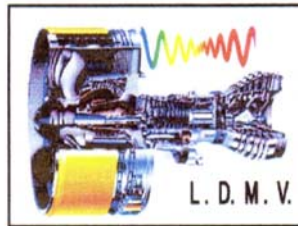




Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département : Maintenance Industrielle  
Laboratoire Dynamique des Moteurs et Vibroacoustique



## Mémoire de Magister

### *THEME :*

**EFFETS DE LA MISE EN REGIME DES VITESSES SUR LES CONDITIONS  
D'APPARITION DES INSTABILITES ET DE LA TURBULENCE ENTRE DEUX  
CYLINDRES COAXIAUX**

Présenté par : ADNANE El-Mahfoud

Soutenu le: 12-02-2007

Devant le jury composé de:

<b>S. RECHAK</b>	<b>Professeur</b>	<b>ENP El Harrach</b>	<b>Président</b>
<b>A. BOUABDALLAH</b>	<b>Professeur</b>	<b>USTHB</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>B. NECIB</b>	<b>Professeur</b>	<b>UMC</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. KESSAL</b>	<b>Maître de conférence</b>	<b>UMMB</b>	<b>Examineur</b>
<b>R. SACI</b>	<b>Maître de conférence</b>	<b>UMMB</b>	<b>Examineur</b>

# Dédicaces

*Avant tout propos, je tiens à rendre grâce à Dieu qui m'a guidé sur  
la bonne voie.*

*Je tiens rendre hommage à mon père, et à celle qui a su et avoir pu  
faire de moi l'homme que je suis, « à maman (Femina) » pour son  
indéfectible assistance et son soutien tout le long de ma formation ; les mots ne  
peuvent exprimer mon entière gratitude et ma reconnaissance pour tout leurs  
sacrifices, à mes frères : Mokhtar et AbdSalam, et mes sœurs : Ghamia,  
Marbouha, Houria, Nadia et la petite Sacira. Ainsi qu'à ma chère  
épouse Rabiha pour son soutien et ses encouragements. Encore une fois, un  
grand merci à toute ma famille à qui je dédie ce présent travail.*

*Je pris dieu de leurs accorder longue vie et bonne santé*

*Mahfoud*

# REMERCIEMENTS

*Ce travail a été mené au sein du Laboratoire Thermodynamique et Systèmes Energétiques (LTSE) de la Faculté de Physique de L'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène (USTHB) sous la direction de Monsieur Le Professeur Ahcène Bouabdallah Directeur du Laboratoire LTSE et Enseignant-chercheur à l'USTHB, à qui je tiens à adresser ma profonde gratitude pour m'avoir accueilli dans son laboratoire. J'ai apprécié la sympathie et la grande disponibilité avec lesquelles m'a dirigé tout au long de ce mémoire. Je le remercie pour ses conseils, ses encouragements ainsi que de m'avoir fait bénéficier de ses compétences scientifiques qui m'ont été d'une aide inestimable pour la réalisation de ce manuscrit.*

*Je tiens à remercier Monsieur Le Dr. Saïd Rechak de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury et je lui suis très reconnaissant. Mes remerciements sont adressés au Dr. Hour qui m'a accueilli au sein de son Laboratoire. Aussi j'exprime mes sincères remerciements à Messieurs B. Necib, R. Saci et M. Kessal d'avoir bien voulu accepter d'examiner ce travail.*

*Mes remerciements sont aussi adressés à toute l'équipe des techniciens de l'atelier de fabrication mécanique de la Faculté de Génie Mécanique/USTHB notamment T. Mustapha pour leur aide efficace dans la réalisation des dispositifs expérimentaux.*

*Et enfin, je tiens à remercier, également, mes amis et collègues : Lotfi, Karim, Ahmed, Locif et Saïda pour leur soutien moral et tout les moments inoubliables qu'on a enduré et partagé durant notre cursus, sans oublier mes autres collègues des deux laboratoires LTSE/USTHB et LDMV/Boumerdès.*

*Je pris dieu, de leurs accorder longue vie et bonne santé.*

*Merci A. Tous*

# SOMMAIRE

## SOMMAIRE

### LISTE DES FIGURES

### NOMENCLATURE

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA TRANSITION LAMINAIRE– TURBULENT DANS LE SYSTEME D’ECOULEMENT DE TAYLOR – COUETTE</b>	
INTRODUCTION .....	5
I. DESCRIPTION DU L’ECOULEMENT .....	6
II. CARACTERISATION ET ANALYSE DES PHENOMENES D’INSTABILITES .....	8
II.1. Enoncé de critère de la stabilité.....	8
II.2. Notion de paramètres de contrôle .....	10
II.3. Les régimes de transition.....	11
II.3.1. Régime laminaire stable.....	12
II.3.2. Régime laminaire perturbé (instable).....	13
A. <i>La première instabilité</i> .....	13
B. <i>Deuxième instabilité</i> .....	13
B. <i>Mouvement ultérieur</i> .....	14
III. FACTEURS D’INFLUENCE SUR L’ECOULEMENT.....	17
A. Effets Géométriques : .....	17
1. Effet de bords.....	17
2. Effet de la largeur de l’espace annulaire .....	19
3. Effet de la hauteur ou le facteur d’aspect $\Gamma$ .....	20
3. Effet de la rugosité.....	21
4. Effet de excentricité.....	22
B. Effet Thermique.....	23
C. Effet Rhéologique.....	25
D. Effets Dynamiques .....	26
1. Effet du débit axial .....	26
2. Effet de la surface libre.....	27
3. Effet de l’accélération.....	28
4. Effet du champ magnétique.....	31
5. Effet de l’inclinaison .....	34
IV – CONCLUSION .....	35

## CHAPITRE II : DESCRIPTION DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX ET CONDITIONS

### D'ESSAIS

INTRODUCTION .....	36
I. ASPECT MECANIQUE .....	37
1. Description des dispositifs expérimentaux .....	37
A. Système d'écoulement d'espace annulaire mince .....	37
B. système d'écoulement d'espace annulaire relativement large .....	39
2. système d'inclinaison .....	40
3. Mesure de l'angle d'inclinaison .....	42
4. Mesure de la hauteur du fluide.....	42
II. ASPECT ELECTRIQUE.....	42
1. Caractérisation dynamique (Motorisation) .....	42
2. Mesure de la température du fluide.....	43
3. Mesure de la vitesse de rotation $\Omega_l$ .....	43
III. ASPECT PHYSICO-CHIMIQUE .....	43
1. Mise en œuvre du produit de la visualisation.....	43
2. Mesure de la viscosité du fluide.....	44
IV. ASPECT OPTIQUE .....	46
1. Etude par réflexion de la lumière .....	46
2. Etude par transmission transversale de la lumière .....	46
3. Etude par transmission Laser .....	47
V. PROCEDURE D'ESSAIS .....	48
1. Condition de mise en régime des vitesses.....	48
2. Estimation de l'erreur de mesure sur le nombre de Taylor.....	49
3. Estimation de l'erreur de mesure sur le nombre de Froude .....	50
VI. CONCLUSION.....	51

## CHAPITRE III : ETUDE EXPERIMENTALES DANS LA CONFIGURATION D'ECOULEMENT A ESPACE

### ANNULAIRE MINCE

INTRODUCTION .....	52
I- ETUDE DE LA TRANSITION LAMINAIRE-TURBULENT DANS LE SYSTEME VERTICAL ( $\alpha=0^\circ$ ) ET TOTALEMENT REMPLI ( $\Gamma=\Gamma_{max}$ ).....	53
II- EFFET DE L'INCLINAISON SUR LES REGIMES D'INSTABILITES :(première procédure d'essai) .....	56
II- 1 Effet de l'inclinaison $\alpha$ sur un système totalement rempli $\Gamma=\Gamma_{max}$ .....	56

II- 2 Effet de l'angle d'inclinaison $\alpha$ sur le système d'écoulement partiellement rempli $\Gamma < \Gamma_{max}$ .....	59
III–EFFET DE L'ANGLE D'INCLINAISON $\alpha$ SUR L'APPARITION DES REGIMES DE L'ECOULEMENT (deuxième procédure d'essai) .....	93
III-1. Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison $\alpha$ variable lorsque le système d'écoulement totalement rempli. ....	94
III-2. Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison $\alpha$ variable lorsque le système d'écoulement partiellement rempli .....	94
III-3. Etude de l'évolution des états critique du nombre de Taylor en fonction du facteur d'aspect $\Gamma$ .....	98
III-4. Présentation en Froude .....	100
VI–ETUDE DES CARACTERISTIQUES DES REGIME DE TRANSITION POUR DISPOSITIF VERTICAL $\alpha = 0^\circ$ .....	102
a. influence des limitations axiales $\Gamma$ .....	102
b. Nombre d'onde axiale $\lambda$ .....	103
c. Nombre d'ondes circonférentielles $m$ .....	106
d. Evolution de la Vitesse de phase $\omega$ .....	108
VII– ANALYSE DES CHEMINS DE BIFURCATION DE L'ECOULEMENT .....	109
1°) Présentation du Diagramme de Bifurcation de l'écoulement .....	109
2°) Interprétation .....	110
3°) Evaluation de l'entropie de configuration du processus de transition de l'ordre vers le désordre .....	111
VIII – CONCLUSION .....	112
<b>CHAPITRE IV : ETUDE EXPEREMENTALE DANS LA CONFIGURATION D'ECOULEMENT RELATIVEMENT LARGE</b>	
INTRODUCTION .....	113
I- ETUDE DE LA TRANSITION LAMINAIRE–TURBULENT DANS LE SYSTEME VERTICAL ( $\alpha=0^\circ$ ) TOTALEMENT REMPLI ( $\Gamma=\Gamma_{max}$ .....	114
II- ETUDE DES CARACTERISTIQUES DU REGIME DE TRANSITION EN FONCTION DE TA POUR UN FACTEUR D'ASPECT $\Gamma$ DANS LE CAS D'UN DISPOSITIF VERTICAL $\alpha = 0^\circ$ .....	115
1°) influence de la limitation axiale $\Gamma$ .....	115
2°) Nombre d'onde axiale $\lambda$ .....	116
3°) Nombre d'ondes circonférentielles $m$ .....	117

4°) Evolution de la Vitesse de phase $\omega$ .....	118
5°) Chemins de bifurcation et la transition de l'ordre vers le désordre dans plan d'onde ( $n,m$ ). .....	119
III- ETUDE DE L'EFFET DE L'INCLINAISON $\alpha$ SUR LE SYSTEME D'ECOULEMENT .....	120
III- 1 système d'écoulement en charge .....	119
III-2 système d'écoulement à surface libre.....	119
IV- ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE DISPOSITIF SUR LA STRUCTURE DE L'ECOULEMENT PAR NAPPE LASER .....	123
1- Etude de la première instabilité.....	123
2- Etude de la deuxième instabilité .....	125
V- ETUDE DES CONDITION D'APPARITION DE L'INSTABILITE DE TAYLOR–DEAN DANS SYSTEME D'ECOULEMENT EN POSITION INCLINEE .....	126
V-1. Détermination des angles critique d'apparition.....	126
V-2. Observations.....	127
V-2.1 Etude des faibles inclinaisons.....	127
V-2.2 Etude des grandes inclinaisons.....	128
VI-NOUVEAUX PHENOMENES ENREGISTRES DANS LE SYSTEME DE TAYLOR–COUETTE INCLINE .....	130
1- Rouleaux d'ondes de Taylor–Dean et l'Oeil de poisson.....	130
2- Instabilité baroclinique.....	133
VII- ETUDE DE L'ECOULEMENT DE TAYLOR–DEAN POUR DIFFERENTES HAUTEURS .....	132
VIII – CONCLUSION .....	136

## CHAPITRE V : ETUDE DE LA STABILITE DE L'ECOULEMENT EN

### THEORIE LINEAIRE

INTRODUCTION .....	137
I- THEORIE LINEAIRE.....	138
1°) Equation du champ moyen .....	139
2°) Equation du champ perturbé.....	140
II- ETUDE DU CHAMP PERTURBE AU VOISINAGE DE LA PREMIERE INSTABILITE .....	141
1) Hypothèses de travail.....	141
2) Choix de la perturbation... ..	145
III- RESOLUTION DU PROBLEME DE STABILITE .....	148
1- choix d'une méthode de calcul.....	148
2- mise en œuvre de la méthode de Galerkin.....	148

IV- APPROCHE EN PREMIERE APROXIMATION .....	151
V – APPROCHE EN DEUXIEME ORDRE.....	155
VI – CONCLUSION .....	159
CONCLUSION GENERALE.....	160
ANNEXES	



# Tables des figures

1 : Turboréacteur (rotor/stator) .....	3
2 : Pompes à centrifugations employées dans les industries chimique et pharmaceutique.....	4
3 : Tribologie des paliers de transmission de Vitesse dans des machines tournantes.....	4
1.1 : Système d'écoulement entre Cylindres Coaxiaux.....	6
1.2 : Système de coordonnées et caractéristiques du fluide .....	7
1.3 : Profil de vitesse de Couette.....	12
1.4 : Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor.....	13
1.5 : <i>a)</i> Visualisation des ondes azimutales ( $\theta$ ) ou wavy mode ; <i>b)</i> exemple de structure ondulatoire pour mode $m = 3$ d'après <b>A. Bouabdallah</b> .....	14
1.6 : Diagramme de stabilité d'après <b>D. Coles</b> .....	16
1.7 : Diagramme de bifurcation de type fourche, applicable à la transition de l'écoulement de Couette vers le Taylor vortex flow ».....	17
1.8 : Représentation des vecteurs des vitesses intermédiaires à travers l'espace annulaire au voisinage de la première instabilité pour $\Omega e = 0$ .....	18
1.9 : Représentation des vecteurs de vitesse à travers l'espace annulaire près de la première instabilité pour $\Gamma = 6$ , $\eta = 0.75$ telle que $\Omega e = f$ au bord supérieur et $\Omega e = \Omega i$ au bord inférieur .....	19
1.10 : Le système du coordonnées et la forme des cylindres .....	22
1.11 : Co-Existence de différents régimes d'écoulement dans un palier excentrique.....	22
1.12 : Variation de nombre critique $Ta_c$ en fonction de l'excentricité $\varepsilon$ .....	23
1.13 : Régime d'écoulements pour l'écoulement de Taylor couette avec un écoulement axial imposé d'après <b>R. M Lueptow</b> .....	27
1.14 : Phénomène d'hystérésis pour un écoulement WVF ( $\eta = 0.874$ , $\Gamma = 14$ ) (d'après <b>D. Coles</b> ) .....	28
1.15 : Effet de l'accélération sur le rapport entre la longueur d'onde axiale et le nombre de Reynolds :Une comparaison avec Koschmieder (1979) .....	30
1.16 : Effet de l'accélération sur le rapport entre la vitesse de l'onde azimutale et le nombre de Reynolds.....	30
1.17 : Effet de l'accélération sur le rapport entre l'amplitude d'onde et le nombre de Reynolds	31
1.18 : Variation du nombre d'onde axiale critique $\lambda_c$ en fonction de $Q$ ; (1) Pour des cylindres conducteurs et (2) pour des cylindres isolants d'après <b>Chandrasekhar</b> .....	32

1.19 : Comparaison entre le calcul de <i>Willis</i> et <i>Arengi</i> et <i>Tabeling</i> avec l'expérience de <i>Donnelly</i> et <i>Ozima</i> .....	33
1.20 : Effet du champ magnétique sur les cellules de Taylor.....	34
1.21 : Variation des nombre critiques de Taylor $Tc_1$ et $Tc_2$ en fonction du facteur d'aspect $\Gamma$ à l'angle d'inclinaison $\alpha$ constant .....	34
2.1 : Système d'écoulement de type Taylor–Couette, configuration d'espace annulaire mince ( $\delta = 0.10$ et $\Gamma_{max}=40$ .....	38
2.2 : Dispositif expérimental ( $\delta=0.10$ ) en position verticale et en position inclinée.....	38
2.3 : Palier inférieur monté sur une plaque métallique plane guidée par deux vérins.....	39
2.4 : Système d'écoulement d'espace annulaire relativement large.....	40
2.5 : Système d'inclinaison .....	40
2.6 : Vue de face du dispositif expérimental ( $\delta=0.237$ ) en différentes positions.....	41
2.7 : Moteur d'entraînement.....	42
2.8 : Variation de la viscosité du produit de visualisation en fonction de la température $T_\theta$ .....	45
2.9 : Variation de la viscosité de l'eau distillée en fonction de la température $T_\theta$ .....	45
2.10 : Visualisation d'un état d'écoulement par réflexion optique .....	46
2.11 : Visualisation d'un état d'écoulement par transmission optique.....	46
2.12 : Installation du système de visualisation par Laser <i>He</i> .....	47
2.13 : Visualisation d'un état d'écoulement par Laser <i>He</i> .....	48
3.1 : Visualisation par mode de réflexion optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition .....	55
3.2 : Visualisation par mode de transmission optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition .....	55
3.3 : Diagramme du régime de transition laminaire – turbulent .....	56
3.4 : Effet de l'inclinaison différenciée sur : (a) vortex de Taylor et (b) wavy mode dans le cas où le dispositif est totalement rempli $\Gamma = \Gamma_{max}=40$ (écoulement en charge) .....	57
3.5 : Effet de l'inclinaison différenciée sur : (a) régime des fluctuations, (b) déclenchement du chaos. Cas du dispositif totalement rempli $\Gamma = \Gamma_{max}=40$ .....	58
3.6 : (a) Apparition d'une seule cellule, (b) formation d'une paire de cellules.....	60
3.7 : Début de destruction des ondes de Taylor et apparition d'une fourche étalée vers la surface libre.....	61
3.8 : Observation des ondes évanescentes.....	61
3.9 : Phénomènes de compression et de dilatation des ondes de Taylor à $\alpha = 25^\circ$ pour $Ta=44$ . 62	
3.10 : Etat d'écoulement ( $n = 3$ ) à $\alpha=60^\circ$ pour $Ta=44$ au niveau du bord inférieur.....	63
3.11 : Ondes stationnaires proches de la surface libre ; (a) $Ta=47.6$ , (b) $Ta=44$ .....	63

3.12 : Apparition de la fourche de destruction des ondes et les max des ondes proche de la surface libre sont disparus .....	64
3.13 : Etat de l'écoulement pour $\alpha = 10^\circ$ .....	64
3.14 : Orientation de la fourche de destruction des ondes en fonction du sens de l'inclinaison à $Ta = 47.6$ pour $\alpha = 5^\circ$ .....	66
3.15 : Influence du sens de l'inclinaison sur la forme des ondes de Taylor à $Ta = 47.6$ et pour $\alpha = 75^\circ$ .....	67
3.16 : Forme de la fourche pour a) $\alpha = 05^\circ$ et b) $\alpha = 10^\circ$ à $Ta = 56$ .....	67
3.17 : Etat de l'écoulement à $\alpha = 15^\circ$ pour $Ta = 56$ .....	68
3.18 : Etat de l'écoulement à $\alpha = 78^\circ$ .....	68
3.19 : Disparition complète des Cellules de Taylor et apparition d'une perturbation au bord inférieur à $\alpha = 80^\circ$ .....	69
3.20 : Surface libre ondulée et taille de la cellule proche de la surface libre est augmentée .....	70
3.21 : Naissance d'un tourbillon au niveau de la surface libre .....	70
3.22 : Evolution du tourbillon de la surface libre pour $\alpha = 20^\circ$ et $\alpha = 30^\circ$ .....	71
3.23 : Apparition de l'instabilité similaire à une allée de Von-Karman à $\alpha = 35^\circ$ .....	72
3.24 : Instabilité de baroclinique se réinstalle à $\alpha = 40^\circ$ .....	72
3.25 : Instabilité baroclinique se réinstalle de nouveau, développement de l'oeil du cyclone ..	73
3.26 : Disparition des ondes azimutales et installation du régime chaotique s'installe et maintient de l'instabilité baroclinique .....	73
3.27 : Mouvement très complexe à $\alpha = 70^\circ$ .....	74
3.28 : Apparitions d'un phénomène en spin – up à $\alpha = 80^\circ$ .....	74
3.29 : Installation du phénomène de spin – up .....	75
3.30 : Processus de destruction des ondes axiale (a) et azimutale (b) pour $\Gamma = 31$ à $Ta = 44$ et $Ta = 56$ .....	78
3.31 : Régime de fluctuations et mise en évidence de l'état topographique de la surface libre à $Ta = 400$ pour $\Gamma = 31$ .....	79
3.32 : Effet de l'inclinaison sur le régime des fluctuations à $Ta = 400$ pour $\Gamma = 31$ .....	80
3.33 : Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique à $Ta = 740$ pour $\Gamma = 31$ .....	81
3.34 : Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes de Taylor à $Ta = 44$ pour $\Gamma = 25$ .....	82
3.35 : Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes azimutales à $Ta = 44$ pour $\Gamma = 25$ .....	83
3.36 : Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime de fluctuations pour $\Gamma = 25$ à $Ta = 400$ .....	84
3.37 : Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime chaotique ( $Ta = 780$ ) .....	85
3.38 : Effet de inclinaison sur les cellules de Taylor à $Tc_1 = 44$ pour $\Gamma = 19$ .....	86
3.39 : Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor – Couette à $Ta = 150$ pour $\Gamma = 19$ .....	87
3.40 : Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor – Couette à $Ta = 150$ pour $\Gamma = 19$ (vue derrière) .....	88

3.41 : Effet de inclinaison sur le régime de fluctuation à $T_F = 400$ pour $\Gamma=19$ .....	89
3.42 : Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique pour $\Gamma = 19$ à $Ta = 750$ .....	90
3.43 : Effet de l'inclinaison sur le régime sur la première instabilité pour $\Gamma=6$ à $Ta=44$ .....	91
3.44 : Effet de l'inclinaison sur le régime d'écoulement à $Ta=400$ et à $Ta=770$ pour $\Gamma=6$ .....	92
3.45 : Evolution de l'angle critique de relaminarisation $\alpha_c$ en fonction du facteur d'aspect $\tilde{\Gamma}$ ...	92
3.46 : Evolution de l'angle critique $\alpha'_c$ de disparition des ondes azimutales .....	93
3.47 : Evolution des nombres critiques de Taylor $Tc_1, Tc_2, T_F$ et $T'c$ en fonction de l'inclinaison pour un taux de remplissage fixé.....	96
3.48 : Evolution des nombres critiques de Taylor $Tc_1, Tc_2, T_F$ et $T'c$ en fonction de taux de remplissage pour un l'inclinaison fixé .....	99
3.49 : Evolution de nombre critiques de Taylor $Tc_1, Tc_2, T_F$ et $T'c$ en fonction de nombre de Froude $Fr$ .....	101
3.50 : Variation des nombres critiques $Tc_1, Tc_2, T_F$ et $T'c$ en fonction du facteur d'aspect....	102
3.51 : Diagrammes de transition pour les différentes valeurs de facteur d'aspect $\Gamma$ .....	103
3.52 : a ) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de $Ta$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma=37$ .....	104
3.53 : a) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de $Ta$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma$ donné .....	105
3.54 : a) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de $Ta$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma$ donné .....	105
3.55 : a ) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de $Ta$ pour $\Gamma = 19$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma=19$ ....	105
3.56 : a) Evolution du nombre d'onde axial en fonction du nombre de Taylor pour $\Gamma = 40$ d'après <b>A. Bouabdallah</b> , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma=40$ d'après A. Bouabdallah.....	106
3.57 : Evolution du nombre d'onde circonférentielle $m$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma$ fixé.....	107
3.58 : Evolution du nombre d'onde azimutale $m$ en fonction de $Ta$ pour $\Gamma = 40$ d'après <b>A. Bouabdallah</b> .....	107
3.59 : Evolution de la vitesse de phase sans dimension $\omega/\Omega_1$ en fonction du nombre de Taylor $Ta$ pour un facteur d'aspect $\Gamma$ .....	108
3.60 : Variation de la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation $\omega/\Omega_1$ en fonction du nombre de Taylor $Ta$ pour un écoulement en charge $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ (D'après <b>A. Bouabdallah</b> ).....	109
3.61 : Diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes $(n,m)$ pour $\Gamma=37$ (surface libre) .....	110

4.1 : Différents régimes de transition visualisés en reflexion optique .....	115
4.2 : Variation des nombres critiques $Tc_1$ et $Tc_2$ en fonction du facteur d'aspect $\Gamma$ cas d'un dispositif vertical $\alpha=0^\circ$ .....	116
4.3 : Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour : a) $\Gamma_{max}$ (écoulement en charge) et b) $\Gamma=34$ (surface libre).....	117
4.4 : Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique $\lambda_c$ en fonction de $Ta$ pour : a) $\Gamma_{max}$ (écoulement en charge) et b) $\Gamma = 34$ (surface libre).....	117
4.5 : Variations du nombre d'onde azimutale $m$ en fonction de $Ta$ a) Système totalement rempli $\Gamma=\Gamma_{max}$ , b) Système partiellement rempli $\Gamma=34$ .....	118
4.6 : Variations du nombre d'onde azimutale $m$ en fonction de $Ta$ pour $\delta=0.22$ et $\Gamma_{max}$ (d'après <b>A. Bouabdallah</b> ).....	118
4.7 : Evolution de la vitesse de phase sans dimension $\omega/\Omega_1$ en fonction du nombre de Taylor $Ta$ : pour a) $\Gamma = \Gamma_{max}=40$ , b) $\Gamma=34$ .....	119
4.8 : Evolution de la vitesse de phase sans dimension $\omega/\Omega_1$ en fonction du nombre de Taylor $Ta$ pour $\delta=0.22$ .....	119
4.9 : Diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes $(n,m)$ pour :a) $\Gamma=40$ (écoulement en charge et b) $\Gamma=34$ (surface libre) .....	120
4.10 : Effet de l'inclinaison les ondes de Taylor à $Ta=45$ pour $\Gamma \approx \Gamma_{max}$ .....	121
4.11 : Effet de l'inclinaison les ondes de Taylor à $Ta=45$ pour $\Gamma =39.8$ .....	122
4.12 : Evolution de l'angle critique de relaminarisation $\alpha_c$ en fonction de facteur d'aspect $\Gamma$ .123	
4.13 : Effet de l'inclinaison sur les ondes de Taylor (visualisation par laser) .....	124
4.14 : Evolution des angles critiques $\alpha_1$ et $\alpha_2$ correspondent à l'apparition des ondes de Taylor–Dean stationnaire et instationnaire en fonction du facteur d'aspect $\Gamma$ .....	127
4.15 : Apparition des ondes de Taylor–Dean stationnaires ( $\Omega_1 > 0$ ) pour $\Gamma=27$ à $\alpha=58^\circ$ et $Ta=206.7$ (vue de face) .....	128
4.16 : Régime d'ondes de Taylor–Dean instationnaire établi à $\alpha=75^\circ$ ( $\Omega_1 > 0$ ) (vue de face) .129	
4.17 : Deux positions de l'onde propagatrice en un intervalle de temps de 1/7,5s .....	129
4.18 : Vue de face ( $\Omega_1 > 0$ ) onde de type Taylor – Dean inclinées instationnaire en wavy (train d'ondes) et mouvement rotatif des têtes des ondes .....	130
4.19 : Instabilité de l'oeil de poisson.....	131
4.20 : Instabilité baroclinique dans le système Taylor couette incliné.....	132
4.21 : Système d'écoulement de type Taylor–Dean (deux cylindres coaxiaux en position horizontale et partiellement rempli) .....	133
4.22 : Visualisation de l'écoulement en différente position à $Ta=60$ (partie centre du cylindre) .....	134
4.23 : Visualisation de l'écoulement en différente position à $Ta=160$ .....	135

4.24 : Visualisation de l'écoulement en différente position à $Ta=70$ .....	135
4.25 : Evolution de la première instabilité en fonction de la hauteur.....	136
4.26 : Variation de $T_{D2}$ en fonction du facteur d'aspect $\Gamma' = H'/d$ .....	136
5.1 : schématisation des couche limite tangentielle (CLT) et axiale (CLA) au sein de l'espace annulaire .....	143
5.2 : Zones d'écoulement que l'on peut observé dans un dispositif incliné partiellement rempli.....	144
5.3 : Courbe de stabilité marginale $\sigma = 0$ donnant l'évolution du nombre de Taylor .....	152
5.4 : Courbes de stabilité marginale ( $\sigma = 0$ ) au voisinage de l'apparition des cellules de Taylor pour différente valeurs de l'angle d'inclinaison $\alpha$ .....	153
5.5 : Evolution du nombre d'onde critique en fonction de l'angle d'inclinaison.....	154
5.6 : Effet de l'amplification $\sigma$ sur l'instabilité de type Taylor .....	155
5.7 : Diagramme de stabilité marginale ( $\sigma=0$ ) et $\alpha=\mathcal{P}$ .....	158
5.8 : Diagramme de stabilité marginale ( $\sigma=0$ ) pour différents angles .....	158

# NOMENCLATURE

## Lettres Latines

- $R_1$  : Rayon du cylindre intérieur  
 $R_2$  : Rayon du cylindre extérieur  
 $d$  : Espace annulaire entre les deux cylindres  
 $H$  : Hauteur de remplissage dans le cas du système vertical  
 $H'$  : Hauteur de remplissage dans le cas où le système est horizontal (Taylor–Dean).  
 $(x, y, z)$  : Coordonnées cartésiennes  
 $r, \theta, z$  : coordonnées cylindriques.  
 $\bar{g}$  : Accélération de pesanteur ou gravité.  
 $n$  : Nombre de cellules de Taylor  
 $m$  : Nombre d'onde circonférentielle ou nombre d'onde azimutale  
 $(U, V, W)$  : Composantes de la vitesse moyenne radiale, tangentielle, axiale.  
 $(v, u, w)$  : Composantes de la vitesse de perturbation  
 $(V_\xi, V_\theta, V_z)$  : Composantes de la vitesse en coordonnées spécifiques  
 $\bar{P}$  : Pression moyenne  
 $p$  : Perturbation de pression  
 $T_\theta$  : Température du fluide  
 $Ta$  : Nombre de Taylor dérivant de la définition de Stuart ( $Ta = \sqrt{Ts}$ ).  
 $Tc_1$  : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition de l'onde de Taylor  
 $Tc_2$  : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition des ondes azimutales ou Wavy mode  
 $T_F$  : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition du régime de fluctuations.  
 $T'_C$  : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition du chaos.  
 $T_D$  : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition de la turbulence complètement développée  
 $T_{TDI}$  : Nombre de Taylor critique correspond à l'apparition des ondes de Taylor – Dean

---



---

$T_{TD2}$	: Nombre de Taylor critique correspond à l'apparition du mode triplet .
$Re$	: Nombre de Reynolds classique
$Fr$	: Nombre de Froude
$Fr'$	: Nombre de Froude associé à l'inclinaison
$We$	: Nombre de Weissenberg
$Pr$	: Nombre de Prandtl
$Ha$	: Nombre Hartmann
$t$	: Temps
$W_{n,m}$	: Probabilité de configuration
$S$	: Entropie de configuration

## Lettres Grecque

$\mu$	: Viscosité dynamique
$\nu$	: Viscosité cinématique
$\eta$	: Rapport des rayons ;
$\delta$	: Jeu radial
$\Gamma$	: Facteur d'aspect ou Taux de remplissage
$\Gamma_c$	: Valeur critique de facteur d'aspect correspond à la disparition du wavy mode
$\Gamma'$	: Facteur d'aspect ou Taux de remplissage dans l'écoulement de Taylor – Dean
$\alpha$	: Angle d'inclinaison du dispositif d'écoulement
$\alpha_c$	: Angle d'inclinaison critique de relaminarisation
$\alpha'_c$	: Angle d'inclinaison critique de disparition des ondes azimutale.
$\alpha_{c1}^*$	: Angle d'inclinaison critique de disparition de l'onde de Taylor.
$\alpha_{c2}^*$	: Angle d'inclinaison critique de disparition du wavy mode.
$\alpha_1$	: Angle critique d'apparition des ondes de Taylor–Dean stationnaire
$\alpha_2$	: Angle critique d'apparition des ondes Taylor–Dean instationnaires
$\alpha_{CL}$	: Angle critique d'apparition de double couche limite.
$\Omega_1$	: Vitesse angulaire du cylindre intérieur
$\Omega_2$	: Vitesse angulaire du cylindre extérieur
$\Omega_e$	: vitesse de bords
$(\xi, \theta, \zeta)$	: Coordonnées spécifiques dans le système de coordonné



$\varepsilon = Re/Re_{cl}$ : Rapport du nombre de Reynolds sur le nombre de Reynolds critique.

$\varepsilon$  : Excentricité

$|\Delta T|$  : Gradient thermique.

$\omega$  : Vitesse de phase

$\sigma$  : Coefficient adimensionnel d'amplification ou d'atténuation de l'onde.

$\lambda$  : Nombre d'onde apparent

$\lambda_c$  : Nombre d'onde critique apparent correspond à l'apparition de l'onde de Taylor

$\lambda^*$  : Nombre d'onde apparent en position inclinée  $\lambda^* = \frac{\lambda}{\sqrt{\cos \alpha}}$

$\tau_s$  : Temps de la diffusion visqueuse dûe au transfert de vorticité sur la distance  $d$   
(temps de stabilisation).

$\tau_{des}$  : Temps caractéristique d'advection du fluide sous l'action de la force centrifuge  
sur une distance  $d$  dans la direction radiale (temps de déstabilisation).

# ***INTRODUCTION GENERALE***

L'écoulement dit de Taylor–Couette qui est défini par le mouvement d'un fluide évoluant dans un espace annulaire est constitué de deux cylindres coaxiaux en rotation. Par construction même, c'est un mouvement à configuration géométrique simple, à haut degré de symétrie axiale, présentant un cisaillement fort et possédant un régime de transition laminaire–turbulent remarquablement très large par rapport aux systèmes d'écoulement de type plan, entre deux plans parallèles, conduit cylindrique, cavité rectangulaire ou prismatique, etc...

Dans le domaine des systèmes d'écoulement rotatif, le mouvement de Taylor–Couette occupe une place centrale en raison de ses liens nombreux et diversifiés avec la technologie et la pratique industrielle. Principalement, on peut citer la technique utilisant les turbines qui s'intègrent dans les alternateurs des centrales électriques, les turbines que l'on rencontre dans les turboréacteurs en Avionique (**figure 1**) et les pompes à centrifugations employées dans les industries chimique et pharmaceutique (**figure 2**). Egalement, il existe un autre domaine de grande importance qui concerne son utilisation systématique en tribologie pour établir des conditions optimales de lubrification des paliers de transmission de vitesses dans l'industrie Automobile, en aéronautique et les centrales de production de l'énergie électrique (**figure 3**), etc...

C'est dans ce contexte de recherche qu'est apparu la nécessité d'améliorer les procédés d'échanges (quantité de mouvement, masse et chaleur) dans le dispositif considéré qui vise à accroître le facteur de rendement des turbomachines, à réduire le frottement dans le paliers et réaliser des économies d'énergie, etc...

Par ailleurs, l'approche des processus fondamentaux régissant l'évolution de l'écoulement est rendue possible grâce à la simplicité de la configuration qui permet de parvenir à une meilleure compréhension des mécanismes très complexes d'apparition des

instabilités de natures stationnaire et instationnaire, le déclenchement du chaos et le développement de la turbulence généralisée.

C'est dans cet esprit que ce système d'écoulement a permis d'accéder à une analyse fine des mécanismes mis en jeu qui sont à la base d'une interprétation de la genèse du chaos à partir de la dégradation de l'ordre et des origines de la turbulence ayant joué un rôle majeur au plan historique. En effet, c'est dans ce dispositif que l'on a pu montrer, pour la première fois, que le chaos procède de quelques bifurcations successives découlant directement de l'apparition de trois ou quatre instabilités, infirmant le mécanisme explicatif proposé par *L. Landau [1]*, *H.L.Sweeney et J.P.Gollub[2]* et *A.Bouabdallah et G.Cognet [3]*

Notre travail consiste à chercher une généralisation des différentes positions (verticale et horizontale) utilisées à ce jour dans des situations réalistes où le système d'écoulement peut se présenter spatialement dans une orientation quelconque qui est ni une position verticale ni horizontale. Autrement dit, il s'agit d'analyser les effets de l'inclinaison du dispositif pouvant entraîner des modifications significatives du comportement de l'écoulement telle que la structure et l'évolution de ce type de mouvement est susceptible de simuler le fonctionnement d'un palier de transmission de vitesse correspondant à diverses situations géométriques intéressantes : déplacement d'un véhicule tout terrain, machine tournante et lanceur de fusée en position inclinée.

Ce travail se présente comme suit :

Au premier chapitre, on effectue la description des propriétés essentielles de l'écoulement de Taylor–Couette. On fait le point de situation sur les contributions principales et l'on s'intéresse plus particulièrement aux travaux consacrés à ce type de mouvement lorsque il est soumis à diverses influences telles que les effets de la géométrie, effets dynamiques (débit axial, accélération, champ magnétique, etc...), effets rhéologiques (modification de viscosité) et effets thermiques (gradient de température imposé sur les cylindres), etc...

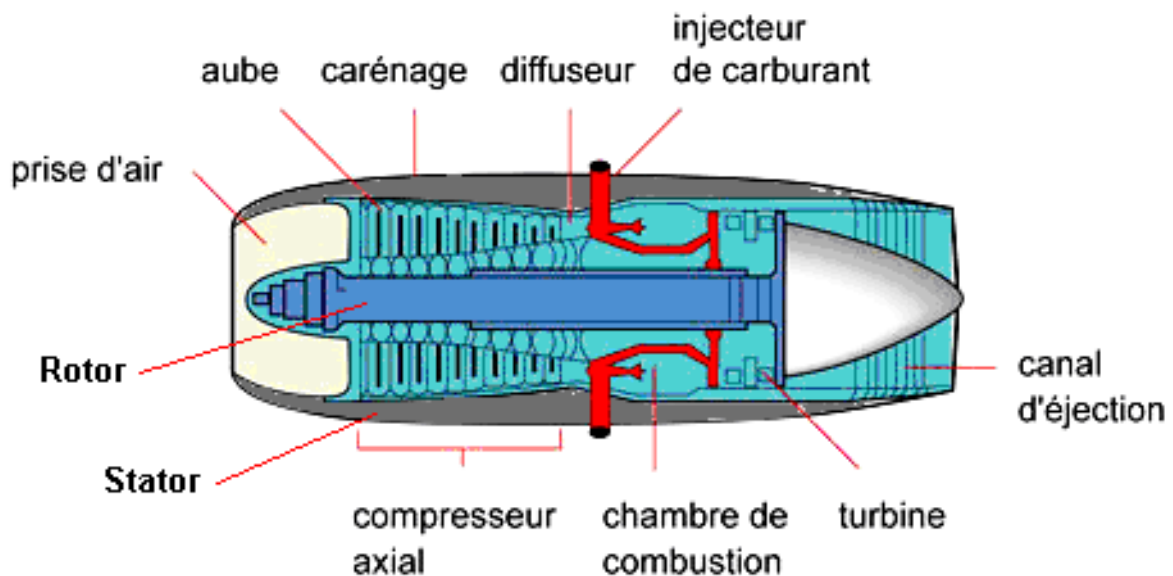
Au deuxième chapitre, on donne une description des dispositifs expérimentaux réalisés, les méthodes de mesures adoptées ainsi que les conditions expérimentales qui ont été mises en œuvre.

Ensuite, au troisième chapitre, on procède à l'observation systématique des phénomènes visualisés. On cherche à mettre en évidence les effets simultanés de

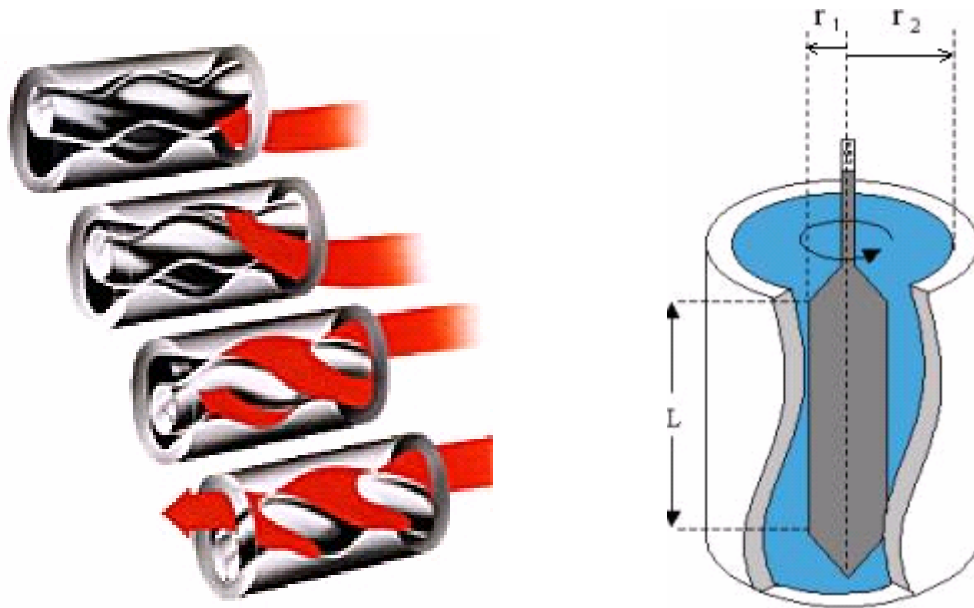
l'inclinaison et du taux de remplissage (facteur d'aspect) sur les différents modes d'instabilités, à savoir, l'onde axiale stationnaire et l'onde azimutale instationnaire. Ainsi que le régime de fluctuations et le chaos. On analyse les résultats obtenus en procédant à une représentation phénoménologique correspondant aux nombres de Taylor critiques  $Tc_i$  exprimées en fonction de l'inclinaison  $\alpha$  et du facteur d'aspect  $\Gamma$ .

Au quatrième chapitre, on effectue une tentative de généralisation expérimentale en étendant systématiquement nos mesures à la configuration géométrique définie par un espace annulaire relativement large.

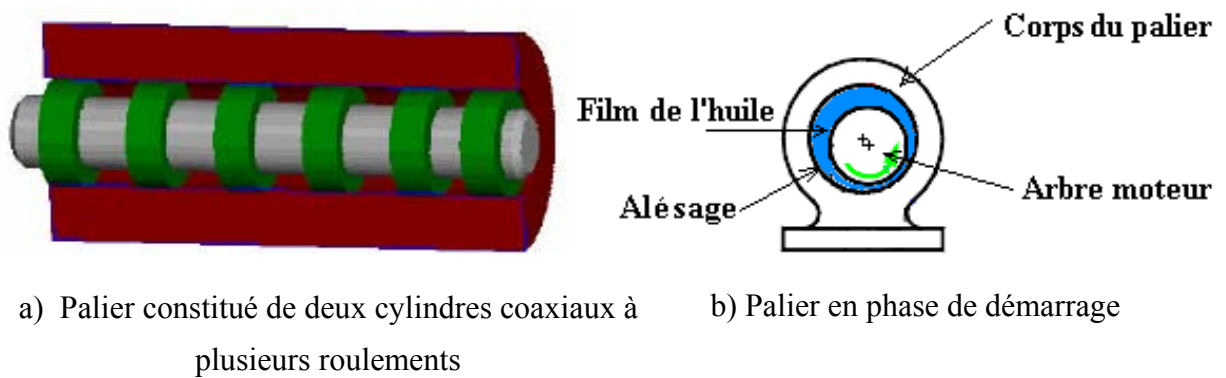
Au cinquième chapitre, on présente une théorie linéaire de la stabilité du mouvement qui a pour but l'examen de l'effet d'inclinaison sur la structure de l'écoulement. Pour cela, on adopte une représentation de coordonnées adéquate afin de faire la prévision de la structure de l'écoulement de Taylor–Couette en position inclinée. La résolution des équations de la stabilité, au moyen de la méthode de Galirkin, conduit à établir le diagramme de stabilité valable au voisinage de seuil critique  $Tc_1$  de l'apparition de l'onde axiale  $\lambda$  ou cellules de Taylor en fonction de l'inclinaison  $\alpha$  et du coefficient de l'amplification de l'onde  $\sigma$ .



**Figure 1** : Turboréacteur (rotor/stator)



**Figure 2 :** Pompes à centrifugations employées dans les industries chimique et pharmaceutique.



a) Palier constitué de deux cylindres coaxiaux à plusieurs roulements

b) Palier en phase de démarrage

**Figure 3 :** Tribologie des paliers de transmission des vitesses dans les machines tournantes

# ***CHAPITRE I***

## **REVUE BIBLIOGRAPHIQUE**

### **DE LA TRANSITION LAMINAIRE–TURBULENT DANS LE SYSTEME D’ÉCOULEMENT DE TAYLOR–COUETTE**

#### **INTRODUCTION :**

L’étude de l’écoulement de Taylor – Couette occupe une place importante dans l’histoire de la dynamique des fluides ; il est devenu le modèle prototype pour l’étude des instabilités hydrodynamique en vue de réaliser la prévision de leur apparition, la description de leurs propriétés ainsi que la transition vers le chaos et la turbulence développée...

Cet écoulement a été étudié, en détail, depuis les travaux fondateurs de ***G.I. Taylor*** effectués en 1923 [4] et 1936 [5]. Depuis ces premières tentatives, on enregistre des milliers de publications traitant de ce type d’écoulement [6] à tel enseigne qu’il a été jugé nécessaire d’organiser une rencontre mondiale bi-annuelle entièrement consacrée à ce système d’écoulement « International Meeting Taylor–Couette Flow » dont la 14<sup>ème</sup> édition s’est tenue récemment au mois septembre 2005 au Japon. Ce problème continue d’attirer l’attention des chercheurs jusqu’à nos jours malgré le nombre considérable de travaux théoriques, expérimentaux et numériques qui lui ont été consacrés. On se propose d’examiner, ici, quelques travaux parmi les plus marquants afin de préciser notre contribution dans l’ensemble de recherches consacrées à ce type d’écoulement.

## I. DESCRIPTION DU L'ÉCOULEMENT :

On se propose d'effectuer d'abord une description des propriétés physiques de cet écoulement, à travers ses caractéristiques hydrodynamiques et les équations régissant le comportement du phénomène de transition.

L'écoulement de Taylor – Couette est le mouvement d'un fluide défini entre deux cylindres coaxiaux de rayons  $R_1$  et  $R_2$  tournants respectivement à des vitesses angulaires  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  en co-rotation ou contra – rotation et de hauteur donnée  $H$  (Figure 1.1.)

Le fluide considéré est de caractéristiques données telle que la masse volumique ( $\rho$ ) et la viscosité dynamique ( $\mu$ ) sont à propriétés physiques constantes

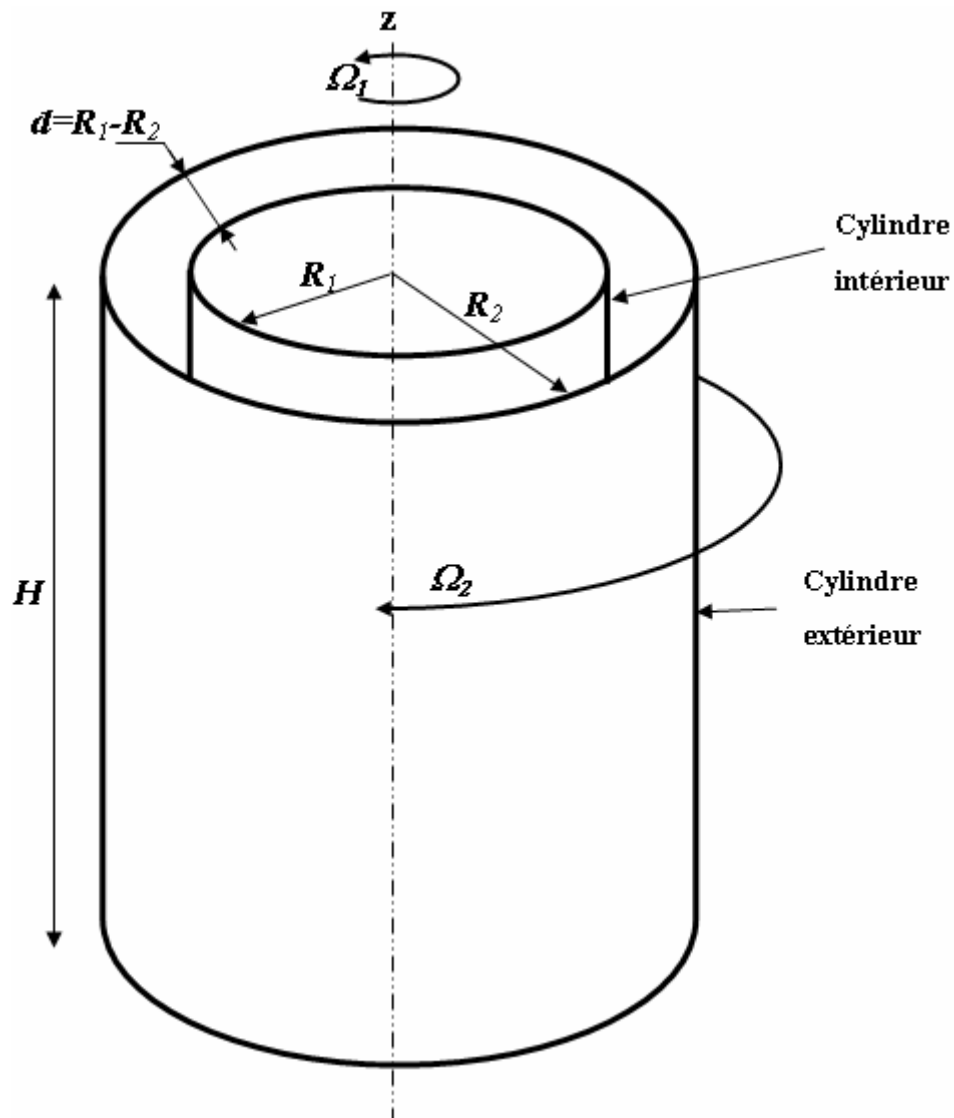
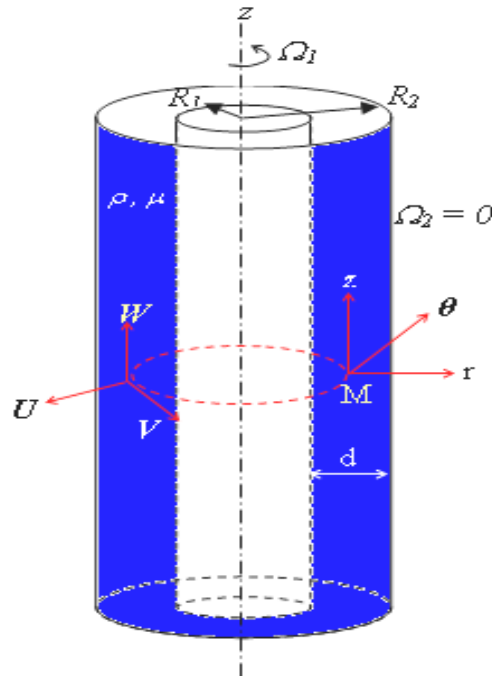


Figure 1.1: Système d'écoulement entre Cylindres Coaxiaux tournants.



**Figure 1.2 : Système de coordonnées et caractéristiques du fluide**

La description du champ de vitesse  $\vec{V}$  de composantes  $(U, V, W)$  et de pression  $P$  s'effectuent en fonction de l'espace et du temps  $t$ , sont représentées dans un système de coordonnées cylindriques au point  $M(r, \theta, z)$  (figure 1.2) de façon que  $\vec{V}$  et le champ de pression  $P$  vérifient les équations de l'hydrodynamique, tel que:

- ❖ Equation de conservation de la masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rU) + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (I.1)$$

- ❖ Equations du bilan de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} r : \frac{D}{Dt}U - \frac{V^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[ (\nabla^2 - \frac{1}{r^2})U - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] \\ \theta : \frac{D}{Dt}V + \frac{UV}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \left[ (\nabla^2 - \frac{1}{r^2})V - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right] \\ z : \frac{D}{Dt}W = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \nabla^2 W \end{cases} \quad (I.2)$$

Le symbole  $\frac{D}{Dt}$  désigne un opérateur différentiel qui traduit la dérivation totale par rapport au temps  $t$ , telle que :



$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + W \frac{\partial}{\partial z} \quad (I.3)$$

La notation  $\Delta = \nabla^2$  désigne le *Laplacien* lié aux coordonnées cylindriques.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (I.4)$$

L'intérêt de cette présentation du système d'équation (I.2) met en évidence les contributions de la force centrifuge  $-\frac{V^2}{r}$  selon  $r$  et de la force de cisaillement  $\frac{UV}{r}$  selon  $\theta$ .

Les conditions aux limites associées à (1.1) et (1.2) doivent satisfaire la propriété de l'adhérence du fluide aux parois cylindriques, à savoir:

$$\text{à } r = R_1 \quad V = R_1 \Omega_1 \text{ et } U = W = 0 \quad \text{si } r = R_1 \quad (I.5)$$

$$\text{et à } r = R_2 \quad V = 0 \quad \text{et } U = W = 0 \quad \text{si } r = R_2$$

Pour avoir une bonne connaissance sur les fondements théoriques du problème, on se propose de donner, ici, une description des phénomènes d'instabilités afin de mettre en évidence les hypothèses de travail utilisées ainsi que les propriétés caractéristiques en régime de transition.

## II. CARACTERISATION ET ANALYSE DES PHENOMENES D'INSTABILITES.

L'objectif de l'analyse des phénomènes d'instabilités consiste à énoncer les conditions de leur apparition et de déterminer dans quel domaine le mouvement persiste afin d'analyser ces états en fonction des paramètres gouvernant l'écoulement.

### II.1. Enoncé du critère de la stabilité.

Pour étudier la stabilité de l'écoulement circulaire non visqueux entre cylindres coaxiaux Lord Rayleigh a énoncé une loi qui caractérise son apparition et a constaté que :

« L'origine de l'instabilité de l'écoulement rotatif est une **instabilité centrifuge**. Dans un écoulement en rotation, la trajectoire des particules fluides résulte de l'équilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression radial centripète, égal et opposé. Pour savoir si un tel écoulement est stable ou non, il faut regarder si un déplacement infinitésimal d'une particule

fluide dans la direction radiale va être amplifié (cas instable) ou au contraire atténué (cas stable). »

Considérons une particule de fluide initialement à la distance  $r$  de l'axe des cylindres. Celle-ci a une vitesse orthoradiale  $V = r\Omega(r)$ , et subit donc une force centrifuge  $F = \frac{\rho V^2}{r}$ , contrebalancée par un gradient de pression centripète  $\frac{\partial P}{\partial r}$ . Si l'on déplace cette particule en la position  $r + dr$ , elle va devoir ralentir, car elle doit conserver son moment cinétique  $\Gamma = V r = \Omega r^2$ . En conséquence, la force centrifuge de la particule fluide diminue, et ne sera donc plus compensée par le gradient de pression environnant en  $r + dr$ . Deux cas peuvent alors se présenter :

- Dans le cas où  $\Gamma = \Gamma(r+dr)$  : le moment cinétique correspondant en  $r + dr$  est supérieur à  $\Gamma = \Gamma(r)$  celui en  $r$ . Dans ce cas, le gradient de pression en  $r + dr$  aura tendance à ramener la particule fluide à sa position initiale, en  $r$ . L'écoulement est dit alors stable.
- Dans le cas où  $\Gamma = \Gamma(r+dr)$  est inférieur à  $\Gamma = \Gamma(r)$ , la particule subit une force centrifuge supérieure au gradient de pression centripète environnant, et la particule continue son chemin à  $r$  croissant. L'écoulement est dit instable. On peut formaliser ce raisonnement par le **critère de stabilité de Rayleigh [7]** qui peut s'écrire comme suit :

$$\text{L'écoulement est stable si } \frac{d|\Gamma|}{dr} > 0 \quad (I.6)$$

Dans le cas d'un fluide parfait le critère de Rayleigh s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dr} |\Omega r^2| \geq 0 \quad (I.7)$$

Ainsi, pour vérifier le critère de Rayleigh pour tout  $r$  compris entre  $R_1$  et  $R_2$  il est nécessaire de satisfaire à l'inéquation découlant de (I.7) :

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0. \quad (I.8)$$

Dans la géométrie envisagée, on a  $\Omega_2 = 0$  et  $\Omega_1 \neq 0$ , seul le cylindre intérieur tourne. Il apparaît, selon le critère (1.8) que l'écoulement devrait toujours être instable même pour des vitesses de rotation  $\Omega_1$  arbitrairement faibles.

Dans le cas d'un fluide visqueux la loi (1.7) n'est plus valable pour prévoir la condition de stabilité du mouvement du fait que la force centrifuge déstabilisante s'oppose à une autre force stabilisante provenant du frottement visqueux.

Au – delà du régime laminaire la relation (I.8) ne permet pas de caractériser la suite des régimes d'écoulement. On introduit donc la notion de paramètres de contrôle qui sont des nombres, sans dimension, qui comparent l'effet relatif de ces deux forces : ce sont le nombre de Reynolds et le nombre de Taylor qui sont basés sur la vitesse caractéristique  $V_1 = \Omega_1 R_1$ , la distance inter – cylindres ou espace annulaire  $d = R_2 - R_1$  et la hauteur du remplissage  $H$ . Le but consiste à trouver la dépendance entre le paramètre de contrôle et les caractéristiques dynamiques de l'écoulement.

## II-2. Notion de paramètres de contrôle :

Il s'agit essentiellement de deux paramètres d'influence régissant l'écoulement:

### 1°) Nombre de Reynolds :

le nombre de Reynolds est défini par le rapport suivant:  $Re = \frac{V_1 d}{\nu}$

Où  $V_1$  désigne : La vitesse du cylindre intérieur tournant ;  $V_1 = R_1 \Omega_1$

$d$  : Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire  $d = R_2 - R_1$  ,

$\nu$  : Viscosité cinématique  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  ,

Ce nombre compare la prépondérance des effets des deux forces, l'une stabilisante qui est la force visqueuse et, l'autre, déstabilisante est imposée par la force centrifuge.

### 2°) Nombre de Taylor :

Il est souvent utilisé comme un nombre caractéristique de la géométrie cylindrique liée aux systèmes tournants. Il apparaît comme une combinaison du nombre de Reynolds  $Re$  et du facteur géométrique  $\delta = d/R_1$  . Ainsi, le nombre de Taylor  $Ta$  de l'écoulement apparaît comme le rapport entre deux temps caractéristiques [8] :

$$Ta = \frac{\tau_s}{\tau_{des}} \quad (I.9)$$

Où  $\tau_s = t_d = \frac{d^2}{\nu}$  indique le temps de la diffusion visqueuse dûe au transfert de vorticité sur la distance  $d$  (temps de stabilisation).

$\tau_{des}$  est le temps caractéristique d'advection du fluide sous l'action de la force centrifuge sur une distance  $d$  dans la direction radiale (temps de déstabilisation).

Ainsi, cette dernière peut être évaluée à partir de la loi fondamentale de la dynamique exprimant la force centrifuge exercée sur une particule dans la direction radiale telle que :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = m \frac{V_I^2}{r} \quad (I.10)$$

En faisant apparaître les caractéristiques temporelles et spatiales de la vitesse  $V_I$  exprimées à l'aide de  $\tau_{des}$  et  $d$  dans (I.10) on a :

$$\frac{d}{\tau_{des}^2} = V_I^2 / R_I \quad (I.11)$$

Dès lors le paramètre de contrôle pour les géométries courbes donné par (I.9) peut être évalué en fonction des caractéristiques de l'écoulement :

$$Ta = \frac{V_I d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_I}} = Re \sqrt{\frac{d}{R_I}} \quad (I.12)$$

qui permet d'indiquer selon les valeurs du jeu radial  $\delta = \frac{d}{R_I}$  les principaux domaines de l'écoulement.

En fait, ce résultat est surtout valable dans le cas du petit espace annulaire ( $d/R_I \ll 1$ ).

### II.3. Les régimes de transition

En augmentant la vitesse de rotation  $\Omega_I$  du cylindre intérieur progressivement et d'une manière lente ou quasi-statique, au-delà d'une certaine valeur du paramètre de contrôle appelée valeur critique  $Ta > Tc_I$ , l'écoulement de Taylor – Couette présente une série de transitions. Les différentes expériences menées par différentes techniques de mesures dans le cadre d'un faible espace annulaire ( $\delta \approx 0.1$ ) confirment l'existence des régimes suivants

**A. Bouabdallah [9] :**

- ▶ Régime laminaire stable :  $Ta < Tc_1 = 41.2$
- ▶ Régime laminaire perturbé ou instable :  $41.2 \leq Ta < 740$
- ▶ Régime de pré-turbulence ou chaos :  $740 \leq Ta < 4500$
- ▶ Régime de turbulence complètement développée :  $Ta \geq 4500$

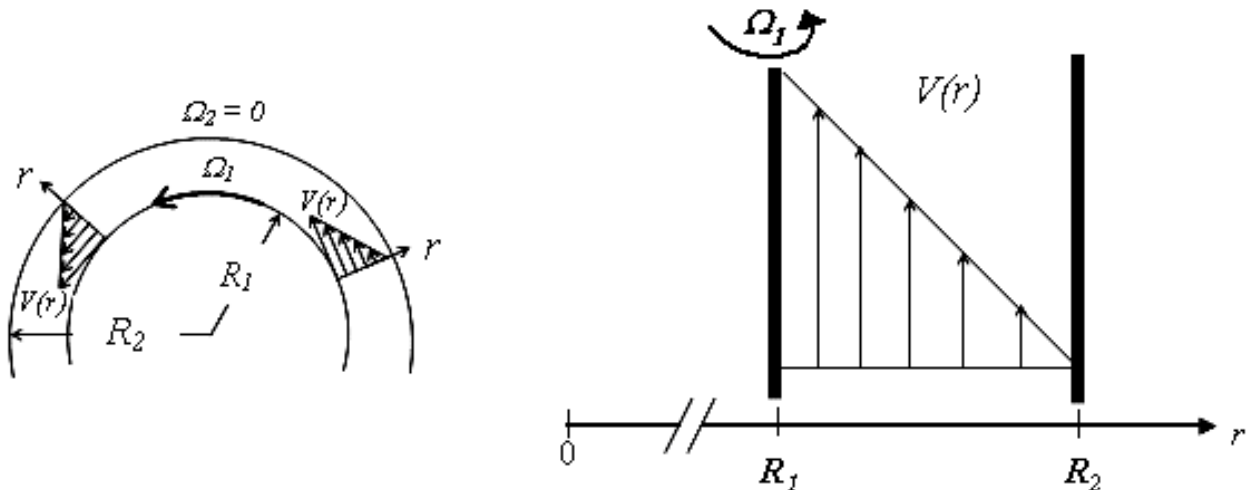
### II.3.1. Régime laminaire stable.

Lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur tournant  $\Omega_1$  est proche d'une valeur faible ou nulle, le régime d'écoulement est dit laminaire ou stationnaire. En fait, c'est ce type d'écoulement qu'on appelle mouvement de Couette. Celui-ci est indépendant du temps  $t$  et représente un écoulement stationnaire purement tangential ou azimuthal qui est décrit à l'aide de la seule coordonnée radiale  $r$ , à savoir :

$$\bar{V} = Ar + \frac{B}{r} \quad (I.15)$$

$$\text{Avec : } A = \frac{\Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{et} \quad B = \frac{\Omega_1 R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (I.14)$$

On donne sur la figure 1.3 une schématisation de l'écoulement valable en régime laminaire de base :



**Figure 1.3:** Profil de vitesse de Couette.

L'expression de la vitesse montre que la force centrifuge  $F = \rho \frac{V^2}{r}$  est plus élevée du côté proche du cylindre intérieur  $r=R_1$ , donc lorsque la vitesse de rotation  $\Omega_1$  de ce dernier dépasse une certaine valeur critique  $\Omega_{1c}$ , l'écoulement laminaire devient instable.

### II.3.2. Régime laminaire perturbé

Il comporte plusieurs régimes d'instabilités qu'on peut recenser comme suit :

**A. Première instabilité :** elle correspond à l'onde axiale ou cellules de Taylor. **G.I. Taylor [4]** a montré en 1923 théoriquement et il a confirmé expérimentalement que le régime laminaire de base devient instable pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur correspondant à une valeur critique de nombre de Taylor ( $Ta_{c1} = 41.2$ , et expérimentalement  $Tc_1 = 41.32$ ). Par la suite, ce résultat a été vérifié théoriquement par **R.C Diprima [10]**  $Tc_1 = 41.61$  et ensuite par **S. Chandrasekhar [11]**  $Tc_1 = 41.41$  à l'aide de deux méthodes de calculs différentes. A partir de la valeur  $Ta = Tc_1$ , le liquide s'organise en un empilement de tourbillons toriques contra-rotatifs qui occupent la largeur de l'espace annulaire  $d$  et se propageant suivant l'axe  $z$  (Figure 1.4). Ce type de configuration cellulaire est appelé vortex de Taylor ou perturbation axisymétrique qui reste stable dans la gamme du nombre de Taylor :  $41,2 \leq Ta \leq 48$ .

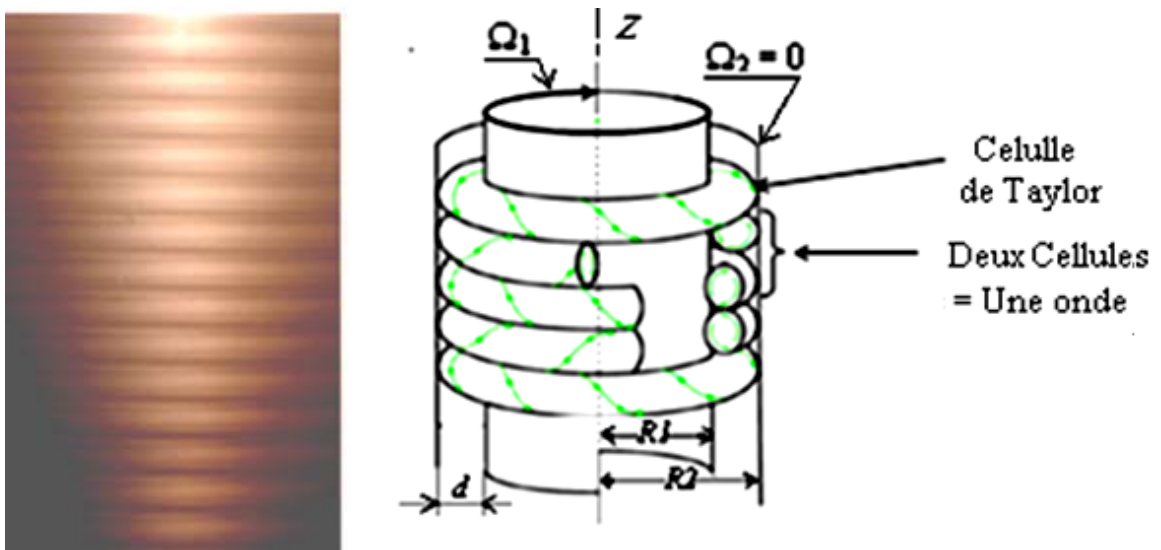
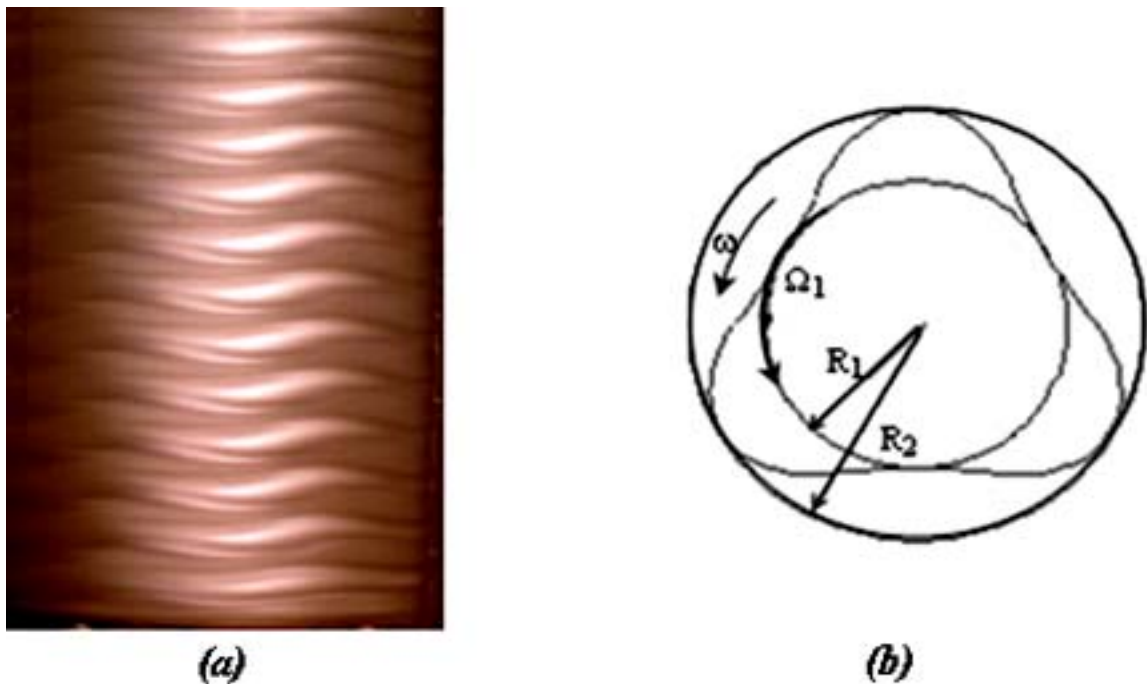


Figure.1-4 : Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor

**B. Deuxième instabilité :** elle correspond à l'onde azimutale ou Wavy mode. En augmentant encore la vitesse de rotation, il apparaît pour un nombre critique  $Re_{c2}$  ou ( $Tc_2 = 48$ ) un mouvement comportant des tourbillons ondulés azimutalement.

Il s'agit de l'onde azimutale qui se propage dans la direction angulaire ( $\theta$ ) avec une fréquence d'oscillation  $\omega$  qui donne lieu à un système d'ondes instationnaires se superposant aux cellules de Taylor : l'ensemble de l'écoulement est décrit selon un mouvement secondaire doublement périodique en  $z$  et  $\theta$ . Ce système d'ondes est caractérisé par un nombre d'onde

axiale  $n$  et un nombre d'onde azimutal  $m$  [12] [13] [14]. Ainsi *D. Coles* [15] a montré que ce régime présente plusieurs états stables pour une même valeur de nombre de Taylor et chaque état est identifié par le couple  $(n, m)$  caractérisant ce qu'on appelle « non – unicité de l'écoulement ». En outre il montre que lorsque on augmente ou l'on diminue  $Re$ , le mouvement peut changer de manière discontinue et irréversible. En particulier, *D. Coles* [15] retrouve le phénomène d'hystérésis de l'écoulement que l'on expliquera ultérieurement dans l'effet de l'accélération sur l'écoulement de Taylor–Couette. Ce dernier motionne également que l'onde axiale ou cellules de Taylor persiste en turbulence complètement développée.

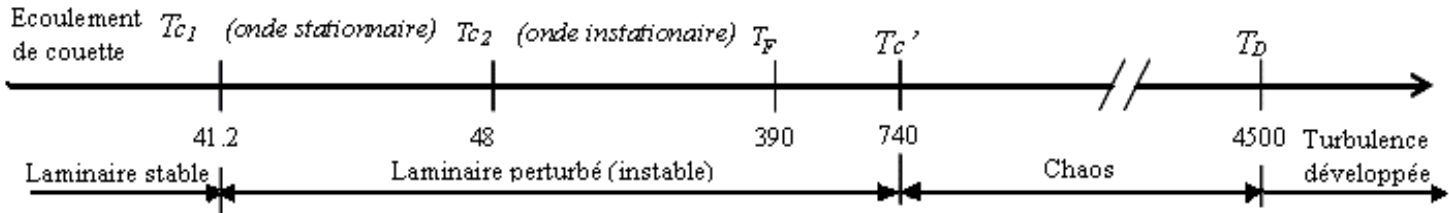


**Figure 1.5 : a) Visualisation des ondes azimutales ( $\theta$ ) ou wavy mode ; b) exemple de structure ondulatoire pour mode  $m = 3$  d'après *A. Bouabdallah* [9]**

### *C. Mouvement ultérieur*

Au-delà de  $Tc_2 = 48$ , l'écoulement se complique et il apparaît très vite que la prévision des états d'instabilités ultérieures à l'onde azimutale devient quasi-inextricable et le mouvement devient de plus en plus complexes le régime de fluctuation s'installe à  $Ta \approx 400$ . Le régime chaotique ou pré-turbulent s'établit avec la disparition l'onde azimutale vers  $Ta \approx 740$ . Au-delà de cette valeur, on observe l'établissement de la turbulence complètement développée à  $Ta = 4500$  qui est elle-même marquée par la persistance de l'onde axiale qui se maintient toujours malgré la vitesse de rotation très élevée imposée sur le cylindre intérieur [9].

Les différents régimes de transition sont résumés dans le diagramme suivant à l'aide du nombre de Taylor  $Ta$  lui-même dérivant du nombre de Taylor  $Ts$  au sens de *J. J Stuart [16]*.



$0 \leq Ta \leq T_{c1}$  : Ecoulement circulaire de couette.

$Ta = T_{c1}$  : Apparition de l'onde axiale stationnaire (cellules de Taylor).

$Ta = T_{c2}$  : Apparition de l'onde azimutale instationnaire (wavy mode).

$Ta = T_F$  : Apparition des fluctuations Chaotiques (fréquence à spectre large).

$Ta = T_{c'}$  : Disparition de l'onde azimutale.

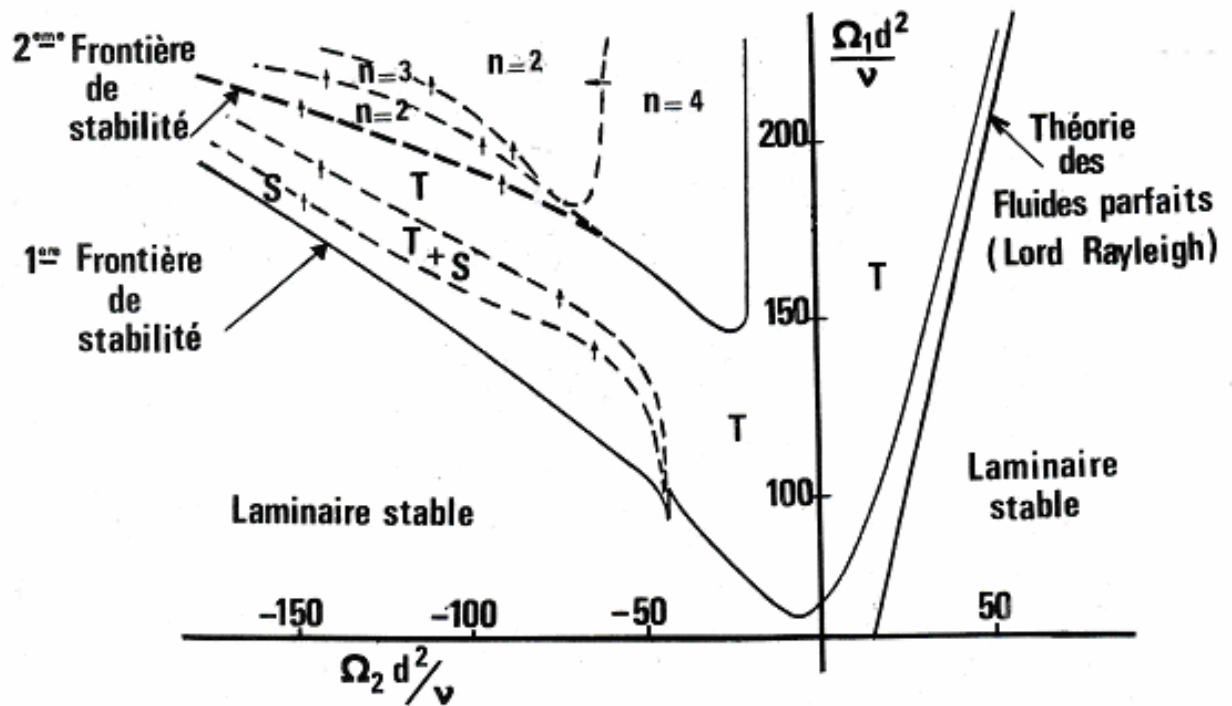
$Ta = T_D$  : Disparition des fréquences à spectre large.

$Ta \geq T_D$  : Régime de turbulence développée.

Dans le cas général où les vitesses  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  varient de façon quelconque la prévision des instabilités en milieu visqueux a été synthétisée expérimentalement par *D. Coles [15]* sous la forme d'un diagramme dans le plan des nombres de Reynolds associés :

$$Re_1 = \frac{\Omega_1 d^2}{\nu} \quad \text{et} \quad Re_2 = \frac{\Omega_2 d^2}{\nu}.$$





**Figure 1.6: Diagramme de stabilité** d'après *D.Coles [15]* ( $R_2/R_1=0,5$ ). (T) : Mouvement périodique (z) stationnaire ou cellules de Taylor. (S) : Mouvement spiral (z) ou mouvement non-axisymétrique simple.(n) :  $n = 2, 3, 4$  nombre d'ondes circonférentielles associées au mouvement doublement périodique ( $\theta, z$ ) instationnaire.

L'évolution des états de l'écoulement du régime laminaire vers le régime turbulent a été largement étudiée dans le cas des cylindres infiniment longs correspondant à un facteur d'aspect  $\Gamma = H/d$  grand et le rapport des rayons  $\eta$  voisin de l'unité  $\eta = \frac{R_1}{R_2} \approx 1$  ou tel que

$\delta = \frac{d}{R_1} \ll 1$ . Cette configuration correspondant à la géométrie d'un faible espace annulaire

dans lequel il a été montré que le régime chaotique de l'écoulement apparaît après trois bifurcations seulement. L'étude des phénomènes d'instabilité a été généralisée à d'autres situations d'écoulement qui peuvent se produire lorsqu'on tient compte des effets suivants :

- A. Effets Géométriques,
- B. Effets Dynamiques,
- C. Effets Rhéologiques,
- D. Effets Dynamiques.

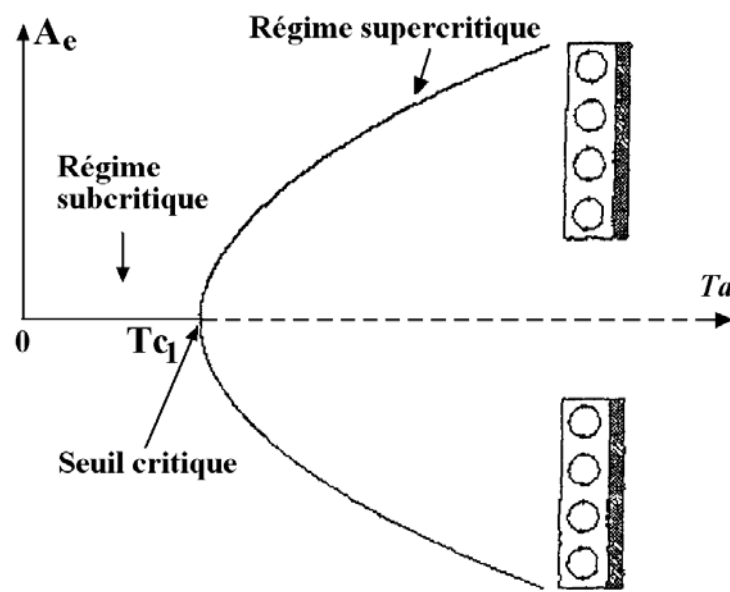
### III. FACTEURS D'INFLUENCE SUR L'ÉCOULEMENT

On se propose d'effectuer une analyse de l'influence des différents effets sur l'apparition des instabilités afin de tirer quelques propriétés physiquement intéressantes.

#### A. Effets Géométriques :

##### 1. Effet de bords :

Dans le cas de cylindres infiniment longs, la transition de l'état stable de Couette vers le Taylor Vortex Flow (TVF) est décrite par une Bifurcation de type fourche supercritique, comme illustrée sur la **Figure. 1-7** exprimant l'amplitude d'équilibre  $A_e$  en fonction du nombre de Taylor  $Ta$ . En particulier, si l'on s'intéresse à un vortex localisé en un endroit bien défini de la cavité de l'espace annulaire, chaque branche correspond à un sens de rotation possible pour le vortex, l'une ou l'autre de ces deux branches peut être atteinte de manière équiprobable. La présence de parois terminales modifie ce scénario : les branches de la bifurcation suivent une transition continue depuis l'écoulement de Couette jusqu'au TVF (**T. Mullin [17] et al**). Près des parois terminales, le sens de rotation des vortex marginaux est déterminé par le pompage d'Ekman : le flux près de la paroi est dirigé vers l'intérieur si la paroi est fixe, et vers l'extérieur si la paroi est solidaire du cylindre interne. Il existe toutefois une autre configuration, pour laquelle le sens de rotation du vortex marginal est opposé à celui normalement imposé par le pompage radial. Ce cas peut être atteint sous certaines conditions (**T.B Benjamin [18] [19]**, et **T. B Benjamin & T. Mullin [20]**), mais il est peu fréquent, et l'écoulement suit généralement la branche continue.



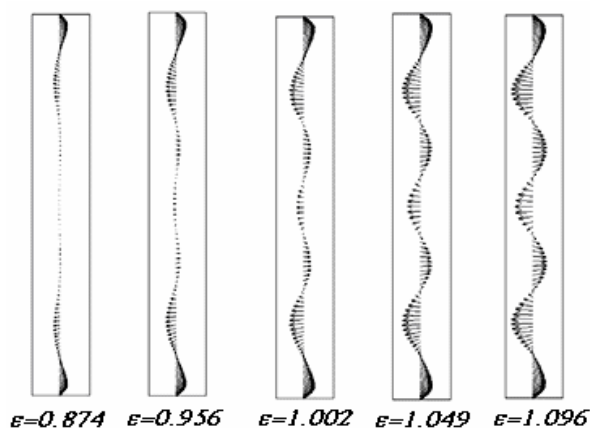
**Figure.1.7** : Diagramme de bifurcation de type fourche, applicable à la transition de l'écoulement de Couette vers le Taylor vortex flow » (**K. A. Cliffe et al. [21]**).

Les bords, aussi, peuvent jouer un rôle important pour les cylindres courts même aux transitions d'ordre supérieur puisque les vortex se produisent assez proche des bords. Par exemple, la transition des vortex stationnaire de Taylor au mode instationnaire (wavy mode) se produit à des vitesses de rotation plus élevées dans le cas des cylindres courts que pour le cas des cylindres infiniment longs *J. Cole [22]*. La raison tient au fait que les vortex de bords sont reliés aux couches de frontières associées aux bords qui empêche la transition aux vortex ondulés. De même, la transition de l'écoulement des vortex ondulés à l'écoulement modulé des vortex ondulés se produit à des vitesses de rotation plus élevée pour des cylindres plus courts *M. P. Ross [23]*.

*O. Czarny et al [24, 25]* ont effectué une étude pour montrer le phénomène d'interaction entre la couche de frontière des bords et la structure des vortex en mode laminaire proche de la première instabilité (cellule de Taylor) et de la seconde instabilité (wavy mode). Pour cela, ils ont employé une variété de bords imposés sur le dispositif expérimental, à savoir :

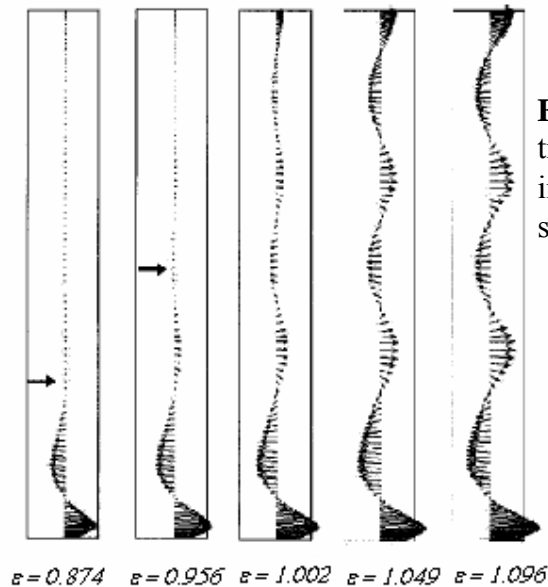
1. Bords fixes stationnaire :  $\Omega_e = 0$ .
2. Bords tournant avec le cylindre intérieur :  $\Omega_e = \Omega_i$ .
3. Bords soumis à une contrainte libre : une surface plate sans tension superficielle pour éliminer l'effet de la viscosité au niveau du bord supérieur tel que  $\Omega_e = f$ .
4. Bords combinés : bord supérieur qui tourne avec le cylindre intérieur et l'autre soumis à une surface libre.

Pour  $\Omega_e=0$  qui correspond à des bords fixes, on constate que l'évolution des vortex de Taylor induit par la naissance des grands vortex aux niveaux des bords se propagent vers le milieu en fonction du Reynolds, comme le montre la **figure 1.8**.



**Figure 1.8** : Représentation des vecteurs des vitesses intermédiaires à travers l'espace annulaire au voisinage de la première instabilité pour  $\Omega_e=0$ .

Pour  $\Omega_e = \Omega_i$ , les résultats sont semblables à ceux du premier cas mais avec une couche d'Ekman plus forte qui est orientée vers le cylindre externe. Pour le cas de la surface libre ( $\Omega_e = f$ ) les vortex de Taylor apparaissent sur la totalité de la cavité annulaire à condition que  $\varepsilon = \frac{Re}{Re_c} > 1$ .



**Figure 1.9** : Représentation des vecteurs de vitesse à travers l'espace annulaire près de la première instabilité pour  $\Gamma=6$ ,  $\eta=0.75$  telle que  $\Omega_e=f$  au bord supérieur et  $\Omega_e=\Omega_i$  au bord inférieur.

Pour le cas relatif à une combinaison de frontières mixtes, l'extrémité inférieure tourne avec le cylindre intérieur ( $\Omega_e = \Omega_i$ ) et l'extrémité supérieure est soumise à une contrainte libre ( $\Omega_e = f$ ), les vortex se propagent du bord inférieur vers le bord supérieur en fonction de  $\varepsilon$

Dans le cas de la deuxième instabilité ou wavy mode, ils ont constaté que les vortex des bords diffèrent sensiblement d'un cas à un autre. Pour le cas des bords tournants avec le cylindre intérieur, il y a un vortex assez large et plat près des bords. Pour le cas des bords tournants avec le cylindre externe il y a un vortex faible près du cylindre externe. Pour les bords fixes, le vortex proche du bord tourne dans le sens contraire de l'écoulement d'Ekman. Pour les bords soumis à une contrainte libre (surface libre), la structure des vortex de bords change sensiblement avec la position azimutale.

## 2. Effet de la largeur de l'espace annulaire

*R.C DIPRIMA et al [26]* ont effectué une étude analytique sur l'effet de la variation de l'espace annulaire sur les instabilités de l'écoulement de Taylor – couette dans le cas où le cylindre intérieur tourne et l'extérieur est maintenu fixe ( $\Omega_2 = 0$  et  $\Omega_1 \neq 0$ ). Dans le cas où

le rapport  $\eta = \frac{R_2}{R_1}$  diminue ( $0.65 < R_1/R_2 < 1$ ) ils ont constaté ce qui suit :

a) Le nombre des modes normaux instables diminue rapidement pour une valeur fixe du nombre de Taylor  $Ta$ .

b) Il y a une valeur critique du rapport  $(R_1/R_2)$  au dessous de laquelle l'instabilité axisymétrique ne se manifeste qu'à partir d'un nombre de Taylor considérablement élevé.

*A. Bouabdallah [9]* a réalisé une analyse spectrale comparative sur la transition laminaire-turbulent dans divers espace annulaire : mince, intermédiaire et large. Par la technique polarographie, il a observé que le processus de la transition vers la turbulence est presque identique pour les cas d'espace annulaire mince et moyen, par contre, la différence devient notable lorsque il s'agit d'un intervalle plus large. Il a évalué les valeurs associées aux seuils critiques correspondants à l'apparition des différents modes d'instabilités.

<b>Configuration géométrique</b> <b>Nombre de Taylor caractéristique</b>	$d/R_1 = 0.048$	$d/R_1 = 0.010$	$d/R_1 = 0.22$
$T_{c_1}$ (onde axiale)	41	41	42
$T_{c_2}$ (wavy mode)	44	49	90
$T_F$ (fluctuation)	80	400	900
$T'_C$ (Chaos)	320	700	1250
$T_D$ (Turbulence développée)	2000	4500	9000

**Tableau 1. 1 : Seuils critique** des différents régimes d'instabilité pour divers configurations

### 3. Effet de la hauteur ou le facteur d'aspect $\Gamma$

*J. A. Cole [22]* a exploré l'effet d'une hauteur finie sur les phénomènes de transition du mouvement de type onde axiale et onde azimutale. Il a montré que l'apparition des cellules de Taylor se produit aux extrémités des cylindres pour une valeur de nombre de Reynolds en dessous de la valeur critique  $Re_{c_1}$  correspondant au cas classique d'un écoulement de hauteur infinie étudié par *D. Coles [15]*. De plus, *J. A. Cole[22]* a trouvé que le nombre de Reynolds caractérisent l'établissement du régime d'ondes azimutales s'accroît considérablement lorsqu'on réduit la hauteur de l'écoulement. Ce résultat est confirmé par *A. Mahamdia [27]*.

Ainsi *Q. Xiao et al [28]* ont examiné l'effet de l'espace annulaire et l'effet de la hauteur sur l'écoulement secondaire en vortex de Taylor (Second Taylor Vortex Flow STVF), en changeant le diamètre du cylindre intérieur tout en maintenant le diamètre du cylindre extérieur fixe à 94.0 mm. Les trois rayons intérieurs  $R_1$  utilisés sont de 62.0 mm, de 75.5 mm, et de 84.0 mm, définissant respectivement un rapport  $\eta = R_1/R_2$  de 0.660, de 0.803, et de 0.894. Le facteur d'aspect  $\Gamma = H/d$  est maintenu à 30. De même, pour étudier l'effet de la hauteur on change  $H$  tout en maintenant le rapport de rayon  $\eta$  constant et égal à 0.803. Les cinq hauteurs considérées définissent le rapport  $\Gamma = H/d$  à savoir  $\Gamma=15, 20, 25, 30, \text{ et } 50.54$ . L'extrémité inférieure de la colonne fluide est liée à un bord fixe tandis que l'autre extrémité est une surface libre. Ils ont mené les observations suivantes :

✎ Le régime de STVF (Second Taylor Vortex Flow) est sensible aux changements du rapport  $\eta$  et du facteur d'aspect  $\Gamma$ . Parmi les trois rapports des rayons étudiés le régime de STVF s'avère stable et peut exister seulement pour  $\eta = 0.803$  mais non pour  $\eta = 0.660$  et  $\eta = 0.894$ . En appliquant une accélération ( $dRe/dt^*$ ) légèrement petite de l'ordre 0.1123 pour que l'état de STVF apparaît.

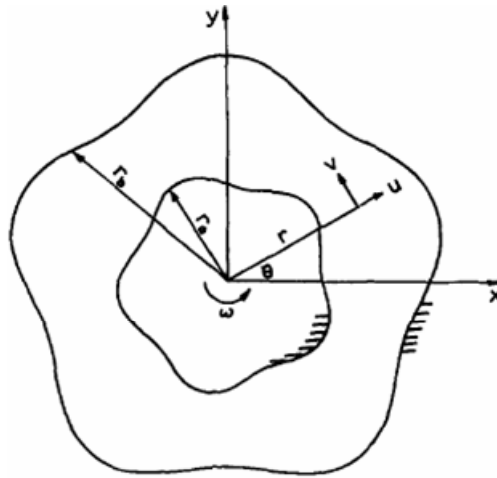
✎ Le rapport de rayon  $\eta$  et le facteur d'aspect  $\Gamma$  ont une influence sur la longueur d'onde axiale moyenne  $\lambda^*$  ( $\lambda^*=2H/nd$ ) des vortex de Taylor.  $n$  est le nombre d'onde axial, obtenu en comptant le nombre de vortex sur la longueur entière de la colonne fluide.

En résumé, ils ont prouvé que l'existence du régime de STVF est sensible aux changements de  $\eta$  et de  $\Gamma$ , et la longueur d'onde axiale dans le régime de STVF est inférieure à celle évaluée en TVF et WVF pour des valeurs grande de  $\Gamma$ . Elles restent les mêmes (les longueurs d'ondes axiales en STVF) dans TVF et WVF pour des valeurs petites du facteur d'aspect  $\Gamma$ .

#### 4. Effet de la Rugosité

*C.Y.Wang et C.F.Tsai [29]* ont étudié l'effet de la rugosité en utilisant deux cylindres concentriques rugueux séparés par un fluide visqueux. Quand le cylindre intérieur tourne, le couple et les forces instables et régulières peuvent se produire. Le couple et les forces dépendent de la largeur d'espace et du rapport  $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ , de l'amplitude des aspérités, et particulièrement du nombre d'ondulation de la rugosité des cylindres intérieur et extérieur  $n$  et  $m$  respectivement. Ils arrivent à conclure, pour éviter tout couple instable, il faut que  $n$  soit

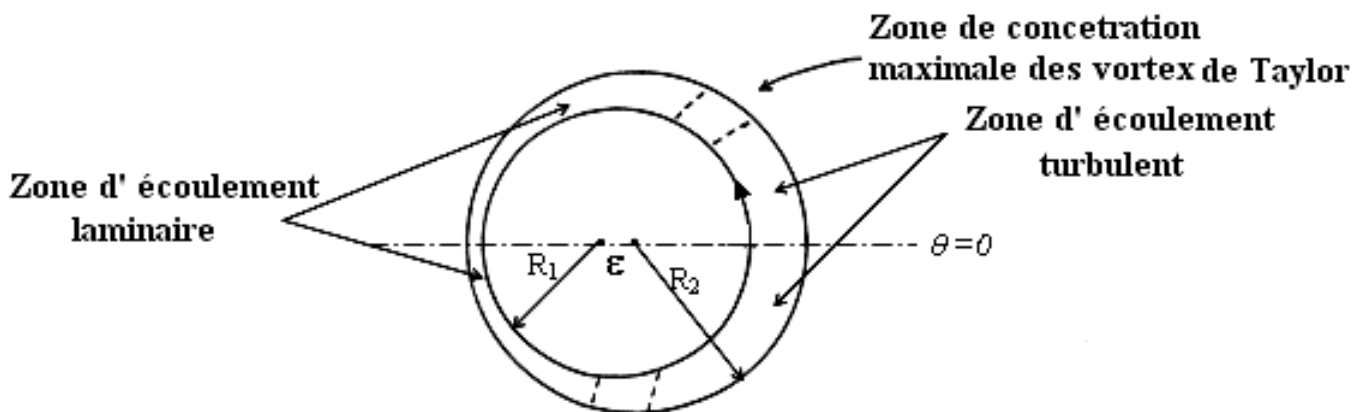
différent de  $m$  ( $n \neq m$ ). Le couple stable (régulier) peut être réduit au minimum par une augmentation de  $n$  ou une diminution de  $m$  et  $n$ , et notamment la valeur associée à  $n$ .



**Figure 1.10 :** Le système de coordonnées et forme des cylindres

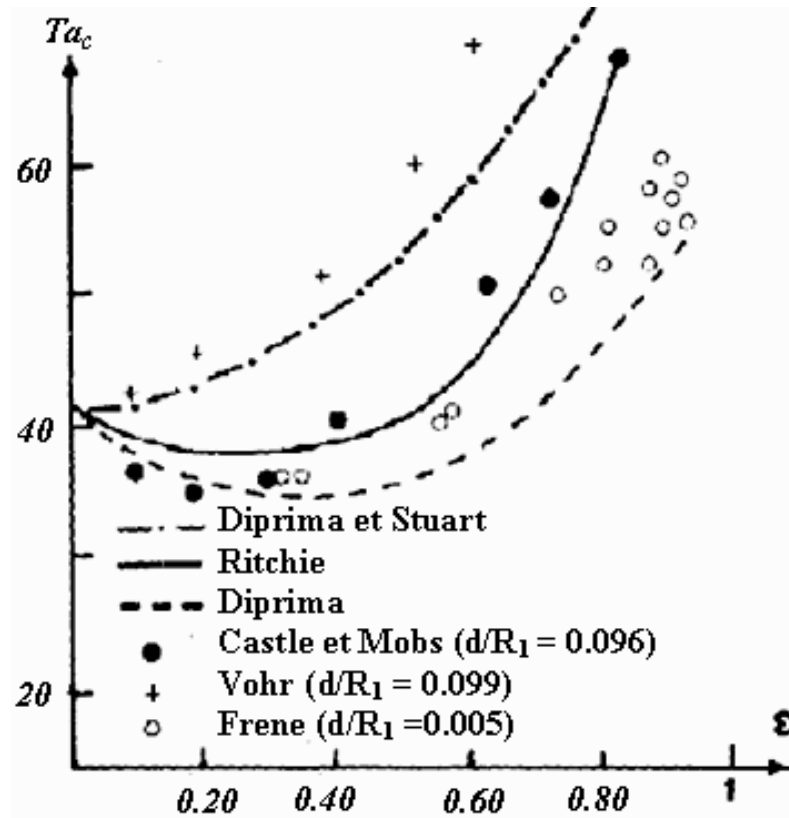
### 5. Effet de excentricité

Il s'agit d'un domaine d'étude très important qui relève des phénomènes de lubrification que l'on rencontre dans la technique des paliers hydrodynamiques. Les observations montrent dans ce type d'écoulement la coexistence de plusieurs types de mouvement pour une vitesse donnée de la rotation du cylindre intérieur  $\Omega_i$ .



**Figure 1.11 :** Co-Existence de différents régimes d'écoulement dans un palier excentrique.

Une étude analytique de ce type d'écoulement a été effectuée par *J. Stuart [16]* qui a obtenu la valeur critique du nombre de Taylor  $T_{Ce}$  tel que :  $T_{Ce} = T_{C0}(1 + 2,62\varepsilon^2)$  où  $T_{C0}$  correspond à la valeur trouvée dans le cas de cylindres concentriques et  $\varepsilon$  la valeur d'excentricité  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ . On représente sur la figure qui suit les résultats obtenus à partir de travaux théoriques et expérimentaux.



**Figure 1.12** : Variation de nombre critique  $Ta_c$  en fonction de l'excentricité  $\varepsilon$

Un approche non-linéaire approfondie [31], [32] et [33] a permis d'identifier la position d'activité maximum des vortex de Taylor qui se trouve à  $\theta = 50^\circ$  de l'espace maximum en contradiction avec la prévision de la théorie "locale" [34]. Cependant pour des données géométriques semblables, le calcul apparaît conforme à l'observation de *J.H Vohr* [30] obtenu à  $\theta=50^\circ$ , bien que les valeurs théoriques de  $\varepsilon$  et  $\delta$  soient un peu plus grands. Enfin *P.M Eagles, J Stuart et R.C Diprima* [33] donnent également des résultats de l'effet de l'excentricité sur l'écoulement des vortex de Taylor et sur le couple.

### **B. Effets Thermiques :**

A ce sujet on a recensé diverses recherches expérimentales et théoriques sur l'effet d'un gradient de température radial imposé à l'instabilité de l'écoulement de Taylor-Couette. En 1961 *C. S. Yih* [35], en imposant un gradient de température négatif (le cylindre intérieur étant chauffé) cet auteur a montré que celui-ci a pour conséquence de stabiliser l'écoulement. Par contre, un gradient de température positif produit un effet contraire qui peut déstabiliser l'écoulement. De plus *H. A. Snyder* [36] a montré qu'un gradient thermique relativement faible peut avoir un grand effet sur le nombre Taylor critique. il en résulte que l'effet du



gradient thermique consiste à stabiliser l'écoulement de Taylor–Couette pour des petites  $|\Delta T|$  et de le déstabiliser pour des grandes  $|\Delta T|$ .

La forme d'onde de la perturbation, liée à l'effet de stabilisation, correspond aux cellules toroïdales de type Taylor. Dans le cas de la déstabilisation, cela se traduit par des cellules sous forme de spirales qui sont différentes de celles de Taylor.

Par ailleurs, Il été constaté qu'une autre forme d'instabilité de nature ondulatoire qui se produit à de très faibles nombres de Taylor. Aussi, *M.M. Sorour et J.E.R.Coney [37]* ont étudié l'effet d'un gradient de température radial sur la stabilité hydrodynamique de l'écoulement de Taylor–Couette tel que le cylindre extérieur est chauffé isothermiquement, ils ont mené leurs essai dans deux situation intéressantes : l'absence et l'existence de l'effet du débit axial.

Ils ont montré qu'en l'absence du débit axial :

- La déstabilisation de l'écoulement augmente avec l'augmentation du gradient de température radial.
- La courbe de stabilité s'est avérée indépendante des propriétés du fluide mais elle dépend du rapport des rayons  $\eta$ , le nombre de Taylor  $Ta$  et la différence de température  $\Delta T$ .

Ces résultats ont été expliqués par *C. Benazouz et A. Bouabdallah [38]* par polarographie à l'aide d'une analyse spectral. En particulier ils ont montré que le déclenchement du chaos l'apport du chaos procède selon une transition de type Rayleigh–Benard par une division de fréquence, processus qui diffère de celui de Taylor – Couette

Dans le cas où l'on superpose un écoulement axial, ils ont constaté :

- Le point de la stabilité neutre est modifié si la convection naturelle est importante et il dépend de la direction de l'écoulement axial.
- Un gradient de température axial peut prendre naissance qui résulte de la convection naturelle laquelle est à l'origine de la modification du nombre d'onde axial.

*I. Mutabazi et al [39]* ont examiné l'effet d'un gradient de température radial sur la stabilité de l'écoulement de Taylor dans le cas où le cylindre intérieure tourne et le cylindre extérieur reste fixe. Ils ont montré que ces deux facteurs (la rotation et le gradient de température)

créent un nouveau régime correspondant à un écoulement oscillatoire en spirale dans la direction axiale.

### C. Effets Rhéologiques :

Cette situation correspond aux effets liés aux comportements de fluide, à caractère non Newtonien, en raison du comportement viscoélastique, viscoplastique, etc...

Les auteurs *O. Crumeyroll et al [40]* ont étudié les premiers modes d'instabilité de l'écoulement de Taylor–Couette en utilisant une solution aqueuse (Polyoxyéthylène) de grande masse molaire. Ils ont pu constater que pour des solutions diluées ou de faible concentration (parties par million), les deux premiers modes d'instabilité sont identiques à ceux observés pour un fluide newtonien (onde axiale et onde azimutale).

En particulier, *R.G. Larson et [41,42]* ont étudié expérimentalement l'effet de viscoélasticité en utilisant des solutions (liquides de Boger, non rhéofluidifiants) réalisées avec des solvants très visqueux (100 à 1000 fois la viscosité de l'eau). Ils ont montré que la viscoélasticité induit des modes d'instabilités différents du mode stationnaire et axisymétrique des rouleaux de Taylor. En particulier, la première différence de contraintes normales déstabilise l'écoulement de Couette circulaire et donne lieu à des rouleaux même pour des vitesses de rotation très faibles. Cette instabilité, dite purement élastique, peut être décrite à l'aide du nombre de Weissenberg  $We$  qui est le rapport du temps caractéristique de relaxation sur le temps de cisaillement. Les effets élastiques dominent aux grandes valeurs de  $We$  mais sont négligeables aux petites valeurs de  $We$ .

Pour les solutions avec concentration ou masse molaire plus élevée, le premier mode d'instabilité est instationnaire et non axisymétrique. Il se manifeste sous forme d'ondes contra-propagatives. Ce mode transite vers la turbulence pour des faibles valeurs du nombre critique de Taylor.

*G.Beavers et D.D.Joseph [43]* ont utilisé pour une expérience de Taylor – Couette une solution viscoélastique. Ils ont confirmé que la nature de fluide n'influe pas sur l'apparition de la première instabilité qui s'effectue à un nombre de Taylor presque identique à celui observé pour un fluide Newtonien. Cependant, celle-ci influe sur la forme et le comportement des cellules, ils ont remarqué qu'au fur et à mesure qu'ils augmentent  $Ta$ , les cellules s'élargissent et diminuent en nombre.

*Y. Laghouati et al [44]* ont mené une étude expérimentale des deux premiers modes d'instabilités dans le système Taylor–Dean, en solution viscoélastique. Ceci a permis de

déterminer leurs seuils  $Re_c$  et  $Re_m$  et de les comparer à ceux d'une solution newtonienne. Pour des concentrations de Polyoxyéthylène (POE) telles que  $C \leq 500$  ppm, on observe les mêmes modes de structure mais avec un seuil retardé. Le taux de cisaillement imposé pour les deux seuils correspond au plateau newtonien. Le retard dans l'apparition des instabilités est dû à l'augmentation de la viscosité en fonction de la concentration  $C$  en PEO. On note cependant que l'écart relatif entre  $Re_c$  et  $Re_m$  tend à diminuer lorsque la concentration  $c$  augmente. Dès lors, pour des grandes concentrations, l'effet de rhéofluidification devient prépondérant. Il se produit alors un phénomène de "saturation de l'écoulement" qui reste globalement instable mais devient indiscernable quant à la nature des structures encore présentes. La loi de croissance de type exponentielle, associée aux paramètres critiques  $Re_c$  et  $Re_m$ , tend à s'amenuiser et converge vers une loi limite au voisinage de  $C \approx 500$  ppm. Ainsi, malgré l'importance des forces centrifuges qui sont considérables à ce stade, le caractère rhéofluidifiant de l'écoulement s'y oppose pour des concentrations élevées. On peut conclure que, pour ces grandes concentrations, l'élasticité des solutions entre en jeu (l'effet Weissenberg associé à l'apparition des forces normales aux plans de cisaillement) et serait à l'origine de cette observation fondamentale.

#### **D. Effets dynamiques :**

Ils correspondent au mouvement de fluide imposé tel que débit axial, débit radial, champ magnétique, effet de la surface libre, effet de l'inclinaison, effet de pression et modification de l'accélération, etc...

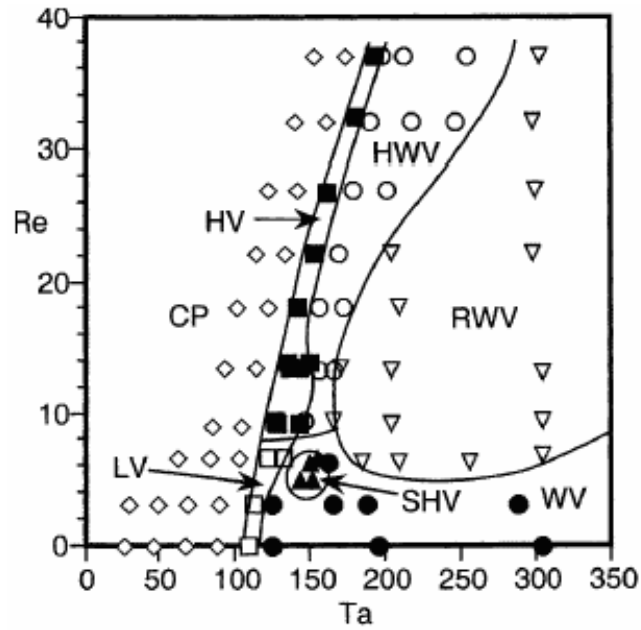
##### **1. Effet du débit axial :**

*R. C. Diprima [45]* et *S. Chandrasekhar [11]* ont analysé les premiers le problème de Taylor Couette avec un écoulement axial imposé (Taylor–Couette Poiseuille) dans le cadre de la configuration du petit espace annulaire. Par la suite, cette étude a été généralisée par *M.A.Hasson et B. W. Martin [46]* pour des espaces annulaires relativement larges dans le cadre d'une théorie linéaire. Les résultats obtenus indiquent que la présence d'un écoulement axial stabilise le mouvement de Couette ce qui signifie que la transition vers le régime laminaire perturbé s'effectue à des nombres de Taylor élevés. Cette propriété importante a été confirmée expérimentalement par *H. A. Snyder [47]*.

*J. Kaye et E.C Elgar [48]* en utilisant la technique du fil chaud ont montré que la transition du régime laminaire stable vers le régime laminaire perturbé est stabilisée par un débit axial. Par contre, la transition vers le régime turbulent semble déstabilisée dans ce dernier

cas. D'autres études ont montré que l'écoulement axial modifie non seulement les conditions d'apparition des instabilités mais aussi la forme et la structure cellulaire correspondante.

*R.M. Lueptow et all [49]* ont identifié plusieurs régimes d'écoulement (figure.1.13) qui dépendent du nombre de Taylor et du nombre de Reynolds relative à l'écoulement axial imposé.



**Figure 1.13 :** Régime d'écoulements pour l'écoulement de Taylor couette avec un écoulement axial imposé d'après [49]

## 2. Effet de la surface libre

*A. Mahamdia et A. Bouabdallah [50, 51, 52]* ont examiné l'écoulement de Taylor-Couette soumis aux effets de la surface libre et la variation de la hauteur de la colonne fluide. Cette étude a été menée par différentes méthodes : Visualisation [50], Polarographie [51], [52] et Anémométrie laser [51] qui ont permis de mettre en évidence les résultats suivants :

- l'apparition de l'onde axiale n'est pas affectée par la hauteur de remplissage, elle s'effectue pour une valeur de nombre de  $Ta$  pour  $\Gamma$  fixé.

- L'apparition de la deuxième instabilité est retardée lorsque la hauteur diminue

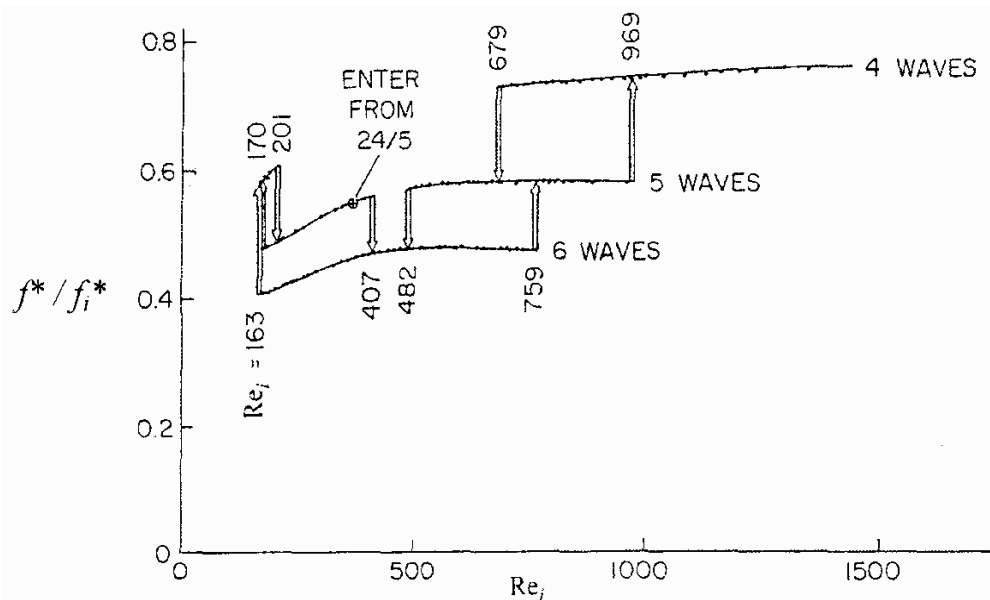
- L'existence d'une hauteur critique  $H_c$ , pour un rapport d'aspect  $\Gamma < 10$  ( $\Gamma = \frac{H}{d}$ ) la transition laminaire turbulence s'opère directement sans passer par le régime d'onde azimutal

- Le nombre d'ondes azimutales passe de quatre à trois : ce saut de fréquence est d'autant plus retardé quand le rapport d'aspect diminue.

- Pour un rapport d'aspect  $\Gamma < \Gamma_c$  une forme d'inhomogénéité axiale de l'écoulement est observée. C'est une perturbation en forme spirale torsadée prenant naissance au voisinage de la surface libre et se propageant vers le fond du dispositif lorsque le nombre de Taylor augmente.

### 3. Effet de l'accélération :

L'une des caractéristiques les plus remarquables de l'écoulement de Taylor–Couette est la non-unicité du mouvement ondulé ou régime du wavy mode. Ce comportement a été rapporté pour la première fois par **D. Coles [15]** il a découvert l'existence de 20 à 25 états différents d'écoulement qui ont des longueurs d'onde axiales et/ou des longueurs d'onde azimutales distinctes pour un nombre de Reynolds donné. Il a constaté que les états d'écoulement dépendent non seulement des conditions initiales, mais également de la façon à laquelle le cylindre intérieur a été accéléré ; **D. Coles[15]** a noté que le nombre d'ondes azimutales change par paliers quand on augmente la vitesse de rotation. Ce phénomène intéressant se caractérise par des paliers qui forment des boucles d'hystérésis, de sorte que l'on peut passer d'un état  $p$  modes à un état à  $q$  modes en augmentant ou en diminuant le Reynolds : deux états  $(p,q)$  peuvent être possibles pour un même Reynolds (Figure. 1.14),



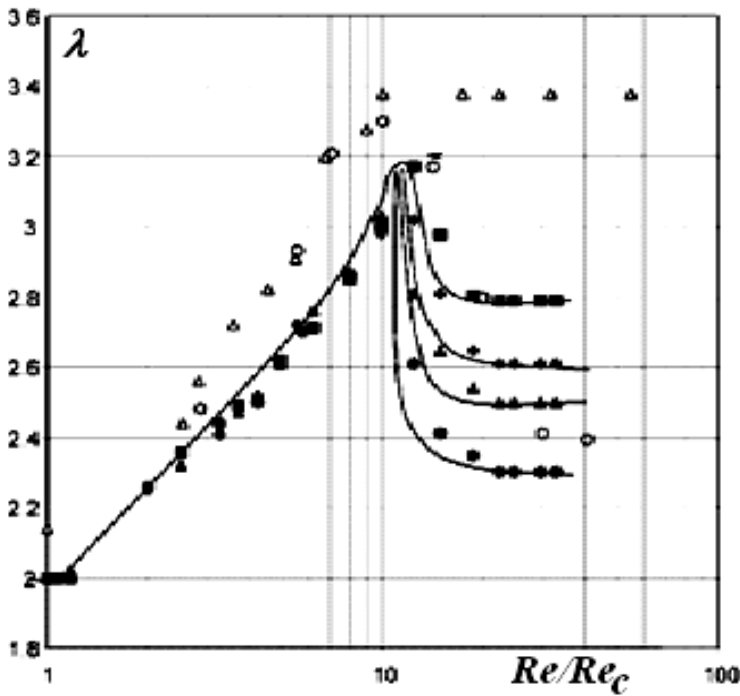
**Figure.1.14 : Phénomène d'hystérésis** pour un écoulement WVF ( $\eta=0.874$ ,  $\Gamma=14$ ) (d'après **D. Coles [15]**) plusieurs solutions peuvent coexister pour une même valeur du nombre de Reynolds  $Re_i$ . En abscisse, le Reynolds  $Re$  du cylindre interne; en ordonnée la fréquence temporelle  $f^*$  de l'ondulation azimutale, adimensionnée par la fréquence de rotation du cylindre interne  $f_i^*$ .

*E. L. Koschmieder [53]* a utilisé deux procédures d'accélération du cylindre intérieur (accélération régulière et brusque) pour examiner leur effet sur la longueur d'onde axiale. Il a constaté que, avant le début de wavy mode, la longueur d'onde axiale obtenue par le démarrage brusque est identique avec celle obtenue par accélération régulière du cylindre intérieur. Cependant, quand les vortex commencent à onduler, leur longueur d'onde axiale est sensible aux changements des conditions initiales.

Indépendamment des longueurs d'onde axiales et azimutales, la non-unicité de l'écoulement ondulé est également reflétée sur deux autres caractéristiques de écoulements, à savoir, la vitesse et amplitude de l'onde azimutale. Ainsi *G.P.King et al [54]* ont entrepris des études expérimentales et numériques sur l'influence de l'accélération sur la vitesse de l'onde azimutale (vitesse de phase). Ils ont constaté que, pour un nombre de Reynolds donné, un facteur d'aspect défini et un rapport du rayon donné, la vitesse de l'onde est une fonction faible du procédé d'accélération. *Lim et al [55]* et *Xiao et al [56]* ont soumis le cylindre intérieur à une gamme d'accélération linéaire en mesurant « l'histoire d'écoulement »  $dRe/dt^*$ . Pendant l'expérience, ils ont découvert un régime d'écoulement précédemment non identifié, c'est l'écoulement secondaire des vortex de Taylor (Second Taylor Vortex Flow STVF). Ce régime d'écoulement s'avère non seulement dépend du nombre de Reynolds, mais également de l'accélération. *Xiao et al [56]* ont effectué une étude systématique de l'effet de l'accélération linéaire sur la longueur d'onde axiale, la vitesse et l'amplitude de l'onde azimutale de l'écoulement de type wavy mode. Pour une accélération donnée ( $dRe/dt^*$ ) variant dans la plage 0.1123 à 2.247 et pour un nombre de Reynolds  $Re/Re_c$  variant de 1.0 à 36, ils ont pu tirer les conclusions suivantes :

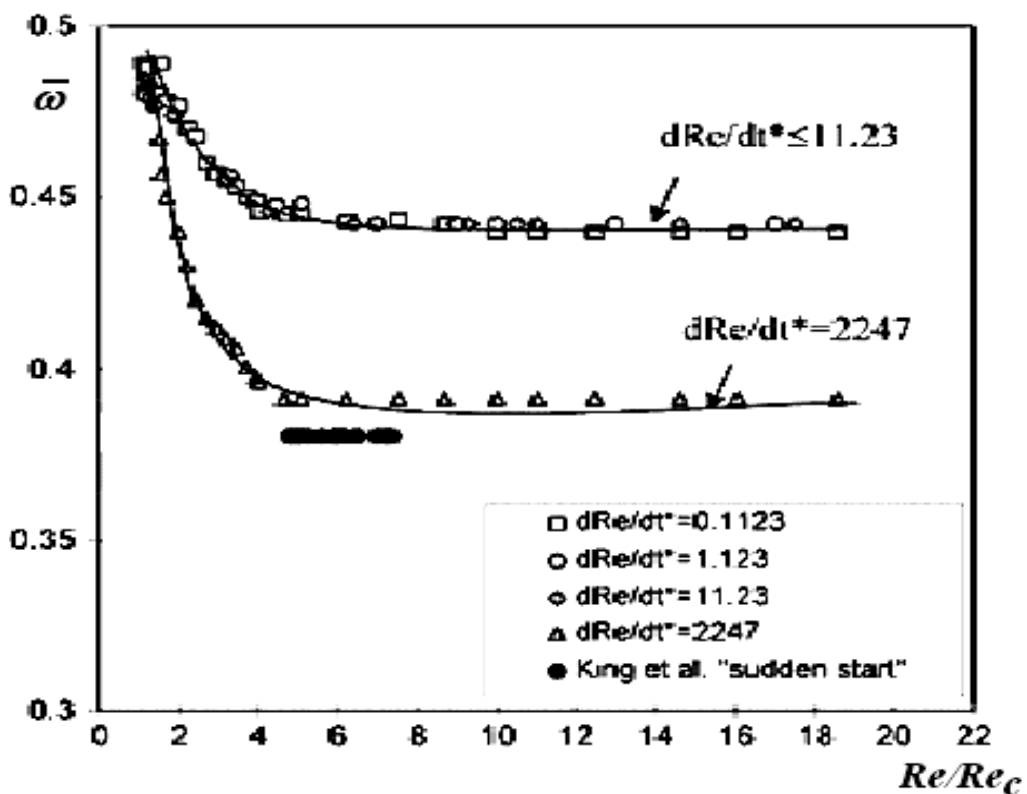
- Lorsque le nombre de Reynolds augmente, la longueur d'onde axiale, la vitesse et l'amplitude de l'onde azimutale apparaissent comme des fonctions de l'accélération. Par exemple, la longueur d'onde axiale des vortex ondulés ( $\lambda$ ) augmente d'une façon monotone avec le nombre de Reynolds et, en même temps, et est indépendante de l'accélération pour  $\frac{Re}{Re_c} < 10$ . Au-dessus de  $\frac{Re}{Re_c} \approx 11$ ,  $\lambda$  diminue avec le nombre de Reynolds qui est proche d'une valeur asymptotique constante qui est fonction de l'accélération. Ainsi plus l'accélération est grande, plus la valeur de  $\lambda$  tend à devenir minimale.

- Au début la vitesse de l'onde azimutale diminue en fonction du nombre de Reynolds puis se stabilise à une valeur constante.

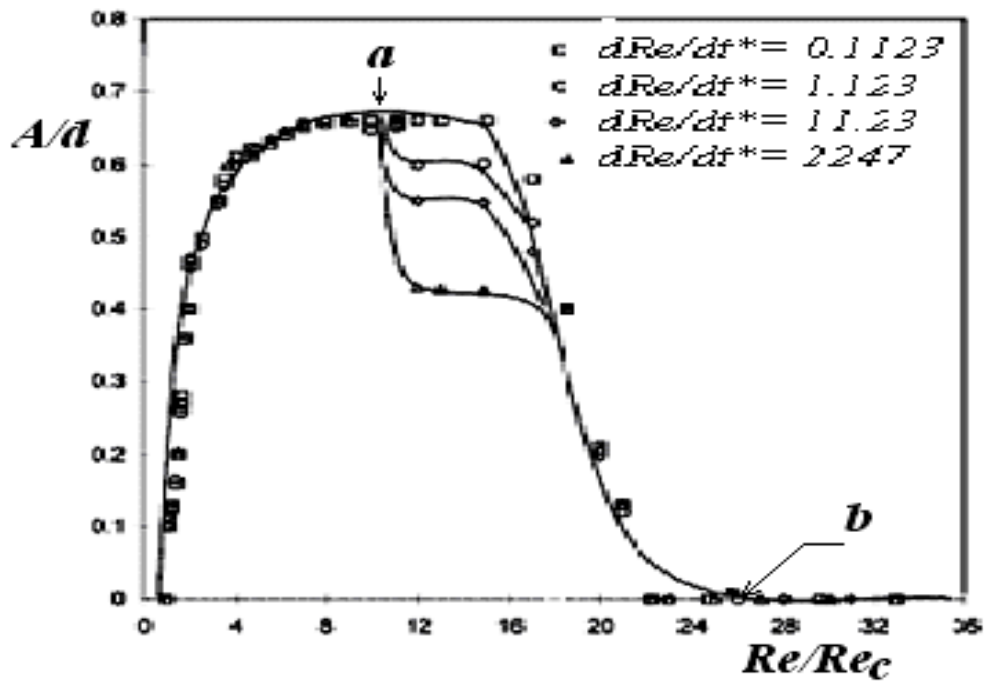


**Figure 1.15:** Effet de l'accélération sur le rapport entre la longueur d'onde axiale et le nombre de Reynolds : Une comparaison avec Koschmieder (1979). les résultats de *Koschmieder*[53]  $\eta = 0.894, \Gamma = 94$  : ■  $dRe/dt^* = 0.1123$ ; ♦  $dRe/dt^* = 1.123$  ; ▲  $dRe/dt^* = 11.23$ ; ●  $dRe/dt^* = 2.247$ . Résultats de *Xiao et al* [56],  $\eta = 0.890, \Gamma = 123.5$  : Δ mode quasi-statique; ◻ accélération brusque.

L'effet de l'accélération sur l'amplitude d'onde ( $A$ ) est significatif seulement dans une gamme très étroite des nombres de Reynolds. En dehors de cette gamme, l'amplitude de l'onde n'est pas affectée par des changements de l'accélération.



**Figure 1.16 :** Effet de l'accélération sur le rapport entre la vitesse de l'onde azimutale et le nombre de Reynolds. Pour  $dRe/dt^* \leq 11.23$ , toutes les vitesses d'ondes représentées sur une courbe simple, sont indépendantes de l'accélération en – dessous de 11.23



**Figure.1.17 :** Effet de l'accélération sur le rapport entre l'amplitude d'onde et le nombre de Reynolds. La lettre *a* indique le début de WVF ( $m = 3$ ) à  $Re/Rec = 11.5$  ; et la lettre *b* indique la disparition du wavy mode à  $Re/Rec = 25.6$ .

#### 4. Effet du champ magnétique

Dans ce cas les fluides utilisés entre les deux cylindres sont des fluides conducteurs conduit de l'électricité tels que le sodium, le gallium ou le mercure auquel on applique un champ magnétique externe.

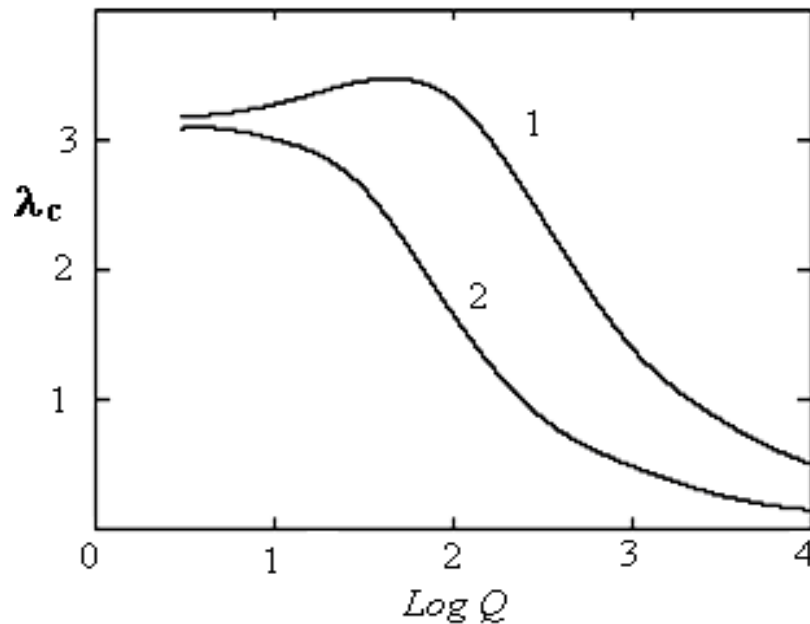
*S. Chandrasekhar [11]* a effectué la prévision de la stabilité linéaire de l'écoulement hydrodynamique et hydromagnétique de Taylor–Couette, non seulement pour le cas simple où le cylindre intérieur tourne et l'extérieur est maintenu fixe, mais également pour les cylindres contra – rotatifs et co–rotatifs de hauteurs infinies. Il a considéré le problème dans le cas où  $\Gamma \rightarrow \infty$  et  $\frac{d}{R_1} \ll 1$ . L'écoulement est axisymétrique, et des nombres critiques déterminés

de Reynolds et des nombres d'onde pour  $Q = \frac{\mu H^2 d^2}{4\pi\rho\nu\eta} = \frac{\mu H^2 \sigma}{\rho\nu} d^2$  est asymptotiquement

grand,  $Q$  joue le même rôle que le nombre de Taylor  $Ts = R_e^2 \frac{d}{R_1}$ . Le nombre  $Q$  compare les

forces de champ magnétique aux forces de viscosité. L'effet de champ magnétique sur le nombre critique de l'onde axiale  $\lambda_c$  est représenté sur la **figure 1.18**.



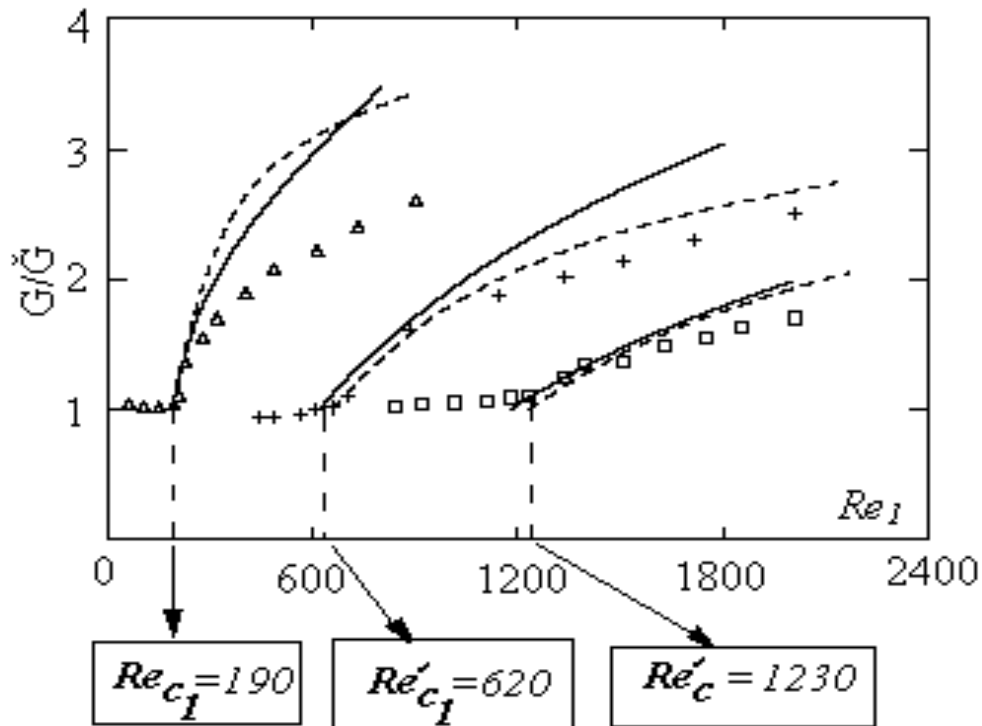


**Figure 1.18 :** Variation du nombre d'onde axiale  $\lambda_c$  en fonction de  $Q$  ; (1) Pour des cylindres conducteurs et (2) pour des cylindres isolants d'après *Chandrasekhar [11]*

Après les travaux de *S.Chandrasekhar [11]* plusieurs études expérimentales, qui sont accompagnées par des calculs numérique et analytique ont été réalisés. Ainsi *U. H. Kurzweg [57]* a considéré des cylindres co-rotatifs avec une perturbation axisymétrique, tandis que *T. S. Chang et al [58]* ont prolongé les recherches pour inclure les perturbations non-axisymétrique (wavy mode). En particulier *C. K. Chen et M.H. Chang [59]*, *A. P. Willis et C.F.Barengi [60]* ont également examiné ce problème. Une analyse non-linéaire de la stabilité a été effectuée par *P.Tabeling [61]* et plus récemment par *G.Rüdiger et D.Shalybkov [62]* et *G. Rüdiger et al [63]* qui ont analysé la stabilité magnétohydrodynamique linéaire en dynamique des étoiles.

La figure (1.19) compare les résultats des calculs de stabilité de *A.P.Willis et C.F.Barengi [60]* et de *P.Tabeling [61]* avec les expériences de *R.J. Donnelly et M.Ozima [64]*. Le début des vortex de Taylor dans le cas hydromagnétique dépend fortement de la conductivité des récipients et également du nombre de Prandtl  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ . On constate que si le nombre de Prandtl est de l'ordre  $Pr \approx 1$  alors la présence du champ magnétique déstabilise fortement l'écoulement à condition que  $Q$  ne doit pas être très grand pour qu'il y ait un effet. Cependant, si le nombre de Prandtl diminue et tend à être proche des valeurs réalistes pour les métaux liquides produits en laboratoire, on observe que cette déstabilisation disparaît, et l'application d'un champ magnétique devient fortement stabilisante. Ces travaux ont été

prolongés par *A.P. Willis et C.F. Barenghi [60]* au domaine de l'instabilité hydromagnétique dans le wavy mode.



**Figure 1.19 :** Comparaison entre le calcul de *Willis et Barenghi [60]* (—) et *Tabeling [61]* (----) avec l'expérience de *Donnelly et Ozima [64]* ( $\Delta$ ) pour  $Q = 0$ , (+) pour  $Q = 180$  et ( $\square$ ) pour  $Q = 652$ , pour le cas  $\eta = 0.95$ ,  $Re_2 = 0$ . Le couple  $G$  dans TVF (normalisé par  $\tilde{G}$  le couple dans CCF (Circular Couette Flow))

Dernièrement, à l'occasion de 15<sup>em</sup> Workshop international de septembre 2005, *M.Kaneda et al [65]* ont étudié numériquement l'écoulement hydromagnétique de Taylor–Couette pour déterminer le couple–moteur appliqué sur le cylindre intérieur en fonction de la vitesse de rotation et du champ magnétique vertical caractérisé par le nombre Hartmann ( $Ha$ ). Lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à sa valeur critique ( $Re_c$  critique  $\sim 70$ ), le champ magnétique augmente le couple – moteur pour la valeur de  $Re$  donnée. En revanche, pour des valeurs de  $Re$  plus grandes que la valeur critique, ils ont constaté que le champ magnétique modéré abaisse le couple – moteur. Alors quand le nombre de Reynolds est plus grand que sa valeur critique, l'effet du champ magnétique modéré est renversé. Au – delà de  $Re > Re_c$  et pour des valeurs de  $Ha$ , le mode de cellules diminue de 4 cellules à 2 (**figure 1.20**), ce changement dans le plan d'écoulement méridien réduit le couple – moteur de près de 25% pour  $Re=300$ . Pour  $Re > Re_c$  et des valeurs plus élevées de  $Ha$ , le mode en cellules égal à 2 car la force de Lorentz tend à supprimer l'écoulement azimuthal

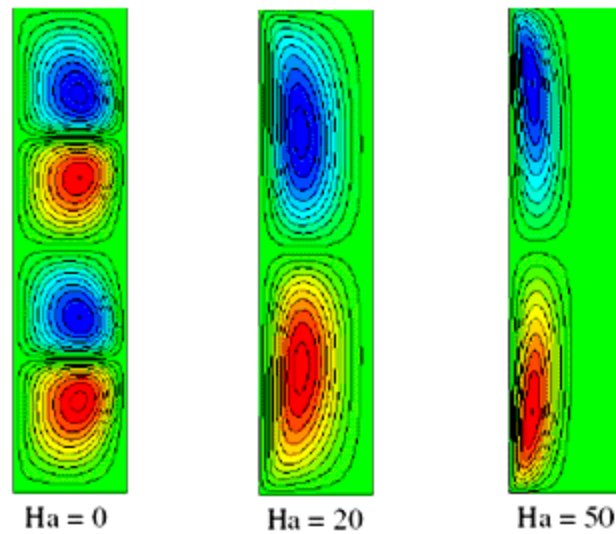


Figure 1. 20 : Effet du champ magnétique sur les cellules de Taylor.

#### 4. Effet de l'inclinaison :

*A.Dibes et A.Bouabdellah [66]* ont réalisé une étude expérimentale qui traite de l'influence de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  et du taux de remplissage  $\Gamma$  sur l'apparition de la première et la deuxième instabilité. Ils ont observé que le nombre critique de Taylor correspond à la première instabilité  $Tc_1$  n'ait pas été affecté par l'inclinaison  $\alpha$  et le taux de remplissage  $\Gamma$ . Par contre, le nombre critique de Taylor correspond à la deuxième instabilité ou wavy mode  $Tc_2$  varie selon des lois exponentielle et linéaire représentées sur la figure 1.21.

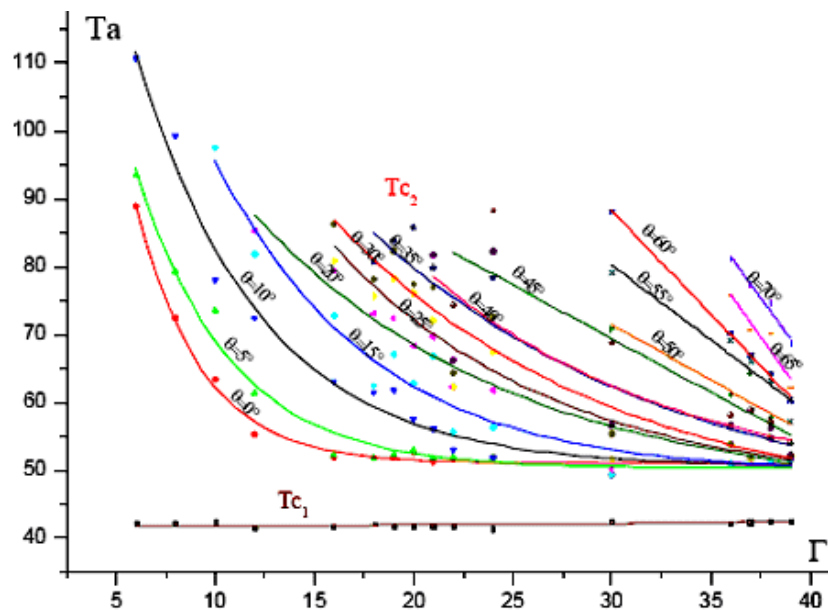


Figure 1.21 : Variation des nombre critiques de Taylor  $Tc_1$  et  $Tc_2$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma$  à l'angle d'inclinaison  $\alpha$  constant.

#### IV – CONCLUSION :

Il a été établi que le mouvement de Taylor–Couette est relativement sensible aux modifications géométriques, cinématiques, dynamiques et rhéologiques ainsi qu'à différents paramètres d'influence extérieurs à l'écoulement : champ de température et champ magnétique, etc...

Le principal effet a pour conséquence de retarder l'apparition de l'instabilité ou le déclenchement de la turbulence ce qui peut occasionner un inconvénient majeur au niveau du processus de transfert de chaleur et de masse dans le système d'écoulement considéré.

La démarche adoptée, ici, qui consiste à retarder ou accélérer le processus de transfert participe de cet objectif en jouant sur l'inclinaison  $\alpha$ , le taux de remplissage du système d'écoulement  $\Gamma=H/d$  et le jeu radial  $\delta=d/R_1$ . Ce travail initié par *A. Dibes [66]* et *A. Bellil [67]*.

Il s'agit maintenant d'approfondir l'analyse théorique et expérimentale permettant d'aborder la question du régime de transition sur des nouvelles bases utilisant les effets d'inclinaison et de limitation axiale de l'écoulement.

# ***CHAPITRE II***

## **DESCRIPTION DES DISPOSITIFS**

## **EXPERIMENTAUX ET CONDITIONS D'ESSAIS**

### **INTRODUCTION :**

Il s'agit de réaliser le dispositif expérimental nous permettant de procéder à la caractérisation expérimentale du régime de transition laminaire-turbulent. Toutes les conditions nécessaires ont été prises afin d'opérer les modifications angulaires envisagées par inclinaison du système d'écoulement. On s'assure ainsi une exploration continue du mouvement de la position verticale  $\alpha=0^\circ$ , où l'effet de gravité est minimale, à la position horizontale où  $\alpha=90^\circ$ ; l'effet de gravité devient maximale. Ainsi, on a pu réaliser des observations systématiques de l'écoulement dans la configuration d'un espace annulaire mince et relativement large.

Préalablement, on procède aux mesures des caractéristiques du fluide visualisé (température, densité, viscosité) afin de se placer dans des meilleures conditions d'observations.

## I. ASPECT MECANIQUE.

### I.1. Description des dispositifs expérimentaux

#### A. Système d'écoulement d'espace annulaire mince

Le premier dispositif A qui est constitué de deux cylindres coaxiaux a été réalisé en matériaux isolants et transparents (Plexiglas).

Le cylindre extérieur fixe usiné initialement à partir d'un bloc parallélépipédique. Il a un diamètre intérieur  $2R_2 = (110 \pm 0,2) \text{ mm}$  et une hauteur  $H = (210 \pm 0,4) \text{ mm}$ .

Le cylindre intérieur de diamètre  $2R_1 = (100 \pm 0,2) \text{ mm}$  comprend un évidement à chaque extrémité : l'évidement supérieur est de forme conique joue le rôle de déversoir et limite la hauteur utile du liquide  $H_u$  avec  $H_u = (200 \pm 0,4 \text{ mm})$ , l'évidement inférieur qui est également conique permet de réduire le frottement à la base et donc son effet sur le mouvement. Ce système définit une configuration géométrique correspondant à un faible espace annulaire relativement mince  $\delta = \frac{d}{R_1} = 0,10$

Au niveau supérieur, solidaire de la base supérieure, est disposée un disque en plexiglas percé au centre, de diamètres  $2R = 110 \text{ mm}$ ,  $2r = 40 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $e = 20 \text{ mm}$ . Ce disque a pour rôle d'assurer l'étanchéité pendant le fonctionnement en position inclinée du système d'écoulement.

Au centre de ce disque est réalisé un logement dans lequel est monté un joint spi, respectivement de diamètres extérieur  $d_2 = 60 \text{ mm}$  et intérieur  $d_2 = 25 \text{ mm}$  pour éliminer les fuites de liquide entre l'axe tournant et le trou central du disque. Sur la périphérie sont réalisées deux rainures dans lesquelles sont montées deux joints toriques pour parer éventuellement aux fuites de liquide entre le disque et le cylindre extérieur fixe. **Figure 2.1**

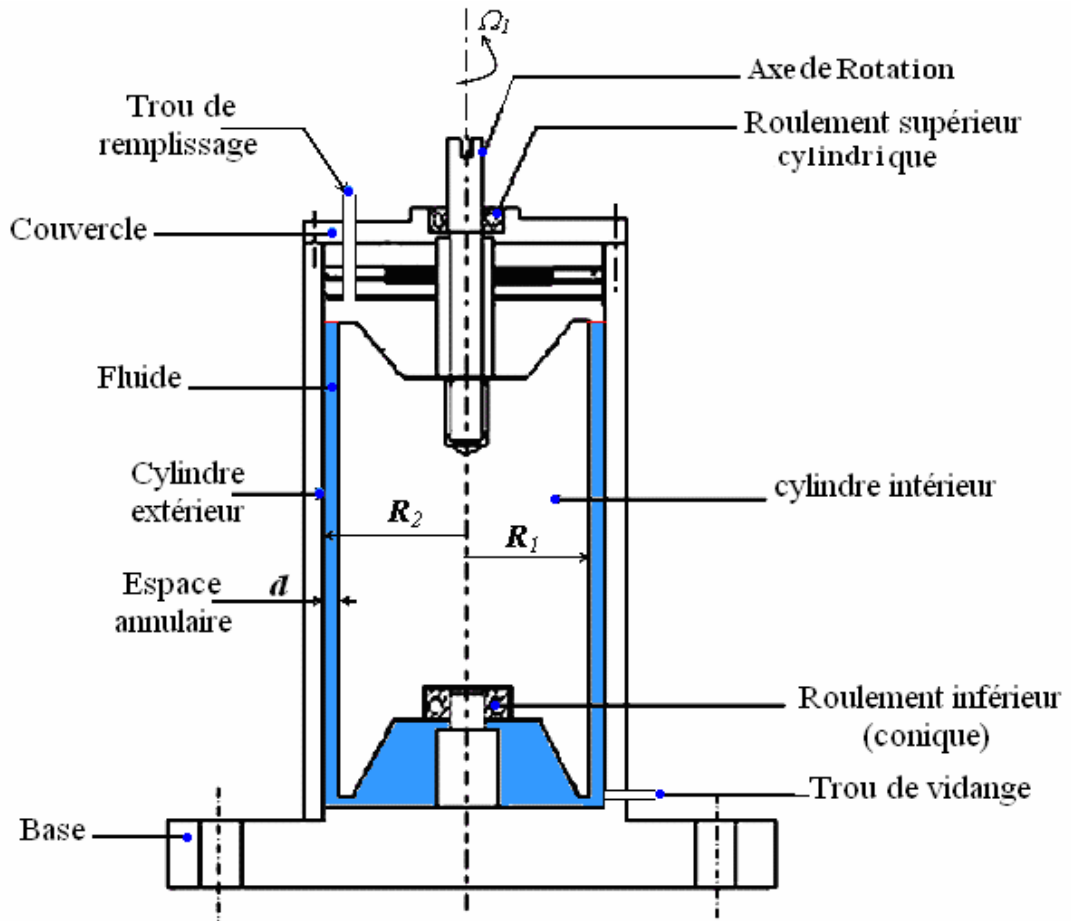
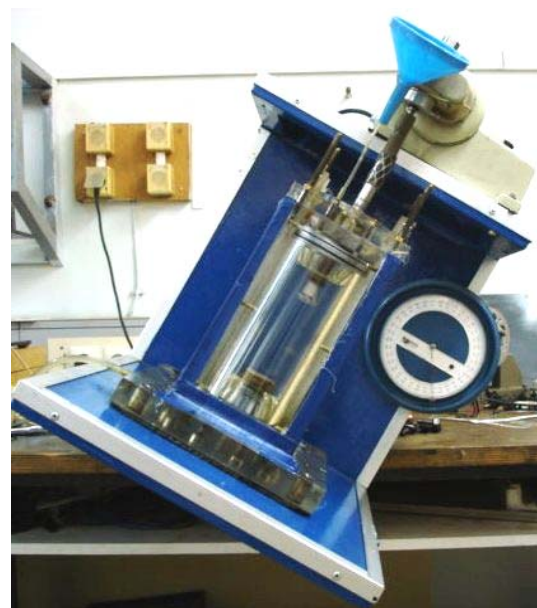


Figure2.1 : Système d'écoulement de type Taylor-Couette configuration (A) d'espace annulaire mince ( $\delta = 0.10$  et  $\Gamma_{max}=40$ )



a) Position vertical ( $\alpha=0^\circ$ )



b) Position inclinée ( $\alpha=40^\circ$ )

Figure2.2 : Dispositif expérimental ( $\delta=0.10$ ) en position verticale et en position inclinée

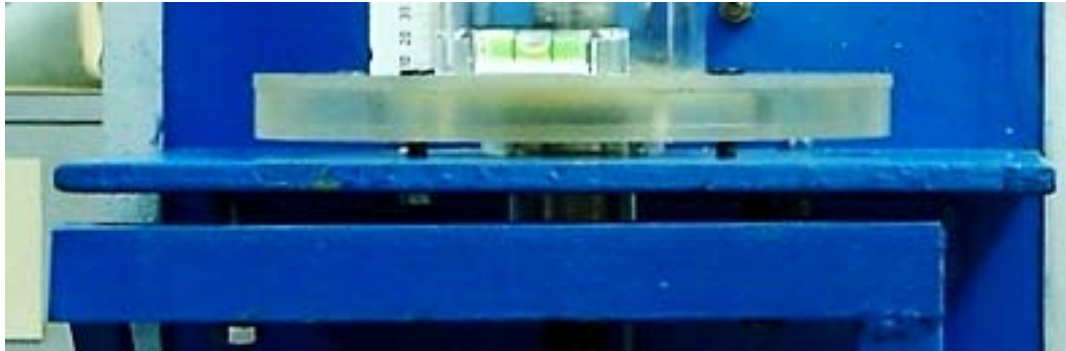
### B. Système d'écoulement d'espace annulaire relativement large.

Ce système d'écoulement correspond à une configuration d'espace annulaire relativement large ou intermédiaire. Ce système a été réalisé directement par usinage de deux cylindres en plexiglas permettant de faire des mesures de visualisation par transmission, réflexion de la lumière et également par laser. Les deux cylindres sont montés d'une manière coaxiale, le cylindre extérieur fixe a un diamètre intérieur  $\phi_2 = 2R_2 = (94 \pm 0,2) \text{ mm}$  et une hauteur  $L = (364 \pm 0,4) \text{ mm}$ .

La partie inférieure du cylindre extérieur est fixée sur le palier inférieur par une colle de type silicone. La partie supérieure est guidée par un autre palier en aluminium qui contient un roulement et un joint spi pour assurer l'étanchéité du système d'écoulement en positions inclinée et horizontale.

Le cylindre intérieur tournant a un diamètre extérieur  $2R_1 = 76 \pm 0,2 \text{ mm}$  et de hauteur  $H = 360 \pm 0,4 \text{ mm}$  est monté sur un palier en plexiglas à un roulement étanches et un joint spi et une bague en bronze.

Ce palier est fixé par trois vis hexagonales sur une plaque en acier qui est supportée sur une table conçue de manière à assurer la planéité (niveau plan) du dispositif à l'aide de deux vérins. La plaque est séparée par des isolateurs anti-vibrations désolidarisés du système d'entraînement.



**Figure 2.3 : Palier inférieur monté sur une plaque métallique plane guidée par deux vérins**

L'espace annulaire est fixé à  $d = R_2 - R_1 = 9 \text{ mm}$  définissant le jeu radial  $\delta = d/R_1 = 0,237$ . Cette valeur du jeu radial est considérée comme une configuration à espace annulaire relativement large ou intermédiaire.



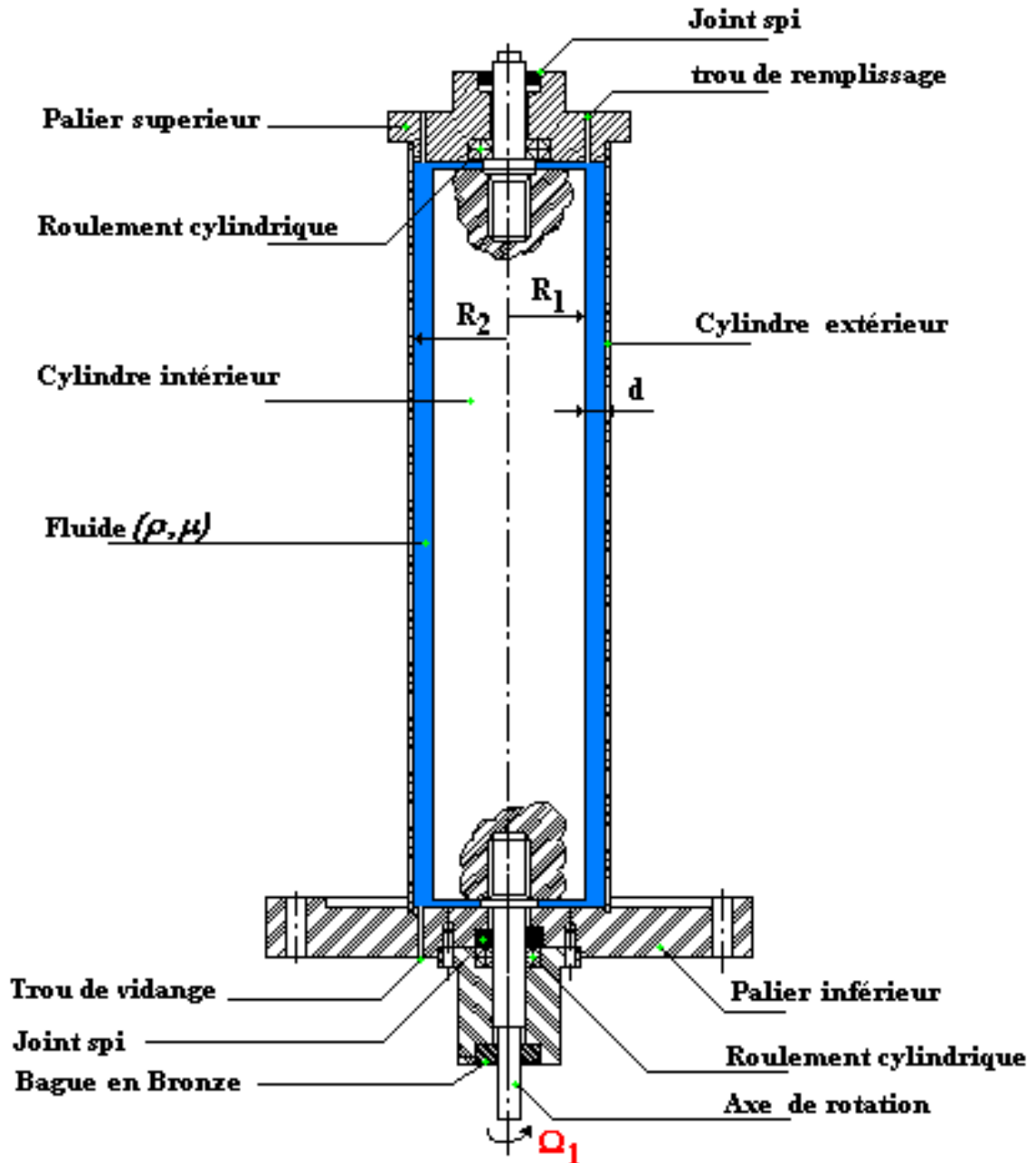


Figure 2.4 : Système d'écoulement d'espace annulaire relativement large

## 2. Système d'inclinaison

Le support portant l'ensemble du montage est associé à une poupée fixe à harnais d'un tour parallèle. Cette poupée fixe est constituée d'un ensemble d'organe de transmission de mouvement ; celui-ci consiste en un équipage de poulies qui est

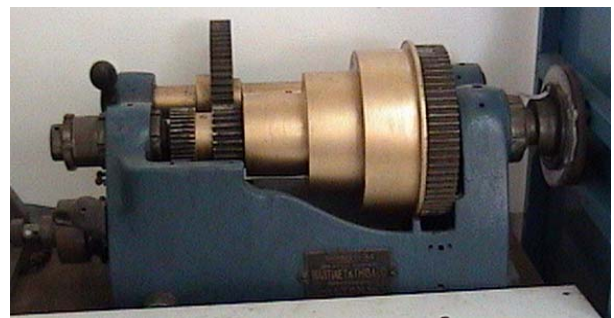
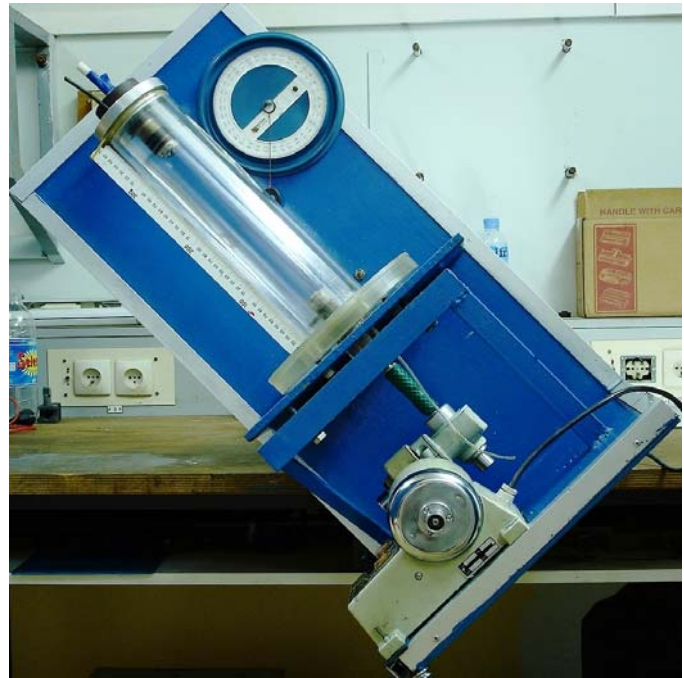


Figure 2.5 : Système d'inclinaison

solidaire d'un pignon et est montée en « tournant fou » sur la broche. Afin de rendre celui-ci solidaire de la broche, on l'accouple à l'aide d'un taquet à ressort à une roue dentée liée à la broche de la machine. De cette façon, l'ensemble poulie et broche, effectueront le même nombre de tours (marche à la volée). Cette poutre fixe à harnais qui donne la possibilité de faire fonctionner l'ensemble de montage en différentes positions : position verticale, inclinée et horizontale. Ce système d'inclinaison est appuyé sur une table. Des vérins solidaires de la table permettent d'assurer, le réglage horizontal du système d'écoulement à l'aide d'un niveau à bulle.



(a) Position verticale ( $\alpha=0^\circ$ )



(b) Position inclinée ( $\alpha=45^\circ$ )



(c) Position horizontale ( $\alpha=90^\circ$ )

Figure 2.6 : Vue de face du dispositif expérimental ( $\delta=0.237$ ) en différentes positions :

(a) position verticale, (b) position inclinée et c) position horizontale

### 3. Mesure de l'angle d'inclinaison

L'angle d'inclinaison  $\alpha$  est indiqué à l'aide d'un fil à plomb suspendu au centre d'un rapporteur gradué en demi degré qui est solidaire du support portant l'ensemble du montage. Ainsi, on a fixé l'angle zéro à la position verticale du dispositif expérimental. Celui-ci étant réglé par niveau à bulle pour garantir une bonne planéité de la base du système d'écoulement.

### 4. Mesure de la hauteur du fluide

La mesure de la hauteur du fluide est effectuée à l'aide d'une règle graduée en mm.

## II. ASPECT ELECTRIQUE

### 1. Caractéristique Dynamique (motorisation):

L'entraînement du système s'effectue à l'aide d'un moteur à courant continu de type PROLABO CONSTANT MC1000, de puissance 100watts, fournissant un couple constant dans l'ensemble du domaine de vitesse étudiée. Ceci nous permet de s'assurer de la constance ou stabilité de la vitesse à mieux que 0,5 %.

La transmission des vitesses se fait au moyen d'un ensemble de réducteur de vitesse que l'on peut utiliser selon les besoins avec différents rapport de 1/11 à 1/121 dans une large gamme : des basses vitesses  $N=1/100\text{tr/s}$  jusqu'au hautes vitesses  $N = 20 \text{ tr/s}$ .

Pour effectuer nos observations, la fréquence  $N$  de rotation du cylindre intérieur est comprise entre  $2/100 \text{ tr/s}$  et  $10 \text{ tr/s}$ . Cette plage de vitesse est largement suffisante pour l'analyse des différents régimes d'écoulements.

En pratique, on assure la transmission de la vitesse de rotation du moteur vers l'axe tournant à l'aide d'un accouplement flexible pouvant absorber les éventuelles vibrations provenant du moteur, ce qui empêche ainsi leur propagation au système d'écoulement. Le moteur est installé sur un support à l'aide de quatre boulons dans une position qui permet de veiller à l'alignement entre l'axe du réducteur et l'axe tournant du dispositif.

Systeme de réduction à angle droit 11x11



**Figure 2.7 : Moteur d'entraînement à courant continu**

## 2. Mesure de la température du fluide

La mesure de la température est effectuée à l'aide d'un capteur électronique à courant continu de type très performant de précision inférieure à 1% à chaque instant de l'expérience.

## 3. Mesure de la vitesse de rotation $\Omega_1$ :

La vitesse de rotation du cylindre intérieur est mesurée à l'aide d'un tachymètre digital portatif **DT2236**, c'est un compte-tours multifonctions combinées à contact et à réflexion.

L'arbre de sortie est en acier, sur roulements à billes destiné aux hautes vitesses.



L'utilisation de ce Tachymètre optique est très simple : on colle une bande de ruban réfléchissant (10-12 mm) sur la partie tournante et on dirige sur celle-ci le faisceau de lumière (distance 50/200 mm; maximum 300 mm). En cas de basse vitesse, il est possible d'utiliser plusieurs bandes (en divisant ensuite par le nombre de bandes la valeur visualisée).

## III. ASPECT PHYSICO-CHIMIQUE

### 1. Mise en œuvre du produit de la visualisation

Concernant le système d'écoulement, il a été prévu l'utilisation de plusieurs produits de visualisation élaborés au niveau de notre laboratoire. Ces produits sont à base d'une poudre d'Aluminium Al et d'une poudre dorée en Chrome Cr, Mélangée dans une solution composée de 20 % d'huile de vaseline (CHELLALA, permettant la suspension des particules dans le fluide de visualisation) et de 80 % d'un produit pétrolier (ESSENCE SIMILI pour diminuer la viscosité de l'huile) avec une concentration de 2g/litre. Pour mettre au point une meilleure solution permettant d'améliorer la visualisation des états d'instabilité (cellules de Taylor stationnaire, wavy mode...). Pour cela on a procédé à des mélanges à base de la solution d'Aluminium pure et la solution de Chrome pure, selon le tableau suivant :

	Solution Alum.	Solution dorée	
(1)	100 %	0 %	solution d'aluminium prédominante
(2)	80 %	20 %	
(3)	70 %	30 %	
(4)	60 %	40 %	Produit choisi
(5)	50 %	50 %	Solution de Chrome prédominante
(6)	40 %	60 %	
(7)	30 %	70 %	
(8)	20 %	80 %	
(9)	0 %	100 %	

**Tableau 2. 1 : Produits du visualisation élaborés au laboratoire**

Les propriétés physiques des solutions utilisées sont mesurées pour différentes températures. Dans chacun des cas, nous avons pris soin de mesurer les caractéristiques associées aux produits employés, à savoir, la température, la densité et la viscosité pour déterminer avec précision les nombres de Reynolds, Froude et Taylor caractérisant l'écoulement.

## 2. Mesure de la viscosité

Les phénomènes étudiés sont très sensibles aux variations de température  $T_\theta$ , il est nécessaire d'évaluer la variation de la viscosité en fonction de  $T_\theta$ . A cet effet, on a aménagé un récipient parallélépipédique en plexiglas rempli d'eau, communiquant avec un thermostat permettant de contrôler la température au  $1/10^\circ\text{C}$ .

Le viscosimètre et le thermomètre sont plongés dans l'eau ; pour chaque valeur de température  $T_\theta$ , le temps de coulée de fluide est comparé à celui de l'eau et l'utilisation d'une formule caractéristique permet de déduire la valeur de la viscosité du fluide tel que :

$$\frac{\mu_p}{\mu_e} = \frac{\rho_p t_p}{\rho_e t_e}, \text{ l'indice e désigne l'eau ; l'indice p désigne le fluide étudié (eau permutée :}$$

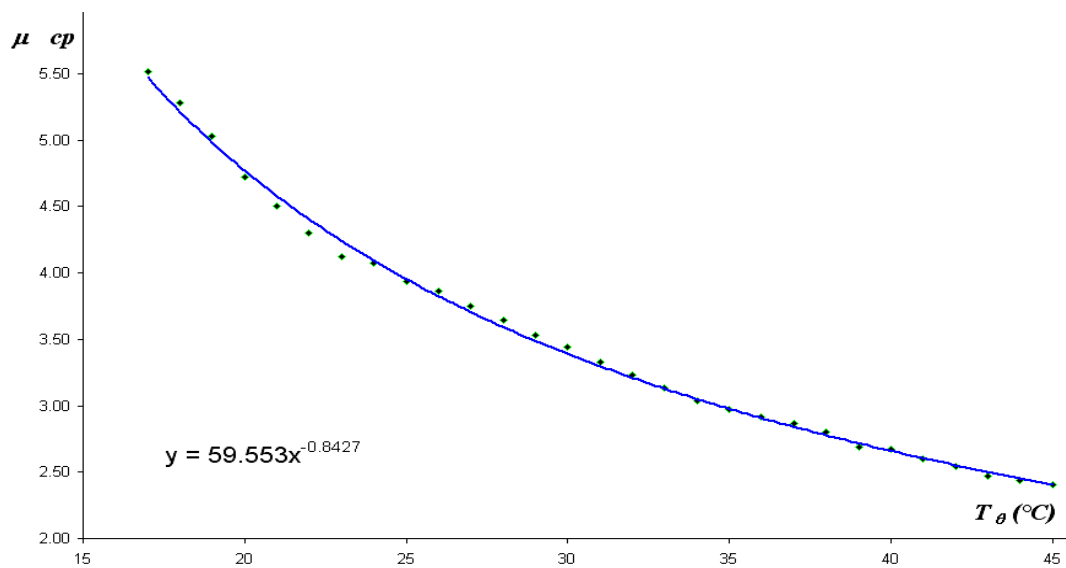
produit de visualisation) [68].

Dans les conditions opératoires, on procède à la mesure du temps d'écoulement  $t_p$  du fluide et celui de l'eau pour évaluer à chaque valeur de la température  $T_\theta$  la viscosité associée dans la plage (15 °C - 45 °C).

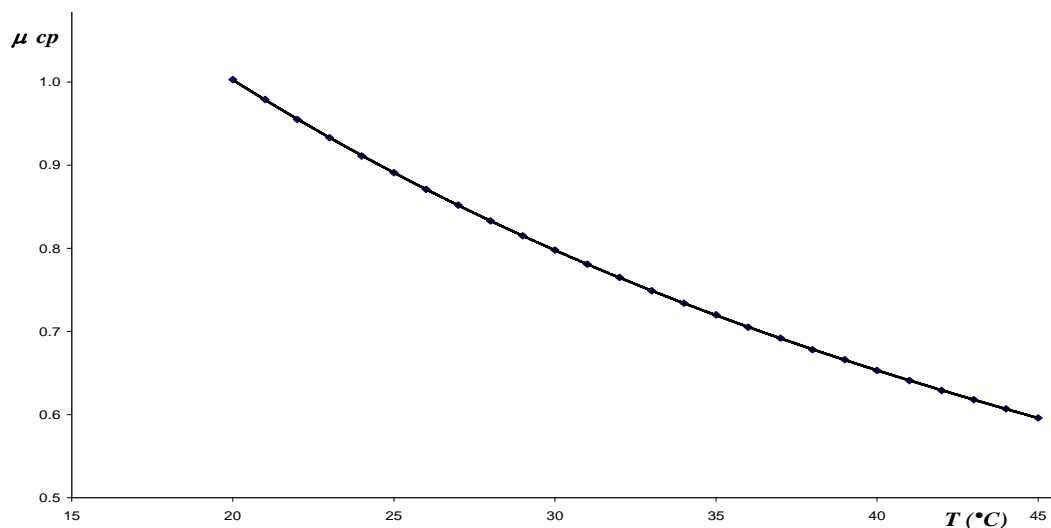
Le temps d'écoulement de fluide utilisé et celui de l'eau sont mesurés pour chaque valeur de température  $T_\theta$ . La viscosité et la masse volumique de l'eau sont connues .

L'évolution de la viscosité dynamique  $\mu$  du produit de visualisation en fonction de la température  $T_\theta$  est représentée par la Figure (4-6).

La variation de la viscosité de la solution en fonction de la température permet d'évaluer le paramètre de contrôle  $Ta$  associé à chaque valeur de température  $T_\theta$ .



**Figure 2.8 : Variation de la viscosité du produit de visualisation en fonction de la température  $T_\theta$**



**Figure 2.9 : Variation de la viscosité de l'eau distillée en fonction de la température  $T_\theta$**



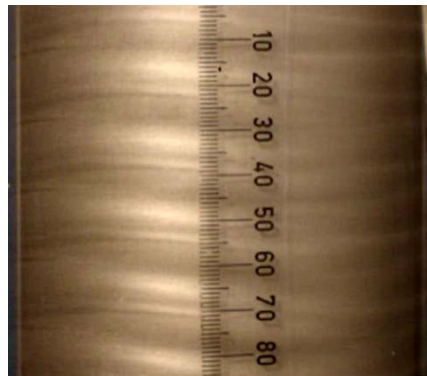
La mesure de la densité ou masse volumique du fluide  $\rho$  est effectuée à l'aide d'une balance à haute sensibilité d'ordre 1/10000 gr.

#### IV. ASPECT OPTIQUE

La procédure de visualisation de l'écoulement a été mise en œuvre selon trois techniques opératoires :

##### 1°/ Etude par réflexion de la lumière :

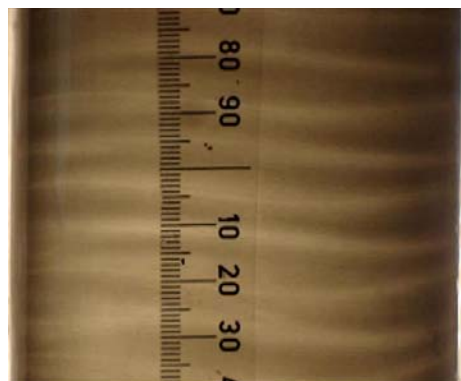
Ce mode d'observation procède par réflexion d'un faisceau lumineux diffusé par une source extérieure avant sur l'écoulement afin de mettre en évidence le régime et la structure associée au mouvement.



**Figure 2.10:** Visualisation d'un état d'écoulement par réflexion optique

##### 2°/ Etude par transmission transversale de la lumière :

Ici, la visualisation est basée sur la transmission optique d'un faisceau lumineux provenant d'une source placée à l'opposé de l'observateur et traversant l'ensemble de l'écoulement. Ce mode d'éclairage permet de visualiser la structure en profondeur du mouvement liée à la forme des cellules.



**Figure 2.11 :** Visualisation d'un état d'écoulement par transmission optique

### 3°/ Etude par transmission Laser

Nous avons travaillé en lumière cohérente (Laser *He*, 1mW) pour étudier la structure interne de l'écoulement. Cette technique permet d'examiner la structure locale du mouvement, notamment la configuration détaillée des vortex de Taylor. La projection du faisceau lumineux par le laser s'effectue sur un plan vertical à l'aide d'un condenseur cylindrique de diamètre  $D=12\text{mm}$ . Ainsi, selon les besoins exigés par l'expérience on peut visualiser tous l'espace annulaire de l'écoulement ou bien on peut isoler une seule cellule pour étudier le détail de celle – ci. Dans tous les cas, on doit respecter les distances, respectives du condenseur et de la lentille :  $l_1=40\text{ cm}$ ,  $l_2=120\text{ cm}$ .

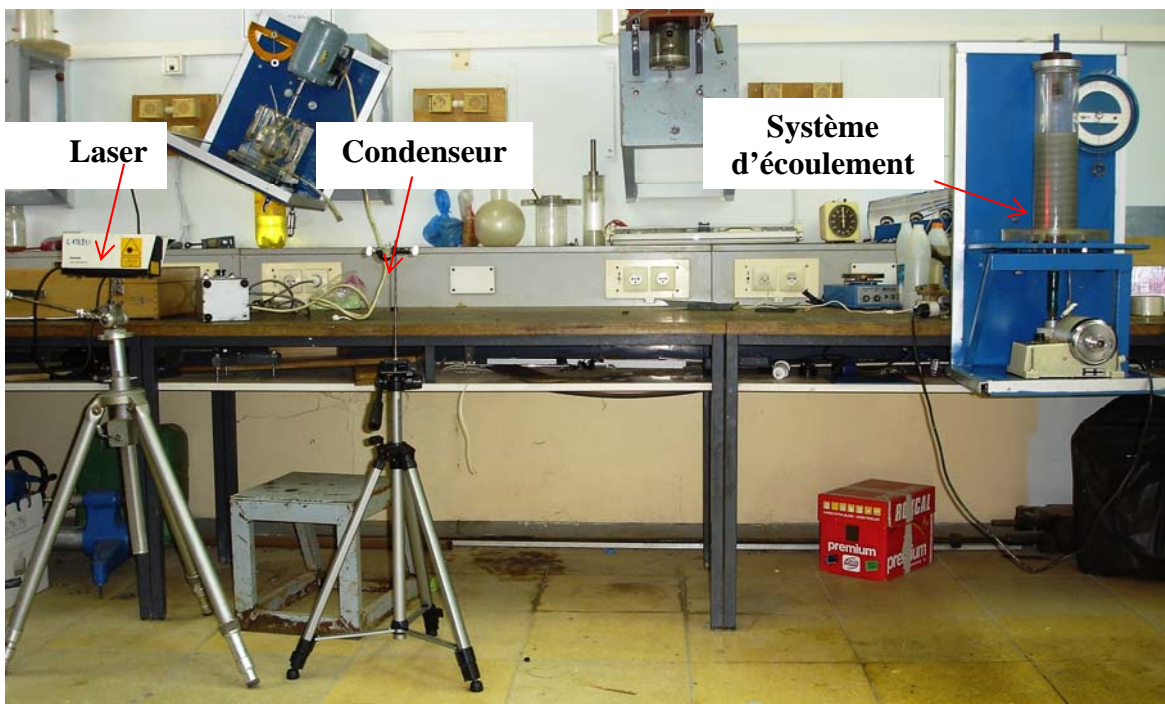
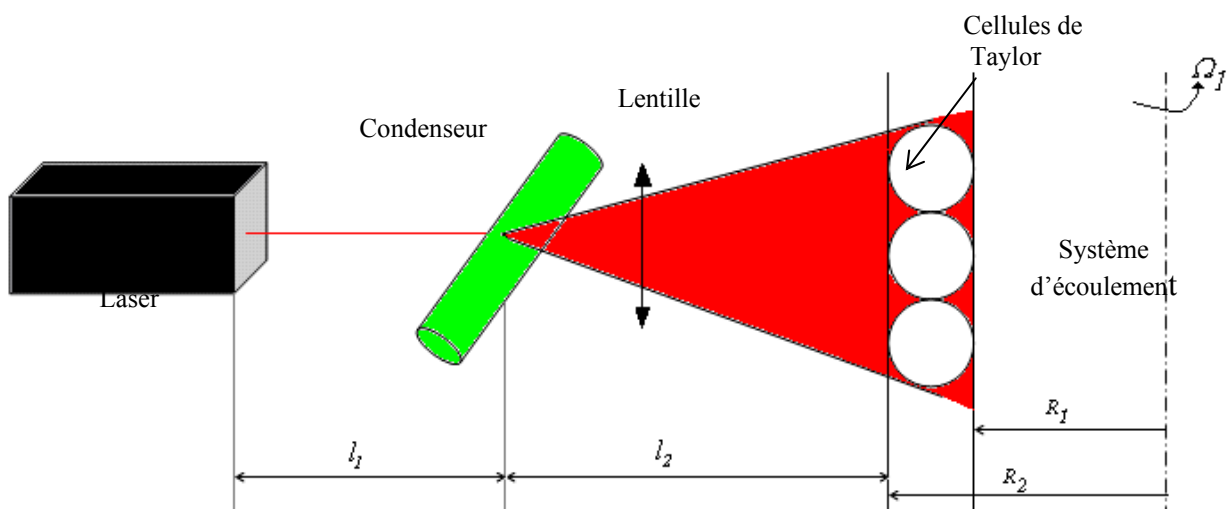
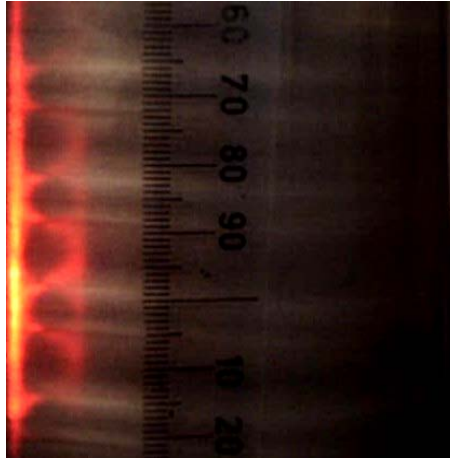


Figure 2.12: Installation du système de visualisation par Laser *He*





**Figure 2.13 :** Visualisation d'un état d'écoulement par Laser He

## V- PROCEDURE D'ESSAIS

### 1. Condition de mise en régime des vitesses

Etant donné que les caractéristiques géométriques sont fixées et n'évoluent ni dans l'espace ni dans le temps, la valeur du paramètre de contrôle ( $Ta$ ) dépend essentiellement de la vitesse de rotation du cylindre intérieur  $\Omega_1$  et de l'espace annulaire ( $d$ ) et de la viscosité du fluide utilisée  $\nu$ . Par conséquent, la valeur de ce paramètre ( $Ta_c$ ) ne dépend que de  $\Omega_1$  tel que  $Ta = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu}$  on prend  $C = \frac{R_1 d}{\nu}$  alors  $Ta$  devient  $Ta = C \times \Omega_1$

La constante  $C$  dépend des caractéristiques du dispositif et du fluide employé. En pratique, on estime la valeur de  $C$  à  $C=48.3$  dans le cas de l'espace annulaire  $\delta=0.10$  et la température  $T_\theta=25^\circ c$ . Pour le cas où  $\delta=0.237$  et  $T_\theta=25^\circ c$  on évalue  $C = 66.1$

Nous avons adopté le même mode opératoire pour chaque essai en procédant systématiquement par vitesse croissante  $\Omega$  et selon une condition de mise en régime

satisfaisant l'inégalité suivante :

$$\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \leq 1\%$$

Cette inégalité correspond au procédé quasi-statique, autrement dit, un mode lent d'accroissement de la vitesse angulaire.

Cette condition apparaît également nécessaire pour la bonne reproductibilité des mesures qui est d'ailleurs assez proche de l'incertitude expérimentale commise sur la

vitesse angulaire  $\Omega_1$  soit :

$$\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \approx 1\% \quad (1)$$

Le mode opératoire adopté pour les différents essais s'effectue comme suit :

A partir du repos, on met le moteur en marche en augmentant progressivement la vitesse en respectant l'inégalité (1) puis on s'arrête quelques minutes afin de permettre à l'écoulement de se stabiliser dans l'état qu'il occupe et on observe l'apparition des phénomènes.

Pour  $\Omega_1$  choisi, caractérisant l'apparition d'un phénomène, on note les mesures caractéristiques des structures considérées et on prend une photographie de l'état de l'écoulement.

## 2. Estimation de l'erreur de mesure sur le nombre de Taylor :

Par définition on a :

$$Ta = Re \sqrt{\frac{d}{R_1}}$$

En prenant le logarithme

$$\text{Log } Ta = \text{Log } Re + \text{Log} \sqrt{\frac{d}{R_1}}$$

$$\log Ta = \log Re + \frac{1}{2} \text{Log} \frac{d}{R_1} = \text{Log } Re + \frac{1}{2} \text{Log}(d) - \frac{1}{2} \text{Log} R_1$$

On dérive cette expression :

$$\frac{dT_a}{Ta} = \frac{d Re}{Re} + \frac{1}{2} \frac{d(d)}{d} - \frac{1}{2} \frac{d(R_1)}{R_1}$$

L'évaluation physique permet d'écrire:  $dTa \approx \Delta Ta$

d: Valeur différentielle

$\Delta$ : Valeur moyenne

$$\text{d'où } \frac{\Delta Ta}{Ta} = \frac{\Delta Re}{Re} + \frac{1}{2} \frac{\Delta(d)}{d} + \frac{1}{2} \frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta Re}{Re} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta R_1}{R_1} \right)$$

$$\text{Avec } Re = \frac{V_1 R_1}{\nu} = \frac{\Omega_1 R_1^2}{\nu}$$

$$\text{De la même façon on obtient : } \frac{\Delta Re}{Re} = 2 \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} + \frac{\Delta \nu}{\nu}$$

$$\text{Comme } \Omega_1 = 2\pi N \quad \text{on a } \frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} = \frac{\Delta N}{N}$$

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + 2 \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

L'expression finale de l'erreur est donc :

$$\frac{\Delta Ta}{Ta} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta d}{d} + 5 \frac{\Delta R_1}{R_1} \right)$$

En pratique on mesure :  $\frac{\Delta N}{N} = 1\%$ ,  $\frac{\Delta \nu}{\nu} = 2\%$  et  $\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta R_1}{R_1} = 1\%$

L'estimation globale de l'erreur correspondant à l'indétermination sur  $Ta$  est alors :

$$\frac{\Delta Ta}{Ta} = 6\%$$

Au passage, on note que l'incertitude sur le nombre de Reynolds est également proche du nombre de Taylor ; on évalue :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = 6\%$$

Ces incertitudes sont acceptables dans les conditions de travail ainsi réalisées.

### 3. Estimation de l'erreur de mesure sur le nombre de Froude

Par définition le nombre de Froude utilisé au cours de nos expériences est :

$$Fr = \frac{V_1}{\sqrt{gH}} = \frac{\Omega_1 R_1}{\sqrt{gH}} \text{ et } Fr^* = \frac{V_1}{\sqrt{g'H}} = \frac{Fr}{\sqrt{\cos \alpha}}$$

Avec  $g' = g \cos \alpha$

Prenons le logarithme de l'expression précédente :

$$\text{Log } Fr = \text{Log } \Omega_1 + \text{Log } R_1 - \frac{1}{2} \text{Log}(g) - \frac{1}{2} \text{Log } H$$

Dérivons cette expression, on obtient :

$$\frac{dFr}{Fr} = \frac{d\Omega_1}{\Omega_1} + \frac{dR_1}{R_1} - \frac{1}{2} \frac{dg}{g} - \frac{1}{2} \frac{dH}{H}$$

L'évaluation physique permet d'écrire:  $dFr \approx \Delta Fr$

$$\frac{\Delta Fr}{Fr} = \frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} + \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta H}{H} \right)$$

Par ailleurs, on sait que :

$$\frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} = \frac{\Delta N}{N}$$

D'où l'expression finale de l'erreur qui est donc :

$$\frac{\Delta Fr}{Fr} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta R_I}{R_I} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta H}{H} \right)$$

En pratique, on évalue les incertitudes relatives suivantes :

$$\frac{\Delta N}{N} = 1\%, \quad \frac{\Delta g}{g} = 1\% \text{ et } \frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta R_I}{R_I} = 1\%$$

Par conséquent, on détermine l'incertitude commise sur la valeur mesurée du nombre de Froude :

$$\frac{\Delta Fr}{Fr} = 3\% .$$

Cette incertitude semble deux fois inférieure à celle qui est commise sur le nombre de Reynolds.

## VI—CONCLUSION

Afin de répondre aux exigences expérimentales, nous avons réalisé un dispositif expérimental destiné aux essais de visualisation pour analyser qualitativement les structures de l'écoulement qui seront soumis à l'influence de l'inclinaison. Ainsi le plus grand soin a été apporté aux mesures des caractéristiques géométrique et dynamique afin de déterminer avec précision les paramètres d'influences  $Re$ ,  $Ta$  et  $Fr$  associés aux changements de régime et de structures.

Les dispositifs expérimentaux conçus et mis en place ont permis de réaliser l'étude de l'évolution du mouvement d'un fluide confiné entre deux cylindres coaxiaux en position inclinée. Le but est de mettre en évidence l'effet de la force de pesanteur sur l'apparition des différentes instabilités combiné à l'effet de la surface libre et l'effet de la hauteur sur les différents phénomènes observés en régime de transition.

## ***CHAPITRE III***

### **ETUDE EXPERIMENTALES DANS LA CONFIGURATION D'ÉCOULEMENT A ESPACE ANNULAIRE MINCE**

#### **INTRODUCTION**

Après avoir modifié et testé le dispositif pour créer les conditions de mesures adéquates on a effectué systématiquement des essais de vérification pour chaque régime envisagé. Ainsi, pour un régime donné, on étudie les conditions d'apparition des structures de l'écoulement et l'on détermine les caractéristiques associées telles que le nombre d'onde axial, nombre d'ondes circonférentielles, vitesse de phase, etc... par voie photométrique dans le cas où le dispositif est en position verticale.

Par la suite, on généralise les observations précédentes dans le but de mettre en évidence l'influence de la gravité qui est engendrée par l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du système de l'écoulement à partir de la position verticale vers une position quelconque. On varie  $\alpha$  graduellement jusqu'à la position horizontale et on étudie ses effets sur la nature et la structure de l'écoulement. Dès lors, on relève les modifications les plus significatives intervenant dans le mouvement. Les expériences précédentes ont été refaites en faisant varier la hauteur de l'écoulement afin d'examiner l'interaction éventuelle de la surface libre sur les différents états d'instabilité observées en évolution vers le chaos.

On s'intéresse essentiellement à la mise en évidence des régimes d'écoulement liés aux phénomènes de transition laminaire-turbulent. A cet effet, on s'assure des conditions d'essais permettant d'effectuer des mesures reproductibles puis l'on effectue la caractérisation des processus d'apparition des structures observées.

### I. ETUDE DE LA TRANSITION LAMINAIRE-TURBULENT DANS LE SYSTEME VERTICAL ( $\alpha=0^\circ$ ) ET TOTALEMENT REMPLI ( $\Gamma=\Gamma_{max}$ ).

Les observations menées dans cette configuration, en position verticale  $\alpha = 0^\circ$ , avec un taux de remplissage maximal du système d'écoulement  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$  ont permis de mettre en évidence les différents régimes d'écoulement suivants :

Nombre de Taylor critique	$Tc_1$	$Tc_2$	$T_F$	$T'c$
Type d'instabilité	1 <sup>ère</sup> instabilité Onde axiale : cellules ou vortex de Taylor	2 <sup>ème</sup> instabilité Onde azimutale ou Wavy Mode	Apparition des fluctuations	Déclenchement du chaos

**Tableau 3-1 :** Etats critiques caractéristiques du régime de la transition laminaire-turbulent.

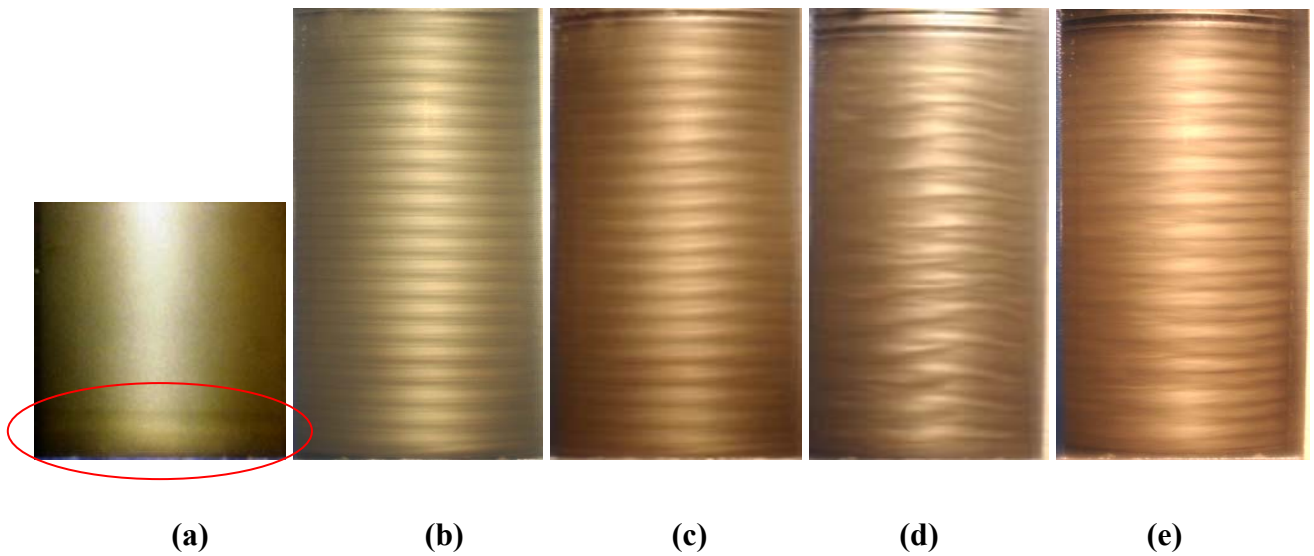
Nos mesures commencent par le régime laminaire stable qui est l'écoulement de base existant en l'absence de toute perturbation. Celui-ci peut être décrit comme un mouvement homogène à haut degré de symétrie dans tout le fluide jusqu'à la valeur de  $Ta \approx 34$  qui se caractérise par la naissance de deux cellules, l'une, est localisée au bord inférieur (Figure.3-1(a)) et l'autre, au bord supérieur. Ensuite, on augmente légèrement la vitesse de rotation puis l'on constate la formation des vortex de Taylor qui se propagent des bords vers le milieu du dispositif jusqu'à l'apparition complète des cellules dans la totalité du cylindre, correspondant à la valeur du nombre de Taylor critique  $Tc_1=41\pm 2$ . Cette valeur est assez proche de la prédiction théorique  $Tc_1=41,2$ . Par conséquent, on peut admettre que l'écoulement est globalement stable définissant le régime laminaire de base lorsque  $Ta < Tc_1$

Le régime laminaire perturbé qui s'établit au-delà de la valeur critique  $Ta = Tc_1 = 41 \pm 2$  annonce le régime de transition laminaire – turbulent qui se subdivise en quatre états successifs et se présentant comme suit :

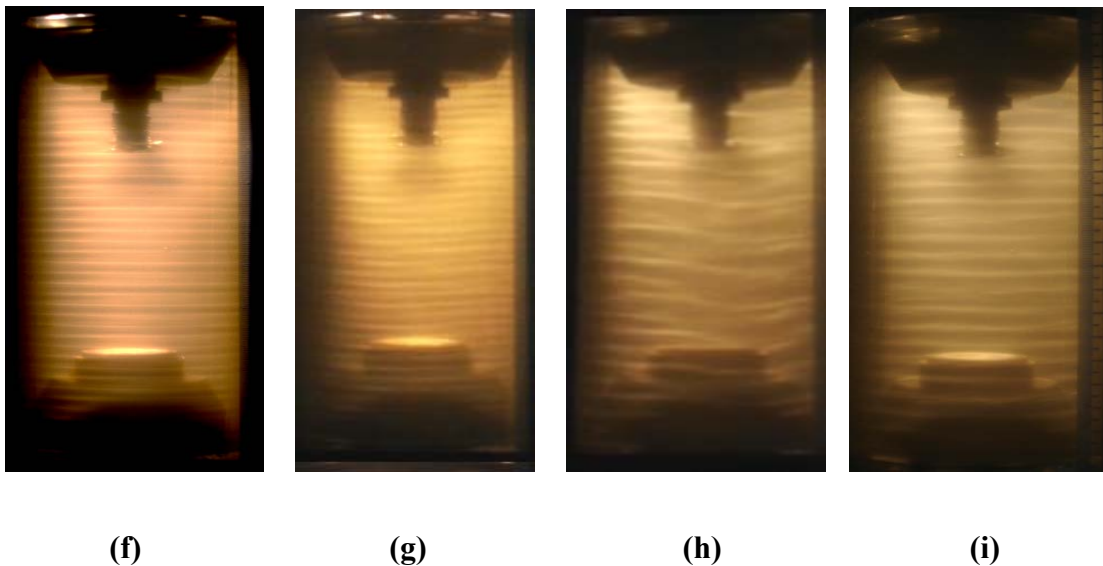
- ✓ L'apparition de la première instabilité à partir d'une valeur critique  $Tc_1$ . Celle-ci consiste en un mouvement secondaire ou onde axiale périodique selon ( $oz$ ) de nature stationnaire associée à l'écoulement de base. L'écoulement s'organise selon un empilement cellulaire sous forme de rouleaux ou vortex de Taylor. L'apparition de cette instabilité intervient en nombre  $n$  fini de cellules. On compte  $n=40$  cellules ou vortex, ceci correspond à 20 ondes stationnaires dont la longueur d'onde  $\lambda \approx 2d = 1\text{ cm}$  coïncidant sensiblement avec le double de l'espace annulaire  $d=5\text{ mm}$ .
- ✓ Le second état de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique  $Tc_2=48\pm 3$ . Cette deuxième instabilité qui se superpose à la première donne lieu alors à un écoulement doublement périodique se propageant à la fois dans la direction axiale et azimutale (Figure 3-1 (c)). En effet, on observe la rotation d'un train d'ondes azimutales tournant autour de l'axe ( $oz$ ) et se propageant dans la direction  $\theta$  avec une vitesse de phase  $\omega$  qui sera déterminée plus loin.
- ✓ Pour des vitesses encore supérieures à  $Tc_2$ , le mouvement se complique avec l'apparition d'un processus de modulation des ondes azimutales puis lorsque  $Ta$  augmente pour atteindre la valeur caractéristique  $T_F=390\pm 6$ , on assiste alors à la naissance du régime des fluctuations qui s'installe partout au sein de l'écoulement. Ainsi, on constate que les ondulations circumférentielles deviennent moins nombreuses et se présentent dans un état de plus en plus dégradé.
- ✓ Au fur et à mesure que  $Ta$  croît on note alors le déclenchement du régime chaotique qui débute avec la disparition de l'onde azimutale au voisinage de la valeur :

$$Ta \approx 740 \pm 20 \text{ (Figure 3. 1(e)).}$$

Cet état d'écoulement est caractérisé par une intensification du régime des fluctuations des fluctuations qui se superpose aux cellules de Taylor encore cellules de Taylor encore persistantes au sein du mouvement. Globalement, c'est un régime de turbulence naissante qui précède ultérieurement le développement de la turbulence complète.



**Figure 3.1** : Visualisation par mode de réflexion optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition ; **(a)** Formation de la couche d'Eckman au bas du système d'écoulement  $Ta = 34$ . **(b)** Première instabilité  $Tc_1 = 42$ , **(c)** Deuxième instabilité  $Tc_2 = 48$ , **(d)** Régime des Fluctuations  $T_F = 390$ , **(e)** Régime chaotique  $Tc=740$ .



**Figure 3.2** : Visualisation par mode de transmission optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition ; **(f)** Première instabilité  $Tc_1 = 42.3$ , **(g)** Deuxième instabilité  $Tc_2 = 49,4$  **(h)** Régime des fluctuation  $T_F = 390$ , **(i)** Régime chaotique  $T'c=740$ .



Les différentes transitions sont résumées dans le diagramme suivant :

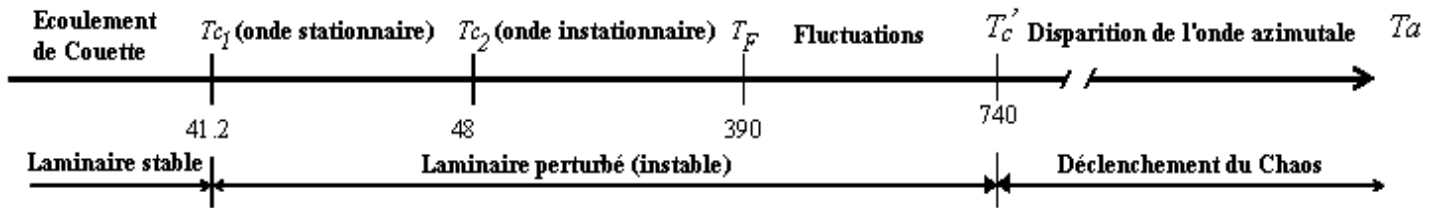


Figure 3.3 : Diagramme du régime de transition laminaire-turbulent

Les résultats ainsi obtenus constituent une base de données crédibles dans la mesure où ils ont permis de retrouver les observations effectuées par d'autres auteurs *D. Coles [15]* et *A. Bouabdallah [9]*.

## II. EFFET DE L'INCLINAISON SUR LES REGIMES D'INSTABILITES (première procédure d'essai) :

### II-1. Effet de l'inclinaison $\alpha$ sur un système totalement rempli $\Gamma = \Gamma_{max}$ :

D'après les différentes observations menées dans cette configuration et la comparaison des résultats obtenus pour chaque position de l'inclinaison, il semble que l'inclinaison (force de gravité) ne joue aucun rôle sur la structure de l'écoulement si le système de l'écoulement est en charge (totalement rempli) pour les quatre modes d'instabilités étudiés.

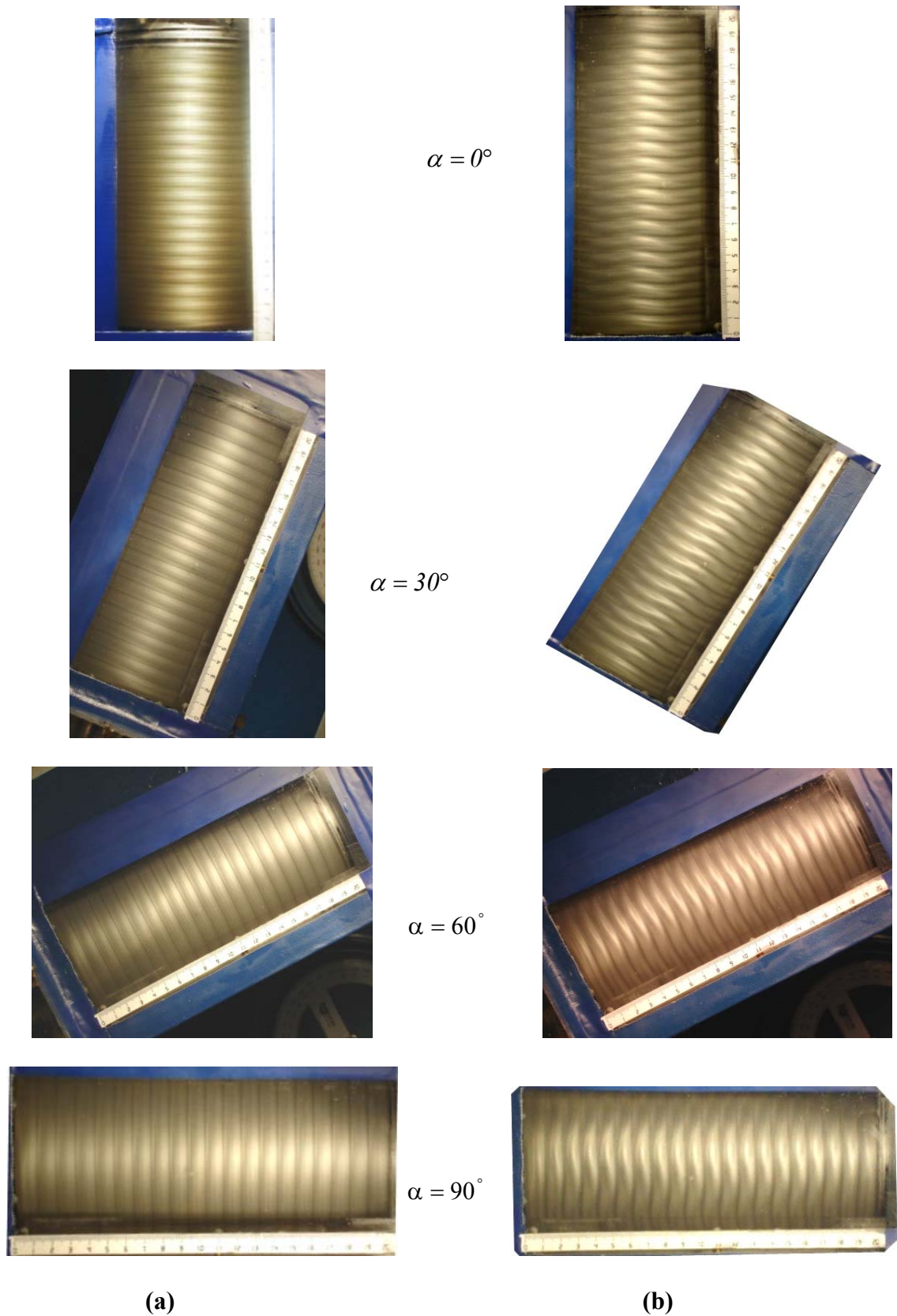
On peut se rendre compte de cette constatation fondamentale sur la figure 3-4 réalisée pour les différentes positions angulaires du dispositif qui sont susceptibles d'agir sur l'onde axiale **(a)** et l'onde azimutale ou onde circonférentielle **(b)**. Les mêmes constatations précédentes restent valables en régime des fluctuations et du chaos (figure 3-5).

Nos essais ont permis de retrouver les valeurs critiques suivantes :

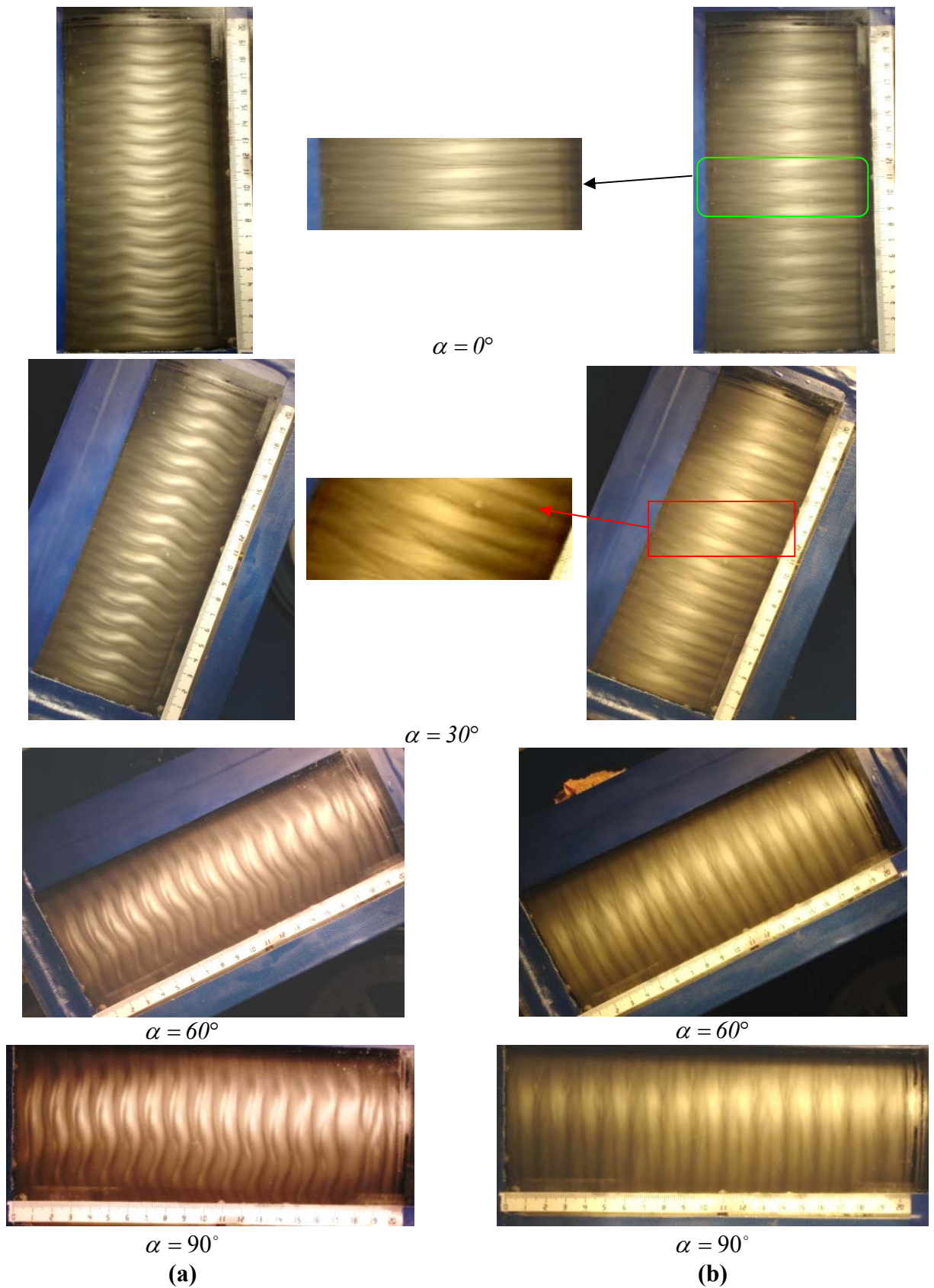
$$Tc_1 = 41 \pm 2 \quad Tc_2 = 48 \pm 3 \quad T_F = 390 \pm 6 \quad T'_c = 740 \pm 20$$

**Conclusion :** On constate que,  $Tc_1$ ,  $Tc_2$ ,  $T_F$  et  $T'_c$  sont indépendants de l'effet de l'inclinaison  $\alpha$  lorsque l'écoulement est en charge ou totalement rempli. Par conséquent, on en conclut que le bord supérieur (conditions aux limites fixes) contribue à stabiliser l'écoulement de Taylor- Couette.

Inversement, comme on va le voir par la suite, l'existence d'une surface libre introduit la déstabilisation des régimes d'écoulement précédemment observés.



**Figure. 3-4** : Effet de l'inclinaison différenciée sur : **(a)** vortex de Taylor et **(b)** wavy mode dans le cas où le dispositif est totalement rempli  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$  (écoulement en charge)



**Figure. 3-5** : Effet de l'inclinaison différenciée sur : **(a)** régime des fluctuations, **(b)** déclenchement du chaos. Cas du dispositif totalement rempli  $\Gamma = \Gamma_{max}=40$

## II. 2. Effet de l'angle d'inclinaison $\alpha$ sur le système d'écoulement partiellement rempli.

La caractérisation du mouvement entre deux cylindres coaxiaux en position inclinée, avec espace annulaire complètement rempli, a permis de mettre en évidence que l'effet induit de  $\alpha$  n'introduit pas l'influence de la gravité, et donc n'agit pas sur ce type d'écoulement. Par contre, l'influence du changement de la hauteur semble être d'une grande importance lorsque le dispositif est partiellement rempli.

Pour mieux comprendre la phénoménologie spécifique au mouvement à surface libre par rapport à l'effet de la paroi, nous allons procéder systématiquement à une variation de la hauteur à partir du bord supérieur des cylindres

Pour les différentes positions angulaires  $\alpha$ , les observations sont réalisées de la manière suivante : On maintient la vitesse de rotation  $\Omega_I$  constante qui est liée à l'apparition de chaque instabilités ce qui veut dire que l'on fixe le nombre de Taylor  $Ta$  correspondant, puis on fait varier l'angle d'inclinaison  $\alpha$  (première procédure d'essai)

### 1. Cas d'un fort taux de remplissage $\Gamma=37$

On fixe la hauteur du fluide à  $H=185mm$ , correspondant à  $\Gamma = \frac{H}{d} = 37$  et la vitesse de rotation  $\Omega_I$  de moteur dont le sens de rotation est sinustorsium c'est-à-dire s'effectuant dans le sens opposé a celui des aiguilles d'une montre. Pour des vitesses de rotation  $\Omega_I = \Omega_{ci}$  correspondant à l'apparition des instabilités, et l'on fait varier l'angle de l'inclinaison  $\alpha$  dans le sens des aiguilles d'une montre (sens dextrorsum). De cette façon, on a pu montrer le processus caractéristique de destruction ou de disparition des instabilités successives.

Les observations menées dans cette configuration ont révélé les différentes étapes d'évolutions de l'écoulement, à savoir :

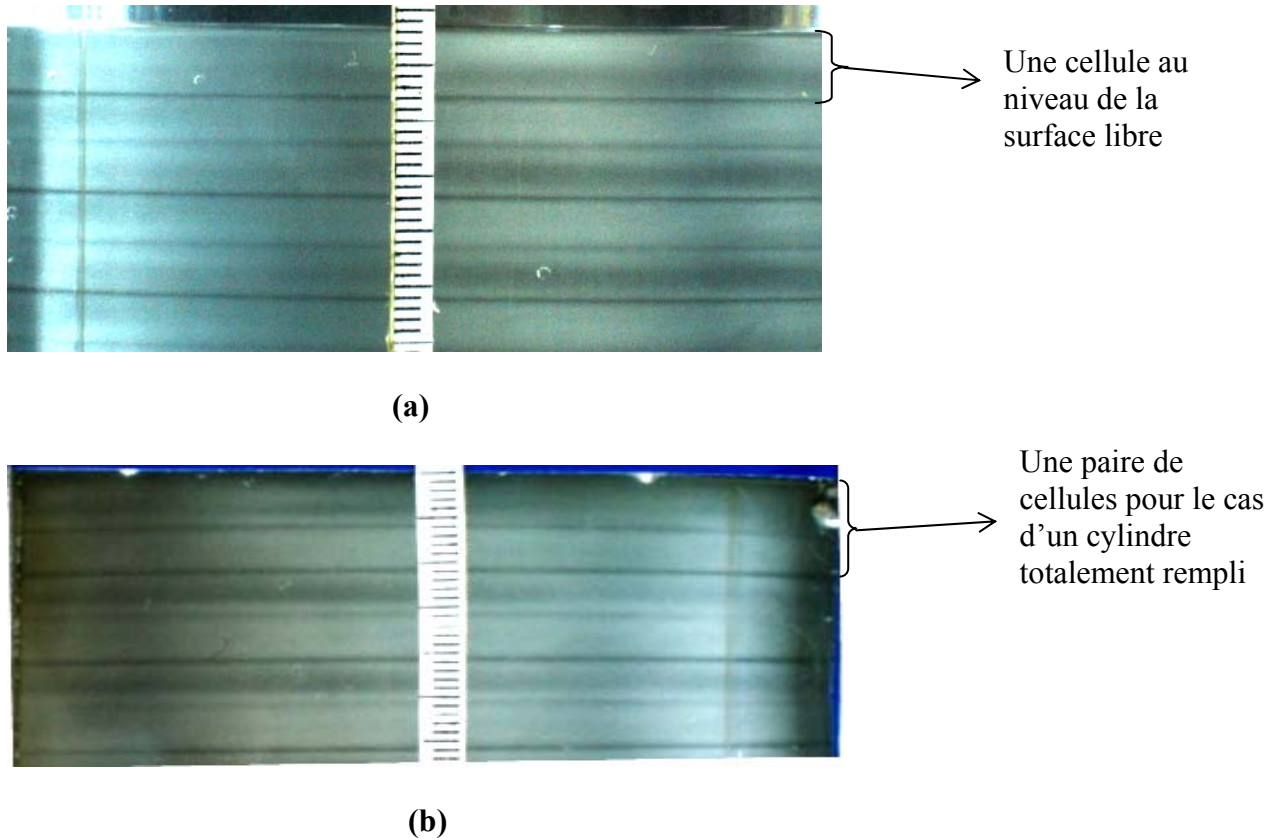
1°) Le régime laminaire stable : on constate que comme dans le cas d'un cylindre totalement rempli, c'est l'écoulement de base qui domine en l'absence de toute perturbation. Celui-ci est caractérisé par un mouvement homogène qui s'étend à tout le fluide jusqu'à la valeur de  $Ta = 36$ . Au-delà, on note l'apparition des cellules situées vers le bord inférieur, on augmente légèrement la vitesse de rotation au fur et à mesure jusqu'à l'apparition de la première instabilité.

2°) Le régime laminaire perturbé :

**a) Ondes de Taylor (Onde stationnaires)**

Vers une valeur proche de  $Tc_1=42\pm 3$  la première instabilité ou onde stationnaire s'installe, elle est presque identique au cas précédent relatif au cylindre totalement rempli. Lorsque la première instabilité s'établit, les cellules de Taylor s'étendent sur la totalité de la colonne fluide. Dans ce cas, on remarque un phénomène très intéressant :

L'apparition d'une seule cellule au niveau de la surface libre au lieu d'une paire de cellules contrairement au cas où le système est totalement rempli (figure 3. 6).

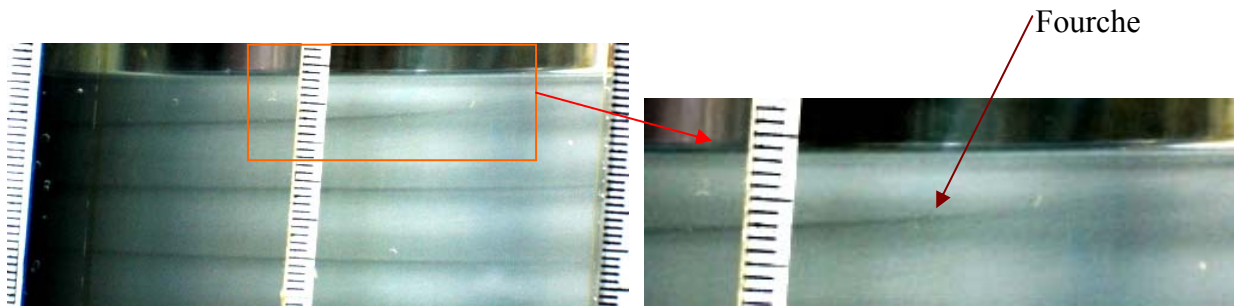


**Figure 3.6 :** (a) Apparition d'une seule cellule, (b) formation d'une paire de cellules.

On part de la position verticale  $\alpha=0^\circ$ , en variant l'angle de l'inclinaison  $\alpha$  par intervalle de  $5^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre en gardant la même vitesse et le même sens de rotation du moteur. Pour chaque position angulaire  $\alpha$ , on attend que le régime d'écoulement s'établisse pour faire nos mesures par voie photométrique.

A partir de l'angle d'inclinaison  $\alpha = 5^\circ$ , on observe le début de destruction des ondes par l'apparition d'une ligne sombre qui représente le minimum de la cellule proche de la surface libre. Cette ligne a tendance à s'étaler vers la partie supérieure correspondant à la surface libre du côté de sens d'inclinaison (figure 3.7) ; à cette position les cellules sont maintenues le long de la colonne fluide avec une très légère modification.





**Figure 3.7** : Début de destruction des ondes de Taylor et apparition d'une fourche étalée vers la surface libre .

Pour  $\alpha=10^\circ$  les trois ondes proches de la surface libre deviennent difficilement distinctes apparaissent male. Ainsi la position maximale des ondes a complètement disparue bien que l'aspect global des ondes se maintien figure 3.8.



**Figure 3.8** : Observation des ondes évanescentes

Au – delà de  $\alpha = 15^\circ$ , on observe l'apparition d'une zone laminaire du côté de la surface libre. Ceci est dû à la disparition des vortex ou cellules de Taylor proches de la partie supérieure de l'écoulement. On note, aussi, que la partie qui se trouve juste en dessous de la zone laminaire est constituée de vortex de Taylor inclinés, ce domaine d'écoulement est caractérisé par une taille des vortex qui est variable sur une même circonférence. Cette situation est physiquement remarquable, en ce sens, que l'on note d'un côté un phénomène de compression des ondes et sur le côté opposé une dilatation de celles-ci pour la même valeur de  $Ta = 44$  (Figure 3. 9).

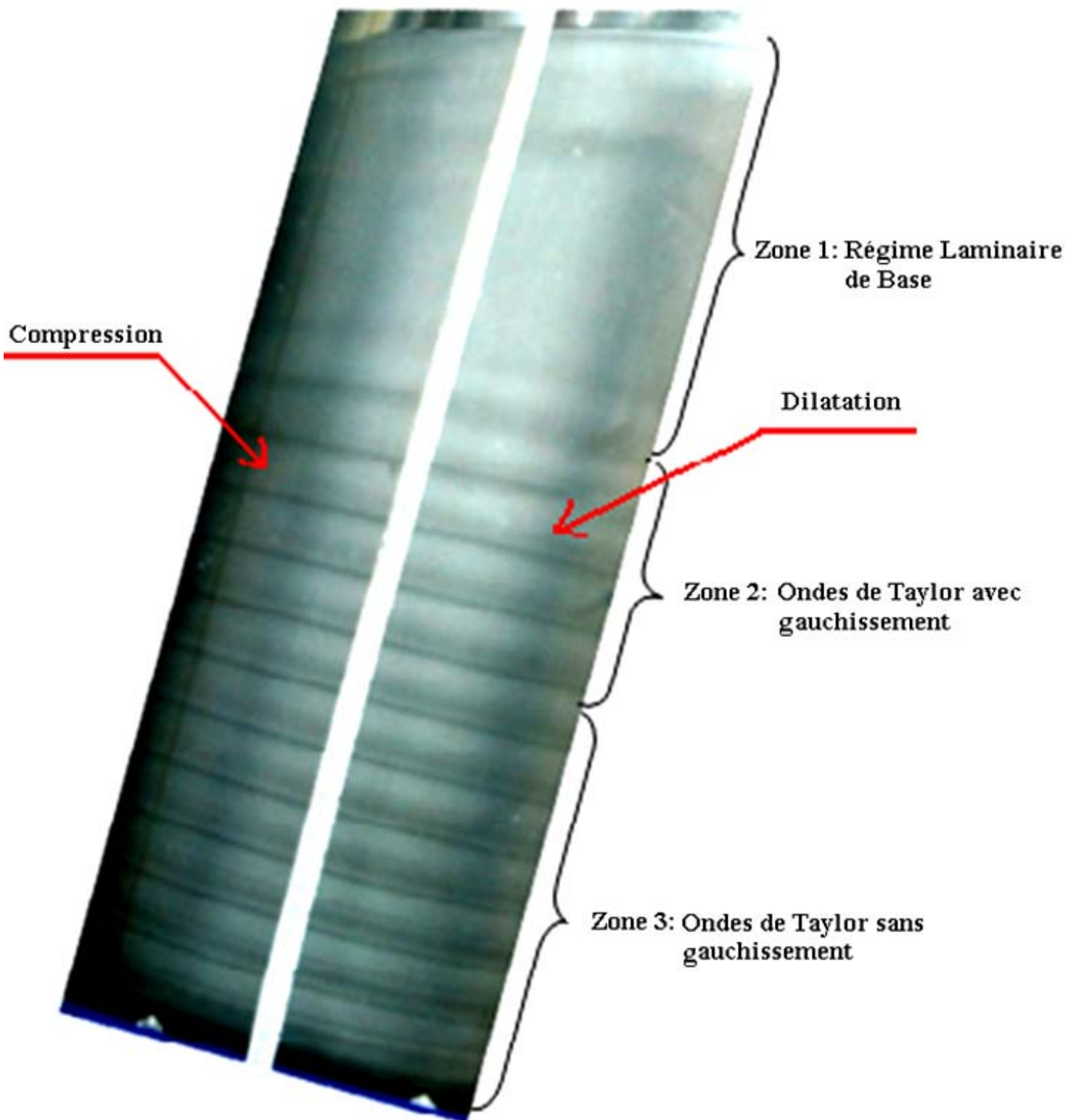
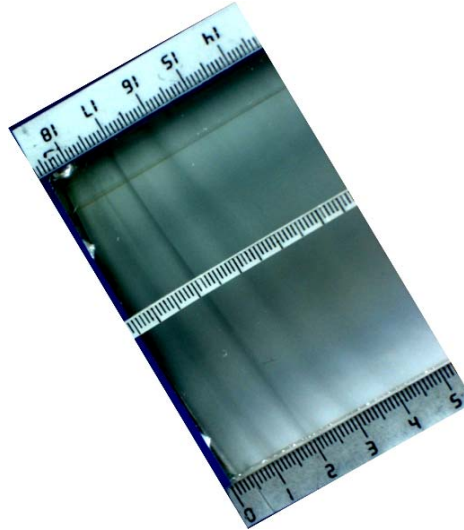


Figure 3. 9 : Phénomènes de compression et de dilatation des ondes de Taylor  
à  $\alpha = 25^\circ$  pour  $Ta=44$

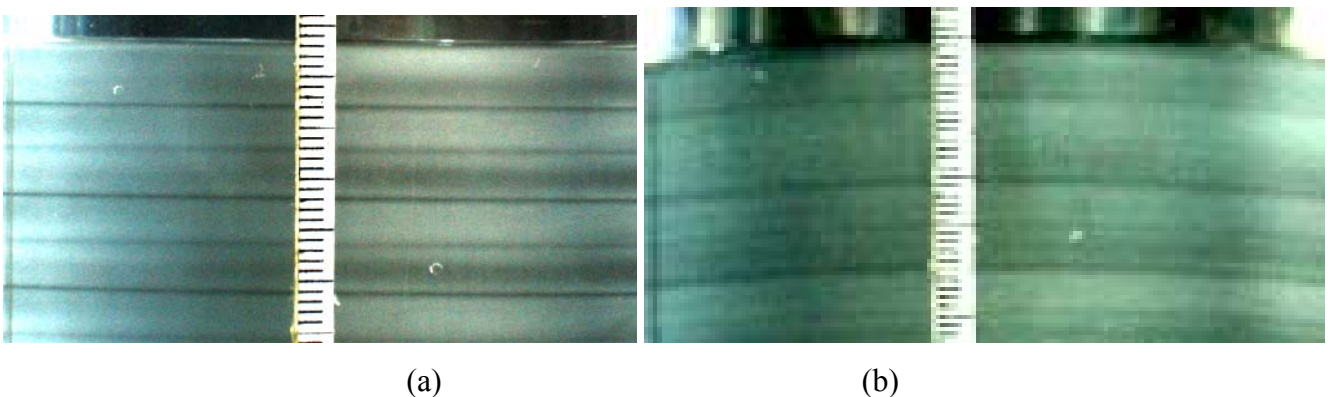
En augmentant encore l'angle d'inclinaison  $\alpha$ , la zone laminaire s'élargit de plus en plus et les ondes de Taylor continuent à se désintégrer onde par onde. Il en résulte une diminution du nombre de cellules jusqu'à  $\alpha = 60^\circ$  (figure 3.9) où il ne reste que trois cellules  $n=3$ . , les cellules disparaissent complètement de l'écoulement laissant subsister une petite perturbation au fond du cylindre.



**Figure 3.10** : Etat d'écoulement ( $n = 3$ ) à  $\alpha=60^\circ$  pour  $Ta=44$  au niveau du bord inférieur.

Vue l'importance de ce phénomène on a refait les mesures précédentes pour une autre valeur de nombre de Taylor  $Ta=47.6$  correspondant au domaine des cellules de Taylor choisit assez proche de  $Ta=48$  correspondant à la naissance du wavy mode pour  $\alpha=0^\circ$ . Dans ces conditions on vérifie le processus de destruction des ondes de Taylor qui se produit à nouveau. On enregistre les observations suivantes :

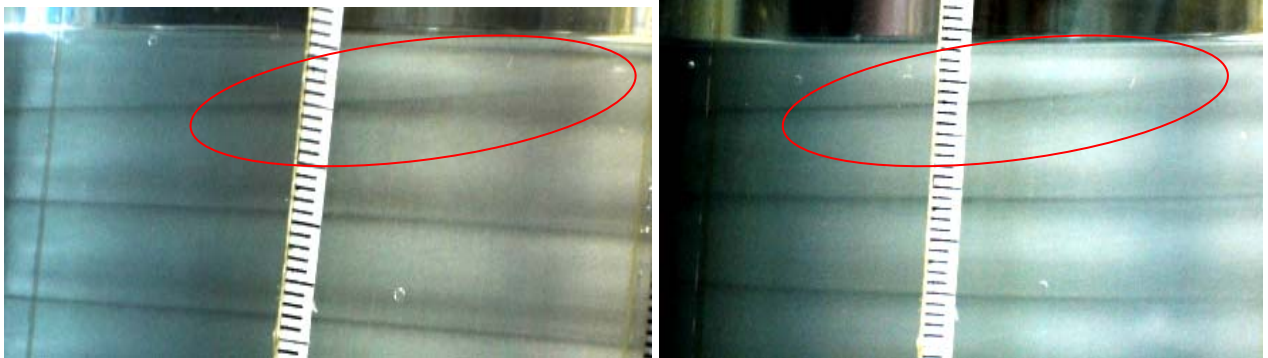
- Pour  $\alpha=0^\circ$ , on constate presque les mêmes observations que précédemment. Ainsi on note l'apparition des ondes stationnaire. On observe toutefois que la taille de la cellule proche de la surface libre est légèrement augmentée :



**Figure 3.11** : Ondes stationnaires proches de la surface libre ; (a)  $Ta=47.6$ , (b)  $Ta=44$

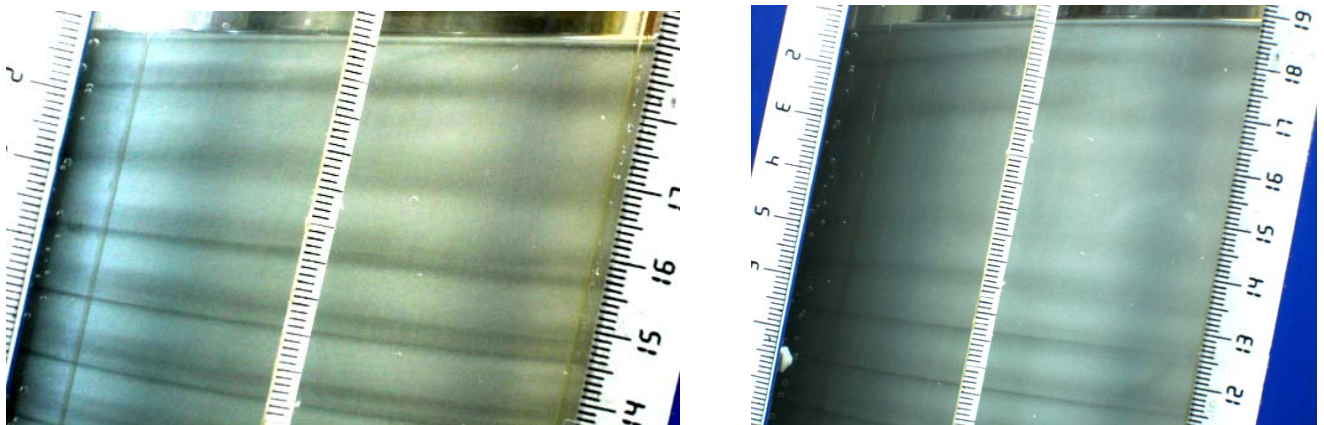


- Pour  $\alpha=5^\circ$ : On note les mêmes observations que le cas précédent ( $Ta=44$ )

(a)  $Ta=47.6$ (b)  $Ta=44$ 

**Figure 3.12** : Apparition de la fourche de destruction des ondes avec les zones maximales des ondes proche de la surface libre qui ont disparu.



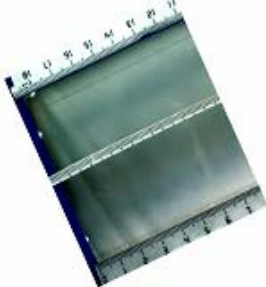
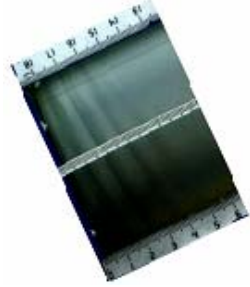
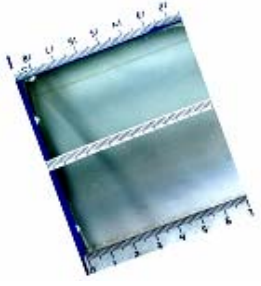
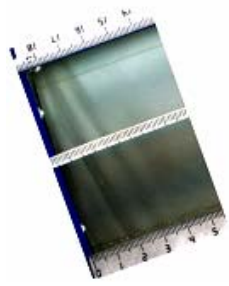
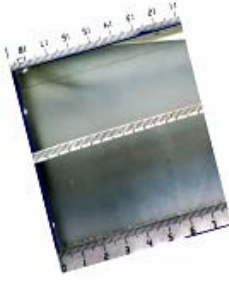



- Pour  $\alpha=10^\circ$ : à  $Ta = 47.6$  les cellules de Taylor se maintiennent alors que pour  $Ta=44$  elles sont évanescentes

(a)  $Ta=47.6$ (b)  $Ta=44$ 

**Figure 3.13** : Etat de l'écoulement pour  $\alpha= 10^\circ$

A partir de  $\alpha=20^\circ$  on note les mêmes observations qui sont enregistrées dans le cas où  $\alpha=15^\circ$  avec  $Ta=44$ .

Pour des valeurs de  $\alpha$  croissant, les observations sont représentées sous forme d'une étude photométrique comparative entre  $Ta = 44$  et  $Ta = 47.6$  sur le Tableau suivant :

$Ta$ $\alpha$	$Ta=44$	$Ta=47,6$
$\alpha=60^\circ$		
$\alpha=65^\circ$		
$\alpha=70^\circ$	 $\alpha_c$	
$\alpha=75^\circ$		 $\alpha_c$
$\alpha=80^\circ$		

**Tableau 3. 2 :** Détermination comparative des angles critiques de relaminarisation  $\alpha_c$  pour  $Ta=44$  et  $Ta=47.6$

De ce tableau (tableau 3. 2) on a pu évaluer l'angle de relaminarisation pour le cas où  $Ta=44$  est de  $\alpha_c=70^\circ$  par contre pour  $Ta=47,6$  l'angle de relaminarisation est de  $\alpha_c=75^\circ$ . (Il serait intéressant de réaliser une étude plus détaillée de l'effet de l'inclinaison sur les ondes de Taylor dans la gamme de  $Ta$  variant de  $Ta= 42$  jusqu'à  $Ta=48$  par un pas  $\Delta Ta = 1$  ainsi qu'une de variation de l'angle d'inclinaison  $\Delta\alpha = 1^\circ$ ).

#### Remarques :

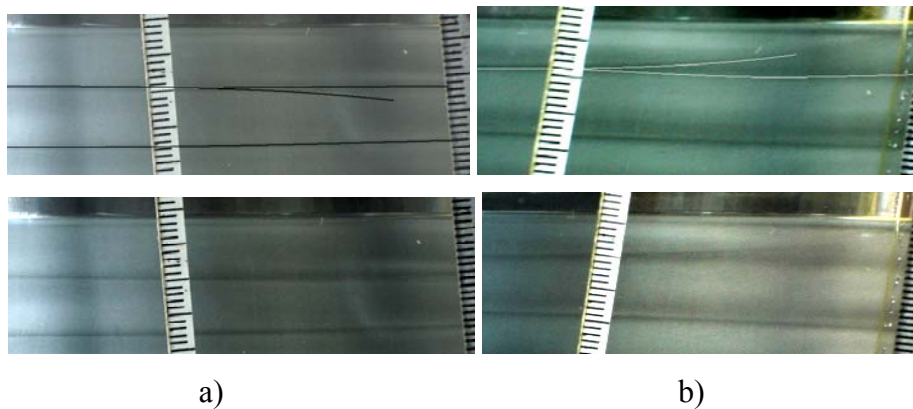
Il y a lieu de signaler que le sens de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  produit une influence symétrique à l'angle opposé ; Ceci nous permet de visualiser ce qui se passe a l'arrière du système d'écoulement. De même, le sens de rotation du cylindre intérieur joue un rôle analogue au sens d'inclinaison  $\alpha$  du dispositif. Les différentes faces de visualisation possible sont résumées sur le tableau suivant :

<i>Sens du Rotation de cylindre intérieur</i>	<i>Angle d'inclinaison du dispositif</i>	
	<i>(<math>\alpha &gt; 0</math>)</i>	<i>(<math>\alpha &lt; 0</math>)</i>
<i>Dans le sens des aiguilles d'une montre (<math>\Omega &lt; 0</math>)</i>	<b>Face A (Vue de Face)</b>	<b>Face B (Vue d'arrière)</b>
<i>Dans le sens contraire au sens des aiguilles d'une montre (<math>\Omega &gt; 0</math>)</i>	<b>Face B</b>	<b>Face A</b>

**Tableau 3.3** : les vues de visualisation possibles en fonction de sens de rotation de moteur et le sens de l'angle d'inclinaison.

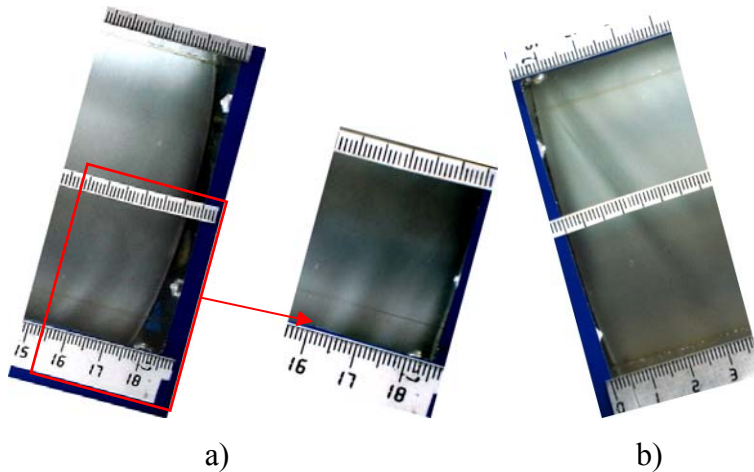
Cette propriété remarquable de symétrie nous permet de mettre en évidence quelques situations physiques très intéressantes.

a) La formation des fourche correspondant a la destruction des ondes sont orientées en sens opposés : l'une est dirigée vers le haut (surface libre) et l'autre vers le fond (bas).



**Figure3 .14** : Orientation de la fourche de destruction des ondes en fonction du sens de l'inclinaison à  $Ta= 47.6$  pour  $\alpha=5^\circ$ , a)  $\Omega_1 < 0$  et  $\alpha > 0$ , b)  $\Omega_1 < 0$  et  $\alpha > 0$

b) Le sens d'inclinaison n'a pas d'influence sur l'angle critique de relaminarisation  $\alpha_c$  mais a un effet très considérable sur la forme des ondes le long d'une périphérie (figure 3.15).



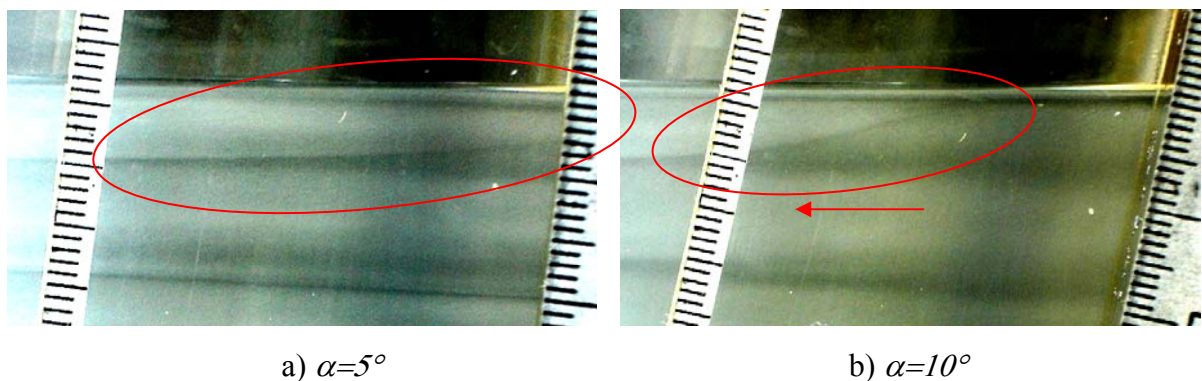
**Figure 3.15 :** Influence du sens de l'inclinaison sur la forme des ondes de Taylor à  $Ta=47.6$  et pour  $\alpha=75^\circ$ ; a)  $\alpha < 0$  et  $\Omega < 0$ , b)  $\alpha > 0$  et  $\Omega < 0$ ,

### b) Le Wavy mode (ondes instationnaires)

Le second état d'écoulement est caractérisé par l'apparition de l'onde azimutale qui se manifeste à partir d'une deuxième valeur critique de nombre de Taylor  $Tc_2 = 49 \pm 2$  telle que les surfaces de séparation entre les rouleaux commencent à onduler dans la direction tangentielle (suivant la composante  $\theta$ ) comme on l'a vu précédemment dans le cas d'un système totalement rempli.

On fixe  $Ta=56$  et l'on fait varier l'angle d'inclinaison  $\alpha$  par pas de  $\Delta\alpha = 5^\circ$  pour chaque position angulaire et on laisse un temps suffisant pour que le régime s'établisse. Dans ces conditions on enregistre les phénomènes suivants :

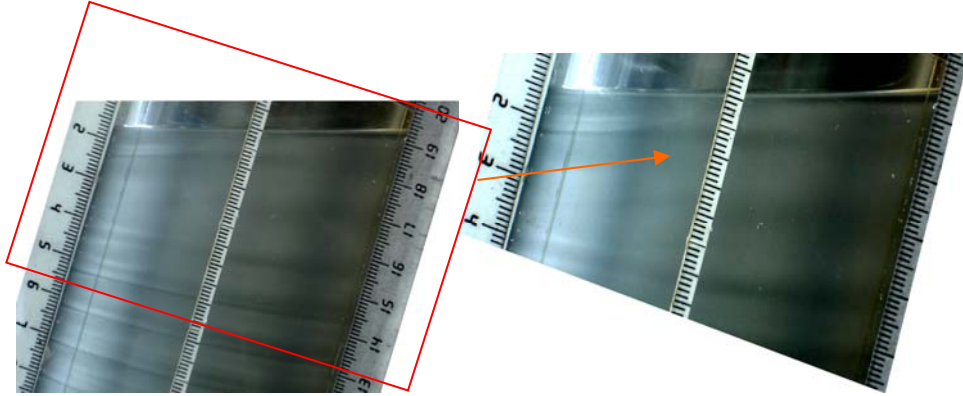
A partir de l'angle d'inclinaison  $\alpha = 5^\circ$ , on observe la formation d'une fourche qui correspond à la destruction des ondes mais cette fourche n'est pas stationnaire à cause du mouvement ondulatoire des ondes de Taylor. À  $\alpha = 10^\circ$ , une légère modification de la forme de la fourche qui est rejetée en arrière (vers le côté comprimé) avec le maintien de cellules de Taylor. (figure 3. 16).



**Figure 3.16 :** Forme de la fourche pour a)  $\alpha = 05^\circ$  et b)  $\alpha = 10^\circ$  à  $Ta = 56$



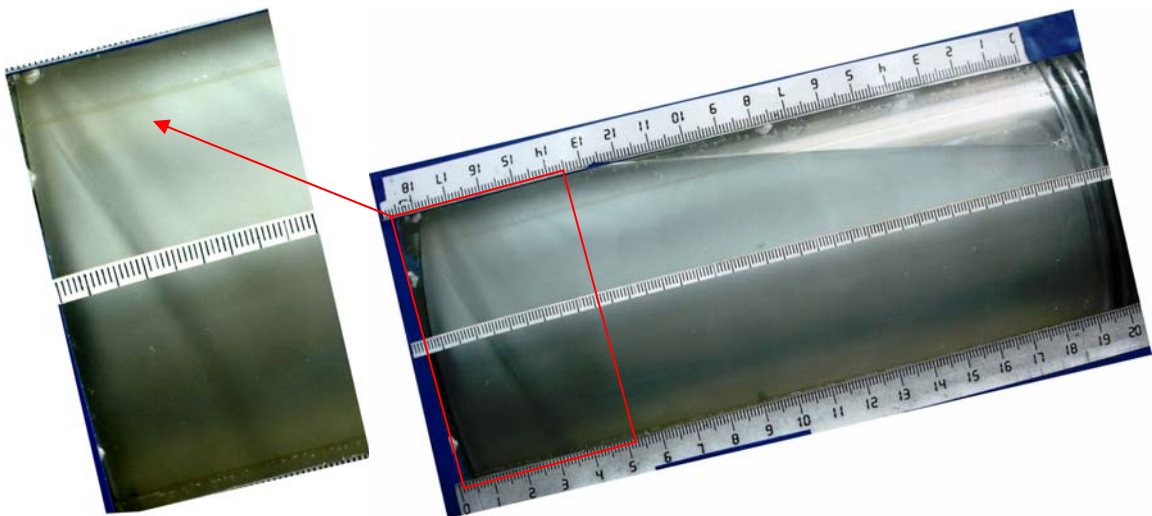
A  $\alpha=15^\circ$ , la fourche se recule en arrière et les deux ondes proche de la surface libre presque sont disparues (évanescents) figure, les ondulations des ondes de Taylor presque sont totalement amortie au fond et le centre du système de l'écoulement, par contre les ondes proches des ondes évanescents oscillent dans la direction du l'axe oz du système d'écoulement. (Figure 3. 17)



**Figure 3.17** : Etat de l'écoulement à  $\alpha = 15^\circ$  pour  $Ta=56$

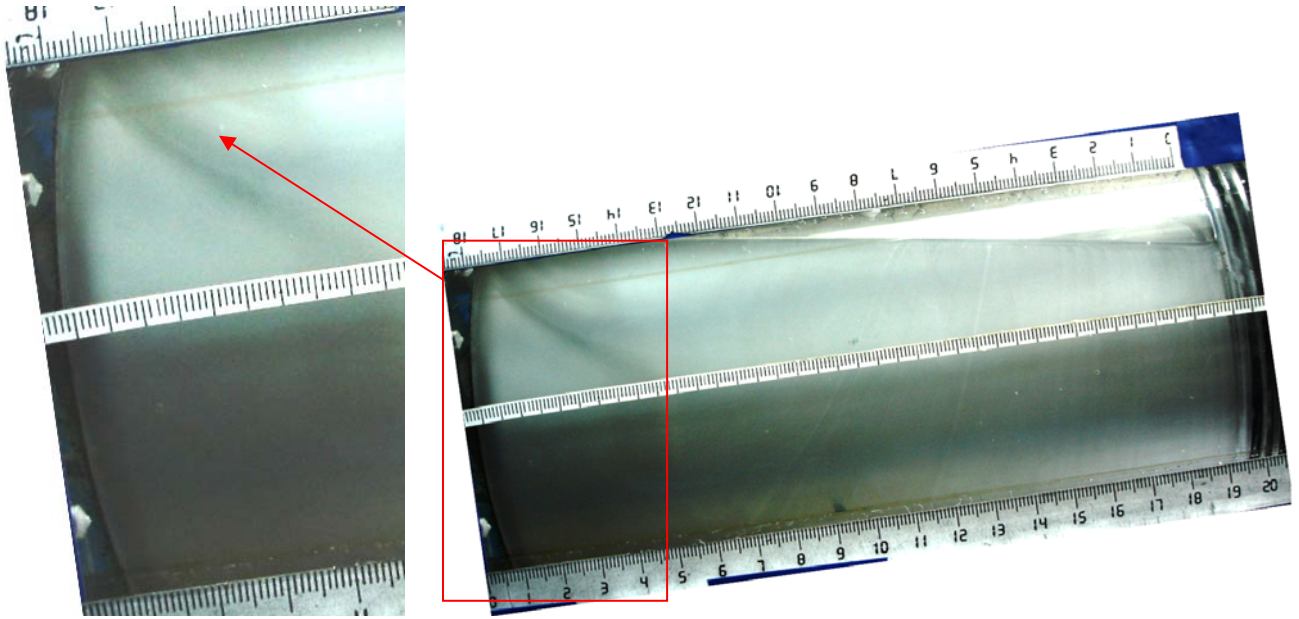
A  $\alpha=20^\circ$ , il apparaît une zone laminaire très étroite due à la disparition des ondes azimutales proches de la surface libre. L'amplitude des ondes restantes tend à s'amortir au centre de l'écoulement presque stationnaires et les ondes proche de la zone laminaire oscillent légèrement suivant (oz). A  $\alpha=35^\circ$ , les ondes azimutales auront disparu en cédant leur place aux ondes axiales de Taylor.

En augmentant l'angle de l'inclinaison  $\alpha$ , la zone laminaire tend à s'élargir et les oscillations axiales très faibles des ondes restantes persistent néanmoins. A  $\alpha=78^\circ$ , il ne reste qu'une seule cellule de taille importante au niveau du bord inférieur subissant des oscillations selon oz. (Figure 1. 18)



**Figure 3. 18** : Etat de l'écoulement à  $\alpha=78^\circ$  pour  $Ta=56$ .

Au voisinage de  $\alpha=80^\circ$  la plupart des ondes de Taylor ont disparu et il ne reste qu'une perturbation au niveau du bord inférieur.(Figure 3.19).

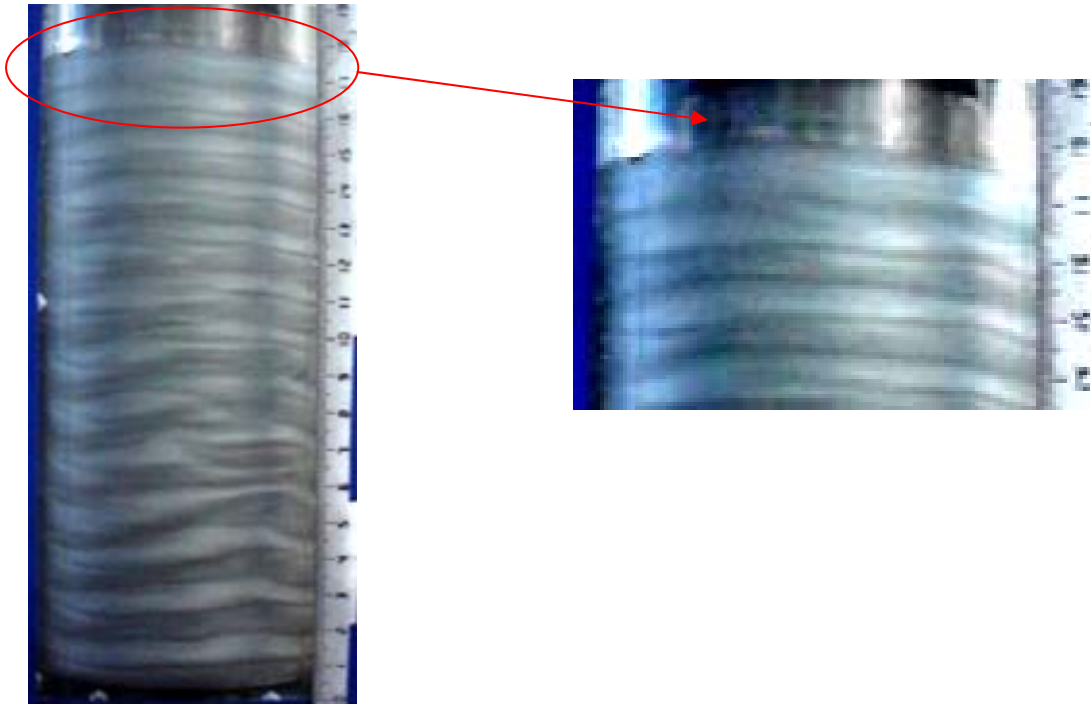


**Figure 3. 19** : Disparition complète des Cellules de Taylor et apparition d'une perturbation au bord inférieur à  $\alpha=80^\circ$

c) Le régime de fluctuation

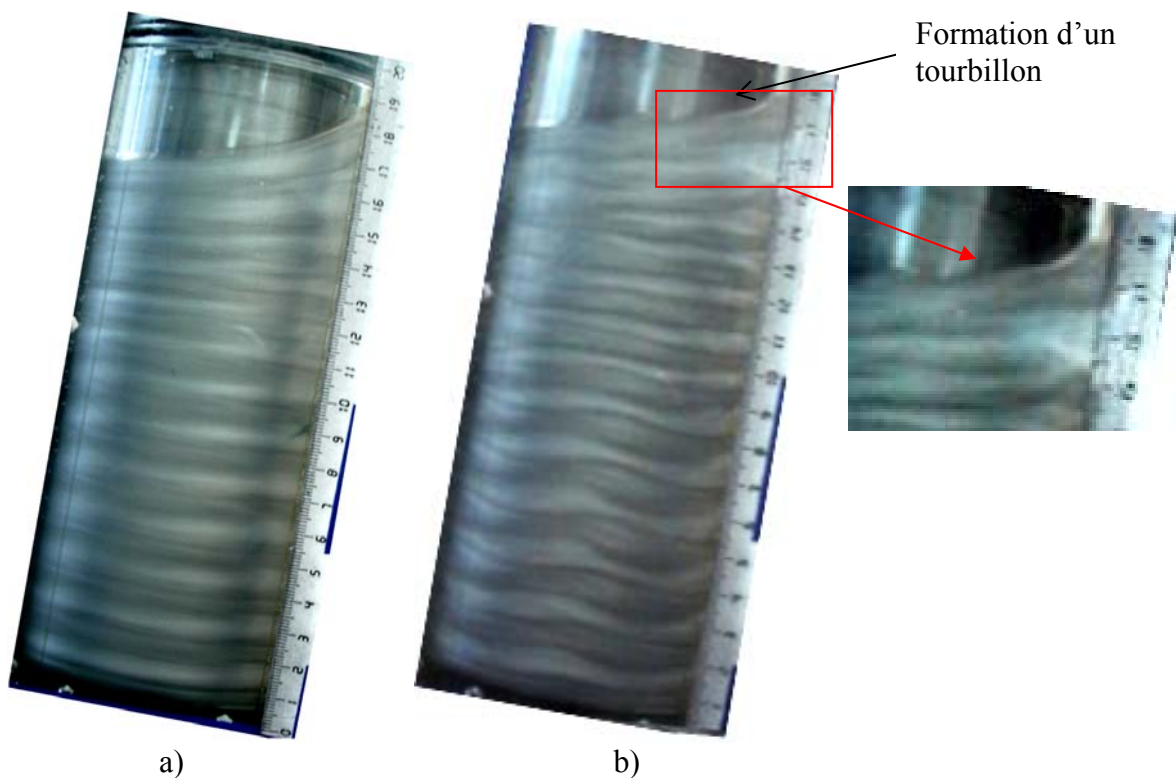
Le troisième état d'écoulement étudié est le régime de fluctuations qui s'installe lorsque le nombre de Taylor  $Ta$  est de l'ordre de 400 environ. Ce régime est caractérisé par la chute du nombre d'onde circonférentielle de  $m = 8$  pour  $Ta = 200$  à  $m=5$  pour  $Ta = 400$  et par le nombre de cellules de Taylor  $n=29$ . Pour  $Ta = 400$  la cellule ou le tourbillon proche de la surface libre tend à osciller et sa taille augmente. Figure 3. 20.

De la position verticale  $\alpha=0^\circ$ , on incline le système d'écoulement graduellement par pas de  $5^\circ$ . Le sens de rotation du moteur ainsi que celui de l'inclinaison de système d'écoulement sont en sens opposé. Pour ce régime, la vitesse de rotation du cylindre intérieur  $\Omega_I$  est relativement élevée, pour cela, à chaque position on prend deux Photos ; l'une par le mode multi rafale avec une résolution d'1 Mega Pixels et l'autre par le mode normale avec une résolution de 5 Mega Pixels. Le mode multi rafale fait apparaître les ondes azimutales qui sont en dégradation au fur à mesure  $\alpha$  est grand. Par contre, le mode normale de prise de photos donne une très bonne résolution mais il ne fait pas apparaître le wavy mode.



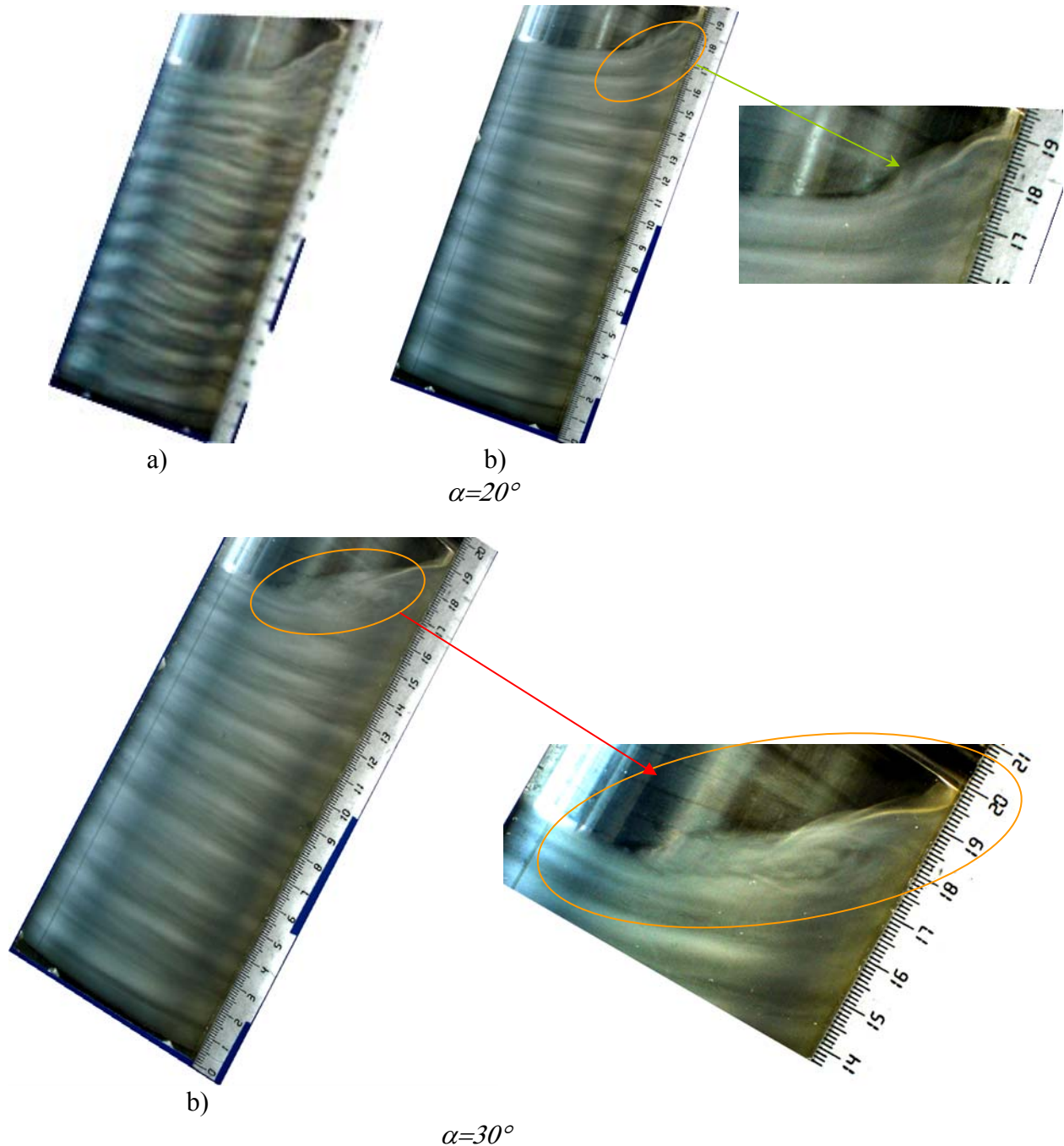
**Figure 3. 20 :** Surface libre ondulée et taille de la cellule proche de la surface libre en augmentation.

A  $\alpha=10^\circ$ , on observe la naissance d'un petit tourbillon au niveau de la surface libre qu'on ne peut pas voir en vue de face car il se situe à l'arrière du système d'écoulement. Figure 3.21.



**Figure 3. 21 :** Naissance d'un tourbillon au niveau de la surface libre. a) mode normal, b) mode multi rafale.

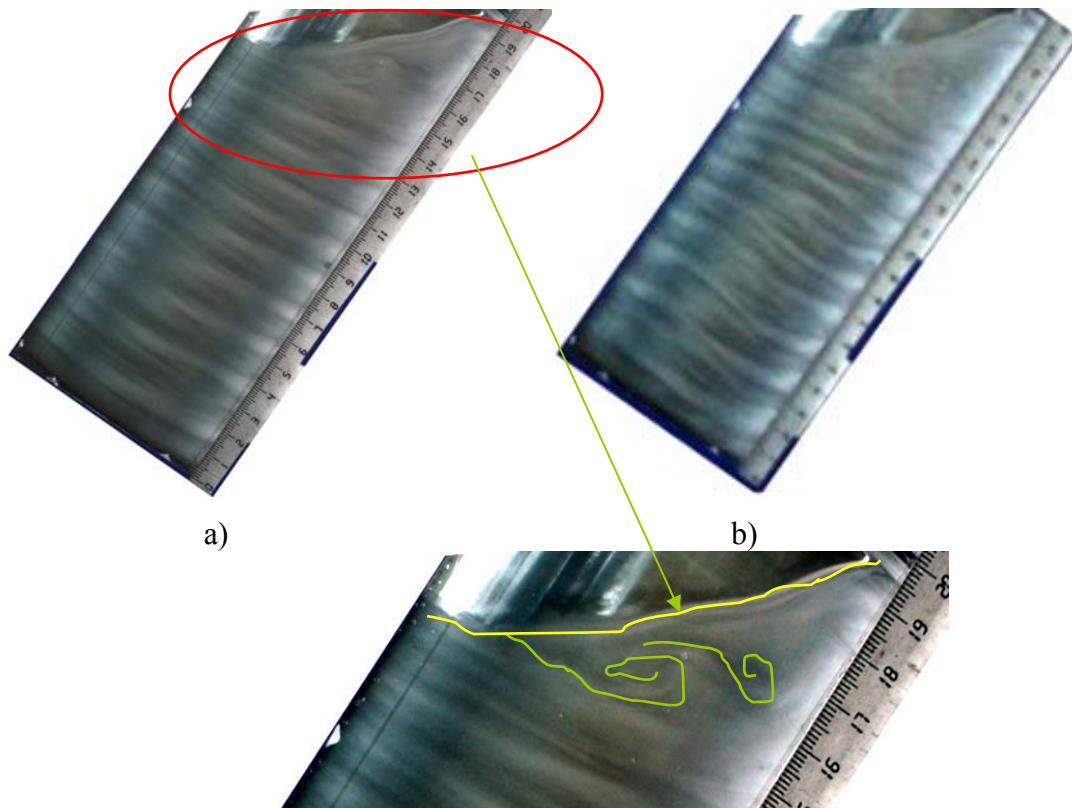
On augmente l'angle d'inclinaison  $\alpha$  et on suit l'évolution de la structure de l'écoulement ; la taille du tourbillon situé à la surface libre continue à s'accroître et il apparaît comme une instabilité baroclinique qui se renforce en fonction de l'inclinaison. Les ondes azimuthales proches de la surface libre se dégradent alors et deviennent complètement chaotiques.



**Figure 3.22** : Evolution du tourbillon de la surface libre pour  $\alpha = 20^\circ$  et  $\alpha = 30^\circ$ , a) mode de prise de photos est en multi rafale, b) mode normale.

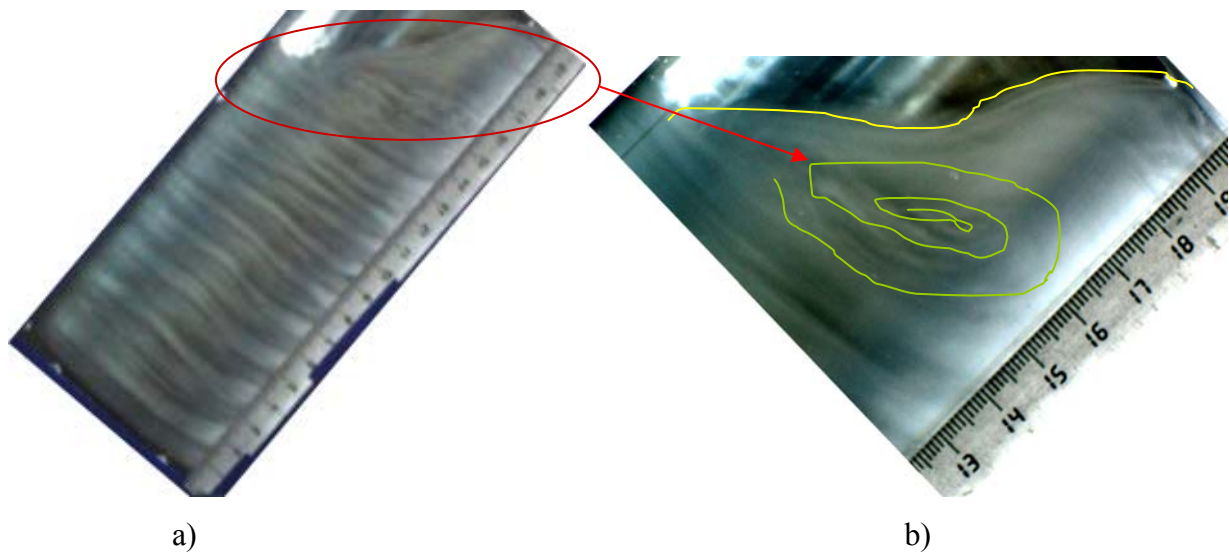


A  $\alpha=35^\circ$ , l'instabilité qui apparaît au niveau de la surface libre se transforme en une instabilité qui ressemble à la formation d'une allée tourbillonnaire de Von-Karman. (Figure 3.23)



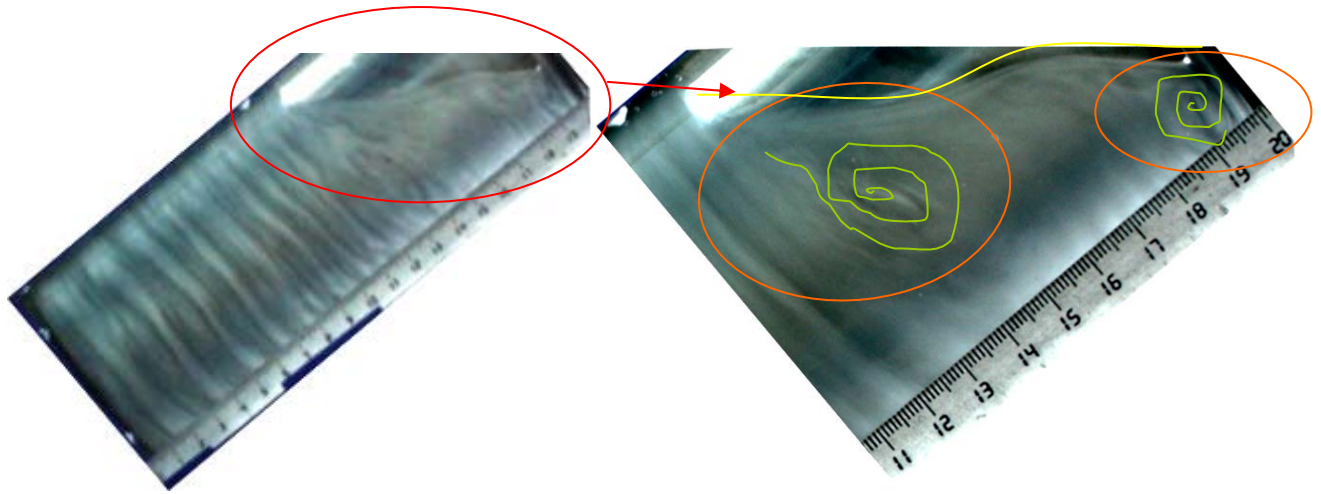
**Figure 3. 23 :** Apparition de l'instabilité similaire à une allée de Von-Karman à  $\alpha=35^\circ$ .

Pour  $\alpha=40^\circ$ , l'instabilité de type baroclinique se réinstalle et on note l'apparition d'un l'oeil du cyclone. La moitié supérieure du cylindre est caractérisée par le fait qu'il n'y a pas d'onde azimuthale. (Figure 3.24)



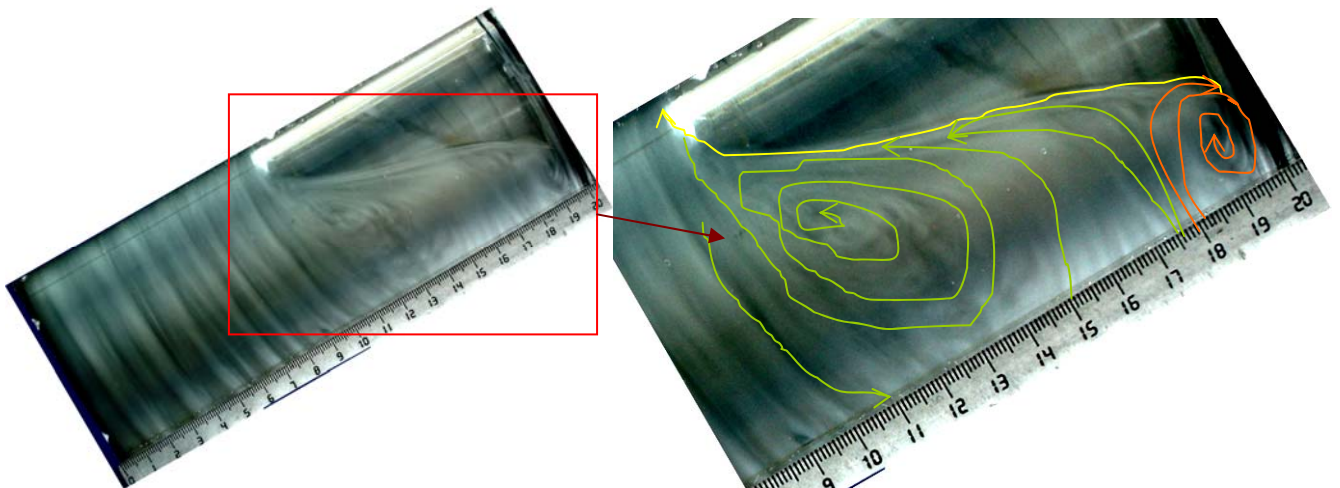
**Figure 3. 24 :** Instabilité baroclinique qui se réinstalle à  $\alpha=40^\circ$ ,  
a) mode multi rafale, b) mode normal

A  $\alpha=50^\circ$ , l'instabilité baroclinique se renforce ; l'oeil du cyclone principal est grand. On observe aussi la naissance d'un autre tourbillon secondaire au bord supérieur. Figure 3.25.



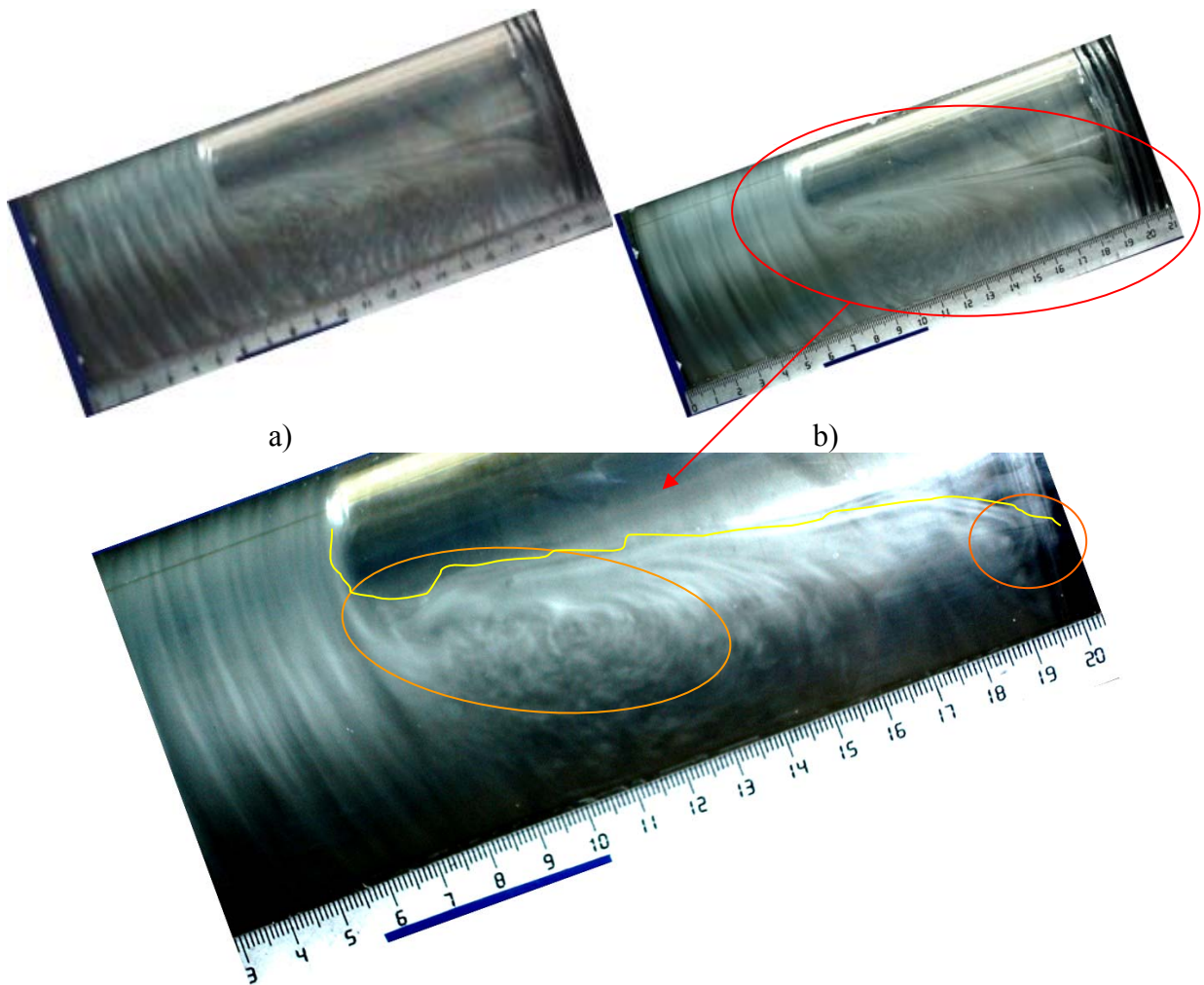
**Figure 3. 25 :** Instabilités baroclinique se réinstalle de nouveau, développement de l'oeil du cyclone

Vers  $\alpha=60^\circ$ , les ondes azimuthales tendent à disparaître de suite que le régime chaotique s'installe dans la partie inférieure du système d'écoulement. Par contre, dans la partie supérieure est dominée par l'instabilité de baroclinique. Figure 3.26.



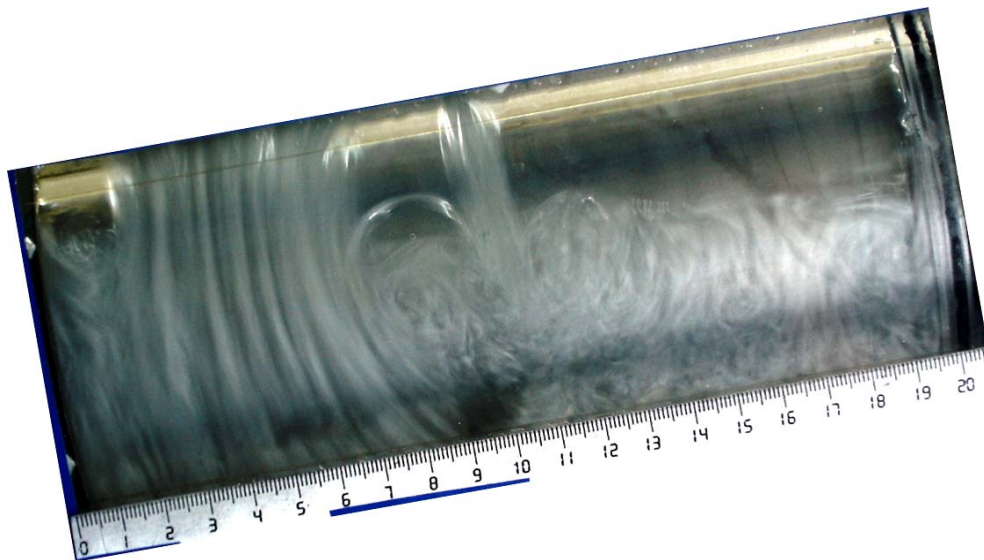
**Figure 3. 26 :** Disparition des ondes azimuthales et installation du régime chaotique et le maintien de l'instabilité baroclinique.

Au-delà de  $\alpha=70^\circ$ , l'écoulement est compliqué, telle que dans la partie inférieure du système d'écoulement, les ondes de Taylor se maintiennent et dans la partie supérieure du dispositif on observe un écoulement panache. Figure 3.27.



**Figure 3. 27** : Mouvement très complexe à  $\alpha=70^\circ$ , a) mode multi rafale, b) mode normale.

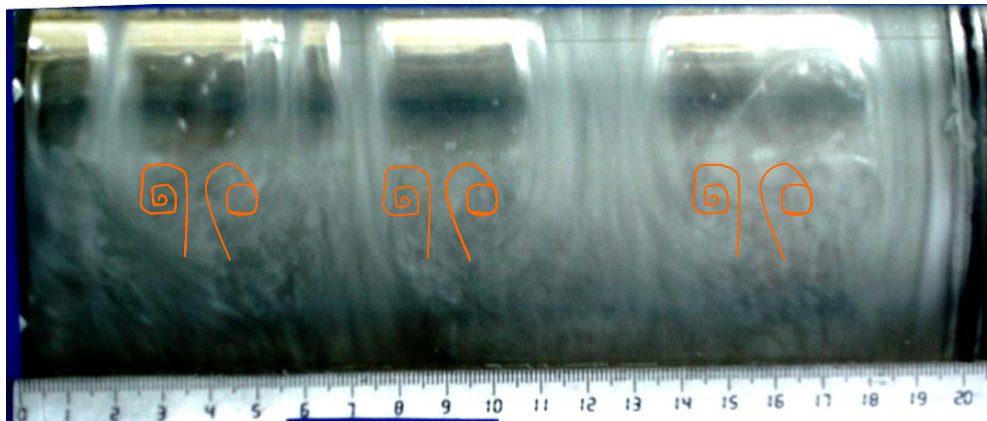
A  $\alpha=80^\circ$ , on observe le début du phénomène en spin – up qui est déjà observé par *M. Wimmer* [69] et *T. Tamsaout* [70] dans un écoulement en sphères coaxiales. (Figure 3.28)



**Figure 3. 28** : Apparitions d'un phénomène en spin – up à  $\alpha=80^\circ$



Pour  $\alpha=90^\circ$ , le phénomène de spin-up s'installe et se repartit sur la totalité du système d'écoulement. Figure 3.29.



$\alpha=90^\circ$

**Figure 3. 29:** Développement du phénomène de spin-up

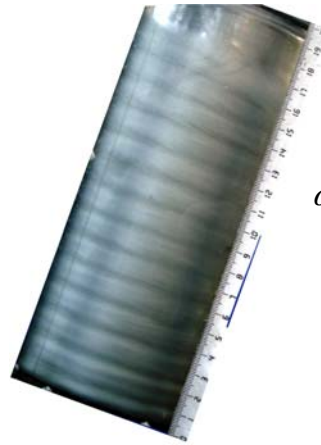
c) le Chaos

Le quatrième Etat d'écoulement qui est aussi soumis à l'effet d'inclinaison correspond au régime chaotique qui s'installe vers  $Ta=740\pm 20$ . Il est caractérisé par la disparition des ondes azimuthales avec le nombre de cellules  $n=26$ . On procède selon le même mode opératoire que précédemment on obtient ce qui suit :

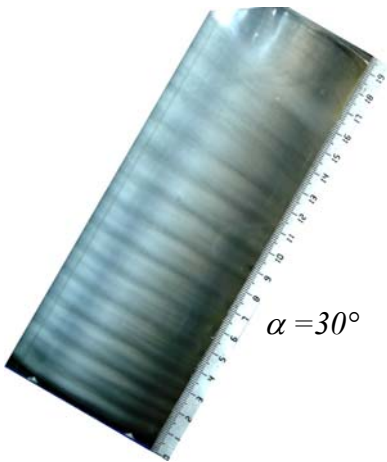
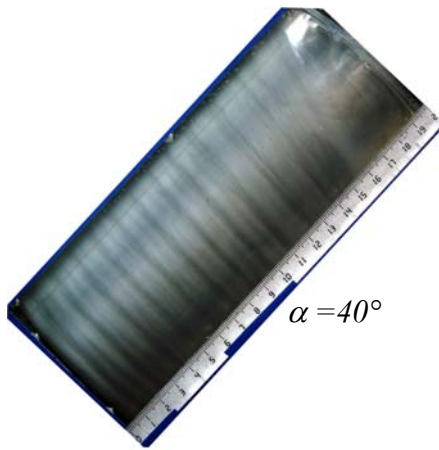
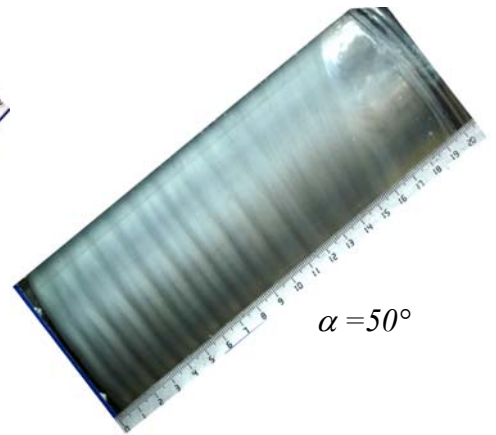


$\alpha=0^\circ$

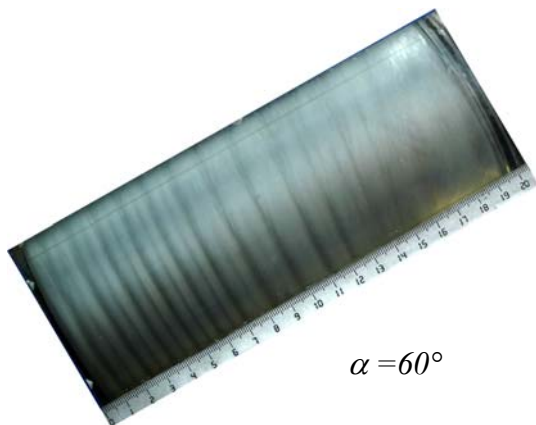
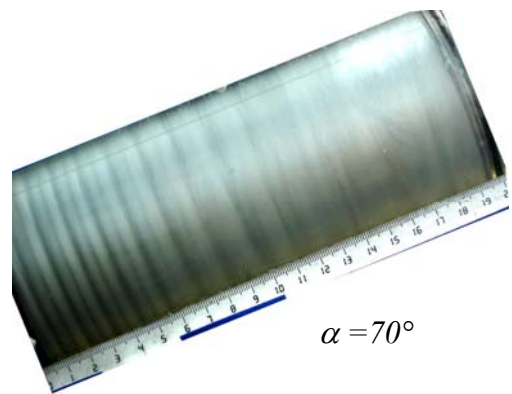
- A  $\alpha=0^\circ$  les cellules proches de la surface libre sont très larges car l'écoulement a tendance se développer vers le haut du dispositif à cause de la vitesse rotation  $\Omega_1$  qui est très élevée.


 $\alpha = 10^\circ$ 

 $\alpha = 20^\circ$ 

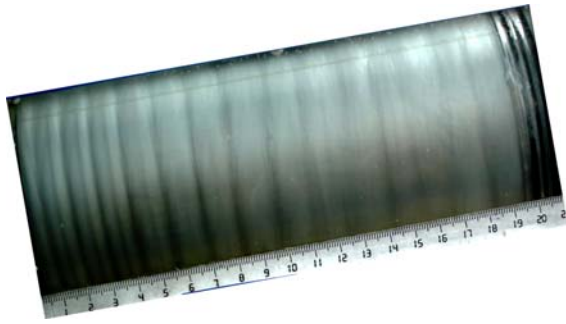
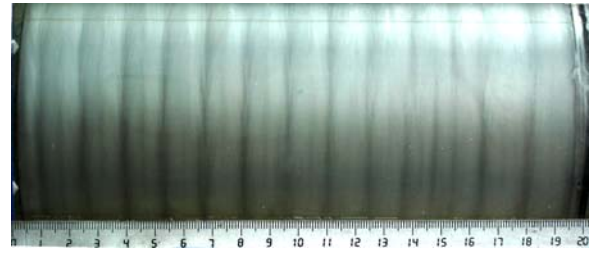
- La forme des ondes se maintient mais les ondes sont penchées vers sens contraire de l'inclinaison.


 $\alpha = 30^\circ$ 

 $\alpha = 40^\circ$ 

 $\alpha = 50^\circ$ 

- On observe que les ondes oscillent axialement suivant l'axe (oz) avec un wavy très faible dans la partie inférieure du système d'écoulement


 $\alpha = 60^\circ$ 

 $\alpha = 70^\circ$ 

- Les ondes oscillent axialement suivant l'axe (oz) et les ondes proches de la surface libre tendent à se détruire. Le fluide touche légèrement le bord supérieur du dispositif.

 $\alpha=80^\circ$  $\alpha=90^\circ$ 

- Le fluide adhère avec le bord supérieur et les ondes de Taylor se réinstallent de nouveau le long du dispositif mais avec des oscillations axiales considérables et un wavy très faible. Les longueurs d'ondes axiales ne sont pas uniformes. Dans la partie inférieure les cellules semblent plus minces et nettes, par contre, ces cellules s'élargissent quand on se rapproche du bord supérieur.

Après avoir examiné l'effet de l'inclinaison sur la structure de l'écoulement aux différents régimes dans le cas d'un facteur d'aspect  $\Gamma=37$ , on refait les mêmes opérations que précédemment pour explorer l'incidence de l'inclinaison avec d'autres taux de remplissage  $\Gamma$ .

## 2. Etude du cas $\Gamma = 31$ :

On fixe la hauteur du fluide à  $H = 155\text{mm}$  correspondant à  $\Gamma = 31$  et on met en régime l'écoulement. Pour des vitesses très faibles le mouvement est homogène et ne comporte aucune perturbation qui caractérise le régime laminaire stable.

### a) Première instabilité (onde de Taylor)

A partir de l'état laminaire de base, on augmente progressivement la vitesse  $\Omega_l$  jusqu'à l'apparition de la première instabilité qui s'installe lorsque le nombre de Taylor  $Ta$  atteint le premier seuil critique  $Tc_1 = 41 \pm 2$ . Figure 3. 30.

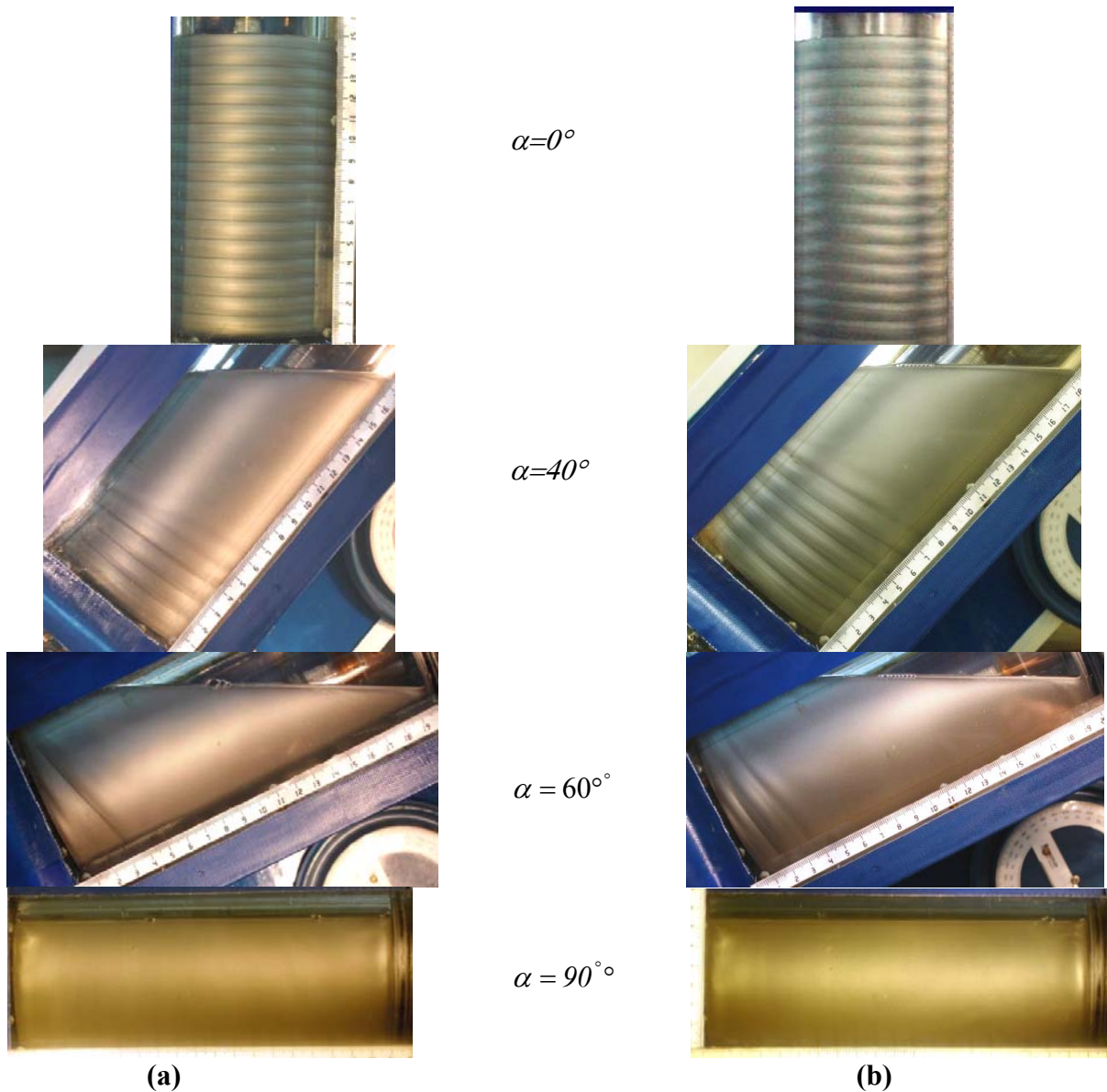
Au voisinage de  $Ta=45$  et pour des faibles inclinaison ( $\alpha < 15^\circ$ ), on constate les mêmes observations que dans le cas précédent ( $\Gamma=37$ ). L'effet de l'angle d'inclinaison sur les cellules de Taylor commence à apparaître pour  $\alpha=15^\circ$ . De plus, on note l'apparition d'une zone laminaire proche de la surface libre qui s'élargit lorsque  $\alpha$  augmente. Parallèlement, on constate un gauchissement des cellules qui s'accroît vers  $\alpha=60^\circ$ , il ne reste alors qu'une seule cellule  $n=1$  de taille maximale. A  $\alpha = \alpha_c = 65^\circ$ , les cellules de Taylor disparaissent.

### b) Deuxième instabilité (onde azimutale)

On augmente la vitesse jusqu'à l'établissement de la deuxième instabilité pour une valeur critique  $Tc_2 = 49 \pm 2$  qui reste inchangée par rapport au cas précédent. De la position verticale

et à  $Ta=56$  on varie l'angle  $\alpha$  pour mettre en évidence les effets de gravité engendrés par l'angle d'inclinaison sur cette structure.

Comme précédemment, ces essais ont permis de mettre en lumière le double effet de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  sur cette structure : la disparition des ondes azimuthales et l'amortissement progressif des oscillations jusqu'à extinction de celle-ci. D'une façon générale, les oscillations et le nombre d'onde azimuthale  $m$  diminuent lorsque l'on augmente encore l'angle d'inclinaison  $\alpha$ . A  $\alpha=35^\circ$  ( $m=0$ ), les ondes en action oscillent dans la direction axiale suivant ( $oz$ ) et leur nombre  $n$  diminue si  $\alpha$  augmente. A  $\alpha=70^\circ$ , on note la disparition totale des ondes axiales.



**Figure.3-30** : Processus de destruction de l'onde axiale (a) et azimuthale (b) pour  $\Gamma=31$  à  $Ta = 44$  et  $Ta = 56$



c) Régime de fluctuations

Le régime de fluctuations s'établit vers  $Ta \approx 380$  comme on l'a noté dans le cas précédent ( $\Gamma=37$ ), la surface libre oscille et légèrement inclinée, la cellule de la surface libre est devenue très large par rapport à son état initial dans le cas de la première et la deuxième instabilité). Le nombre de cellules est égal  $n=21$  cellules et le nombre d'ondes azimutales est  $m=4$ .



**Figure 3.31:** Régime de fluctuations et mise en évidence de la topologie de la surface libre à

$$Ta=400 \text{ pour } \Gamma=31$$

Partant de la position verticale  $\alpha=0^\circ$ , on incline le système pas à pas de  $5^\circ$  on réalise presque les mêmes observations que précédemment avec quelques différences telles que :

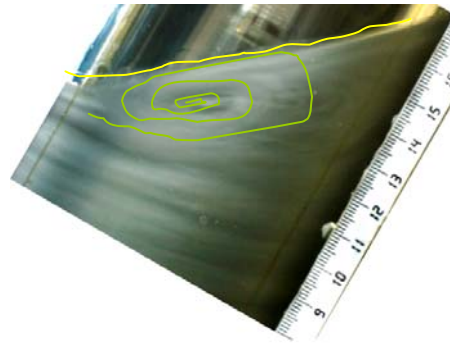
- L'angle de disparition des ondes azimutales (apparition du chaos) s'effectue à  $\alpha=50^\circ$
- Apparition d'une instabilité de type baroclinique aux niveaux des bords
- Non apparition du phénomène de spin up et de l'instabilité de Von-Karman.

On a rassemblé l'ensemble de nos observations dans le tableau suivant :

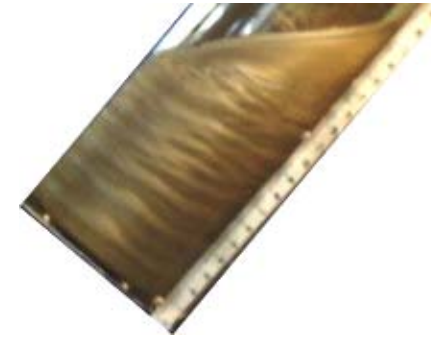




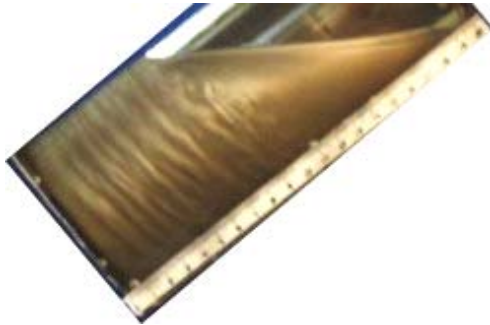
$\alpha=0^\circ$



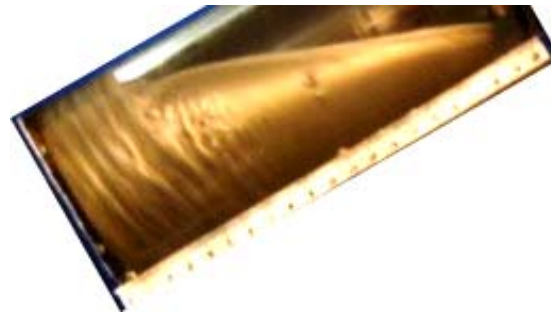
$\alpha=30^\circ$  « l'œil de cyclone » apparaît nettement et grande



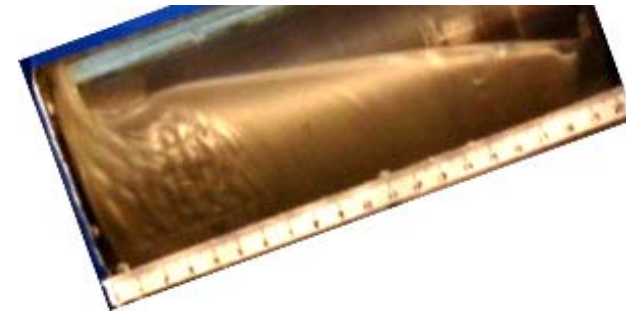
$\alpha=40^\circ$  la partie supérieur de la colonne fluide est complètement chaotique



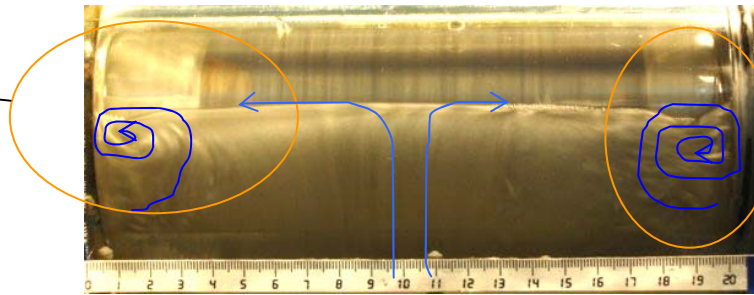
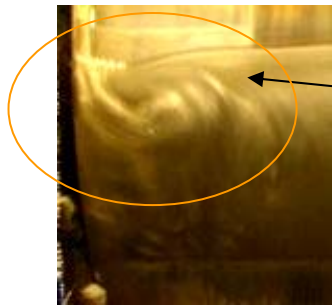
$\alpha=50^\circ$  disparition des ondes azimutales



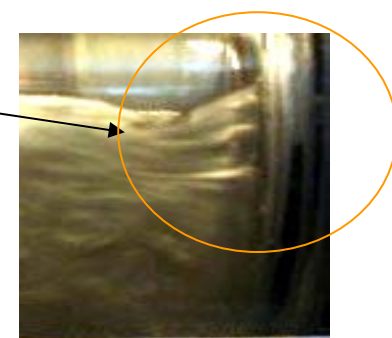
$\alpha=60^\circ$  naissance d'un autre tourbillon au bord supérieur et panache au centre du dispositif



$\alpha=70^\circ$  disparition complète des ondes de Taylor (écoulement panache)



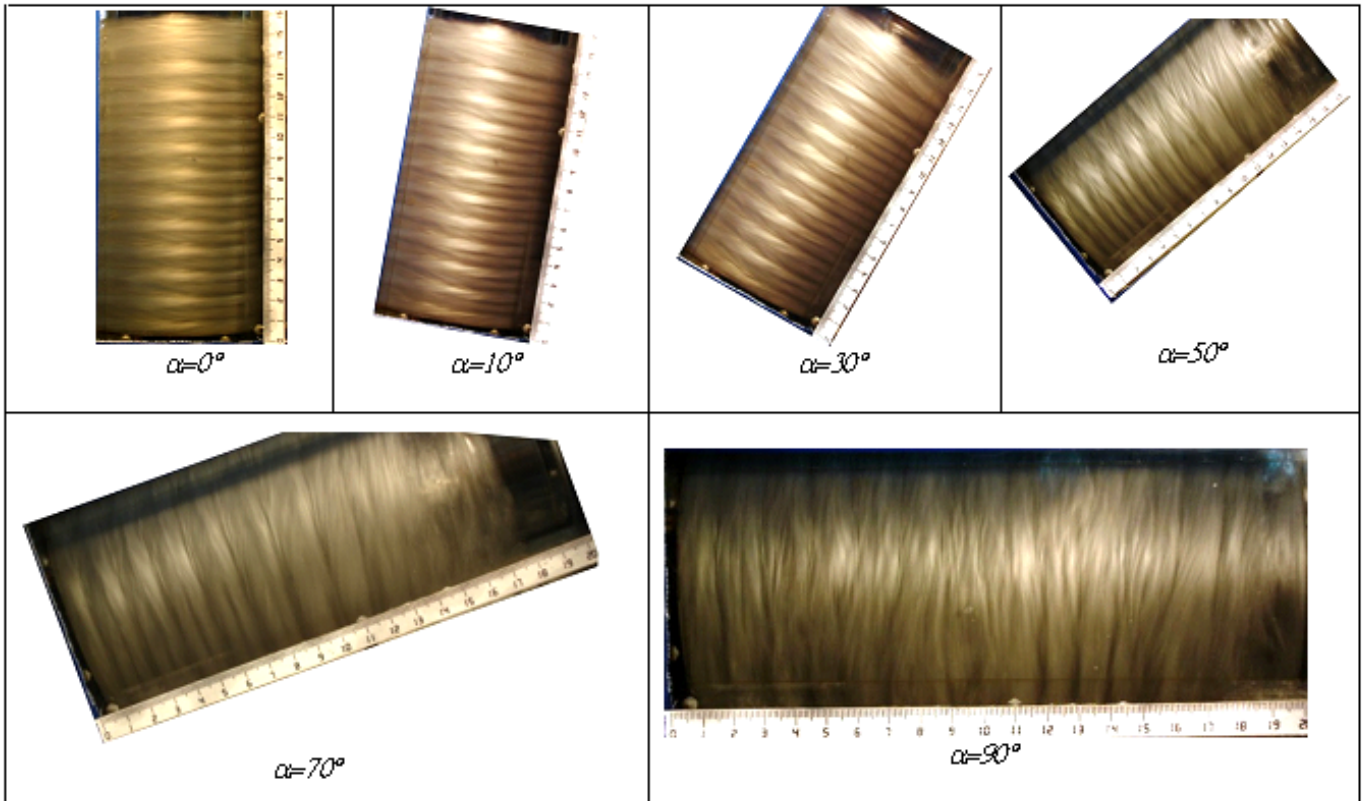
$\alpha=90^\circ$ :Apparition des instabilités baroclinique aux bords d'une manière symétrique



**Figure 3.32** : Effet de l'inclinaison sur le régime des fluctuations à  $Ta=400$  pour  $\Gamma=31$

*d)* Régime chaotique

À  $Ta=710\pm 20$ , les ondes azimutales disparaissent complètement du l'écoulement ( $m=0$ ) et le nombre de cellules est de  $n=22$ . De la position verticale  $\alpha=0^\circ$  et à  $Ta=780$  on incline le système d'écoulement graduellement par une intervalle de  $5^\circ$  et on suit l'évolution de la structure de l'écoulement. :



**Figure 3.33:** Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique à  $Ta=740$  pour  $\Gamma=31$

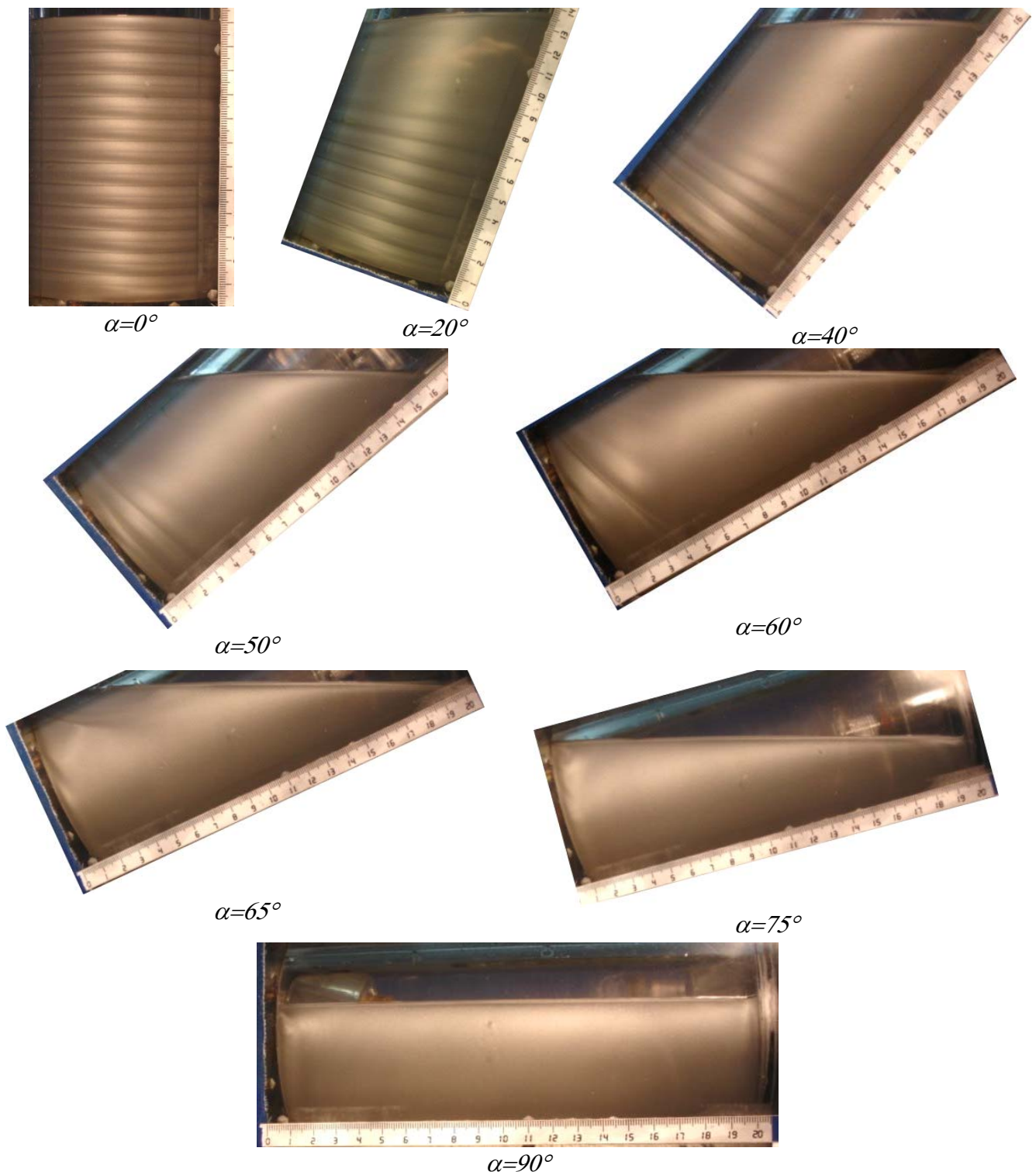
- La cellule de la surface libre est très large à cause de la force centrifuge qui est très grande
- Les ondes de Taylor s'élargissent et oscillent axialement et leurs formes se dégradent au fur et à mesure l'angle s'accroît ; à  $\alpha=90^\circ$  le fluide se répartit le long du cylindre mais la forme des ondes est complètement détruit.

### 3. Etude du cas $\Gamma=25$ .

On fixe la hauteur d'écoulement à  $H=125$  mm ce qui donne un facteur d'aspect  $\Gamma=25$ . En position verticale ( $\alpha=0^\circ$ ) et l'on augmente légèrement la vitesse de rotation  $\Omega_l$  jusqu'à l'apparition de la première instabilité  $Ta=Tc_1$ .

A  $Ta=44$ , on incline le dispositif par pas  $\Delta\alpha=5^\circ$  croissant et l'on note les phénomènes observés. On constate la disparition progressive des ondes de Taylor qui cèdent

leur place à une zone laminaire laquelle s'élargit au fur et à mesure avec l'accroissement de l'angle. A  $\alpha=60^\circ$ , il ne reste que la cellule d'Eckman et toutes autres cellules de Taylor auront alors disparu. Située vers le fond du système d'écoulement.

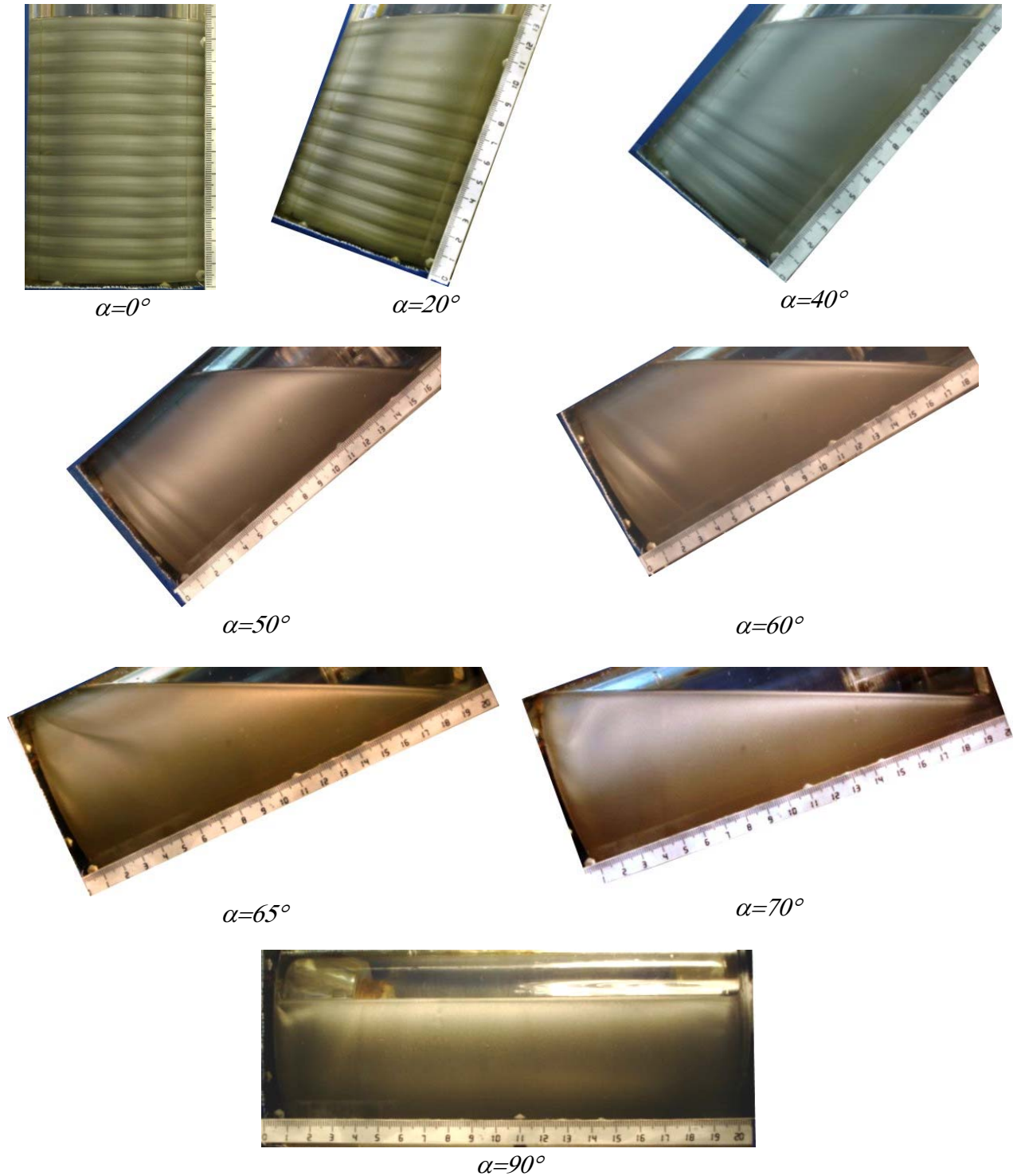


**Figure 3.34** : Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes de Taylor à  $Ta=44$  pour  $\Gamma=25$

La deuxième instabilité peut être observée en revenant à la position verticale  $\alpha=0^\circ$  et l'on augmente la vitesse de rotation. Dès que le second état critique est atteint vers  $Tc_2=56$ , on varie l'angle  $\alpha$ . On confirme, ici, l'effet de l'angle  $\alpha$  sur les ondes instationnaires : La



disparition des ondes azimutales procèdent par amortissement de leurs oscillations. A  $\alpha = 30^\circ$ , les ondes qui subsistent deviennent stationnaires et leur nombre diminue lorsque  $\alpha$  augmente. A  $\alpha = 60^\circ$  la dernière cellule disparaît et il ne reste que celle d'Eckman que l'on observe au fond du système d'écoulement



**Figure 3.35 :** Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes azimutales à  $Ta = 44$  pour  $\Gamma = 25$

Régime de fluctuation :

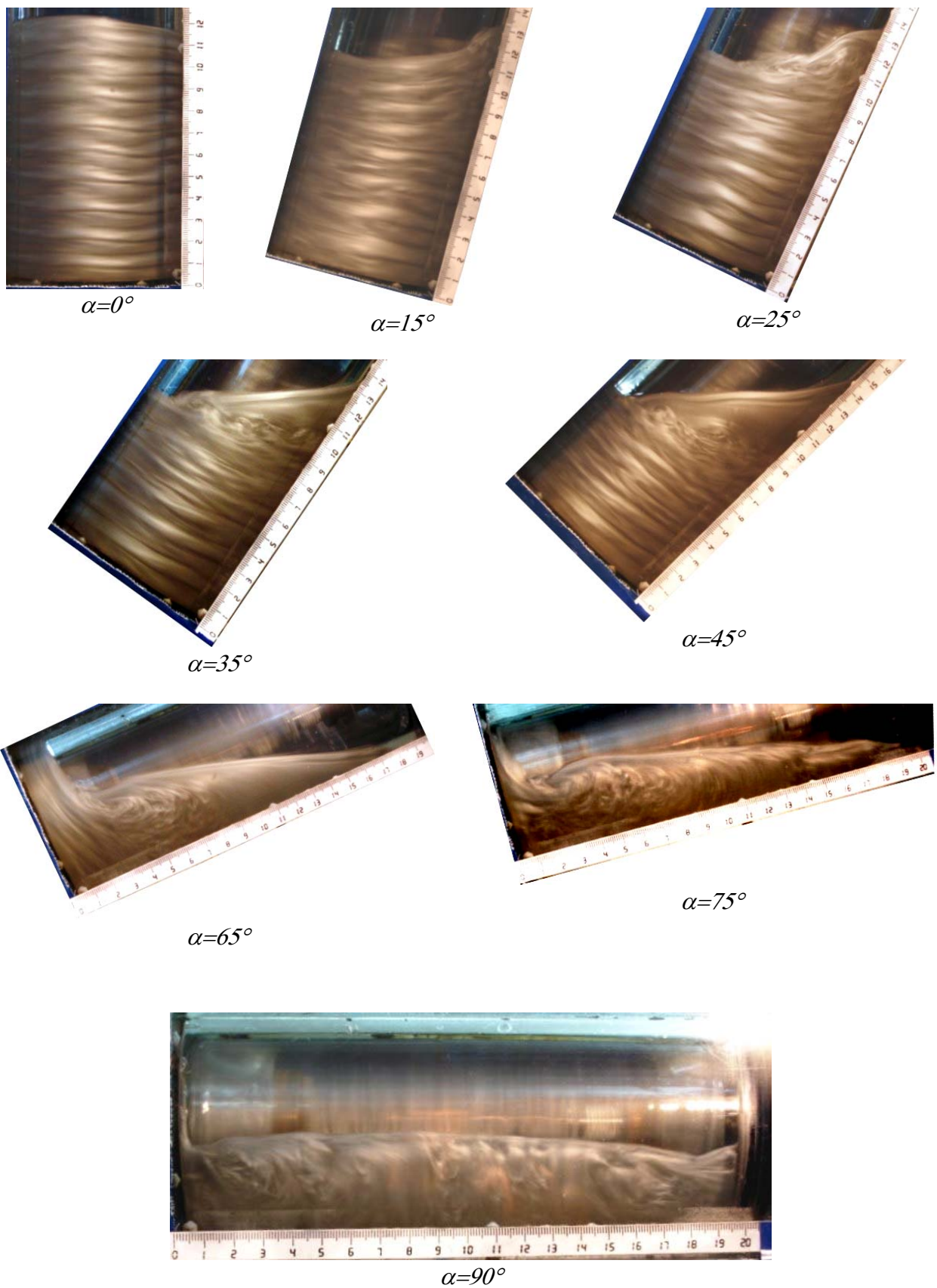


Figure 3.36 : Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime de fluctuations pour  $I=25$  à  $Ta=400$

Régime Chaotique :

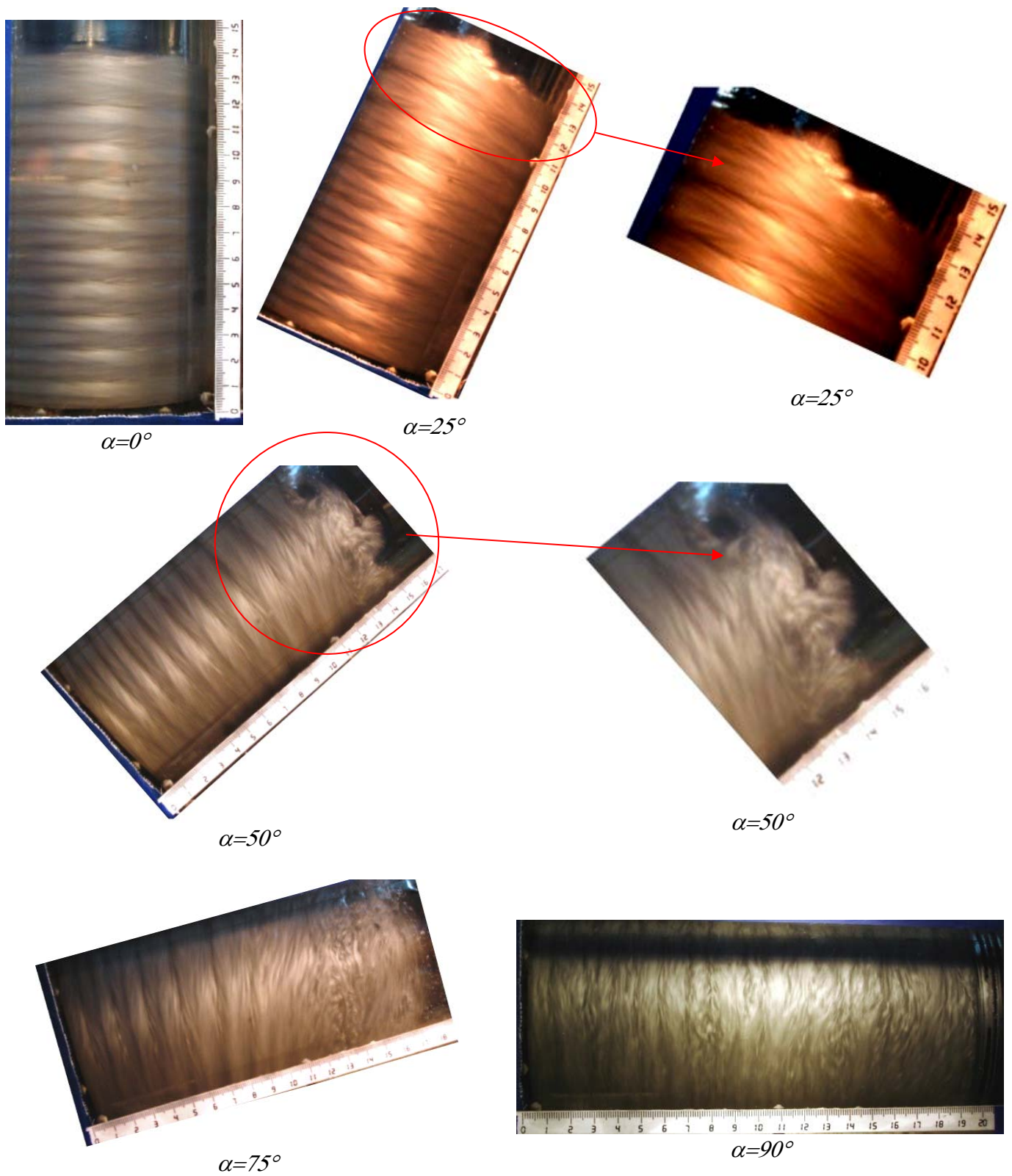


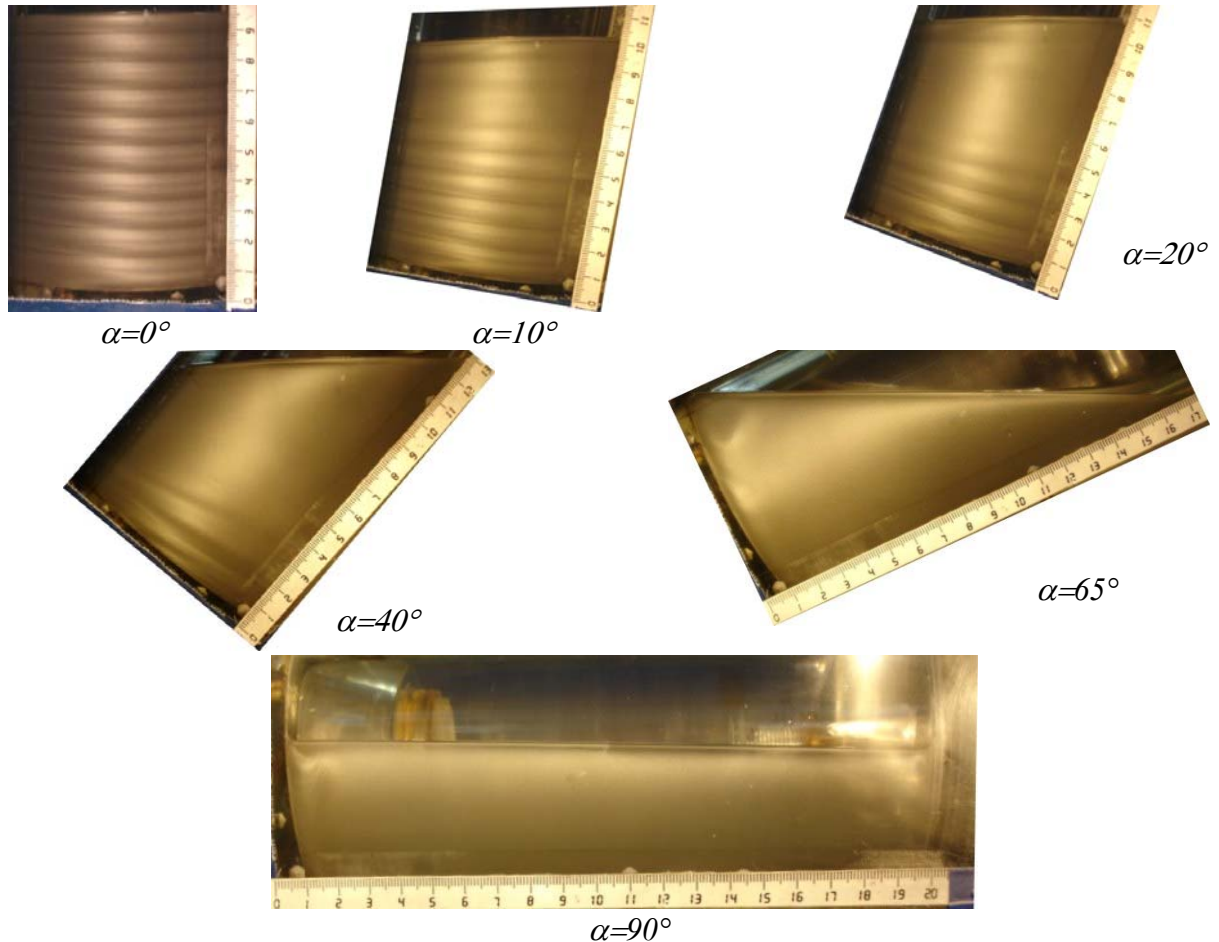
Figure 3.37 : Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime chaotique ( $Ta=780$ )



#### 4. Etude de cas intermédiaires et à faibles taux de remplissage : $\Gamma=19$ : $H=95$

##### A. Première instabilité :

C'est comme les cas précédents ; on obtient la première valeur critique à  $Ta = Tc_1 = 42.5$ . En partant de la valeur  $Ta = 44$  et en suivant le même mode opératoire que précédemment, on observe que les cellules de Taylor disparaissent à  $\alpha = \alpha_c = 55^\circ$  et l'écoulement redevient laminaire.



**Figure 3.38** : Effet de inclinaison sur les cellules de Taylor à  $Tc_1=44$  pour  $\Gamma=19$ .

##### B. Deuxième instabilité :

On constate que l'onde azimutale ou wavy mode se dégrade progressivement au fur et à mesure que  $\alpha$  augmente. Pour  $\alpha = 15^\circ$ , il y a disparition de l'onde azimutale mais l'on constate des oscillations suivant l'axe ( $oz$ ) et la relaminarisation s'effectue à  $\alpha_c = 60^\circ$  pour  $Ta = 56$ .

On se propose d'examiner le régime wavy mode en un nombre de Taylor triple à celui de l'apparition des ondes azimutales ( $Ta=150$ )

Cela nous donne les photos suivantes :

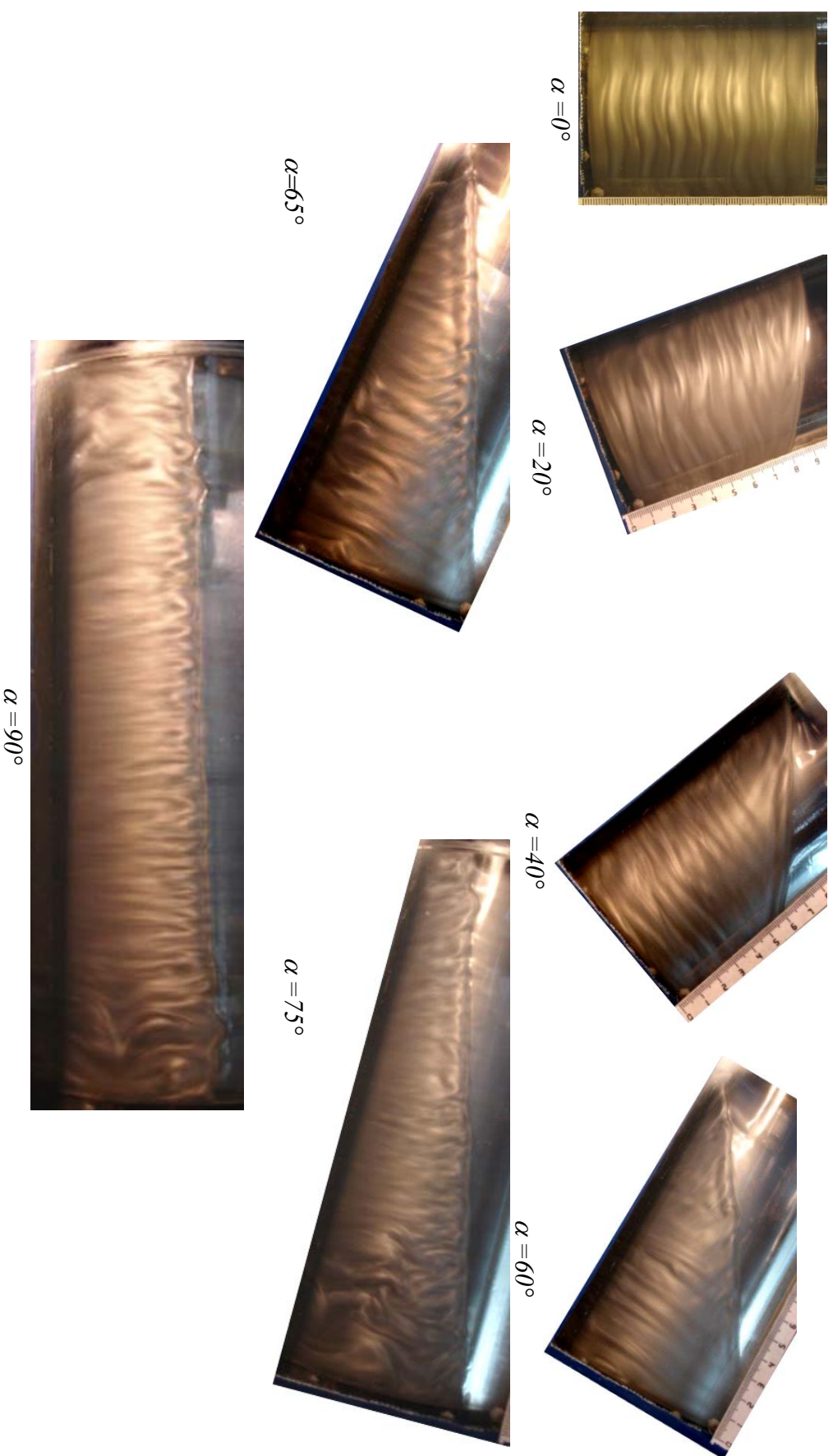
De cette étude photométrique on a pu mettre en évidence la topographie de la surface libre.



Figure 3.39 : Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor – Couette à  $T=150$  pour  $F=19$ .



On inverse le sens d'inclinaison on observe ce qui se passe dans la vue d'arrière



**Figure 3.40** : Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor – Couette à  $Ta=150$  pour  $Fr=19$  (vue derrière).

### C. Régime fluctuation

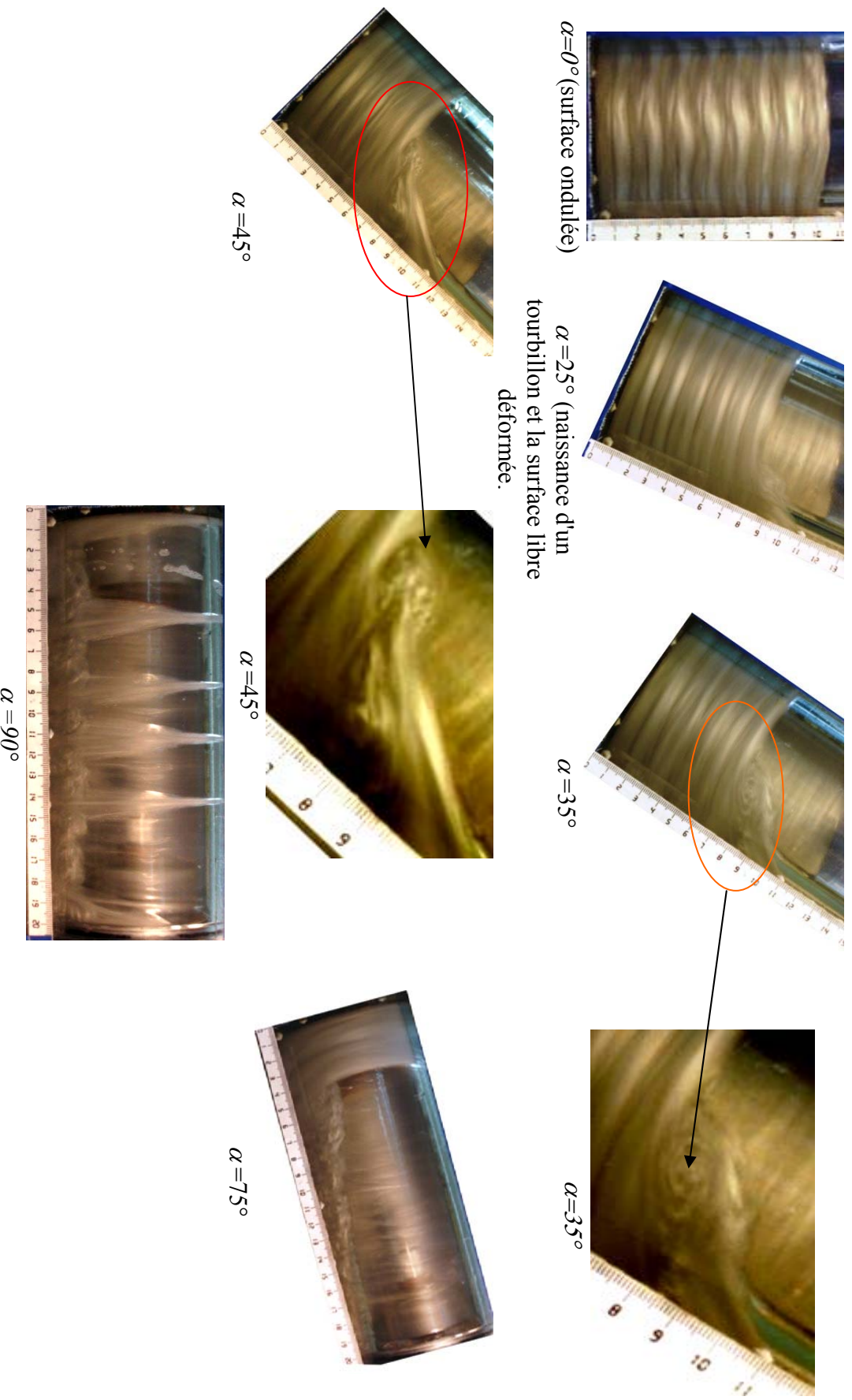
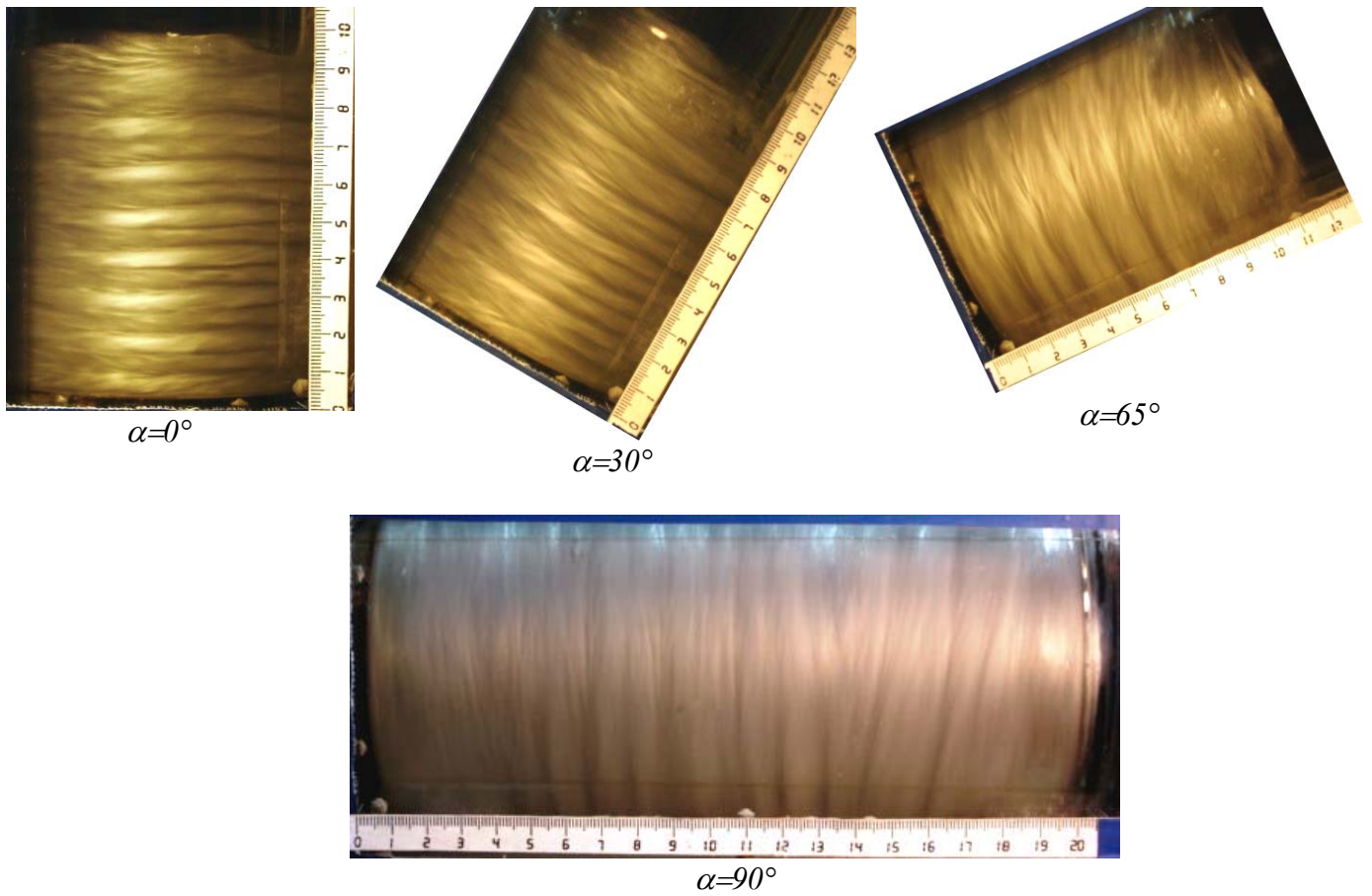


Figure 3.41 : Effet de inclinaison sur le régime de fluctuation à  $T_F = 400$  pour  $F = 19$ .

### D. Régime du chaos



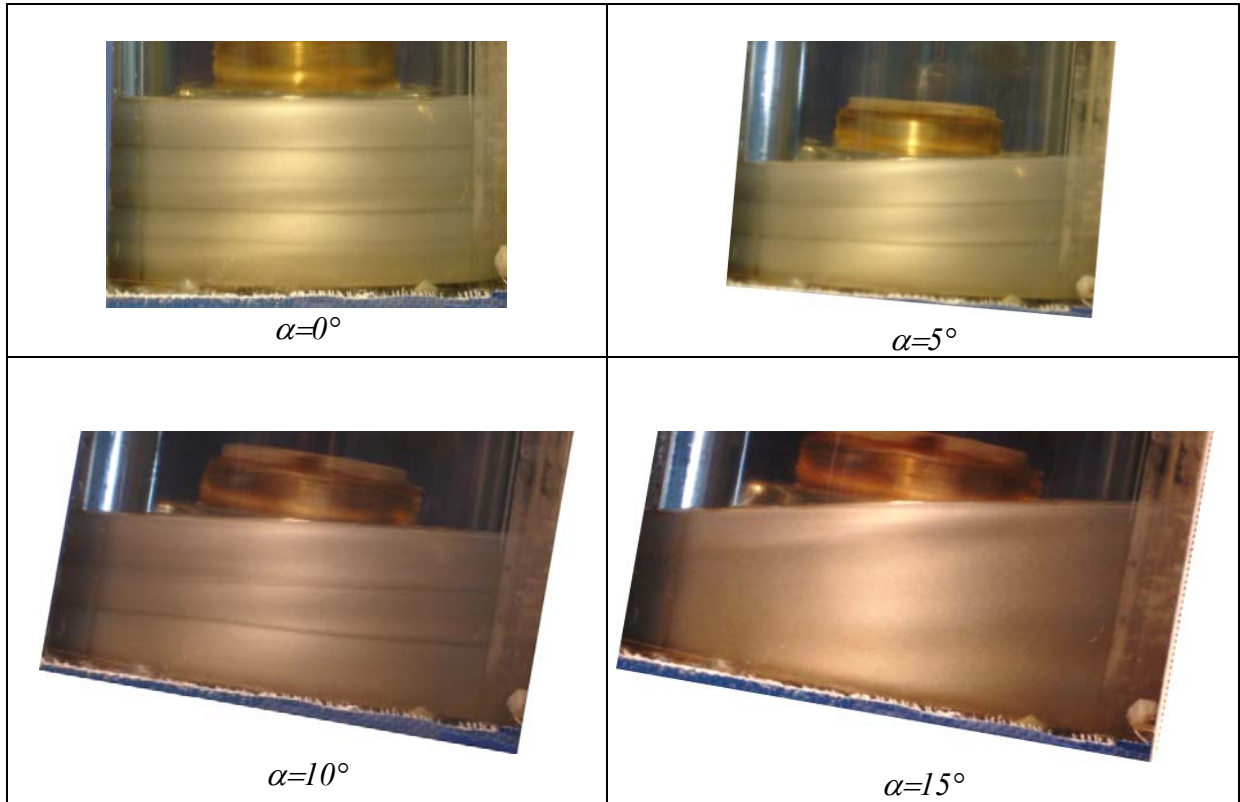
**Figure 3.42** : Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique pour  $\Gamma = 19$  à  $Ta = 750$

On répète la même démarche expérimentale que précédemment et l'on résume brièvement les observations qui suivent :

**5. Pour  $\Gamma=13$  fixé** les ondes de Taylor et les ondes azimutales disparaissent à  $\alpha = 25^\circ$ .

**6. Pour le cas correspondant à  $\Gamma=6$  :** pour  $\alpha = 0^\circ$  révèle un changement notable de l'évolution de l'écoulement d'abord il n'existe que des cellules de Taylor dans cette configuration on mesure sensiblement  $n=5$  cellules au maximum (celles des bord sont larges). Celles-ci diminuent brusquement  $n=3$  cellules pour  $\alpha = 10^\circ$  et elles disparaissent totalement à  $\alpha=15^\circ$ .





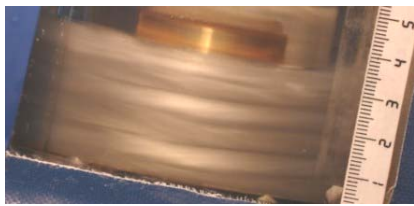
**Figure 3.43** : Effet de l'inclinaison sur le régime sur la première instabilité pour  $\Gamma=6$  à  $Ta=44$

Pour ce cas ( $\Gamma=6$ ) le wavy mode n'apparaît pas.

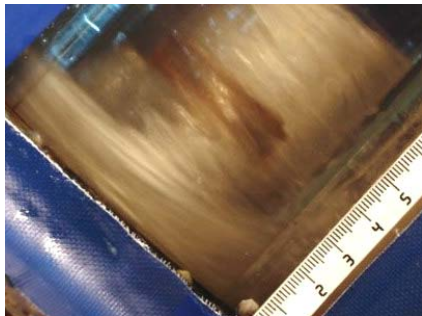
On examine l'influence de  $\alpha$  sur le régime de fluctuations et le régime chaotique



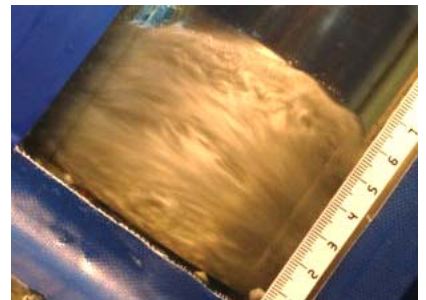
$\alpha = 0^\circ$

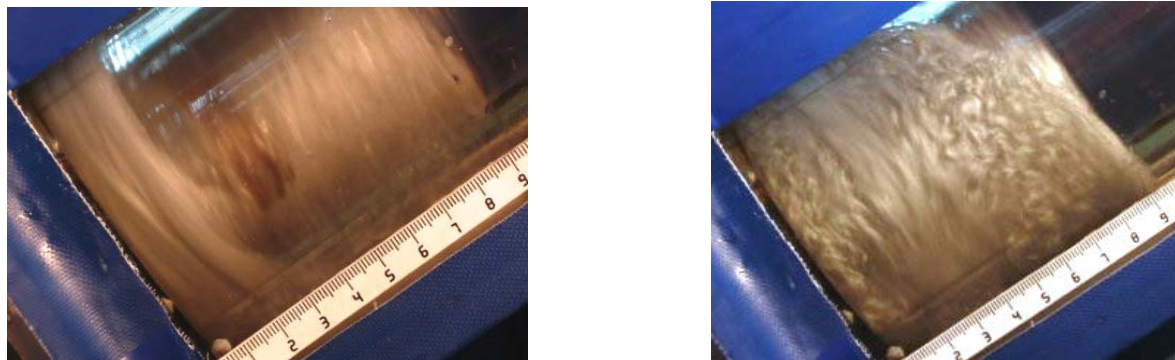


$\alpha = 10^\circ$

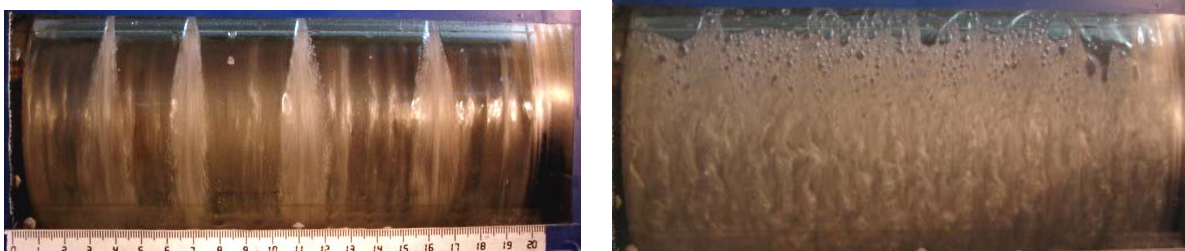


$\alpha = 40^\circ$





$\alpha = 60^\circ$



$\alpha = 90^\circ$

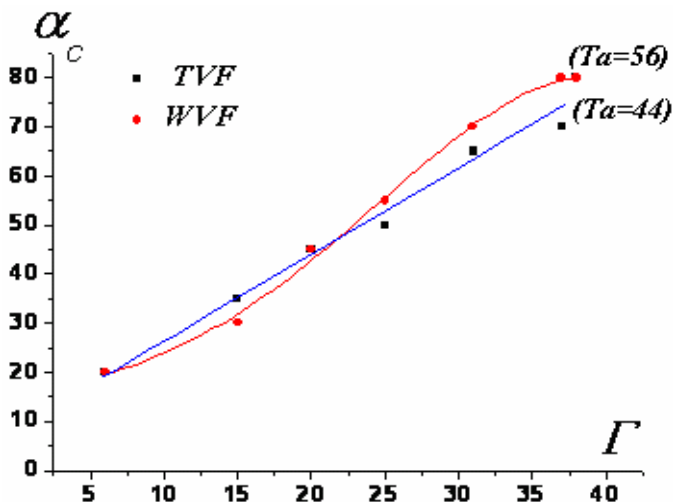
(c)

(d)

**Figure.3-44** : Effet de l'inclinaison sur le régime d'écoulement à  $Ta=400$ (c) et à  $Ta=770$ (c) pour  $\Gamma = 6$

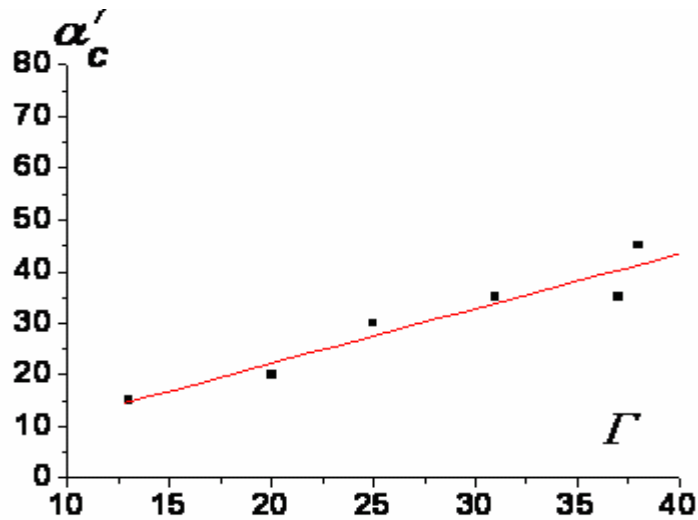
De cette première procédure d'essai on peut résumer les principaux résultats comme suit :

- Les angles critiques de relaminarisation  $\alpha_c$  pour des nombres de Taylor  $Ta$  fixé  $Ta=44$  et  $Ta=56$  correspondent respectivement aux régimes d'onde axiale (TVF) et aux ondes azimutales (WVF) pour un taux de remplissage  $\Gamma$  variable sont représentés sur le graphe suivant :



**Figure 3.45** : Evolution de l'angle critique de relaminarisation  $\alpha_c$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma$ , cas de l'onde axiale (TVF) et de l'onde azimutale (WVF)

- Les angles critiques  $\alpha'_c$  de disparition des ondes azimutales (wavy mode) tel que le mode d'écoulement se transforme en régime d'ondes stationnaires (TVF) pour un nombre de Taylor fixé  $Ta=56$  et un taux de remplissage variable sont aussi représentés sur le graphe suivant :



**Figure 3.46** : Evolution de l'angle critique  $\alpha'_c$  de disparition des ondes azimutales.

**Résultat** : par conséquent on en déduit que l'évolution de  $\alpha'_c$  est linéaire en fonction de  $\Gamma$  pour  $Ta$  donné .

### III - EFFET DE L'ANGLE D'INCLINAISON $\alpha$ SUR L'APPARITION DES REGIMES DE L'ÉCOULEMENT (deuxième procédure d'essai)

Afin de déterminer la variation des nombres de Taylor critiques  $T_C$  pour un angle d'inclinaison  $\alpha$  fixé et un taux de remplissage  $\Gamma$  fixé, on procède à la variation quasi-statique de la vitesse de rotation  $\Omega_l$  et l'on note les nombres de Taylor critiques d'apparition des différentes instabilités. Si le régime d'écoulement envisagé disparaît à un angle  $\alpha$  fixé quel que soit le nombre de Taylor on appelle cet angle : angle critique de disparition du régime que l'on désigne par  $\alpha_c^*$ .

En effet, on cherche, ici, à dégager des lois quantifiables qui sont les plus significatives et mettant en jeu les évolutions des nombres critiques  $Tc_1, Tc_2, T_F$  et  $T'_c$  lorsque l'inclinaison  $\alpha$  varie pour un taux de remplissage  $\Gamma$  maintenu constant et inversement quand  $\Gamma$  varie pour  $\alpha$  fixé. Le tracé des courbes correspondant aux variations de  $Tc$ , nombre de Taylor critique, en fonction de  $\alpha$  et  $\Gamma$  conduit à établir une modélisation phénoménologique très intéressante à examiner.

### III-1. Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison $\alpha$ variable lorsque le système d'écoulement est totalement rempli.

Nos essais ont permis de retrouver les valeurs critiques suivantes :

$$T_{c1}=41\pm 2, T_{c2}=48\pm 3, T_F=390\pm 6, T_c=740\pm 20$$

On constate que  $T_{c1}, T_{c2}, T_F$  et  $T_c$  sont indépendants de l'effet de l'inclinaison lorsque l'écoulement est en charge. Par conséquent, l'ensemble des courbes relatives aux nombres critiques en fonction de  $\alpha$  correspond à une même évolution qui est constante ou droite de pente nulle. L'interprétation qui en découle c'est que le mouvement est contraint par des bords rigides, donc sans surface libre, entraînant ainsi une insensibilité aux modifications de régime et de structure.

*C'est là une propriété fondamentale de l'écoulement de Taylor-Couette qui traduit l'importance des effets de bords sur ce type de mouvement.*

### III-2. Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison $\alpha$ variable lorsque le système d'écoulement partiellement rempli ( $\Gamma$ fixé).

On procède en fixant  $\Gamma$  permettant ainsi de délimiter axialement l'écoulement à partir du bord supérieur de façon à dégager la surface libre et l'on fait varier l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du dispositif. Le traitement des données par imagerie conduit à établir les différentes lois de comportements correspondants aux variations des nombres critiques de Taylor évalués  $T_{c1}, T_{c2}, T_F$  et  $T_c$  en fonction de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ .

On a tenté de faire la synthèse des lois de variations des nombres de Taylor critiques en fonction de l'inclinaison  $\alpha$  pour  $\Gamma$  fixé. Cette analyse phénoménologique mène à une classification des lois de comportement selon les trois types d'évolutions suivantes :

1°) Evolution de  $T_{c1}(\alpha)$  et  $T_{c2}(\alpha)$ : Figure 3.47-a) et b)

On obtient une évolution relativement croissante pour le régime d'onde axiale  $T_{c1}(\alpha)$ , lorsque le facteur d'aspect  $\Gamma$  est très proche de la valeur maximale  $\Gamma = 37 < \Gamma_{max} = 40$ . Dans le domaine où  $0^\circ < \alpha < 50^\circ$   $T_{c1}=41\pm 2$ , quand  $50^\circ < \alpha < 70^\circ$   $T_{c1}$  varie légèrement ; soit  $T_{c1}=44\pm 3$ . Pour  $\alpha = \alpha_c^* = 70^\circ$ , la première instabilité n'apparaît pas quel que soit le nombre de Taylor. Cette observation est valable pour le wavy mode. Pour des valeurs de  $\Gamma$  appartenant à l'intervalle  $6 \leq \Gamma \leq 25$  l'évolution de  $T_{c1}(\alpha)$  et  $T_{c2}(\alpha)$  varie de façon linéaire et croissante en fonction de  $\alpha$  dans l'ensemble du domaine exploré.

2°) Evolution de  $T_F(\alpha)$  : Figure 3.47-c)

Pour ce qui est de l'évolution du nombre de Taylor lié au régime des fluctuations  $T_F = T_F(\alpha)$  l'allure qualitative de celle-ci semble similaire pour l'ensemble des valeurs de  $\Gamma$  explorés dans l'intervalle  $19 \leq \Gamma \leq 37$ . On constate une décroissance exponentielle assez rapide pour  $\Gamma$  grand. Cette décroissance a tendance à s'accroître lorsque  $\Gamma$  devient plus petit :  $\Gamma = 13$  et  $\Gamma = 7$ . En effet, on note que  $T_F = T_F(\alpha)$  évolue asymptotiquement vers une valeur constante lorsque  $\alpha$  croît rapidement dans l'intervalle angulaire  $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ . De plus, on remarque que la valeur de  $T_F$  évaluée à l'origine  $\alpha = 0^\circ$ , décroît sensiblement lorsque  $\Gamma$  diminue. La propriété intéressante associée à  $T_F$  c'est qu'elle est décroissante en fonction de  $\alpha$ , contrairement aux autres évolutions de  $Tc_1, Tc_2$ , et  $T'c$  qui sont croissantes lorsque  $\alpha$  augmente.

3°) Evolution de  $T_c'$  : Figure 3.47-d)

Au départ, pour  $\Gamma = 37$  l'évolution associée à l'état critique chaotique est comparable à celle de  $Tc_1$  et  $Tc_2$ . Ainsi, les variations de  $Tc_2$  en fonction de  $\alpha$  reste constante jusqu'à  $\alpha = 40^\circ$ . Par la suite, on note une relative augmentation au-delà de cette valeur ( $\alpha = 40^\circ$ ). La propriété la plus remarquable liée à l'évolution de  $T'c = T'c(\alpha)$  c'est qu'elle est presque identique quelle que soit la valeur de facteur d'aspect  $\Gamma$ . Au passage, on constate que la valeur de  $T'c = 720 \pm 40$  mesurée à l'origine pour  $\alpha = 0^\circ$  reste insensible à l'influence du facteur d'aspect lorsque celui-ci décroît jusqu'à  $\Gamma = 13$ , excepté pour la valeur  $\Gamma = 6$  où l'on mesure  $T'c = 300$ .

LOIS DE COMPORTEMENT	FORME GENERALE	PARAMETRES CARACTERISTIQUES
Linéaire	$Ta(\alpha) = A\alpha + B$	A B
Exponentielle	$Ta = A \exp(B\alpha) + T_0$	A $\Delta A$ B $\Delta B$ C $\Delta C$
Gaussienne	$Ta(\alpha) = T_0 + A \exp\left[-2\left(\frac{\alpha - \alpha_c}{B}\right)^2\right]$	$T_0$ $\Delta T_0$ A $\Delta A$ B $\Delta B$ $\alpha_c$ $\Delta \alpha_c$

**Tableau 3.4** : Formulation des lois de comportements des états critiques du nombre de Taylor

$$Ta = Ta(\alpha)$$



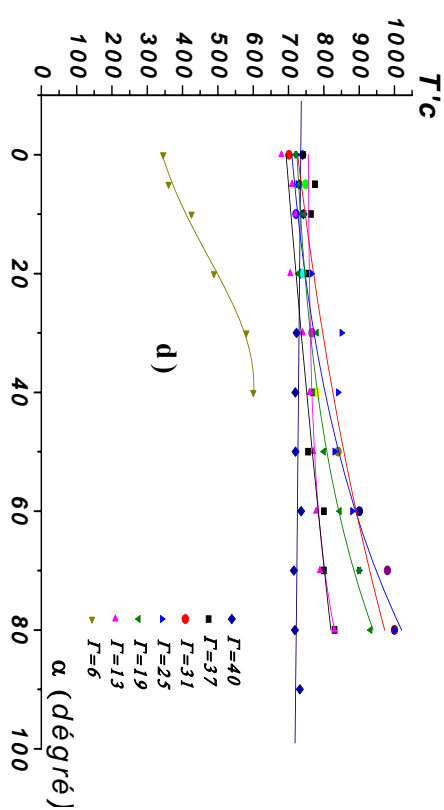
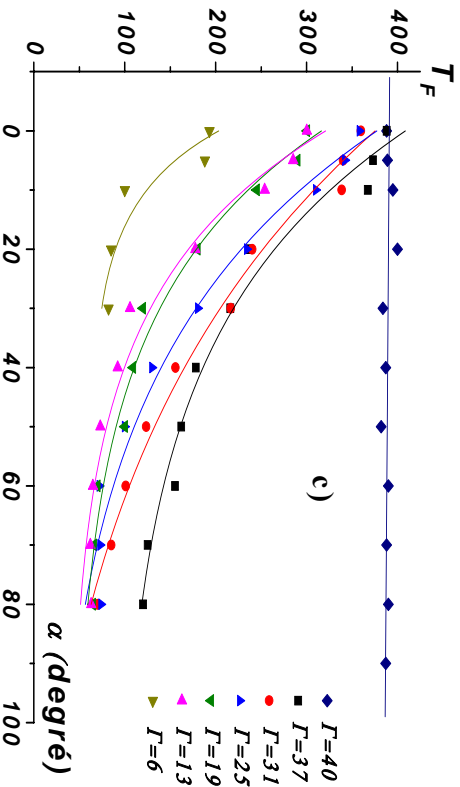
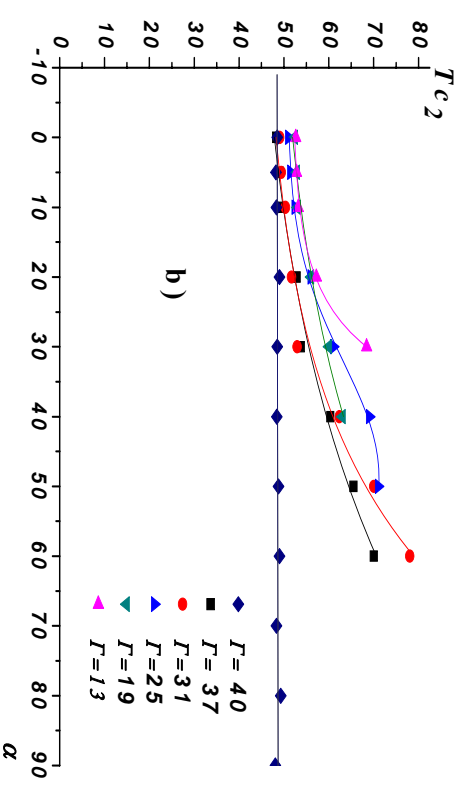
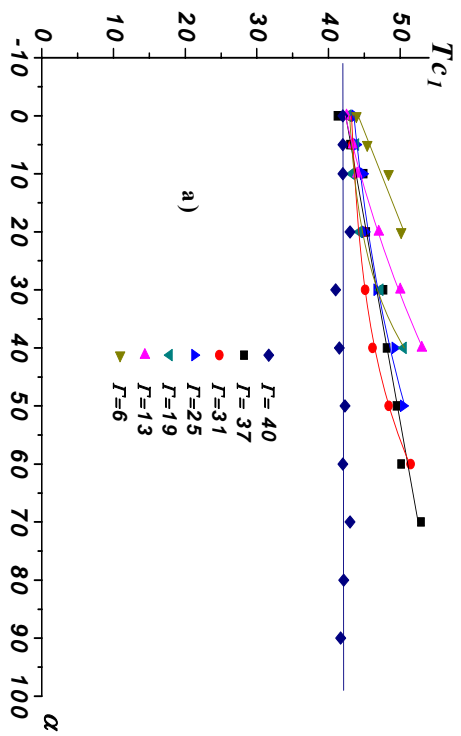


Figure 3.47 : Evolution des nombres critiques de Taylor  $Tc_1, Tc_2, T_F$  et  $T'c$  en fonction de l'inclinaison pour un taux de remplissage fixé

$Ta$	$Tc_1$	$Tc_2$	$T_F$	$T^'c$
	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 41.06194$ $\Delta T_0 = \pm 1.26289$ $A = 0.533$ $\Delta A = 0.80717$ $B = 0.0398$ $\Delta B = 0.5737$	<b>Loi Gaussienne</b> $T_0 = 8.54$ $\Delta T_0 = 275.50$ $A = 66.16$ $\Delta A = 20.63$ $B = 186.49$ $\Delta B = 605.59$ $\alpha_c = 12051.86$ $\Delta \alpha_c = 103516.59$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 320.8457$ $\Delta T_0 = \pm 36.4124$ $A = 82.8826$ $\Delta A = \pm 39.9529$ $B = -0.0250$ $\Delta B = \pm 0.2871$	<b>Loi Exponentielle:</b> $T_0 = 745.98691$ $\Delta T_0 = \pm 4.54107$ $A = 0.97149$ $\Delta A = \pm 0.80106$ $B = 12.14768$ $\Delta B = \pm 2.0189$
31	<b>Loi Exponentielle</b> $T_0 = 36.8860$ $\Delta T_0 = \pm 2.9596$ $A = 4.4185$ $\Delta A = \pm 2.6570$ $B = 0.0195$ $\Delta B = \pm 17.9793$	<b>Loi Gaussienne:</b> $T_0 = 49.83$ $\Delta T_0 = 0.79$ $A = 52.53$ $\Delta A = 1.02$ $B = 24.52$ $\Delta B = 2.65$ $\alpha_c = 634.88$ $\Delta \alpha_c = 71.25$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 358.5919$ $\Delta T_0 = \pm 30.1821$ $A = 27.3290$ $\Delta A = \pm 33.0677$ $B = -0.025$ $\Delta B = \pm 0.2138$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 716.0544$ $\Delta T_0 = \pm 7.2485$ $A = 0.4017$ $\Delta A = \pm 0.5268$ $B = 0.1230$ $\Delta B = \pm 0.2117$
25	<b>Loi linéaire</b> $B = 41.0381$ $\Delta B = \pm 0.3919$ . $A = 0.18954$ $\Delta A = \pm 0.0129$ .	<b>Loi Gaussienne :</b> $T_0 = 51.34$ $\Delta T_0 = 0.80$ $A = 51.71$ $\Delta A = 0.82$ $B = 27.58$ $\Delta B = 2.16$ $\alpha_c = 907.71$ $\Delta \alpha_c = 77.82$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 339.1470$ $\Delta T_0 = \pm 20.6884$ $A = 32.9660$ $\Delta A = \pm 21.3870$ $B = -0.0306$ $\Delta B = \pm 0.1667$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 708.4394$ $\Delta T_0 = \pm 23.9718$ $A = 18.5245$ $\Delta A = \pm 13.1806$ $B = 0.0338$ $\Delta B = \pm 0.2452$
19	<b>Loi linéaire</b> $B = 41.32$ $\Delta B = \pm 0.14$ $A = 0.2906$ $\Delta A = \pm 0.0057$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 48.6439$ $\Delta T_0 = \pm 0.9131$ $A = 2.1273$ $\Delta A = \pm 0.5674$ $B = 0.0166$ $\Delta B = \pm 0.0975$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 298.6359$ $\Delta T_0 = \pm 6.8418$ $A = 29.0524$ $\Delta A = \pm 7.3902$ $B = -0.0294$ $\Delta B = \pm 0.0579$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 724.1318$ $\Delta T_0 = \pm 11.1508$ $A = 4.7266$ $\Delta A = \pm 3.5586$ $B = 0.0470$ $\Delta B = \pm 0.1904$
13	<b>Loi linéaire :</b> $B = 41.8195$ $\Delta B = \pm 0.4867$ $A = 0.17549$ $\Delta A = \pm 0.01608$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 51.90$ $\Delta T_0 = 0.49$ $A = 0.50$ $\Delta A = 0.19$ $B = 8.59$ $\Delta B = 0.89$	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 52.76$ $\Delta T_0 = 9.93$ $A = 247.06$ $\Delta A = 12.55$ $B = -22.80$ $\Delta B = 3.12$	<b>Loi linéaire :</b> $B = 679.2444$ $\Delta B = \pm 8.96753$ $A = 1.605$ $\Delta A = \pm 0.18836$
6	<b>Loi linéaire :</b> $B = 42.436$ $\Delta B = \pm 1.870$ $A = 0.426$ $\Delta A = \pm 0.144$	-----	<b>Loi Exponentielle :</b> $T_0 = 121.50$ $\Delta T_0 = 8.23$ $A = 71.50$ $\Delta A = 14.35$	<b>Loi linéaire :</b> $B = 320.00$ $\Delta B = 18.28$ $A = 5.99$ $\Delta A = 0.76$

**Tableau 3.5:** Tableau récapitulatif des différentes lois de comportement pour la variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'angle d'inclinaison  $Ta = Ta(\alpha)$

### III.3. Etude de l'évolution des états critique du nombre de Taylor en fonction du facteur d'aspect $\Gamma$ .

On procède ici en fixant l'angle d'inclinaison du dispositif  $\alpha$  et l'on fait varier le taux de remplissage au facteur d'aspect  $\Gamma$ .

Pour chaque état critique qui est significatif du changement de régime ou de structure on met en évidence les observations suivantes :

1°) Evolution de  $Tc_1(\Gamma)$  :

Mis à part, le cas du dispositif vertical  $\alpha = 0^\circ$ , le réseau des courbes correspondant à  $Tc_1$  montre l'évolution décroissante de  $Tc_1$  lorsque  $\Gamma$  augmente pour  $\alpha$  fixé. Dans la plage balayée  $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ , la loi de comportement associée à  $Tc_1$  devient très simple, autrement dit, linéairement décroissante lorsque  $\alpha \geq 30^\circ$

2°) Evolution de  $Tc_2(\Gamma)$  :

L'évolution de  $Tc_2$  observée à  $\alpha = 0^\circ$  lorsque  $\Gamma$  augmente contraste avec les autres lois de comportement de celui-ci que l'on a obtenu pour  $\alpha \geq 0^\circ$ . En effet, on constate que l'évolution est linéaire est décroissant comme pour  $Tc_1$  quel que soit  $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$  alors qu'elle est exponentielle décroissante puis de nouveau croissante lorsque  $\alpha = 0^\circ$ .

3°) Evolution de  $T_F(\Gamma)$  :

D'une façon générale l'évolution de  $T_F$  est croissante lorsque  $T_F$  augmente quel que soit l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du dispositif. Ceci est contraire aux évolutions observées de  $Tc_1$  et  $Tc_2$  qui sont décroissantes.

On note que les variations de  $T_F$  sont identiques jusqu'à  $\alpha = 60^\circ$ . Cependant, on constate une évolution croissante monotone de  $T_F$  en fonction de  $\Gamma$  si  $\alpha \geq 70^\circ$ .

4°) Evolution de  $T'_c(\Gamma)$  :

Les variations de  $T'_c$  en fonction de  $\Gamma$  sont croissantes comme pour  $T_F = T_F(\Gamma)$  mais cependant elles suivent une évolution spécifique. Ainsi, on distingue deux types de lois de comportement différentes.

- Une évolution rapidement croissante de  $T'_c$  qui tend à se stabiliser vers une valeur constante lorsque  $\Gamma$  augmente pour ce qui est de la plage angulaire  $0^\circ \leq \alpha \leq 40^\circ$ .
- Une évolution croissante de  $T'_c$  qui passe par un maximum relatif suivi d'une décroissance lorsque  $\Gamma$  augmente pour  $\alpha \geq 50^\circ$ .

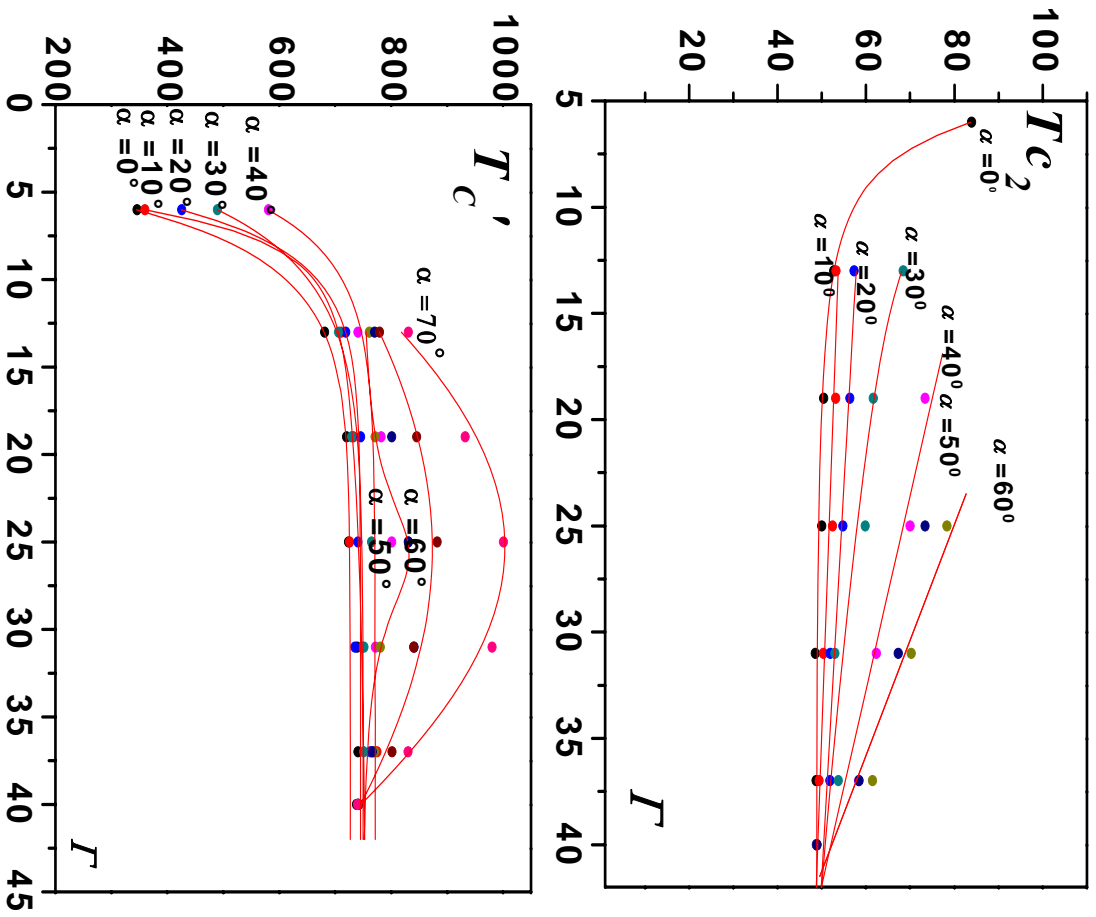
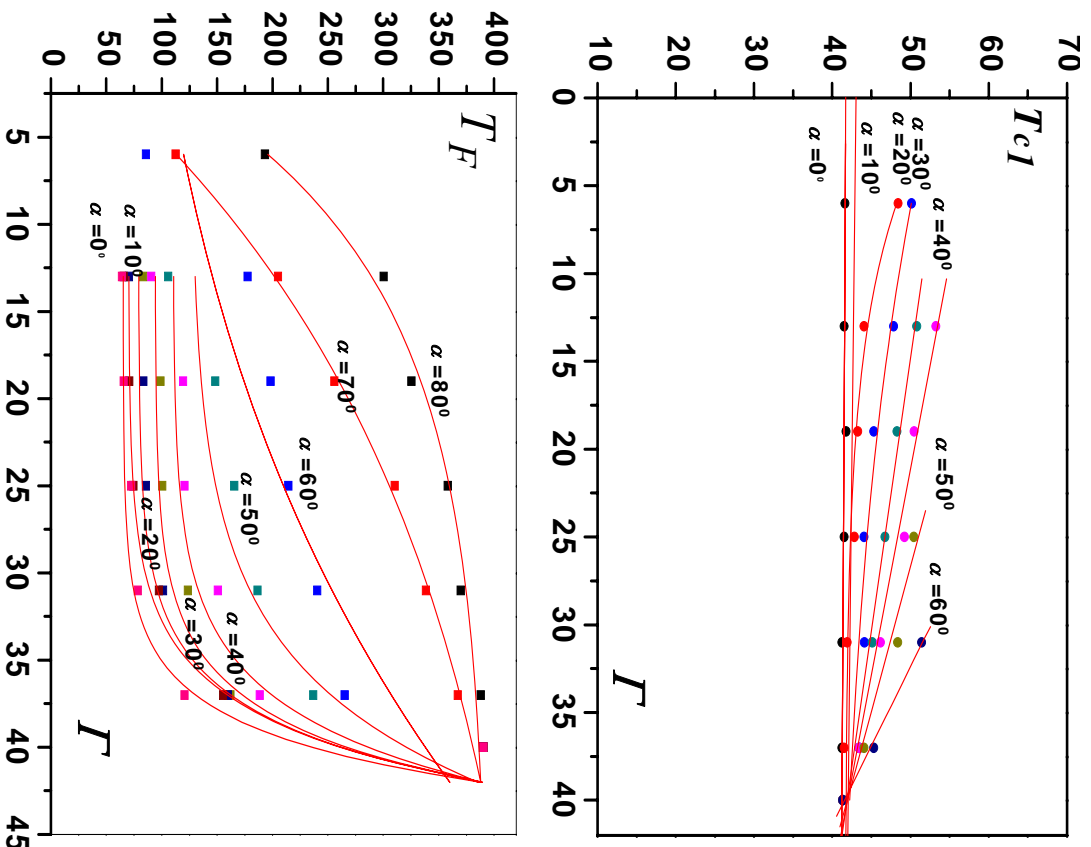


Figure 3.48 : Evolution des nombres critiques de Taylor  $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$ ,  $T_F$  et  $T'_c$  en fonction de taux de remplissage pour un l'inclinaison fixé

### III-4. Présentation en Froude

A titre illustratif, on présente les courbes données en figure 3-49 l'évolution des nombres critiques de Taylor  $Tc_1$ ,  $Tc_2$ ,  $T_F$  et  $T'_C$  en fonction du nombre de Froude. Les expériences correspondantes ont été réalisées dans les conditions suivantes on fixe l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du système ainsi que le taux de remplissage  $\Gamma$  et l'on fait varier la vitesse angulaire  $\Omega_l$ .

On a considéré les deux cas importants concernant le système partiellement rempli,  $\Gamma$  variable que l'on compare au dispositif totalement rempli (écoulement en charge  $\Gamma=\Gamma_{max}=40$ ).

Pour ce dernier cas lorsque le système est en charge  $\Gamma=\Gamma_{max}=40$  les nombres de Taylor correspondent aux vortex de Taylor et le wavy mode respectivement apparaissent insensibles  $Tc_1=41,2\pm 2$  et  $Tc_2=48\pm 2$  à l'influence de  $\alpha$  et donc au nombre de Froude ; l'effet la gravité ne produit aucun effet. Par contre, l'effet de l'inclinaison  $\alpha$  du dispositif agit considérablement lorsque le système est partiellement rempli. Ceci signifie que l'action de la surface libre devient importante au fur et à mesure que  $\Gamma$  diminue.

On constate que le seuil critique  $Tc_1$  a tendance à augmenter à l'intérieur de l'intervalle du nombre de Froude  $0,045 \leq Fr \leq 0,22$ .

Cette observation est encore valable pour  $Tc_2$  dans l'intervalle  $0,12 \leq Fr \leq 0,26$ .

P1 : On fait signaler que « la propriété mathématique » du tracé de la courbe  $Tc_1$  en fonction de Froude présente l'intérêt de simplifier les loi d'évolution. En effet la plupart des lois sont de type linéaire.

P2 : L'effet de  $\Gamma = \alpha$  pour rôle de faire pivoter les droites  $\Delta_i$  correspondants d'un angle  $\beta = \pi/2$  la loi de comportement de  $Tc_1 = Tc_1(Fr)$  exemple  $\Delta_1$  et  $\Delta_4$   $\Delta_5$  et  $\Delta_6$ .

Par contre, lorsque on atteint la valeur de  $\Gamma=6$  il y a extinction du wavy mode et l'on passe directement au régime de fluctuation. De plus, on note que pour un taux de remplissage  $\Gamma$  donné on met en évidence un angle d'inclinaison  $\alpha_c^*$  qui correspond à la disparition du mode d'instabilité considéré soit le vortex de Taylor ou le wavy mode.

Pour les régimes de fluctuations et de chaos la présentation apparaît très complexe par rapport à la première instabilité et le wavy mode.

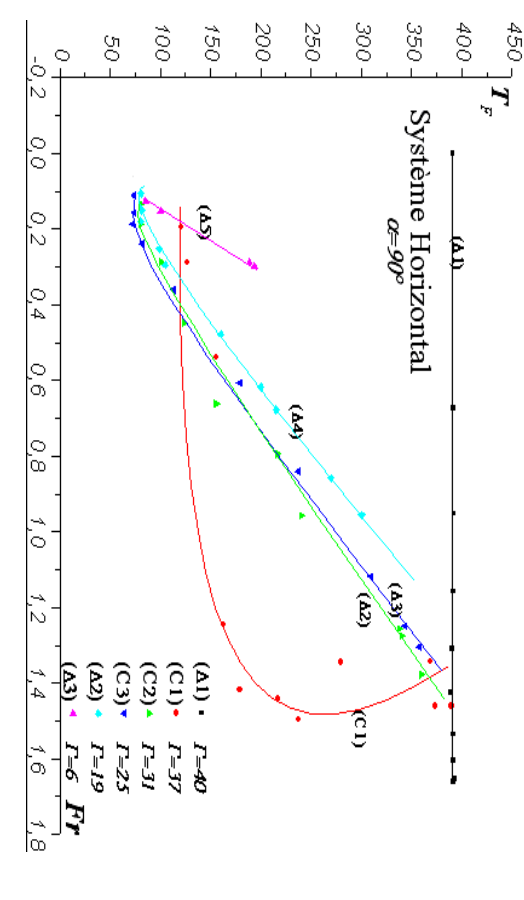
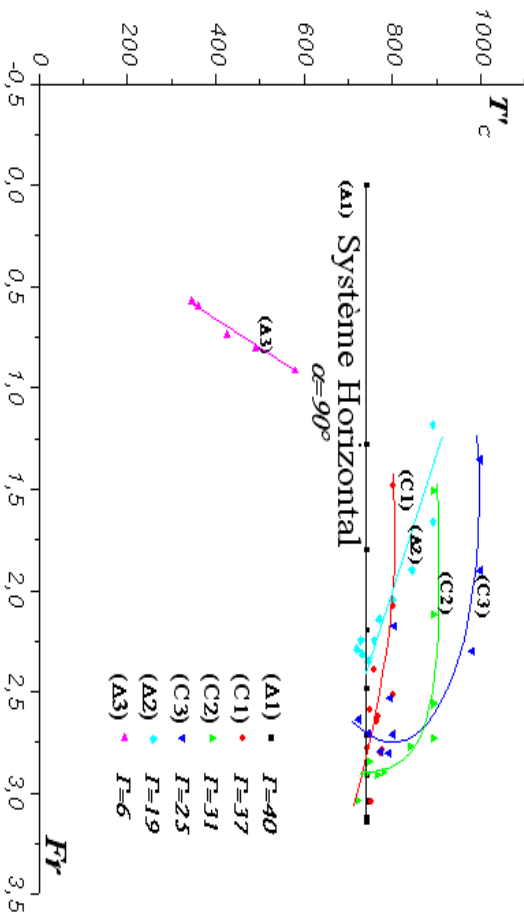
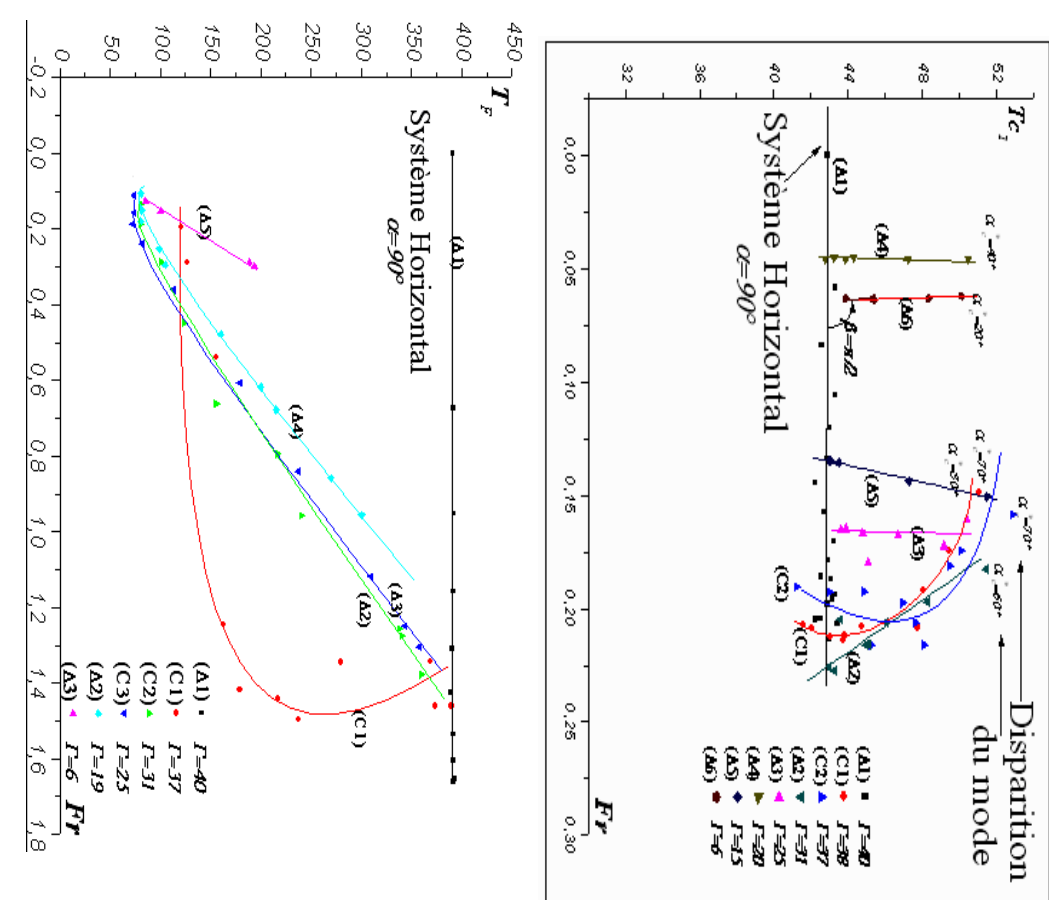
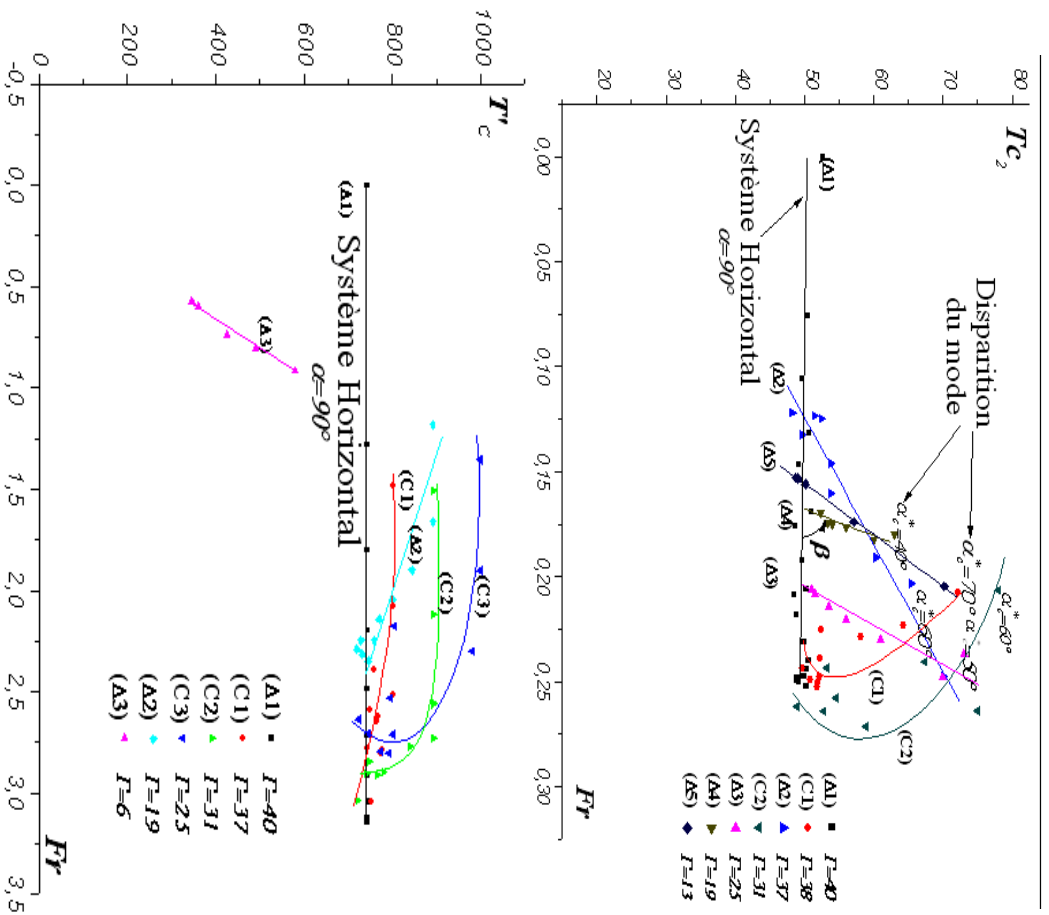


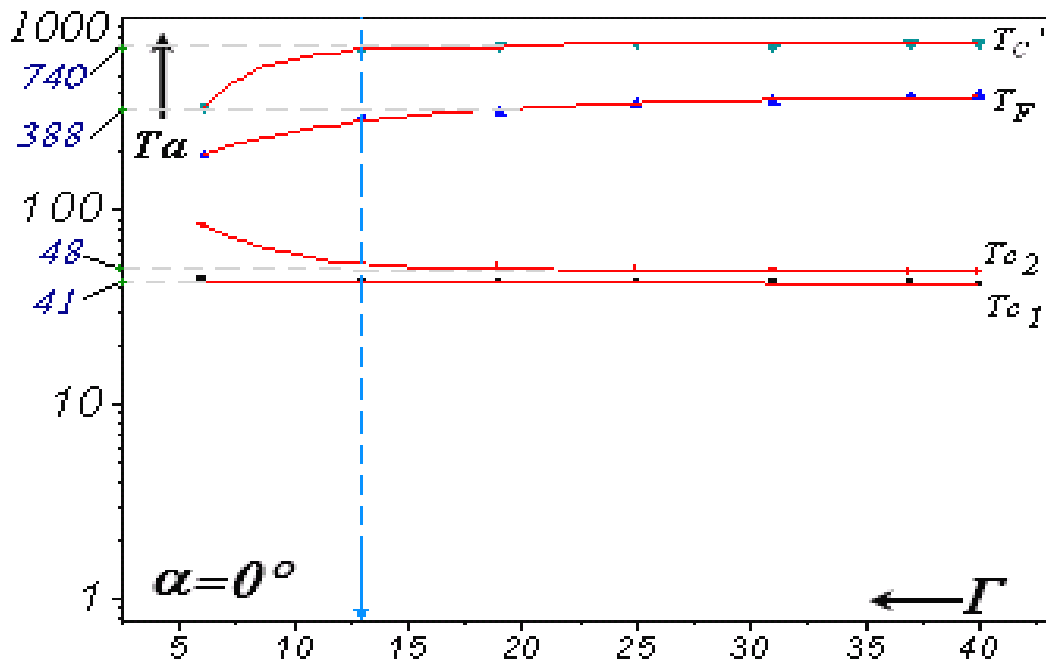
Figure 3.49 : Evolution de nombre critiques de Taylor  $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$ ,  $T_F$  et  $T^*c$  en fonction de Froude

#### IV. ETUDE DES CARACTERISTIQUES DES REGIME DE TRANSITION POUR DISPOSITIF VERTICAL :

Afin de déterminer la variation des caractéristiques pour un facteur d'aspect  $\Gamma$  donné en position verticale  $\alpha=0^\circ$ , on procède à la prise de photographies, pour un nombre de Taylor critique suivi d'un traitement d'image sur PC afin de déterminer le nombre d'onde axiale  $\lambda$ , le nombre d'onde circonférentielle  $m$  et la vitesse de phase associée  $\omega$ . Ces caractéristiques sont présentées dans les courbes suivantes en fonction du nombre de Taylor  $Ta$ . On procède toujours en mode de croissance quasi-statique  $\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \leq 1$ .

##### a) Influence des limitations axiales

La variation du facteur aspect  $\Gamma$  et son effet sur les nombres critiques  $Tc$  d'apparition de chaque état est représenté sur le graphe suivant :



**Figure 3.50** : Variation des nombres critiques  $Tc_1$ ,  $Tc_2$ ,  $T_F$  et  $T'c$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma$

Ces courbes, on peut les présenter sous forme de diagrammes comme le montre la figure suivante :

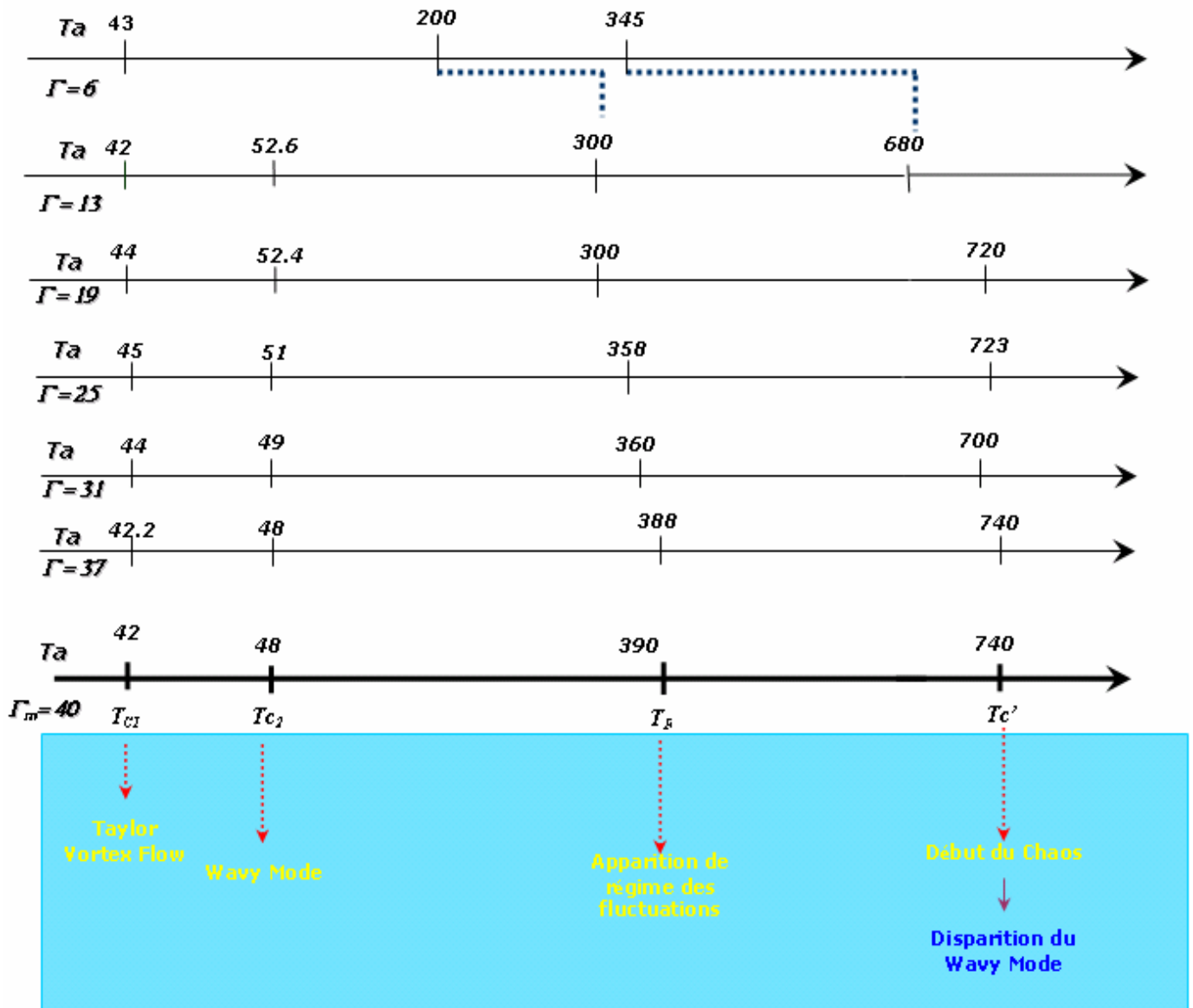


Figure 3.51: Diagrammes de transition pour les différentes valeurs de facteur d'aspect  $\Gamma$

**b) Nombre d'onde axiale  $\lambda$  :**

Les mesures sont effectuées en fixant le rapport d'aspect  $\Gamma$  et en augmentant de manière continue la vitesse de rotation  $\Omega_1$  à partir de la position de repos jusqu'à l'apparition du régime chaotique. Dans un premier stade, on étudie le comportement de l'onde axiale.

On détermine directement le nombre d'onde axiale  $\lambda = \frac{2\pi d}{A}$ . En évaluant la valeur moyenne d'une longueur  $A$  sur l'ensemble de la hauteur de l'écoulement fixée pour un taux de remplissage  $\Gamma$ . Pour chaque  $Ta$  donné, on mesure systématiquement la valeur moyenne de  $A$  et on en déduit  $\lambda$ .



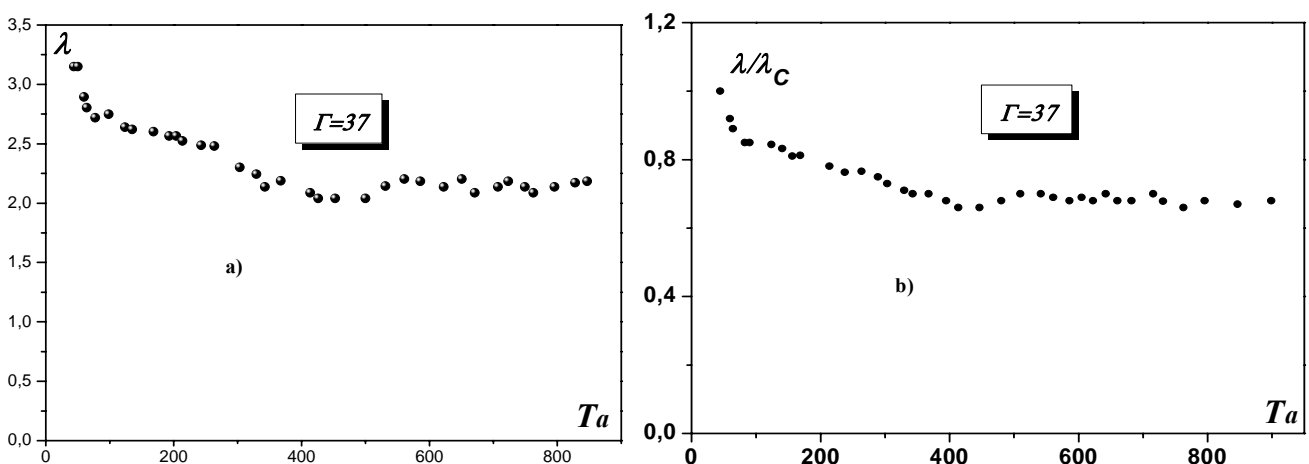
Ainsi, au voisinage de  $Tc_1 \approx 41 \pm 2$ , on évalue  $\lambda = \lambda_c = 3.12$  pour  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ . Cette valeur reste identique à celle mesurée également pour l'ensemble des valeurs de  $\Gamma$  explorés, à savoir,  $\Gamma = 37, 31, 25$  et 19. La loi de variation de  $\lambda$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma$  fixé est qualitativement la même pour tous les facteurs d'aspect  $\Gamma$  étudiés. Cependant, on note que la surface libre a pour effet d'accélérer la loi de décroissance de  $\lambda$  en fonction de  $Ta$  lorsque  $\Gamma$  diminue. Pratiquement, on atteint une valeur constante qui se situe à  $\lambda = 2.4$  dans la plage de  $Ta = 200$  à 800 au maximum pour  $\Gamma = 19$

En revanche, le processus de décroissance du nombre d'onde est moins rapide pour  $\Gamma$  relativement grand et dont la valeur maximale est proche de  $\lambda = 2$ .

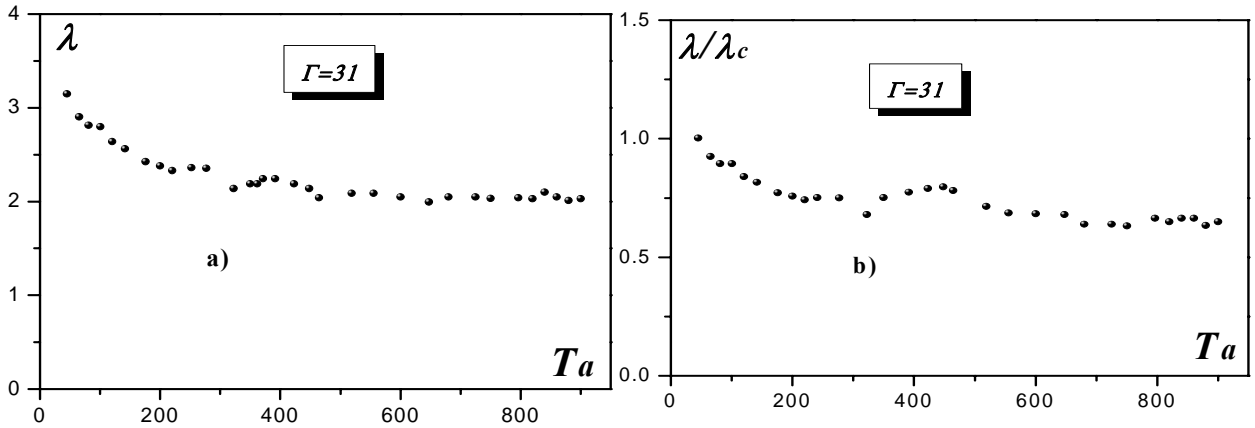
Les constatations précédentes restent valables également lorsque on a procédé au tracé des courbes sous la forme adimensionnelle ou universelle :  $\lambda / \lambda_c$

L'intérêt de ce type de présentation met en évidence la même loi de décroissance de  $\lambda / \lambda_c$  en fonction de  $Ta$  qui tend vers une évolution asymptotique, à savoir, la valeur constante  $\lambda / \lambda_c$  qui est proche de 0.7 quel que soit le facteur d'aspect  $\Gamma$  petit ou grand.

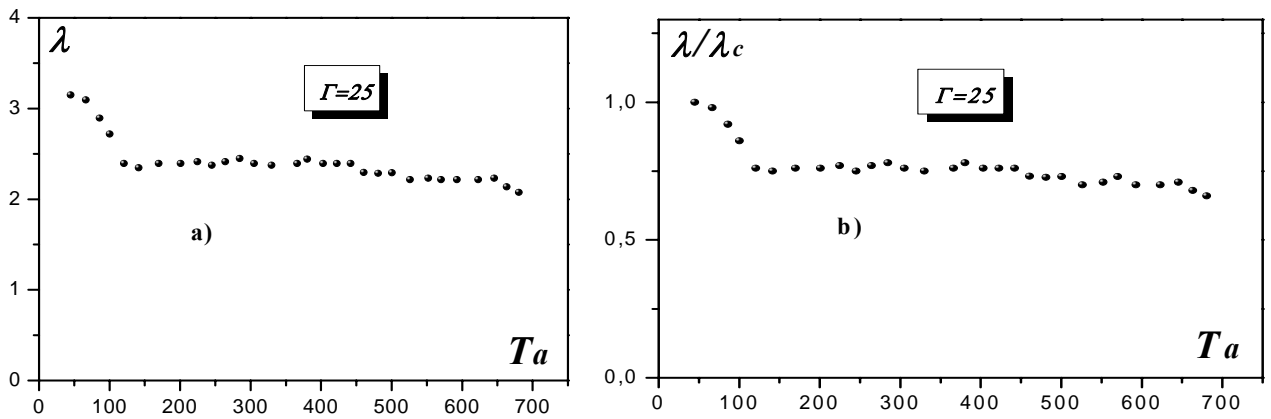
Une comparaison de cette dernière propriété effectuée avec les travaux de **A. Bouabdallah [9]** et **D. Coles[15]** menés en polarographie et visualisation montrent que nos résultats sont en bon accord avec ces auteurs. Cette confrontation n'est valable que pour le procédé de mise en régime des vitesses relativement très lent (mode quasi-statique).



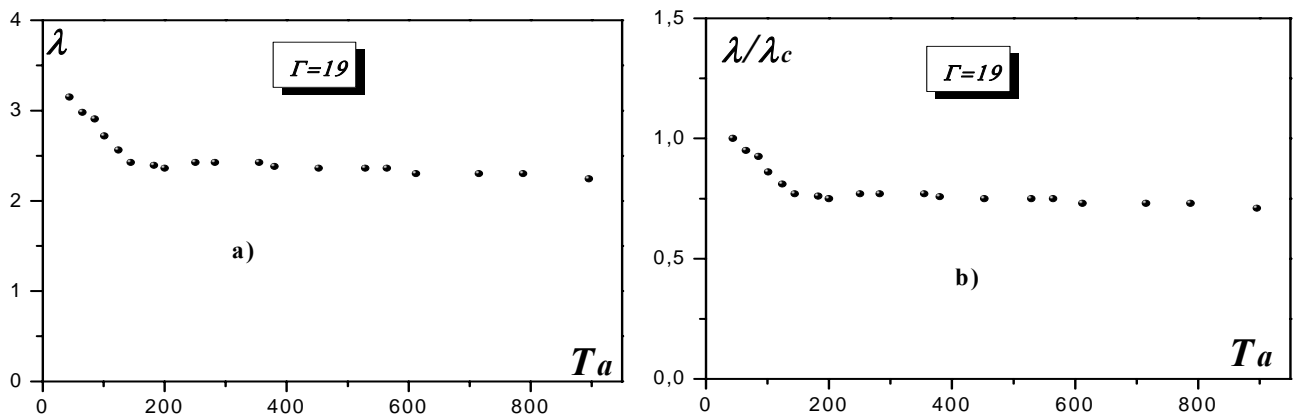
**Figure 3. 52 :** a) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de  $Ta$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma=37$ .



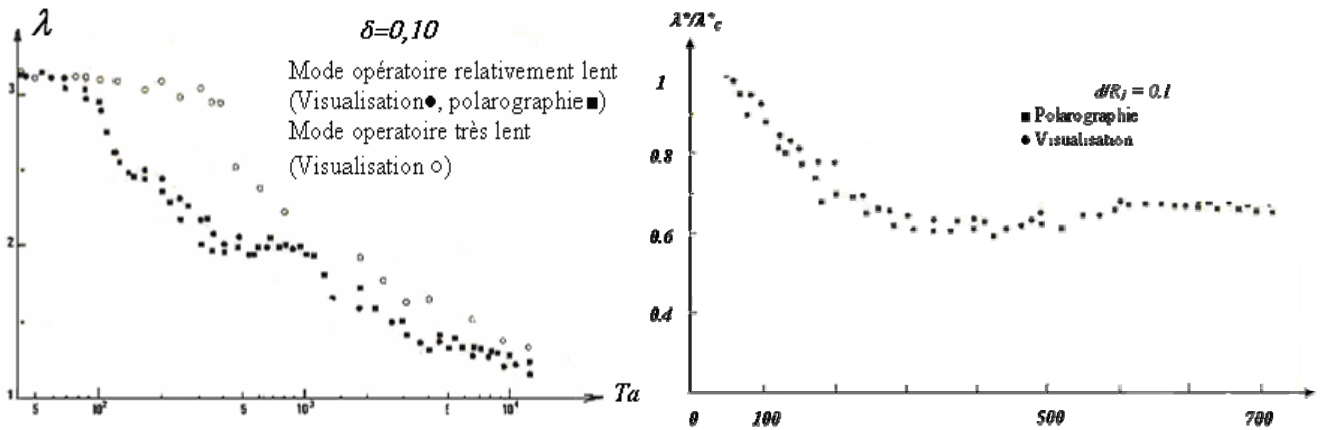
**Figure 3. 53 :** a) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de  $Ta$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma$  donné



**Figure 3. 54 :** a) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de  $Ta$ , b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma$  donné.



**Figure 3. 55 :** a) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma = 19$   
 b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma=19$ .



**Figure 3. 56 :** a) Evolution du nombre d'onde axial en fonction du nombre de Taylor pour  $\Gamma = 40$  d'après **A. Bouabdallah [9]**, b) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma = 40$  d'après **A. Bouabdallah [9]**.

### c) Nombre d'ondes circumférentielles $m$ :

Dans le cas d'un cylindre partiellement rempli à hauteur  $\Gamma = 37$ , la figure (3-58) nous montre que l'onde azimutale apparaît avec  $m = 4$  à  $Ta = 48 \pm 2$ . On constate que dans une première phase de  $Ta = 48$  à 100  $m$  s'accroît par saut très rapide de 4 à 10 puis se stabilise à  $m = 10$  ou 11 entre  $Ta = 100$  et 200. Dans une seconde phase correspondant à  $200 \leq Ta \leq 700$ ,  $m$  décroît rapidement de 10 à 6 jusqu'à  $Ta = 300$  puis lentement de 6 à 4. Lorsque on atteint statistiquement la valeur de  $m = 4$  ou  $m = 5$  correspondant à  $Tc = 740$ , il y a déclenchement du chaos. D'après **A. Bouabdallah [9]** en analyse spectrale la phase de croissance correspondant au régime d'évolution du wavy mode procède par modulation d'amplitude puis ensuite par un processus de modulations de fréquence dans la phase de croissance qui s'amplifie dans le domaine correspondant au régime des fluctuations.

L'effet du facteur d'aspect  $\Gamma$  ne semble pas produire des modifications considérables quant à l'allure qualitative de la courbe de  $m$  en fonction de  $Ta$  pour tous les cas de  $\Gamma$  explorés.

Ce type d'évolution semble comparable au cas du dispositif totalement rempli (écoulement en charge  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$  étudié par **A. Bouabdallah [9]**).

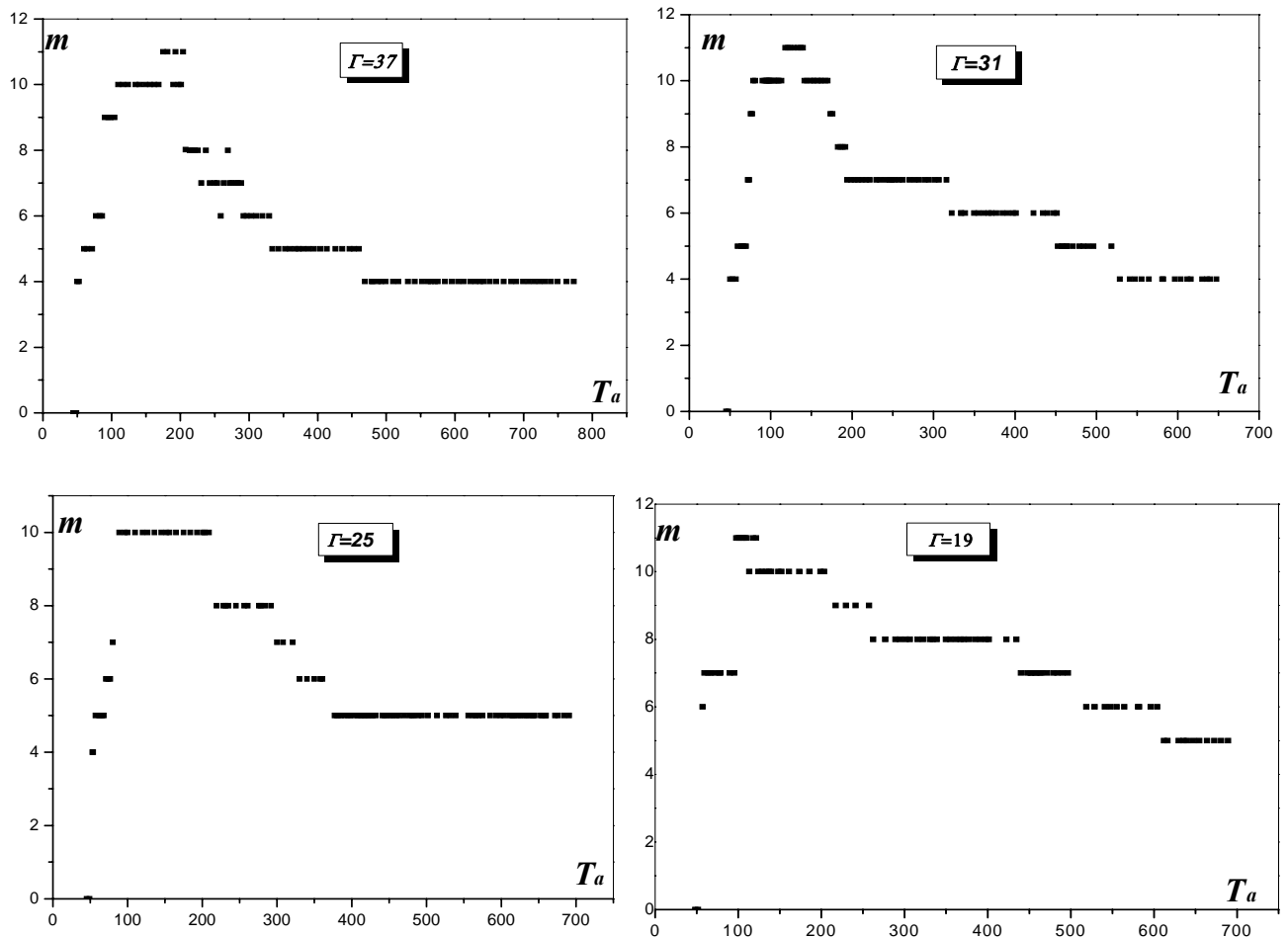


Figure 3. 57: Evolution du nombre d'onde circumférentielle  $m$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma$  fixé.

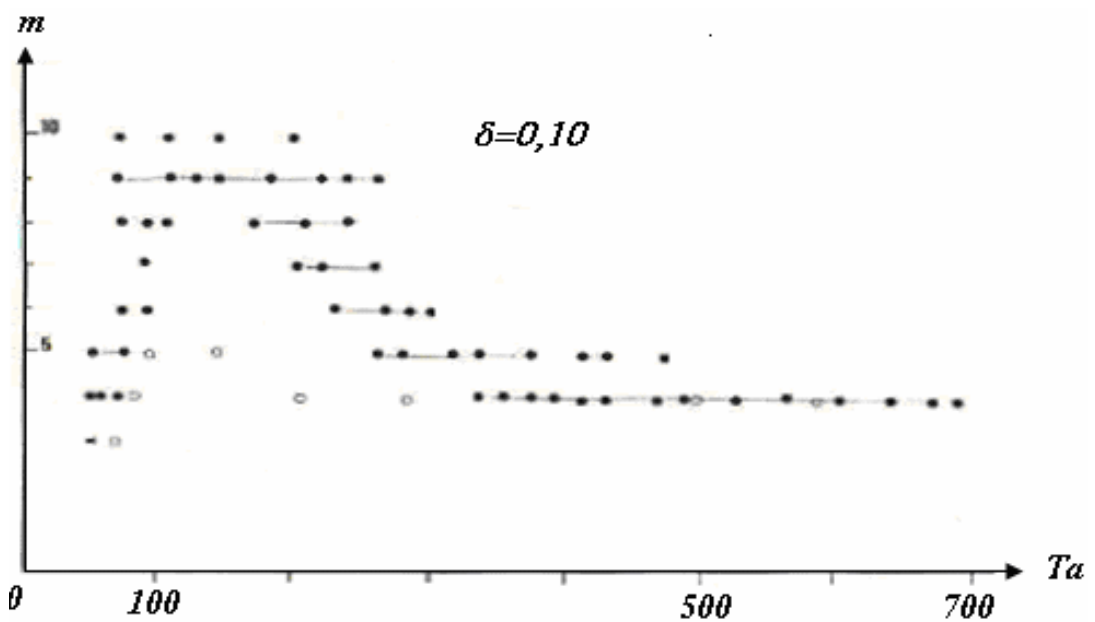


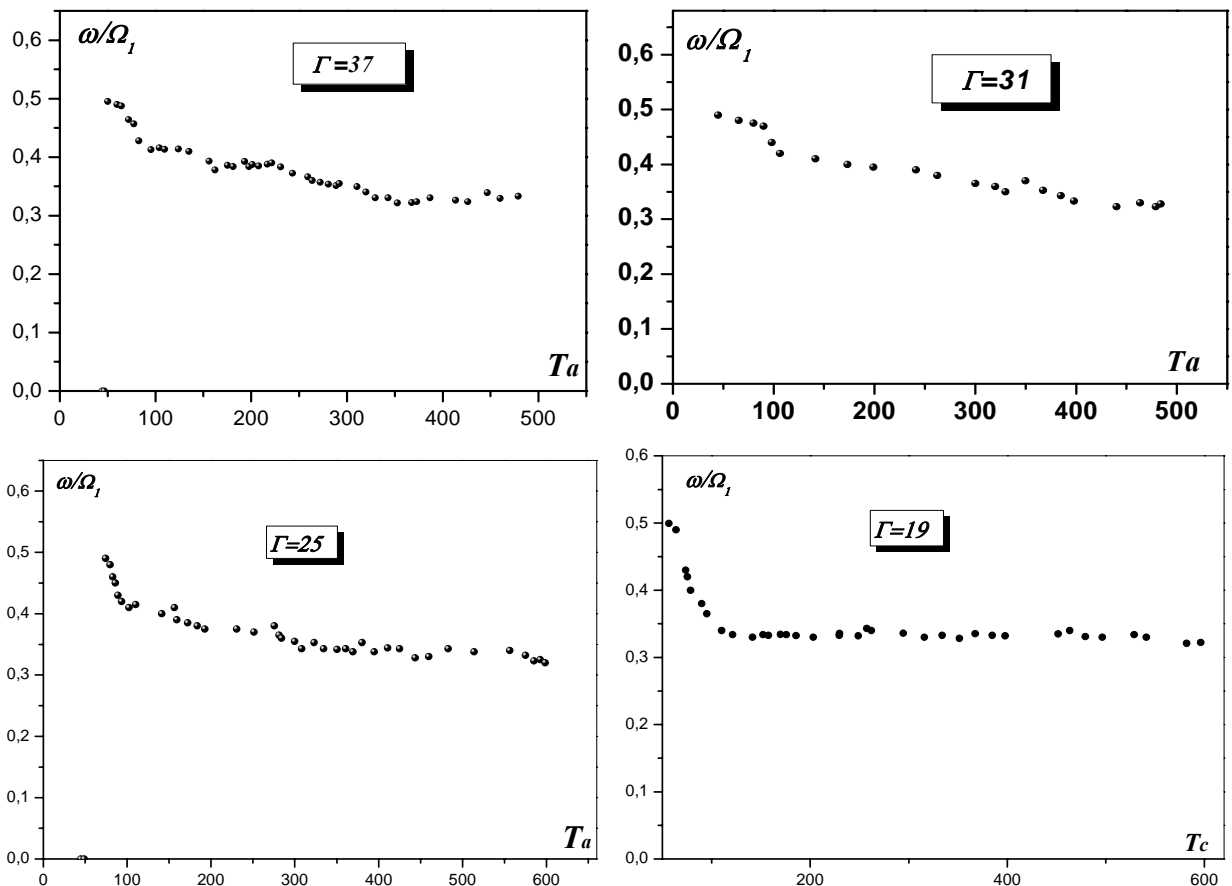
Figure 3. 58 : Evolution du nombre d'onde azimutale  $m$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma = 40$  (d'après A. Bouabdallah [9]).

#### d) Evolution de la Vitesse de phase $\omega$ :

L'étude de l'évolution de la vitesse de phase  $\omega$  liée à la propagation de l'onde azimutale par rapport à la vitesse  $\Omega_1$  imposé sur le cylindre intérieure (figure 3- 70) montre que la loi de comportement est qualitativement la même pour tous les taux de remplissage  $\Gamma$  examinés, y compris, pour l'écoulement en charge  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$  **D. Coles [15]** et **A. Bouabdallah [9]**.

Essentiellement on distingue deux domaines de variation de  $\omega$  en fonction de  $Ta$  :

- un domaine de décroissance plus au moins rapide passant de la valeur  $\frac{\omega}{\Omega_1} = 0.5$  à  $\omega / \Omega_1 = 0.35$  qui correspond à la zone d'accroissement rapide du nombre d'ondes circumférentielles  $m$ .
- un domaine d'évolution constante ou comportement asymptotique  $\omega / \Omega_1 = 0.35$  qui correspond à la phase de diminution du nombre d'onde circumférentielle  $m$  jusqu'à l'extinction de celles-ci.

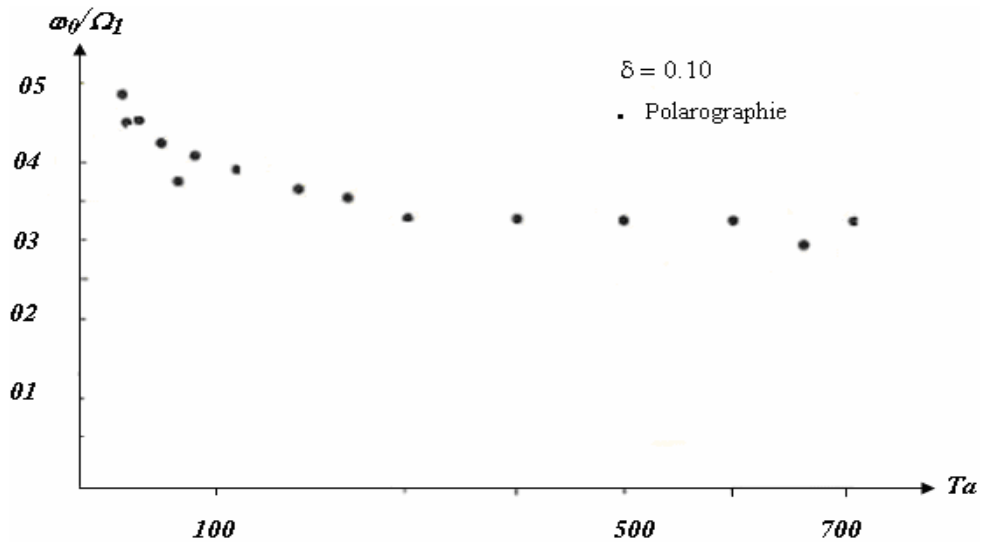


**Figure 3-59** : Evolution de la vitesse de phase sans dimension  $\frac{\omega}{\Omega_1}$  en fonction du nombre de Taylor  $Ta$  pour différents facteurs d'aspect  $\Gamma$  .

L'ensemble des résultats sont confirmés par les mesures menées en visualisation par **D. Coles [15]** et en polarographie par **A. Bouabdallah [9]**.

Le rapport de vitesse angulaire tend vers une valeur asymptotique qui peut se situer à 0.35 ou à 0.33 selon les auteurs [9] et [15].

A ce jour, il n'y a pas d'explication sur le fait que l'onde azimutale se stabilise et disparaît à la valeur  $\omega / \Omega_1 = 0.33$  qui correspond sensiblement au 1/3 de la vitesse angulaire du cylindre intérieur tournant.



**Figure 3- 60:** Variation de la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation  $\omega / \Omega_1$  en fonction du nombre de Taylor  $Ta$  pour un écoulement en charge  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$  (D'après **A. Bouabdallah [9]**)

## VII – ANALYSE DES CHEMINS DE BIFURCATION DE L'ÉCOULEMENT :

### 1°) Présentation du diagramme de bifurcation de l'écoulement

On se propose d'examiner l'évolution de l'écoulement à travers les modifications de ses paramètres caractéristiques dans le plan d'ondes  $(n, m)$ . Les paramètres associés  $n$  et  $m$  désignent respectivement le nombre de cellules  $n$  liées à l'onde axiale, de nature stationnaire, et le nombre d'ondes circonférentielles  $m$  liées à l'onde azimutale, de nature instationnaire.

Dans cette optique, on met en évidence le cheminement lié aux processus de transition par des bifurcations attachées aux modes principaux du mouvement, à savoir, mode en vortex de Taylor, wavy mode, et ainsi de suite jusqu'au déclenchement du chaos. On étudie seulement le cas  $\Gamma=37$  correspondant au système partiellement rempli en position verticale  $\alpha=0^\circ$  du dispositif expérimental.

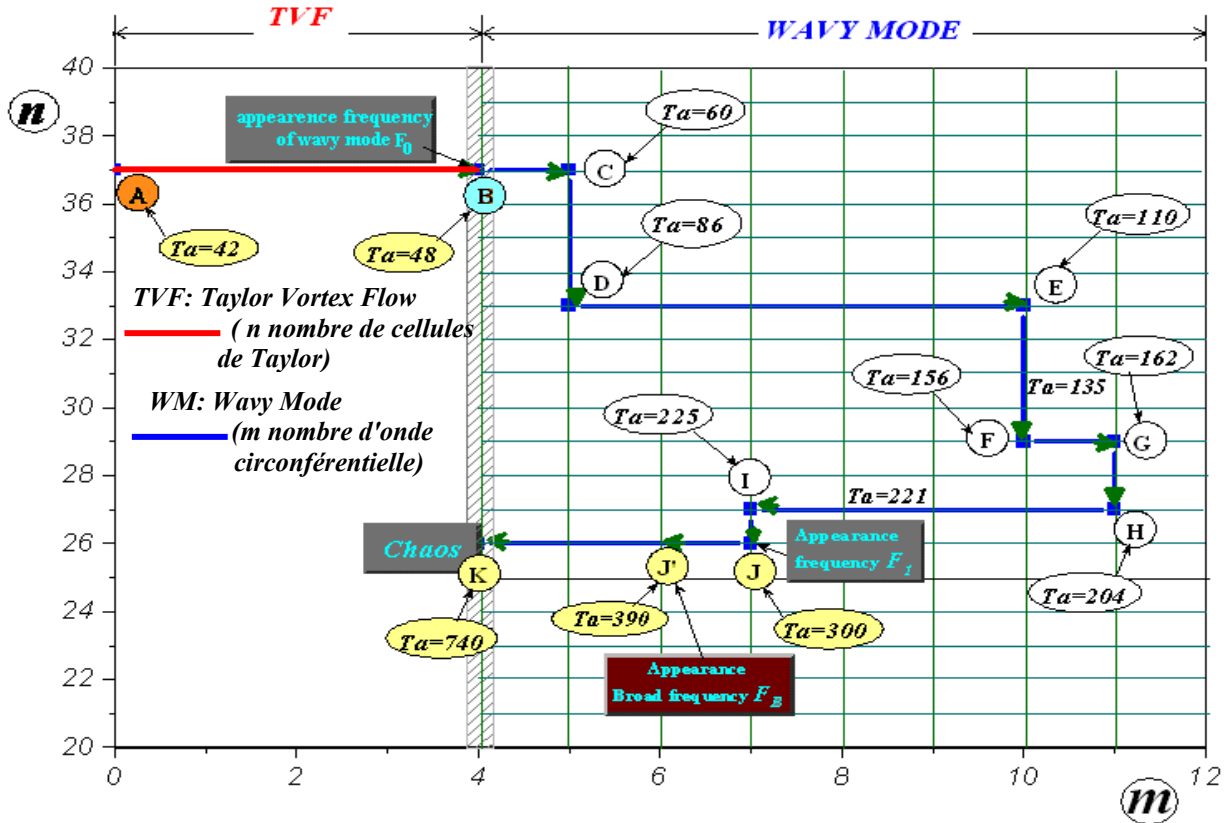


Figure 3-61 : diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes  $(n, m)$  pour  $\Gamma = 37$ .

2°) Interprétation

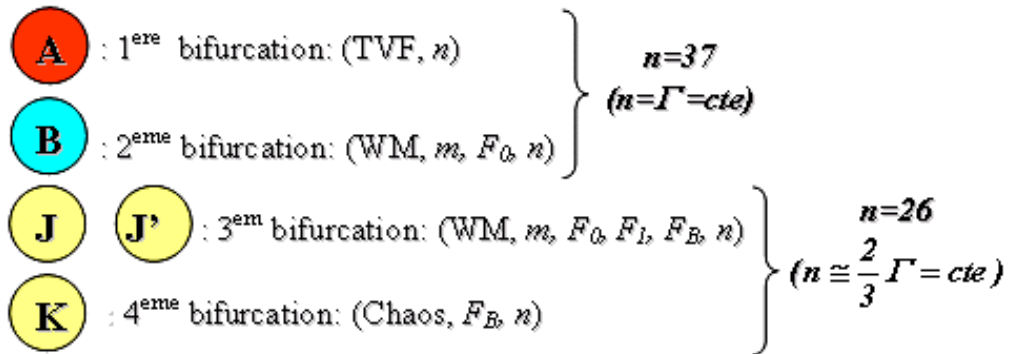
L'examen de ce diagramme met en évidence le cheminement de la dynamique associée à l'écoulement de Taylor – Couette lorsque le nombre de Taylor croit du régime laminaire au déclenchement du Chaos (de  $Ta = T_{c1} = 42$  à  $Ta = T'_c = 740$ ).

On constate aussi que les deux premières bifurcations associées en A à l'apparition de l'onde axiale (cellules de Taylor) et en l'onde azimutale (wavy mode) se produisent à un nombre de cellules  $n = \Gamma = 37$  qui est constant.

La troisième et la quatrième bifurcations correspondent respectivement en J et J' aux modifications de caractéristiques structurales du wavy mode et le déclenchement du Chaos K relatif à un nombre de cellules  $n = \frac{2}{3}\Gamma = 26$  qui est également constant. Ainsi, ce diagramme révèle aussi le point limite  $(n_c, m_c)$  qui correspond à l'état critique  $T'_c = 740$  tel que  $n_c = 26$  et  $m_c = 4$  peut constituer un critère de déclenchement du chaos coïncidant avec la fin du régime de transition laminaire – turbulent. Paradoxalement, le cheminement de la dynamique relativement compliquée liée au wavy-mode ne semble pas très significatif au regard du changement qualitatif de l'écoulement. Par conséquent, l'évolution associée au mouvement de Taylor – Couette dans le plan d'onde  $(n, m)$  nous renseigne essentiellement sur la possibilité

d'existence de plusieurs chemins pour aller de A à K selon les données imposées au système d'écoulement dépendant donc du mode opérative sur  $\Omega_l$  et de facteurs géométriques  $\delta$  et  $\Gamma$ .

En fait, ce diagramme montre les différentes bifurcations de régime pour un chemin donné (chemin réversible en mode quasi-statique). Plus précisément pour un rapport  $\Delta\Omega_l / \Omega_l$  quelconque donné, il existe plusieurs chemins : ceci implique la nécessité d'évaluer l'entropie de configuration de ce type d'écoulement pour chaque chemin.



**3°) Evaluation de l'entropie de configuration du processus de transition de l'ordre vers le désordre.**

Comme on l'a vu précédemment on cherche à évaluer l'entropie de configuration  $S$  de cheminement de l'écoulement dans le plan d'onde  $(n,m)$  à l'aide du postulat de Boltzmann :  $S = K \text{Log} W_{n,m}$  où K désigne une constante associée à la dynamique du fluide et  $W_{n,m}$  la probabilité de configuration telle que  $W_{n,m} = \frac{(n-1)!m!}{(n+m)!}$ .

Pour faire cette évaluation on se place dans les conditions de mise en régime de vitesse quasi - statique tel que  $\frac{\Delta\Omega_l}{\Omega_l} \ll 1$  suggérant que le processus opératoire est réversible entraînant la validité de la relation suivante  $\Delta S=0$ , on peut évaluer l'entropie de configuration  $S$  dans le plans d'onde  $(m,n)$  dans les point B :  $\left. \begin{array}{l} n = 37 \\ m = 4 \end{array} \right\}$  et K :  $\left. \begin{array}{l} n = 26 \\ m = 4 \end{array} \right\}$

★B)  $W_{37,4} = \frac{(37-1)!4!}{(37+4-1)!} = 1,1 \times 10^{-5} \Rightarrow S = K \text{Log}(1,1 \times 10^{-5}) \approx -4,96 K$

★K)  $W_{26,4} = \frac{(26-1)!4!}{(26+4-1)!} = 4,21 \times 10^{-5} \Rightarrow S = -K \text{Log}(4,21 \times 10^{-5}) \approx -4,38 K$



**VII—CONCLUSION :**

L'étude de l'écoulement de Taylor–Couette soumis aux effets d'inclinaison  $\alpha$  et de la surface libre a permis de caractériser et de mettre en lumière les propriétés fondamentales de ce type de mouvement.

L'effet d'inclinaison semble affecter profondément les différentes structures du mouvement et peut conduire à la relaminarisation de l'écoulement.

L'effet du facteur d'aspect ou taux de remplissage  $F$  a pour conséquence essentiellement de retarder relativement l'apparition des ondes. Par contre, elle tend à accélérer l'apparition du chaos.

# ***CHAPITRE IV***

## **ETUDE EXPERIMENTALE DANS LA CONFIGURATION D'ÉCOULEMENT RELATIVEMENT LARGE**

### **INTRODUCTION**

Ce chapitre est destiné à prolonger l'analyse du mouvement dans la configuration géométrique dite de l'espace annulaire relativement large.

On sait que les propriétés de l'écoulement peuvent être modifiées par l'effet du jeu radial  $\delta$  dans le cadre d'un dispositif vertical [3], [9], [15]...

Par conséquent, il s'agit d'évaluer, ici, quelles seraient les incidences générées sur le mouvement à partir des modifications introduit par l'angle inclinaison  $\alpha$  et le taux remplissage  $\Gamma$  du système d'écoulement.

C'est dans ce contexte d'étude que l'on s'est fixé un jeu radial  $\delta=0.237$  représentatif d'un écoulement à espace annulaire relativement large que l'on compare à la configuration d'espace annulaire mince. Cependant, on s'assure que les conditions opératoires sont les mêmes et la méthode de caractérisation des structures observées reste identique.

## I- ETUDE DE LA TRANSITION LAMINAIRE–TURBULENT DANS LE SYSTEME VERTICAL ( $\alpha=0^\circ$ ) TOTALEMENT REMPLI ( $\Gamma=\Gamma_{max}$ ).

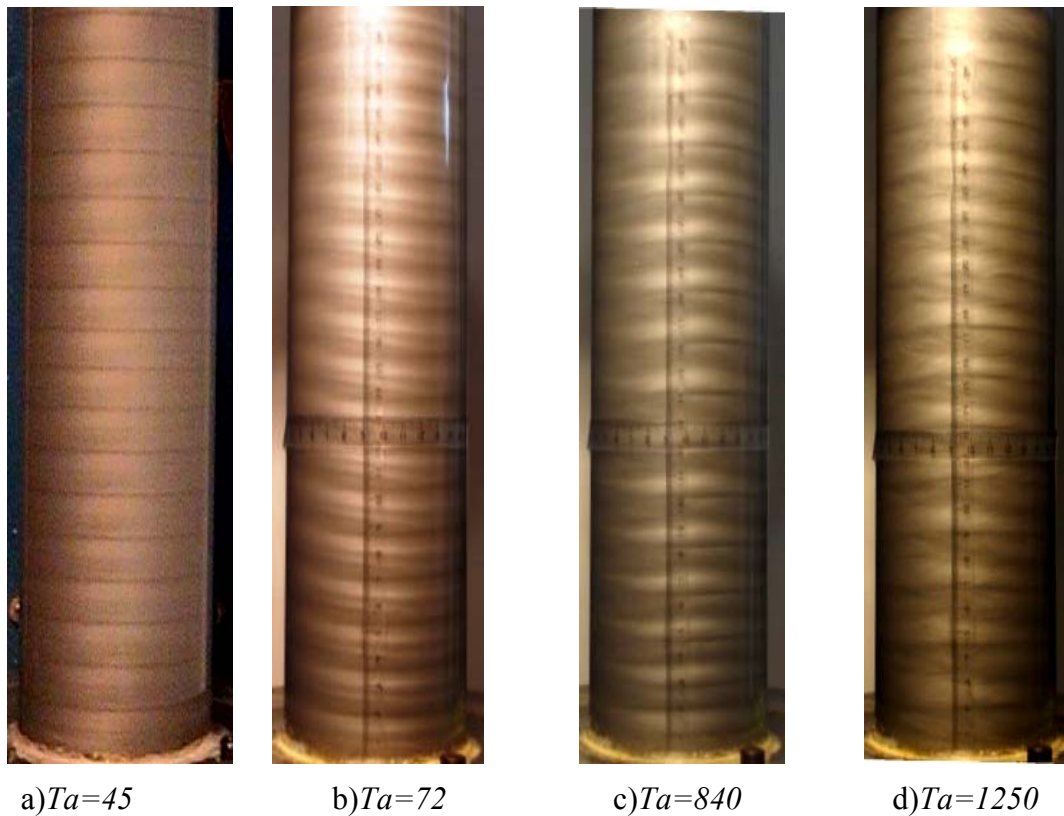
Les observations menées dans la configuration  $\delta=0,237$  en position verticale  $\alpha=0$ , avec un taux de remplissage maximal du système d'écoulement (écoulement en charge) ont permis de mettre en évidence les différents régimes d'écoulement et de les comparer à la configuration  $\delta=0,10$ . On résume brièvement les résultats obtenus comme suit:

- Apparition de la première instabilité : onde axiale où cellules de Taylor à  $T_{c1}=44\pm 2$ , cette valeur est assez proche de celle obtenu par A. *Bouabdallah* [9] pour un jeu radial  $\delta=0,22$ .
- Apparition de la deuxième instabilité: onde azimutale ou wavy mode à  $T_{c2}=70\pm 4$ .
- Apparition du régime de fluctuations à  $T_F=800$ .
- Apparition du chaos à  $T_F=1200$ .

Nombre de Taylor critique	$T_{c1}$	$T_{c2}$	$T_F$	$T'_c$
Type d'instabilité	1 <sup>ère</sup> instabilité Onde axiale : cellules ou vortex de Taylor	2 <sup>ème</sup> instabilité Onde azimutale ou Wavy Mode	Apparition des fluctuations	Déclenchement du chaos
Configuration d'espace annulaire mince $\delta=0,10$	42	48	388	740
Configuration d'espace annulaire relativement large $\delta=0,237$	44	70	800	1200

**Tableau 4-1** : les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisants les différents régimes de la transition laminaire- turbulent pour des configuration a espace annulaire mince et relativement large.

On tire la conclusion que l'effet du jeu radial  $\delta$  a pour conséquence de retarder l'apparition des instabilités et surtout le déclenchement du Chaos.



**Figure 4. 1 :** Différents régimes de transition visualisés en reflexion optique.

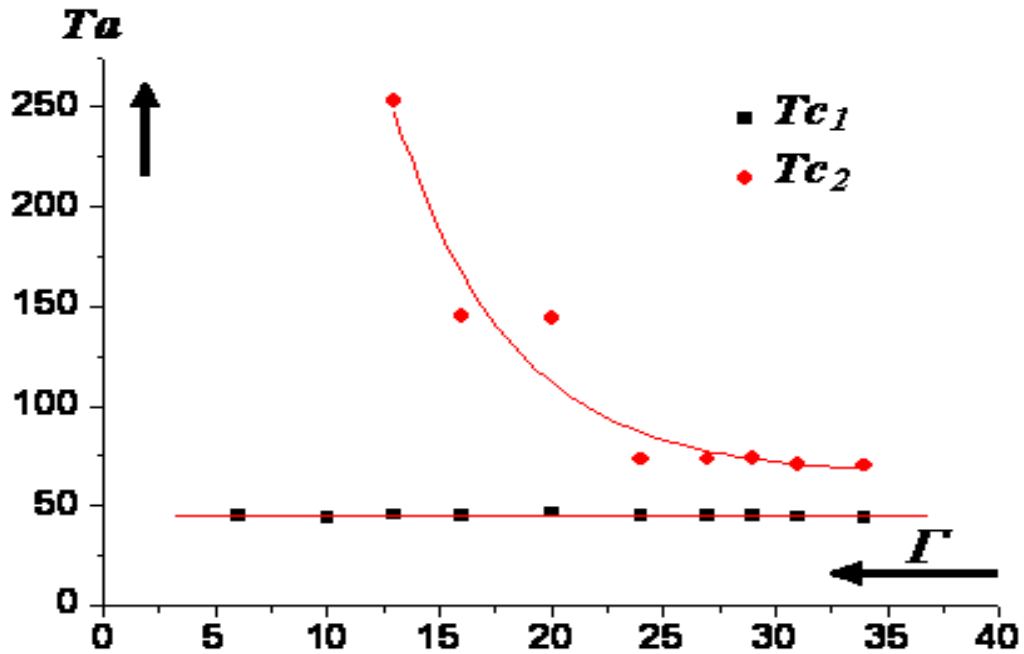
## II. ETUDE DES CARACTERISTIQUES DU REGIME DE TRANSITION EN FONCTION DE $Ta$ POUR UN FACTEUR D'ASPECT $\Gamma$ DONNE DANS LE CAS D'UN DISPOSITIF VERTICAL $\alpha=0^\circ$ :

Afin de déterminer la variation des caractéristiques pour un facteur d'aspect  $\Gamma$  donné en position verticale, on procède de la même façon que pour  $\delta=0,10$ .

### 1°) Influence de la limitation axiale :

On étudie l'effet de la variation du facteur d'aspect  $\Gamma$  sur les nombres critiques d'apparition de chaque état. Dans notre étude, on se limite à la première et deuxième instabilité qui correspondent respectivement à l'apparition de l'onde axiale et l'onde azimutale ou wavy mode.

Il apparaît clairement, d'après la figure (4.2), que l'effet de  $\Gamma$  est sans conséquence sur le seuil critique d'apparition de l'onde axiale  $Tc_1$  qui reste constant ou inchangé. En revanche, l'effet de  $\Gamma$  est notable s'agissant de la naissance de l'onde azimutale et dont la valeur de  $Tc_2$  décroît sensiblement lorsque  $\Gamma$  augmente.



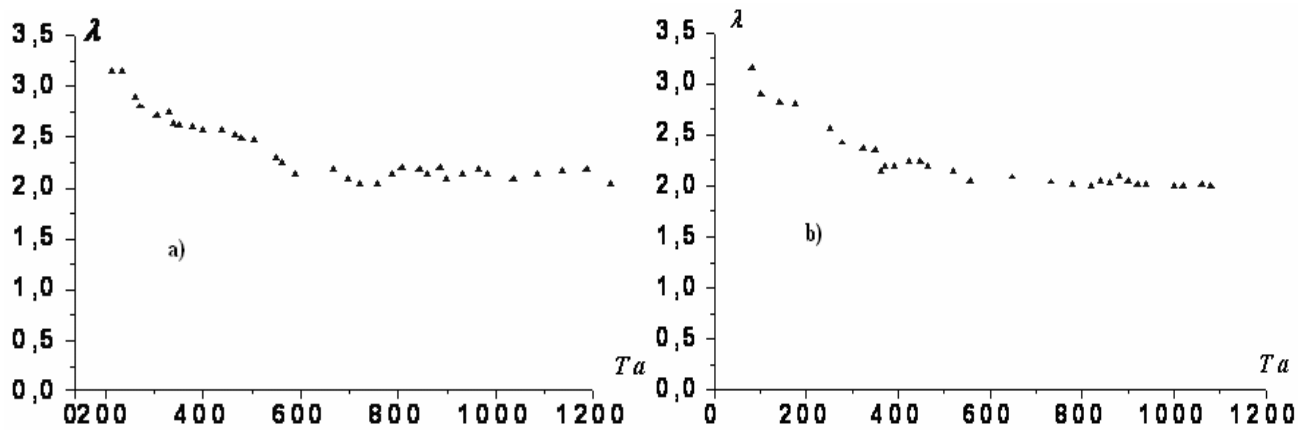
**Figure 4. 2:** Variation des nombres critiques  $Tc_1$  et  $Tc_2$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma$  cas d'un dispositif vertical  $\alpha=0^\circ$

## 2°) Nombre d'onde axial :

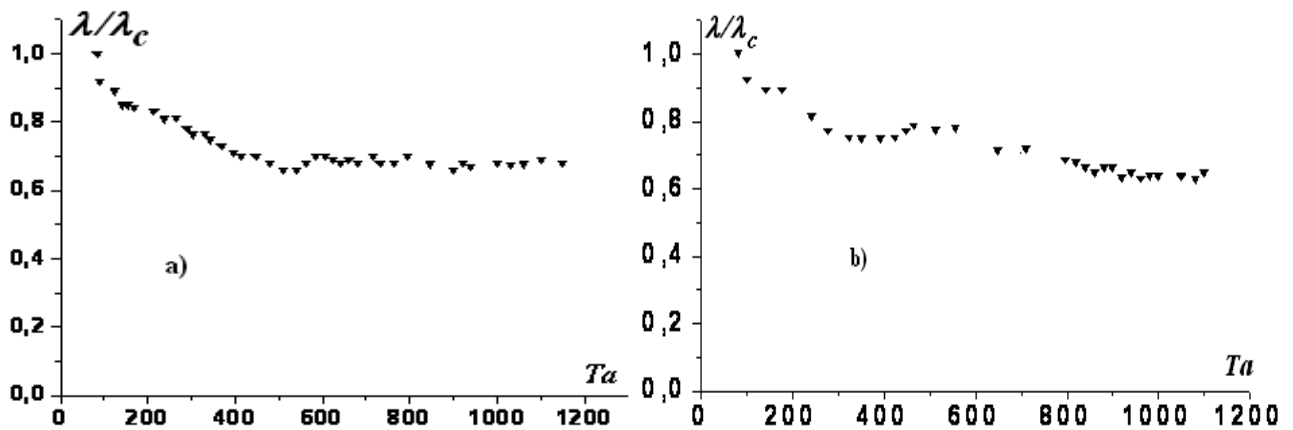
Les mesures sont effectuées en fixant le rapport d'aspect  $\Gamma$  et en augmentant de manière continue la vitesse de rotation  $\Omega_1$  à partir de la position de repos jusqu'à l'apparition du régime chaotique. Dans un premier stade, on étudie le comportement de l'onde axiale.

On détermine directement le nombre d'onde axiale  $\lambda = \frac{2\pi d}{A}$ . Par évaluation de la valeur moyenne d'une longueur d'onde  $A$  sur l'ensemble de la hauteur de l'écoulement qui est mesurée en fonction du taux de remplissage correspondant à  $\Gamma = \Gamma_{max}$  et  $\Gamma = 34 < \Gamma_{max}$ .

Ainsi, au voisinage de  $Tc_1 \approx 44 \pm 2$ , on évalue  $\lambda = \lambda_c = \frac{2\pi d}{A_c} = 3.14$  pour  $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ . Cette valeur reste identique à celle mesurée également pour la valeur de  $\Gamma = 34$ . La loi de variation de  $\lambda$  en fonction de  $Ta$  pour  $\Gamma$  fixé est la même pour les deux valeurs du facteurs d'aspect  $\Gamma$  étudiés. Pratiquement, on atteint une valeur constante qui se situe à  $\lambda = 2.4$  pour  $Ta = 550$  à  $1200$ .



**Figure 4-3 :** Evolution du nombre d’onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour : a)  $\Gamma_{max}$  (écoulement en charge) et b)  $\Gamma=34$  (surface libre)

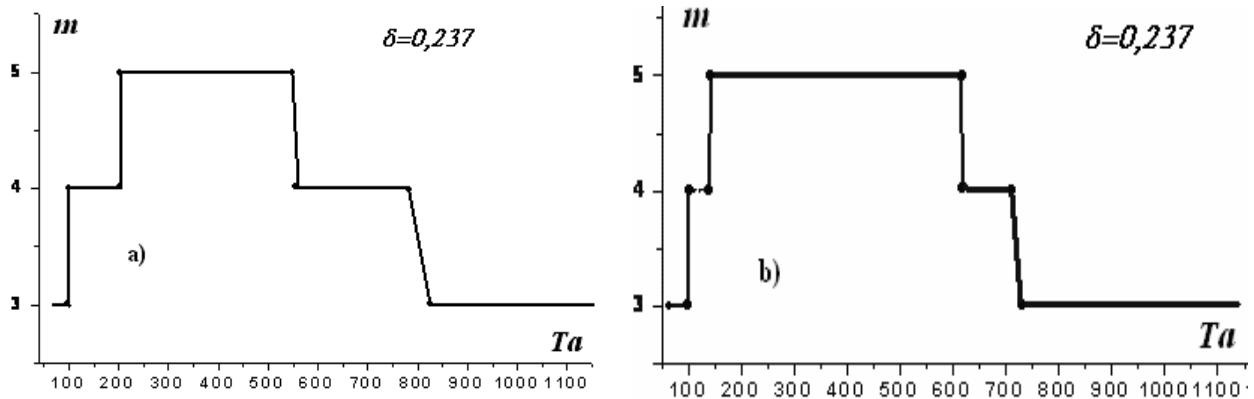


**Figure 4-4 :** Evolution du nombre d’onde axiale rapportée à sa valeur critique  $\lambda_c$  en fonction de  $Ta$  pour : a)  $\Gamma_{max}$  (écoulement en charge) et b)  $\Gamma = 34$  (surface libre).

**3°) Nombre d’ondes circumférentielles  $m$  :**

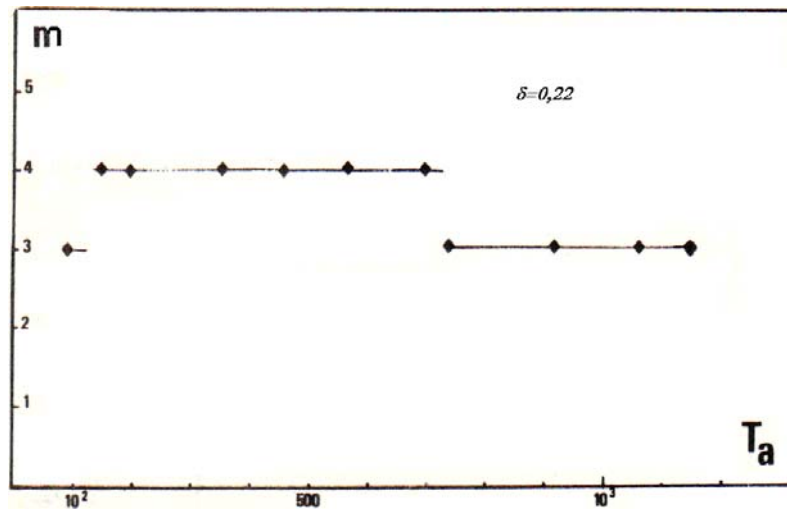
Dans le cas d’un cylindre partiellement rempli de hauteur  $H=306mm$  correspondant à  $\Gamma=34$ , la figure (4.5) nous montre que l’onde azimutale apparaît  $m=3$  à  $Ta=70 \pm 3$ . On constate que dans une première phase de  $Ta = 70$  à  $96$   $m$  reste constant et égal à trois  $m=3$ . Dans une seconde phase correspondant à  $100 \leq Ta \leq 135$ ,  $m$  change de valeur et se fixe à  $m=4$ . Lorsque on atteint la valeur de  $Ta=140$ , on atteint la valeur  $m=5$  qui diminue de nouveau à  $m=4$  au voisinage de  $Ta= 710$ . Au-delà de  $Ta=710$ , le nombre d’ondes circumférentielles se stabilise à  $m=3$  jusqu’au déclenchement du chaos correspondant  $T’c \approx 1260$ . Dans le cas d’un cylindre totalement rempli le nombre d’onde circumférentielle  $m$  n’est pas affecté l’effet de bords, la seule différence c’est que les sauts relatifs à  $m$  sont légèrement modifiés. Par exemple, on a  $m=5$  dans l’intervalle de  $200 \leq Ta \leq 550$  dans le cas le

système est totalement rempli et dans le cas où il est partiellement rempli l'intervalle est  $140 \leq Ta \leq 610$ .



**Figure 4-5:** Variations du nombre d'onde azimutale  $m$  en fonction de  $Ta$

a) Systeme totalement rempli  $\Gamma = \Gamma_{max}$ , b) Systeme partiellement rempli  $\Gamma = 34$ .



**Figure 4.6 :** Variations du nombre d'onde azimutale  $m$  en fonction de  $Ta$  pour  $\delta = 0.22$  et  $\Gamma_{max}$  (d'après A. Bouabdallah [9]).

**4°) Evolution de la Vitesse de phase  $\omega$  :**

L'étude de l'évolution de la vitesse de phase  $\omega$  liée à la propagation de l'onde azimutale par rapport à la vitesse  $\Omega_1$  imposée sur le cylindre intérieure (figure 4-7) montre que la loi de comportement est qualitativement la même quel que soit le taux de remplissage  $\Gamma$  et le jeu radial  $\delta$ .

- un domaine de décroissance, plus au moins rapide, passant de la valeur  $\omega / \Omega_1 = 0.5$  à  $\omega / \Omega_1 = 0.35$ , qui correspond à la zone d'accroissement rapide du nombre d'ondes circonférentielles ou nombre d'onde azimutale  $m$ .



- un domaine d'évolution constante ou comportement asymptotique  $\omega / \Omega_1 = 0.35$ , qui correspond à la phase de diminution du nombre d'onde circonférentielle  $m$  jusqu'à l'extinction de celles-ci.

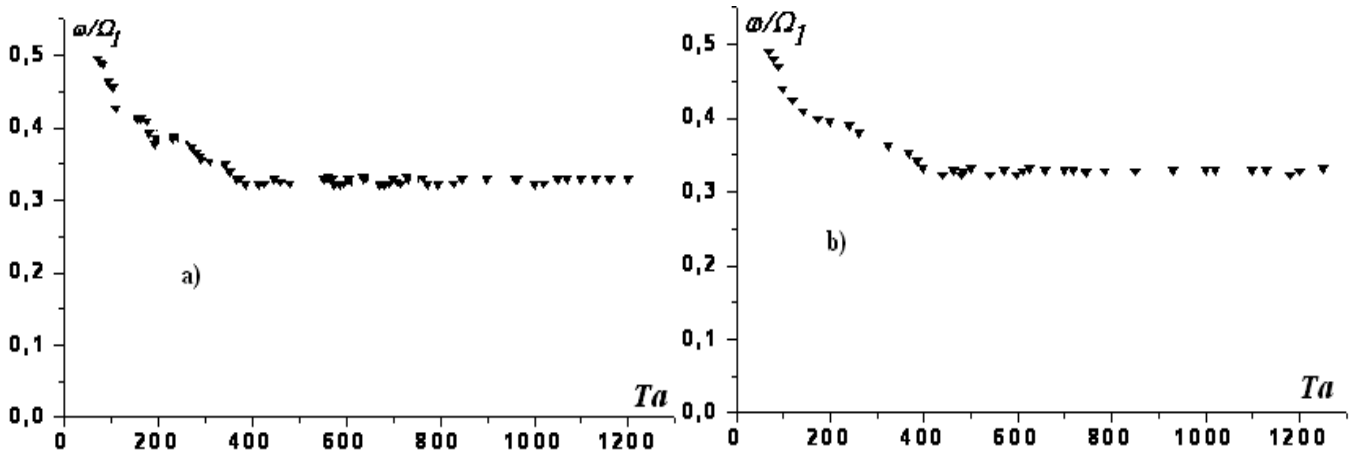


Figure 4-7 : Evolution de la vitesse de phase sans dimension  $\omega / \Omega_1$  en fonction du nombre de Taylor  $Ta$  : pour a)  $\Gamma = \Gamma_{\max} = 40$ , b)  $\Gamma = 34$ .

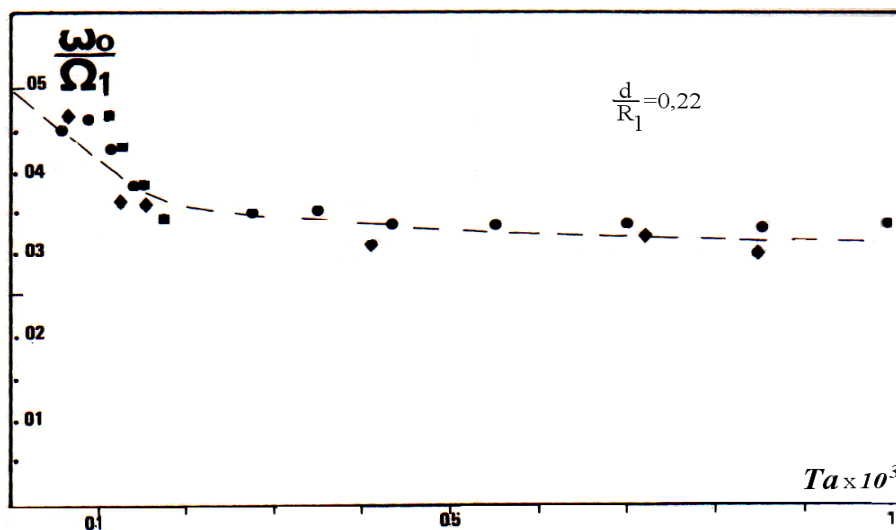


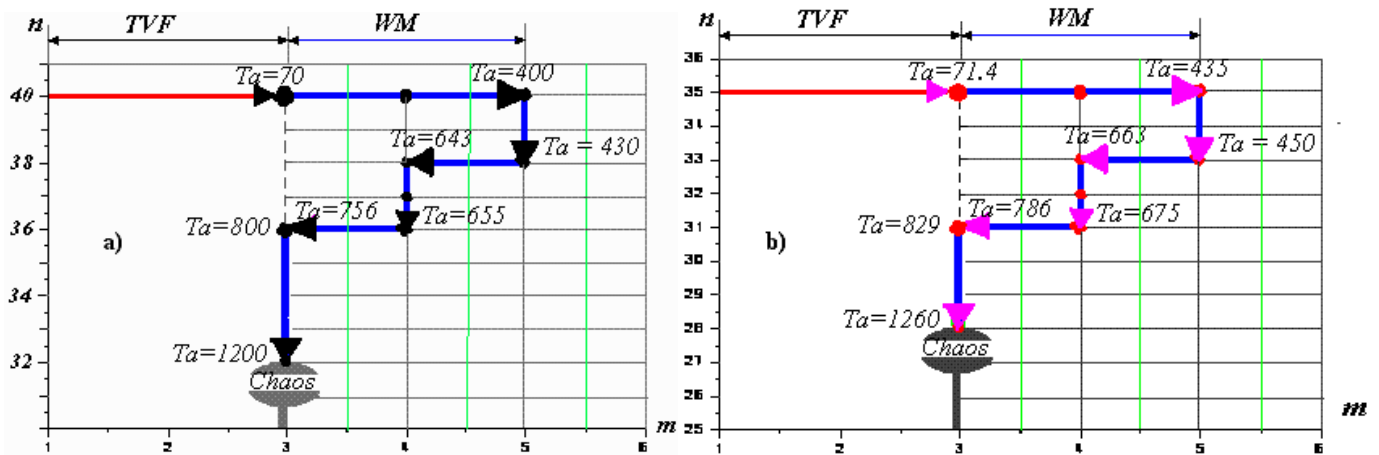
Figure 4-8 : Evolution de la vitesse de phase sans dimension  $\omega / \Omega_1$  en fonction du nombre de Taylor  $Ta$  pour  $\delta = 0.22$  [9]

##### 5°) Chemins de bifurcation et la transition de l'ordre vers le désordre dans plan d'onde $(n, m)$ :

On examine l'évolution de l'écoulement à travers les modifications de ses paramètres caractéristiques dans le plan d'ondes  $(n, m)$ . Les paramètres associés  $n$  et  $m$  désignent respectivement le nombre de cellules liées à l'onde axiale de nature stationnaire et le nombre d'ondes circonférentielles liées à l'onde azimutale de nature instationnaire.

Dans cette optique, on met en évidence le cheminement des processus de transition et de bifurcations attachées aux modes principaux du mouvement, à savoir, mode en vortex de Taylor, Wavy mode, et ainsi de suite jusqu'au déclenchement du chaos. On étudie deux cas ; le cas où  $\Gamma = \Gamma_{\max} = 40$  dont le système est totalement rempli et  $\Gamma = 34$  avec effet de surface libre tel que le dispositif est en position verticale.

On obtient un diagramme de même forme ou allure et un léger décalage des valeurs liées à l'apparition des instabilités et du chaos. (figure 4. 9)



**Figure 4- 9** : diagramme de bifurcation dans le plan d’ondes  $(n, m)$  pour :a)  $\Gamma=40$  (écoulement en charge et b)  $\Gamma=34$  (surface libre).

**III. ETUDE DE L’EFFET DE L’INCLINAISON  $\alpha$  SUR LE SYSTEME D’ÉCOULEMENT :**

**1- System d’écoulement en charge :**

D’après les différentes observations menées dans la configuration d’espace annulaire relativement large et la comparaison des résultats obtenus pour chaque position de l’inclinaison il semble que l’inclinaison ne joue aucun rôle sur la structure de l’écoulement si le système de l’écoulement est en charge pour les modes d’instabilités étudiés.

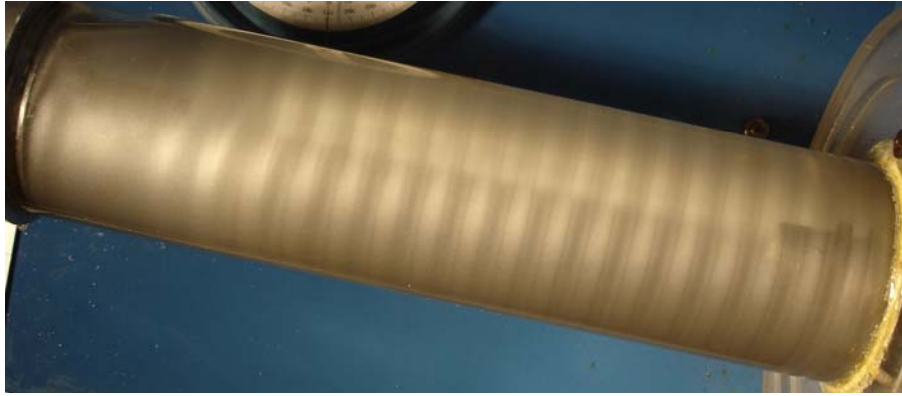
**2- système d’écoulement à surface libre :**

On s’est limité, ici, à l’étude de la première instabilité qui correspond à l’apparition des cellules de Taylor pour différentes hauteurs données.

A la position verticale ( $\alpha=0^\circ$ ) et pour un taux de remplissage fixé  $\Gamma=H/d$ , on fait varier la vitesse de rotation  $\Omega_l$  progressivement en respectant le mode quasi-statique jusqu’à l’apparition des cellules de Taylor à une valeur de vitesse  $\Omega_{c_l}$  correspondant au nombre de Taylor  $Tc_l= 43$ . En régime d’onde axiale établi ( $Ta=45$ ), on fait varier l’angle d’inclinaison  $\alpha$  pas à pas et l’on suit la structure de l’écoulement jusqu’à la disparition complète de l’onde de

Taylor et on refait la même opération pour plusieurs hauteurs. On obtient les résultats suivants :

➤ Pour  $\Gamma \approx \Gamma_{max} = 39,9$ : Au début, l'écoulement n'est pas affecté par l'inclinaison  $\alpha$ ; les ondes de Taylor sont stable. Cependant sur la partie supérieure, on assiste au phénomène de compression et de dilatation des ondes sans apparition d'une zone laminaire. A  $\alpha=80^\circ$  le phénomène de relaminarisation se confirme dans très étroite du côté supérieur du cylindre proche de la surface libre figure 4-10.a. Enfin à  $\alpha=90^\circ$ , on note clairement la persistance des ondes aux extrémités du système d'écoulement. Ainsi on observe une dissymétrie hydrodynamique telle que l'on a 6 onde sur le bord supérieur et 3 ondes sur le bord inférieur du dispositif. Au centre d'un système d'écoulement c'est la relaminarisation de l'écoulement qui domine. Figure 4-10.b) et c).



a)  $\alpha=80^\circ$  (vue de face)



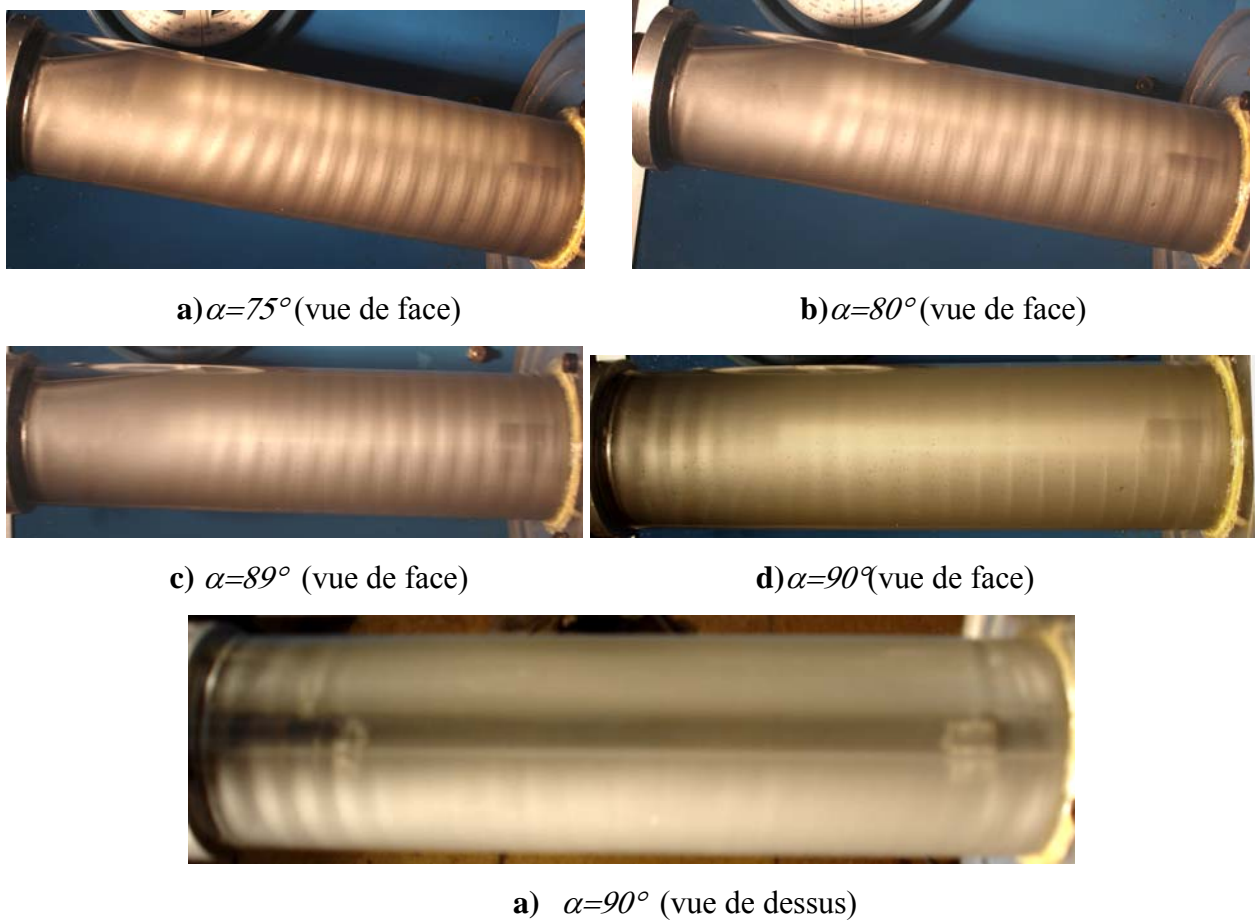
b)  $\alpha=90^\circ$  (vue de face)



c)  $\alpha=90^\circ$  (vue de dessus)

**Figure 4-10:** Effet de l'inclinaison les ondes de Taylor à  $Ta=45$  pour  $\Gamma \approx \Gamma_{max}$

➤ Pour  $\Gamma=39.8$ , la zone laminaire très étroite apparaît à  $\alpha=75^\circ$  et pour les autres angles d'inclinaison on obtient le même résultat que précédemment.



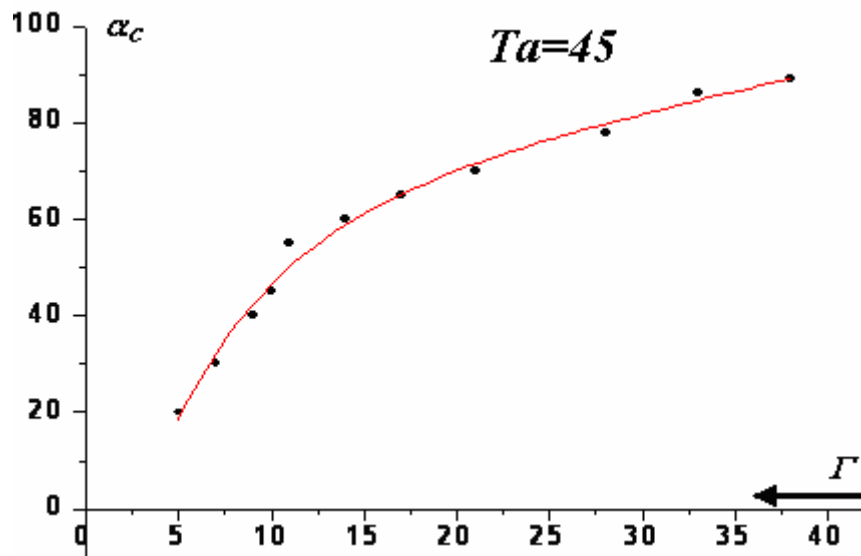
**Figure 4- 11:** Effet de l'inclinaison des ondes de Taylor à  $Ta=45$  pour  $\Gamma=39.8$

➤ Pour  $\Gamma=39$ , à  $\alpha=88^\circ$ , on enregistre seulement l'existence de deux ondes proche du fond du cylindre et la région laminaire en expansion envahit le reste du cylindre. Lorsque on atteint  $\alpha=90^\circ$  l'écoulement devient complètement laminaire ne comportant aucune onde.

➤ On systématise les essais à d'autres valeurs du facteur d'aspect  $\Gamma$  et l'on détermine les angles critiques de relaminarisation  $\alpha_c$ . les résultats obtenus ont été récapitulés dans le tableau suivant :

Hauteur de la colonne fluide (mm)	342	297	252	189	153	126	99	90	81	63	45
Facteur d'aspect ( $\Gamma=H/d$ )	38	33	28	21	17	14	11	10	9	7	5
Angle critique de relaminarisation $\alpha_c(^\circ)$	89	86	78	70	65	60	55	45	40	30	20

**Tableau 4-1 :** Détermination de l'angle critique de relaminarisation  $\alpha_c$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma$  à  $Ta=45$ .



**Figure 4-12** : Evolution de l'angle critique de relaminarisation  $\alpha_c$  en fonction de facteur d'aspect  $\Gamma$

L'analyse de la courbe correspondante à l'évolution de l'angle critique de relaminarisation  $\alpha_c$  en fonction du taux de remplissage du système d'écoulement montre que si  $\Gamma$  diminue alors  $\alpha_c$  décroît de façon très rapide si l'écoulement est limité axialement. Ceci signifie que l'effet de la surface libre devient prépondérant au fur et à mesure que  $\Gamma$  diminue.

#### IV- ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE DISPOSITIF SUR LA STRUCTURE DE L'ÉCOULEMENT PAR NAPPE LASER

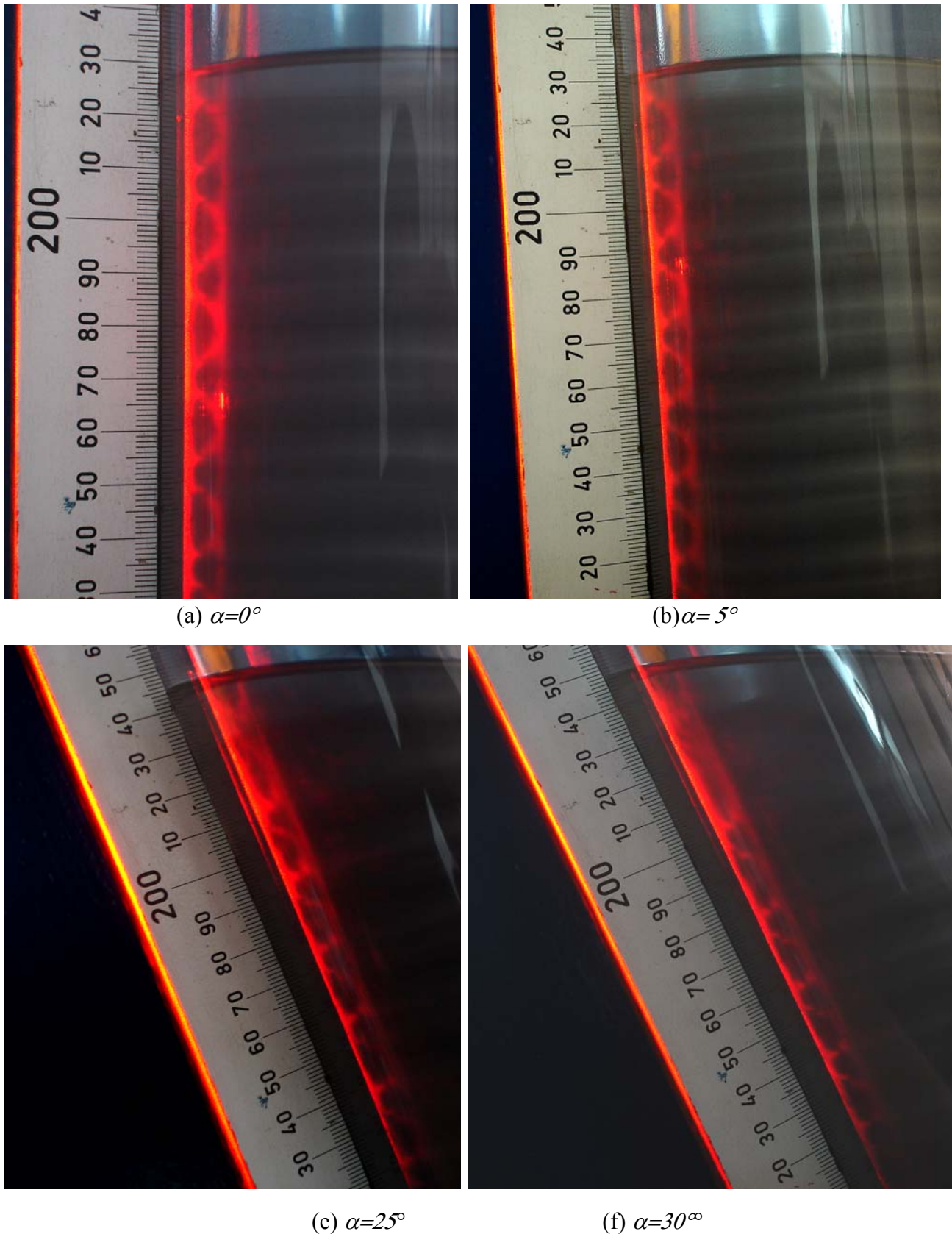
##### 1. Etude de la première instabilité :

En position verticale et pour une valeur de nombre de Taylor  $Ta=47$  correspondant au régime d'ondes axiales et une hauteur de  $H=230$  (surface libre) telle que  $\Gamma=25.55$ , on éclaire le dispositif par une source laser en Hélium et on suit l'évolution de la structure de l'écoulement à cœur ou au sein de l'espace annulaire.

- Pour des angles d'inclinaison inférieurs à  $\alpha < 25^\circ$ , l'apparence des cellules reste inchangée par rapport à la forme initiale, avec toutefois, une petite dilatation des cellules proches de la surface libre à partir de  $\alpha > 4^\circ$  (figure 4. 13. a) et b)).

- Pour  $\alpha \approx 30^\circ$ , on enregistre un phénomène très intéressant. C'est le phénomène de l'existence deux couches limites : l'une tangentielle due à la force centrifuge et l'autre axiale due à la force de gravité (figure 4-13.f)), voire aussi la figure 5.1 au chapitre V.



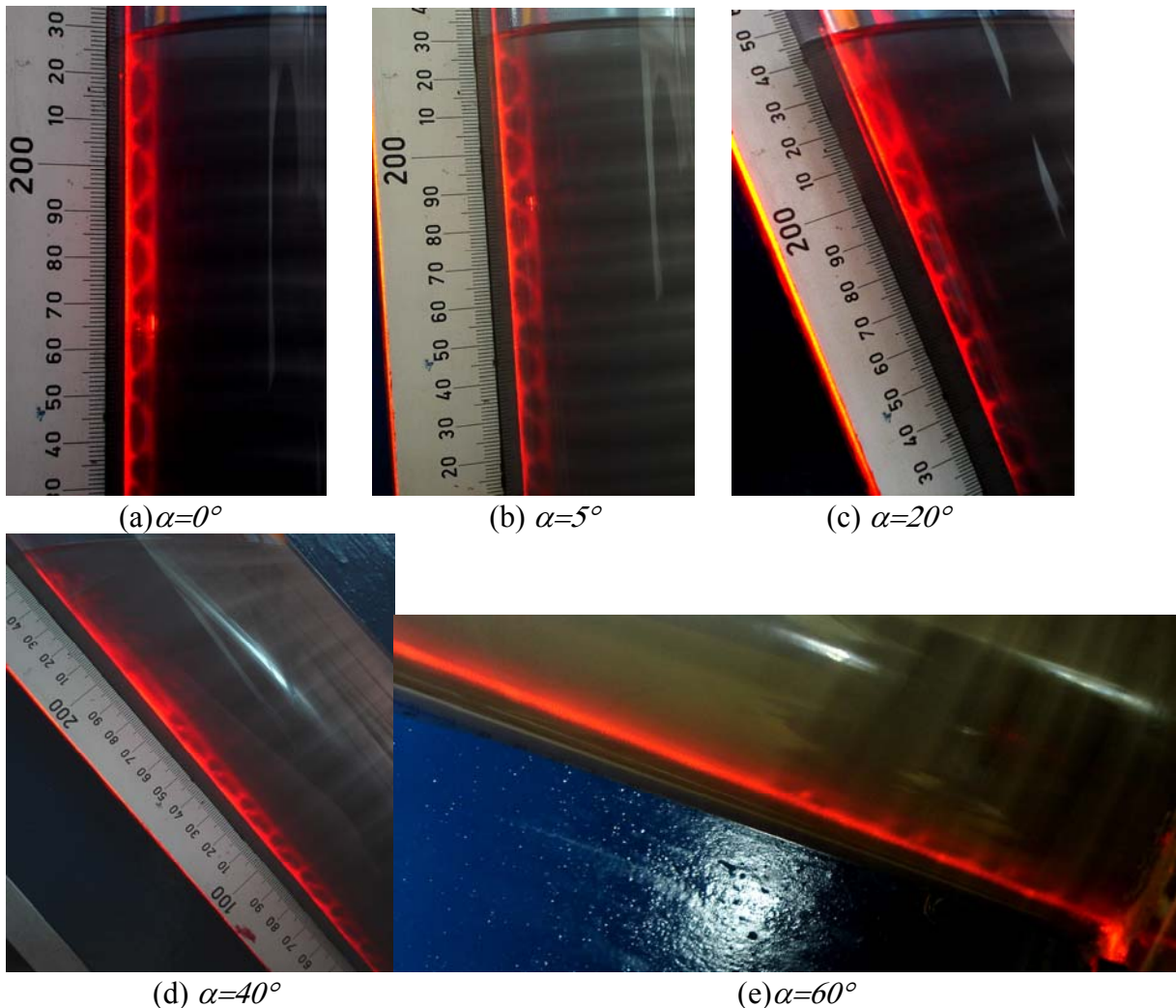


**Figure 4-13** : Effet de l'inclinaison sur les ondes de Taylor (visualisation par laser)

## 2. Etude de la deuxième instabilité :

A  $\alpha=0^\circ$ , en augmentant la vitesse de rotation du cylindre intérieur  $\Omega_i$  jusqu'à l'établissement des ondes d'ondes azimutales qui s'établit à une valeur du nombre de Taylor  $Ta=Tc_2=87$  et l'on fait varier l'angle d'inclinaison du système d'écoulement en suivant l'évolution structurelle de l'écoulement.

- Pour des angles d'inclinaison petits ( $\alpha < 30^\circ$ ) la forme des cellules se maintient mais les cellules proches de la surface libre ont tendance à s'élargir (figure 4-14. b et c).
- Pour  $\alpha=35^\circ$ , les oscillations des ondes azimutales ont tendance à disparaître et l'écoulement dégénère vers le régime d'onde axiale.
- Pour  $\alpha=\alpha_{CL}=40^\circ$  (*angle de double couche limite*), on voit apparaître l'existence de la double couche limite : l'une est tangentielle est due à la force centrifuge et, l'autre axiale, est due à la force de gravité (figure 4.13.d, e).
- A  $\alpha=60^\circ$ , la relaminarisation prend une importance considérable puisque elle s'étend axialement au 2/3 de l'écoulement.



**Figure 4-13** : Effet de l'inclinaison sur les ondes azimutales (visualisation par laser)



## V- ETUDE DES CONDITIONS D'APPARITION DE L'INSTABILITE DE TAYLOR–DEAN DANS LE SYSTEME D'ÉCOULEMENT EN POSITION INCLINEE.

L'étude classique de l'instabilité de Taylor–Dean dans le système réalisé à  $\alpha=90^\circ$  a été intensivement analysée théoriquement et expérimentalement par **I. Mutabzi et al** [71], [72] etc...Par contre, on ne sait pas grande chose sur le taux de remplissage et les effets d'inclinaison sur ce type d'instabilité.

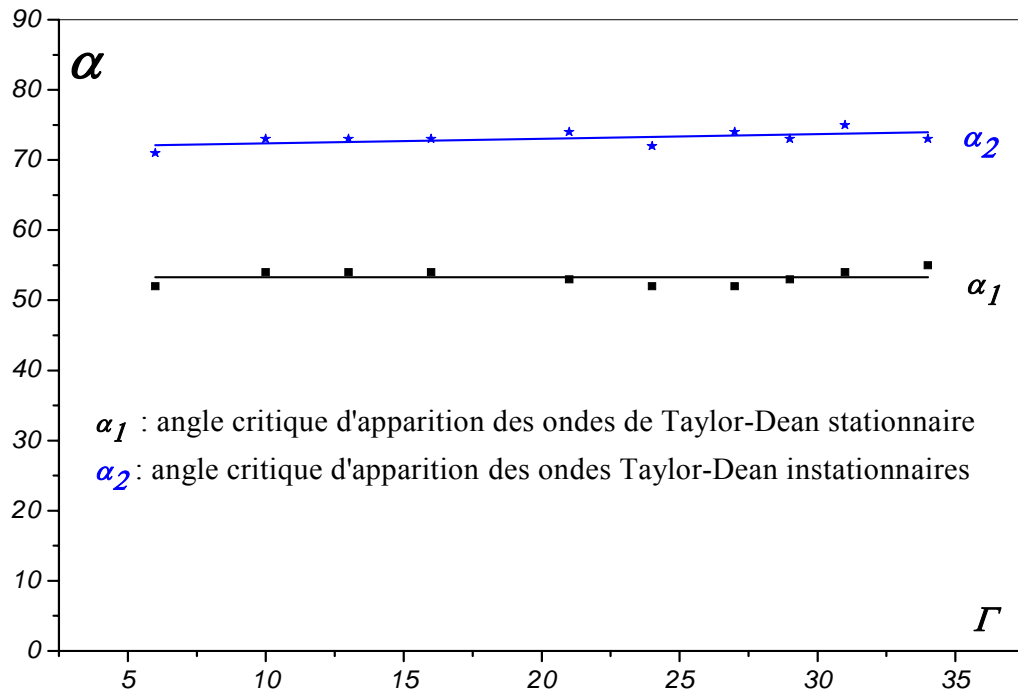
### V-1. Détermination des angles critiques d'apparition :

Pour une hauteur donnée ou  $\Gamma$  fixé, on se propose d'examiner des conditions d'apparition de l'instabilité de Taylor–Dean en mesurant  $T_{Dc}$  et les angles critiques  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  correspondant respectivement aux ondes stationnaire et instationnaire que l'on observe dans le système d'écoulement. On récapitule les résultats obtenus dans le tableau suivant :

<i>Facteur d'aspect <math>\Gamma</math></i>	<i>Nombre de Taylor Critique <math>T_{Dc}</math> d'apparition des ondes de Taylor –Dean</i>	<i>Angle Critique <math>\alpha_1</math> d'apparition des ondes stationnaires de Taylor–Dean</i>	<i>Angle Critique <math>\alpha_2</math> d'apparition des ondes de instationnaires de Taylor–Dean</i>
34	194,4	55	73
31	212,1	54	74
29	207,0	53	73
27	206,7	52	74
24	202,0	52	74
21	201,4	53	75
16	217,3	54	73
13	211,9	54	75
10	247,4	54	73
06	218,6	52	71

**Tableau 4-2:** Angles critiques et le nombre de Taylor correspondant à l'apparition des ondes de type Taylor–Dean stationnaires et instationnaires

D'après ce Tableau, on tire la conclusion que les angles d'apparition  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  liées respectivement aux ondes de Taylor–Dean stationnaires et instationnaires sont constantes et donc, ne sont pas influencées par les limitations axiales de l'écoulement. Par conséquent,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont indépendantes de  $\Gamma$ . (Voir figure 4-14)



**Figure 4-14** : Evolution des angles critiques  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  correspondant à l'apparition des ondes de Taylor – Dean stationnaire et instationnaire en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma$  pour  $T_{Dc}$  indiqué sur le tableau

## V-2. Observations :

Dans le système Taylor – Couette incliné on enregistre les phénomènes suivants :

### V-2.1 Etude des faibles inclinaisons :

Pour une inclinaison donnée,  $\alpha=58^\circ$  on fixe le facteur d'aspect  $\Gamma=27$  on se donne la vitesse de rotation du cylindre intérieur  $\Omega_1=62,9 \text{ tr/mn}$  qui correspond à  $Ta=207$ . Ayant adopté les caractéristiques précédentes, on fait les observations suivantes :

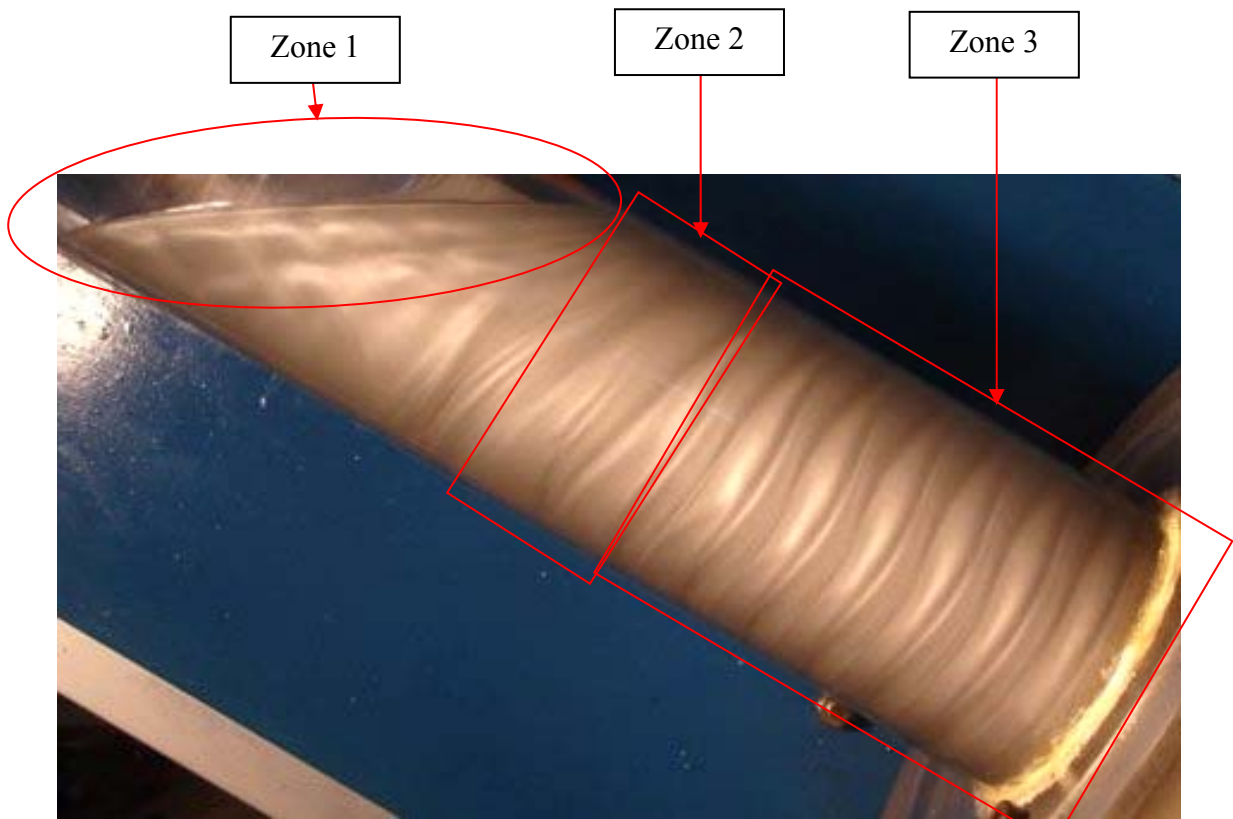
On constate l'existence de trois zones d'écoulement distinctes :

1°/ La zone qui se situe à la surface libre qui correspond à un écoulement perturbé de type Taylor–Dean stationnaire.

2°/ Juste en dessous, il existe une zone perturbée analogue mais moins bien structurée. Cette zone d'écoulement perturbé comprend un mouvement descendant instationnaire provenant de l'écoulement Taylor–Dean et, un autre, mouvement ascendant de nature instationnaire provenant du wa

vy mode

3°/ La 3<sup>ème</sup> zone de mouvement qui va jusqu'au fond du système d'écoulement correspond au régime d'onde azimutale ou wavy mode qui occupe la plus grande partie du système d'écoulement (Figure 4-15)



**Figure 4-15** : Apparition des ondes de Taylor–Dean stationnaires ( $\Omega_l > 0$ ) pour  $\Gamma=27$  à  $\alpha=58^\circ$  et  $Ta=206,7$  (vue de face)

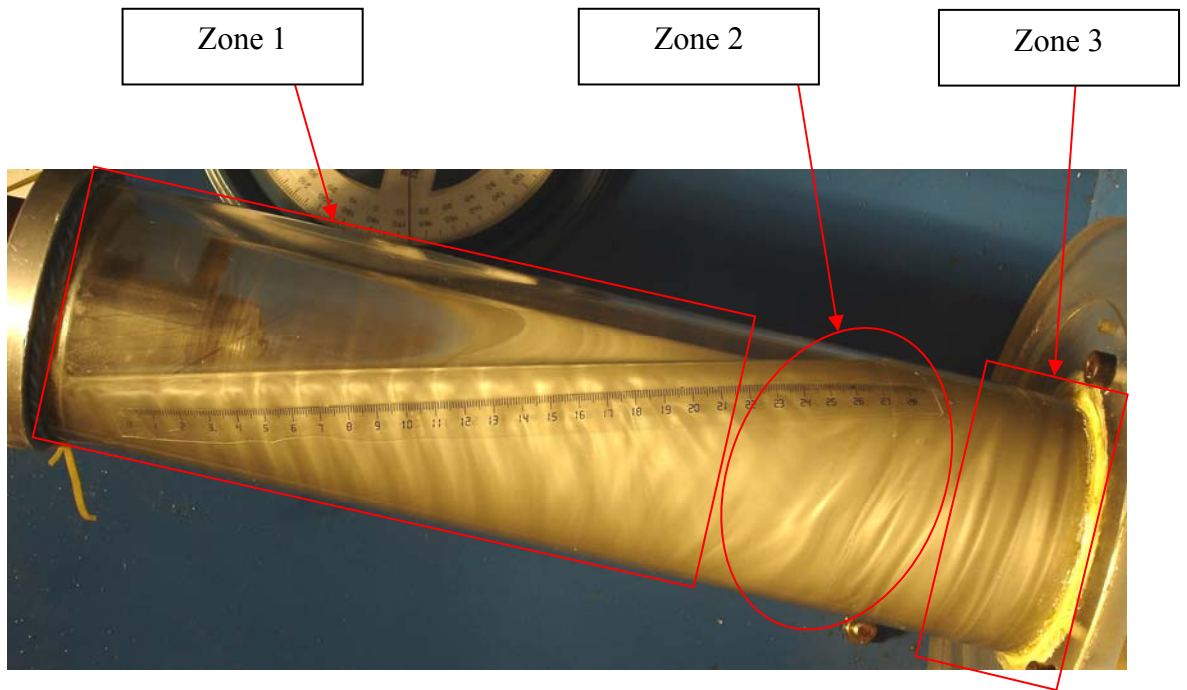
## V-2. 2 Etude des grandes inclinaisons :

Dans une seconde étape, on a cherché à étendre les essais pour  $\alpha > 58^\circ$ . Pour la même hauteur et le même nombre de Taylor avec un angle d'inclinaison correspondant à  $\alpha=75^\circ$ , on observe que la configuration de l'écoulement est dominée par les ondes de type Taylor–Dean instationnaire et l'on distingue, aussi, trois zones d'écoulement comme le cas précédent.

1°/ La première zone occupe une grande partie du système d'écoulement. Elle se situe à la surface libre et caractérisée par un écoulement perturbé de type Taylor–Dean instationnaire.

2°/ Dans la deuxième zone de mouvement, on enregistre les mêmes observation que le cas précédent.

3°/ La 3<sup>ème</sup> zone de mouvement occupe une partie très courte du système d'écoulement. Elle se situe au fond du système d'écoulement correspond au wavy mode très faible. (Figure 4-17)



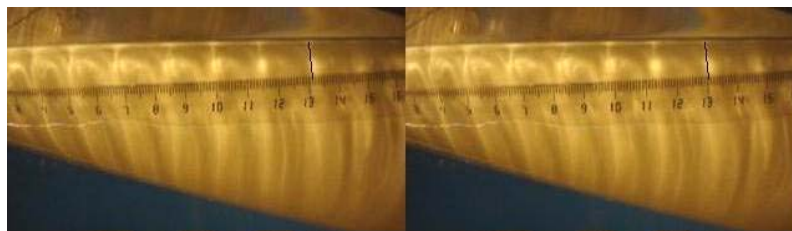
**Figure 4-16 :** Régime d'ondes de Taylor–Dean instationnaire établi à  $\alpha=75^\circ$  ( $\Omega_1 > 0$ ) (vue de face)

### V-2. 2 Mesure de la vitesse de propagation des ondes $V_{TD}$

Pour cette position, on détermine la vitesse de propagation des ondes de Taylor – Dean adimensionnée par la vitesse du cylindre intérieur  $\frac{V_{TD}}{V_1}$  en utilisant les techniques de mesure suivantes :

#### a. Mesure en « statique » :

Cette technique est caractérisée par une prise de photos en rafale des ondes propagatrices de Taylor Dean. L'intervalle de temps entre deux photos successives est fixé à  $\Delta t=1/7,5s$ . Au cours de cinq photos successives, l'onde s'est déplacée d'une distance de  $\Delta l=5mm$  et on lit directement sa valeur sur une règle graduée solidaire du dispositif expérimental. On évalue  $V_{TD}= 0,937cm/s$  de sorte que le rapport  $V_{TD}/V_1=0,037$ , avec  $V_1=R_1\Omega_1= 25cm/s$ .



**Figure 4-17:** Deux positions de l'onde propagatrice sur un intervalle de temps  $\Delta t=1/7.5 s$

b. Mesure en « dynamique » :

On a utilisé le système de visualisation fonctionnant en circuit vidéo à partir d'une camera Sony rapide de Type Cyber-Chot DCS-P100 de résolution de 5 méga pixels. Préalablement, on fixe une règle graduée solidaire du dispositif de mesure dans le champ photographique correspondant à la propagation du système d'onde de Taylor-Dean. On s'impose alors un défilement d'images pour une durée  $\Delta t = 1s$  et l'on mesure, après coup, le déplacement de l'onde telle que l'on trouve  $V_{TD} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{9mm}{1s} = 9mm/s$ . L'évaluation du rapport  $V_{TD}/V_1$  donne  $V_{TD}/V_1 = 0.036$  confirme la mesure précédente.

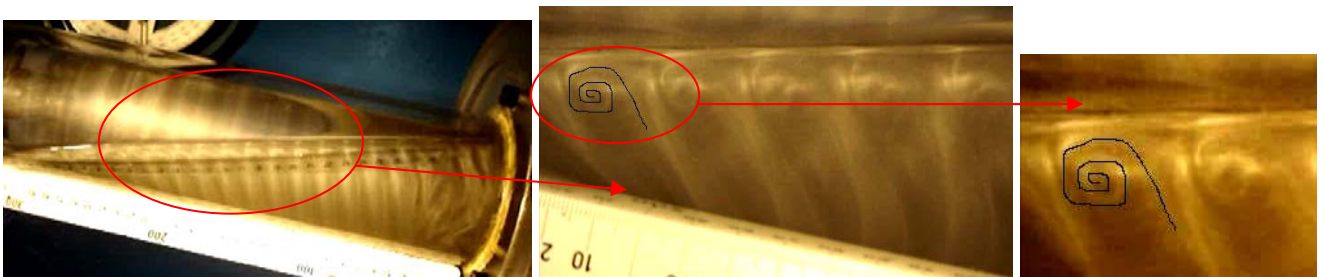
Dans le cas où  $\Gamma=16$ ,  $Ta=217$  et  $\alpha=75^\circ$ , on trouve également  $V_{TD}/V_1=0,033$ . Dès lors, on réalise une étude plus détaillée sur la structure de l'écoulement (la forme des ondes en différentes positions de visualisation.....).

**Remarque :** il est intéressant de noter que la vitesse de propagation des ondes associées à l'instabilité de Taylor-Dean en valeur adimensionnelle  $V_{TD}/V_1$  apparaît d'un ordre de grandeur dix fois plus petit que celle mesurée pour les ondes circonférentielles  $\omega/\Omega_1$  dans le dispositif classique de Taylor - Couette.

## VI-NOUVEAUX PHENOMENES ENREGISTRES DANS LE SYSTEME DE TAYLOR-COUPETTE INCLINE :

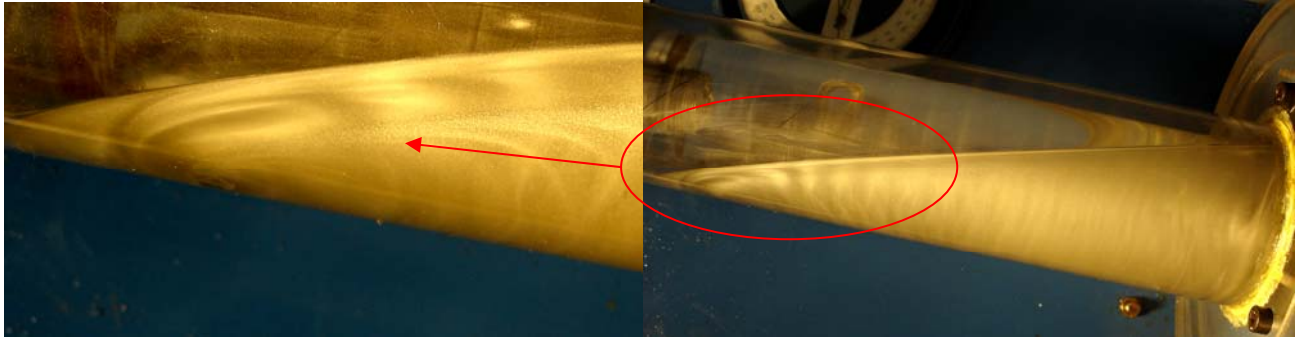
### 1. Rouleaux d'ondes de Taylor-Dean et l'Oeil de poisson

On observe selon les positions de visualisation des vues de face, d'arrière et notamment vue de dessous, un phénomène dynamique polymorphe. Il s'agit d'un phénomène remarquable d'instabilité qui se présente sous différentes formes. Ainsi, pour  $\Gamma=16$ ,  $Ta=217$  et  $\alpha=75^\circ$  on observe une topologie dynamique très riche qui est fonction de la position de visualisation : vues de face, derrière, dessus et de dessous pour des caractéristiques fixées.

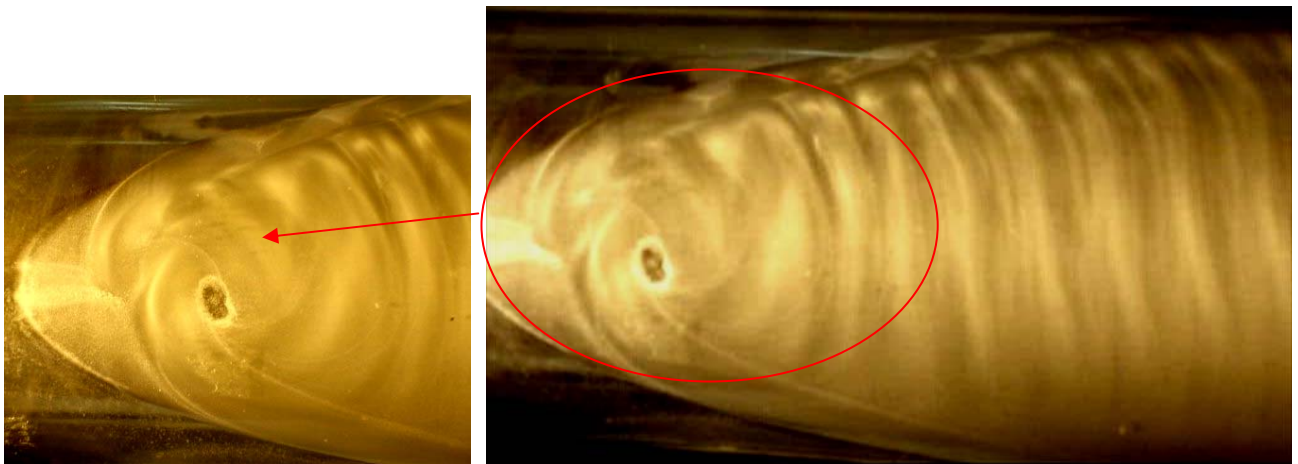


**Figure 4-18 :** Vue de face ( $\Omega_1 > 0$ ) onde de type Taylor – Dean inclinées instationnaire en wavy mode (train d'ondes) et mouvement rotatif des crêtes d'ondes





a) Vue d'arrière montre des lignes du courant



b) Vue de dessous ( $\Omega_1 > 0$ ) (apparition d'une instabilité baroclinique qui a un ressemblance à l'œil de poisson).

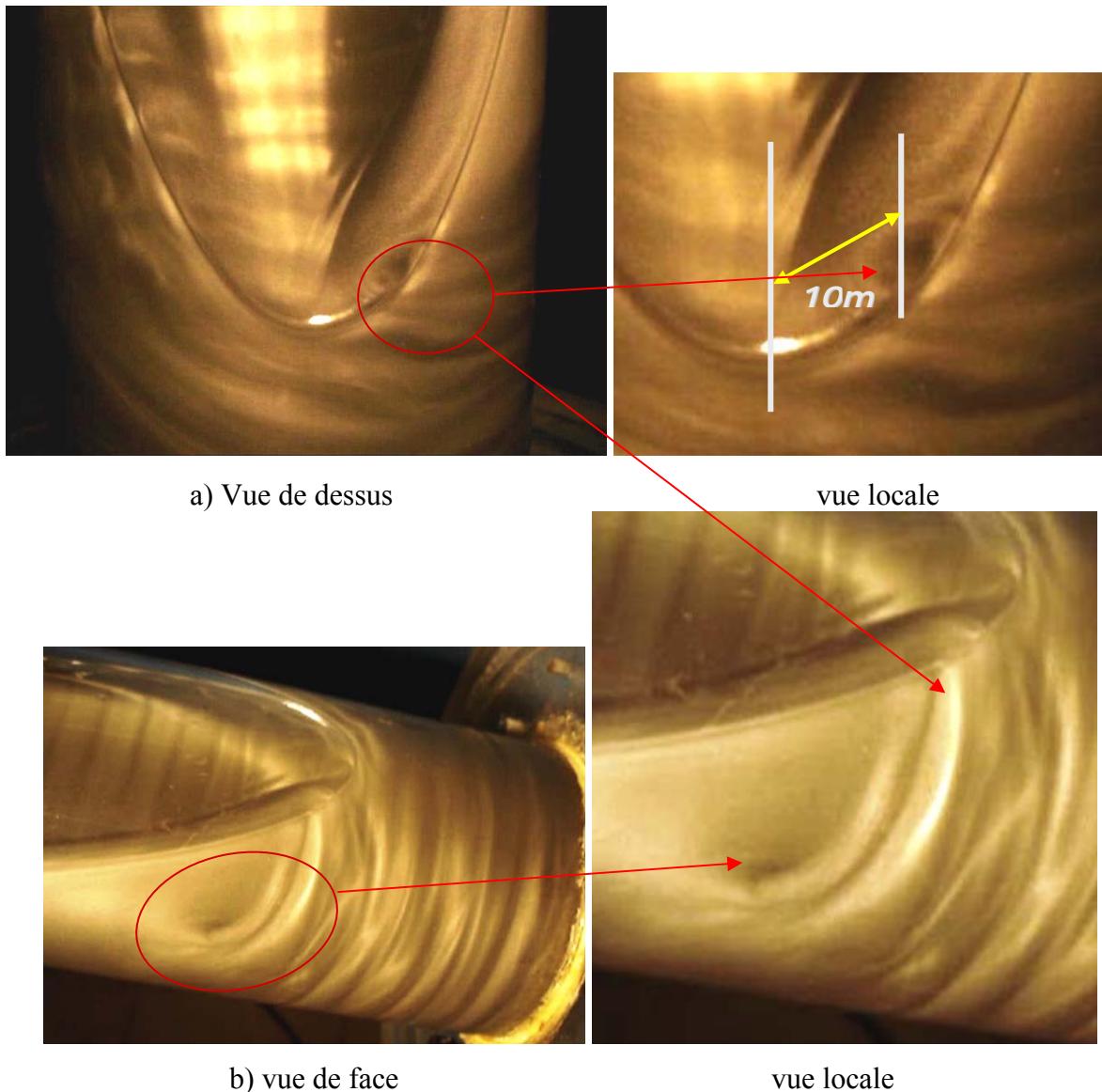


c) Vue de dessous avec  $\Omega_1 < 0$

**Figure 4-19** : Instabilité de l'œil de poisson

## 2. Instabilité baroclinique :

Pour une inclinaison  $\alpha=75^\circ$ ,  $\Gamma=27$ ,  $Ta=207$  et en vue d'arrière et vue de dessus, on observe un phénomène nouveau très intéressant comme le montre la figure 4.20. Il s'agit d'une instabilité baroclinique qui est caractérisée par la formation de deux zones de dépressions tourbillonnaires localisées aux niveaux de la surface libre (au sein de l'espace annulaire à 10 mm près du point minimal de la colonne fluide (surface libre) Figure 4.20-a et l'autre au sein de l'écoulement proche de la surface libre (28 mm). (Figure 4.20- b)



**Figure 4.20** : Instabilité baroclinique dans le système Taylor couette incliné

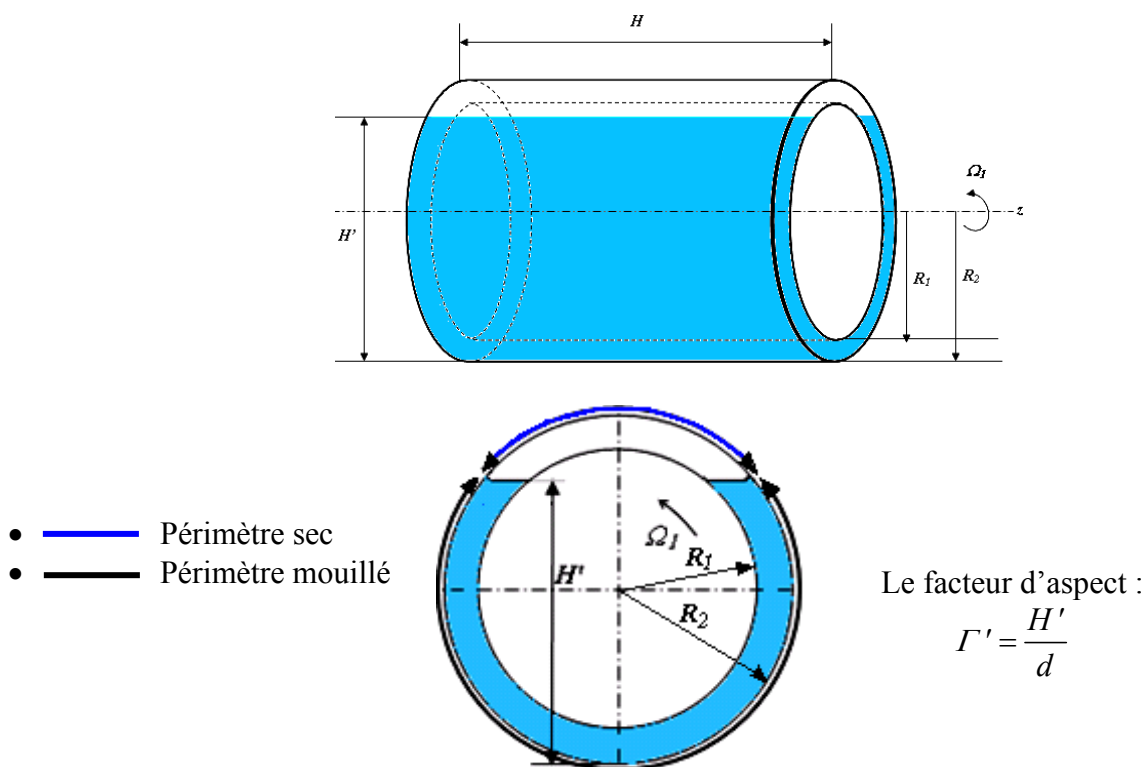
## VII- ETUDE DE L'ÉCOULEMENT DE TAYLOR-DEAN A DIFFÉRENTES HAUTEURS



L'instabilité de type Taylor–Dean se produit dans un espace annulaire cylindrique partiellement rempli de fluide en position horizontale. Au stade actuel, de nombreux travaux aux plans théorique et expérimental [71], [72], etc... ont été réalisés afin d'analyser une telle instabilité en position horizontale et une hauteur fixée mais sans aborder, à notre connaissance, sa mise en évidence dans le cas où la hauteur du fluide  $H'$  ou le facteur d'aspect  $\Gamma' = \frac{H'}{d}$  est variable. Rappelons que cette configuration peut le simuler le cas d'un palier hydrodynamique en situation de fuite de fluide. Figure 4.21.

Dans le cas qui nous occupe on s'intéresse à la caractérisation de l'instabilité de Taylor – Dean soumise à l'influence des effets de limitation radiale du mouvement en régime de transition laminaire – turbulent.

A l'aide d'une technique photométrique appropriée (réflexion optique) et d'un logiciel de traitement d'images, on explore la structure de l'écoulement et l'on détermine les nombres de Taylor critiques  $T_{Dc_1}$  et  $T_{Dc_2}$  associés en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma'$  induit par les effets de la surface libre.



**Figure 4-21** : Système d'écoulement de type Taylor–Dean (deux cylindres coaxiaux en position horizontale et partiellement remplis)

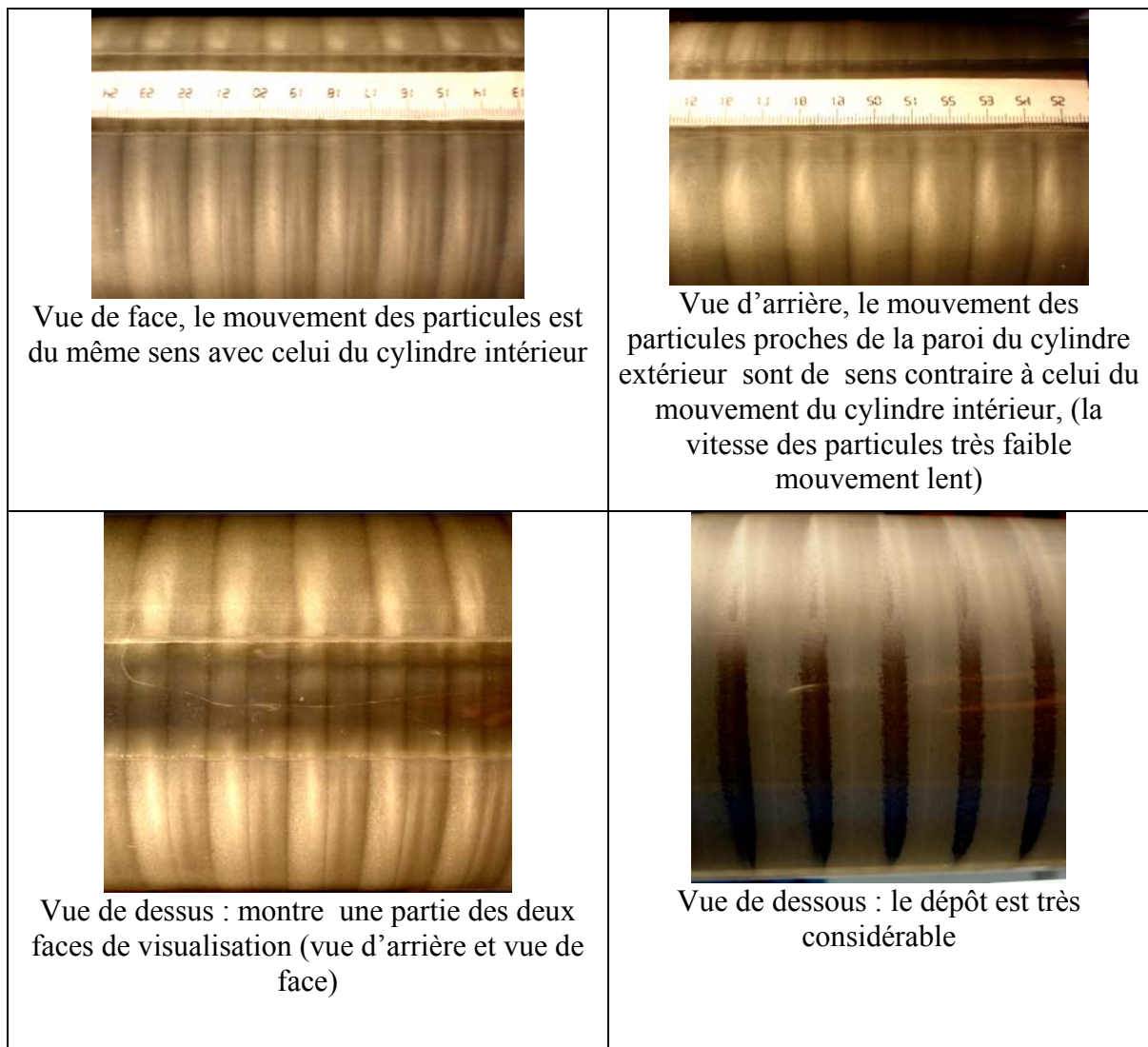
**Résultats :**

- Pour les hauteurs proches de la hauteur maximale  $\Gamma' \approx \Gamma'_{max}$  : les ondes ressemblent à celles de Taylor avec une légère modification ( $Tc_1$  modifié ; pour  $\Gamma' = 10,22$   $Tc_1=56$  et  $\Gamma' = 9$   $Tc_1=78$ ).

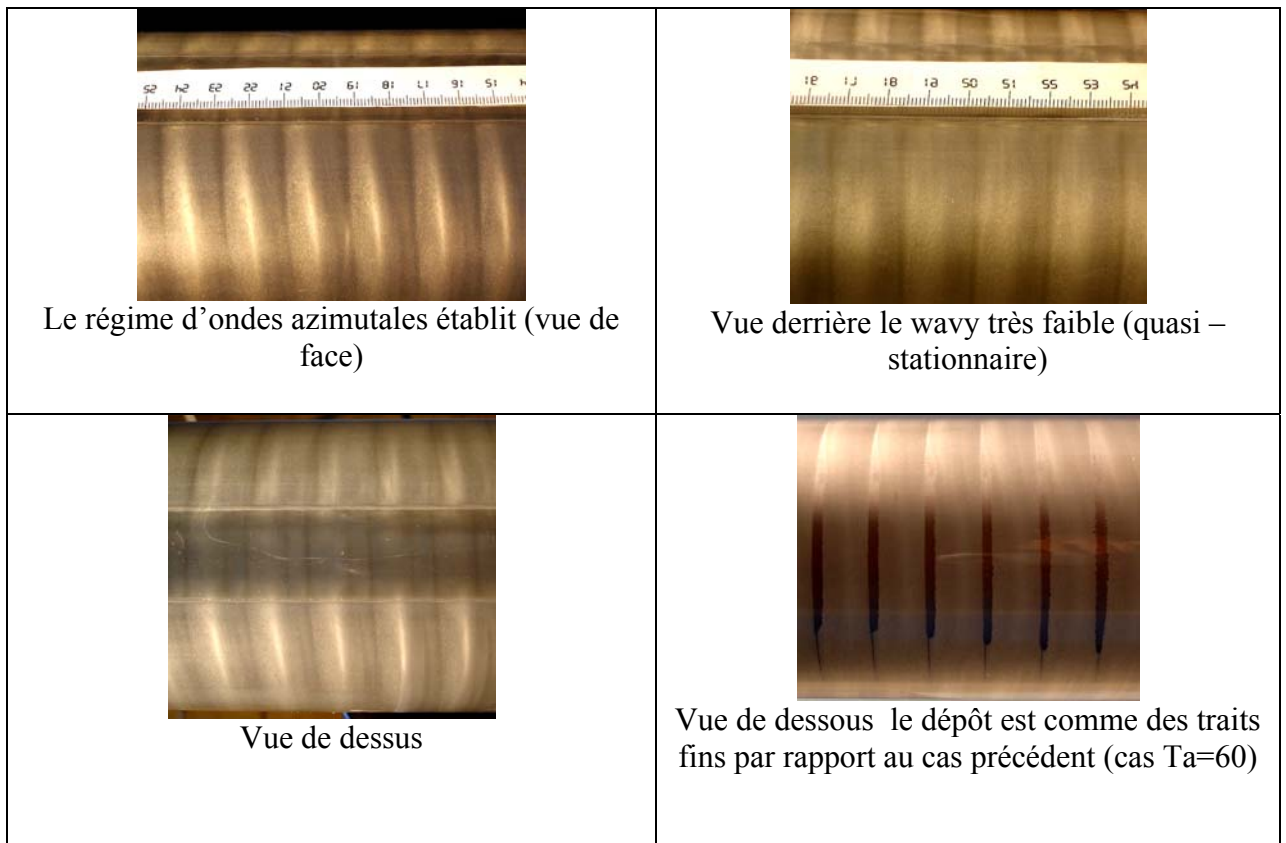
- La hauteur critique d'apparition des ondes de Taylor–Dean est évaluée à  $\Gamma = \Gamma'_c = \frac{84}{9} = 9,33$ .

- Les lois d'évolution de la première instabilité et la deuxième instabilité correspondant au mode d'ondes de Taylor inclinée et au mode triplet sont représentées sur les Figures 4-25 et 26. En première approximation, les deux lois sont sensiblement linéaires aux incertitudes expérimentales près de 7%.

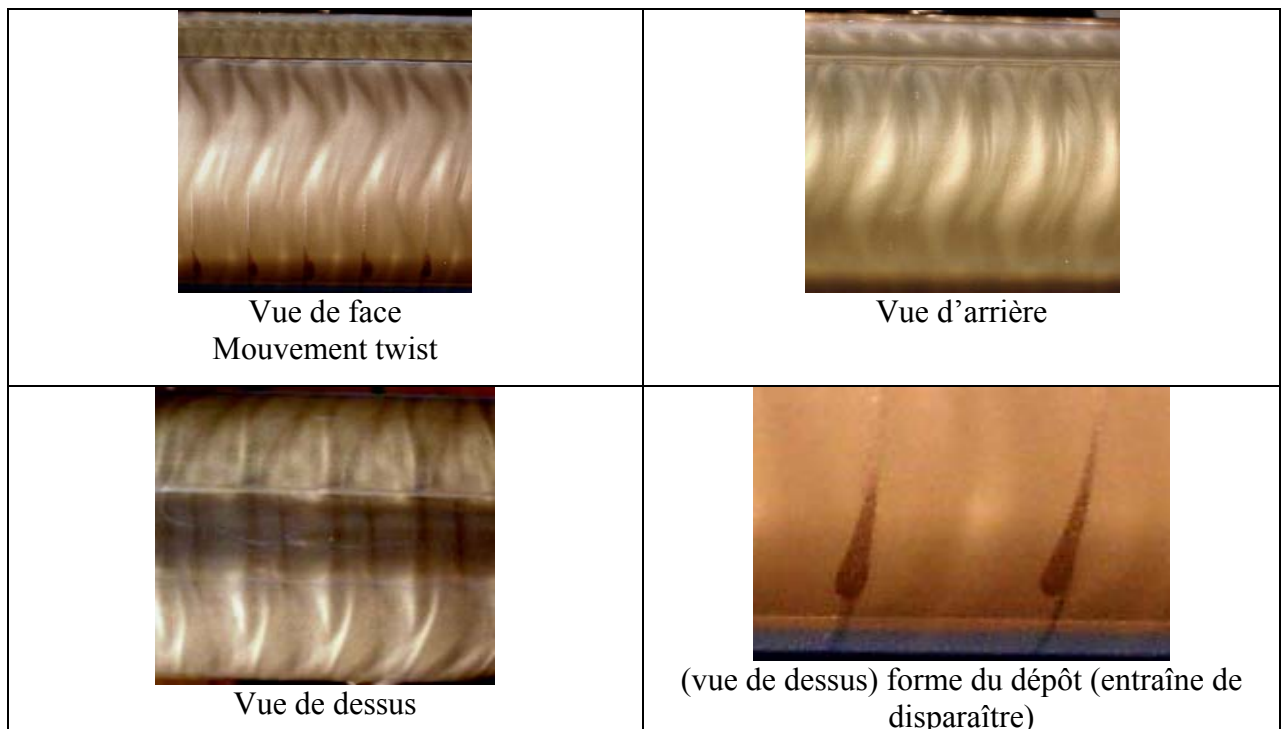
➤ Pour  $H'=92$  : le cylindre intérieur est complètement émerger dans le fluide on obtient les observations suivantes :



**Figure 4-22** : Visualisation de l'écoulement en différente position à  $Ta=60$ (partie centre du cylindre)



**Figure 4-23** : Visualisation de l'écoulement à différentes vues pour  $Ta=160$



**Figure 4. 24** : Visualisation de l'écoulement à différentes vues pour  $Ta=70$

**Remarque** : Pour le reste des hauteurs étudiées voir Annexe N°3 (écoulement de Taylor–Dean)

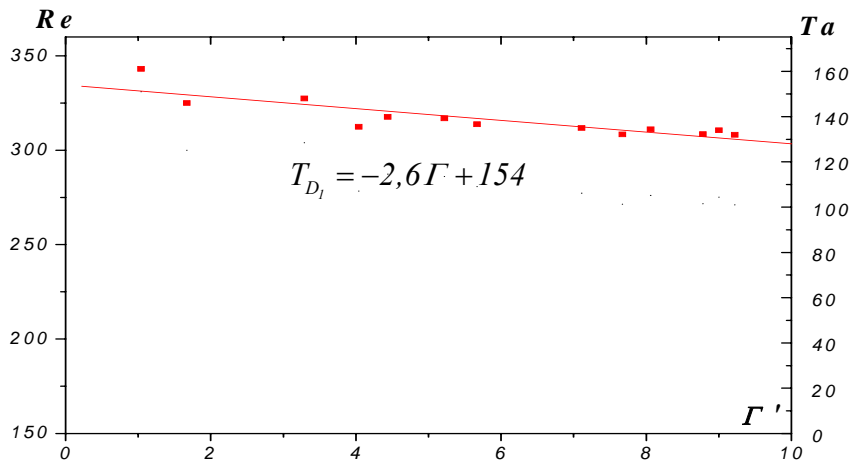


Figure 4- 25 : Evolution de la première instabilité  $T_{Dc1}$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma'$

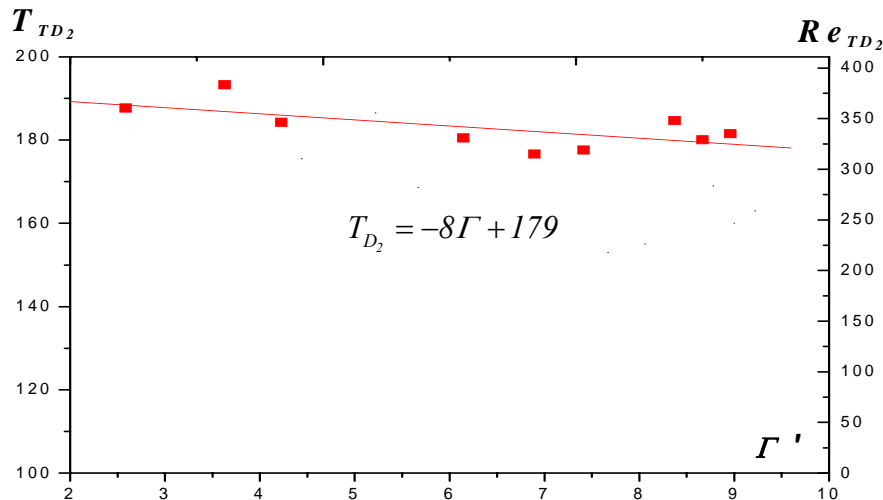


Figure 4-26 : Evolution de la deuxième instabilité  $T_{Dc2}$  en fonction du facteur d'aspect  $\Gamma'$

## VII—CONCLUSION :

L'étude de l'écoulement de Taylor–Couette en différentes positions : position verticale ( $\alpha = \mathcal{O}$ ) en charge et avec surface libre, position angulaire ( $\alpha > \mathcal{O}$ ) en charge et avec surface libre et en position horizontale avec surface libre (écoulement de Taylor–Dean) nous a permis de caractériser et de mettre en lumière les propriétés de ce type de mouvement.

➤ L'effet d'inclinaison semble affecter profondément les propriétés du mouvement avec gauchissement des ondes et relaminarisation de l'écoulement.

➤ L'effet du facteur d'aspect ou taux de remplissage  $\Gamma$  a pour conséquence essentiellement de retarder relativement l'apparition des ondes mais aussi d'accélérer l'apparition du chaos.

➤ L'écoulement de Taylor–Dean est légèrement affecté par l'effet du taux de remplissage  $\Gamma$  telle que la première instabilité : existence d'un train d'ondes instationnaires inclinées. Par contre, la deuxième instabilité (mode triplet) est sensiblement modifiée tel que pour  $\Gamma = \Gamma'_C = 4,44$  celle-ci disparaissent et sont donc plus sensible à l'effet de hauteur.

# *CHAPITRE V*

## **ETUDE DE LA STABILITE DE L'ÉCOULEMENT EN THEORIE LINEAIRE**

### **INTRODUCTION**

On se propose de formuler les équations générales du mouvement du système incliné que l'on représente dans un système de coordonnées appropriées. Par la suite, on établit les équations régissant la stabilité de l'écoulement dans le cadre d'une théorie linéaire.

Ces équations sont valables dans l'approximation du petit espace annulaire et ont pour but de faire la prévision de la stabilité de l'onde de Taylor au voisinage de son apparition. A cet effet, l'utilisation d'une méthode variationnelle telle que la méthode de Galerkin permet de résoudre le problème aux valeurs propres conduisant à établir le diagramme de stabilité liée à l'onde de Taylor au voisinage de l'état critique liée à son apparition.

## I- THEORIE LINEAIRE

Cette théorie permet d'analyser la stabilité des perturbations infinitésimales introduites par superposition dans l'écoulement laminaire de base. La méthode consiste à appliquer d'abord le critère de Rayleigh dans la décomposition de champ hydrodynamique en mouvements moyen et perturbé, tels que :

$$V_r = \bar{V}_\xi + v_\xi, V_\theta = \bar{V}_\theta + v_\theta, V_\zeta = \bar{V}_\zeta + v'_\zeta \text{ et } P = \bar{P} + p \quad (5-1)$$

Où :  $\bar{V} = (\bar{V}_\xi, \bar{V}_\theta, \bar{V}_\zeta)$  représente le champ moyen de vitesse associé au mouvement laminaire de base.

$v = (v_\xi, v_\theta, v_\zeta)$  Représente le champ de vitesse lié au mouvement perturbé

$\bar{P}$  : désigne le champ moyen de pression.

$p$  : désigne le champ perturbé de pression.

L'application de ce critère permet, par la suite, de séparer le système d'équations initial en deux sous-systèmes différents : l'un représentant le mouvement moyen de base et l'autre le mouvement perturbé.

En introduisant les expressions définies en (5-1) dans le système d'équations (3-19), (3-20), (3-21) et (3-22) dans le mémoire de A. **Bellil** [65] on a les relations suivantes.

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial(V_\xi + v_\xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{(\bar{V}_\xi + v_\xi) \cos \alpha + (\bar{V}_\zeta + v_\zeta) \sin \alpha}{\rho_c} + \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v'_\zeta)}{\partial \zeta} = 0 \quad (5.2)$$

- Equation du bilan de la quantité de mouvement :

1. Selon  $\xi$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_\xi} \frac{\partial(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \alpha} + (\bar{V}_\xi + v_\xi) \frac{\partial(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \xi} + \frac{(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\rho_c} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{V}_\xi + v_\xi) - (\bar{V}_\theta + v_\theta) \right) + (\bar{V}_\zeta + v_\zeta) \frac{\partial(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \zeta} = \frac{\partial(\bar{P} + p)}{\partial \xi} + \\ & \frac{1}{R_\xi} \left\{ \frac{\partial^2(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha \partial(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\rho_c \partial \xi} - \frac{(\bar{V}_\xi + v_\xi)^2}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \theta^2} - \frac{2}{\rho_c^2} \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha \partial(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\rho_c \partial \zeta} + \frac{\partial^2(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \zeta^2} \right\} + \frac{1}{F_r} \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.3)$$

2. Selon  $\theta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_e} \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial t} + (\bar{V}_\xi + v_\xi) \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \xi} + \frac{(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\rho_c} \left[ \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \theta} + (\bar{V}_\xi + v_\xi) \right] + (\bar{V}_\zeta + v_\zeta) \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \zeta} + \\ & = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial(\bar{P} + p)}{\partial \theta} + \frac{1}{R_e} \left\{ \frac{\partial^2(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial^2(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\rho_c^2} \frac{\partial(\bar{V}_\xi + v_\xi)}{\partial \theta} \right. \\ & \left. \frac{(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\rho_c^2} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\partial \zeta^2} \right\} \end{aligned} \quad (5.4)$$

3. Selon  $\zeta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_e} \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial t} + (\bar{V}_\xi + v_\xi) \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \xi} + \frac{(\bar{V}_\theta + v_\theta)}{\rho_c} \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \theta} + (\bar{V}_\zeta + v_\zeta) \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \zeta} = -\frac{\partial(\bar{P} + p)}{\partial \zeta} + \\ & \frac{1}{R_e} \left\{ \frac{\partial^2(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2(\bar{V}_\zeta + v_\zeta)}{\partial \zeta^2} \right\} - \frac{1}{F_r} \cos \alpha \end{aligned} \quad (5.5)$$

A partir de l'ensemble de ce système d'équations on sépare le champ moyen du champ perturbé, on obtient :

1°) Equation du champ moyen :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{\bar{V}_\xi \cos \alpha + \bar{V}_\zeta \sin \alpha}{\rho_c} = 0 \quad (5.6)$$

Equations de Navier – Stokes :

Suivant la composante  $\xi$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_e} \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \xi} + \frac{\bar{V}_\theta}{\rho_c} \left( \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \theta} - \bar{V}_\theta \right) + \bar{V}_\zeta \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \zeta} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi} + \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 \bar{V}_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \xi} - \frac{\bar{V}_\xi}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_\xi}{\partial \theta^2} - \right. \\ & \left. \frac{2}{\rho_c^2} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 \bar{V}_\xi}{\partial \zeta^2} \right] + \frac{1}{Fr} \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.7)$$

Suivant la composante  $\theta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_e} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \xi} + \frac{\bar{V}_\theta}{\rho_c} \left( \bar{V}_\xi + \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} \right) + \bar{V}_\zeta \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} + \\ & \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \xi} - \frac{\bar{V}_\theta}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\rho_c^2} \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$



Suivant la composante  $\zeta$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \xi} + \bar{V}_\theta \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \theta} + \bar{V}_\zeta \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \zeta} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \zeta} + \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 \bar{V}_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_\xi}{\partial \theta^2} \right. \\ \left. + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 \bar{V}_\zeta}{\partial \zeta^2} \right] - \frac{1}{Fr} \cos \alpha \end{aligned} \quad (5-9)$$

• Les conditions aux limites associées sont:

$$\xi = 0 \quad \bar{V}_\xi = \bar{V}_\zeta = 0, \quad \bar{V}_\theta = 1$$

$$\xi = 1 \quad \bar{V}_\xi = \bar{V}_\theta = \bar{V}_\zeta = 0$$

$$\zeta = 0 \quad \bar{V}_\xi = \bar{V}_\theta = \bar{V}_\zeta = 0$$

$$\zeta = H/d \quad \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \zeta^2} = 0$$

Le champ moyen a été étudié, en détail, par A. *Bellil* [67] on se limite à présenter les résultats essentiels :

Dans ce cas, on établit directement le système d'équations régissant le champ perturbé en régime de transition laminaire-turbulent traduisant l'évolution du mouvement se conduire liée à l'onde de Taylor ou Vortex de Taylor.

## 2°) Champ perturbé :

• Equation de continuité :

$$\frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{v_\xi \cos \alpha + v_\zeta \sin \alpha}{\rho_c} = 0 \quad (5-10)$$

• Equations de Navier –Stokes :

$\xi$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial v_\xi}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \left( \bar{V}_\theta \frac{\partial v_\xi}{\partial \theta} + v_\theta \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \theta} + v_\theta \frac{\partial v_\xi}{\partial \theta} - v_\theta \bar{V}_\theta - v_\theta^2 \right) + \\ \bar{V}_\zeta \frac{\partial v_\xi}{\partial \zeta} + v_\zeta \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \zeta} + v_\zeta \frac{\partial v_\xi}{\partial \zeta} = -\frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} - \frac{v_\xi}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \theta^2} - \right. \\ \left. \frac{2}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\xi}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5-11)$$

$\theta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_e} \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\theta}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial v_\theta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho} \left( v_\xi \bar{V}_\theta + v_\theta \bar{V}_\xi + v_\theta v_\xi + v_\theta \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \bar{V}_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + \\ & \bar{V}_\zeta \frac{\partial v_\theta}{\partial \xi} + v_\zeta \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \zeta} + v_\zeta \frac{\partial v_\theta}{\partial \zeta} = - \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \xi} \frac{v_\theta}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \right. \\ & \left. \frac{2}{\rho_c^2} \frac{\partial v_\xi}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5-12)$$

$\zeta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_e} \frac{\partial v_\zeta}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\zeta}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial v_\zeta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \left( \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\zeta}{\partial \theta} + v_\theta \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \theta} + v_\theta \frac{\partial v_\zeta}{\partial \theta} \right) + \bar{V}_\zeta \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} + \\ & v_\zeta \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \zeta} + v_\zeta \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} = - \frac{\partial p}{\partial \zeta} + \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 v_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\zeta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 v_\zeta}{\partial \theta^2} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 v_\zeta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5-13)$$

- Conditions aux limites :

$$u = v = Du = 0 \quad \text{en} \quad \xi = 0 \quad \text{et} \quad \xi = 1$$

Etant donné le caractère tridimensionnel du champ perturbé et tenant compte que l'on se place dans l'approximation du petit espace annulaire (small gap configuration)  $\delta \ll 1$  qui est proche de nos conditions expérimentales  $\delta = 0,10$ , il est nécessaire de faire quelques hypothèses supplémentaires en vue de simplifier le problème.

## II- ETUDE DU CHAMP PERTURBE AU VOISINAGE DE LA PREMIERE INSTABILITE

### 1) Hypothèses de travail

- Le champ moyen est caractérisé par les trois composantes suivantes :

$$\bar{V} = (\bar{V}_\xi, \bar{V}_\theta, \bar{V}_\zeta)$$

$$\text{Tel que : } \bar{V}_\xi = \bar{V}_\xi(\xi) \quad , \quad \bar{V}_\theta = \bar{V}_\theta(\xi) \quad , \quad \bar{V}_\zeta = \bar{V}_\zeta(\xi, \theta)$$

Auquel on associe le champ de pression moyenne  $\bar{P} = \bar{P}(\xi, \theta)$ .

- Le champ perturbé caractérisé par le mouvement secondaire  $v_\xi, v_\theta$  et  $v_\zeta$  et la fluctuation de pression  $p$ .

L'hypothèse linéaire consiste à faire l'approximation qui suppose que la perturbation est très faible devant le mouvement moyen :

$$v_\xi \ll \bar{V}_\xi \quad v_\theta \ll \bar{V}_\theta \quad v_\zeta \ll \bar{V}_\zeta \quad \text{et} \quad p \ll \bar{P}$$

Donc, tous les termes quadratiques des vitesses  $v_\xi, v_\theta$  et  $v_\zeta$  sont négligeables devant le mouvement principal ( $\bar{V}$  et  $\bar{P}$ ).

En procédant ainsi dans le système d'équations établi plus haut, on obtient:

Equation de continuité :

$$\frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{v_\xi \cos \alpha + v_\zeta \sin \alpha}{\rho_c} = 0 \quad (5-14)$$

Equations de Navier –Stockes :

•  $\xi$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial v_\xi}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial \bar{V}_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \left( \bar{V}_\theta \frac{\partial v_\xi}{\partial \theta} + v_\theta \bar{V}_\theta \right) + \bar{V}_\zeta \frac{\partial v_\xi}{\partial \zeta} + = -\frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{R_e} \\ \left[ \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \frac{v_\xi}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\xi}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5-15)$$

•  $\theta$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\theta}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \left( v_\xi \bar{V}_\theta + v_\theta \bar{V}_\xi + \bar{V}_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + \bar{V}_\zeta \frac{\partial v_\theta}{\partial \zeta} + = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{R_e} \\ \left[ \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \xi} + \frac{v_\theta}{\rho_c^2} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\rho_c^2} \frac{\partial v_\xi}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\theta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5-16)$$

•  $\zeta$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial v_\zeta}{\partial t} + \bar{V}_\xi \frac{\partial v_\zeta}{\partial \xi} + v_\xi \frac{\partial \bar{V}_\zeta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c} \bar{V}_\theta \frac{\partial v_\zeta}{\partial \theta} + \bar{V}_\zeta \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} = -\frac{\partial p}{\partial \zeta} + \frac{1}{R_e} \\ \left[ \frac{\partial^2 v_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\zeta}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_c^2} \frac{\partial^2 v_\zeta}{\partial \theta^2} + \frac{\sin \alpha}{\rho_c} \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 v_\zeta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (5-17)$$

Les observations expérimentales ont révélé que la structure des ondes de Taylor dans le système incliné ne présente pas un empilement homogène des vortex ou cellules comme dans le cas d'un système vertical. On a remarqué, au fur et à mesure, que l'angle d'inclinaison  $\alpha$  augmente plusieurs dynamiques apparaissent simultanément au sein de

l'écoulement. Ainsi dans la plage angulaire :  $15^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$  on distingue trois zones de mouvements différents (voir figure 5-2):

-La zone (1) de l'écoulement proche de la surface libre qui est considérée comme un mouvement laminaire dominant puisque aucune perturbation n'existe.

-la zone (2) de l'écoulement en vortex de Taylor incliné, caractérisé par la taille des vortex qui est variable sur une même circonférence. Cette situation est physiquement remarquable en ce sens que l'on a sur un coté une compression des ondes ou vortex et sur le coté opposé une dilatation de ces ondes. Tout ceci se passe à vitesse constante  $\Omega = \Omega_1$  ou  $Ta = cte$ .

- la zone (3) de l'écoulement en vortex de Taylor homogène qui est caractérisée par une taille constante jusqu'au fond du dispositif (mode TVF indéformable).

L'existence de ces dynamiques simultanées rend presque impossible la formulation d'une théorie linéaire valable sur la totalité du système d'écoulement. Pour faciliter son étude, on se place dans la deuxième et la troisième zone d'écoulement, là où les cellules sont identiques à celles observées expérimentalement et ceci dans le but de réaliser leurs prévisions théoriques.

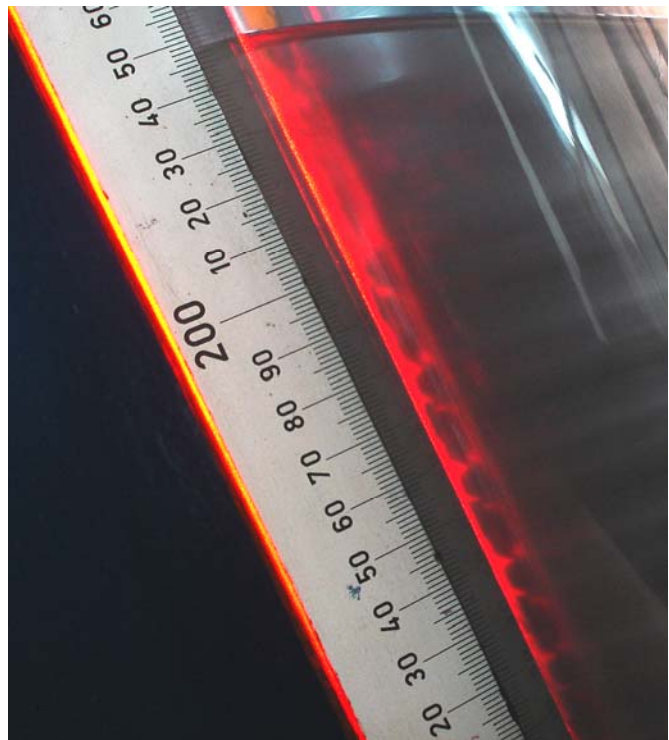
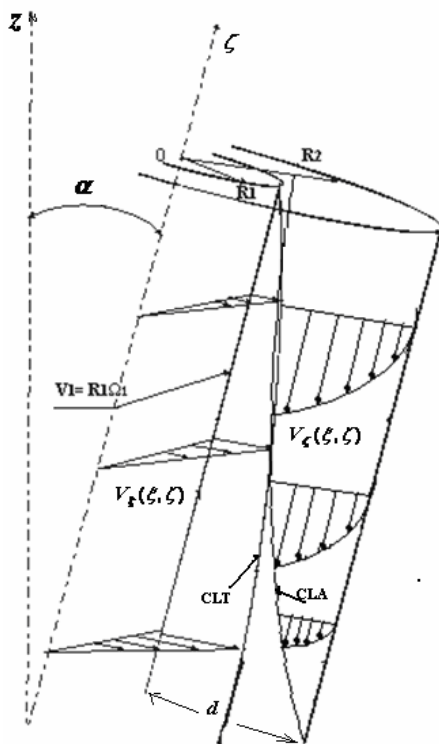
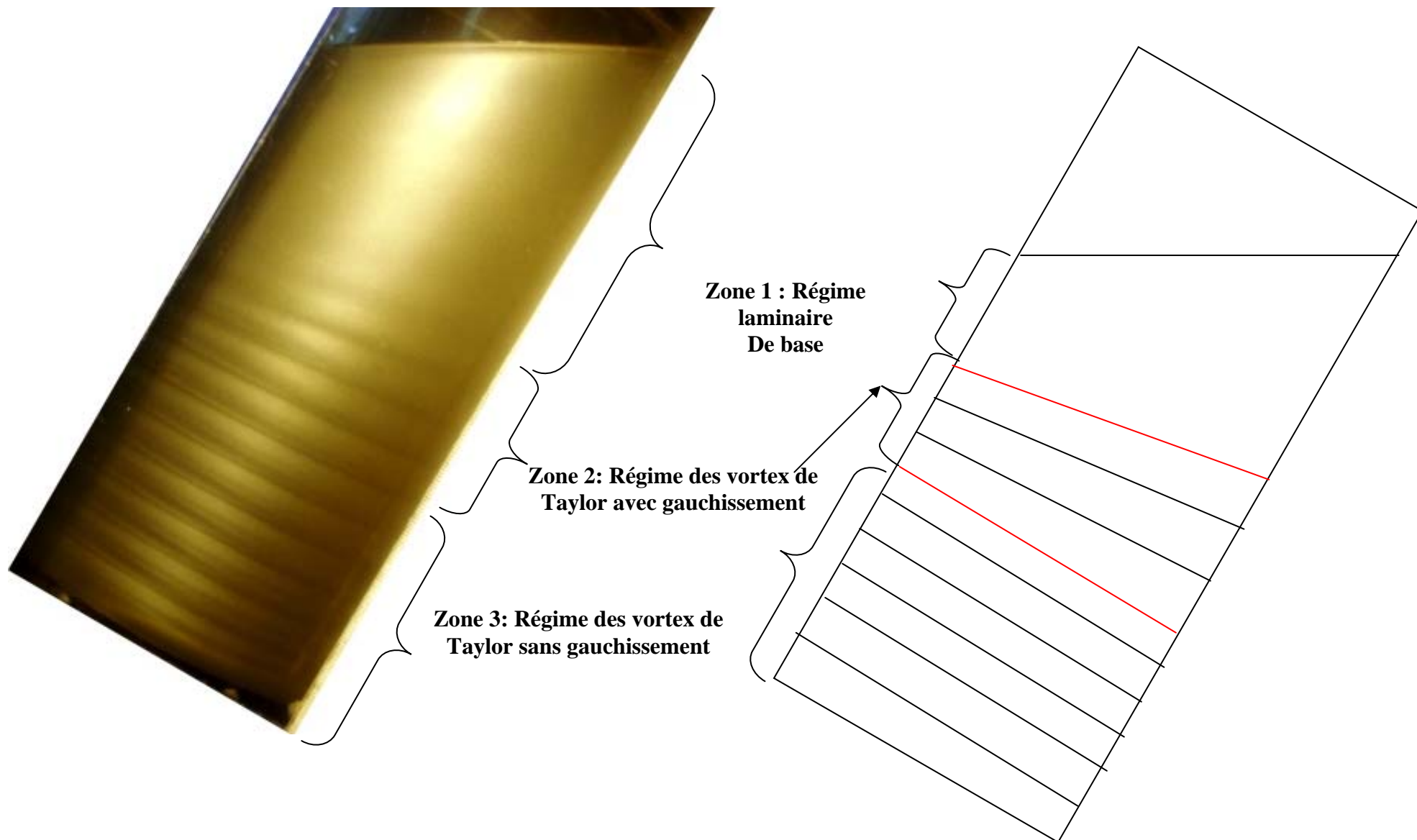


Figure 5-1 : Schématisation des couches limites tangentielle (CLT) et axiale (CLA) au sein de l'espace annulaire



**Figure 5-2** : Zones d'écoulement que l'on peut observé dans un dispositif incliné partiellement rempli

## 2) Choix de la perturbation :

On se propose de chercher la solution du problème stabilité linéaire en se limitant volontairement au mode fondamental de la perturbation décrivant l'onde axiale de Taylor. Dans ces conditions, on choisit une forme d'onde mettant en évidence la périodicité axiale selon  $\zeta$  et satisfaisant la nature stationnaire de l'onde. La solution préconisée pour satisfaire le système d'équations précédentes est de la forme [10], [9] :

$$\begin{cases} v_\xi = u(\xi) \cdot \cos(\lambda \zeta) \cdot \exp \sigma t \\ v_\theta = v(\xi) \cos(\lambda \zeta) \exp \sigma t \\ v_\zeta = w(\xi) \sin(\lambda \zeta) \exp \sigma t \\ p = p(\xi) \cdot \cos(\lambda \zeta) \cdot \exp \sigma t \end{cases} \quad (5-18)$$

Où  $\lambda$  et  $\sigma$  désignant respectivement le nombre d'onde et le coefficient d'amplification ( $\sigma > 0$ ) ou d'amortissement ( $\sigma < 0$ ) de l'onde sans dimension.

En remplaçant les expressions adimensionnelles de la perturbation dans les équations ci-dessus, et en tenant compte du changement de variable ci-après, on a :

$$\xi = x + \frac{d}{R_1} = x + \frac{1}{\delta} \quad \text{avec} \quad 0 \leq x \leq 1$$

On obtient le système d'équations suivant :

$$\frac{1}{\text{Re}} [D^2 - \lambda^2 - \sigma] [D^2 - \lambda^2] u(x) + \left[ \lambda^2 (\bar{V}_\xi D + D \bar{V}_\xi) - (\bar{V}_\xi + \lambda D \bar{V}_\zeta) D - \lambda (D^2 + 1) \bar{V}_\zeta \right] u(x) = 2 \frac{\lambda^2 \bar{V}_\theta}{(x + \frac{R_1}{d}) \cos \alpha} v(x) \quad (5-19)$$

$$\frac{1}{\text{Re}} [D^2 - \lambda^2 - \sigma] v(x) - \bar{V}_\xi \left( 1 + \frac{1}{(x + \frac{R_1}{d}) \cos \alpha} \right) v(x) = D \bar{V}_\theta u(x) \quad (5-20)$$

Afin de simplifier la formulation mathématique du système d'équations différentielles précédentes on introduit l'opérateur de dérivation simple suivant :  $D = \frac{d}{dx}$

Dans ces conditions, les opérateurs  $L$  et  $L_0$  sont fonctions de  $D$  et tels que :

$$\begin{cases} L = D^2 - \lambda^2 - \sigma \\ L_0 = D^2 - \lambda^2 \end{cases}$$

De la même façon, on introduit les nouveaux opérateurs complémentaires jouant le rôle des termes de corrections  $\ell_1$  et  $\ell_2$  qui sont fonctions de  $\bar{v}_\xi$  et  $\bar{v}_\zeta$ , à savoir :

$$\begin{cases} \ell_1 = \lambda^2 (\bar{V}_\xi D + D\bar{V}_\xi) - (\bar{V}_\xi + \lambda D\bar{V}_\zeta) D - \lambda(D^2 + 1)\bar{V}_\zeta \\ \ell_2 = \bar{V}_\xi \left( I + \frac{I}{(x + \frac{R_1}{d}) \cos \alpha} \right) \end{cases}$$

De façon comparable au système (5. 19) et (5. 20), on obtient alors la forme suivante :

$$\begin{cases} (LL_0 + \ell_1)u(x) = \frac{2 Re \delta \lambda^2}{\cos \alpha} \bar{V}_\theta (1 - x\delta)v(x) & (5-21) \\ (L + \ell_2)v(x) = D\bar{V}_\theta u(x) & (5-22) \end{cases}$$

Dans la suite, on se place dans le cadre de l'approximation du petit espace annulaire  $\delta \ll 1$ , et en changeant d'échelle comme suit, on fait apparaître le nombre de Taylor  $T_a$  dans le système d'équations précédent :

$$\begin{cases} (LL_0 + \ell_1)u(x) = 2T_a^2 \lambda^2 \frac{\bar{V}_\theta}{\cos \alpha} v(x) & (5-23) \\ (L + \ell_2)v(x) = D\bar{V}_\theta u(x) & (5-24) \end{cases}$$

Les conditions aux limites restent inchangées :  $u = v = Du = 0$  en  $x = 0$  et  $x = 1$

L'analyse des composantes du champ de vitesses radiale  $V_\xi$  et axiale  $V_\zeta$  ont une intensité comparable au champ perturbé  $u$  et  $v$  tel que calculés par *S. Chandrasekhar [11]* et *A. Bouabdallah [9]*.

Par contre,  $\bar{V}_\theta$  apparaît comme la contribution essentielle du champ moyen qui est purement tangentiel. Dans ces conditions, on admet que  $\bar{V}_\theta = 1 - x$ . En tenant compte de l'hypothèse de linéarité, on constate alors que les opérateurs  $\ell_1$  et  $\ell_2$  sont de l'ordre de la perturbation  $u$  et  $v$  et donc négligeables devant  $LL_0$  et  $L$ . Le système précédent se simplifie considérablement et prend la forme suivante :

$$\begin{cases} LL_0 u(x) = 2T_a^2 \lambda^2 \frac{\bar{V}_\theta}{\cos \alpha} v(x) & (4-25) \\ Lv(x) = D\bar{V}_\theta u(x) & (4-26) \end{cases}$$

avec  $u = v = Du = 0$  en  $x = 0$  et  $x = 1$



En adoptant la notation suivante  $\lambda^* = \frac{\lambda}{\sqrt{\cos \alpha}}$  correspondant à  $\lambda = \lambda^* \sqrt{\cos \alpha}$ , et  $T_s = T_a^2$  on fait apparaître la modification du nombre d'onde et donc la taille des cellules de Taylor sous l'effet de l'inclinaison  $\alpha$  du dispositif d'écoulement.

Dans ces conditions le système d'équations de la stabilité de l'écoulement devient en définitive :

$$\begin{cases} LL_0 u(x) = 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta v(x) \\ Lv(x) = D\bar{V}_\theta u(x) \end{cases}$$

Avec :  $L = D^2 - \lambda^{*2} \cos \alpha - \sigma$  et  $L_0 = D^2 - \lambda^{*2} \cos \alpha$

On note, au passage, que le coefficient d'amplification ou d'amortissement  $\sigma$  de la perturbation de Taylor ne semble pas affecté par l'inclinaison  $\alpha$ .

Finalement, le système d'équations précédent peut être exploité pour décrire respectivement les deux différentes zones de l'écoulement en régime de vortex de Taylor.

- Zone 2 : Ecoulement en régime de vortex de Taylor avec gauchissement caractérisé par  $\lambda^* = \frac{\lambda}{\sqrt{\cos \alpha}}$ .

Les équations de la stabilité régissant ce type de mouvement secondaire sont :

$$\begin{cases} LL_0 u(x) = 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta v(x) \\ Lv(x) = D\bar{V}_\theta u(x) \end{cases} \quad (\text{A})$$

avec  $u = v = Du = 0$  en  $x = 0$  et  $x = 1$

- Zone 3 : Ecoulement en régime de vortex de Taylor sans gauchissement caractérisé par  $\lambda^* = \lambda$  correspondant à  $\alpha = 0$ , on a:

Les équations de la stabilité régissant ce type de mouvement secondaire sont :

$$\begin{cases} LL_0 u(x) = 2T_s \lambda^2 \bar{V}_\theta v(x) \\ Lv(x) = D\bar{V}_\theta u(x) \end{cases} \quad (\text{B})$$

avec  $\bar{V}_\theta$  qui représente la vitesse tangentielle dans l'écoulement de Couette près de la première instabilité et telle que  $\bar{V}_\theta = 1 - x$

avec,  $u = v = Du = 0$  en  $x = 0$  et  $x = 1$

Il s'agit maintenant de résoudre chacun de ces systèmes permettant de faire la prévision du nombre de Taylor  $T_s$  en fonction des paramètres de structure de l'écoulement notamment  $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $\sigma$  conduisant à tracer les diagrammes de stabilité correspondents.

### III. RESOLUTION DU PROBLEME DE STABILITE

L'étude du phénomène de stabilité des cellules de Taylor consiste à résoudre le système d'équation (A) et (B) dans le cadre d'un problème aux valeurs propres conduit à établir une relation de compatibilité entre les paramètres régissant l'écoulement, à savoir,  $T_a$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $\sigma$ .

Pour cela, il est nécessaire d'utiliser une méthode permettant d'approcher les systèmes d'équations (A) et (B) par la méthode de Galerkin qui réalise l'optimisation des paramètres recherchés.

#### 1. Choix d'une méthode de calcul

La méthode de Galerkin est une méthode d'intégration analytique qui consiste à rechercher une solution approchée d'une équation différentielle, à partir d'une erreur résiduelle associée à cette équation. De cette façon, on cherche une solution qui doit contenir assez de constantes inconnues pour que, d'une part, on puisse ajuster les conditions aux limites et que, d'autre part, certains de ces paramètres puissent optimiser la solution [cours PG].

#### 2. Mise en œuvre de la méthode de Galerkin :

On propose un choix de la base d'approximation de la solution sous la forme suivante :

- Composante radiale :

$$u = \sum_{n=1}^N \alpha_n u_n$$

Avec :  $u_n = x^2 (1-x)^2 x^{n-1}$

- Composante tangentielle :

$$v = \sum_{n=1}^N \beta_n v_n$$

Avec :  $v_n = x(1-x)x^{n-1}$

Le champ de vitesse doit satisfaire les conditions aux limites du problème. Ce-ci impose alors :

$$u_n = v_n = Du_n = 0 \quad \text{à } x = 0 \text{ et } x = 1$$

Le système d'équations à résoudre peut être approché à l'aide de la base précédemment décrite. Ainsi en remplaçant  $u_n$  par sa valeur dans la première équation du système, on commet

l'erreur suivante :

$$\varepsilon_{n\alpha}^{(1)} = LL_0 \sum_{n=1}^N \alpha_n u_n - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta v$$

De la même façon, on commet une erreur sur la première équation du système si l'on remplace  $v$  par sa valeur approchée :  $\varepsilon_{n\beta}^{(1)} = LL_0 u - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta \sum_n \beta_n v_n$

L'erreur résiduelle commise sur la première équation correspond à la somme des erreurs précédentes :

$$\varepsilon_n^{(1)} = \varepsilon_{n\alpha}^{(1)} + \varepsilon_{n\beta}^{(1)}$$

$$\varepsilon_n^{(1)} = LL_0 u - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta v + \sum_n \alpha_n LL_0 u_n - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta \sum_n \beta_n v_n$$

On obtient, après calculs, le résultat suivant :

$$\varepsilon_n^{(1)} = \sum_n \{ \alpha_n LL_0 u_n - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta \beta_n v_n \}$$

On répète la même opération pour évaluer l'erreur sur la deuxième équation du système, on trouve :

$$\varepsilon_n^{(2)} = \sum_n \{ D\bar{V}_\theta \alpha_n u_n - \beta_n v_n \}$$

Il s'agit maintenant d'optimiser les valeurs du  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  pour minimiser les erreurs commises dans chacune des équations du système à résoudre :  
Pour cela, il y a lieu de faire une remarque basée sur la propriété qui découle des propriétés intégrales liées au produit interne, à savoir :

$$\langle f | g \rangle = 0 \text{ Si } f = 0$$

Autrement dit ici :  $\int_0^1 f \cdot g \, dx = 0$  si  $f = 0$   $x \in [0,1]$

L'application de cette propriété au résultat lié à l'erreur  $\varepsilon_n^{(1)}$  d'ordre  $n$  donne :

$$\langle \varepsilon_n^{(1)} | u_m \rangle = \int_0^1 \varepsilon_n^{(1)} u_m \, dx = 0$$

Ceci se traduit par le fait que l'erreur est perpendiculaire à la base de décomposition choisie

$u_m$  . Dans ces conditions on a :  $\int_0^1 \sum_n \{ \alpha_n LL_0 u_n - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta \beta_n v_n \} u_m \, dx = 0$

$$\text{et } \sum_n^N \int_0^1 \{ \alpha_n LL_0 u_n - 2T_s \lambda^{*2} \bar{V}_\theta \beta_n v_n \} u_m dx = 0$$

Après arrangement des termes, on obtient les relations suivantes :

$$\sum_n^N \left\{ \alpha_n \int_0^1 LL_0 u_n u_m dx - \beta_n 2T_s \lambda^{*2} \int_0^1 \bar{V}_\theta v_n u_m dx \right\} = 0$$

$$\text{Avec: } a_{nm} = \int_0^1 (LL_0 u_n) u_m dx \quad \text{et} \quad b_{nm} = \int_0^1 \bar{V}_\theta v_n u_m dx$$

On étend le calcul précédent à la deuxième équation du système. En utilisant la notion du produit scalaire :

$$\langle \varepsilon_n^{(2)} | u_m \rangle = 0$$

$$\text{Ceci se traduit par : } \int_0^1 \left\{ Lv(x) D\bar{V}_\theta \sum_n \alpha_n u_n - \sum_n \beta_n Lv_n \right\} v_m dx = 0$$

$$\text{Soit encore, } \left\{ \sum_n \alpha_n \int_0^1 Lv(x) D\bar{V}_\theta u_n v_m dx - \sum_n \beta_n \int_0^1 Lv_n v_m dx \right\} = 0$$

$$\text{Posons également : } c_{nm} = \int_0^1 D\bar{V}_\theta u_n v_m dx \quad \text{et} \quad d_{nm} = \int_0^1 Lv_n v_m dx$$

On obtient finalement un système algébrique linéaire qui s'exprime sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} [a_{mn}] & -2T_s \lambda^{*2} [b_{mn}] \\ [c_{mn}] & -[d_{mn}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}$$

Une condition nécessaire d'existence d'une solution (solution non triviale) consiste à imposer que le déterminant du système de Cramer précédent est nul :

$$\det = \begin{bmatrix} [a_{mn}] & -2T_s \lambda^{*2} [b_{mn}] \\ [c_{mn}] & -[d_{mn}] \end{bmatrix} = 0$$

#### IV- APPROCHE EN PREMIERE APROXIMATION:

Il s'agit d'une estimation de la solution à réaliser selon une approximation du premier d'ordre.

Dans ces conditions, on pose  $n = m = 1$

Le déterminant de la matrice s'écrit comme suit :

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & -2T_s \lambda^{*2} b_{11} \\ c_{11} & -d_{11} \end{bmatrix} = 0$$

On calcule les termes  $a_{11}$ ,  $b_{11}$ ,  $c_{11}$ , et  $d_{11}$  tels que

$$a_{11} = \int_0^1 (LL_0 u_1) u_1 dx \quad b_{11} = \int_0^1 \bar{V}_\theta v_1 u_1 dx$$

$$c_{11} = \int_0^1 D\bar{V}_\theta u_1 v_1 dx \quad d_{11} = \int_0^1 L v_1 v_1 dx$$

Si on remplace par  $u_1 = x^2(1-x)^2$ ,  $v_1 = x(1-x)$  et  $\bar{V}_\theta = 1-x$  dans les expressions correspondantes aux termes de la matrice, on trouve :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{630} \lambda^{*2} \cos \alpha (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{2}{105} (2\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{4}{5} & -\frac{1}{140} T_s \lambda^{*2} \cos \alpha \\ -\frac{1}{140} & \frac{1}{30} (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

- **Diagramme de stabilité marginale pour dispositif vertical :**

Dans le cas où le dispositif est vertical il n'y a pas d'effet d'angle ou d'inclinaison  $\alpha = 0$ , la condition de stabilité marginale  $\sigma = 0$ , permet d'établir le résultat suivant :

$$\det \begin{bmatrix} \frac{1}{105} \lambda^2 \left( \frac{1}{6} \lambda^2 + 4 \right) + \frac{4}{5} & -\frac{1}{140} T_s \lambda^2 \\ -\frac{1}{140} & \frac{1}{3} \left( \frac{1}{10} \lambda^2 + 1 \right) \end{bmatrix} = 0$$

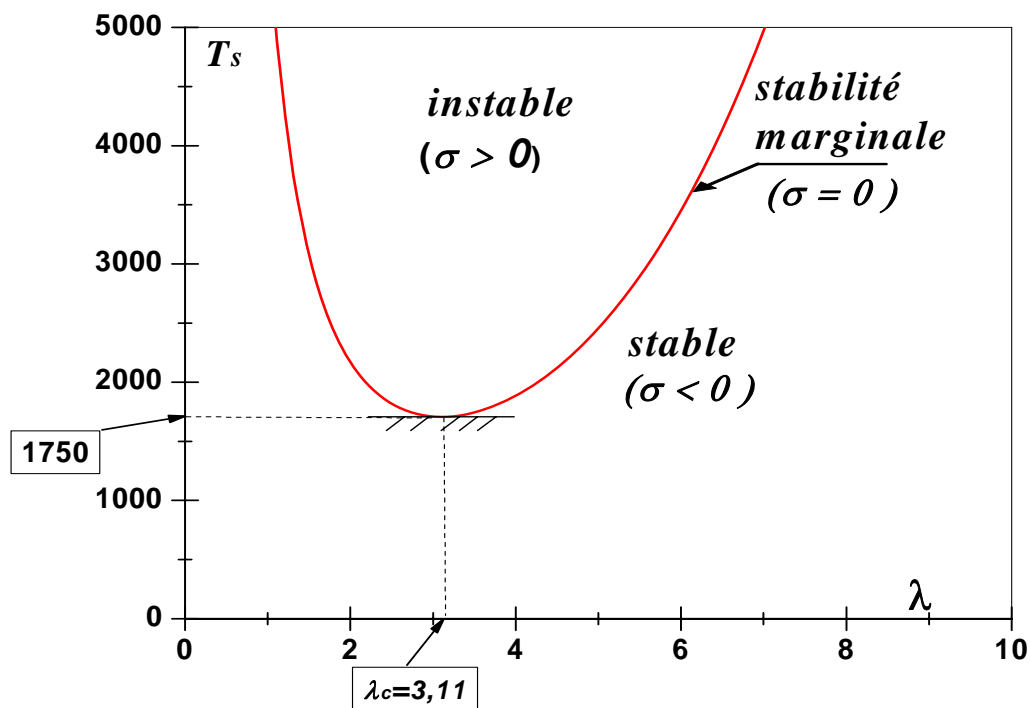
La résolution de l'équation  $\det A = 0$  nous fournit la relation algébrique :

$$T_s = \frac{28}{27} \cdot \frac{(10 + \lambda^2)(504 + 24\lambda^2 + \lambda^4)}{\lambda^2}$$

La condition d'existence de l'état critique s'effectue pour  $\frac{dT_s}{d\lambda} = 0$

On vérifie que cet état correspond à l'apparition des vortex de Taylor. Autrement dit, on vérifie que  $\lambda = \lambda_c = 3.11$  satisfait l'équation algébrique.

Pour  $T_{s_c}^{(1)} = 1750$  ce résultat est assez proche des données théoriques et expérimentales [15] [9]  $T_{s_c} = 1708$ . On évalue l'incertitude liée à cette prévision, au premier ordre, à 2.4% ce qui constitue une prévision remarquable.



**Figure 5. 3 :** Courbe de stabilité marginale  $\sigma = 0$  donnant l'évolution du nombre de Taylor en fonction du nombre d'onde  $\lambda$

• **Diagramme de stabilité marginale dans le cas d'un dispositif incliné :**

Dans le cas où l'effet de l'inclinaison intervient  $\alpha \neq 0$ , l'optimisation du système d'équation (A) permet d'établir la matrice  $A_I$  suivantes :

$$A_I = \begin{bmatrix} \frac{1}{630} \lambda^{*2} \cos \alpha (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{2}{105} (2 \lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{4}{5} & -\frac{1}{140} T_s \lambda^{*2} \cos \alpha \\ & -\frac{1}{140} \\ & \frac{1}{30} (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

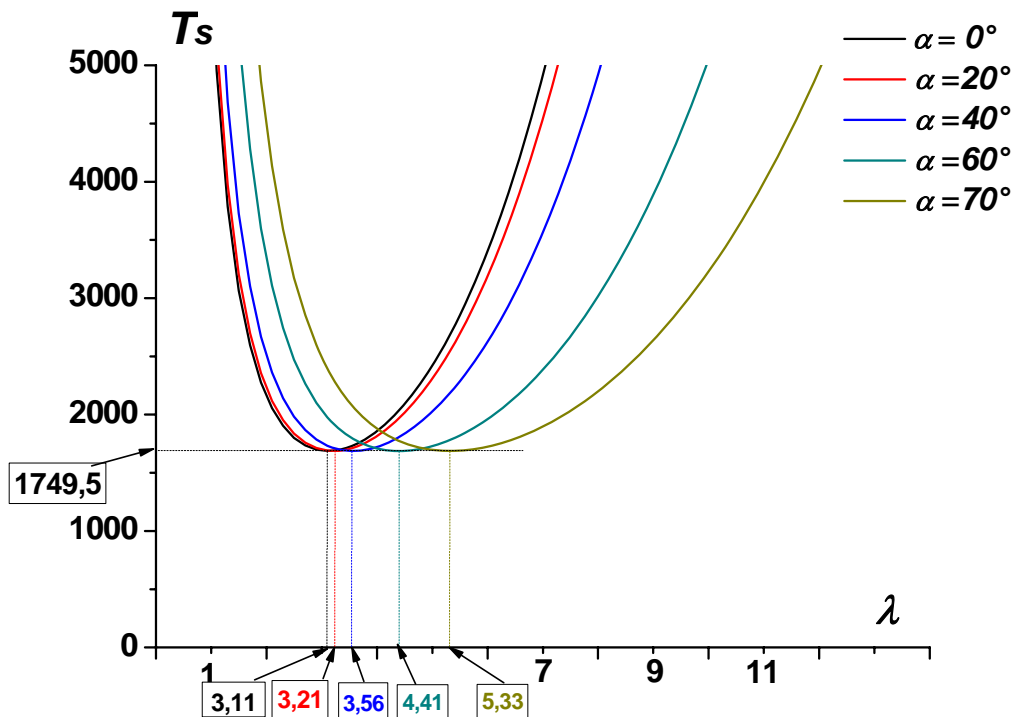
La résolution de l'équation  $\det A = 0$  nous donne :

$$T_s = \frac{28 (\lambda^{*2} \sigma \cos \alpha + 12 \sigma + \lambda^{*4} \cos^2 \alpha + 24 \lambda^{*2} \cos \alpha + 504) (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma + 10)}{\lambda^{*2} \cos \alpha}$$

Dans le cas de la stabilité marginale ( $\sigma = 0$ ), on trouve :

$$T_s = \frac{28 (\lambda^{*2} \cos \alpha + 10) (\lambda^{*4} \cos^2 \alpha + 24 \lambda^{*2} \cos \alpha + 504)}{\lambda^{*2} \cdot \cos \alpha}$$

L'examen de cette relation met en évidence l'effet de l'inclinaison  $\alpha$  permettant de tracer les diagrammes de stabilité qui est représenté sur la figure 5-4:



**Figure 5.4 :** Courbes de stabilité marginale ( $\sigma = 0$ ) au voisinage de l'apparition des cellules de Taylor pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ .



- Evolution du nombre d'onde critique  $\lambda_c^*$  :

On peut obtenir cette loi régissant l'évolution du  $\lambda_c^*$  en fonction de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  autrement. En effet, sachant que les états critiques observés correspondent au minimum de  $T_s$

en fonction de  $\lambda^*$  :  $\frac{\partial T_s}{\partial \lambda^*} = 0$

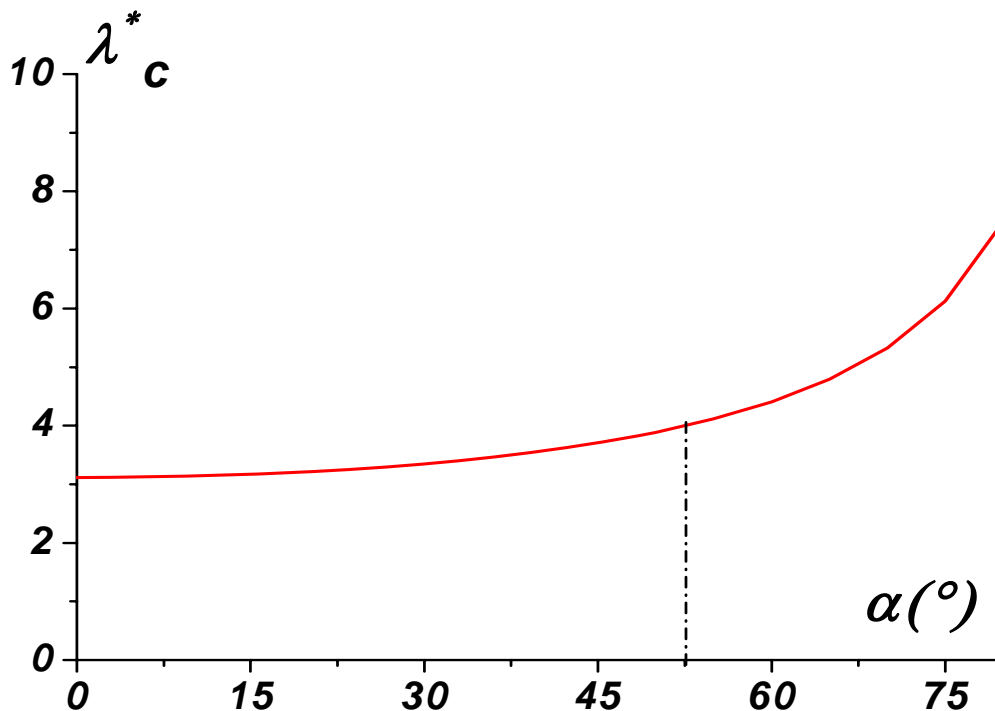
Condition qui conduit à la relation algébrique déterminant  $\lambda^*$ , soit :

$$\frac{112}{27} \cdot \frac{1}{\lambda^{*3} \cos \alpha} (\lambda^{*4} \cos^2 \alpha \times \sigma + \lambda^{*6} \cos^3 \alpha + 17\lambda^{*4} \cos^2 \alpha - 6\sigma^2 - 312\sigma - 2520) = 0$$

La résolution de la relation algébrique précédente dans le cas d'une stabilité marginale d' fournit le résultat suivant :

$$\lambda_c^* = \frac{3.1165}{\sqrt{\cos \alpha}}$$

On obtient de cette façon la variation des nombres d'ondes critiques correspondant à l'apparition des vortex de Taylor en fonction de l'inclinaison  $\alpha$  (Fig.5.5).

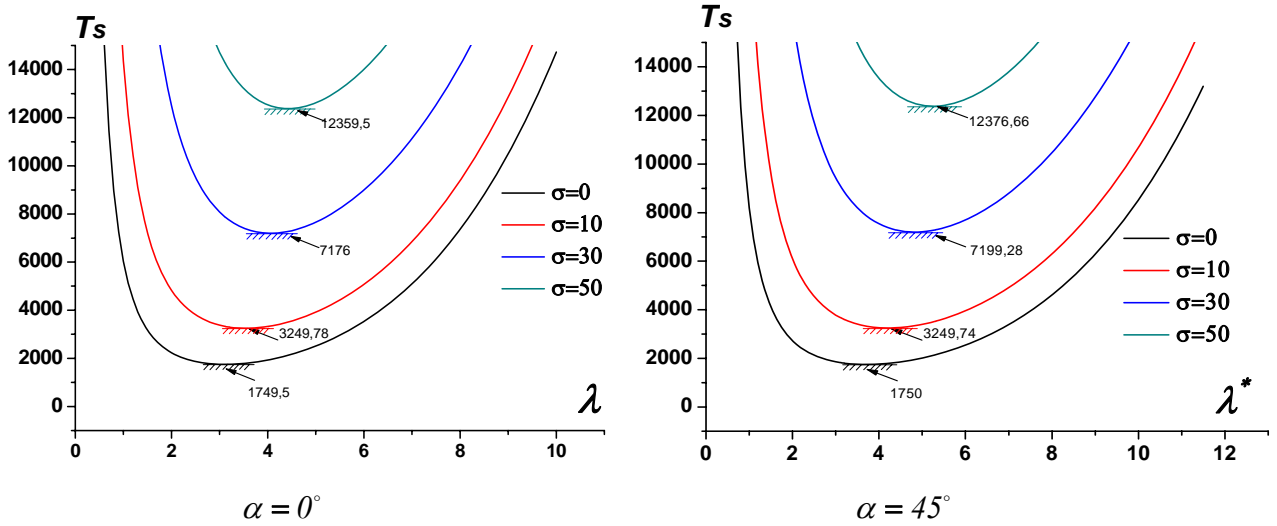


**Figure 5. 5 :** Evolution du nombre d'onde critique en fonction de l'angle d'inclinaison

Si on remplace  $\lambda_c^* = \frac{3.1165}{\sqrt{\cos\alpha}}$  dans  $T_s = \frac{28 (\lambda^{*2} \cos\alpha + 10)(\lambda^{*4} \cos\alpha^2 + 24\lambda^{*2} \cos\alpha + 504)}{\lambda^{*2} \cdot \cos\alpha}$

on trouve  $T_s=1750$  qui reste constant quel que soit l'angle d'inclinaison  $\alpha$

On étudie sur la figure 5-6 l'effet de l'amplification  $\sigma$  sur le régime des vortex de Taylor.



**Figure 5. 6 :** Effet de l'amplification  $\sigma$  sur l'instabilité de type Taylor.

L'étude de l'effet de l'amplification de l'onde de Taylor conduit à une déstabilisation relative de celle-ci. D'abord pour  $0 \leq \sigma \leq 10$  l'influence de  $\sigma$  est faible dans les deux cas étudiés, à savoir,  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 45^\circ$  correspondant au dispositif vertical et incliné. Au-delà de  $\sigma \geq 20$  l'effet d'amplification devient sensible dans les deux cas. Pour  $\sigma=50$ , on évalue à 7 fois la valeur critique initiale pour  $\alpha = 0^\circ$ , et à 7 fois pour  $\alpha = 45^\circ$ . L'inclinaison  $\alpha$  semble n' pas diminué l'effet de l'amplification  $\sigma$  liée à l'instabilité de type Taylor.

**V- APPROCHE AU 2<sup>eme</sup> ORDRE :**

On se propose de prolonger le calcul précédent à l'ordre 2 dans le but de tester la méthode quant à sa convergence et d'optimiser la solution. Dans ce cas, on prend  $n=2$  et  $m=2$ , la matrice associée aux problèmes aux valeurs propres devient :

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} & b_{22} \\ c_{11} & c_{12} & d_{11} & d_{12} \\ c_{21} & c_{22} & d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$$

On calcule tous les éléments de la matrice  $A_2$ , on trouve les valeurs suivantes :

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{630} \lambda^{*2} \cos \alpha (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{2}{105} (2\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{4}{5} \\ \frac{1}{1260} \lambda^{*2} \cos \alpha (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{2}{105} (2\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{2}{5} \\ \frac{1}{140} \\ \frac{1}{280} \\ \frac{1}{630} T_S \lambda^{*2} \cos \alpha \\ \frac{1}{630} T_S \lambda^{*2} \cos \alpha \\ \frac{1}{60} (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{1}{3} \\ \frac{1}{105} (\lambda^{*2} \cos \alpha + \sigma) + \frac{2}{15} \end{bmatrix}$$

- Cas de dispositif vertical ( $\alpha=0^\circ$ ) et la stabilité est marginale ( $\sigma=0$ ) :

Où il n'y a pas d'effet d'angle ou d'inclinaison  $\alpha$  et dans la condition de stabilité marginale  $\sigma = 0$ , on obtient:

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{630} \lambda^4 + \frac{4}{105} \lambda^2 + \frac{4}{5} \\ \frac{1}{1260} \lambda^4 + \frac{2}{105} \lambda^2 + \frac{2}{5} \\ \frac{1}{140} \\ \frac{1}{280} \\ \frac{1}{630} T_S \lambda^2 \\ \frac{1}{630} T_S \lambda^2 \\ \frac{1}{60} \lambda^2 + \frac{1}{3} \\ \frac{1}{105} \lambda^2 + \frac{2}{15} \end{bmatrix}$$

$$\det A_2 = \left( \frac{1}{7074375} - \frac{1283}{70013160000} Ts + \frac{1}{560105280000} Ts^2 \right) \lambda^4 + \frac{61}{165375} \lambda^2 + \frac{641}{22004136000} \lambda^8 + \frac{688}{573024375} \lambda^6 - \left( \frac{79}{18483474240000} \lambda^8 - \frac{3287}{9241737120000} \lambda^6 - \frac{1}{2667168} \lambda^2 \right) Ts + \frac{1}{440082720000} \lambda^{12} + \frac{41}{110020680000} \lambda^{10} + \frac{1}{525}$$

La résolution de l'équation  $\det A_2 = 0$  nous donne l'expression recherchée du nombre de Taylor  $Ts$  :

$$Ts = -\frac{1}{\lambda^4} \left\{ -104998.8798 \lambda^2 - 5131.903215 \lambda^4 - 1.196958665 \lambda^8 - 99.60513051 \lambda^6 + 2800.492887 \times 10^{-8} \left( (12696.91852 \times 10^{15} \lambda^4 + 0.1110693392 \times 10^{19} \lambda^6 + 76660.77166 \times 10^{10} \lambda^{10} + 40767.12 \times 10^{15} \lambda^8 + 75104.96430 \times 10^8 \lambda^{12} + 204007313 \lambda^{16} + 37894.96380 \times 10^5 \lambda^{14} )^{\frac{1}{2}} \right) \right\}$$

Après simplifications et approximations, on obtient :

$$Ts = \frac{1}{\lambda^4} \left\{ 1.05 \times 10^5 \lambda^2 + 5132 \lambda^4 + 1.2 \lambda^8 + 100 \lambda^6 - 0.4 \left\{ \lambda^4 (\lambda^2 + 16 \lambda + 149) (\lambda^2 + 4.14 \lambda + 43.31) (\lambda^2 + 2.20 \lambda + 38.66) (\lambda^2 - 2.20 \lambda + 38.66) (\lambda^2 - 4.14 \lambda + 43.31) (\lambda^2 - 16 \lambda + 149) \right\}^{\frac{1}{2}} \right\}$$

#### • Résolution :

La résolution de l'équation algébrique  $\frac{dT_s}{d\lambda} = 0$  fournit 10 solutions dont 08 complexes et deux réelles. Ces dernières sont telles que l'une négative et l'autre positive de sorte que la seule valeur admissible est  $\lambda = 3.118 \approx 3.12$

Lorsque on remplace  $\lambda$  dans la formule de  $Ts$ , on trouve  $Ts = 1745.6$ .

Si on prend  $Ts$  tel qu'il est ; sans simplifications et sans approximations on trouve  $\lambda = 3.12$  et  $Ts = 1737,5$

Le diagramme de stabilité marginale est représenté comme suit :

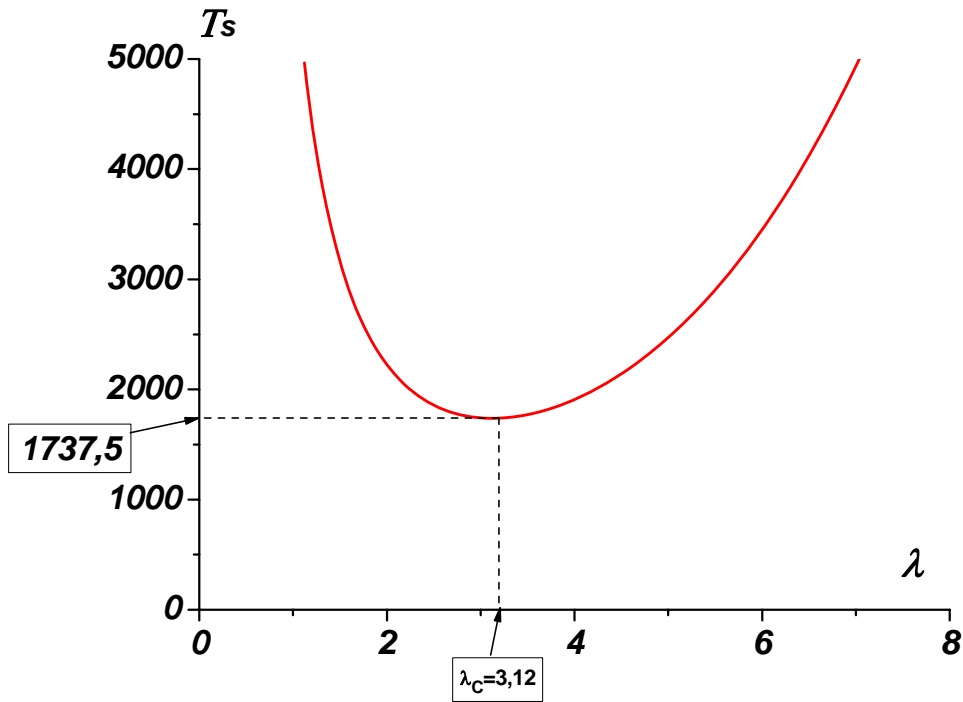


Figure 5. 7 : Diagramme de stabilité marginale ( $\sigma=0$ ) et  $\alpha=0^\circ$

La méthode de Galerkin dans ce cas (ordre 2) nous donne une précision à mieux que 1,7% ; ceci confirme que la méthode est convergente.

Dans le cas où l'inclinaison intervienne le diagramme devient :

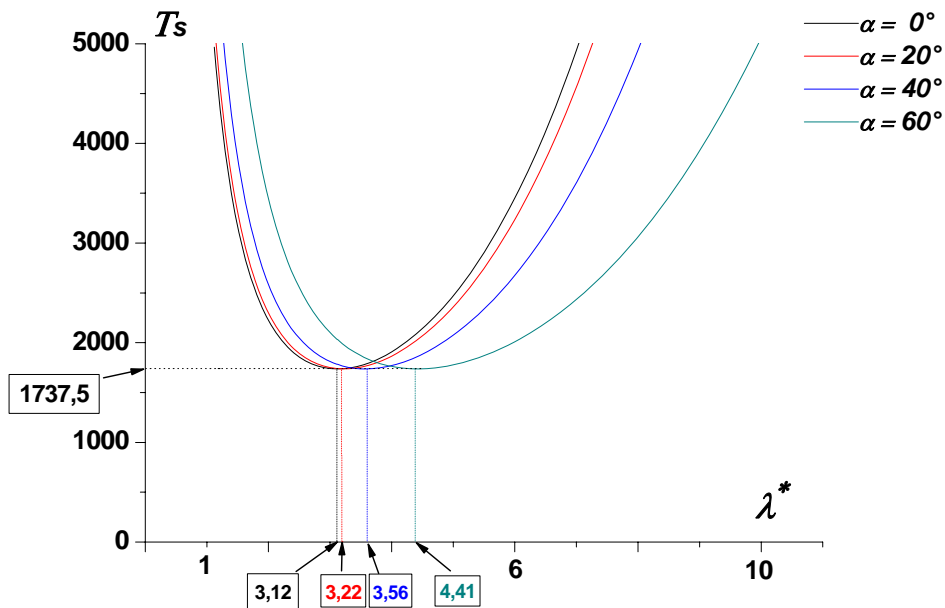


Figure 5. 8 : Diagramme de stabilité marginale ( $\sigma=0$ ) pour différents angles d'inclinaison  $\alpha$

## VI—CONCLUSION

Cette étude a permis de construire une théorie linéaire, assez générale, de la stabilité de l'onde axiale ou vortex de Taylor au voisinage de l'état critique soumis à l'effet d'inclinaison  $\alpha$  du système d'écoulement. Effectivement, on a pu établir que le nombre de Taylor critique  $T_{sc}$  correspond à l'apparition des cellules de Taylor en zone 3 et constant et donc indépendant de l'inclinaison  $\alpha$ . Par contre, le nombre d'onde critique  $\lambda_c^*$  est fortement sensible à l'effet d'inclinaison  $\alpha$  en zone 2 au-delà de  $\alpha > 45^\circ$ .

Les valeurs calculées au 1<sup>er</sup> ordre et 2<sup>eme</sup> ordre de l'approximation de Galerkin sont vérifiées de façon satisfaisante par l'expérience.

## ***CONCLUSION GENERALE***

Notre contribution à l'étude du mouvement de Taylor–Couette a été orientée volontairement vers les effets d'inclinaison du dispositif expérimental et le taux de remplissage de l'écoulement correspondant.

L'intérêt principal de nos recherches a consisté en l'analyse des propriétés et caractéristiques de l'écoulement associées à chaque structure du mouvement qui est soumis à l'influence, séparée ou combinée, de l'inclinaison  $\alpha$  et du taux de remplissage  $\Gamma = \frac{H}{d}$ .

Dans cette optique, on s'est assigné pour tâche d'explorer, systématiquement et en détail par voie photométrique, la nature et la structure de l'écoulement en régime de transition laminaire–turbulent en fonction du nombre de Taylor  $Ta$  ou de Reynolds  $Re$ , du nombre de Froude  $Fr$  et également des paramètres  $\alpha$  et  $\Gamma$ .

Les résultats obtenus peuvent être récapitulés comme suit :

**I•)** Lorsque le dispositif expérimental est totalement rempli ou tel que  $\Gamma = \Gamma_{max}$ , l'écoulement est alors en charge de sorte que la surface libre n'existe pas.

Dans ce cas, l'inclinaison du système d'écoulement n'a aucune incidence sur les conditions d'apparition des instabilités et la nature de celles-ci. Leur nombre ainsi que la succession des modes de bifurcation, en régime de transition laminaire–turbulent, reste inchangés. Les bords fixes du dispositif empêchent donc ou amortissent le déclenchement du des instabilités.

En particulier, le nombre critique de Taylor  $Tc_1$  demeure constant quel que soit  $\Gamma$  dans le cas d'un système vertical ( $\alpha = 0^\circ$ ).



2\*) Lorsque le dispositif est partiellement rempli  $\Gamma < \Gamma_{max}$  : la surface libre interagit avec l'écoulement et produit alors des effets remarquables dans les deux cas principaux suivants :

- On fixe  $\Gamma$  et  $Ta$  et l'on fait varier l'angle d'inclinaison  $\alpha$  dans l'intervalle  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . Dès lors, on détermine les angles critiques d'extinction du wavy mode (onde azimutale) pour chaque  $\alpha = \alpha'_c$  qui est suivi par la disparition de l'écoulement sous forme de vortex de Taylor (onde axiale) pour  $\alpha = \alpha_c$  correspondant ainsi à la relaminarisation de l'écoulement.

- On procède en fixant l'angle d'inclinaison  $\alpha$  et le taux de remplissage  $\Gamma$  tandis que  $Ta$  varie. Dans ces conditions, on détermine les états critiques liés à la disparition d'un mode donné correspondant aux valeurs angulaires  $\alpha_{c1}^*$  et  $\alpha_{c2}^*$  associées à l'onde de Taylor et le wavy mode.

3\*) Pour un couple de valeurs données  $(\alpha, \Gamma)$  et  $Ta$  variable correspondant à la situation des effets combinés de l'inclinaison et de la surface libre. On a pu tracer les lois de comportement du nombre de Taylor critique  $Tc_i$  liés à chaque mode d'apparition des instabilités. Cependant, la représentation des courbes a été effectuées en fonction de  $Tc_i = Tc_i(\alpha)$  pour  $\Gamma$  fixé et  $Tc_i = Tc_i(\Gamma)$  pour  $\alpha$  fixé. C'est dans ces conditions que l'on a pu établir une formulation empirique pour les valeurs critiques du nombre de Taylor  $Tc_i = Tc(\alpha)$  les plus significatifs, à savoir, une évolution linéaire croissante pour  $Tc_1$  (mode en vortex de Taylor) et évolutions linéaires et exponentielles croissantes pour  $Tc_2$  (wavy mode). Une évolution exponentielle décroissante de  $T_F$  caractérisant le régime de fluctuations et un comportement obéissant à une loi normale de type Laplace–Gauss traduisant le déclenchement du chaos.

La situation est inversée globalement pour  $Tc_i = Tc(\Gamma)$  qui obéissent aux mêmes lois à quelques différences mineures.

Egalement, on a pu établir un diagramme de chemin des bifurcations à l'aide des nombres d'onde ; le nombre d'onde axiale  $n$  et le nombre d'onde azimutale  $m$  donnant un aperçu original de l'évolution structurelle en régime de transition laminaire–turbulent sous incidence de l'effet de la surface libre.

L'ensemble de ces propriétés a été étendu à la configuration d'espace annulaire relativement large. Ce dispositif a permis de vérifier les résultats précédents avec quelques différences intéressantes relatives aux conditions d'apparition des instabilités. Ainsi, on note

un retard relatif par rapport à l'apparition du mode en vortex de Taylor, le wavy mode, le régime de fluctuations et le chaos.

Enfin, l'effet de hauteur  $F$  pour un angle d'inclinaison  $\alpha$  se situant au voisinage de  $\alpha=90^\circ$  a révélé des dynamiques nouvelles qui sont spécifique à cette configuration. Il s'agit de l'instabilité de Taylor–Dean inclinée et de l'instabilité baroclinique qui se produisent dans différents contextes remarquables : œil de cyclone, en vue de face et aux bords du dispositif, œil de poisson, en vue de dessous, etc....En particulier, pour l'angle d'inclinaison  $\alpha = 90^\circ$ , on a pu tracer l'évolution des nombres critiques de Taylor  $T_{TD1}$  et  $T_{TD2}$  correspondant à l'apparition des ondes de Taylor–Dean et le mode triplet. Dans tous les cas, on établit une loi de décroissance linéaire de  $T_{TD1}$  et  $T_{TD2}$  en fonction du taux de remplissage  $F=H/d$ .

Au plan théorique, on a réalisé une tentative de prédiction de la première instabilité dans le cadre d'une théorie linéaire.

En effet, au vu de la complexité phénoménologique, on s'est limité à la seule prévision de l'instabilité de Taylor.

Néanmoins, cette approche a permis de déterminer le diagramme de stabilité exprimant le nombre de Taylor critique  $Tc_1$  en fonction de l'inclinaison  $\alpha$  et du nombre axial  $\lambda$  et de l'amplification  $\sigma$  liée à l'instabilité de Taylor. Les prévisions théoriques semblent en bon accord avec les résultats expérimentaux dans les conditions de la stabilité marginale  $\sigma=0$ .

Au stade actuel, ce travail a permis de mettre en lumière une abondante richesse phénoménologique qui mérite d'être prolongé, à la fois, aux plans expérimental et théorique.

Par des essais adéquats, il s'agit essentiellement de retrouver les données précédentes par la mesure de couple de frottement et la technique polarographique permettant d'accéder aux grandeurs moyennes et fluctuantes du mouvement. En particulier, cette dernière sera développée dans l'optique de réaliser une analyse spectrale du mouvement afin de procéder simultanément à un bilan énergétique et dynamique des phénomènes mis en cause.

L'étude déjà entamée en analyse linéaire, mérite d'être approfondie par voie de simulation numérique afin d'être étendue à la prévision du wavy-mode et des instabilités ultérieures pouvant aller jusqu'au déclenchement du chaos.

---

---

## ***REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES***

- [1] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ, Tome VI, Mécanique des fluides, sections 18 et 28, éditions Mir 1971.
- [2] M. GORMAN AND H.L. SWINNEY, Visual Observation of the Second Characteristic Mode in a Quasiperiodic Flow. *Phys. Rev. Lett.* 43, 1871 - 1875 (1979).
- [3] A. BOUABDALLAH ET G. COGNET, laminar–turbulent transition in Taylor– Couette flow. In laminar–turbulent transition (IUTAM Conference), Edited in Springer–Verlag, Berlin, pp 368-377, 1980.
- [4] G. I. TAYLOR, *Phil. Trans. Roy. Soc. A* Vol 223. 1923.
- [5] G. I. TAYLOR, *Proc. Roy. Soc. A* Vol 157, N°.892 (Dec.2, 1936), 565-578
- [6] DENIS RICHARD, Thèse Doctorat, Université Paris 7, décembre 2001.
- [7] L. RAYLEIGH. *Phil. Mag.* Vol.26 p.776 (1913)
- [8] A.AOUIDEF, Instabilités hydrodynamiques dues aux effets des forces centrifuges et de rotation, Thèse de Doctorat, 1994.
- [9] A. BOUABDALLAH, Instabilités et turbulence dans l'écoulement de Taylor–Couette, Thèse Doctorat d'état, 1980.
- [10] R. C. DIPRIMA., *Phys. Fluid* vol 4 N°6,1961.
- [11] S. CHANDRASEKHAR, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Press, 1961.
- [12] C. ANDERECK, S. S. LIU, H. L. SWINNEY, *J. Fluid Mech.* Vol 164, 1986.
- [13] C. D. ANDERECK, R. DICKMAN, H. L. SWINNEY, *Phys. Fluids* vol 26(6), 1983.
- [14] N. GRAVAS, B. W. MARTIN, *J. Fluid Mech.* Vol. 86, 1978.
- [15] D. COLES, Transition in circular Couette flow. *J Fluid Mech* 21:385–425 (1965).
- [16] J. STUART Taylor vortex flow: A dynamical system *SIAM Review* vol 28 N°3 pp 315-342(sept 1986).
- [17] T. MULLIN AND C. BLOHM. Bifurcation phenomena in a Taylor – Couette flow with asymmetric boundary conditions. *Phys. Fluids* (2001), 13, 51, 66.

- [18] T. B. BENJAMIN, Bifurcation phenomena in steady flows of viscous fluid. I. Theory. Proc. R. soc. Lond. A (1978), 359, 1-26.
- [19] T.B BENJAMIN, Bifurcation phenomena in steady flows of viscous fluid. II. Experiments. Proc. R. soc. Lond. A (1978), 359, 27-43.
- [20] T.B. BENJAMIN, T. MULLIN, Anomalous modes in the Taylor experiment, Proc. R. Soc. London A 377 (1981) 221–249.
- [21] K. A. CLIFFE, J. J. KOBINE and T. MULLIN. The Role of anomalous modes in Taylor–Couette flow. Proc. R. soc. London A (1992), **439**, 243-258.
- [22] J. A. COLE. Taylor-vortex instability and annulus-length effects. J. Fluid Mech. 75, 1 (1976).
- [23] M. P. ROSS and A. K. M. F. HUSSAIN, “Effects of cylinder length on transition to doubly periodic Taylor–Couette flow,” Phys. Fluids 30, 607 (1987).
- [24] O.CZARNY, E. SERRE, *et* P. BONTOUX Interaction of the Ekman Layer with Vortical Flow in a Short Couette-Taylor Cell.
- [25] O.CZARNY, E. SERRE, *et* P. BONTOUX, Interaction between Ekman pumping and the centrifugal instability in Taylor–Couette flow Physics of fluids .vol.15, number 2 pp 467, 477 (February 2003).
- [26] R. C. DIPRIMA, P. M. EAGLES *et* B. S NG : phys. Fluid Vol.27 p. 2403(1984).
- [27] A. MAHAMDIA, A. BOUABDALLAH *et* S.E SKALI, Ecoulement de Taylor–Couette en géométrie finie et à surface libre, The Canadian Journal of Chemical Engineering, 83, pp 652-657, August 2005.
- [28] Q. XIAO, T. T. LIM, *et* Y. T. CHEW Second Taylor–Couette flow: effects of radius ratio and aspect ratio. Phys Fluids 14:1537–1539 (2002).
- [29] C. Y. WANG *et* C. F. TSAI, Torque and forces resulting from the rotation of two longitudinally cylinders separated by a viscous fluid, phys. Fluids. vol.29.N°3 (march 1986).
- [30] J.H Vohr experimental study of taylor vortices and turbulence in flow between eccentric rotating cylinders. J. Lub Tech, 90, pp 285-296(1968).
- [31] R.C DIPRIMA and J.T STUART, Non local effect in the stability of flow between eccentric rotating cylinders, J. Fluid Mech, 45, pp.393-415 (1972).
- [32] R.C DIPRIMA and J.T STUART, The non linear calculation of Taylor vortex flow between eccentric rotating cylinders, J. Fluid Mech 67, pp. 85-111 (1975).

- [33] P.M EAGLES, J.T STUART and R.C DIPRIMA, The effect of eccentricity of torque and load in Taylor vortex flow, *J. Fluid Mech*, 87, pp. 209-331 (1978).
- [34] R.C DIPRIMA (1963), A note on the stability of flow in loaded journal Bearing, *Trans .Amer. Soc. Lub. Engrs.*, 6, pp. 249-245 (1963).
- [35] C. S. YIH: *phys. Fluid* Vol. 4 p. 806 (1961).
- [36] H. A. SNYDER et S.K.F. KARLSSON: *phys of fluids* Vol.7 p.1696 (1964).
- [37] M. M. SOROUR et J. E. R. CONEY: *J. Mecha. Eng. Science* Vol.21 p. 403(1979).
- [38] C. BENAOUZ, These Magister, USTHB, 1985.
- [39] I. MUTABAZI, A. GOHARZADEH et F. DUMOUCHEL. 12th International Couette-Taylor Workshop, September 6-8, 2001, Evanston, IL USA.
- [40] O. CRUMEYROLL; N. LATRACH. A. EZERSKY et I. MUTADAZI: *Méch est industrie* Vol. 4 pp. 397(2003).
- [41] R.G. Larson, Instabilities in viscoelastic flows, *Rheol. Acta* 31 (1992) 213–263 (1992).
- [42] R.G. Larson, E.S.G. Shaqfeh, S.J. Muller, A purely elastic instability in Taylor–Couette flow, *J. Fluid Mech.* 218 573–600 (1990).
- [43] G.BEAVERS et D. D.JOSEPH : *Phys. Fluids* Vol. 17.
- [44] Y. LAGHOUATI, A. BOUABDALLAH et I. MUTBAZI, Effet de la concentration de polymère sur la stabilité de l'écoulement Taylor–Dean, *Int. Journ. Rheology.* 2004.
- [45] R. C. DIPRIMA: *J.Fluid .Mech.*Vol. **9**, pp. 612 (1960).
- [46] M. A. HASSON, B. W. Martin: *Proc. R. Soc. Lond. A* Vol **382** p.352 (1977).
- [47] H. A. SNYDER: *Proc. R. Soc. Lond. A* Vol. **265** p. 198 (1962).
- [48] J.KAAYE, E.C.EGELAR : *Trans ASME* Vol. **80** p.753 (1958).
- [49] R.M LUEPTOW, A DOCTER, K. MIN, (1992), "Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder", *Phys. Fluids*, Vol. **4** pp.2446-55.
- [50] A. MAHAMDIA et A. BOUABDALLAH. *Modelling, Measurement and control*, B, *AMSE Prsse*, Vol. **30** p. 5 (1990).
- [51] A. MAHAMDIA et A. BOUABDALLAH. : CIPA (2003).
- [52] A. MAHAMDIA et A. BOUABDALLAH: *C.R Mécanique* Vol. 331 p. 245 (2003).

- [53] E.L.KOSCHMIEDER. Turbulent Taylor vortex flow. *J Fluid Mech* 93:515–527(1979).
- [54] G.P.KING, Y. LI, W. LEE, H.S SWINNEY, and P.S MARCUS (1984) Wave speeds in wavy Taylor-vortex flow. *J Fluid Mech* 141:365–390(1984).
- [55] LIM TT, CHEW YT, XIAO Q, A new flow regime in a Taylor–Couette Flow. *Phys Fluids* 10:3233–3235(1998).
- [56] Q. XIAO, T. T. LIM, Y. T. CHEW, Effect of acceleration on the wavy Taylor vortex flow, *Experiments in Fluids* 32 639–644 (2002).
- [57] U. H KURZWEIG, *J. Fluid Mech.*, 17, 52–60 (1963).
- [58] T. S CHANG, et W. K SARTORY, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 301, 451–471 (1967).
- [59] C.-K CHEN, and M. H CHANG, *J. Fluid Mech.*, 366, 135–158 (1998).
- [60] A. P WILLIS, and C. F BARENGHI, *J. Fluid Mech.*, 472, 399–410 (2002).
- [61] P. J. TABELING, *Fluid Mech.*, 112, 329–345 (1981).
- [62] G. RÜDIGER, and D. SHALYBKOV, *Phys. Rev. E*, 66, 016307 (2002).
- [63] G. RÜDIGER, M. SCHULTZ, and D. SHALYBKOV, *Phys. Rev. E*, 67, 046312 (2003).
- [64] R. J. DONNELLY, and M. OZIMA, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 226, 272–286 (1962).
- [65] M KANEDA, T. TAGAWA, J NOIR and J M AURNOU, Variations in driving torque in Couette-Taylor flow subject to a vertical magnetic field, *Journal of Physics: Conference Series* 14 (2005) 42–47 Fourteenth International Couette-Taylor Workshop.
- [66] A. DIBES, thèse Magister, USTHB, Mars 2005.
- [67] A. BELLIL, Thèse Magister, USTHB, Septembre 2006.
- [68] R. C. Weast, PH.D: Handbook of chemistry and Physics, *Crc Press*, Paris 1976
- [69] M. WIMMER, Viscous flows and instabilities near rotating Bodies. *Prog. Aerospace Sci.* Vol. 25, pp. 43-103, (1988).
- [70] T. TAMSAOUT, Thèse Magister, UMBB, Mai 2006
- [71] I. MUTABAZI, J. J. HEGSETH, C. D. ANDERECK, and J. E WESFREID, *Phys. Rev. A* **38**, 4752 (1988).
- [72] I. MUTABAZI, J. J. HEGSETH, C. D. ANDERECK, and J. E WESFREID, Spatiotemporal pattern modulation in the Taylor – Dean System, *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 1729-1732 (1990).

H=185/ $\Gamma$ =37	Onde de Taylor			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
Angle d'inclinaison $\alpha(^{\circ})$	vitesse de rotation	Température	nombre de Taylor $T_{c1}$	vitesse de rotation	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	nombre de Taylor $T_{c2}$	vitesse de rotation (tr/mn)	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	nombre de Taylor $T_F$	vitesse de rotation (tr/mn)	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	nombre de Taylor $T_a$
0	27,5	22,8	41,4	31,4	22,8	48,21	230	25,5	388,92	438	25,5	740,72
5	27,4	23,4	41,6	34	21,5	49,5	230,4	25,5	393	440	25,5	744,42
10	27,5	24,5	42	31,5	24,5	49	228	28	387,23	435	28,3	746,8
15	28,5	24,8	42,2	31,5	25,1	50,5	227,5	27,3	389	434,5	27,8	746
20	31,6	21	41,8	32	19,5	48,6	235	22	387	440	22,3	750
30	31,4	22,5	41,5	33	22,8	50	232	23,5	386	438	25	746
40	35	20	42	32	20,5	48,4	235,5	22	388	441	22	740
50	32	23	42,3	32,3	23,2	49,2	232	24	382	442	24,5	745
60	35	21	43	32	22	48,3	233	24	385	435	21	720
70	38,5	20	42,6	30	21	48,7	236	22,3	395	437	21	730
80			41,8	32	21,4	50,2	235,8	22,5	392		21	742
90			42,4	33	21,6	49,3	234	22,4	386			735

**Tableau 1** : Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Système totalement rempli H=200mm).

H=185/ $\Gamma$ =37	Onde de Taylor			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
Angle d'inclinaison $\alpha(^{\circ})$	vitesse de rotation	Température	nombre de Taylor $T_{c1}$	vitesse de rotation	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	nombre de Taylor $T_{c2}$	vitesse de rotation (Tr/mn)	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	nombre de Taylor $T_F$	vitesse de rotation (tr/mn)	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	nombre de Taylor $T_a$
0	27	22,8	41,25	31,4	22,8	48,21	230	25,5	388,92	438	25,5	740,72
5	27,4	23,4	43	34	21,5	49,66	230,4	25,5	373	440	25,5	774,42
10	27,5	24,5	44,87	31,5	24,5	51,4	213	28	367,23	420	28,3	762,8
15	28,5	24,8	46,99	31,5	25,1	52,46	215,5	27,3	279	415	27,8	746
20	31,6	21	45,25	40	19,5	53,79	243	22	237	495	22,3	750
30	31,4	22,5	47,67	35	22,8	53,73	244	23,5	216	444	25	766
40	35	20	48,09	43	20,5	60,33	255	22	178	505	22	770
50	32	23	49,49	42	23,2	65,44	245	24	162	470	24,5	755
60	35	21	50,12	45	22	70	120	24	155	560	21	800
70	38,5	20	52,88	pas de wavy un nouveau état spiral $T_a = 86,15$					125	560	21	800
80									120	560	21	800

**Tableau 2** : Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Système partiellement rempli H=185mm).

$H=155/\Gamma=31$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison $\alpha$ (°)	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta
5	35,3	17,5	43,29	41	18,5	52,71	220	23	340,14	523	21	721,3
10	32	19,8	43,58	38	20,5	53,29	218	23,1	338,29	503	21	740
20	34,5	18,8	44,96	41,2	19,3	54,63	170	22,2	240	517	21	766
30	35,9	18	45,09	45,2	18,8	58,9	147	21,7	216,34	535	21	780
40	29,3	23,5	46,13	42,6	23,6	67,32	130	17	155,56	545	21	840
50	30,6	23,6	48,35	51	23,6	75	96	18,5	123,41	586	21	892
60	38,4	30,3	51,41	45,2	20,5	78	70	21,2	101	623	21	892
70						-----			80	623	21	892
80						-----			80	623	21	892

**Tableau 3:** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage  $H=155\text{mm}$ ).

$H=125/\Gamma=25$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison $\alpha$ (°)	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor Ta
5	28,5	22,9	43,88	36	21	51,45	240	21	343,6	520	21	745
10	29	23	44,8	37,3	21	53,43	216	21	309,3	540	21	773,2
20	32	21	45,06	39,2	21	56	166	21	237,7	554	21	793
30	31	22,3	46,7	42,7	21	61	125	21	179	558	21	800
40	34	21,3	49,2	48,8	21	70	79	21	113	555	21	794,7
50	34,5	21,5	50,4	51	21	73	57	21	81,6	520	23	804
60							51	21	73	623	23,5	981
70							51,5	21	73,7	623	24	1000
80							51,8	21	74,20	623	24	1000

**Tableau 4:** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage  $H=125\text{mm}$ ).



$H=95/\Gamma=19$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison $\alpha$ (°)	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$
0	28,5	22,8	43,6	35,6	21	51,02	250	21	358	505	21	723,12
5	28,5	22,9	43,88	36	21	51,45	240	21	343,6	520	21	745
10	29	23	44,8	37,3	21	53,43	216	21	309,3	540	21	773,2
20	32	21	45,06	39,2	21	56	166	21	237,7	554	21	793
30	31	22,3	46,7	42,7	21	61	125	21	179	558	21	800
40	34	21,3	49,2	48,8	21	70	79	21	113	555	21	794,7
50	34,5	21,5	50,4	51	21	73	57	21	81,6	520	23	804
60							51	21	73	623	23,5	981
70							51,5	21	73,7	623	24	1000
80							51,8	21	74,20	623	24	1000

**Tableau 5:** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage  $H=95\text{mm}$ ).

$H=65/\Gamma=13$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison $\alpha$ (°)	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	Température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_0$ (°C)	nombre de Taylor $Ta$
0	27,7	23	42,76	36,3	21	52,4	210	21	300,37	503	21	720
5	27,9	23,4	43,85	37,4	21	53,4	189	21	270	510	21	732
10	27,6	23,4	43,25	37,8	21	54	150	21	215	520	21	745
20	28,1	23,5	44,3	39	21	56	140	21	200	509	21	728
30	30,1	23,4	47,23	42	21	60	113	21	160	530	21	758,9
40	31,9	23,6	50,47	44	21	63	74	21	105	538	21	770
50			-----				69	21	98,8	560	21	800
60			-----				56	21	80,2	590	21	845
70			-----				56,3	21	81,6	623	21	892
80			-----				56,4	21	80,8	623	21	892

**Tableau 6:** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage  $H=65\text{mm}$ ).

$H=65/\Gamma=13$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison $\alpha$ (°)	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_\theta$ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_\theta$ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_\theta$ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation $\Omega_1$ (tr/mn)	température $T_\theta$ (°C)	nombre de Taylor Ta
0	29,1	22,3	43,88				130	22	193	225	22,7	345
5	30	22,4	45,39				125	22,3	188	233	22,9	360
10	32	22,4	48,37				67	22	100	290	22,3	425
20	32,9	22,6	50,12				58	21,5	85	325	22,4	489
30									-----	385	22,4	580
40												

**Tableau 7 :** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage  $H=30\text{mm}$ ).

alpha = 0					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{C1}$	$T_{C2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	48,8	390	740
185	37	42,2	48,21	388	740,72
155	31	42,94	49	359,66	700,87
125	25	42,6	51,02	358,2	723
95	19	42,76	52,4	300,37	720
65	13	42,5	52,6	300,23	680
30	6	43,88	83,82	193	345
alpha = 5					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{C1}$	$T_{C2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	48,9	390	740
185	37	42,4	49	373	774,42
155	31	43	49,4	340,14	748,01
125	25	43	51,45	342,15	725
95	19	43,2	52,8	290	732
65	13	43,4	52,8	285,2	710
30	6	45,39		188	360
alpha = 10					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{C1}$	$T_{C2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	49	390	740
185	37	42,5	49,4	367,23	762,8
155	31	43,5	50,29	338,29	721,3
125	25	43,8	52,43	310,25	740
95	19	43,25	53	245	745
65	13	44	53,2	254	720
30	6	48,37		100	425
alpha = 20					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{C1}$	$T_{C2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	48,7	390	740
185	37	43	52,79	237	750
155	31	44,1	51,63	240	740
125	25	44,06	56	234,23	765
95	19	44,3	56	180	728
65	13	47	57,2	177,45	705
30	6	50,12		85	489

**Tableau 8:** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de la hauteur de remplissage dans le cas d'un espace annulaire mince (Pour les angles d'inclinaison  $\alpha=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ ).

alpha = 30					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{c1}$	$T_{c2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	48,8	390	740
185	37	43,4	53,73	216	766
155	31	45,09	52,9	216,34	766
125	25	46,7	61	180,47	850
95	19	47,23	60	120	780
65	13	50	68,4	105,6	740
30	6				580
alpha = 40					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{c1}$	$T_{c2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	49	390	740
185	37	43,4	60,33	178	770
155	31	46,13	62,32	155,56	780
125	25	49,2	69	130	840
95	19	50,47	63	109	770
65	13	53		92	760
30	6				
alpha = 50					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{c1}$	$T_{c2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	48,9	390	740
185	37	44	65,44	162	755
155	31	48,35	70	123,41	840
125	25	50,4	71	100	830
95	19			100	800
65	13			73	770
30	6				
alpha = 60					
Hauteur	$\Gamma$	$T_{c1}$	$T_{c2}$	$T_F$	$T'_C$
totalement rempli	40	41,3	48,6	390	740
185	37	47	70	155	800
155	31	51,41	78	101	900
125	25			72	880
95	19			70	845
65	13			65	778
30	6				

**Tableau 9:** Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de la hauteur de remplissage dans le cas d'un espace annulaire mince (Pour les angles d'inclinaison  $\alpha=30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 20^\circ$ ).

facteur d'aspect $\Gamma$	37	31	25	19	13	6
angle de critique de relaminarisation $\alpha_c$	70	65	50	45	35	20

**Tableau 10:** Angle critique de relaminarisation en fonction du facteur d'aspect pour une valeur de  $Ta = 44$

facteur d'aspect $\Gamma$	37	31	25	19	13	6
<i>angle de relaminarisation <math>\alpha_c</math></i>	80	70	55	45	30	20

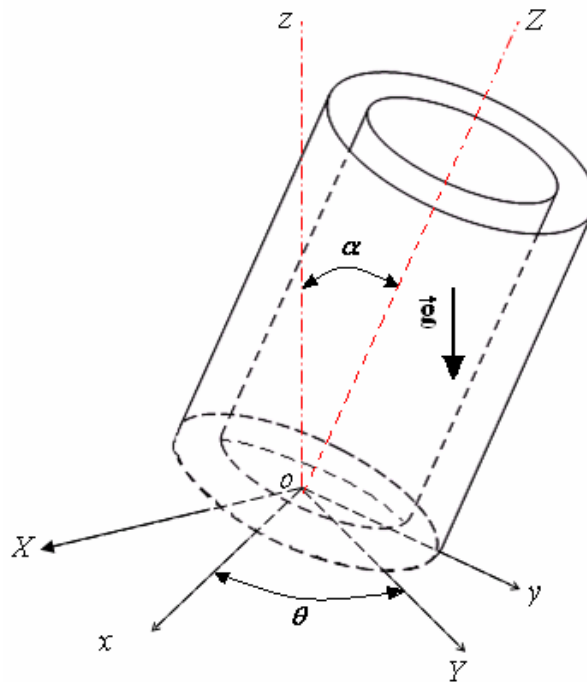
**Tableau 11 :** Angle critique de relaminarisation en fonction du facteur d'aspect pour une valeur de  $Ta = 56$

facteur d'aspect $\Gamma$	37	31	25	20	15	6
<i>angle de disparition des ondes azimutales <math>\alpha'_c</math></i>	35	35	30	20	15	//

**Tableau 12 :** Angle critique de disparition des ondes azimutales en fonction du facteur d'aspect pour une valeur de  $Ta = 56$

## I- EQUATIONS DU MOUVEMENT DANS UN SYSTEME INCLINE

Dans ce qui suit on adopte pour la représentation de l'écoulement des coordonnées cylindriques. L'inclinaison du dispositif considéré correspond à un angle pivotant autour de l'axe  $oz$ . On admet l'angle  $\alpha$  comme un effet de nutation angulaire dans la représentation du système de coordonnées d'Euler elles même, découlant du système de coordonnées cylindriques.



**Figure In 1-1 :** Système incliné dans l'espace de coordonnées cylindriques.

Dans notre cas, les forces en action sont :

- Les forces de surfaces liées aux effets de pression.
- Les forces de volume dont la force centrifuge due à l'effet de courbure des Cylindres, et la force de pesanteur qui s'introduit à partir de l'inclinaison du dispositif d'écoulement tournant autour de l'axe  $oz$ .  $\vec{f} = f_r \vec{e}_r + f_\theta \vec{e}_\theta + f_z \vec{e}_z$

$$\text{Avec } f_r = g \sin \alpha \sin \theta, \quad f_\theta = g \sin \alpha \cos \theta \quad \text{et} \quad f_z = -g \cos \alpha \quad (1)$$

L'écoulement résultant satisfait aux équations de bilan de l'hydrodynamique :

- La conservation de masse (équation de continuité)
- La conservation de quantité de mouvement (Equation de Navier -Stokes)

On se place dans les conditions d'évolution d'un fluide incompressible, de masse volumique  $\rho$  et de viscosité dynamique  $\mu$ . Soumis à l'influence de la force de pesanteur caractérisée par la gravité  $\vec{g}$ . Les équations gouvernant un écoulement l'écoulement de type

Taylor Couette en position inclinée dans un système des coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ .

Sont exprimées en fonction de la vitesse  $(V'_r, V'_\theta, V'_z)$  et de la pression P s'écrivent comme suit :

Equation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' V'_r) + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta} (V'_\theta) + \frac{\partial}{\partial Z'} (V'_z) = 0 \quad (2)$$

Equations de quantité de mouvement :

Suivant r :

$$\rho \left( \frac{\partial V'_r}{\partial t'} + V'_r \frac{\partial V'_r}{\partial r'} + \frac{V'_\theta}{r'} \frac{\partial V'_r}{\partial \theta} + V'_z \frac{\partial V'_r}{\partial Z'} - \frac{V'^2_\theta}{r'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial r'} + \mu \left\{ \nabla^2 V'_r - \frac{V'_r}{r'^2} - 2 \frac{\partial V'_\theta}{\partial \theta} \right\} + f_r \quad (3)$$

Suivant  $\theta$  :

$$\rho \left( \frac{\partial V'_\theta}{\partial t'} + v'_r \frac{\partial V'_\theta}{\partial r'} + \frac{v'_\theta}{r'} \frac{\partial V'_\theta}{\partial \theta} + v'_z \frac{\partial V'_\theta}{\partial Z'} - \frac{V'_r V'_\theta}{r'} \right) = - \frac{1}{r'} \frac{\partial p'}{\partial \theta} + \mu \left\{ \nabla^2 V'_\theta - \frac{V'_\theta}{r'^2} - 2 \frac{\partial V'_r}{\partial \theta} \right\} + f_\theta \quad (4)$$

Suivant z :

$$\rho \left( \frac{\partial V'_z}{\partial t'} + V'_r \frac{\partial V'_z}{\partial r'} + \frac{V'_\theta}{r'} \frac{\partial V'_z}{\partial \theta} + V'_z \frac{\partial V'_z}{\partial Z'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial Z'} + \mu (\nabla^2 V'_z) + f_z \quad (5)$$

Avec :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z'^2} \quad (6)$$

## II. EQUATIONS ADIMENSIONNELLES :

Pour mettre les équations sous forme adimensionnelle on pose :

Champ moyen :

- $\bar{V}_i = \frac{\bar{V}'_i}{V_1}$  : Vitesse, avec  $\bar{V}'_i = \bar{V}'_r, \bar{V}'_\theta, \bar{V}'_z$
- $\bar{P} = \frac{\bar{P}'}{\rho V_1^2}$  : Pression

Variables temps espace :

- Temps :  $t = \frac{t'}{d^2/\nu}$
- Espace :  $x_i = \frac{x'_i}{d}$  ( $r = \frac{r'}{d}, z = \frac{z'}{d}$ )

Dés lors, on introduit naturellement les paramètres de contrôle suivants :

- Le nombre de Reynolds :  $R_e = \frac{R_1 \Omega_1 d}{\nu}$
- Le nombre de Froude :  $F_r = \frac{(R_1 \Omega_1)}{\sqrt{gH}}$

$$F'_r = F_r^2$$

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Equations de conservation de quantité de mouvement :

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z} - \frac{\bar{V}_r^2}{r} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{1}{R_e} \left\{ \nabla^2 \bar{V}_r - \frac{\bar{V}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \right\} + \frac{1}{F'_r} \frac{1}{\Gamma} \sin \alpha \sin \theta \quad (8)$$

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z} + \frac{\bar{V}_r \bar{V}_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \frac{1}{R_e} \left\{ \nabla^2 \bar{V}_\theta - \frac{\bar{V}_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \right\} + \frac{1}{F'_r} \frac{1}{\Gamma} \sin \alpha \cos \theta \quad (9)$$

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{1}{R_e} \nabla^2 \bar{V}_z - \frac{1}{F'_r} \frac{1}{\Gamma} \cos \alpha \quad (10)$$

Conditions aux limites :

$$r = \frac{R_1}{d} : \bar{V}_r = \bar{V}_z = 0 \quad \bar{V}_\theta = 1$$

$$r = \frac{R_2}{d} : \bar{V}_r = \bar{V}_\theta = \bar{V}_z = 0$$

On note :  $\frac{1}{Fr^*} = \frac{\sin \alpha}{F'_r}$  tel que  $Fr^*$  représente le nouveau nombre de Froude caractérisant le dispositif d'écoulement incliné.

On note aussi l'intervention du paramètre  $\Gamma$  qui désigne le facteur d'aspect mettant en jeu l'influence de la hauteur  $H$  ou limitation axiale de l'écoulement  $\Gamma = \frac{H}{R_1}$  :

Dans ces conditions le système d'équations peut s'écrire :

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z} - \frac{\bar{V}_r^2}{r} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{1}{R_e} \left\{ \nabla^2 \bar{V}_r - \frac{\bar{V}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \right\} + \frac{1}{F_r^*} \frac{1}{\Gamma} \sin \theta \quad (11)$$

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z} + \frac{\bar{V}_r \bar{V}_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \frac{1}{R_e} \left\{ \nabla^2 \bar{V}_\theta - \frac{\bar{V}_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \right\} + \frac{1}{F_r^*} \frac{1}{\Gamma} \cos \theta \quad (12)$$

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{1}{R_e} \nabla^2 \bar{V}_z - \frac{1}{F_r^*} \frac{1}{\Gamma} \operatorname{ctg} \alpha \quad (13)$$



Conditions aux limites :

$$r = \frac{R_1}{d}: \quad \bar{V}_r = \bar{V}_z = 0 \quad \bar{V} = 1$$

$$r = \frac{R_2}{d}: \quad \bar{V}_r = \bar{V}_\theta = \bar{V}_z = 0$$

### III. EQUATIONS DU MOUVEMENT AVEC LES NOUVEAUX LES PARAMETRES D'INFLUENCES

L'analyse du système d'équations établit précédemment suggère un redimensionnement de celui-ci-

Ainsi en faisant apparaître le nombre de Taylor  $Ta$  qui est le paramètre caractéristique de ce type d'écoulement (effet de courbure) et correspondant au nombre de Reynolds  $Re$  corrigé par

le facteur géométrique, tel que :  $Ta = Re \left( \frac{d}{R_1} \right)^{1/2}$

Et si l'on opère un changement de variables adéquats tels que :

$$\bar{U} = \bar{V}_r \sqrt{Ta} \quad , \quad \bar{V} = \bar{V}_\theta \sqrt{Ta} \quad , \quad \bar{W} = \bar{V}_z \sqrt{Ta} \quad \text{Et} \quad \bar{P} = PTa$$

On établit facilement le système d'équations suivant :

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z} - \frac{\bar{V}_r^2}{r} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{1}{T_a^{3/2}} \left\{ \nabla^2 \bar{V}_r - \frac{\bar{V}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \right\} + N_B \sin \theta \quad (14)$$

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial z} + \frac{\bar{V}_r \bar{V}_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \frac{1}{T_a^{3/2}} \left\{ \nabla^2 \bar{V}_\theta - \frac{\bar{V}_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \right\} + N_B \cos \theta \quad (15)$$

$$\bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \theta} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{1}{T_a^{3/2}} \nabla^2 \bar{V}_z - N_B \operatorname{tg} \alpha \quad (16)$$

Où l'on mis en évidence un nouveau paramètre d'influence, le nombre caractéristique  $N_B$  :

$$N_B = Ta \frac{1}{F_r'} \frac{1}{\Gamma} \sin \alpha \quad \text{ou encor} \quad N_B = Re \frac{1}{F_r} \frac{\sqrt{\delta}}{\Gamma} \sin \alpha \quad (17)$$

Qui représente la combinaison de tous les effets physiquement significatifs agissant sur l'écoulement. à savoir, le nombre de Reynolds  $Re$  le jeu radial  $\delta = d / R_1$ , le facteur d'aspect  $\Gamma = H / d$  l'angle d'inclinaison de dispositif  $\alpha$  et la gravité  $g$  à travers l'intervention du nombre du Froude—En particulier l'effet de la gravité  $g$  semble modulable (de 0 à  $g$ ) par l'angle d'inclinaison  $\alpha$  dans la plage étudiée  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . l'examen de ce système d'équations montre que l'action spécifique de la gravité s'effectue à travers le paramètre  $N_B$  en tant qu'effet extérieur agissant pour contrôler efficacement l'écoulement. Par ailleurs l'influence

du nombre de Taylor  $Ta$  se fait ressentir de manière privilégiée sur les termes de dissipation visqueuse mais de manière interne à l'écoulement.

#### IV–LES COMPOSANTES DU CHAMP DE VITESSES DANS LE SYSTEME DE COORDONNEES SPECIFIQUES $(\xi, \theta, \zeta)$

$$\begin{cases} X = (\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha) \cos \theta \\ Y = (\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha) \sin \theta \\ Z = \zeta \cos \alpha - \xi \sin \alpha \end{cases} \quad (18)$$

✓ Equation de continuité :

$$\frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{V_\xi \cos \alpha + V_\zeta \sin \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} = 0 \quad (19)$$

✓ Equations de Navier –Stockes :

•  $\xi$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial V_\xi}{\partial t} + V_\xi \frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \left( \frac{\partial V_\xi}{\partial \theta} - V_\theta \right) + V_\zeta \frac{\partial V_\xi}{\partial \zeta} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \\ \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} - \frac{V_\xi}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} + \frac{1}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \theta^2} - \right. \\ \left. \frac{2}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\xi}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

•  $\theta$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_\xi \frac{\partial V_\theta}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \left( V_\xi + \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) + V_\zeta \frac{\partial V_\theta}{\partial \zeta} = - \frac{1}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} + \\ \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\theta}{\partial \xi} - \frac{V_\theta}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} + \frac{1}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + \right. \\ \left. \frac{2}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} \frac{\partial V_\xi}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\theta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

•  $\zeta$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \frac{\partial V_\zeta}{\partial t} + V_\xi \frac{\partial V_\zeta}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\zeta}{\partial \theta} + V_\zeta \frac{\partial V_\zeta}{\partial \zeta} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \zeta} + \frac{1}{R_e} \left[ \frac{\partial^2 V_\zeta}{\partial \xi^2} + \right. \\ \left. \frac{\cos \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\zeta}{\partial \xi} + \frac{1}{(\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha)^2} \frac{\partial^2 V_\zeta}{\partial \theta^2} + \frac{\sin \alpha}{\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha} \frac{\partial V_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 V_\zeta}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Avec :

$$\Pi = P - \frac{1}{F_r'} (\zeta \cos \alpha - \xi \sin \alpha) \quad (23)$$

Celle-ci n'est autre que l'expression d'une pression modifiée par l'effet de gravité qui intervient à travers le nombre de Froude  $F_r'$  et  $P$  correspondant à une pression telle que

$$P = \Pi + \frac{1}{F_r'} Z \quad (24)$$

De cette façon la pression  $\Pi$  apparaît comme une pression apparente (23) qui est dominée par l'effet de  $g$  via l'angle  $\alpha$  imposé.

Les composantes de champ de vitesses dans le régime laminaire de base s'écrivent :

- Composante radiale : ( $\xi$ )

$$V_\xi(x) = -\frac{1}{Re} \frac{60}{6l} x^2 (x-1)^2 \quad (25)$$

- Composante tangentielle ( $\theta$ )

$$V_\theta(x) = -\frac{6l}{60} x + 1 + \frac{1}{60} (2x^6 - 6x^5 + 5x^4) \quad (26)$$

- Composante axiale ( $\zeta$ )

$$V_\zeta(x) = \frac{1}{Re} \frac{120}{6l} x(2x-1)(x-1) \quad (27)$$

Avec  $\zeta = x + \frac{R_l}{d}$

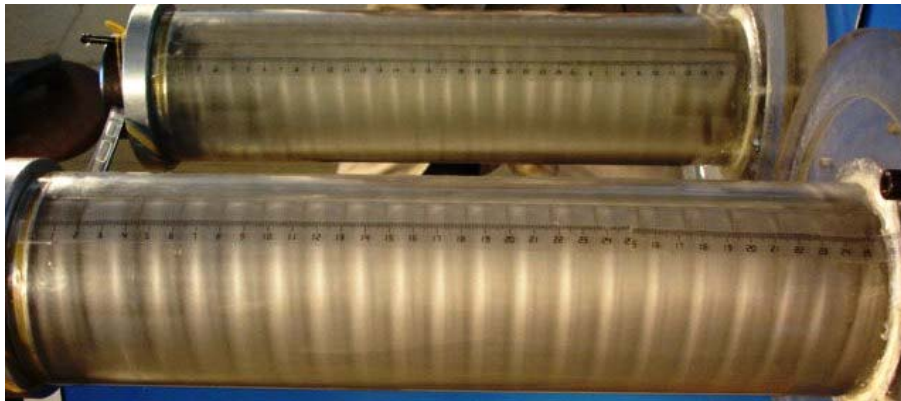
- Périmètre sec  $P_s = 40$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 274$  ;  $H' = 90$  (espace annulaire moitié rempli ; le cylindre intérieur est totalement émergé dans le fluide (100%))

Vitesse	Température	nombre de Taylor	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATIONS
25.2	25.7	165	80,2	Apparition des ondes stationnaires le long du cylindre
29.3	25.8	192,2	93.5	Ondes stationnaires toujours persistantes
33.2	26	219.2	107	La position maximum de l'onde est en wavy proche de la surface
34.5	26	227,8	111	le wavy se propage vers le fond mais la vue de derrière reste stationnaire. la taille des cellules est diminuée
35.5	26.2	236	115	le max en vue derrière oscille légèrement le wavy bien claire en vue de face
40	26,5	268.3	130	Même remarque (le fluide traverse d'une manière ordonnée)
44	26.7	297	145	Fluctuation en vue de face
56.6	26.7	382	186	
59.1	27	403	196	Forme bizarre
76.3	27.4	526	256	Désordre clair au niveau des bords
120	27.5	830	404	Désordre sur toute la colonne fluide
147	27.6	1020	496	
191.3	27.7	1332	648	la surface ondulée

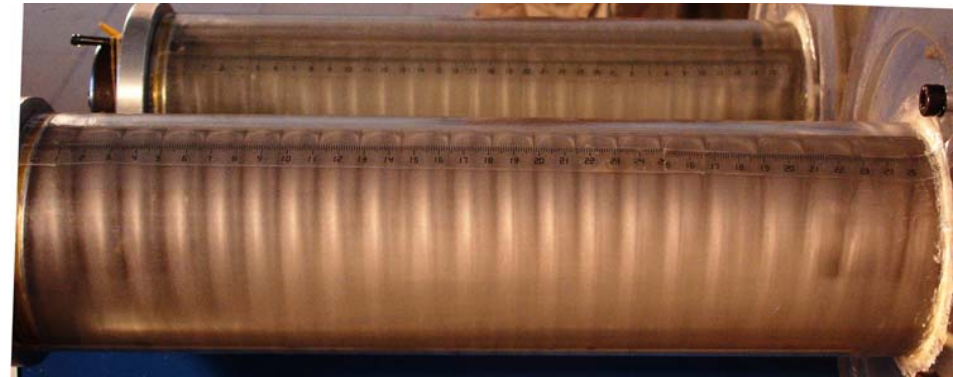
216		1503	731	Début de spin up
278	27.7	1935	942	
318	27.8	2220	1080	Spin up quasi – stationnaire et les ondes se rétablissent en vue de face
330	27.9	2311	1124	Spin up stationnaire
358.3	28.1	2524	1228	le spin up détruit (poches d'air sous forme des cœurs)
384.6	28.1	2709	1319	Chaos total
434.6	28.2	3071	1494	Disparition des poches d'air comme c'est le système d'écoulement est totalement rempli
621.4	28.2	4391	2137	Turbulence

Résultat :

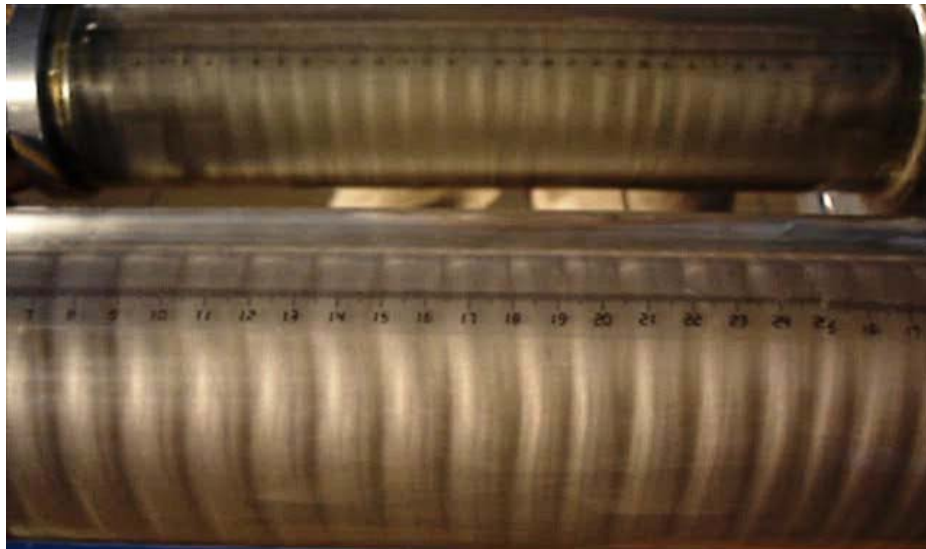
Pour cette hauteur, on n'observe pas la formation des ondes de Type Taylor – Dean. L'écoulement ressemble à celles de Taylor – Couette mais avec une légère modification ; la première instabilité est retardée et la symétrie est rompue.



$Ta=80,2$



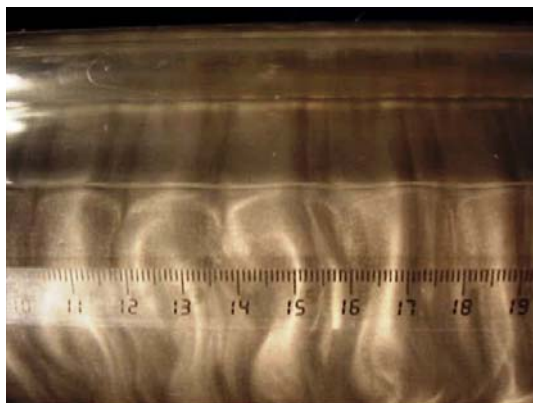
$Ta=106,7$



Ta = 115



Ta = 130,6



Ta = 196 (bizarre et magnifique)  
Mouvement twist



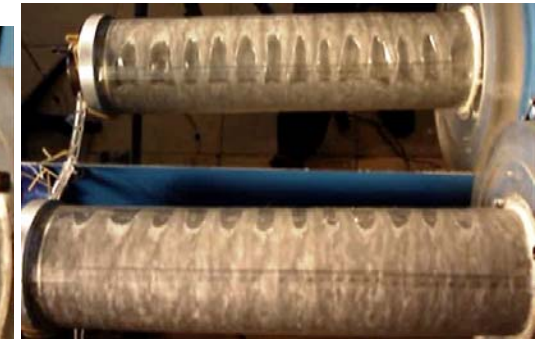
Ta = 297



Ta=256 désordre aux niveaux des bords



Ta =404 (chaos)



Ta =1124 (spin up quasi-stationnaire)



Ta =1228 (poches d'air sous forme des cœurs)



Ta = 2137, le cylindre apparaît comme il est rempli (Turbulence)

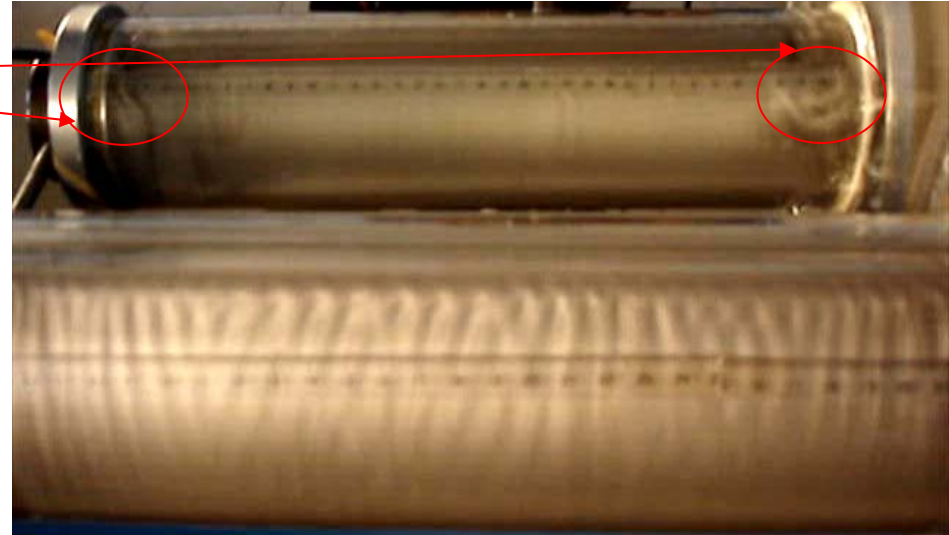
➤ Périmètre sec  $P_s = 64$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 250$  ;  $H' = (2R^2-d) = 85\text{mm}$ . Dans ce cas l'espace annulaire est vide de côté du haut (le cylindre intérieur est totalement émergé dans le fluide mais il est tangent avec l'air (99,9%))

Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Nombre de Reynolds Re	OBSERVATION
42.4	28.4	147	301	Début des instabilités (wavy aux bords, ondes évanescences au milieu)
44.0	28.4	152	313	Presque m chose
45	//	156	320	Presque m chose
47.3	//	163,5	336	Ondes de T-D instationnaires en wavy spirale proche de la surface libre en vue de face et en vue derrière l'éclt est laminaire.
49.1	28.5	163,5	335	Spirale au centre presque stationnaire aux bords
50	28.5	173,5	356	Création des nouvelles sources, et tj spirale, on voie des ondes évanescence en vue derrière
56.3	28.4	195	400	Début de désordre
83		287	590	Désordre total
181	28.4	626	1286	Ondulation de la surface libre
316.1	28.3	1090	2240	
353		1217	2502	Spin up stationnaire
375.8	28.3	1296	2663	Spin up détruit
413.1	28.2	1420	2919	
493.7	28.1	1693	3478	Les poches d'air existent
621	28	2123	4362	Mm



Conclusion : l'instabilité de Taylor – Dean apparaisse mais elle est différente à celle qui est observée par d'autres auteurs [65] ; c'est un phénomène due aux effets combinée de la hauteur et de la largeur de l'espace annulaire.

Instabilité baroclinique



Ta = 147, apparition des ondes de TD mais leur forme inexternable

Ta = 163 ondes de TD en vue de face et baroclinique en vue derrière



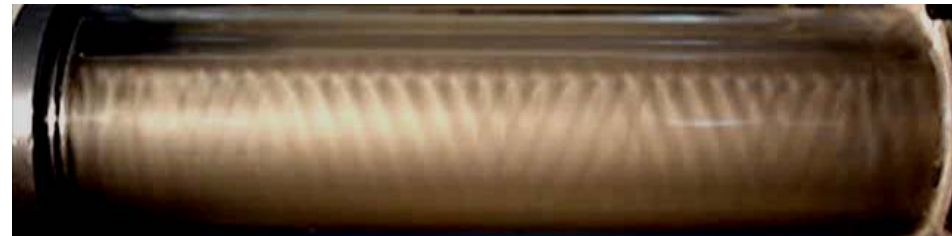
Fluctuation a Ta = 195

- Périmètre sec  $R_s = 70$  ; Périmètre mouillé  $R_m = 244$  ;  $H = 83$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATIONS
28.4	23	82	170	
34.4	23	100	205	
36.5	23	10	217,5	
45.5	23	132	271	Les ondes entrent entre eux Il y a trois sources
47.8	23.5	141	290	régime établi sous de forme de W
47.8	24	143,5	295	une source au centre
49	24.4	150	307	
53.3	24.5	163	335	



Ta=132



Ta=141



Ta=144, source au centre



Ta=163

- Périmètre sec  $P_s = 75$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 239$  ;  $H' = 81,38$  (la grande moitié du cylindre est émergée dans le fluide (plus de 75%))

Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Re	OBSERVATIONS
37.7	28.6	131.2	270	Effet de bords, naissance des cellules
38.6	28.5	133.9	275	Naissance des cellules
39.9	//	138.4	285	tj n'est pas stable, après plus de 7 mn l'eclt est devenu stable (incliné, spiral en wavy très faible ; Taylor – Dean incliné)
41.4	28.3	142.8	293.5	Ondes de T- D établis
43.2	28.2	148.6	305	Spirale au centre presque stationnaire aux bords
46.6	28.1	159.8	328	Triplet
52	//	178.3	366	Fluctuations
59.8	//	205.0	421	Désordre (les structures rompues)

241.6	28.2	830.9	1707	Désordre + ondulation de la surface libre
392.3	28.5	1361.1	2796	Début de Spin up
434.1	28.6	1510.6	3103	
510	28.7	1779.9	3657	
622.6	28.8	2179.2	4478	

Résultat :

Le Taylor – Dean apparaît



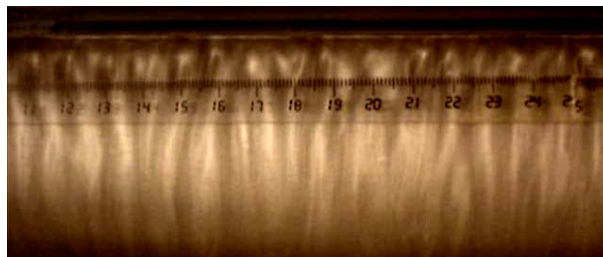
Ta = 139



Ta = 142



Ta = 160



Ta = 205



Ta = 1360

➤ Périmètre sec  $P_s = 83$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 231$  ;  $H = 78.71$

Vitesse	Température	nombre de Taylor	Nombre Reynolds	OBSERVATIONS
30.5	24.4	92.93	191.0	
39.6		120.7	247.9	
43.4		132.2	271.7	Régime d'ondes de Taylor – Dean
49.5		150.8	309.9	TD établi
55.6	24.4	169.4	348.1	Deuxième instabilité



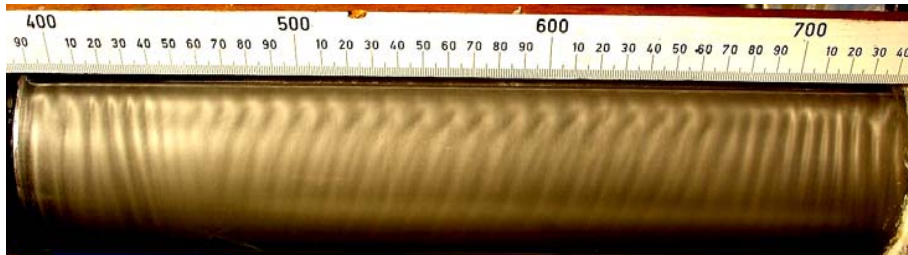
$Ta = 132$



$Ta = 170$

➤ Périmètre sec  $P_s = 100$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 214$  ;  $H = 72.39$

Vitesse	Température	nombre de Taylor	Nombre de Reynolds Re	OBSERVATIONS
25	22.9	72.24	148,5	
28.1		81.2	167	
40		115.6	237,5	
46.5		134.4	276	Apparition des ondes de T – D
51.3	23	148.8	306	
53.6		155.4	319,5	Triplet
58.7		170.2	350	
63.5		184.2	378,5	
102.5	23,2	299.4	615	



$Ta=134.4$   $Re = 276$



$Ta=155.5$ ,  $Re=319$

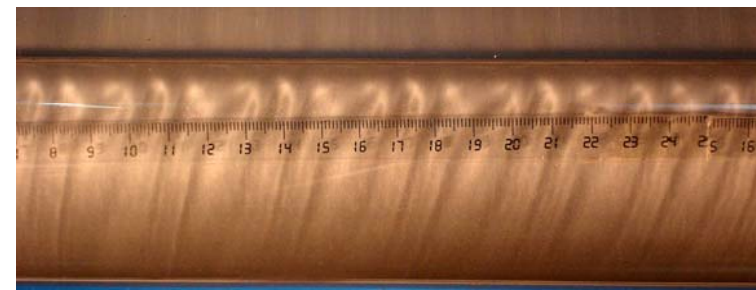


- Périmètre sec  $P_s = 109$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 205$  ;  $H' = 68,73$

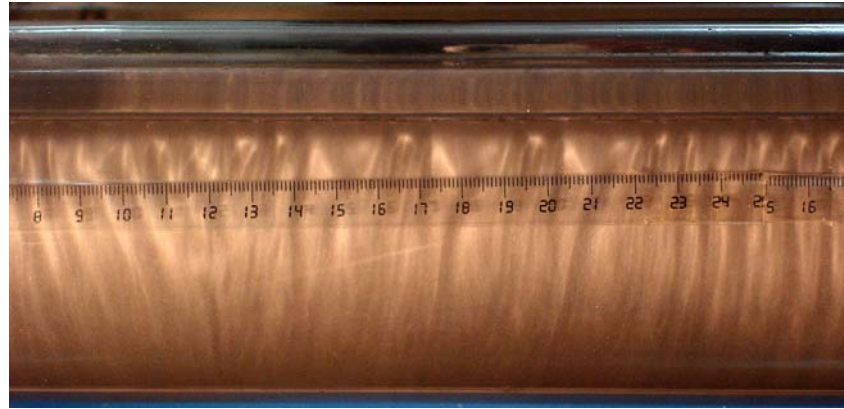
Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Re	OBSERVATIONS
39	27.7	132	271.5	Apparition des ondes de T-D (inclinée spirale)
43.5	//	147,5	303	tj spirale mais il y a wavy faible
45.3	//	153,5	315,5	Les structures de spirale (onde inclinée) 2 <sup>ème</sup> instabilité
54.2	//	183.6	377	Fluctuation
103	//	349.0	717	Désordre Total
208.1	27.8	707.2	1453	Surface ondulée
622	28.1	2132.7	4382	



Ta = 132



Ta = 153.5



$Ta = 183.5$

➤ Périmètre sec  $P_s = 120$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 194$  ;  $H = 64$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATIONS
39.7	22.9	115	236	
44	//	127	262	Ondes en wavy très faible aux bord et Ondes évanescentes au centre du cylindre
46.7	//	135	277	Apparition des ondes TD
49.6	//	143	295	
53.3	//	154	316.5	
55.9	//	161.5	332	Triplet au centre et ondes droites aux bords en wavy
58.7	23	170	350	
61.9	//	180	370	
65.9	//	190	393	
71.1	//	206	423	



78.2	//	227	466	Fluctuations
87	//	252	518	
107	//	310	638	désordre
146.5	23,2	428	880	panache
205	//	600	1235	
310	//	912	1874	
623	23,4	1833	3766	



Ta=127



Ta =135

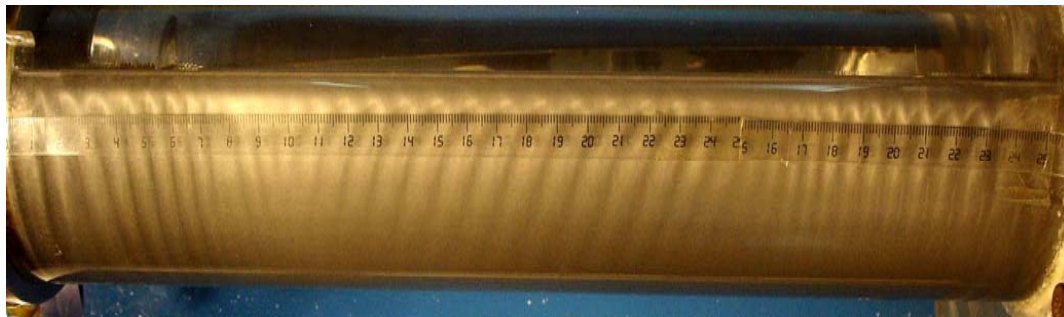


Ta=161.5

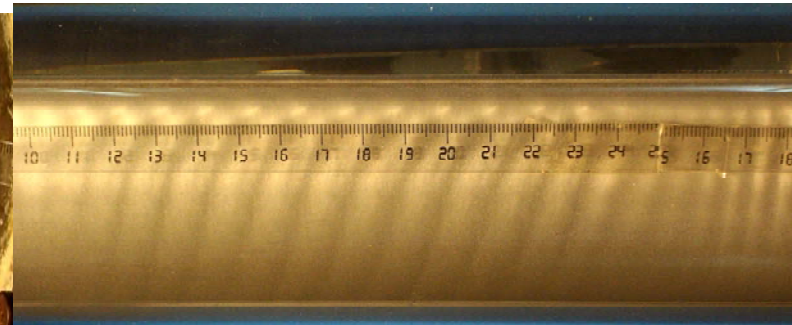
➤ Périmètre sec  $P_s = 147$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 167$ ;  $H = 51,72$

(Plus de la moitié du cylindre est émergée dans le fluide (plus de 50%))

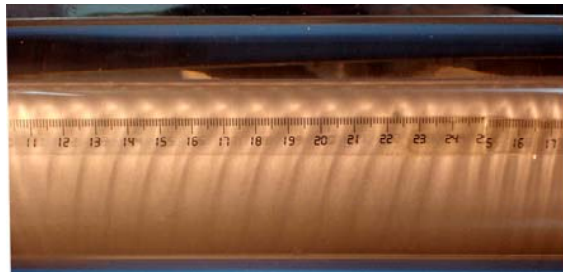
Vitesse	Température	Nombre de Taylor $Ta$	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATIONS
40.1	27.9	137	280	Apparition des ondes de T-D (incliné et spirale)
45.9	27.8	156	320,5	spirale mais il y a wavy faible
47.3	//	160	330,3	
49.6	//	168,5	346,3	Les structures de spirale (ondes inclinées) détruit ; rompues
56.3	//	191	393	Les ondes se rétablissent aux bords, mais au centre désordre ; aux bords des ondes en wavy
57.2	27.8	194,5	400	
61.1		208	427	Fluctuations
68.2	//	232	476	Fluctuations totales
110.8	27.8	376,5	773	
240.2		816	1677	
358	27.8	1217	2500	Début des bulles d'air
623,1	28	2130	4377	



Ta =137 (cylindre complet)



Ta =137 centre du cylindre



Ta= 156



Ta=168.6

➤ Périmètre sec  $P_s = 157$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 157$  ;

$H' = R_2 = 47$

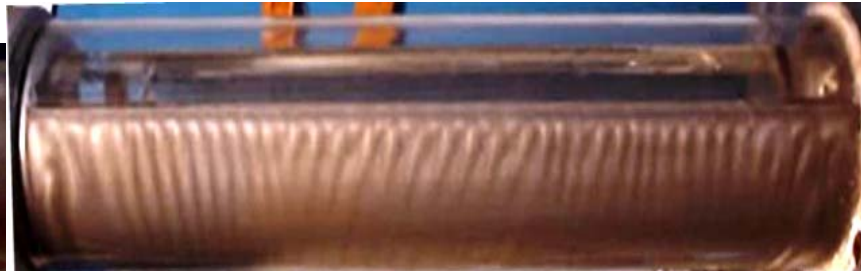
(Moitié du cylindre émergée dans le fluide (50%))

Vitesse	Température	nombre de Taylor	Nombre de Reynolds	OBSERVATIONS
31.4	22.5	90	184	Effet de bords
35.4	//	100	207	//
40	//	114	234	//
48.9		139	286	Apparition des ondes de Taylor – Dean
52.3	//	148	306	//

59.3	//	168,8	347	//
65.5		186,5	383	Triplet (deuxième instabilité)
69	23.2	201,6	414	//
75.3	//	220,0	452	Les ondes presque sont droites et une source près du centre
87.1	//	254,4	523	fluctuations
110.7	//	323,4	664	//
186.8	23.5	551,6	1133	Désordre
310	//	915,3	1880	//



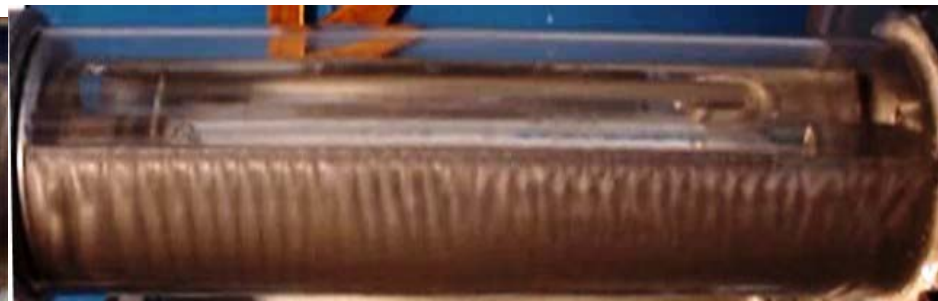
Ta = 139.2



Ta=168.8



Ta=200



Ta=220



$Ta=915$

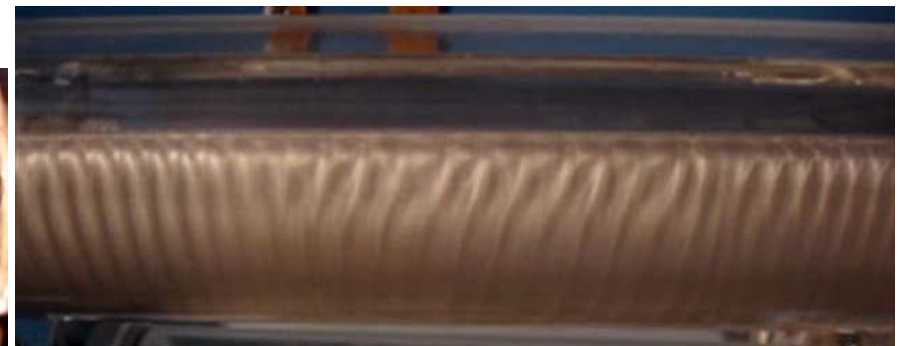
➤ Périmètre sec  $P_s = 172$  ; Périmètre mouillé,  $P_m = 142$  ;  $H = 40$

Température	Vitesse	nombre de Taylor	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATION
22.9	37.5	108	222,5	
//	41.7	120,5	247,5	
//	48.4	140	287,5	Apparition des ondes de Taylor – Dean
23	54.3	157,5	323,5	
//	60.5	175,5	360,5	Formation du triplet
//	67.6	196	403	
23,2	74.7	218	450	
	89.8	262	539	

	132	385,5	792	
	315	920	1890	
23,5	623	1840	3780	



Ta=140



Ta=175.5



Ta=196

➤ Périmètre sec  $P_s = 180$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 134$  ;  $H = 36.32$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Nombre de Reynolds	OBSERVATION
39.1	22.1	110	225	
45	//	126	260	
48.3	//	135,5	278,5	Apparition des ondes de TD forme Particulière
50.4	//	141	290,5	
54.4	//	152,5	313,5	
64	22.3	181	371,5	
72	//	203.5	418	fluctuation
80.8	//	228	470	
92.7	//	262	538	Désordre
130	22.4	368	757	
174	//	493	1014	
315	22.5	897	1843	
622	//	1771	3640	





Ta=135,5



Ta=181



Ta=203



➤ Périmètre sec  $P_s = 198$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 116$  ;  $H' = 28.29$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor $Ta$	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATION
41.9	23	121,5	250	Apparition des ondes au niveau des bords stationnaires
47.7	//	138	285	
51	//	150	304	Onde de Taylor se rétablit
54	//	156	322	
59	//	171	352	La source au centre
63.8		185	380	
69.3	23.2	202	416	
76.2		223	460	Fluctuation
82.6		243	500	//
89.8	23,4	264	543	//
94.6		278	572	Formation d'un panache
111.6		328	675	//

133.3		392	806	Le fluide monte mais non organisé
180.6	23,5	533	1096	//
310		915	1880	//
623	23,7	1852,5	3806	Formation des bulles d'air et apparition du phénomène de spin up



Ta=150, Onde de Taylor s'établit



Ta=157



Ta=171 La source au centre et les ondes se déplacent vers les extrémités



Ta=185 la source est au centre



Ta=223,5 fluctuations

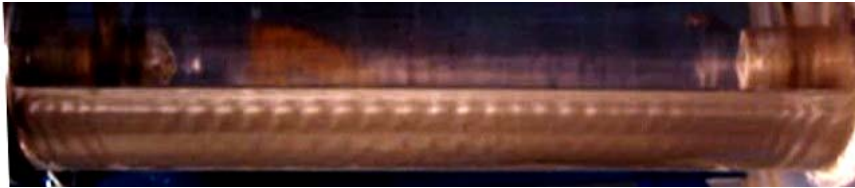


Ta = 243 (Fluctuations)

➤ Périmètre sec  $P_s = 218\text{mm}$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 96\text{mm}$  ;  $H' = 20\text{mm}$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor $Ta$	Nombre de Reynolds $Re$	OBSERVATIONS
37.8	23.9	113.2	233	
42.2		126.4	260	
45.4	//	136.0	279	
48.4	24	145.5	300	Apparition des ondes de Taylor – Dean à partir des bords vers le centre
54.1		162.6	334	//
59	//	177.3	364	//
62.9		189	388	Une source est créée au centre du dispositif
72.5		218	447	
92.6	24.1	279	574	la forme des ondes disparue
97.8		295	606	
117.2		353	726	
138		416.2	855	le fluide monte d'une manière organisée et on observe formation des cellules le long de fluide oscillent aléatoirement
143.8		433.6	891	
147.5	24.2	446.3	917	La forme des cellules apparaît claire
148	//	447.9	920	
152	//	460.0	945	
155.8	24.3	473.1	972	
172.3		523.2	1075	
182.3		553.6	1137.5	

186.4		566.0	1163	
193.3	24.5	591.0	1214	
202.9		620.3	1278	
225.8	24.9	700	1438	Début de destruction des ondes montantes et changement de forme des ondes.
236		731,5	1503	
249.2		772	1587	
258.3	24.9	800	1645	
288.3		893,5	1836	
440.6	25	1370.0	2815.2	
621	25.1	1937.5	3981.1	



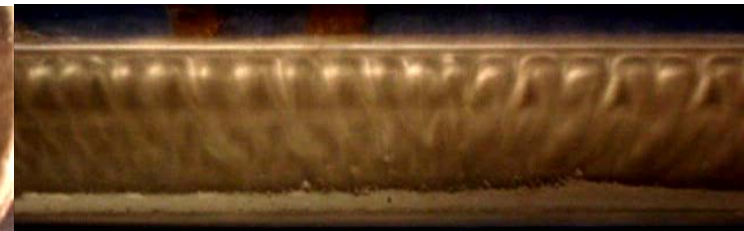
Ta= 145,5 (vue de face)



Ta = 145,5 (vue de dessous)



Ta=177



Ta=189



Ta= 295



Ta = 416



Ta=416

➤ Périmètre sec  $P_s = 231$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 83$  ;  $H' = 15.33$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor Ta	Nombre de Reynolds	OBSERVATIONS
37.8	23.9	113,2	233	Effet de bords : cellules individuelle qui apparaît
42.2		122,8	252	//
45.4	//	132,2	272	//
48.4	24	145,4	300	Apparition des ondes de Taylor– Dean à partir des bords vers le centre
54.1		162,6	334	//
59	//	177,3	364	//
62.9		189,0	388	Une source de mouvement est créée au niveau du centre
72.5		217,9	446	Nouvelle technique de visu (voir ce qui se passe à la surface par réflexion optique v38)
92.6	24.1	279,2	573	la forme des ondes disparue
97.8		295,9	608	//
117.2		355,9	731	//
138		420,5	864	le fluide monte d'une manière organisée et on observe formation l'apparition des nouvelles cellules le long de dispositif qui est oscillent aléatoirement ( forme dégradée en inextricable)

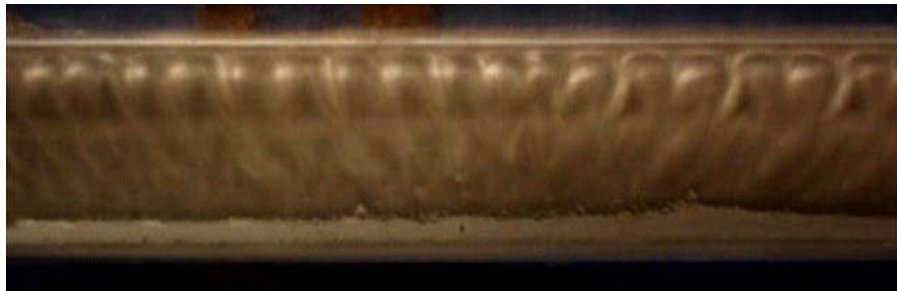
143.8		439,7	903	
147.5	24.2	446,3	917,2	Les cellules se réorganisent
148	//	449,4	923	
152	//	463,1	951	//
155.8	24.3	473,1	972	//
172.3		523,2	1075	//
182.3		553,6	1137,5	//
186.4		566,0	1163	//
193.3	24.5	591	1214	//
202.9		620	1274	//
225.8	24.9	1365	2805	Début de destruction des ondes qui monte et les ondes qui se trouve au milieu du system d'écoulement change
236		1925	3955	//
249.2		772	1587	//
258.3	24.9	800	1645	Mouvement ascendant désordonné
288.3		894	1836	//
440.6	25	1370	2815	//
621	25.1	1938	3981	Spin up désordonné



Ta=151



Ta=184



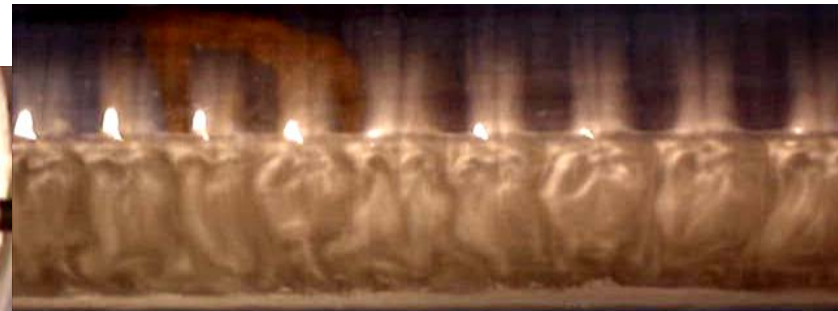
Ta=196



Ta=306

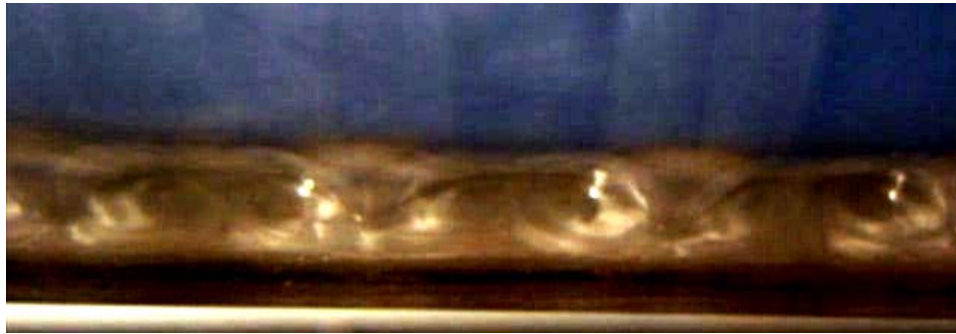


Ta=420

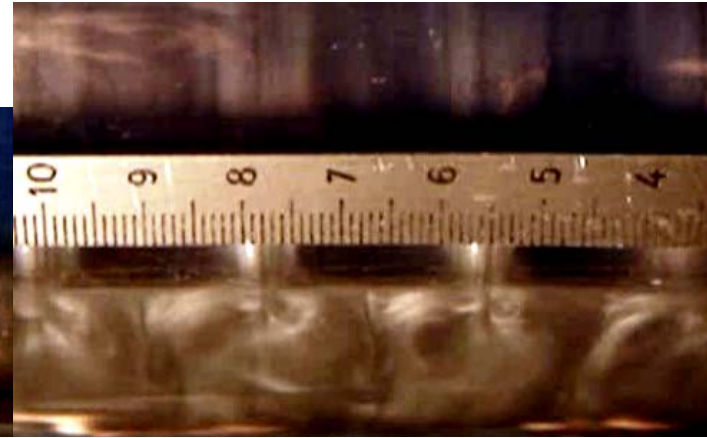


Ta=420





Ta=420



Ta=446

- Périmètre sec  $P_s = 250$  ; Périmètre mouillé  $P_m = 64$  ;  $H' = 9.3$

Vitesse	Température	Nombre de Taylor	Nombre de Reynolds	OBSERVATIONS
45	25.5	142.	292	
47	//	148,5	305	
52.6		166	342	Apparition des ondes de Taylor–Dean
56.6	//	179	368	//
60.1	26	193	397	//
69.6	26	223,5	459.5	//
74.8	//	240	494	Naissance des nouvelles sources de mouvement
80.9		260	534	Une source apparaît presque au centre du dispositif
83.9		270	554	

91.5	26.1	295	606	
101.5		327	672	Apparition d'un mouvement ascendant vers le haut du dispositif
119.2		384	789,5	
129.8		418,5	860	Les ondes de nouvelle forme s'installent
141.3		455,5	936	
149.3	26.3	484,4	995	
156.9		510	1046	
167.9		546,5	1123	
187.5	26.4	610	1254	
216.8		705,5	1450	
248	26.5	807	1658,5	
259.5		852,5	1751	
315	26.7	1038	2133	
624.8	26.8	2065	4244	



Ta= 166.3



Ta= 327

A  $Ta_c = 439$ , le fluide se réorganise et il y a naissance d'une structure ondulatoire remarquable. La structure ondulatoire est comparable à celle qui est observée dans la convection thermique de type Rayleigh – Benard.



Ta= 418



Ta =440



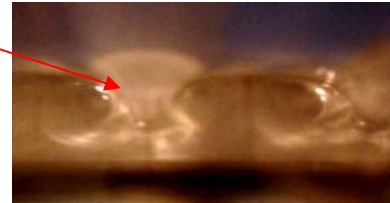
Ta = 440



Ta = 460



Ta=528 Ta = 528



(vue locale au niveau d'espace annulaire)



Ta = 550 (Vue locale)

A  $Ta = 550$  la forme des ondes modifiée et le fluide revient vers le bas pour la 2<sup>em</sup> fois (début de désordre) puis les ondes perdent leur forme de plus en plus Ta grand

Les valeurs des nombres critiques de Reynolds et de Taylor d'apparition des ondes de Taylor – Dean et le mode triplet en fonction de la hauteur est représentée sur le Tableau suivant :

Hauteur H' (mm)	Facteur d'aspect $\Gamma'=H/d$	Première instabilité		Deuxième in stabilité (mode triplet)	
		Re	Ta	Re	Ta
83	9,22	271	132	335	163
81	9,00	275	134	329	160
79	8,78	271	132	348	169
72.5	8,06	276	135	319	155
69	7,67	271.5	132	315	153
64	7,11	277	135	331	161
51	5,67	281	136,5	346,3	168,6
47	5,22	286	139	383,2	186,5
40	4,44	287	140	360,5	175,5
36.32	4,04	278,5	135,5	-----	-----
29.60	3,29	304	150	-----	-----
15	1,67	300	146	-----	-----
9.3	1,04	331	161	-----	-----

## Résumé

### « Effets de la mise en régime des vitesses sur les conditions d'apparition des instabilités et de la turbulence entre deux cylindres coaxiaux ».

Cette étude a pour but de s'intéresser aux effets combinés de la mise en régime des vitesses et de géométrie sur les conditions d'apparition des instabilités et du chaos en régime laminaire turbulent dans le système d'écoulement de type Taylor couette.

Il s'agit d'un dispositif d'écoulement défini entre cylindres coaxiaux dont l'intérieur est en rotation, l'extérieur étant maintenu fixe.

Ce travail consiste à mettre en évidence l'ensemble des structures observées aux seuils critiques de leur apparition et de suivre l'évolution de l'ordre vers le désordre par dégradation des structures d'ondes jusqu'au déclenchement du chaos.

En outre, les effets de géométrie sont examinés à la lumière des limitations axiale du mouvement et l'envisage d'étudier l'influence de l'inclinaison du dispositif. Ces deux effets agissant sur le mouvement sont analysés par voie photométrique (réflexion et transmission de lumière) afin d'énoncer les conditions de stabilité de l'écoulement et tracer le diagramme associé.

Les résultats expérimentaux sont confrontés à une modélisation théorique, dans l'approximation d'un faible espace annulaire, qui susceptible de simuler le fonctionnement d'un palier de transmission de vitesse correspondant à divers situations physiquement intéressantes : déplacement d'un véhicule tout terrain, machine tournante et lanceur de fusée en position inclinée.

**Mots clés :** Ecoulement de Taylor–Couette, cylindres coaxiaux, tribologie, instabilité hydrodynamique, chaos et turbulence.

## Abstract

### Effects of the stake in regime of the speed on the conditions of appearance of the instabilities and the turbulence between two coaxial cylinders

The purpose of this study is to show the influence of combined effects, the speeds variation and geometry effects on conditions of appearance of instabilities and chaos in laminar – turbulent transition in Taylor – Couette flow system.

The experimental device is constituted by two coaxial cylinders so that the inner cylinder is rotating and the outer is at the rest.

This work consists in highlighting the whole of the structures observed at the critical points of their appearance, to follow the evolution of the order towards the disorder as degradation of the structures of waves up to the onset of chaos.

Moreover the effects of geometry are examined by the axial limitation of the movement and plan it to study the influence of the inclination of the device. These two effects acting on the movement are analyzed by photometric technique (reflexion and transmission of light) in order to state the stability conditions of the flow and to plot the associated diagram.

The experimental results are confronted with a theoretical modelling, in the approximation of a small gap configuration, which likely to simulate the operation of a stage of transmission speed corresponding to various interesting physical situations: displacement of a cross-country vehicle, revolving machine and launcher of rocket in inclination position.

**Key words:** Taylor-Couette flow, coaxial cylinders, tribology, hydrodynamic instability, chaos and turbulence.

## ملخص

### اثار تحديد السرعة على شروط ظهور حالات اللاإستقرار و الاضطراب بين أسطوانتين لهما نفس المحور.

هذه الدراسة تهدف إلى توضيح أثر تحديد السرعة و الموضع الهندسي على شروط ظهور الاستقرار و العشوائية عند الهدوء – الاضطراب في سيلان من نوع تايلور كوات.

هذا يتمثل في سيلان مائع بين اسطوانتين لهما نفس المحور، حيث الداخلية تدور و الخارجية ساكنة.

هذا العمل يهدف إلى تبيين مختلف الهياكل الملاحظة عند كل سرعة حرجة، و متابعة تدهور النضام إلى اللانضام (تدهور الأمواج بجوار ظهور العشوائية).

كذلك أثر الموضع الهندسي درس بالتحديد المحوري لجريان المائع، وكذلك ميلان الجهاز، هذين العاملين المؤثرين (التحديد المحوري و الميل) درست عن طريق المعالجة الفوتوغرافية (انعكاس الضوء نفوذه) لتحديد شروط الاستقرار، و رسم منحنيات المناسبة.

النتائج التجريبية تترجم إلى تقريبي نظري في حالة المساحات الحلقية الصغيرة، أي ما ينطبق على علم التريبولوجيا، التجايف الهيدروديناميكية، و السيارات المستعملة في كل الميادين، و قذائف الصواريخ.....

**كلمات المفتاح:** سيلان بين أسطوانتين ذات محور واحد – الاستقرار الهيدروديناميكي – علم الاحتكاك (تريبولوجيا) و سيلان تايلور – كوات، العشوائية و الاضطراب.