



**UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA**  
**BOUMERDES**



**FACULTE DES HYDROCARBURES ET DE LA CHIMIE**

Département de Transport et Equipement des Hydrocarbures

Laboratoire de Génie Physique des Hydrocarbures

**Mémoire de Magistère**

**Spécialité : Génie Mécanique, Option : Thermo -fluide**

**Présenté par**

**Houcine KAMMAR**

Thème

---

**ÉCOULEMENT TRANSITOIRE D'UN MELANGE GAZ-LIQUIDE**  
**EN CONDUITE INCLINEE**

---

Devant le jury composé de :

N. Zeraibi	Maître de conférences	UMBB	<b>Président</b>
R. Saci	Maître de conférences	UMBB	<b>Examineur</b>
M. Hedibel	Maître de conférences	UMBB	<b>Examineur</b>
A. Benzaoui	Maître de conférences	USTHB	<b>Examineur</b>
M. Rezoug	Chargé de cours	UMBB	<b>Examineur</b>
M. Kessal	Maître de conférences	UMBB	<b>Rapporteur</b>

**Boumerdès 2006 /2007**

## ملخص :

السريان المتعدد الأطوار الغير مستقر لمزيج من سائل و غاز يوجد في كثير من المنشآت الصناعية مثل قنوات نقل البترول، مبدل الحرارة، مسالك التبريد... الخ. هدفنا في هذه الدراسة ضبط نموذج نظري لهذا السريان بأخذ بعين الاعتبار مشكلة كبس (ضغط) الغاز و لذلك أدخلنا معادلة الغازات المثالية لتشكيل جملة معادلات النموذج. النموذج متكون أساساً من معدلتين الاستمرارية لكل طور على شكل غير مستقر و معادلات إنخفاض كمية الحركة على الشكل الجبري لكل طور كذلك و باختلاف شكل كل طور وتوزيعه في السريان المتعدد الأطوار. جملة المعادلات المتحصل عليها تحل بواسطة طريقة الفروق المنتهية الغير مباشرة من أجل سريان متعدد الأطوار في قنوات مختلفة الأوضاع أفقية و مائلة في بعض النقاط وذلك من أجل عدة شروط حدية و بدائية للضغط و كمية السريان عند الدخول و الخروج لكل من الطورين. النتائج المتحصل عليها تعطي و تحلل تأثير هذه الشروط في شكل الأطوار و توزيعها في السريان و كذا تأثير النقاط المائلة في نشأة مختلف أشكال الأطوار المنتشرة داخل القناة منها على شكل جيوب غازية و سائلية، فقاعية، و منفصلة، بدلالة المسافة و الزمن و كذا قياس السرعات الظاهرية لكل الأطوار المتحصل عليها أثناء السريان.

## Abstract:

Two-phase gas-liquid flow can be observed in many technological equipments as oil and gas pipelines, heat exchanges and circuit of cooling. This work is concerned by the study of flow parameters evolution of fourth parameters in pipe inclined in some points of the line. The theoretical model is constituted by fourth conservation equations, i.e two continuity equations and two others averaged momentum equations.

In order to take into account the gas compressibility, the previous equations are reformulated by introducing a state gas equation and a linear form of the rate masse of the gas flow. A two momentum equations model (for stratified and annular patterns) and one equation momentum model (bubble and dispersed flow) are obtained.

The main results are the pressure and void fraction time response in some points of the pipeline, which are obtained by resolving the previous equation set by an implicit finite difference scheme. Besides emphasis is made on the effect of pipe inclination on the patterns inception.

إلى والدَيَّ الكريمين

إلى إخوتي و أخواتي

إلى كل العائلة

أهدي هذا العمل

## Remerciements

Ce mémoire a été réalisé sous la direction de monsieur M. KESSAL, du Laboratoire de Génie Physique des Hydrocarbures de la Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie. Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude et ma sincère reconnaissance. Je le remercie très chaleureusement pour sa disponibilité, son aide et ses orientations qui m'ont permis de franchir les différentes étapes de ce mémoire.

Je remercie vivement monsieur N. ZERAIBI pour avoir accepté de présider ce jury et pour ses orientations et remarques pour la remise du mémoire.

Mes vifs remerciements vont également à messieurs A. BENZAOUI de l'USTHB, R. SACI, M. HEDIBEL et M. REZOUG de l'UMBB, pour l'honneur qu'ils me font d'être membres du jury et pour avoir accepté de juger ce travail.

Enfin, je ne saurais oublier tous mes amis du Laboratoire de Génie Physique des Hydrocarbures de UMBB, R. Bendib, A. Horimek, F. Nasry, Soufa, N. Rekki, K. Battatia et mes amis à l'ENGCB. Je tiens à les remercier pour leurs aide et encouragement.

<b>Nomenclature</b>	01
<b>Introduction générale</b>	03
 <b>Chapitre I Etude bibliographique</b>	
1. Introduction	05
2. Le Choix des écoulements en conduite	05
3. Les écoulements diphasiques établis	06
4. Comportement des écoulements en conduite	06
4.1 Modèle homogène ( <i>homogeneous model</i> )	06
4.2 Modèle de glissement ( <i>drift-flux model</i> )	07
4.3 Modèle à deux fluides ( <i>two fluid model</i> )	09
 <b>Chapitre II Etude théorique de l'écoulement gaz-liquide en conduite</b>	
1. Paramètres d'écoulement	11
1.1 La fraction de vide	11
1.2 Les vitesses	11
1.3 Le taux de vide	11
1.4 Le titre	12
1.5 Les corrélations	12
2. Configurations d'écoulements	13
2.1 Différents types de configurations d'écoulement en conduite horizontale	13
2.1.1 L'écoulement stratifié ( <i>stratified flow</i> )	14
2.1.2 L'écoulement intermittent	14
2.1.3 L'écoulement à bulles dispersées ( <i>dispersed bubbly flow</i> )	15
2.1.4 L'écoulement à bulles ( <i>bubbly flow</i> )	15
2.1.5 L'écoulement en brouillard ( <i>spray flow</i> )	15
2.1.6 L'écoulement annulaire ( <i>annular flow</i> )	16
2.2 L'écoulement diphasique gaz-liquide dans les conduites verticales	16
3. Cartes de configurations	17
4. Transition de configuration	22
4.1 Transition à partir de la configuration à bulle dispersée	22
	26

4.2 La transition stratifiée - non stratifiée	29
4.3 Transition stratifiée – annulaire	30
4.4 Transition annulaire – intermittente	32
4.5 Sous région de la configuration intermittente	33
4.6 Transition poche - bouchon – écoulement chahuté	34
4.7 Transition bulle allongée – poche /bouchon	34
4.8 Sous région dans la configuration stratifiée	36
5. L'influence du profil en long	

### **Chapitre III Modélisation mathématique des écoulements diphasiques**

1. Introduction	38
2. Modélisation théorique	38
2.1 Première approche du modèle	39
2.1.1 Equation de conservation	39
2.1.2 Equation du mouvement	40
2.1.2.1 Ecoulement stratifié	40
2.1.2.2 Ecoulement annulaire	40
2.1.2.3 Ecoulement à poche-bouchon	40
2.1.3 Relations constitutives associées première approche	43
3. Méthode de résolution	44
4. Discrétisation des équations de la première approche	45
5. Deuxième Approche du modèle	46
5.1 Conservation de masse	46
5.2. Conservation de la quantité de mouvement	46
5.2.1 Configurations séparées	46
5.2.1.1 Stratifié	46
5.2.1.2 Annulaires	46
5.2.2 Configuration dispersée (à bulles et poche-bouchon)	47
6. Relations constitutives associées deuxième approche	48
7. Résolution numérique et discrétisation des équations de la deuxième approche	49
8. Organigramme de calcul	53

### **Chapitre IV Résultats et discussion**

1. Position du problème	55
1.1 Hypothèses de calcul	56
2. Résultats de la première approche	56
2.1 Conditions initiales et aux limites	56
3. Résultats de la deuxième approche	62
3.1 Cas de la conduite horizontale	62

3.1.1 Exemple 1: conduite horizontale avec une pression d'entrée 2 atm	62
3.1.1.1 Conditions initiales	62
3.1.1.2 Conditions aux limites	62
3.2 Exemple 2: conduite horizontale avec une pression d'entrée 5 atm	69
3.2.1 Conditions initiales et aux limites	69
4. Conduite inclinée en un point	74
4.1 Conditions initiales et aux limites	74
5. Cas d'une conduite inclinée en quelques points	80
5.1 Conditions initiales et aux limites	80
<b>Conclusion</b>	87
<b>Annexe</b>	89
<b>Références bibliographiques</b>	93

## Nomenclature

$S_G$	: Périmètre de contact entre le gaz et la paroi.
$S_L$	: Périmètre de contact entre le liquide et la paroi.
$S_i$	: Périmètre de contact entre le liquide et le gaz.
$g$	: Accélération de la pesanteur.
$\tau_L, \tau_G$	: Contrainte de liquide et de gaz respectivement.
$\tau_i$	: Contrainte de l'interface (liquide-gaz).
$A$	: Section totale occupée par l'écoulement.
$A_L$	: Surface occupée par la phase liquide.
$A_G$	: Surface occupée par la phase gazeuse.
$\alpha_L, R_s, R_f$	: Fraction de liquide, de poche et de film.
$\alpha_G$	: Fraction de vide.
$q_L$	: Débit volumique de liquide.
$q_G$	: Débit volumique de gaz.
$U_{Ls}$	: Vitesse superficielle de liquide.
$U_{Gs}$	: Vitesse superficielle de gaz.
$U_G, U_t$	: Vitesse du gaz et de translation.
$U_L$	: Vitesse de liquide.
$x_m$	: Titre massique.
$x_v$	: Titre volumique.
$x$	: Abscisse de la section de la conduite.
$F_r$	: Nombre de Froude.
$R_{eL}$	: Nombre de Reynolds de liquide.
$R_{eG}$	: Nombre de Reynolds de gaz.
$W_e$	: Nombre de Weber.
$D_b$	: Diamètre de la bulle.
$\beta$	: Angle d'inclinaison.
$U_o$	: Vitesse de remontée de la bulle
$C_L$	: Coefficient de porté.
$\gamma$	: Coefficient de distribution de la bulle.
$d_c$	: Diamètre critique de la bulle.

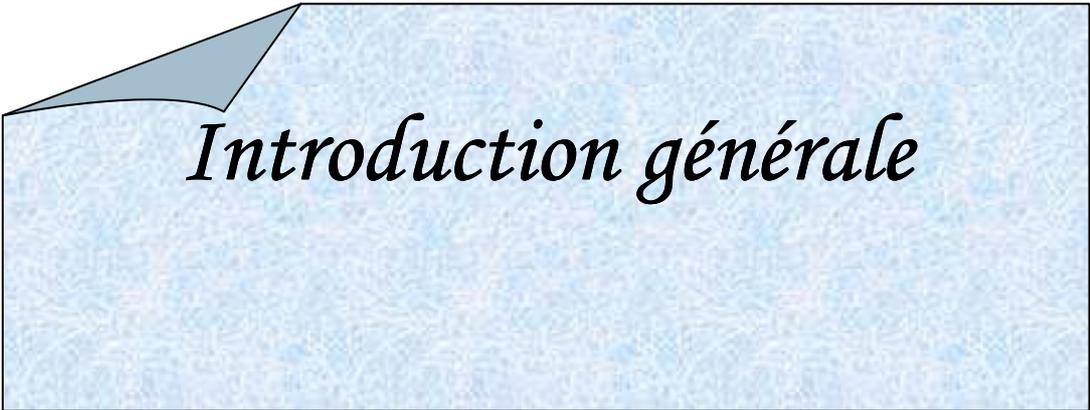
$U_m$	: Vitesse de mélange.
$f_m$	: Facteur de frottement moyen.
$P$	: Pression.
$t$	: Temps.
$D, D_h$	: Diamètre et diamètre hydraulique de la conduite.
$U_d$	: Vitesse de glissement.
$m_G$	: Masse de gaz.
$m_L$	: Masse de liquide.
$Q_L$	: Débit massique de liquide.
$Q_G$	: Débit massique de gaz.
$f_G$	: Facteur de frottement de gaz.
$f_L$	: Facteur de frottement de liquide.
$f_i$	: Facteur de frottement interfacial.
$C_o$	: Coefficient.
$\Delta x$	: Espèce.
$R$	: Constante du gaz parfait.
$T$	: Température.
$\Delta t$	: Pas du temps.
$h_L, h_f$	: Hauteur de liquide et de film.
$\delta$	: Epaisseur de liquide.

### **Symboles grecs :**

$\mu_G$	: Viscosité dynamique du gaz.
$\mu_L$	: Viscosité dynamique du liquide.
$\rho_m$	: Masse volumique moyenne.
$\rho_L$	: Masse volumique de liquide.
$\rho_G$	: Masse volumique de gaz
$\sigma$	: Tension superficielle.

### **Indices :**

$m$	: Mélange.
$L$	: Liquide.
$G$	: Gaz.
$k$	: Indique le pas du temps



*Introduction générale*

Les écoulements transitoires de mélanges gaz-liquide peuvent être observés dans beaucoup de procédés industriels, tels que la liquéfaction du gaz, le transport par canalisation des produits pétroliers, le génie nucléaire...etc. L'exploitation de ces installations nécessite la prise en compte des conditions d'évolution des paramètres correspondant au comportement des phases en présence. Les industriels ont développé, pour cela, plusieurs codes de calcul, qui tiennent compte de chacun des procédés sus cités.

Il existe dans la littérature plusieurs modèles d'écoulement diphasique de gaz et de liquide plus ou moins adaptés à chaque type d'écoulement. En effet ces derniers sont analysés afin d'écrire un modèle facile à résoudre. Pour cela la technique consiste généralement en une simplification des termes dont l'influence est plus ou moins négligeable, selon le procédé.

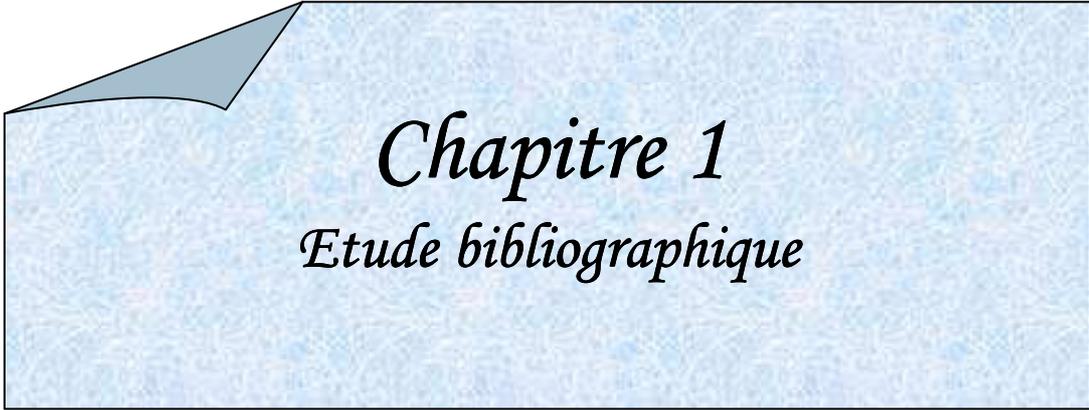
L'objet de ce travail porte sur la modélisation de ces écoulements pour le cas d'une canalisation industrielle. L'écriture des équations correspondantes est réalisée en considérant un processus isotherme de l'évolution du mélange. Aussi le mouvement lent des deux effluents nous a conduit à négliger le terme de variation de l'énergie cinétique donnant lieu, ainsi, à une formulation simplifiée des équations de conservation.

Dans une première partie nous avons, tenu à synthétiser une bibliographie relativement récente où sont expliqués les différents avantages et inconvénients des modèles utilisés pour ces écoulements. Dans un souci de pratique et d'efficacité ces modèles ont introduit des simplifications de termes qui n'entrent pas en jeu dans le procédé étudié.

Dans une deuxième partie nous avons, cité quelques notions fondamentales sur les principaux paramètres qui décrivent les écoulements diphasiques, ainsi que les différentes configurations qui apparaissent au cours de l'écoulement dans le canal. Ensuite nous donnons les différentes cartes de configuration, ainsi que les critères de transitions associés au passage d'un régime d'écoulement à un autre.

Dans la troisième partie, sont exposés les différents modèles théoriques des écoulements diphasiques gaz-liquide, accompagnés de celui que nous avons considéré dans cette étude. Une résolution numérique des équations correspondant aux différentes configurations d'écoulement est réalisée, pour deux cas de figure, un écoulement lent où les deux effluents sont considérés incompressibles et un autre qui considère la compressibilité du gaz.

Les résultats numériques obtenus, appliqués à des canalisations horizontale et légèrement inclinée, ont permis d'observer l'impact de l'inclinaison sur la naissance et l'évolution des configurations.



*Chapitre 1*  
*Etude bibliographique*

## **1. Introduction**

La matière peut exister dans la nature sous forme solide, liquide ou gazeuse. D'une manière générale l'écoulement polyphasique est le déplacement simultané de ces trois phases. L'écoulement diphasique étudie le déplacement de deux phases continues donc le cas le plus simple, après l'écoulement monophasique. Sur le plan physique et chimique les deux composants peuvent avoir des propriétés différentes, mais ils peuvent être de même nature (gaz-gaz, liquide-liquide). Néanmoins les modèles mathématiques qui d'écrivent ces écoulements considèrent les mêmes principes.

Plusieurs exemples d'écoulement diphasique existent dans la nature et l'industrie tels que la brume, la fumée, la pluie, les nuages, la neige, le transport par canalisation des hydrocarbures, le génie nucléaire... etc.

Dans le transport gaz-liquide on peut observer trois types d'écoulements, à savoir le modèle homogène, le modèle de glissement et modèle à deux fluides. Lorsque du gaz et du liquide sont injectés simultanément dans une conduite, l'interface entre les deux fluides peut prendre des formes variées, cataloguées en configurations.

Les formulations analytiques correspondant à ces régimes trouvent des applications industrielles différentes. Dans le premier cas appelé homogène, les phases sont fortement couplées avec une vitesse unique ou un léger glissement. Les études appropriées pour cela concernent l'étude des coups de bélier et la propagation d'ondes dynamiques dans les réseaux. Le modèle de glissement, qui introduit une relation entre les vitesses de deux phases est appliqué pour les écoulements relativement lents. Le modèle à deux fluides a fait l'objet d'une écriture distincte des équations pour chaque phase en présence. Il est utilisé pour la description des interactions entre effluents.

Différents travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés au cours des dernières années sur les écoulements diphasiques gaz-liquide horizontaux, verticaux et inclinés, dans le but de définir et d'améliorer les modèles physiques nécessaires à l'établissement d'outils de calculs industriels. La compréhension des phénomènes liés au développement des différents régimes d'écoulement en conduite se révèle être une étape importante dans l'amélioration de la simulation de ces écoulements en régime transitoire.

## **2. Le choix des écoulements en conduite**

La majeure partie des études expérimentales dédiées à la compréhension de la structure locale des écoulements gaz-liquide a été réalisée dans des conduites.

Les écoulements associés ont l'avantage d'être proches de bon nombre d'applications tout en restant relativement simples à mettre en oeuvre. Il existe très peu d'études expérimentales concernant la répartition des phases dans les écoulements gaz-liquide en régime transitoire, circulant dans les canalisations d'une géométrie donnée.

Les configurations de prédilection de l'étude de la structure locale des écoulements sont les configurations stratifiées, annulaire, poche, bouchon, et a bulle en conduite de section circulaire.

### **3. Les écoulements diphasiques établis**

Les écoulements diphasiques horizontaux se présentent sous la forme de configuration. Les premières études sont faites avec de l'air comme phase dispersée et de l'eau comme phase continue. Par la suite, de nombreuses études ont été faites, en faisant varier des diamètres des tuyaux, les débits gazeux et liquides, et finalement la nature des effluents. Un consensus apparaît avec l'étude de *Barnea and Taitel* [1], *Taitel* [2], *Taitel and Dukler* [3] il est établi l'ensemble des critères de transition d'une configuration à une autre.

### **4. Comportement des écoulements en conduite**

Dans cette partie nous citons quelques travaux sur la simulation transitoire des écoulements gaz-liquide en conduite circulaire selon les modèles existant pour ce problème.

#### **4.1 Modèle homogène (*homogeneous model*)**

Il considère les deux phases comme un pseudo fluide avec des propriétés moyennes (densité moyenne, vitesse moyenne,...etc.). Il est le seul mono-fluide universellement répandu. Il est basé sur un mélange intime, ce qui conduit logiquement à admettre à la fois l'équilibre mécanique et l'équilibre thermique entre les deux phases. L'hypothèse d'équilibre implique des transferts interfaciaux instantanés. Les lois d'état se déduisent alors sans difficultés de celle des phases. Elles conduisent à des propriétés physiques dont les dérivés sont discontinus lors du passage monophasique- diphasique. Le problème des configurations ne se pose pas. Comme exemple d'application on peut citer la mousse, le brouillard...etc.

Il existe un certain nombre de travaux de recherche sur les écoulements transitoires de mélanges homogènes gaz-liquide, parmi lesquels on peut citer ceux de *Chaudry and al* [4], *Martin and Masud* [5], *Martin and al* [6] et *Martin and Pandmanabhan* [7]. Ils ont montré que les écoulements transitoires à bouchons peuvent être prédits de façon adéquate par le modèle homogène. Toutefois dans tous ces travaux, la phase gazeuse est représentée par le taux du vide qui varie avec la pression. D'autre part, dans la plupart des travaux précités les conduites étaient considérées rigides et indéformables.

*Taitel and Shoham* [8], *Al-Safran and al* [9] ont introduit un modèle thermodynamique d'écoulement transitoire en conduite en terrain accidenté en considérant l'équation d'état des gaz parfaits et l'équation de continuité. L'application pour un serpentin a permis de mesurer les oscillations de la colonne de liquide et les prévisions en fonction des conditions d'entrée.

*Hadj-taieb and al* [10] ont étudié le comportement transitoire de mélange gaz-liquide dans les conduites rigides et quasi rigides. Deux modèles mathématiques sont présentés. Ils s'appuient sur les équations de conservations de la masse et de la quantité de mouvement et utilisent la concentration massique. Ils ont abouti à deux systèmes de deux équations aux dérivées partielles non linéaires de type hyperbolique qui sont intégrées numériquement par une méthode aux différences finies classique. Les résultats obtenus mettent en évidence l'influence de la concentration massique en gaz dans le fluide et l'élasticité des parois de la conduite sur la propagation des ondes de pression générées par la fermeture d'une vanne. En reconsidérant le même modèle théorique *Kessal and Amaouche* [11] ont réécrit les équations sur une forme adimensionnelle complète qui a permis de prédire l'évolution de poche de gaz lors des phénomènes de cavitation en conduites.

## **4.2 Modèle de glissement (*drift-flux model*)**

Il est basé sur la prise en compte du mouvement relatif entre les deux phases en présence.

*Masella and al* [12], *Ghadaglia and al* [13] et *Evje and al* [14] ont étudié trois modèles mathématiques de prédiction de configurations un modèle à deux fluides qui

est constitué de deux équations de continuité et deux de mouvement en régime transitoire, un modèle de glissement, décrit par deux équations de continuité pour chaque phase et une équation de mouvement exprimée, à l'ordre de la vitesse moyenne du mélange gaz-liquide. Le troisième est constitué par deux équations de continuité et une forme algébrique de l'équation de mouvement en état d'équilibre. Dans ce dernier modèle, appelé aussi modèle de non pression. Par l'absence des ondes dynamiques, les termes d'inertie ont été négligés. On remarque que ces trois modèles ont produit des résultats sensiblement similaires pour l'application qui a été faite [9].

Dans une étude d'un écoulement transitoire gaz-liquide d'un modèle homogène avec glissement, *Ouyang and al* [15] ont réalisé une application où la formulation analytique correspondante a permis de simuler les écoulements avec propagation du son.

*Gadoin* [16] fit une étude sur le régime intermittent gaz-liquide en conduite horizontale pour un écoulement non établi et transitoire. En écoulement de gaz-liquide dans tube on a observé, pour une large plage de débits, un phénomène d'intermittence conduisant à la formation successive des poches de gaz et de bouchons de liquide aérés par de petites bulles. Une telle situation physique est fréquente en transport diphasique d'hydrocarbures où l'on doit connaître les évolutions spatiales et temporelles des pressions et de taux de liquide dans les pipelines. Le but de son travail étant d'étudier le développement de l'écoulement et la réponse de cet écoulement à des perturbations d'entrée ou de sortie. Les deux objectifs nécessitaient la réalisation d'expérience physique dans une installation de grande longueur et le développement d'un modèle pour les deux fluides. En écoulement stationnaire, les résultats ont montré que certains paramètres de l'écoulement évoluent spatialement de l'amont vers l'aval (vitesse de la poche de gaz, taux de gaz dans les bouchons et taux de gaz dans les poches). L'évolution de ces paramètres est bien expliquée par la théorie, c'est le cas de la vitesse des poches. Cependant les évolutions constatées sur les distributions de taux de gaz ne sont pas à l'heure actuelle explicable par les modèles actuels.

### 4.3 Modèle à deux fluides (two-fluid model)

Les deux phases sont supposées s'écouler côte à côte. Les équations de conservation sont écrites séparément pour chaque phase, tout en prenant en compte les interactions entre elles.

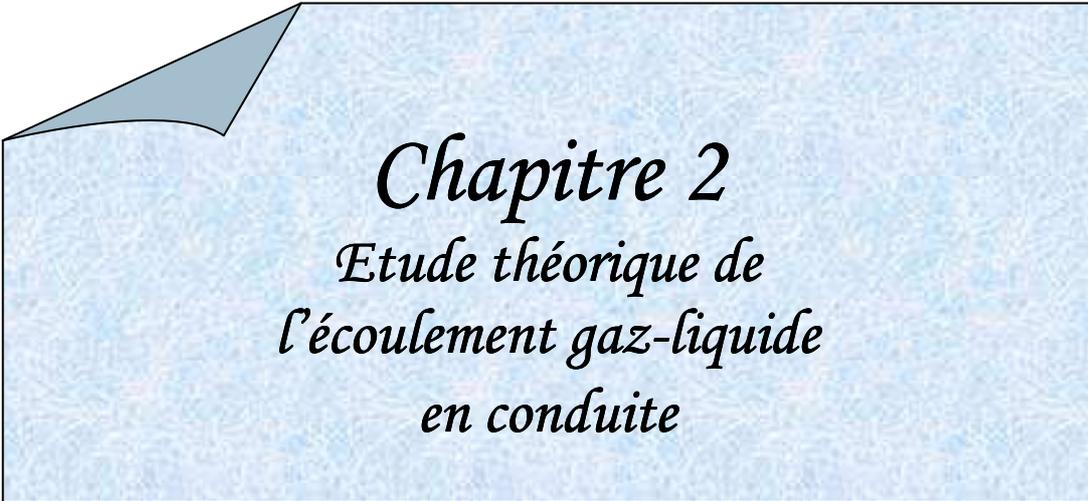
*Taitel and Shoham [17]* et *Miami and al [18]* ont proposé un modèle simple, dans lequel l'écoulement est régi par un modèle constitué d'une équation de continuité en régime non permanent et une forme algébrique de l'équation de quantité de mouvement. Cette approche a donné des résultats satisfaisants dans l'ensemble. Néanmoins il n'a pas été tenu compte de la compressibilité du gaz et son influence sur l'évolution des configurations.

*Bendiksen and al [19]* et *Hanich and al [20]* ont simulé les écoulements diphasiques en régime transitoire dans les pipelines par un code de calcul (Olga), qui a permis de réaliser des simulations unidimensionnelles de mélange huile, gaz et eau. Il est suivi par d'autres tels que PLAC, TACITE, et TRAFLOW (*Pauchon and al [21]*). Ces codes industriels sont utilisés pour simuler toutes les configurations de transition habituellement rencontrées en écoulement diphasique. *Vigneron and al [22]* ont élaboré une comparaison détaillée des performances des codes précités ainsi que les modèles théoriques qui y sont utilisés. Il faut néanmoins, souligner que ces codes ont introduit chacun dans son cas des hypothèses simplificatrices adaptées aux exemples de calculs considérés.

*Laval [23]* a fait une étude sur les écoulements stratifiés par simulation numérique où la majorité des écoulements sont fortement influencés par une stratification en densité. Les propriétés de la turbulence dans ce type d'écoulement sont très différentes de celles des écoulements isotropes. La transition d'un état non stratifié à un autre état a été largement étudiée par simulation numérique, mais peu d'études ont été réalisées sur les écoulements stratifiés forcés en équilibre. Ils ont réalisé plusieurs simulations numériques directes d'écoulements stratifiés forcés afin d'étudier l'influence conjointe du nombre de *Reynolds* et du taux de stratification sur la nature de la turbulence.

A la lumière des différentes études précitées, nous proposons dans ce mémoire l'introduction d'une forme simplifiée et pratique des équations qui régissent les écoulements diphasique gaz-liquide. Ceci pour les cas d'une conduite horizontale et d'une autre légèrement inclinée. La forme des relations de conservation est adaptée à la nature de l'écoulement considéré, à savoir un écoulement diphasique lent.

Dans une première approche, sera donné un modèle simplifié dans lequel est négligée la compressibilité du gaz. Dans une deuxième approche, cette dernière est prise en compte par l'introduction d'une équation de continuité (massique) en régime transitoire.



*Chapitre 2*  
*Etude théorique de*  
*l'écoulement gaz-liquide*  
*en conduite*

## 1. Paramètres d'écoulement

### 1.1 La fraction de vide

Afin de différencier les deux phases, on notera  $G$  comme indice pour les différentes conditions de la phase gazeuse et  $L$  pour la phase liquide. Considérons un canal avec un écoulement courant de deux phases. La section de passage de l'ensemble de cet écoulement est représentée par la surface  $A$ . La surface  $A_G$  représente la section de l'écoulement de la phase gazeuse seulement, et finalement  $A_L$  la section de l'écoulement de la phase liquide. Le rapport de la surface d'écoulement du gaz et du liquide sur la surface totale de l'écoulement représente le fraction de vide souvent dénoté par  $\alpha_G$  ou  $(1-\alpha_L)$ .

$$\alpha_G = \frac{A_G}{A}$$

$$\alpha_L = \frac{A_L}{A}$$

### 1.2 Les vitesses

La vitesse superficielle représente le débit volumique d'une phase sur la surface totale :

$$U_{Ls} = \frac{q_L}{A}$$

$$U_{Gs} = \frac{q_G}{A}$$

Compte tenu de la définition du hold-up les vitesses locales du liquide et du gaz peuvent être exprimées en fonction des vitesses superficielles et des hold-up respectifs.

$$U_L = \frac{U_{Ls}}{\alpha_L} = \frac{U_{Ls}}{(1-\alpha_L)}$$

$$U_G = \frac{U_{Gs}}{\alpha_G} = \frac{U_{Gs}}{(1-\alpha_L)}$$

### 1.3 Le taux de vide

C'est le rapport du volume de gaz sur le volume total.

$$\alpha = \frac{W_G}{W_G + W_L}$$

## 1.4 Le titre

C'est le rapport du débit massique du gaz sur le débit massique du mélange.

$$x = \frac{M_G}{M_G + M_L}$$

Où  $M_G$  est le débit du gaz. Cette notion est utilisée dans le calcul des condenseurs par exemple. On utilise aussi le titre volumique tel que:

$$x_v = \frac{q_G}{q_G + q_L}$$

Où  $q_G$  est le débit volumique du gaz.

## 1.5 Les corrélations

Dans le but d'analyser les écoulements diphasiques on utilise généralement, pour des raisons pratiques, une multitude de corrélations. Elles sont obtenues de différentes manières:

- Par l'analyse statistique des données expérimentales.
- Par une analyse mathématique d'un problème donné.
- Par l'utilisation de la théorie de similitude et de l'analyse dimensionnelle.

La théorie de similitude et l'analyse dimensionnelle sont plus performantes quand à l'élaboration de beaucoup de corrélations. Connaissant les propriétés physiques des deux phases et de l'écoulement, leur organisation et leur regroupement sous la forme de nombre adimensionnel connus, permettent après une construction d'échelles, de formuler un ou plusieurs critères de transitions pour le passage d'une configuration à une autre.

La formulation des problèmes, en fonction des nombres adimensionnels trouvés ont conduit aux échelles suivantes:

$$\left( 1, \frac{U_{Gs}}{U_{Ls}}, \frac{gd}{U_{Ls}^2}, \frac{\mu_L}{\rho_L d U_{Ls}}, \frac{\mu_G}{\mu_L}, \frac{\rho_G}{\rho_L}, \dots \right) \text{Où}$$

$$F_r = \frac{U_{Ls}}{\sqrt{gd}} \quad \text{Nombre de Froude}$$

$$R_e = \frac{\rho_L d U_{Ls}}{\mu_L} \quad \text{Nombre de Reynolds}$$

$$W_e = \frac{\rho_L U_{Ls}^2 d}{\sigma} \quad \text{Nombre de Weber}$$

L'utilisation des corrélations est pratique et facile, surtout lorsqu'elles correspondent parfaitement au problème considéré. Mais il est rare qu'elles répondent à une variété de situation pour le même problème. Dans la plupart des cas importants il est nécessaire de faire une étude scientifique afin d'aboutir à une précision acceptable.

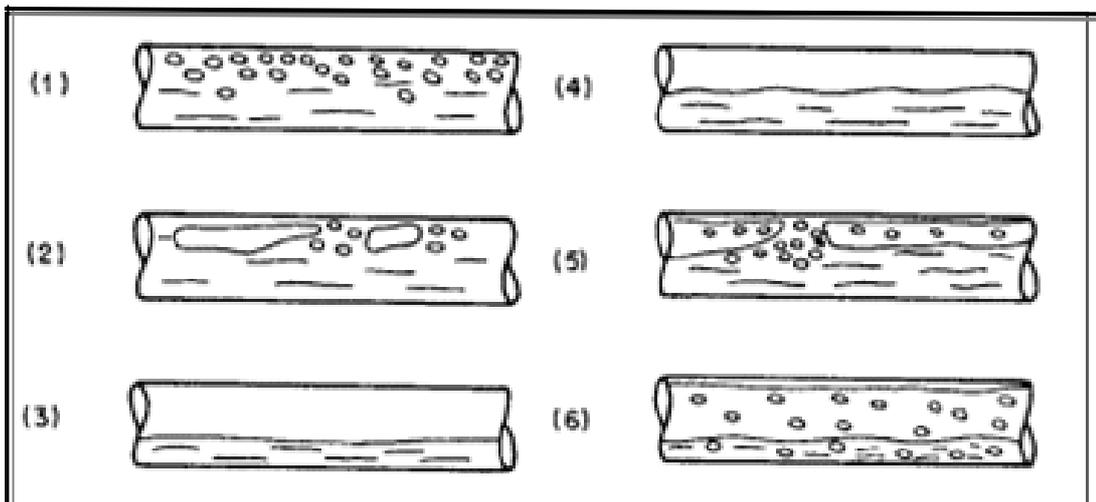
## 2. Configurations d'écoulements

On appelle configuration d'écoulement (flow pattern) l'ensemble des paramètres qui décrivent la forme (structure et dimension) de chacune des phases dans l'écoulement.

### 2.1 Différents types de configurations d'écoulement en conduite horizontale

Deux fluides constituent un système complexe et leur écoulement peut présenter de nombreuses particularités. Le régime d'écoulement dépend alors de plusieurs paramètres tels les propriétés physiques et thermiques de chaque phase, des caractéristiques géométriques de la conduite et des débits retenus.

D'après l'aspect physique de l'interface gaz-liquide, *Delhaye* [24] on peut distinguer les régimes d'écoulements suivants figure (2.1)



(fig.2.1) Exemple de configurations d'écoulements eau-air en conduite horizontale

1. écoulement à bulles
2. écoulement à bulles allongées
3. écoulement stratifié lisse

4. écoulement stratifié ondulé
5. écoulement à poche-bouchon
6. écoulement annulaire

### **2.1.1 L'écoulement stratifié (stratified flow)**

L'écoulement stratifié provient de la ségrégation des deux phases sous l'influence de la gravité. L'interface gaz liquide est plus ou moins courbée. Cet écoulement apparaît en écoulement ascendant à des très faibles inclinaisons, mais en écoulement descendant, il peut apparaître même pour de très grandes pentes.

En fonction des forces de capillarité ou des ondes de gravité, l'écoulement stratifié peut être lisse (stratified smooth flow) ou à vague (stratified wavy flow) pour les angles d'inclinaison supérieurs à 5 degrés *Yuguang Chen [25]*. La théorie et l'expérience montrent que des vagues existent dans la totalité de la zone d'écoulement stratifié.

La configuration stratifiée concerne généralement les conduites horizontale ou faiblement inclinée, où le liquide s'écoule dans la partie inférieure et le gaz dans la partie supérieure.

### **2.1.2 L'écoulement intermittent**

La configuration de l'écoulement intermittent est souvent subdivisée en écoulement à bulles allongées, à poche-bouchon (slug flow) et chahuté (churn flow). Ces trois écoulements ont la même configuration du point de vue interface gaz-liquide. Les bouchons de liquide sont séparés par des bulles en forme de balle. Dans cet écoulement, les bouchons de liquide sont aérés par de petites bulles de gaz. La configuration à bulles allongées est considérée comme un cas limite de l'écoulement poche-bouchon, lorsque le bouchon du liquide ne referme pas de bulles entraînées. Tandis que l'écoulement chahuté a lieu lorsque la fraction de vide du gaz dans le bouchon de liquide atteint une valeur maximale de 0.52 au dessus de laquelle se produit un effondrement occasionnel du bouchon de liquide *Bendiksen and al [19]*. L'écoulement à bouchons de liquide (slug flow) est par sa nature permanent et présente des variations importantes de vitesse, de gradients de pression et de distribution des phases sur tout son trajet même si les conditions de température et de pression aux points de départ et d'arrivée du pipeline sont stables. L'écoulement à bouchons est

constitué d'une série de poches de gaz et de bouchons de liquide qui obéissent à la distribution de Gauss, en particulier en ce qui concerne les longueurs et la fréquence des bouchons. Les bouchons mesurent en moyenne entre 10 et 20 fois le diamètre de la conduite, leur période varie de 1 seconde à plusieurs minutes au voisinage de la zone de transition avec l'écoulement stratifié *Barnea and Taitel* [01].

### **2.1.3 L'écoulement à bulles dispersées (dispersed bubbly flow)**

Cet écoulement apparaît dans la plage totale des inclinaisons du pipeline et à des débits de liquide élevés, donc les vitesses élevées du liquide créent une turbulence qui provoque la cassation (break up) des bulles et empêche leur agglomération. Celles-ci, sont alors entraînées par le flux du liquide *Grolman and al* [26], *Fitremann* [27]. Comme l'écoulement à bulles dispersées apparaît à des débits du liquide élevés, il implique donc des pertes de charges élevées rarement acceptables en exploitation des pipelines.

### **2.1.4 L'écoulement à bulles (bubbly flow)**

Le gaz en petites quantités se déplace sous forme de bulles à la partie supérieure de la canalisation dans les conduites horizontales, à peu près à la même vitesse que le liquide. Le cheminement du fluide total s'apparente à celui d'une mousse ou d'une émulsion. Cet écoulement n'apparaît qu'en écoulements verticaux ascendant et descendant à de grandes inclinaisons pour les pipelines au diamètre relativement grand *Aziz and al* [28]. Lorsque le flux de liquide est descendant, l'écoulement bulleux n'apparaît qu'à des débits de liquide élevés, par contre pour un écoulement ascendant il apparaît même à de faibles débits de liquide.

### **2.1.5 L'écoulement en brouillard (spray flow)**

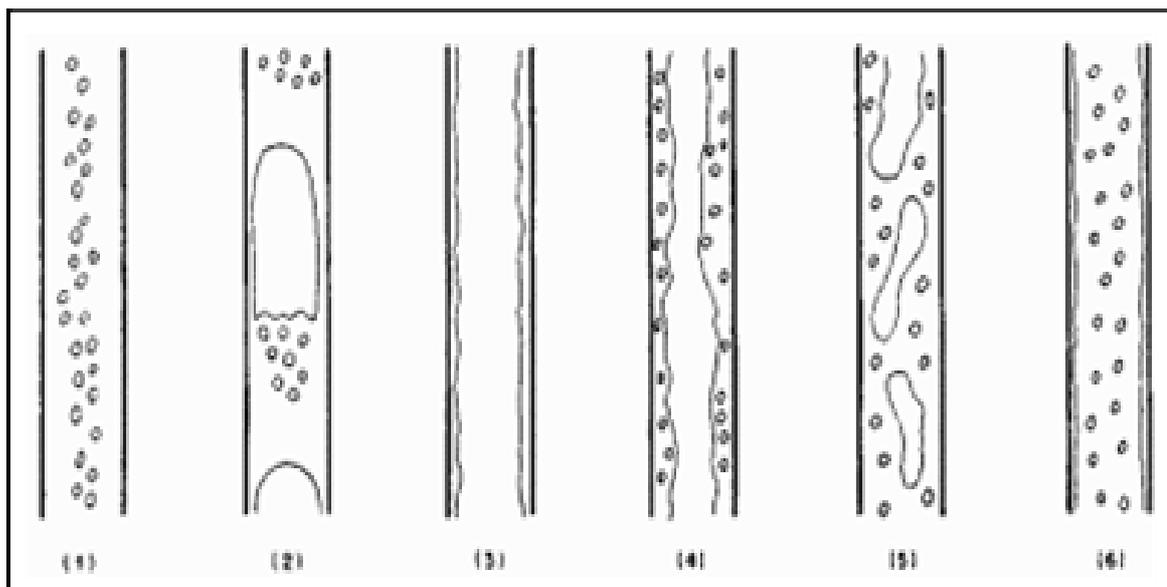
L'importance de la phase liquide est faible par rapport à celle de la phase gazeuse. La plus grande partie du liquide, voire sa totalité est entraînée sous forme de brouillard. C'est un mélange de gaz et de fines gouttelettes de liquide. Il a lieu à de grandes vitesses de gaz et de liquide pour de faibles débits de ce dernier.

### 2.1.6 L'écoulement annulaire (annular flow)

C'est un écoulement apparaissant sous l'aspect d'un film liquide annulaire collé à la paroi interne de la conduite où le gaz s'écoule à des vitesses élevées. L'écoulement annulaire apparaît dans la plage totale des inclinaisons, néanmoins les fortes inclinaisons descendantes des pipelines favorisent plus son apparition en raison des forces de gravité qui permettent au liquide de migrer vers la partie supérieure de la paroi interne en traversant ainsi la phase gazeuse. Les écoulements annulaires peuvent être à vagues pour de faibles inclinaisons des pipelines ascendants *Taitel* [02]. Ils peuvent être aussi annulaire dispersés (annular-dispersed) si l'on prend en compte les phénomènes d'entraînement et de redéposition.

## 2. 2 L'écoulement diphasique gaz-liquide dans les conduites verticales

Cette partie a pour objet de préciser certains phénomènes essentiels des écoulements ascendant et descendant diphasiques rencontrés dans certaines installations en génie chimique (condenseurs, colonnes à bulles... etc.) et les puits de production pétrolière. Les mesures du gradient de pression et des fractions volumiques en écoulement intermittent d'eau et d'air mettent en évidence le rôle important de la viscosité du liquide à partir des données expérimentales figure (2.2) *Oshinowo and Charles* [29]



**fig.2.2** : Différents régimes d'écoulement gaz-liquide en conduite verticale

1. écoulements à bulle.

2. écoulement à poche bouchon.
3. écoulement annulaire.
4. écoulement annulaire à bulle.
5. écoulement chahuté
6. écoulement annulaire dispersé.

L'écoulement chahuté se caractérise par la présence de calottes quasi hémisphériques dans un lit de bulles, où la taille moyenne des calottes est inférieure au diamètre de la conduite.

L'écoulement à bouchons se distingue de l'écoulement annulaire par la présence de petits bouchons très aérés dont la longueur est de l'ordre du diamètre de la conduite et de l'écoulement chahuté (churn flow) par la présence d'un film ascendant. On ne peut pas le rattacher à l'écoulement chahuté dont il n'a pas le caractère fortement aléatoire et tourmenté.

En écoulement intermittent les bouchons de liquide sont très aérés en écoulement d'eau et d'air et très peu aérés en écoulement de l'huile et d'air *Yuguang Chen* [25]. La présence de bulles dans les bouchons est certainement liée à la vitesse relative des films de liquide par rapport aux bouchons; dans ces conditions il est naturel que les films d'huile, dont les vitesses de chute sont plus faibles, entraînent moins de bulles.

### **3. Cartes de configurations**

En se basant sur l'écoulement en régime permanent et sur les paramètres d'écoulement ainsi que les propriétés physiques des deux phases en présence, et afin de procéder à l'installation des équipements relatifs à l'exploitation des conduites en écoulement diphasique, il est nécessaire de prédire la nature de la configurations de l'écoulement dans la canalisation. Pour cela on utilise des cartes dites de configuration (ou de régimes) qui donnent, pour des valeurs relativement précises des paramètres d'écoulement, la situation du point de fonctionnement.

Une carte d'écoulement est une représentation graphique bidimensionnelle des domaines d'existence des différents régimes. Les systèmes de coordonnées qui la définissent sont choisis parmi les variables de l'écoulement diphasique. Ces derniers sont différents selon les auteurs, et il n'existe pas de consensus sur le meilleur système.

Les paramètres qui sont souvent employés sont ceux utilisés par l'expérimentateur pour contrôler l'écoulement à savoir les vitesses superficielles du liquide  $U_{LS}$  et du gaz  $U_{GS}$  ...etc. Les frontières entre les différents régimes n'ont jamais été bien définies et les zones de transition sont relativement étendues, d'où le caractère relativement objectif subjectif de ces cartes d'écoulement.

Les observations visuelles d'écoulements, formés des effluents non miscibles ont été principalement menées pour des conduites horizontales et verticales. Des critères topologiques permettent d'opérer une classification surtout descriptive pour distinguer les différentes configurations rencontrées. La plupart des critères choisis ont une valeur universellement admise mais distinctions supplémentaires sont faites par certains auteurs *Barnea and Taitel* [01].

L'utilisation à basse pression de conduite transparente permet facilement des observations visuelles ou photographiques conduisant à la reconnaissance des configurations. La compilation des résultats obtenus est orientée vers une représentation universelle des configurations observées dans un diagramme utilisant un système de coordonnées de variable pratique (vitesses superficielles du gaz et du liquide)

*Baker* [30] le premier, a proposé pour l'écoulement horizontal une représentation en fonction des vitesses massique des phases. Les coordonnées de la carte sont corrigées en fonction des propriétés physiques par référence au mélange eau-air (figure 2.3).

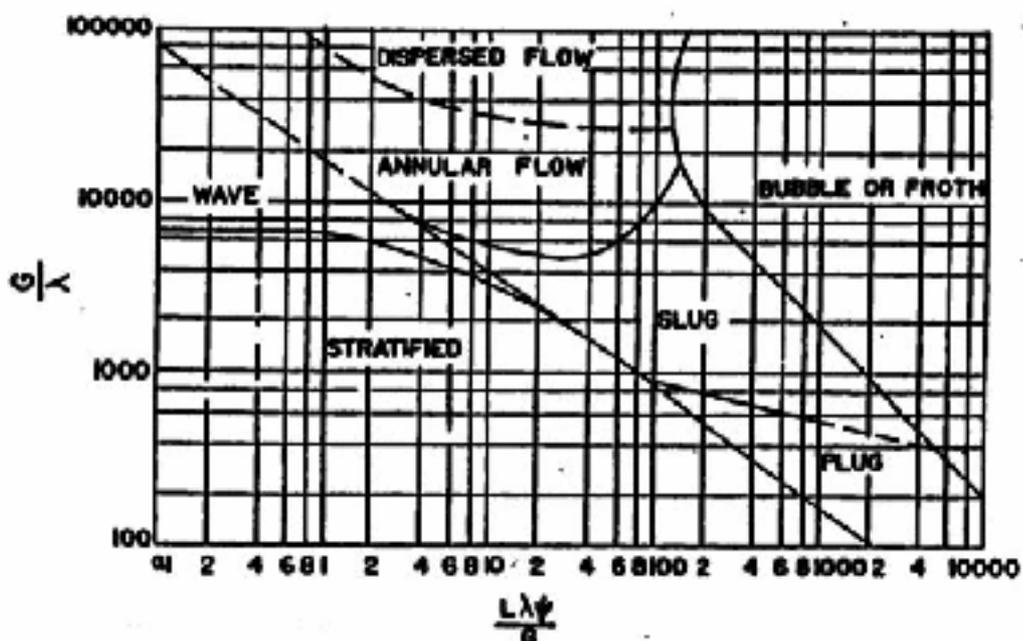
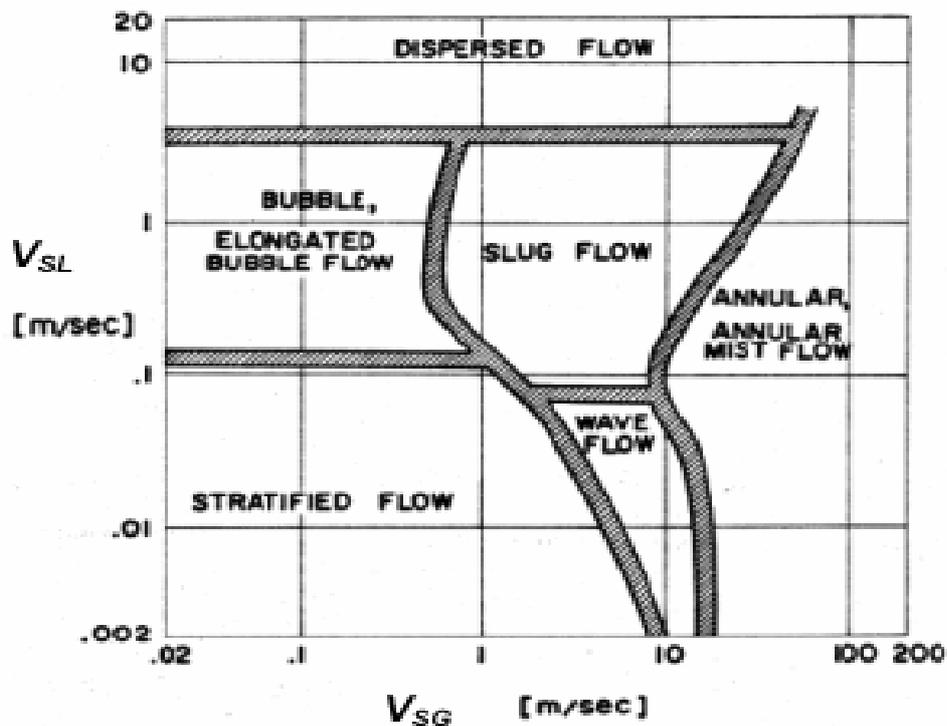


Fig 2.3 Carte des différents régimes en conduite horizontale, *Baker* [30]

$$\text{Tel que : } \lambda = \left[ \left( \frac{\rho_G}{0.075} \right) \left( \frac{\rho_L}{62.3} \right) \right]^{0.5}$$

$$\psi = \frac{73}{\sigma} \left[ \mu_L \left( \frac{62.3}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3}$$

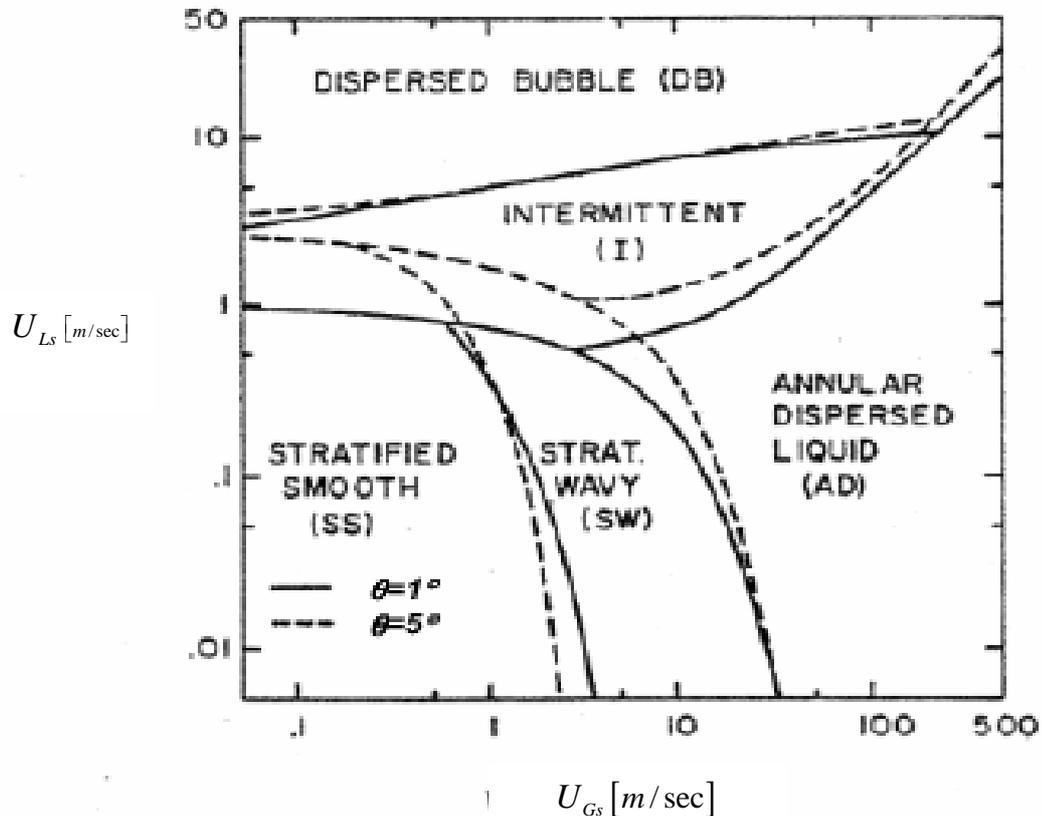
Mandhane et al [31] ont collecté près de six milles observations et ont fourni une carte optimisée avec seulement deux facteurs correctifs éventuels pour la localisation des transitions entre configurations. Cette carte c'est la plus utilisée en référence actuellement (figure 2.4).



**Fig.2.4 :** Carte des différents régimes lors d'un écoulement horizontal,  
Mandhane et al [31]

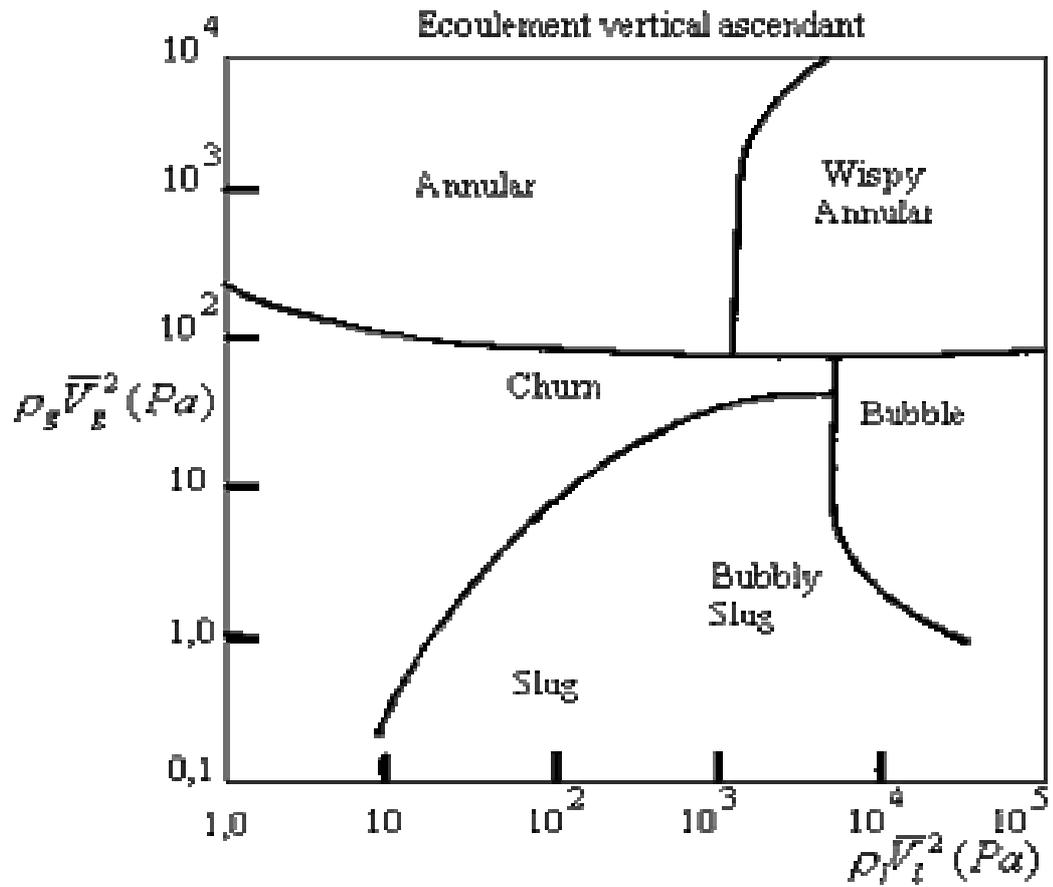
L'approche de Taitel and Dukler [04] (figure 2.5) est purement théorique. Ils étudient la stabilité de l'écoulement dans sa configuration et déterminent des critères de transition mettant en balance les phénomènes physiques prédominants. Ils aboutissent à une carte de configuration, attachée à un couple d'effluent et à ses propriétés physiques, en faisant apparaître les effets d'échelle et surtout les effets de pente. Ces

derniers s'avèrent particulièrement spectaculaires pour la configuration à phases séparées puisqu'ils contribuent à la faire totalement disparaître en écoulement à co-courant faiblement ascendant.



**Fig.2.5 :** Carte des différents régimes lors d'un écoulement légèrement incliné

En écoulement diphasique co-courant vertical ascendant, *Mac Quillan and Whalley* [32] ont établi une carte définissant les différents régimes. Dans cette dernière, ils ont convenablement défini les frontières des différentes zones de transition. Ces frontières sont généralement représentées à partir des relations analytiques adimensionnelles ou dimensionnelles, faisant intervenir les débits et les propriétés de chaque phase ainsi que les caractéristiques de l'installation expérimentale. Ci-dessous, la figure (2.6) donne un exemple de carte d'écoulement établie pour définir les différentes frontières de régimes d'écoulement.



**Fig 2.6:** Carte des différents régimes lors d'un écoulement vertical co-courant eau-air

## 4. Transition de configuration

Nous présentons maintenant une modélisation des phénomènes de transition qui tient compte du diamètre de canalisation, des propriétés physiques des fluides en présence et de l'angle d'inclinaison de la conduite. Les mécanismes de transitions sont donnés pour chaque limite, de même qu'une méthode de détermination de la configuration de l'écoulement est suggérée. Il est possible alors de construire une méthode générale de détermination des régimes d'écoulement, une fois connus les caractéristiques précédentes.

### 4.1 Transition à partir de la configuration à bulle dispersée

Cette configuration peut être désignée généralement comme écoulement à bulles surtout dans le cas d'un écoulement vertical pour des diamètres relativement grands. L'écoulement à bulles dispersées est observé lorsque les bulles s'agglutinent au niveau de la génératrice supérieure de la canalisation *Barnea and Taitel [01]*.

La configuration à bulle a lieu pour les conditions suivantes:

- a) La vitesse de la bulle de Taylor dépasse celle de la bulle. Cette condition est satisfaite dans le cas de diamètre relativement grands :

$$D_b > 19 \left[ \frac{(\rho_L - \rho_G) \sigma}{\rho_L^2 g} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.01)$$

Où  $D$  diamètre du tube,  $\rho_L$ ,  $\rho_G$  et  $\sigma$  sont respectivement les densités du liquide et du gaz et la tension superficielle.

- b) L'angle d'inclinaison est assez grand pour empêcher la migration des bulles vers la génératrice supérieure de la conduite.

$$\frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{3}{4} \cos(45^\circ) \frac{U_o^2}{g} \left( \frac{C_L \gamma^2}{d} \right) \quad (2.02)$$

Où  $U_o$  est la vitesse de remontée de la bulle,  $C_L$  le coefficient de portée et  $\gamma$  le coefficient de distorsion de la bulle. Ils varient entre 0.8, 1.1 et -1.5.  $U_o$  peut donné

par la relation suivante :

$$U_o = 1.53 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.03)$$

Quand ces deux conditions sont satisfaites l'écoulement à bulle est observé même à faible vitesse d'écoulement. On peut démontrer que la transition configuration à bulles - configuration à bouchons prend place lorsque la fraction de vide de gaz atteint une valeur critique  $\alpha_c = 0.25$  Taitel [02]. Cette transition est donnée par la relation suivante:

$$U_{Ls} = \frac{1 - \alpha_G}{\alpha_G} U_{Gs} - 1.53(1 - \alpha_G) \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{2}} \sin \beta \quad (2.04)$$

Où  $\alpha = \alpha_c = 0.25$ . L'angle  $\beta$  est positif pour un écoulement ascendant et négatif pour un écoulement descendant.

A de grandes vitesses d'écoulement la configuration à bulles dispersées peut être observée même pour  $\alpha_G > 0.25$ , ceci à cause de la turbulence qui fractionne les bulles et empêche leur agglomération.

Le mécanisme de transition à partir de cette configuration est donné par la relation suivante, pour la diamètre critique de la bulle  $d_c$  tel que :

$$d_c \geq \left[ 0.725 + 5.15 \left( \frac{U_{Gs}}{U_m} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \left( \frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{\frac{3}{5}} \left( \frac{2f_m U_m^3}{D} \right)^{\frac{2}{5}} \quad (2.05)$$

$$\text{Où } U_m = U_{Gs} + U_{Ls}$$

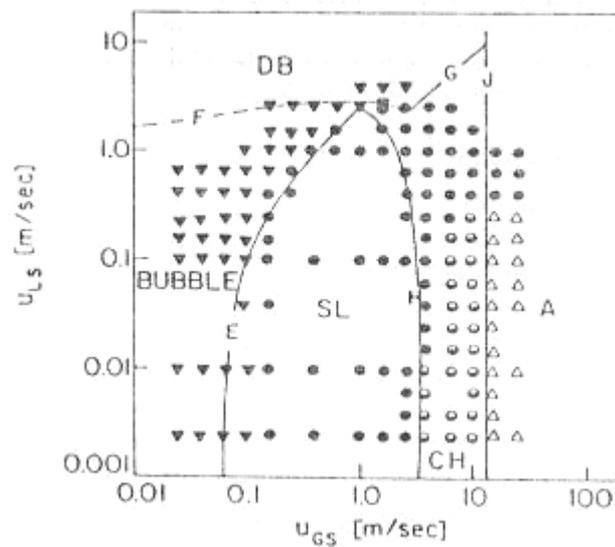
$U_m$  est la vitesse du mélange et  $f_m$  le facteur de frottement basé sur les vitesses du mélange. Le diamètre de la bulle au niveau de la limite de transition,  $d_c$  est fonction de la vitesse du liquide et l'angle d'inclinaison. Sa valeur est prise entre  $d_{cd}$  et  $d_{cb}$ ,  $d_{cd}$  est la valeur critique du diamètre de la bulle pour laquelle la bulle peut se déformer.

$$d_{cd} = 2 \left[ \frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right] \quad (2.06)$$

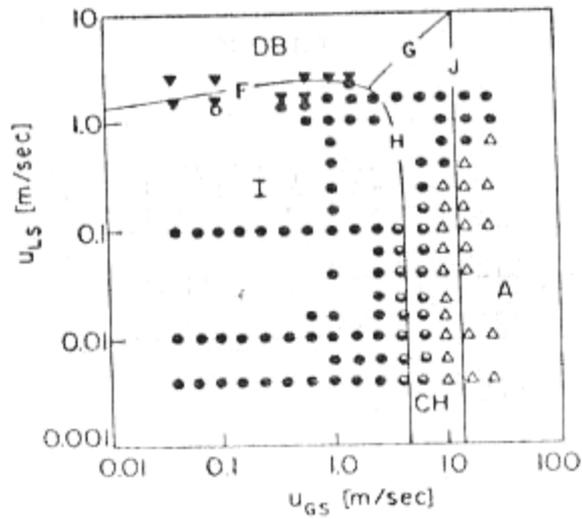
et  $d_{cb}$  la dimension de la bulle pour laquelle elle est empêchée de migrer vers la partie supérieure de la conduite.

$$d_{cb} = \frac{3}{8} \left[ \frac{\rho_L}{(\rho_L - \rho_G)} \right] \frac{f_m U_m^2}{g \cos \beta} \quad (2.07)$$

La zone de transition est donnée telle que  $0 \leq \alpha_G \leq 0.52$  la limite supérieure la densité globale des bulles agglomérées est atteinte *Taitel* [02]. La relation suivante nous donne la courbe qui caractérise cette transition :



**Fig .2.07** Carte de configuration d'un écoulement vertical ascendant air-eau 0.1Mpa D=5.1cm



**Fig .2.08** Carte de configuration d'un écoulement vertical ascendant air-eau 0.1Mpa D=2.54 cm

$$U_{Ls} = U_{Gs} \frac{1 - \alpha_G}{\alpha_G} \quad (2.08)$$

Où  $\alpha_G = 0.52$

Une fois les propriétés physiques des fluides ainsi que les caractéristiques géométriques de la conduite connues, les courbes théoriques de transition peuvent être tracées avec les coordonnées  $U_{Gs}$  et  $U_{Ls}$ . De telles courbes sont montrées sur les figures (2.07, 2.08). Pour le cas d'un mélange air-eau à une température de  $25^\circ C$  et une pression de 0.1 Mpa. La courbe B représente la transition à partir de la configuration à bulle relation (2.04) alors que D et G relation (2.05) et (2.08) respectivement désignent la transition à partir de la configuration dispersée. On pourrait noter que la transition B n'est pas observée dans tous les cas mais pour les petits diamètres relation (2.01) et pour des inclinaisons telles que prédites par la relation (2.02). Pour des diamètres relativement grands et de fortes inclinaisons ( $\beta = (80^\circ, 90^\circ, -80^\circ, -90^\circ)$ ), la configuration à bulles est observée dans deux zones. Dans la zone à gauche de la

courbe B et au dessous de D la présence de bulles déformantes qui se déplacent en zigzag vers le haut est prédite. Dans la deuxième zone au dessus de la courbe D et vers la gauche de G une configuration de bulles finement dispersées est observée.

#### 4.2 La transition stratifiée - non stratifiée

Pour la transition dans le cas des conduites horizontales ou faiblement inclinées ( $\beta < 5^\circ$ ) Taitel and Dukler [04] ont suggéré que la transition, à partir d'une position d'équilibre, est due aux instabilités de Kelvin-Helmholtz. Ils ont considéré un écoulement stratifié avec une onde finie sur une surface de liquide avec, au dessus de laquelle, un écoulement de gaz. Tant que la vitesse du gaz augmente au dessus de sommet de l'onde, la pression de gaz correspondante diminue à cause de l'effet des **forces de Bernoulli**, ce qui entraîne la croissance de l'onde. Ce qui voudrait dire que les forces de gravité tendent à provoquer une décroissance de cette onde. Les auteurs précédents ont suggéré que le critère de transition à partir duquel l'onde commencera à croître ou bien la transition à partir de la configuration stratifié a lieu peut être donné en fonction du nombre de Froude F tel que :

$$F^2 \left[ \frac{1}{(1 - \lambda_L^0)} \frac{\mathcal{U}_s^0 \frac{d\lambda_L^0}{d\lambda^0}}{\lambda_L^0} \right] \geq 1 \quad (2.09)$$

Où le nombre de Froude F, modifié par le rapport des densités, s'écrit :

$$F = \frac{\sqrt{\rho_G}}{\sqrt{(\rho_L - \rho_G)}} \frac{U_{Gs}}{\sqrt{Dg \cos \beta}} \quad (2.10)$$

Les variables géométriques adimensionnelles sont :

$$\lambda_L^0 = \frac{h_L}{D}; \lambda_L^0 = \frac{A_L}{D^2}; \lambda_G^0 = \frac{A_G}{D^2}; \mathcal{U}_L^0 = \frac{U_L}{U_L^s} = \frac{A}{A_L}; \mathcal{U}_G^0 = \frac{U_G}{U_G^s} = \frac{A}{A_G} \quad (2.11)$$

Il faut noter que tous les termes entre crochets dans la relation (2.09) sont fonction de  $h_L^0$ . Une fois spécifiées les propriétés physiques des fluides et de la conduite ainsi que l'angle d'inclinaison  $\beta$  le niveau d'équilibre  $h_L^0$  du liquide peut être déterminé à partir de des équations qui régissent les quantités de mouvement de chacune des phases en présence. Les niveau d'équilibre peut être donné en fonction des termes adimensionnels X et Y tels que:

$$X^2 = \frac{\frac{4}{D} f_{Ls} \frac{\rho_L U_{Ls}^2}{2}}{\frac{4}{D} f_{Gs} \frac{\rho_G U_{Gs}^2}{2}} = \frac{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{Ls}}{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{Gs}} \quad (2.12a)$$

et

$$Y = \frac{(\rho_L - \rho_G) g \sin \beta}{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{Gs}} \quad (2.12b)$$

Où X est appelé paramètre de **lackard et Mantinelli**

Les termes  $\left(\frac{dP}{dx}\right)_{Gs}$  et  $f_{Gs}, f_{Ls}$  désignent les chutes de pressions et les coefficients de pertes de charges linéaires de chaque phase considérée comme s'écoulant seule dans la canalisation.  $f_s$  peut être calculé en utilisant le diagramme de **Moody** ou les corrélations correspondantes. Dans la figure (2.09) nous montrons l'évolution de  $h_L^0$  en fonction de X pour différentes valeurs de Y. Ce calcul est mené dans le cas d'une conduite lisse et d'un écoulement turbulent. Cependant les cas de conduite rugueuses et d'un écoulement laminaire peuvent être pris en compte par les paramètres X et Y.

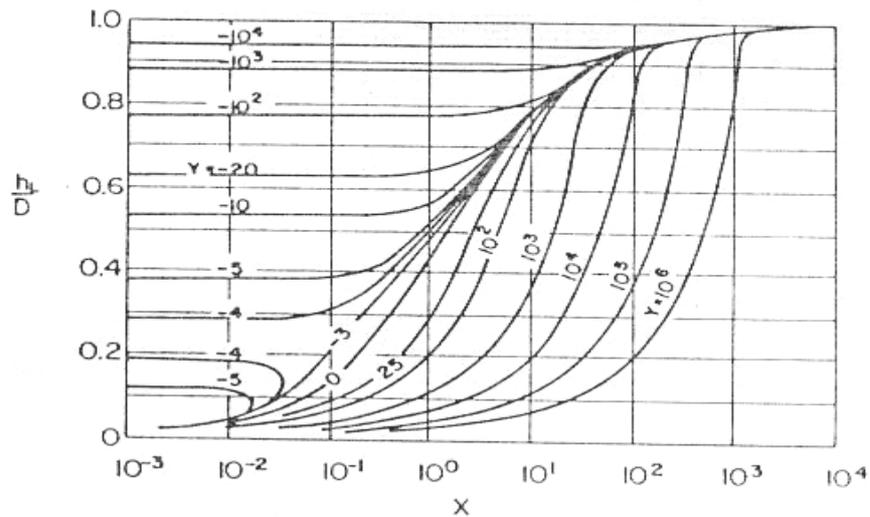
Dans la figure (2.10) nous montrons le critère de transition donné par la relation (2.09), représenté par la courbe A sur une carte bidimensionnelle en F et  $h_L^0$  comme coordonnées. Une fois spécifiées, les caractéristiques des fluides et de la conduite ainsi que l'angle d'inclinaison la transition prédite peut être reportée sur une carte  $U_{Ls}$  et  $U_{Gs}$ .

Courbe A: F en fonction de  $h_L^0$ : 
$$F = \sqrt{\frac{\rho_G}{(\rho_L - \rho_G)}} \frac{U_{Gs}}{\sqrt{Dg \cos \beta}}$$

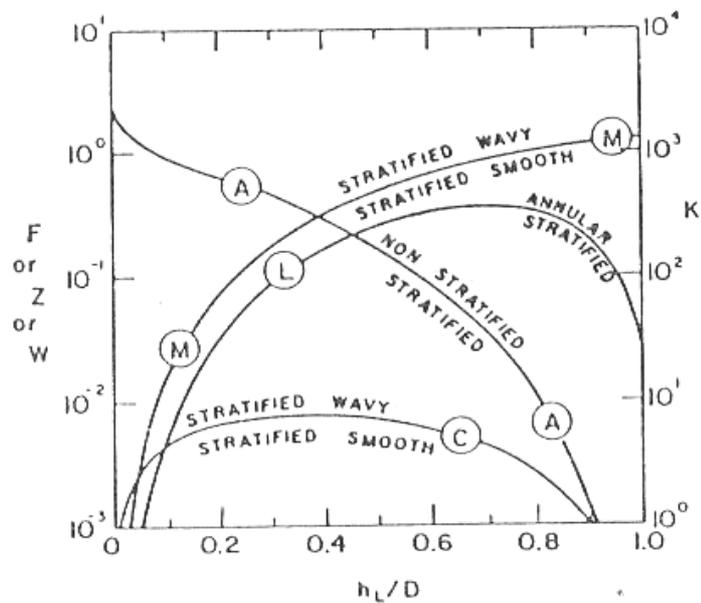
Courbe C : K en fonction de  $h_L^0$ : 
$$K = \frac{\rho_G U_{Gs}^2 U_{Ls}}{(\rho_L - \rho_G) g v_L \cos \beta}$$

Courbe M : W en fonction de  $h_L^0$ : 
$$W = \frac{U_{Ls}}{\sqrt{gD}}$$

Courbe L : Z en fonction de  $h_L^0$ : 
$$Z = \frac{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{Ls}}{\rho_L g \cos \beta}$$



**Fig.2.09** Holdup de liquide en fonction des paramètres Lackard et Mantinelli



**Fig 2.10** Limites générales de transition

### 4.3 Transition stratifiée - annulaire

Le mécanisme de transition A (relation (2.09)) présente un critère au dessous duquel des ondes d'amplitudes finies sur un écoulement stratifié peuvent croître jusqu'à former un bouchon de liquide (c'est-à-dire boucher le passage du gaz) ou une configuration annulaire. La région au dessous de la courbe A peut constituer un écoulement stratifié stable. Cependant, pour de grandes inclinaisons vers le bas (négatives) un autre mécanisme peut entrer en jeu, à savoir que la configuration stratifié stable peut donner la naissance d'une configuration annulaire à des débits de gaz relativement bas. Cette limite de transition est seulement applicable au niveau de la région limitée par la courbe A. *Taitel and Shoham [17]*.

Dans le cas de fortes inclinaisons vers le bas le niveau de liquide est très petit et la vitesse de liquide  $U_L$  est très grande. Dans ces conditions des gouttelettes sont arrachées de l'interface de liquide et déposées ensuite sur la partie supérieure de la paroi de la canalisation entraînant ainsi la formation d'un film annulaire *Taitel [02]*. La condition pour qu'un tel écoulement ait lieu est:

$$U_{Ls} \geq \frac{gD(1-\beta_L^0) \cos \beta}{f_L} \quad (2.13)$$

Ou bien sous une forme adimensionnelle :

$$Z = \frac{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{Ls}}{\rho_L g \cos \beta} \geq 2 \left(\frac{A_L^0}{A^0}\right)^2 (1-\beta_L^0) \frac{f_{Ls}}{f_L} \quad (2.14)$$

Où  $f_L$  est le facteur de frottement et  $f_{Ls}$  le même coefficient dans le cas où le liquide occupe seul la conduite, pour les conduites rugueuses et des écoulements avec de grand nombre de Reynolds  $\frac{f_L}{f_{Ls}} = 1$ , alors que pour le cas de conduites lisses

$\frac{f_L}{f_{Ls}} = \left(\frac{D_L}{D_L^0}\right)^{-n}$  ou  $D_L^0$  est le diamètre hydraulique du liquide et  $n$  une constante (égale à 0.2 pour un écoulement turbulent et 1 pour un écoulement laminaire).

Toutes les quantités situées dans la partie droite de l'équation (2.14) sont fonction de  $\frac{\rho}{\rho_L}$ . La courbe décrivant la relation entre  $Z$  et  $\frac{\rho}{\rho_L}$  qui satisfait à (2.14) est désignée comme la frontière L dans la figure (2.10). Dans la région au dessous de L a lieu la configuration stratifiée. La transition L est aussi tracée sur la carte  $U_{LS} - U_{GS}$  figure (2.07) pour  $\beta = -80$  avec un bon agrément avec les résultats expérimentaux. La transition L apparaît seulement dans le cas d'angle d'inclinaisons (négatifs) assez grands entraînant ainsi le passage graduel stratifié – annulaire. Pour le cas limite ( $Z \rightarrow \infty$ ) relation (2.14) la descendant relativement faibles ou d'inclinaison ascendante la transition L est située en dehors de celle limitée par la courbe A et par conséquent cette relation n'est pas applicable. Ainsi la transition L peut être vérifiée et appliquée pour toute inclinaison.

#### 4.4 Transition annulaire - intermittent

Un modèle unifié qui tient compte de l'influence de l'angle d'inclinaison a été récemment proposé par *Barnea and Taitel* [01] pour la transition annulaire intermittente. Cette transition est proposée avoir lieu quand la partie gaz de la configuration annulaire est bloquée à un point quelconque par le liquide. Le blocage de l'écoulement du gaz peut être du à deux mécanismes:

- Instabilité du film de liquide due à un écoulement d'une partie seulement du liquide au niveau de la paroi entraînant ainsi un blocage à l'entrée.
- Un blocage de la partie gaz comme le résultat d'un apport abondant de liquide dans le film.

La condition d'instabilité du film de liquide dans la configuration annulaire (premier mécanisme) a été obtenue à partir de la solution simultanée des équations suivantes :

$$Y = \frac{1+75\alpha_L}{(1-\alpha_L)^2 \alpha_L} - \frac{1}{\alpha_L^3} X^2 \quad (2.15)$$

$$Y \geq \frac{2-\frac{3}{2}\alpha_L}{\alpha_L^3 \left(1-\frac{3}{2}\alpha_L\right)} X^2 \quad (2.16)$$

L'équation (2.15) nous donne la solution sous la forme de hold-up  $\alpha_L$  en régime permanent, pour l'écoulement annulaire. La valeur de ce paramètre qui satisfait la condition d'instabilité du film de liquide est donnée par la relation (2.16).

Le blocage du gaz par le liquide du au deuxième mécanisme pourrait se produire quand l'apport de liquide dans le film est assez grand pour boucher l'écoulement du gaz. La condition de formation du bouchon est donnée par la relation suivante:

$$\frac{A_L}{AR_{sm}} = \frac{\alpha_L}{R_{sm}} \geq 0.5 \quad (2.17)$$

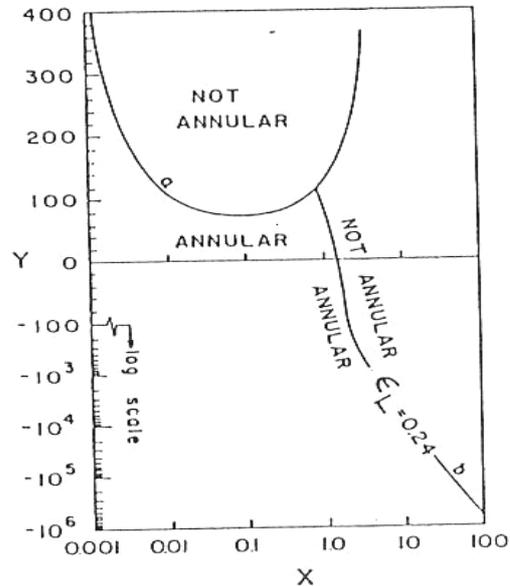
Où  $R_{sm}$  est le hold-up minimal de liquide dans le bouchon de liquide formé, qui pourrait empêcher le gaz de passer. Cette valeur minimale de liquide dans le bouchon, est égale à 0.48, des valeurs plus basses de  $R_s$  pourraient rendre impossible l'existence du bouchon à cause d'un hold-up de gaz trop élevé. Notons que cette valeur minimale de  $R_{sm} = 0.48$  constitue la variable hold-up  $R_s$  dans le cas de la transition annulaire intermittente pour de nombreuses conditions d'écoulement.

Les limites de transition sont montrées dans la figure (2.11) en termes adimensionnels X et Y. La solution des relations (2.15) et (2.16) donnent le lieu géométrique de X et Y (la ligne "a") le long de la ligne de stabilité (premier mécanisme de transition). La région au dessous de cette courbe est une configuration annulaire stable, alors que celle au dessus est le produit de conditions instables, tel que l'écoulement intermittent. L'équation (2.15) pour une valeur  $\alpha_L = 0.5R_m$  peut entraîner un blocage (deuxième mécanisme). Alors l'équation (2.15) est tracée pour une valeur  $\alpha_L = 0.24$  dans la zone stable (ligne "b"). La zone au dessous de la ligne "a" et à gauche de la ligne "b" correspond à l'écoulement annulaire.

Les deux mécanismes cités au dessus sont basés sur la structure du film de la configuration annulaire. Un léger changement du mécanisme est obtenu dans le cas d'une variation de débit ou de l'angle d'inclinaison.

Le critère de transition annulaire – intermittent est tracé sur les cartes des figures (2.07,2.08) comme la limite de transition J est montre un bon agrément avec les résultats expérimentaux. Notons que la ligne J peut se terminer par la ligne de transition stratifiée non stratifiée figure (2.10) ( $\beta = 0^\circ, -1^\circ, -30^\circ$ ). Ainsi le modèle

proposé ci-dessus est valable seulement en dehors de la zone de l'écoulement stratifié stable.



**Fig .2.11** Carte générale pour une transition annulaire

#### 4.5 Sous région de la configuration intermittente

la configuration intermittente est subdivisée en écoulement à bulles allongées, à bouchons et chahuté on pourrait considérer que ces trois types d'écoulement ont la même configuration compte tenu de la distribution des interfaces de gaz et de liquide. Dans ces configurations les bouchons de liquide sont séparés par de grandes bulles particulièrement déformées. Le bouchon de liquide est aéré par des petites bulles. La configuration avec de longue bulles est considérée comme la limite de configuration poche-bouchon. Alors que la configuration chahutée a lieu le taux de vide du gaz dans le bouchon de liquide atteint une valeur maximale au dessus de laquelle un éventuel collapsus du bouchon de liquide pourrait se produire. Récemment des auteurs ont proposé un modèle physique pour la prédiction du hold up de gaz à l'intérieur du bouchon de liquide ( $\alpha_s$  ou  $1-R_s$ ). Il a été suggéré que le hold up de gaz sur la ligne de transition à partir de la configuration dispersée à bulles est le hold up maximal dont cette configuration pourrait s'accommoder à une vitesse de mélange donnée par  $U_m = U_{Gs} + U_{Ls}$ . Ainsi les courbes correspondant à une vitesse  $U_m$  constante à

l'intérieur de la région intermittante représente le lieu où  $\alpha_s$  est constant et est égal au hold-up situé sur la courbe limite de la configuration à bulles dispersées. Une fois les propriétés des fluides connues ainsi que celles de la conduite,  $\alpha_s$  peut être obtenu à partir de la relation (2.05) tel que:

$$\alpha_s = 1 - R_s = 0.058 \left[ d_c \left( \frac{2f_m U_m^3}{D} \right)^{\frac{2}{5}} \left( \frac{\rho_L}{\sigma} \right) - 0.725 \right]^2 \quad (2.18)$$

Quand  $\alpha_s = 0$  la transition bulles allongée –poche /bouchon est obtenue. Quand le hold up de gaz dans le bouchon de liquide atteint la valeur maximale de 0.52 la continuité du bouchon de liquide (aéré par les petites bulles) est détruite. On remarque alors une agglomération de bulles avec la formation de région ayant une grande concentration de gaz résultant du passage à la configuration écoulement chahuté.

#### 4.6 Transition poche-bouchon écoulement chahuté

L'écoulement chahuté est considéré comme une configuration typique ayant lieu dans les conduites verticales. L'inclinaison des conduites à partir de la position verticale donne lieu à la limite de transition (2.18) avec  $\alpha_s = 0.52$  et permet à la limite de transition "J" de se déplacer l'une vers l'autre; l'écoulement chahuté se rétrécit et disparaît à des débits de liquide relativement bas, figure (2.07). À des débits très élevés on observe une région de configuration intermittante avec  $\alpha_s \geq 0.52$  pour toutes les inclinaisons possible de la conduite, figure (2.07). Cette région peut être désignée comme chahutée, *Saricat and al [33]*. La définition de l'écoulement chahuté comme étant le résultat de la destruction de la continuité du liquide dans le bouchon aéré ( $\alpha_s \geq 0.52$ ) est quelque fois différent du phénomène d'oscillation du bouchon aéré de liquide de la configuration poche-bouchon. Seulement ceci est généralement observé surtout dans les conduites verticales pour des débits liquides relativement faibles. Finalement il faut retenir que le critère  $\alpha_s = 0.52$  qui entraîne la destruction de la continuité du bouchon de liquide peut être considéré comme assurant la transition vers l'écoulement chahuté.

#### 4.7 Transition bulle allongée poche-bouchon

Une configuration poche – bouchon avec un bouchon de liquide qui n'est pas aéré (sans petites bulles dispersées) peut être considéré comme une configuration à bulles allongées. La transition bouchon-bulle allongée est obtenue à partir de la relation (2.18) avec  $\alpha_s = 0$  Taitel and Dukler [04]. Or cette équation prédit la fraction de vide de gaz dans le bouchon de liquide. Cependant, à des débits de gaz relativement élevés, particulièrement dans le cas de conduites ascendantes inclinées et verticales, un taux de vide de gaz local est développé juste derrière la bulle de Taylor à cause de la pénétration du film liquide dans le bouchon.

#### 4.8 Sous région dans la configuration stratifiée

Deux sous régions ou subconfigurations sont généralement définies dans les écoulements stratifiés: les configurations stratifiée lisse et stratifiée ondulée. En effet des ondes peuvent se former sur une surface de liquide lisse. Ceci peut être dû à l'action du gaz s'écoulant sur cette surface ou à l'action des forces de gravité, même en l'absence de la partie gaz (conduites inclinées vers le bas). Le passage de la première à la deuxième sous configuration est donné par le critère de transition suivant Fitremann [27].

$$U_G \geq \left[ \frac{4v_L (\rho_L - \rho_G) g \cos \beta}{s \rho_G U_L} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

Ou bien sous une forme adimensionnelle :

$$K \geq \left[ \frac{2}{U_G^2 \sqrt{U_L} \sqrt{s}} \right] \quad (2.20)$$

Où  $\nu_L$  est la viscosité cinématique du liquide,  $s$  le coefficient de glissement et  $K$  tel que :

$$K^2 = F^2 R_{e_{Ls}} = \left[ \frac{\rho_G U_{Gs}^2}{(\rho_L - \rho_G) D g \cos \beta} \right] \left[ \frac{D U_{Ls}}{\nu_L} \right] \quad (2.21)$$

Toutes les quantités dans la relation (2.20) dépendent de  $h_L^0$ . La transition stratifié lisse-stratifié ondulé est le résultat de l'action du gaz sur la surface du liquide. Ceci est observé sur la figure (2.10) pour  $K$  en fonction de  $h_L^0$  c'est-à-dire la courbe C.

Comme il a été mentionné des ondes peuvent naître dans le cas d'un écoulement descendant même en l'absence de frottement du à l'écoulement du gaz sur l'interface. Pour un régime turbulent et une conduite lisse le critère donnant l'initiation d'une onde est:

$$F_r = \frac{U_L}{\sqrt{gD}} \geq 1.5 \quad (2.22)$$

Ou bien :

$$W = \frac{U_L^s}{\sqrt{gD}} \geq 1.5 \sqrt{h_L^0} \frac{A_L}{A^0} \quad (2.23)$$

Les termes à droite de l'équation ci-dessus sont fonction seulement de  $h_L^0$ ; ainsi le lieu de  $W$  en fonction de  $h_L^0$  (limite de transition) qui satisfait cette équation est montré par la courbe M de la figure (2.10).

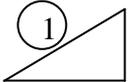
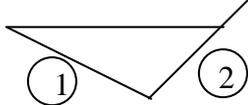
Les courbes C et M sont aussi tracées sur une carte de coordonnées  $U_{Ls}$  et  $U_{Gs}$  pour un système air-eau à 25°C dans la figure (2.07), pour  $\beta = 0^\circ, -1^\circ$ . Notons que dans le cas de grands débits de gaz la limite de transition M, ou les ondes sont les résultats de l'action des forces de gravité, est déterminée par la limite de transition C qui représente la condition de formation d'ondes par frottement interfacial. A des angles d'inclinaison supérieurs à 5° la théorie et l'expérience montrent l'existence d'ondes quelque soit l'angle  $\beta$ .

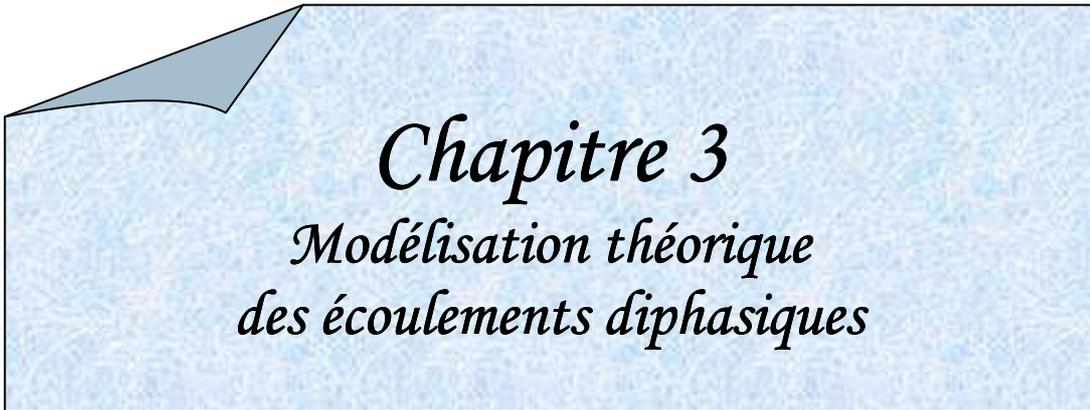
## 5. L'influence du profil en long

Le profil en long (ou profil comprimé) exerce un grand impact sur les caractéristiques de l'écoulement diphasique, plus particulièrement sur les configurations et la chute de pression *kessal* [34]. Ceci a été clairement observé sur des conduites transparentes. Un exemple de changement de configurations est montré dans le tableau suivant pour un pipeline transportant un mélange de gaz et de condensât sur une distance de 8 km. La différence d'altitude est de 1000 m par rapport au point de départ. Le volume de la ligne étant de  $1400\text{ m}^3$ . Le débit de condensât est de 23000 stb/d et la pression moyenne du fluide est de 10 bars.

Trois différents profils de ligne d'écoulement sont considérés. On a remarqué que :

- La chute de pression diphasique dépend du profil comprimé.
- Il n'y a pas qu'une seule configuration d'écoulement dans la ligne.
- La quantité de liquide dépend fortement du profil.

N ° de cas	1		2		3	
Direction d'écoulement						
Profil						
Section	①		①	②	①	②
Longueur	8000		6000	2000	6000	2000
Pente	ascendant		descendant	ascendant	ascendant	descendant
Différence d'altitude	+100		-50	+150	+150	+50
Configuration	bouchon		stratifié	bouchon	bouchon	stratifié
Pression en bars	6		8.7 cas 1 cas2 = +38%		8.7 cas 3 cas 1 = +36%	
Quantité de liquide dans la ligne en $m^3$	1050		470 cas 2 cas 1=-55%		775 cas 3 cas 1=-26%	



*Chapitre 3*  
*Modélisation théorique*  
*des écoulements diphasiques*

## **1. Introduction**

Le calcul d'écoulement diphasique (y compris en régime transitoire) est nécessaire pour l'évaluation des performances de système mettant en jeu de tels écoulements. C'est notamment le cas lorsqu'on étudie la sûreté d'installations nucléaires, transport des hydrocarbures, le génie chimique...etc.

Sous la pression de nécessités pratiques (état des connaissances, temps disponible) le calcul des écoulements diphasiques est souvent abordé de façon empirique. On se base par exemple sur un modèle d'écoulement monophasique ou d'écoulement diphasique permanent, modèle que l'on complique peu à peu. Une approche plus rationnelle est cependant maintenant possible. Elle est la condition d'une amélioration de la "représentativité" des modèles et de la compréhension des écoulements diphasiques.

## **2. Modélisation théorique**

Les méthodes d'analyse des écoulements diphasiques se basent sur les lois de la mécanique des fluides. Les équations qui les régissent relèvent du même nombre et des mêmes compilations. Ces difficultés seront aplanies et les modèles simplifiés selon les cas considérés et le degré de précision demandé.

Les écoulements diphasiques présentent ainsi des caractéristiques bien spécifiques. En particulier le glissement entre les phases qui provoque une rétention du liquide qui est naturellement plus importante dans les parties montantes que dans les parties descendantes. Il en résulte que les pertes de pression, dues aux accumulations de liquide dans les tronçons ascendants, ne sont que partiellement compensées par les récupérations de pression dans les tronçons descendants. Lorsque le profil d'une conduite est accidenté, les pertes de pressions peuvent se cumuler et devenir incompatibles avec les caractéristiques des équipements de l'installation.

Les écoulements transitoires se rencontrent lorsque les débits de gaz et de liquide sont fonction du temps. L'interface gaz liquide se présente sous la forme d'une surface continue séparant les deux phases, donnant naissance à différents types de configurations telles que citées dans le chapitre II.

## 2.1 Première approche du modèle

Une simple approche, dans laquelle est considéré l'écoulement de gaz en état stationnaire, a été utilisée par *Taitel and Dukler* [04], *Taitel and Shoham* [17]. Ils montrent que le mouvement du liquide doit être considéré comme quasi-stationnaire. Dans ce travail un schéma numérique est proposé, il se base sur l'état d'équilibre local du mouvement du liquide et du gaz sous forme d'une équation algébrique, en considérant un écoulement quasi-stationnaire du gaz. Ceci conduit à une seule équation différentielle de continuité pour le liquide, ce qui permet une résolution numérique simplifiée de l'écoulement diphasique transitoire dans les pipelines. La simplicité des calculs numériques offre d'ailleurs plus d'exactitude pour le traitement des différentes configurations hydrodynamiques de l'écoulement.

### 2.1.1 Equations de conservation

Ces équations de conservation sont valables pour toutes les configurations et s'écrivent comme suit :

*Equation de continuité pour la phase gazeuse*

$$Q_G = q_G \rho_G \quad (3.01)$$

Dans cette équation on suppose le débit massique du gaz constant dans une section de la conduite.

*Equation de continuité pour la phase liquide*

$$\frac{\partial}{\partial t}(A_L) + \frac{\partial}{\partial x}(q_L) \quad (3.02)$$

Dans cette équation, on considère le fluide incompressible. L'équation (3.02) sera donc la seule équation différentielle pour  $A_L$ , qui va être résolue en tenant compte des variations dans le temps  $t$  et l'espace  $x$ .  $A_L$  est la section de passage moyenne occupée par le liquide et reliée à la fraction du liquide (holdup) moyenne par  $\alpha_L = A_L/A$ ;  $q_L$  est le débit volumique du liquide pour chaque fraction de liquide donnée, il peut être calculé à l'aide de l'état d'équilibre quasi-stationnaire. Ce calcul dépend de la configuration de l'écoulement dans la pipe comme on le discutera par la suite. Donc,  $q_L$  est considéré comme l'unique variable en fonction de  $A_L$ .

## 2.1.2 Equations du mouvement

### 2.1.2.1 Ecoulement stratifié

Dans l'écoulement stratifié le liquide s'écoule dans la partie inférieure et le gaz dans la partie supérieure. On néglige les forces superficielles, les deux équations de mouvement de chaque phase se présentent comme suit :

- *Phase liquide*

$$-\tau_L S_L + \tau_i S_i - \rho_L g A_L \sin \beta - A_L \frac{dp}{dx} = 0 \quad (3.03)$$

- *Phase gazeuse*

$$-\tau_G S_G - \tau_i S_i - \rho_G g A_G \sin \beta - A_G \frac{dp}{dx} = 0 \quad (3.04)$$

La combinaison entre les équations (3.03) et (3.04) permet l'élimination du gradient de pression

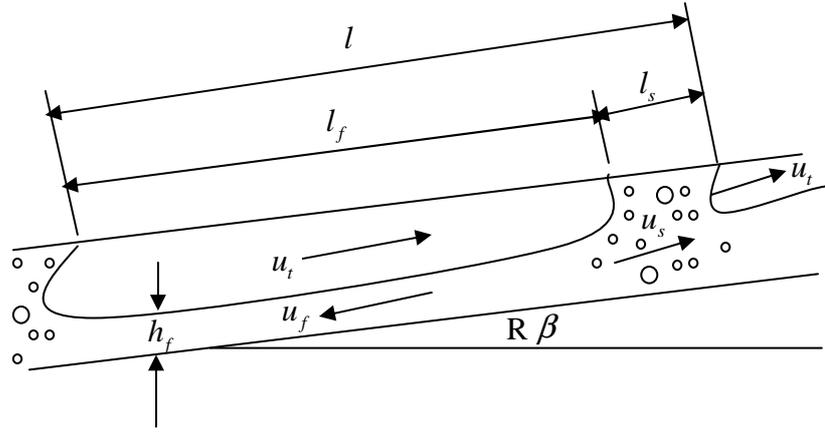
$$-\frac{\tau_L S_L}{A_L} + \frac{\tau_G S_G}{A_G} + \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) - (\rho_L - \rho_G) g \sin \beta = 0 \quad (3.05)$$

### 2.1.2.2 Ecoulement annulaire

Dans cette configuration le modèle mathématique utilisé est semblable à celui de l'écoulement stratifié. Les équations (3.03)–(3.05) sont valables dans ce modèle sauf que dans ce cas l'on pose  $S_G = 0$  et que l'on remplace la hauteur de liquide  $h_L$  par l'épaisseur de film  $\delta$ .

### 2.1.2.3 Ecoulement à poche-bouchon

Comme dans les cas précédents, le but est de calculer le débit volumique de liquide  $q_L$  qui donne la fraction de liquide  $\alpha_L$ . Pour cela, *Taitel and Dukler* [04] ont proposé un modèle pour l'écoulement à poche-bouchon en état stationnaire, ce modèle est indiqué dans la figure (3.1).



**Fig.3.1** Modèle à poche-bouchon

Le bouchon de liquide de longueur  $l_s$  se meut avec une vitesse de translation  $u_t$ . Ce bouchon contient des bulles et la fraction de liquide dans laquelle est désignée par  $R_s$ . Ainsi le bouchon de liquide est présenté avec un film de liquide de hauteur  $h_f$  et de vitesse  $u_f$ , la longueur du poche-bouchon  $l$  est la somme de deux longueurs de la poche et du bouchon  $l_f$  et  $l_s$ . Dans cet écoulement le débit volumique de liquide est calculé par la formule suivante :

$$q_L = AR_s u_s \frac{l_s}{l} - AR_f u_f \frac{l_f}{l} \quad (3.06)$$

Où  $U_s$  la vitesse de poche.

Pour éliminer la vitesse  $u_f$  dans l'équation (3.06) on utilise l'équation de continuité en état d'équilibre et le système des coordonnées mobiles.

$$R_f (u_t + u_f) = R_s (u_t - u_s) \quad (3.07)$$

On peut définir la fraction de liquide  $\alpha_L$  dans la poche-bouchon par la formule suivante :

$$\alpha_L = R_s \frac{l_s}{l} + R_f \frac{l_f}{l} \quad (3.08)$$

La résolution de l'équation (3.08) pour  $R_f$  et la combinaison du résultat des équations (3.06) et (3.07) donne :

$$q_L = A\alpha_L u_t - AR_s(u_t - u_s) \quad (3.09)$$

La vitesse de translation est corrélée avec le terme de la vitesse du bouchon  $u_s$  comme suit :

$$u_t = Cu_s + u_d \quad (3.10)$$

Où  $C = 1.2$

En remplaçant  $u_t$  et  $q_L = u_s A - q_G$  dans l'équation (3.09) on obtient

$$u_s = \frac{q_G/A - u_d(R_s - \alpha_L)}{1 - \alpha_L C + (C - 1)R_s} \quad (3.11)$$

L'équation (3.11) permet de calculer la vitesse de la poche pour donner le débit volumique de gaz et la fraction de vide.  $R_s$  est généralement écrit en fonction de  $u_s$  (équation (3.11)). Dans cette étude on utilisera la corrélation de *Gregory and al* [36].

$$R_s = \frac{1}{1 + (u_s/8.66)^{1.38}} \quad (3.12)$$

Pour un écoulement vertical la vitesse de glissement  $u_d$  est donnée par :

$$u_d = 0.35\sqrt{gD} \quad (3.13)$$

Pour l'écoulement incliné la vitesse de glissement est moins claire *Bendisken and al* [19]. Dans le cas d'une conduite horizontale ou légèrement inclinée, la valeur de cette vitesse est nulle.

Pour calculer le gradient de pression dans la poche-bouchon, nous avons besoin de plusieurs détails sur la structure de cette dernière. Ceci est obtenu par l'application de l'équation de mouvement pour le film de bouchon :

$$\frac{\tau_f S_f}{A_f} + \frac{\tau_v S_v}{A_v} + \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_v} \right) - (\rho_L - \rho_G) g \sin \beta = 0 \quad (3.14)$$

### 2.1.3 Relations constitutives associées de la première approche

La contrainte tangentielle du gaz  $\tau_G$  s'écrit :

$$\tau_G = f_G \frac{\rho_G u_G^2}{2} \quad (3.15)$$

Où  $f_G$  est fonction de nombre de Reynolds du gaz et la rugosité de conduite. De même pour les contraintes interfaciale  $\tau_i$  et liquide  $\tau_L$  :

$$\tau_L = f_L \frac{\rho_L u_L^2}{2} \quad (3.16)$$

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_G (u_G - u_L)(u_G + u_L)}{2} \quad (3.17)$$

Les coefficients de frottement peut être calculer par la relation suivante *Miami and al*[18].

$$f_{L,G} = 0.001375 \left[ 1 + \left( 2 \times 10^4 \frac{\varepsilon}{D_h} + \frac{10^6}{R_e} \right)^{1/3} \right] \quad (3.18)$$

Où le diamètre hydraulique de liquide est  $D_h = \frac{4A_L}{S_L}$  et pour le gaz  $D_h = \frac{4A_G}{(S_G + S_i)}$ ,  $R_e$  est

le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique. Dans le cas de l'écoulement stratifié le facteur de frottement interfacial  $f_i$  est constant  $f_i = 0.0142$  *Taitel and Shoham* [17]. Une fois la vitesse de liquide  $u_L$  calculer, on détermine le gradient de pression  $\frac{dp}{dx}$  par l'équation (3.4) à condition que la pression d'entrée soit donnée.

Dans le cas annulaire le facteur de frottement interfacial  $f_i$  est approximé par la formule de Wallis [35] :

$$f_i = 0.005 \left( 1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) \quad (3.19)$$

### 3. Méthode de résolution

Le principe de la méthode des différences finies est très simple, le système d'une ou plusieurs équations aux dérivés partielles est remplacé par des systèmes d'équations algébriques linéaires à résoudre après définition d'un maillage adapté. Nous allons illustrer l'utilisation sur un problème d'écoulement d'un mélange gaz-liquide en conduite circulaire et en régime transitoire.

Plusieurs schémas numériques sont utilisés pour la discrétisation des équations parmi eux schémas implicite, explicite Crank-Nicolson,...etc. Le schéma explicite présente deux inconvénients. Le premier est la valeur limite du paramètre d'instabilité, le deuxième peut être compris aisément à l'aide de la figure (3.2). La valeur du paramètre calculé à n'importe quel instant  $t_k$  dépend des valeurs aux nœuds dans la zone A. Or il est évident que la valeur des paramètres calculés des nœuds dans la zone B devraient contribuer au calcul de  $P_i^k$ . Les schémas inconditionnellement stables exposés à la figure (3.3) comblent cette défaillance au prix d'un nombre accru de calculs à effectuer et d'une mise en mémoire d'un plus grand nombre de valeurs. La méthode implicite est représentée dans la figure (3.3). Ce schéma est inconditionnellement stable Ozisik [37].

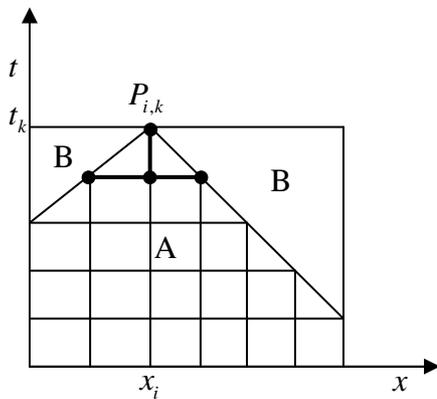


Fig.3.2 Limitation du schéma explicite

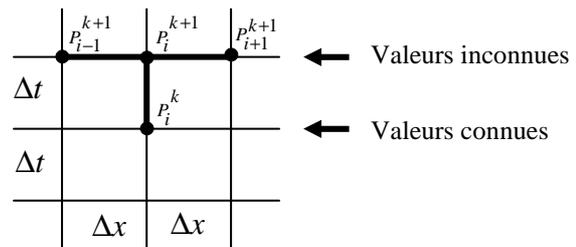


Fig.3.3 Schéma implicite

Cette méthode, de même ordre de troncature  $O[\Delta t + \Delta x^2]$  que la méthode explicite, nécessite la résolution d'un système d'équations linéaires à chaque pas de temps.

#### 4. Discrétisation des équations de la première approche

L'utilisation d'un schéma aux différences explicite, pour l'équation (3.02) donne :

$$A_{Li}^{K+1} = A_{Li}^K + \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{Li}^K - q_{Li-1}^K) \quad (3.20)$$

Cette équation est valable quant  $q_L$  est positive (conduite inclinée vers le bas), dans certains cas l'écoulement de liquide peut revenir à l'arrière (vitesse négative), ce qui peut se produire dans le cas où la conduite est inclinée vers le haut. Dans la configuration stratifiée le débit de gaz diminue au point qu'il ne peut pas supporter la vitesse de liquide dans le cas d'une inclinaison vers le bas. Dans ce cas on utilise la forme aux différences finies schéma aux différence explicite du type avancé (forward).

$$A_{Li}^{K+1} = A_{Li}^K + \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{Li+1}^K - q_{Li}^K) \quad (3.21)$$

Généralement la représentation de l'équation (3.02) est utilisée pour les deux configurations stratifiée et annulaire, sauf que on l'utilise la hauteur de liquide  $h_L$  dans la conduite dans la configuration stratifiée et l'épaisseur de film  $\delta$  de liquide dans la configuration annulaire.

La solution de l'équation de continuité de liquide est directe une fois que le débit volumique de liquide  $q_L$  est calculé, comme une fonction des conditions locales.

Les équations aux différences (3.20) et (3.21) associées permettent de calculer l'évolution longitudinal du taux de vide, en fonction du temps aux relations constitutives de chaque configuration.

## 5. Deuxième approche du modèle

### 5.1 Conservation de la masse

Afin d'analyser l'évolution des paramètres dans le temps et en chaque point de la conduite, une écriture sous forme locale est préconisée.

Les équations de continuité de chaque phase s'écrivent :

- *Phase gazeuse*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G A_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G A_G U_G) = 0 \quad (3.22)$$

- *Phase liquide*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L A_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L A_L U_L) = 0 \quad (3.23)$$

### 5.2 Conservation de la quantité de mouvement

#### 5.2.1 Configurations séparées

##### 5.2.1.1 Stratifiée

- *Phase gazeuse*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G A_G U_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G A_G U_G^2) = -A_G \frac{\partial}{\partial x}(P) - \tau_G S_G - \tau_i S_i - \rho_G A_G g \sin \beta \quad (3.24)$$

- *Phase liquide*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L A_L U_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L A_L U_L^2) = -A_L \frac{\partial}{\partial x}(P) - \tau_L S_L + \tau_i S_i - \rho_L g A_L \sin \beta \quad (3.25)$$

##### 5.2.1.2 Annulaire

- *Phase gazeuse*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G A_G U_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G A_G U_G^2) = -A_G \frac{\partial}{\partial x}(P) - \tau_i S_i - \rho_G A_G g \sin \beta \quad (3.26)$$

- *Phase liquide*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L A_L U_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L A_L U_L^2) = -A_L \frac{\partial}{\partial x}(P) - \tau_L S_L + \tau_i S_i - \rho_L g A_L \sin \beta \quad (3.27)$$

### 5.2.1.2 Configuration dispersée (à bulles et poche-bouchon)

La phase gazeuse de l'écoulement est répartie sous forme de bulles dispersées dans le liquide, qui constitue la phase continue. Ce régime n'apparaît que pour des faibles vitesses superficielles de gaz. L'écoulement horizontal à bulles ou légèrement incliné n'existe que pour des vitesses superficielles du liquide suffisamment élevées. Si l'on augmente le débit de gaz, les bulles coalescent pour donner lieu à des poches séparées par des bouchons de liquide de sections voisines de celle de la conduite. Ces configurations sont traitées par le modèle de glissement appelé « **drift flux model** ».

En sommant les équations (3.24) et (3.25), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G A_G U_G + \rho_L A_L U_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G A_G U_G^2 + \rho_L A_L U_L^2 + P) = -\tau_G S_G - \tau_L S_L - (\rho_G A_G + \rho_L A_L) g \sin \beta \quad (3.28)$$

Compte tenu de lenteur de l'écoulement, la variation de vitesse est très petite dans ce cas. On peut alors négliger le terme local et le gradient correspondants. Il reste le terme de gravité, le gradient de pression et la contrainte moyenne du mélange que l'on peut exprimer par la relation  $\tau_m = \frac{1}{2} f_m \rho_m u_m^2$ . On obtient ainsi une forme moyennée d'une équation de la quantité de mouvement

$$A \frac{\partial}{\partial x}(P) = \frac{1}{2} f_m \rho_m U_m^2 \pi D + A \rho_m g \sin \beta \quad (3.29)$$

$$U_m = \alpha_L U_L + \alpha_G U_G \quad (3.30)$$

Avec :

$U_m$  : Vitesse de mélange

$\rho_m$  : Densité de mélange ( $\rho_m = \alpha_L \rho_L + \alpha_G \rho_G$ )

$\alpha_L, \alpha_G$  : Fraction de liquide et de vide respectivement.

La vitesse de gaz est exprimée par la formule suivante :

$$U_G = C U_m + U_d \quad (3.31)$$

Le modèle de glissement est constitué par les équations (3.22),(3.23) et (3.29) complétées par la relation de glissement(3.30).

## 6. Relations constitutives associées de la deuxième approche

Les relations des contraintes sont calculées de manière conventionnelle en fonction des vitesses locales.

$$\begin{cases} \tau_G = f_G \frac{\rho_G U_G^2}{2} \\ \tau_L = f_L \frac{\rho_L U_L^2}{2} \\ \tau_i = f_i \frac{\rho_G (U_G - U_L)(U_G - U_L)}{2} \\ \tau_m = f_m \frac{\rho_m U_m^2}{2} \end{cases} \quad (3.32)$$

Les facteurs de frottement de chaque phase sont donnés par la relation suivante :

$$f = C R_e^{-n}$$

Avec :

$$\begin{cases} C = 0.046, \text{ et } n = 0.2 & \text{Pour un régime turbulent} \\ \text{et} \\ C = 16, \text{ et } n = 1 & \text{pour un régime laminaire.} \end{cases}$$

Le nombre de Reynolds pour les deux phases est :

### 1- Pour le liquide

$$R_{eL} = \frac{4U_L A_L f_L}{s_L \mu_L}$$

### 2- Pour le gaz

$$R_{eG} = \frac{4U_G A_G f_G}{\mu_G (s_G + s_i)}$$

Le facteur de frottement à l'interface gaz liquide est :

$$f_i = 0.005(1 + 75 \frac{A_L}{A}) \quad \text{Wallis [35]}$$

## 7. Résolution numérique et discrétisation des équations de la deuxième approche

Les équations de continuité (3.22) et (3.23) sont résolues par un schéma aux différences implicites paragraphe 3. Avec l'introduction de la masse de liquide et de gaz dans ces équations telles que:

$$m_G = \rho_G A_G dx \quad \text{et} \quad m_L = \rho_L A_L dx$$

Ainsi le débit massique de chaque phase est :

$$Q_G = \rho_G u_G A_G \quad \text{et} \quad Q_L = \rho_L u_L A_L$$

Les équations (3.22) et (3.23) deviennent :

$$m_{Gi}^{k+1} = m_{Gi}^k + \Delta t(Q_{Gi-1}^{k+1} - Q_{Gi}^{k+1}) \quad (3.33)$$

$$m_{Li}^{k+1} = m_{Li}^k + \Delta t(Q_{Li-1}^{k+1} - Q_{Li}^{k+1}) \quad (3.34)$$

Les équations (3.24) à (3.25) respectivement pour le gaz et liquide s'écrivent :

- **Pour la configuration stratifié**

$$(p_i - p_{i+1})A_G - \tau_G s_G \Delta x - \tau_i s_i \Delta x - \rho_G g A_G \Delta x \sin \beta = 0 \quad (3.35)$$

$$(p_i - p_{i+1})A_L - \tau_L s_L \Delta x + \tau_i s_i \Delta x - \rho_L g A_L \Delta x \sin \beta = 0 \quad (3.36)$$

- **Pour la configuration annulaire**

$$(p_i - p_{i+1})A_G - \tau_i s_i \Delta x - \rho_G g A_G \Delta x \sin \beta = 0 \quad (3.37)$$

$$(p_i - p_{i+1})A_L - \tau_L s_L \Delta x + \tau_i s_i \Delta x - \rho_L g A_L \Delta x \sin \beta = 0 \quad (3.38)$$

- **Pour la configuration poche-bouchon**

$$(p_i - p_{i+1})A - \tau_m D \Delta x - \rho_m g A \Delta x \sin \beta = 0 \quad (3.39)$$

Si l'on remplace l'équation (3.32) dans les équations de quantité de mouvement c'est-à-dire de (3.35) jusqu'à (3.39), ces dernières deviennent non linéaires. Dans ce cas il est possible de déduire une relation linéaire entre le gradient de pression et le débit massique pour les deux écoulements (séparé et dispersé) :

$$Q_{Gi}^{k+1} = w_i^k (P_i^{k+1} - P_{i+1}^{k+1}) + R_i^k \quad (3.40)$$

Où  $W_i$  et  $R_i$  sont définies en chaque écoulement (séparé, dispersé) comme suit :

- Pour l'écoulement stratifié :

$$w_i^k = \frac{1}{\left[ \frac{(f_G s_G + f_i s_i) \Delta x Q_G}{2A_G^3 \rho_G} - \frac{f_i s_i \Delta x Q_L}{A_G^2 \rho_L A_L} \right]} \quad (3.41)$$

et

$$R_i^k = \frac{-\rho_G g \Delta x \sin \beta - \frac{f_i s_i \rho_G \Delta x Q_L^2}{2A_G \rho_L^2 A_L^2}}{\left[ \frac{(f_G s_G + f_i s_i) \Delta x Q_L}{2A_G^3 \rho_G} - \frac{f_i s_i \Delta x Q_L}{A_G^2 \rho_L A_L} \right]} \quad (3.42)$$

- Pour l'écoulement annulaire :

$$w_i^k = \frac{1}{\left[ (f_i s_i \Delta x) \left[ \frac{Q_G}{2A_G^3 \rho_G} - \frac{Q_L}{A_G^2 \rho_L A_L} \right] \right]} \quad (3.43)$$

et

$$R_i^k = \frac{-\rho_G g \Delta x \sin \beta - \frac{f_i s_i \rho_G \Delta x Q_L^2}{2 A_G \rho_L^2 A_L^2}}{\left[ (f_i s_i \Delta x) \left[ \frac{Q_G}{2 A_G^3 \rho_G} - \frac{Q_L}{A_G^2 \rho_L A_L} \right] \right]} \quad (3.44)$$

- Pour l'écoulement dispersé (poche bouchon, bulle) :

$$w_i^k = \frac{2 A C^2 \rho_G A_G}{f_m \rho_m \pi D \Delta x (U_G - U_d)} \quad (3.45)$$

et

$$R_i^k = \frac{2 A C^2 \rho_G A_G g \Delta x \sin \beta}{f_m \pi D \Delta x (U_G - U_d)} + \rho_G A_G U_G \quad (3.46)$$

Afin prendre en compte le problème de compressibilité due au gaz nous avons introduit l'équation des gaz parfaits, la densité de gaz s'écrit :

$$\rho_G = \frac{m_G}{A \Delta x} \quad (3.47)$$

En introduisant les relations (3.33) et (3.47) dans l'équation des gaz parfaits on obtient :

$$P_i^{k+1} = y_i^k + z_i^k (Q_{Gi+1}^{k+1} - Q_{Gi}^{k+1}) \quad (3.48)$$

Où

$$y_i^k = \frac{m_i^k R T}{A_G^k \Delta x}$$

et

$$z_i^k = \frac{RT\Delta t}{A_{Gi}^k \Delta x}$$

et si l'on remplace l'équation (3.47) dans l'équation (3.38) nous obtenons une équation générale qui définit le champ de pression sur long de la conduite.

$$-z_i^k w_{i-1}^k p_{i-1}^{k+1} + (1 + z_i^k w_{i-1}^k + z_i^k w_i^k) p_i^{k+1} - z_i^k w_i^k p_{i+1}^{k+1} = y_i^k + z_i^k R_{i-1}^k - z_i^k R_i^k \quad (3.49)$$

$P_1$  et  $P_n$  sont connus comme conditions aux limites donc on peut écrire l'équation (3.49) en ces conditions par les relations suivantes :

Pour  $i = 2$

$$(1 + z_2^k w_1^k + z_2^k w_2^k) p_2^{k+1} - z_2^k w_2^k p_3^{k+1} = z_2^k w_1^k p_1^{k+1} + y_2^k + z_2^k R_1^k - z_2^k R_2^k$$

Pour  $i = 3, n-2$

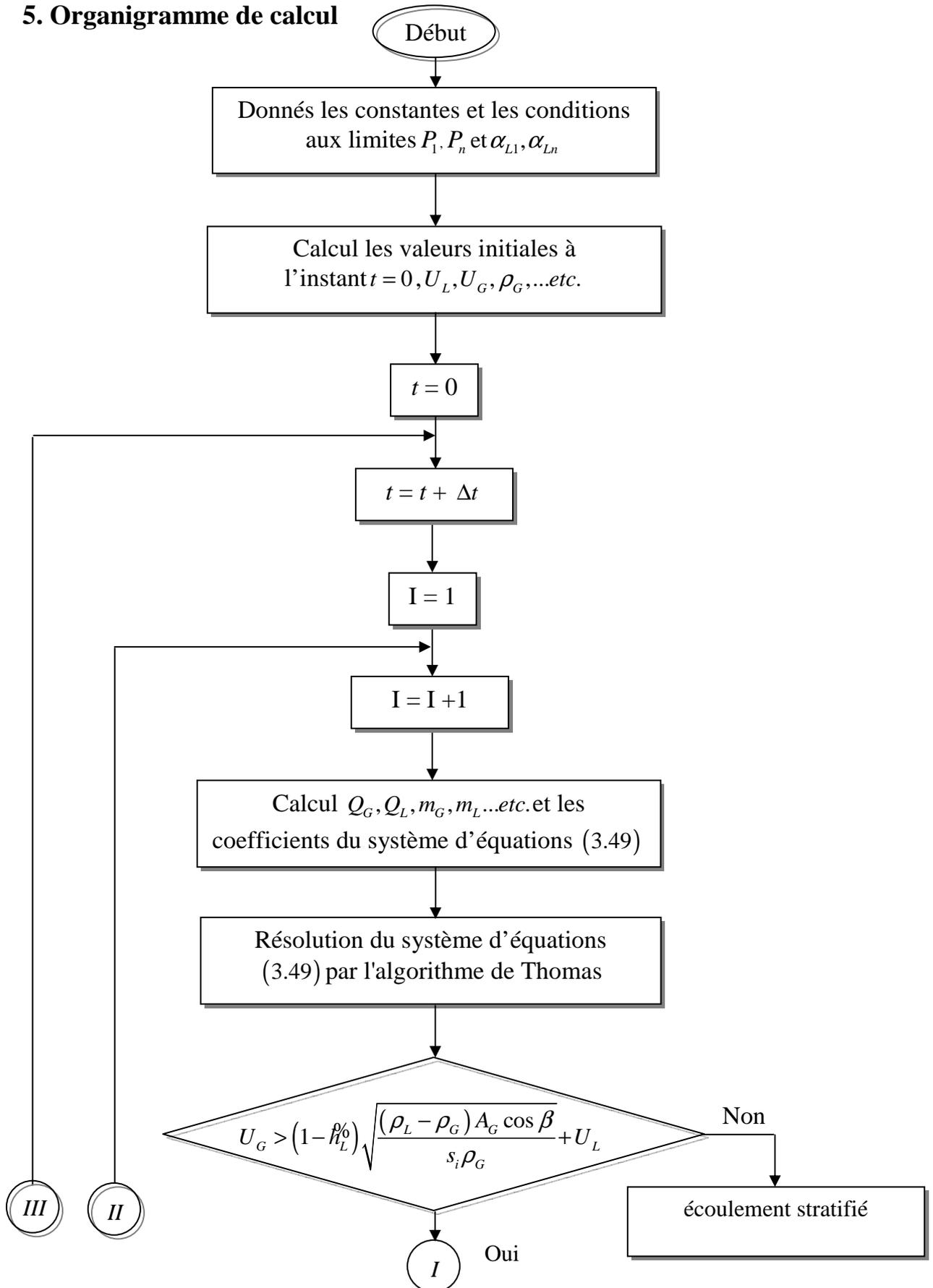
$$-z_i^k w_{i-1}^k p_{i-1}^{k+1} + (1 + z_i^k w_{i-1}^k + z_i^k w_i^k) p_i^{k+1} - z_i^k w_i^k p_{i+1}^{k+1} = y_i^k + z_i^k R_{i-1}^k - z_i^k R_i^k$$

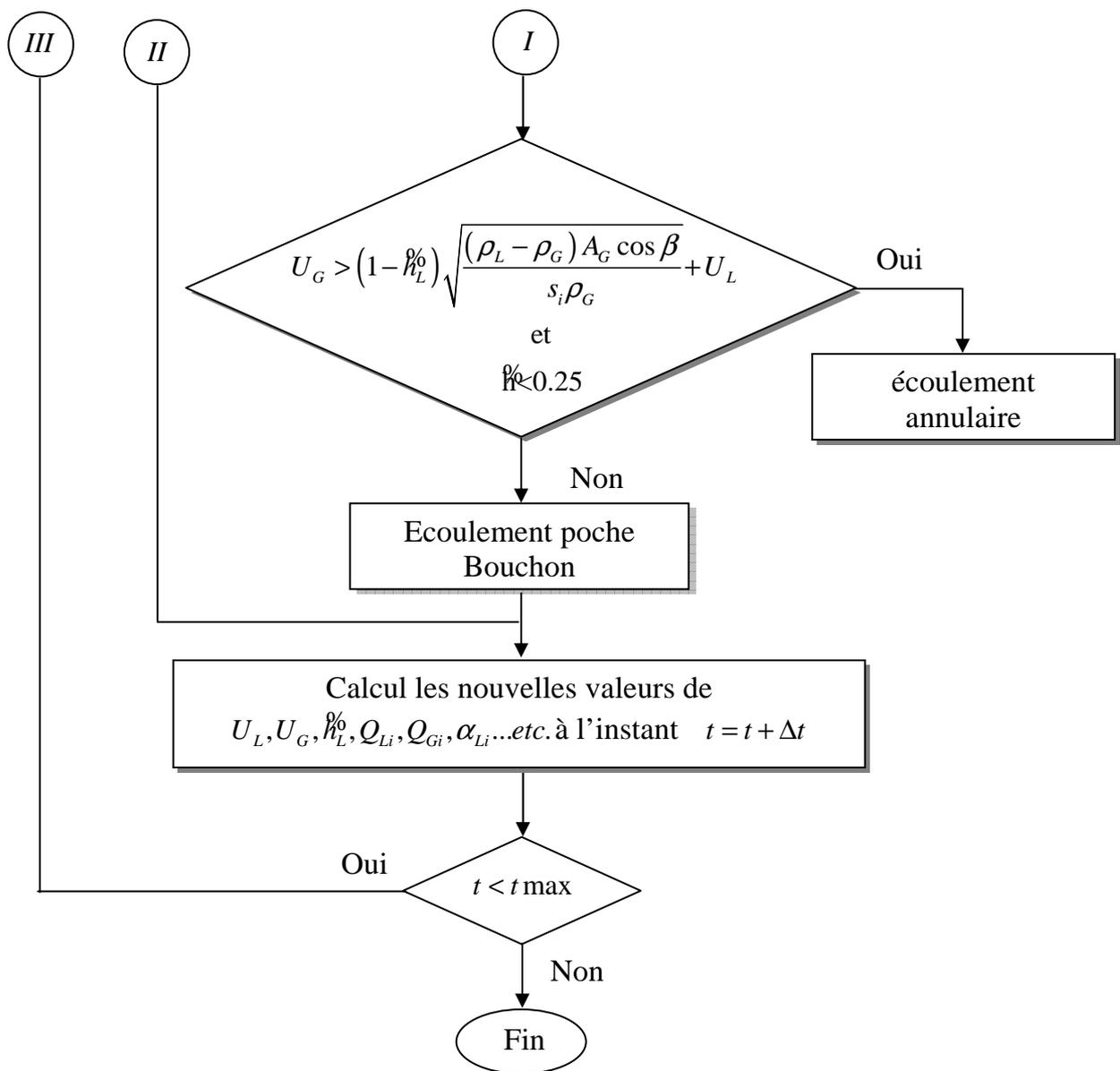
Pour  $i = n-1$

$$-z_{n-1}^k w_{n-2}^k p_{n-2}^{k+1} + (1 + z_n^k w_{n-2}^k + z_{n-1}^k w_{n-1}^k) p_{n-1}^{k+1} = z_{n-1}^k w_{n-1}^k p_n^{k+1} + y_{n-1}^k + z_{n-1}^k R_{n-1}^k - z_{n-1}^k R_{n-1}^k$$

La méthode de résolution de cette matrice tridiagonale est donnée en Annexe. Elle nous permet de déduire la pression en tout point de l'écoulement des autres paramètres, constitués essentiellement par le taux de vide et les vitesses d'écoulement seront calculées par les relations associées à chaque configuration.

## 5. Organigramme de calcul







*Chapitre 4*  
*Résultats et discussion*

## 1. Hypothèses de calcul :

- La variation locale de quantité de mouvement est négligeable.
- La température le long de la conduite est constante.
- La masse volumique du liquide reste constante.
- La masse volumique du gaz suit la loi des gaz parfaits.
- Le diamètre de la conduite est constant dans chaque approche.

## 2. Résultats de la première approche

Dans ce cas on divise la conduite en trois parties équidistantes telles que la première horizontale, la deuxième inclinée par un angle  $\beta = 1^\circ$  et la troisième  $\beta = -1^\circ$ , la longueur de cette conduite est  $L = 50000m$  et son diamètre  $D = 0.5m$  figure (4.2)

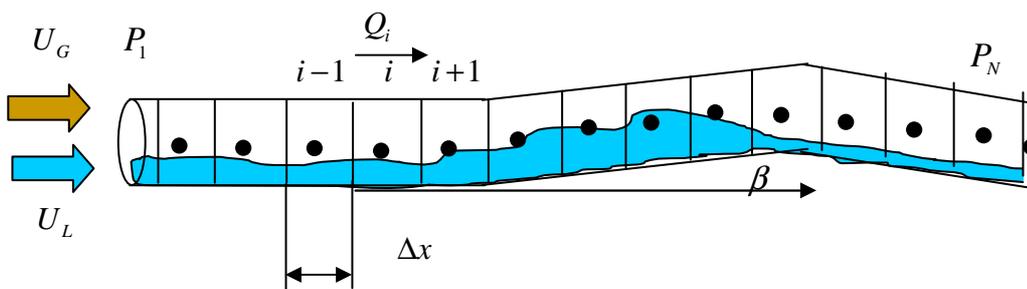


Fig.4.2 Géométrie de la conduite eau+air

### 2.1 Conditions initiales et aux limites

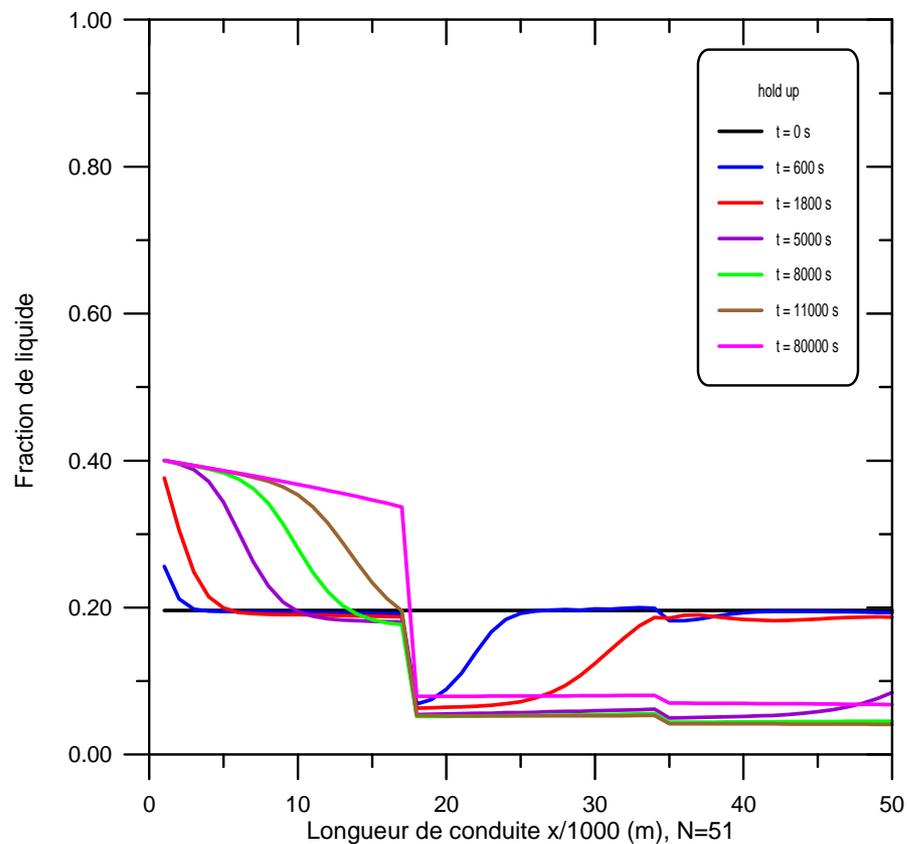
- $\alpha_{1L}(t) = \begin{cases} 0.1961 + 10^{-4}t & \text{si } 0 \leq t \leq 2000 \\ 0.4 & \text{si } t > 2000 \end{cases}$
- $P_1(0) = 2.5 \text{ atm}$
- $P_N(L) = 1 \text{ atm}$

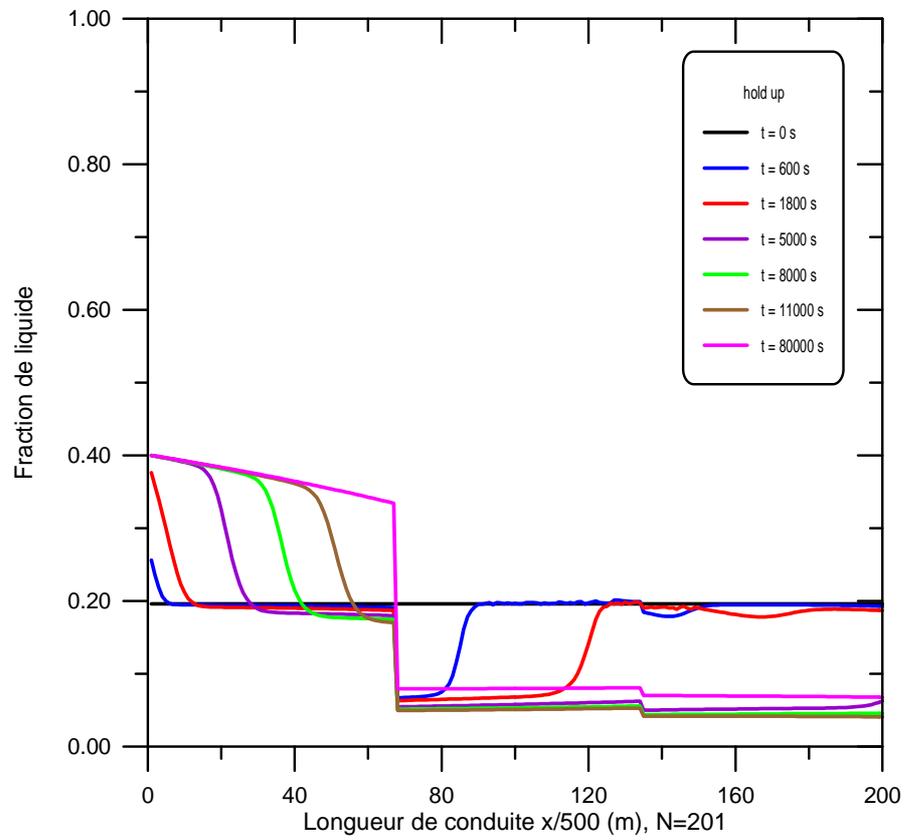
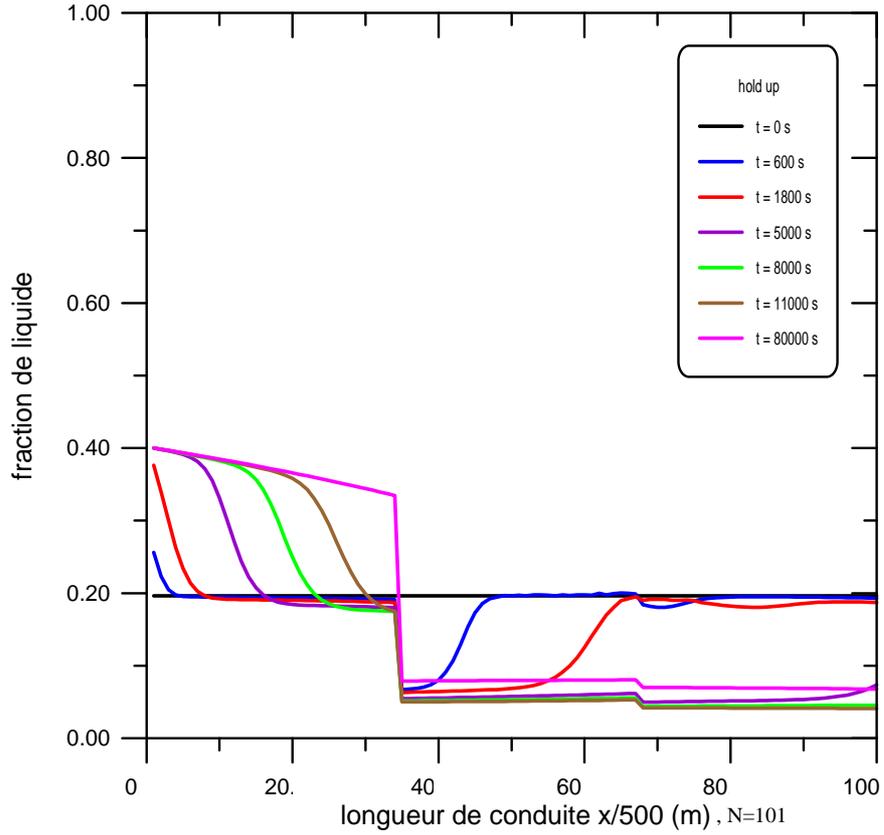
La conduite est discrétisée en  $N$  parties de longueur  $\Delta x$  dans le calcul nous considérons  $N = 51, N = 101, N = 201$ .

Sur les figures suivantes (4.3 à 4.6), nous avons tracé, pour le sus cité, l'évolution de la fraction de vide et de la pression en fonction du temps et de l'abscisse de la canalisation ceci pour des pas d'espace différents.

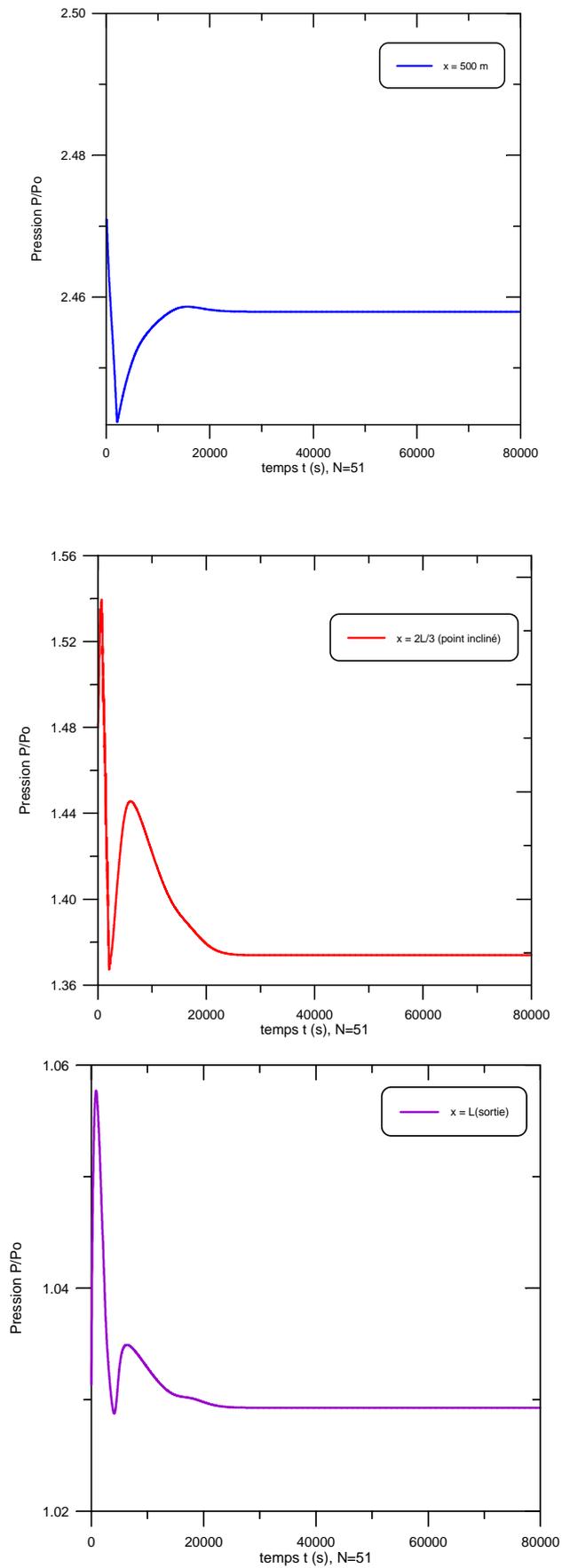
Dans les trois premières figures l'évolution linéaire du taux de vide en fonction du temps constitue la condition limite amont. On remarque alors la propagation du flux de liquide, comme une onde de continuité, jusqu'au point singulier (inclinasion). Elle reprend avec la même forme juste après ce point.

Les autres figures considèrent une perturbation au point amont de la pression qui se stabilise juste après.

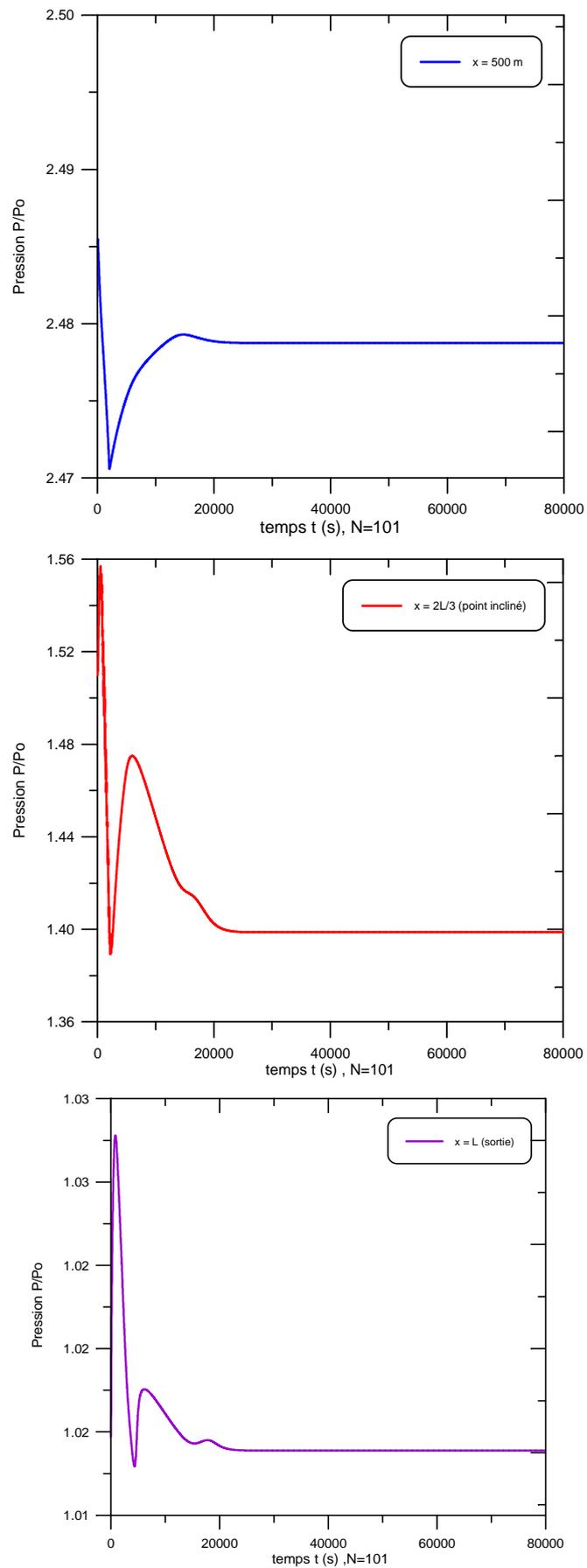




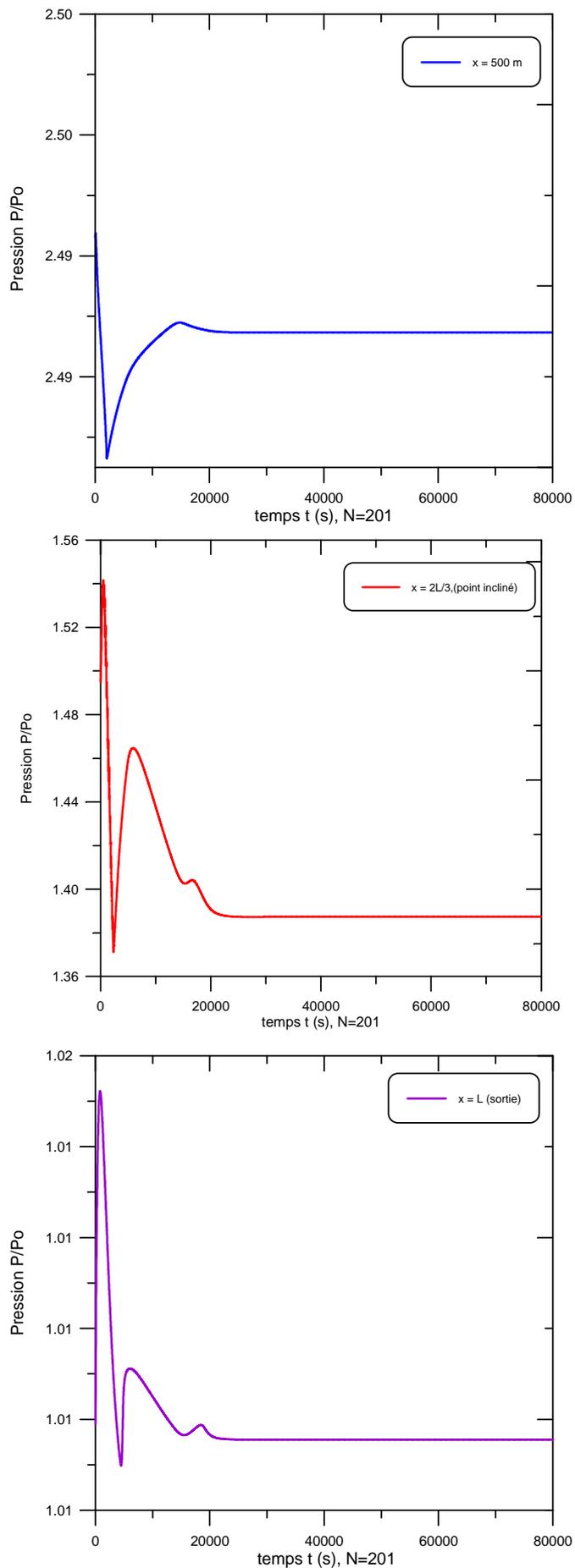
**Fig. 4.3** Evolution de fraction de liquide en fonction de l'espace  $x$  pour différent pas d'espace



**Fig.4.4** Evolution de pression en fonction du temps  $t$  en trois points (entrée,  $2L/3$ , sortie) de conduite pour  $N=51$



**Fig.4.5.** Evolution de pression en fonction du temps  $t$  en trois points (entrée,  $2L/3$ , sortie) de conduite pour  $N=101$



**Fig.4.6.** Evolution de pression en fonction du temps  $t$  en trois points (entrée,  $2L/3$ , sortie) de conduite pour  $N=201$

### 3. Résultats de la deuxième approche

#### 3.1 Cas de la conduite horizontale, Figure(4.1)

$$\beta = 0^\circ$$

##### 3.1.1 Exemple 1 : conduite horizontale avec une pression d'entrée de 2 atm

###### 3.1.1.1 Conditions initiales :

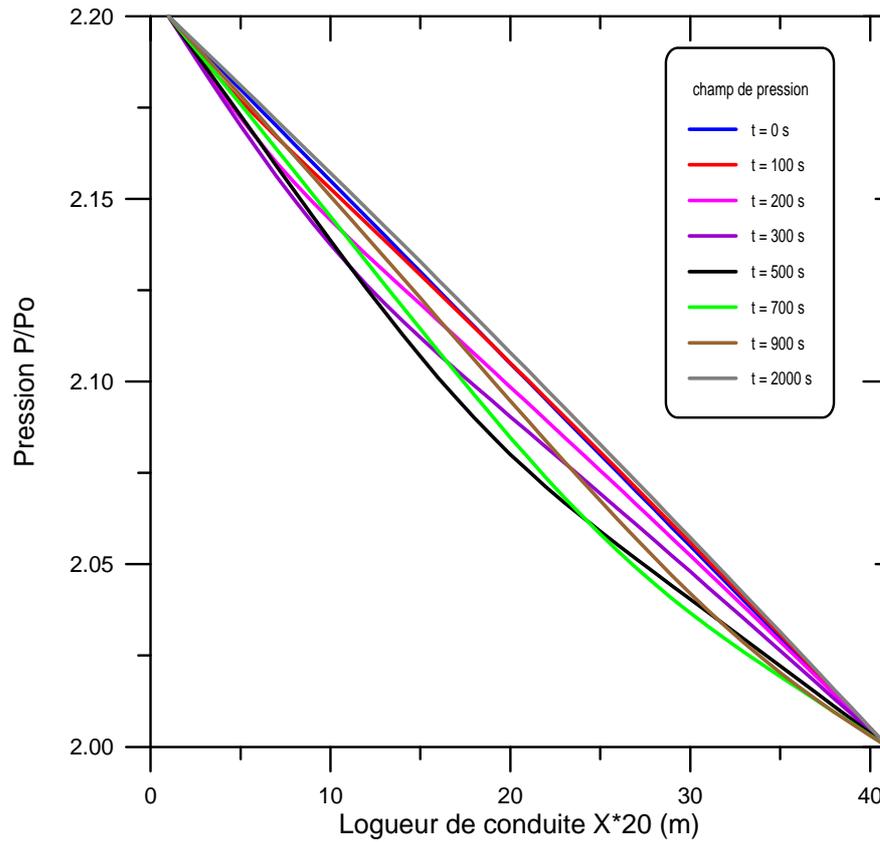
- $\alpha_{1L}(0) = 0.2$
- $P_1(0) = 2.2 \text{ atm}$

###### 3.1.1.2 Conditions aux limites :

- $P_n(L) = 2.0 \text{ atm}$
- $\alpha_{1L}(t) = \begin{cases} 0.2 + 10^{-3}t & \text{si } 0 < t \leq 300 \\ 0.5 & \text{si } t > 300 \end{cases}$

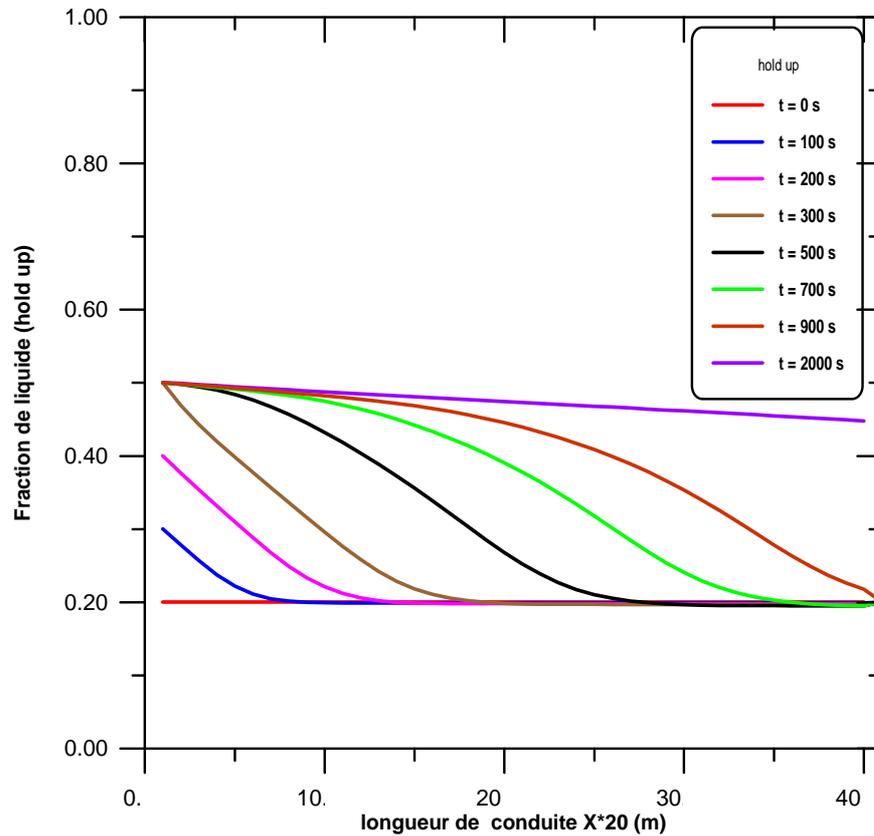
### Exemple 1:

Nous présentons sur la figure (4.7) les profils longitudinaux de pression pour plusieurs temps où l'on remarque l'influence de la compressibilité de gaz sur la forme des profils.



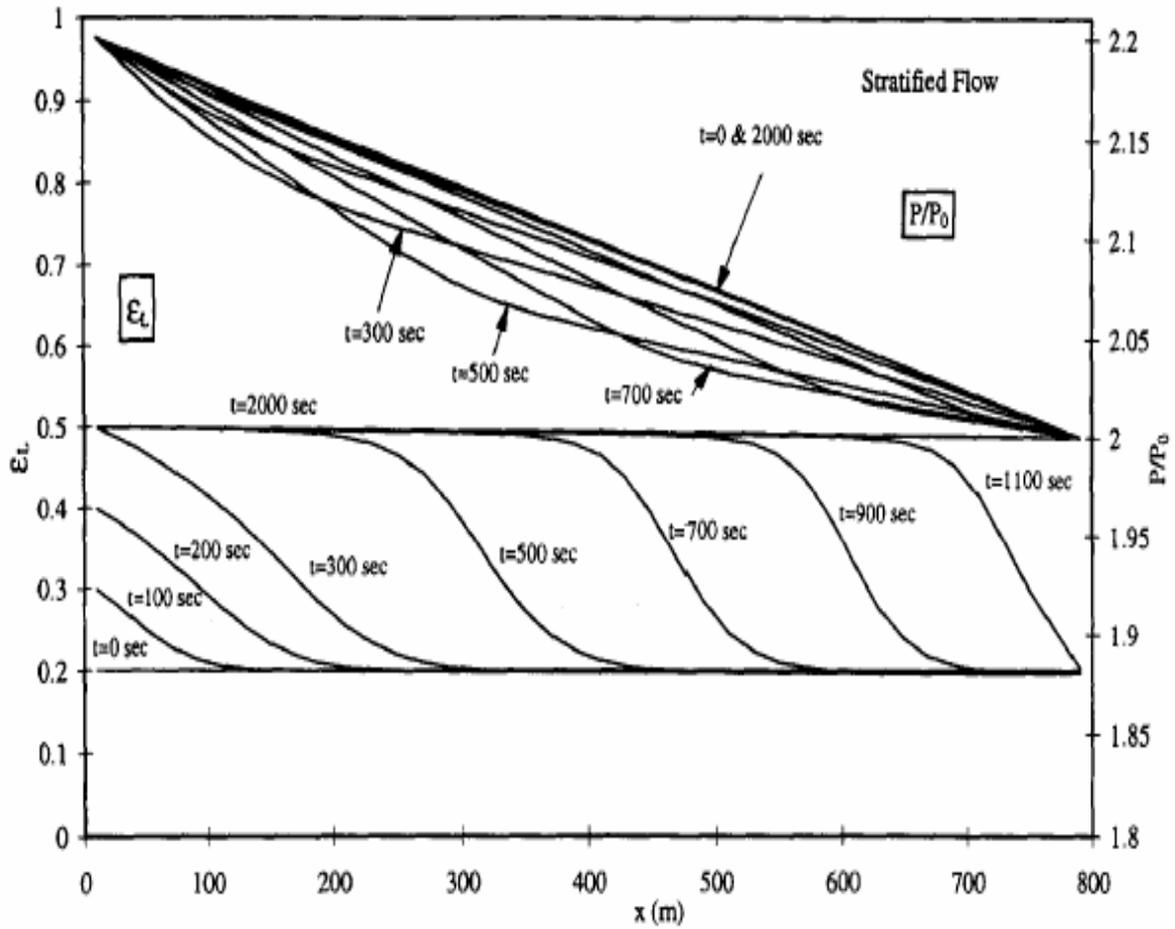
**Fig 4.7 :** Evolution de pression en fonction de l'espace  $x$  pour une conduite horizontale ( $Pe=2.2 atm$ ) et  $x \cdot 20$

La figure (4.8a) montre l'évolution de l'interface gaz-liquide pour le cas stratifié, correspondant à des temps différents. Les conditions aux limites à  $x = 0$ , qui évoluent en fonction du temps, influent directement sur l'interface. On remarque que l'interface gaz-liquide se propage comme une onde de continuité, telle que le décrit par Wallis [35]



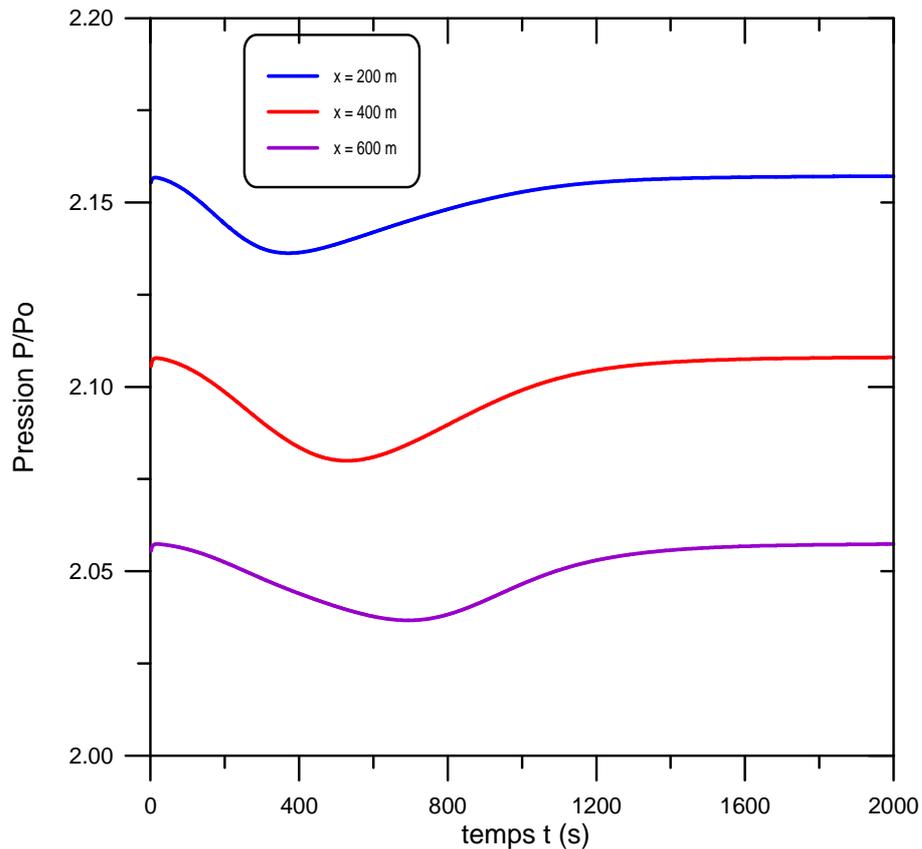
**Fig 4.8a** Evolution la fraction de liquide en fonction de l'espace  $x$  pour une conduite horizontale. ( $Pe=2.2atm$ )

On remarque que les résultats des figures précédentes, figures (4.7, 4.8a) concordent parfaitement avec ceux de Taitel and Barnea [38] figures (4.8b)



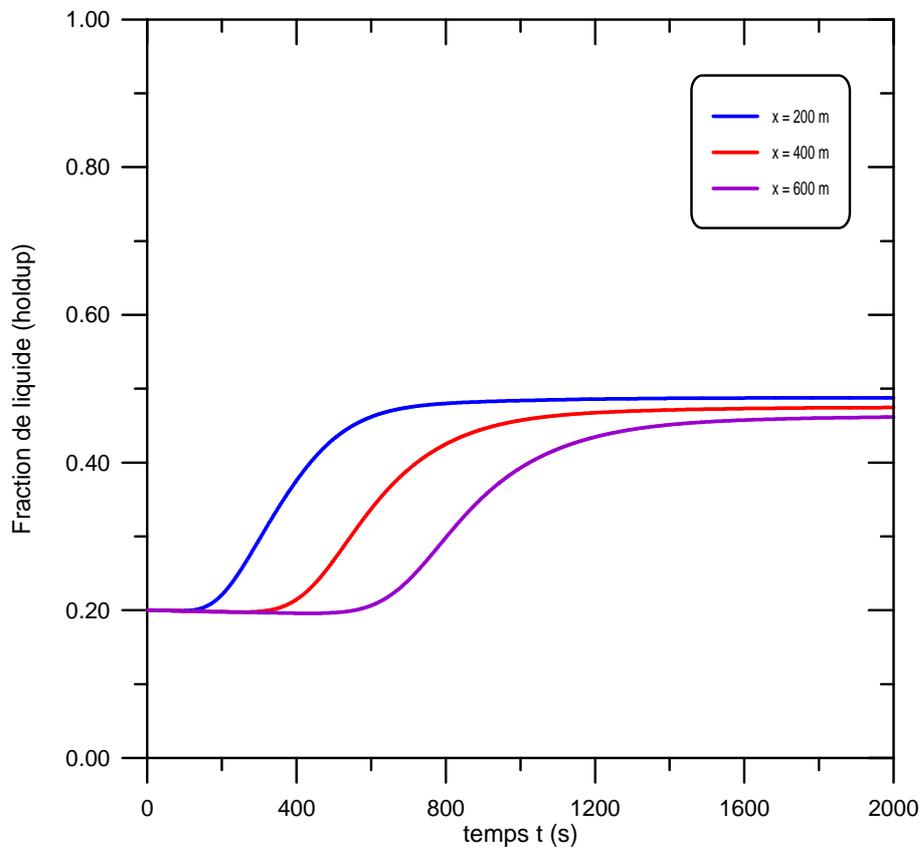
**Fig 4.8b** évolution la fraction de liquide et la pression en fonction de l'espace  $x$  pour un tube horizontal. ( $Pe=2.2atm$ ),[38]

La figure (4.9) représente l'impact des pertes de charge monté par la chute de l'amplitude  $P/P_0$  à des points éloignés de l'origine de la canalisation. On remarque aussi que dans ce cas, l'évolution de la pression  $P(t)$  est similaire en tout point de la conduite. Le gradient hydraulique aux conditions initiales est donné sur l'abscisse  $t=0$  s.



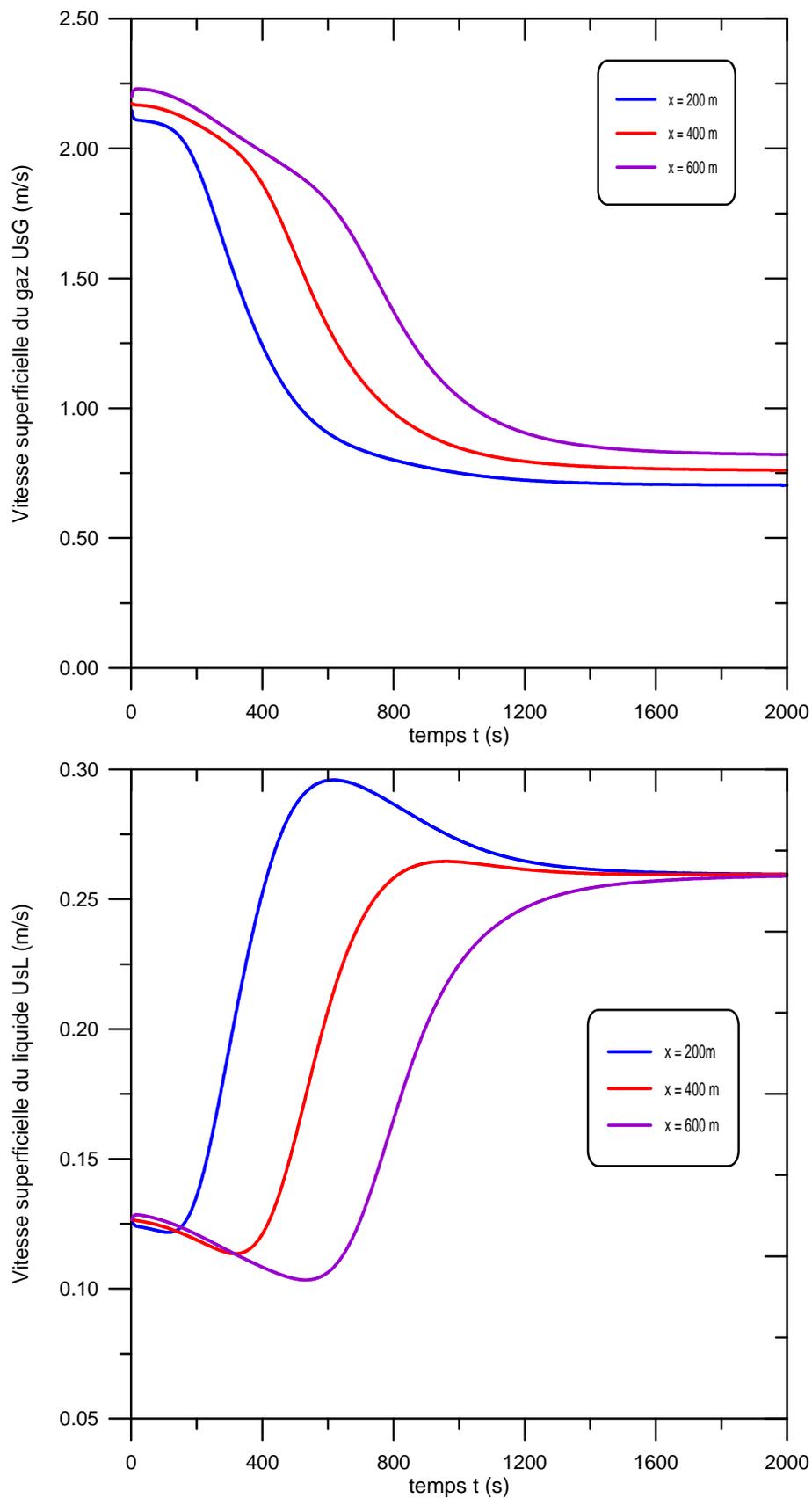
**Fig .4.9** Evolution de pression en fonction du temps  $t$  en trois points d'une conduite horizontale ( $Pe=2.2atm$ )

Sur la figure (4.10) on observe que l'évolution de la fraction de liquide diminue en chaque point de la canalisation, juste à l'arrivée de la perturbation venue de l'extrémité amont de la canalisation.



**Fig 4.10** : Evolution la fraction de liquide en fonction du temps  $t$  pour une conduite horizontale ( $Pe=2.2atm$ )

On remarque sur la figure (4.11) que l'augmentation de la quantité de liquide initiée à l'extrémité amont de la conduite entraîne une diminution de la vitesse superficielle du gaz. Ceci à travers la section transversale de la canalisation. Nous avons le phénomène inverse quant à l'évolution de la vitesse superficielle du liquide.



**Fig 4.11** Evolution des vitesses superficielle du gaz et du liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite horizontale. ( $Pe=2.2atm$ )

## 3.2 Exemple 2: conduite horizontale avec une pression d'entrée de 5 atm

### 3.2.1 Conditions initiales et aux limites

- $\varepsilon_1(0) = 0.2$
- $P_1(0) = 5 \text{ atm}$
- $\varepsilon_1(t) = \begin{cases} 0.2 + 10^{-3}t & \text{si } 0 < t \leq 300 \\ 0.5 & \text{si } t > 300 \end{cases}$
- $P_n(L) = 2.0 \text{ atm}$

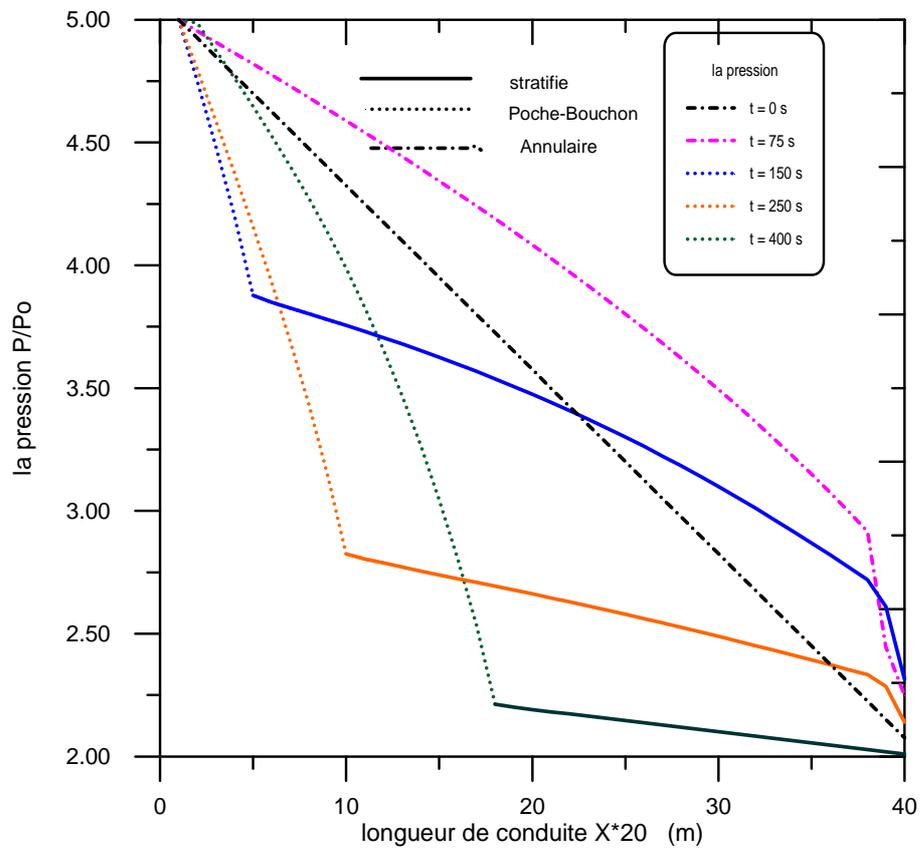
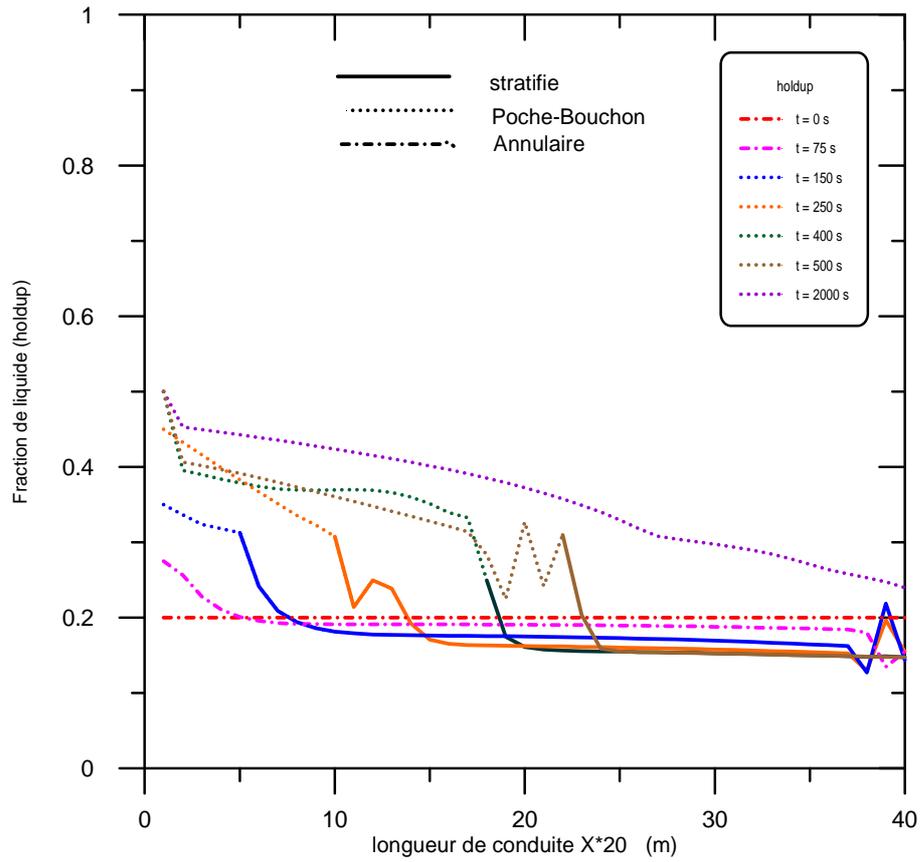
La figure (4.12) est presque la même que celle correspondant au premier cas, sauf que la pression d'entrée dans la conduite est  $P_1 = 5 \text{ atm}$ . Dans ce cas la configuration change au long de la conduite avec le temps, puisque le gradient de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite est grande. Les vitesses de gaz et de liquide sont très grandes, donnant ainsi un critère de Kelvin Helmholtz instable

$(U_G > (1 - \frac{\rho_L}{\rho_G}) \sqrt{\frac{(\rho_L - \rho_G) A_G \cos \beta}{s_i \rho_G}} + U_L)$ . A  $t = 0 \text{ s}$  la configuration est annulaire, une fois

que la hauteur de liquide est élevée, la transition vers la configuration poche-bouchon se produit. Une masse de liquide crée une vague à l'intérieure de la conduite qui se propage jusqu'à la sortie de la conduite.

A  $t = 150 \text{ s}$  on peut observer à l'entrée de la conduite que l'écoulement est du type poche-bouchon. Après le milieu de la conduite, l'écoulement est stratifié. Notons que le gradient de pression en configuration poche-bouchon est plus grand que dans l'écoulement stratifié.

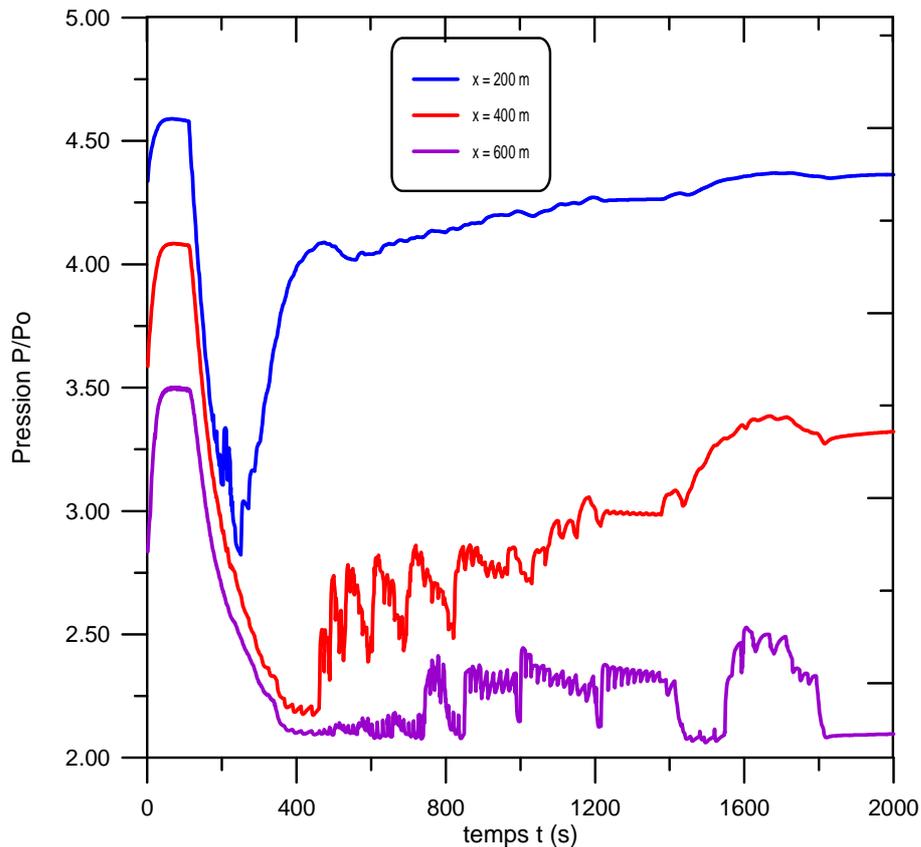
Quand les poches sont créées, les vitesses de liquide et de gaz diminuent et l'écoulement descendant (annulaire) devient stratifié. Finalement, c'est-à-dire à  $t \gg \tau$  la configuration de poche bouchon se prolonge, le long de la conduite et dans ce cas le profil de pression est linéaire comme dans le cas précédent à cause de dilatation du gaz.



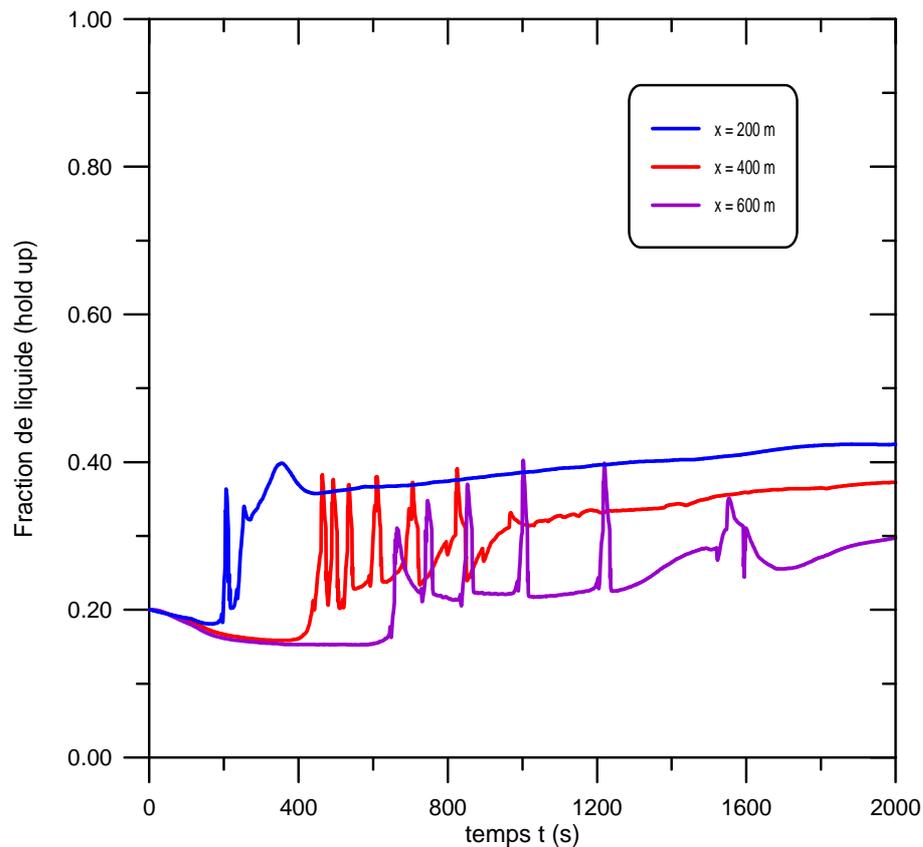
**Fig.4.12** Profil de fraction de liquide et de pression en fonction de la longueur de tube. ( $Pe=5atm$ )

Les figures (4.13, 4.14) représentent l'évolution de pression et la fraction de liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite horizontale. On remarque dans ces figures des pics à cause de l'existence des trois configurations usuelles (stratifiée, poche-bouchon et annulaire) qui sont plus explicites sur la figure (4.12). L'influence de la condition limite ( $P_e = 5 \text{ atm}$ ) produit la transition d'une configuration vers l'autre et l'apparition des fluctuations (instabilité) des deux paramètres (pression et fraction de liquide). On remarque aussi que le profil de pression (figure 4.13) à  $x = 200 \text{ m}$  est au dessus de celui à  $x = 400 \text{ m}$  et  $x = 600 \text{ m}$  à cause des pertes de charge linéaires.

Quant à l'évolution de la fraction du liquide, les montées de cette dernière indiquent la fermeture de la section transversale de la conduite. L'impact de l'amplitude de  $P_e = 5 \text{ atm}$  est évident, elle change complètement les signaux de  $\alpha_L$  et  $P/P_0$ .

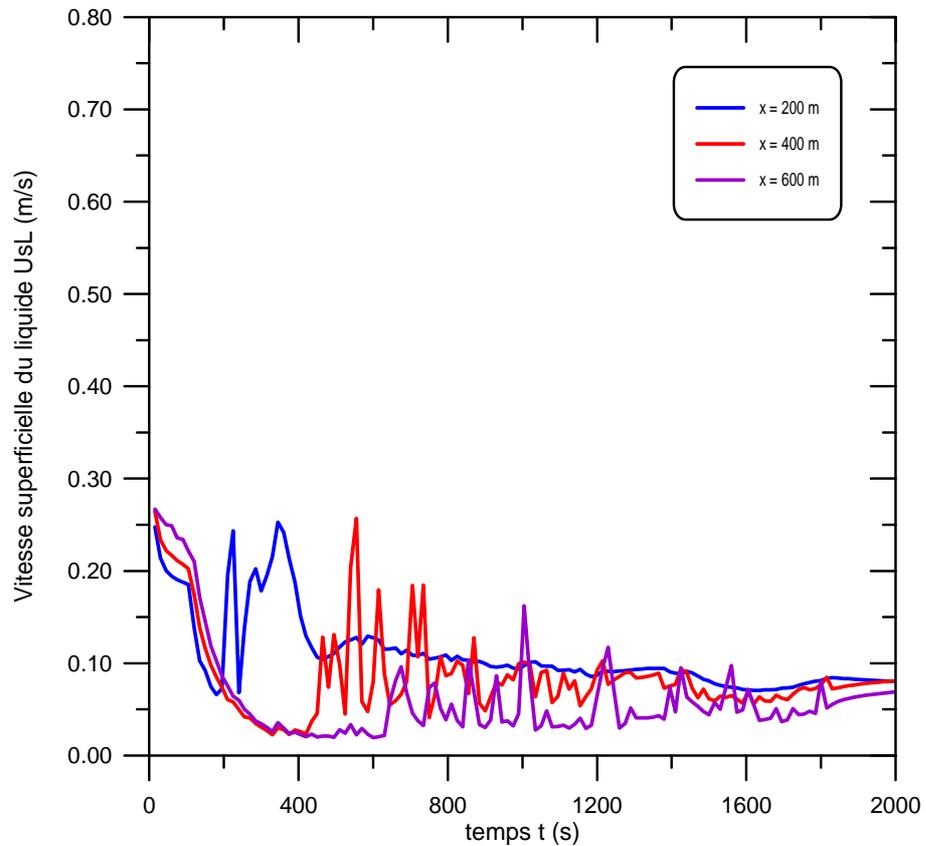
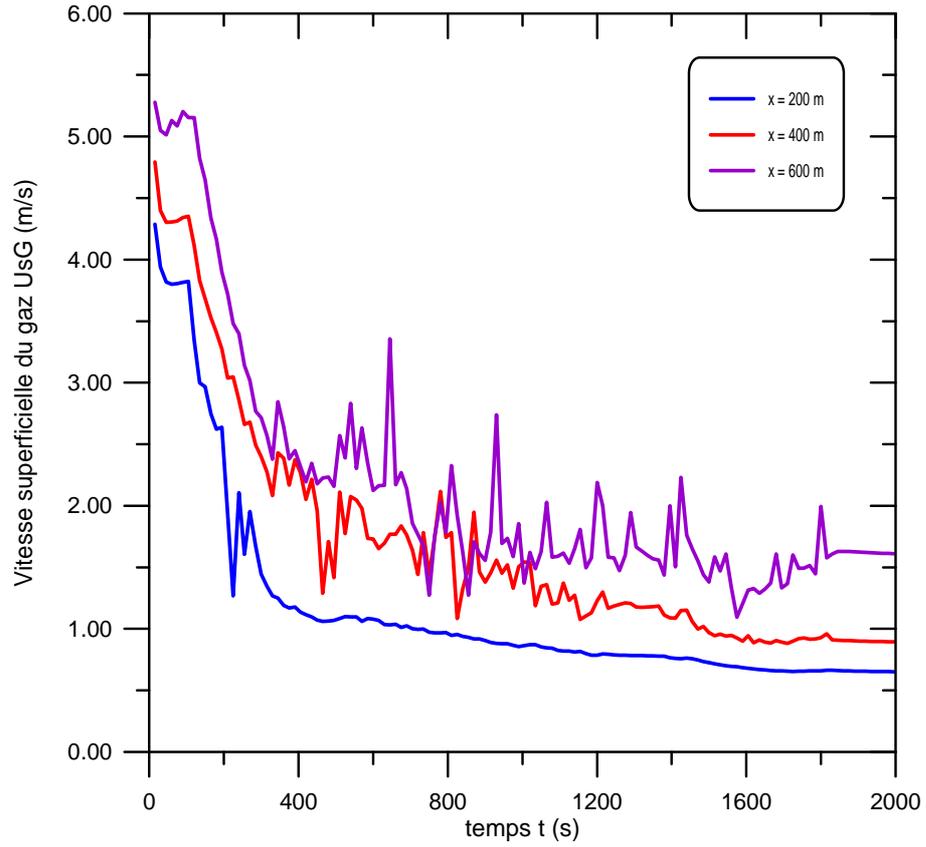


**Fig.4.13** Evolution de la pression en fonction du temps en trois points d'une conduite horizontale. ( $P_e=5 \text{ atm}$ )



**Fig.4.14** Evolution de fraction de liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite horizontale. ( $Pe=5atm$ )

La figure (4.15) représente l'évolution des deux vitesses superficielles de gaz et du liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite horizontale. On remarque sur cette figure des pics qui pourraient indiquer la transition d'une configuration vers une autre, ainsi que l'ouverture et la fermeture des poches de gaz au long de la conduite. Ce phénomène (pics) n'existe pas dans la réalité mais il est du au calcul numérique. On voit aussi que les valeurs des vitesses superficielles de liquide sont inférieures aux valeurs initiales, ce qui indique que le liquide ralentit pendant un laps de temps.

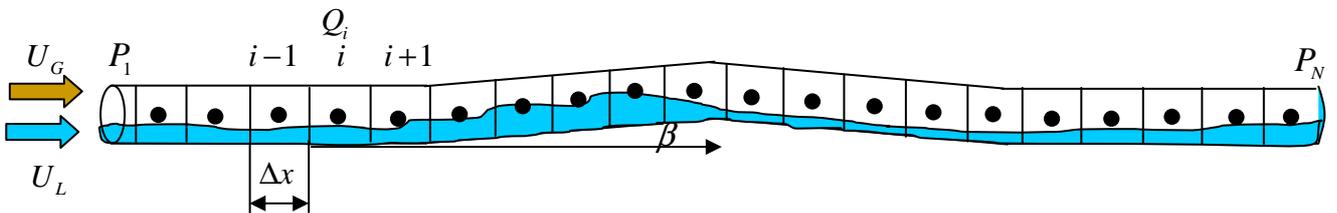


**Fig.4.15** Evolution des vitesses superficielles du gaz et du liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite horizontale. ( $Pe=5atm$ )

## 4. Conduite inclinée en un point

### 4.1. Conditions initiales et aux limites

- $\alpha_{1L}(0) = 0.2$
- $P_1(0) = 2.6 \text{ atm}$
- $\alpha_{1L}(t) = 0.2$
- $P_n(L) = 2.0 \text{ atm}$



**Fig.4.16** Schéma de la canalisation

La conduite est discrétisée en  $N$  parties de longueur  $\Delta x$  ; dans les calculs nous avons considéré  $L = 800m$  ,  $N = 41$  et le pas du temps  $\Delta t = 1s$

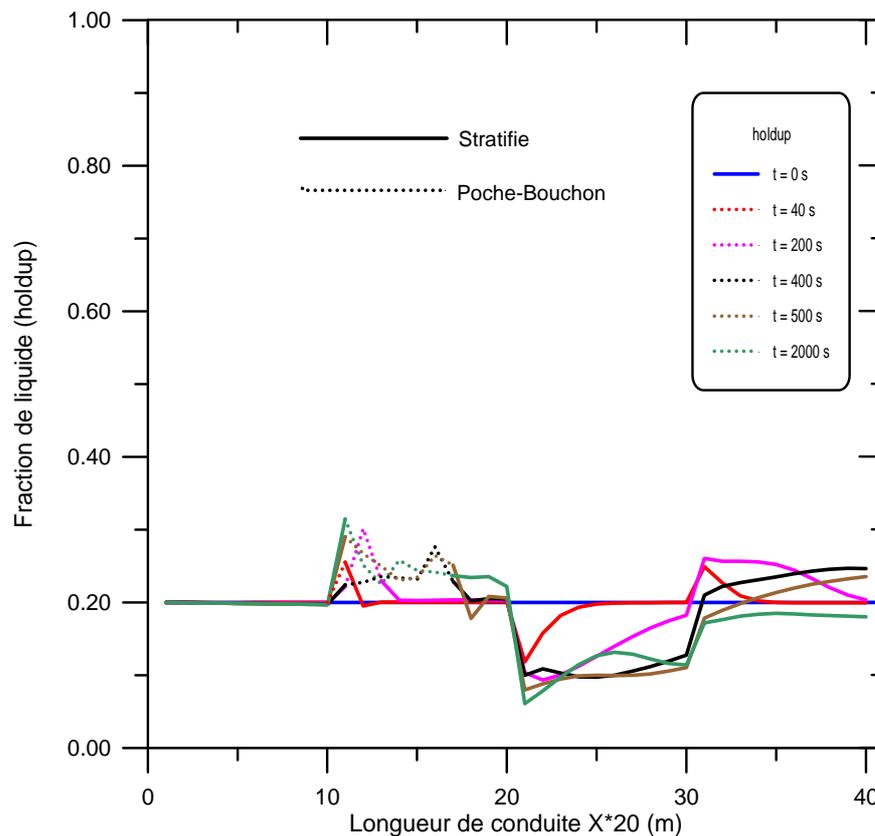
Dans ce cas on divise la conduite en 4 parties équidistantes, d'angles  $\beta_1 = 0^\circ, \beta_2 = 2^\circ, \beta_3 = -2^\circ, \beta_4 = 0^\circ$  (Figure 4.16), la longueur de la conduite de  $800m$  se divise en 4 parties équidistantes ( $200m$ ), la première partie est horizontale, la seconde est inclinée positive de  $2^\circ$ , la troisième est inclinée vers le bas d'un angle de  $-2^\circ$  et la dernière est horizontale.

La conduite est remplie de manière uniforme avec la hauteur de liquide  $h_L = 0.25$ . Le profil de pression à  $t = 0s$  est supposé linéaire, la pression à la sortie de la conduite est de  $2 \text{ atm}$  et à l'entrée de  $2.6 \text{ atm}$ .

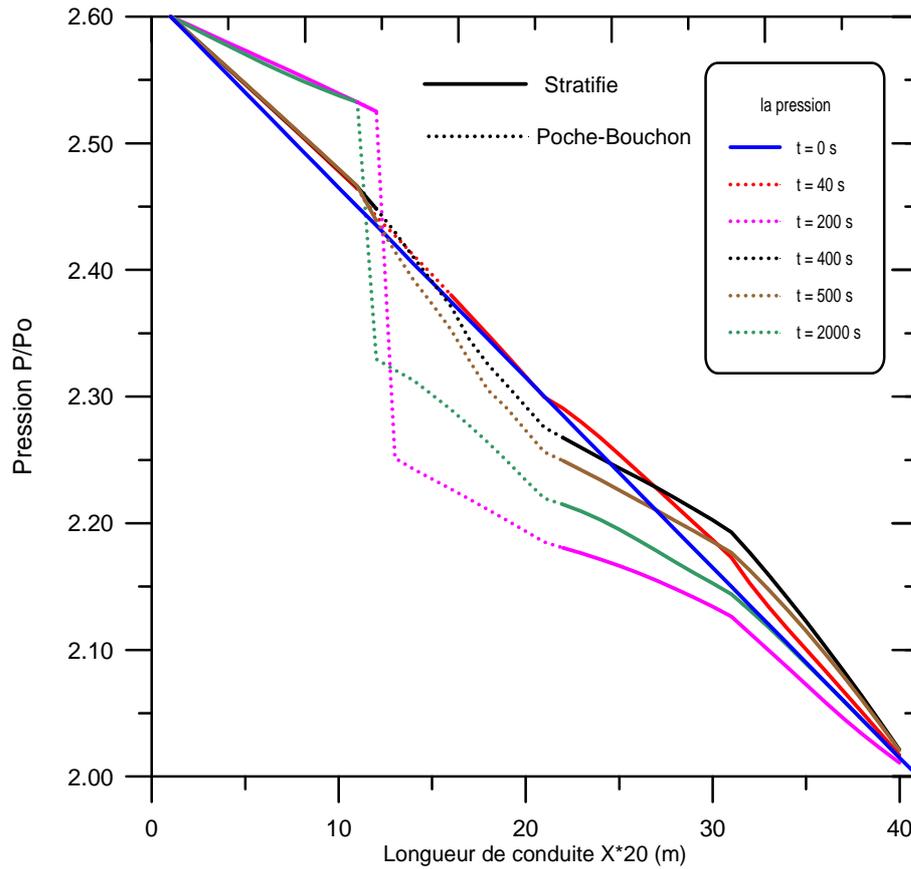
Sur la figure (4.17) les conditions initiales sont stationnaires et la simulation indique le comportement transitoire de ces conditions. La première configuration est l'écoulement stratifié. Au départ la hauteur de liquide se réduit à la sommet ( $x = 400m$ ) et le liquide s'accumule dans le coude au conduit ( $x = 200m$ ) et ( $x = 600m$ ).

Notons que le liquide s'écoule vers l'arrière dans la section positive. A  $t = 40s$ , l'accumulation de liquide dans le coude ( $x = 200m$ ) donne une transition vers la configuration poche-bouchon et une décroissance de gradient de pression. A ( $t = 200s$ ) la configuration d'écoulement dans la section de coude est souvent poche-bouchon, la hauteur de liquide au voisinage du sommet aboutit à une vidange du liquide dans le pipe ; une transition vers le poche bouchon est effectuée. On peut aussi observer à ce moment que la conduite inclinée vers le bas est presque vidée de liquide qui s'accumule dans la dernière partie du tronçon horizontal.

Sur la figure (4.18) l'évolution de pression indique que le gradient de pression est très petit dans la section descendante et grand dans les sections horizontale et ascendante. Notons que le niveau de liquide à l'entrée de la section horizontale est plus grand qu'à la sortie. Ce phénomène est du à la diminution de pression et à l'augmentation de la vitesse du gaz.

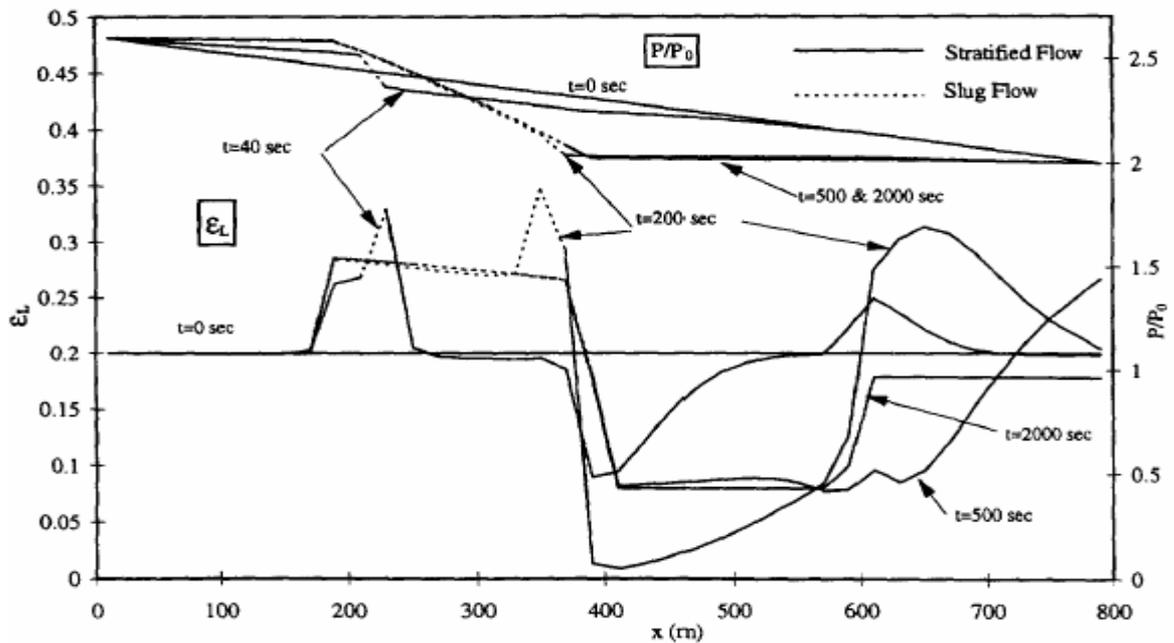


**Fig.4.17** Profil de fraction de liquide en fonction de  $x$  pour une conduite inclinée en un point ( $Pe=2.6atm$ )



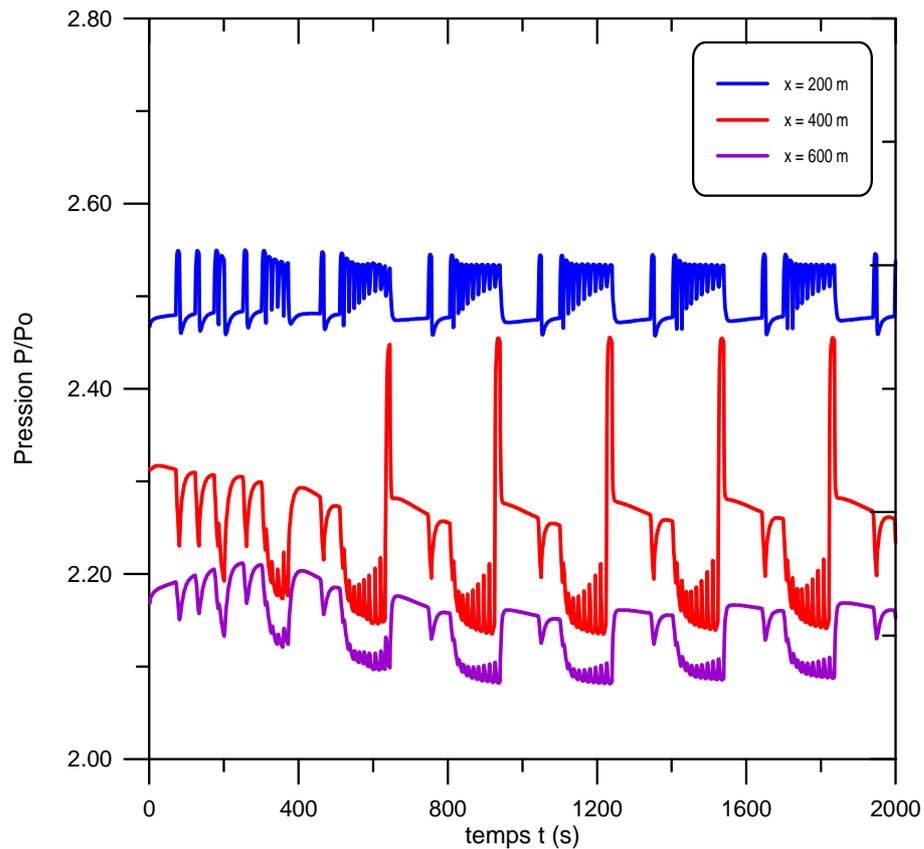
**Fig.4.18** Profil pression en fonction de  $x$  pour une conduite inclinée en un point ( $Pe=2.6atm$ )

On peut observer que les graphes des figures (4.17,4.18) montrent une bonne correspondance avec ceux de Taitel et Barnea [38] figure (4.18a).

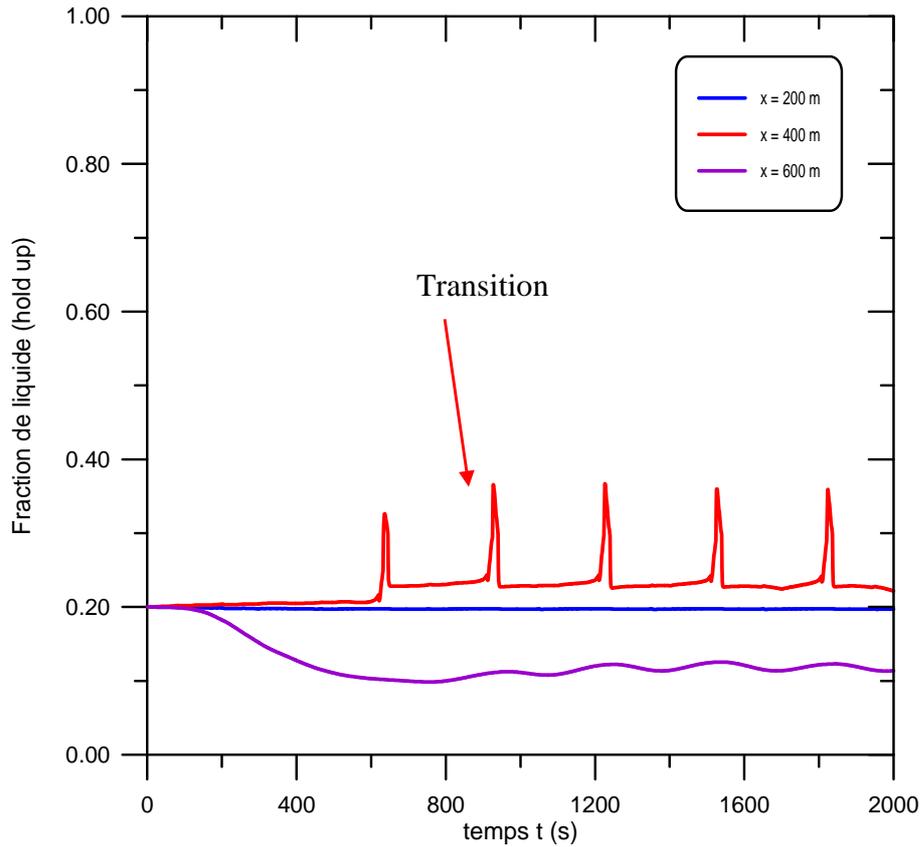


**Fig.4.18a** Profil pression en fonction de  $x$  pour une conduite inclinée en un point ( $Pe=2.6atm$ )

Les figures (4.19, 4.20) représentent l'évolution la pression et de la fraction de liquide en fonction du temps. Initialement la conduite est remplie, partiellement avec la fraction de liquide  $\alpha_L = 0.2$ . On remarque la transition de la configuration stratifiée vers la configuration à poche-bouchon; elle commence à partir de  $t = 40s$  et bien sûr dans l'espace entre  $x = 200 m, 400 m$  ; mais dans les sections descendantes on remarque un phénomène de vidange de la conduite.

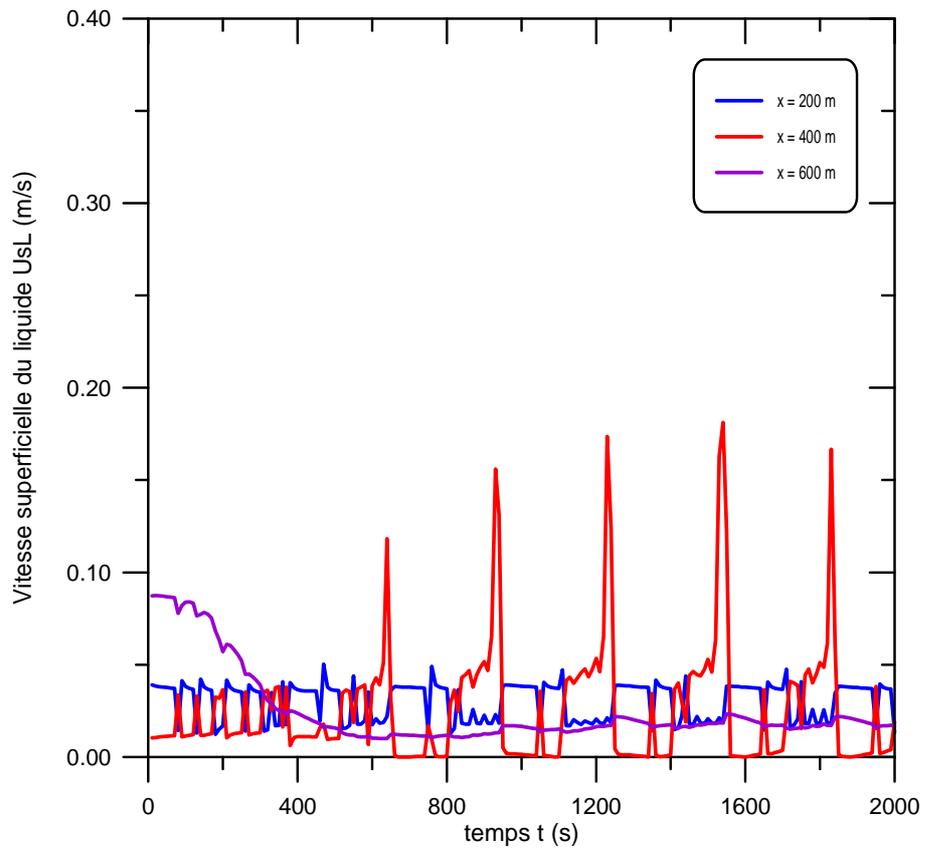
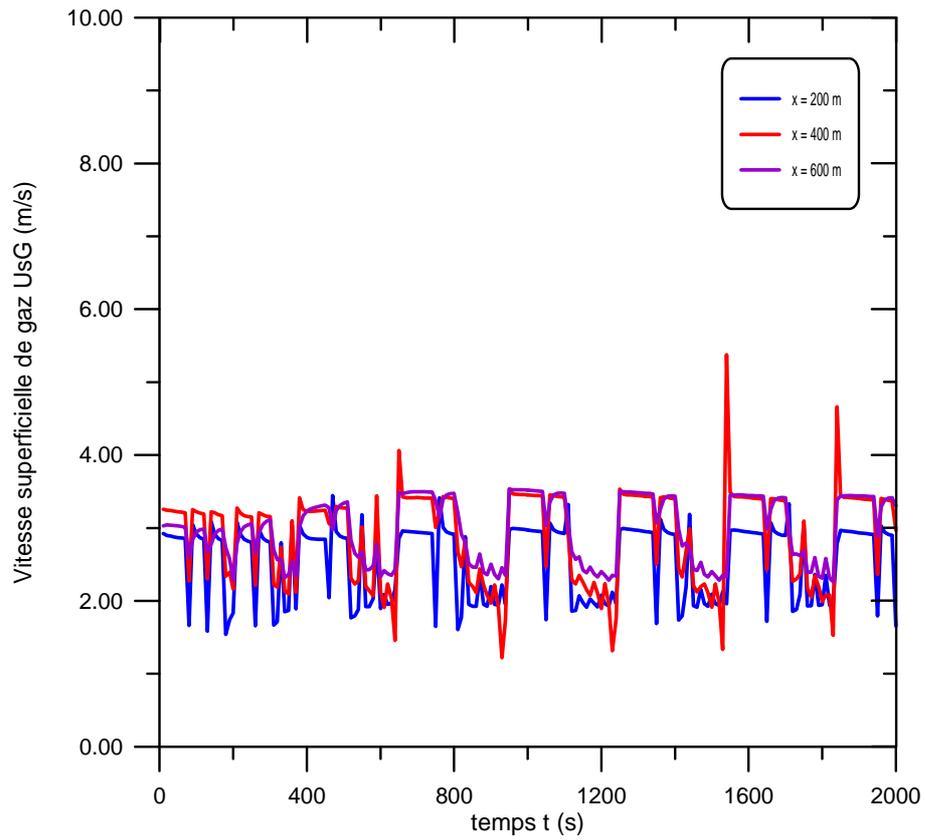


**Fig 4.19** Evolution de la pression en fonction du temps en trois points d'une conduite inclinée en un point. ( $Pe=2.6atm$ )



**Fig.4.20** Evolution de la fraction de liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite inclinée en un point. ( $Pe=2.6atm$ )

La figure (4.21) représente l'évolution des deux vitesses superficielles du gaz et du liquide en fonction de temps en trois points d'une conduite inclinée en un point. On remarque qu'il n'existe pas une grande variation des deux vitesses dans la partie horizontale de la conduite ( $x = 200, 600 m$ ) ce qui indique que la transition n'existe pas et la configuration reste stratifiée. Par contre dans la partie inclinée on observe des pics de grande amplitude ce qui indique la transition de la configuration stratifiée vers le poche-bouchon. On conclue que l'inclinaison à une influence sur la naissance des différentes configurations tout arc de la conduite.



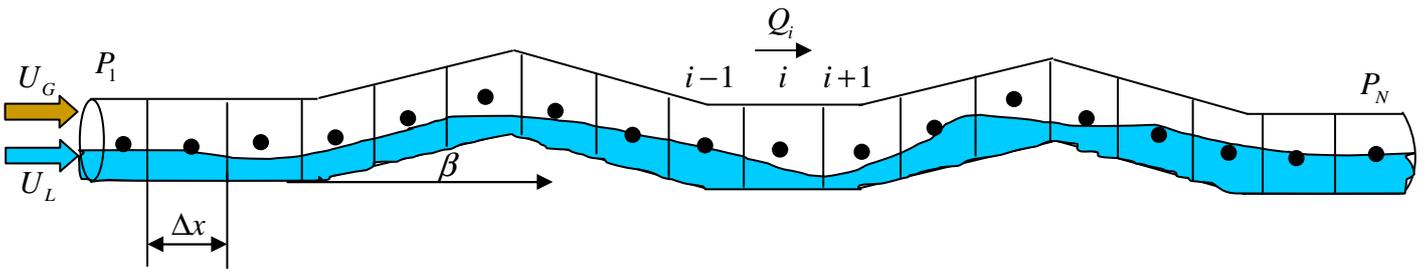
**Fig 4.21** Evolution des vitesses superficielles du gaz et du liquide en fonction du temps en trois points d'une conduite inclinée en un point. ( $Pe=2.6 atm$ )

## 5. Cas d'une conduite inclinée en quelques points

On considère une conduite circulaire de longueur  $L=800m$  et de diamètre  $D=0.05m$  inclinée en deux points, dans laquelle s'écoule un mélange gaz - liquide avec les vitesses  $U_G$  et  $U_L$  figure (4.22)

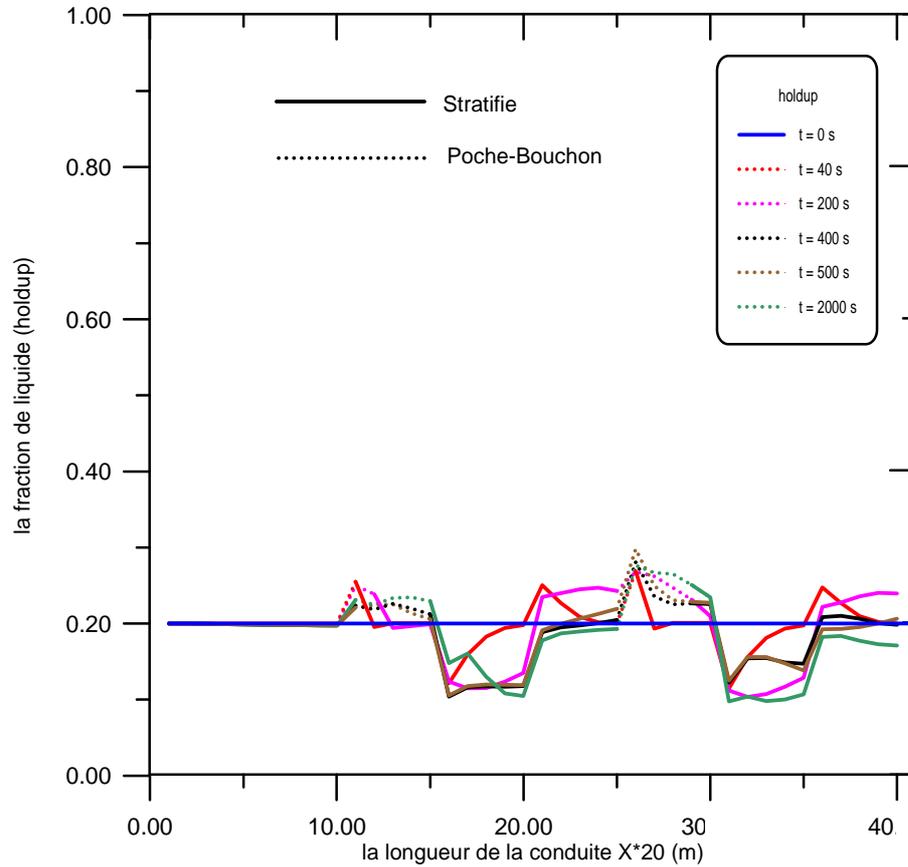
### 5.1. Conditions initiales et aux limites

- $\alpha_{1L}(0) = 0.2$
- $P_1(0) = 2.6 \text{ atm}$
- $\alpha_{1L}(t) = 0.2$
- $P_n(L) = 2.0 \text{ atm}$

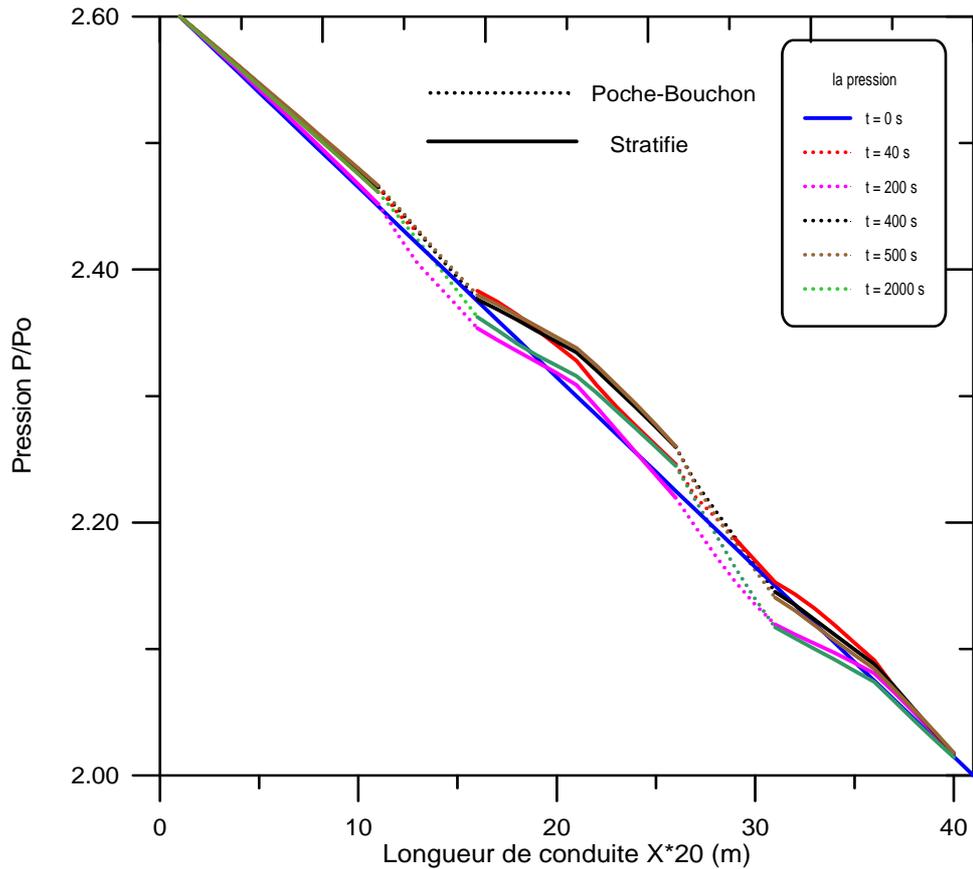


**Fig.4.22** Schéma de canalisation inclinée en deux points

Pour ce deuxième cas des figures (4.23, 4.24) les deux singularités montrent une influence plus importante sur les profils de fraction de liquide (holdup) et de la pression. Pour une variation longitudinale, les paramètres changent et affichent des valeurs différentes en tout point et en fonction du temps.



**Fig.4.23** Profil de fraction de liquide en fonction de  $x$  pour une conduite inclinée en deux points ( $Pe=2.6atm$ )

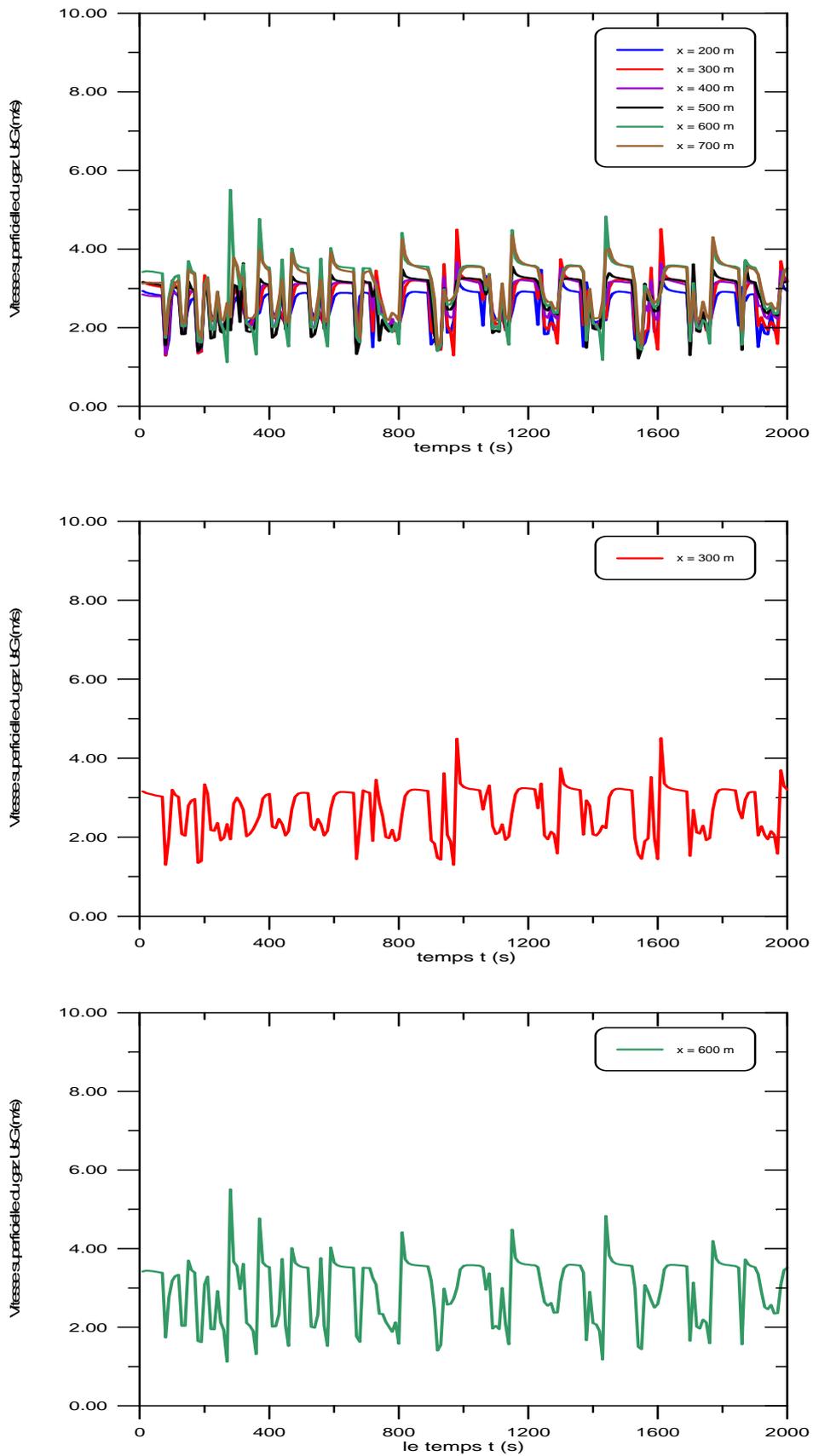


**Fig 4.24** Profil pression en fonction de  $x$  pour une conduite inclinée en deux points ( $Pe=2.6atm$ )

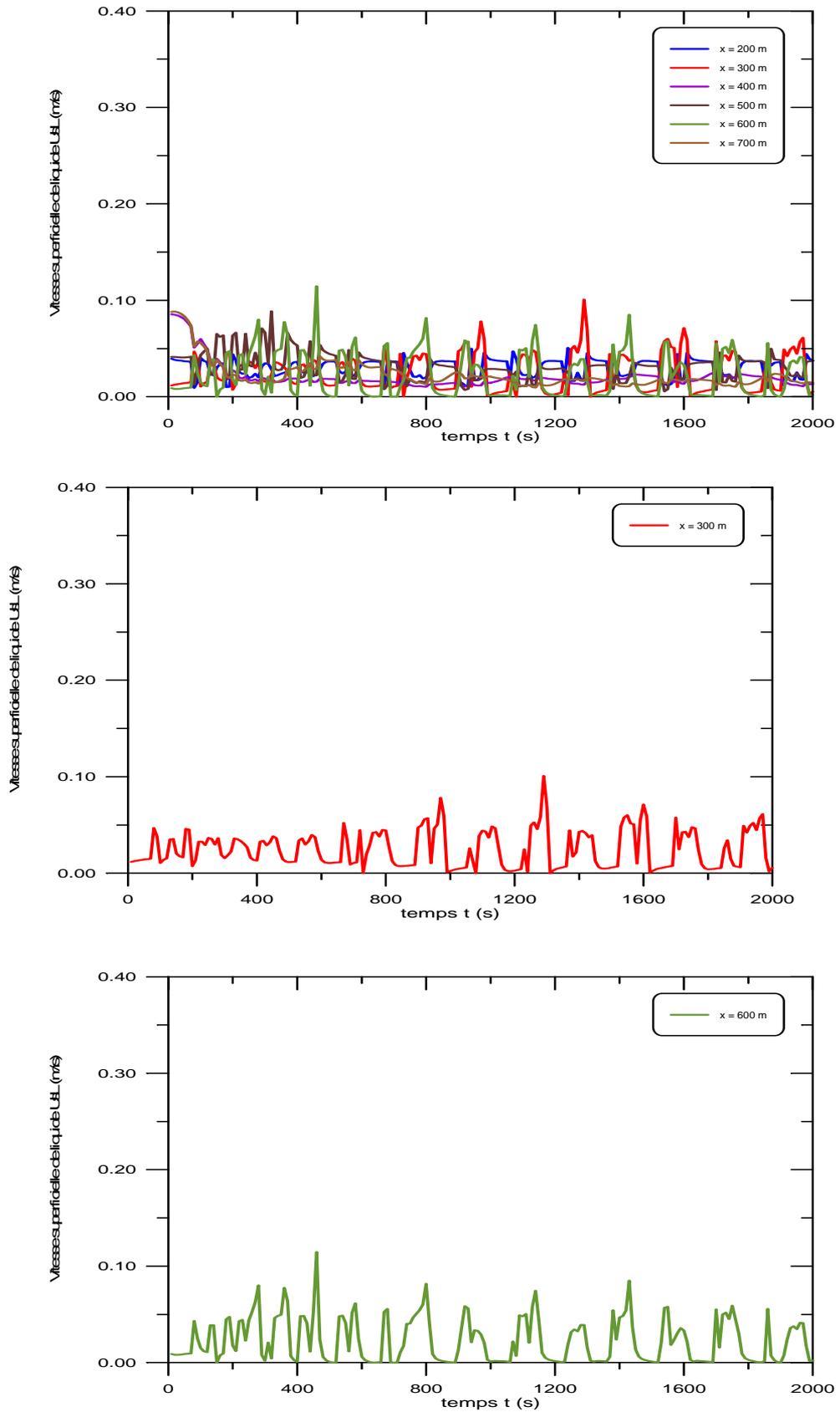
N

Nous remarquons sur les figures (4.25, 4.26) la fermeture et l'ouverture de la poche du gaz induites par l'inclinaison. La fermeture est illustrée par les pics des vitesses. Ceci ne semble pas réaliste, mais cela correspond du point de vue physique au passage à une autre configuration, c'est-à-dire un bouchon de liquide.

Ainsi à chaque point de la canalisation, le début de la montée de vitesse correspond à l'arrivée de l'onde de continuité qui est la perturbation induite par la singularité (inclinaisons).

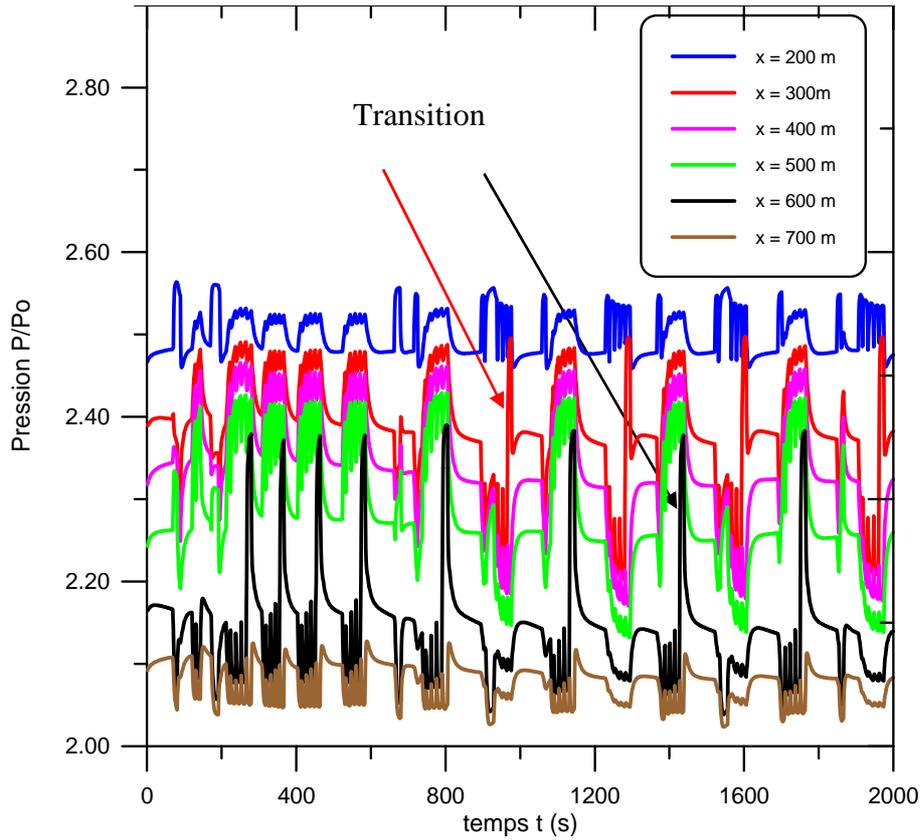


**Fig.4.25** Evolution des vitesses superficielles du gaz en fonction du temps en six points d'une conduite inclinée en deux points. ( $Pe=2.6atm$ )

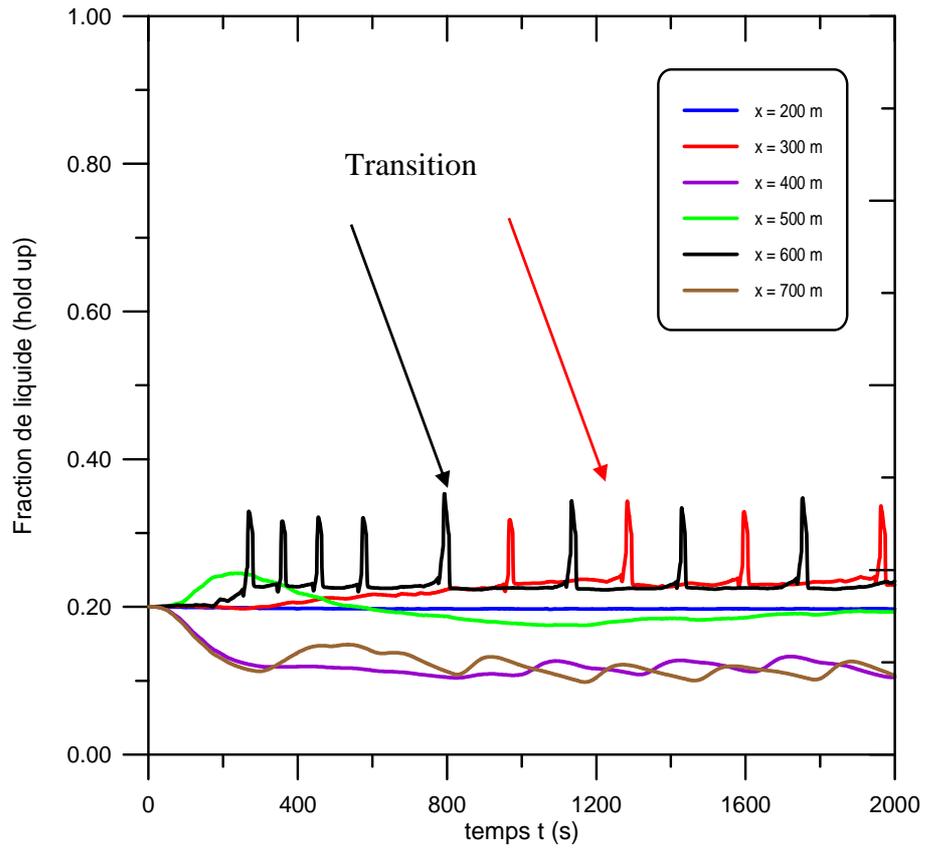


**Fig.4.26** Evolution des vitesses superficielles de liquide en fonction du temps en six points d'une conduite inclinée en deux points. ( $Pe=2.6atm$ )

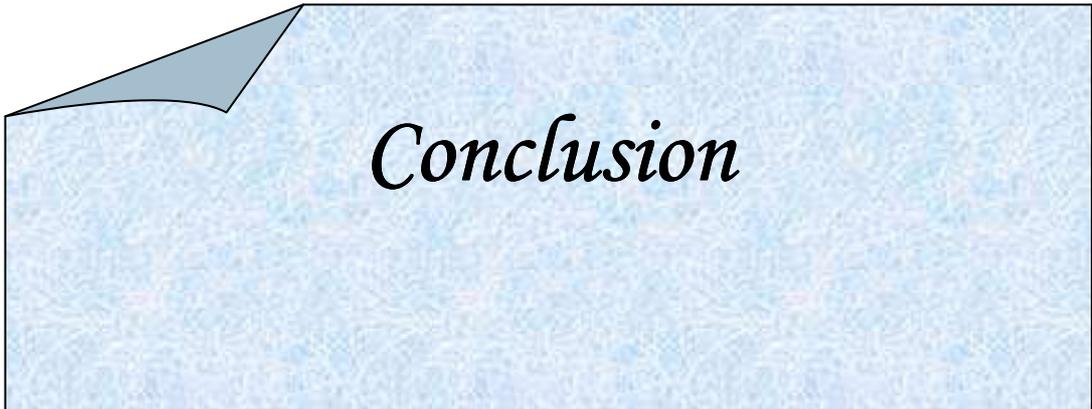
Les figures (4.27, 4.28) représentent l'évolution la pression et de la fraction de liquide en fonction du temps. Initialement la conduite est remplie partiellement avec la fraction de liquide  $\alpha_L = 0.2$ . On remarque la transition de la configuration stratifiée vers la configuration à poche-bouchon. Elle commence à partir de  $t = 40s$ , dans l'espace situe entre  $x = 200m$  et  $x = 400m$  et entre  $x = 500m$  et  $x = 600m$ ; mais dans les sections descendantes, on remarque un phénomène de vidange de la conduite.



**Fig 4.27** Evolution de la pression en fonction du temps en six points d'une conduite inclinée en deux points. ( $Pe=2.6atm$ )



**Fig 4.28** Evolution la fraction de liquide en fonction du temps en six points d'une conduite inclinée en deux points. ( $Pe=2.6atm$ )



## ***Conclusion***

Nous avons considéré dans cette étude le caractère transitoire d'un écoulement diphasique gaz-liquide pour plusieurs configurations de canalisations. Pour cela nous avons proposé deux modélisations théoriques adaptées à ce type de transport de fluides. Si la première reproduit uniquement l'aspect cinématique de l'écoulement pour les deux fluides considérés incompressibles, elle nous donne des variations convenables des taux de vide et de la pression pour des vitesses différentes du gaz et du liquide.

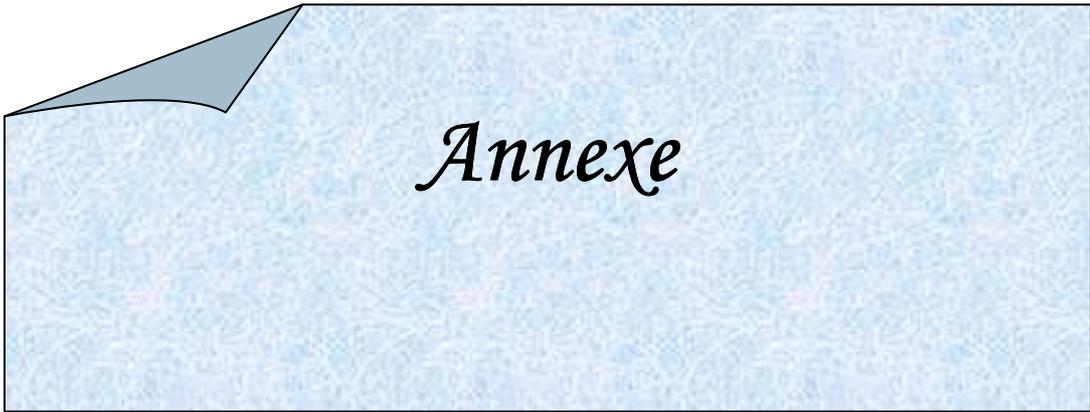
Afin de se rapprocher le mieux de la réalité, ce modèle est réécrit en exprimant les équations de conservation sous une nouvelle forme. Cette dernière tient compte de façon directe du caractère transitoire des deux fluides et de la compressibilité du gaz qui explique le caractère non linéaire des relations de calcul.

En outre, sur le plan numérique, la formulation précitée nous a conduit à l'application d'un schéma aux différences, de type implicite, à la résolution du système d'équations obtenu. Le schéma est connu pour sa stabilité et permet l'obtention de résultats très explicites du phénomène. De plus les configurations étudiées présentent aussi des résultats comparables à ceux existant dans la littérature. Les modèles utilisés dans ce travail montrent une grande simplicité de résolution sur le plan numérique et permettent une adaptation à des exemples industriels plus complexes.

L'évolution des paramètres d'écoulement tels que le taux de vide et les vitesses d'écoulements permet, dans le cas d'une exploitation de réseau de conduite en diphasique, de réguler les débits de chacun des effluents durant l'exploitation, car chaque configuration d'écoulement présente une quantité de perte de charge différentes de chaque pompe, d'où une nécessaire régulation. La stabilité de l'écoulement, c'est-à-dire de la configuration choisie, est indispensable aux exploitants qui utilisent les stations de pompage dans l'écoulement en diphasique.

Dans le cas des systèmes de production, la stabilité des configurations étant difficile à réaliser, il est prévu des installations appropriées (slug catcher) en surface.

L'extension de ce travail pourrait concerner les singularités dans les réseaux de canalisations. Le modèle théorique précité nécessite alors d'être adapté aux différents points de la canalisation.



## Les paramètres géométriques adimensionnels :

### 1. Configuration stratifiée :

$$h^* = \frac{h}{D}$$

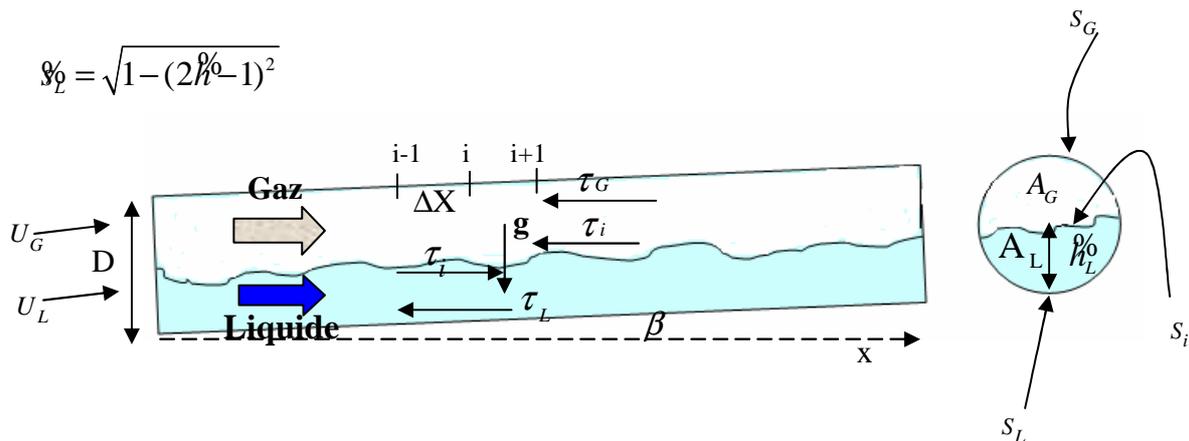
$$A_L^* = 0.25 \left[ \pi - \cos^{-1}(2h^* - 1) + (2h^* - 1) \sqrt{1 - (2h^* - 1)^2} \right]$$

$$A_G^* = 0.25 \left[ \cos^{-1}(2h^* - 1) - (2h^* - 1) \sqrt{1 - (2h^* - 1)^2} \right]$$

$$\varphi_0 = \pi - \cos^{-1}(2h^* - 1)$$

$$\varphi_g = \cos^{-1}(2h^* - 1)$$

$$\varphi_l = \sqrt{1 - (2h^* - 1)^2}$$



**Fig.1** Géométrie de la canalisation en configuration stratifiée

### 2. Configuration annulaire:

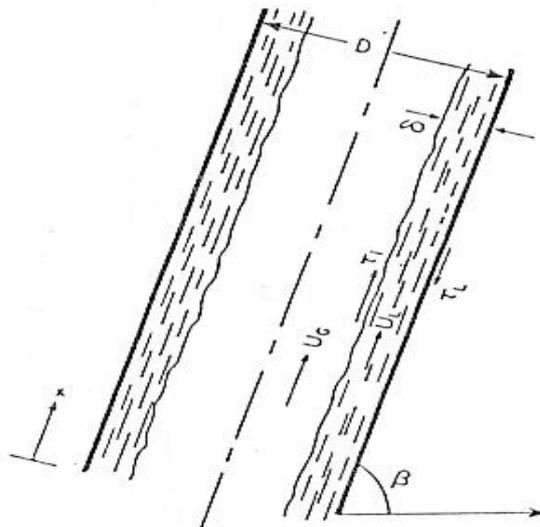
$$\delta^* = \frac{\delta}{D}$$

$$A_L^* = \pi \delta^* (1 - (\delta^*)^2)$$

$$A_G^* = \pi \left( 1 - \frac{\delta^*}{D} \right)^2$$

$$\varphi_0 = (1 - 2\delta^*)$$

$$\varphi_L^* = \pi$$



**Fig.2** géométrie de la canalisation dans le cas de la configuration annulaire.

### Algorithme de Thomas :

Il existent plusieurs algorithmes pour résoudre le système d'équations linéaires tels que celui de Gauss, Sor, Thomas...etc. Dans cette étude nous utilisons l'Algorithme de Thomas pour la résolution du système d'équations. Cet Algorithme est expliqué ci-dessous. Admettons que les valeurs  $a_i, b_i, c_i$  et  $d_i$  contiennent respectivement le vecteur d'éléments sous diagonaux et du résultat  $r$ . Les paramètres de l'algorithme sont :

$$P_{n-1} = \gamma_{n-1}$$

$$P_i = \gamma_i - \frac{c_i P_{i+1}}{\beta_i} \text{ pour } i=n-2, n-3, \dots, 2$$

Où les paramètres  $\beta_i$  et  $\gamma_i$  sont calculés par les formules suivantes :

$$\beta_2 = b_2 \quad \gamma_2 = \frac{d_2}{\beta_2}$$

$$\beta_i = b_i - \frac{a_i c_{i-1}}{\beta_{i-1}}, \quad i = 3, 4, \dots, n-1$$

$$\gamma_i = \frac{d_i - a_i \gamma_{i-1}}{\beta_i} \quad i = 3, 4, \dots, n-1$$

**Tableau 1 :**

Définition des contraintes interfaciales du cisaillement :

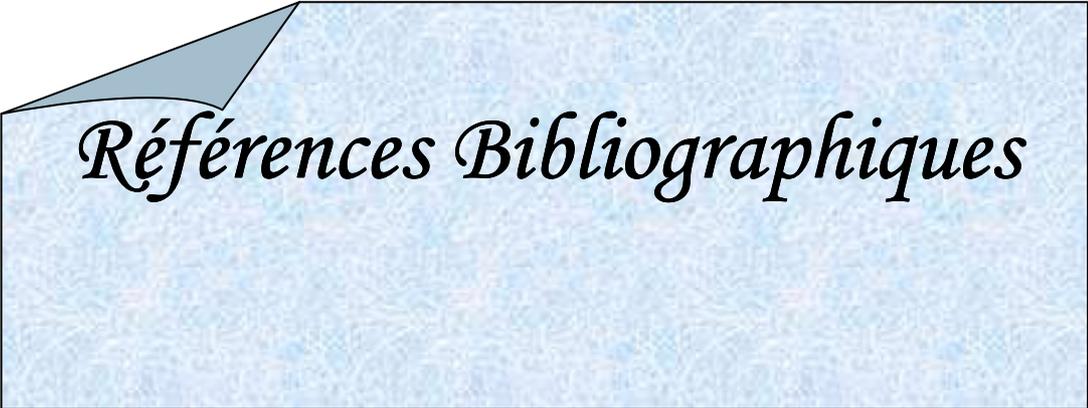
Définition	Auteur
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G U_G^2$	<i>Asali et al. (1985)</i> <i>Laurinat et al. (1984)</i> <i>Bharathan (1978)</i> <i>Bharathan (1979)</i> <i>Taitel &amp; Barnea (1983)</i>
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G U_{SG}^2$	<i>Fukano et al. (1991)</i>
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G (U_G - U_f)^2$	<i>Taitel et al. (1989)</i>
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_c (U_c - U_f)^2$	<i>Crowley et Rothe (1986)</i>
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_c (U_c - U_i)^2$	<i>Oliemans et al. (1986)</i> <i>Laoulache et al. (1988)</i>
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G (U_G - U_i)^2$	<i>Chen et Spedding (1983)</i>
$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G (U_G - U_H)^2$ $U_H$ : est la vitesse du film de liquide au sommet de l'interface onduleuse	<i>Moeck et Stachiewicz (1972)</i>

**Tableau 2 :**

Classification des corrélations du facteur de frottement iterfacial :

Type de corrélation	Auteur
<b>Type I :</b> $\frac{f_i}{f_{wG}} - 1 + f$ ( <i>paramètres</i> )	<i>Henstock et Hanratty (1976)</i> <i>Asali et al. (1985)</i> <i>Whalley et Hewitt (1978)</i> <i>Crowley et Rothe (1986)</i> <i>Fukano et al. (1991)</i> <i>Laurinat et al. (1984)</i>
<b>Type II :</b> $f_i = 0.005 [1 + t f (\delta)] = 0.005 [1 + f (1 - \alpha)]$	<i>Wallis (1969)</i> <i>Taitel et al. (1989)</i> <i>Taitel et Barnea (1983)</i> <i>Chen et Spedding (1983)</i> <i>Bendiksen et al. (1988)</i> <i>(vertical annular flow)</i> <i>Moeck et Stachiewicz (1972)</i> <i>Bharathan (1978)</i>

	<i>Bharathan (1979)</i>
<b>Type III :</b> Autres formules	<i>Oliemans et al. (1987)</i> <i>Bendiksen et al. (1988)</i> <i>(inclined annular flow)</i> <i>Laoulache et al. (1988)</i>



*Références Bibliographiques*

## **Références Bibliographiques :**

- [1] **D. Barnea and Y. Taitel.** “Flow Pattern Transition in Two-Phase Gas-Liquid Flows”, *A Chapter in the "Encyclopedia of Fluid Mechanics, volume 3, Gas- Liquid Flows"*, Gulf Publishing, N.P. Cheremisinoff, Editor, 403-474 (1986).
- [2] **Y. Taitel.** “Flow pattern transition in two phase flow”, *Ninth International heat transfer conference, Jerusalem, Israel.* (1990).
- [3] **Y. Taitel and A. E. Dukler.** “a model for predicting flow regime transition in horizontal and near horizontal gas-liquid flow”, *Aiche Journal* vol-22, N° .1. (1976).
- [4] **M.H. Chaudry, S.M. Bhallamudi and M. Martin,** “Analysis of transient in bubbly homogeneous, gas-liquid mixture”, *A.S.M.E., Journal of Fluids Engineering,* vol-112,pp,225-231,June(1990).
- [5] **C. Martin and B. Masud.**”pressure drop calculation and modelling of inclined intermittent gas-liquid flow”. *Chemical Engineering Science* vol-N° 55,pp,4699-4708.(2000).
- [6] **C.S. Martin, M. Padmanabhan and D.C Wiggert.** “pressure wave propagation in tow- phase bubbly air water mixtures”. *Second International Conference on pressure surges, city university, London, England,* (1976).
- [7] **C.S. Martin and M. Padmanabhan.** “pressure pulse propagation in two component-slug flow”, *Journal of fluids engineering, vol-101, March* (1979).
- [8] **Y. Taitel, O. Shoham and J. P. Brill.** “Transient two-phase flow in low velocity hilly terrain pipelines”. *Int . J . Multiphase flow* vol 16. N° 1,pp,69-77.(1990).
- [9] **E. Al-Safran, C. Sarica, H.-Q. Zhang and J. Brill.** “Investigation of slug flow characteristics in the valleyof a hilly-terrain pipeline”, *International Journal of Multiphase Flow* (2005) .
- [10] **E.Hadj-Taib., M.Msedd and T.Lili.** “écoulement transitoire de mélanges homogènes gaz-liquide dans les conduites rigides et quasi-rigides”, *Journal Entropie* N° 197 (1996).

- [11] **M. Kessal and M. Amaouche.** “Numerical of vaporisation and cascous cavitation in pipelines”, *Int. J. Numerical method Heat fluid flows* 34, pp. 121-137, (2001).
- [12] **J.M. Masella, Q.H. Tran, D. Ferre and C. Pauchon.** “Transient simulation of two-phase flows in pipes”, *International Journal of Multiphase Flow* vol.24,pp,739-755,(1998).
- [13] **J.M. Ghdaglia, G. lecoq and I. Toumi.** “Two flux-schemes for computing two-phases flows throught multi-dimensional finite volume methods”,ENS Cachan et CNRS.
- [14] **S. Eyje, K. Kjell, and Fjelde.** “On a rough scheme for a one-dimensional two-phase model”. *Computers & Fluids* vol-32, pp, 1497-1530, (2003).
- [15] **B- L. Ouyang and K. Aziz.** “Transient gas–liquid two-phase flow in pipes with radial influx or efflux” *Journal of Petroleum Science and Engineering* vol-30,pp, 167–179, (2001).
- [16] **E. Gadoin.** ”Régime intermittent gaz - liquide en conduite horizontale écoulements non établis et transitoires”’, *PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse* (2003).
- [17] **Y. Taitel, O. Shoham and J. P Brill.** “Simplified transient solution and simulation of two-phase flow in pipelines”. *Chem. Eng. Sci.* 44, 1353-1359, (1989).
- [18] **K. Miami and O. Shoham.** “Transient two-phase flow behavior in pipelines- experiment and modeling”. *Int . J. Multiphase flow* 4, 739-752, (1994).
- [19] **K. Bendiksen , D. Malnes, R.Moe and S. Nuland.** “The dynamic two-fluid model OLGA: theory and application”. *SPE Production Engineering* 6, 171-180, (1991).
- [20] **L. Hanich , Chris and P. Thompson.** “Validation of a Novel Algorithm for the Adaptive Calculation of Transient Three-Phase Flows in Pipelines”. *Int . J . Num . Method in Fluids*, (2000).

- [21] **C.Pauchon, H. Dhulesia, G. Binh Cirlot, and J. Fabre.** “TACITE: A transient tool for multiphase pipeline and well simulation”. *SPE 28545 Presented at 1994 SPE Annual Technical Conference*, New Orleans, LA, U.S.A., pp. 25-28.
- [22] **F. Vegneron. C. Sarica and J. P. Brill.** “experimental analysis of imposed two-phase flow transient in horizontal pipelines” *proceedings of the BHR Group 7<sup>th</sup> international conference, Multiphase 9*, Wilson, A., ed., pp. 199-217, (1995).
- [23] **J-P Laval.** ” Étude des écoulements stratifiés par simulation numérique”, *Laboratoire de Mécanique, C.N.R.S.*(2004).
- [24] **J. M. Delhaye.** “Les écoulements diphasiques gaz-liquide en conduite”. *Journal Entropie* N° 99, (1981).
- [25] **Yuguang Chen.** ”modeling gas-liquid flow in pipes: flow pattern transitions and drift-flux modeling”, *A report submitted to the department of petroleum engineering of Stanford University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science* ,June (2001).
- [26] **E. Grolman and Jan M. H. Fortuin.** “liquid hold-up pressure gradient, and flow patterns in inclined gas-liquid pipe flow”. *Eperimental Thermal and Fluid Science* 15,pp,174-182.(1997).
- [27] **J-M Fitremann.** “écoulements diphasique gaz-liquide”.*technique de l'ingénieur*, A722.
- [28] **K. Aziz and N. Petalas.** “A mechanistic model for multiphase flow in pipes”. *49<sup>th</sup> Annual Technical Meeting of the petroleum society of the Canadian of mining metallurgy and petroleum held in Calgary, Albert, Canada* on June 8-10, (1998).
- [29] **T. Oshinowa and M.E. Charles.** "Vertical Two-Phase Flow, Flow-Pattern Correlations", *Can J Chem Engng*, 52, pp 25-35, (1974).
- [30] **D. Baker.** "Simultaneous Flow of Oil and Gas," *Oil and Gas J*, 53, pp 183-195, (1954).
- [31] **J.M. Mandhane, C.A. Gregory and K. Aziz.** “A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes”, *Int J Multiphase Flow*, 1(4), pp 537-554, (1974).

- [32] **Mac Quillan and Whalley.** "*Flow patterns in vertical two phase flow*". *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 11, No. 2, pp.161-175. (1985).
- [33] **Cem Sarica, Y. Taitel, and J.P. Brill.** "Slug flow modeling for downward inclined pipe flow theoretical considerations". *Int. J. Multiphase flow* .vol-26,pp,833-844,(2000).
- [34] **M. Kessal.** "Les écoulements diphasiques gaz-liquide en conduite", séminaire SONATRACH, *Boumerdes* (1999).
- [35] **G. B. Wallis.** "One-Dimensional Two-Phase Flow", *McGraw-Hill, New York*, (1969).
- [36] **G. A. Gregory, M. A. Nicholson, and K. Aziz .** "Correlation of the liquid volume fraction in the slug for Horizontal gas-liquid slug flow". *Int. J. Multiphase flow* 4, 33-39.
- [37] **M. Necati Ozisik.** "*Finite difference methods in heat transfer*".CRC Press Boca Raton Ann Arbor London, (1994).
- [38] **Y. Taitel and D. Barnea.** "Simplified transient simulation of two-phase flow using quasi-equilibrium momentum balances". *Int. J. Multiphase flow* vol-23, N° .3, pp, 493-501, (1997).