPR POLOGNA NOORDWIJK NETH 1976, P : 293-302
  - [70] VASILIEV L. L. , KHRUSTALEV D. K. , KONEV S. V , RABETSKY M. I. , "Heat Pipes for Electronic Equipment Cooling Systems." . 7 th. Heat Pipe . Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
-

- [71] VASILIEV. L .L. and KHROLENOK.V.V,"Study of heat pipe transfer in the Condensation zone of rotating heat pipes",Heat Recovery Systems ,GREAT BRITAIN 1983.
- [72] VITYAZ P. A., VASILYEV V. L., SCELEG V. K., " Heat pipe accumulator for cooling of power thyristors.", 7 th. Int. heat. Pipe. Conf. (IHPC) Minsk , URSS. 1990.
- [73] WILSON R. H. , ROGERS R. P. ,"Mathematical Modelling of a Variable Conductance Heat Pipe Experiment Flown On Shuttle Pallet Satellite (SPAS-01).", C . R . Des Journées D'études Modélisation et Simulation en Thermique ENSMA. Poitiers. , Sept. 1984. P. 135-140.
-

Annexes

Annexe 1 : Evolution de la température en fonction du temps  
pour différentes positions  $z = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  mm  
et la température moyenne

t(s)	T1 (K)	T2 (K)	T3 (K)	T4 (K)	T5 (k)	T6 (k)	T7 (k)	Tm (k)
0	293	293	293	293	293	293	293	293
1	324,76	327,45	335,5	348,89	367,58	391,51	420,63	359,47
2	388,47	391,2	399,37	412,97	431,95	456,25	485,81	423,72
3	451,54	454,17	462,07	475,21	493,54	517,02	545,56	485,59
4	512,31	514,84	522,45	535,09	552,74	575,31	602,77	545,07
5	570,71	573,14	580,12	592,59	609,54	631,23	657,59	602,13
6	626,72	631,06	636,06	647,71	663,96	684,76	710,02	657,18
7	680,35	682,58	689,29	700,45	716	735,9	760,08	709,24
8	731,59	733,73	740,14	750,8	795,66	784,67	807,75	763,48
9	780,45	782,49	788,6	798,76	812,93	831,04	853,03	806,76
10	826,93	828,87	834,68	844,35	857,82	875,04	895,93	851,95
11	871,02	882,86	878,38	887,55	900,32	916,65	936,45	896,18
12	912,73	914,48	919,69	928,36	940,45	955,88	974,59	935,17
13	952,06	953,7	958,62	966,8	978,18	992,72	1010,34	973,20
14	989,01	990,55	995,17	1002,85	1013,54	1027,18	1043,71	1008,86
15	1023,56	1025,01	1029,33	1036,51	1046,51	1059,26	1074,69	1042,12
16	1055,74	1057,09	1061,13	1067,8	1077,1	1088,95	1103,3	1073,02
17	1085,53	1086,78	1090,51	1096,7	1105,3	1116,27	1129,51	1101,51
18	1112,94	1114,09	1117,52	1123,21	1131,12	1141,19	1153,35	1127,63
19	1137,97	1139,02	1142,15	1147,35	1154,56	1163,74	1174,8	1151,37
20	1160,61	1161,56	1164,4	1169,1	1175,61	1183,9	1193,87	1172,72
21	1180,87	1181,72	1184,26	1188,46	1194,28	1201,67	1210,55	1191,69
22	1198,75	1199,5	1201,74	1205,44	1210,57	1217,06	1224,85	1208,27
23	1214,24	1214,89	1216,83	1220,04	1224,47	1230,07	1236,77	1222,47
24	1227,35	1227,9	1229,54	1232,26	1235,99	1240,7	1246,3	1234,29
25	1238,08	1238,53	1239,87	1242,09	1245,13	1248,94	1253,45	1243,73
26	1246,42	1246,77	1247,82	1249,54	1251,88	1254,8	1258,22	1250,78
27	1252,38	1252,63	1253,38	1254,6	1256,88	1258,28	1260,6	1255,54
28	1255,95	1256,11	1256,56	1257,28	1258,24	1259,37	1260,6	1257,73
29	1257,14	1257,2	1257,35	1257,58	1257,83	1258,08	1258,22	1257,63



Annexe 2 : Evolution de la température en fonction de la position z  
pour les temps t = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 29 s

z (m)	t = 0s	t = 3s	t = 6s	t = 9s	t = 12s	t = 15s	t = 18s	t = 21s	t = 24s	t = 27s	t = 29s
-0,006	293	545,56	710,02	853,03	974,59	1074,69	1153,35	1210,55	1246,3	1260,6	1258,22
-0,005	293	517,02	684,76	831,04	955,88	1059,26	1141,19	1201,67	1240,7	1259,28	1258,08
-0,004	293	493,54	663,96	812,93	940,45	1046,51	1131,12	1194,28	1235,99	1256,25	1257,84
-0,003	293	475,21	647,71	798,76	928,36	1036,51	1123,21	1188,46	1232,26	1254,6	1257,58
-0,002	293	462,07	636,06	788,6	919,69	1029,33	1117,52	1184,26	1229,54	1253,38	1257,35
-0,001	293	454,17	629,06	782,49	914,46	1025,01	1114,09	1181,72	1227,9	1252,63	1257,2
0	293	451,538	626,72	780,45	912,73	1023,56	1112,94	1180,87	1227,35	1252,38	1257,14
0,001	293	454,17	629,06	782,49	914,46	1025,01	1114,09	1181,72	1227,9	1252,63	1257,2
0,002	293	462,07	636,06	788,6	919,69	1029,33	1117,52	1184,26	1229,54	1253,38	1257,35
0,003	293	475,21	647,71	798,76	928,36	1036,51	1123,21	1188,46	1232,26	1254,6	1257,58
0,004	293	493,54	663,96	812,93	940,45	1046,51	1131,12	1194,28	1235,99	1256,25	1257,84
0,005	293	517,02	684,76	831,04	955,88	1059,26	1141,19	1201,67	1240,7	1259,28	1258,08
0,006	293	545,56	710,02	853,03	974,59	1074,69	1153,35	1210,55	1246,3	1260,6	1258,22

Annexe 3 : propriétés thermodynamiques du fluide caloporteur

T (K)	hfg	RO v	sigma	P s	RO l	Mu l	Mu v	K l	K v	EP
283	300,97948	0,95950598	0,4149	27985,9917	12909,9334	0,0009406	5,45E-06	11,7408247	0,00387871	1,8751E-17
346,8	300,185808	3,05888414	0,39576	98258,1463	12752,3346	0,00089025	6,0866E-06	12,2938542	0,00482567	1,8237E-17
379,4	299,780264	5,10594619	0,38598	171160,572	12671,8061	0,00086887	6,4125E-06	12,5464768	0,00531475	1,805E-17
411,3	299,383428	8,0914115	0,37641	281835,323	12593,0067	0,0008501	6,7314E-06	12,7779059	0,00579637	1,7905E-17
447,9	298,928124	13,1569542	0,36543	477200,631	12502,5974	0,00083071	7,0972E-06	13,026914	0,00635238	1,7778E-17
465,3	298,711668	16,3511406	0,36021	603880,391	12459,6159	0,00082219	7,2711E-06	13,1398049	0,00661792	1,773E-17
491,5	298,38574	22,3470573	0,35235	847064,642	12394,8967	0,00081009	7,533E-06	13,3037807	0,00701915	1,7671E-17
516,5	298,07474	29,6549676	0,34485	1150858,51	12333,1417	0,00079929	7,7829E-06	13,4540574	0,00740349	1,7629E-17
540,3	297,778668	38,3416407	0,33771	1520136,22	12274,3509	0,0007896	8,0208E-06	13,5919795	0,00777068	1,76E-17
563	297,49628	48,4840928	0,3309	1960178,43	12218,2774	0,00078086	8,2477E-06	13,7192147	0,00812201	1,7582E-17
584,4	297,230064	59,9784129	0,32448	2468211,1	12165,4151	0,00077301	8,4617E-06	13,8355792	0,0084542	1,7573E-17
604,7	296,977532	72,8729135	0,31839	3047846,93	12115,2701	0,0007659	8,6646E-06	13,9429543	0,00877015	1,7571E-17
623,8	296,739928	87,0131194	0,31266	3693369,61	12068,0892	0,00075949	8,8555E-06	14,0414651	0,00906815	1,7574E-17
641,7	296,517252	102,247607	0,30729	4398693,16	12023,8727	0,00075369	9,0344E-06	14,1316908	0,00934804	1,7582E-17
658,3	296,310748	118,278977	0,30231	5150428,48	11982,8673	0,0007485	9,2004E-06	14,2136401	0,00960813	1,7592E-17
673,8	296,117928	135,066182	0,29766	5946758,32	11944,5792	0,0007438	9,3553E-06	14,2887281	0,00985143	1,7606E-17
688,1	295,940036	152,250702	0,29337	6770527,31	11909,2554	0,00073959	9,4982E-06	14,356827	0,01007625	1,762E-17
701,2	295,777072	169,538068	0,28944	7607086,92	11876,8958	0,00073582	9,6292E-06	14,418257	0,01028252	1,7636E-17
713,1	295,629036	186,614897	0,28587	8440473,62	11847,5004	0,00073248	9,7481E-06	14,4732949	0,01047014	1,7652E-17
723,9	295,494684	203,317606	0,28263	9261778,76	11820,8222	0,00072951	9,8561E-06	14,5226337	0,01064063	1,7668E-17
733,4	295,376504	219,011095	0,27978	10038606,7	11797,3553	0,00072694	9,9511E-06	14,565565	0,01079074	1,7683E-17
741,8	295,272008	233,707004	0,27726	10770277,2	11776,6056	0,0007247	1,0035E-05	14,6031683	0,0109236	1,7697E-17
748,9	295,183684	246,754011	0,27513	11423079,8	11759,0672	0,00072284	1,0106E-05	14,6346961	0,01103598	1,7709E-17
754,9	295,109044	258,242558	0,27333	12000295	11744,246	0,00072128	1,0166E-05	14,6611595	0,01113101	1,772E-17
759,6	295,050576	267,546878	0,27192	12469342,7	11732,6361	0,00072007	1,0213E-05	14,6817758	0,01120549	1,7729E-17
763,7	294,999572	275,887542	0,27069	12890968,1	11722,5083	0,00071902	1,0254E-05	14,6996798	0,0112705	1,7737E-17
767,6	294,951056	284,01919	0,26952	13303050,8	11712,8745	0,00071803	1,0293E-05	14,7166415	0,0113235	1,7745E-17
768,8	294,936128	286,560623	0,26916	13432044,4	11709,9102	0,00071772	1,0305E-05	14,7218471	0,01135139	1,7747E-17

768,8	294,936128	286,560623	0,26916	13432044,4	11709,9102	0,00071772	1,0305E-05	14,7218471	0,01135139	1,7747E-17
-------	------------	------------	---------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------

Annexe 4 : Résistances thermiques du capillaire saturé et les flux limites sonique et d'entraînement

t	W	RWE	RWC	RW	Qs (kW)	Qe (kW)
0	662,86	92,9921267	58,8218058	0,00538402	6,69707	25,06723
1	640,002759	95,1709836	60,2000332	0,00571702	23,57217	43,59750
2	617,145517	97,4829749	61,6624743	0,00595597	41,09933	55,55172
3	594,288276	99,9416347	63,2176899	0,00620234	67,72331	68,96749
4	571,431034	102,562466	64,8754862	0,00647376		86,52079
5	548,573793	105,363318	66,6471545	0,0067022	145,23575	95,69253
6	525,716552	108,364863	68,5457701	0,00697152	203,78252	110,52214
7	502,85931	111,591185	70,5865673	0,00725445	276,92653	125,82384
8	480,002069	115,070533	72,7874152	0,00755323	365,83776	141,44084
9	457,144828	118,836284	75,1694261	0,00787076	471,78245	157,29086
10	434,287586	122,928189	77,7577446	0,0082094	594,08636	173,08448
11	411,430345	127,394009	80,5825819	0,0085733	733,61209	188,82535
12	388,573103	132,291692	83,6805919	0,00896636	888,97630	204,30474
13	365,715862	137,692305	87,0967286	0,00939372	1058,70731	219,39397
14	342,858621	143,684072	90,8867975	0,00986135	1239,57744	233,88446
15	320,001379	150,378017	95,1210264	0,01037788	1431,14488	247,84045
16	297,144138	157,91604	99,8891733	0,01095307	1629,27943	261,07492
17	274,286897	166,482748	105,308011	0,01160007	1830,45670	273,49622
18	251,429655	176,323292	111,532608	0,01233631	2030,83849	285,02205
19	228,572414	187,771147	118,773904	0,01318593	2228,28490	295,67883
20	205,715172	201,29306	127,327137	0,01418123	2415,01196	305,20474
21	182,857931	217,565218	137,620027	0,01537121	2590,86146	313,74418
22	160,00069	237,609692	150,299081	0,01682751	2747,73759	321,04607
23	137,143448	263,056497	166,395358	0,01866713	2886,43523	327,27589
24	114,286207	296,693926	187,672582	0,02108719	2999,13215	332,19334
25	91,4289655	343,771021	217,451014	0,02446652	3100,42794	336,50961
26	68,5717241	415,651001	262,918414	0,02962063	3199,42470	340,63810
27	45,7144828	543,186617	343,590569	0,03872463	3230,41223	341,91285
28	22,8572414	858,279735	542,901487	0,06118812	3230,41223	341,91285

## Annexe 5 : Flux évacué par 1, 8, 12 caloducs

t (s)	Qc (W)	Qc (kW)	(8 x Qc)	Qt (kW)	Qf (kW)
0	0	0	0	0	105,40385
1	1105	1,105	8,84	13,26	101,769234
2	2354,75	2,35475	18,838	28,257	98,134619
3	3862,2	3,8622	30,8976	46,3464	94,5000034
4	4143,02	4,14302	33,14416	49,71624	90,8653879
5	4368,56	4,36856	34,94848	52,42272	87,2307724
6	4407,79	4,40779	35,26232	52,89348	83,5961569
7	4430,2	4,4302	35,4416	53,1624	79,9615414
8	4446,14	4,44614	35,56912	53,35368	76,3269259
9	4454,3	4,4543	35,6344	53,4516	72,6923103
10	4454,42	4,45442	35,63536	53,45304	69,0576948
11	4409,5	4,4095	35,276	52,914	65,4230793
12	4362,13	4,36213	34,89704	52,34556	61,7884638
13	4309,05	4,30905	34,4724	51,7086	58,1538483
14	4228,19	4,22819	33,82552	50,73828	54,5192328
15	4146,34	4,14634	33,17072	49,75608	50,8846172
16	4038,38	4,03838	32,30704	48,46056	47,2500017
17	3935,71	3,93571	31,48568	47,22852	43,6153862
18	3814,04	3,81404	30,51232	45,76848	39,9807707
19	3657,92	3,65792	29,26336	43,89504	36,3461552
20	3496,61	3,49661	27,97288	41,95932	32,7115397
21	3317,99	3,31799	26,54392	39,81588	29,0769241
22	3130,21	3,13021	25,04168	37,56252	25,4423086
23	2905,31	2,90531	23,24248	34,86372	21,8076931
24	2665,57	2,66557	21,32456	31,98684	18,1730776
25	2392,01	2,39201	19,13608	28,70412	14,5384621
26	2082,95	2,08295	16,6636	24,9954	10,9038466
27	1704,73	1,70473	13,63784	20,45676	7,26923103
28	1207,82	1,20782	9,66256	14,49384	3,63461552
29	0	0	0	0	0

Annexe 6 : Les propriétés thermodynamiques du fluide

Pression de saturation de la vapeur :

$$P_{sat} = A \times T^B$$

Masse volumique du liquide :

$$\rho_L = B_1 \times T + B_2$$

Masse volumique de la vapeur :

$$\rho_V = C \times T^D$$

Enthalpie de vaporisation :

$$h_{fg} = D_1 \times T^2 + D_2 \times T + D_3$$

Viscosité dynamique du liquide :

$$\mu_L = E \times T^F$$

Conductivité thermique du liquide :

$$k = G \times T^H$$

Tension superficielle :

$$\sigma = H_1 \times T + H_2$$

Ces corrélations ont été déterminées à partir d'une table des propriétés thermophysiques du mercure saturé.

## Annexe 7 : Programme "calcul du flux de chaleur évacué par 1,2,4,6,8, 12 caloducs"

```
real F, a1, a2, b1, b2, tf, ac, Cf, L, T0, alpha,k, epc, Ap, Av, r,RN, RI, KF, LE, LC,F0,
RE, RC, DQ, RP, A, B, C, D, E, G, H, C1, C2, D1, D2, F1, F2, F3, F4, Tc, EP,
Tk,PSAT, EL, EV, LV, TEM, W, QD, QO, QOR, Qson, Qent, Flux1, Flux2, Flux3,
Flux4,RW,RWC,RWE,ST,TO,M,P
```

```
integer t
```

```
print*,"introduire la valeur de difusivité alpha du disque"
```

```
read*,alpha
```

```
print*,"introduire la valeur de la conductivité thermique du disque k"
```

```
read*,k
```

```
print*,"introduire la valeur de l'épaisseur L"
```

```
read*,L
```

```
print*,"introduire la valeur de la section du disque a1"
```

```
read*,a1
```

```
print*,"introduire la valeur de la section de la plaquette a2"
```

```
read*,a2
```

```
print*,"introduire la valeur de l'effusivité b1 du disque"
```

```
read*,b1
```

```
print*,"introduire la valeur de l'effusivité b2 du plaquette"
```

```
read*,b2
```

```
print*,"introduire la valeur du temps de freinage tf"
```

```
read*,tf
```

```
print*,"introduire la valeur initiale de la température T0"
```

```
read*,T0
```

```
print*,"introduire la valeur de la force de freinage F"
```

```
read*,F
```

```
print*,"introduire la valeur absolue de la décélération ac"
```

```
read*,ac
```

```
print*,"introduire la valeur de coefficient de frottement Cf"
```

```
read*,Cf
```

```
print*,"introduire la valeur de rayon r"
```

```
read*,r
```

```
print*,"introduire la valeur de la résistance thermique du condenseur RC"
```

```
read*,RC
```

```
print*,"introduire la valeur de la résistance thermique de la paroi du caloduc RP"
```

```
read*,RP
```

```
print*,"introduire la valeur de la résistance thermique de l'évaporateur RE"
```

```
read*,RE
```

```
print*,"introduire la valeur de la longueur de l'évaporateur LE"
```

```
read*,LE
```

```
print*,"introduire la valeur de la longueur du condenseur LC"
```

```
read*,LC
```

```
print*,"introduire la valeur du rayon extérieur du caloduc RI"
```

```
read*,RI
```

```
print*,"introduire la valeur du paramètre d'entraînement RN"
```

```
read*,RN
```

```
print*,"introduire la valeur de la précision DQ"
```

```
read*,DQ
```

```
print*,"introduire la valeur de l'épaisseur de caloduc epc"
```

```
read*,epc
print*,"introduire la valeur du coefficient A"
read*,A
print*,"introduire la valeur du coefficient B"
read*,B
print*,"introduire la valeur du coefficient C"
read*,C
print*,"introduire la valeur du coefficient D"
read*,D
print*,"introduire la valeur du coefficient E"
read*,E
print*,"introduire la valeur du coefficient F0"
read*,F0
print*,"introduire la valeur du coefficient G"
read*,G
print*,"introduire la valeur du coefficient H"
read*,H
print*,"introduire la valeur du coefficient C1"
read*,C1
print*,"introduire la valeur du coefficient C2"
read*,C2
print*,"introduire la valeur du coefficient D1"
read*,D1
print*,"introduire la valeur du coefficient D2"
read*,D2
print*,"introduire la valeur du coefficient F1"
read*,F1
print*,"introduire la valeur du coefficient F2"
read*,F2
print*,"introduire la valeur du coefficient F3"
read*,F3
print*,"introduire la valeur du coefficient F4"
read*,F4
Ap=3.1416*RI**2
Av=3.1416*(RI-epc)**2
do 100 t=1,28,1
TEM=T0+((ac*F*tf*a1*b1*alpha*Cf)/(((a1*b1)+(a2*b2))*(k*L)))*(-(t**2)/(2*tf)+(1-
(L**2)*(L**2)/(L**2)-(L/3))/(2*tf*alpha))*t+(L**4*(L-exp(-
(3.14**2*alpha*t)/(L**2)))/(24*tf*alpha**2))*(-1+(2+((12*tf*alpha)/(L**2)))-(7/15)-
((4*alpha*tf)/(L**2))))
100 continue
print*,"t=",t,"temp=",TEMP
Tc=TEM/2 + 25
Tk=Tc+273.14
M=C1*Tk**C2
Psat=A*Tk**B
EL=C*Tk+D
EV=E*Tk**F0
LV=(G*Tk)+H
KF=(D1*Tk)+D2
```

---

```

ST=F1*Tk**F2
QD=(((a1*b1)*(ac*F*tf*Cf))/((a1*b1)+(a2*b2)))*(1-(t/tf))
W=(tf-t)/(R*6.2832)
EP=M/(LV*(EL**2)*(KF**3))
RWE=((1.26*LE/RE*(W**2))**(1/3))/((6.2832*RI)**(4/3))
RWC=((1.26*LC/RC*(W**2))**(1/3))/((6.2832*RI)**(4/3))
RW=(RWE+RWC)*(EP**(1/3))*KF
QO=313
QOR=(QO-RW*(QO**(4/3))+RP*QO-TEM)/((4/3)*RW*(QO**(1/3))+RP)
!if(QOR-QO>QD) then QOR
!else
Flux1=QOR
Flux2=4*Flux1
Flux3=6*Flux1
Flux4=8*Flux1
Qson=Av*EV*LV*(1.33*R*Tk/4.66)**(1/2)
Qent=Av*LV*(ST*EV/RN*2)**(1/2)
print*,"-----"
print*,"pour t=",t," Flux1=",Flux1," Flux2=",Flux2," Flux3=",Flux3,"
Flux4=",Flux4,"Qson=",Qson,"Qent=",Qent
print*,"-----"
!end if
!end do
end

```

## V.3 Les propriétés thermodynamiques du fluide: [27]

Pression de saturation de la vapeur :

$$P_{sat} = A \times T^B$$

Masse volumique du liquide :

$$\rho_L = B_1 \times T + B_2$$

Masse volumique de la vapeur :

$$\rho_V = C \times T^D$$

Enthalpie de vaporisation :

$$h_{fg} = D_1 \times T^2 + D_2 \times T + D_3$$

Viscosité dynamique du liquide :

$$\mu_L = E \times T^F$$

Conductivité thermique du liquide :

$$k = G \times T^H$$

Tension superficielle :

$$\sigma = H_1 \times T + H_2$$

Ces corrélations ont été déterminées à partir d'une table des propriétés thermophysiques du mercure saturé. Cette dernière ainsi que les constantes de ces corrélations sont regroupées en annexe ?.

## NOTATIONS UTILISEES

a	: Décélération	[m/s <sup>2</sup> ]
A	: Section	[m <sup>2</sup> ]
A <sub>v</sub>	: Section du conduit vapeur	[m <sup>2</sup> ]
A <sub>p</sub>	: Section droite intérieur du caloduc	[m <sup>2</sup> ]
b	: Effusivité thermique $b = \sqrt{k\rho c}$	[J/m <sup>2</sup> K s <sup>1/2</sup> ]
C	: Chaleur spécifique	[J/kg K]
c <sub>f</sub>	: Coefficient de frottement	
D	: Diamètre	[m]
D <sub>e</sub>	: Diamètre extérieur	[m]
D <sub>i</sub>	: Diamètre intérieur	[m]
e	: Epaisseur du caloduc	[m]
F	: Effort de freinage	[N]
f <sub>1</sub> , f <sub>2</sub> , f <sub>3</sub> et f <sub>i</sub>	: Fonctions en (x, y, z, t)	
g	: Accélération due à la pesanteur	[m/s <sup>2</sup> ]
h, h <sub>i</sub>	: Coefficients d'échange de chaleur par convection	[W/m <sup>2</sup> K]
h <sub>x</sub>	: Coefficient de transfert thermique local de film	[W/m <sup>2</sup> K]
h <sub>fg</sub>	: Enthalpie massique de vaporisation du fluide	[J/kg]
k	: Conductivité thermique	[W/m K]
l	: Longueur	[m]
l <sub>eff</sub>	: Longueur effective	[m]
2L	: Epaisseur du disque	[m]
m	: La proportion d'énergie calorifique dégagée qui pénètre dans le 1 <sup>er</sup> corps	
P	: Pression	[Pa]
P <sub>c</sub>	: Pression capillaire	[Pa]
ΔP	: Chute de pression ( perte de charge )	[Pa]
q	: Flux thermique	[W]
q',E	: Densité de flux thermique	[W/m <sup>2</sup> ]
Q	: Quantité de chaleur	[J]
r	: Rayon dans le système des coordonnées cylindriques ou sphériques .	
r <sub>c</sub>	: Rayon des pores du réseau capillaire	[m]
r <sub>n</sub>	: Rayon de noyaux de nucléation	[m]
$\vec{r}$	: Coordonnées à trois dimensions (x, y, z)	
R <sub>c</sub>	: Résistance de contact	[K/W]
R	: Résistance thermique	[K/W]
R <sub>p</sub>	: Résistance thermique de la paroi	[K/W]
R <sub>w</sub>	: Résistance thermique du film de condensât	[K/W]
R <sub>v</sub>	: Résistance thermique de la vapeur	[K/W]
t	: Temps	[s]
t <sub>f</sub>	: Temps de freinage	[s]
T	: Température	[K]
T <sub>o</sub>	: Température initiale	[K]
T <sub>f</sub>	: Température moyenne du fluide	[K]
S <sub>h</sub>	: Nombre de Sherwood	
D <sub>r</sub>	: Nombre de Friction	
N <sub>u</sub>	: Nombre de Nusselt	

---

$R_e$	: Nombre de Reynolds	
$U$	: Coefficient de transfert thermique global	[W/m <sup>2</sup> K ]
$\bar{T}(x, \beta)$	: Transformée de LAPLACE de la température.	
$V(t)$	: Vitesse instantanée	[m/s]
$V_1(t)$	: Vitesse instantanée en fonction de t et t <sub>f</sub>	[m/s]
$V_o$	: Vitesse initiale	[m/s]
$x, y, z$	: Coordonnées cartésienne ou cylindrique	
$X(x)$	: Fonction qui dépend que de x	
$Y(t)$	: Fonction qui dépend que de t	

### NOTATIONS GRECQUES

$\alpha$	: Diffusivité thermique $\alpha = k / \rho c$	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	: Masse volumique	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\mu$	: Viscosité dynamique	[Pa s]
$\gamma$	: Viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> /s]
$\sigma$	: Tension superficielle du liquide	[N/m]
$\omega$	: Vitesse angulaire	[rd/s]
$\delta$	: Epaisseur de la couche limite dynamique de film de condensat	[m]
$\theta$	: Différence de température	[K]
$\tau$	: Force tangentielle	[N/m <sup>2</sup> ]
$\lambda$	: Variable, paramètre d'intégration	
$\emptyset, \theta_1$	: Température (Solution particulière d'un problème)	

### INDICES

1	: Pour le premier corps (disque)
2	: Pour le deuxième corps (plaquette)
v	: Pour la vapeur
L	: Pour le liquide
E	: Pour l'évaporateur
C	: Pour le condenseur

### OPERATEURS MATHEMATIQUES

$\Delta, \nabla^2$	: Laplacien
$\partial$	: Dérivée partielle
$d$	: Dérivée totale
$\text{div}$	: Divergence
$\vec{\text{grad}}$	: Gradient
erf	: Fonction erreur
erfc	: Fonction erreur complémentaire
ierfc	: Intégrale de la fonction erreur complémentaire

---