

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

## MÉMOIRE DE MAGISTER

Présenté par :

**BENKEZIM Lounes**

En vue de l'obtention du diplôme de **MAGISTER** en :

**Filière : Génie Mécanique**

**Option : Modélisation et simulation en mécanique**

### *Thème*

*Simulation numérique de la convection naturelle  
d'un Nanofluide dans une cavité rectangulaire*

#### Devant le jury composé de :

Mr. M. HACHEMI	Président	Maitre de Conférences	UMBB
Mr. M. BALISTROU	Examineur	Maitre de Conférences	UMBB
Mr. A. HAMIDAT	Examineur	Directeur de recherche	CDER
Mr. K. MANSOURI	Promoteur	Professeur	UMBB

# Remerciements

*Au terme de modeste étude ; nous tenous à remercier Dieu pour le courage et la volonté sans lesquels mon étude n'aurait jamais vu le jour.*

*Nos vifs remerciements vont à nos très chers parents pour leurs efforts fournis et leurs conseils pendant tous ces années d'études.*

*Au terme des années de préparation de mémoire de magister, je tiens à remercier chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail:*

*Pr. Kacem MANSOURI qui a accepté de diriger ce travail, je lui exprime ici toute ma gratitude pour tout son support et les orientations durant toute la réalisation de ce mémoire par ses conseils qui m'ont appris la patience.*

*Dr. M. HACHEMI qui a eu la bienveillance d'accepter de juger ce travail et de le présider.*

*Dr. M. BALISTROU et Dr. A. HAMIDAT pour avoir accepté de juger ce travail.*

*Mes remerciements vont aussi à mes Enseignants du Département de Génie Mécanique et aux Doctorants du Groupe Modélisation en Mécanique du LEMI pour leurs enseignements et leur accueil chaleureux.*

*Pour les membres du jury qui nos ont fait l'honneur d'accepter la mission qui leur a été confiée.*

*En fin, nos exprime nos vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.*

# Dédicaces

*Je dédie ce mémoire à tous ceux*

*et celles qui sont chères à mon cœur :*

- \* À maman que dieu lui accorde sa miséricorde.*
- \* Mon très cher papa qui m'a tant donnée tout au long de ma vie.*
- \* Ma belle sœur et mes beaux frères.*
- \* Toute la famille : mes tantes et mes oncles ainsi que leurs familles.*
- \* Mon adorable nièce et neveu*
- \* Mes amis de ma section pour les années qu' 'en a passé ensemble.*
- \* Mes amis de scoutie.*
- \* Tout le groupe MSM.*

**BENKEZIM Lounes**

## Résumé

L'objet de notre travail présenté dans ce mémoire est la modélisation et simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire (sans et avec ailette) chauffée, et remplie d'un mélange d'eau et nanofluide. D'où l'intérêt et l'importance de ce présent travail d'autant plus que les études numériques sur ce type de problème sont rares dans la littérature. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis. Les champs thermique et dynamique ont été obtenus ainsi que le nombre de *Nusselt*. L'influence des paramètres (nombre de *Rayleigh*, type de nanofluide, la longueur et la position de sources de chaleur et de l'ailette) a été considérée. La résolution numérique est faite avec le code de calcul Fluent, basé sur la méthode des volumes finis et les résultats obtenus sont en nette concordance avec les résultats expérimentaux existants.

**Mots clés :** convection naturelle, nanofluide, cavité rectangulaire, simulation numérique, méthode des volumes finis,

## Abstract

The object of our work presented in this memory is the modeling and simulation numerical of natural convection in a heated rectangular cavity (without and with wing), enclosure filled with a mixture of water and nanofluid. Wich gives a great importance to this present work especially if we know that numerical studies on this type of problem are rare in the literature. The governing equations were discretized by the finite volume method. The dynamic and thermal fields have been obtained and the number of *Nusselt* too. The influence of parameters (*Rayleigh* number, type of nanofluids, heat source and wing the position and length).The numerical resolution has been made with the Fluent cod, based on me finites volumes method and the results obtained are in clear agreement with the existing experimental results.

**Keywords:** natural convection, nanofluid, rectangular cavity, simulation digital technology, finites volumes method.

الهدف من عملنا المقدم في هذه المذكرة هو النمذجة و التصميم العددي للحمل الطبيعي داخل حاوية مستطيلة ( ) النانوفلويد. فتكمن فائدة و أهمية هذا العمل في كونها امتلاك نتائج تكون قاعدة لتجريب طرق عددية ومقارنة النتائج التطبيقية بالنتائج العددية و هذا النوع من الدراسة بالأحرى قليل في الكتب. استعملناها تحليلها طريقة المنتهية. عليها هي التيار نيويسالت.و أيضا درسنا تأثير معاملات أخرى على الإنتقال الحراري الطبيعي وتتمثل ه (عدد رايلي، النانوفلويد، طول و موضع المنبع الحراري وكذا الزعانف) دراستنا العددية برنامج حسابي Fluent قائم على أساس طريقة الحجم المنتهية والنتائج المحصل عليها طابقت ب النتائج التجريبية الموجودة.

**الكلمات المفتاحية :** الحمل الطبيعي، النانوفلويد، حاوية مستطيلة، نمذجة عددية، طريقة الحجم المنتهية.

**NOMENCLATURE**

- $a_{i,j}$  : Coefficient de l'équation algébrique du volumes finis au point (i, j).  
 $C_p$  : Chaleur spécifique [ $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ].  
 $g$  : Accélération de la gravité [ $\text{ms}^{-2}$ ].  
 $h$  : coefficient de transfert de chaleur par convection [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ].  
 $H$  : hauteur de la cavité [m].  
 $L$  : longueur de la cavité [m].  
 $A$  : Facteur de forme.  
 $K$  : Conductivité thermique [ $\text{w.m}^{-1}.\text{k}^{-1}$ ].  
 $Pe$  : Nombre de Peclet.  
 $Pr$  : Nombre de Prandtl.  
 $Ra$  : Nombre de Rayleigh  
 $Nu$  : Nombre de Nusselt  
 $Re$  : Nombre de Reynolds  
 $Gr$  : Nombre de Grachof  
 $P$  : Pression [ $\text{Nm}^{-2}$ ].  
 $q$  : Flux de chaleur.  
 $Q$  : Coefficient de TDMA méthode.  
 $S$  : Terme source général.  
 $T$  : Température [ $^{\circ}\text{C}$ ].  
 $t$  : temps [s].  
 $u, v, w$  : composantes de la vitesse [ $\text{ms}^{-1}$ ].  
 $x, y, z$  : coordonnées cartésiennes [m].  
 $2D$  : Bidimensionnelle.

**SYMBOLE GREQUES :**

- α : Diffusivité thermique [ $m^2s^{-1}$ ].
- β : Coefficient de dilatation du fluide à pression constante.
- μ : Viscosité dynamique [ $Kgm^2s^{-1}$ ].
- ν : Viscosité cinématique [ $m^2s^{-1}$ ].
- ρ : Masse volumique [ $Kg m^{-3}$ ].
- ψ : Fonction de courant adimensionnelle.
- θ : Température adimensionnelle
- D : Coefficient de diffusion général
- W : Variable dépendante générale.
- φ : Fraction volumique

**INDICES:**

- nf : Nanofluide.
- F : Fluide.
- s : Source..
- f : froid.
- p : Nœud dans le centre d'un volume de contrôle.
- E : Nœud dans le Est du nœud central.
- W : Nœud dans l'Ouest du nœud central.
- N : nœud dans le Nord du nœud central.
- S : Nœud dans le Sud du nœud central.
- e : Face Est du volume de contrôle.
- w : Face Ouest du volume de contrôle.
- n : Face Nord du volume de contrôle.
- s : Face Sud du volume de contrôle.

**EXPOSANT :**

- n+1 : Correspond au temps  $t + \Delta t$
- n : Correspond au temps  $t$

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure I.1</b> : expérience de Wen et Ding .....	6
<b>Figure I.2</b> : expérience de Yang et coll .....	8
<b>Figure I.3</b> : expérience de Heris et coll .....	8
<b>Figure II.1</b> : Géométrie de problème .....	12
<b>Figure III.1</b> : forme de maillage .....	20
<b>Figure III.2</b> : volume de contrôle typique.....	21
<b>Figure III.3.a</b> : Volume décalé à droite .....	22
<b>Figure III.3.b</b> : Volume décalé vers le haut .....	22
<b>Figure IV.1.1</b> : système physique étudié.....	33
<b>Figure IV.1.2</b> : maillage du domaine numérique .....	33
<b>Figure IV. 1.3</b> : Variation du nombre de <i>Nusselt</i> moyen en fonction de fractions volumiques pour différents nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ ) et pour le nanofluide (Cu-eau) .....	34
<b>Figure IV. 1.4</b> : Variation du nombre de <i>Nusselt</i> en fonction du nombre de Rayleigh.....	35
<b>Figure IV. 1.5(a)</b> : Isothermes pour une source de chaleur située sur la paroi gauche de la cavité $Ra = 10^5$ et nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0.1, \psi = 0.2$ ) .....	36
<b>Figure IV. 1.5(b)</b> : Isothermes pour une source de chaleur située sur la paroi du fond de la cavité $Ra = 10^5$ et nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0.1$ ) .....	36
<b>Figure IV. 1. 6</b> : Isothermes (a): fluide pure (eau, $\phi = 0$ ), (b): nanofluide (Cu-eau, $\phi = 0.1$ ) avec ( $D=0.5$ et $B=0.4$ ).....	38
<b>Figure IV.1.7</b> : Lignes de courant (a): fluide pure (eau, $\phi = 0$ ), (b): nanofluide (Cu-eau, $\phi = 0.1$ ) avec ( $D=0.5$ et $B=0.4$ ).....	39
<b>Figure IV.1.8</b> : Variation de la température maximale de la source de chaleur en fonction de la fraction volumique pour différent valeurs du nombre de <i>Rayleigh</i> . (Cu-eau, $D = 0,5$ et $B = 0,4$ ).....	41
<b>Figure IV.1.9</b> : Isothermes pour Cu-eau et différents longueurs de source ( $Ra=10^5, \phi = 0.1$ et $D = 0.5$ ).....	42
<b>Figure IV.1.10</b> : Lignes des courants pour Cu-eau et différents longueurs de source ( $Ra=10^5, \phi = 0.1$ et $D = 0.5$ ).....	43

<b>Figure IV.1.11</b> : Profils de vitesse verticale pour différents longueurs de source de chaleur (Cu-eau, $Ra = 10^5$ , $D = 0,5$ et $\phi = 0,1$ ).....	44
<b>Figure IV.1.12</b> : Nusselt local le long de la source de chaleur pour différentes longueurs de source de chaleur.....	45
<b>Figure IV.1.13</b> : Variation de la température maximale de la source de chaleur en fonction de la source pour différent valeurs du nombre de <i>Rayleigh</i> (Cu-eau, $D = 0,5$ et $\phi = 0,1$ ).....	46
<b>Figure IV.1.14</b> : Isothermes pour différents emplacements de la source de chaleur (Cu-eau, $Ra = 10^5$ , $B = 0,4$ et $\phi = 0,1$ ).....	47
<b>Figure IV.1.15</b> : Lignes des courants pour différents emplacements de la source de chaleur (Cu-eau, $Ra = 10^5$ , $B = 0,4$ et $\phi = 0,1$ ).....	48
<b>Figure IV.1.16</b> : profils de vitesse verticale le long de la partie centrale de l'enceinte pour différents emplacements de la source de chaleur (Cu-eau, $Ra = 10^5$ , $B = 0,4$ et $\phi = 0,1$ ).....	49
<b>Figure IV.1.17: a)</b> Variation de la température maximale de source de chaleur en fonction de l'emplacement de la source de chaleur à différents nombres de <i>Rayleigh</i> (Cu-eau, $Ra = 10^5$ , $B = 0,4$ et $\phi = 0,1$ )	
<b>b)</b> Variation de Nombre de Nusselt moyen en fonction de l'emplacement de la source de chaleur à différents nombres de <i>Rayleigh</i> (Cu-eau, $B = 0,4$ et $\phi = 0,1$ ).....	50
<b>Figure IV.1.18</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour nanofluide $Al_2O_3$ -eau ( $\phi = 0,1$ , $B = 0,4$ et $D = 0,5$ ).....	52
<b>Figure IV.1.19</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour nanofluide $TiO_2$ -eau ( $\phi = 0,1$ , $B = 0,4$ et $D = 0,5$ ).....	53
<b>Figure IV.1.20</b> : Nusselt locale le long de la source de chaleur pour différents types de nanofluide ( $Ra = 10^5$ , $B = 0,4$ , $D = 0,5$ et $\phi = 0,1$ ).....	54
<b>Figure IV.1.21</b> : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de fraction volumique de nanoparticule et pour différents types de nanofluide et différents nombre de <i>Rayleigh</i> ( $B = 0,4$ , $D = 0,5$ ).....	55
<b>Figure IV.1.22</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour Cu-eau et différents nombre de <i>Rayleigh</i> ( $\phi = 0,1$ , $B = 0,4$ et $D = 0,5$ ).....	57
<b>Figure IV.1.23</b> : Isothermes pour nanofluide Cu-eau et différents fraction volumique ( $Ra = 10^5$ , $B = 0,4$ et $D = 0,5$ ).....	58
<b>Figure IV.1.24</b> : Variation du nombre de <i>Nusselt</i> moyen en fonction de la fraction	

volumique pour différentes valeurs de rapport de forme de l'enceinte (A) ( $Ra = 10^5$ , $B = 0.4$ et $D = 0.5$ ).....	59
<b>Figure IV.2.1</b> : système physique étudié.....	61
<b>Figure IV.2.2</b> : validation de code de calcul pour ( $Ra = 10^4, 10^5$ ) et pour le nanofluide (Cu-eau) avec d'autres publications.....	62
<b>Figure IV.2.3</b> : Isothermes pour $Ra = 10^5$ Cu-eau ( $\phi = 0, \phi = 0.05$ ).....	63
<b>Figure IV.2.4</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour différents nombre de Rayleigh ( $\phi = 0, l_0 = 0.4$ et $h_0 = 0.5$ ).....	64
<b>Figure IV.2.5</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour nanofluide Cu-eau et différents nombre de Rayleigh ( $\phi = 0.05, l_0 = 0.4$ et $h_0 = 0.5$ ).....	65
<b>Figure 2.6</b> : Variation du nombre de <i>Nusselt</i> moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de <i>Rayleigh</i> .....	67
<b>Figure IV.2.7</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour nanofluide Cu-eau et différents longueurs de l'ailette ( $Ra = 10^5, \phi = 0.05, h_0 = 0.5$ ).....	68
<b>Figure IV.2.8</b> : Variation du nombre de <i>Nusselt</i> moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes longueurs de l'ailette.....	69
<b>Figure IV.2.9</b> : Isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour nanofluide Cu-eau et différentes positions de l'ailette ( $Ra = 10^5, \phi = 0.05, l_0 = 0.4$ ).....	70
<b>Figure IV.2.10</b> : Variation du nombre de <i>Nusselt</i> moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes positions de l'ailette.....	72

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau II.1:</b> Conditions aux limites adimensionnelles.....	14
<b>Tableau III.1 :</b> Présentation des différents termes des équations qui gouvernent les phénomènes physiques.....	19
<b>Tableau IV. 1.1:</b> Comparaison les résultats obtenus avec S.M. Aminossadati et B. Ghasemi, pour le nanofluide Cu-eau et ( $\phi = 0.1, B = 0.4, D = 0.5$ ).....	37
<b>Tableau IV.1.2:</b> Résultats pour cavité carrée et pour ( $\phi = 0.1, B = 0.4$ et $D = 0.5$ )..	54

## SOMMAIRE

Remerciements.....	i
Dédicace.....	ii
Résumé.....	iii
Nomenclature.....	iv
Liste des figures et des tableaux .....	v
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I: GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	
INTRODUCTION.....	3
I.1- CONVECTION NATURELLE DANS LES CAVITÉS.....	3
I.2 - LES NANOFUIDES.....	5
<b>CHAPITRE II: FORMULATION MATHÉMATIQUE ET POSITIONS DU PROBLÈME</b>	
INTRODUCTION.....	11
II.1- FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME.....	11
II.1.1- Configuration étudiées .....	11
II.1.2 - Hypothèses simplificatrices.....	12
II.2 - ÉQUATIONS GOUVERNANTES.....	12
II.2.1- Mise sous forme adimensionnelle.....	14
II.2.2- Conditions aux limites.....	15
II.2.2.1- Groupements adimensionnés.....	16
a) Nombre de Prandtl.....	16
b) Nombre de Rayleigh.....	17
c) Nombre de Grashof .....	17
d)Nombre de Nusselt.....	17

## **CHAPITRE III : PROCEDURE DE SIMULATION NUMERIQUE**

INTRODUCTION.....	18
III.1- PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS.....	18
III.2- FORMULATION MATHEMATIQUE.....	19
III.3- MAILLAGE ET VOLUME DE CONTROLE.....	20
III.4- EQUATION DE DISCRETISATION.....	21
III.5- LA DISCRETISATION.....	22
III.5.1- Choix du schéma.....	25
III.6- RÉSOLUTION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS .....	26
III.7- MÉTHODE DE RÉSOLUTION (ALGORITHME TDMA) .....	26
III.7.1- Détermination de $P_j$ et $Q_j$ .....	28
III.8- PROCÉDURE NUMÉRIQUE .....	29
III.8.1- Présentation du code de calcul "Fluent".....	29

## **CHAPITRE IV : RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION**

INTRODUCTION.....	32
IV.1- RÉSULTATS DE LA SIMULATION POUR LE CAS DE LA CONVECTION NATURELLE D'UN NANOFLUIDE DANS UNE CAVITE SANS AILETTE.....	32
IV.1.1- VALIDATION DE CODE DE CALCUL.....	33
IV.1.2- RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	37
IV.1.2.1-Effet de la longueur de la source de chaleur.....	41
IV.1.2.2. Effet de l'emplacement de la source de chaleur.....	46
IV.1.2.3. Effets du type de nanoparticule .....	51
IV.1.2.4. Effet de l'allongement.....	56
IV.2- RÉSULTATS DE LA SIMULATION POUR LE CAS DE LA CONVECTION NATURELLE D'UN NANOFLUIDE DANS UNE CAVITE AVEC AILETTE.....	60
INTRODUCTION.....	61
IV.2.1- VALIDATION DES RESULTATS.....	62
IV.2.2- RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	63
IV.2.2.1-Effet de la longueur de l'ailette et de la source de chaleur.....	67
IV.2.2.2. Effet de l'emplacement de l'ailette et source de chaleur.....	69
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>73</b>

## **RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

---

---

***INTRODUCTION***

***GENERALE***

---

---

||

||

## INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus répandue dans certains domaines bien spécifiques tels que le refroidissement des processeurs et composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs, etc.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude de simulations numériques et d'essais expérimentaux portant sur la description des phénomènes géométriques gérant la convection. L'effet des systèmes géométriques dans lesquels elle a lieu, et les propriétés physico-chimiques des fluides impliqués sont examinés.

Chronologiquement, bien que les idées d'amélioration des transferts thermoconvectifs aient touché surtout la géométrie des systèmes, et la nature physico-chimique des milieux convectifs, les travaux n'ont touché que l'ordre macroscopique ou parfois microscopique du processus. Mais avec l'apparition et le développement rapide des nanotechnologies pendant la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle, la convection a bénéficié d'une grande part de cette nouvelle richesse. C'est au niveau nanométrique de la matière (fluide) du milieu convectif que les récents travaux ont été concentrés.

Les nanofluides sont alors l'un des fruits d'une telle richesse. Dotés de propriétés physico-chimiques particulièrement intéressantes (conductivité thermique importante), les études menées dans cette nouvelle direction ont fourni une bibliographie riche et variée.

Finalement, comprendre finement le comportement des nanofluides, et obtenir des corrélations universelles qui les décrivent, rendra possible leur intégration dans divers secteurs technologiques et industriels, visant toujours une meilleure efficacité.

Dans le présent travail, nous étudions la convection naturelle dans une cavité rectangulaire remplie de nanofluide. Notre objectif est de comprendre l'effet du nanofluide sur le mécanisme de la convection naturelle dans les cavités. Dans ce contexte, nous avons développé sur le code de calcul «Fluent» une étude paramétrique relative aux effets des différents paramètres thermo-mécaniques et géométriques.

Le travail présenté est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre, présente la théorie générale de la convection naturelle. Quelques travaux numériques et expérimentaux utilisant respectivement les fluides conventionnels et les nanofluides sont cités.

Dans le second chapitre, nous avons présenté les modèles mathématiques gouvernant ce mode de transfert. Sur le plan dynamique, nous utilisons les équations de Navier-Stokes pour la détermination des champs de vitesse et de pression. Sur le plan thermique, nous utilisons l'équation de l'énergie pour la détermination du champ de température.

Au troisième chapitre, nous avons présenté la méthode des volumes finis (M.V.F) appliquée sur l'équation de conservation sous sa forme la plus générale. Cette méthode est celle utilisée par le code de calcul «Fluent» qui nous avons utilisé pour la résolution des différentes équations.

Dans le chapitre quatre, deux cas sont étudiés. Le premier est celui de la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité sans ailettes. Le seconde porte sur la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité avec ailettes. La validation de notre programme de calcul est réalisée en comparant nos résultats avec ceux de la littérature. Les commentaires, interprétations et analyses des résultats obtenus sont également présentés.

Enfin, une conclusion générale, est donnée à la fin du mémoire.

# Chapitre I

---

*GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE*  
*BIBLIOGRAPHIQUE*

---

# **I- GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE**

## **INTRODUCTION :**

En raison de l'importance qu'ils présentent dans la pratique (échangeurs de chaleur, refroidissement des composants électroniques, etc.), les transferts de chaleur par convection naturelle dans les cavités ont fait l'objet de nombreuses investigations. La littérature scientifique montre que la plupart des contributions relatives à ce phénomène ont porté sur le cas de la convection naturelle dans des cavités sans nanoparticules [1-12]. Le développement récent des recherches en nanotechnologie a fait croître de façon appréciable le nombre de travaux traitant les nanofluides [13-24].

## **I.1- CONVECTION NATURELLE DANS LES CAVITÉS :**

L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet de très grand nombre de travaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels. Plusieurs géométries de cavités ont été utilisées, telles que la cavité rectangulaire, cylindrique et même sphérique en plus des cavités de forme complexe. La cavité rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type de cavité généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes (gradient thermique), tandis que les autres parois sont isolées.

En 1916, Lord Rayleigh qui fût le théoricien de la convection au début 20<sup>e</sup> siècle, publia un article tentant d'expliquer les résultats de Bénard (plaques planes horizontales différentiellement chauffées), en considérant une mince couche de fluide confinée entre deux plaques horizontales. Il a trouvé que le gradient de température qui s'établi à l'intérieure de la couche fluide entraîne une superposition des couches de différentes températures.

La cavité horizontale chauffée est un modèle académique pour beaucoup de situations réalistes des écoulements naturelles ou technologiques. Il a été introduit en premier par Batchlor [8], en étudiant la circulation de l'air dans les bâtiments. La géométrie étudiée est une grande et mince cavité caractérisée par un grand rapport d'aspect et le fluide utilisé est l'air caractérisé par un nombre de Pr de l'ordre de 1.

Boehrer [9] a publié une analyse complète des données expérimentales toutes disponibles aussi bien que les échelles théoriques possible pour l'étude de l'écoulement d'un fluide dans une cavité peu profonde bidimensionnelle dont les parois latérales sont chauffées et l'approximation de Boussinesq est utilisée. Il a trouvé qu'il n'y a aucune compréhension claire des plusieurs régimes, qui peuvent se produire dans un tel écoulement apparemment simple. Comme, il a suggéré une image globale des régimes de la convection aussi bien que les paramètres de contrôle pertinents. Son analyse est appliquée aux longues cavités ( $0 < A < 0,25$ ) à condition que le nombre de Rayleigh n'est pas exhaustivement élevé et que la cavité est remplie de tout fluide tel que le nombre de Prandtl est plus grand que l'unité. L'analyse de Boehrer est basée sur une comparaison de données publiées avec une analyse physique à des échelles différentes. Il a retracé systématiquement toutes les données d'après différentes hypothèses.

Cependant, l'objectif de l'étude de Boehrer [9] est mis essentiellement sur le comportement du gradient de température dans le cœur de la cavité.

Flesselles, et al [10] ont traité la convection naturelle dans une cavité horizontale allongée différentiellement chauffée sur les parois verticales, remplie d'un fluide à grand nombre de Prandtl. L'analyse d'échelles fait apparaître deux régimes cinématiques résultant de la compétition entre le transfert de chaleur par conduction et par convection. Des simulations numériques faites dans une large gamme de nombre de Rayleigh et de facteur de forme confirment l'analyse phénoménologique. Le régime conductif (resp. convectif) apparaît pour  $RaA^2$  inférieur (resp. supérieur) à 443, où Ra est le nombre de Rayleigh et A le facteur de forme. La loi d'échelle du régime convectif donne une vitesse caractéristique indépendante de la hauteur de la cavité.

Oran Aydin et al [11] ont examiné numériquement la convection naturelle laminaire de l'air dans une enceinte bidimensionnelle chauffée isothermiquement d'un côté et refroidi par le sommet. Leur but est d'examiner l'effet du nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect sur le mode d'écoulement et le transport d'énergie pour des nombres de Rayleigh dans la gamme de  $10^3$  et  $10^7$  et pour cinq rapports d'aspects différents de 0,25 ; 0,5 ; 1,0 ; 2,0 et 4,0.

Ils ont trouvé que l'effet du nombre de Rayleigh est plus significatif quand l'enceinte est peu profonde et que l'influence du rapport d'aspect est plus significatif quand l'enceinte est haute et le nombre de Rayleigh est élevé.

Wright et al [12] ont étudié la convection naturelle de l'air dans une grande cavité verticale en utilisant « le modèle de la fumée et de l'interférométrie ». L'expérience couvre le nombre de Rayleigh de  $4850 < Ra < 54800$  et le rapport d'aspect  $A < 40$ . Des cellules secondaires ont apparus à  $Ra$  plus bas que 6228. L'écoulement a été stable à  $Ra < 10^4$ . Quand  $Ra$  dépasse  $10^4$ , l'écoulement devient irrégulier, le cœur de l'écoulement devient de plus en plus instable et le mouvement devient évidemment tridimensionnel. L'interférométrie montre que la plupart des chutes de température existent dans les couches limites près des parois. Le cœur est bien mélangé et la température est relativement constante avec peu ou pas de stratification verticale.

Fusegi et al. [13] ont considéré la convection naturelle tri-dimensionnelle dans des récipients cubiques; leur but est de décrire la procédure de calcul de l'écoulement tridimensionnel mené dans une cavité à chauffage différentiel des parois vertical.

## **I.2- LES NANOFUIDES :**

Les nanofluides sont des solutions colloïdales composées des particules de taille nanométrique en suspension dans un fluide conventionnel.

Un fluide conventionnel est tout corps qui n'est pas à l'état solide, donc constitué d'une seule phase : liquide ou gazeux ; à savoir : l'eau, l'alcool, les fluides frigorigènes, l'air et les différents gaz, etc.

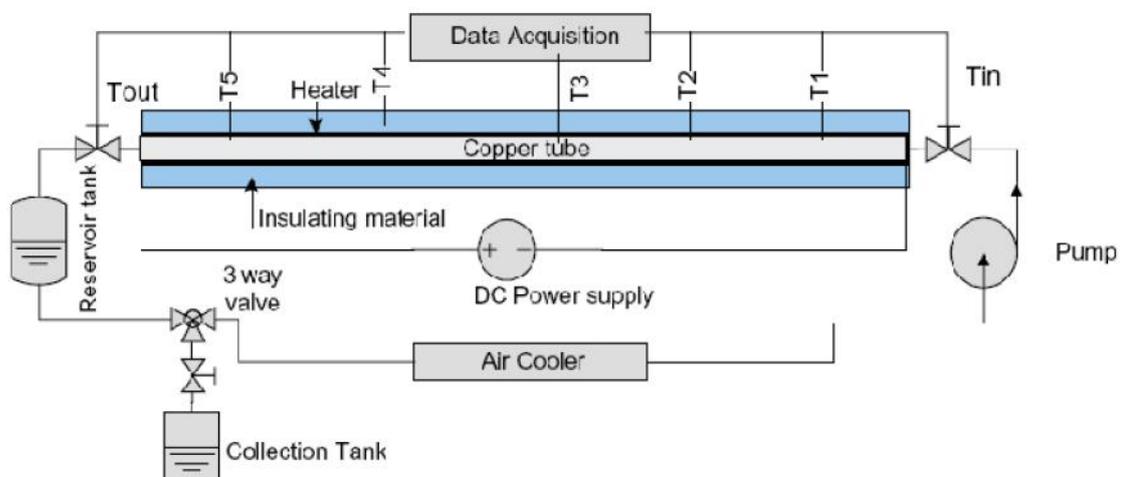
Le terme "nanofluide" a été proposé par Choi [14] en 1995. Le fluide de base est généralement de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol (EG). Les nanoparticules sont des fines particules nanométriques: leur diamètre est de quelques nanomètres (<50nm) et sont fabriqués à base d'oxydes métalliques comme le trioxyde d'Aluminium ( $Al_2O_3$ ), le dioxyde de Titanium ( $TiO_2$ ) ou l'oxyde de Cuivre (CuO), etc.

La fabrication des nanoparticules est une industrie nécessitant une technologie très précise, vu la taille, les formes exigées, et la nécessité de certains traitements chimiques de surface pour les maintenir en suspension.

La préparation des Nanofluides doit tenir compte surtout d'une suspension stable et durable et une agglomération minimale des nanoparticules, et doit assurer qu'elles n'entrent pas en échange chimique avec le fluide de base.

Les nanofluides ont connu beaucoup d'applications dans l'industrie ce qui a incité plusieurs recherches notamment expérimentales.

Wen et Ding [15] ont réalisé une étude expérimentale dans un tube circulaire chauffé uniformément, contenant des nanoparticules de trioxyde d'aluminium( $Al_2O_3$ ) d'environ 27-50 nm de diamètre, figure I.1.



**Figure I.1 :** Expérience de Wen et Ding [15]

L'utilisation du nanofluide a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur en régime laminaire.

L'augmentation du transfert de chaleur convectif est particulièrement importante dans la zone d'entrée puis décroît axialement. La longueur de développement est plus grande comparativement à un fluide conventionnel et croit encore plus avec la concentration en nanoparticules.

Tsai et coll [16] ont choisi l'or (Au) comme nanoparticule de différentes tailles qui seront dispersés dans l'eau. Le nanofluide est donc chauffé dans un évaporateur pour alimenter un tube circulaire inclinable, puis condensé dans un condenseur pour retourner de nouveau dans l'évaporateur.

Les résultats ont montré une réduction importante de la résistance thermique du nanofluide.

Ding et coll [17] ont dispersé des nanotubes de carbone (CNT) dans l'eau et la stabilité de leur suspension a été assurée par forte homogénéisation. Le nanofluide obtenu a été chauffé uniformément dans un tube circulaire horizontal.

Les résultats expérimentaux ont montré une augmentation significative du coefficient de transfert thermique le long du tube, et ce pour des valeurs croissantes de concentrations en nanotubes pour atteindre une augmentation de 350% pour 0.5% de CNT à une valeur de  $Re = 800$ . Quand à sa variation en fonction du nombre de Reynolds, le coefficient de transfert convectif est plus important pour les grandes valeurs de  $Re$ .

Yang et coll [18] ont utilisé des nanoparticules de graphites suspendues dans du fluide commercial, et d'autres suspendues dans un mélange de deux huiles synthétiques avec un package d'additif. Les particules ont des diamètres de 1-2nm. Le nanofluide s'écoule en régime laminaire dans un tube horizontal chauffé à deux températures d'études : 50 et 70°C, figure I.2.

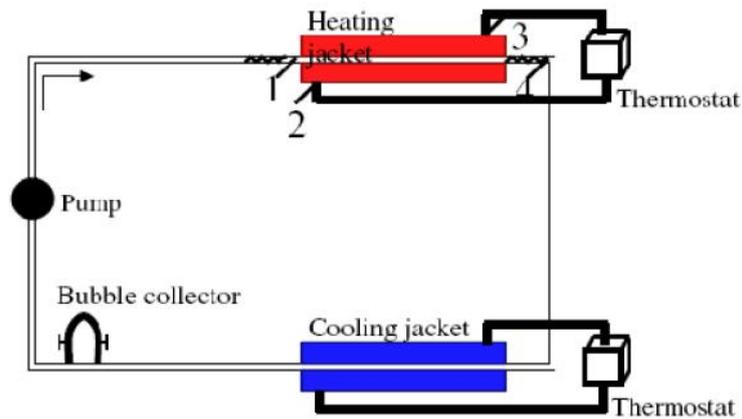


Figure I.2 : Expérience de Yang et coll [18]

Les résultats expérimentaux montrent une amélioration du coefficient de transfert convectif avec l'augmentation du nombre de Reynolds ( $5 < Re < 110$ ). A  $50^{\circ}\text{C}$ , le coefficient de transfert convectif est 22% plus important que celui du fluide de base, alors qu'il est 15% plus important à  $70^{\circ}\text{C}$ , d'où l'effet du facteur température.

Heris et coll [19] ont examiné des nanoparticules d'oxyde de cuivre ( $\text{CuO}$ ) et de trioxyde d'aluminium ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), dispersés à différentes concentrations dans l'eau. L'ensemble constituant un nanofluide est testé en écoulement convectif laminaire dans un tube circulaire horizontal maintenu à température constante, figure I.3.

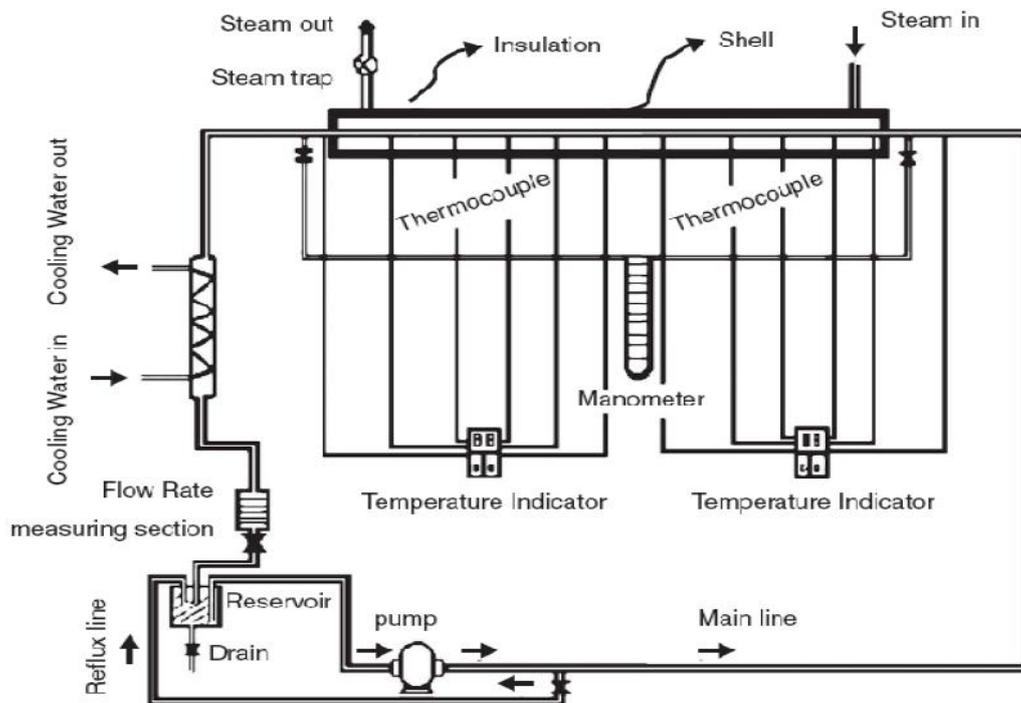


Figure I.3 : Expérience de Heris et coll [19]

Les résultats expérimentaux ont montré que l'augmentation du coefficient de transfert convectif est plus important pour le mélange (eau/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) que celui du mélange (eau/Cu) et ceci est plus significatif pour les grandes concentrations volumiques en nanoparticules, et pour un optimum compris entre 2,5 et 3%.

Palm et coll [20] ont étudié un écoulement radial de nanoparticules de trioxyde d'aluminium ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) suspendues dans l'eau. Le montage étudié est sous forme de deux disques coaxiaux parallèles dont le disque inférieur est chauffé uniformément. Le nanofluide est alimenté en haut à travers le disque supérieur.

Pour un pourcentage de 4% de nanoparticules, l'augmentation du coefficient de transfert convectif est de 25 % relativement au fluide de base.

En considérant des propriétés thermophysiques dépendantes de la température, les prédictions du modèle montrent que les efforts de cisaillements sont moins considérables et le coefficient de transfert est ainsi plus important.

Behzadmehr et coll [21] ont étudié la convection forcée turbulente dans un tube circulaire, utilisant de l'eau à 1% de concentration en nanoparticules de cuivre (Cu). Une comparaison entre le modèle à une seule phase et le modèle à deux phases a été réalisée. Une confrontation avec les résultats expérimentaux de Depew et Farbar [22] a montré la précision du modèle à deux phases relativement au modèle à une seule phase.

Les résultats numériques ont montré que l'augmentation du nombre de Reynolds a engendré la croissance de la valeur asymptotique du nombre de Nusselt.

Apurba et Niladri [23] ont étudié l'effet du nanofluide sur un écoulement en régime laminaire dans une conduite rectangulaire horizontale chauffé à ses deux extrémités haute et basse. Le fluide qui circule dans la conduite est un mélange d'eau et de nanoparticule de cuivre. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds et de la fraction volumique augmente le transfert thermique.

Oztop et Abu-Nada [24] ont mené des études numériques pour analyser l'effet de la nature des nanofluides sur la distribution du champ des températures dans une cavité de hauteur (H) et de longueur (W) remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticule. Différents types de nanofluides (Cu,  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$ ) et de différentes fractions volumiques ( $\varphi=0.1$  ,  $\varphi=0.2$ ) sont étudiés.

La paroi gauche est maintenue à une température constante (TH), supérieure à la température de la paroi droite (TL). Ils ont montré que la valeur du nombre de Rayleigh, la taille du réchauffeur et la fraction volumique des nanofluides affectent le transfert thermique.

Dans le présent travail, nous avons réalisé deux études numérique, l'une concerne la convection naturelle laminaire dans une cavité sans ailettes remplie d'un mélange d'eau et des différents types de nanoparticules (Cu,  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$  ). Les simulations numériques sont effectuées pour différents nombres de Rayleigh ( $Ra=10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ), différentes longueur et positions de la source de chaleur.

La seconde partie porte sur la convection naturelle laminaire dans une cavité avec ailettes remplie d'un nanofluide (eau-Cu). Les simulations numériques sont effectuées pour différents nombres de Rayleigh ( $Ra=10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ), différentes longueurs et position de l'ailette à différentes fractions volumiques.

# Chapitre

# II

---

*FORMULATION MATHÉMATIQUE  
ET POSITIONS DU PROBLÈME*

---

## ***II- FORMULATION MATHÉMATIQUE ET POSITION DU PROBLÈME***

### **INTRODUCTION**

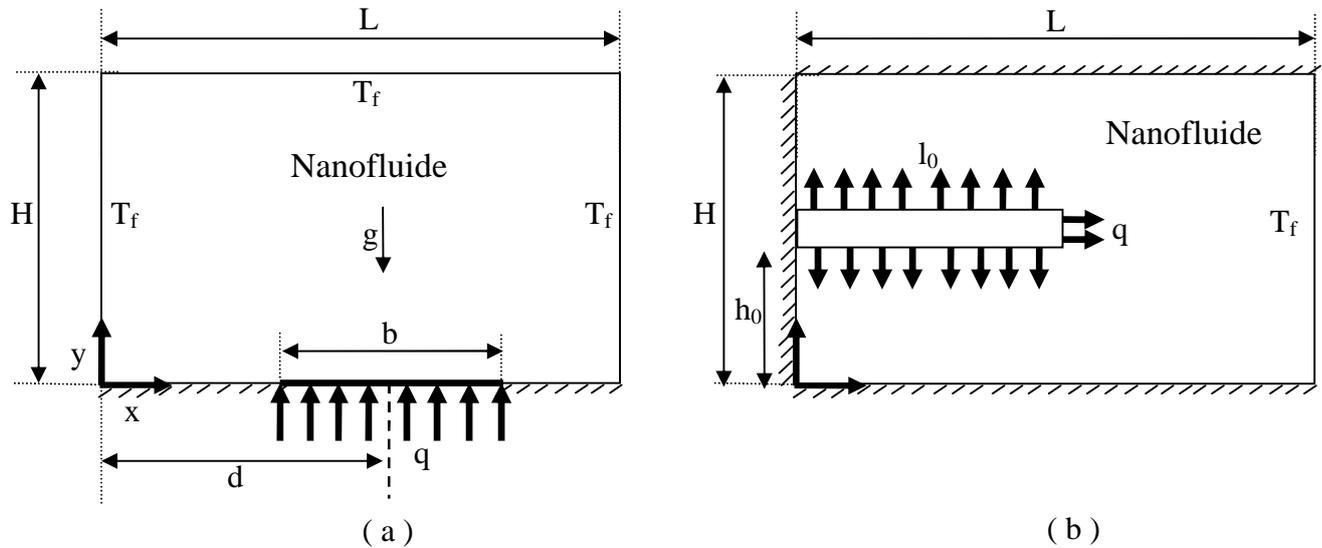
Les phénomènes de convection sont décrits par les équations générales de la dynamique des fluides, complétées par l'équation d'énergie déduite de l'application du premier principe de la thermodynamique et des équations d'état.

### **II.1- FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME**

#### **II.1.1- Configurations étudiées:**

Les configurations géométriques étudiées sont représentées sur la figure II.1. Pour la cavité sans l'ailette, une source de chaleur est située sur la paroi de fond de la cavité ( $T_s$ ), tandis que les parois latérales et la paroi horizontale supérieure sont maintenues à une température constante ( $T_f$ ) telle que ( $T_s > T_f$ ). Pour la cavité avec une ailette, la paroi droite est maintenue à une température constante ( $T_f$ ) et les autres parois sont isolées.

La cavité rectangulaire de hauteur  $H$  et de longueur  $L$  est remplie d'un mélange d'eau et de différents types de nanoparticules (Cu,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ ). Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont données dans le tableau II.1.



**Figure II.1** : Géométrie du problème : (a) sans l'ailette et (b) avec l'ailette

### II.1.2 - Hypothèses simplificatrices :

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes:

- Le fluide de base utilisé est un fluide newtonien, incompressible et qui satisfait l'hypothèse de *Boussinesq*
- Le nanofluide est supposé incompressible et l'écoulement laminaire, stationnaire et bidimensionnel.
- Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont supposées constantes, sauf pour la variation de la masse volumique, qui est estimée par l'hypothèse de *Boussinesq*.

### II.2 - ÉQUATIONS GOUVERNANTES:

La détermination des équations qui gouvernent les phénomènes de transfert, assujetties aux conditions aux limites, constitue la première phase de tout traitement numérique.

Compte tenu des hypothèses formulées précédemment, les équations de conservation en 2D sont les suivantes :

**Équation de conservation de la masse (équation de continuité) :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-1})$$

**Équations de quantité de Mouvement (équation de Navier-Stokes) :**

$$\left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{\dots_{nf}} \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \dots_{nf} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] \quad (\text{II-2})$$

$$\left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{1}{\dots_{nf}} \left[ -\frac{\partial p}{\partial y} + \dots_{nf} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\dots S)_{nf} g(T - T_f) \right] \quad (\text{II-3})$$

**Équation de l'énergie :**

$$\left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \dots_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-4})$$

➤ **Pour le nanofluide :**

- La masse volumique effective du nanofluide est donné par :

$$\dots_{nf} = (1 - \{ \}) \dots_f + \{ \dots_s \} \quad (\text{II-5})$$

- La capacité calorifique du nanofluide est donnée d'après (Abu-Nada [26], Khanafer et al [27]) par l'expression:

$$(\dots C_p)_{nf} = (1 - \{ \}) (\dots C_p)_f + \{ (\dots C_p)_s \} \quad (\text{II-6})$$

- La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de *Hamilton-Crosser* [33] :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\{ (k_f - k_s) \}}{k_s + 2k_f + \{ (k_f - k_s) \}} \quad (\text{II-7})$$

où  $K_{nf}$ ,  $K_f$  et  $K_s$  désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide porteur et des nanoparticules solides  $\{ \}$  est la concentration volumique des nanoparticules dans le fluide.

- La viscosité du nanofluide est donnée par *Brinkman* [28]

$$\tilde{\nu}_{nf} = \frac{\tilde{\nu}_f}{(1 - \phi)^{2,5}} \quad (\text{II-8})$$

- La diffusivité thermique s'écrit :

$$\Gamma_{nf} = \frac{K_{eff}}{(\dots C_p)_{nf}} \quad (\text{II-9})$$

	(kg.m <sup>-3</sup> )	Cp (J.kg <sup>-1</sup> .k <sup>-1</sup> )	K (W.m <sup>-1</sup> .k <sup>-1</sup> )	x10 <sup>-5</sup> (k <sup>-1</sup> )
<b>Eau</b>	997.1	4179	0.613	21
<b>Cuivre (Cu)</b>	8933	385	401	1.67
<b>Trioxyle d'aluminium(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)</b>	3970	765	40	0.85
<b>dioxyde de Titanium (TiO<sub>2</sub>)</b>	4250	686.2	8.9538	0.9

**Tableau II.1:** Propriétés thermophysiques de l'eau et nanoparticules

**II.2.1- Mise sous forme adimensionnelle:**

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations permet une meilleure approche de la réalité des phénomènes physiques, car elles sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. Pour ramener les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir des changements de variables.

On peut définir les grandeurs adimensionnées suivantes:

$$X = \frac{x}{H} , \quad Y = \frac{y}{H} , \quad U = \frac{uH}{\nu_f} , \quad V = \frac{vH}{\nu_f} , \quad \Psi = \frac{\Phi}{\nu_f}$$

$$P = \frac{p'H^2}{\dots \nu_f \Gamma_f} , \quad \theta = \frac{T - T_c}{\Delta T} , \quad \Delta T = \frac{qH}{k_f} \quad (\text{II-10})$$

On peut écrire les équations (II-1) à (II-3) sous la forme adimensionnée suivante:

$$\nabla V = 0 \tag{II-11}$$

$$V \nabla V = -\nabla P + \text{Pr} \nabla^2 V + \text{Pr} Ra_{\theta} \tag{II-12}$$

$$V \nabla \theta = \nabla^2 \theta \tag{II-13}$$

tels que :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

$$Ra = \frac{g S_f H^3 \Delta T}{\hat{\nu}_f \Gamma_f} \text{ est le nombre de } Rayleigh.$$

et

$$\text{Pr} = \frac{\hat{\nu}_f}{\Gamma_f} \text{ est le nombre de } Prandtl.$$

**II.2.2- Conditions aux limites :**

La résolution de ces équations aux dérivées partielles nécessite des conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques.

Les conditions aux limites adimensionnelles sont représentées dans les tableaux (II.2) et (II.3):

Conditions aux limites	Conditions hydrodynamiques	Conditions thermiques
$X = 0$ et $0 \leq Y \leq 1$	$U = V = 0$	$\theta = 0$
$X = 1$ et $0 \leq Y \leq 1$	$U = V = 0$	$\theta = 0$
$Y = 0$ et $0 \leq X < (D - 0.5B)$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$Y = 0$ et $(D - 0.5B) \leq X \leq (D + 0.5B)$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\frac{1}{k_{nf}} \frac{q_f}{\tau}$
$Y = 0$ et $(D + 0.5B) \leq X \leq 1$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$Y = 1$ et $0 \leq X \leq 1$	$U = V = 0$	$\theta = 0$

Tableau II.2: Conditions aux limites adimensionnelles pour une cavité sans l'ailette.

Conditions aux limites	Conditions hydrodynamiques	Conditions thermiques
$X = 0, L$ et $0 \leq Y \leq H$	$U = V = 0$	$\theta = 0$
$Y = 0, H$ et $0 \leq X \leq L$	$U = V = 0$	$\theta = 0$
$X = L$ et $0 \leq Y \leq H$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
$X = 0$ et $0 \leq Y \leq H$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
$Y = 0, H$ et $0 \leq X \leq L$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$

Tableau II.3: Conditions aux limites adimensionnelles pour une cavité avec l'ailette.

II.2.2.1- Groupements adimensionnels :

L'écriture adimensionnelle des équations, fait apparaitre plusieurs groupements adimensionnels. Chacun de ces groupements à une signification physique particulière.

a) Nombre de Prandtl :  $Pr = \frac{\hat{r}_f}{\nu_f}$

C'est un nombre qui est purement caractéristique du fluide, c'est le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique.

**b) Nombre de Rayleigh :**  $Ra = Gr \cdot Pr$

Utilisé en mécanique des fluides, il caractérise le transfert de chaleur au sein d'un fluide : inférieur à une valeur critique, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà de cette valeur c'est la convection libre ou naturelle qui devient importante.

On peut le définir comme le produit du nombre de Grachof, reliant la force d'Archimède à la viscosité du fluide, et du nombre de Prandtl.

**c) Nombre de Grashof :**  $Gr = \frac{g \rho_f H^3 \Delta T}{\mu_f^2}$

C'est le rapport entre la force de gravité causant le mouvement du fluide et la force de viscosité.

**d) Nombre de Nusselt :**

Les échanges thermiques sont caractérisés par un nombre adimensionnel dit nombre de Nusselt qui est le rapport entre le flux échangé par convection à celui échangé par conduction à la paroi :

$$Nu = \frac{hl}{k_f}$$

Le coefficient de transfert de chaleur est donné par la relation Suivante:

$$h = \frac{q}{T_s - T_f} \tag{II-14}$$

D'après l'équation (II.14), et les variables adimensionnelles (Eq. (II-10)) on déduit le nombre de *Nusselt* :

$$Nu(x) = \frac{1}{n(x)} \tag{II-15}$$

Le nombre de *Nusselt* moyen est défini par :

$$Nu_m = \frac{1}{B} \int_{D-0.5B}^{D+0.5B} Nu(X) dX \tag{II-16}$$

Chapitre

III

---

*PROCEDURE DE SIMULATION  
NUMERIQUE*

---

|

### ***III- PROCEDURE DE SIMULATION NUMERIQUE***

#### **INTRODUCTION**

La complexité de la résolution numérique des problèmes de transfert de chaleur, et d'écoulement fluide est reflétée par la complexité des équations qui gouvernent les phénomènes physiques. C'est pourquoi, ces équations doivent être discrétisées, selon un schéma adéquat.

Il existe plusieurs méthodes de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles telles que : la méthode des volumes finis, la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, etc.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis.

#### **III.1- PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS:**

La méthode des volumes finis développée par « *Patankar* » est une autre réponse numérique au problème étudié. C'est un processus de transformation des équations aux dérivées partielles à des équations algébriques. Cette méthode consiste à diviser tout le domaine de calcul en cellules élémentaires « des volumes de contrôle juxtaposés ».

La technique des volumes finis consiste à écrire directement les principes de conservation pour chaque "volume fini" par les nœuds de treille, Ces équations sont intégrées sur le volume de contrôle correspondant, donc on obtient les équations algébriques.

L'avantage de l'approche par la méthode des volumes finis est de ne pas se limiter à des cellules en fonction de quadrilatères curvilignes; ce qui est le cas en différences finies. On peut considérer des volumes à forme triangulaires, hexagonaux...etc. L'avantage le plus important est que la méthode des volumes finis est en général plus facile de l'appliquer aux voisinages des frontières.

**III.2- FORMULATION MATHEMATIQUE:**

Les équations servant à décrire ces phénomènes de transfert s’obtiennent à partir des principes de conservation de masse, de quantité de mouvement et d’énergie. Ces principes peuvent être exprimés en termes d’équations différentielles.

Les équations de conservation peuvent se ramener en une seule forme générale. Si  $W$  est la variable dépendante (assimilable à toute grandeur : vitesse, température ...etc.) et  $\Gamma$  : le coefficient de diffusion (une représentation générale des propriétés du fluide), l’équation différentielle générale de transfert de chaleur par convection dans le cas instationnaire, bidimensionnel, prend la forme suivant:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\dots W) + \frac{\partial}{\partial x}(\dots uW) + \frac{\partial}{\partial y}(\dots vW) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_w \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_w \frac{\partial W}{\partial y} \right) + S_w \quad \text{(III-1)}$$

avec:

$w$  : est la variable dépendante.

: Le coefficient de diffusion.

: Le terme source.

Le tableau III.1 ci-dessous rappelle les variables et les coefficients des équations qui gouvernent les phénomènes physiques.

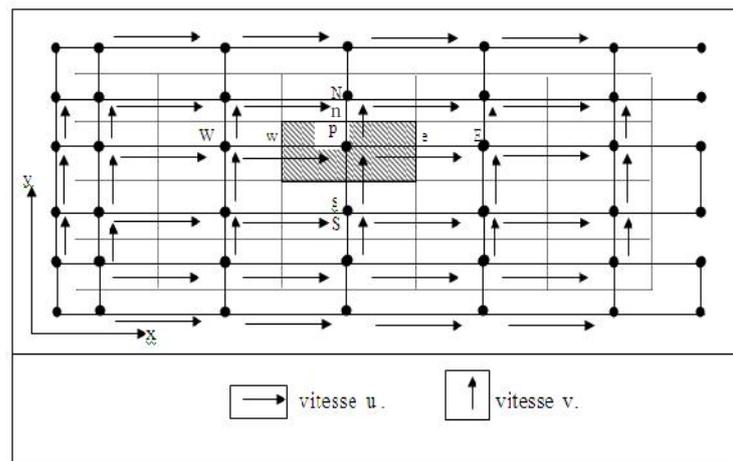
Grandeur	$w$	$X_w$	$S_w$
Equation de continuité	1	0	0
Quantité de mouvement X	U	Pr	$-\partial P / \partial X$
Quantité de mouvement Y	V	Pr	$-\partial P / \partial y + Ra Pr_n$
Energie	$\theta$	K	0

**Tableau III.1 :** Présentation des différents termes des équations qui gouvernent les phénomènes physiques.

### III.3- MAILLAGE ET VOLUME DE CONTROLE:

**Maillage:** C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, cette subdivision du domaine donne un certain nombre de volumes de contrôles (Figure III.1). Chaque volume de contrôle de dimension  $\Delta x.\Delta y.1$ , doit conserver les grandeurs scalaires dans le nœud du maillage qui se situe au centre de chaque volume de contrôle et les grandeurs vectorielles  $u$  et  $v$  au milieu des segments reliant les deux nœuds adjacents. Ces quatre faces sont repérées à l'aide des quatre points cardinaux  $e, w, n, s$  et les centres des volumes adjacents par  $E, W$  (East = Est et West = Ouest) qui sont des voisins dans la direction  $X, N, S$  (North = Nord et South = Sud) sont ceux dans la direction  $Y$ .

Dans notre travail, on adoptera donc pour des raisons de précision de calcul un maillage  $100 \times 100$  (10000 nœuds). Dans la méthode numérique décrite, le but est de déterminer les valeurs des variables précédentes, en un certain nombre de points d'un maillage discret, les équations de ces valeurs (appelées équations de discrétisation) sont obtenues par l'intégration de l'équation gouvernant le phénomène sur un sous domaine (volume de contrôle) autour de chaque point du maillage.

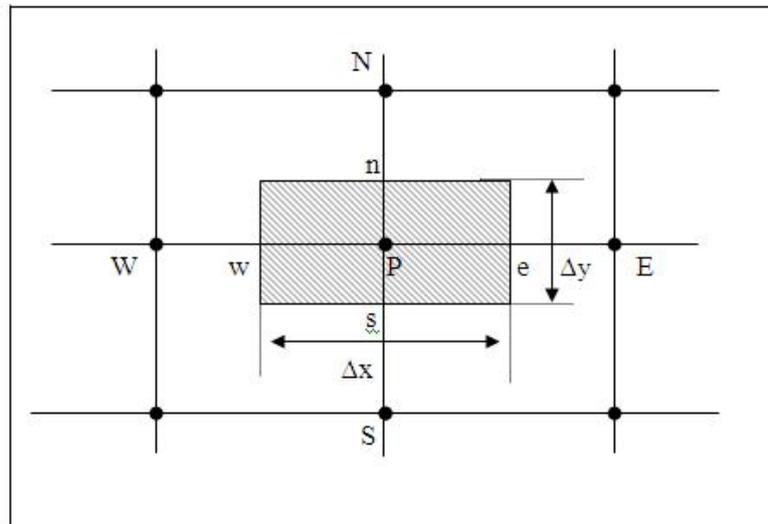


**Figure III.1 :** Forme de maillage

### III.4- EQUATION DE DISCRETISATION:

L'équation générale de transport (III-1) peut être intégrée sur le volume de contrôle montré par la Figure III.2. Ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des bilans des grandeurs scalaires, appelé volume de contrôle typique, et pour l'expression des grandeurs vectorielles. Le volume de contrôle décalé (Figure : III.3.a et III.3.b) est utilisé pour les avantages suivants :

- Une localisation des vitesses apporte une bonne estimation des flux convectifs dans les bilans des grandeurs scalaires.
- Une localisation de la pression permet une bonne estimation de la force de pression dans l'équation de quantité de mouvement.



**Figure III.2:** Volume de contrôle typique.

Après intégration de l'équation (III-1) et arrangement des termes on aboutit à une relation de la forme :

$$a_p W_p = a_E W_E + a_w W_w + a_s W_s + a_n W_n + b_p \quad (\text{III-2})$$

Où :  $a_p$ ,  $a_E$ ,  $a_w$ ,  $a_n$  et  $b$  sont des coefficients qui dépendent en général de la géométrie du milieu étudié, du temps, du terme source et des caractéristiques du fluide.

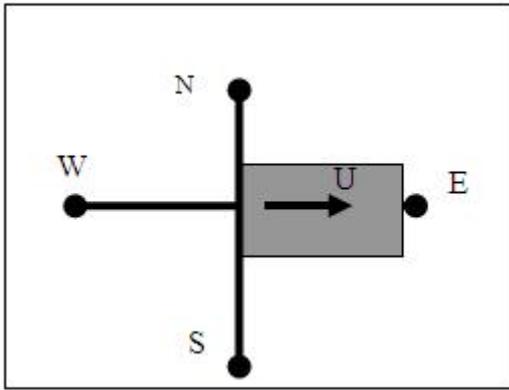


Figure III.3.a: Volume décalé à droite

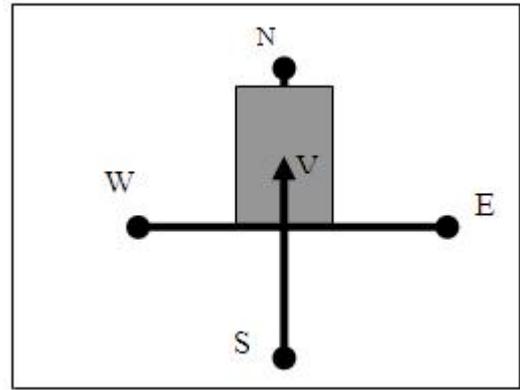


Figure III.3.b: Volume décalé vers le haut

### III.5- LA DISCRETISATION:

L'équation de transport est intégrée sur le volume de contrôle typique, avec l'évaluation des termes (diffusif, convectif, instationnaire et source) aux interfaces.

$$\frac{\partial(\dots W)}{\partial t} + \frac{\partial(\dots uW)}{\partial x} + \frac{\partial(\dots vW)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial W}{\partial y} \right) + S_w \quad \text{(III-3)}$$

➤ **Terme instationnaire :**

$$\int_t^{\Delta t+t} \int_S^e \int_s^n \frac{\partial W}{\partial t} dy dx dt = (W_P^{n+1} - W_P^n) \Delta y \Delta x \quad \text{(III-4)}$$

➤ **Terme diffusif et convectif :**

En faisant intervenir les flux totaux aux interfaces suivant x et y définis par :

$$\begin{aligned} J_x &= VW - \Gamma \frac{\partial W}{\partial x} \\ J_y &= UW - \Gamma \frac{\partial W}{\partial y} \end{aligned} \quad \text{(III-5)}$$

l'intégration du flux sur le volume de contrôle et sur le temps donne :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_S^e \int_s^n \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx dt = \int_t^{t+\Delta t} (J_{yn} - J_{ys}) \Delta x dt$$

avec :

$$J_{yn} - J_{ys} = \left[ (VW)_n - \left( \Gamma \frac{\partial W}{\partial y} \right)_n \right] - \left[ (VW)_s - \left( \Gamma \frac{\partial W}{\partial y} \right)_s \right] \tag{III-6}$$

On aura donc:

$$\begin{aligned} V_n W_n &= V_n \frac{W_N + W_P}{2} \\ V_s W_s &= V_s \frac{W_S + W_P}{2} \\ \left( \Gamma \frac{\partial W}{\partial y} \right)_n &= \Gamma_n \frac{W_N - W_P}{\Delta y_n} \\ \left( \Gamma \frac{\partial W}{\partial y} \right)_s &= \Gamma_s \frac{W_P - W_S}{\Delta y_s} \end{aligned} \tag{III-7}$$

L'intégration du flux total sur l'intervalle de temps  $t$  nécessite la connaissance de la variation de  $W$  en fonction du temps.

Nous considérons l'hypothèse suivante :

$$\int_t^{t+\Delta t} W dt = (\langle W^1 + (1-\langle) W^0 \rangle) \Delta t \tag{III-8}$$

$\langle$  : Facteur compris entre 0 et 1, sa valeur est choisie parmi trois schémas temporels.

**a- Schéma Explicite = 0 :**

Il est nécessaire d'établir un choix très strict du pas de temps pour que la méthode soit stable.

**b- Schéma de Cranck-Nicholson = 1/2 :**

La variable varie linéairement entre  $t$  et  $t+\Delta t$ , ce schéma est inconditionnellement stable mais toute fois il ne peut pas garantir des résultats corrects.

**c- Schéma Implicite = 1 :**

Dès l'instant  $t$ , la variable prend sa nouvelle valeur et elle la garde tout au long de l'intervalle  $(t, t+\Delta t)$ , ce schéma est inconditionnellement stable et garanti des résultats physiques logiques.

Pour la suite de nos calculs, nous utilisons le schéma implicite.

$$\int_t^{t+\Delta t} (J_{yn} - J_{ys}) \Delta x dt = (J_{yn}^{n+1} - J_{ys}^{n+1}) \Delta x \Delta t \tag{III-9}$$

De la même manière on procède à l'évaluation du flux total dans la direction  $x$ .

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_S^e \int_s^n \frac{\partial J_x}{\partial x} dy dx dt = (J_{Xe}^{n+1} - J_{Xw}^{n+1}) \Delta y \Delta t$$

avec :

$$J_{Xe} = U_e \cdot \frac{W_E + W_P}{2} - \Gamma_e \frac{W_E - W_P}{\Delta x_e} \tag{III-10}$$

$$J_{Xw} = U_w \cdot \frac{W_P + W_W}{2} - \Gamma_w \frac{W_P - W_W}{\Delta x_w}$$

Le terme  $S$  est supposé constant dans le volume de contrôle, il s'écrit :

$$\int_t^{\Delta t+t} \int_{\tilde{S}}^e \int_s^n S_w dy dx dt = \overline{S_w} \Delta y \Delta x \Delta t = (S_p \cdot W_p + S_c) \Delta y \Delta x \Delta t \quad (\text{III-11})$$

$\overline{S_w}$  : est la valeur moyenne du terme source.

$S_c$  : est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de  $W_p$ .

$S_p$  étant la pente de  $W_p$ .

En rassemblant tous les termes de l'équation générale de transport après leur intégration et la division par  $\Delta t$ , on obtient l'équation suivante :

$$\frac{W_p^{n+1} - W_p^n}{\Delta t} \Delta x \Delta y + (J_e^{n+1} - J_w^{n+1}) \Delta y + (J_n^{n+1} - J_s^{n+1}) \Delta x = \overline{S_w} \Delta x \Delta y \quad (\text{III-12})$$

### III.5.1- Choix du schéma :

Il a été montré que pour choisir un schéma numérique, il faut respecter plusieurs conditions ; par exemple le schéma aux différences centrées (CDS) nécessite l'utilisation de maillage fin, ce qui est coûteux en temps machine (tel que pour le schéma exponentiel). Le schéma Upwind (UPS) surestime la diffusion pour les grandes valeurs de *Peclet*, ceci conduit à des résultats erronés. Le troisième schéma Hybride (HDS) néglige la diffusion pour des nombres de *Peclet* supérieurs ou inférieurs à deux, ce qui n'est pas tout à fait correct. En contre partie ; le schéma à loi de puissance (PLDS) stable et donne une très bonne approximation de la solution exacte, en plus il a été largement utilisé : c'est pourquoi notre choix a porté sur ce schéma.

### III.6- RÉOLUTION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS :

Il y a deux familles de techniques de solution des équations algébriques linéaires, les méthodes directes et les méthodes indirectes ou itératives. Parmi les méthodes directes on citera l'inversion, diagonalisation et triangularisation de matrice.

Les méthodes itératives sont basées sur l'application répétée d'un algorithme relativement simple menant à la convergence certaine après un grand nombre de répétitions (itération). Les exemples bien connus sont les méthodes d'itératives de Jacobi et de Gauss Seidel.

La méthode des volumes finis conduisent habituellement à des systèmes d'équations tridiagonales. Pour la résolution de tels systèmes, on utilise un algorithme dit de Thomas ou l'algorithme (TDMA). Le TDMA est réellement une méthode directe pour des situations unidimensionnelles, mais il peut être appliqué itérativement, pour résoudre des problèmes multidimensionnels, ce qui est largement répandu dans les écoulements.

### III.7- MÉTHODE DE RÉOLUTION (ALGORITHME TDMA) :

Le système d'équations algébriques non linéaires contient (IL-2) (JL-2) équations, ceci après incorporation des conditions aux limites. IL et JL représentent respectivement les nombres totaux des nœuds suivant x et y.

L'équation algébrique s'écrit pour le nœud "P" du maillage comme ci-dessous :

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_w \phi_w + A_N \phi_N + A_S \phi_S + \bar{S}_\phi \quad (\text{III-13})$$

Le système d'équations obtenu peut se mettre sous la forme :

$$[A] + [\phi] = [\bar{S}_\phi] \quad (\text{III-14})$$

Où : [A] est une matrice de (IL-2) (JL-2) éléments.

[ $\phi$ ] Vecteur des inconnues  $\phi(i, j)$ .

La résolution directe du système étant compliquée, on utilise donc une méthode de résolution itérative qui détermine les valeurs de la variable  $\phi$  sur chaque colonne indépendamment des autres colonnes. Ainsi pour déterminer les valeurs de la variable sur la colonne (i), on suppose que ces valeurs sont connues sur les colonnes (i-1) et (i+1).

L'équation algébrique est alors réduite à une équation qui ne contient que trois inconnues ( $\phi_p$ ,  $\phi_N$  et  $\phi_S$ ).

Pour le nœud (i, j) du maillage, l'équation algébrique pourra s'écrire :

$$A_S(i,j)\phi(i,j-1) + A_P(i,j)\phi(i-1,j) - A_N(i,j)\phi(i,j+1) = A_E(i,j)\phi(i+1,j) + A_W(i,j)\phi(i-1,j) + \bar{S}_\phi(i,j) \tag{III-15}$$

En posant :

$$\begin{aligned} a_j &= A_P(i,j) , \quad b_j = A_N(i,j) , \quad c_j = A_S(i,j) \\ d_j &= A_E(i,j) \phi(i+1,j) + A_W(i,j) \phi(i-1,j) + \bar{S}_\phi \end{aligned} \tag{III-16}$$

L'équation (III-116) s'écrit sous la forme suivante :

$$- C_j \phi_{j-1} + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \tag{III-17}$$

avec :

$$C_1 = 0 \text{ et } b_{jL} = 0$$

Pour tous les nœuds [J = 2, jL] de la colonne, on a un système de la forme :

$$\begin{aligned} -C_2 W_1 + a_2 W_2 - b_2 W_3 &= d_2 \\ -C_{3W_2} + a_3 W_3 + b_3 W_3 &= d_3 \\ \vdots & \\ -C_{jL} W_{jL-1} + a_{jL} W_{jL} - b_{jL} W_{jL+1} &= d_j \end{aligned} \tag{III-18}$$

La matrice associée au système est tridiagonales on utilise l'algorithme TDMA pour la résoudre.

Les équations (III-76) peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\phi_j = \frac{C_j}{a_j} \phi_{j-1} + \frac{b_j}{a_j} \phi_{j+1} + \frac{d_j}{a_j} \quad (\text{III-19})$$

avec :

$$W_2 = \frac{C_2}{a_2} W_1 + \frac{b_2}{a_2} W_3 + \frac{d_2}{a_2} \quad (\text{III-20})$$

$$W_3 = \frac{C_3}{a_3} W_2 + \frac{b_3}{a_3} W_4 + \frac{d_3}{a_3}$$

$$\vdots \quad (\text{III-21})$$

$$W_{JL} = \frac{C_{JL}}{a_{JL}} W_{JL-1} + \frac{b_{JL}}{a_{JL}} W_{JL+1} + \frac{d_{JL}}{a_{JL}}$$

Puisque  $\phi_1$  est connu, on élimine  $\phi_2$  puis  $\phi_3$  et ainsi de suite jusqu'à obtention d'une relation de récurrence pour  $\phi_j$ :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III-22})$$

### III.7.1- Détermination de $P_j$ et $Q_j$ :

Pour le nœud (i, j-1), on a :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III-23})$$

En remplaçant (III-81) dans (III-75), on obtient :

$$-C_j (P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1}) + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III-24})$$

où :

$$(a_j - C_j P_{j-1}) \phi_j = d_j + C_j \phi_{j-1} + b_j \phi_{j+1}$$

$$\phi_j = \frac{b_j}{a_j - C_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{d_j + C_j \phi_{j-1}}{a_j - C_j P_{j-1}} \quad (\text{III-25})$$

A partir des équations (III-80) et (III-83), on peut écrire:

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j p_{j-1}} \quad (\text{III-26})$$

$$\phi_j = \frac{d_j + c_j \phi_{j-1}}{a_j - c_j p_{j-1}} \quad (\text{III-27})$$

Pour la résolution de la matrice, nous faisons un balayage suivant  $y$  (ligne par ligne), on utilisera les mêmes étapes que le balayage suivant  $x$ , en supposant que les valeurs de la variable  $\phi$  sur les lignes  $(j-1)$  et  $(j+1)$  sont connues.

### III.8- PROCÉDURE NUMÉRIQUE:

Pour résoudre numériquement un problème basé sur les équations de *Navier-Stokes* plusieurs possibilités existent. La première est l'écriture d'un code numérique propre. Cette voie offre des avantages certains, comme le contrôle complet de l'algorithme, ou une souplesse incomparable au niveau de la personnalisation des fonctions. Par contre, ce programme demandera probablement plusieurs jours de travail avant de donner son premier résultat. Suivra alors une phase de validation qui permettra de vérifier les résultats fournis par le code. A ce moment, on disposera d'un code éprouvé mais probablement limité à une série d'applications.

L'autre possibilité consiste à utiliser un code (commercial) existant. Le plus grand avantage sera certainement de disposer directement d'un outil fiable et validé. D'un autre côté, l'accès au code étant limité, certaines parties du programme seront, peut-être, à considérer comme une boîte noire. De plus, la souplesse sera plus ou moins réduite selon le logiciel et le domaine d'application choisi.

#### III.8.1- Présentation du code de calcul "Fluent":

"Fluent" est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une facilité relative. Les types de mailles supportées sont

des mailles, en 2D, triangulaires ou quadrilatérales, ou en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales, et les mailles (hybrides) mélangées. "Fluent" est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés, pour une exécution plus efficace.

"Fluent" s'utilise à travers une interface graphique. L'utilisateur peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ce code de calcul emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation. Les équations intégrales qui gouvernent l'écoulement, tels que l'équation de continuité, l'équation de conservation de la masse, celle de l'énergie ainsi que d'autres scalaires, comme la turbulence, sont résolues par cette méthode statistique. En utilisant cette technique basée sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes:

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, (les inconnues), telles que les vitesses, pression, température...
- Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour pouvoir mettre à jour les valeurs des variables dépendantes (inconnues).

# Chapitre | IV

## RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION

## IV- RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION

### INTRODUCTION :

La simulation numérique porte sur deux problèmes. Le premier est celui de la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité sans ailette. Le second problème porte sur la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité avec ailette.

Nous présentons les résultats en deux parties.

Les équations de la convection sont discrétisées avec la méthode de volumes finis, et leur résolution est effectuée à l'aide du code de calcul « *Fluent* ».

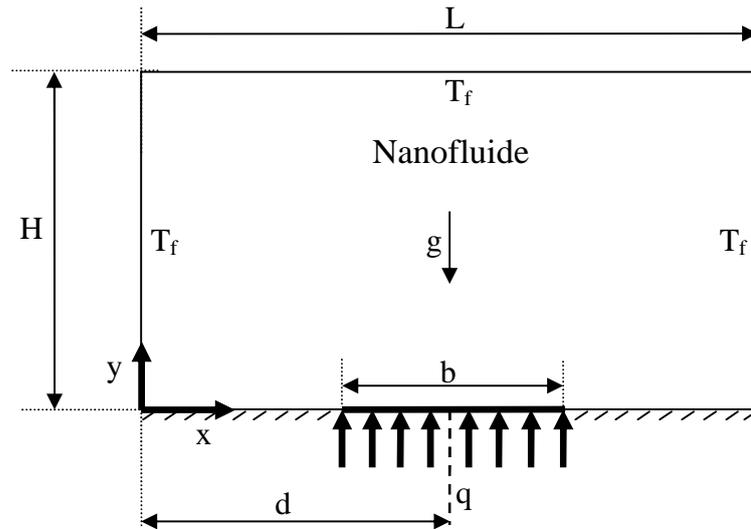
### PARTIE I

#### CONVECTION NATURELLE D'UN NANOFLUIDE DANS UNE CAVITE SANS L'AILETTE

Dans cette partie de simulation nous nous intéressons au phénomène de convection naturelle dans une cavité sans ailettes remplie d'un mélange d'eau et de différents types de nanoparticules (Cu,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{TiO}_2$ ). Les simulations numériques sont effectuées pour différents nombres de Rayleigh ( $\text{Ra} = 10^3, 10^4, 10^5$  et  $10^6$ ), différentes longueur et positions de la source de chaleur.

Le système physique étudié est représenté sur la figure IV.1.1 ci-dessous.

Il est constitué d'une cavité de hauteur  $H$  et de longueur  $L$  remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticule, avec une source de chaleur située sur la paroi du fond de la cavité ( $T_s$ ), tandis que les parois latérales et la paroi horizontale supérieure sont maintenus à une température constante ( $T_f$ ) telle que ( $T_s > T_f$ ).

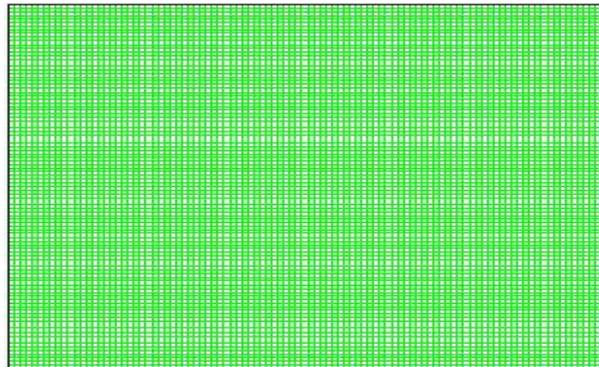


**Figure IV.1.1** : Système physique étudié

$$B = \frac{b}{L} \quad \text{Longueur de la source de chaleur}$$

$$D = \frac{d}{L} \quad \text{Position de la source de chaleur}$$

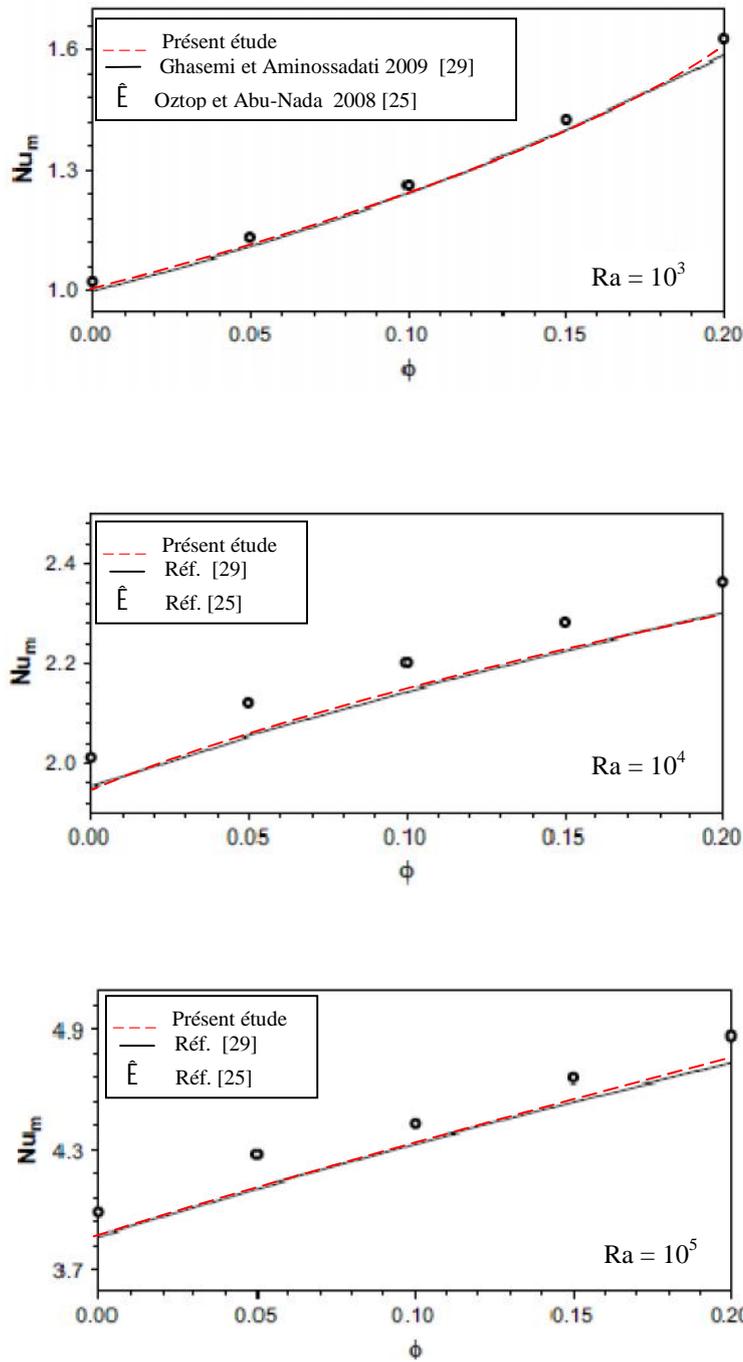
La figure IV.1.2 montre le maillage utilisé. Ce maillage est uniforme (100×100) et le nombre de maille est donc de 10000.



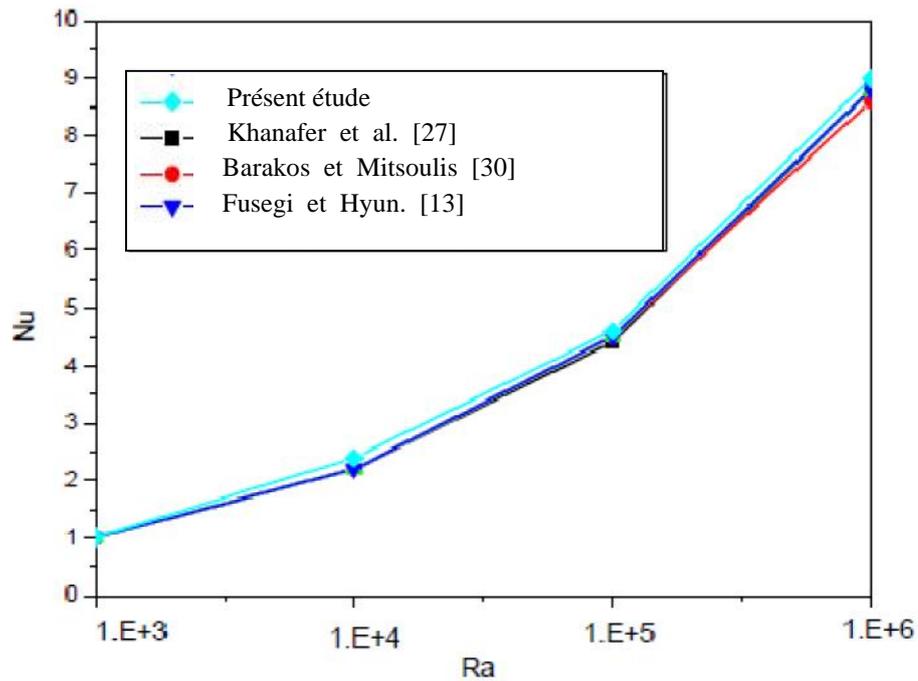
**Figure IV.1.2** : Maillage du domaine numérique

#### IV.1.1- VALIDATION DES RESULTATS:

Les résultats obtenus avec le maillage choisi sont validés avec les résultats récents de la littérature [13,25,27, 29,30]



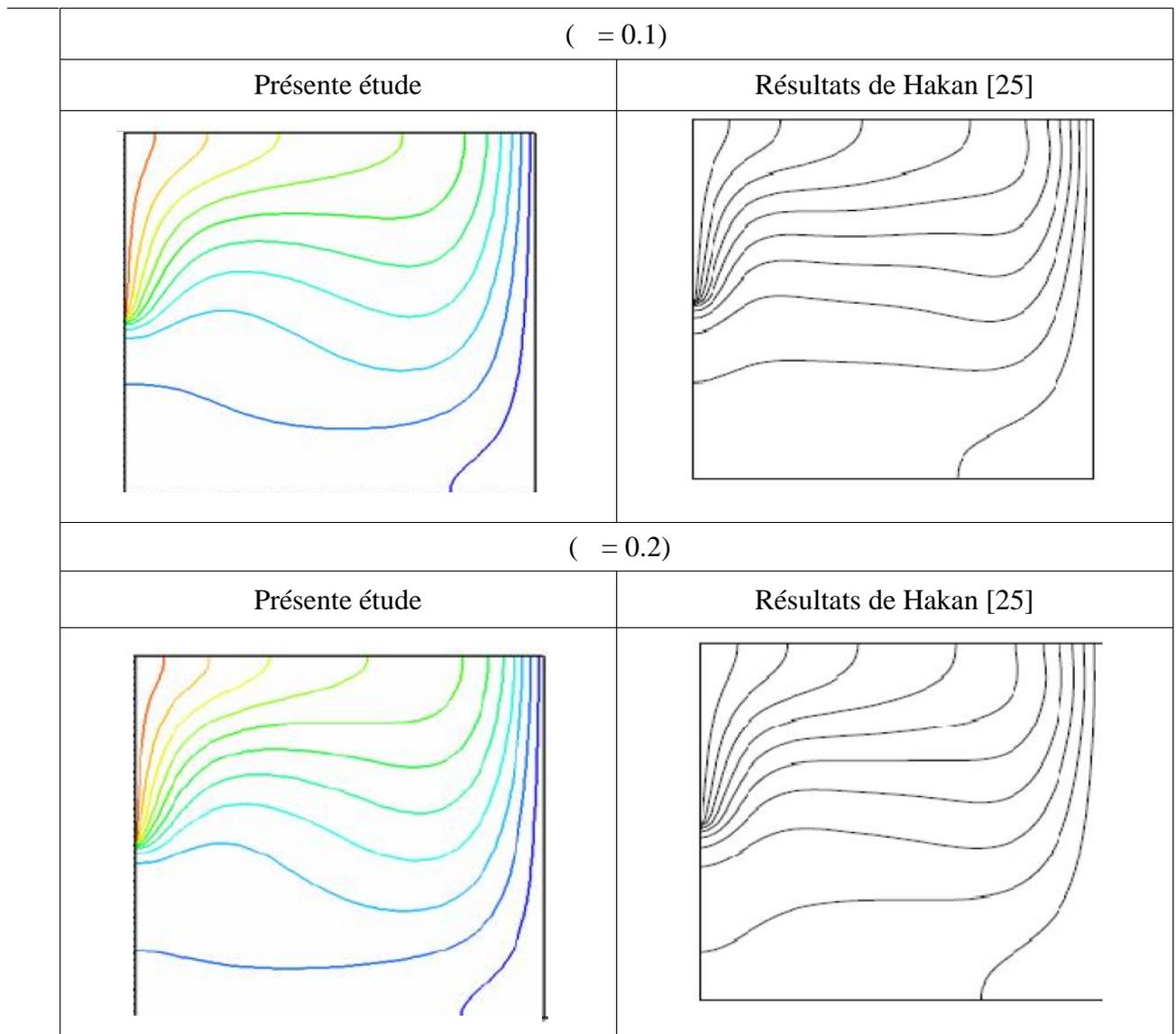
**Figure IV. 1.3 :** Variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de fractions volumiques  $\phi$  pour différents nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ ) et pour le nanofluide (Cu-eau)



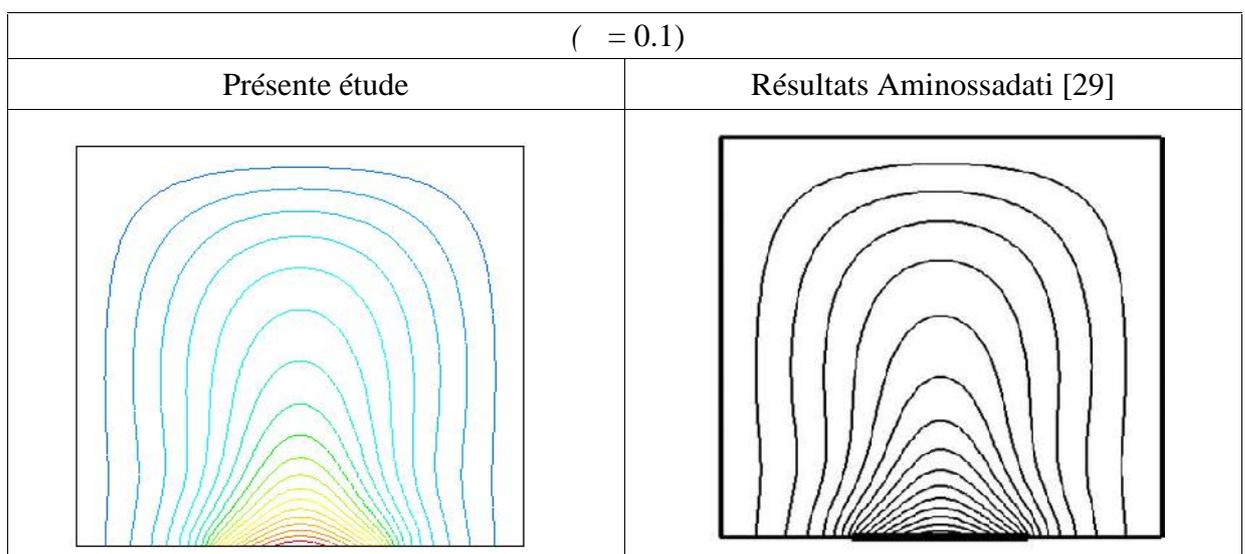
**Figure IV. 1.4:** Variation du nombre de *Nusselt* en fonction du nombre de Rayleigh

Les résultats obtenus montrent la variation du nombre de *Nusselt* en fonction du nombre de Rayleigh. La comparaison de nos résultats avec les articles publiés montre bien la validité du code de calcul utilisé.

Sur le plan qualitatif, les isothermes obtenues sont représentées sur la figure IV.1.5 et comparées avec les résultats de Hakan [25] et Aminossadati [29].



**Figure IV. 1.5 (a):** Isothermes pour une source de chaleur située sur la paroi gauche de la cavité  $Ra = 10^5$  et nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0.1$ ,  $\delta = 0.2$ )



**Figure IV. 1.5 (b):** Isothermes pour une source de chaleur située sur la paroi du fond de la cavité  $Ra = 10^5$  et nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0.1$ )

Cette comparaison montre qu'il y a un parfait accord entre les résultats obtenus et ceux de Hakan [25] et Aminossadati [29]. Sur le plan quantitatif, les résultats sont présentés sous forme de tableau IV.1.1 ci- dessous :

		Nombre de Rayleigh			
		$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
Nu <sub>m</sub>	Présente étude	5.455	5.476	7.121	13.864
	Ghasemi [29]	5.451	5.474	7.121	13.864
	Erreur (%)	0.07	0.03	0	0
max	Présente étude	0.205	0.205	0.172	0.107
	Ghasemi [29]	0.205	0.205	0.172	0.107
	Erreur (%)	0	0	0	0

**Tableau IV. 1.1:** Comparaison des résultats obtenus avec ceux de la littérature, pour le nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0.1$ ,  $B = 0.4$ ,  $D = 0.5$ )

Nous constatons une parfaite concordance des résultats. L'erreur est inférieure à 0.07 dans tous les cas.

#### IV.1.2- RESULTATS ET DISCUSSION:

Les isothermes et les lignes de courant sont présentées pour un fluide pur (eau) dans une cavité carrée ( $A=1$ ) pour différentes nanoparticules (Cu,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ ) et plusieurs nombres de *Rayleigh* ( $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$ ,  $Ra = 10^5$  et  $Ra = 10^6$ ) avec différentes fractions volumiques.

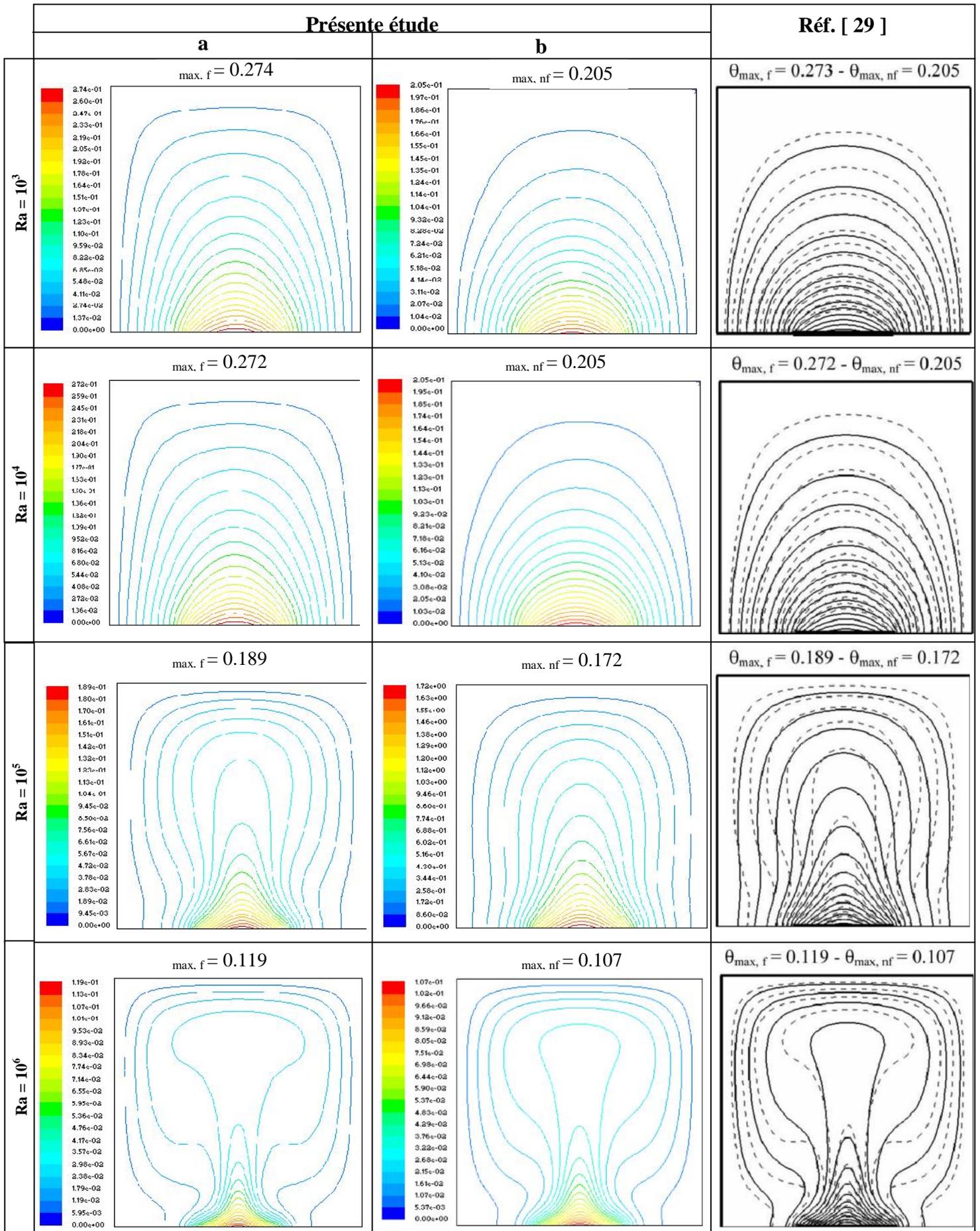


Figure IV.1.6: Isothermes (a): fluide pure (eau,  $\phi = 0$ ), (b): nanofluide (Cu-eau,  $\phi = 0.1$ ) avec ( $D=0.5$  et  $B=0.4$ )

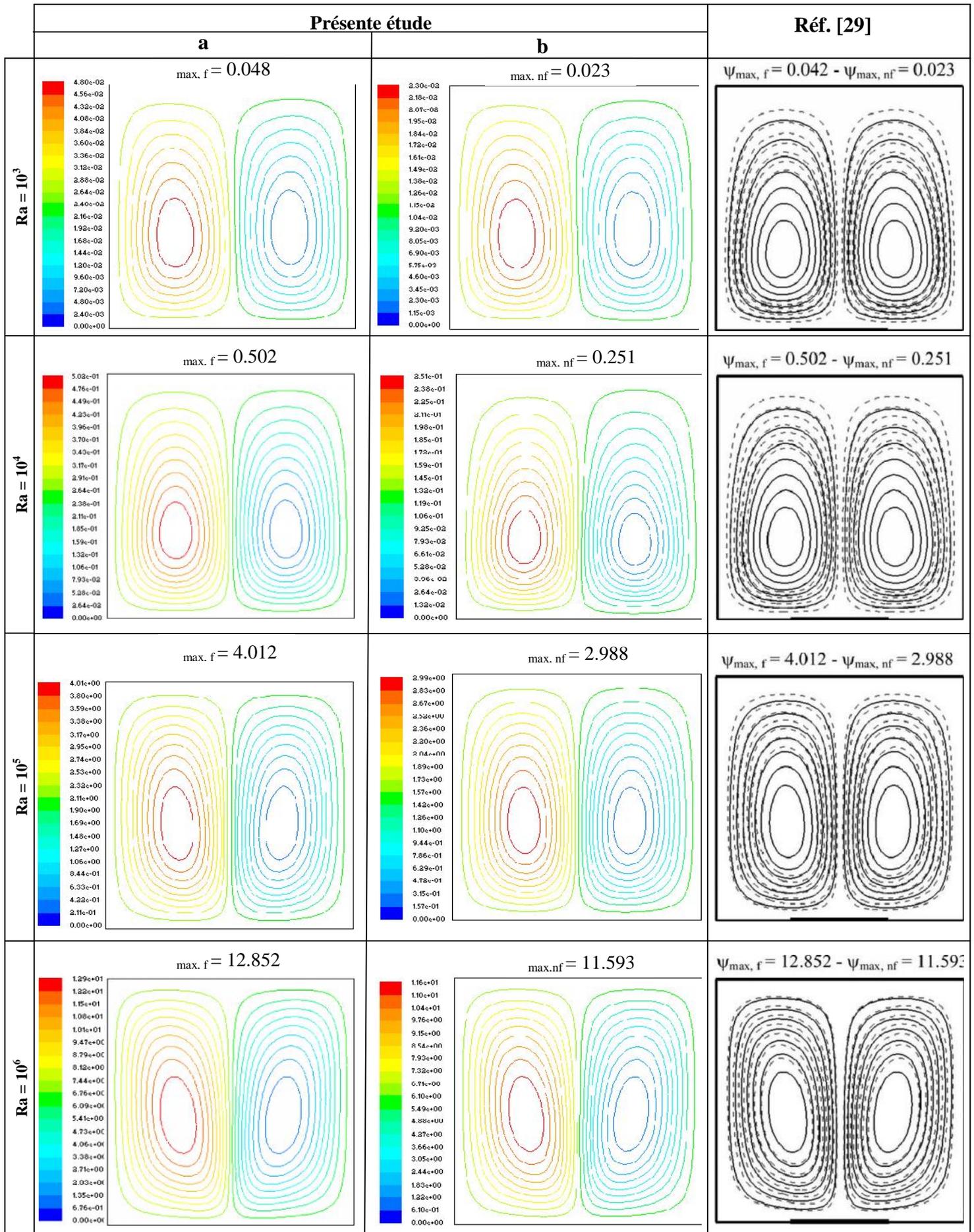
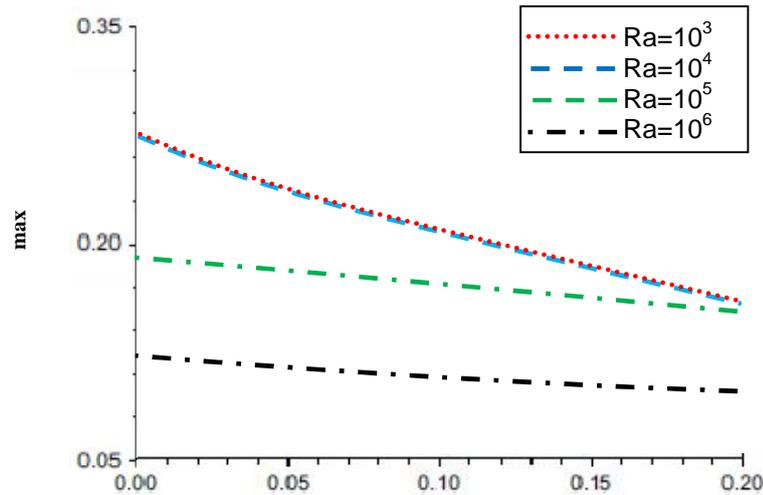


Figure IV.1.7: Lignes de courant (a): fluide pure (eau,  $\phi = 0$ ), (b): nanofluide (Cu-eau,  $\phi = 0.1$ ) avec ( $D=0.5$  et  $B=0.4$ )

Les figures IV.1.6 et IV.1.7, montrent respectivement les isothermes et les lignes de courant pour une source de chaleur située au milieu de la paroi du fond. L'écoulement symétrique montre la formation de deux vortex contrarotatifs pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh. En fait, les forces dynamiques générées en raison des différences de température du fluide forcent le liquide à se lever au milieu et à descendre sur les parois de l'enceinte. Ce mouvement du fluide constitue deux cellules contrarotatives circulant dans l'enceinte. Il est observé que, même si la forme des cellules ne change pas avec le nombre de Ra, leur intensité augmente à mesure que les forces de flottabilité deviennent plus fortes. Il faut noter également que la ligne de contact des zones de circulation symétriques est situé sur l'axe de symétrie de la source de chaleur quelque soit le nombre de Rayleigh.

Les isothermes ont également une forme symétrique quelque soit la valeur du nombre de Rayleigh, cependant, elles affichent des comportements différents lorsque le nombre de Rayleigh augmente. Pour les cas  $Ra = 10^3$  et  $10^4$ , où la conduction domine le régime d'écoulement, les isothermes sont distribuées à proximité de la source de chaleur. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, les lignes de courants manifestent une vitesse d'écoulement plus forte et les isothermes affichent des couches limites plus distinguées. Il est clair que le champ des vitesses et les champs de température sont influencés par la présence des nanoparticules, c'est-à dire, l'introduction de nanoparticule dans l'eau pure réduit la force de champ d'écoulement observé par d'autres chercheurs [32]. Cette réduction est plus marquée à faible nombre de Rayleigh où le transfert de chaleur par conduction domine. Il est évident que la température maximum est réduite, ce qui est une indication de l'amélioration de la performance du refroidissement de la cavité.



**Figure IV.1.8 :** Variation de la température maximale en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de *Rayleigh* (Cu-eau,  $D = 0,5$  et  $B = 0,4$ )

La figure IV.1.8 montre que la température maximale de la source de chaleur diminue avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticule. Il est à noter que la diminution de la température maximale de la source de chaleur est un indicateur de l'amélioration de l'évacuation de la chaleur.

#### **IV.1.2.1- Effet de la longueur de la source de chaleur :**

Dans cette partie de l'étude, on considère une cavité remplie de nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0,1$ ) et présentant une source de chaleur située dans le milieu de la paroi du fond ( $D = 0,5$ ). Nous étudions l'influence de la longueur de la source de chaleur sur la distribution des températures et des lignes de courant.

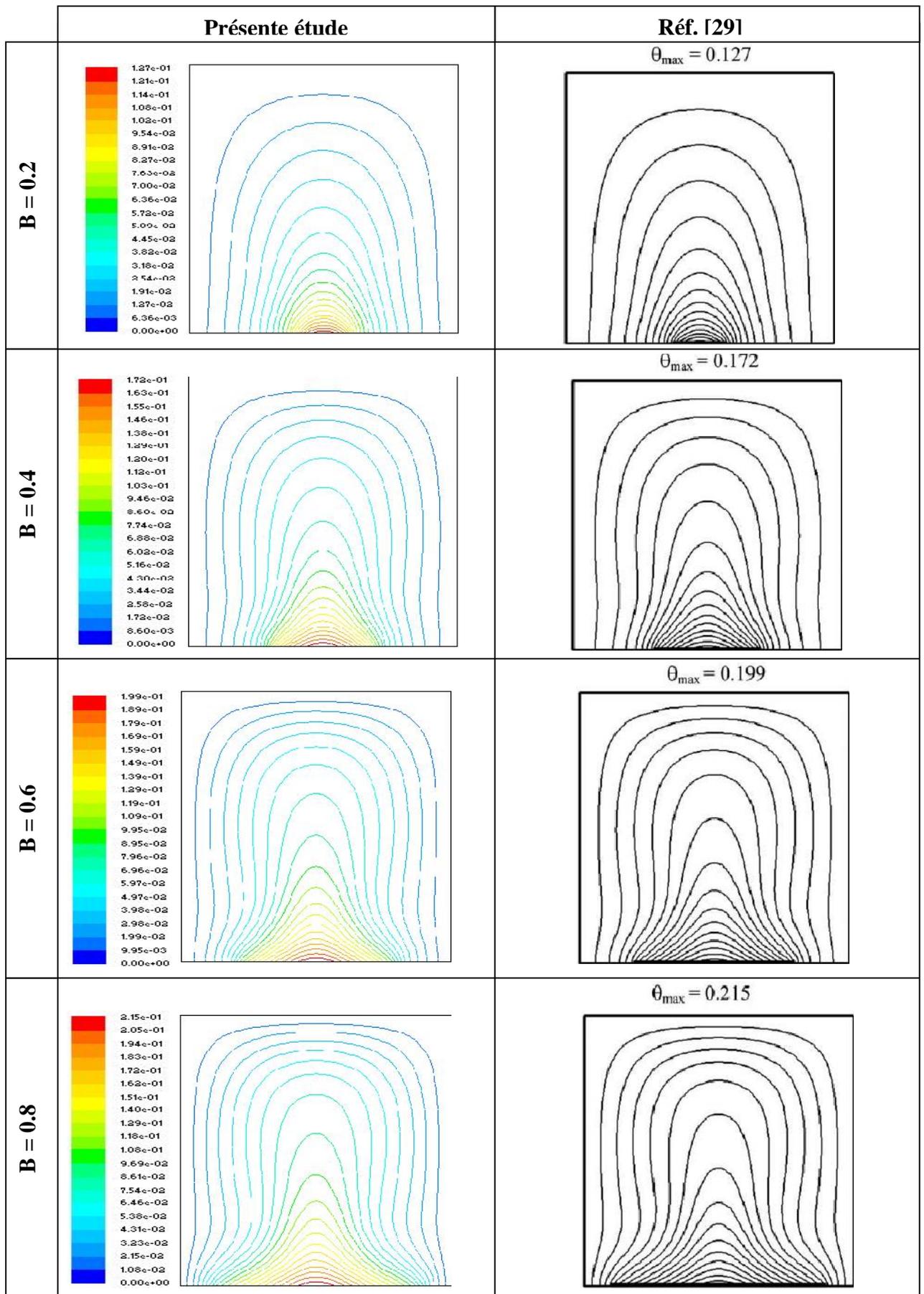


Figure IV.1.9: Isothermes pour le nanofluide Cu-eau et différentes longueurs de la source de chaleur ( $Ra=10^5$ ,  $\phi = 0.1$  et  $D = 0.5$ )

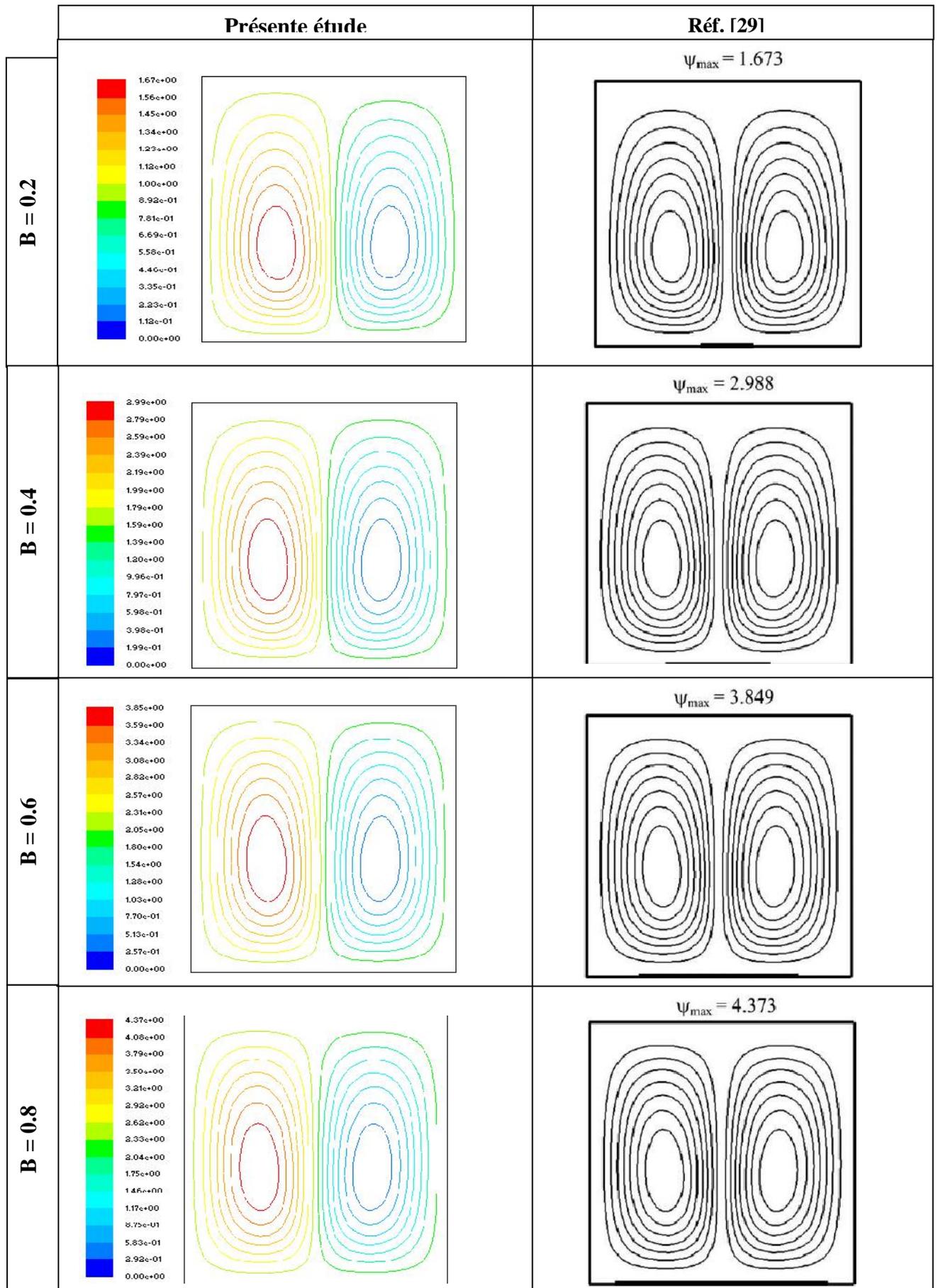
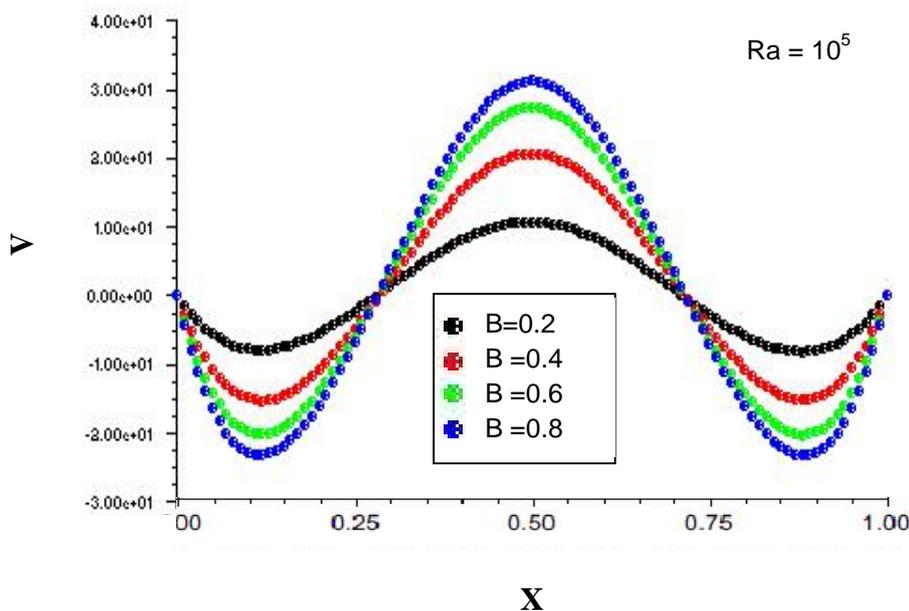


Figure IV.1.10: Lignes de courant pour le nanofluide Cu-eau et différentes longueurs de la source de chaleur ( $Ra=10^5$ ,  $\phi = 0.1$  et  $D = 0.5$ )

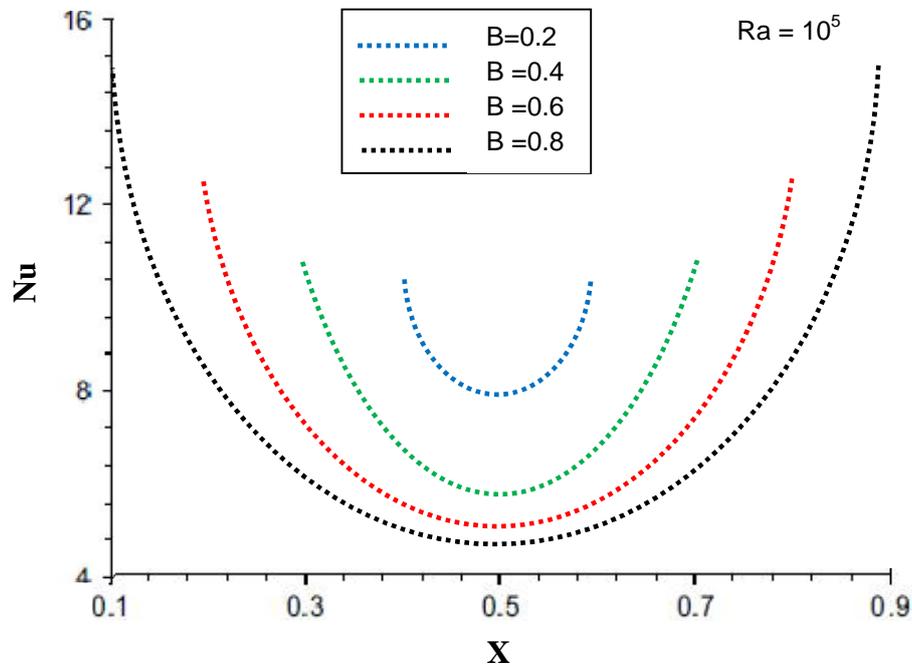
Les figures IV.1.9 et IV.1.10 montrent l'effet de la longueur de la source de chaleur respectivement sur les isothermes et les lignes de courant pour  $Ra = 10^5$ . Les figures montrent qu'avec l'augmentation de la longueur de source de chaleur, les deux cellules contrarotatives sont intensifiées et les températures augmentent. Ceci peut être expliqué par des taux plus élevés de production d'énergie lorsque la longueur de source de chaleur augmente. En outre, des taux plus élevés de production de chaleur sont associées à des forces dynamiques plus élevées qui intensifient les cellules circulantes. Il est également noté que, lorsque la source de chaleur située dans le milieu de la paroi du fond, des cellules symétriques sont générées indépendamment de la longueur de la source de chaleur.



**Figure IV.1.11** : Profils de vitesse verticale pour différentes longueurs de la source de chaleur ( $Cu$ -eau,  $Ra = 10^5$ ,  $D = 0,5$  et  $\phi = 0,1$ )

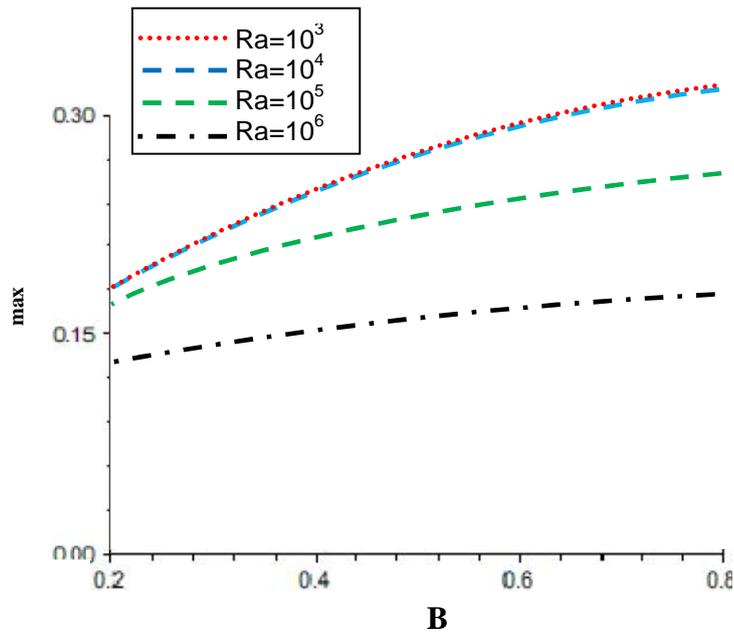
Afin d'avoir une meilleure compréhension du comportement des écoulements, les profils de vitesse verticale le long de la section centrale de la cavité sont présentés dans la Figure IV.1.11. On observe une distribution symétrique des vitesses qui indique le sens de rotation du fluide dans la cavité.

L'écoulement s'élève au milieu et descend à proximité des parois verticales. Il est également clair que l'amplitude de la vitesse verticale augmente avec l'augmentation de la longueur de la source de chaleur.



**Figure IV.1.12:** Nusselt local le long de la source de chaleur pour différentes longueurs de la source de chaleur

La figure IV.1.12 montre les variations du nombre de Nusselt local pour différentes longueurs de la source de chaleur. Comme indiqué, on observe une distribution symétrique du nombre de Nusselt, les valeurs plus élevées sont observées aux deux extrémités de la cavité. La valeur faible de Nusselt local est observée au milieu de la cavité.



**Figure IV.1.13:** Variation de la température maximale en fonction de la longueur de la source de chaleur pour différentes valeurs du nombre de *Rayleigh* (Cu-eau,  $D = 0,5$  et  $\phi = 0,1$ )

D'après la figure IV.1.13, l'effet de la longueur de la source de chaleur sur la température maximale dans l'enceinte peut être mieux compris. La température maximale est représentée pour une gamme du nombre de *Rayleigh* variant de  $10^3$  à  $10^6$ . Il est observé que la température maximale diminue avec l'augmentation du nombre de *Rayleigh* en raison des forces de flottabilité plus élevées. La température maximale augmente avec la longueur de la source de chaleur en raison de la quantité de chaleur générée par la source de chaleur.

#### IV.1.2.2. Effet de l'emplacement de la source de chaleur

Dans cette partie de l'étude, nous considérons une cavité remplie de nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0,1$ ) avec une source de chaleur de longueur ( $B = 0,4$ ).

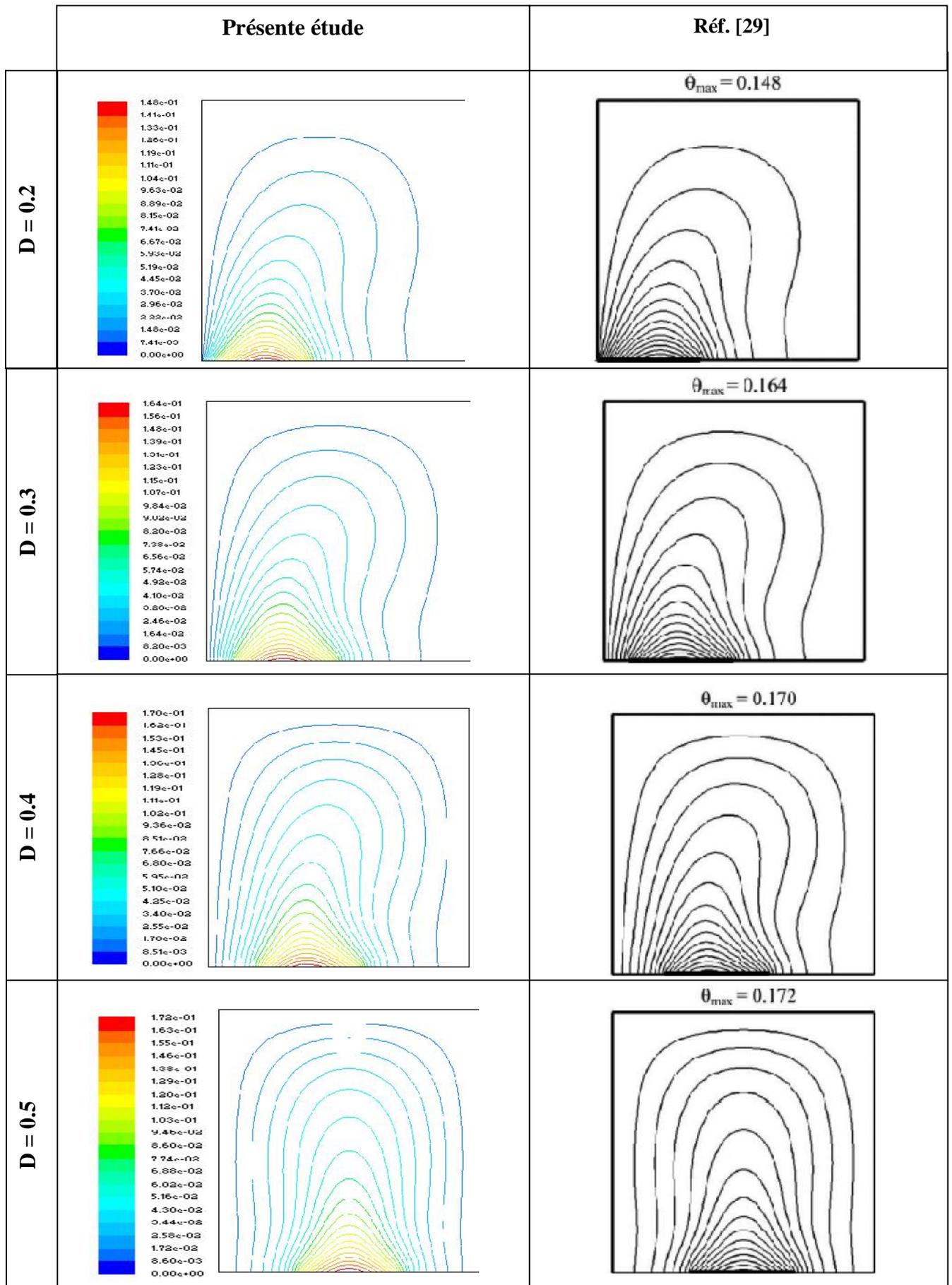


Figure IV.1.14: Isothermes pour le nanofluide Cu-eau et différents emplacements de la source de chaleur ( $Ra = 10^5$ ,  $B = 0,4$  et  $\phi = 0,1$ ).

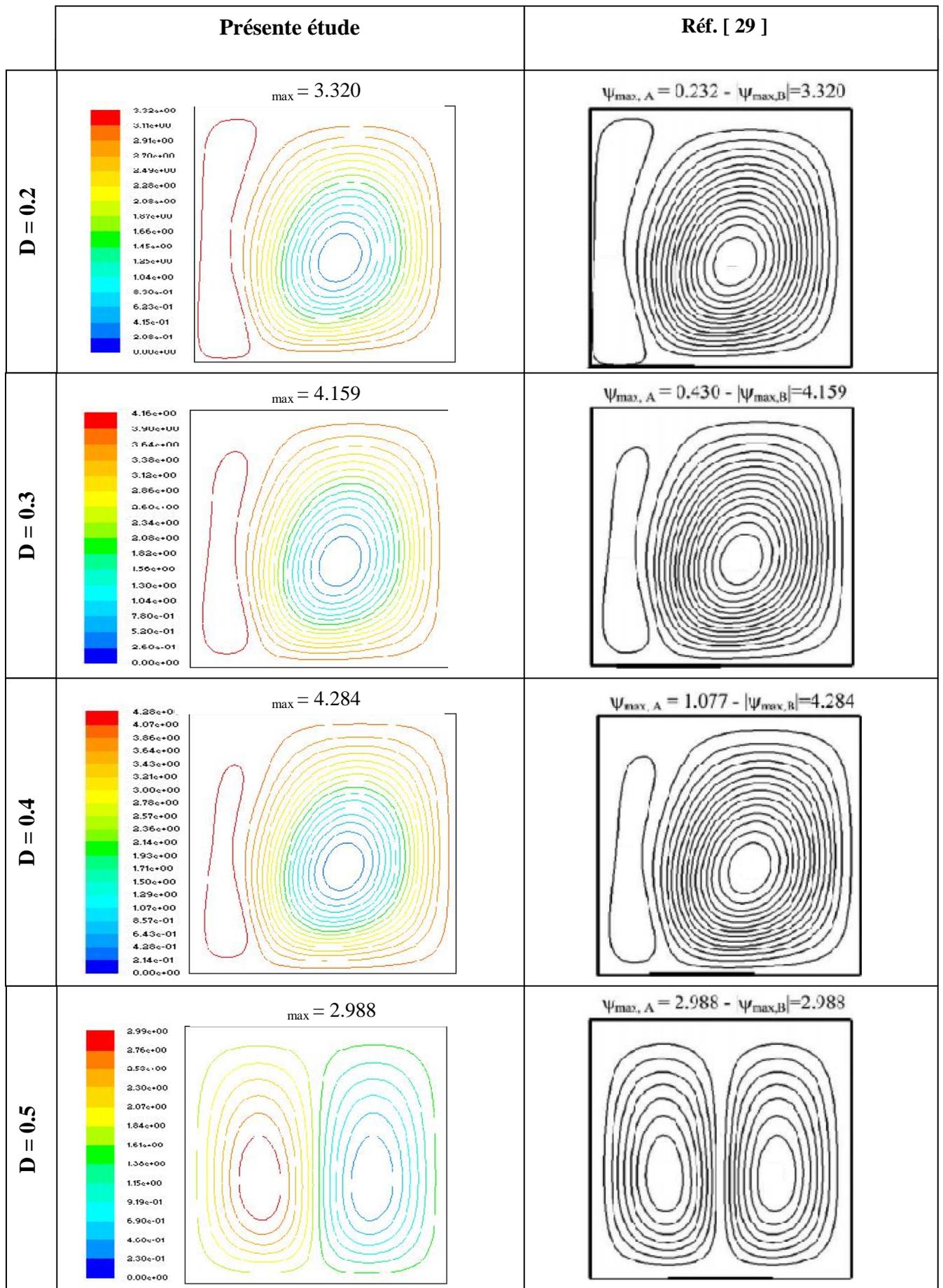
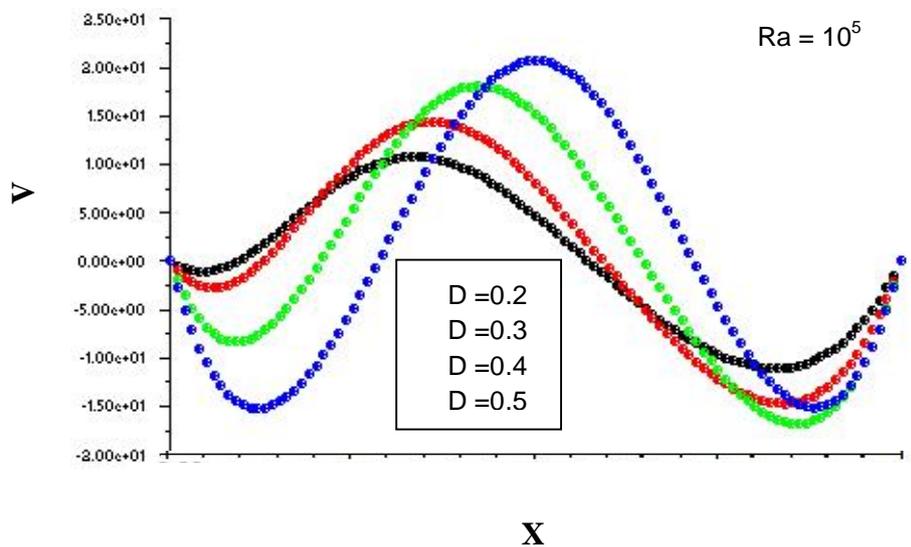
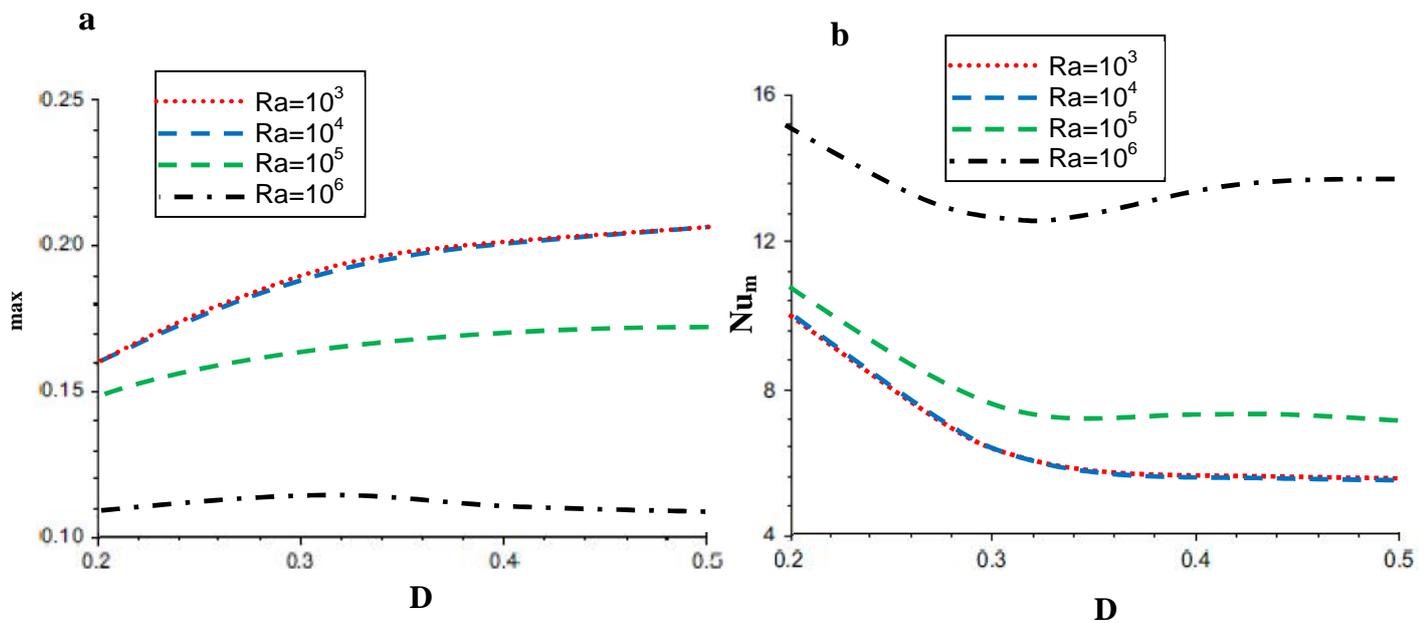


Figure IV.15: Lignes de courant pour nanofluide Cu-eau et différents emplacements de la source de chaleur ( $Ra = 10^5$ ,  $B = 0,4$  et  $\phi = 0,1$ ).

Les figures IV.1.14 et IV.1.15 montrent respectivement les isothermes et les lignes de courant pour différents emplacements de la source de chaleur pour  $Ra = 10^5$ . Pour ce cas, on observe la formation de deux vortex asymétriques circulants avec des forces inégales lorsque la source de chaleur est située à proximité de la paroi gauche. Lorsque la source de chaleur s'éloigne de cette paroi, les forces des deux cellules deviennent proches. Quand la source est au milieu de la paroi du fond, deux vortex circulants avec intensité égale apparaissent dans l'enceinte. Les isothermes montrent que lorsque la source de chaleur s'éloigne de la paroi gauche froide, la température de l'écoulement maximal augmente. Cela peut s'expliquer par la distance que demande le fluide pour se rendre dans le vortex circulant afin d'échanger de la chaleur entre la source et la paroi gauche froide. Il est clair que les isothermes suivent la position de la source de chaleur, et leur extension dans la cavité devient plus remarquable lorsque la source de chaleur s'éloigne de la position gauche.



**Figure IV.1.16:** Profils de vitesse verticale le long de la partie centrale de l'enceinte pour différents emplacements de la source de chaleur (Cu-eau,  $Ra = 10^5$ ,  $B = 0,4$  et  $\phi = 0,1$ ).



**Figure IV.1.17: a)** Variation de la température maximale en fonction de l'emplacement de la source de chaleur pour différents nombres de Rayleigh (Cu-eau,  $Ra = 10^5$ ,  $B = 0,4$  et  $\phi = 0,1$ ).

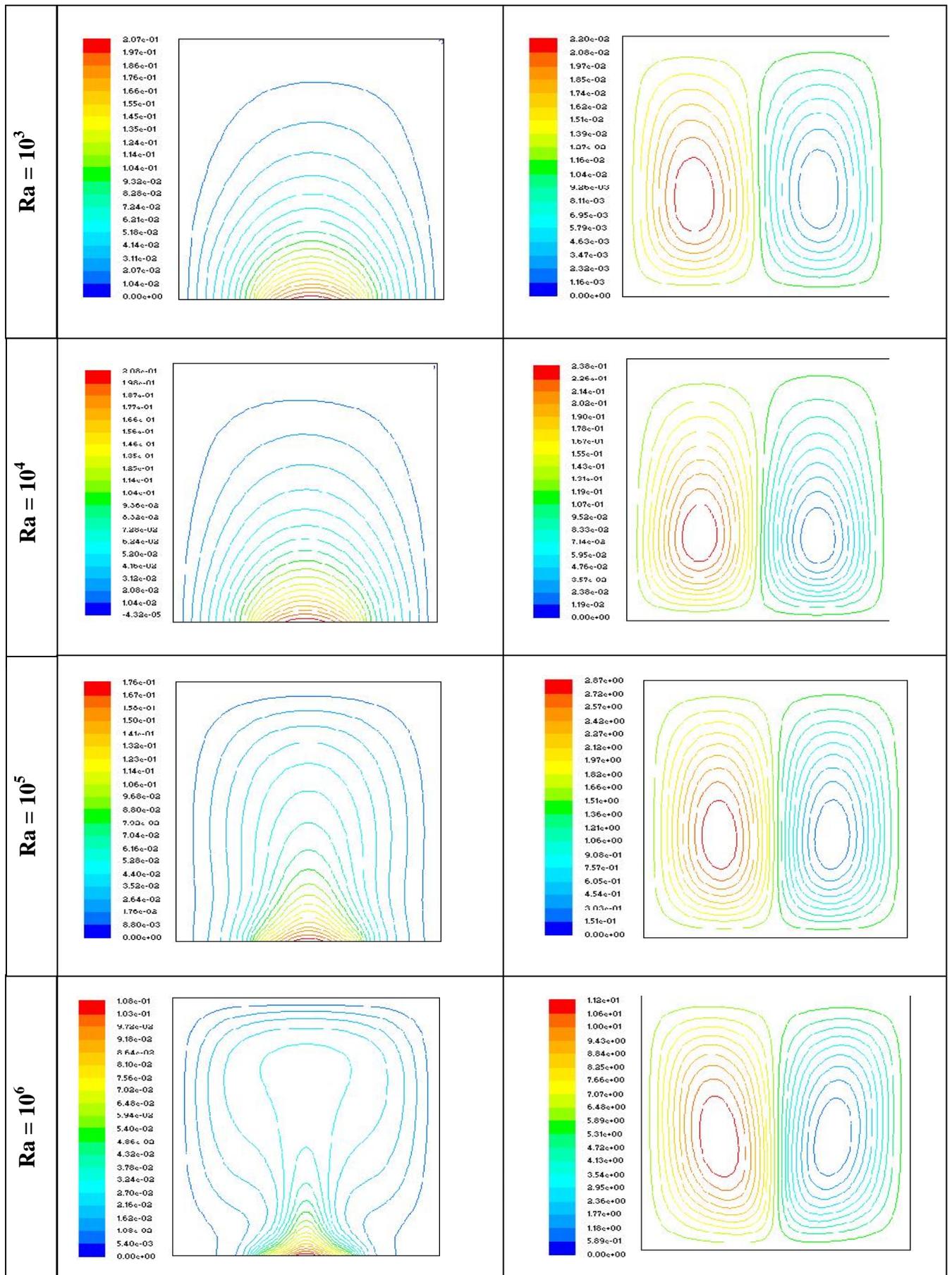
**Figure IV.1.17: b)** Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'emplacement de la source de chaleur à différents nombres de Rayleigh (Cu-eau,  $B = 0,4$  et  $\phi = 0,1$ ).

La figure IV.1.16 présente les profils de vitesse verticale le long de la partie centrale de l'enceinte. Les résultats montrent l'existence de deux vortex contrarotatifs pour les différents emplacements de la source de chaleur. Dans le cas où la source n'est pas située au milieu, les profils de vitesse asymétriques indiquent que des cellules déséquilibrées circulent à l'intérieur de l'enceinte. En outre, la vitesse maximale augmente lorsque la source de chaleur se déplace vers le milieu.

Les figures IV.1.17 a et b présentent respectivement l'effet de l'emplacement de la source de chaleur sur la température maximale et le nombre de Nusselt moyen. Aux nombres de Rayleigh faibles, comme la source de chaleur se déplace vers le milieu de la paroi, la température maximale augmente et le nombre de Nusselt moyen correspondant diminue.

**IV.1.2.3. Effets du type de nanoparticule :**

Dans cette partie de notre travail, nous étudions l'effet de la nature des nanoparticules sur les échanges thermiques. Nous considérons une cavité carrée munie d'une source de chaleur ( $B= 0,4$  et  $D =0,5$ ) et contenant des nanoparticules de type  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$ ,  $Cu$  à concentration ( $\phi = 0,1$ ).



**Figure IV.1.18:** Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour le nanofluid Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau ( $\phi = 0.1$ , B = 0.4 et D = 0.5)

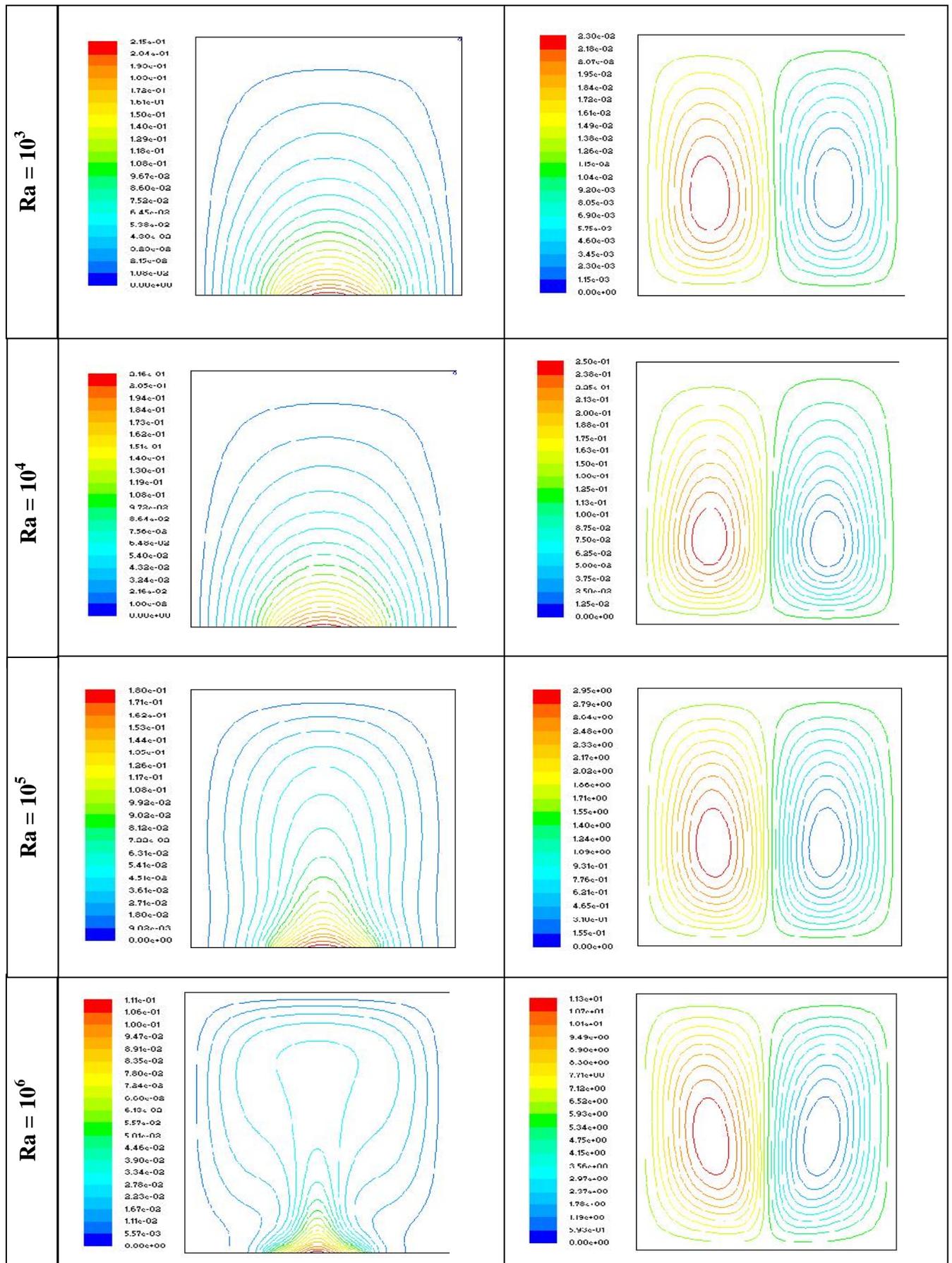
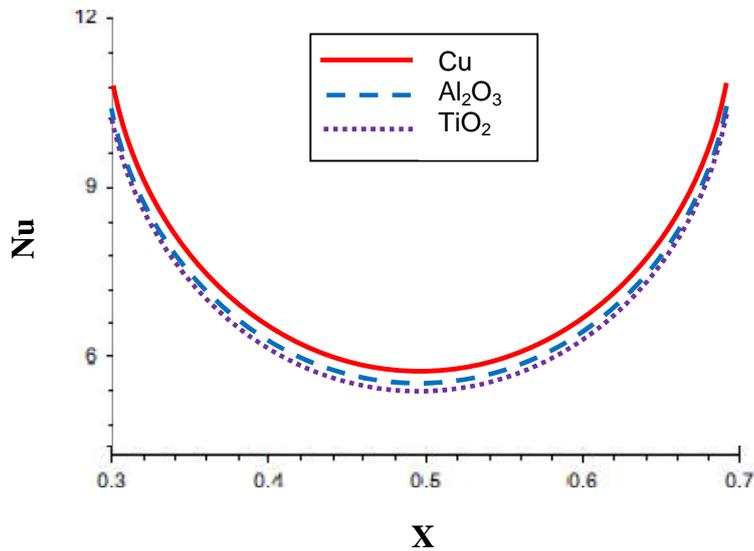


Figure IV.1.19: Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour le nanofluid TiO<sub>2</sub>-eau ( $\phi = 0.1$ ,  $B = 0.4$  et  $D = 0.5$ )

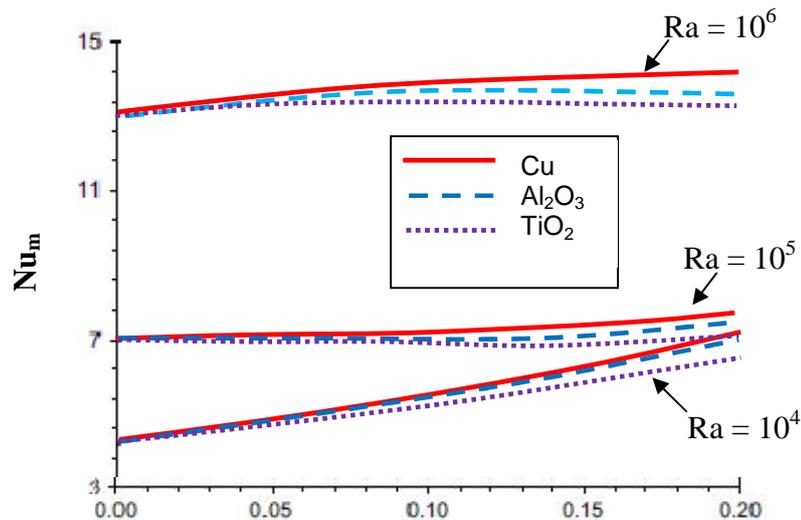
Nous présentons sur le tableau IV.1.2 ci-dessous les résultats obtenus pour une cavité carrée contenant différents types de nanoparticule.

		$Nu_m$	max	max
$Ra = 10^3$	Cu	5.455	0.205	0.023
	$Al_2O_3$	5.393	0.207	0.022
	$TiO_2$	5.190	0.215	0.023
$Ra = 10^4$	Cu	5.476	0.205	0.251
	$Al_2O_3$	5.412	0.208	0.238
	$TiO_2$	5.213	0.216	0.250
$Ra = 10^5$	Cu	7.121	0.172	2.988
	$Al_2O_3$	6.956	0.176	2.875
	$TiO_2$	6.842	0.180	2.948
$Ra = 10^6$	Cu	13.864	0.107	11.593
	$Al_2O_3$	13.663	0.108	11.260
	$TiO_2$	13.416	0.111	11.277

**Tableau IV.1.2:** Résultats obtenus pour une cavité carrée ( $\phi = 0.1$ ,  $B = 0.4$  et  $D = 0.5$ ), pour différents nanoparticules.



**Figure IV.1.20:** Nusselt locale le long de la source de chaleur pour différents types de nanoparticule ( $Ra = 10^5$ ,  $B = 0.4$ ,  $D = 0.5$  et  $\phi = 0.1$ )



**Figure IV.1.21:** Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique pour différents types de nanofluide ( $B = 0.4$ ,  $D = 0.5$ )

Dans cette partie de l'étude, différents types de nanofluide sont simulés avec une source de chaleur ( $B = 0,4$  et  $D = 0,5$ ). La figure IV.1.21 montre la distribution du nombre de Nusselt local le long de la source de chaleur. Les profils obtenus sont symétriques pour tous les nanofluides avec une valeur minimale située au milieu de la source. Le tableau II.1 montre que la conductivité thermique de  $TiO_2$  est la plus petite par rapport aux autres nanoparticules, par conséquent, il a la plus faible valeur du nombre de Nusselt. D'autre part,  $Cu$  et  $Ag$  ont les valeurs les plus élevées. En outre, la conductivité thermique de  $Al_2O_3$  est d'environ un dixième de  $Cu$  et  $Ag$  (Tableau II.1), par conséquent, le nombre de Nusselt pour  $Al_2O_3$  est inférieur à celui des  $Cu$  et  $Ag$ . La figure IV.22 montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique de nanoparticules. On constate qu'à faible nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^4$ ), le nombre de Nusselt moyen augmente de façon monotone en fonction de la fraction volumique de nanoparticule pour tous les nanofluides. Pour  $Ra = 10^5$ , le nombre de Nusselt moyen augmente également avec la fraction volumique de nanoparticule avec un gradient plus faible comparé à celui de  $Ra = 10^4$ . Pour  $Ra = 10^6$ , une légère augmentation du nombre de Nusselt est observée pour le  $Cu$ ,

tandis que, pour  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et  $\text{TiO}_2$ , les valeurs asymétriques sont observées pour compris dans l'intervalle  $[0 ; 0,2]$ .

Le tableau IV.1.2 présente quelques résultats de refroidissement par convection naturelle d'une source de chaleur localisée au fond d'une enceinte remplie de nanofluide. Dans ce tableau, les valeurs de  $\theta_{\text{max}}$ ,  $\text{Nu}_m$  et  $\theta_{\text{min}}$  sont présentés pour ( $D = 0,5$ ,  $B = 0,4$  et  $\phi = 0,1$ ).

#### **IV.1.2.4. Effet de l'allongement :**

Les isothermes et les lignes de courant sont présentées pour un fluide pure (eau) dans une cavité rectangulaire ( $A=0.5$ ,  $A=2$ ) pour le nanoparticule (Cu) et plusieurs nombres de *Rayleigh* ( $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$ ,  $Ra = 10^5$  et  $Ra = 10^6$ ) avec différentes fractions volumiques

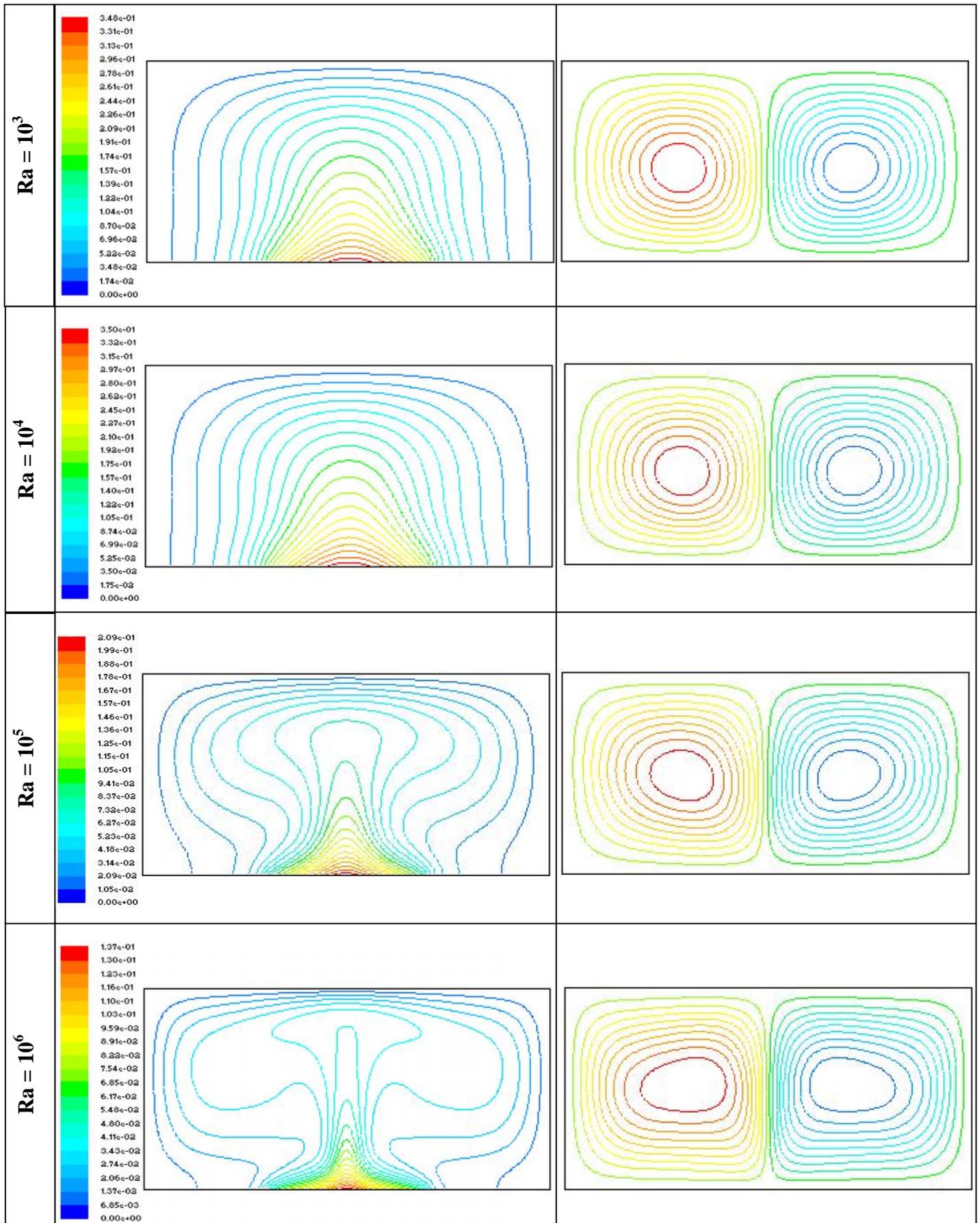


Figure IV.1.22: Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour le nanofluid Cu-eau et différents nombre de Rayleigh ( $\phi = 0.1$ ,  $B = 0.4$  et  $D = 0.5$ )

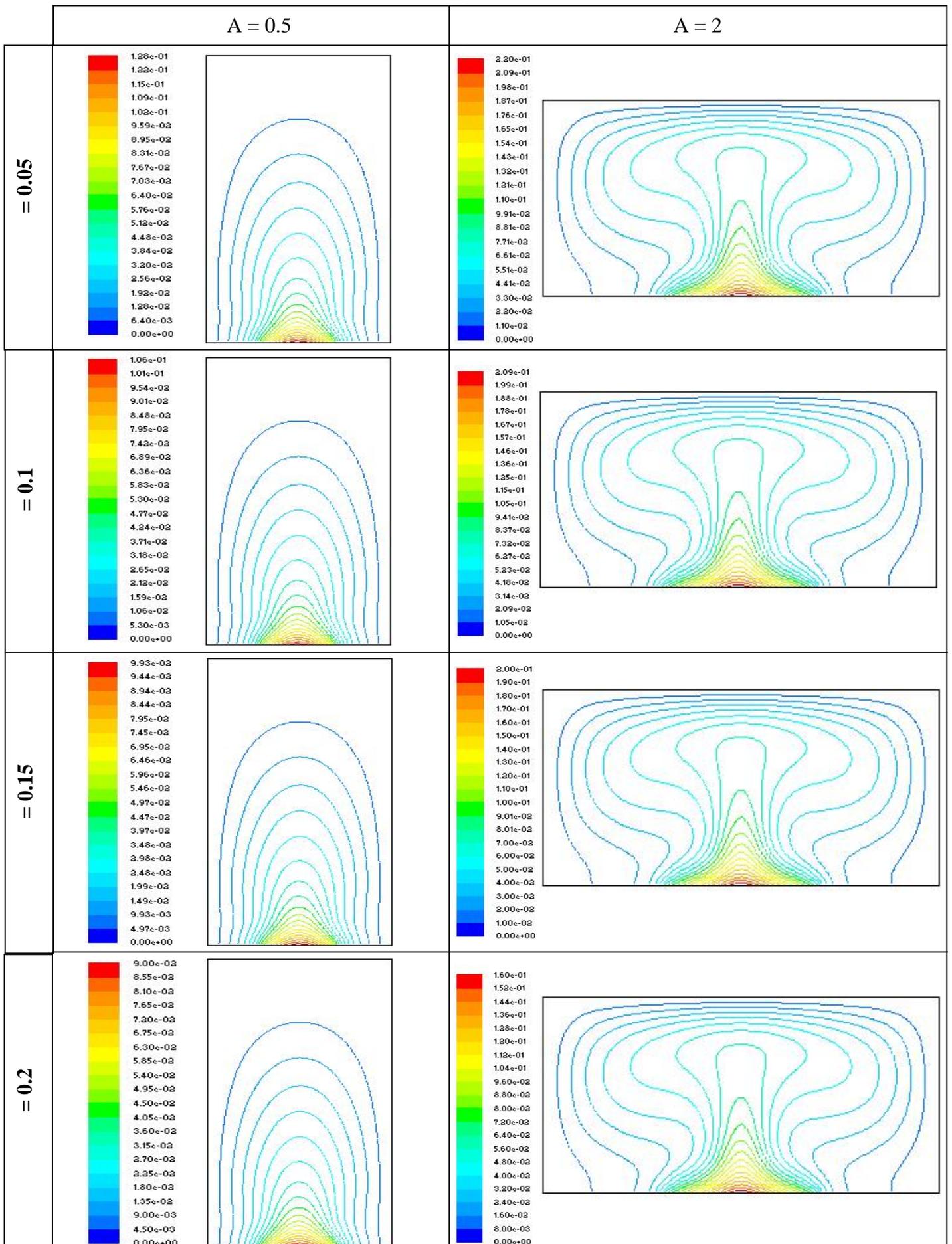
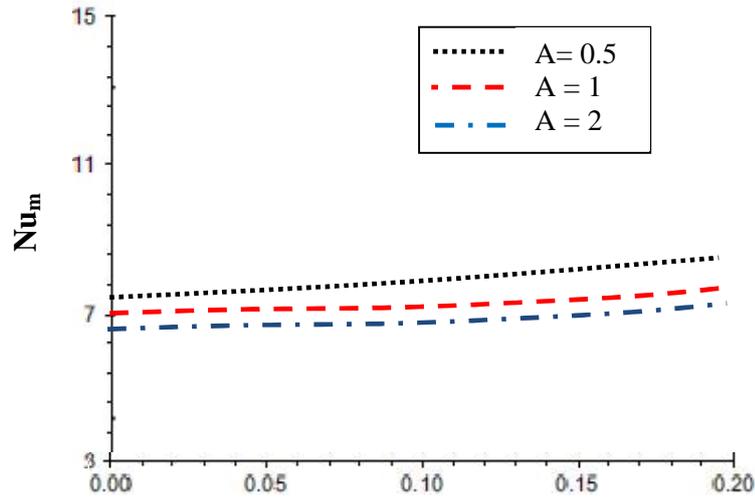


Figure IV.1.23: Isothermes du couple Cu-eau pour différentes fractions volumiques ( $Ra = 10^5$ ,  $B = 0.4$  et  $D = 0.5$ )



**Figure IV.1.24:** Variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs de rapport de forme de la cavité ( $A$ ) ( $Ra = 10^5$ ,  $B = 0.4$  et  $D = 0.5$ )

D'après les figures IV.1.22, IV.1.23 et IV.1.24, nous constatons que le nombre de *Nusselt* moyen diminue avec l'augmentation de l'allongement de la cavité. Plus le rapport de forme de la cavité augmente le transfert de chaleur diminue. On remarque que l'écoulement conserve la même structure, à savoir deux cellules contrarotatives. Ceci explique d'un côté la légère différence entre les valeurs de *Nusselt* moyens pour différents allongements signalée auparavant.

**PARTIE II**

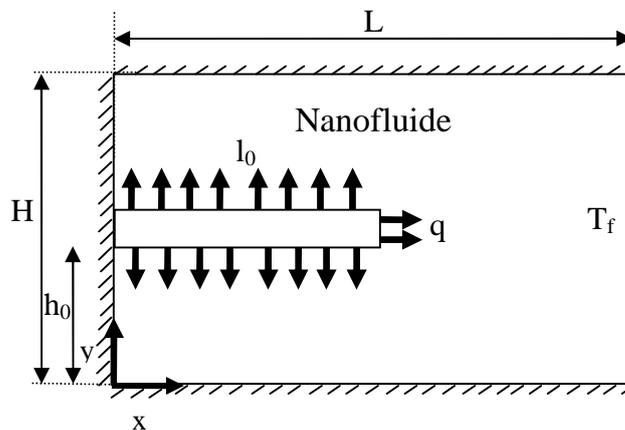
**CONVECTION NATURELLE D'UN NANOFLUIDE DANS UNE  
CAVITE MUNI D'UNE AILETTE**

**INTRODUCTION :**

Dans cette partie de simulation, nous nous intéressons au phénomène de convection naturelle dans une cavité muni d'une ailette et remplie d'un nanofluide (eau-Cu). Les simulations numériques sont effectuées pour différents nombres de Rayleigh, différentes longueur et différentes positions de la source de chaleur.

La simulation numérique a été effectuée pour un nombre de Ra et  $\beta$  compris dans l'intervalle ( $Ra = 10^3 - 10^6$ ,  $\beta = 0 - 0.05$ ).

Le système physique étudié est représenté sur la figure IV.2.1 ci-dessous :

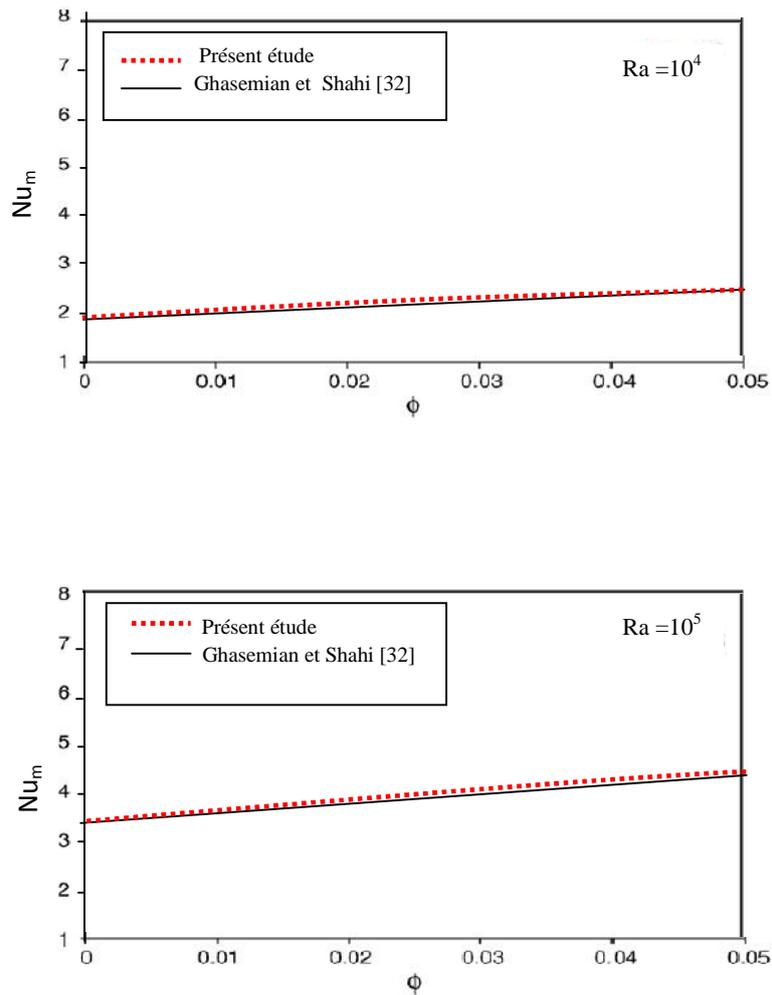


**Figure IV.2.1** : Système physique étudié

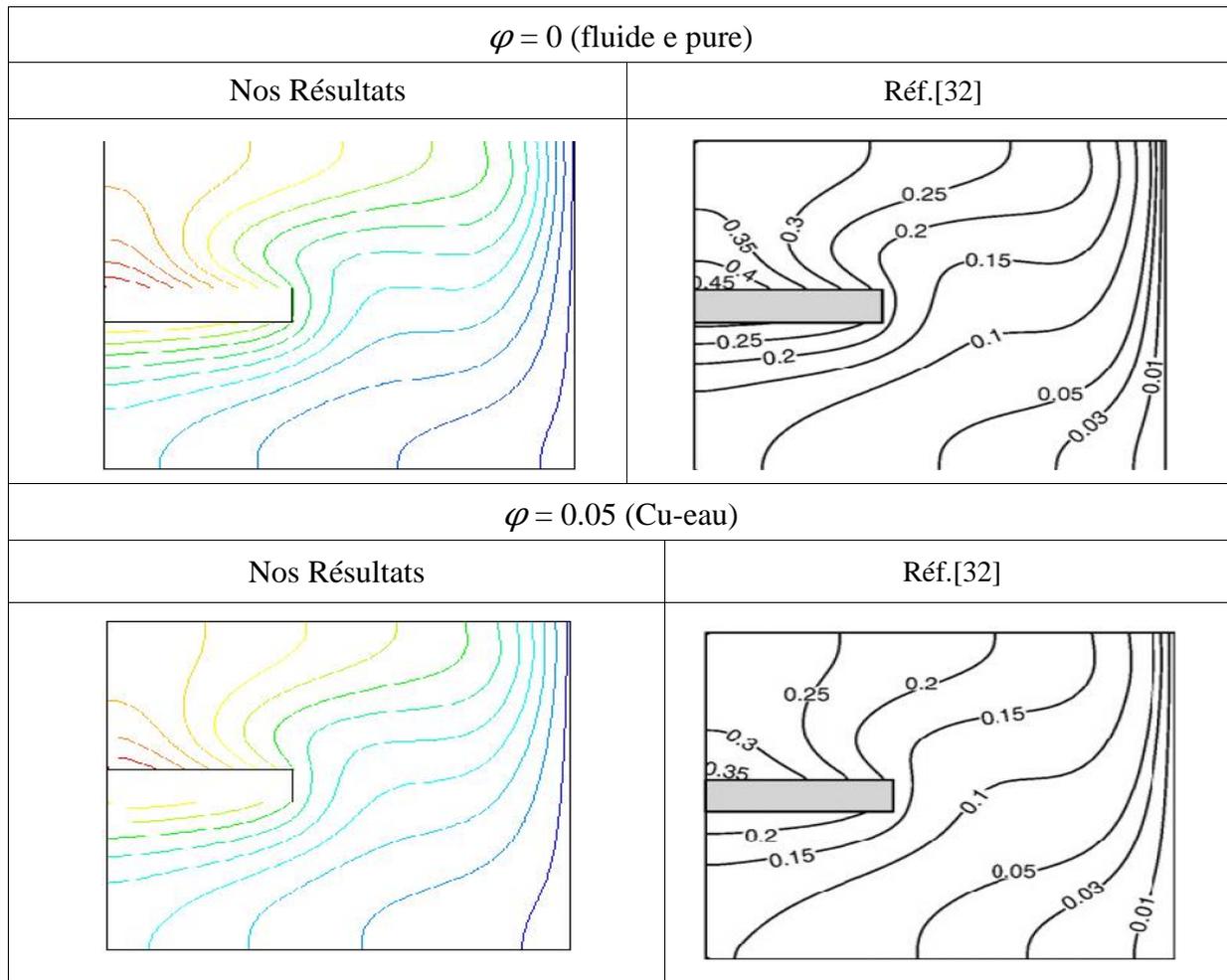
$l_0$  étant la longueur de l'ailette et  $h_0$  la position de l'ailette par rapport à l'axe horizontale.

## IV.2.1- VALIDATION DES RESULTATS

Les résultats obtenus avec le maillage choisi sont validés avec les résultats récents de la littérature [32]



**Figure IV.2.2** : Validation du code de calcul pour ( $Ra = 10^4, 10^5$ ) et pour le nanofluide (Cu-eau)



**Figure IV.2.3:** Isothermes pour  $Ra = 10^5$  et le couple Cu-eau ( $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 0.05$ )

Les résultats obtenus pour le nombre de *Nusselt* à partir du code de calcul (*Fluent*) coïncident bien avec ceux publiés dans la littérature [32].

Sur le plan qualitatif les isothermes obtenues sont représentées dans la figure IV.2.3. Cette comparaison montre qu'il y a un accord qualitatif entre nos résultats et ceux de la Réf.[32]. Ce qui nous réconforte dans le choix de nos modèles mathématique et numérique.

#### IV.2.2- RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les isothermes et les lignes de courant sont présentées pour un fluide pur (eau) et nanoparticule (Cu) pour plusieurs nombre de *Rayleigh* ( $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$ ,  $Ra = 10^5$  et  $Ra = 10^6$ ) avec différentes fractions volumiques.

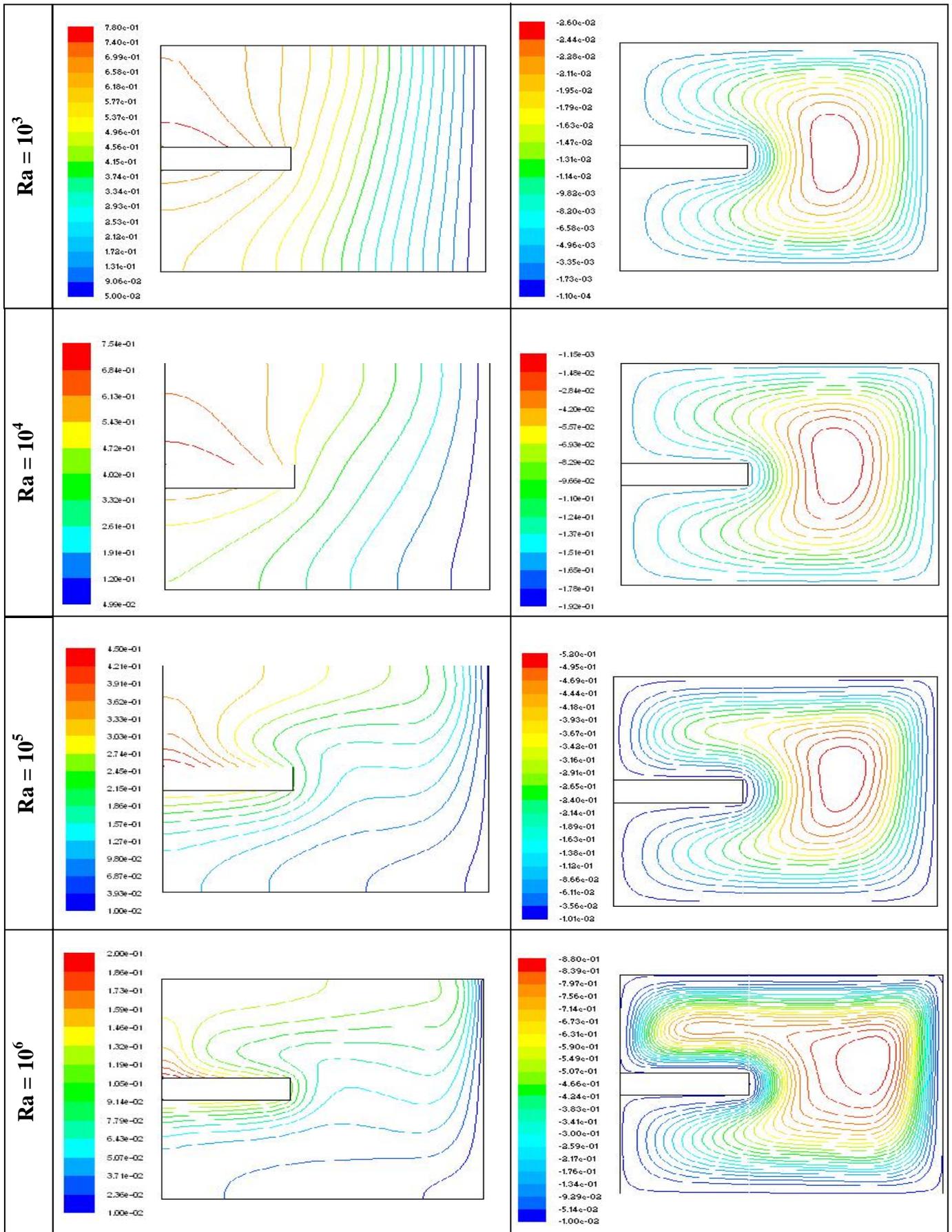


Figure IV.2.4: Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour le couple Cu-eau et différents nombre de Rayleigh ( $\phi = 0$ ,  $l_0 = 0.4$  et  $h_0 = 0.5$ )

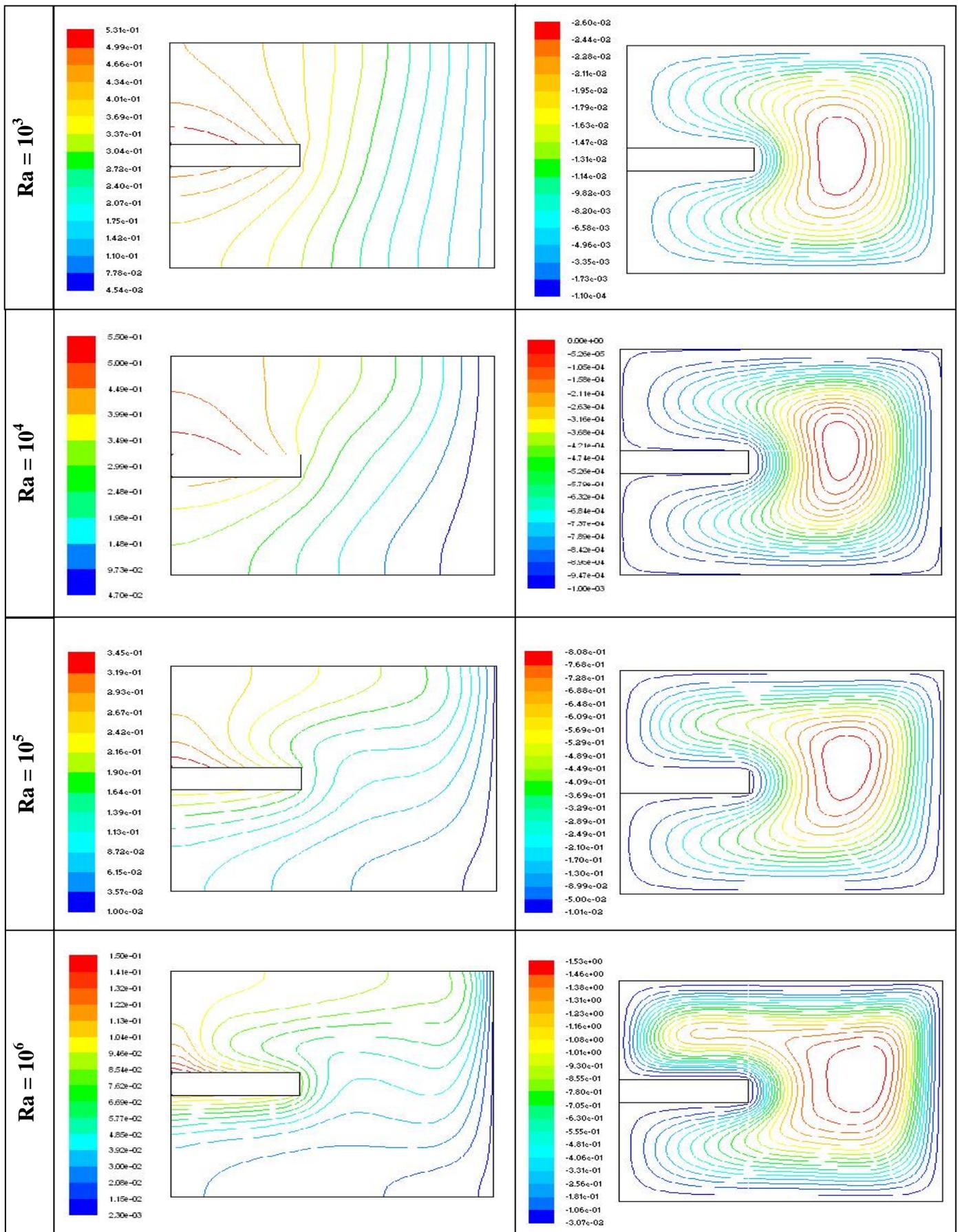
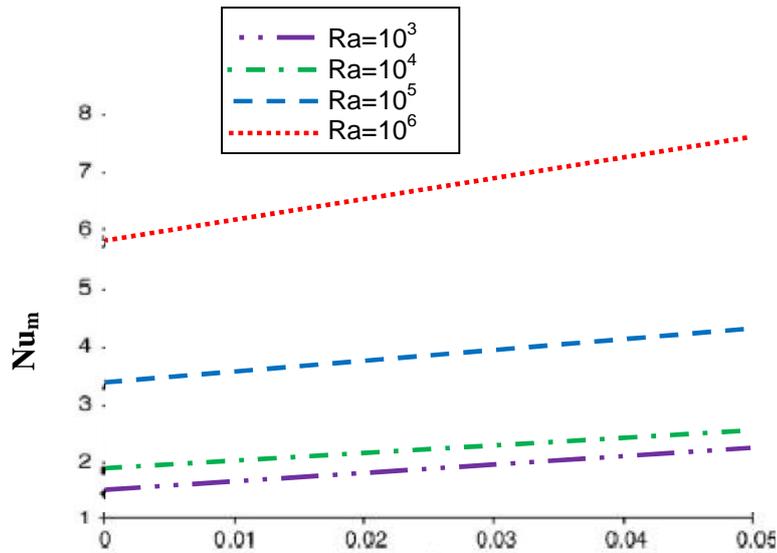


Figure IV.2.5: Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour le couple Cu-eau et différents nombre de Rayleigh ( $\phi = 0.05$ ,  $l_0 = 0.4$  et  $h_0 = 0.5$ )

Les figures IV.2.4 et IV.2.5, montrent les isothermes (gauche) et les lignes de courants (droite) obtenus pour différents nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ ) avec  $l_0 = 0,4, h_0 = 0,5$ ; pour un fluide pur et un nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0.05$ ).

Le fluide proche de l'ailette emmagasine de la chaleur et se réchauffe, la force dynamique augmente et le fluide se déplace vers le haut. Il est remplacé par le fluide froid qui se trouve proche de la paroi droite. A  $Ra = 10^3$ , la force dynamique faible entraîne un faible écoulement ascendant. Avec l'augmentation de nombre de Rayleigh, l'écoulement augmente et la position du centre du vortex se déplace vers la paroi droite. Ainsi; à  $Ra = 10^3$ , le centre du vortex est situé en  $X = 0,68$ , mais à  $Ra = 10^6$ , le centre du vortex est à  $X = 0,76$ .

La présence des nanoparticules dans l'eau améliore la conductivité thermique effective du fluide et conduit à l'augmentation de la force de flottabilité, par conséquent à l'augment l'intensité de l'écoulement. Pour  $Ra = 10^5$ , avec l'augmentation de 0.05 de la fraction volumique de nanoparticule, la valeur de la fonction de courant dans le centre du vortex augmente environs 45% et à  $Ra = 10^6$  elle augmente d'environ 75%. Pour  $Ra = 10^3$ , les isothermes sont presque uniformes dans toute la cavité ce qui indique la dominance de transfert de chaleur par conduction. L'augmentation de l'intensité de l'écoulement, à la suite de l'augmentation du nombre de Rayleigh, améliore le transfert de chaleur par convection, donc les isothermes changent complètement d'allure et deviennent semblables aux lignes de courant, de sorte qu'à  $Ra = 10^6$  les isothermes sont parallèles à la paroi horizontale.



**Figure IV.2.6:** Variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de *Rayleigh*.

La figure IV.2.6 montre que le nombre de *Nusselt* augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et le nombre de *Rayleigh*.

#### IV.2.2.1-Effet de la longueur de l'ailette et de la source de chaleur

Dans cette partie de l'étude, on considère une cavité remplie de nanofluide Cu-eau de concentration ( $\phi = 0,05$ ) et muni d'une ailette ( $h_0 = 0,5$ ). Nous étudions l'influence de la longueur de l'ailette ( $l_0$ ) sur le champ de température.

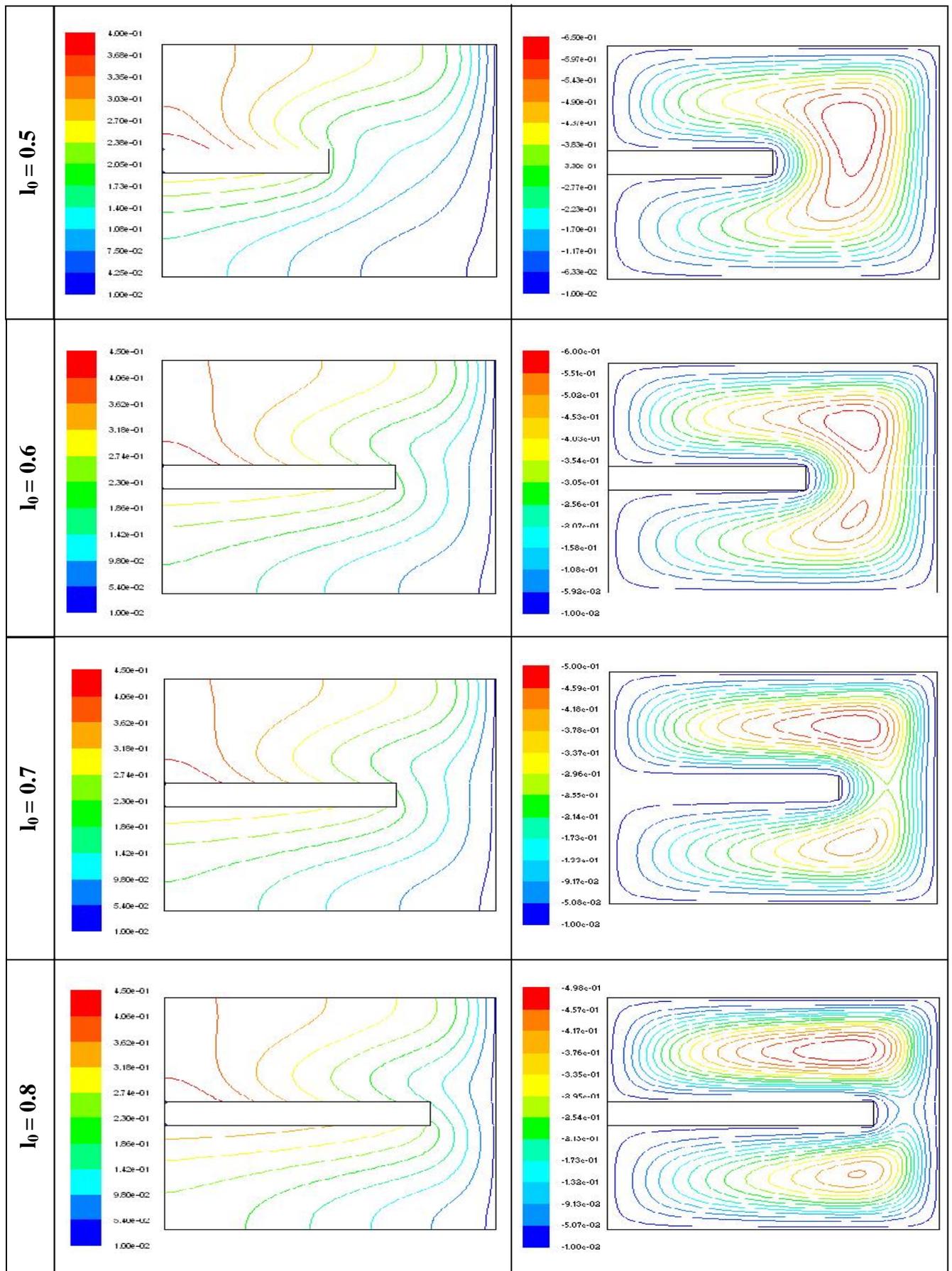
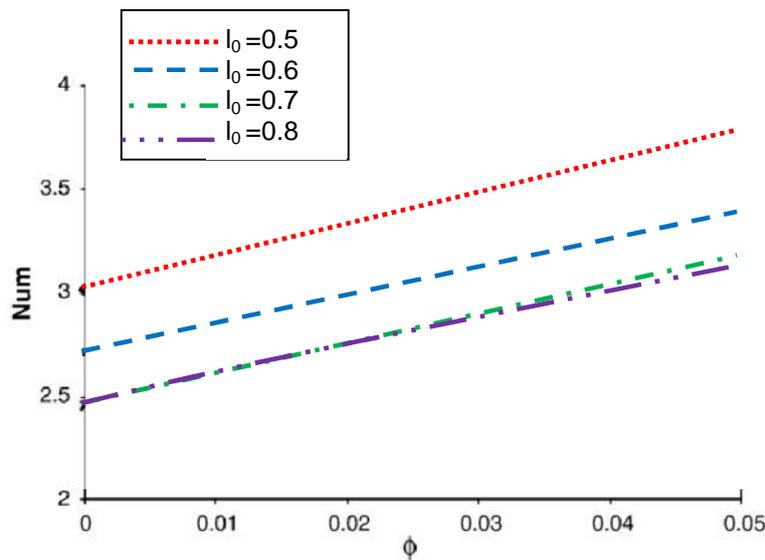


Figure IV.2.7: Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour le nanofluid Cu-eau et différentes longueurs de l'ailette  $l_0$  ( $Ra = 10^5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $h_0 = 0.5$ )

La figure IV.2.7, montre les isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour différentes valeurs de la longueur de l'ailette  $l_0$  pour  $Ra = 10^5$ ,  $h_0 = 0,5$  et  $\phi = 0,05$ . Lorsque ( $l_0$ ) augmente, l'intensité du vortex diminue en raison de l'augmentation de la résistance de l'écoulement. A  $l_0 = 0,8$ , on observe la formation de deux vortex. Avec la réduction de l'intensité de l'écoulement, suit à l'augmentation de la longueur de l'ailette, l'effet de la conduction de chaleur augmente.



**Figure IV.2.8 :** Variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes longueurs de l'ailette

La figure IV.2.8 montre que le nombre de *Nusselt* diminue avec l'augmentation de  $l_0$ , alors que le nombre de *Nusselt* moyen à  $l_0 = 0,8$  est inférieur à  $l_0 = 0,5$ .

#### IV.2.2.2. Effet de la position de l'ailette et de la source de chaleur :

Dans cette partie de l'étude, on considère une cavité remplie de nanofluide Cu-eau ( $\phi = 0,05$ ) muni d'une ailette de longueur  $l_0 = 0,4$  à  $Ra = 10^5$ .

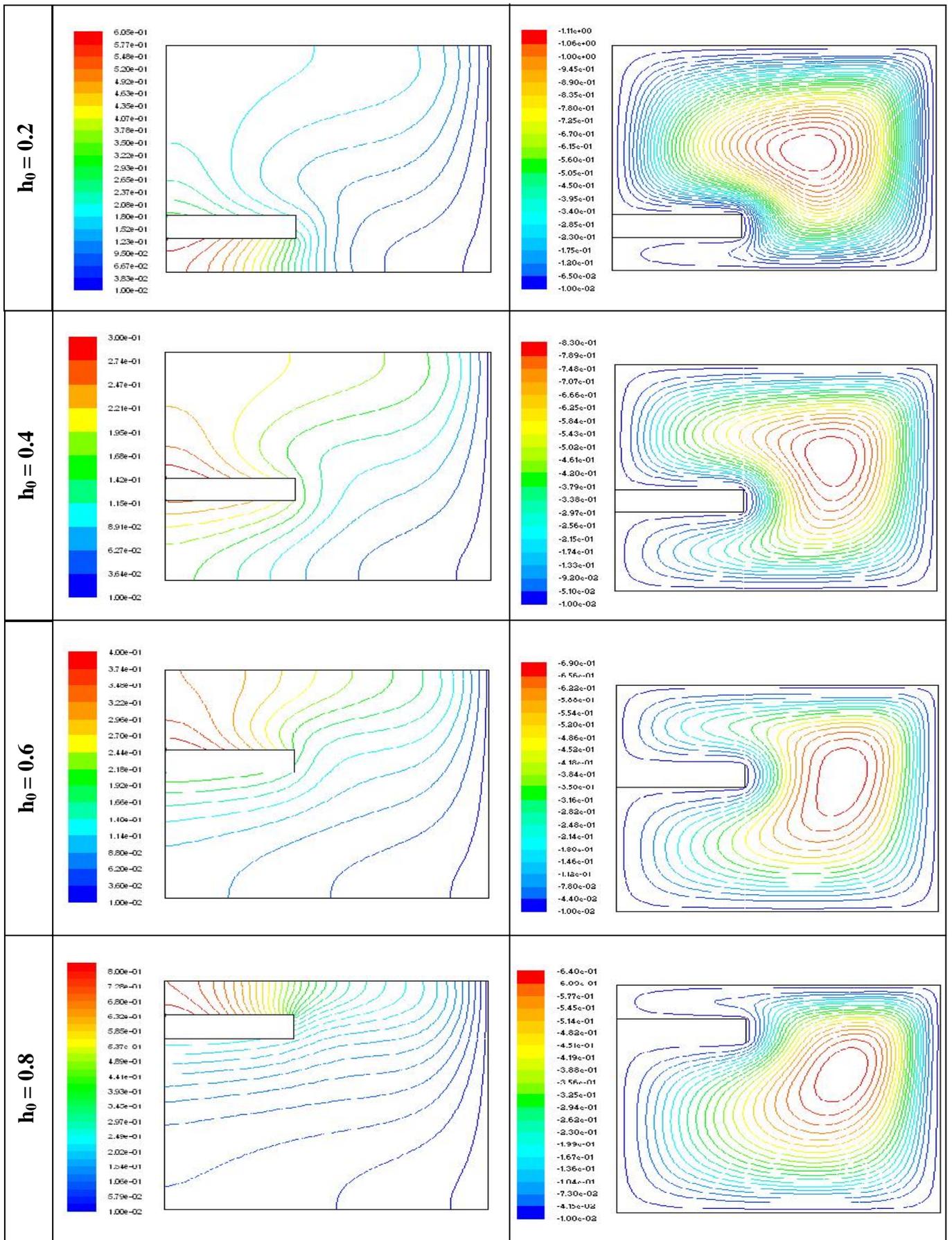
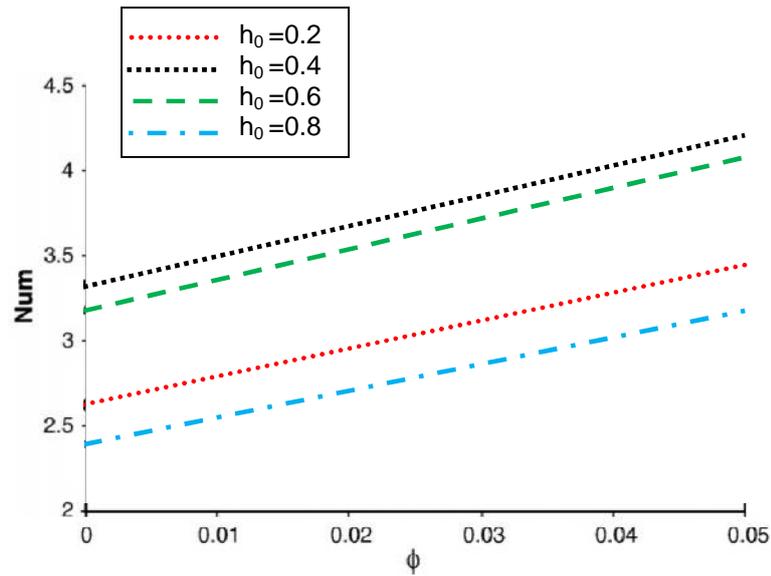


Figure IV.2.9: Isothermes (gauche) et les lignes de courant (droite) pour différentes positions de l'ailette pour le couple Cu-eau ( $Ra = 10^5$ ,  $\phi = 0.05$ ,  $l_0 = 0.4$ )

La figure IV.2.9, montre Les isothermes (gauche) et les lignes des courants (droite) pour différentes positions de l'ailette sur la paroi gauche à  $Ra = 10^5$ ,  $l_0 = 0,4$  et  $= 0,05$ .

Pour  $h_0 = 0,2$ , il y a un écoulement faible entre la paroi inférieure de l'ailette et la paroi horizontale de la cavité, à cet effet la conduction domine et la température augmente. Ainsi, une forte recirculation de cellule au-dessus de l'ailette couvre la plus grande partie de la cavité. Elle améliore le transfert de chaleur par convection au-dessus de l'ailette, puis sa température diminue. Avec l'augmentation de  $h_0$  à 0,4 et à 0,6, bien que l'écoulement près de la paroi de fond de l'ailette augmente et la température diminue, le vortex devient plus faible par rapport à  $h_0 = 0,2$ . pour  $h_0 = 0,8$ , il existe une plus forte résistance lorsque l'ailette est située à proximité de la paroi horizontale supérieure. Ainsi, le vortex dans cette condition est plus faible que les autres états, de sorte que pour  $h_0 = 0,8$  les valeurs de la fonction de courant au centre du vortex diminuent par rapport à  $h_0 = 0,2$ . La présence des nanoparticules améliore l'intensité de l'écoulement. Le nanofluide a le plus d'effet à  $h_0 = 0,2$  et 0,8 cette conduction a un rôle important dans le transfert de chaleur, de sorte que les valeurs de la fonction de courant au centre du vortex augmentent avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticule.



**Figure IV.2.10** : Variation du nombre de *Nusselt* moyen en fonction de la fraction volumique pour différentes positions de l'ailette

La figure IV2.10, montre que le nombre de Nusselt moyen est maximum à  $h_0 = 0,4$ . Avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticule à  $h_0 = 0,8$ , le nombre de Nusselt augmente qui est plus efficace par rapport à d'autres valeurs de  $h_0$ .

---

---

*CONCLUSION*

*GENERALE*

---

---

|

|

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire, on a présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte remplie d'un mélange fluide-nanoparticule.

Deux cas ont été traités, le premier relatif à la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité sans ailettes, le seconde concerne la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité avec ailette.

Les simulations numériques sont effectuées pour une gamme du nombre de Rayleigh compris entre  $10^3$  et  $10^6$ , avec différentes fractions volumiques. En outre, l'effet de l'emplacement, de la longueur de la source de chaleur et de l'ailette, le type de nanofluide, et l'allongement de la cavité sont étudiés.

En se basant sur les approximations de *Boussinesq*, on a développé le modèle mathématique décrivant notre problème. Le traitement des équations est réalisé par la méthode des volumes finis, la résolution numérique est réalisée par le code de calcul « Fluent ». On a validé notre procédure de simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux disponibles dans la littérature.

Les principaux résultats obtenus sont énumérés ci-dessous :

- L'augmentation du nombre de Rayleigh améliore l'écoulement par la convection naturel.
- l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le transfert de chaleur.
- L'augmentation de la longueur de la source de chaleur augmente le transfert de chaleur.
- La position de la source de chaleur et de l'ailette influence considérablement sur les formes des isothermes et des lignes de courant.
- Au nombre de Rayleigh faible, quand la source de chaleur se déplace de la gauche vers le milieu de la paroi inférieure, la température de la source de chaleur augmente de façon continue. Cependant, aux nombres de Rayleigh élevés, on constate une

situation critique ( $D = 0,3$ ), qui est associée à la température de la source de chaleur plus élevé.

- La présence de nanoparticule a plus d'effet à  $h_0 = 0,2$  ;  $0,8$ , mais son effet diminue à  $h_0 = 0,4$ .

- Le transfert thermique en présence de nanoparticule de Cu améliore relativement les transferts de chaleur comparativement aux nanoparticules de  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ . En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

Il serait intéressant aussi d'étudier ce problème sur d'autres formes de cavité.

---

---

**RÉFÉRENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**

---

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]. D. Subrat, Pressure-velocity formulation to study the effect of protuberance on thermal convection by finite element method, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 7, 893-902 (2003).
- [2]. M. Lamsaadi, M. Naïmi, M. Hasnaoui, Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, 239-249 (2005).
- [4]. F. Stella, G. Guj, E. Leonardi, The Rayleigh Bénard problem in intermediate bonded domains, *J. Fluid Mech.* Vol. 254, 375-400 (1993).
- [5]. J. Wesfried, P. Bergé, N. Dubois, Induced pretransitional Rayleigh Bénard convection, *Phy. Rev. A*, Vol. 19, Num 3, 82-84 (1979).
- [6]. P. Cerisier, S. Rahal, J. Cordonnier, G. Lebon, Thermal influence of boundaries on the onset of Rayleigh Bénard convection, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, 3309-3320 (1998).
- [7]. H. Bertin, H. Ozoe, Numerical study of two-dimensional natural convection in a horizontal fluid layer heated from below, by finite-element method: influence of Prandtl number, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, No. 3, 439-449 (1986).
- [8]. K. Batchlor, Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperature, *Appl. Math.* Vol. 12, 209-233 (1954).
- [9]. B. Boehrer, Convection in a long cavity with differentially heated end walls, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 40, 4105-4114 (1997).
- [10]. J. Flesselles and F. Kinematic, Regimes of convection at high Prandtl number in a shallow cavity, *C. R. Mecanique.* Vol. 332, 783-788 (2004).
- [11]. O. Aydin, A. Unal, T. Ayhan, Natural convection in rectangular enclosure heated from one side and cooled from the ceiling, *Int. J. Heat and Mass transfer*, Vol. 42, 2345-2355 (1999).

- [12]. J. Wright, H. Jin, K.G.T. Hollands, D. Naylor, Flow visualization of natural convection in a tall, air-filled vertical cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, 889-904 (2006).
- [13]. T. Fusegi, J. Hyun, K. Kuwara, Three-dimensional simulations of natural convection in a sidewall-heated cube, *Int. J. Numer. Methods fluids*, Vol. 13, 857-867 (1991).
- [14]. S S.U.S.Choi, enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, developments and applications of Non –Newtonian flows, *FED*. Vol.66, 99-105 (1995).
- [15]. D. Wen, Y. Ding, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, 5181 (2004).
- [16]. C. Y. Tsai, H. T. Chien, P. P. Ding, B. Chan, T. Y. Luh, P. H. Chen, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters*, Vol. 58, 1461-1465 (2004).
- [17]. Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R. A. Williams, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer* In Press, Corrected Proof.
- [18]. Y. Yang, Z. G. Zhang, E. A. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu, Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, 1107-1116 (2005).
- [19]. S. Zeinali Heris, S.Gh. Etemad, M. Nasr Esfahany, Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, 529–535 (2006).
- [20]. D. Wen, Y. Ding, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, 855-864 (2005).
- [21]. S.J. Palm, G. Roy, C.T. Nguyen, Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling systems considering temperature dependent properties *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, 2209–2218 (2006).
- [22]. A.Behzadmehr, M.saffar-Avval, N.Galanis, Prediction of turbulent forced convection of nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, In Press.

- [23]. C.A. Depew, L. Farbar, Heat transfer to pneumatically conveyed glass particles of fixed size. ASME transaction, May, 164-172 (1963).
- [24]. Apurba, Niladri, Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates. International Journal of Thermal Sciences, Vol. 48, 391–400 (2009).
- [25]. F. Hakan Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29. 1326–1336 (2008).
- [26]. E. Abu-Nada, Application of nanofluids for heat transfer enhancement of Separated flows encountered in a backward facing step, Int. J. Heat Fluid Flow, Vol. 29, 242–249 (2008).
- [27]. K. Khanafer, K. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, Vol. 46, 3639- 3653 (2003).
- [28]. H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions J.Chem, Phys. Vol. 20, 571–581 (1952).
- [29]. S.M. Aminossadati, B. Ghasemi, Natural convection cooling of a localised heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure, Vol. 28, 630-640 (2009)
- [30]. G. Barakos, E. Mitsoulis, Natural convection flow in a square cavity revisited laminar and turbulent models with wall functions. Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 18, 695–719 (1994).
- [31]. N.C. Markatos, K.A. Pericleous, Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, 772–775 (1984).
- [32]. A. Ghasemian, A. Houshang Mahmoudi, M. Shahi, Numerical study of natural convection cooling of horizontal heat source mounted in a cavity filled with nanofluide, Vol. 37, 1135-1141 (2010).
- [33]. R.L. Hamilton, O.K. Crosser, Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. I&EC Fundamentals, Vol.1, 187–191 (1962).