

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA - BOUMERDES



Faculté des Sciences de l'Ingénieur

**Thèse de Doctorat**

Présentée par :

BECHIRI Mohammed

En vue de l'obtention du diplôme de **DOCTORAT** en :

**Filière** : Génie Mécanique

**Option** : Modélisation et Simulation en Mécanique

**TITRE** : Optimisation du stockage par chaleur sensible et latente dans un module plan et cylindrique en régime instationnaire

**Devant le jury composé de :**

Mr. R. SACI	Professeur	UMBB	Président
Mme H. KAHALERRAS	professeur	USTHB	Examineur
Mr. A. HAMIDAT	Directeur de Recherche A	CDER	Examineur
Mr. I. BELAIDI	Maitre de Conférences A	UMBB	Invité
Mr. K. MANSOURI	Professeur	UMBB	Directeur de thèse

Année Universitaire 2014/2015



الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي هَدَانَا إِلَى هَذَا وَمَا كُنَّا

لِنَهْتَدِي لَوْلَا أَنْ هَدَانَا اللَّهُ

## *Remerciement*

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur Kacem MANSOURI qui m'a encadré, pour l'échange permanent de vues, d'appréciables contributions et une aide efficace dans la relecture de ce mémoire.

J'exprime ma reconnaissance aux membres de jury d'avoir bien voulu juger ce travail.

J'adresse enfin mes remerciements à mes parents pour leurs contributions à la réalisation de ce travail.

**Résumé :**

Nous traitons à travers ce travail le phénomène de stockage/déstockage de l'énergie thermique par chaleur sensible et/ou latente, dans un système à plaques parallèles et tube cylindrique. L'étude comprend trois parties essentielles: Dans la première partie, une solution exacte utilisant la technique de la Transformée Intégrale Généralisée est développée, pour étudier le stockage par chaleur sensible dans les conduites planes et cylindriques en régime laminaire et turbulent. Une comparaison des résultats obtenus avec la littérature est réalisée. Dans la deuxième partie, le stockage par chaleur latente dans les conduites cylindriques et planes est étudié en utilisant deux approches : analytique et numérique. Les deux modèles sont comparés avec la littérature. Les méthodes de séparation des variables et de la transformé de Laplace sont utilisées pour la résolution analytique. Et pour la résolution numérique la méthode des différences finies est adoptée. Une corrélation donnant la variation du nombre de Nusselt le long de la conduite (plane et cylindrique) est développée. L'effet de la convection naturelle dans la phase liquide du matériau à changement de phase est étudié. La troisième partie, présente une étude sur l'effet de l'injection des nanoparticules, dans les matériaux à changement de phase, dans une unité de stockage cylindrique parcourue par un fluide caloporteur circulant en régime laminaire et turbulent. L'efficacité du stockage et l'énergie stockée sont étudiées en fonction des différents paramètres physiques et géométriques.

**Mots-clefs :** Stockage d'énergie thermique ; Chaleur sensible ; Chaleur latente ; Nanoparticules ; Conduite cylindrique et plane.b31.

**Abstract:**

Through this work, we treat the phenomenon of the thermal energy storage by sensible and/or latent heat in a system of parallel plate and cylindrical tube. The study includes three essentials parts: In the first part, an exact solution is developed using Generalised Integral Transform Technique to study the sensible heat storage in the flat and cylindrical ducts with laminar and turbulent flow. A comparison of the results with the literature is performed. In the second part, the latent heat storage in flat and cylindrical tube is investigated using two approaches: analytical and numerical. The two models are compared with the literature. The variables separation and Laplace transform Methods analytical resolution. And for the numerical solution a finite difference method is adopted. A correlation gives Nusselt number variation along the duct (flat and cylindrical) is developed. The effect of natural convection in the liquid phase of the phase change material is studied. The third part studies the effect of the dispersion of nanoparticles, in the phase change material, on a cylindrical storage unit through which a heat transfer fluid flows in laminar and turbulent regimes. The efficiency storage and the energy stored are studied as function of different physical and geometrical parameters.

**Keywords:** Thermal energy storage; Sensible heat; Latent heat; Nanoparticles; flat and cylindrical duct.

## ملخص:

نعالج في هذه الأطروحة ظاهرة تخزين/تفريغ الطاقة على شكل حرارة حساسة و/أو حرارة كامنة، داخل قناة معدنية ذات شكلا أسطواني أو مستوي. هذه الدراسة تنقسم إلى ثلاث أجزاء رئيسية: في الجزء الأول، وبتطبيق التقنية GITT تحصلنا على الحل الكامل لإشكالية تخزين الحرارة الحساسة، داخل وحدة تخزين ذات شكل أسطواني أو مستوي أثناء نظام سيلان هائج و طبقي. النتائج المتحصل عليها تم مقارنتها مع نتائج موجودة (منشورة) في دراسات سابقة. في الجزء الثاني و من أجل دراسة الشحن الحراري الكامن في قنوات ذات شكل دائري و مستوي قمنا بإستخدام تقنيتين : تحليلية و رقمية. و تمت مقارنة النموذجين مع الدراسات السابقة. تقنية فصل المتغيرات و تقنية لابلاص تم إستعمالهما للحصول على الحل التحليلي. و من أجل الحصول على الحل الرقمي إستعملنا تقنية التفاضلات المنتهية. و لقد تم إقتراح علاقة توضح تغير عدد نيوسيلت على مدى القناة (مستوية أو دائرية). و تمت أيضا دراسة تأثيرات الحمل الحراري الطبيعي داخل الطور السائل من مادة الشحن الكامن. وفي الجزء الثالث، قمنا بدراسة تأثير حقن النانوجزيئات، داخل مادة التخزين، على وحدة التخزين ذات الشكل الدائري التي يعبرها مائع في حالة سيلان هائج و طبقي. نجاعة التخزين و الطاقة المخزنة تم دراستهما بدلالة العديد من المتغيرات الفيزيائية و الهندسية.

**كلمات مفتاحية :** تخزين الطاقة الحرارية، حرارة حساسة، حرارة كامنة، نانوجزيئات، قناة دائرية و مستوي.

## Table des matières

<b>Remerciement</b>	I
<b>Résumé</b>	II
<b>Table des matières</b>	IV
<b>Liste des figures</b>	VI
<b>Liste de tableaux</b>	XI
<b>Nomenclature</b>	XII
<b>Introduction</b>	1
<b>1 Recherche bibliographique</b>	4
1.1 Introduction.....	4
1.2 Stockage par chaleur sensible.....	5
1.3 Stockage par chaleur latente.....	15
1.4 Amélioration de stockage par les nanoparticules.....	28
1.5 Conclusion.....	35
<b>2 Stockage d'énergie par chaleur sensible en régimes laminaire et turbulent</b>	36
2.1 Introduction.....	36
2.2 Description du problème .....	37
2.3 Cas I : étude du stockage en régime laminaire.....	38
2.3.1 Formulation mathématique.....	38
2.3.2 Méthode de résolution.....	40
2.3.3 Bilan énergétique et efficacité de stockage.....	43
2.3.4 Validation du modèle mathématique.....	45
2.3.5 Résultats et commentaires.....	46
2.4 Cas II : étude du stockage en régime turbulent.....	55
2.4.1 Formulation mathématique.....	55
2.4.2 Méthode de résolution	57
2.4.3 Bilan énergétique et fonction de stockage	60
2.4.4 Validation du modèle mathématique.....	61
2.4.5 Résultats et commentaires.....	62
2.8 Conclusion .....	68
<b>3 Solution analytique du stockage thermique par chaleur latente</b>	70
3.1 Introduction .....	70
3.2 Cas I : Etude du canal rectangulaire.....	70
3.2.1 Modélisation mathématique.....	70
3.2.2 Validation.....	80
3.2.3 Résultats et commentaires.....	83
3.3 Cas II : étude du tube cylindrique.....	90
3.3.1 Modélisation mathématique.....	90
3.3.2 Validation.....	101
3.3.3 Résultats et commentaires.....	103
3.4	109
<b>4 Etude numérique du stockage par chaleur latente dans les PCM purs et impurs</b>	110
4.1 Introduction.....	110
4.2 Cas I : Matériaux à changement de phase purs .....	110

4.2.1	Stockage dans les Plaques parallèles.....	111
4.2.2	Stockage dans le conduit cylindrique.....	115
4.2.3	Validation de la solution numérique.....	117
4.2.4	Résultats et commentaires.....	119
4.3	Etude du nombre de Nusselt.....	121
4.4	Effets de la convection naturelle dans les PCM-purs.....	126
4.5	Cas II : Matériau PCM impur.....	130
4.5.1	Cas des plaques parallèles.....	131
4.5.2	Cas du conduit cylindrique.....	134
4.5.3	Résultats et commentaires.....	136
4.6	Conclusion.....	140
<b>5</b>	<b>Amélioration des performances de stockage par l'injection des nanoparticules dans le matériau à changement de phase (NEPCM)</b>	<b>141</b>
5.1	Introduction .....	141
5.2	Formulation mathématique en régime turbulent .....	141
5.3	Modèles mathématiques des NEPCM.....	144
5.4	Validation.....	145
5.5	Résultats est commentaires.....	147
5.6	Conclusion.....	157
	<b>Conclusion générale</b>	<b>158</b>
	<b>References</b>	<b>160</b>
	<b>Annexe</b>	<b>167</b>

## Listes des figures

### Chapitre 1 : Recherche bibliographique

- Fig. 1.1 : Les trois cas de géométrie à comparer.
- Fig. 1.2 : Système de stockage d'énergie thermique sensible à base liquide.
- Fig. 1.3 : Unité de stockage par chaleur sensible.
- Fig. 1.4 : Vue isométrique de l'assemblage de briques.
- Fig.1.5 : Dispositif expérimental de stockage.
- Fig. 1.6 : Système de stockage d'énergie thermique latente.
- Fig. 1.7 : Distribution de température en fonction de temps à  $X=12.73$ , (a) solidification, (b) fusion.
- Fig. 1.8 : Fonction principale du système de refroidissement air-PCM: (a) pendant le jour, le PCM est en train de fondre et (b) pendant la nuit, le PCM se solidifie.
- Fig. 1.9 : Résultat de l'analyse DSC de la paraffine (P1)
- Fig. 1.10 : Schéma de l'unité LTES avec différents PCMs.
- Fig. 1.11 : Evolution des phases solide et liquide pendant la solidification.
- Fig. 1.12 : Conductivité thermique du mélange paraffine/ $Al_2O_3$  et de la paraffine pure.
- Fig. 1.13a. Variation de la température fusion et de solidification de PCM par rapport au cycle thermique.
- Fig. 1.13b. Résultat de l'analyse DSC de la NEPCM (Acide-Oléique/ $CuO$ ).
- Fig. 1.13c. Conductivité thermique du NEPCM (Acide-Oléique/ $CuO$ ).
- Fig. 14a. Conductivité thermique en fonction de la fraction massique.
- Fig. 14b. Chaleur latente du NEPCM en fonction de la fraction massique.
- Fig. 14c. Viscosité de NEPCM en fonction de la fraction massique.
- Fig. 14d. Chaleur spécifique de NEPCM en fonction de la température et pour différente fraction massique.
- Fig. 1.15 : Variation transitoire de la fraction liquide pour différente concentration.
- Fig. 1.16 : Conductivité thermique de NEPCM Mesuré dans les deux phases : (a) liquide et (b) solide.

### Chapitre 2 : Stockage d'énergie par chaleur sensible en régimes laminaire et turbulent

- Fig. 2.1 : Circuit de stockage/déstockage.
- Fig. 2.2a : Système de stockage d'énergie thermique.
- Fig. 2.2b: Unité du stockage d'énergie thermique.
- Fig. 2.3a : Amplitude de la température moyenne le long des plaques pour différentes épaisseurs de paroi.
- Fig. 2.3b : Amplitude de la température moyenne le long du tube pour différentes épaisseurs de paroi.
- Fig. 2.4a : température moyenne du fluide entre les plaques à  $x = 10m$ ,  $\tau^+ = 24 h$ ,  $Re = 500$ .
- Fig. 2.4b : température moyenne du fluide dans le tube à  $x = 10m$ ,  $\tau^+ = 24 h$ ,  $Re = 500$ .
- Fig. 2.5a : Efficacité du stockage dans les plaques pour différents fluides caloporteurs ( $Re=500$ ,  $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.5b : Energie stockée dans les plaques pour différents fluides caloporteurs ( $Re=500$ ,  $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.6a : Efficacité de stockage dans les plaques pour différents matériaux.
- Fig. 2.6b : Efficacité de stockage dans les tubes pour différents matériaux.
- Fig. 2.6c : Energie stockée dans les plaques pour différents matériaux.
- Fig. 2.6d : Energie stockée dans les tubes pour différents matériaux.
- Fig. 2.6e : Amplitude de la température moyenne à la sortie pour différents matériaux de stockage, (cas des plaques parallèles).
- Fig. 2.6f : Amplitude de la température moyenne à la sortie pour différents matériaux de stockage. (cas du tube).

- Fig. 2.7a : Efficacité de stockage dans les plaques pour différentes périodes.
- Fig. 2.7b : Efficacité de stockage dans le tube pour différentes périodes.
- Fig. 2.7c : Energie stockée dans les plaques pour différentes périodes.
- Fig. 2.7d : Energie stockée dans le tube pour différentes périodes.
- Fig. 2.7e : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques pour différentes périodes.
- Fig. 2.7f : Amplitude de la température moyenne à la sortie du tube pour différentes périodes.
- Fig. 2.8a : Efficacité de stockage pour différentes longueurs des plaques.
- Fig. 2.8b : Efficacité de stockage pour différentes longueurs du tube.
- Fig. 2.8c : Energie stockée pour différentes longueurs de plaques.
- Fig. 2.8d : Energie stockée pour différentes longueurs du tube.
- Fig. 2.8e : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques.
- Fig. 2.8f : Amplitude de la température moyenne à la sortie du tube.
- Fig. 2.9a : Efficacité de stockage dans les plaques pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.9b : Efficacité de stockage dans le tube pour différentes valeurs  $Re$  ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.9c : Energie stockée dans les plaques pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.9d : Energie stockée dans les tubes pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.9e : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$ ,  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.9f : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$ ,  $\tau^+=24h$ ).
- Fig. 2.10a : Amplitude de la température axiale pour différents rapports de capacité thermique ( $Bi_{ext}=1$ ,  $Re=10^5$  et  $\Omega=1$ ).
- Fig. 2.10b : Amplitude de la température axiale pour différents rapports de capacité thermique ( $Bi_{ext}=10$ ,  $Re=10^5$  et  $\Omega=1$ ).
- Fig. 2.11a: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).
- Fig.2.11b: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).
- Fig. 2.12a: Efficacité du stockage en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).
- Fig. 2.12b: Efficacité en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).
- Fig. 2.13a: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $R_1$ .
- Fig. 2.13b: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $R_1$ .
- Fig. 2.13c : Variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $R_1$ .
- Fig. 2.13d : Variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $R_1$ .
- Fig. 2.14a: Amplitude de la température moyenne en fonction de l'épaisseur des plaques ( $Re=10^4$ ,  $R_1=2cm$ ,  $\tau=24h$  et  $L=15m$ ).
- Fig. 2.14b: efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur du tube ( $Re=10^4$ ,  $R_1=2cm$ ,  $\tau=24h$  et  $L=15m$ ).
- Fig. 2.15a: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2cm$  et  $L=15m$ ).
- Fig. 2.15b: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2cm$  et  $L=15m$ ).
- Fig. 2.15c: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2cm$ , and  $L=15m$ ).
- Fig. 2.15d: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2cm$ , and  $L=15m$ ).
- Fig. 2.16a: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=8m$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).
- Fig. 2.16b: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=8m$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).

### Chapitre 3 : Solution analytique du stockage thermique par chaleur latente

Fig. 3.1a: Unité de stockage par chaleur latente

Fig. 3.1b: Module de stockage par chaleur latente

Fig. 3.2a: Comparaison entre la présente solution analytique et les résultats de la simulation numérique.

Fig. 3.2b: Comparaison entre la présente solution analytique et les données expérimentales

Fig. 3.2c: Comparaison entre la présente solution analytique et les résultats de la simulation numérique.

Fig. 3.3a : Evolution transitoire de la température pendant la fusion en trois points transversaux à  $x=1m$ .

Fig. 3.3b : Evolution transitoire de la température pendant la solidification en trois points transversaux à  $x=1m$ .

Fig. 3.4a: Evolution transitoire de la température du PCM pour différentes distances axiales pendant la fusion à  $y=3$  cm.

Fig. 3.4b: Evolution transitoire de la température du PCM pour différentes distances axiales pendant la solidification à  $y=3$  cm.

Fig. 3.5a: Positions de l'interface liquide-solide en fonction du temps pour différent  $\zeta$ , ( $y_2^+=2$ ).

Fig. 3.5b: Position instantanée de l'interface solide-liquide le long du conduit pour différent  $\tau^*$  ( $y_2^+=2$ ).

Fig. 3.6a: Effets de l'épaisseur de la paroi sur la température adimensionnelle à  $\eta = 1.4$  et  $\zeta = 0.05$ .

Fig. 3.6b: Effets de l'épaisseur de la paroi sur l'interface adimensionnelle à  $\zeta = 0.05$ .

Fig. 3.7a: Effet du nombre de Reynolds sur la température du PCM lors de la fusion à  $x=1m$  et  $y=3$  cm, ( $y_1=2$  cm, et  $y_2=4$  cm).

Fig. 3.7b: Effet du nombre de Reynolds sur la température du PCM lors de la fusion for  $x=5m$  et  $y=3$  cm, ( $y_1=2$  cm, et  $y_2=4$  cm).

Fig. 3.8a: Variation de l'énergie thermique stockée pour différentes longueurs  $L$  ( $y_1=1cm$  et  $y_2=2cm$ ).

Fig. 3.8b: Variation de l'énergie thermique stockée pour différentes largeur  $y_2$  ( $y_1=1cm$  et  $L=8m$ ).

Fig. 3.9a: Efficacité du stockage pour différentes longueurs  $L^+$  (avec  $y_2^+=2$ ).

Fig. 3.9b: Efficacité du stockage pour différentes épaisseur de paroi  $y_2^+$  (avec  $\zeta = 1$ )

Fig. 3.10a: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes longueurs  $L^+$  (avec  $y_2^+=2$ )

Fig. 3.10b: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes épaisseur  $y_2^+$  (avec  $L^+=1$ )

Fig. 3.11a : Unité de stockage par chaleur latente.

Fig. 3.11b : Module de stockage par chaleur latente.

Fig. 3.12a: Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux, ( $T_0-T_m = 5$  K).

Fig. 3.12b: Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux, ( $T_0-T_m = 20$  K).

Fig. 3.12c: Comparaison entre les résultats analytiques et ceux de la simulation numérique, ( $T_0-T_m = 10$  K).

Fig. 3.12d: Comparaison entre les résultats analytiques et ceux de la simulation numérique, ( $T_0-T_m = 20$  K).

Fig. 3.12e: Comparaison entre les résultats analytiques et semi-analytiques (température de la surface interne de la paroi PCM).

Fig. 3.12f: Comparaison entre les résultats analytiques et semi-analytiques (position de l'interface liquide/ solide).

Fig. 3.13a: Evolution transitoire de l'interface solide-liquide pour différents  $\xi$ , avec  $R_2^+=2$ .

Fig. 3.13b: Position de l'interface le long du conduit pour différentes périodes,  $R_2^+=2$ .

Fig. 3.14a: Distributions radiale de la température pendant la fusion pour différents instants ( $x = 5m$ ,  $R_1 = 2cm$  et  $R_2 = 4cm$ ).

Fig. 3.14b: Distributions radiale de la température pendant la solidification pour différents instants ( $x = 5m$ ,  $R_1 = 2cm$  et  $R_2 = 4cm$ ).

Fig. 3.15a: Effet de l'épaisseur de la paroi sur la température adimensionnelle à  $\eta = 1.4$ ,  $\zeta = 0.05$ .

Fig. 3.15b: Effet de l'épaisseur de la paroi sur l'interface solide-liquide à  $\zeta = 0.05$ .

Fig. 3.16a: Influence de nombre de Stefan sur l'évolution transitoire de la température,  $R_1 = 2cm$ ,  $R_2 = 4cm$ ,  $r = 3cm$ ,  $x=1m$ .

Fig. 3.16b: Influence de nombre de Stefan sur l'évolution transitoire de l'interface solide-liquide,  $R_1 = 2cm$ ,  $R_2 = 4cm$ ,  $x=1m$ .

Fig. 3.17a: Energie stockée dans la paroi PCM, pour différent longueur  $L^+$ ,  $R_2^+=2$ .

Fig. 3.17b: Energie stockée dans la paroi PCM, pour différentes épaisseurs  $R_2^+$  ( $L^+=1$ )

- Fig. 3.17c: Energie stockée dans la paroi PCM, pour différent nombre de Reynolds,  $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$  et  $L=10\text{m}$ .
- Fig. 3.18a: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage thermique pour différentes longueurs.
- Fig. 3.18b: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage thermique pour différentes épaisseurs  $R_2^+$  ( $L^+=1$ ).

### Chapitre 4 : Etude numérique du stockage par chaleur latente dans les PCM purs et impurs

- Fig. 4.1 : Enthalpie de PCM en fonction de la température (matériau pur).
- Fig. 4.2 : Discrétisation du domaine de calcul.
- Fig. 4.3b : Comparaison entre les résultats numériques et analytiques pour différentes températures du fluide à l'entrée,  $T_0$ , a) plaques parallèles, b) tube cylindrique, ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.4a: Energie stockée dans les plaques par chaleur sensible pour différentes  $T_0$  ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.4b: Energie stockée dans le tube par chaleur sensible pour différentes  $T_0$  ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.5a: Position instantanée de l'interface liquide-solide le long des plaques ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.5b: Position instantanée de l'interface liquide-solide le long du tube ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.6a : Distributions transversales de la température des plaques lors de la fusion à différents instants ( $x=1\text{m}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $R_1=1\text{cm}$  et  $R_2=2\text{cm}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.6b : Distributions transversales de la température du tube lors de la fusion à différents instants ( $x=1\text{m}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $R_1=1\text{cm}$  et  $R_2=2\text{cm}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.7a : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différentes températures d'entrée et différentes positions axiales, (cas de plaques parallèles).
- Fig. 4.7b : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différentes épaisseurs de la conduite et différente position axiales, (cas du tube)
- Fig. 4.8a : Distribution axiale du nombre de Nusselt moyen pour différentes températures d'entrée, (cas de plaques parallèles).
- Fig. 4.8b : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen, (cas du tube).
- Fig. 4.9a : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen pour différent nombre de Reynolds, (cas de plaques parallèles).
- Fig. 4.9b : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen pour différent nombre de Reynolds, (cas du tube).
- Fig. 4.10a : Variation transitoire de l'interface HTF-PCM à  $x = 1\text{m}$ , pour différentes températures d'entrée.
- Fig. 4.10b : Variation transitoire de l'interface HTF-PCM à  $x = 1\text{m}$ , pour différentes températures d'entrée.
- Fig. 4.11a : Variation transitoire de la température de PCM à  $x=1\text{m}$  et  $y=1.5\text{cm}$ , pour différentes températures d'entrée, (cas de plaques parallèles).
- Fig. 4.11b : Variation transitoire de la température de PCM à  $x=1\text{m}$  et  $y=1.5\text{cm}$ , pour différentes températures d'entrée, (cas du tube).
- Fig. 4.12a : Variation de température pendant la fusion en quelques points typiques dans les plaques à  $x=1\text{m}$  ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1720$ ).
- Fig. 4.12b : Variation de température pendant la solidification à quelques points typiques dans les plaques à  $x=1\text{m}$  ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1720$ ).
- Fig. 4.13a: Variation transitoire de l'interface solide-liquide pendant la fusion à  $x=1\text{m}$ .
- Fig. 4.13b: Variation transitoire de l'interface solide-liquide pendant la solidification à  $x=1\text{m}$ .
- Fig. 4.14a: Evolution de la fraction liquide pendant la fusion ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$  et  $Re=1720$ ).
- Fig. 4.14b: Evolution de la fraction liquide pendant la solidification ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$  et  $Re=1720$ ).
- Fig. 4.15a: Evolution de l'efficacité de stockage pendant la fusion ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1720$ ).
- Fig. 4.15b: Evolution de l'efficacité de déstockage pendant la solidification ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1720$ ).
- Fig. 4.16 : Enthalpie du PCM en fonction de la température (matériau impur).
- Fig. 4.17a : Variation de température pendant la fusion en quelques points typiques dans les plaques à  $x=1\text{m}$  ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).
- Fig. 4.17b : Variation de température pendant la fusion en quelques points typiques dans le tube à  $x=1\text{m}$  ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).

Fig. 4.18a: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes températures  $T_0$ ,  $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$  (cas des plaques parallèles).

Fig. 4.18b: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes température  $T_0$ ,  $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$  (cas du tube).

Fig. 4.19a: Variation temporelle de l'énergie stockée dans les plaques pour différentes épaisseurs  $y_2$  ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).

Fig. 4.19b: Variation temporelle de l'énergie stockée dans le tube pour différentes épaisseurs  $R_2$  ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1000$ ).

Fig. 4.20a: Variation temporelle de l'énergie stockée dans les plaques pour différentes longueurs ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $Re=1000$ ).

Fig. 4.20b: Variation temporelle de l'énergie stockée dans le tube pour différentes longueurs ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $Re=1000$ ).

Fig. 4.21a : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différente température d'entrée et différentes positions axiales (cas des plaques parallèles).

Fig. 4.21b : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différentes températures d'entrée et différentes positions axiales (cas du tube).

Fig. 4.22a : Distribution axiale du nombre de Nusselt moyen pour différentes températures d'entrée.

Fig. 4.22b : Distribution axiale du nombre de Nusselt moyen pour différentes températures d'entrée.

### Chapitre 5 : Amélioration des performances de stockage par l'injection des nanoparticules dans le matériau à changement de phase (NEPCM)

Fig. 5.1: Module de stockage par chaleur latente

Fig. 5.2a: Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et ceux de la littérature ( $T_0-T_m = 20\text{ K}$  et  $\phi = 0$ ).

Fig. 5.2b: Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et ceux de la littérature ( $T_0-T_m = 10\text{ K}$  et  $\phi = 0$ ).

Fig. 5.2c: Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et ceux de la littérature ( $T_0-T_m = 5\text{ K}$  et  $\phi = 0$ ).

Fig. 5.3a : Comparaison de l'efficacité de stockage et de la fraction liquide pour différent NEPCM,  $\phi=30\%$ ,  $Re=10^3$ .

Fig. 5.3b : Comparaison de l'énergie totale stockée pour différent NEPCM,  $\phi=30\%$ ,  $Re=10^3$ .

Fig. 5.4 : Variation de l'énergie maximale stockée dans la paroi en fonction de la fraction volumique

Fig. 5.5 : Variation transitoire du flux thermique transféré au niveau de l'interface HTF-NEPCM pour différentes concentration, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.6 : Variation transitoire de l'efficacité de stockage pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.7 : Variation de la fraction liquide en fonction de temps pour différentes concentration, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.8 : Variation de l'énergie stockée par chaleur latente pour différentes concentration, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.9 : Evolution de l'énergie stockée par chaleur sensible pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.10 : Variation transitoire de l'énergie totale stockée pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.11 : Evolution de l'interface solide-liquide pour différentes concentrations à  $x=0.6\text{m}$ , (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.12 : Distributions radiale de la température à  $x=1\text{m}$ , pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.13 : Evolution de la température moyenne du fluide à la sortie de la conduite pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.14 : Evolution transitoire de la température du NEPCM pendant la fusion pour différentes concentration à  $x=0.6\text{m}$ ,  $r=1.5\text{cm}$ , (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.15 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction du temps en plusieurs positions axiales et pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.16 : Distribution axiale de nombre de Nusselt pour différentes concentrations. , a)  $Re=10^3$  et b)  $Re=10^5$ .

Fig. 5.17a : Evolution transitoire du nombre de Nusselt en plusieurs positions axiales et pour différents types de nanoparticules,  $Re=10^3$ .

Fig. 5.17b : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen pour différents types de nanoparticules,  $Re=10^3$ .

## Liste des tableaux

### **Chapitre 1 : Recherche bibliographique**

### **Chapitre 2 : Stockage d'énergie par chaleur sensible en régimes laminaire et turbulent**

Table. 2.1 : Propriétés thermophysiques des matériaux utilisés.

### **Chapitre 3 : Solution analytique du stockage thermique par chaleur latente**

Table. 3.1: Propriétés thermophysiques de la paraffine et de l'eau.

### **Chapitre 4 : Etude numérique du stockage par chaleur latente dans les PCM purs et impurs**

Table. 4.1: Propriétés thermophysiques du n-octadécane.

Table. 4.2: Propriétés thermophysiques de la paraffine RT50 et de l'eau.

### **Chapitre 5 : Amélioration des performances de stockage par l'injection des nanoparticules dans le matériau à changement de phase (NEPCM)**

Table : 5.1 : Propriétés thermophysiques des différents matériaux.

Table 5.2 : Effets de la fraction volumique sur les performances de l'unité de stockage.

## Nomenclature

$[A]$	matrice du système (2.27a)
$A(\xi)$	amplitude
$a^+$	rapport de capacités thermiques fluide/solide $[(\rho C_p)_f \times R_1 / ((\rho C_p)_w \times (R_2 - R_1))]$
$a_{nj}$	élément de la matrice $[A]$ , équation (2.27e)
$a_{nj}^*$	défini par l'équation (2.26b)
$Bi$	nombre du Biot
$\{C\}$	vecteur constant, équation (2.31a)
$C_p$	chaleur massique $[J kg^{-1} K^{-1}]$
$erf$	fonction d'erreur
$erfc$	fonction d'erreur complémentaire
$E$	énergie stockée dans les parois
$\{f\}$	vecteur des conditions initiales défini par l'équation (2.27b)
$f_n$	constant défini par (2.26c)
$f_m$	coefficient de friction
$fr$	fraction liquide/solide
$H$	enthalpie totale
$h$	coefficient de transfert thermique convectif à l'intérieur du conduit $(W m^{-2} K^{-1})$
$i = \sqrt{-1}$	
$J_n$	Fonction du Bessel de première espèce d'ordre $n$
$k$	conductivité thermique $(W m^{-1} K^{-1})$
$L$	longueur de la plaque ( $m$ )
$L_0$	largeur des plaques ( $m$ )
$N$	ordre de la matrice $[A]$
$N_n$	normalisation défini par l'équation (2.7c)
$Nu$	nombre de Nusselt $[(2^{2-m} h R_1) / k_f]$
$Pr$	nombre de Prandtl $[v / \alpha_f]$
$Pr_t$	nombre de Prandtl turbulent $[\varepsilon_h / \alpha_f]$
$p$	variable de Laplace
$q$	chaleur latente
$R_1$	rayon intérieur du tube ou demi-espacement entre les plaques parallèles ( $m$ )
$R_2$	rayon extérieur du tube ( $m$ )

## Nomenclature

---

$R_2^+$	rayon adimensionnel [ $R_2 / R_1$ ]
Re	nombre de Reynolds [ $u_b D_e / \nu$ ]
$R^+$	parameter défini en Annexe (1)
$r$	coordonnée radiale ( $m$ )
$S$	interface solide-liquide ( $m$ )
$S^+$	interface solide-liquide adimensionnelle
Ste	nombre de Stefan
$T$	temperature ( $K$ )
$t$	dimension temporelle (s)
$u(r)$	vitesse d'écoulement ( $m\ s^{-1}$ )
$u^+$	vitesse adimensionnelle [ $u / u_b \sqrt{(f_m / 8)}$ ]
$U_{is}$	énergie interne des parois
$\{V\}$	vecteurs propres de la matrice [ $A$ ]
$W(\eta)$	vitesse adimensionnelle [ $W(\eta) = u(r) / u_b$ ]
$\{X(\xi)\}$	vecteur défini par l'équation (2.30a)
$x$	coordonnée axiale ( $m$ )
$y$	coordonnée radiale ( $m$ )
$y_1$	demi-espacement entre les plaques parallèles ( $m$ )
$y_2 - y_1$	épaisseur des plaques ( $m$ )
$Y_n$	Fonction du Bessel de deuxième espèce d'ordre $n$

### ***Symboles Grecs***

$\Delta T$	amplitude de la température d'entrée ( $K$ )
$\Phi$	flux échangé à l'interface HTF/PCM (W)
$\Gamma$	paramètre défini par [ $\alpha_f / \alpha_w$ ]
$\Omega$	fréquence d'entrée adimensionnelle [ $\omega R_1^2 / \alpha_f$ ]
$\alpha$	diffusivité thermique du fluide ( $m^2\ s^{-1}$ )
$\beta$	porosité
$\beta_w$	paramètre de diffusion du solide [ $(R_2 - R_1) \sqrt{(\omega / 2\alpha_f)}$ ]
$\gamma$	rapport des conductivités thermiques [ $k_w / k_f$ ]
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$\varepsilon(\eta)$	diffusivité totale adimensionnelle [ $\varepsilon(\eta) = 1 + \varepsilon_h / \alpha_f$ ]

## Nomenclature

---

$\varepsilon_h$	diffusivité thermique turbulente ( $m^2 s^{-1}$ )
$\varepsilon_m$	viscosité turbulente ( $m^2 s^{-1}$ )
$\eta$	coordonnée radiale adimensionnelle
$\theta(\xi, \eta, \tau)$	température adimensionnelle
$\lambda, \mu$	valeurs propres
$\nu$	viscosité cinématique de fluide ( $m^2 s^{-1}$ )
$\xi$	coordonnée axiale adimensionnelle
$\rho$	masse volumique [ $kg m^{-3}$ ]
$\sigma$	fonction défini par l'équation (3.5b)
$\tau$	temps adimensionnel [ $t \alpha_f / R_1^2$ ]
$\tau_{tm}$	temps de fusion totale
$\tau^*$	période [ $2\pi / \omega$ ]
$\Psi(\xi)$	fonctions propres
$\omega$	fréquence d'entrée (Hz)
$\phi$	fraction volumique

### ***Subscripts et Superscripts***

$b, in$	valeur moyenne et valeur initiale
$pcm$	matériau à changement de phase
$f, w, l, s$	fluide, solide, PCM-liquide et PCM-solide
$lat, sen, tot$	latente, sensible et totale
$i, j$	indice des lignes et des colonnes
$n$	ordres des valeurs propres.

### Abréviations

HTF	fluide caloporteur
PCM	matériau à changement de phase
NEPCM	nano-matériau à changement de phase

## Introduction

En raison de l'épuisement rapide des ressources d'énergies fossiles et de la demande énergétique croissante, de nombreuses recherches dans le monde entier ont commencé à prêter attention aux énergies renouvelables et aux systèmes de stockage. Le stockage d'énergie est indispensable, chaque fois que la demande ou la consommation d'énergie varie dans le temps. L'action de stockage consiste à placer une quantité d'énergie en un lieu donné pour permettre son utilisation ultérieure. Fondamentalement, il existe deux principales méthodes de stockage de l'énergie thermique: le stockage par chaleur sensible et par chaleur latente.

Avec le stockage par chaleur sensible, l'énergie est stockée sous la forme d'une élévation de température du matériau de stockage. La quantité d'énergie stockée est alors directement proportionnelle au volume, à l'élévation de température et à la capacité thermique du matériau de stockage. Ce type de stockage est limité par la capacité de stockage de matériaux avant le changement d'état (fusion ou solidification), et les déperditions thermiques liées à la qualité de l'isolation. Plusieurs types d'installations de stockage par chaleur sensible ont été développés, soit de courte durée comme dans les chauffe-eau solaires, soit inter-saisonniers (stockage pendant l'été pour une utilisation en hiver) utilisés généralement pour le chauffage des bâtiments.

Dans le stockage par chaleur latente, l'énergie est stockée/déstockée en fonction du changement d'état du matériau de stockage (fusion ou solidification). L'énergie stockée dépend alors de la chaleur latente et de la masse du matériau à changement de phase. Contrairement au stockage par chaleur sensible, ce type de stockage peut être efficace pour des différences de températures très faibles. Les PCM présentent une capacité de stockage plus élevée et un comportement presque isotherme pendant les processus de charge/décharge. Des systèmes de stockage thermique basés sur la chaleur latente, ont été conçus, en particulier dans des applications solaires thermiques, tel que les centrales solaires pour la production de l'électricité, ou le chauffage/refroidissement des bâtiments.

Parmi plusieurs matériaux à changement de phase, la paraffine est considérée comme la plus utilisée en raison de ses caractéristiques telles que la grande capacité thermique, la faible température de fusion, une bonne stabilité thermique et chimique etc.... Cependant, la faible conductivité thermique intrinsèque de la paraffine (0.21-0.24 W/mK) représente son principal inconvénient. Récemment, avec le développement de la nanotechnologie, les chercheurs ont commencé à améliorer la conductivité thermique par l'ajout de nanoparticules dans différents fluides, dits «nanofluides», qui peut se traduire par l'amélioration de la conductivité thermique du fluide de base. De nombreux résultats expérimentaux ont rapporté que l'introduction de nanoparticules pourrait aussi améliorer le transfert de chaleur dans les PCMs, [75], [79] et [80].

Dans la présente étude on traite le phénomène de stockage/déstockage de l'énergie thermique par chaleur sensible et/ou latente, dans un système à plaques parallèles (et tube cylindrique) constitué par un matériau à changement de phase (PCM), et parcouru par un fluide caloporteur en régime laminaire ou turbulent, avec une température d'entrée constante ou périodique. Les paramètres thermophysiques qui gouvernent la fonction de transfert tels que la fréquence du signal thermique d'entrée, l'épaisseur des plaques ou le rapport des capacités thermiques fluide/PCM sont étudiés.

Notre travail comporte cinq chapitres. Après une recherche bibliographique, le deuxième chapitre est consacré à la recherche d'une résolution analytique au problème de transfert thermique couplé, entre un fluide en écoulement et une paroi de stockage en régime périodique, dans les deux configurations plane et cylindrique. Deux cas sont étudiés, dans le premier nous traitons le stockage par chaleur sensible en considérant que le fluide caloporteur s'écoule en régime laminaire, et dans le deuxième cas nous considérons le régime d'écoulement turbulent. Les résultats obtenus sont comparés avec la littérature.

Dans le troisième chapitre, le stockage par chaleur latente est étudié. Une solution analytique est obtenue pour les deux configurations (plane et cylindrique). Le fluide caloporteur en écoulement laminaire et quasi-stationnaire est soumis à une température constante à l'entrée. L'effet de la convection naturelle dans la phase liquide du PCM est négligé. Les effets des paramètres thermophysiques et géométriques sur la position de l'interface solide-liquide, la chaleur totale stockée et l'efficacité de stockage sont analysés

pendant le processus de stockage et de déstockage. Les résultats obtenus sont confrontés avec ceux de la littérature.

La quatrième chapitre de notre vient pour généraliser le cas étudié dans le troisième chapitre, en tenant compte de la convection naturelle dans le PCM et en traitant le régime transitoire dans le fluide. Une solution numérique utilisant la méthode des différences finies est obtenue sur la base de la méthode enthalpique. La comparaison entre les deux approches (numérique et analytique) montre une bonne concordance. La convection naturelle dans la phase liquide du PCM pendant la fusion et la solidification sera prise en considération en adoptons le modèle utilisé autrefois dans la référence [71]. Aussi, dans cette partie, une solution numérique basée sur la méthode « enthalpie-porosité » est appliquée pour les matériaux de stockage impur (PCM-impur).

L'amélioration des performances de stockage est recherchée dans le cinquième chapitre de ce travail. L'injection des nanoparticules de haute conductivité thermique dans les matériaux à changement de phase, est étudiée dans une unité de stockage cylindrique en régime laminaire et turbulent. Le stockage par chaleur latente en régime turbulent est traité en adoptant le modèle de la viscosité turbulente proposé par Reichardt [91]. Les équations de bilan sont résolues numériquement par la méthode des différences finies. Différent type de nanoparticules sont utilisés, à savoir : le Cuivre (CuO), le Nickel (Ni) et l'Oxyde de l'Aluminium ( $Al_2O_3$ ). Les performances du stockage sont évaluées en fonction de la nature des nanoparticules et de leurs concentrations volumiques.

Notre contribution dans le stockage par chaleur latente réside dans le développement d'une solution analytique du problème couplé PCM/fluide caloporteur dans un module plan et cylindrique, en effet d'après la littérature la majorité des travaux ont été consacrés à la résolution numérique du problème. Aussi, l'étude numérique des performances du mélange PCM/nanoparticules utilisé dans l'unité de stockage cylindrique, présente un apport scientifique qui peut enrichir la recherche dans le domaine de la nanotechnologie.

## Chapitre 1 :

### Recherche bibliographique

#### 1.1 Introduction

Le problème du stockage thermique se pose lorsqu'on envisage l'intermittence de la source de puissance, qui la rend inutilisable si on ne dispose pas d'un 'volant d'inertie thermique' permettant au minimum de s'affranchir des passages nuageux. Dans une situation idéalisée, on pourrait imaginer que dans ce type d'installation, et sous réserve d'un ensoleillement régulier, on puisse obtenir au une source de énergie thermique à puissance presque constante.

Les équations modélisant des échanges thermiques par convection en régime instationnaire sont écrites pour la première fois par Profos [1]. Depuis, de nombreux auteurs ont poursuivi ces travaux avec des applications directes aux unités de stockage et aux échangeurs de chaleurs. L'analyse des problèmes de transfert de chaleur dans le procédé de fusion et de solidification, appelés problèmes avec limite déplaçant, est particulièrement compliqué en raison du fait que la limite solide-liquide se déplace en fonction de la vitesse à laquelle la chaleur latente est absorbée ou perdue au niveau cette limite, de sorte que la position de la limite n'est pas connue à priori, et forme une partie de la solution. Lorsque la substance qui se solidifie est pur, la solidification se produit à une température constante, tandis que dans le cas contraire, comme avec les alliages et les matériaux impurs, la solidification a lieu dans une plage de températures et donc il apparaît une zone diphasique (zône molle) entre la phase solide et liquide. Dans ce dernier cas, il convient de considérer l'équation d'énergie en terme d'enthalpie, qui, si les mouvements d'advection à l'intérieur du liquide sont ignorés, s'exprime mathématiquement comme suit:

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{k} \nabla T).$$

La solution de cette équation nécessite la connaissance de la fonction reliant la température et l'enthalpie; même, il est nécessaire de connaître l'évolution de la conductivité thermique en fonction de la température. Le point fort de cette méthode c'est bien que l'équation est directement applicable aux trois phases, la température est déterminée en chaque point et la valeur des propriétés thermo-physiques peut être évaluée, et, enfin, en fonction de la valeur de la

température, il est possible de déterminer la position des deux limites si on le souhaite, bien que, comme indiqué ci-dessus, ce n'est pas nécessaire. Shamsundar et Sparrow [95] ont démontré l'équivalence entre l'équation de conservation de l'énergie appliquée dans les trois zones (solide, liquide et solide/liquide) et le modèle d'enthalpie. Ils ont analysé un problème spécifique associé à une unité de stockage de l'énergie solaire. Le changement de phase multidimensionnel est analysé via le modèle d'enthalpie utilisant un schéma de différence finie totalement implicite, à résoudre pour la solidification dans un récipient carré.

Dans l'unité de stockage par chaleur latente la conductivité des PCMs est très faible, ce qui conduit à un faible transfert de chaleur pendant les processus de charge/décharge. Pour résoudre ce problème pendant chaque processus, l'injection des particules solides très fines dans le PCM est proposée. Khodadadi et Hosseinizadeh [74] les premiers qui ont rapporté que le transfert de chaleur dans les matériaux à changement de phase (PCM) est amélioré à travers la dispersion des nanoparticules.

Nous allons dans ce qui suit passer en revue certains de ces travaux publiés que nous avons classé selon les conditions transitoires imposées à la l'entrée des conduits et selon le type du matériau de stockage.

## 1.2 Stockage par chaleur sensible

On distingue là aussi plusieurs types de conditions thermiques à l'entrée des conduits. En effet, le fluide peut subir des variations périodiques de température de toute forme ; sinusoïdale, carrée ou triangulaire de fréquence variable.

Sparrow et Farias [2] ont analysé au plan théorique la réponse, en régime laminaire, aux variations sinusoïdales de la température d'entrée. Le couplage fluide-paroi est traité en écrivant un bilan thermique à l'interface. Le profile de vitesse est supposé uniforme (écoulement piston) et la paroi isotherme. La distribution spatio-temporelle de la température est cherchée sous la forme :

$$\theta(t, \chi, \eta) = Ae^{i\omega t} X(\chi)Y(\eta)$$

avec

$$X = \exp(-\lambda^2 \chi) \exp(-(L^2 / \alpha) i\omega \chi)$$

$$Y = \cos(\lambda \eta)$$

$$\eta = \frac{y}{L} ; \quad \chi = \frac{x}{LP_e} ;$$

$x$  et  $y$  sont respectivement la coordonnée axiale et transversale,  $L$  est l'espacement des plaques. Le problème revient à déterminer les fonctions et les valeurs propres complexes  $\lambda = \nu + i\delta$  racines de l'équation transcendante suivante :

$$\lambda \operatorname{tg}(\lambda) = ib^* .$$

La deuxième partie de l'étude concerne l'approche quasi-stationnaire en supposant un coefficient d'échange local  $h$  constant. Les résultats sont présentés pour des nombres de Nusselt différents. L'auteur a tiré la conclusion suivante : dans une gamme de condition opératoire, le modèle quasi-stationnaire est capable de prédire avec précision, spécialement lorsqu'il utilise un coefficient de transfert de chaleur variable dans l'espace.

Kim et Özisik [3] traitent le transfert thermique d'un écoulement fluide turbulent traversant deux plaques parallèles. La température d'entrée varie périodiquement en fonction de temps. La paroi sans épaisseur est soumise à une température constante. Le modèle théorique utilise la diffusivité thermique turbulente sans faire intervenir un coefficient d'échange fluide-paroi, d'où le système suivant :

$$\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( (\alpha_f + \varepsilon_h) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right)$$

$$T(0, y, t) = T_0 + \Delta T_0 \exp(i\omega t), \quad 0 \leq y \leq l', \quad t > 0$$

$$\left. \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$T(x, b, t) = T_0 \quad x > 0, \quad t > 0.$$

Les variations d'amplitude et de phase pour la température de mélange sont représentées graphiquement pour différents nombre de Reynolds ( $Re = 10^4$  à  $Re = 10^6$ ) et différentes fréquence du signal d'entrée ( $\Omega = 0.1$  à  $2$ ) à  $Pr = 0.7$ .

Kakaç et Li [4] ont analysé de point de vue théorique et expérimental un écoulement fluide en convection forcée turbulente entre deux plaques parallèles. Le fluide est soumis à

l'entrée du canal à des variations sinusoïdales de température. Le bilan d'interface inclut les caractéristiques thermiques de la paroi, considérée isotherme. Les mesures expérimentales mettent en évidence l'existence dans la section d'entrée d'un gradient de température transversal important. Ce profil d'amplitude de forme parabolique ( $\Delta\theta(\eta) = 1.035 + 0.098\eta - 1.04\eta^2$ ) est, d'après l'auteur, la source des écarts importants enregistrés entre le modèle analytique et les mesures expérimentales. En injectant dans le modèle analytique ce profil de température dans la section d'entrée, ces écarts se réduisent énormément.

En 2009, Hadiouche et Mansouri [5] présentent une étude théorique de la convection forcée laminaire à l'intérieur d'un conduit cylindrique et plan, soumis à une température d'entrée périodique. La diffusion thermique dans la paroi du conduit et les conditions aux limites qui définissent la convection extérieure, sont pris en considération. Dans la première partie, ce problème est résolu en appliquant la Technique de Transformée Intégrale Généralisée (GITT). Les valeurs et les vecteurs propres complexes sont écrits et comparés avec la littérature. Dans la deuxième partie, l'approche Quasi-stationnaire (QSA) qui utilise un coefficient du transfert thermique constant à interface fluide-paroi est aussi utilisée et comparée avec la solution GITT. La température moyenne, le nombre de Nusselt, le coefficient d'amortissement et de déphasage sont calculés.

Brièvement, on peut citer les travaux de Brown et *al.* [6], Kakaç et Yener [7], Cotta et Özisik [8,9], Kim et Özisik [10], Kakaç et *al.* [11], Guèdes et Cotta [12], Guedes et Özisik [13-14], Travelho et Santos [15], Mansouri et Fourcher [16-19], Cheroto et *al.* [20], Mansouri et *al.* [21-22], ArikL et *al.* [23] et Cossali [24], qui ont étudié explicitement la convection forcée laminaire ou turbulent en régime périodique dans les conduite cylindriques et planes.

La réponse transitoire d'une unité de stockage par chaleur sensible qui reçoit/fournit de la chaleur à un fluide caloporteur en écoulement est présenté par Schmidt et *al.* [25-27]. Dans la référence [25], l'unité de stockage est composée de certain nombre de canaux de section rectangulaire, traversés par le fluide en écoulement, montés en parallèle et séparés par le matériau de stockage. L'équation de l'énergie pour le fluide et l'équation de la conduction transitoire pour le matériau de stockage, sont résolus en utilisant la méthode des différences finies. Les paramètres qui caractérisent le comportement transitoire de cette unité sont identifiés.

Des résultats convenables concernant la prédiction du taux de stockage et la température du fluide à la sortie de l'unité de stockage sont présentés en fonction des paramètres adimensionnels.

Dans l'article [26], l'auteur a cherché l'optimisation de la conception d'une unité de stockage de chaleur sensible initialement à une température uniforme. L'unité de stockage est composée de certain nombre de canaux de section transversale rectangulaire traversés par le fluide caloporteur, connectés en parallèle et séparés par le matériau de stockage. L'optimisation de la conception est basée sur exploitation maximale de l'unité de stockage pour un ensemble donné de conditions de fonctionnement. Ce résultat est obtenu en faisant varier la géométrie de l'unité de stockage, tout en imposant des contraintes sur la valeur maximale et minimale de la longueur de l'unité, la longueur du canal traversé par le fluide, l'épaisseur du matériau de stockage, la température maximale et minimale de fluide à la sortie, et la quantité minimale de la chaleur qui peut être stockée.

Dans l'expérience [27], la réponse transitoire d'un échangeur de chaleur, fonctionne avec deux fluides caloporteurs et conçu pour le stockage de la chaleur sensible à base solides, est étudiée. L'unité de stockage est composée d'une série de canaux rectangulaires destinés pour l'écoulement de fluides caloporteurs, séparés par des plaques de matériau de stockage. Les fluides chaud et froid circulent en mode à contre courant, dans des canaux alternés de sorte que chaque plaque de matériau de stockage est en contact avec les deux fluides. L'ensemble du système est considéré comme étant initialement à l'équilibre à une température uniforme, une variation de la température d'entrée de l'un des fluides est imposée, et la réponse thermique de l'unité est prédite jusqu'à ce que l'état d'équilibre soit atteint.

Bardon, et *al.* [28] ont étudié la cinétique des transferts thermiques entre un fluide caloporteur et un matériau de stockage. en tenant compte de la conduction dans le matériau et de la durée limitée du cycle. les résultats obtenus pour des éléments géométriques simples (plaque, cylindre, sphère) dans l'hypothèse d'un fonctionnement sinusoïdal sont présentés, en soulignant le rôle essentiel que jouent les groupes adimensionnels dont dépend l'énergie stockée, pour le choix optimal des caractéristiques de ces éléments. En suite les résultats sont examinés pour une plaque de grande étendue ainsi que pour une loi périodique non sinusoïdale.

Fourcher et Saint-Blanquet [29] ont proposé une solution analytique traitant le filtrage d'une puissance thermique périodique de type énergie solaire, en montrant que ce but est atteint en introduisant une unité de stockage par chaleur sensible jouant le rôle d'un Volant d'inertie thermique, L'étude théorique réalisée sur une unité de stockage constituée de plaques solides de forme rectangulaire balayées par un fluide caloporteur permet de définir une géométrie optimale. Les résultats sont explicitement donnés pour deux couples fluide-matériau de stockage différents : air-alumine et air-brique réfractaire. La formulation mathématique est :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial \theta}{\partial t},$$

$$(c\rho)_f l \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \alpha (\theta_{y=l} - T)$$

$$\text{en } y=0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$$

$$\text{en } y=l \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\alpha}{\lambda_s} (T - \theta_{y=l})$$

$$\text{à l'entrée : } x=0 \quad T = T_0 \sin(\omega t)$$

et la distributions de température dans le solide et dans le fluide sont respectivement de la forme:

$$\theta = \theta(x, y) + \sin(\omega t + \psi_s(x, y))$$

$$T = T(x) + \sin(\omega t + \psi_f(x))$$

Acker et Fourcher [30] ont traité le fonctionnement d'un module de stockage en régime thermique périodique. L'écoulement de fluide caloporteur est laminaire. Les équations d'énergie dans les deux milieux sont résolues simultanément avec des conditions aux limites de 4<sup>ième</sup> espèce. La solution trouvée est confrontée à une solution utilisant un coefficient d'échange constant et uniforme, en concluant que ce modèle simplifié est satisfaisant avec Nu=12. Ce résultat est ensuite utilisé pour comparer les performances de deux modules de stockage l'un fonctionnant en régime turbulent (avec de l'air), l'autre en régime laminaire (avec une huile organique). Donc, le problème est défini mathématiquement sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial \theta}{\partial t},$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha_f} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$\text{en } y=0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$$

$$\text{en } z=0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\text{en } y=l \quad z=l' \quad \begin{cases} \theta(x,l) = T(x,l') \\ k_s \frac{\partial \theta}{\partial y} = -k_f \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases}$$

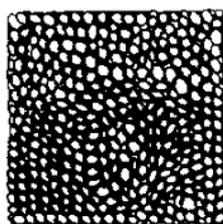
$$\text{à l'entrée : } x=0 \quad T = T_0 \sin(\omega t)$$

et la distributions de température dans le solide et dans le fluide sont respectivement de la forme:

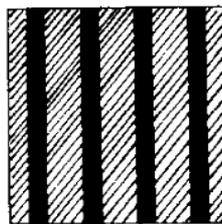
$$\theta = \theta(x, y) + \sin(\omega t + \psi_s(x, y))$$

$$T = T(x, z) + \sin(\omega t + \psi_f(x, z))$$

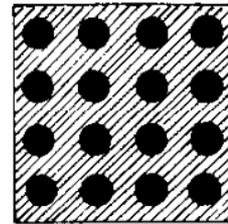
Dans le travail de Bourouga et Fourcher [31], L'analyse de comportement d'un système de stockage par chaleur sensible est abordée sous l'aspect de la réponse périodique. La température de sortie est obtenue après résolution de l'équation de transfert couplée à celle de diffusion dans le solide. Les résultats théoriques d'une comparaison des fonctions de transfert pour trois dispositions classiques du matériau sont présentés. Dans la première configuration, le fluide caloporteur circule dans des canaux rectangulaires disposés entre des plaques. Pour la seconde, le matériau occupe l'espace entre des tubes cylindriques équirépartis. Le dernier cas est un empilement de billes sphériques balayées par le fluide caloporteur, Fig. 1.1.



Billes



Plaques



Canaux cylindriques

Fig. 1.1 : Les trois cas de géométrie à comparer.

L'étude a montré qu'à volume total égal, la qualité du filtrage d'une puissance thermique périodique discontinuées est liée à la porosité du module de stockage ce qui revient à dire qu'à même quantité de matériau de stockage, les trois géométries considérées donnent des réponses pratiquement équivalentes.

Sragovich [32] a exploité une méthode pratique pour le calcul et la conception d'un dispositif de stockage d'énergie thermique sensible à haute température. Cette méthode permet l'évaluation de la performance du dispositif de stockage dans des conditions transitoires. Une configuration tubulaire pour l'unité de stockage a été utilisée. La méthode est basée sur deux modèles : le premier est quasi-stationnaire utile pour la simulation des paramètres de performance et la conception préliminaire de système, et le deuxième est transitoire permettant la vérification de ces paramètres. La géométrie, les paramètres thermiques et opérationnels résultant de la simulation ont été analysés.

En utilisant la technique de perturbation, Kuznetsov [33] développe solution analytique pour le problème de stockage de l'énergie thermique sensible dans une enceinte rectangulaire balayée par un fluide caloporteur incompressible à température constante. Un modèle à deux équations est utilisé pour simuler la différence de température entre le fluide et les parois de stockage.

Dans la centrale cylindro-parabolique de PSA, Espagne, Tamme et *al.* [34] ont développé et testé un système de stockage de l'énergie thermique sensible dans les milieux solides. Un outil de simulation pour analyser les performances transitoires de ce système est développé. Les résultats du calcul montrent l'influence des différents paramètres décrivant le système de stockage. Bien que les effets des propriétés du matériau de stockage soient limités, la géométrie sélectionnée du système de stockage est importante. L'évaluation d'un système de stockage nécessite l'analyse de la centrale électrique complète et non seulement de l'unité de stockage. Ensuite, la capacité du système est définie par le travail électrique produit par la centrale, au cours de processus de décharge. Le choix de la stratégie de fonctionnement pour le système de stockage est essentiel pour l'optimisation économique.

Le stockage de l'énergie thermique à haute température a été étudié expérimentalement par Vaivudh et *al.* [35]. Un échangeur de chaleur destiné au stockage de l'énergie thermique sensible à base liquide est utilisé pour séparer deux liquides (le milieu de stockage et le fluide caloporteur), Fig. 1.2. Il existe deux types de tubes dans l'échangeur de chaleur, un tube droit vertical et un tube serpentin hélicoïdal. Un modèle mathématique est créé pour comparer les résultats expérimentaux. Les températures de fluide caloporteur et de fluide de stockage ont été mesurées pour valider le modèle mathématique à différents débits de fluide caloporteur. L'accord entre le modèle et l'expérience présente une erreur inférieure à 10%. L'efficacité de stockage la plus élevée est égale à 0,631, elle correspond à un débit de fluide caloporteur de 0,1 kg/s.

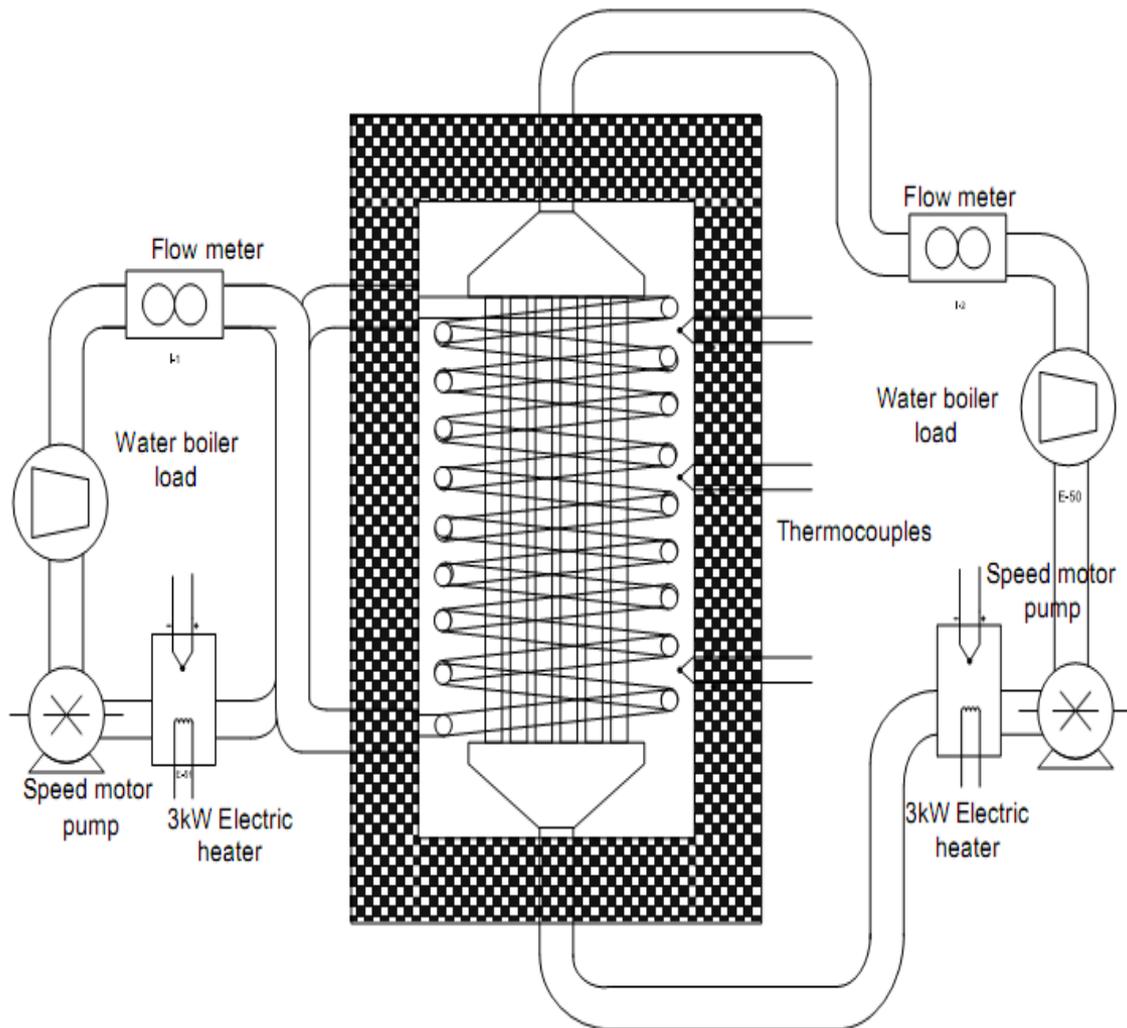


Fig. 1.2 : Système de stockage d'énergie thermique sensible à base liquide.

Prasad et Muthukumar [36] traitent numériquement le comportement transitoire de la capacité de stockage thermique d'une unité de stockage de chaleur sensible, conçue pour le stockage de la chaleur dans la plage de température de 523K à 673 K. Une unité de stockage de forme cylindrique avec des tubes de charge intégrés a été conçue en utilisant trois matériaux de stockage, à savoir : le béton, l'acier et la fonte, Fig. 1.3. Pour étudier leurs caractéristiques de stockage thermique, un modèle mathématique en 3D a été développé en utilisant COMSOL Multiphysics 4.2. Le nombre de tubes de charge incorporée a été optimisé sur la base du temps de stockage. Les performances de l'unité de stockage thermique ont été évaluées pour les trois matériaux de stockage précités. Les études paramétriques sont effectuées en faisant varier le nombre d'ailettes sur les tubes et le débit du fluide caloporteur (HTF) qui traverse les tubes. Si le béton est utilisé comme matériaux de stockage, la diminution de temps de charge est de 35,48 % (temps de charge 1307s) pour le cas de quatre ailettes, et de 41,41 % (temps de charge 1187s) pour le cas de six ailettes en comparant avec le cas de tubes lisses. Pour l'unité de stockage conçue par la fonte ou l'acier, l'augmentation de la vitesse du fluide caloporteur provoque la diminution du temps de charge presque de même facteur, tandis que cet effet dans le béton est moins remarquable à cause de la conductivité thermique qui est relativement faible et la capacité calorifique qui est plus élevée.

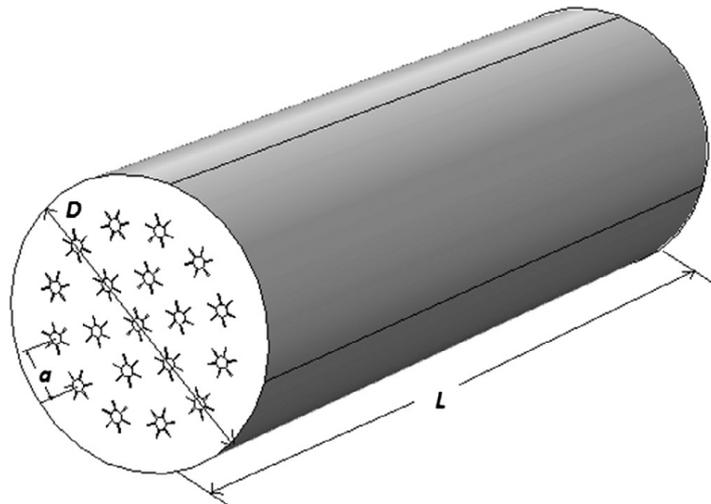


Fig. 1.3 : Unité de stockage par chaleur sensible.

Kuravi et *al.* [37] ont conçu un système de stockage l'énergie thermique sensible (TES) à haute température, pour être utilisé dans une centrale solaire. L'air est utilisé comme fluide caloporteur et la briques de haute densité est utilisée pour le stockage, Fig. 1.4. Des expériences ont été réalisées en utilisant un système stockage prototype. La température d'air à l'entrée varie entre 300 °C et 600 °C, et le débit a été varié entre 50 à 90 pieds cubes par minute. L'expérience montre que le temps de charge diminue avec l'augmentation de débit massique. Un modèle 1D, validé par les résultats expérimentaux, a été utilisé pour simuler le comportement thermique du système. Les équations de conservation de l'énergie en régime transitoire ont été formulées pour la convection forcée conjuguée et résolues numériquement pour les cycles de charge/décharge. Une étude paramétrique a été réalisée en faisant varier les dimensions de système de stockage, le débit de fluide, le rendement thermique global et le rapport de la capacité du système.

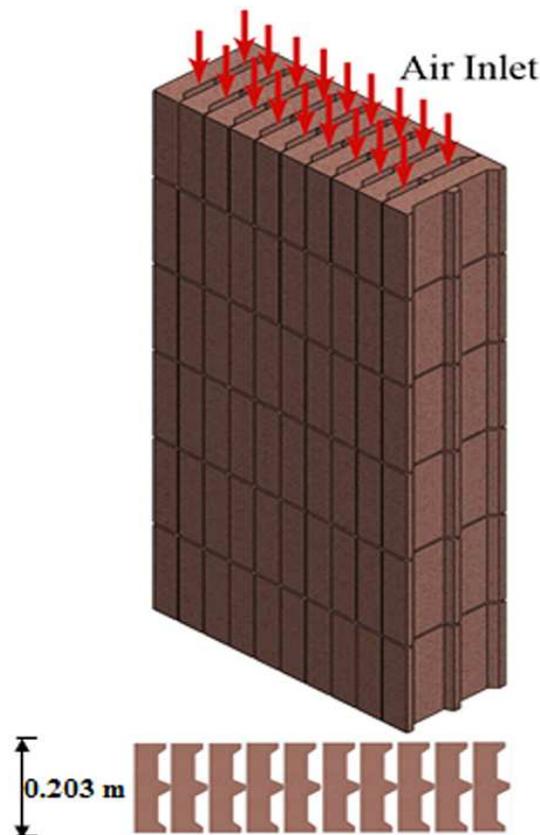


Fig. 1.4 : Vue isométrique de l'assemblage de briques.

### 1.3 Stockage par chaleur latente

Rieger et *al.* [38] ont présenté une étude numérique de la fusion autour d'un cylindre horizontal noyé dans un matériau à changement de phase. La conduction et la convection thermique sont prises en compte pour traiter ce problème à frontière mobile. Les difficultés associées à la structure complexe (fusion au cours de temps) ont été surmontées avec succès en appliquant une technique de maillage numérique (coordonnées adaptées à la géométrie). Des solutions numériques ont été obtenues pour des nombres de Rayleigh allant jusqu'à  $1.5 \times 10^5$ , des nombres de Stefan entre 0,005 et 0,008 et Prandtl  $Pr = 50$ . Les résultats sont discutés en détail montrant que l'influence de la convection naturelle n'est pas négligeable.

Lacroix [39-40] a développé un modèle théorique pour prédire le comportement transitoire d'une unité de stockage constituée de tubes cylindriques en matériau à changement de phase (PCM), avec un fluide caloporteur (HTF) circulant à l'intérieur des tubes en régimes laminaire et turbulent. Le problème stockage est traité avec la méthode d'enthalpie couplée avec le transfert de chaleur par convection dans le fluide caloporteur. Les prédictions numériques sont validées avec les données expérimentales. Une série d'expériences numériques est réalisée pour évaluer les effets de différents paramètres thermiques et géométriques sur le processus de transfert de chaleur et sur le comportement du système de stockage. Les résultats montrent que le rayon du tube, le débit massique et la température d'entrée du fluide doivent être choisis avec soin afin d'optimiser les performances de l'appareil. La solution numérique est basée sur la méthode d'enthalpie en résolvant les équations suivantes :

PCM

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \frac{\partial h}{\partial z} \right) - \rho \Delta h_f \frac{\partial f}{\partial t};$$

HTF

$$\rho_c C_c \pi R_i^2 = 2\pi R_i U (T - T_c) - \dot{m} C_c \frac{\partial T_c}{\partial z}.$$

Et les conditions aux limites

$$\text{à } z = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial r} = 0, \quad T_c = (T_c)_{in}$$

$$\text{à } z = L, \quad \frac{\partial h}{\partial r} = 0,$$

$$\text{à } r = R_i, \quad k \frac{\partial T}{\partial r} = U (T - T_c)$$

$$\text{à } r = R_e, \quad \frac{\partial h}{\partial r} = 0.$$

Cependant, l'effet de la convection naturelle dans le PCM liquide est inclus dans l'équation de conduction en utilisant la conductivité thermique effective pour le liquide  $k_e$ , à l'aide de la corrélation empirique suivante :

$$\frac{k_e}{k_l} = C_1 Ra^n$$

L'unité de stockage considérée dans cet article est montrée dans la figure (1.5).

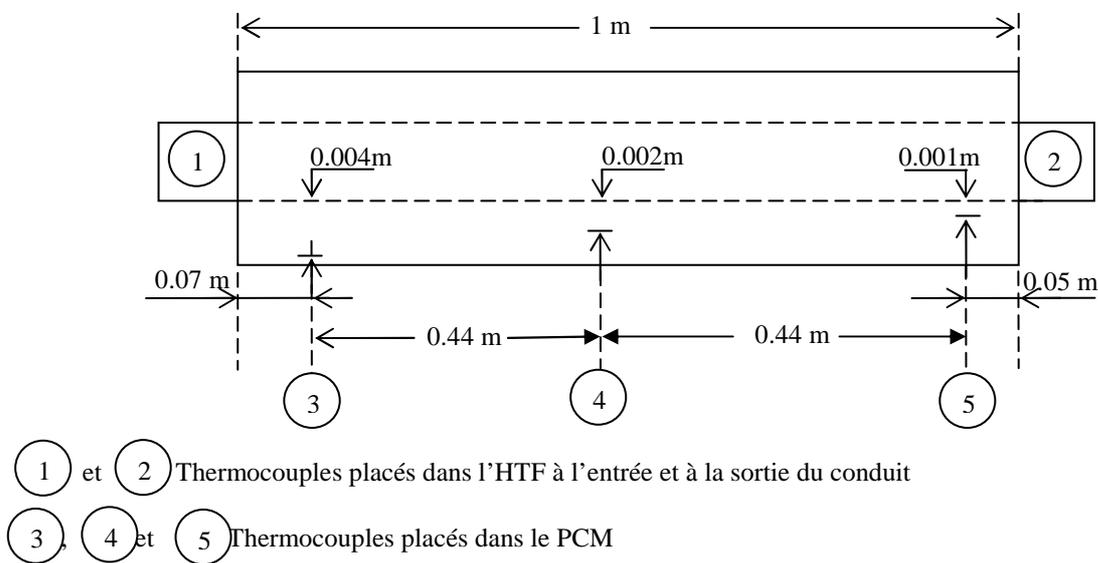


Fig.1.5 : Dispositif expérimental de stockage.

Dans la référence [40], des ailettes sont placées à la paroi intérieure du PCM. Les résultats montrent que les ailettes annulaires sont plus efficaces pour modérer les débits massiques du fluide caloporteur et la température d'entrée.

La contribution de Zhang et Faghri [41-44] dans le domaine du stockage par chaleur latente est très riche. Dans la référence [41] ils ont présenté une solution semi-analytique d'un système de stockage d'énergie par chaleur latente constitué d'un cylindre creux en matériau à changement de phase (PCM). La fusion du PCM a été étudiée en utilisant la méthode Intégrale

Approximative, et le transfert de chaleur dans la paroi a été traité comme problème de conduction radiale monodimensionnelle. Les résultats montrent que le transfert de chaleur par convection forcée laminaire à l'intérieur du tube n'a jamais atteint le régime établi, même pour un tube très long. Pour un fluide à nombre de Prandtl modérée, la convection forcée laminaire à l'intérieur du tube doit être résolues simultanément avec le changement de phase du PCM. La résolution semi-analytique est utilisée une autre fois dans [42], mais en convection forcée turbulente. La corrélation de nombre du Nusselt local utilisée en régime laminaire et turbulent est donnée par Kays et Crawford [94] telle que :

$$Nu(X) = \frac{\sum_{i=1}^j \Delta T_{w,i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left\{-\frac{2\lambda_n^2}{P_e} [X - (i-1)\Delta X]\right\}}{2 \sum_{i=1}^j \Delta T_{w,i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{\lambda_n^2} \exp\left\{-\frac{2\lambda_n^2}{P_e} [X - (i-1)\Delta X]\right\}}$$

les constantes  $A_n$  et les valeurs propres  $\lambda_n$  font la différence entre le régime laminaire et le régime turbulent. Les valeurs de  $j$  sont obtenues à partir de l'équation suivante :

$$j = \text{int}\left(\frac{X}{\Delta X}\right) + 1,$$

ou 'int' est la valeur entière.

Dans la référence [43], l'amélioration de transfert de chaleur dans un système de stockage d'énergie thermique latente, utilisant des tubes avec des ailettes placées sur la paroi extérieur, est étudiée numériquement. La convection forcée à l'intérieur du tube a été résolue par une méthode analytique. L'effet de la convection naturelle dans le PCM liquide est pris en compte par l'introduction de la conductivité thermique effective, pour la région liquide en utilisant la même corrélation empirique que [39]. L'effet de la paroi du tube sur le transfert de chaleur est également étudié. Les équations gouvernantes pour la paroi du tube, les ailettes et le PCM sont :

$$\partial\left(\frac{C^0 T^0}{\partial t}\right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T^0}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T^0}{\partial x}\right) - \frac{\partial S^0}{\partial r} \quad 0 < x < l, \quad r_i < r < r_0.$$

Pour la paroi du tube

$$C^0 = C_w^0 \quad k = k_w \quad S^0 = 0.$$

Pour PCM

$$C^0(T^0) = \begin{cases} C_s^0 & T^0 < T_m^0 - \delta T^0 \\ \frac{1}{2}(C_s^0 - C_l^0) + \frac{\rho H}{2\delta T^0} & T_m^0 - \delta T^0 \leq \delta T^0 \leq T_m^0 + \delta T^0 \\ C_l^0 & \delta T^0 > T_m^0 + \delta T^0 \end{cases}$$

$$k(T^0) = \begin{cases} k_s & T^0 < T_m^0 - \delta T^0 \\ \frac{(k_l - C_s)}{2\delta T^0}(T^0 - T_m^0 + \delta T^0) & T_m^0 - \delta T^0 \leq T_m^0 + \delta T^0 \\ k_l & T^0 > T_m^0 + \delta T^0 \end{cases}$$

$$S^0(T^0) = \begin{cases} C_s^0 \delta T^0 & T^0 < T_m^0 - \delta T^0 \\ \frac{1}{2}(C_s^0 - C_l^0) \delta T^0 + \frac{\rho H}{2} & T_m^0 - \delta T^0 \leq \delta T^0 \leq T_m^0 + \delta T^0 \\ C_s^0 \delta T^0 + \rho H & \delta T^0 > T_m^0 + \delta T^0 \end{cases}$$

La condition initiale et les conditions aux limites peuvent s'écrire sous la forme :

$$T^0 = T_i^0 \quad 0 \leq x \leq r_i \leq r \leq r_0, \quad t = 0$$

$$-k \frac{\partial T^0}{\partial r} = h(T_f^0 - T^0) \quad r = r_i$$

$$\frac{\partial T^0}{\partial r} = 0 \quad r = r_0$$

$$\frac{\partial T^0}{\partial x} = 0 \quad r = 0, l$$

ou  $T_f^0$  : est la température du fluide caloporteur, elle peut être déterminée par l'équation ci-dessus, qui représente le bilan énergétique sur un volume de contrôle dans le fluide.

$$C_f^0 \pi r_i^2 \frac{\partial T_f^0}{\partial t} = 2\pi r_i h (T^0|_{r=r_i} - T_f^0) - \pi r_i^2 U_m C_f^0 \frac{\partial T_f^0}{\partial x}.$$

Les conditions initiales et les conditions aux limites sont :

$$T_f^0 = T_i^0 \quad t = 0$$

$$T_f^0 = T_{in}^0 \quad x = 0.$$

Les résultats montrent que le nombre de Nusselt local à l'intérieur du tube ne peut pas être simplement donné par la solution de Graetz.

Le même travail que [41] est reproduit dans [44] mais les ailettes sont placées à l'intérieur de tube. La figure suivante montre l'unité de stockage étudiée :

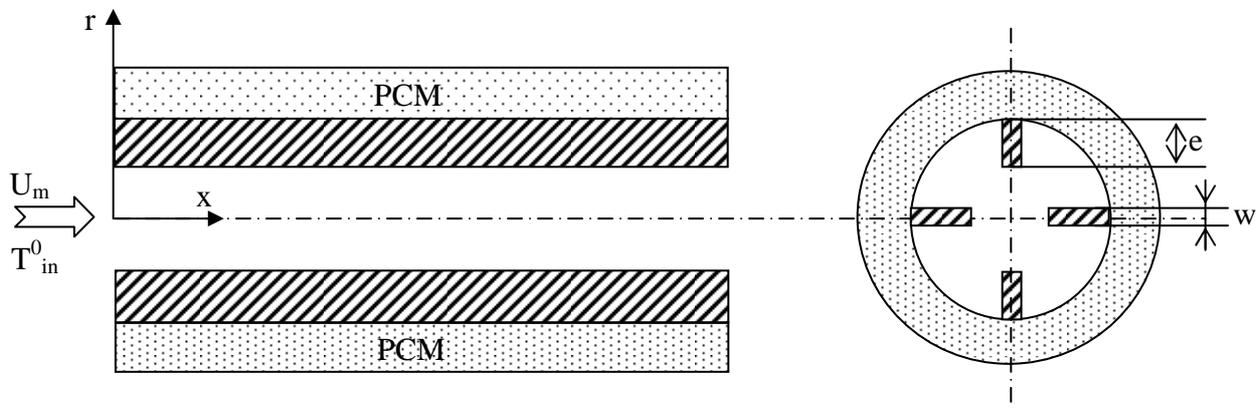


Fig. 1.6 : Système de stockage d'énergie thermique latente.

Ismail *et al.* [45] présentent les résultats d'une étude expérimentale et numérique sur des plaques parallèles constituées de matériau à changement de phase (la glace), l'objectif est d'identifier l'importance relative des paramètres géométriques et opérationnels et leur influence sur la performance de l'ensemble des plaques. Le modèle mathématique est basé sur une formulation monodimensionnelle de problème de changement de phase, et sa solution numérique a été réalisée en utilisant la méthode des différences finies. Les prédictions du modèle ont été comparées avec l'expérience. L'énergie stockée, la position de l'interface et le temps de solidification complète sont présentés en fonction de la température initiale du PCM, et de l'espace entre les plaques. L'efficacité de l'unité expérimentale est également présentée et discutée.

Ismail et Abugderah [46] ont étudié le changement de phase transitoire d'un système de stockage thermique de type de tubes verticaux à l'aide d'un modèle numérique. La solution de ce système consiste à résoudre les équations du fluide caloporteur (HTF), de la paroi du tube et du matériau à changement de phase (PCM) en un seul domaine. La méthode des différences finies sur le volume de contrôle est utilisée pour résoudre les équations décrivant le changement de phase. Le schéma SIMPLE est utilisé pour résoudre les champs de pression et de vitesse dans l'HTF. La répartition radiale de la température, la position de l'interface solide/liquide et les

variations de la chaleur latente et sensible accumulées, sont présentés pour différents nombres de Reynolds et de Stefan, et pour différente température de fusion/solidification et pour différente période.

Dans le travail de Zivkovic et Fujii [47], un modèle de calcul simple pour le changement de phase isotherme d'un matériau à changement de phase (PCM) encapsulé dans un seul récipient rectangulaire est présenté. Le modèle mathématique est basé sur une formulation d'enthalpie, les équations sont exprimées sous forme que la seule variable inconnue est la température du PCM. Le modèle théorique a été vérifié avec une expérience réalisée afin d'évaluer la validité des hypothèses du modèle mathématique, avec une très bonne concordance entre les données expérimentales et numériques. Les résultats montrent que le récipient rectangulaire nécessite près de la moitié de temps de fusion que le récipient cylindrique de même volume et de même surface échange.

Le comportement transitoire d'un système de stockage d'énergie thermique a été étudié numériquement par H. El Qarnia [48]. Le système de stockage est composé d'un certain nombre de canaux rectangulaires, traversés le fluide caloporteur (HTF), séparés par un matériau à changement de phase (PCM). Avec l'utilisation de la méthode d'enthalpie, la fusion du PCM est résolue. Le transfert de chaleur par convection forcée à l'intérieur des canaux a été analysé par la résolution de l'équation d'énergie, qui a été couplée avec l'équation de la conduction dans la paroi. Le profil de vitesse pour le canal rectangulaire est donné par une solution analytique exacte. Un code numérique basée sur la méthode des différences finies a été élaboré et validé en comparant les prédictions numériques avec des solutions analytiques exactes disponibles dans la littérature. Les paramètres qui contrôlent le comportement thermique ont été identifiés. Plusieurs simulations numériques ont été réalisées pour évaluer les effets de nombre de Reynolds sur le processus de transfert de chaleur lors de la fusion du PCM.

A. Trp [49] a traité un système de stockage d'énergie thermique latente constitué de tubes enveloppés par un matériau à changement de phase, en étudiant expérimentalement et numériquement la convection forcée, entre le fluide caloporteur (HTF) avec nombre de Prandtl modéré et la paroi du tube. La conduction de la chaleur à travers la paroi PCM est basée sur la formulation d'enthalpie. La comparaison entre les prédictions numériques et les données expérimentales montre un bon accord pour deux types de paraffines, fusion non-isotherme et

solidification isotherme. Afin de fournir des lignes directrices pour les performances du système et l'optimisation de la conception, les distributions transitoires des températures de la HTF, de la paroi du tube et du PCM ont été obtenues par une série de calculs numériques pour différentes conditions de travail, et divers paramètres géométriques. La figure ci-dessous montre la distribution de température en fonction de temps pendant la solidification et la fusion.

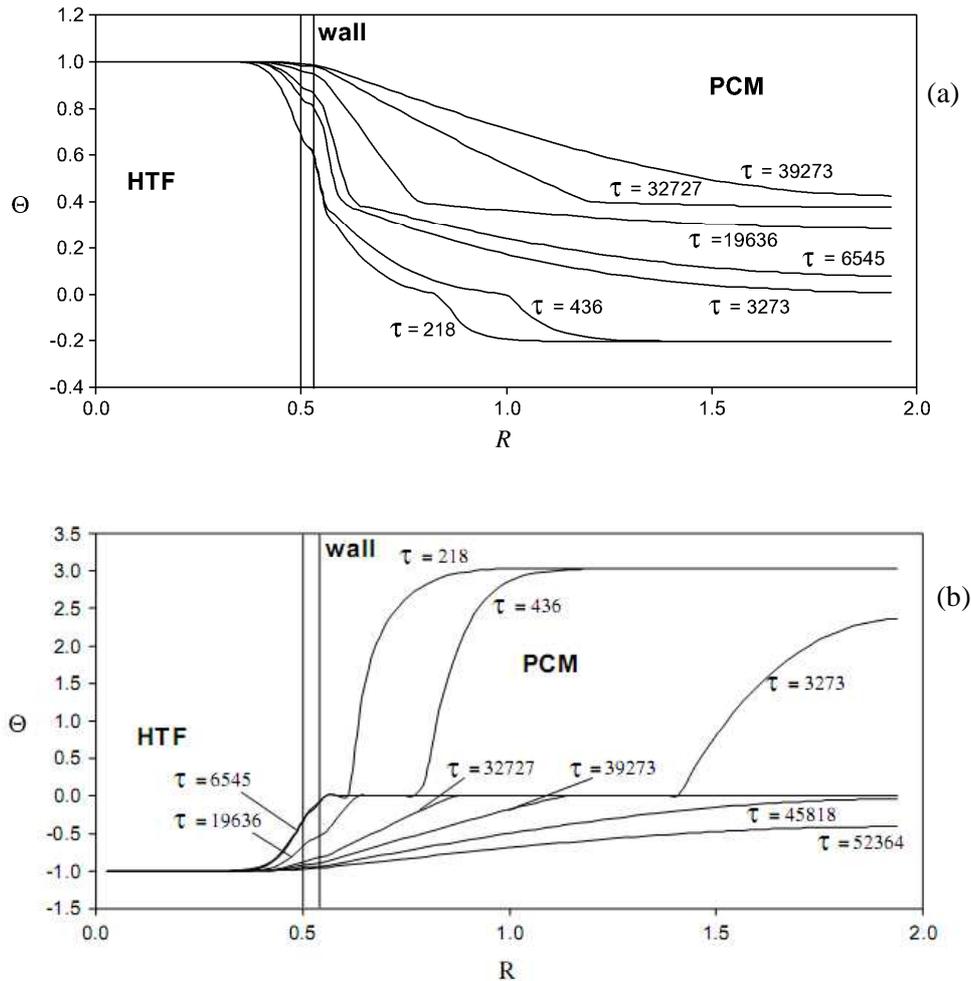


Fig. 1.7 : Distribution de température en fonction de temps à  $X=12.73$ , (a) solidification, (b) fusion.

Afin de refroidir une chambre avec l'air froid de la nuit, Hed et Bellander [50] ont planté un matériau changement de phase, PCM, dans un échangeur de chaleur à plaques parallèles qui utilise l'air comme fluide caloporteur (Fig. 1.8). Au cours de la nuit le PCM se solidifie, et l'énergie est libérée. Au cours de la période du jour l'air est mis en circulation dans l'échangeur, l'énergie est absorbée et l'air ambiant est refroidi. La principale caractéristique du PCM, c'est qu'il y ait une augmentation de la chaleur spécifique sur une plage de température

limitée. Dans ce document, l'auteur a développé un modèle mathématique décrivant l'échange thermique entre l'air et le PCM, en considérant les différentes formes de la courbe  $C_p(T)$ . Le modèle mathématique est vérifié par une mesure sur un échangeur de chaleur d'un prototype. L'auteur a remarqué qu'il est important d'utiliser une quantité appropriée de matériau dans la conception de l'équipement pour répondre aux exigences requises.

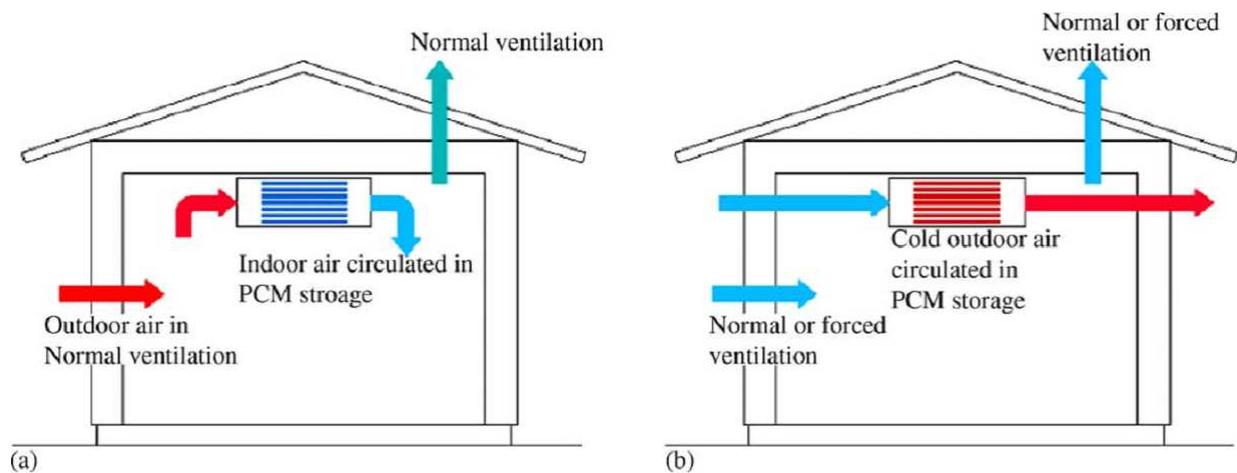


Fig. 1.8 : Fonction principale du système de refroidissement air-PCM: (a) pendant le jour, le PCM est en train de fondre et (b) pendant la nuit, le PCM se solidifie.

Akgün *et al.* [51] présentent une analyse purement expérimentale afin d'étudier les processus de fusion et de solidification de la paraffine comme un matériau à changement de phase (PCM), entre deux tubes coaxiaux et verticaux. L'objectif de cette étude est de concevoir et construire une nouvelle unité de stockage répondant aux caractéristiques de fusion/solidification de la paraffine. Le PCM est placé dans l'espace annulaire vertical entre un tube interne, à travers lequel le fluide caloporteur (l'eau) s'écoule, et une enveloppe concentrique externe. Cette étude focalise sur la possibilité d'améliorer le transfert de chaleur dans la géométrie de stockage de chaleur. L'amélioration est obtenue en inclinant la surface extérieure du récipient de stockage, c'est à dire la surface de l'enveloppe externe avec un angle d'inclinaison de  $5^\circ$ . La paraffine (P1) est utilisée en tant que PCM. Dans un premier temps, les propriétés thermo-physiques de la paraffine utilisée sont déterminées par un calorimètre différentiel à balayage (DSC). Une série d'expériences sont menées pour étudier l'effet de l'augmentation de la température d'entrée et le débit massique de l'HTF à la fois sur les processus de charge et de décharge (fusion et solidification). La figure ci-dessous présente les résultats de l'analyse DSC de la paraffine (P1).

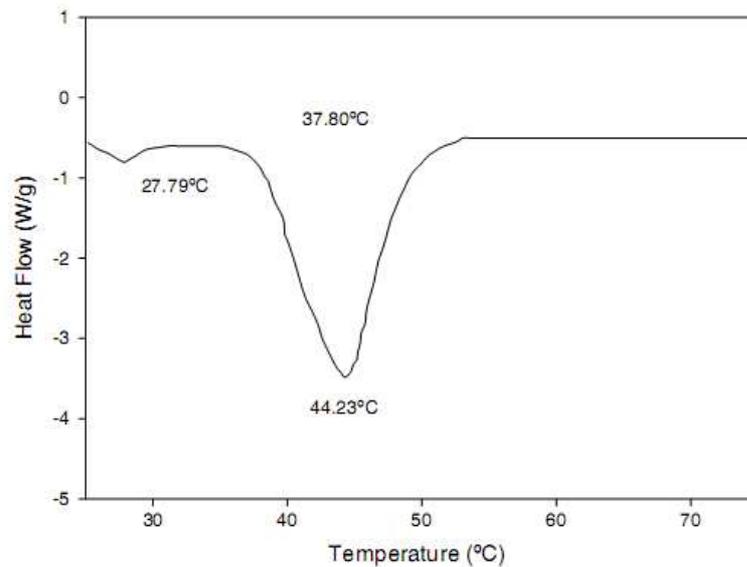


Fig. 1.9 : Résultat de l'analyse DSC de la paraffine (P1)

Erek et Dincer [52] traitent l'efficacité exergetique d'un système de stockage de chaleur latente (autour d'un tube cylindrique) pendant le processus de charge. Tout d'abord, un modèle numérique est développé et résolu par les équations régissant le fluide caloporteur (HTF), la paroi de la conduite et le matériau à changement de phase pour différents paramètres géométriques et physiques. Deuxièmement, de nombreuses études paramétriques sont menées pour étudier la façon de laquelle l'interface solide/liquide, la chaleur emmagasinée, le taux de transfert de chaleur, la génération d'entropie et l'efficacité exergetique se changent avec le temps. Troisièmement, les résultats du modèle sont comparés à des données expérimentales, et un bon accord est obtenu pour différents paramètres. Les résultats montrent que la génération d'entropie est cruciale dans le système de stockage et doit être réduite au minimum afin d'augmenter l'efficacité exergetique et donc les performances du système.

Fang et Chen [53] présentent un modèle théorique pour évaluer un système de stockage d'énergie thermique latente (LTES), en utilisant différents matériaux à changement de phase (MCPs) à la fois (Fig. 1.10). Le modèle est basé sur la méthode d'enthalpie. Des simulations numériques sont réalisées pour étudier les effets de différents PCM sur la fraction liquide, l'énergie thermique stockée et la température du fluide à la sortie de l'unité (LTES). Les résultats numériques indiquent que les fractions des PCM et les températures de fusion jouent un rôle important dans la performance de l'unité (LTES). En conséquence, les choix appropriés des différents PCM est très important pour l'amélioration de la performance de l'unité (LTES).

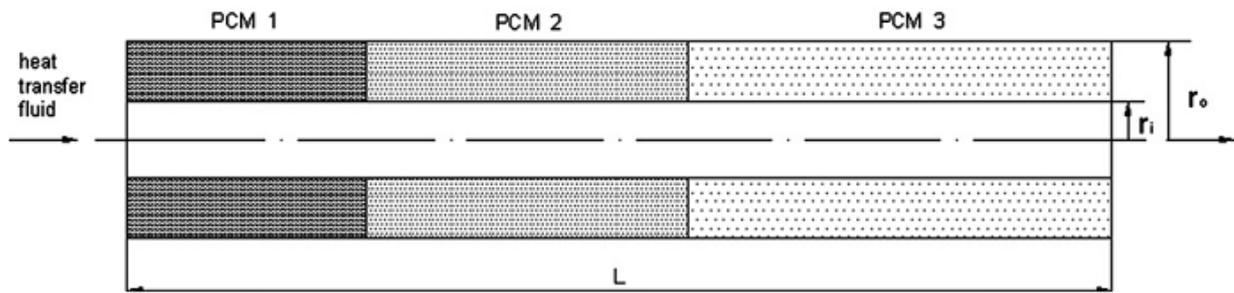


Fig. 1.10 : Schéma de l'unité LTES avec différents PCMs.

H. El-Qarnia [54] a développé un modèle théorique basé sur les équations de l'énergie pour prédire le comportement thermique et les performances d'une unité de stockage par chaleur latente solaire (LHSU) constituée par une série de tubes identiques noyées dans le matériau à changement de phase (PCM). Pendant le mode de charge, un fluide caloporteur (eau chaude) part de collecteur solaire et passe à travers les tubes et transfère la chaleur, collectée de rayonnement solaire, au PCM. La chaleur stockée dans le PCM liquide est ensuite transférée à l'eau pendant le mode de décharge pour produire de l'eau chaude. Un programme de simulation basé sur la méthode des volumes finis a été également mis au point pour évaluer numériquement la performance thermique de l'unité (LHSU). Le modèle a été validé en comparant les résultats des simulations numériques aux données expérimentales de [59]. Une série de simulations numériques ont été réalisées pour trois types de PCM (n-octadécane, la cire de paraffine et l'acide stéarique) pour trouver la conception optimale pour des conditions climatiques estivales données de la ville de Marrakech: le rayonnement solaire et la température ambiante. L'optimisation de l'unité (LHSU) implique la détermination de la masse du PCM, le nombre de tubes, et le débit de l'eau dans le collecteur solaire qui maximisent l'efficacité de stockage thermique. Plusieurs simulations ont été également faites pour étudier l'effet de débit d'eau sur sa température de sortie, pendant le mode de décharge.

Ait Adine et El Qarnia [55] ont étudié numériquement une unité de stockage de chaleur latente (LHSU) constitué par deux tubes coaxiaux. L'espace entre les tubes est rempli de deux matériaux à changement de phase (PCM), la paraffine P116 et le n-octadécane, avec des températures de fusion différentes ( $50^{\circ}\text{C}$  et  $27,7^{\circ}\text{C}$ , respectivement). Un fluide caloporteur (eau)

circule par convection forcée à travers le tube intérieur, et transfère la chaleur au PCM. Afin de comparer les performances thermiques de l'unité de stockage de chaleur latente en utilisant deux matériaux à changement de phase (LHSU2) et un seul PCM (LHSU1), un modèle mathématique basé sur les équations de conservation de l'énergie a été développé et validé avec les données expérimentales [40]. Plusieurs investigations numériques ont été réalisées afin d'examiner l'impact des principaux paramètres: la température d'entrée de l'HTF (varie de 50 à 60 °C), le débit massique de l'HTF et les proportions massiques des PCMs, sur les performances thermiques de l'unités de stockage utilisant deux PCM et un seul PCM, pendant le processus de charge (fusion). Cette étude paramétrique fournit des directives pour la performance du système thermique et l'optimisation de la conception.

Sur la base de la méthode d'enthalpie, Tao et He [56] ont établi un modèle de deux dimensions physiques et mathématiques pour une unité de stockage à faisceau de tubes enveloppés par un matériau à changement de phase. Pour analyser numériquement les effets de la condition transitoire de la température de l'HTF à l'entrée du tube sur la performance thermique de l'unité de stockage. Les résultats montrent que le temps de fusion (temps nécessaire pour la fusion complète du PCM) diminue avec l'augmentation de la température d'entrée initiale. Lorsque la température d'entrée initiale augmente de 30°C à 90°C, le temps de fusion diminue de 42,75 min à 20,58 min. Dans tous les cas étudiés, le flux de chaleur sur la surface du tube augmente dans un premier temps, jusqu'à ce qu'il atteigne un maximum puis il diminue au fil du temps. La modélisation mathématique de ce problème était telle que :

pour HTF

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = -A \frac{\partial \theta_f}{\partial \chi} - B(\theta_f - \theta^*)$$

$$\text{ou } \theta_f = T_f - T_m;$$

$$A = \frac{m_f}{\rho_f \pi R_i^2}, \quad B = \frac{2h}{(\rho c_p)_f R_i}.$$

pour PCM

$$(\rho c_p)_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \chi} \left( k_p \frac{\partial \theta}{\partial \chi} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_p \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \rho_p \Delta H \frac{\partial f}{\partial t} \quad (*)$$

$$\text{ou } \theta = T - T_m;$$

$f$ : est la fraction liquide du PCM,

L'équation de l'énergie (\*) est formulée par la méthode de l'enthalpie. Et la fraction liquide est déterminée comme suit:

$$\begin{cases} f = 0, & \theta < 0 \\ 0 < f < 1, & \theta = 0 \\ f = 1, & \theta > 0 \end{cases}$$

conditions initiales

$$\theta_f(\chi, t = 0) = T_i - T_m,$$

$$\theta(\chi, t = 0) = T_i - T_m,$$

condition aux limites

pour PCM

$$-k_p \frac{\partial \theta(\chi, r = R_i, t)}{\partial r} = U(\theta_f(\chi, t) - \theta(\chi, r = R_i, t)),$$

$$\frac{\partial \theta(\chi, r = R_0, t)}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{\partial \theta(\chi = 0, r, t)}{\partial \chi} = \frac{\partial \theta(\chi = L, r, t)}{\partial \chi} = 0,$$

pour HTF

$$\theta_f(\chi = 0, r, t) = \theta_{f,in} = f(t),$$

$$\frac{\partial \theta_f(\chi, r = R_i, t)}{\partial r} = U(\theta_f(\chi, t) - \theta(\chi, r = R_i, t)).$$

Et l'effet de la convection naturelle dans le PCM pendant la fusion est pris en compte avec une conductivité thermique effective de la phase liquide du PCM, comme représenté sur la l'équation suivante :

$$\frac{k}{k_l} = CRa^{0.25} \left( \frac{\delta}{R - R_i} \right)^{0.8}$$

C dépend de la température d'entrée :

$$C = \begin{cases} 0.24 & \theta_{f,in} \leq 10 \\ 0.18 & 10 < \theta_{f,in} \leq 20 \\ 0.24 & 20 < \theta_{f,in} \end{cases}$$

En 2012, Tao et *al.* [57] ont étudié le même problème que [56], mais avec température constante à l'entrée du tube et un matériau PCM avec une température de fusion très élevée (les sels fondus).

Plus récemment en 2013, Mosaffa et *al.* [58], présentent une investigation numériques pour l'amélioration des performances d'un système de refroidissement en utilisant une unité (TES) composée de plusieurs matériau à changement de phase (PCMs). L'unité est composée d'un certain nombre de canaux rectangulaires, traversés par un fluide caloporteur, séparées par des plaques de PCM. En utilisant la méthode de capacité calorifique effective, la fusion et la solidification du PCM sont étudiées. Le transfert de chaleur par convection forcée à l'intérieur des canaux est analysé par résolution de l'équation d'énergie qui est couplée avec l'équation de conduction de la chaleur dans la paroi. Le modèle utilisé est validé par la comparaison des résultats avec ceux obtenus par [47].

Lopez et *al.* [59] ont élaboré un modèle numérique pour traiter le même problème que [50], en tenant compte à la fois la conduction dans la plaque PCM et le transfert de chaleur entre la plaque et l'air. Ce modèle est validé en comparant les résultats numériques avec des données expérimentales.

En résumé, on peut citer les travaux d'Al-Abidi et *al.* [60], Medrano et *al.* [61], Sohif Mat et *al.* [62], Chiu et Martin [63], Mosaffaa et *al.* [64], Dubovsky et *al.* [65], Wang et *al.* [66], Shabgard et *al.* [67], et Tay et *al.* [68], qui sont récemment publiés et traitent le stockage par chaleur latente dans l'unité de stockage tubulaire avec des ailettes placées soit à l'intérieur soit à l'extérieur du tube. D'ailleurs, pour les études récentes utilisant l'unité à plaque parallèles, on peut citer les travaux de Rostamizadeha et *al.* [69], Dolado et *al.* [70], Doladoa et *al.* [71] et Teggat et Mezaache [72], et Dolado et *al.* [73].

## 1.4 Amélioration de stockage par les nanoparticules

L'amélioration des performances des matériaux à changement de phase (PCM) à travers la dispersion de nanoparticules est rapportée dans le travail de Khodadadi et Hosseinizadeh [74]. Les matériaux à changement de phase renforcé par nanoparticules (NEPCM) présentent une conductivité thermique élevée par rapport au PCM de base. Le problème consiste à étudier la solidification dans une cavité carrée différentiellement chauffée qui contient un NEPCM (eau, plus nanoparticules de cuivre). En raison de l'augmentation de la conductivité thermique et également l'abaissement de la chaleur latente de fusion, l'augmentation de taux de dégagement de la chaleur du NEPCM par rapport au PCM de base est observée. La figure suivante montre l'évolution des phases solide et liquide pendant la solidification.

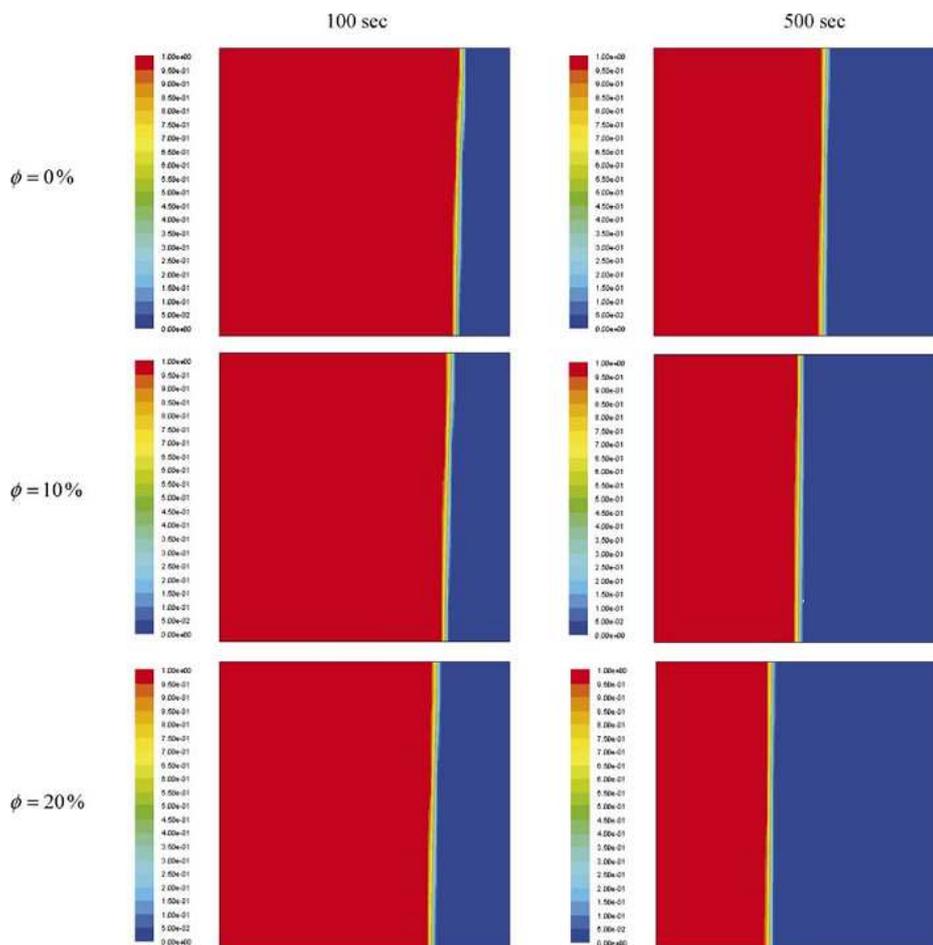


Fig. 11 : Evolution des phases solide et liquide pendant la solidification.

Dans l'étude de Ho et Gao [75], un matériau à changement de phase noyée par les nanoparticules (NEPCM) a été préparé par l'ajout des nanoparticules de l'alumine ( $Al_2O_3$ ) dans la paraffine (n-octadécane) au moyen d'un tensioactif non-ionique. Les mélanges formulés paraffine/nanoparticules (NEPCM) contiennent des nanoparticules de 5% et 10%, respectivement. Leurs propriétés thermophysiques effectives, telles que la chaleur latente de fusion, la densité, la viscosité dynamique, et la conductivité thermique, ont été étudiées expérimentalement. La densité du NEPCM mesurée convient parfaitement avec celle prédite sur la base de la théorie du mélange. La conductivité thermique et la viscosité dynamique mesurées du NEPCM montrent une variation non linéaire en fonction de la température, et une augmentation en fonction de la fraction de massique quelque soit la température, Fig. 12.

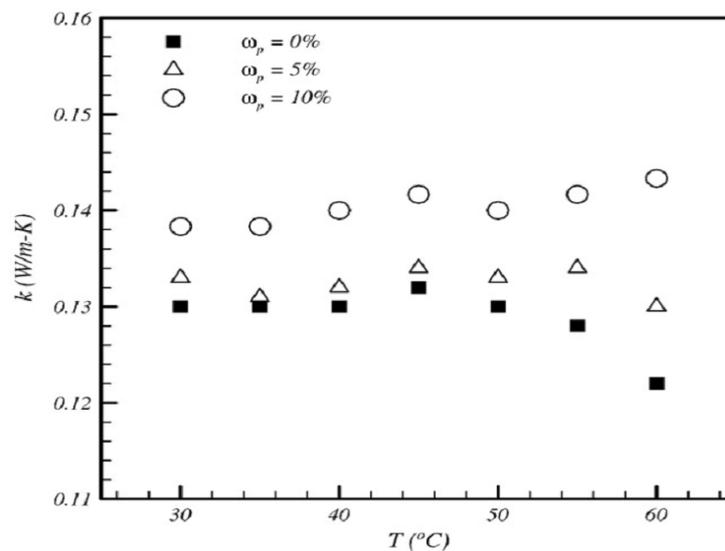


Fig. 12 : Conductivité thermique du mélange paraffine/ $Al_2O_3$  et de la paraffine

Jegadheeswarana et Pohekar [76-77] ont tenté d'étudier l'amélioration de la performance d'une unité de stockage tubulaire perpendiculaire applicable aux chauffe-eau solaires, par l'ajout des particules de cuivre à haute conductivité thermique. En basant sur l'enthalpie, les équations transitoires à deux dimensions sont résolues numériquement pour processus de décharge à l'aide du code FLUENT. Les résultats numériques montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature. Le comportement thermique et la performance de l'unité avec des particules dispersées dans le PCM, a été comparé avec celle de l'unité de PCM pur, en termes d'efficacité exergetique et exergie totale

récupérée. Pour une fraction volumique de 0.1, le temps de décharge est réduit d'environ 28% et de l'ordre de 85% pour 0.6. Cependant, la diminution du temps de décharge n'est pas beaucoup plus appréciable au-delà de la fraction volumique des particules de 0.4. Les résultats révèlent que le rôle du débit massique de l'HTF dans l'augmentation de la performance thermique globale de l'unité (LHTS) est insignifiant. Les propriétés du mélange 'NEPCM' sont une combinaison entre les propriétés de la nanoparticule et les propriétés du PCM :

- La densité

$$\rho_{npcm} = (1-\phi)\rho_{pcm} + \phi\rho_p$$

- La chaleur massique

$$cp_{npcm} = \frac{(1-\phi)(\rho cp)_{pcm} + \phi(\rho cp)_p}{\rho_{npcm}}$$

- La chaleur latente

$$q_{npcm} = \frac{(1-\phi)(\rho q)_{pcm}}{\rho_{npcm}}$$

- La conductivité

$$k_{npcm} = k_{pcm} \left( \frac{k_p + 2k_{pcm} - 2\phi(k_{pcm} - k_p)}{k_p + 2k_{pcm} + \phi(k_{pcm} - k_p)} \right)$$

ou  $\phi$  est la fraction volumique, elle est définie telle que le rapport entre le volume occupé par les nanoparticules et le volume totale des parois de stockage.

Les mêmes auteurs [77], ont réalisée une étude numérique pour étudier l'amélioration des performances d'un système de stockage par chaleur latente (LHTS) de configuration cylindrique horizontale, en dispersant des nanoparticules à haute conductivité dans le PCM pendant le processus de charge (fusion). Les équations gouvernantes ont été formulées et résolues numériquement à la suite d'une itération alternée entre la température et la résistance thermique. L'évaluation du rendement exergetique est considérée comme un aspect principal. Les résultats numériques sont présentés pour plusieurs débits massiques et températures d'entrée du fluide caloporteur (HTF). Les résultats indiquent une amélioration significative de la performance de l'unité LHTS lorsque les particules à haute conductivité sont dispersées.

Jesumathy et *al.* [78] ont conçu un système de stockage d'énergie thermique pour étudier les caractéristiques thermiques de la paraffine, dont laquelle les nanoparticules d'oxyde

de cuivre (CuO) sont injectées. Des nanoparticules de taille de 40 nm ont été dispersées dans le PCM en prenant de 2%, 5% et 10% de poids. Des expériences ont été réalisées sur un échangeur de chaleur avec un débit de fluide (HTF) varie entre 1.5 et 10 l/min. Les résultats montrent clairement que la conductivité thermique est améliorée de 6, 6.7 et 7.8% à l'état liquide et la viscosité dynamique est améliorée de 5, 14 et 30% avec l'augmentation de la fraction volumique. Le coefficient de transfert de chaleur au cours de la solidification est augmenté d'environ 78% pour le débit maximal. L'analyse des résultats expérimentaux montre que l'ajout de nanoparticules d'Oxyde de Cuivre à la paraffine améliore à la fois la conduction et la convection naturelle dans le NEPCM.

L'acide oléique dans lequel des nanoparticules de cuivre sont dispersés avec différentes fractions massiques a été étudié expérimentalement par Harikrishnan et Kalaiselvam [79], pour déterminer l'énergie stockée et la vitesse de stockage au cours de processus de solidification et de fusion. Les caractéristiques de transfert thermique dans le NEPCM avec différentes fractions massiques ont été synthétisées. L'analyse de la stabilité du NEPCM, la taille et la forme ont été analysés par la technique de TEM. Test de fiabilité thermique a été effectué pendant 150 cycles thermiques. Les propriétés thermodynamiques du NEPCM comme la température de fusion et la chaleur latente ont présenté un effet négligeable avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules de CuO, (Figs. 13a, 13b). Les résultats indiquent clairement que la conductivité thermique de NEPCM augmente avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules Fig. (13c).

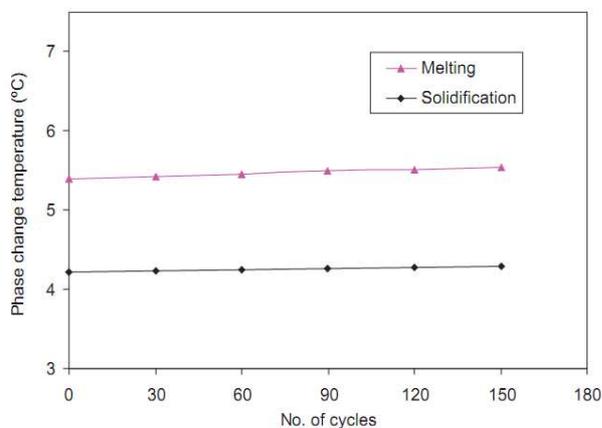


Fig. 13a. Variation de la température fusion et de solidification de PCM par rapport au cycle thermique.

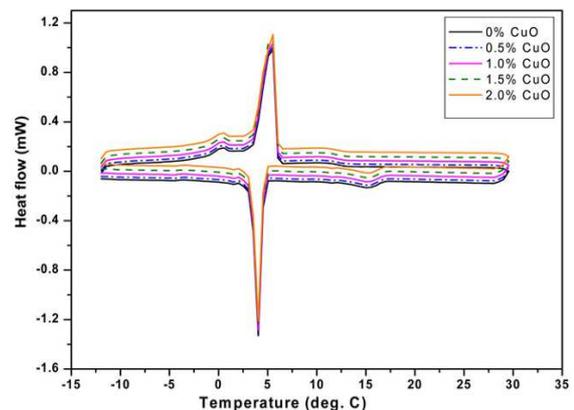


Fig. 13b. Résultat de l'analyse DSC de la NEPCM (Acide-Oléique/CuO).

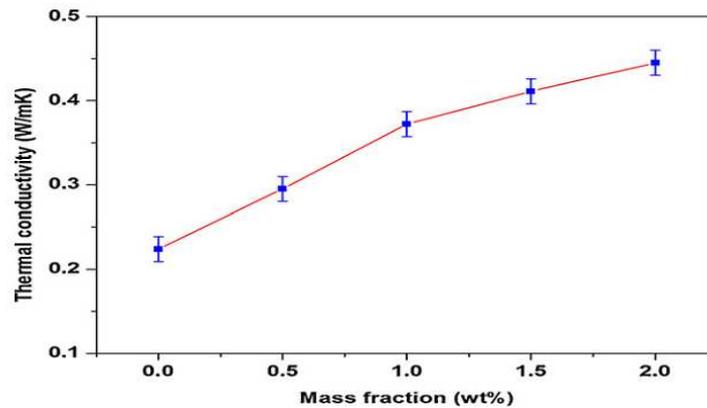


Fig. 13c. Conductivité thermique du NEPCM (Acide-Oléique/CuO).

Qinbo et *al.* [80] ont développé un matériau à changement de phase amélioré (NEPCM), par la suspension d'une petite quantité de nanoparticules de  $\text{TiO}_2$  dans une solution aqueuse saturée de  $\text{BaCl}_2$ . La conductivité thermique, le degré de sous-refroidissement, la chaleur latente, la chaleur spécifique, et les comportements rhéologiques de NEPCM ont été étudiés. Les résultats expérimentaux montrent qu'avec une fraction volumique de 1.13%, la conductivité thermique de NEPCM est augmentée par 12,76% à 5 °C, le degré de sous-refroidissement est réduit de 84,92%. La chaleur latente et la chaleur spécifique sont légèrement diminuées. La viscosité augmente avec l'augmentation de la fraction volumique, ce qui n'a aucun effet sur le système de stockage, Fig. (14). Les performances thermiques de NEPCM indiquent qu'ils sont souhaitables pour les systèmes de stockage d'énergie à faible température.

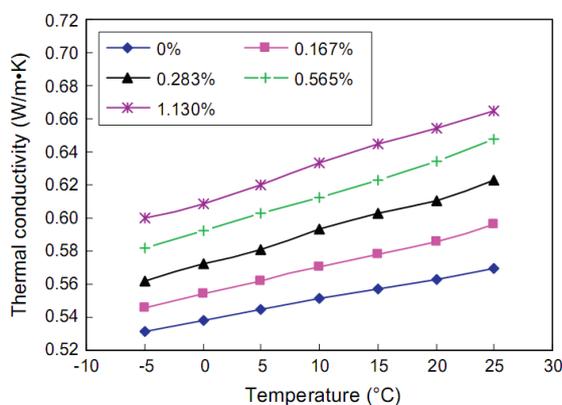


Fig. 14a. Conductivité thermique en fonction de la fraction massique.

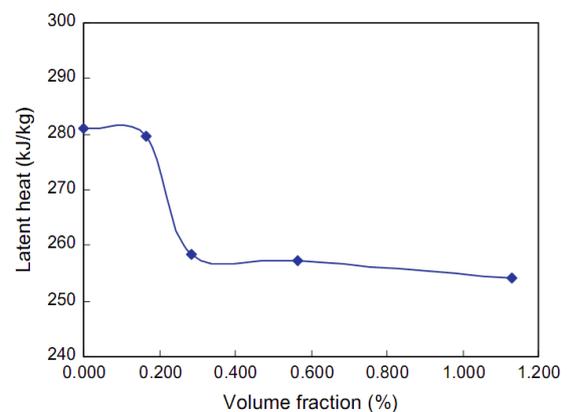


Fig. 14b. Chaleur latente du NEPCM en fonction de la fraction massique.

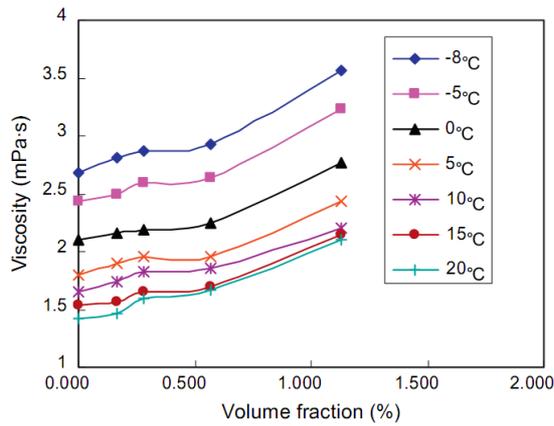


Fig. 14c. Viscosité de NEPCM en fonction de la fraction massique.

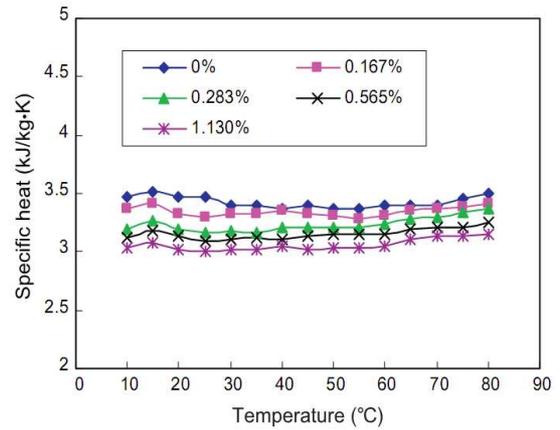


Fig. 14d. Chaleur spécifique de NEPCM en fonction de la température et pour différente fraction massique.

Arasu et al. [81] ont étudiée numériquement la fusion du mélange paraffine/ $Al_2O_3$  dans une enceinte carrée (25 mm x 25 mm) chauffée sur un seul côté. La fonction courant, les isothermes et l'interface liquide-solide à différentes étapes du processus de fusion sont présentés et discutés. L'effet de l'orientation de la surface chauffée et la concentration de l' $Al_2O_3$  dans la paraffine sur le rendement du système de stockage de chaleur latente sont analysés. La figure suivante montre la variation transitoire de la fraction liquide pour différente concentration.

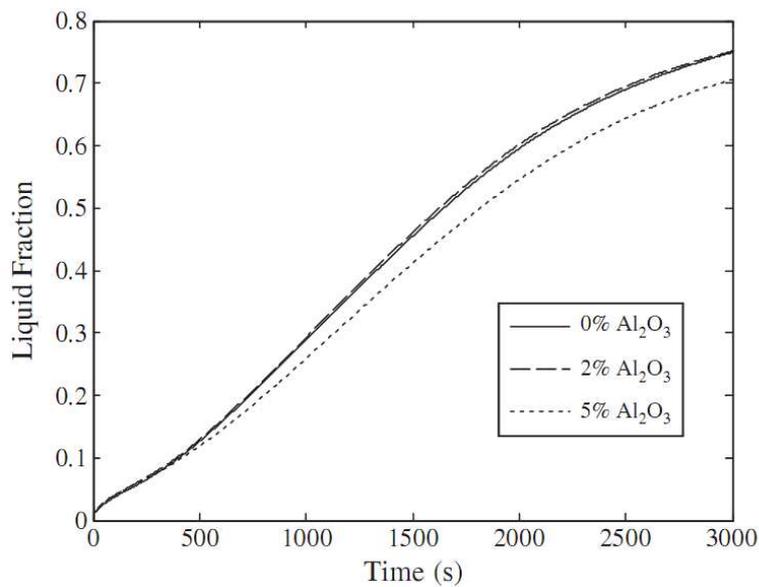


Fig. 15 : Variation transitoire de la fraction liquide pour différente concentration.

Dans les travaux de Fan et Khodadadi [82-84] des particules de taille nanométrique hautement conductrices sont dispersées dans des matériaux à changement de phase (PCM) pour améliorer leur conductivité thermique effective. Afin d'évaluer l'extension de changement de phase accélérée en raison de la conductivité thermique renforcée, le processus de solidification unidirectionnelle de NEPCM dans une plaque finie a été étudié expérimentalement [82]. Les lectures des thermocouples ont été enregistrées à plusieurs positions équidistantes le long de la direction de solidification afin de suivre les progrès d'avant-congélation. le PCM cyclohexane ( $C_6H_{12}$ ) et les nanoparticules de l'oxyde de cuivre (CuO), ont été choisis pour élaborer le NEPCM par trois fractions volumiques différentes (0.5, 1.0, et 2.0%). L'expérience montre que la vitesse de congélation pour une fraction volumique de 0.5 % est considérablement élevée par rapport au cyclohexane pur. Cependant, l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules à 1.0 et 2.0% n'a pas accéléré la congélation de façon linéaire. D'ailleurs, une sédimentation significative des nanoparticules a été observée pour la fraction volumique de 2.0%, dans ce cas, le phénomène de sous-refroidissement indésirable a été amplifié. Dans la référence [83], le modèle Stefan unidimensionnel a été ajouté pour étudier la solidification unidirectionnelle du NEPCM. Seulement l'équation de l'énergie thermique a été examinée et la présence de nanoparticules dispersées a été modélisée. Une combinaison des méthodes analytique et intégrale a été utilisée pour résoudre ce problème.

Dans la référence [84], l'auteur a conclu que la conductivité thermique mesurée pour les échantillons du NEPCM dans leur phase liquide est améliorée avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules, alors que les données de la phase solide présentent une amélioration non monotone lorsque la concentration est supérieure à 2%, Fig. 16.

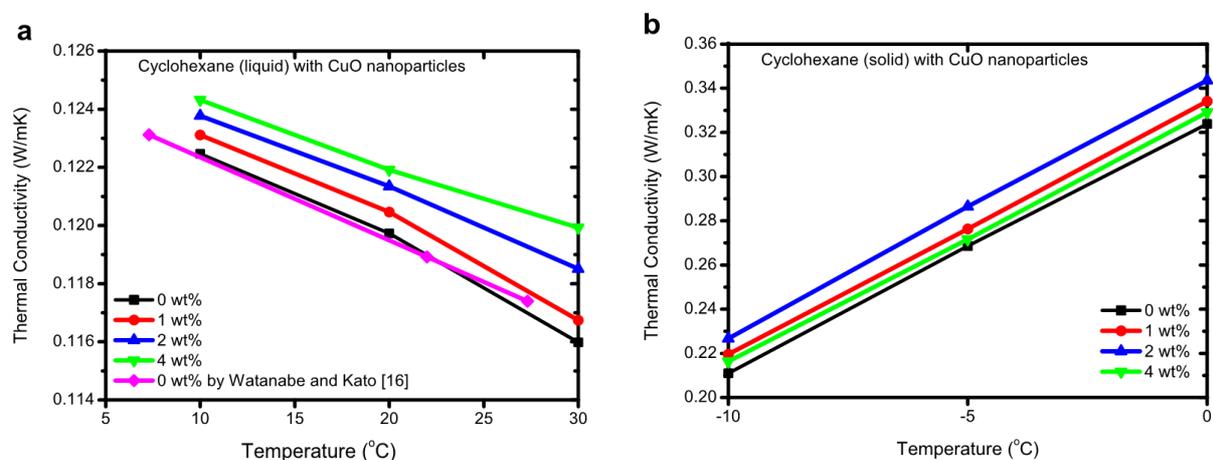


Fig. 16 : Conductivité thermique de NEPCM Mesuré dans les deux phases : (a) liquide et (b) solide.

## 1.5 Conclusion

Le stockage de l'énergie thermique par chaleur sensible ou latente est un sujet très important, si on observe le nombre important de publications présentées dans cette partie. L'ensemble de ces travaux montre une claire préférence pour les approches numériques et expérimentales par rapport aux approches analytiques. Du point de vue analytique, ces travaux portent sur le développement des méthodologies "simple" de résolution, en s'appuyant sur un nombre important d'hypothèses simplificatrices.

Les systèmes de stockage par chaleur sensible est une option intéressante de point de vue coûts d'investissement et d'entretien. Le nombre de travaux traitant le stockage par chaleur sensible en écoulement laminaire est beaucoup plus important que celui consacré aux écoulements turbulents. Donc, notre contribution est venue compenser ce manque, en étudiant un module de stockage en régime turbulent. La technique que nous allons adopter dans notre travail (GITT) donne une solution complète.

Les études traitant le stockage par chaleur latente sont plus nombreuses par rapport à celles qui traitent le stockage par chaleur sensible.

La performance des systèmes de stockage par chaleur latente est limitée par la faible conductivité thermique des PCMs utilisés. L'ajout de nanoparticules à haute conductivité est une des techniques prometteuses pour l'amélioration des performances des systèmes de stockage.

## Chapitre 2 :

## Stockage d'énergie par chaleur sensible en régimes laminaire et turbulent

## 2.1 Introduction

dans ce chapitre nous étudions le stockage d'énergie par chaleur sensible dans un système composé d'un assemblage de plaques parallèles ou conduites cylindriques. Le fluide caloporteur qui circule à l'intérieur des conduites est soumis à une température d'entrée périodique. Quatre matériaux de stockage, thermiquement différents à savoir le Silicium-carburé, l'Acier-inoxydable, la brique-réfractaire et l'alumine sont testés. La Technique de la Transformée Intégrale Généralisée (GIT) est utilisée pour étudier la réponse transitoire de l'unité de stockage en régime laminaire et turbulent. Les performances thermiques de ces matériaux sont évaluées en termes de la température moyenne du fluide à la sortie, de l'efficacité de stockage et de l'énergie totale stockée, en faisant varier le nombre de Reynolds, la fréquence de la température d'entrée et la longueur de la conduite. Le schéma représentant le circuit de stockage/déstockage est présenté sur la figure ci-dessous :

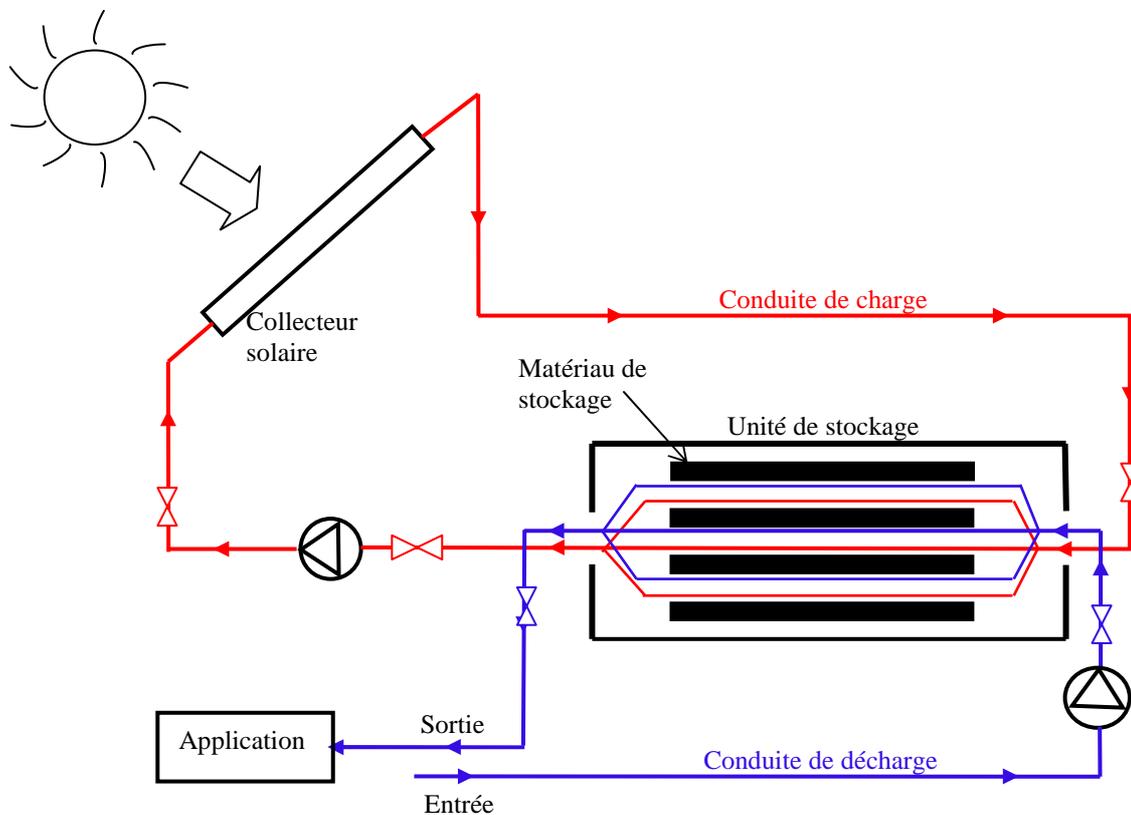


Fig. 2.1 : Circuit de stockage/déstockage.

## 2.2 Description du problème

Le système de stockage étudié est schématisé dans la figure (2.2a). Il est constitué d'un ensemble de plaques parallèles ou de tubes cylindriques. Vu la symétrie géométrique du dispositif, nous nous proposons d'étudier le système constitué de deux demi-plaques (ou un seul tube) parcouru par le fluide caloporteur, cf. fig. 2.2b. Afin de simplifier la résolution mathématique du problème, les hypothèses suivantes ont été appliquées :

(1) le fluide est incompressible, (2) la conduction axiale dans le fluide et le solide sont négligeables, (3) les propriétés thermophysiques de ces matériaux sont constantes.

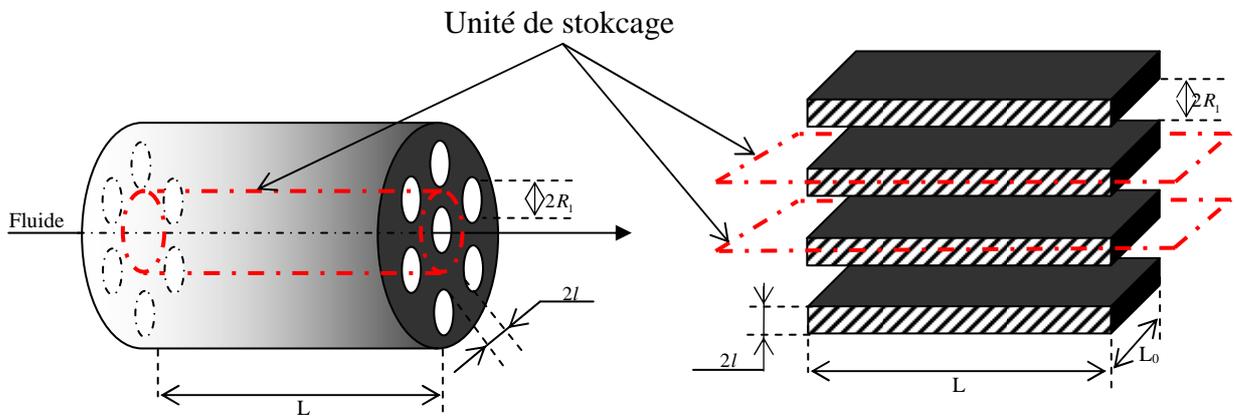


Fig. 2.2a : Système de stockage d'énergie thermique.

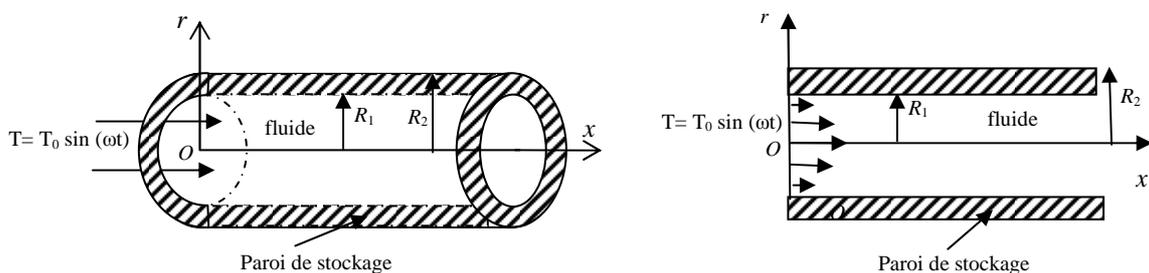


Fig. 2.2b: Unité du stockage d'énergie thermique.

## 2.3 Cas I : étude du stockage en régime laminaire

### 2.3.1 Formulation mathématique

Le modèle mathématique décrivant la convection forcée laminaire en régime périodique peut être écrit sous forme dimensionnelle tel que :

*Région fluide :*

$$\frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial t} + u(r) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} = \alpha_f \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^m \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right) \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.1a)$$

$$T_f(0, r, t) = T_0 + \Delta T \exp(i\omega t) \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad t > 0 \quad (2.1b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.1c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^m \frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_w} \frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial t} \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.1d)$$

$$\frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial r} = 0 \quad r = R_2 \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.1e)$$

*Interface solide fluide :*

$$k_f \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial r} \quad r = R_1 \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.1f)$$

$$T_f(x, r, t) = T_w(x, r, t) \quad r = R_1 \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.1g)$$

avec :

$m = 0$  : plaques parallèles

$m = 1$  : conduite cylindrique

En introduisant les paramètres adimensionnels :

$$\eta = \frac{r}{R_1}, \quad \xi = \frac{(x/D_e)(D_e/R_1)^2}{\text{Re Pr}}, \quad \tau = \frac{t\alpha_f}{R_1^2}, \quad \Omega = \frac{\omega R_1^2}{\alpha_f}, \quad R_2^+ = \frac{R_2}{R_1}, \quad \gamma = \frac{k_w}{k_f}, \quad \Gamma = \frac{\alpha_f}{\alpha_w},$$

$$\beta_w = (R_2 - R_1) \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_w}}, \quad \theta(\xi, \eta, \tau) = \frac{T(x, r, t) - T_0}{\Delta T}, \quad W(\eta) = \frac{u(r)}{u_b},$$

ou  $W(\eta)$  est le profil de vitesse adimensionnel, tel que :

$$W(\eta) = \frac{2^m + 2}{2} (1 - \eta^2),$$

le système précédent s'écrit sous forme adimensionnelle tel que :

*Région fluide :*

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (2.2a)$$

$$\theta_f(0, \eta, \tau) = \exp(i\Omega \tau), \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \tau > 0, \quad (2.2b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0. \quad (2.2c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \theta_w(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right) = \Gamma \frac{\partial \theta_w(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} \quad 1 < \eta < R_2^+, \quad \xi > 0, \quad t > 0, \quad (2.2d)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = R_2^+, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0. \quad (2.2e)$$

*Interface solide fluide :*

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \gamma \frac{\partial \theta_w(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta}, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0, \quad (2.2f)$$

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = \theta_w(\xi, \eta, \tau), \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0. \quad (2.2g)$$

Comme le régime périodique est supposé établi, les températures dans le fluide et dans la paroi solide peuvent s'écrire en notation complexes telles que :

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \exp(i\Omega \tau), \quad (2.3a)$$

$$\theta_w(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) \exp(i\Omega \tau). \quad (2.3b)$$

En introduisant les expressions (2.3a) et (2.3b) dans le système (2.2), on obtient le système suivant:

*Région fluide :*

$$W(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \varepsilon(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) - i\Omega \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0 \quad (2.4a)$$

$$\tilde{\theta}_f(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (2.4b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0. \quad (2.4c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \tilde{\theta}_w(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) = 2i \left( \frac{\beta_w}{R^* - 1} \right)^2 \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) \quad 1 < \eta < R_2^+, \quad \xi > 0, \quad (2.4d)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_w(\xi, \eta)}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = R_2^+, \quad \xi > 0. \quad (2.4e)$$

*Interface solide fluide :*

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \gamma \frac{\partial \tilde{\theta}_w(\xi, \eta)}{\partial \eta}, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (2.4f)$$

$$\tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \tilde{\theta}_w(\xi, \eta), \quad \eta = 1, \quad \xi > 0. \quad (2.4g)$$

### 2.3.2 Méthode de résolution

En introduisant le paramètre complexe  $\tilde{\beta}_w = \beta_w(1-i)$ , la distribution de température dans le solide est mentionnée en annexe (2). La distribution de température dans la veine fluide est obtenue par la résolution du système suivant :

$$W(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) - i\Omega \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0, \quad (2.5a)$$

$$\tilde{\theta}_f(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (2.5b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad (2.5c)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} + \tilde{H} \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (2.5d)$$

Le paramètre complexe  $\tilde{H}$  intègre le rôle de la paroi sur l'écoulement. Il est exprimé en annexe (2). Il s'écrit en forme générale :

$$\tilde{H} = R_H + iG_H.$$

Une solution formaliste du problème (2.5) est développée à travers la Technique de la Transformée Intégrale Généralisée (GITT). Cependant, la solution complète exige le calcul des valeurs propres (*eigenvalues*), fonctions propres (*eigenfunctions*) et la normalisation d'un système Sturm-Liouville complexe. Un problème auxiliaire aux valeurs propres est obtenu à partir du système complexe originale (2.5) tel que :

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{d}{d\eta} \left( \eta^m \frac{d\psi(\mu_n, \eta)}{d\eta} \right) + \mu_n^2 \psi(\mu_n, \eta) = 0 \quad 0 < \eta < 1, \quad (2.6a)$$

$$\left. \frac{d\psi(\mu_n, \eta)}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \eta = 0, \quad (2.6b)$$

$$\frac{\partial \psi(\mu_n, \eta)}{\partial \eta} + R_H \psi(\mu_n, \eta) = 0, \quad \eta = 1. \quad (2.6c)$$

Les fonctions propres du problème auxiliaire sont données respectivement pour les plaques-parallèles et les conduits cylindriques par:

$$\psi(\mu_n, \eta) = \cos(\mu_n \eta), \quad (2.6d)$$

$$\psi(\mu_n, \eta) = J_0(\mu_n \eta), \quad (2.6e)$$

Les valeurs propres  $\mu_n$  peuvent être déterminées respectivement par la résolution des équations transcendentes suivantes:

$$\mu_n \sin(\mu_n \eta) = R_H \cos(\mu_n \eta), \quad (2.6f)$$

$$\text{et } \mu_n J_1(\mu_n) = R_H J_0(\mu_n). \quad (2.6g)$$

Le problème auxiliaire (2.6) autorise la définition d'une transformé intégrale paire pour la fonction  $\tilde{\theta}_f(\xi, \eta)$  tel que :

$$\text{Inversion : } \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_n^{1/2}} \psi(\mu_n, \eta) \bar{\theta}_n(\xi). \quad (2.7a)$$

$$\text{Transformée: } \bar{\theta}_n(\xi) = \int_0^1 \eta^m \frac{\psi(\mu_n, \eta)}{N_n^{1/2}} \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) d\eta, \quad (2.7b)$$

où l'intégrale de la norme est donnée par :

$$N_n = \int_0^1 \eta^m [\psi(\mu_n, \eta)]^2 d\eta. \quad (2.7c)$$

En multipliant l'équation (2.5a) par le terme :

$$\int_0^1 \eta^m \frac{\psi(\mu_n, \eta)}{N_n^{1/2}} d\eta \quad (2.8)$$

et en appliquant la formule inverse (2.7a) et les conditions aux limites (2.6c) et (2.5e), on abouti au système différentiel ci-dessous :

$$\sum_{j=1}^{\infty} a_{jn}^* \frac{d\bar{\theta}_n(\xi)}{d\xi} + \sum_{n=1}^{\infty} b_{jn}^* \bar{\theta}_n(\xi) = 0 \quad \xi > 0, \quad (2.9a)$$

$$\text{où : } a_{nj}^* = a_{jn}^* = \frac{\int_0^1 \eta^m W(\eta) \psi(\mu_n, \eta) \psi(\mu_j, \eta) d\eta}{(N_n N_j)^{1/2}} \quad (2.9b)$$

$$\text{et } b_{ij}^* = \delta_{jn} \mu_j^2 + i \left( \delta_{jn} \Omega + \frac{\psi(\mu_n, 1) \psi(\mu_j, 1) G_H}{(N_n N_j)^{1/2}} \right). \quad (2.9c)$$

Le système (2.9) forme un ensemble infini d'équations différentielles linéaires de premier ordre. Cet ensemble peut être remplacé par un nombre fini d'équations couplées si un nombre de termes suffisamment grand est considéré dans la sommation qui apparaît dans l'équation (2.9a). L'équation (2.9a) s'écrit sous forme matricielle :

$$\left[ b_{jn}^* - \lambda a_{jn}^* \right] V_{jn} = 0. \quad (2.10)$$

Une fois le problème aux valeurs propres et aux vecteurs propres (10) résolu, la solution est construite par la combinaison linéaire de solutions indépendantes :

$$\bar{\theta}_j(\xi) = \sum_{n=1}^N C_n V_{jn} \exp(-\lambda_n \xi), \quad (2.11)$$

où  $V_{jn}$  est la  $n^{\text{ième}}$  composante du vecteur propre. Les valeurs  $C_n$  seront déterminées en satisfaisant la condition d'entrée :

$$f_j = \sum_{n=1}^N C_n V_{jn}, \quad (2.12a)$$

$$\text{où } f_j = \int_0^1 \eta^m \frac{\psi(\mu_j, \eta)}{N_j^{1/2}} d\eta. \quad (2.12b)$$

L'équation (2.7a) permet de calculer la solution complète :

$$\tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^N \frac{\psi(\mu_j, \eta)}{N_j^{1/2}} \sum_{n=1}^N C_n V_{jn} \exp(-\lambda_n \xi). \quad (2.13)$$

Nous calculons la température moyenne adimensionnelle à partir de sa définition :

$$\tilde{\theta}_b(\xi) = (m+1) \int_0^1 \eta^m W(\eta) \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) d\eta. \quad (2.14)$$

Les équations (2.13) et (2.14) sont des quantités complexes, la distribution de la température et la température de mélange peuvent être écrites respectivement en coordonnées polaires tels que :

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = A(\xi, \eta) \exp\{i[\Omega \tau + \phi(\xi)]\} \quad (2.15a)$$

$$\theta_b(\xi, \tau) = A_b(\xi) \exp\{i[\Omega \tau + \phi_b(\xi)]\} \quad (2.15d)$$

$A(\xi, \eta)$  et  $\phi(\xi)$  sont respectivement l'amplitude et le déphasage.

### 2.3.3 Bilan énergétique et efficacité de stockage

Le stockage s'effectue pendant une demi-période, quand la chaleur accumulée par le fluide à l'entrée est transférée à la paroi. Pendant la deuxième demi-période c'est le déstockage qui s'effectue, la quantité de chaleur stockée est transmise au fluide.

En notant  $E_{sen}$ , l'énergie stockée dans le solide et  $\Phi(\tau)$  le flux thermique, alors :

$$E_{sen} = \int \Phi(\tau) d\tau,$$

$E_{sen}$  s'exprime également en fonction de l'énergie interne des plaques  $U_{is}$ . Elle est égale à la valeur maximale de celle-ci, c'est-à-dire au double de son amplitude.

$E_{sen} = 2|U_{is}|$ , donc, la chaleur sensible accumulée dans la paroi pendant le processus de stockage (pendant la première demi-période) peut être exprimée par :

#### a/ Cas des plaques parallèles

$$dU_{sen} = 2(\rho C)_w \tilde{T}_w(x, r) dV_w \quad (2.16a)$$

où le volume de contrôle s'écrit :

$$dV_w = L_0 dx dr \quad (2.16b)$$

donc, l'énergie totale stockée dans le solide est donnée par:

$$U_{is} = L_0 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L 2(\rho C)_w \tilde{T}_w(x, r) dx dr \quad (2.16c)$$

En utilisant les groupes adimensionnels, l'expression (2.16c) peut être réécrite comme ci-dessous:

$$U_{is} = \frac{1}{2} L_0 R_1^2 (\rho C)_w \text{Re Pr} \int_1^{R_1^*} \int_0^L \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (2.16d)$$

En se rapportant à la quantité  $E_f = (\tau^*/\pi) \dot{m} C_f$ , qui représente l'énergie maximale transportée par le fluide à l'entrée du canal pendant une demi-période, l'efficacité de stockage est définie comme étant la quantité :  $\delta = E_{sen}/E_f$

$$\text{et } \delta = 2\gamma R_1^2 \frac{\pi}{\tau^+} \left( \frac{\rho C}{k} \right)_w \left| \frac{H_3}{H_2} \sum_{j=1}^N \frac{\psi(\mu_j, 1)}{N_j^{1/2}} \sum_{n=1}^N \frac{C_n V_{jn}}{\lambda_n} (1 - \exp(-\lambda_n L^+)) \right|, \quad (2.17b)$$

ou  $H_2$  et  $H_3$  sont données respectivement par :

$$H_2 = \cos\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right) - H_1 \sin\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right), \quad (2.17c)$$

$$H_3 = \left(\frac{R_2^+ - 1}{\tilde{\beta}_w}\right) \left[ \sin\left(\frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1}\right) - \sin\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R^+ - 1}\right) - H_1 \left( \cos\left(\frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1}\right) - \cos\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right) \right) \right], \quad (2.17d)$$

$$\text{avec : } H_1 = \tan\left(\frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R^+ - 1}\right).$$

### b/ Cas de la conduite cylindrique

Dans le cas la conduite circulaire, l'énergie totale stockée dans le solide est donnée par:

$$U_{is} = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L (\rho C)_w \tilde{T}_w(x, r) r dr dx. \quad (2.18a)$$

En introduisant les groupes adimensionnels, nous obtenons:

$$U_{is} = 2R_1^3 (\rho C)_w \text{Re Pr} \int_1^{R_2^+} \int_0^{L^+} \eta \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (2.18b)$$

L'efficacité de stockage s'écrit :

$$\delta = 4\gamma R_1^2 \frac{\pi}{\tau^+} \left( \frac{\rho C}{k} \right)_w \left| \frac{H_6}{H_5} \sum_{j=1}^N \frac{\psi(\mu_j, 1)}{N_j^{1/2}} \sum_{n=1}^N \frac{C_n V_{jn}}{\lambda_n} (1 - \exp(-\lambda_n \xi_L)) \right|, \quad (2.18c)$$

ou  $H_5$  and  $H_6$  sont donnés respectivement par :

$$H_5 = J_0\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right) + H_4 Y_0\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right), \quad (2.18d)$$

$$H_6 = \left(\frac{R_2^+ - 1}{\tilde{\beta}_w}\right) \left[ R_2^+ J_1\left(\frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1}\right) - J_1\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right) + H_4 \left( R_2^+ Y_1\left(\frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1}\right) - Y_1\left(\frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1}\right) \right) \right], \quad (2.18e)$$

$$\text{avec : } H_4 = - \frac{J_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R^+ - 1} \right)}{Y_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R^+ - 1} \right)}. \quad (2.18f)$$

où  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1 respectivement, et  $Y_0$  et  $Y_1$  sont les fonctions de Bessel de deuxième espèce d'ordre 0 et 1 respectivement.

### 2.3.4 Validation du modèle mathématique

Afin de valider notre modèle mathématique nous comparons l'évolution de l'amplitude de la température moyenne le long de la conduite (cylindrique et plaques), dans les mêmes conditions de travail adoptées par Mansouri *et al.* [22] utilisant la méthode variationnelle de Ritz. La figure (2.3a) montre la variation axiale de l'amplitude de la température moyenne dans la conduite à plaques parallèles pour différents rapports de capacités thermiques fluide/solide. La figure (2.3b) affiche la même comparaison dans la conduite cylindrique. On constate que les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de la littérature [22].

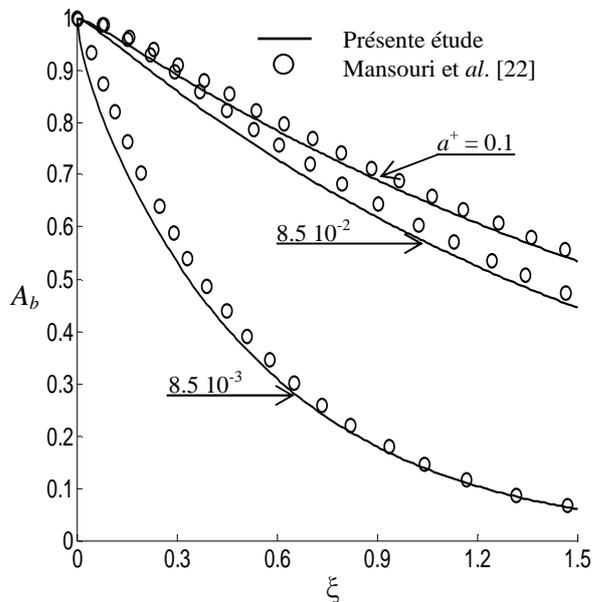


Fig. 2.3a : Amplitude de la température moyenne le long des plaques pour différentes épaisseurs de paroi.

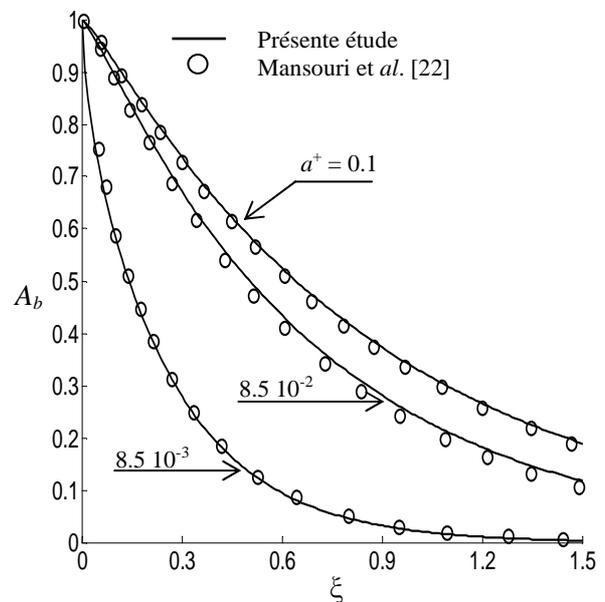


Fig. 2.3b : Amplitude de la température moyenne le long du tube pour différentes épaisseurs de paroi.

### 2.3.5 Résultats et commentaires

Les couples de matériaux utilisés sont donnés dans le tableau (2.1) ; En fixant la période du signal thermique d'entrée à  $\tau^+ = 24h$  et l'espacement entre plaques  $R_1 = 2 \text{ cm}$ , le problème consiste donc à définir la géométrie du système conduisant à un stockage optimal et un filtrage meilleur de la température du fluide à la sortie.

**Table. 2.1** : Propriétés thermophysiques des matériaux utilisés.

	$k \text{ (Wm}^{-1}\text{K}^{-1}\text{)}$	$C \text{ (J kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{)}$	$\rho \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	$\rho C \text{ (J m}^{-3}\text{K}^{-1}\text{)}$	$\nu \text{ (m}^2\text{s}^{-1}\text{)}$
Alumine	9.83			$3.32 \cdot 10^6$	
Brique	0.66			$1.428 \cdot 10^6$	
Silicium-carburé	490	675	3160		
Acier inoxydable	13.8	460	7817		
Air	$4.29 \cdot 10^{-2}$	1047	0.596	624	$4.92 \cdot 10^{-5}$
Huile ()	0.138	1800	869		$1.10 \cdot 10^{-5}$
Santotherm55	0.1104	2951	720	$2.072 \cdot 10^6$	$6.4 \cdot 10^{-7}$
Vapeur d'eau	0.04341	2013	0.384	773	$52.84\text{E-}6$
Eau	0.6	4182	998.2		$1.00510^{-6}$

La variation transitoire température moyenne du fluide caloporteur est représentée par la figure (2.4) pour différents matériaux de stockage et pour le deux cas : plaques parallèles et tube cylindrique à une distance axiale  $x = 10 \text{ m}$ . nous constatons que l'amplitude de la température moyenne est plus amorti pour le cas de la brique réfractaire. Ce qui signifie que l'énergie stockée est plus importante.

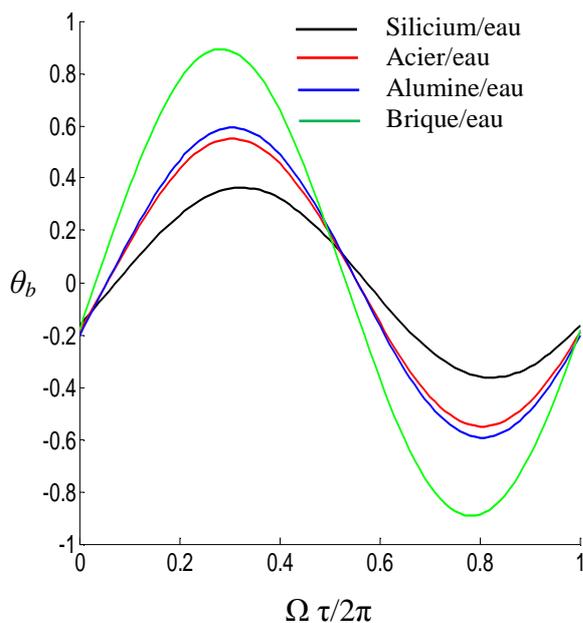


Fig. 2.4a : température moyenne du fluide entre les plaques à  $x = 10\text{m}$ ,  $\tau^+ = 24 \text{ h}$ ,  $\text{Re} = 500$ .

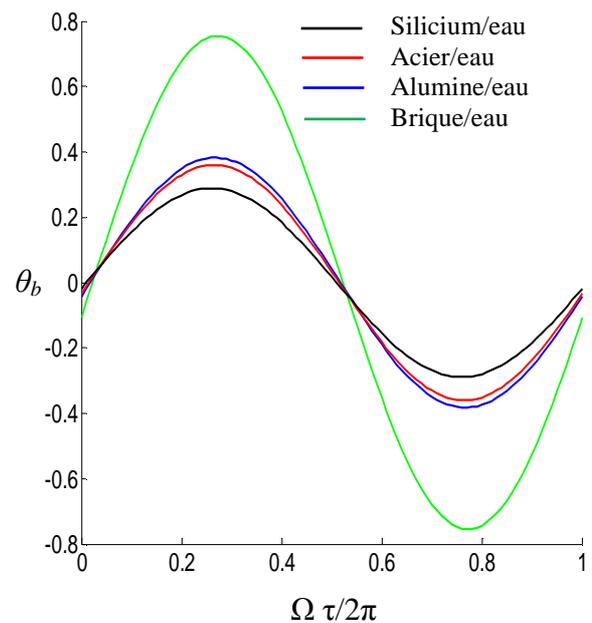


Fig. 2.4b : température moyenne du fluide dans le tube à  $x = 10\text{m}$ ,  $\tau^+ = 24 \text{ h}$ ,  $\text{Re} = 500$ .

La figure (2.5) montre une comparaison entre l'huile, l'eau, le Santotherm55 et l'air qui sont utilisés comme fluides caloporteurs dans les mêmes conditions. La figure (2.5a) montre que la meilleure efficacité de stockage est obtenue si on utilise l'air comme fluide caloporteur, mais cela ne signifie pas que la quantité d'énergie stockée sera aussi meilleure (cf. fig. 2.5b). Cette figure montre que l'utilisation de l'eau comme fluide caloporteur permet de stocker une plus grande quantité d'énergie. Ce phénomène est lié à la capacité thermique de chaque fluide caloporteur. L'air qui a une faible capacité thermique emmagasine une faible quantité d'énergie à l'entrée du conduit, cette énergie sera facilement stockée dans les parois ce qui donne une bonne efficacité de stockage. Le phénomène inverse se produit avec le remplacement de l'air par l'eau. D'autre part, on voit bien que l'eau donne une meilleure efficacité de stockage et une grande quantité d'énergie stockée comparativement à l'huile et le Santotherm55.

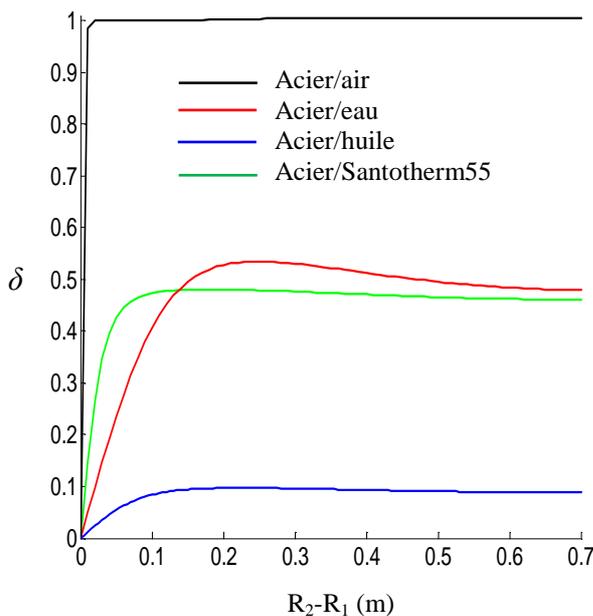


Fig. 2.5a : Efficacité du stockage dans les plaques pour différents fluides caloporteurs ( $Re=500$ ,  $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).

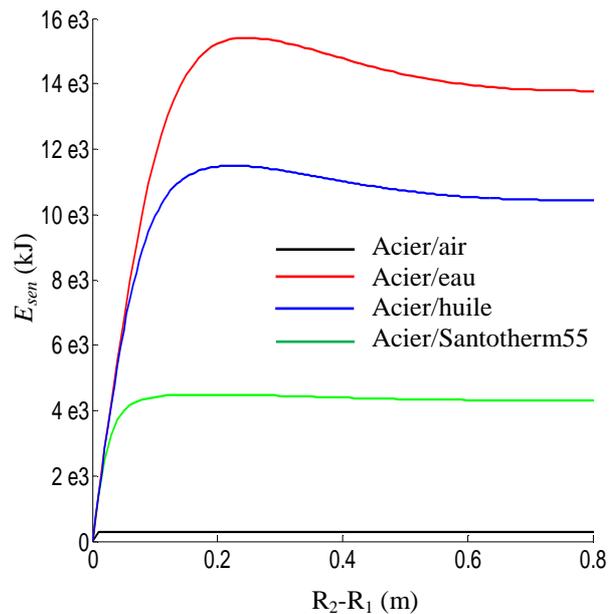


Fig. 2.5b : Energie stockée dans les plaques pour différents fluides caloporteurs ( $Re=500$ ,  $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).

Pour choisir le meilleur matériau de stockage, la figure (2.6) présente une comparaison entre le Silicium-carburé, l'Acier inoxydable, l'Alumine et la Brique-réfractaire qui sont utilisés dans les mêmes conditions opératoires ( $Re=500$ ,  $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^*=24h$ ) pour les deux configurations plaques-parallèles et conduit cylindrique.

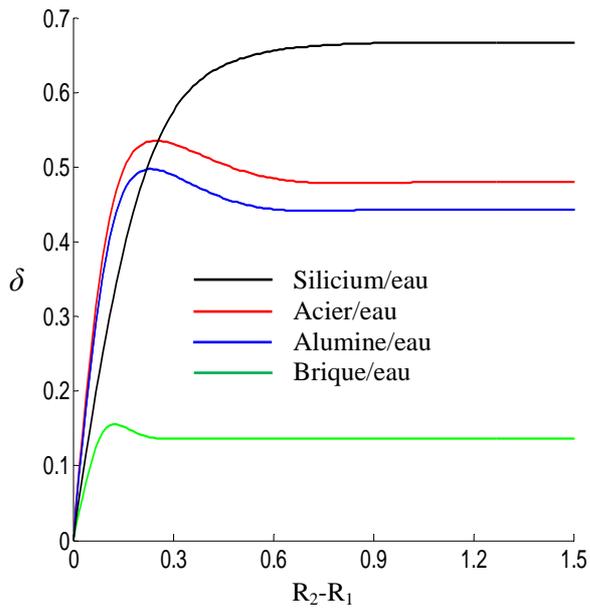


Fig. 2.6a : Efficacité de stockage dans les plaques pour différents matériaux.

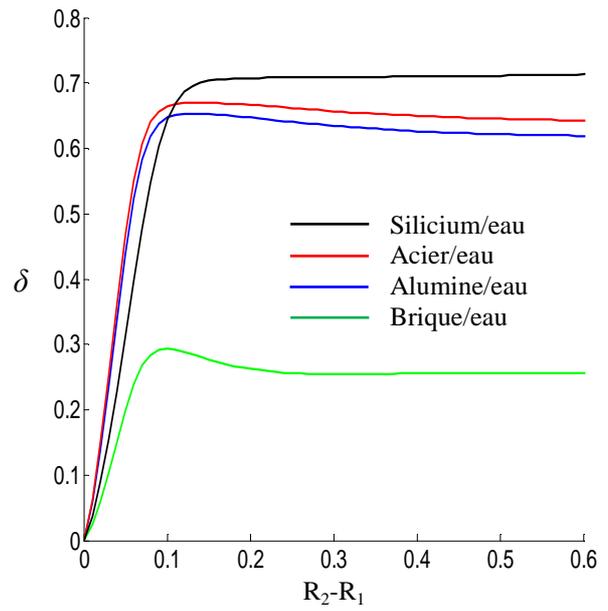


Fig. 2.6b : Efficacité de stockage dans les tubes pour différents matériaux.

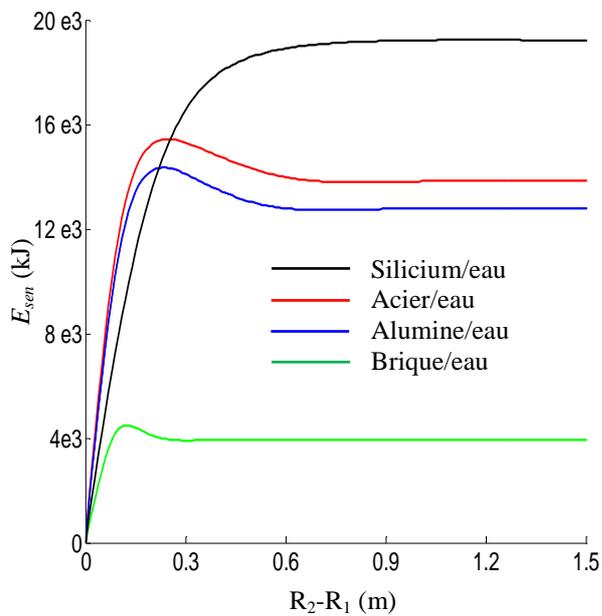


Fig. 2.6c : Energie stockée dans les plaques pour différents matériaux.

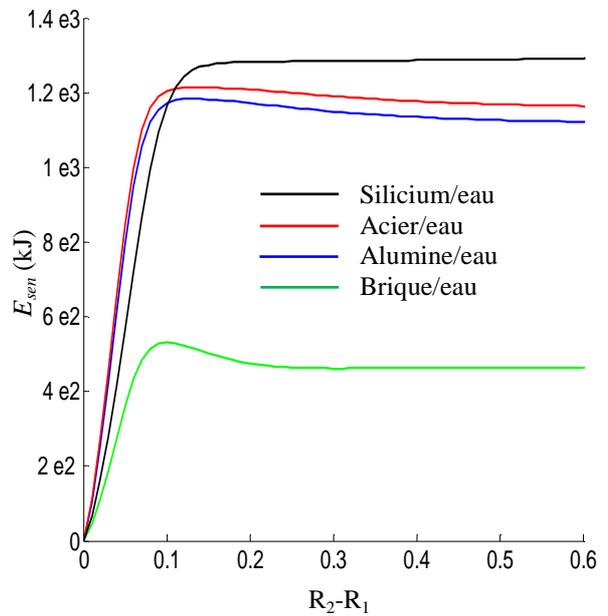


Fig. 2.6d : Energie stockée dans les tubes pour différents matériaux.

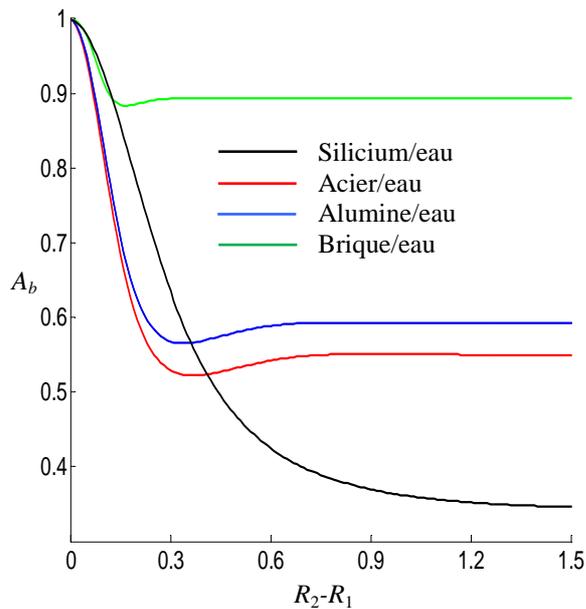


Fig. 2.6e : Amplitude de la température moyenne à la sortie pour différents matériaux de stockage, (cas des plaques parallèles).

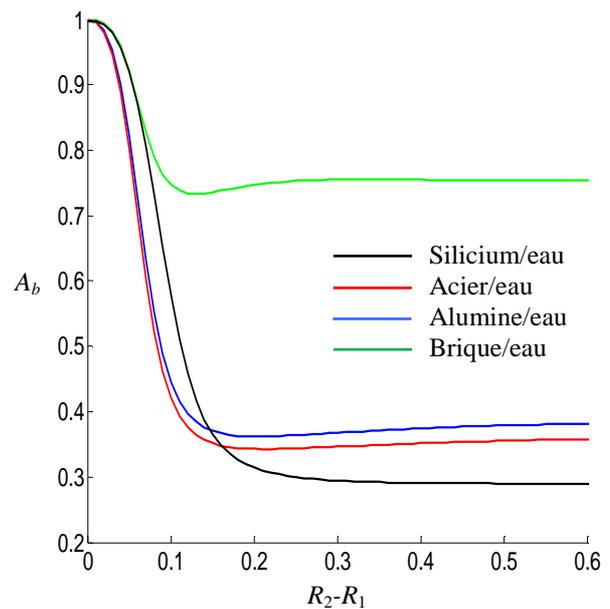


Fig. 2.6f : Amplitude de la température moyenne à la sortie pour différents matériaux de stockage. (cas du tube).

Les figures (2.6a) et (2.6b) montrent que l'efficacité de stockage est meilleure pour l'Acier inoxydable et l'alumine jusqu'à une certaine valeur limite de l'épaisseur de paroi (20cm pour les plaques et 10cm pour le tube). Au-delà de cette valeur, le Silicium-carburé devient meilleur matériau de stockage. Un comportement semblable est observé sur les figures (2.6c) et (2.6d) qui montrent l'énergie stockée en fonction de l'épaisseur de la paroi.

Les figures (2.6e) et (2.6f) présentent la variation de l'amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur de la paroi. Il est clair que le signal thermique est bien filtré si on utilise le Silicium-carburé comme matériau de stockage. Donc, dans le reste de ce chapitre nous étudions l'influence des autres paramètres tels que la période du signal thermique, la longueur du conduit et le nombre de Reynolds en utilisant le couple de matériaux Silicium-carburé/eau.

L'influence de la période du signal thermique à l'entrée sur l'efficacité de stockage, l'énergie stockée et l'amplitude de la température moyenne à la sortie de la conduite est présentée sur la figure (2.7), pour les plaques-parallèles et le conduit cylindrique. Sur les figures

(2.7a) et (2.7b), nous constatons qu'avec une faible période le rendement de stockage arrive à sa valeur maximale pour une faible épaisseur de paroi. Ce résultat est prévisible car pour les petites périodes l'énergie transportée par le fluide à l'entrée est faible, ce qui nécessite moins d'espace de stockage (faible épaisseur). D'ailleurs, l'augmentation de la période et de l'épaisseur de la paroi augmentent l'énergie stockée, cf. fig. (2.7c)-(2.7b).

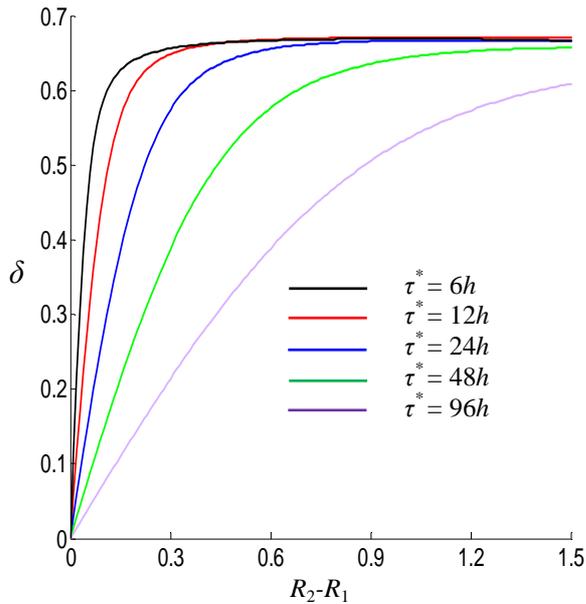


Fig. 2.7a : Efficacité de stockage dans les plaques pour différentes périodes.

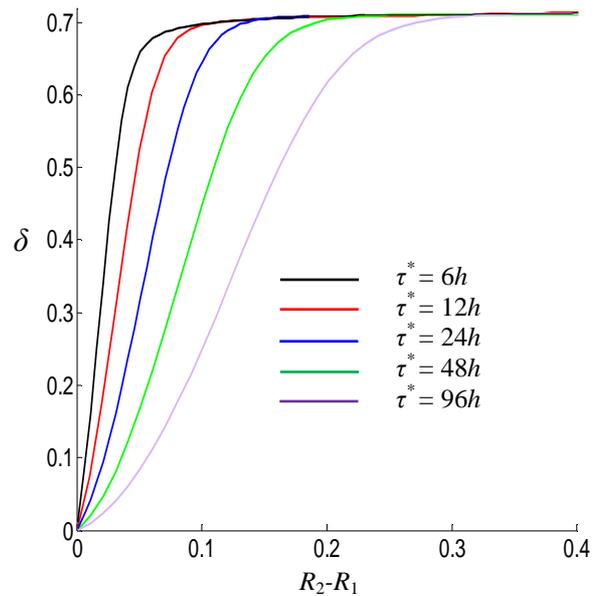


Fig. 2.7b : Efficacité de stockage dans le tube pour différentes périodes.

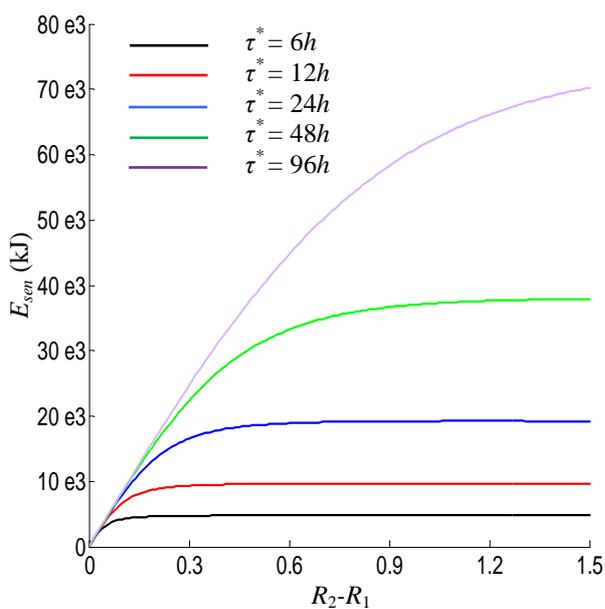


Fig. 2.7c : Energie stockée dans les plaques pour différentes périodes.

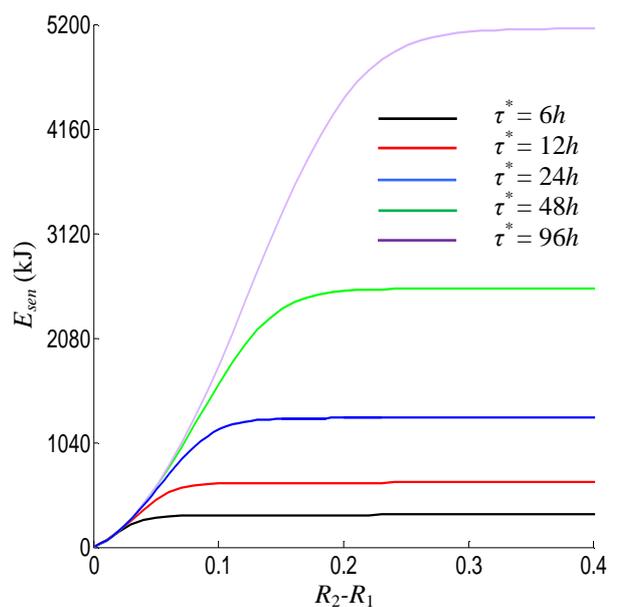


Fig. 2.7d : Energie stockée dans le tube pour différentes périodes.

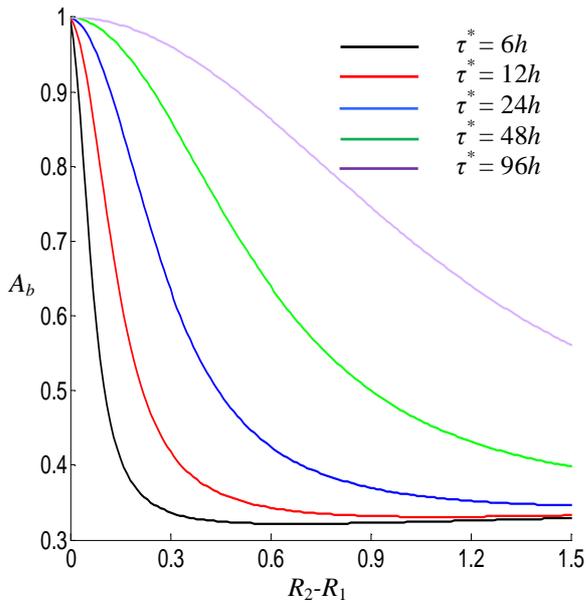


Fig. 2.7e : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques pour différentes périodes.

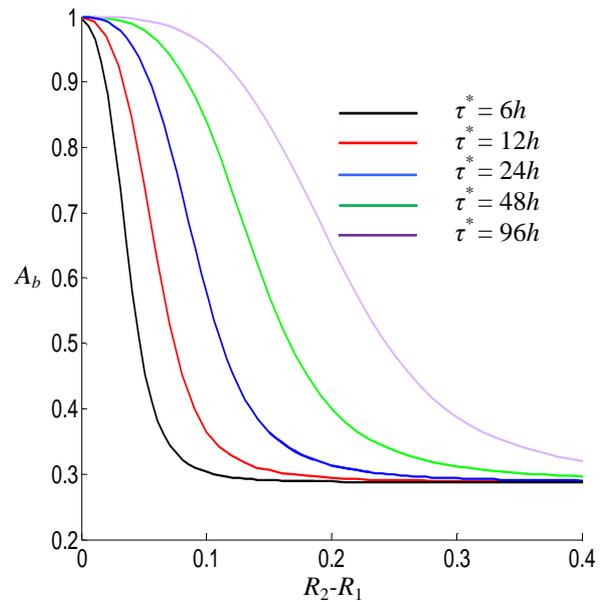


Fig. 2.7f : Amplitude de la température moyenne à la sortie du tube pour différentes périodes.

Les figures (2.7e) et (2.7f) présentent l'amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur pour différentes périodes. Ces figures révèlent que le signal thermique est rapidement amorti pour les faibles périodes, puisque l'énergie thermique transportée par le fluide est faible et facile à être stockée dans les parois.

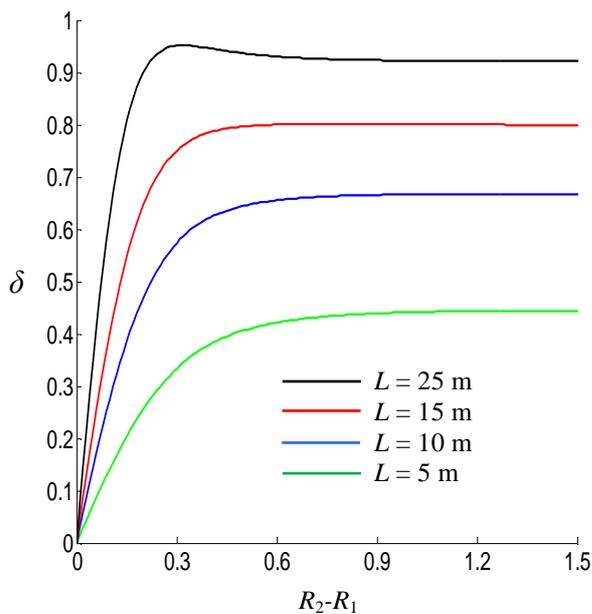


Fig. 2.8a : Efficacité de stockage pour différentes longueurs des plaques.

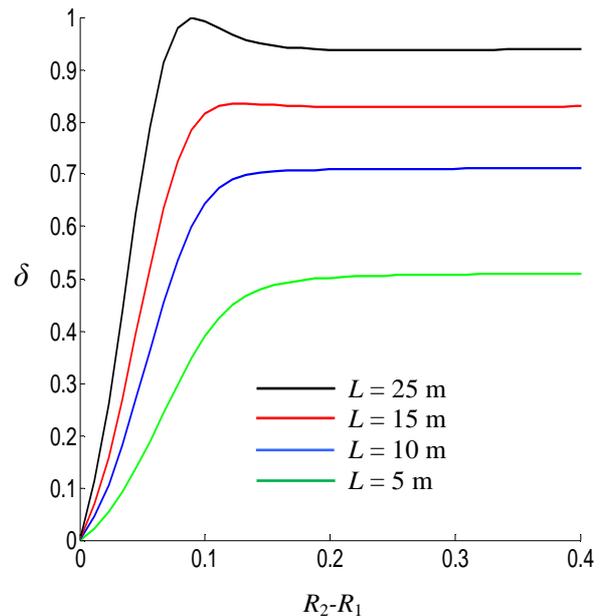


Fig. 2.8b : Efficacité de stockage pour différentes longueurs du tube.

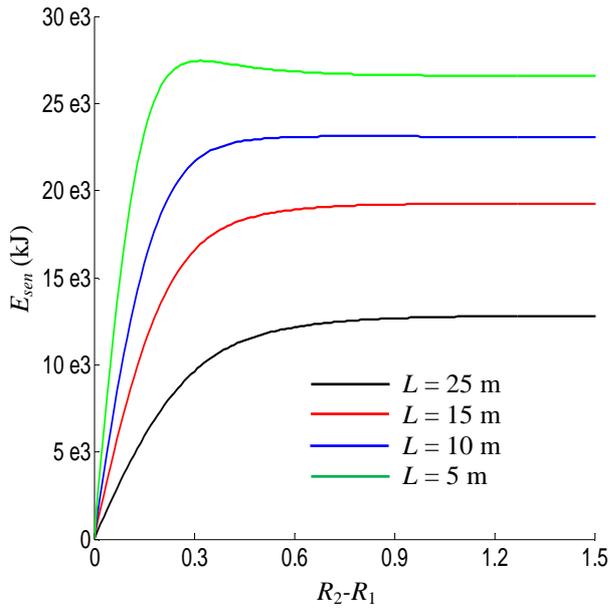


Fig. 2.8c : Energie stockée pour différentes longueurs de plaques.

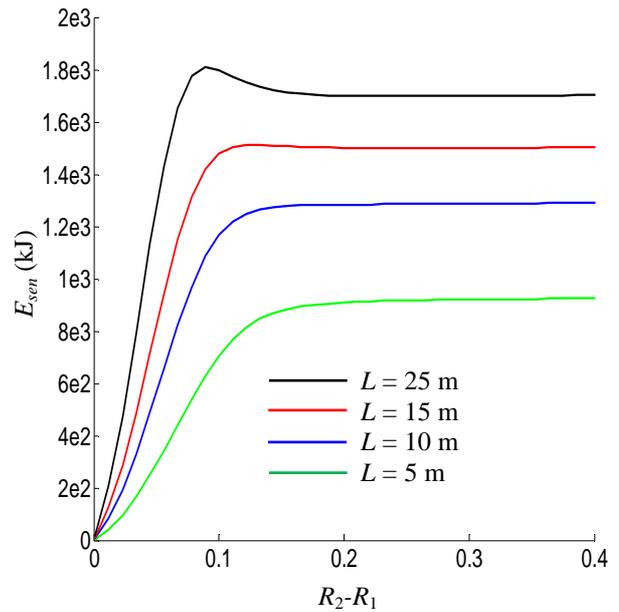


Fig. 2.8d : Energie stockée pour différentes longueurs du tube.

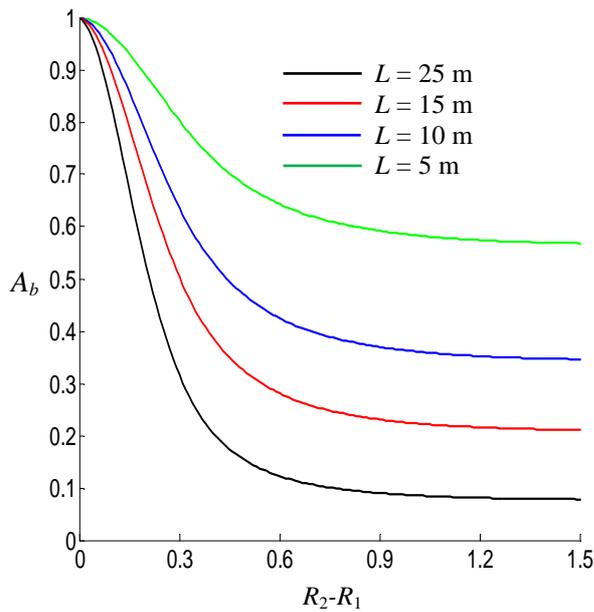


Fig. 2.8e : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques.

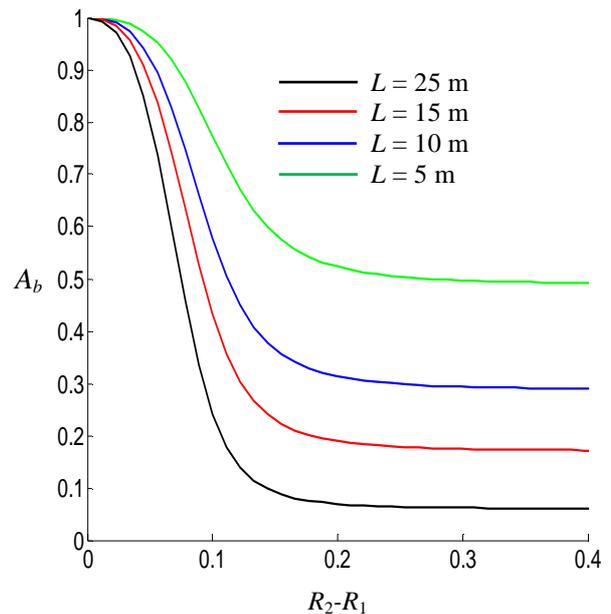


Fig. 2.8f : Amplitude de la température moyenne à la sortie du tube.

Les effets de la longueur du conduit sur l'efficacité de stockage, l'énergie stockée et l'amplitude de la température moyenne sont présentés sur la figure (2.8). Il est clair qu'une augmentation de la longueur de la conduite engendre une augmentation de la surface d'échange ( $S = 2 L_0 L$  ou  $2\pi R_1 L$ ) et le volume de stockage ( $V = 2 L_0 (R_2 - R_1) L$  ou  $\pi (R_2^2 - R_1^2) L$ ) ce qui engendre une

augmentation de l'efficacité de stockage et la chaleur sensible accumulée dans la paroi du conduit. Donc, plus le conduit est long, plus le signal thermique à sortie est amorti, cf. fig. (2.8e)-(2.8f).

L'effet du nombre de Reynolds sur l'efficacité de stockage  $\delta$ , pour le couple Silicium-carburé/eau est montré sur les figures (2.9a) et (2.9b), respectivement pour les plaques parallèles et le conduit cylindrique de longueur  $L = 10\text{m}$  et une période  $\tau^* = 24\text{h}$ . L'efficacité de stockage est définie par le rapport entre l'énergie stockée et l'énergie transportée par le fluide à l'entrée de la conduite. D'une part, L'augmentation du nombre de Reynolds favorise l'échange thermique entre la paroi et le fluide caloporteur, ce qui augmente l'énergie stockée dans la paroi. D'autre part, avec un nombre de Reynolds élevé, le fluide caloporteur peut emmagasiner une quantité d'énergie importante, cf. fig. (2.9a)-(2.9b). Dans ce cas, si on compare l'augmentation de l'énergie stockée par rapport à l'énergie transportée par le fluide, on trouve que cette dernière est plus importante, ce qui explique la diminution de l'efficacité de stockage avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Pour un nombre de Reynolds donné, l'augmentation de l'épaisseur de la paroi engendre une augmentation de l'efficacité du stockage thermique jusqu'à une certaine valeur limite. Au-delà de cette valeur asymptotique, l'efficacité devient insensible à l'augmentation de l'épaisseur de la paroi.

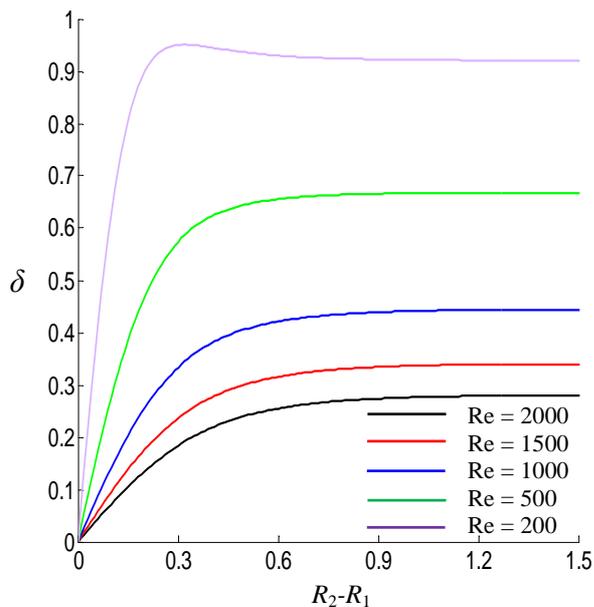


Fig. 2.9a : Efficacité de stockage dans les plaques pour différentes valeurs de Re ( $L=10\text{m}$ ,  $R_1=2\text{cm}$  et  $\tau^+=24\text{h}$ ).

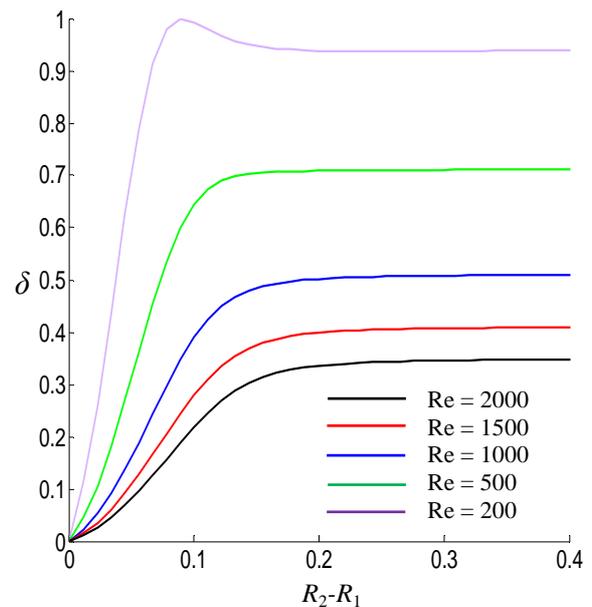


Fig. 2.9b : Efficacité de stockage dans le tube pour différentes valeurs Re ( $L=10\text{m}$ ,  $R_1=2\text{cm}$  et  $\tau^+=24\text{h}$ ).

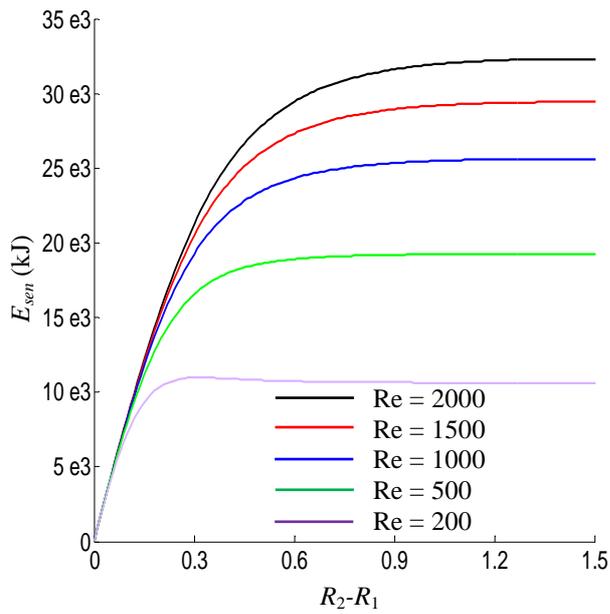


Fig. 2.9c : Energie stockée dans les plaques pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).

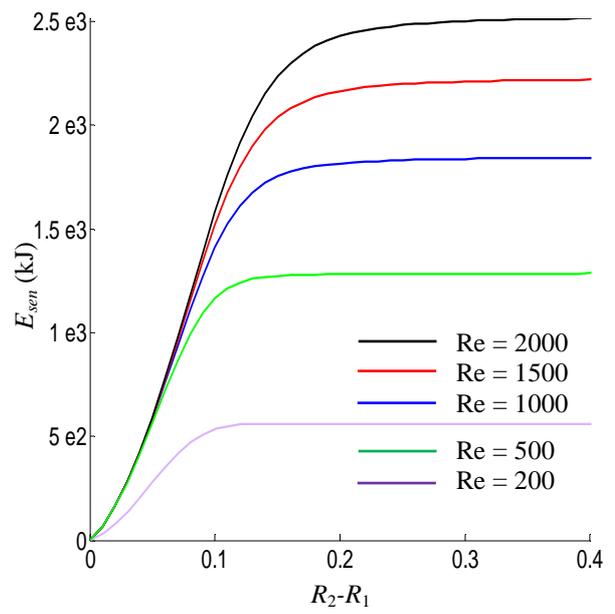


Fig. 2.9d : Energie stockée dans les tubes pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau^+=24h$ ).

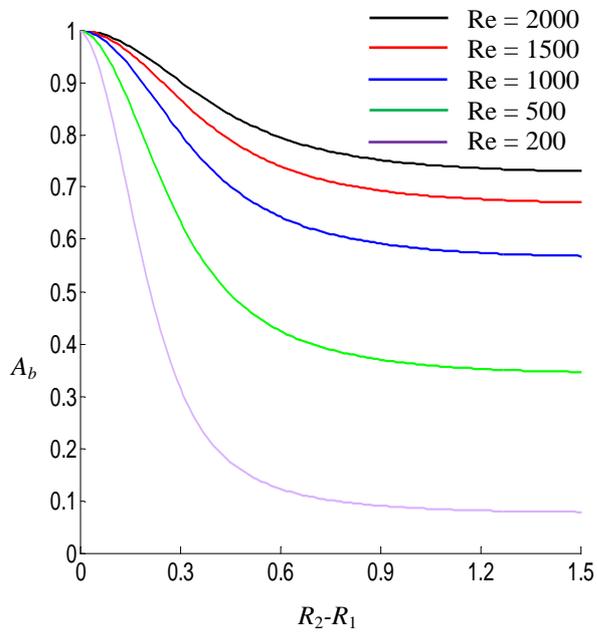


Fig. 2.9e : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$ ,  $\tau^+ = 24h$ ).

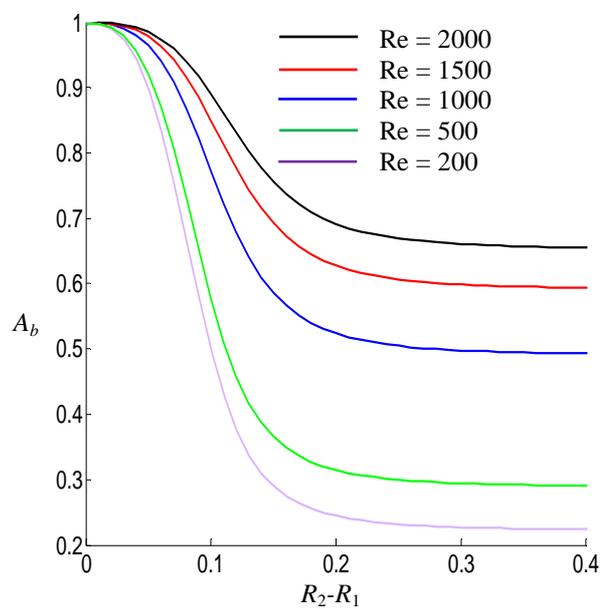


Fig. 2.9f : Amplitude de la température moyenne à la sortie des plaques ( $L=10m$ ,  $R_1=2cm$ ,  $\tau^+ = 24h$ ).

## 2.4 Cas II : étude du stockage en régime turbulent

### 2.4.1 Formulation mathématique

Le modèle mathématique, décrivant la convection forcée en régime turbulent peut être écrit sous forme dimensionnelle telle que:

*Région fluide :*

$$\frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial t} + u(r) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} = \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^m (\alpha_f + \varepsilon_h) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2.19a)$$

$$T_f(0, r, t) = T_0 + \Delta T \exp(i\omega t) \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad t > 0, \quad (2.19b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad x > 0, \quad t > 0. \quad (2.19c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^m \frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_w} \frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial t} \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (2.19d)$$

$$k_w \frac{\partial T_w(x, r, t)}{\partial r} = 0, \quad r = R_2 \quad x > 0, \quad t > 0. \quad (2.19e)$$

*Interface solide fluide :*

$$k_f \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_s(x, r, t)}{\partial r}, \quad r = R_1 \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (2.19f)$$

$$T_f(x, r, t) = T_w(x, r, t), \quad r = R_1 \quad x > 0, \quad t > 0. \quad (2.19g)$$

En introduisant les paramètres adimensionnels cités au régime laminaire, le problème s'écrit sous forme adimensionnelle :

*Région fluide :*

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \varepsilon(\eta) \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right), \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (2.20a)$$

$$\theta_f(0, \eta, \tau) = \exp(i\Omega \tau), \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \tau > 0, \quad (2.20b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0. \quad (2.20c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \theta_w(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right) = \Gamma \frac{\partial \theta_w(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} \quad 1 < \eta < R_2^+, \quad \xi > 0, \quad t > 0, \quad (2.20d)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = R_2^+, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0. \quad (2.20e)$$

*Interface solide fluide :*

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \gamma \frac{\partial \theta_w(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta}, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0, \quad (2.20f)$$

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = \theta_w(\xi, \eta, \tau), \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0. \quad (2.20g)$$

$$\text{avec: } \varepsilon(\eta) = 1 + \frac{\varepsilon_h}{\alpha_f} = 1 + \frac{\text{Pr} \varepsilon_m}{\text{Pr}_f \nu}.$$

Les modèles utilisés pour les profils des vitesses  $W(\eta)$  et la viscosité turbulente  $\varepsilon(\eta)$  sont données en Annexe (1). Dans cette étude, on s'intéresse au régime périodique établi. La température de fluide et de solide sont écrites en notation complexe sous la forme :

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \exp(i\Omega \tau), \quad (2.21a)$$

$$\theta_w(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) \exp(i\Omega \tau). \quad (2.21a)$$

En introduisant les expressions (2.21a) et (2.21b) dans le système (2.20), on obtient le système suivant:

*Région fluide :*

$$W(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \varepsilon(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) - i\Omega \tilde{\theta}_f(\xi, \eta), \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0 \quad (2.22a)$$

$$\tilde{\theta}_f(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (2.22b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0. \quad (2.22c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \tilde{\theta}_w(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) = 2i \left( \frac{\beta_w}{R^* - 1} \right)^2 \tilde{\theta}_w(\xi, \eta), \quad 1 < \eta < R_2^+, \quad \xi > 0, \quad (2.22d)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_w(\xi, \eta)}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = R_2^+, \quad \xi > 0. \quad (2.22e)$$

*Interface solide fluide :*

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \gamma \frac{\partial \tilde{\theta}_w(\xi, \eta)}{\partial \eta}, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (2.22f)$$

$$\tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \tilde{\theta}_w(\xi, \eta), \quad \eta = 1, \quad \xi > 0. \quad (2.22g)$$

### 2.4.2 Méthode de résolution

En introduisant le paramètre complexe  $\tilde{\beta}_w = \beta_w(1-i)$ , la distribution de température dans le solide est mentionnée en annexe (2). La distribution de température dans la veine fluide est calculée par la résolution du système suivant :

$$W(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \varepsilon(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) - i\Omega \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0 \quad (2.23a)$$

$$\tilde{\theta}_f(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (2.23b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad (2.23c)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} + \tilde{H} \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (2.23d)$$

où :  $\tilde{H} = R_H + i_H$ .

Un problème auxiliaire aux valeurs propres est obtenu à partir du système complexe originale (2.23) tel que :

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{d}{d\eta} \left( \eta^m \varepsilon(\eta) \frac{d\psi(\mu_n, \eta)}{d\eta} \right) + \mu_n^2 W(\eta) \psi(\mu_n, \eta) = 0, \quad 0 < \eta < 1, \quad (2.24a)$$

$$\left. \frac{d\psi(\mu_n, \eta)}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \eta = 0, \quad (2.24b)$$

$$\frac{\partial \psi(\mu_n, \eta)}{\partial \eta} + R_H \psi(\mu_n, \eta) = 0, \quad \eta = 1. \quad (2.24c)$$

En utilisant les fonctions propres ( $\psi(\mu_k, \eta)$ ), nous définissons la transformé intégrale paire suivante :

$$\text{Inversion :} \quad \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_n^{1/2}} \psi(\mu_n, \eta) \bar{\theta}_n(\xi). \quad (2.25a)$$

$$\text{Transformée :} \quad \bar{\theta}_n(\xi) = \int_0^1 W(\eta) \frac{\psi(\mu_n, \eta)}{N_n^{1/2}} \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) d\eta. \quad (2.25b)$$

Normalisation : 
$$N_n = \int_0^1 W(\eta) [\psi(\mu_n, \eta)]^2 d\eta. \tag{2.25c}$$

En multipliant l'équation (2.23a) par le terme :

$$\int_0^1 \eta^m \frac{\psi(\mu_n, \eta)}{N_n^{1/2}} d\eta,$$

le problème aux valeurs propres (2.24), les équations (2.24c) et (2.23d) sont utilisées pour obtenir l'équation ci-dessous :

$$\frac{d\bar{\bar{\theta}}_n(\xi)}{d\xi} + \mu_n^2 \bar{\bar{\theta}}_n(\xi) + i\Omega \sum_{j=1}^{\infty} a_{nj}^* \bar{\bar{\theta}}_j(\xi) = 0, \tag{2.26a}$$

avec :

$$a_{nj}^* = a_{jn}^* = \frac{1}{(N_n N_j)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon(1) \psi(\mu_n, 1) \psi(\mu_j, 1) G_H}{\Omega} + \int_0^1 \psi(\mu_n, \eta) \psi(\mu_j, \eta) d\eta \right). \tag{2.26b}$$

La condition d'entrée est donnée par :

$$\bar{\bar{\theta}}_n(0) = f_n = \int_0^1 W(\eta) \frac{\psi(\mu_n, \eta)}{N_n^{1/2}} d\eta. \tag{2.26c}$$

Le système (2.26) forme un ensemble infini d'équations différentielles linéaire de premier ordre. Cet ensemble peut être remplacé par un nombre fini d'équations couplées si un nombre de termes suffisamment grand est considéré dans la sommation qui apparaît dans l'équation (2.26a). L'équation (2.26a) s'écrit sous forme matricielle :

$$\{X'(\xi)\} + [A]\{X(\xi)\} = 0, \tag{2.27a}$$

avec la condition aux limites :

$$\{X(0)\} = \{f\} \tag{2.27b}$$

où l'indice prime ('), dénote la première dérivé par apport à  $\xi$ , les vecteurs  $\{X(\xi)\}$  et  $\{f\}$  sont définis par :

$$\{X(\xi)\} = \left[ \bar{\bar{\theta}}_1(\xi), \bar{\bar{\theta}}_2(\xi), \dots, \bar{\bar{\theta}}_N(\xi) \right]^T \tag{2.27c}$$

$$\{f\} = \{f_1, f_2, \dots, f_N\} \tag{2.27d}$$

Les éléments ( $a_{kj}$ ) de la matrice [A] sont définis par :

$$(a_{nj}) = (\delta_{nj}\mu_n^2 + i\Omega a_{nj}^*), \quad n, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.27e)$$

$a_{nj}^*$  est défini par l'équation (2.26b) et  $\delta_{nj}$  est le symbole de Kronecker qui s'écrit :

$$\delta_{nj} = \begin{cases} 0 & k \neq j \\ 1 & k = j \end{cases} \quad (2.27f)$$

Pour résoudre le système (2.27), nous supposons que la matrice  $[A]$  a un ensemble de  $N$  vecteurs propres linéairement indépendants. Nous cherchons une solution de la forme :

$$\{X(\xi)\} = \{V\} e^{-\lambda\xi}, \quad (2.28)$$

où les valeurs propres et les vecteurs propres, respectivement  $\lambda$  et  $\{V\}$  seront calculés.

En introduisant l'équation (2.28) dans l'équation (2.27a), nous obtenons le système d'équations algébriques homogènes suivant :

$$\{[A] - \lambda[I]\}\{V\} = 0. \quad (2.29)$$

$[I]$  est la matrice unitaire. L'équation (2.29) permet de déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice complexe  $[A]$ . La solution du problème (2.27) peut être écrite sous forme d'une combinaison linéaire des solutions fondamentales sous la forme :

$$\{X(\xi)\} = c_1 \{X^{(1)}(\xi)\} + \dots + c_N \{X^{(N)}(\xi)\} \quad (2.30a)$$

ou

$$\{X(\xi)\} = c_1 \{V^{(1)}\} e^{-\lambda_1\xi} + \dots + c_N \{V^{(N)}\} e^{-\lambda_N\xi}. \quad (2.30b)$$

Les vecteurs  $\{X^{(1)}\}, \{X^{(2)}\}, \dots, \{X^{(N)}\}$  forment l'ensemble des solutions fondamentales de l'équation (2.27). Le système équations (2.30b) peut être écrit sous la forme :

$$\{X(\xi)\} = [\Psi(\xi)]\{C\} \quad (2.30c)$$

$[\Psi(\xi)]$  est la matrice fondamentale du système (2.26), elle est définie par :

$$[\Psi(\xi)] = \begin{bmatrix} v_1^{(1)} e^{-\lambda_1\xi} & \cdot & \cdot & \cdot & v_1^{(N)} e^{-\lambda_N\xi} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ v_N^{(1)} e^{-\lambda_1\xi} & \cdot & \cdot & \cdot & v_N^{(N)} e^{-\lambda_N\xi} \end{bmatrix}$$

Pour déterminer les constantes d'intégration  $\{C\}$ , il faut satisfaire la condition aux limites (2.27b) et obtenir le système d'équations algébriques linéaires suivant :

$$[\Psi(0)]\{C\} = \{f\} \quad (2.31a)$$

$$[\Psi(0)] = [v_n^{(j)}] \quad k, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.31b)$$

où  $v_n^{(j)}$  sont les éléments de la matrice  $[\Psi(0)]$ .

Connaissant les valeurs propres, les vecteurs propres et les coefficients  $\{C\}$ , la fonction  $\{X(\xi)\}$  (représente la distribution de température transformée  $\bar{\theta}_n(\xi)$ ) peut être déterminée ; Ainsi la fonction  $\tilde{\theta}_f(\xi, \eta)$  est également obtenue par la formule inverse (2.25a). En notant que la température adimensionnelle  $\theta_f(\xi, \eta, \tau)$  est reliée à la fonction  $\tilde{\theta}_f(\xi, \eta)$  par l'équation (2.21a), la température moyenne est évaluée à partir de sa définition :

$$\bar{\theta}_b(\xi) = (m+1) \int_0^1 \eta^m W(\eta) \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) d\eta. \quad (2.31d)$$

La distribution des températures et la température de mélange peuvent être écrites respectivement en coordonnées polaires tels que :

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = A(\xi, \eta) \exp\{i[\Omega \tau + \phi(\xi)]\} \quad (2.32a)$$

$$\theta_b(\xi, \tau) = A_b(\xi) \exp\{i[\Omega \tau + \phi_b(\xi)]\}, \quad (2.32b)$$

$A(\xi, \eta)$  et  $\phi(\xi)$  sont respectivement l'amplitude et le déphasage.

### 2.4.3 Bilan énergétique et fonction de stockage

- **Pour les plaques parallèles**

L'énergie totale stockée dans le solide est donnée par:

$$U_{is} = \frac{1}{2} L_0 R_1^2 (\rho C)_w \text{Re Pr} \int_1^{R_2^+} \int_0^{L^+} \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (2.33a)$$

L'efficacité de stockage est donnée par :

$$\delta = 2 \gamma R_1^2 \frac{\pi}{\tau^+} \left( \frac{\rho C}{k} \right)_w \left| \frac{H_3}{H_2} \sum_{n=0}^N \frac{1}{N_n^{1/2}} \psi(\mu_n, 1) \int_0^{L^+} \bar{\theta}_n(\xi) d\xi \right|. \quad (2.33b)$$

• **Conduite cylindrique**

L'énergie totale stockée dans le solide est donnée par:

$$U_{is} = 2R_1^3 (\rho C)_w \text{Re Pr} \int_1^{R_1^+} \int_0^{L^+} \eta \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (2.33c)$$

L'efficacité de stockage est donnée par:

$$\delta = 4\gamma R_1^2 \frac{\pi}{\tau^+} \left( \frac{\rho C}{k} \right)_w \left| \frac{H_6}{H_5} \sum_{n=0}^N \frac{1}{N_n^{1/2}} \psi(\mu_n, 1) \int_0^{L^+} \bar{\theta}_n(\xi) d\xi \right|. \quad (2.33d)$$

**2.4.4 Validation du modèle mathématique**

Dans le but de valider notre modèle mathématique, les figures (2.10a) et (2.10b) montrent une comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux obtenus par Kakaç et Li [4] dans le cas particulier d'une paroi isotherme. La géométrie considérée est un conduit constitué de deux plaques parallèles d'épaisseur  $l$ , séparées par une distance  $2R_1$ , et parcouru par un écoulement fluide en régime turbulent dont la température d'entrée varie périodiquement. Les faces extérieures des parois échangent avec le milieu extérieur à température constante  $T_\infty$ . La comparaison des résultats relève une bonne satisfaction sur le plan de la précision.

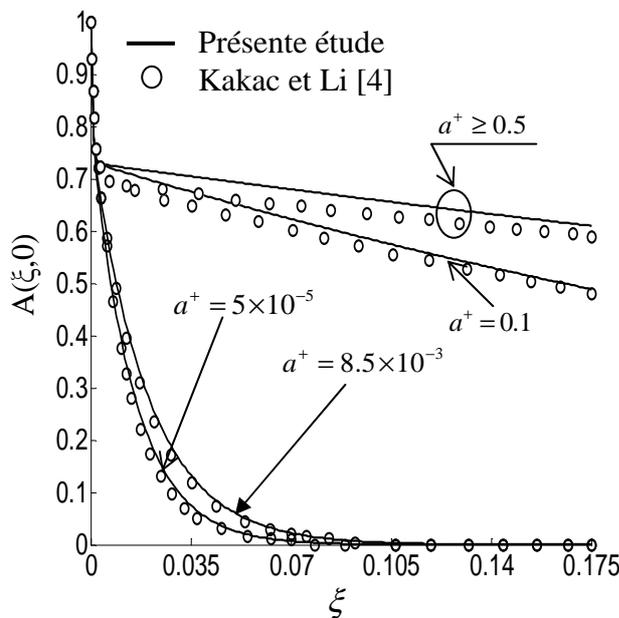


Fig. 2.10a : Amplitude de la température axiale pour différents rapports de capacité thermique ( $Bi_{ext} = 1$ ,  $Re = 10^5$  et  $\Omega = 1$ ).

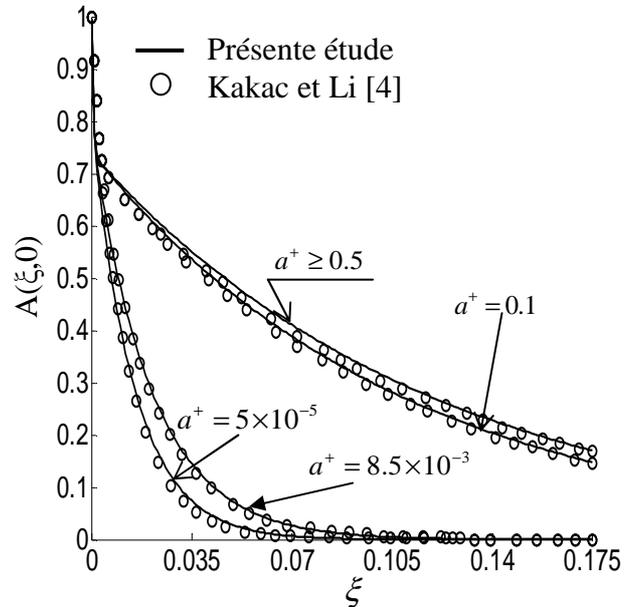


Fig. 2.10b : Amplitude de la température axiale pour différents rapports de capacité thermique ( $Bi_{ext} = 10$ ,  $Re = 10^5$  et  $\Omega = 1$ ).

### 2.4.5 Résultats et commentaires

Dans cette partie du travail, l'eau en écoulement prise à température de 300 °C est utilisée comme fluide caloporteur circulant en régime turbulent. Ses propriétés thermophysiques sont mentionnées dans le tableau (2.1).

La pertinente propriété thermophysique du matériau de stockage est spécifiquement la capacité thermique, qui détermine la masse totale nécessaire pour stocker une certaine quantité d'énergie. La figure (2.11) illustre l'effet de l'épaisseur de la paroi sur l'amplitude de la température moyenne à la sortie du conduit pour différentes longueurs de plaques ( $L= 4, 8$  et  $15\text{m}$ ), avec  $Re=10^5$ , et  $\tau^* =24$  h pour deux types de matériaux, Silicium-carburé et l'Acier inoxydable. La différence entre ces deux cas est claire, pour le premier couple fluide/solide (Acier/vapeur) le rapport de capacité thermique ( $a^+ = (C\rho)_f R_1 / (\rho C)_s (R_2 - R_1)$ ) est plus petit que pour le deuxième couple ( $a_{\text{Silicium/Vapeur}}^+ / a_{\text{Acier/Vapeur}}^+ = 1.69$ ) alors, l'amplitude de la température moyenne à la sortie est rapidement amorti pour le couple Acier/vapeur que pour le couple Silicium/Vapeur. Pour une grande capacité thermique de paroi ( $a^+$  petit), une grande quantité d'énergie est stockée dans la paroi et le signal thermique est rapidement amorti après une petite distance axiale. D'autre part, pour les plus petites valeurs de capacité thermique de la paroi, la quantité d'énergie collectée est moins importante et la température moyenne à la sortie diminue légèrement. Aussi, pour le couple Acier/Vapeur les courbes de la température moyenne à la sortie sont aplaties dans la région où l'épaisseur de la paroi est supérieure de 0.6m. Par contre, pour le couple Silicium/Vapeur, la température moyenne à la sortie diminue de façon monotone avec l'augmentation de l'épaisseur de la paroi.

Un comportement semblable est observé dans le cas du tube circulaire, cf. fig. (2.11b) avec une diminution importante de l'amplitude de la température moyenne, même pour une petite épaisseur de paroi. Le signal thermique est rapidement amorti le long du conduit, comparativement au cas de deux plaques parallèles.

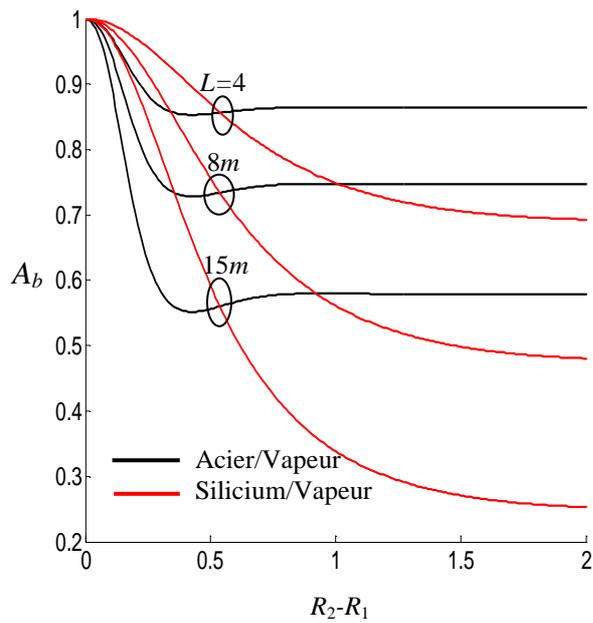


Fig. 2.11a: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).

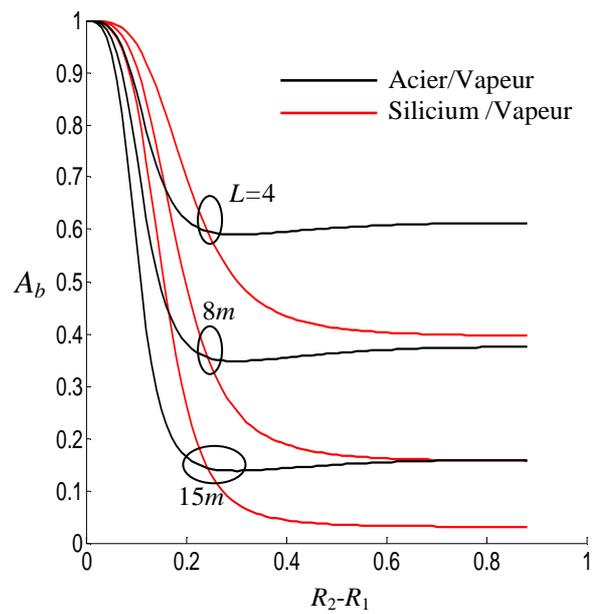


Fig.2.11b: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ )

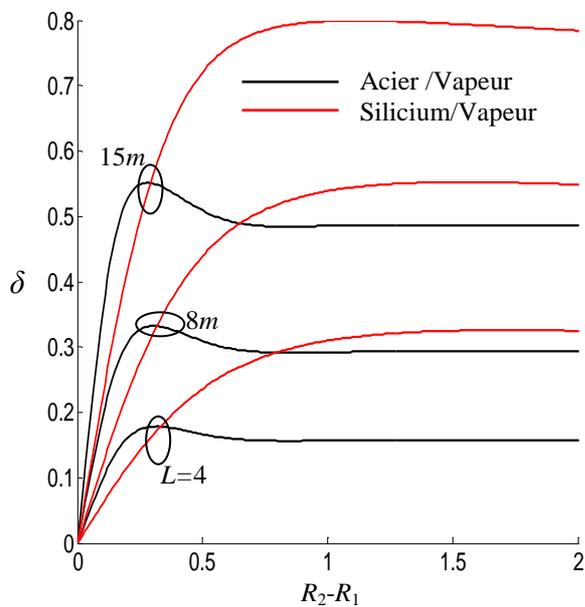


Fig. 2.12a: Efficacité du stockage en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ ).

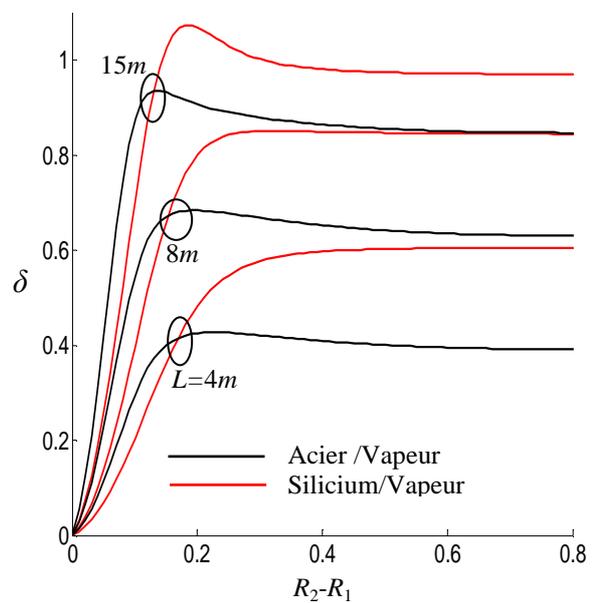


Fig. 2.12b: Efficacité en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $L$  ( $Re=10^5$ ,  $\tau=24h$  et  $R_1=2cm$ )

Du point de vue stockage de chaleur, la fonction  $\delta$  augmente pour l'Acier plus rapidement que le Silicium jusqu'à une valeur limite où ce comportement devient insensible à l'épaisseur de la paroi (cf. figes. 2.12). Pour le Silicium carburé, l'efficacité de stockage augmente toujours avec l'épaisseur. La chaleur stockée devient par conséquent plus importante pour le cas du Silicium. L'augmentation de la longueur de la plaque engendre une augmentation de la surface d'échange ce qui augmente la chaleur sensible accumulée dans la paroi du conduit.

L'évolution de l'amplitude de la température moyenne à la sortie et l'efficacité du stockage thermique ont été étudié pour plusieurs valeurs d'espacement entre plaques  $2 \times R_1$  (ou rayon intérieur du conduit cylindrique  $R_1$ ) pour  $L = 8\text{m}$ ,  $Re=10^5$  et  $\tau^* = 24\text{ h}$ . La figure (2.13) montre qu'avec le couple Silicium/Vapeur, l'augmentation du Rayon  $R_1$  induit une diminution de l'efficacité  $\delta$ .

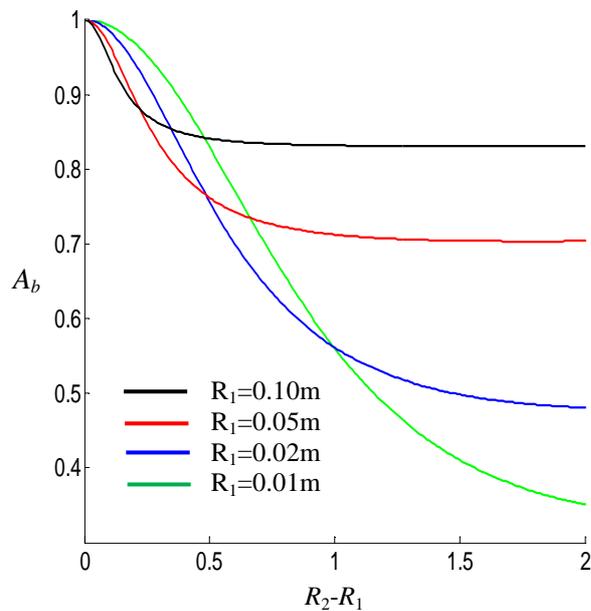


Fig. 2.13a: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $R_1$ .

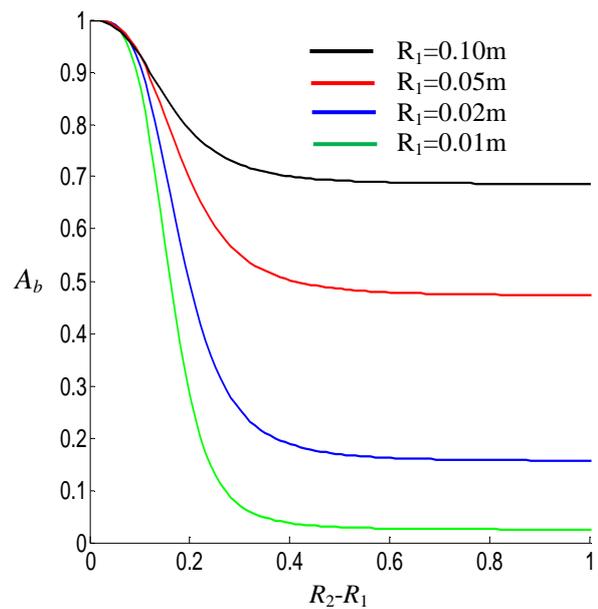


Fig. 2.13b: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $R_1$ .

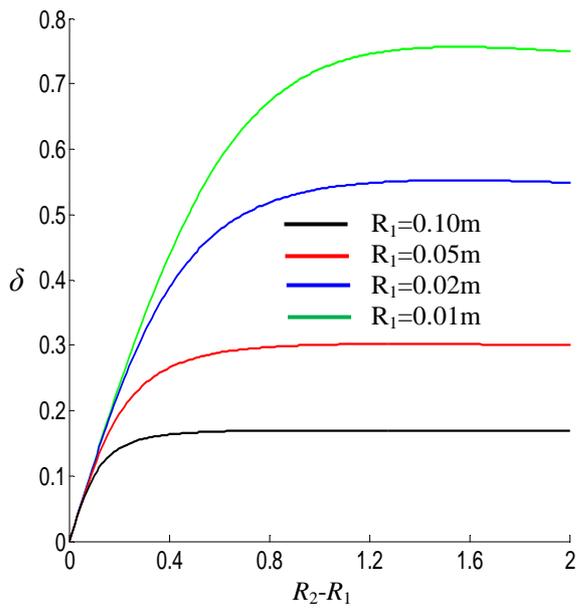


Fig. 2.13c : Variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $R_1$ .

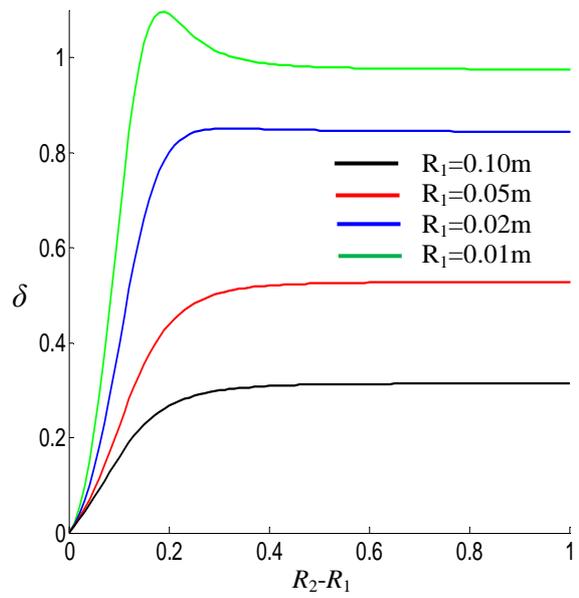


Fig. 2.13d : Variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $R_1$ .

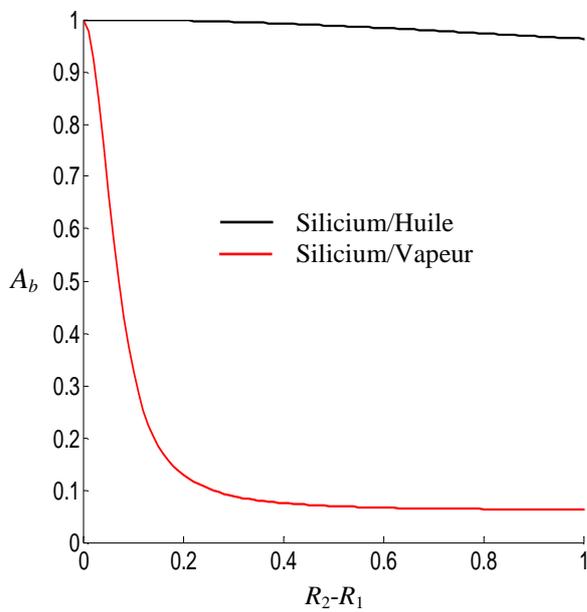


Fig. 2.14a: Amplitude de la température moyenne en fonction de l'épaisseur des plaques ( $Re=10^4$ ,  $R_1=2\text{cm}$ ,  $\tau=24\text{h}$  et  $L=15\text{m}$ ).

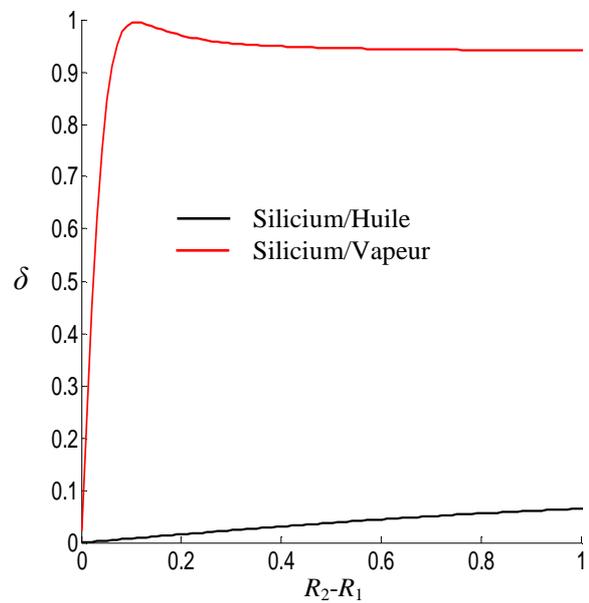


Fig. 2.14b: efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur du tube ( $Re=10^4$ ,  $R_1=2\text{cm}$ ,  $\tau=24\text{h}$  et  $L=15\text{m}$ ).

La figure (2.14) montre une comparaison entre l'huile et la vapeur d'eau, qui sont utilisés comme fluides caloporteurs dans les mêmes conditions. Le fluide actif détermine le rapport de transfert d'énergie par unité de masse. Pendant le processus de charge (première demi-période), le fluide chaud chauffe la paroi dans laquelle la chaleur sensible sera stockée. Les matériaux qui ont une haute capacité thermique sont capables de stocker une grande quantité d'énergie transportée par le fluide. Pendant le processus de décharge (deuxième demi-période), la chaleur stockée est délivrée au fluide froid. Les fluides possédant une grande capacité thermique sont capables de restituer une importante quantité d'énergie stockée par la paroi, par conséquent la température moyenne à la sortie est importante. Le rapport de capacités thermiques du couple huile/vapeur  $(\rho C)_{Huile} / (\rho C)_{Vapeur} = 2748.7$ , d'où la température du fluide est plus atténuée à la sortie.

Les figures (2.15a) et (2.15b), montrent les variations de l'amplitude de la température moyenne pour différentes fréquences d'entrée, respectivement pour les plaques parallèles et le conduit cylindrique pour le couple Silicium/Vapeur. Il est observé que la température moyenne à la sortie augmente avec la période  $\tau^*$  et diminue exponentiellement avec l'accroissement de l'épaisseur de la paroi à une période donnée. L'efficacité du stockage thermique correspondant  $\delta$  est présentée dans les figures (2.15c) et (2.15d).

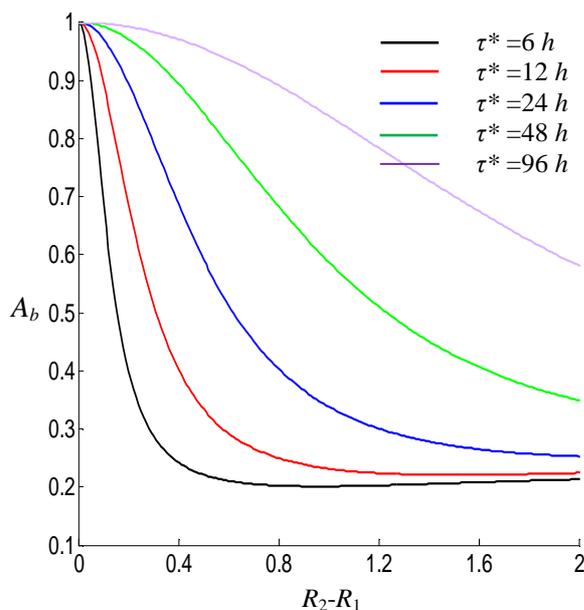


Fig. 2.15a: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2\text{cm}$  et  $L=15\text{m}$ )

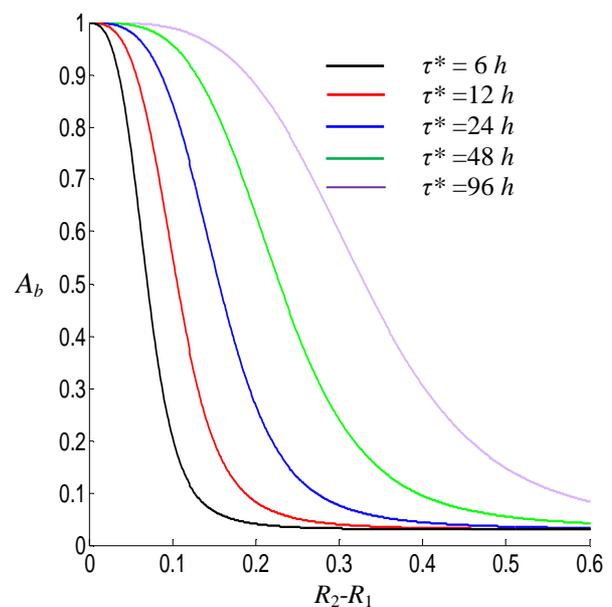


Fig. 2.15b: Amplitude de la température moyenne à la sortie en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2\text{cm}$  et  $L=15\text{m}$ )

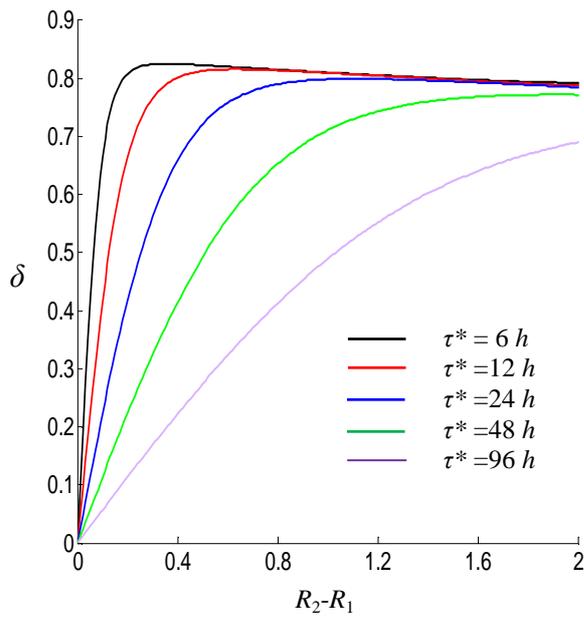


Fig. 2.15c: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2\text{cm}$ , and  $L=15\text{m}$ )

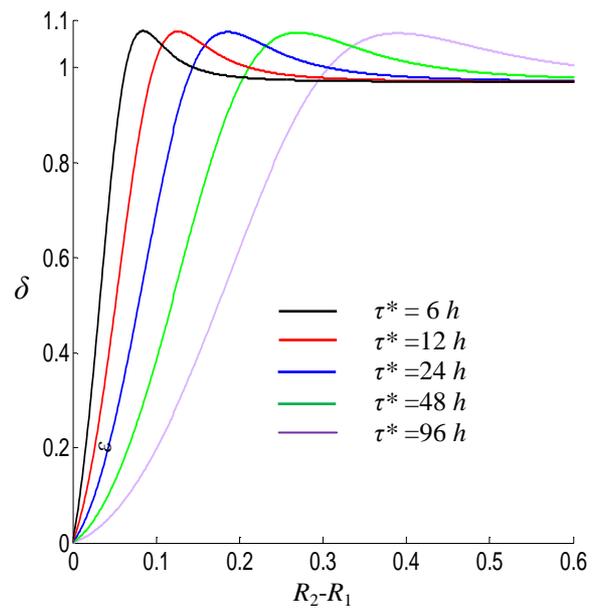


Fig. 2.15d: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes périodes ( $Re=10^5$ ,  $R_1=2\text{cm}$ , and  $L=15\text{m}$ )

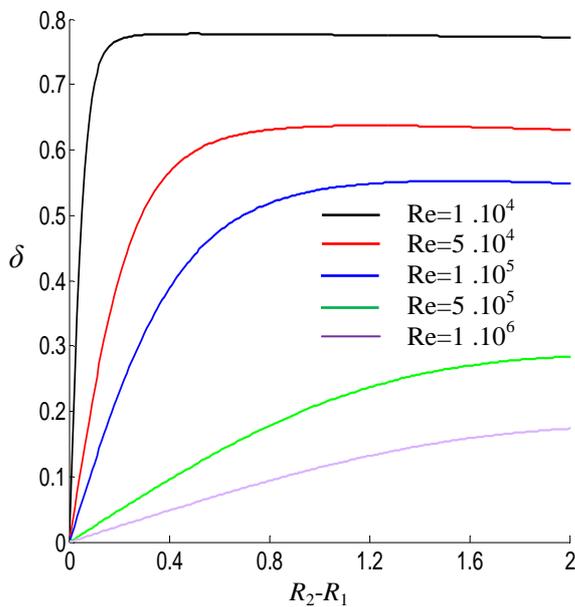


Fig. 2.16a: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur des plaques pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=8\text{m}$ ,  $\tau=24\text{h}$  et  $R_1=2\text{cm}$ )

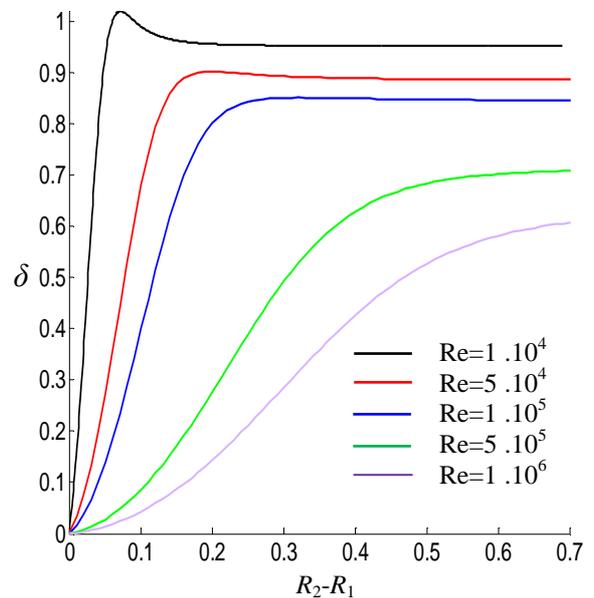


Fig. 2.16b: Efficacité de stockage en fonction de l'épaisseur du tube pour différentes valeurs de  $Re$  ( $L=8\text{m}$ ,  $\tau=24\text{h}$  et  $R_1=2\text{cm}$ )

Sur les figures (2.16a) et (2.16b), sont présentés l'influence du nombre de Reynolds sur l'efficacité de stockage respectivement dans les plaques et le tube. Ces figures révèlent que

l'augmentation du nombre de Reynolds fait diminuer l'efficacité de stockage. Ce comportement est déjà bien commenté pour le régime laminaire.

## 2.5 Conclusion

Dans le présent chapitre, les performances du système de stockage de l'énergie par chaleur sensible composé de plaques parallèles/conduite cylindrique ont été étudiées en régime laminaire et turbulent. Le fluide caloporteur qui circule à l'intérieur du canal est soumis à une température d'entrée périodique. Une solution analytique utilisant la Technique de la Transformée Intégrale Généralisée (GITT) est développée et la performance thermique de l'unité de stockage est examinée.

Une analyse de l'influence de certains paramétriques pertinents sur la température moyenne à la sortie et l'efficacité de stockage a été réalisée. Les résultats obtenus dans le présent chapitre peuvent être résumés brièvement comme ci-dessous:

- La meilleure efficacité de stockage est obtenue si on utilise l'air comme fluide caloporteur, cela ne signifie pas que la quantité d'énergie stockée sera aussi meilleure
- Pour le couple Acier-inoxydable/vapeur, le rapport des capacités thermiques fluide/solide  $a^+ = (C\rho)_f R_1 / (\rho C)_w (R_2 - R_1)$  est plus petit par rapport au couple Silicium-carburé/Vapeur. Alors, l'amplitude de la température moyenne à la sortie pour le premier couple est rapidement amorti par rapport au deuxième couple. L'efficacité de stockage  $\delta$  augmente plus rapidement pour l'Acier-inoxydable que pour le Silicium-carburé jusqu'à une valeur limite où ce comportement devient insensible à l'épaisseur de la paroi du conduit.
- Une augmentation de la longueur des plaques engendre une augmentation de la surface d'échange et du volume de stockage, ce qui augmente la chaleur sensible accumulée dans la paroi du conduit.
- L'évolution de l'amplitude de la température moyenne et l'efficacité du stockage  $\delta$  sont présentés pour différentes valeurs de l'espace entre plaques (ou rayon intérieur du conduit cylindrique  $R_1$ ). Il est observé que l'augmentation d'espace entre plaques induit une diminution de la fonction  $\delta$ .

- 
- Pour une épaisseur de paroi fixe et une fréquence,  $\Omega$ , donnée, la fonction  $\delta$  baisse plus vite quand le nombre de Reynolds augmente de  $10^4$  à  $10^6$ .
  - Les fluides avec une grande capacité thermique sont capables de transférer une grande quantité d'énergie stockée dans la paroi et par conséquent la température moyenne à la sortie est importante. Le rapport entre les capacités thermiques de l'huile et de la vapeur est très grand, d'où la température de vapeur à la sortie plus amortie.
  - La température moyenne à la sortie augmente avec la diminution de la période d'entrée  $\tau^*$ . A période donnée, la température moyenne à la sortie du conduit diminue exponentiellement avec l'augmentation de l'épaisseur de la paroi.

## Chapitre 3 :

### Solution analytique du stockage thermique par chaleur latente

#### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, une étude analytique d'un système de stockage thermique par chaleur latente constitué de plusieurs plaques parallèles (ou tubes cylindriques) en PCM (matériau à changement de phase), est présentée. Le fluide caloporteur (HTF) qui circule à l'intérieur des canaux en régime laminaire est soumis à une température d'entrée constante. La solidification et la fusion du PCM sont traitées comme un problème à conduction monodimensionnelle. La chaleur totale stockée et l'efficacité de stockage du système sont étudiées en fonction des différents paramètres géométriques, tels que l'épaisseur de la paroi et la longueur du conduit.

#### 3.2 Cas I : Etude du canal rectangulaire

##### 3.2.1 Modélisation mathématique

Parmi les configurations possibles d'une unité de stockage par chaleur latente, nous retiendrons le schéma élémentaire, à savoir un module constitué de plaques de forme rectangulaire en matériau à changement de phase (PCM), balayées par un fluide caloporteur circulant à sens unique (Fig. 3.1a). Dans le module présenté, nous supposons que toutes les plaques sont identiques ainsi que les canaux aménagés entre plaques successives. Cette configuration classique permet par symétrie de réduire le problème à celui d'une demi-plaque d'épaisseur  $l = y_2 - y_1$ , isolée sur une face ( $Bi_{ext} = 0$ ) et balayée sur l'autre face par un fluide dont la température d'entrée  $T_0$  est constante (Fig. 3.1b).

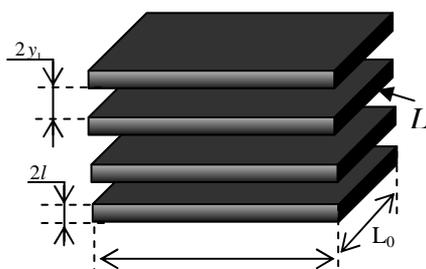


Fig. 3.1a: Unité de stockage par chaleur latente

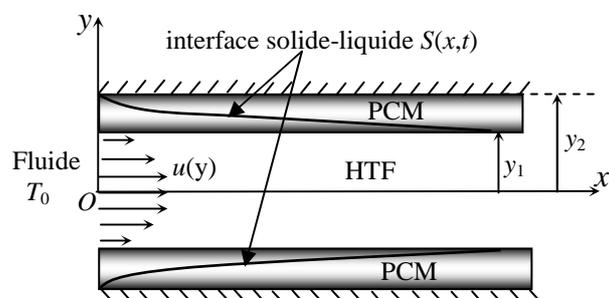


Fig. 3.1b: Module de stockage par chaleur latente

Afin de simplifier la solution mathématique du problème, les hypothèses suivantes ont été appliquées :

- (1) la conduction axiale dans le fluide et le solide est négligeable, (2) les propriétés thermophysiques de PCM et HTF sont constantes, (3) L'écoulement fluide est dynamiquement établi, (4) la couche de séparation PCM/HTF est mince, (5) la convection naturelle est négligée, (6) le régime d'écoulement est quasi-stationnaire.

Le modèle mathématique formulé en coordonnées cartésiennes bidimensionnelles peut être écrit tel que :

Pour le HTF

$$\frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial x} = \alpha_f \frac{\partial^2 T_f(x, y, t)}{\partial y^2} \quad t > 0, 0 < y < y_1, x > 0, \quad (3.1a)$$

$$T_f(0, y, t) = T_0, \quad t > 0, 0 \leq y \leq y_1, \quad (3.1b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad t > 0, x > 0, \quad (3.1c)$$

$$T_f(x, y, t) = T_l(x, y, t), \quad t > 0, y = y_1, x > 0. \quad (3.1d)$$

Pour le PCM (*phase liquide*)

$$\frac{\partial T_l^2(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_{pcm}} \frac{\partial T_l(x, y, t)}{\partial t}, \quad t > 0, y_1 < y < S(x, t), x > 0, \quad (3.1e)$$

$$-h (T_f(x, y, t) - T_l) = k_{pcm} \frac{\partial T_l(x, y, t)}{\partial y}, \quad t > 0, y = y_1, x > 0, \quad (3.1f)$$

Pour le PCM (*phase solide*)

$$\frac{\partial T_s^2(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_{pcm}} \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial t}, \quad t > 0, S(x, t) < y < y_2, x > 0, \quad (3.1g)$$

$$\left. \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=y_2} = 0, \quad t > 0, x > 0, \quad (3.1h)$$

$$T_s(x, y, t) = T_{int}, \quad t = 0, y_1 < y < y_2, x > 0, \quad (3.1i)$$

Interface solide-liquide:

le bilan énergétique à l'interface solide-liquide peut être exprimé comme suit:

$$-k_{pcm} \frac{\partial T_l(x, y, t)}{\partial y} + k_{pcm} \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial y} = \rho_{pcm} q \frac{\partial S(x, t)}{\partial t}, \quad t > 0, \quad y = S(x, t), \quad x > 0, \quad (3.1j)$$

$$T_s(x, y, t) = T_l(x, y, t) = T_m, \quad t > 0, \quad y = S(x, t), \quad x > 0. \quad (3.1k)$$

En utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\eta = \frac{y}{y_1}, \quad \xi = \frac{1}{\Gamma} \frac{4x}{y_1 \text{Re.Pr}}, \quad \tau = \frac{t \alpha_{pcm}}{y_1^2}, \quad S^+ = \frac{S}{y_1}, \quad \gamma = \frac{k_{pcm}}{k_f}, \quad \Gamma = \frac{\alpha_f}{\alpha_{pcm}}, \quad W(\eta) = \frac{u(y)}{u_b},$$

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \frac{T(x, y, t) - T_m}{T_0 - T_m}, \quad Nu = \frac{4h y_1}{k_f}, \quad Bi = \frac{Nu}{4\gamma}, \quad Ste = \frac{c p_{pcm} (T_0 - T_m)}{q}, \quad \tilde{\theta}_{int} = \frac{\theta_{int}}{\theta_b(\xi)},$$

les équations gouvernantes deviennent :

Pour le HTF

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \Gamma \frac{\partial^2 \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0, \quad (3.2a)$$

$$\theta_f(0, \eta, \tau) = 1, \quad \tau > 0, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (3.2b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \tau > 0, \quad \eta = 0, \quad \xi > 0, \quad (3.2c)$$

$$\theta_f(\eta, \xi, \tau) = \theta_l(\eta, \xi, \tau), \quad \tau > 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0. \quad (3.2d)$$

Pour le PCM (*phase liquid*)

$$\frac{\partial \theta_l^2(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \theta_l(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \quad 1 < \eta < S^+(\xi, \tau), \quad \xi > 0, \quad (3.2e)$$

$$-\frac{\partial \theta_l(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{Nu}{4\gamma} \left( \theta_f(\xi, \eta, \tau) - \theta_l(\xi, \eta, \tau) \Big|_{\eta=1} \right) \quad \tau > 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (3.2f)$$

Pour le PCM (*phase solide*)

$$\frac{\partial \theta_s^2(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, S^+(\xi, \tau) < \eta < y_2^+, \xi > 0 \quad (3.2g)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=y_2^+} = 0 \quad \tau > 0, \eta = y_2^+, \xi > 0, \quad (3.2h)$$

$$\theta_s(\xi, \eta, \tau) = \theta_{\text{int}} \quad \tau = 0, \eta > 0, \xi > 0, \quad (3.2i)$$

Interface solide-liquide:

$$-\frac{\partial \theta_l(\eta, \xi, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta_s(\eta, \xi, \tau)}{\partial \eta} = \frac{1}{Ste} \frac{\partial S^+(\xi, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \eta = S^+(\xi, \tau), \xi > 0, \quad (3.2j)$$

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \theta_s(\xi, \eta, \tau) = 0, \quad \tau > 0, \eta = S^+(\xi, \tau), \xi > 0. \quad (3.2k)$$

La température dans les phases liquide et solide peut être écrite respectivement sous la forme suivante :

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_l(\eta, \tau) \times \theta_b(\xi), \quad (3.3a)$$

$$\theta_s(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_s(\eta, \tau) \times \theta_b(\xi), \quad (3.3b)$$

où la température moyenne du fluide est :

$$\theta_b(\xi) = \int_0^1 W(\eta) \theta_f(\xi, \eta, \tau) d\eta, \quad (3.3c)$$

et le profil de la vitesse  $W(\eta)$  est donné par l'équation suivante

$$W(\eta) = \frac{3}{2}(1-\eta^2).$$

En utilisant le coefficient de transfert de chaleur à l'interface HTF-PCM, nous obtenons :

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = \frac{Nu(\xi)}{4} (\theta_f(\eta, \xi, \tau)_{\eta=1} - \theta_b(\xi)) \quad \tau > 0, \eta = 1, \xi > 0. \quad (3.3d)$$

Le nombre Nusselt local proposé par Shah and London [85], est utilisé pour les plaques parallèles comme suit :

$$Nu(\xi) = \begin{cases} 1.233 (\bar{x})^{(-1/3)} + 0.4 & \bar{x} \leq 0.001 \\ 7.541 + 6.874 (10^3 \bar{x})^{-0.488} \exp(-245 \bar{x}) & \bar{x} > 0.001 \end{cases} \quad (3.3e)$$

$$\text{ou, } \bar{x} = \frac{x}{D_e \text{ Re Pr}} = \frac{\Gamma}{16} \xi.$$

L'approche quasi-stationnaire est appliquée pour le transfert thermo-convectif à l'interface HTF-PCM. Donc, le système décrit au-dessus peut être réécrit comme suit:

Pour le HTF

$$\frac{d\theta_b(\xi)}{d\xi} = \frac{Nu(\xi)}{4} \Gamma (\tilde{\theta}_l(\eta, \tau)_{\eta=1} - 1) \theta_b(\xi) \quad \tau > 0, \eta = 1, \xi > 0 \quad (3.4a)$$

$$\theta_b(0) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1. \quad (3.4b)$$

Pour le PCM (*phase liquide*)

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \tau} \quad \tau > 0, 1 < \eta < S^+(\xi, \tau) \quad (3.4c)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi (\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) - 1) \quad \tau > 0, \eta = 1. \quad (3.4d)$$

Pour le PCM (*phase solide*)

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_s^2(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \tau} \quad \tau > 0, 1 < \eta < S^+(\xi, \tau) \quad (3.4e)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=y_2^+} = 0 \quad \tau > 0, \eta = y_2^+ \quad (3.4f)$$

$$\tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = \tilde{\theta}_{\text{int}} \quad \tau = 0, \eta > 0. \quad (3.4g)$$

Interface solide-liquide:

$$\left( -\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right) \theta_b(\xi) = \frac{1}{Ste} \frac{\partial S^+(\xi, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \eta = S^+(\xi, \tau), \xi > 0 \quad (3.4h)$$

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = \tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = 0, \quad \tau > 0, \quad \eta = S^+(\xi, \tau), \quad \xi > 0. \quad (3.4i)$$

La solution de l'équation (3.4a) avec la condition aux limites (3.4b) donne la distribution de la température moyenne :

$$\tilde{\theta}_b(\xi) = \exp\left(-\int_0^\xi \sigma(\xi) d\xi\right), \quad (3.5a)$$

$$\text{avec : } \sigma(\xi) = \frac{Nu}{4} \Gamma(1 - \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)_{\eta=1}). \quad (3.5b)$$

En introduisant la transformée de Laplace sur la variable adimensionnelle  $\tau$ , les équations (3.4c) et (3.4d) deviennent :

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l^2(\eta, p)}{\partial \eta^2} - p \tilde{\theta}_l(\eta, p) = 0 \quad 1 < \eta < S^+(\xi, \tau) \quad (3.6a)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, p)}{\partial \eta} = Bi \left( \tilde{\theta}_l(\eta, p) - \frac{1}{p} \right), \quad \eta = 1. \quad (3.6b)$$

où  $p$  et la variable de Laplace, il doit être différente de zéro.

La solution des équations (3.6a) et (3.6b) peut être écrite comme suit :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, p) = Bi \frac{e^{-\sqrt{p}(\eta-1)}}{p(\sqrt{p} + Bi)} \quad (3.6c)$$

La fonction  $\tilde{\theta}_l(\eta, \tau)$  est évaluée par la transformée inverse de Laplace, donné par Özisik [86]

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = 1 - A \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(\eta-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right) \right], \quad (3.6d)$$

où  $\operatorname{erf}$  et  $\operatorname{erfc}$  sont respectivement la fonction d'erreur et la fonction d'erreur complémentaire, la variable inconnue  $A$  sera déterminée en utilisant la condition (3.4i), nous obtenons:

$$A = \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(S^+-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right) \right]^{-1}. \quad (3.6e)$$

Alors, la distribution de la température dans la phase liquide est donnée par :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = 1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(\eta-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(S^+-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right)} \quad (3.6f)$$

Par conséquent, le profil de la température dans le PCM liquide est :

$$\theta_l(\eta, \xi, \tau) = \theta_b(\xi) \left( 1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(\eta-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(S^+-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right)} \right). \quad (3.6g)$$

En utilisant la technique de la transformée de Laplace sur les équations (3.4e), (3.4f), (3.4g) et (3.4i), nous obtenons:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_s^2(\eta, p)}{\partial \eta^2} = p \tilde{\theta}_s(\eta, p) - \tilde{\theta}_{\text{int}} \quad 1 < \eta < S^+(\xi, \tau), \quad (3.7a)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, p)}{\partial \eta} \right|_{\eta=y_2^+} = 0, \quad \eta = y_2^+, \quad (3.7b)$$

$$\tilde{\theta}_s(\eta, p) = 0, \quad \eta = S^+(\xi, \tau). \quad (3.7c)$$

Donc, la solution du système d'équations (3.7a), (3.7b) et (3.7c) peut être écrite telle que :

$$\tilde{\theta}_s(\eta, p) = \frac{\tilde{\theta}_{\text{int}}}{p} \left( 1 - \frac{\cosh(\sqrt{p}(y_2^+ - \eta))}{\cosh(\sqrt{p}(y_2^+ - S^+))} \right), \quad (3.7d)$$

La fonction  $\tilde{\theta}_s(\eta, \tau)$  est évaluée par la transformée inverse de Laplace, donné par Sciff [87]

$$\tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = -\frac{4 \tilde{\theta}_{\text{int}}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \exp(-\lambda_n^2 \tau) \cos(\lambda_n (y_2^+ - \eta)), \quad (3.7e)$$

$$\text{avec : } \lambda_n = \frac{(2n-1)\pi}{2(y_2^+ - S^+)}.$$

Par conséquent, le profil de température dans la phase solide est :

$$\theta_s(\eta, \xi, \tau) = -\frac{4\theta_{in}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \exp(-\lambda_n^2 \tau) \cos(\lambda_n (y_2^+ - \eta)). \quad (3.7f)$$

Substituant les équations (3.5a), (3.6f) et (3.7f) dans l'équation (3.4h), l'équation suivante est obtenue:

$$\frac{Bi e^{\chi_2^2} \operatorname{erfc}(\chi_2) \theta_b(\xi)}{e^{\chi_1^2} \operatorname{erf}(\chi_1) + e^{\chi_2^2} \operatorname{erfc}(\chi_2)} - \frac{4\theta_{int}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \lambda_n \exp(-\lambda_n^2 \tau) \sin(\lambda_n (y_2^+ - S^+)) = \frac{1}{Ste} \frac{\partial S^+(\xi, \tau)}{\partial \tau} \quad (3.8a)$$

$$\text{avec: } S^+(\xi, \tau) = 1, \text{ à } \tau = 0, \quad (3.8b)$$

$$\text{où: } \chi_1 = \frac{S^+(\tau) - 1}{2\sqrt{\tau}} \text{ et } \chi_2 = Bi \sqrt{\tau} + \lambda_1.$$

Le système d'équation (3.8) peut être résolu en utilisant la méthode itérative sous-relaxation, car le terme gauche de l'équation (3.8a) est une fonction de temps très complexe. Une fois l'interface liquide-solide  $S^+(\xi, \tau)$  est obtenue, la distribution de température dans région PCM ( $\tilde{\theta}_l(\eta, \tau)$  et  $\tilde{\theta}_s(\eta, \tau)$ ) peut être obtenue à partir des équations (3.6f) et (3.7f), respectivement. La distribution de température dans la région HTF sera simplement obtenue en remplaçant équation (3.6f) dans l'équation (3.5c).

L'analyse précédente traite le processus de changement de phase jusqu'à ce que l'interface solide-liquide arrive à la surface externe du PCM ( $S^+(\xi, \tau) = y_2^+$  à l'instant  $\tau = \tau_{im}$ ). À la fin du processus de fusion, l'énergie sera chargée seulement par chaleur sensible et la conduction devient le mécanisme de transfert de chaleur prédominant. L'équation de diffusion et les conditions aux limites correspondantes s'écrivent comme suit:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > \tau_{im}, \quad 1 < \eta < y_2^+, \quad (3.9a)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi(\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) - 1), \quad \tau > \tau_{im}, \quad \eta = 1, \quad (3.9b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \tau > \tau_{im}, \quad \eta = y_2^+. \quad (3.9c)$$

La distribution de la température dans la phase liquide à l'instant  $\tau = \tau_m$ , est donnée par l'équation (3.6f) telle que :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau_m) = 1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau_m}}\right) + e^{Bi(\eta-1)+Bi^2\tau_m} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau_m} + \frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau_m}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{y_2^+-1}{2\sqrt{\tau_m}}\right) + e^{Bi(y_2^+-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau_m} + \frac{y_2^+-1}{2\sqrt{\tau_m}}\right)} = 1 + F(\eta), \quad \tau = \tau_m, \quad 1 > \eta > y_2^+, \quad (3.9d)$$

Nous définissons la fonction  $\bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)$  telle que:

$$\bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau) = \tilde{\theta}_l(\eta, \tau) - 1,$$

donc le problème (3.9) devient :

$$\frac{\partial^2 \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > \tau_m, \quad 1 < \eta < y_2^+, \quad (3.10a)$$

$$\frac{\partial \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau), \quad \tau > \tau_m, \quad \eta = 1, \quad (3.10b)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=y_2^+} = 0, \quad \tau > \tau_m, \quad \eta = y_2^+, \quad (3.10c)$$

$$\bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau) = F(\eta), \quad \tau = \tau_m, \quad 1 > \eta > y_2^+. \quad (3.10d)$$

En utilisant la technique de séparation des variables, la solution de l'équation (3.10a) prend la forme suivante:

$$\bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n H_n(\tau) G_n(\eta), \quad (3.11)$$

ou  $G_n(\eta) = \cos(\mu_n(y_2^+ - \eta))$  sont solutions du problème suivant :

$$\frac{d^2 G_n(\eta)}{d\eta^2} = -\mu_n^2 G_n(\eta), \quad 1 < \eta < y_2^+, \quad (3.12a)$$

$$\frac{dG_n(\eta)}{d\eta} = Bi G_n(\eta), \quad \eta = 1, \quad (3.12b)$$

$$\left. \frac{dG_n(\eta)}{d\eta} \right|_{\eta=y_2^+} = 0, \quad \eta = y_2^+. \quad (3.12c)$$

Les valeurs propres  $\mu_n$  sont les solutions de l'équation transcendent (3.13) résolue par la méthode itérative de Newton.

$$\mu_n \tan[(y_2^+ - 1)\mu_n] = Bi. \quad (3.13)$$

Nous définissons la fonction  $H_n(\tau) = \exp(-\mu_n^2 \tau)$  comme la solution de l'équation suivante:

$$\frac{dH_n(\tau)}{d\tau} = -\mu_n^2 H_n(\tau), \quad \text{pour } \tau > \tau_m. \quad (3.14a)$$

Par conséquent, la solution générale du système (3.10) est obtenue comme suit :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 \tau) \cos(\mu_n (y_2^+ - \eta)). \quad (3.14b)$$

La solution particulière est donnée en utilisant la condition (3.10d) telle que :

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 \tau_m) \cos(\mu_n (y_2^+ - \eta)) = F(\eta). \quad (3.14c)$$

En utilisant les séries de Fourier, nous obtenons

$$D_n = \frac{\exp(\mu_n^2 \tau_m) \int_1^{y_2^+} F(\eta) \cos(\mu_n (y_2^+ - \eta)) d\eta}{\int_1^{y_2^+} \cos^2(\mu_n (y_2^+ - \eta)) d\eta}. \quad (3.14d)$$

Donc, la distribution de la température dans le PCM phase liquide peut être déterminée par :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 \tau) \cos(\mu_n (y_2^+ - \eta)). \quad (3.14e)$$

Finalement, la solution générale peut être écrite de la façon suivante :

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \theta_b(\xi) \left( 1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(\eta-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{\eta-1}{2\sqrt{\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right) + e^{Bi(S^+-1)+Bi^2\tau} \operatorname{erfc}\left(Bi\sqrt{\tau} + \frac{S^+-1}{2\sqrt{\tau}}\right)} \right), \quad 0 < \tau \leq \tau_{im}, \quad (3.15a)$$

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \theta_b(\xi) \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 \tau) \cos(\mu_n(y_2^+ - \eta)) \right), \quad \tau > \tau_{im}. \quad (3.15b)$$

L'efficacité de stockage  $\delta$ , est définie comme étant le rapport entre l'énergie réellement stockée et l'énergie maximale qui peut être stockée par la paroi, elle s'écrit :

$$\delta = \frac{fr q L^+ (y_2^+ - 1) + cp_{pcm} L^+ (T_m - T_i) (y_2^+ - 1) + cp_{pcm} (T_0 - T_m) \int_0^{L^+} \left( \int_1^{s^+} \theta_l d\eta + \int_{s^+}^{y_2^+} \theta_s d\eta \right) d\xi}{L^+ (y_2^+ - 1) (q + cp_{pcm} (T_0 - T_i))}. \quad (3.16a)$$

La fraction liquide/solide,  $fr$ , est calculée par la relation suivante :

$$fr = \frac{\int_0^{L^+} \int_1^{s^+} d\eta d\xi}{L^+ (y_2^+ - 1)}. \quad (3.16b)$$

Quand le processus de fusion est accompli, la fraction liquide est égale à 1, et l'efficacité du stockage thermique correspondant est inférieure à 1 ( $\delta < 1$ ). Quand le régime stationnaire est atteint, le PCM est complètement fondu et chauffé, l'efficacité du stockage thermique correspondant est égale à 1.

### 3.2.2 Validation

Le modèle mathématique développé est d'abord validé par rapport aux données expérimentales effectuées par **Zivkovic et al.** [47], par simulation dans les mêmes conditions de fonctionnement du processus de fusion de  $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  utilisé comme PCM. Deuxièmement, la solution exacte proposée a été vérifiée en comparant les prédictions analytiques actuelles avec les résultats numériques existants obtenus par **Mosaffa et al.** [58] qui a utilisé la même approche que **Lamberg et al.** [88]. Les résultats comparatifs sont présentés dans la figure. (3.2a). La température du PCM au cours du processus de fusion au centre d'un récipient rectangulaire coïncide relativement bien avec les résultats numériques. Dans l'expérience [47], le débit

massique de l'air a été fixé à 0,0123 kg/s. La longueur des plaques (PCM) et l'espacement des canaux d'air sont respectivement  $l = 100$  mm et  $\delta = 20$  mm. Dans la figure (3.2b), les distributions transitoires de la température du PCM sont montrées à la fois pour l'expérience et pour la simulation. On peut constater que les prédictions analytiques coïncident bien avec les résultats expérimentaux sous la condition  $T_{\text{int}} - T_0 = 43$  K. Les mineures divergences entre le présent calcul et les mesures expérimentales peuvent être attribuées aux incertitudes de mesures et aux hypothèses simplificatrices. Les comparaisons sont réalisées pour un écoulement turbulent et un nombre de Nusselt calculé à partir de la corrélation de Colburn donnée par:  $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$ . Une troisième validation est effectuée en comparant les positions prédites de l'interface solide/liquide avec ceux obtenus numériquement dans la réf. [48]. La Fig. (3.2c) montre que l'accord entre les deux méthodes est excellent.

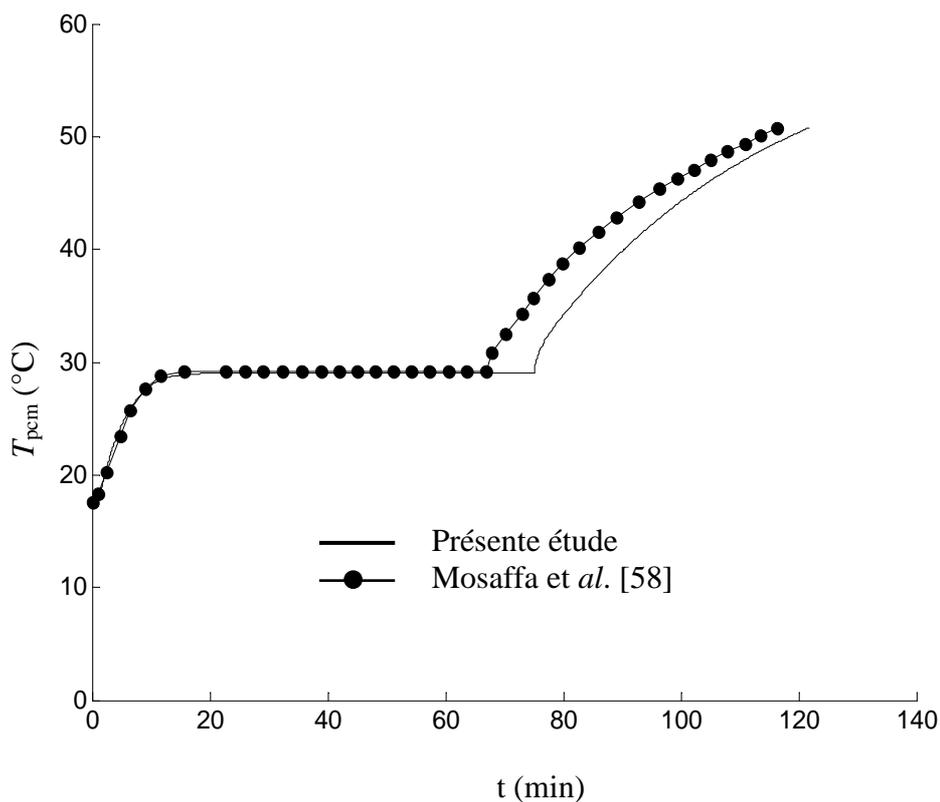


Fig. 3.2a: Comparaison entre la présente solution analytique et les résultats de la simulation numérique.

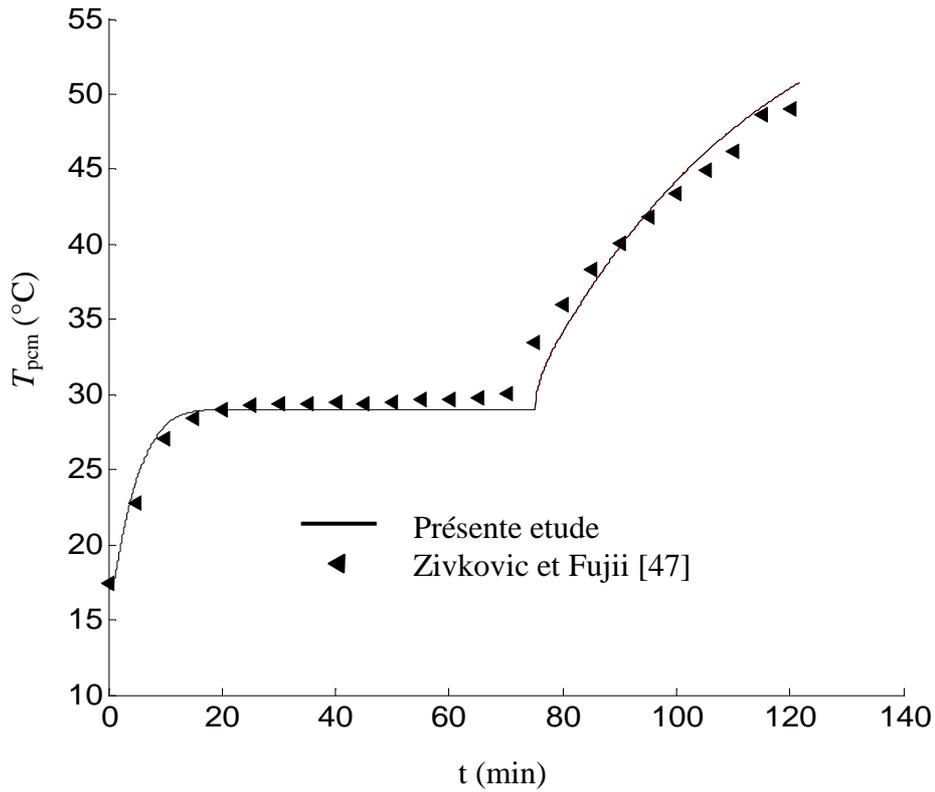


Fig. 3.2b: Comparaison entre la présente solution analytique et les données expérimentales

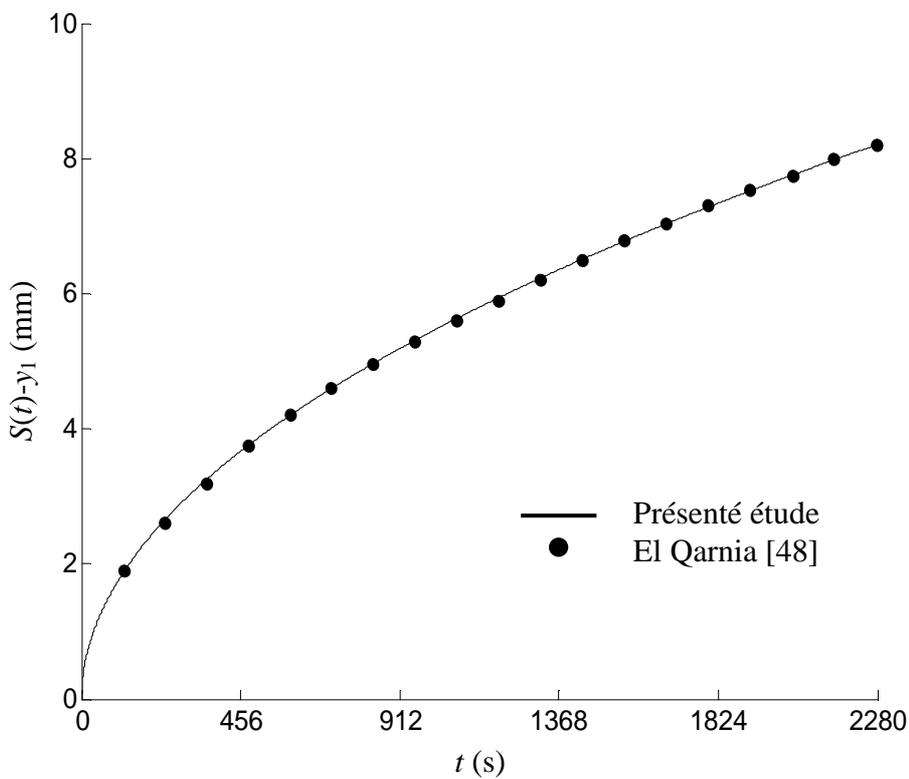


Fig. 3.2c: Comparaison entre la présente solution analytique et les résultats de la simulation numérique.

### 3.2.3 Résultats et commentaires

Dans le présent chapitre, la Paraffine est utilisée comme matériau de stockage par chaleur latente et l'eau comme fluide caloporteur. La paraffine est un matériau chimiquement stable et non-toxique; elle a une haute capacité de stockage en chaleur latente à basse température de fusion/solidification. Les propriétés thermiques de la paraffine et l'eau sont données dans le tableau (3.1). Une série de calculs a été réalisée pendant la fusion/solidification de la paraffine en fixant le nombre de Reynolds à  $Re=1000$ , et le nombre de Stefan à  $Ste=0.175$ .

Table. 3.1: Propriétés thermo-physiques de la paraffine et de l'eau

	Paraffine	Eau
température de fusion/solidification (K)	300.7	/
chaleur latente ( $kJ\ kg^{-1}$ )	206	/
conductivité thermique ( $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ )	0.18	0.6
chaleur spécifique ( $kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$ )	1.8	4.182
masse volumique ( $kg^{-1}\ m^{-3}$ )	789	998.2
viscosité ( $m^2\ s^{-1}$ )	/	1.005E-6

La distribution de la température dans le PCM pendant le processus de charge à une position axiale  $x = 1m$  est montrée sur la figure (3.3a). La paraffine est initialement en phase solide à la température  $T_{in} = 280\ K$ . La température de fluide à l'entrée  $T_0 = 320\ K$  et le nombre de Stefan  $Ste = 0.175$ . L'espacement entre les plaques  $y_1 = 2\ cm$  et l'épaisseur de plaques  $y_2 - y_1 = 2cm$ . La variation transitoire de la température du PCM passe par trois étapes distinctes. Pendant la première étape, la température du PCM augmente avec le temps, jusqu'à ce que le matériau commence la fusion. Le transfert de chaleur est prédominé par la conduction dès le début du processus d'échauffement jusqu'au début de changement de phase, le matériau stocke l'énergie uniquement par chaleur sensible. Pendant la deuxième étape, l'énergie est stockée principalement par chaleur latente. Le changement de phase commence par l'interface HTF-PCM et s'étend à l'intérieur du PCM.

Pour les zones loins de l'interface HTF-PCM, le processus de changement de phase prend plus de temps pour qu'il soit accompli (de 40min à 70min pour  $y=3cm$  et de 50min à 200min pour  $y=4cm$ ). À la fin du processus de fusion, une augmentation plus rapide de la température PCM a été observée. La troisième étape commence quand tous le PCM sera fondu. Pendant cette

étape, l'énergie est chargée dans le "PCM-liquide" par chaleur sensible jusqu'à ce que le régime soit stationnaire.

La distribution transversale de la température du PCM obtenue pendant le processus de décharge est montrée dans la figure (3.3b). Le nombre de Reynolds aussi bien que la distance axiale et les positions radiales dans le PCM sont les mêmes que ceux utilisés pendant le processus de fusion. La température de fluide à entrée est 280 K et le nombre de Stefan  $Ste = 0.175$ . La Solidification de PCM commence à l'interface eau-PCM et s'étend à l'intérieur du matériau. Pendant la solidification, la courbe de la température se déplace vers le bas. Pendant la décharge, le transfert de chaleur est gouverné par la conduction jusqu'au début du changement de la phase. Pendant le processus de refroidissant, la température reste constant jusqu'à la fin de la solidification, et alors une autre diminution de la température s'est produite. Les profils de température montrent la durée de chaque étape de solidification pour chaque position radiale.

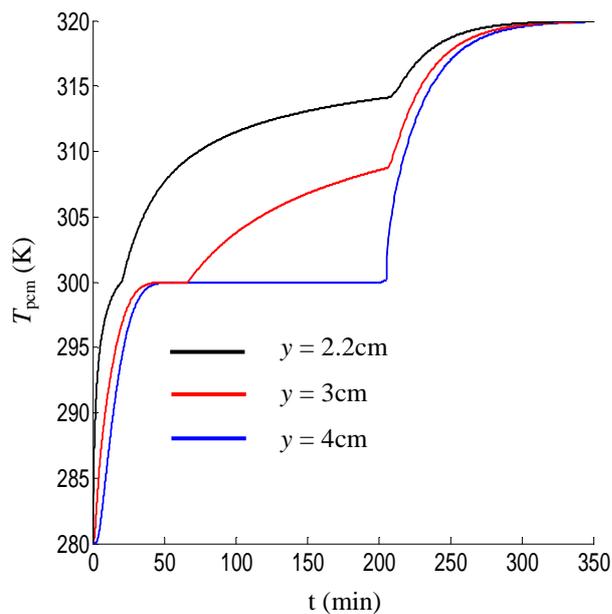


Fig. 3.3a : Evolution transitoire de la température pendant la fusion en trois points transversaux à  $x=1$ m.

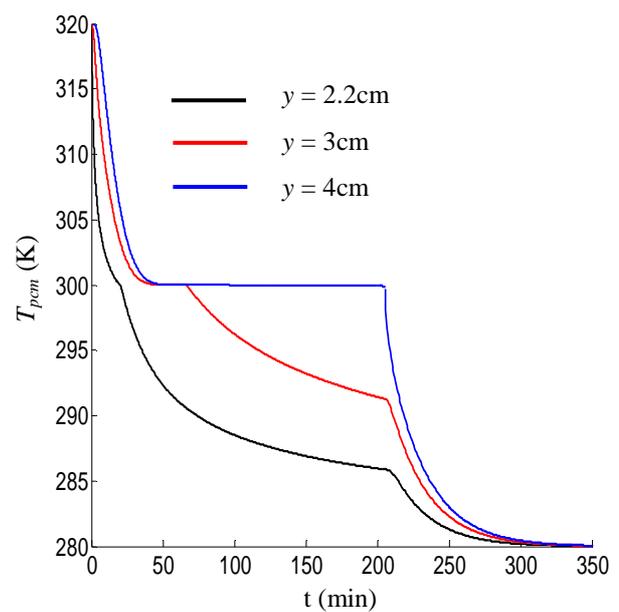


Fig. 3.3b : Evolution transitoire de la température pendant la solidification en trois points transversaux à  $x=1$ m.

Les figures (3.4a) et (3.4b) montrent la variation transitoire de la température de paraffine pour différentes distances axiales ( $x = 0.1, 1$  et  $5$ m) pendant la fusion/solidification, à la coordonnée transversale  $y = 3$ cm. Pendant le processus de charge, le fluide chaud qui s'écoule suivant la direction axiale transfère une grande partie de son énergie au PCM dans la zone

proche de l'entrée, par conséquent un cycle du stockage complet dans les zones loins de l'entrée un temps plus grand. Pendant la décharge (Fig. 3b), et pour des distances axiales plus importantes ( $x = 5 \text{ m}$ ), l'eau froide nécessite plus de temps pour compléter la solidification du PCM.

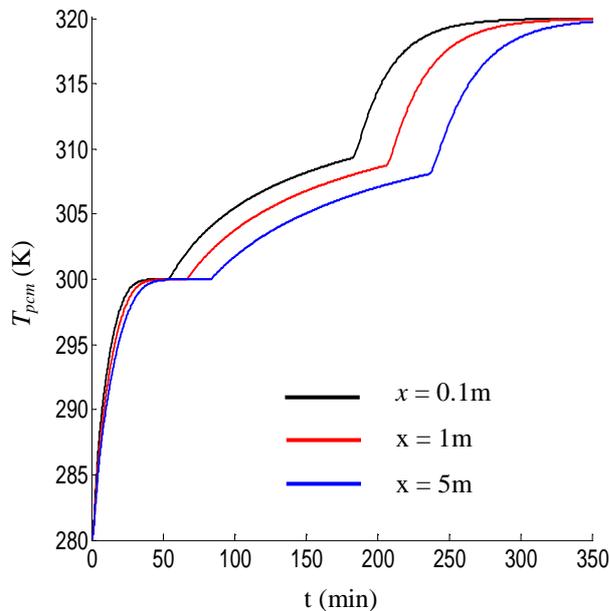


Fig. 3.4a: Evolution transitoire de la température du PCM pour différentes distances axiales pendant la fusion à  $y=3 \text{ cm}$ .

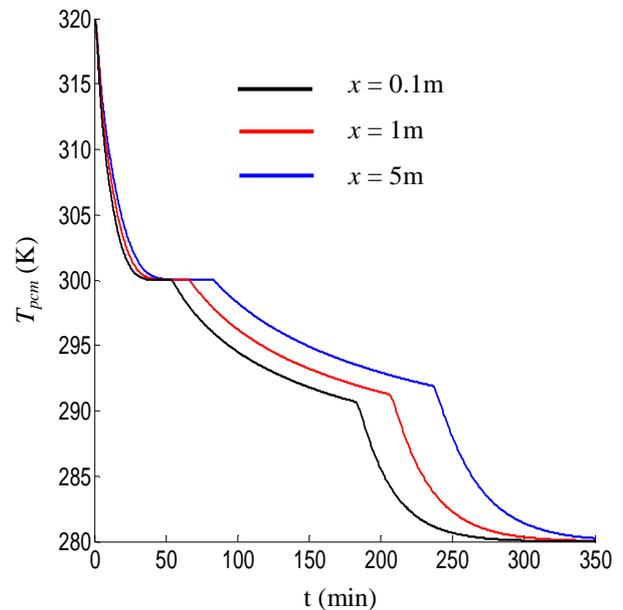


Fig. 3.4b: Evolution transitoire de la température du PCM pour différentes distances axiales pendant la solidification à  $y=3 \text{ cm}$ .

La figure (3.5a) présente la position de l'interface solide-liquide en fonction du temps pour différentes distances axiales ( $\xi = 0.01, 0.1, 0.5$  et  $1$ ). Nous constatons que la fusion commence à par la l'interface HTF-PCM ( $S^+ = S/y_1 = 1$ ) et s'étend vers la surface extérieur du PCM. L'interface  $S^+$ , augmente en fonction du jusqu'à une valeur limite qui correspond à une fusion complète, obtenue pour la coordonnée transversale externe ( $S^+ = y_2/y_1 = 2$ ). D'autre part, la fusion est plus rapide dans la région d'entrée à cause de la présence d'un fort gradient de température. Pour  $\xi_1 = 0.01$  (proche de l'entrée), l'interface solide-liquide se déplace dans le PCM et arrive à la surface extérieure ( $S^+ = 2$ ) à l'instant adimensionnel  $\tau_1 = 3.5$ . L'interface solide-liquide atteint rapidement (à  $\tau_2 = 4$ ) à la surface extérieure pour une distance axiale  $\xi_2 = 0.1$ . Plus de temps est nécessaire ( $\tau_4 = 7.5$ ) pour que l'interface  $S^+$  arrive à la surface extérieure pour  $\xi_4 = 1$ .

La figure (3.5b) présente la position instantanée de l'interface solide-liquide le long du conduit. On note que pour une longueur adimensionnelle du conduit  $\xi \leq 1$ , tous le PCM est dans

l'état liquide à l'instant adimensionnel  $\tau = 7$ . Cependant, le PCM loin de l'entrée du conduit ( $\xi > 2.5$ ) reste en état solide.

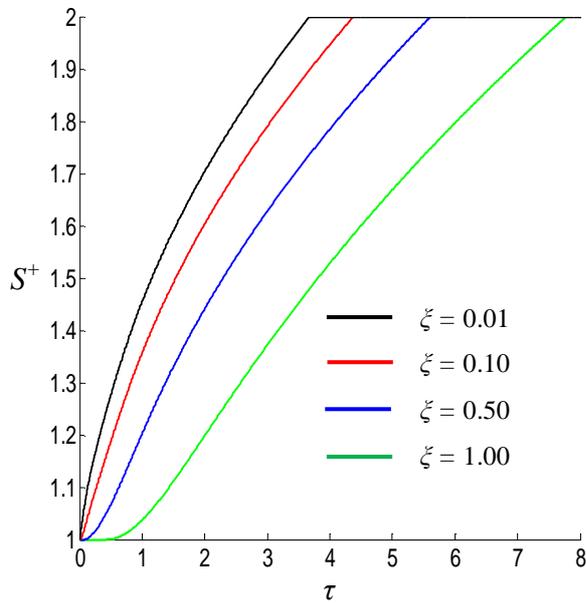


Fig. 3.5a: Positions de l'interface liquide-solide en fonction du temps pour différent  $\zeta$ , ( $y_2^+ = 2$ ).

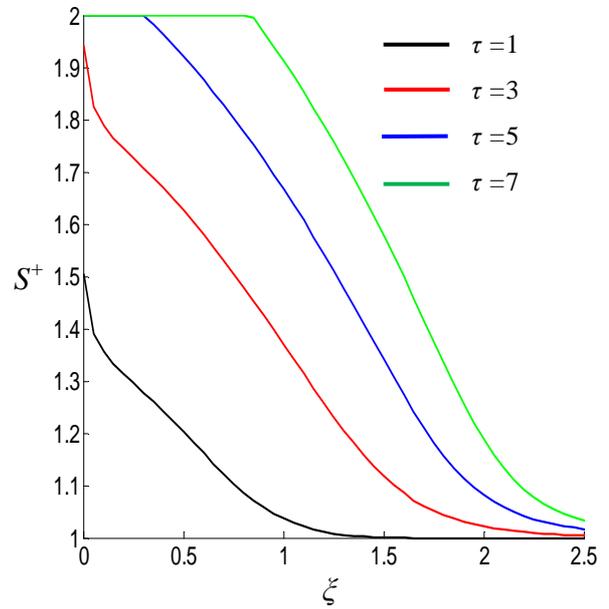


Fig. 3.5b: Position instantanée de l'interface solide-liquide le long du conduit pour différent  $\tau^*$  ( $y_2^+ = 2$ ).

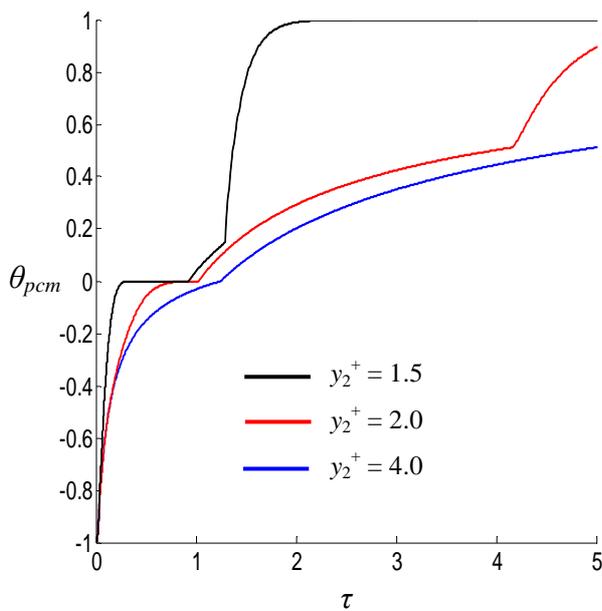


Fig. 3.6a: Effets de l'épaisseur de la paroi sur la température adimensionnelle à  $\eta = 1.4$  et  $\zeta = 0.05$ .

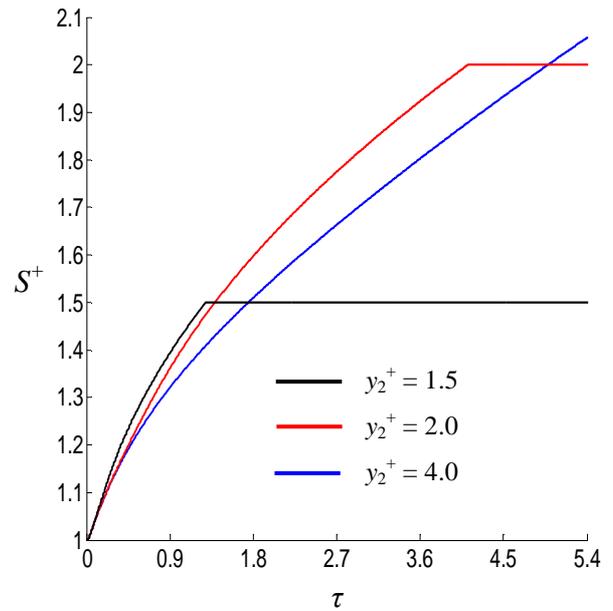


Fig. 3.6b: Effets de l'épaisseur de la paroi sur l'interface adimensionnelle à  $\zeta = 0.05$ .

Les figures (3.6a) et (3.6b) présentent la variation de la température adimensionnelle du PCM et la position de l'interface solide-liquide respectivement, pour différentes épaisseurs de la paroi. Pour une petite épaisseur de PCM ( $y_2^+ = 1.5$ ), une petite quantité d'énergie peut être stockée. Par conséquent, le processus de stockage est accompli rapidement et le régime stationnaire est rapidement établi. Inversement, pour une épaisseur de PCM plus grande ( $y_2^+ = 4$ ) la quantité d'énergie thermique stockée est plus importante, donc le temps de stockage devient plus important.

L'influence du nombre de Reynolds sur la variation de la température PCM est montrée sur les figures (3.7a) et (3.7b) pour deux distances axiales à savoir  $x = 1\text{m}$  et  $x=5\text{m}$ . La variation du débit massique du fluide provoque une variation correspondante du nombre de Reynolds et par conséquent de l'énergie stockée dans le PCM. Pour une épaisseur de paroi fixe et un nombre de Stefan donné, quand le nombre de Reynolds augmente de 100 à 2000 (correspond à une vitesse de fluide entre 0.125-2.25 cm/s), l'énergie thermique transportée par le fluide à l'entrée du conduit augmente. D'où, la chaleur transmise au PCM devient importante; par conséquent le processus de fusion exige moins de temps. Sur la figure (3.7b), observe un comportement semblable pour une distance plus loin de l'entrée du conduit, mais l'opération de fusion est plus retardée.

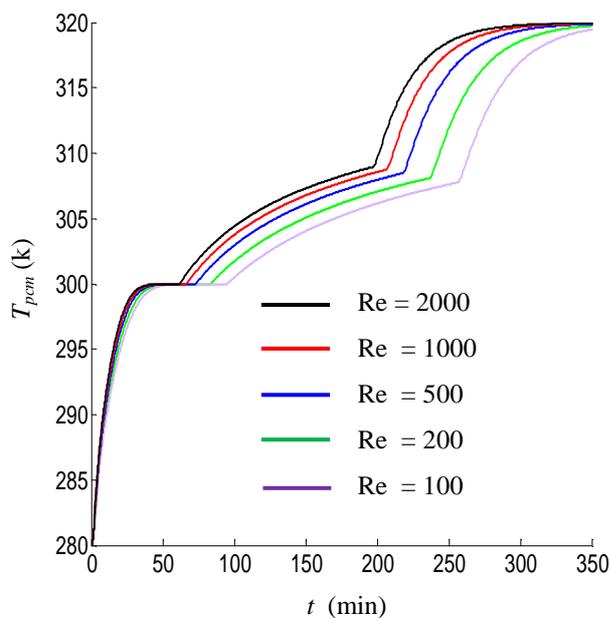


Fig. 3.7a: Effet du nombre de Reynolds sur la température du PCM lors de la fusion à  $x=1\text{m}$  et  $y=3\text{ cm}$ , ( $y_1=2\text{ cm}$ , et  $y_2=4\text{ cm}$ ).

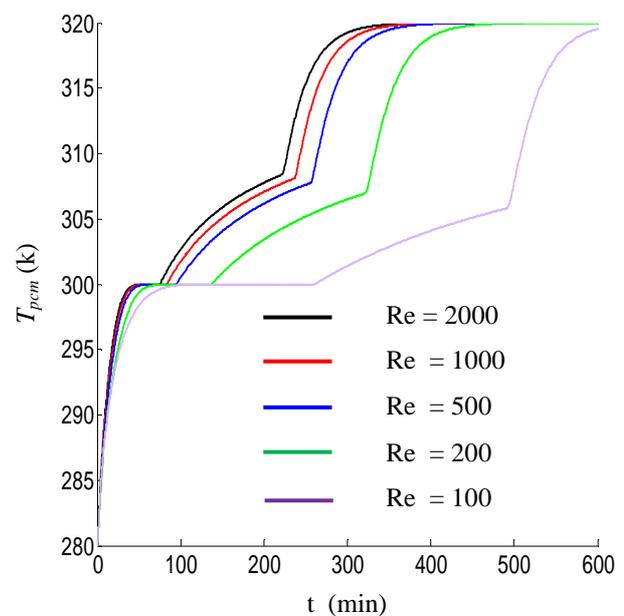


Fig. 3.7b: Effet du nombre de Reynolds sur la température du PCM lors de la fusion for  $x=5\text{m}$  et  $y=3\text{ cm}$ , ( $y_1=2\text{ cm}$ , et  $y_2=4\text{ cm}$ ).

La figure (3.8a) présente les variations en fonction du temps de l'énergie thermique transférée et stockée dans le PCM pour quatre longueurs du conduit (4m, 8m, 12m et 16m). La plus grande quantité d'énergie est accumulée dans le cas  $L = 16\text{m}$ . En effet, une augmentation de la longueur des plaques augmente la surface d'échange ( $S = 2 L_0 L$ ). Donc, la chaleur accumulée dans le PCM plus importante. Pour une longueur du conduit fixe, l'énergie totale accumulée augmente de façon monotone avec le temps jusqu'à la valeur limite que la paroi peut stocker.

L'énergie stockée pour trois valeurs de l'épaisseur de paroi ( $y_2=1.5, 2$  et  $2.5\text{cm}$ ) pour une longueur du conduit  $L = 8\text{m}$  est montrée sur la figure (3.8b). Il est évident que pour une paroi mince ( $y_2=1.5\text{cm}$ ) une petite quantité d'énergie peut être stockée ( $8000\text{Kj}$ ). Par conséquent, le processus de stockage est rapidement accompli (environ 50 mn). D'autre part, pour une épaisseur de paroi plus grande ( $y_2 = 2.5$ ) une quantité considérable d'énergie thermique peut être stockée, alors le temps de chargement devient plus important. Réellement, l'énergie stockée dans le PCM est donnée par le numérateur de l'équation (3.16a). Cette expression montre que l'énergie maximale stockée est obtenue pour un conduit plus large et plus long avec température d'entrée élevée, ( $L_0, L$  et  $T_0$ ).

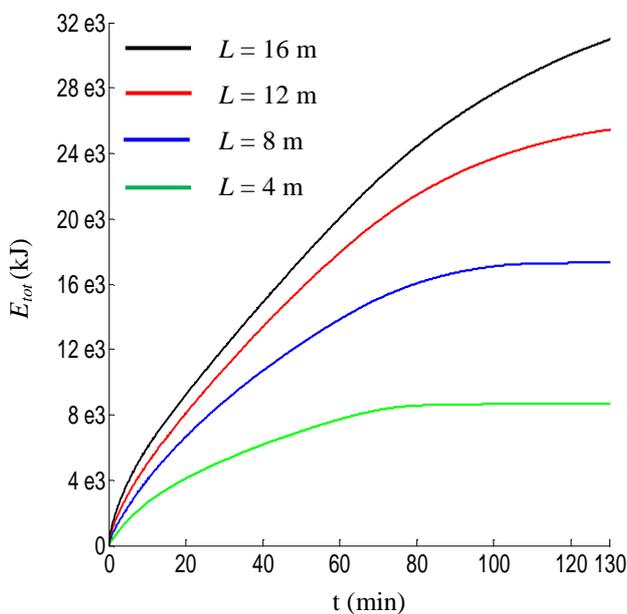


Fig. 3.8a: Variation de l'énergie thermique stockée pour différentes longueurs  $L$  ( $y_1=1\text{cm}$  et  $y_2=2\text{cm}$ ).

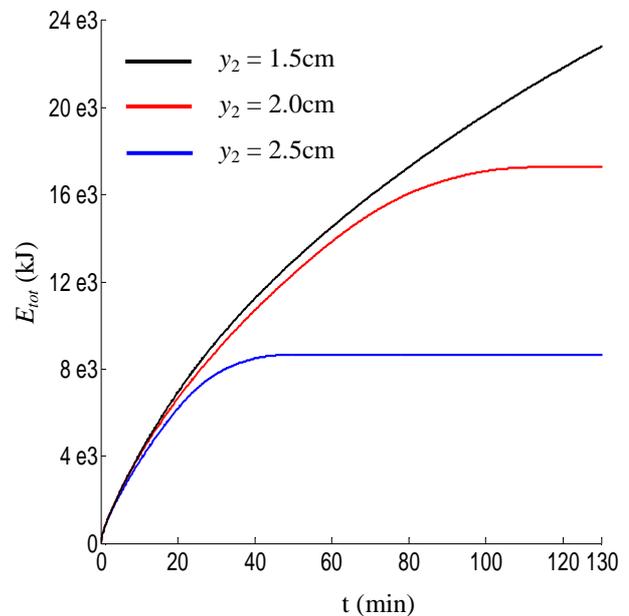


Fig. 3.8b: Variation de l'énergie thermique stockée pour différentes largeurs  $y_2$  ( $y_1=1\text{cm}$  et  $L=8\text{m}$ ).

Comme l'on peut constater sur la figure (3.9a), l'efficacité maximale de stockage thermique correspondant à un temps de fusion minimal est obtenue pour une courte longueur du conduit ( $L = 0,5\text{m}$ ). En effet, pour une courte longueur de plaque, la quantité de PCM est réduite, donc la fusion totale est rapidement atteinte. Afin d'examiner les effets de l'épaisseur de PCM sur l'efficacité de stockage, la figure (3.9b) est introduite. L'analyse de ces figures montre que, lorsque l'épaisseur de PCM augmente, (paroi épaisse), une quantité importante d'énergie thermique peut être stockée et le temps nécessaire pour la fusion devient important. Par conséquent, l'efficacité de stockage thermique augmente lentement.

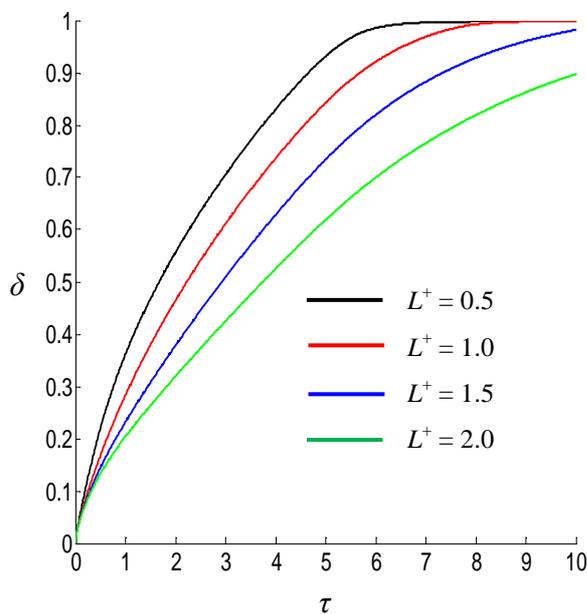


Fig. 3.9a: Efficacité du stockage pour différentes longueurs  $L^+$  (avec  $y_2^+ = 2$ ).

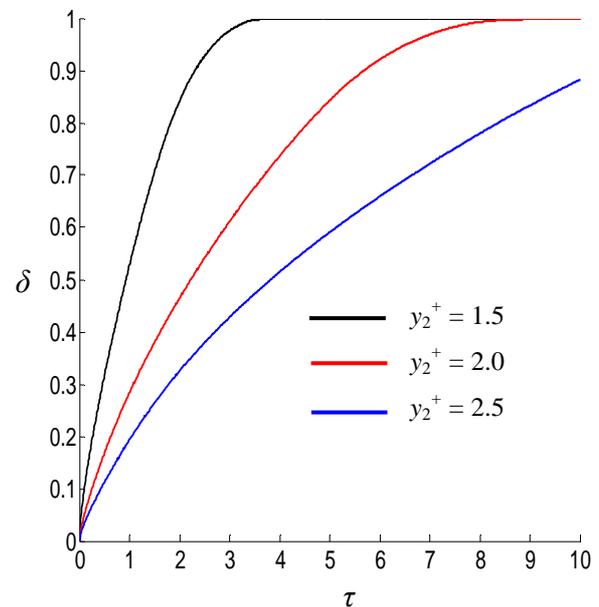


Fig. 3.9b: Efficacité du stockage pour différentes épaisseur de paroi  $y_2^+$  (avec  $\zeta = 1$ )

La figure (3.10a) montre la variation de l'efficacité du stockage thermique en fonction du temps, pour différentes longueurs de plaque et un nombre de Reynolds de 400. L'efficacité du stockage, augmente de façon monotone avec le temps jusqu'à une valeur maximale (égal à 1). Quand le processus de changement de phase est accompli, la fraction liquide  $fr$  est égale à 1. L'efficacité de stockage correspondante est inférieure à 1 ( $\delta < 1$ ). Quand le régime stationnaire est établi, le PCM sera complètement fondu et chauffé, l'efficacité du stockage thermique correspondante est égale à 1 ( $\delta = 1$ ).

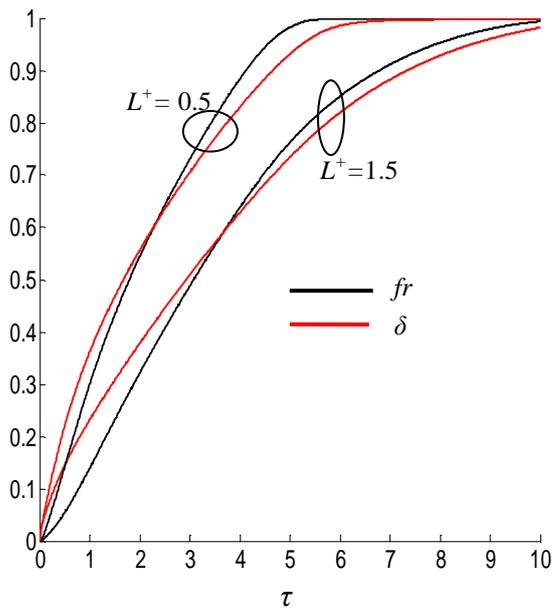


Fig. 3.10a: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes longueurs  $L^+$  (avec  $y_2^+ = 2$ )

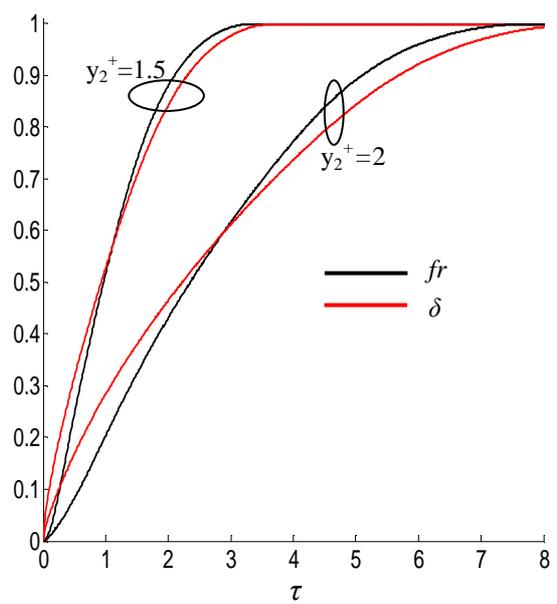


Fig. 3.10b: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes épaisseurs  $y_2^+$  (avec  $L^+ = 1$ )

### 3.3 Cas II : étude du tube cylindrique

#### 3.3.1 Modélisation mathématique :

Le système de stockage par chaleur latente à étudier est composé de plusieurs tubes en PCM, cf. fig. (3.11a). Le fluide caloporteur en écoulement laminaire charge/décharge le PCM. Une approche simpliste permet d'étudier l'échange de chaleur et le comportement transitoire d'un élément typique à savoir un conduit cylindrique avec une surface extérieure adiabatique et une température d'entrée constante, cf. fig. (3.11b).

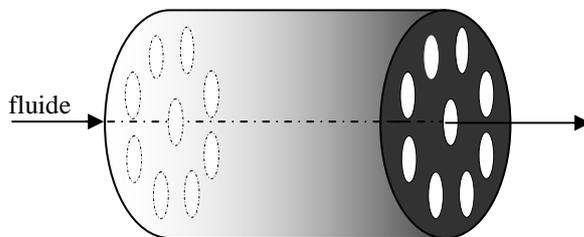


Fig. 3.11a : Unité de stockage par chaleur latente.

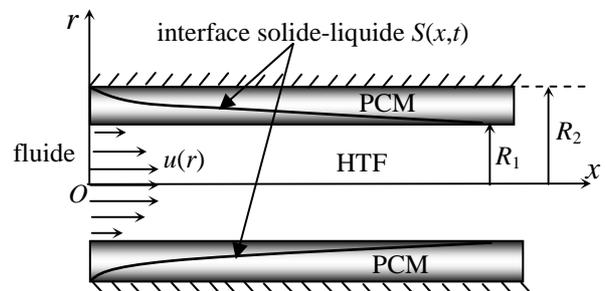


Fig. 3.11b : Module de stockage par chaleur latente.

Le modèle mathématique, formulé en coordonnées cylindriques bidimensionnelles peut être écrit sous la forme dimensionnelle tel que:

Pour le HTF

$$\frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial t} + u(r) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T_f(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right), \quad t > 0, \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0 \quad (3.17a)$$

$$T_f(0, r, t) = T_0, \quad t > 0, \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad (3.17b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad t > 0, \quad x > 0, \quad (3.17c)$$

$$T_f(x, r, t) = T_l(x, r, t), \quad t > 0, \quad r = R_1, \quad x > 0. \quad (3.17d)$$

Pour le PCM (*phase liquid*)

$$\frac{\partial T_l^2(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_l(x, r, t)}{\partial r} = \frac{1}{\alpha_{pcm}} \frac{\partial T_l(x, r, t)}{\partial t}, \quad t > 0, \quad R_1 < r < S(x, t), \quad x > 0, \quad (3.17e)$$

$$-h (T_f(x, r, t) - T_l) = k_{pcm} \frac{\partial T_l(x, r, t)}{\partial r}, \quad t > 0, \quad r = R_1, \quad x > 0. \quad (3.17f)$$

Pour le PCM (*phase solid*)

$$\frac{\partial T_s^2(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s(x, r, t)}{\partial r} = \frac{1}{\alpha_{pcm}} \frac{\partial T_s(x, r, t)}{\partial t}, \quad t > 0, \quad S(x, t) < r < R_2, \quad x > 0, \quad (3.17g)$$

$$\left. \frac{\partial T_s(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=R_2} = 0, \quad t > 0, \quad x > 0, \quad (3.17h)$$

$$T_s(x, r, t) = T_{int}, \quad t = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0. \quad (3.17i)$$

A l'interface solide-liquide

$$-k_{pcm} \frac{\partial T_l(x, r, t)}{\partial r} + k_{pcm} \frac{\partial T_s(x, r, t)}{\partial r} = \rho_{pcm} q \frac{\partial S(x, t)}{\partial t}, \quad t > 0, \quad r = S(x, t), \quad x > 0, \quad (3.17j)$$

$$T_s(x, r, t) = T_l(x, r, t) = T_m, \quad t > 0, \quad r = S(x, t), \quad x > 0. \quad (3.17k)$$

En utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\eta = \frac{r}{R_1}, \quad \xi = \frac{2}{\Gamma} \frac{x}{R_1 \cdot \text{Re} \cdot \text{Pr}}, \quad \tau = \frac{t \alpha_{pcm}}{R_1^2}, \quad S^+ = \frac{S}{R_1}, \quad \gamma = \frac{k_{pcm}}{k_f}, \quad \Gamma = \frac{\alpha_f}{\alpha_{pcm}}, \quad W(\eta) = \frac{u(r)}{u_b},$$

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \frac{T(x, r, t) - T_m}{T_0 - T_m}, \quad Nu = \frac{2h R_1}{k_f}, \quad Bi = \frac{Nu}{2\gamma}, \quad Ste = \frac{cp_{pcm} (T_0 - T_m)}{q}, \quad \tilde{\theta}_{int} = \frac{\theta_{int}}{\theta_b(\xi)},$$

les équations gouvernantes deviennent :

Pour le HTF

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \Gamma \left( \frac{\partial^2 \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right) \quad \tau > 0, \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0 \quad (3.18a)$$

$$\theta_f(0, \eta, \tau) = 1, \quad \tau > 0, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (3.18b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \tau > 0, \quad \eta = 0, \quad \xi > 0, \quad (3.18c)$$

$$\theta_f(\eta, \xi, \tau) = \theta_l(\eta, \xi, \tau), \quad \tau > 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (3.18d)$$

Pour le PCM (*phase liquide*)

$$\frac{\partial \theta_l^2(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_l(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta_l(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \quad 1 < \eta < S^+(\xi, \tau), \quad \xi > 0, \quad (3.18e)$$

$$-\frac{\partial \theta_l(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{Nu}{2\gamma} \left( \theta_f(\xi, \eta, \tau) - \theta_l(\xi, \eta, \tau) \Big|_{\eta=1} \right), \quad \tau > 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0. \quad (3.18f)$$

Pour le PCM (*phase solide*)

$$\frac{\partial \theta_s^2(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \quad S^+(\xi, \tau) < \eta < R_2^+, \quad \xi > 0, \quad (3.18g)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \tau > 0, \quad \eta = R_2^+, \quad \xi > 0, \quad (3.18h)$$

$$\theta_s(\xi, \eta, \tau) = \theta_{int}, \quad \tau = 0, \quad 1 > \eta > R_2^+, \quad \xi > 0. \quad (3.18i)$$

A l'interface solide-liquide

$$-\frac{\partial \theta_l(\eta, \xi, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta_s(\eta, \xi, \tau)}{\partial \eta} = \frac{1}{Ste} \frac{\partial S^+(\xi, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \quad \eta = S^+(\xi, \tau), \quad \xi > 0, \quad (3.18j)$$

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \theta_s(\xi, \eta, \tau) = 0, \quad \tau > 0, \quad \eta = S^+(\xi, \tau), \quad \xi > 0. \quad (3.18k)$$

Les températures dans les phases liquide et solide peuvent être exprimées respectivement sous la forme suivante:

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_l(\eta, \tau) \times \theta_b(\xi), \quad (3.19a)$$

$$\theta_s(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}_s(\eta, \tau) \times \theta_b(\xi), \quad (3.19b)$$

ou la température moyenne du fluide caloporteur est définie telle que :

$$\theta_b(\xi) = \int_0^1 \eta W(\eta) \theta_f(\xi, \eta, \tau) d\eta, \quad (3.19c)$$

$W(\eta)$  est le profil de vitesse adimensionnelle donné par :

$$W(\eta) = 2(1 - \eta^2). \quad (3.19d)$$

En utilisant le coefficient de transfert local à l'interface PCM-HTF, nous obtenant

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = \frac{Nu(\xi)}{2} (\theta_f(\xi, \eta, \tau)_{\eta=1} - \theta_b(\xi)), \quad \tau > 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0. \quad (3.19e)$$

La corrélation du nombre de Nusselt proposée par Shah and London [85] est utilisée pour le l'écoulement laminaire :

$$Nu(\xi) = \begin{cases} 1.077 (\bar{x})^{(-1/3)} - 0.7 & \bar{x} \leq 0.01 \\ 3.657 + 6.874 (10^3 \bar{x})^{-0.488} \exp(-57.2 \bar{x}) & \bar{x} > 0.01 \end{cases} \quad (3.19f)$$

$$\text{où, } \bar{x} = \frac{x}{D_e Re Pr} = \frac{\Gamma}{4} \xi.$$

L'hypothèse du régime quasi-stationnaire est appliquée à l'écoulement fluide à l'intérieur du conduit. Donc, le système ci-dessus peut être récrit tel que:

Pour le HTF

$$\frac{d\theta_b(\xi)}{d\xi} = \frac{Nu}{2} \Gamma(\tilde{\theta}_l(\eta, \tau)_{\eta=1} - 1) \theta_b(\xi), \quad \tau > 0, \eta = 1, \xi > 0, \quad (3.20a)$$

$$\theta_b(0) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1. \quad (3.20b)$$

Pour le PCM (*phase liquide*)

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, 1 < \eta < S^+(\xi, \tau), \quad (3.20c)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi(\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) - 1), \quad \tau > 0, \eta = 1. \quad (3.20d)$$

Pour le PCM (*phase solide*)

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_s^2(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, 1 < \eta < S^+(\xi, \tau), \quad (3.20e)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \tau > 0, \eta = R_2^+, \quad (3.20f)$$

$$\tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = \tilde{\theta}_{int}, \quad \tau = 0, 1 > \eta > R_2^+. \quad (3.20g)$$

A l'interface solide-liquide

$$\left( -\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right) \theta_b(\xi) = \frac{1}{Ste} \frac{\partial S^+(\xi, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > 0, \eta = S^+(\xi, \tau), \xi > 0, \quad (3.20h)$$

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = \tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = 0, \quad \tau > 0, \eta = S^+(\tau), \xi > 0. \quad (3.20i)$$

La solution de l'équation (3.20a) associée à la condition aux limites (3.20b) donne une distribution de la température moyenne :

$$\tilde{\theta}_b(\xi) = \exp\left(-\int_0^\xi \sigma(\xi) d\xi\right), \quad (3.21a)$$

$$\text{ou } \sigma(\xi) = \frac{Nu(\xi)}{2} \Gamma(1 - \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)_{\eta=1}). \quad (3.21b)$$

La solution exacte de l'équation (3.20c) est déterminée en introduisant la Fonction Exponentielle Intégrale  $Ei(\eta)$  [86]. Nous cherchons maintenant la solution dans la phase liquide du PCM sous la forme:

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = A - B \times Ei\left(-\frac{\eta^2}{4\tau}\right), \quad 1 < \eta < S^+(\xi, \tau). \quad (3.22a)$$

La dérivée de l'équation (3.22a) par rapport à la variable adimensionnelle  $\eta$  est :

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = -\frac{2B}{\eta} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4\tau}\right), \quad \eta = 1. \quad (3.22b)$$

Les variables inconnues  $A$  et  $B$  sont calculées en utilisant les équations (3.20d) et (3.20i), nous obtenons:

$$A = B \times Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right), \quad (3.22c)$$

$$B = \frac{Bi}{2 \exp\left(-\frac{1}{4\tau}\right) + Bi \times \left( Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right) - Ei\left(-\frac{1}{4\tau}\right) \right)}. \quad (3.22d)$$

Alors, la distribution de température peut être écrite telle que:

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = \frac{Bi \times \left( Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right) - Ei\left(-\frac{\eta^2}{4\tau}\right) \right)}{2 \exp\left(-\frac{1}{4\tau}\right) + Bi \times \left( Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right) - Ei\left(-\frac{1}{4\tau}\right) \right)}, \quad (3.22e)$$

Notant que la température adimensionnelle  $\theta_l(\eta, \xi, \tau)$  est en rapport avec la fonction  $\tilde{\theta}_l(\eta, \tau)$  par l'équation (3.19a), alors le profil de température dans la phase liquide du PCM est:

$$\theta_l(\eta, \xi, \tau) = \theta_b(\xi) \left( \frac{Bi \times \left( Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right) - Ei\left(-\frac{\eta^2}{4\tau}\right) \right)}{2 \exp\left(-\frac{1}{4\tau}\right) + Bi \times \left( Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right) - Ei\left(-\frac{1}{4\tau}\right) \right)} \right). \quad (3.22f)$$

La distribution de température dans phase solide est recherchée en utilisant la technique de séparation des variables pour les équations (3.20e), (3.20f), (3.20g) et (3.20i). Donc, la température dans phase solide est :

$$\tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \psi_n(\tau) \varphi_n(\eta), \quad \tau > 0, S^+(\xi, \tau) < \eta < R_2^+, \quad (3.23a)$$

où les fonctions  $\varphi_n(\eta)$  sont solutions du système suivant:

$$\frac{d^2 \varphi_n(\eta)}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \varphi_n(\eta)}{\partial \eta} = -\lambda_n^2 \varphi_n(\eta), \quad S^+(\xi, \tau) < \eta < R_2^+, \quad (3.23b)$$

$$\varphi_n(\eta) = 0, \quad \eta = S^+, \quad (3.23c)$$

$$\left. \frac{d\varphi_n(\eta)}{d\eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \eta = R_2^+. \quad (3.23d)$$

La solution de l'équation (3.23c) peut être exprimée par

$$\varphi_n(\eta) = J_0(\lambda_n \eta) Y_0(\lambda_n S^+) - J_0(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n \eta). \quad (3.23e)$$

En utilisant la condition aux limites (3.23d), les valeurs propres  $\lambda_n$  sont solution de l'équation transcendante suivante :

$$-J_1(\lambda_n R_2^+) Y_0(\lambda_n S^+) + J_0(\lambda_n S^+) Y_1(\lambda_n R_2^+) = 0. \quad (3.23f)$$

où  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1 respectivement, et  $Y_0$  et  $Y_1$  sont les fonctions de Bessel de deuxième espèce d'ordre 0 et 1 respectivement.

La fonction  $\psi_n(\tau) = \exp(-\lambda_n^2 \tau)$  est définie comme étant la solution de l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d\psi_n(\tau)}{d\tau} = -\lambda_n^2 \psi_n(\tau), \quad \tau > 0. \quad (3.23g)$$

La solution générale des équations (3.20e), (3.20f), (3.20g) et (3.20i) est obtenue comme ci-dessous :

$$\tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \left( J_0(\lambda_n \eta) Y_0(\lambda_n S^+) - J_0(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n \eta) \right). \quad (3.23h)$$

Pour déterminer les inconnues  $C_n$ , la solution précitée doit satisfaire la condition (3.20g), telle que :

$$\tilde{\theta}_{in} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \left( J_0(\lambda_n \eta) Y_0(\lambda_n S^+) - J_0(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n \eta) \right), \quad (3.23i)$$

utilisant les séries de Fourier, nous obtenons:

$$C_n = \frac{\tilde{\theta}_{in} \left( Y_0(\lambda_n S^+) \int_{S^+}^{R_2^+} \eta J_0(\lambda_n \eta) d\eta - J_0(\lambda_n S^+) \int_{S^+}^{R_2^+} \eta Y_0(\lambda_n \eta) d\eta \right)}{Y_0^2(\lambda_n S^+) \int_{S^+}^{R_2^+} \eta J_0^2(\lambda_n \eta) d\eta + J_0^2(\lambda_n S^+) \int_{S^+}^{R_2^+} \eta Y_0^2(\lambda_n \eta) d\eta - 2J_0(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n S^+) \int_{S^+}^{R_2^+} \eta J_0(\lambda_n \eta) Y_0(\lambda_n \eta) d\eta} \quad (3.23j)$$

Donc, la température dans la phase PCM solide peut être écrite comme ci-dessous :

$$\tilde{\theta}_s(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \left( J_0(\lambda_n \eta) Y_0(\lambda_n S^+) - J_0(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n \eta) \right). \quad (3.23k)$$

La température  $\theta_s(\eta, \xi, \tau)$  est en relation directe avec la fonction  $\tilde{\theta}_s(\eta, \tau)$  par l'équation (3.19b), donc le profil de température dans la phase solide du PCM est:

$$\theta_s(\xi, \eta, \tau) = \theta_b(\xi) \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \left( J_0(\lambda_n \eta) Y_0(\lambda_n S^+) - J_0(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n \eta) \right). \quad (3.23l)$$

En remplaçant les équations (3.21a), (3.22e) et (3.23k) dans l'équation (3.20h), l'équation suivante est obtenue :

$$\frac{2 Bi \theta_b(\xi) \exp\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right)}{2S^+ \exp\left(-\frac{1}{4\tau}\right) + Bi \left( Ei\left(-\frac{S^{+2}}{4\tau}\right) - Ei\left(-\frac{1}{4\tau}\right) \right)} + \theta_b(\xi) \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \left( -J_1(\lambda_n S^+) Y_0(\lambda_n S^+) + J_0(\lambda_n S^+) Y_1(\lambda_n S^+) \right) = \frac{1}{Ste} \frac{\partial S^+(\xi, \tau)}{\partial \tau}, \quad (3.24a)$$

$$S^+(\xi, \tau) = 1 \quad \text{Pour } \tau = 0. \quad (3.24b)$$

Le système d'équation (3.24) peut être résolu en utilisant la méthode itérative sous-relaxation, Une fois l'interface liquide-solide  $S^+(\xi, \tau)$  est obtenue, la distribution de la température dans

région PCM ( $\tilde{\theta}_l(\eta, \tau)$  et  $\tilde{\theta}_s(\eta, \tau)$ ) peut être obtenue à partir des équations (3.22e) et (3.23k), respectivement. La distribution de la température dans la région fluide sera simplement obtenue en remplaçant équation (3.22e) dans l'équation (3.21b).

L'analyse précédente traite le processus de changement de phase jusqu'à ce que l'interface solide-liquide arrive à la surface externe du PCM ( $S^+(\zeta, \tau) = y_2^+$  à l'instant  $\tau = \tau_{tm}$ ). À la fin du processus de fusion, l'énergie sera stockée seulement par chaleur sensible et la conduction devient le mécanisme de transfert prédominant. L'équation de diffusion et les conditions aux limites correspondantes s'écrivent comme ci-dessous:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > \tau_{tm}, \quad 1 < \eta < R_2^+. \quad (3.25a)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi \left( \tilde{\theta}_l(\eta, \tau) - 1 \right), \quad \tau > \tau_{tm}, \quad \eta = 1, \quad (3.25b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \tau > \tau_{tm}, \quad \eta = R_2^+. \quad (3.25c)$$

En utilisant l'équation (3.22e), la distribution de température dans phase liquide est donnée par l'équation (3.25d) :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau_{tm}) = \frac{Bi \times \left( Ei \left( -\frac{R_2^{+2}}{4\tau_{tm}} \right) - Ei \left( -\frac{\eta^2}{4\tau_{tm}} \right) \right)}{2 \exp \left( -\frac{1}{4\tau_{tm}} \right) + Bi \times \left( Ei \left( -\frac{R_2^{+2}}{4\tau_{tm}} \right) - Ei \left( -\frac{1}{4\tau_{tm}} \right) \right)} = 1 + F(\eta), \quad \tau = \tau_{tm}, \quad 1 > \eta > R_2^+. \quad (3.25d)$$

On définit la fonction  $\bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)$  telle que :

$$\bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau) = \tilde{\theta}_l(\eta, \tau) - 1,$$

le problème (3.25) devient:

$$\frac{\partial^2 \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \bar{\tilde{\theta}}_l(\eta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \tau > \tau_{tm}, \quad 1 < \eta < R_2^+, \quad (3.26a)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_i(\eta, \tau)}{\partial \eta} = Bi \tilde{\theta}_i(\eta, \tau), \quad \tau > \tau_{im}, \eta = 1, \quad (3.26b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_i(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \tau > \tau_{im}, \eta = R_2^+, \quad (3.26c)$$

$$\tilde{\theta}_i(\eta, \tau) = F(\eta), \quad \tau = \tau_{im}, 1 > \eta > R_2^+, \quad (3.26d)$$

Avec la technique de séparation de variable, la solution de l'équation (3.26a) prend la forme suivante :

$$\tilde{\theta}_i(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n H_n(\tau) G_n(\eta), \quad (3.27)$$

où  $G_n(\eta) = J_0(\mu_n \eta) Y_1(\mu_n R_2^+) - J_1(\mu_n R_2^+) Y_0(\mu_n \eta)$  sont solution du système suivant:

$$\frac{d^2 G_n(\eta)}{d\eta^2} = -\mu_n^2 G_n(\eta), \quad 1 < \eta < R_2^+, \quad (3.28a)$$

$$\frac{dG_n(\eta)}{d\eta} = Bi G_n(\eta), \quad \eta = 1, \quad (3.28b)$$

$$\left. \frac{dG_n(\eta)}{d\eta} \right|_{\eta=R_2^+} = 0, \quad \eta = R_2^+. \quad (3.28c)$$

Les valeurs propres  $\mu_n$  sont solutions de l'équation transcendante (3.28d), obtenues par la méthode de Newton.

$$J_1(\mu_n R_2^+) (\mu_n Y_1(\mu_n) + Bi Y_0(\mu_n)) - Y_1(\mu_n R_2^+) (\mu_n J_1(\mu_n) + Bi J_0(\mu_n)) = 0. \quad (3.28d)$$

La fonction  $H_n(\tau) = \exp(-\mu_n^2 \tau)$  est la solution de l'équation différentielle suivante:

$$\frac{dH_n(\tau)}{d\tau} = -\mu_n^2 H_n(\tau), \quad \text{pour } \tau > \tau_{im}. \quad (3.29)$$

Par conséquent, la solution générale du système (3.26) est obtenue :

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-\mu_n^2 \tau} \left[ J_0(\mu_n \eta) Y_1(\mu_n R_2^+) - J_1(\mu_n R_2^+) Y_0(\mu_n \eta) \right]. \quad (3.30a)$$

La solution particulière est obtenue en utilisant la condition (3.26d) :

$$F(\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-\mu_n^2 \tau_m) \left( J_0(\mu_n \eta) Y_1(\mu_n R_2^+) - J_1(\mu_n R_2^+) Y_0(\mu_n \eta) \right). \quad (3.30b)$$

En utilisant les séries de Fourier, nous obtenant :

$$D_n = \frac{\exp(\mu_n^2 \tau_m) \int_1^{R_2^+} F(\eta) \left( \eta J_0(\mu_n \eta) Y_1(\mu_n R_2^+) - \eta J_1(\mu_n R_2^+) Y_0(\mu_n \eta) \right) d\eta}{Y_1^2(\mu_n R_2^+) \int_1^{R_2^+} \eta J_0^2(\mu_n \eta) d\eta + J_1^2(\mu_n S^+) \int_1^{R_2^+} \eta Y_0^2(\mu_n \eta) d\eta - 2J_1(\mu_n S^+) Y_1(\mu_n S^+) \int_1^{R_2^+} \eta J_0(\mu_n \eta) Y_0(\mu_n \eta) d\eta} \quad (3.30c)$$

Ainsi, la distribution de température dans la phase PCM-liquide peut être calculée par:

$$\tilde{\theta}_l(\eta, \tau) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-\mu_n^2 \tau} \left( J_0(\mu_n \eta) Y_1(\mu_n R_2^+) - J_1(\mu_n R_2^+) Y_0(\mu_n \eta) \right). \quad (3.30d)$$

Enfin, la solution générale peut être exprimée par :

$$\theta_l(\eta, \xi, \tau) = \theta_b(\xi) \left( \frac{Bi \times \left( Ei \left( -\frac{S^{+2}}{4\tau} \right) - Ei \left( -\frac{\eta^2}{4\tau} \right) \right)}{2 \exp \left( -\frac{1}{4\tau} \right) + Bi \times \left( Ei \left( -\frac{S^{+2}}{4\tau} \right) - Ei \left( -\frac{1}{4\tau} \right) \right)} \right), \quad \text{pour } 0 < \tau \leq \tau_m, \quad (3.31a)$$

$$\theta_l(\xi, \eta, \tau) = \theta_b(\xi) \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-\mu_n^2 \tau} \left[ J_0(\mu_n \eta) Y_1(\mu_n R_2^+) - J_1(\mu_n R_2^+) Y_0(\mu_n \eta) \right] \right) \quad \text{pour } \tau > \tau_m. \quad (3.31b)$$

L'efficacité du stockage thermique  $\delta$ , est définie comme le rapport entre l'énergie réellement stockée et l'énergie maximale qui peut être stockée par la paroi :

$$\delta = \frac{fr q L^+ (R_2^{+2} - 1) + cp_{pcm} L^+ (T_m - T_i) (R_2^{+2} - 1) + 2 cp_{pcm} (T_0 - T_m) \int_0^{L^+} \left( \int_1^{S^+} \theta_l \eta d\eta + \int_{S^+}^{R_2^+} \theta_s \eta d\eta \right) d\xi}{L^+ (R_2^{+2} - 1) (q + cp_{pcm} (T_0 - T_i))} \quad (3.32a)$$

où la fraction liquide/solide  $fr$  peut être calculée telle que :

$$fr = \frac{\int_0^1 \int_{L^+}^{S^+} \eta \, d\eta \, d\xi}{L^+ (R_2^{+2} - 1)}. \quad (3.32b)$$

Lorsque le régime stationnaire est établi, le PCM est complètement fondu et chauffé. L'efficacité de stockage thermique correspondante est égale à 1.

### 3.3.2 Validation

Le modèle mathématique développé ici a été d'abord validé avec les résultats expérimentaux de Lacroix [39] en simulant dans les mêmes conditions opératoires le processus de fusion de n-octadécane utilisé comme PCM. Deuxièmement, la solution exacte proposée a été vérifiée en comparant la solution analytique avec les résultats numériques obtenus par Ait Adine [55] en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats comparatifs sont présentés sur la Figure (3.12a-d) et les températures calculées pour les deux méthodes sont en bonne concordance.

Dans l'expérience [39] et la simulation [55], le débit massique de l'HTF (eau) a été fixé à 0,0315kg/s. Les longueurs du tube, les rayons intérieur et extérieur sont respectivement 1m, 2,27cm et 2,58cm. Les températures sont mesurées et calculées à l'intérieur du PCM à deux points de référence (situé à  $x = 0,95m$ ,  $r = 0,001m$  et  $x = 0,51m$ ,  $r = 0,002m$ ). Sur les Figures (3.12a) et (3.12b), les évolutions transitoires de la température de PCM pour les deux points de référence sont représentés à la fois pour l'expérience et la simulation. On peut voir que les prédictions analytiques coïncident bien avec les résultats expérimentaux et numériques sous  $T_0 - T_m = 5K$ ,  $10K$  et  $20K$ . Pour l'écoulement turbulent, le nombre de Nusselt dans le fluide caloporteur est déterminé à partir de la corrélation de Colburn :  $Nu = 0,023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$ . la convection naturelle dans la phase liquide du PCM est prise en considération en utilisant le modèle utilisé autrefois dans la référence [48], Les différences entre nos calculs actuels et les mesures expérimentales sont attribuées aux incertitudes de mesures et aux hypothèses du modèle.

La troisième validation est faite avec Zhang et Faghri [41], en comparant la température de la surface interne de la paroi PCM et la position de l'interface liquide/solide de solution semi-analytique avec celles de la solution analytique. Les figures (3.12e) et (3.12f) montrent que la

différence entre les deux solutions ne dépasse pas les 2.5% pour la température et les 7.39% pour la position de l'interface liquide/solide.

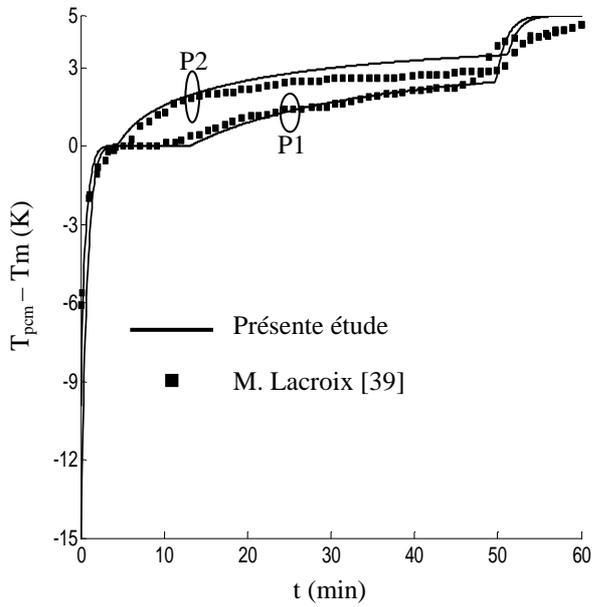


Fig. 3.12a: Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux, ( $T_0 - T_m = 5$  K).

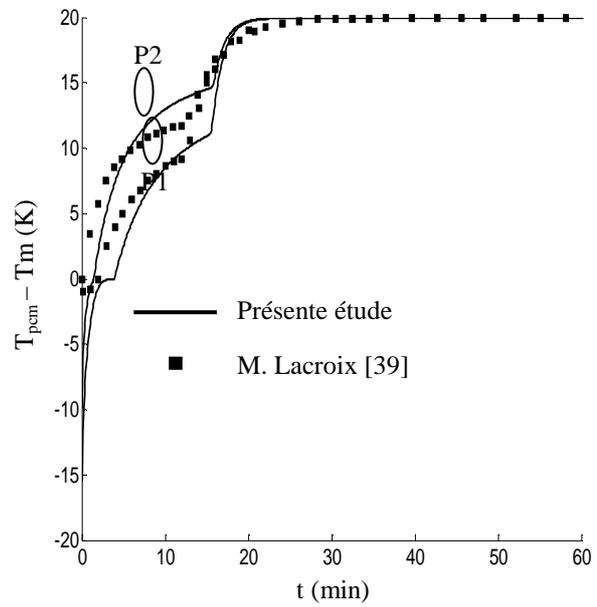


Fig. 3.12b: Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux, ( $T_0 - T_m = 20$  K).

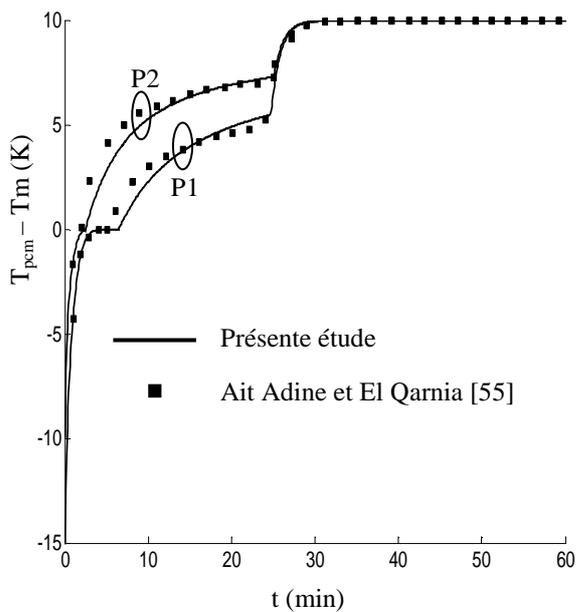


Fig. 3.12c: Comparaison entre les résultats analytiques et ceux de la simulation numérique, ( $T_0 - T_m = 10$  K).

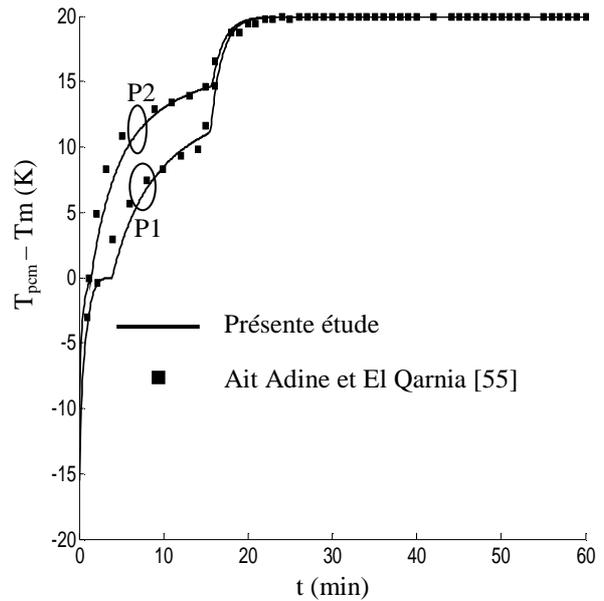


Fig. 3.12d: Comparaison entre les résultats analytiques et ceux de la simulation numérique, ( $T_0 - T_m = 20$  K).

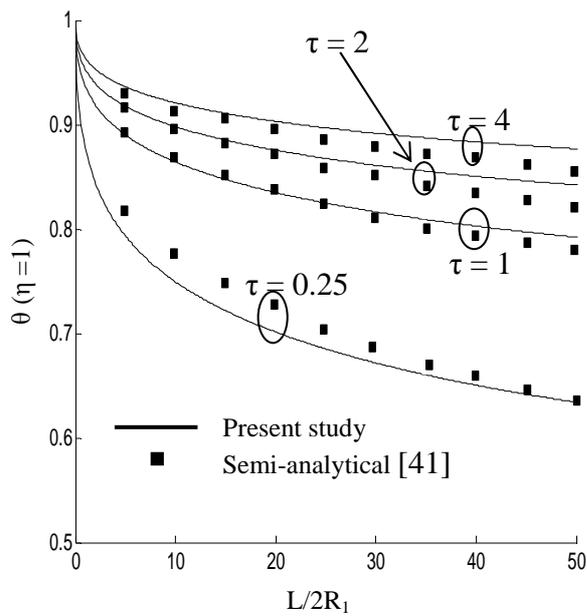


Fig. 3.12e: Comparaison entre les résultats analytiques et semi-analytiques (température de la surface interne de la paroi PCM).

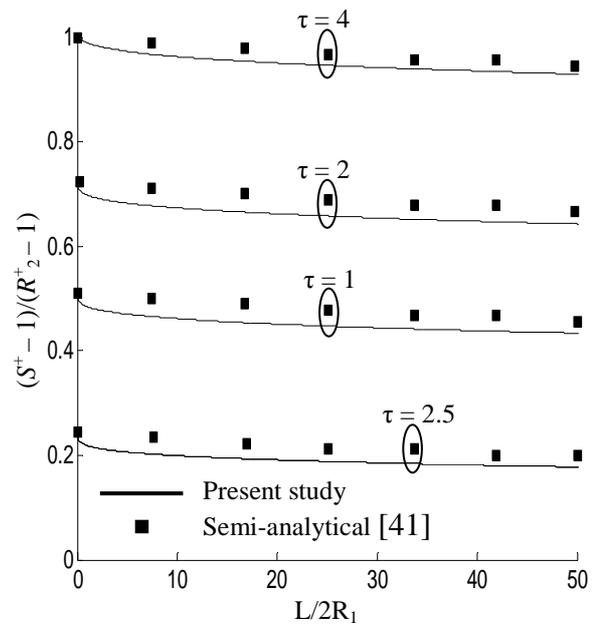


Fig. 3.12f: Comparaison entre les résultats analytiques et semi-analytiques (position de l'interface liquide/ solide).

### 3.3.3 Résultats et commentaire

Dans cette partie les mêmes matériaux (eau et paraffine) sont étudiés, le comportement thermique de l'unité de stockage pendant la charge/décharge a été simulé. Les distributions de température ont été obtenues pour différents paramètres géométriques, dynamique et thermique. Le processus de charge/décharge est étudié en termes de température, position de l'interface liquide-solide, énergie totale emmagasinée dans le PCM et l'efficacité thermique de stockage  $\delta$ .

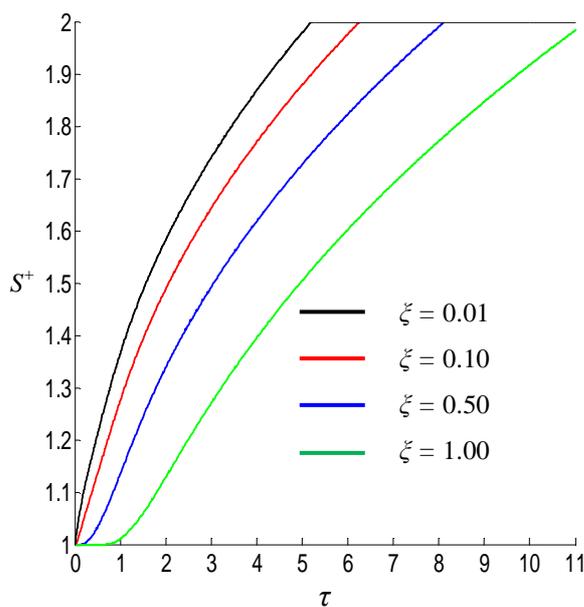


Fig. 3.13a: Evolution transitoire de l'interface solide-liquide pour différents  $\zeta$ , avec  $R_2^+ = 2$ .

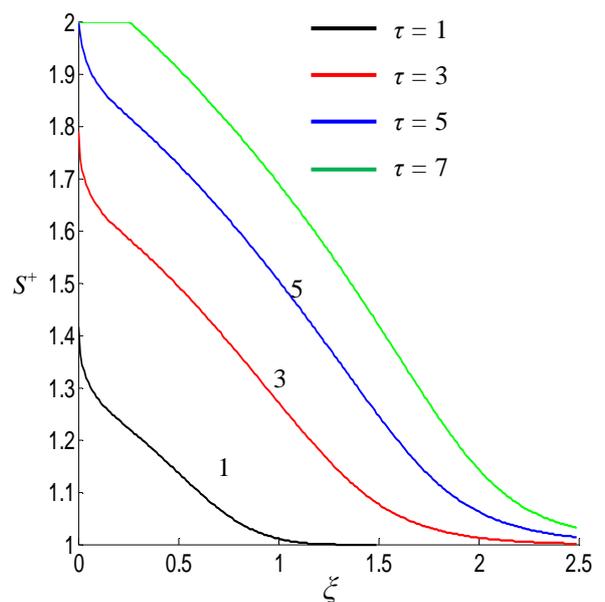


Fig. 3.13b: Position de l'interface le long du conduit pour différentes périodes,  $R_2^+ = 2$ .

La figure (3.13a) montre la position de l'interface solide-liquide  $S^+$  dans le PCM pour différent emplacement axial ( $\xi = 0.01, 0.1, 0.5$  et  $1$ ). Comme l'on peut le constater, le processus de fusion commence sur la surface de paroi du conduit ( $S^+ = S/R_1 = 1$ ) et s'étend à l'intérieur du PCM. Au fil du temps, la position de l'interface,  $S^+$ , progresse jusqu'à une valeur limite correspondant à la fusion complète obtenue pour une coordonnées radiale externe ( $S^+ = R_2/R_1 = 2$ ). Les positions de l'interface indiquées sur cette figure, montrent la rapidité de la fusion dans la région d'entrée en raison de la présence d'un fort gradient de température. Comme prévu, le fluide chaud (pendant le processus de charge), se déplaçant le long de la direction axiale nécessite beaucoup de temps pour obtenir un cycle de charge complet. À  $\xi_1 = 0,01$  (proche de la zone d'entrée), le front de fusion se déplaçant dans le milieu PCM atteint la surface extérieure ( $S^+ = 2$ ) à l'instant adimensionnel  $\tau_1 = 5$ . Le front de fusion atteint rapidement ( $\tau_2 = 6$ ) le rayon extérieur à la position axiale  $\xi_2 = 0,1$ . Plus de temps est nécessaire ( $\tau_4 = 11$ ) pour que le front de fusion atteigne le rayon extérieur à la position axiale  $\xi_4 = 1$ . Pendant le processus de décharge, avec une augmentation de la position axiale, l'eau froide nécessite plus de temps pour obtenir une solidification complète.

La figure (3.13b) représente la distribution instantanée de l'interface solide-liquide le long du conduit. On remarque que, pour une longueur adimensionnelle du conduit ( $\xi \leq 0,5$ ), tout le PCM est fondu à instant adimensionnel  $\tau = 7$ . Toutefois, le PCM situé assez loin de l'entrée du conduit ( $\xi > 2,5$ ) est maintenu à la phase solide.

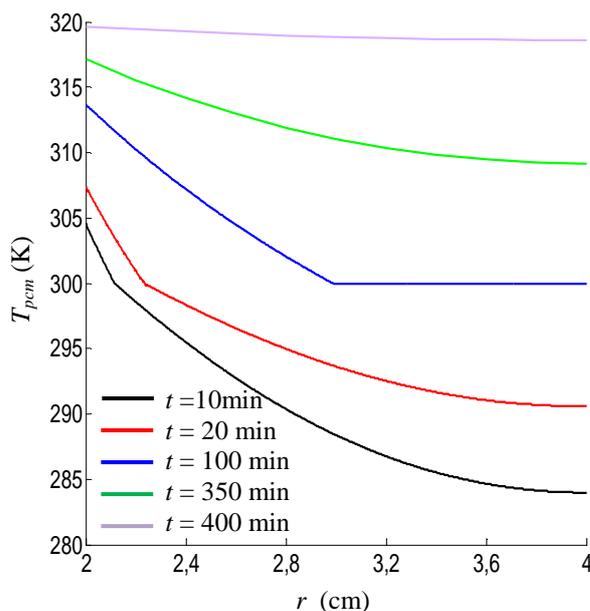


Fig. 3.14a: Distributions radiale de la température pendant la fusion pour différents instants ( $x = 5\text{m}$ ,  $R_1 = 2\text{cm}$  et  $R_2 = 4\text{cm}$ ).

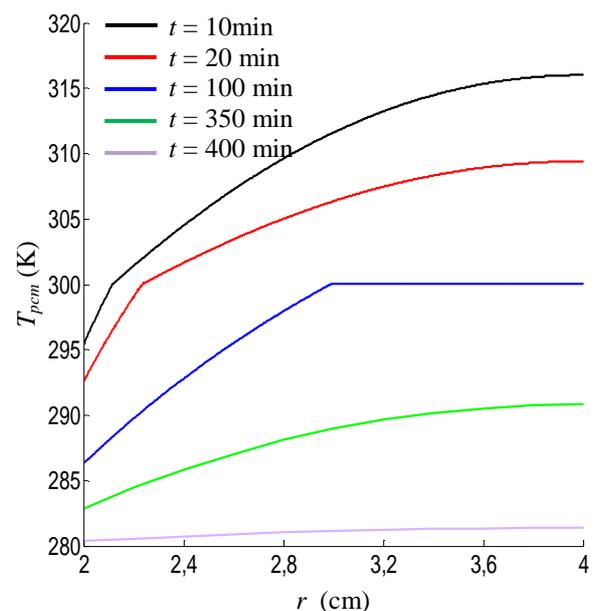


Fig. 3.14b: Distributions radiale de la température pendant la solidification pour différents instants ( $x = 5\text{m}$ ,  $R_1 = 2\text{cm}$  et  $R_2 = 4\text{cm}$ ).

Dans les figures (3.14a) et (3.14b), l'évolution de la température radiale à l'intérieur du PCM a été présentée à différents instants, pendant les processus de charge et de décharge respectivement.

L'effet de l'épaisseur de paroi sur la distribution de la température et la position de l'interface liquide-solide à  $\xi = 0,05$  est montré sur la figures (3.15a) et (3.15b) respectivement. Pour une petite valeur de l'épaisseur de paroi ( $R_2^+ = 1,5$ ), une petite quantité d'énergie peut être stockée. La surface extérieure est rapidement atteinte par la progression du front de fusion (cf. Fig. 3.15b), par conséquent, le processus de charge est réalisé rapidement. D'autre part, pour une paroi plus épaisse ( $R_2^+ \geq 2$ ), plus d'énergie peut être stockée, donc le temps de charge devient important (le front de fusion met plus temps pour atteindre le rayon extérieur).

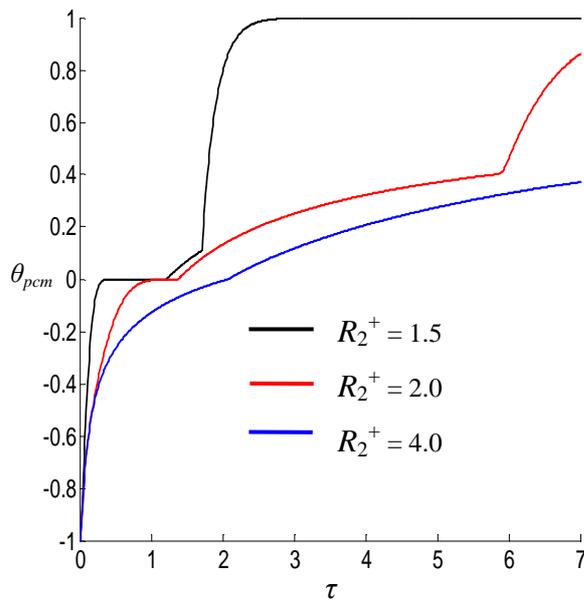


Fig. 3.15a: Effet de l'épaisseur de la paroi sur la température adimensionnelle à  $\eta = 1.4$ ,  $\zeta = 0.05$ .

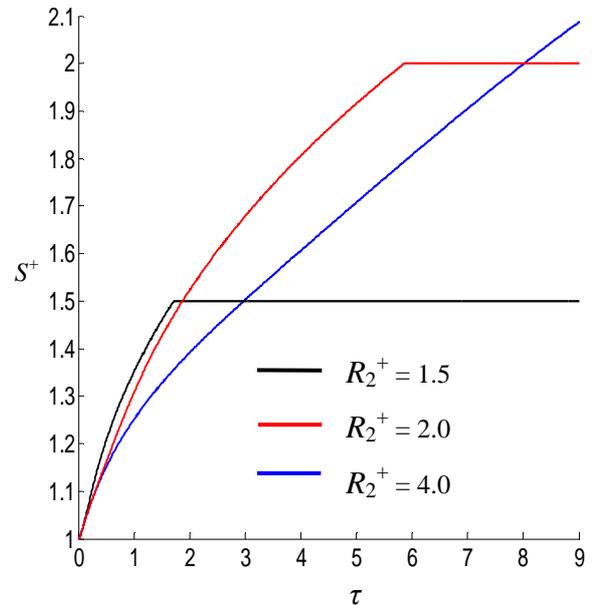


Fig. 3.15b: Effet de l'épaisseur de la paroi sur l'interface solide-liquide à  $\xi = 0.05$ .

L'influence de nombre de Stefan sur l'évolution de la température PCM et sur la position de l'interface solide-liquide, est présentée sur la figure (3.16). L'augmentation de nombre de Stefan conduit à un faible temps de fusion et donne plus de transfert d'enthalpie entre le fluide caloporteur et le PCM. Nous observons que  $Ste = cp_{pcm}(T_0 - T_m)/q$ , donc, l'augmentation de la température de fluide à l'entrée engendre un fort gradient de température au niveau de l'interface HTF-PCM, ce qui diminue le temps de fusion. D'autre côté, la diminution de la

chaleur latente du PCM fait diminuer le temps de fusion. Dans la figure (3.16b) on constate que la vitesse de déplacement de l'interface liquide-solide diminue avec la diminution de nombre Stefan (Ste).

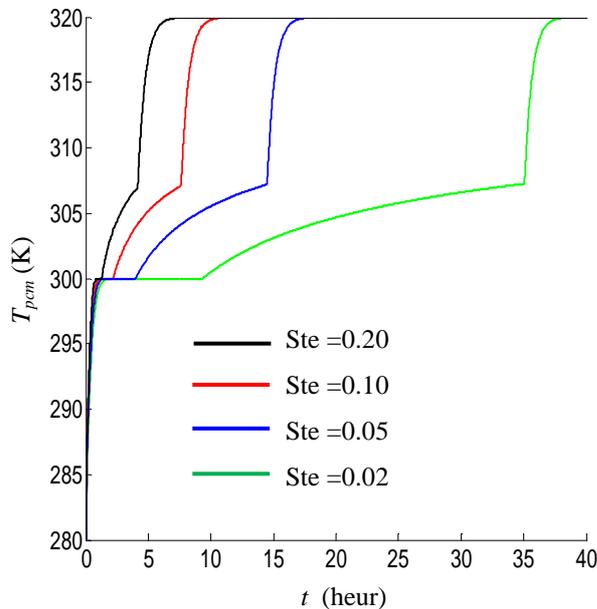


Fig. 3.16a: Influence de nombre de Stefan sur l'évolution transitoire de la température,  $R_1=2\text{cm}$ ,  $R_2=4\text{cm}$ ,  $r=3\text{cm}$ ,  $x=1\text{m}$ .

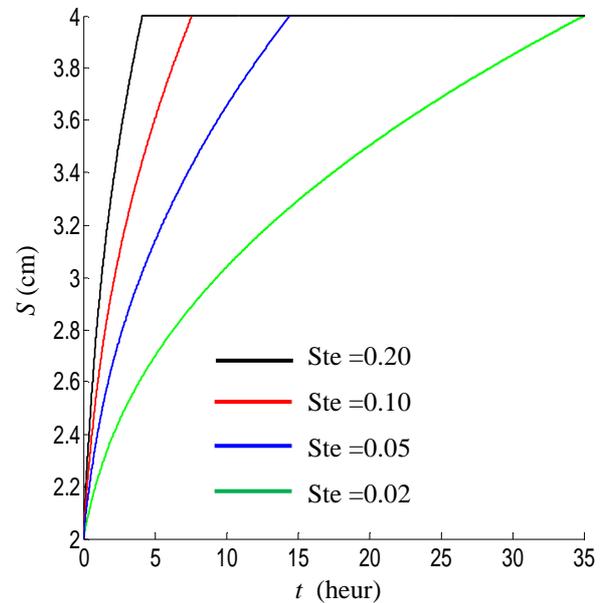


Fig. 3.16b: Influence de nombre de Stefan sur l'évolution transitoire de l'interface solide-liquide,  $R_1=2\text{cm}$ ,  $R_2=4\text{cm}$ ,  $x=1\text{m}$ .

La figure (3.17a) montre la variation transitoire de l'énergie thermique stockée dans le PCM pour quatre longueurs adimensionnelles de conduite ( $L^+=0,5, 1, 1,5$  et  $2$ ). Comme on peut le constater, la plus grande quantité d'énergie est recueillie dans le cas  $L^+=2$ . En effet, une augmentation de la longueur du tube engendre une augmentation de la surface d'échange ( $S = 2\pi R_1 L$ ). Ainsi, la chaleur accumulée dans la paroi du conduit est augmentée. Pour une longueur du conduit fixe, l'énergie totale stockée augmente de façon monotone en fonction du temps.

L'énergie stockée pour trois valeurs de l'épaisseur de paroi ( $R_2^+ = 1,5, 2$  et  $2,5$ ) et une longueur adimensionnelle du conduit  $L^+ = 1$  est montrée dans la figure (3.17b). Il est clair que pour une paroi mince ( $R_2^+ = 1,5$ ), une petite quantité d'énergie peut être stockée (1359kj). Par conséquent, le processus de chargement est rapidement atteint (environ 40 mn). D'autre part, pour un plus grand rayon extérieur (épaisseur de paroi,  $R_2^+ = 2,5$ ), une quantité importante d'énergie thermique peut être collectée, et le temps du processus de charge devient important. En

fait, l'énergie stockée dans le PCM est donnée par le numérateur de l'équation (3.32a), comme on peut le voir à partir de cette expression, l'énergie maximale stockée est obtenue pour une conduite épaisse et plus longue.

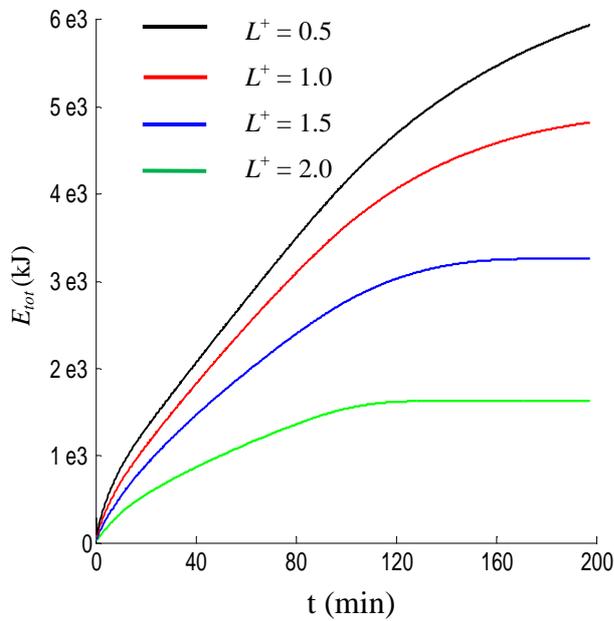


Fig. 3.17a: Energie stockée dans la paroi PCM, pour différent longueur  $L^+$ ,  $R_2^+=2$ .

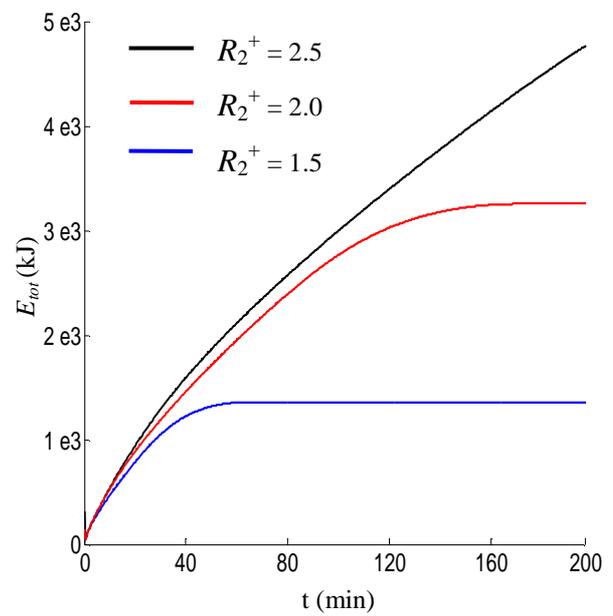


Fig. 3.17b: Energie stockée dans la paroi PCM, pour différentes épaisseurs  $R_2^+$  ( $L^+ = 1$ )

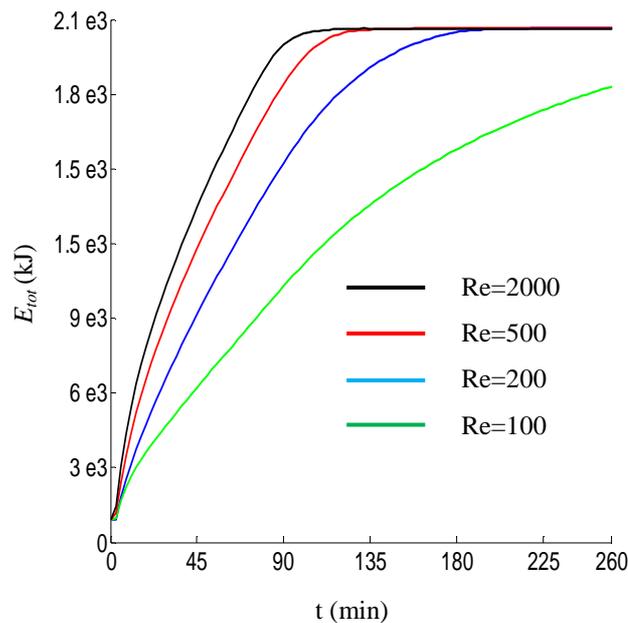


Fig. 3.17c: Energie stockée dans la paroi PCM, pour différent nombre de Reynolds,  $R_1=1$ cm,  $R_2=2$ cm et  $L=10$ m.

L'influence du nombre de Reynolds sur l'énergie thermique stockée est montrée dans la figure (3.17c). La variation de la vitesse d'écoulement entraîne une variation correspondante du nombre de Reynolds et affecte par conséquent l'énergie stockée dans la paroi du conduit. Pour une épaisseur de paroi fixe et un nombre de Stephan donné, lorsque le nombre de Reynolds augmente de 100 à 2000 (correspondant à des vitesses d'entrée de l'HTF comprise entre 0,5 et 10cm/s), l'énergie thermique emmagasinée par le fluide à l'entrée du canal augmente. Ainsi, la chaleur transmise à la paroi devient importante; par conséquent, le processus de fusion demande moins de temps.

La figure (3.18a) montre les variations transitoires de l'efficacité de stockage  $\delta$  et la fraction liquide  $fr$ , pour deux longueurs adimensionnelles de tube ( $L^+ = 0,5$  et  $1,5$ ) et un nombre de Reynolds égal à 400. Au fil du temps, l'efficacité du stockage et la fraction liquide augmentent de façon monotone jusqu'à une valeur maximale (égale à 1). Lorsque le processus de fusion est achevé, la fraction liquide est égale à 1, tandis que l'efficacité de stockage correspondante est inférieure à 1 ( $\delta < 1$ ). Lorsque le PCM est complètement chauffé et fondu, l'efficacité de stockage thermique correspondante est égale à 1. On peut constater que, l'efficacité maximale de stockage thermique correspondante à un temps de fusion minimale est obtenue pour une courte longueur de conduit,  $L^+ = 0,5$  m. En effet, pour une longueur du conduit courte, la quantité de PCM est réduite, donc la fusion totale est rapidement atteinte.

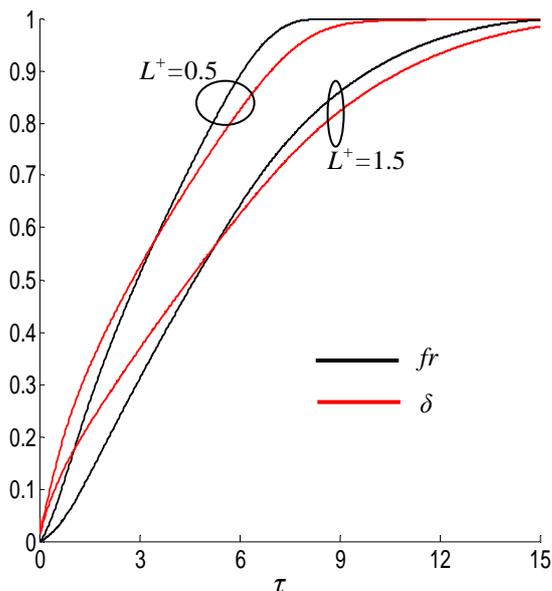


Fig. 3.18a: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage thermique pour différentes longueur  $L^+$  ( $R_2^+ = 2$ ).

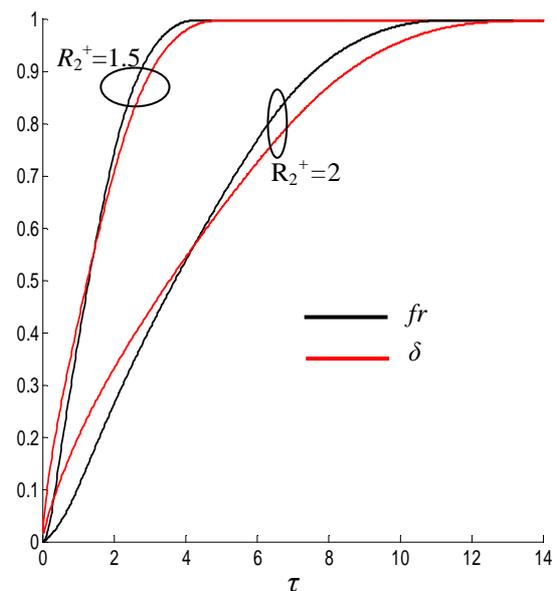


Fig. 3.18b: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage thermique pour différentes épaisseurs  $R_2^+$  ( $L^+ = 1$ ).

Afin d'examiner les effets de l'épaisseur de PCM sur efficacité du stockage et la fraction liquide, la figure (3.18b) est présentée. L'analyse de cette figure montre que pour une paroi épaisse, une quantité importante d'énergie thermique peut être stockée et le temps de charge devient important. Par conséquent, l'efficacité de stockage et la fraction liquide augmentent lentement.

### 3.4 Conclusion

Un modèle mathématique est développé pour prédire le comportement thermique d'une unité de stockage par chaleur latente (LHSU) constituée de plusieurs plaques parallèles ou de tubes cylindriques en PCM. Le fluide caloporteur (eau) circule en convection forcée laminaire entre les plaques ou à l'intérieur des tubes en chargeant/déchargeant l'unité de stockage. Plusieurs simulations ont été effectuées afin d'étudier les effets de paramètres géométriques pertinents. Les résultats obtenus dans le présent chapitre peuvent être résumés comme suit :

- Les comparaisons entre la solution analytique développée dans ce chapitre et les résultats numériques et expérimentaux publiés dans le littérature montrent une bonne concordance.
- Lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'énergie thermique emmagasinée par le fluide à l'entrée du canal augmente. Ainsi, la chaleur transmise à la paroi PCM devient importante; par conséquent, le processus de fusion demande moins de temps.
- Une augmentation de la longueur de la plaque engendre une augmentation de la surface d'échange. Ainsi, la chaleur accumulée dans la paroi du conduit est augmentée.
- Pour une paroi mince, une petite quantité d'énergie peut être stockée. Par conséquent, le processus de charge est rapidement réalisé. D'autre part, pour une paroi épaisse, une quantité importante d'énergie thermique peut être stockée, donc, le temps de charge devient important.
- Comme les températures les plus élevées sont localisées dans la zone proche de l'entrée de la conduite. Donc, plus de temps est nécessaire pour atteindre les températures de fusion du PCM dans les zones loins de l'entrée.

**Chapitre 4 :****Etude numérique du stockage par chaleur latente dans les PCM purs et impurs****4.1 Introduction**

Le problème traité dans le chapitre précédent sera résolu numériquement dans ce chapitre en utilisant la méthode d'enthalpie et d'enthalpie-porosité, en régimes laminaire. La convection naturelle dans la phase liquide sera considérée, ainsi que la variation de la conductivité thermique en fonction de la température du PCM. Dans la région fluide, l'équation de l'énergie est résolue en régime instationnaire alors que dans le chapitre trois, l'hypothèse d'un écoulement quasi-stationnaire était retenue. La discrétisation selon un schéma aux différences finis est adopté dans le fluide et le PCM. Dans la première étape nous traitons le PCM comme un matériau pur (c'est-à-dire : le changement de phase s'effectue à température constante), et dans la deuxième étape nous étudions un matériau impur (c'est-à-dire que le changement de phase s'opère sur un intervalle de température). La paraffine RT50 sera choisie comme étant un matériau PCM-impur [89], ses propriétés thermophysiques sont mentionnées dans le tableau (4.2). Le processus de charge/décharge est étudié en termes d'interface liquide-solide, de fraction liquide et d'efficacité de stockage thermique pour différents paramètres géométriques.

**4.2 Cas I : Matériaux à changement de phase purs**

Le matériau pur est le PCM qui change de phase en conservant une température constante. L'évolution de l'enthalpie totale en fonction de la température est présentée sur la figure (4.1).

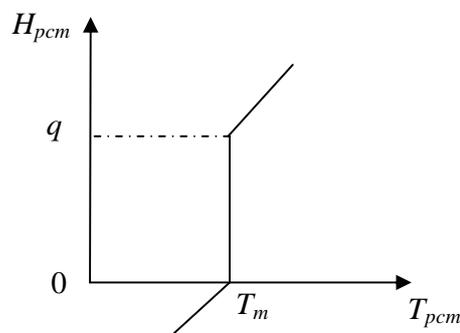


Fig. 4.1 : Enthalpie de PCM en fonction de la température (matériau pur)

À la température de fusion du PCM, l'enthalpie des phases solide et liquide sont 0 et  $q$  respectivement, il existe un saut d'enthalpie égale à la chaleur latente de PCM.

#### 4.2.1 Stockage dans les Plaques parallèles

En utilisant la méthode enthalpique, l'équation de l'énergie est écrite pour le PCM (phase solide et liquide), en supposant que la masse volumique est identique. Dans ce cas, le modèle mathématique est formulé en coordonnées cartésiennes tel que :

Région HTF

$$\frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial x} = \alpha_f \frac{\partial T_f^2(x, y, t)}{\partial y^2}, \quad 0 < y < y_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.1a)$$

$$T_f(0, y, t) = T_0, \quad 0 \leq y \leq y_1, \quad t > 0, \quad (4.1b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.1c)$$

$$T_f(x, y, 0) = T_{\text{int}}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad x > 0, \quad t = 0. \quad (4.1d)$$

Région PCM

$$k_{pcm} \frac{\partial T_{pcm}^2(x, y, t)}{\partial y^2} = \rho_{pcm} \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial t}, \quad y_1 < y < y_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.1e)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=y_2} = 0, \quad y = y_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.1f)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad y_1 < y < y_2, \quad t > 0, \quad (4.1g)$$

$$T_{pcm}(x, y, 0) = T_{\text{int}}, \quad y_1 < y < y_2, \quad x > 0, \quad t = 0. \quad (4.1h)$$

Interface PCM-HTF

$$k_f \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial y} = k_{pcm} \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial y}, \quad y = y_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.1i)$$

$$T_f(x, y, t) = T_{pcm}(x, y, t), \quad y = y_1, \quad x > 0, \quad t > 0. \quad (4.1j)$$

L'enthalpie  $H$ , est fonction de la température  $T$  selon la relation :

$$H(T) = \begin{cases} cp_{pcm}(T - T_m) & T < T_m \\ cp_{pcm}(T - T_m) + q & T > T_m \end{cases} \quad (4.2)$$

A partir de l'équation (4.2), La température,  $T$ , est :

$$T = \begin{cases} T_m + H/cp_{pcm} & H \leq 0 \\ T_m & 0 < H < q \\ T_m + (H - q)/cp_{pcm} & H \geq q \end{cases} \quad (4.3)$$

Dans ce qui suit, nous allons adopter la résolution numérique en utilisant la méthode des différences finies. La discrétisation spatiale et temporelle est présentée sur la figure (4.2), chaque point à chaque instant est représenté par  $i, j$  et  $n$ . La température à  $x=j\Delta x$ ,  $y=i\Delta y$  et  $t=n\Delta t$  peut être représentée par le symbole  $T_{i,j}^n$ , où :

$$T_{i,j}^n = T(x, y, t) = T(j.\Delta x, i.\Delta y, n\Delta t) \quad (4.4)$$

$N$  : est le nombre de nœuds suivant l'axe  $x$  tel que :  $N = \frac{L}{\Delta x}$ .

$M$  : est le nombre de nœuds suivant l'axe  $y$  tel que :  $M = \frac{y_1}{\Delta y}$ .

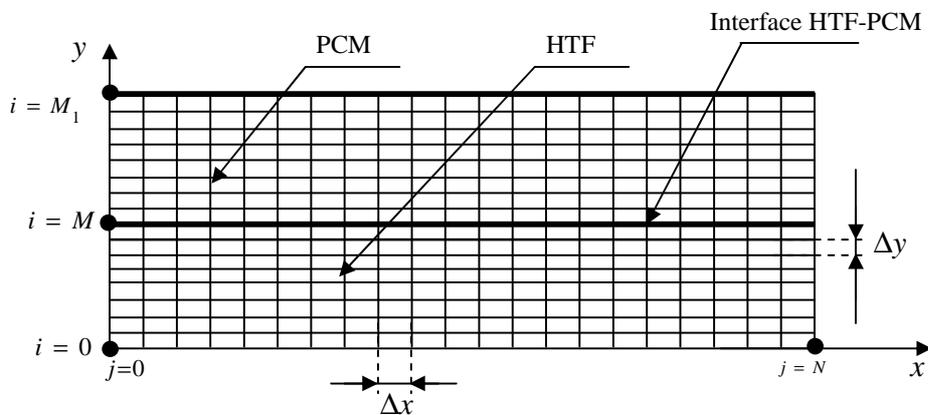


Fig. 4.2 : Discrétisation du domaine de calcul

Le système d'équations (4.1) est discrétisé par un schéma explicite avancé pour le temps et centralisé pour l'espace.

$$\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|_p = \left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|_{i,j} = \frac{H_{i,j}^{n+1} - H_{i,j}^n}{\Delta t} + \Theta(\Delta t)^2$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_p = \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{i,j} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} + \Theta(\Delta t)^2$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j-1}^n}{2\Delta x} + \Theta(\Delta x)^2$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right|_p = \left. \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{(\Delta y)^2} + \Theta(\Delta y)^2$$

Donc, la distribution de température est obtenue sous la forme:

Région HTF

$$T_{f\ i,j}^{n+1} = \left(1 - 2\frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta y^2}\right) T_{f\ i,j}^n - \frac{3}{4} \frac{\Delta t u_b}{\Delta x} \left(1 - \left(\frac{i \Delta y}{y_1}\right)^2\right) (T_{f\ i,j+1}^n - T_{f\ i,j-1}^n) + \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta y^2} (T_{f\ i+1,j}^n + T_{f\ i-1,j}^n)$$

$$i = 0, \dots, M-1, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.5a)$$

$$T_{f\ i,0}^n = T_0, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n > 0, \quad (4.5b)$$

$$T_{f\ 1,j}^n = T_{f\ 0,j}^n, \quad j = 0, \dots, N, \quad n > 0, \quad (4.5c)$$

$$T_{f\ i,N}^n = T_{f\ i,N-1}^n, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n > 0, \quad (4.5d)$$

$$T_{f\ i,j}^0 = T_{\text{int}}, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n = 0. \quad (4.5e)$$

Région PCM

$$H_{i,j}^{n+1} = H_{i,j}^n + \frac{\Delta t k_{pcm}}{\rho_{pcm} (\Delta y)^2} (T_{pcm\ i+1,j}^n - 2T_{pcm\ i,j}^n + T_{pcm\ i-1,j}^n), \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad j > 0, \quad n > 0 \quad (4.5f)$$

$$T_{pcm\ 2M,j}^n = T_{pcm\ 2M-1,j}^n, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.5g)$$

$$T_{pcm\ i,N}^n = T_{pcm\ i,N-1}^n, \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.5h)$$

$$T_{pcm\ i,1}^n = T_{pcm\ i,0}^n, \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n > 0. \quad (4.5i)$$

$$T_{pcm\ i,j}^0 = T_{int}, \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n = 0. \quad (4.5j)$$

Interface PCM-HTF

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{k_{pcm} T_{pcm\ i+1,j}^n + k_f T_{f\ i-1,j}^n}{k_{pcm} + k_f}. \quad (4.5k)$$

Lorsque la fonction enthalpie dans le PCM à l'instant (n+1) est obtenue, la distribution de la température à cet instant peut être calculée à partir de l'équation (4.3) :

$$T_{pcm\ i,j}^{n+1} = \begin{cases} T_m + H_{i,j}^{n+1} / cp_{pcm} & H_{i,j}^{n+1} \leq 0 \\ T_m & 0 < H_{i,j}^{n+1} < q \\ T_m + (H_{i,j}^{n+1} - q) / cp_{pcm} & H_{i,j}^{n+1} \geq q \end{cases} \quad (4.6)$$

La position de l'interface solide-liquide à l'instant (n+1) peut être facilement déterminée en fonction de la température. Si l'enthalpie à un point satisfait la condition  $0 < H < q$ , les coordonnées de l'interface solide-liquide s'écrivent :

$$S(x, t) = S_j^{n+1} = (i \Delta y, (n+1) \Delta t) \quad (4.7a)$$

L'efficacité du stockage d'énergie thermique  $\delta$ , est définie comme étant le rapport entre l'énergie stockée et l'énergie qui peut être stockée par la paroi :

$$\delta = \frac{fr\ q\ L(y_2 - y_1) + cp_{pcm} \int_{y_1}^{y_2} \int_0^L (T_{pcm}(x, y, t) - T_{int}) dx dy}{L(y_2 - y_1)(q + cp_{pcm}(T_0 - T_{int}))}. \quad (4.7b)$$

La fraction liquide/solide,  $fr$ , est calculée par la relation suivante :

$$fr = \frac{\int_0^L (S - y_1) dx}{L(y_2 - y_1)}. \quad (4.7c)$$

### 4.2.2 Stockage dans le conduit cylindrique

La formulation mathématique qui décrit l'écoulement laminaire à l'intérieur d'un conduit cylindrique en PCM s'écrit en coordonnées cylindriques telle que :

Région HTF

$$\frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial t} + u(r) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T_f(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.8a)$$

$$T_f(0, r, t) = T_0, \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad t > 0, \quad (4.8b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.8c)$$

$$T_f(x, y, 0) = T_{\text{int}}, \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad t = 0. \quad (4.8d)$$

Région PCM

$$k_{\text{pcm}} \left( \frac{\partial T_{\text{pcm}}^2(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\text{pcm}}(x, r, t)}{\partial r} \right) = \rho_{\text{pcm}} \frac{\partial H(x, r, t)}{\partial t}, \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.8e)$$

$$\left. \frac{\partial T_{\text{pcm}}(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=R_2} = 0, \quad r = R_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.8f)$$

$$\left. \frac{\partial T_{\text{pcm}}(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T_{\text{pcm}}(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad t > 0, \quad (4.8g)$$

$$T_{\text{pcm}}(x, y, 0) = T_{\text{int}}, \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t = 0. \quad (4.8h)$$

Interface PCM-HTF

$$k_f \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} = k_{\text{pcm}} \frac{\partial T_{\text{pcm}}(x, r, t)}{\partial r}, \quad r = R_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.8i)$$

$$T_f(x, r, t) = T_{\text{pcm}}(x, r, t), \quad r = R_1, \quad x > 0, \quad t > 0. \quad (4.8j)$$

Nous appliquons les mêmes étapes que précédemment (cas des plaques parallèles), la distribution de la température est obtenue sous la forme:

Région HTF

$$T_{f\ i,j}^{n+1} = \left(1 - 2 \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2}\right) T_{f\ i,j}^n - \frac{\Delta t u_b}{\Delta x} \left(1 - \left(\frac{i \Delta r}{R_1}\right)^2\right) (T_{f\ i,j+1}^n - T_{f\ i,j-1}^n) + \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2} \left(T_{f\ i+1,j}^n + T_{f\ i-1,j}^n + \frac{T_{f\ i+1,j}^n - T_{f\ i-1,j}^n}{2i}\right), \quad i = 0, \dots, M-1, \quad j > 0, \quad n > 0. \quad (4.9a)$$

$$T_{f\ i,0}^n = T_0, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n > 0, \quad (4.9b)$$

$$T_{f\ 1,j}^n = T_{f\ 0,j}^n, \quad j = 0, \dots, N, \quad n > 0, \quad (4.9c)$$

$$T_{f\ i,N}^n = T_{f\ i,N-1}^n, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n > 0, \quad (4.9d)$$

$$T_{f\ i,j}^0 = T_{\text{int}}, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n = 0. \quad (4.9e)$$

Région PCM

$$H_{i,j}^{n+1} = H_{i,j}^n + \frac{\Delta t k_{pcm}}{\rho_{pcm} (\Delta r)^2} \left(T_{pcm\ i+1,j}^n - 2 T_{pcm\ i,j}^n + T_{pcm\ i-1,j}^n + \frac{T_{f\ i+1,j}^n - T_{f\ i-1,j}^n}{2i}\right), \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.9f)$$

$$T_{pcm\ 2M,j}^n = T_{pcm\ 2M-1,j}^n, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.9g)$$

$$T_{pcm\ i,N}^n = T_{pcm\ i,N-1}^n, \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.9h)$$

$$T_{pcm\ i,1}^n = T_{pcm\ i,0}^n, \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.9i)$$

$$T_{pcm\ i,j}^0 = T_{\text{int}}, \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n = 0. \quad (4.9j)$$

Interface solide-liquide

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{k_{pcm} T_{pcm\ i+1,j}^n + k_f T_{f\ i-1,j}^n}{k_{pcm} + k_f}. \quad (4.9k)$$

La répartition de la température à l'instant (n+1) peut être obtenue telle que :

$$T_{pcm\ i,j}^{n+1} = \begin{cases} T_m + H_{i,j}^{n+1} / cp_{pcm} & H_{i,j}^{n+1} \leq 0 \\ T_m & 0 < H_{i,j}^{n+1} < q \\ T_m + (H_{i,j}^{n+1} - q) / cp_{pcm} & H_{i,j}^{n+1} \geq q \end{cases} \quad (4.10)$$

La position de l'interface solide-liquide à l'instant (n+1) est :

$$S(x,t) = S_j^{n+1} = (i.\Delta r, (n+1)\Delta t). \quad (4.11a)$$

L'efficacité du stockage d'énergie thermique  $\delta$ , est :

$$\delta = \frac{fr\ q\ L\ (R_2^2 - R_1^2) + 2\ cp_{pcm} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L (T_{pcm}(x,r,t) - T_{int}) r\ dx\ dr}{L\ (R_2^2 - R_1^2) (q + cp_{pcm} (T_0 - T_{int}))}, \quad (4.11b)$$

et la fraction liquide/solide,  $fr$ , est calculée par la relation suivante :

$$fr = \frac{\int_0^L (S^2 - R_1^2) dx}{L (R_2^2 - R_1^2)}. \quad (4.11c)$$

### 4.2.3 Validation de la solution numérique

La comparaison entre les résultats numériques et ceux obtenus analytiquement (dans le chapitre précédent) est présentée sur les figures (4.3), pour les plaques parallèles et la conduite cylindrique, et pour différentes températures du fluide à l'entrée de la conduite ( $T = 305\text{ K}$ ,  $T = 310\text{ K}$  et  $T = 320\text{ K}$ ). Ces figures montrent la position instantanée de l'interface solide-liquide à deux positions axiales ( $x = 0.2\text{ m}$  et  $x = 1\text{ m}$ ), la comparaison montre une bonne concordance pour tous les cas testés.

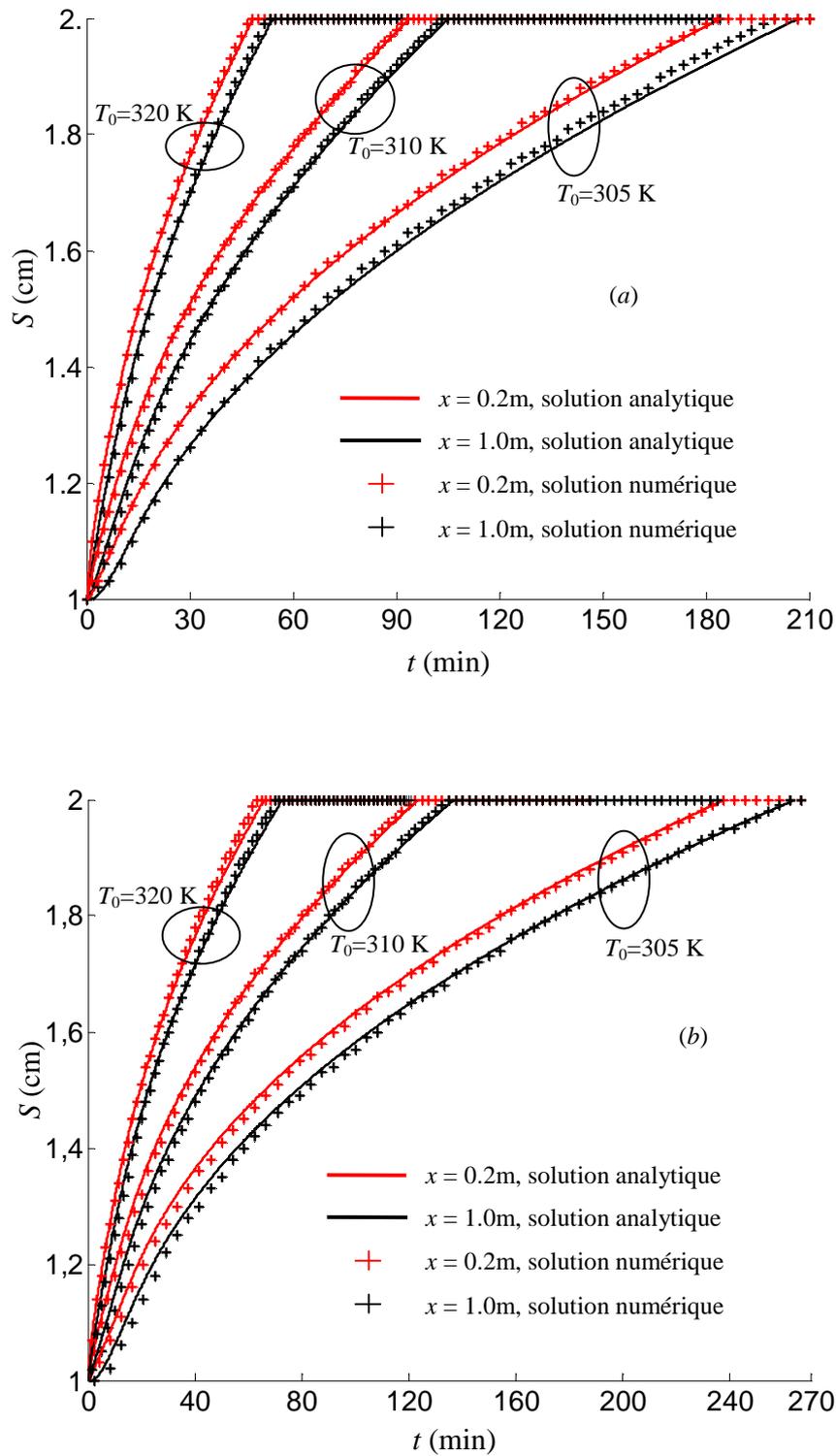


Fig. 4.3b : Comparaison entre les résultats numériques et analytiques pour différentes températures du fluide à l'entrée,  $T_0$ , a) plaques parallèles, b) tube cylindrique, ( $R_1=1$ cm,  $R_2=2$ cm,  $L=1$ m,  $Re=1000$ ).

#### 4.2.4 Résultats et commentaires

Les figures (4.4) présentent la variation de l'énergie stockée dans le PCM par chaleur sensible, pour différentes températures de fluide à l'entrée du conduit respectivement pour les plaques parallèles et le tube cylindrique. Nous constatons que la quantité d'énergie stockée par chaleur sensible augmente avec l'augmentation de la température d'entrée. D'autre part, le temps nécessaire pour le stockage maximal diminue avec l'augmentation de la température du fluide à l'entrée.

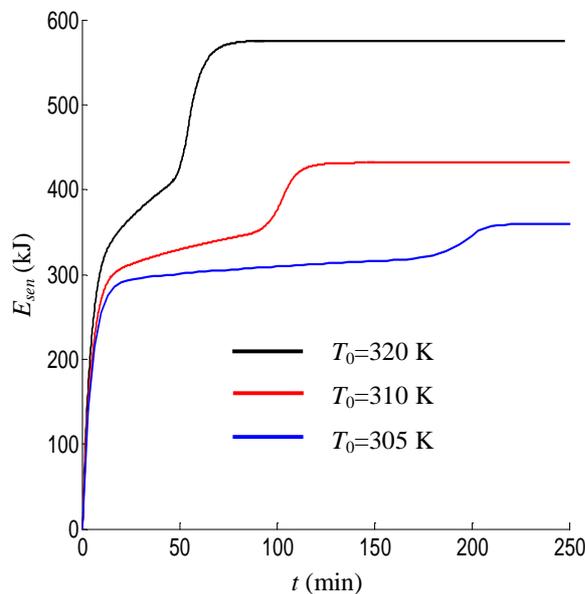


Fig. 4.4a: Energie stockée dans les plaques par chaleur sensible pour différentes  $T_0$  ( $y_1=1$ cm,  $y_2=2$ cm,  $L=1$ m,  $Re=1000$ ).

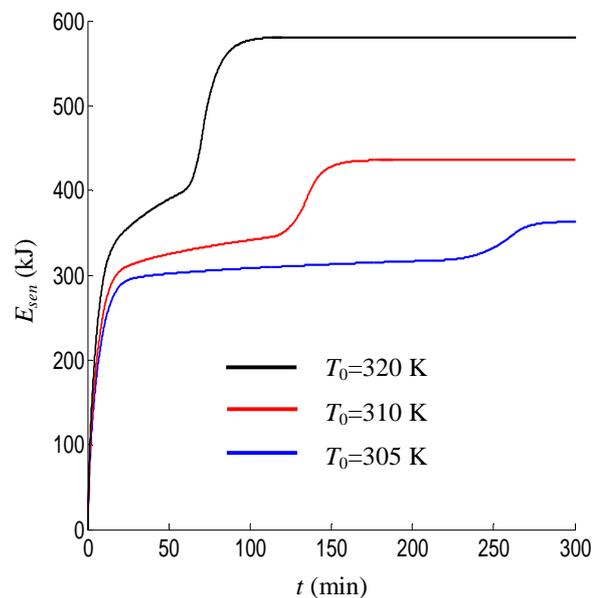


Fig. 4.4b: Energie stockée dans le tube par chaleur sensible pour différentes  $T_0$  ( $R_1=1$ cm,  $R_2=2$ cm,  $L=1$ m,  $Re=1000$ ).

La figure (4.5), représente la position instantanée de l'interface solide-liquide le long du conduit. Avec le temps, l'interface solide-liquide se déplace de la paroi intérieure de la conduite vers la paroi extérieure. Après la fusion totale du PCM, l'interface solide-liquide devient une ligne droite collée à la paroi extérieure. D'autre part, nous remarquons que la vitesse de déplacement de l'interface est plus grande à l'entrée du conduit, à cause de la présence d'un fort gradient de température.

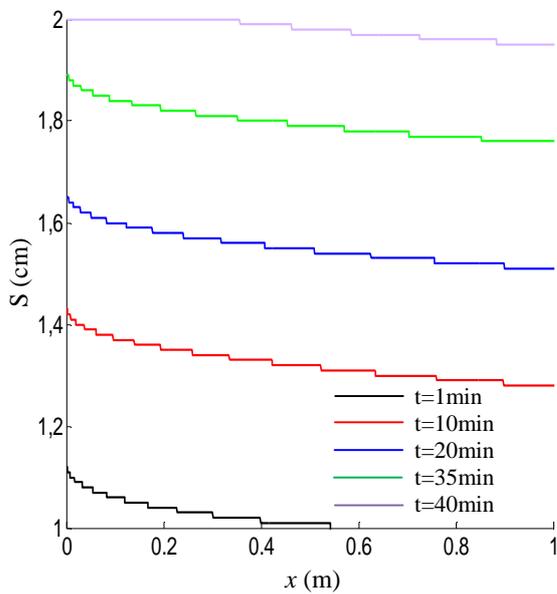


Fig. 4.5a: Position instantanée de l'interface liquide-solide le long des plaques ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $\text{Re}=1000$ ).

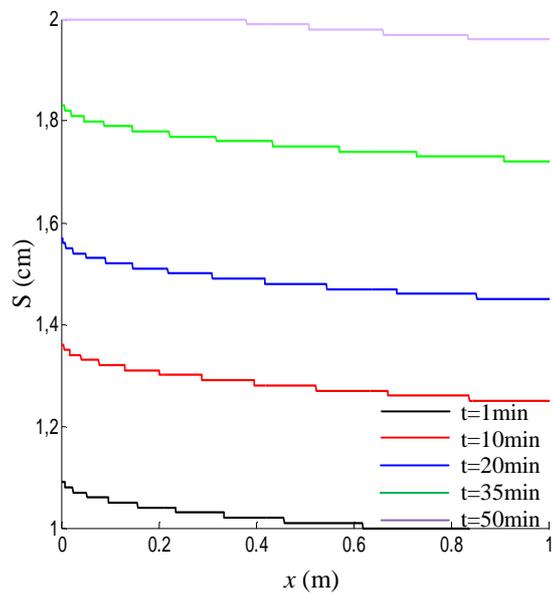


Fig. 4.5b: Position instantanée de l'interface liquide-solide le long du tube ( $R_1=1\text{cm}$ ,  $R_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $\text{Re}=1000$ ).

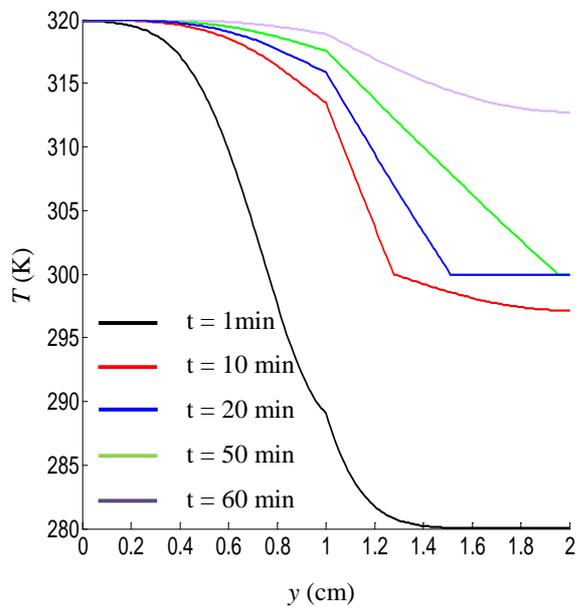


Fig. 4.6a : Distributions transversales de la température des plaques lors de la fusion à différents instants ( $x=1\text{m}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $R_1=1\text{cm}$  et

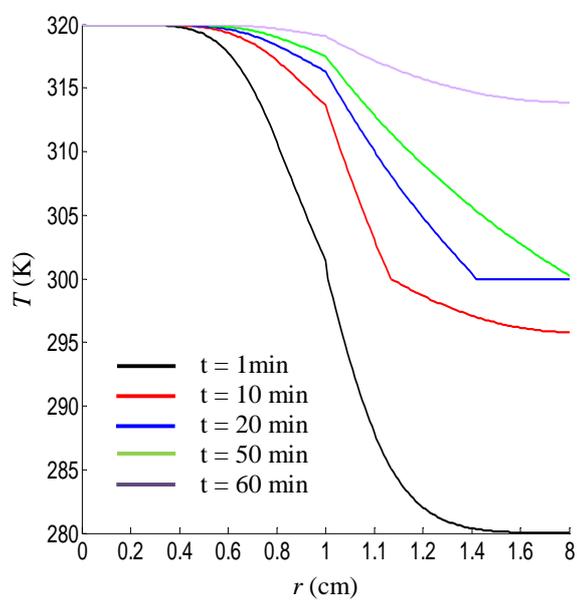


Fig. 4.6b : Distributions transversales de la température du tube lors de la fusion à différents instants ( $x=1\text{m}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $R_1=1\text{cm}$  et  $R_2=2\text{cm}$ ,

La figure (4.6a), montre l'évolution de la température transversale à l'intérieur de la paroi PCM à différents instants, pendant le processus de charge. A l'instant  $t = 20$  min et pour une distance transversale variant entre  $y = 1.5$  cm et  $y = 2$  cm, la température est constante et égale à la température de fusion. En réalité pour  $y = 1.5$  cm à l'instant  $t = 20$  min le PCM en ce point est en état de terminer la fusion, tandis que pour  $y = 2$  cm le PCM est en train de débiter la fusion. Nous observons le même phénomène dans le cas du tube (4.6b) à l'instant  $t = 30$  min pour une distance transversale variant entre  $r = 1.6$  cm et  $r = 2$ cm.

### 4.3 Etude du nombre de Nusselt

Dans cette étape nous étudions l'évolution transitoire du nombre de Nusselt dans la région fluide de la conduite (cylindrique et plane). Le nombre de Nusselt est défini comme étant le rapport entre le flux thermique échangé au niveau de l'interface HTF-PCM par conduction, et le flux échangé par convection :

$$Nu(x,t) = -\frac{2^{2-m} R_1 \left. \frac{dT_f(x,r,t)}{dr} \right|_{r=R_1}}{T_f(x,r,t) \Big|_{r=R_1} - T_b(x,t)},$$

$T_b(x,t)$  : est la température moyenne du fluide définie par :

$$T_b(x,t) = \frac{1}{R_1} \int_0^{R_1} T(x,r,t) dr.$$

On définit aussi, le nombre de Nusselt moyen sur un intervalle de temps ' $t_{st}$ ' par :

$$Nu_b(x) = \frac{1}{t_{st}} \int_0^{t_{st}} Nu(x,t) dt,$$

$t_{st}$  : est le temps de stockage par chaleur sensible et latente.

Sur la figure (4.7a), est présentée la variation transitoire du nombre de Nusselt dans la conduite à plaques parallèles pour différentes températures d'entrée en plusieurs positions axiales. On constate que le nombre de Nusselt évolue de la même façon quel que soit la température d'entrée et la position axiale. L'évolution transitoire de nombre de Nusselt passe par trois phases distinctes, au début de l'écoulement le nombre de Nusselt augmente rapidement avec le temps jusqu'à ce que le PCM commence sa fusion. À cet instant, le nombre Nusselt prend une valeur constante jusqu'à l'instant où le PCM devient totalement liquide. Après la fusion totale, le nombre

de Nusselt recommence à augmenter jusqu'à une valeur limite qui correspond au temps de saturation du PCM, c'est-à-dire le stockage maximal par chaleurs latente et sensible.

Dans la figure (4.7b), on examine l'effet de l'épaisseur de la conduite cylindrique sur la variation transitoire du nombre de Nusselt. Nous constatons que le nombre de Nusselt garde la même allure générale quelque soit l'épaisseur de la conduite  $R_2$ , sauf qu'il y a un décalage dans le temps. Ce décalage est lié aux temps de fusion et de saturation du PCM, puisque l'augmentation de  $R_2$  augmente le temps de fusion. D'ailleurs, quelque soit la température d'entrée et l'épaisseur de la conduite, le nombre de Nusselt diminue chaque fois qu'on s'éloigne de l'entrée de la conduite.

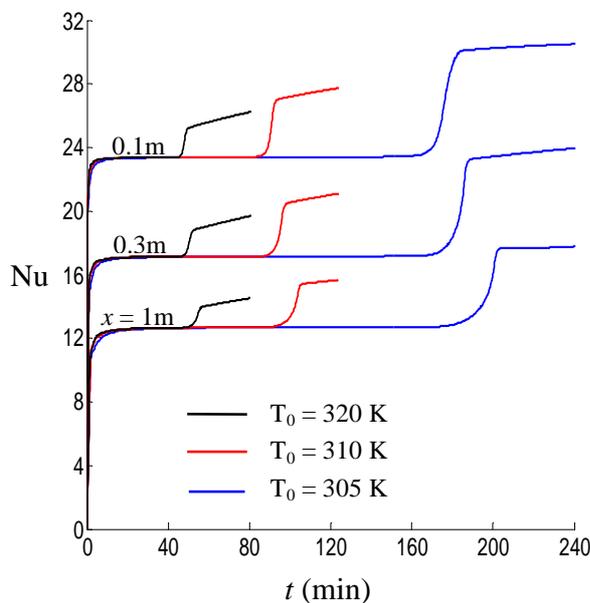


Fig. 4.7a : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différentes températures d'entrée et différentes positions axiales, (cas de plaques parallèles).

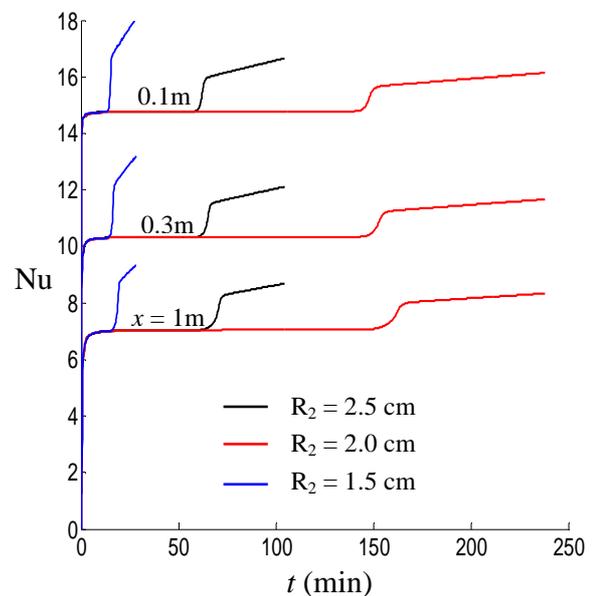


Fig. 4.7b : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différentes épaisseurs de la conduite et différente position axiales, (cas du tube)

Dans la figure (4.8a), est comparé le nombre de Nusselt moyen le long du canal à plaques parallèles pour différentes températures d'entrée, avec le nombre de Nusselt proposé par Shah et London [85]. Cette figure montre que l'influence de la température d'entrée sur le nombre de Nusselt moyen est insignifiante, car la température de fusion du PCM est le paramètre le plus influant sur nombre de Nusselt. D'autre part, une différence de  $\Delta Nu = 5$  est observée par rapport au nombre de Nusselt donné dans la Réf. [85]. La même chose est remarquée sur la figure (4.8b), où le

Nombre de Nusselt moyen est présenté pour le cas du tube cylindrique. La comparaison montre une différence de,  $\Delta Nu = 6$ , entre le nombre de Nusselt moyen de la présente étude et le nombre de Nusselt de la Réf. [85].

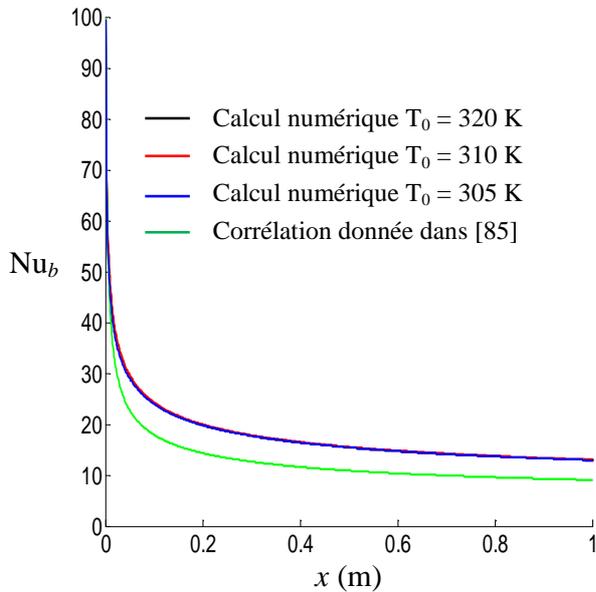


Fig. 4.8a : Distribution axiale du nombre de Nusselt moyen pour différentes températures d'entrée, (cas de plaques parallèles).

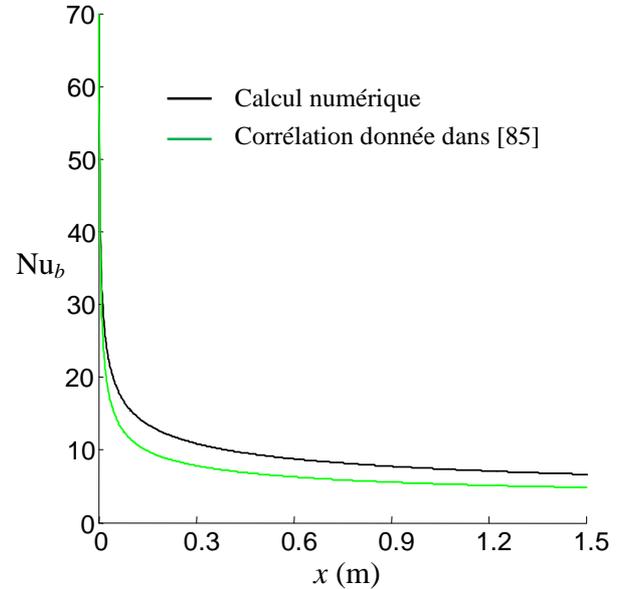


Fig. 4.8b : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen, (cas du tube).

A partir des résultats numériques nous avons construit des corrélations donnant les variations du nombre de Nusselt dans le cas des plaques parallèles et du tube cylindrique.

- Pour la conduite à plaques parallèles proposant ;

$$Nu_b(\bar{x}) = 10.5537 + 9.5465 \left(10^3 \bar{x}\right)^{-0.4136} \exp(-245 \bar{x}),$$

$$\text{avec : } \bar{x} = \frac{x}{D_e \text{ Re Pr}} = \frac{\Gamma}{16} \xi.$$

- Pour la conduite cylindrique la corrélation proposée est ;

$$Nu_b(\bar{x}) = 4.7145 + 9.4607 \left(10^3 \bar{x}\right)^{-0.4118} \exp(-57.2 \bar{x}),$$

$$\text{avec : } \bar{x} = \frac{x}{D_e \text{ Re Pr}} = \frac{\Gamma}{4} \xi.$$

En effet, ces corrélations sont fonction du nombre de Reynolds c'est-à-dire de la vitesse moyenne du fluide. Donc, pour les vérifier nous avons refait les calculs numériques pour plusieurs nombres de Reynolds ( $Re = 200, 1000$  et  $2000$ ). Les figures (4.9a) et (4.9b) présentent une comparaison entre le Nusselt moyen obtenu par les calculs numériques et celui obtenu par les corrélations décrites ci-dessus. On peut conclure d'après ces figures, que les corrélations sont valables en régime laminaire quelque soit le nombre de Reynolds.

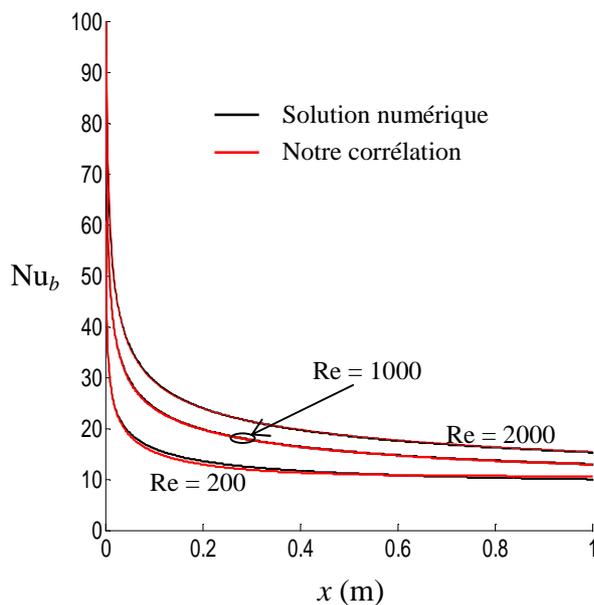


Fig. 4.9a : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Reynolds, (cas de plaques parallèles).

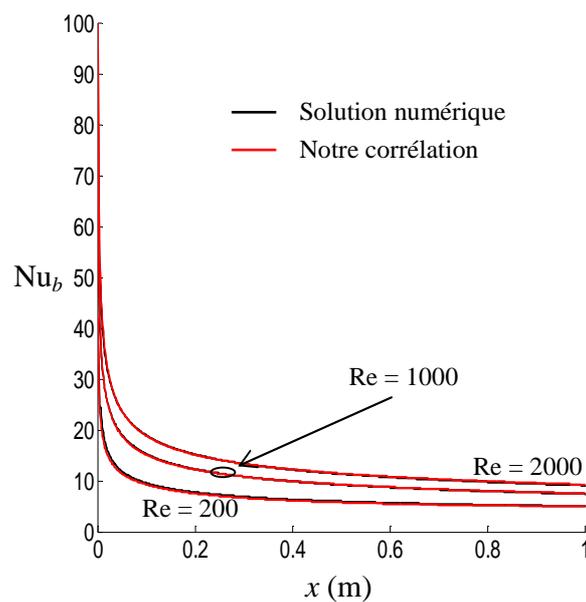


Fig. 4.9b : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Reynolds, (cas du tube).

Pour valider nos corrélations, nous les avons injectées dans les modèles analytiques que nous avons développés dans le chapitre précédent, en comparant la position instantanée de l'interface solide-liquide et la variation de la température du PCM. Les figures (4.10a) et (4.10b) comparent la position de l'interface solide-liquide calculée numériquement avec celles obtenues analytiquement en utilisant les corrélations de la présente étude. Et les figures (4.11a) et (4.11b) comparent l'évolution de la température du PCM. Les écarts rapportés entre le modèle numérique et le modèle analytique utilisant nos corrélations ne sont pas liés aux corrélations, mais ils sont engendrés par la différence entre les conditions initiales des deux modèles imposées dans la région fluide. En effet, dans le modèle numérique le régime d'écoulement dans la région fluide est purement transitoire,

tandis que dans le modèle analytique le régime d'écoulement est considéré comme étant quasi-stationnaire.

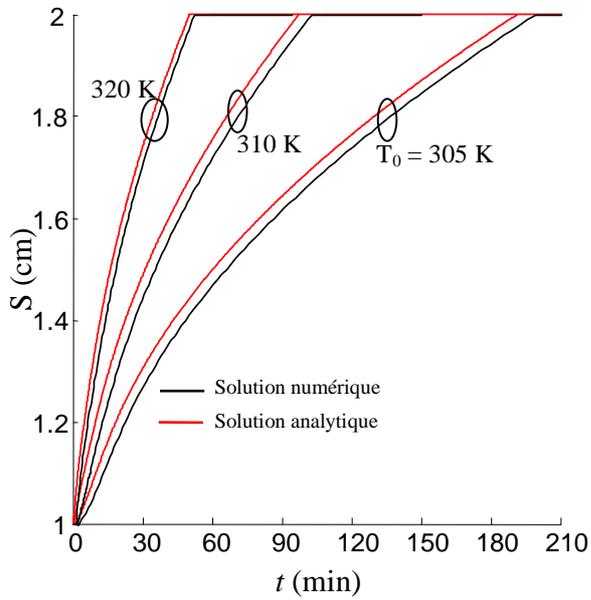


Fig. 4.10a : Variation transitoire de l'interface HTF-PCM à  $x = 1\text{m}$ , pour différentes températures d'entrée.

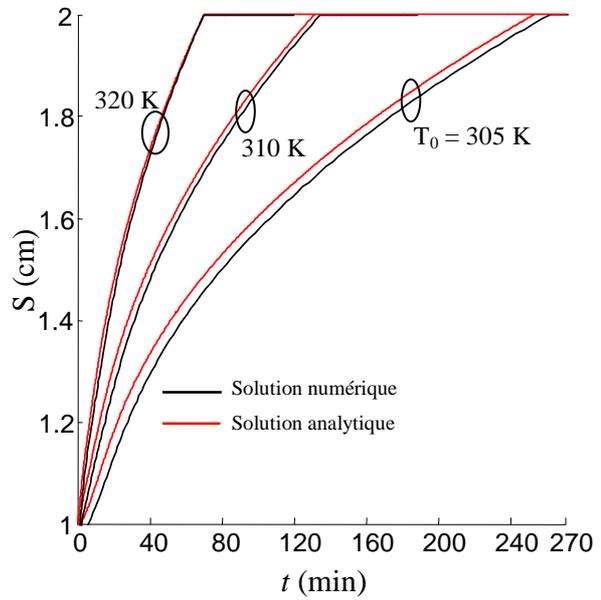


Fig. 4.10b : Variation transitoire de l'interface HTF-PCM à  $x = 1\text{m}$ , pour différentes températures d'entrée.

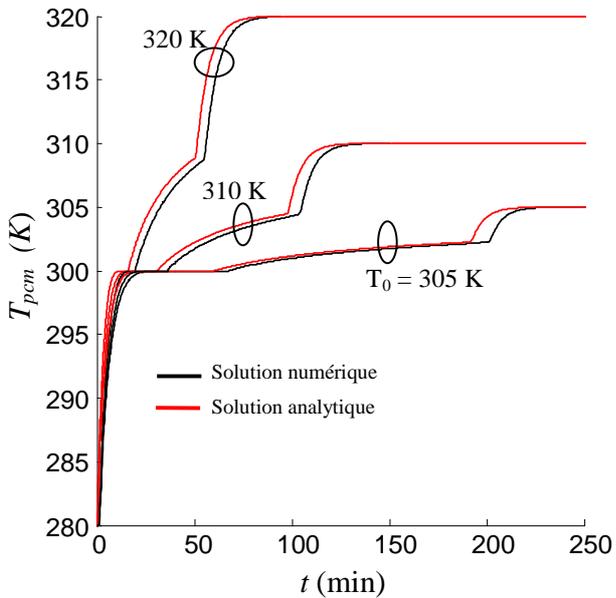


Fig. 4.11a : Variation transitoire de la température de PCM à  $x=1\text{m}$  et  $y=1.5\text{cm}$ , pour différentes températures d'entrée, (cas de plaques parallèles).

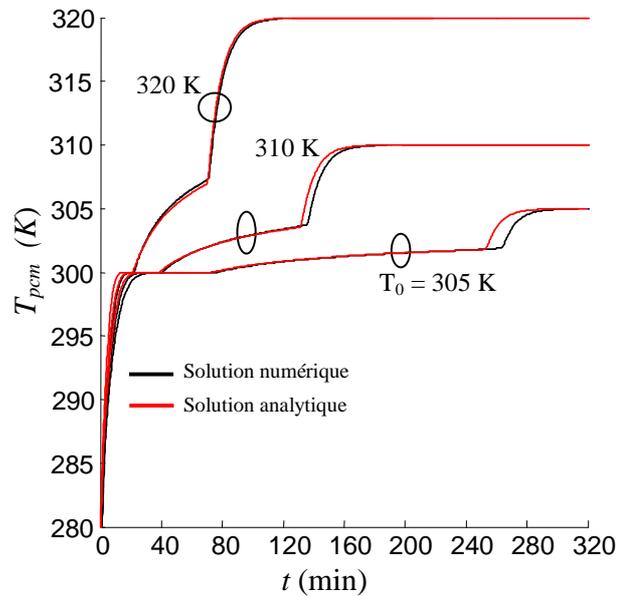


Fig. 4.11b : Variation transitoire de la température de PCM à  $x=1\text{m}$  et  $y=1.5\text{cm}$ , pour différentes températures d'entrée, (cas du tube).

#### 4.4 Effets de la convection naturelle dans les PCM-purs

Dans tous les cas que nous avons traités précédemment, la convection naturelle dans la phase liquide du PCM n'a été pas prise en considération. En effet, la convection naturelle dans la phase liquide du PCM joue un rôle important, du fait qu'elle accélère les échanges thermiques entre les deux phases du PCM ainsi qu'entre le PCM et le fluide caloporteur. Donc, nous proposons d'analyser l'influence de la convection naturelle sur le processus du stockage thermique.

L'effet de la convection naturelle dans le PCM pendant la fusion et la solidification sera pris en compte via un modèle décrit dans les Réfs. [70, 71] :

$$\frac{k_{eff}}{k_l} = C Ra^n \left( \frac{S - R_1}{R_2 - R_1} \right)^m$$

avec  $k_{eff}$ : est la conductivité thermique effective de la phase liquide.

$$\text{et } \frac{g \bar{\beta}}{\alpha_l \nu_l} (T_{r=R_1} - T_m) (R_2 - R_1)^3$$

où :  $m = 0.8$ ,  $n = 0.25$  et  $C$  dépend de la température du fluide caloporteur à l'entrée, tel que :

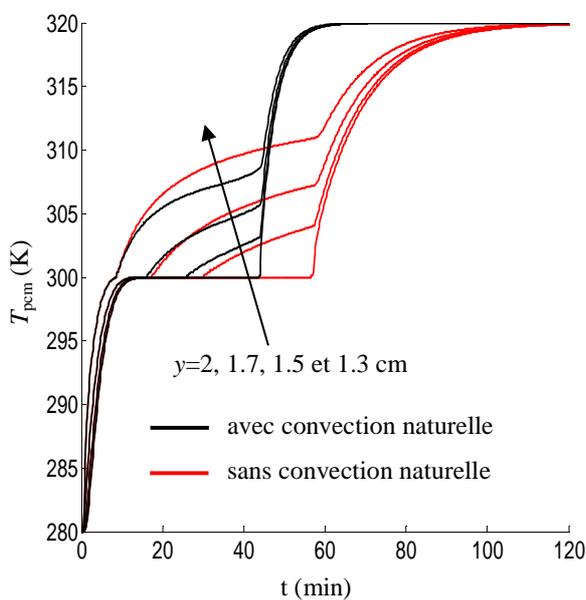
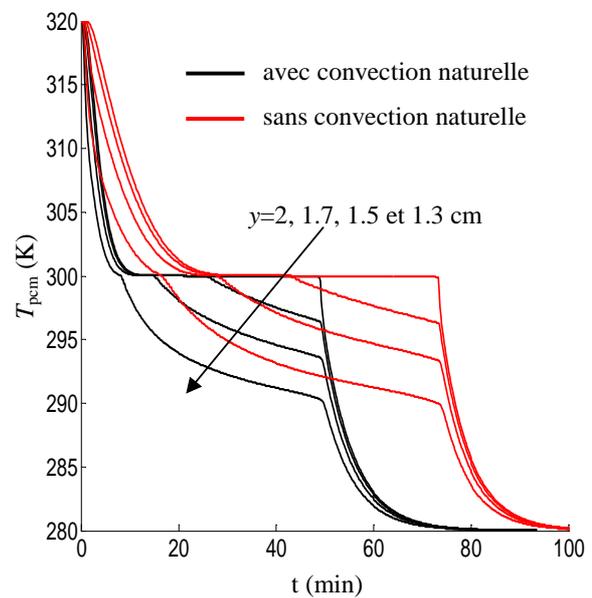
$$C = \begin{cases} 0.24 & (T_0 - T_m) \leq 10 \\ 0.18 & 10 < (T_0 - T_m) \leq 20 \\ 0.16 & (T_0 - T_m) > 20 \end{cases}$$

$$\text{et } k_{pcm}(T) = \begin{cases} k_s & T < T_m \\ k_{eff} & T > T_m \end{cases}$$

Pendant cette simulation le n-octadécane est utilisé comme matériaux à changement de phase, ces propriétés thermophysiques sont données par le tableau (4.1). L'unité de stockage est composée de plusieurs tubes cylindriques de rayon intérieur  $R_1 = 1\text{cm}$  et rayon extérieur  $R_2 = 2\text{cm}$  et de longueur  $L = 1\text{m}$ . Le fluide caloporteur (l'eau) s'écoule à l'intérieur du tube en régime laminaire avec un nombre de Reynolds  $Re = 1700$ . La convection naturelle dans la phase liquide du PCM est considérée pendant la fusion et la solidification.

Table. 4.1: Propriétés thermophysiques du n-octadécane [38]

	n-octadécane	Eau
température de fusion (K)	300	
chaleur latente ( $kJ kg^{-1}$ )	243.5	/
conductivité thermique ( $W m^{-1} K^{-1}$ )	0.148 (liquide) 0.358 (solide)	0.6
chaleur spécifique ( $kJ kg^{-1} K^{-1}$ )	2.222	4.182
masse volumique ( $kg m^{-3}$ )	771	998.2
viscosité ( $m^2 s^{-1}$ )	4E-6	1.005E-6
Coefficient d'expansion ( $K^{-1}$ )	9E-4	

Fig. 4.12a : Variation de température pendant la fusion en quelques points typiques dans les plaques à  $x=1m$  ( $y_1=1cm$ ,  $y_2=2cm$ ,  $L=1m$ ,  $Re=1720$ ).Fig. 4.12b : Variation de température pendant la solidification à quelques points typiques dans les plaques à  $x=1m$  ( $y_1=1cm$ ,  $y_2=2cm$ ,  $L=1m$ ,  $Re=1720$ ).

Dans la figure (4.12a) nous comparons la température du PCM pendant la fusion avec et sans convection naturelle. D'un point de vue général, l'évolution de la température du PCM garde la même allure avec un décalage dans le temps. Ce décalage commence à apparaître à l'instant où le changement de phase du PCM commence. Le changement de phase pendant la fusion/solidification est réalisé plus rapidement en considérant la convection naturelle. Après la fusion, la température du PCM augmente plus rapidement si on prend en considération la convection naturelle.

La comparaison de la température du PCM durant la solidification est présentée sur la figure (2.12b) on remarque que le décalage dans le temps pendant la solidification commence au début de l'écoulement, et devient maximal après la solidification totale. À cet instant, la température du PCM commence à diminuer à la même vitesse pour les deux cas (avec ou sans convection naturelle), toute en gardant le même déphasage, car la convection naturelle n'existe pas dans la phase solide du PCM.

Sur les figures (2.13) on représente les positions instantanées de l'interface liquide-solide pendant la fusion, et de l'interface solide-liquide pendant la solidification. Durant la fusion, on constate qu'au début de l'écoulement la convection naturelle n'influe pas sur la position de l'interface, puisque la conductivité thermique effective dans la phase liquide est moins importante que la conductivité thermique du PCM-liquide. Par contre, à l'instant où la conductivité thermique effective prend des valeurs importantes, l'interface liquide-solide se déplace plus rapidement dans le cas où la convection est considérée. Durant la solidification, l'interface solide-liquide est toujours (quelque soit le temps) avancée dans le cas où la convection naturelle entre en jeux.

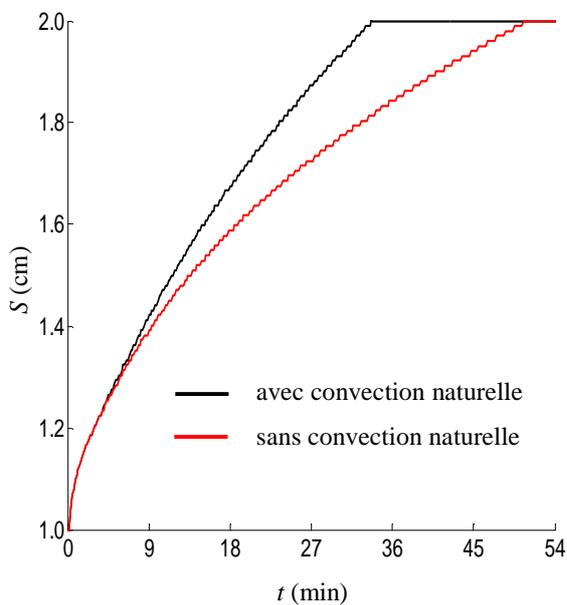


Fig. 4.13a: Variation transitoire de l'interface solide-liquide pendant la fusion à  $x=1m$ .

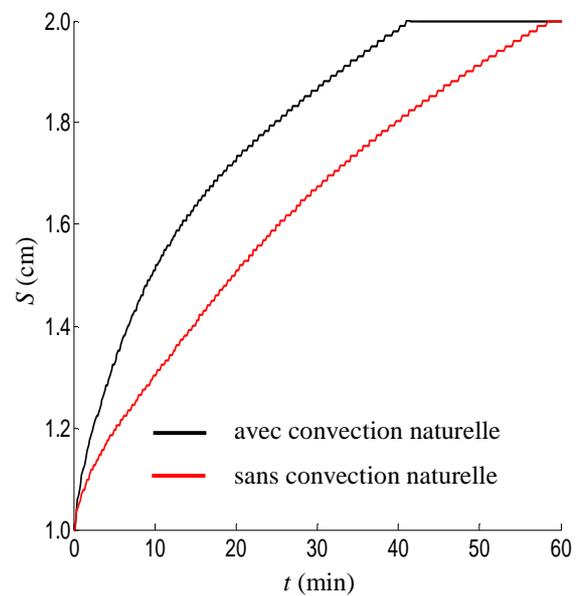


Fig. 4.13b: Variation transitoire de l'interface solide-liquide pendant la solidification à  $x=1m$ .

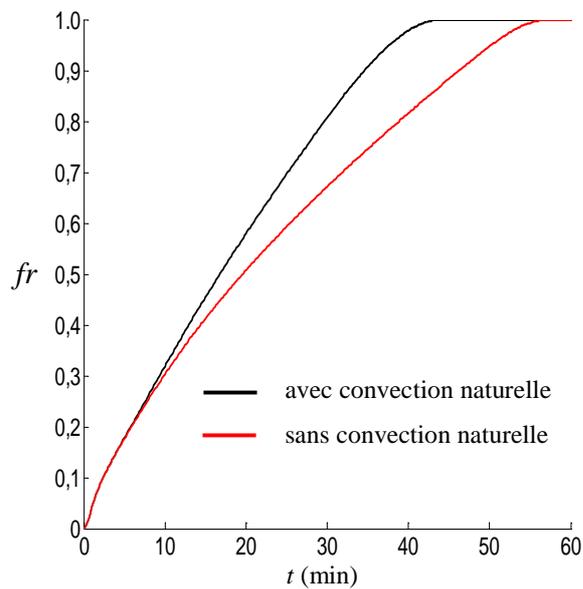


Fig. 4.14a: Evolution de la fraction liquide pendant la fusion ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$  et  $Re=1720$ ).

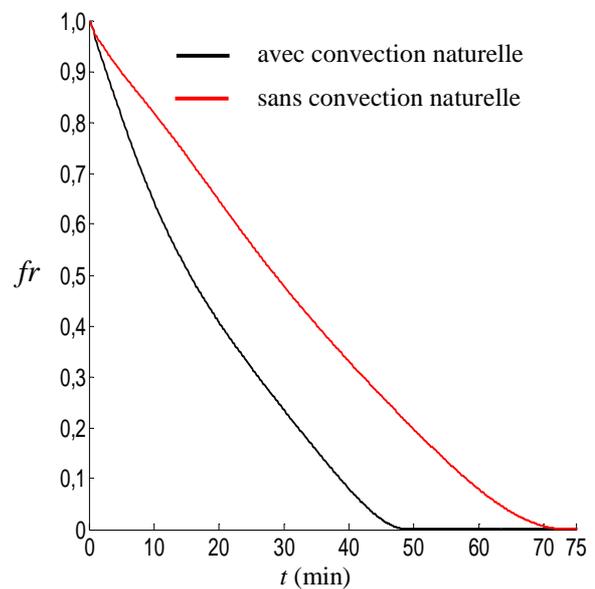


Fig. 4.14b: Evolution de la fraction liquide pendant la solidification ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$  et  $Re=1720$ ).

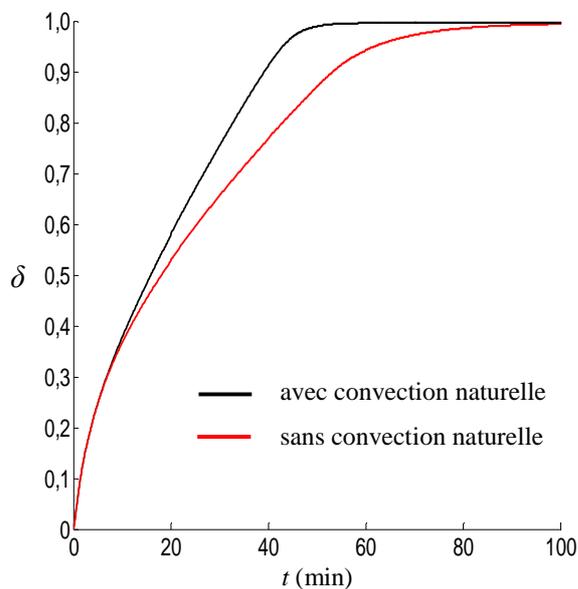


Fig. 4.15a: Evolution de l'efficacité de stockage pendant la fusion ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1720$ ).

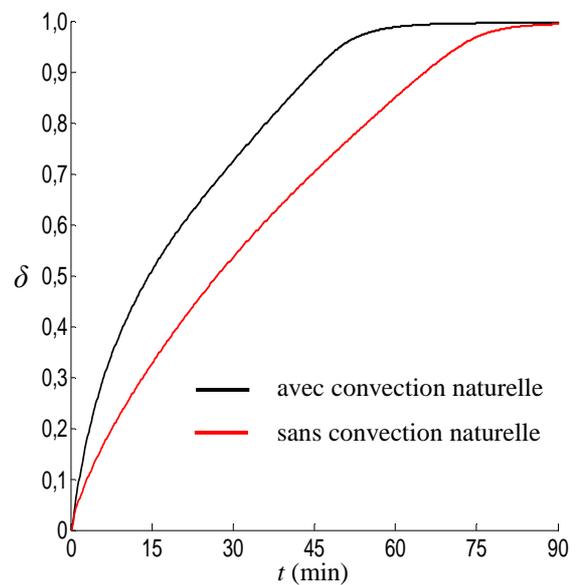


Fig. 4.15b: Evolution de l'efficacité de déstockage pendant la solidification ( $y_1=1\text{cm}$ ,  $y_2=2\text{cm}$ ,  $L=1\text{m}$ ,  $Re=1720$ ).

Les figures (4.14) montrent les variations transitoires de la fraction liquide pendant la fusion et la solidification. Ces figures dévoilent que la convection naturelle fait diminuer le temps de fusion du PCM d'environ 30%, et le temps de solidification d'environ 50%. D'autre part, les temps de stockage (fusion) et de déstockage (solidification) sont également diminués par la convection naturelle d'environ 70% et 26% respectivement, cf. Figs. (4.15a) et (4.15b). Donc, nous concluons que la convection naturelle participe fortement aux échanges thermiques dans le PCM et qu'elle doit être prise en considération.

#### 4.5 Cas II : Matériau PCM impur

Le PCM impur est le matériau qui change de phase sur un intervalle de température  $\Delta T = T_{liquidus} - T_{solidus}$ . L'évolution de l'enthalpie totale en fonction de la température est présentée sur la figure (4.16). La technique d'enthalpie-porosité [90] est utilisée pour la modélisation du processus de solidification/fusion. Dans cette technique, l'interface liquide n'est pas suivie de manière explicite. À la place, une quantité appelée la fraction liquide (ou porosité) est associée à chaque cellule dans le domaine et indique la cellule qui est sous forme liquide. La fraction liquide est calculée à chaque itération, sur la base d'un bilan d'enthalpie.

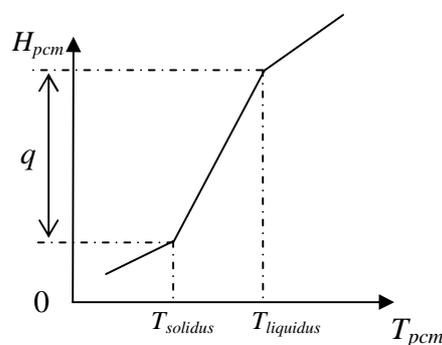


Fig. 4.16 : Enthalpie du PCM en fonction de la température (matériau impur)

La région pâteuse « mushy region » est une région dans laquelle la fraction liquide est comprise entre 0 et 1. La zone pâteuse est modélisée comme un milieu poreux dans lequel la porosité diminue de 1 à 0 quand le matériau se solidifie. Lorsque le matériau est complètement solidifié dans une cellule, la porosité devient nulle.

L'enthalpie du PCM est calculée comme la somme de la chaleur sensible, et la chaleur latente,  $\Delta H$ :

$$H = cp T + \Delta H \quad (4.12a)$$

La porosité  $\beta$ , peut être définie comme ci-dessous :

$$\beta = 0 \quad \text{si} \quad T < T_{\text{solidus}} \quad (4.12b)$$

$$\beta = 1 \quad \text{si} \quad T > T_{\text{liquidus}} \quad (4.12c)$$

$$\beta = \frac{T - T_{\text{solidus}}}{T_{\text{liquidus}} - T_{\text{solidus}}} \quad \text{si} \quad T_{\text{solidus}} < T < T_{\text{liquidus}} \quad (4.12d)$$

La chaleur latente peut être maintenant écrite en fonction de la chaleur latente du PCM,  $q$ , comme suit :

$$\Delta H = \beta q \quad (4.12e)$$

Donc, la chaleur latente contenue peut varier entre zéro (pour la phase solide) et  $q$  (pour la phase liquide).

#### 4.5.1 Cas des plaques parallèles

Dans cette partie, nous retiendrons la même formulation mathématique écrite au-dessus (système d'équation 4.1) en remplaçant l'enthalpie totale par sa valeur (équations 4.12a et 4.12e). Donc, le problème est défini par :

Région HTF

$$\frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial x} = \alpha_f \frac{\partial T_f^2(x, y, t)}{\partial y^2}, \quad 0 < y < y_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.13a)$$

$$T_f(0, y, t) = T_0, \quad 0 \leq y \leq y_1, \quad t > 0, \quad (4.13b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.13c)$$

$$T_f(x, y, t) = T_{\text{int}}, \quad 0 \leq y \leq y_1, \quad t = 0. \quad (4.13d)$$

Région PCM

$$k_{\text{pcm}} \frac{\partial T_{\text{pcm}}^2(x, y, t)}{\partial y^2} = \rho_{\text{pcm}} \frac{\partial}{\partial t} (cp_{\text{pcm}} T(x, y, t) + \beta q), \quad y_1 < y < y_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.13e)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=y_2} = 0, \quad y = y_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.13f)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad y_1 < y < y_2, \quad t > 0, \quad (4.13g)$$

$$T_{pcm}(x, y, t) = T_{int}, \quad y_1 < y < y_2, \quad x > 0, \quad t = 0. \quad (4.13h)$$

### Interface PCM-HTF

$$k_f \frac{\partial T_f(x, y, t)}{\partial y} = k_{pcm} \frac{\partial T_{pcm}(x, y, t)}{\partial y}, \quad y = y_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.13i)$$

$$T_f(x, y, t) = T_{pcm}(x, y, t), \quad y = y_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.13j)$$

La solution est une itération entre l'équation de l'énergie (4.13e) et l'équation de la porosité (4.12d). Directement en utilisant l'équation de (4.12d) pour mettre à jour la porosité. Le système d'équations (4.13) est discrétisé par un schéma explicite avancé dans le temps et centralisé dans l'espace. Donc, la distribution de température est obtenue sous la forme suivante :

### Région HTF

$$T_{f\ i,j}^{n+1} = \left( 1 - 2 \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta y^2} \right) T_{f\ i,j}^n - \frac{3 \Delta t u_b}{4 \Delta x} \left( 1 - \left( \frac{i \Delta y}{y_1} \right)^2 \right) \left( T_{f\ i,j+1}^n - T_{f\ i,j-1}^n \right) + \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta y^2} \left( T_{f\ i+1,j}^n + T_{f\ i-1,j}^n \right) \quad (4.14a)$$

$$i = 0, \dots, M-1, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.14a)$$

$$T_{f\ i,0}^n = T_0 \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n > 0, \quad (4.14b)$$

$$T_{f\ 1,j}^n = T_{f\ 0,j}^n \quad j = 0, \dots, N, \quad n > 0, \quad (4.14c)$$

$$T_{f\ i,N}^n = T_{f\ i,N-1}^n \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n > 0, \quad (4.14d)$$

$$T_{f\ i,j}^0 = T_{int} \quad i = 0, \dots, M-1, \quad n = 0. \quad (4.14e)$$

### Région PCM

si  $\beta_{i,j}^n = 0$  ou  $\beta_{i,j}^n = 1$

$$T_{i,j}^{n+1} = \left( 1 - 2 \frac{\Delta t \alpha_{pcm}}{(\Delta y)^2} \right) T_{pcm\ i,j}^n + \frac{\Delta t \alpha_{pcm}}{(\Delta y)^2} (T_{pcm\ i+1,j}^n + T_{pcm\ i-1,j}^n) \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad j > 0, \quad n > 0 \quad (4.14e)$$

si  $0 < \beta_{i,j}^n < 1$

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{pcm\ i,j}^n + \frac{\Delta t \alpha_{pcm}}{(\Delta y)^2} \left( 1 + \frac{q}{cp(T_{solidus} - T_{liquidus})} \right)^{-1} (T_{pcm\ i+1,j}^n - 2T_{pcm\ i,j}^n + T_{pcm\ i-1,j}^n),$$

$$i = M+1, \dots, M_1, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.14f)$$

$$T_{pcm\ 2M,j}^n = T_{pcm\ 2M-1,j}^n \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.14g)$$

$$T_{pcm\ i,N}^n = T_{pcm\ i,N-1}^n \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.14h)$$

$$T_{pcm\ i,1}^n = T_{pcm\ i,0}^n \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.14i)$$

$$T_{pcm\ i,j}^0 = T_{int} \quad i = M+1, \dots, M_1, \quad n = 0. \quad (4.14j)$$

avec  $\beta_{i,j}^n = \frac{T_{i,j}^n - T_{solidus}}{T_{liquidus} - T_{solidus}}$ .

#### Interface PCM-HTF

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{k_{pcm} T_{pcm\ i+1,j}^n + k_f T_{f\ i-1,j}^n}{k_{pcm} + k_f}, \quad (4.14k)$$

La région pâteuse à l'instant (n+1) peut être facilement déterminée en fonction de la porosité  $\beta$  si elle satisfait la condition  $0 < \beta_{i,j}^{n+1} < 1$ .

L'efficacité de stockage d'énergie thermique  $\delta$ , est définie comme le rapport entre l'énergie réellement stockée et l'énergie maximale que la paroi du conduit peut stocker :

$$\delta = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \int_0^L (q \beta(x, y, t) + cp_{pcm} (T_{pcm}(x, y, t) - T_i)) dx dy}{L (y_2 - y_1) (q + cp_{pcm} (T_0 - T_i))}. \quad (4.15a)$$

et la fraction liquide est :

$$f_r = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \int_0^L \beta(x, y, t) dx dy}{L (y_2 - y_1)}. \quad (4.15b)$$

#### 4.5.2 Cas du conduit cylindrique

Nous retiendrons la même formulation mathématique écrite au-dessus (système d'équation 4.8) en remplaçant l'enthalpie totale par sa valeur (équations 4.12a et 4.12e). Donc, le problème est reformulé en coordonnées cylindrique tel que :

*Région HTF*

$$\frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial t} + u(r) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T_f(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.16a)$$

$$T_f(0, r, t) = T_0, \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad t > 0, \quad (4.16b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.16c)$$

$$T_f(x, r, 0) = T_{\text{int}} \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0. \quad (4.16d)$$

*Région PCM*

$$k_{pcm} \left( \frac{\partial T_{pcm}^2(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{pcm}^2(x, r, t)}{\partial r} \right) = \rho_{pcm} \frac{\partial}{\partial t} (c p_{pcm} T(x, y, t) + \beta q), \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.16e)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=R_2} = 0 \quad r = R_2, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (4.16f)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad t > 0, \quad (4.16g)$$

$$T_{pcm}(x, r, 0) = T_{\text{int}} \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t = 0. \quad (4.16h)$$

Interface PCM-HTF

$$k_f \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} = k_{pcm} \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial r}, \quad r = R_1, x > 0, t > 0, \quad (4.16i)$$

$$T_f(x, r, t) = T_{pcm}(x, r, t), \quad r = R_1, x > 0, t > 0. \quad (4.16j)$$

Nous retenons les mêmes étapes que dans le cas des plaques parallèles, la distribution de la température est obtenue sous la forme:

Région HTF

$$T_{f i,j}^{n+1} = \left(1 - 2 \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2}\right) T_{f i,j}^n - \frac{\Delta t u_b}{\Delta x} \left(1 - \left(\frac{i \Delta r}{R_1}\right)^2\right) (T_{f i,j+1}^n - T_{f i,j-1}^n) + \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2} \left(T_{f i+1,j}^n + T_{f i-1,j}^n + \frac{T_{f i+1,j}^n - T_{f i-1,j}^n}{2i}\right), \quad i = 0, \dots, M-1, j > 0, n > 0, \quad (4.17a)$$

$$T_{f i,0}^n = T_0, \quad i = 0, \dots, M-1, n > 0, \quad (4.17b)$$

$$T_{f 1,j}^n = T_{f 0,j}^n, \quad j = 0, \dots, N, n > 0, \quad (4.17c)$$

$$T_{f i,N}^n = T_{f i,N-1}^n, \quad i = 0, \dots, M-1, n > 0, \quad (4.17d)$$

$$T_{f i,j}^0 = T_{int}, \quad i = 0, \dots, M-1, n = 0. \quad (4.17e)$$

Région PCM

si  $\beta_{ij}^n = 0$  ou  $\beta_{ij}^n = 1$

$$T_{f i,j}^{n+1} = \left(1 - 2 \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2}\right) T_{f i,j}^n + \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2} \left(T_{f i+1,j}^n + T_{f i-1,j}^n + \frac{T_{f i+1,j}^n - T_{f i-1,j}^n}{2i}\right) \quad i = M+1, \dots, M_1, j > 0, n > 0 \quad (4.17f)$$

si  $0 < \beta_{ij}^n < 1$

$$T_{f i,j}^{n+1} = T_{f i,j}^n + \frac{\Delta t \alpha_f}{\Delta r^2} \left(1 + \frac{q}{cp(T_{solidus} - T_{liquidus})}\right)^{-1} \left(T_{f i+1,j}^n - T_{f i,j}^n + T_{f i-1,j}^n + \frac{T_{f i+1,j}^n - T_{f i-1,j}^n}{2i}\right)$$

$$i = M + 1, \dots, M_1, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.17g)$$

$$T_{pcm \ 2M,j}^n = T_{pcm \ 2M-1,j}^n, \quad j > 0, \quad n > 0, \quad (4.17h)$$

$$T_{pcm \ i,N}^n = T_{pcm \ i,N-1}^n, \quad i = M + 1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.17i)$$

$$T_{pcm \ i,1}^n = T_{pcm \ i,0}^n, \quad i = M + 1, \dots, M_1, \quad n > 0, \quad (4.17j)$$

$$T_{pcm \ i,j}^0 = T_{int}, \quad i = M + 1, \dots, M_1, \quad n = 0. \quad (4.17k)$$

Interface solide-liquide

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{k_{pcm} T_{pcm \ i+1,j}^n + k_f T_{f \ i-1,j}^n}{k_{pcm} + k_f}. \quad (4.17l)$$

L'efficacité du stockage d'énergie thermique  $\delta$ , est :

$$\delta = \frac{2 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L (q \beta(x, r, t) + cp_{pcm} (T_{pcm}(x, r, t) - T_i)) r \, dx \, dr}{L (R_2^2 - R_1^2) (q + cp_{pcm} (T_0 - T_i))}, \quad (4.18a)$$

et la fraction liquide s'écrit :

$$fr = \frac{2 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L \beta(x, r, t) r \, dx \, dr}{L (R_2^2 - R_1^2)}. \quad (4.18b)$$

### 4.5.3 Résultats et commentaires

Les propriétés thermophysiques de la paraffine RT50 sont mentionnées dans le tableau (4.2) :

Table. 4.2: Propriétés thermophysiques de la paraffine RT50 et de l'eau [89]

	Paraffine RT50	Eau
température de solidification (K)	318	/
température de fusion (K)	324	/
chaleur latente ( $kJ \, kg^{-1}$ )	168	/
conductivité thermique ( $W \, m^{-1} \, K^{-1}$ )	0.2	0.6
chaleur spécifique ( $kJ \, kg^{-1} \, K^{-1}$ )	2.0	4.182
masse volumique ( $kg^{-1} \, m^3$ )	780	998.2
viscosité ( $m^2 \, s^{-1}$ )	/	1.005E-6

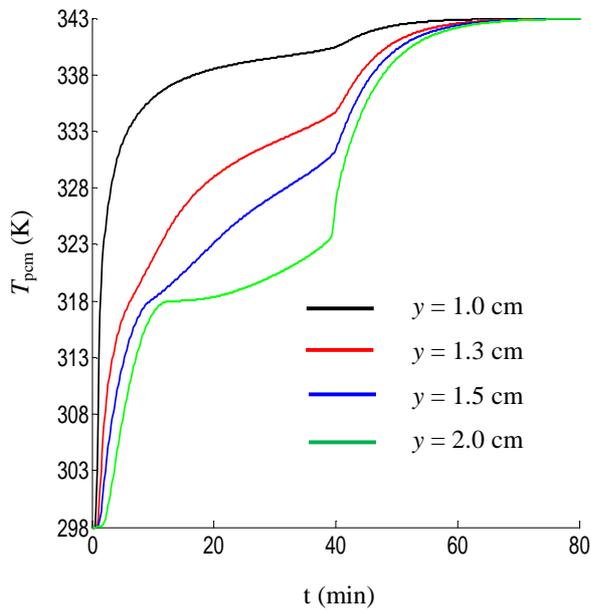


Fig. 4.17a : Variation de température pendant la fusion en quelques points typiques dans les plaques à  $x=1m$  ( $y_1=1cm$ ,  $y_2=2cm$ ,  $L=1m$ ,  $Re=1000$ ).

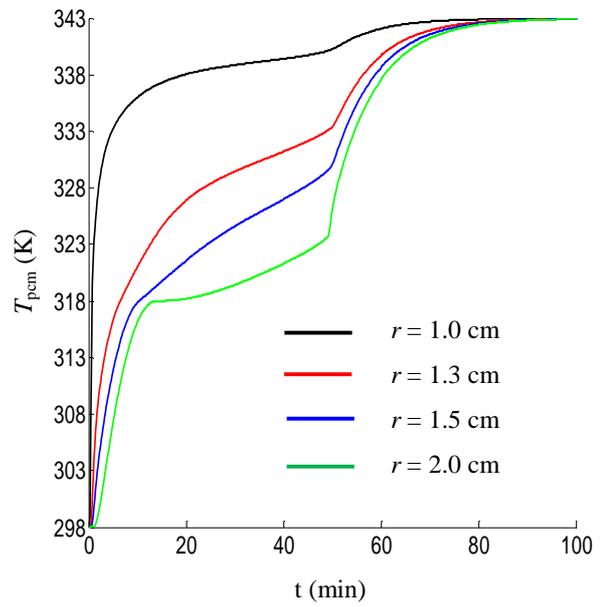


Fig. 4.17b : Variation de température pendant la fusion en quelques points typiques dans le tube à  $x=1m$  ( $R_1=1cm$ ,  $R_2=2cm$ ,  $L=1m$ ,  $Re=1000$ ).

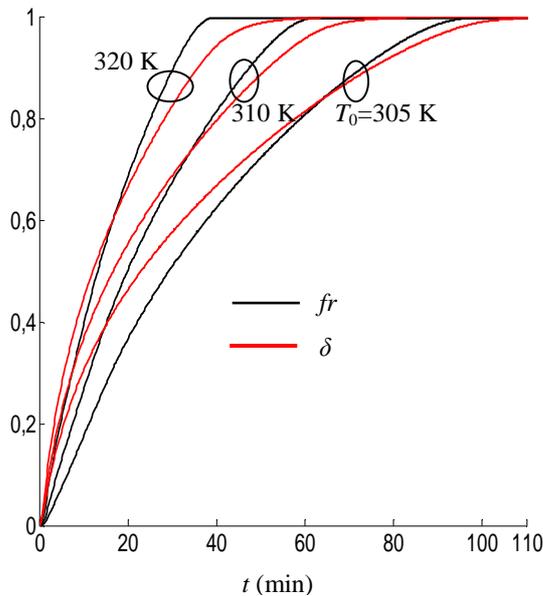


Fig. 4.18a: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes températures  $T_0$ ,  $y_1=1cm$ ,  $y_2=2cm$ ,  $L=1m$ ,  $Re=1000$  (cas des plaques parallèles).

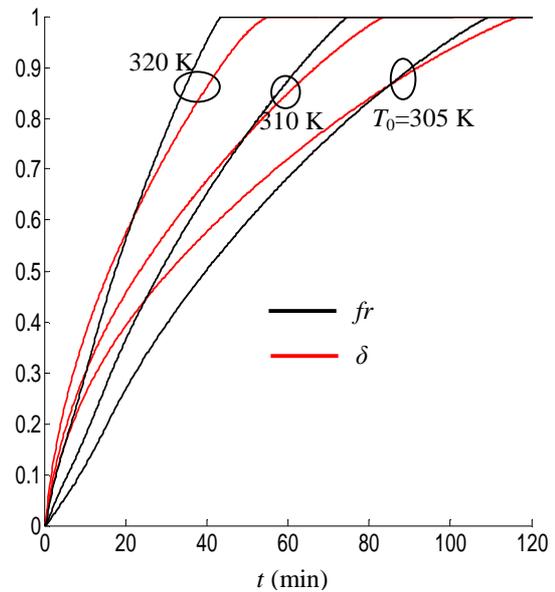


Fig. 4.18b: Comparaison entre la fraction liquide et l'efficacité de stockage pour différentes température  $T_0$ ,  $R_1=1cm$ ,  $R_2=2cm$ ,  $L=1m$ ,  $Re=1000$  (cas du tube).

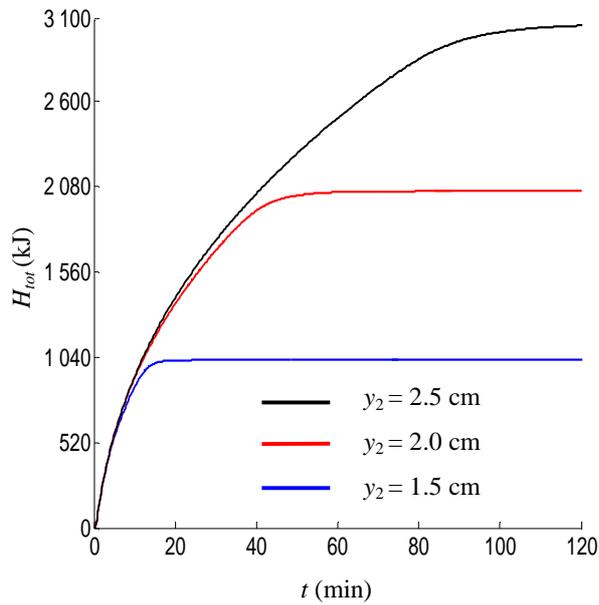


Fig. 4.19a: Variation temporelle de l'énergie stockée dans les plaques pour différentes épaisseurs  $y_2$  ( $y_1=1$ cm,  $L=1$ m,  $Re=1000$ ).

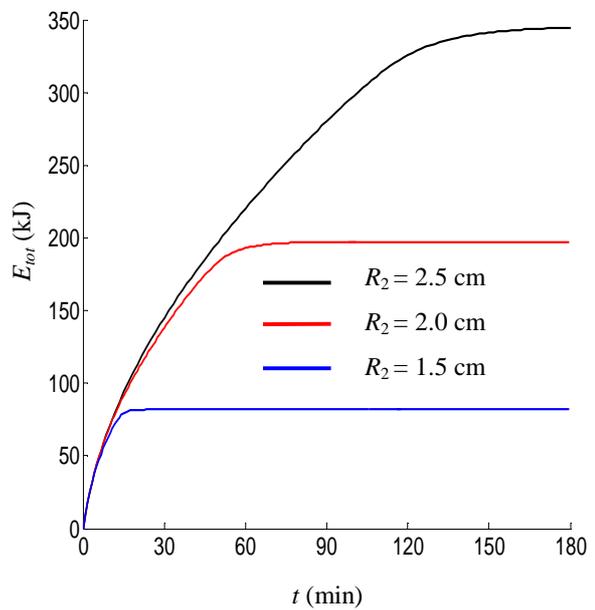


Fig. 4.19b: Variation temporelle de l'énergie stockée dans le tube pour différentes épaisseurs  $R_2$  ( $R_1=1$ cm,  $L=1$ m,  $Re=1000$ ).

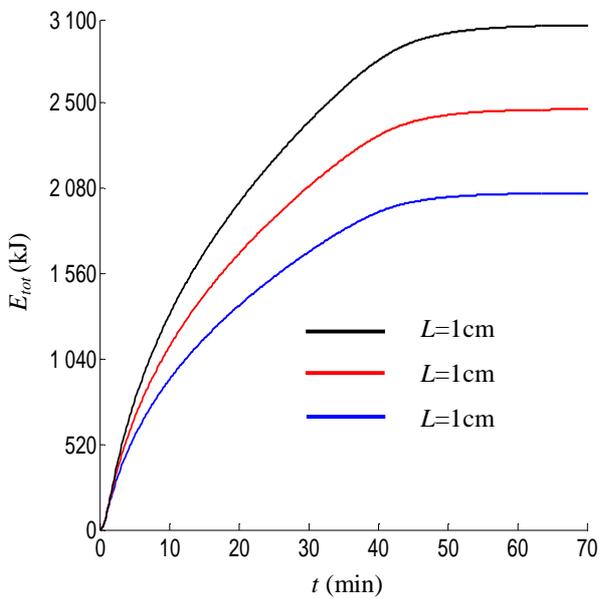


Fig. 4.20a: Variation temporelle de l'énergie stockée dans les plaques pour différentes longueurs ( $y_1=1$ cm,  $y_2=2$ cm,  $Re=1000$ ).

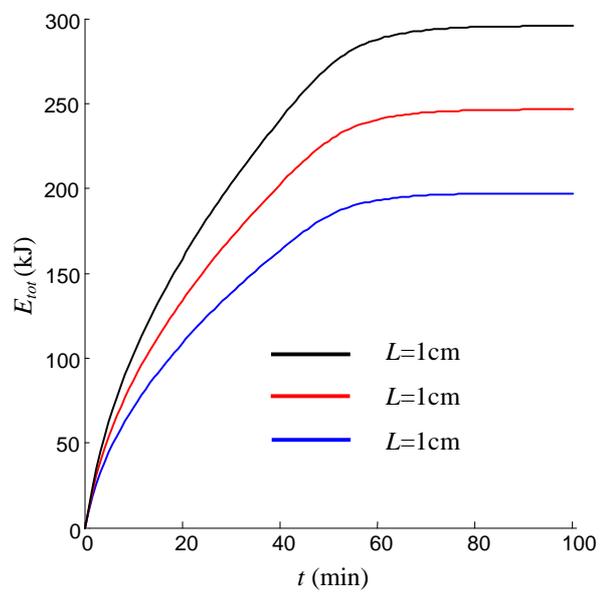


Fig. 4.20b: Variation temporelle de l'énergie stockée dans le tube pour différentes longueurs ( $R_1=1$ cm,  $R_2=2$ cm,  $Re=1000$ ).

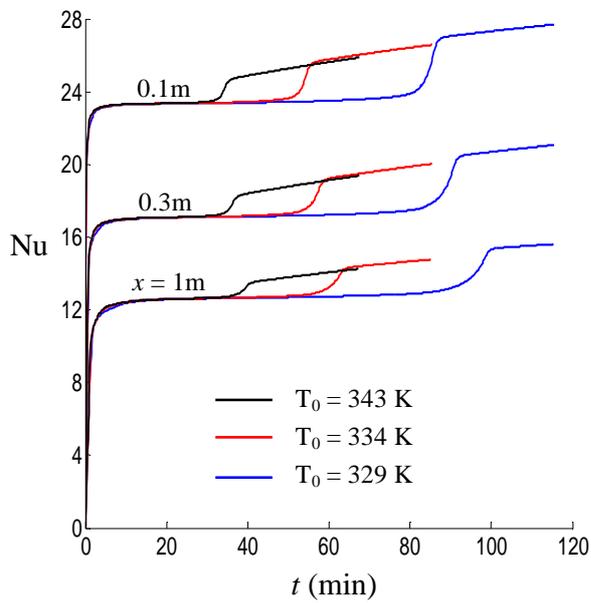


Fig. 4.21a : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différente température d'entrée et différentes positions axiales (cas des plaques parallèles).

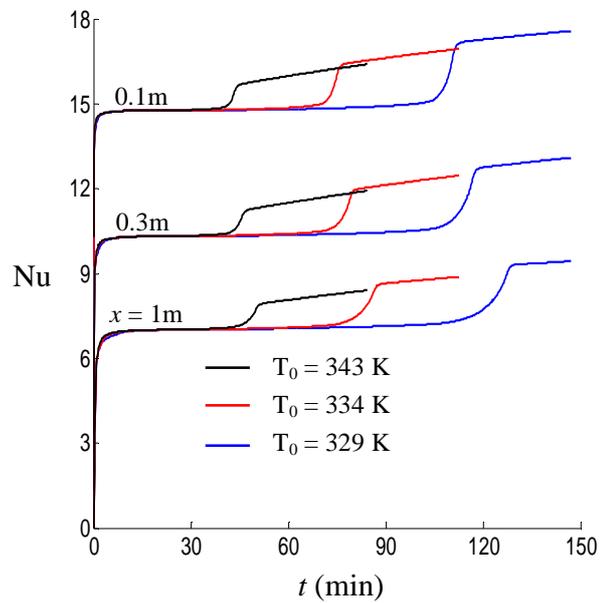


Fig. 4.21b : Variation transitoire du nombre de Nusselt pour différentes températures d'entrée et différentes positions axiales (cas du tube).

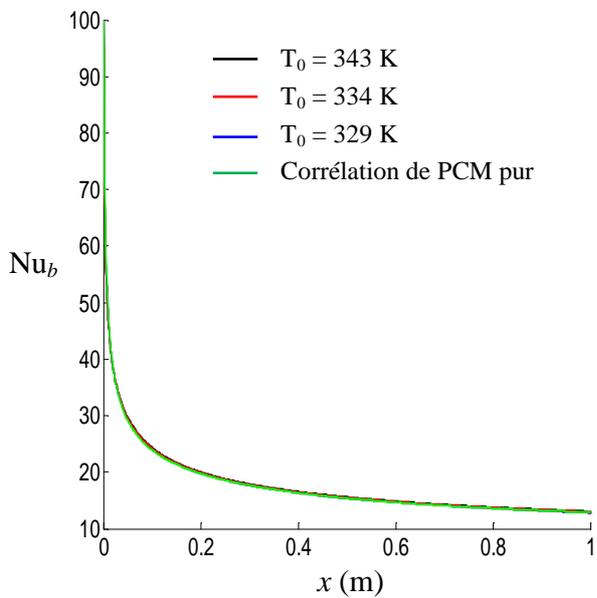


Fig. 4.22a : Distribution axiale du nombre de Nusselt moyen pour différentes températures d'entrée.

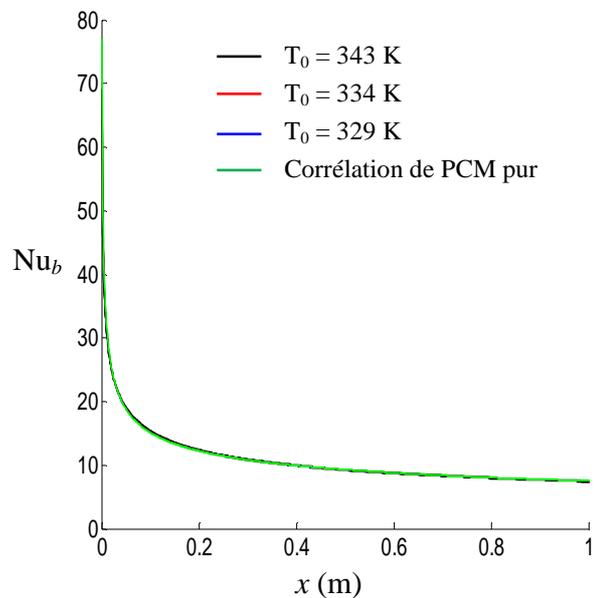


Fig. 4.22b : Distribution axiale du nombre de Nusselt moyen pour différentes températures d'entrée.

A partir des figures affichées ci-dessus, on remarque que le comportement thermique de l'unité de stockage (plaques et tube) construite avec un PCM impures, est généralement semblable à celui de l'unité construite avec les matériaux à changement de phase purs. La différence qu'on peut résider dans l'évolution transitoire de la température, figs. (4.17). Sur ces figures on peut bien mentionner le comportement non-isotherme de la température pendant la phase de fusion. En ce qui concerne le nombre de Nusselt, nous pouvons dire que les corrélations que nous avons développées pour le PCM pur sont aussi valables pour le PCM impur.

#### 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié numériquement le stockage par chaleur latente dans un module de stockage, composé de conduites de type 'plaques parallèles' ou 'tubes cylindriques' constitué par un PCM-pur ou PCM-impur. Les effets de la convection naturelle sont aussi étudiés dans le cas d'un écoulement dans une conduite cylindrique avec un PCM-pur, les principaux résultats de ce chapitre sont :

- Le nombre de Nusselt moyen est toujours égal au nombre de Nusselt pendant le changement de phase du PCM. Donc, le nombre de Nusselt moyen est fortement dépendant de la température de fusion. D'ailleurs, la température du fluide à l'entrée n'a pas une grande influence sur le nombre de Nusselt.
- la convection naturelle diminue le temps de fusion et le temps de solidification du PCM, mais son influence la plus importante est remarquée pendant la solidification. Donc, la convection naturelle participe fortement aux échanges thermiques dans le PCM et qu'elle ne doit pas être négligée.
- Pour l'unité de stockage construite par les PCMs impures, à part l'évolution non-isotherme la température, le comportement thermique est similaire à celui de l'unité constituée par les PCMs purs. Aussi, les corrélations que nous avons développées pour les PCMs purs sont valables pour les PCMs impurs.

## Chapitre 5 :

### Amélioration des performances de stockage par l'injection des nanoparticules dans le matériau à changement de phase (NEPCM)

#### 5.1 Introduction

Les matériaux à changement de phase (PCM) présentent un inconvénient majeur, à savoir leur faible conductivité thermique. L'addition de nanoparticules de haute conductivité thermique favorise sensiblement le transfert de chaleur. Ce chapitre présente une étude détaillée sur l'influence de l'injection des nanoparticules dans les matériaux à changement de phase (NEPCM). L'unité de stockage est composée par des tubes cylindriques, parcourus par un fluide caloporteur circulant en régimes laminaire et turbulent, la figure (5.1) présente le module de stockage étudié. Les nanoparticules choisies sont : Cu, Ni et  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Les effets de la fraction volumique et de la nature des nanoparticules sur l'énergie stockée, la fraction liquide et l'efficacité de stockage sont étudiés.

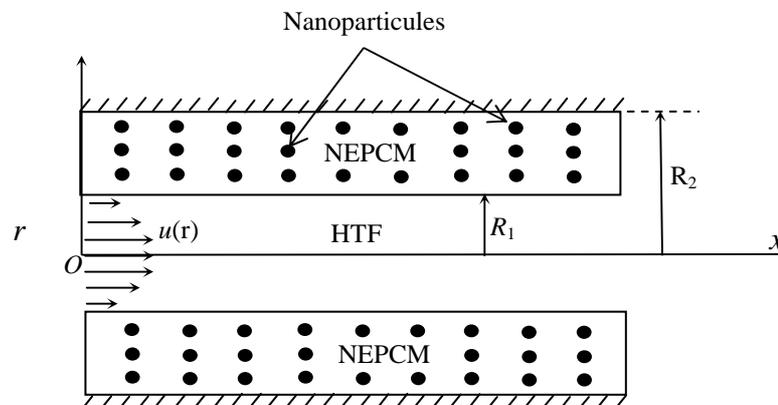


Fig. 5.1: Module de stockage par chaleur latente

#### 5.2 Formulation mathématique en régime turbulent

Le stockage thermique par chaleur latente dans les conduites cylindriques en régime turbulent est étudié. Le phénomène de turbulence à l'intérieur de la conduite est modélisé en adoptant le modèle proposé par Richardt [91]. La convection naturelle dans la phase liquide sera prise en compte en utilisant le modèle proposé dans les refs. [54-55] et présenté dans le chapitre

précédent. La formulation mathématique qui décrit l'écoulement turbulent à l'intérieur de la conduite cylindrique s'écrit en coordonnées cylindriques telle que :

*Région HTF*

$$\frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial t} + u(r) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} = \alpha_f \left( \left( \frac{\varepsilon(r)}{r} + \frac{d\varepsilon(r)}{dr} \right) \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} + \varepsilon(r) \frac{\partial T_f^2(x, r, t)}{\partial r^2} \right) \quad 0 < r < R_1, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.19a)$$

$$T_f(0, r, t) = T_0 \quad 0 \leq r \leq R_1, \quad t > 0 \quad (4.19b)$$

$$\left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.19c)$$

*Région PCM*

$$k_{pcm} \left( \frac{\partial T_{pcm}^2(x, r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial r} \right) = \rho_{pcm} \frac{\partial H(x, r, t)}{\partial t} \quad R_1 < r < R_2, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.19d)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial r} \right|_{r=R_2} = 0 \quad r = R_2, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.19e)$$

$$\left. \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad t > 0 \quad (4.19f)$$

*Interface PCM-HTF*

$$k_f \frac{\partial T_f(x, r, t)}{\partial r} = k_{pcm} \frac{\partial T_{pcm}(x, r, t)}{\partial r}, \quad r = R_1, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.19g)$$

$$T_f(x, r, t) = T_{pcm}(x, r, t), \quad r = R_1, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (4.19h)$$

où

$$k_{pcm}(T) = \begin{cases} k_s & T < T_m \\ k_{eff} & T > T_m \end{cases}$$

Les modèles utilisés pour les profils de vitesse  $u(r)$  et la viscosité turbulente  $\varepsilon(r)$  sont donnés en Annexe (1). La discrétisation du système d'équation (5.1) s'écrit sous la forme:

*Région HTF*

$$T_{f \ i \ j}^{n+1} = \left( 1 - 2 \frac{\Delta t \alpha_f \varepsilon_i}{\Delta r^2} \right) T_{f \ i \ j}^n - \frac{\Delta t u_i}{2 \Delta x} (T_{f \ i \ j+1}^n - T_{f \ i \ j-1}^n) + \frac{\Delta t \alpha_f \varepsilon_i}{\Delta r^2} (T_{f \ i+1 \ j}^n + T_{f \ i-1 \ j}^n) +$$

$$+ \frac{\Delta t \alpha_f}{2\Delta r} \left( \frac{\varepsilon_i}{i \Delta r} + \left( \frac{d\varepsilon}{dr} \right)_i \right) (T_{f \ i+1,j}^n - T_{f \ i-1,j}^n) \quad i = 0, \dots, M-1, \ j > 0, \ n > 0 \quad (4.20a)$$

$$T_{f \ i,0}^n = T_0 \quad i = 0, \dots, M-1, \ n > 0 \quad (4.20b)$$

$$T_{f \ 1,j}^n = T_{f \ 0,j}^n \quad j = 0, \dots, N, \ n > 0 \quad (4.20c)$$

$$T_{f \ i,N}^n = T_{f \ i,N-1}^n \quad i = 0, \dots, M-1, \ n > 0 \quad (4.20d)$$

### Région PCM

$$H_{i,j}^{n+1} = H_{i,j}^n + \frac{\Delta t k_{pcm}}{\rho_{pcm} (\Delta r)^2} \left( T_{pcm \ i+1,j}^n - 2 T_{pcm \ i,j}^n + T_{pcm \ i-1,j}^n + \frac{T_{f \ i+1,j}^n - T_{f \ i-1,j}^n}{2 i} \right) \quad i = M+1, \dots, M_1, \ j > 0, \ n > 0 \quad (4.20e)$$

$$T_{pcm \ 2M,j}^n = T_{pcm \ 2M-1,j}^n \quad j > 0, \ n > 0 \quad (4.20f)$$

$$T_{pcm \ i,N}^n = T_{pcm \ i,N-1}^n \quad i = M+1, \dots, M_1, \ n > 0 \quad (4.20g)$$

$$T_{pcm \ i,1}^n = T_{pcm \ i,0}^n \quad i = M+1, \dots, M_1, \ n > 0 \quad (4.20h)$$

### Interface solide-liquide

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{k_{pcm} T_{pcm \ i+1,j}^n + k_f T_{f \ i-1,j}^n}{k_{pcm} + k_f} \quad (4.20i)$$

La répartition de la température à l'instant (n+1) peut être obtenue telle que :

$$T_{pcm \ i,j}^{n+1} = \begin{cases} T_m + H_{i,j}^{n+1} / cp_{pcm} & H_{i,j}^{n+1} \leq 0 \\ T_m & 0 < H_{i,j}^{n+1} < q \\ T_m + (H_{i,j}^{n+1} - q) / cp_{pcm} & H_{i,j}^{n+1} \geq q \end{cases} \quad (4.21a)$$

La position de l'interface solide-liquide à l'instant (n+1) est :

$$S(x,t) = S_j^{n+1} = (i \Delta y, (n+1) \Delta t) \quad (4.21b)$$

L'efficacité du stockage d'énergie thermique  $\delta$ , est :

$$\delta = \frac{fr q L (R_2^2 - R_1^2) + 2 cp_{pcm} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L (T_{pcm}(x, y, t) - T_i) r dx dr}{L (R_2^2 - R_1^2) (q + cp_{pcm} (T_0 - T_i))} \quad (4.21c)$$

et la fraction liquide/solide,  $fr$ , est calculée par la relation suivante :

$$fr = \frac{\int_0^L (S^2 - R_1^2) dx}{L (R_2^2 - R_1^2)} \quad (4.21d)$$

### 5.3 Modèles mathématiques des NEPCM

Lorsque les particules de haute conductivité thermique sont ajoutées dans le PCM, les propriétés thermophysiques du mélange NEPCM dépendent de la fraction volumique et de la nature des nanoparticules. Les propriétés du mélange sont donc une combinaison entre les propriétés des nanoparticules et du PCM [74] tels que :

- La masse volumique

$$\rho_{npcm} = (1 - \phi) \rho_{pcm} + \phi \rho_p \quad (5.4a)$$

- La chaleur massique

$$cp_{npcm} = \frac{(1 - \phi)(\rho cp)_{pcm} + \phi (\rho cp)_p}{\rho_{npcm}} \quad (5.4b)$$

- La chaleur latente

$$q_{npcm} = \frac{(1 - \phi)(\rho q)_{pcm}}{\rho_{npcm}} \quad (5.4c)$$

- La conductivité thermique

$$k_{npcm} = k_{pcm} \left( \frac{k_p + 2k_{pcm} - 2\phi(k_{pcm} - k_p)}{k_p + 2k_{pcm} + \phi(k_{pcm} - k_p)} \right) \quad (5.4d)$$

- La viscosité cinématique

$$v_{npcm} = \frac{v_l}{(1 - \phi)^{2.5}}$$

où  $\phi$  est la fraction volumique, elle est définie comme le rapport entre le volume occupé par les nanoparticules et le volume totale des parois de stockage.

On définit aussi les quantités suivantes :

- le flux de chaleur transféré du fluide vers le NEPCM au niveau de l'interface HTF-PCM, à chaque instant

$$\Phi(t) = -2\pi R_1 k_f \int_0^L \left. \frac{dT_f(x, r, t)}{dr} \right|_{r=R_1} dx \quad (5.5a)$$

- l'énergie maximale stockée par chaleur latente :

$$E_{lat} = \pi L (R_2^2 - R_1^2) (1 - \phi) (\rho q)_{pcm} \quad (5.5b)$$

- l'énergie maximale stockée par chaleur sensible :

$$E_{sen} = \pi L (R_2^2 - R_1^2) \left[ (1 - \phi) (\rho cp)_{pcm} + \phi (\rho cp)_p \right] (T_0 - T_i) \quad (5.5c)$$

- l'énergie totale stockée est la somme de la chaleur latente  $E_{lat}$  et la chaleur sensible  $E_{sen}$  :

$$E_{tot} = E_{sen} + E_{lat} \quad (5.5d)$$

## 5.4 Validation

Afin de valider la fiabilité du modèle physique et du code de simulation, les comparaisons entre les présents résultats numériques et les données expérimentales [39] ont été effectués dans les mêmes conditions opératoires, c'est-à-dire dans le cas particulier du PCM sans nanoparticule. Dans l'expérience, deux thermocouples sont installés à l'intérieur du PCM dans les emplacements P1 ( $x = 0,95$  m,  $r = 0,001$  m) et P2 ( $x = 0,51$  m,  $r = 0,002$  m). Les résultats comparatifs sont présentés dans les figures (5.2). Les résultats numériques pour les deux points de référence sont bien concordants avec les résultats expérimentaux de la Réf. [39]. Nous vérifions aussi que le modèle physique utilisé et la méthode numérique choisie dans la présente étude sont fiables.

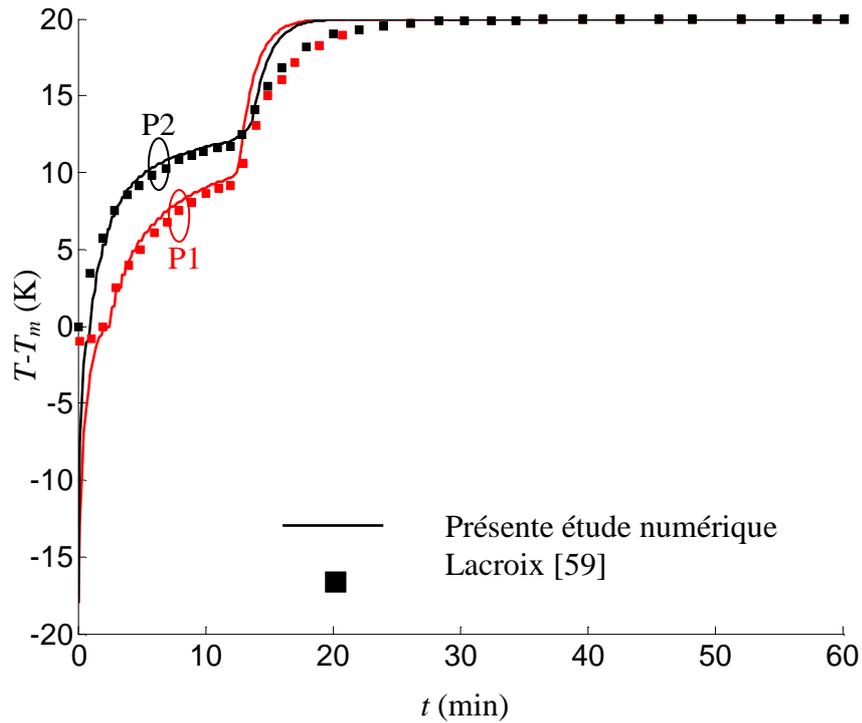


Fig. 5.2a: Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et ceux de la littérature ( $T_0 - T_m = 20$  K et  $\phi = 0$ ).

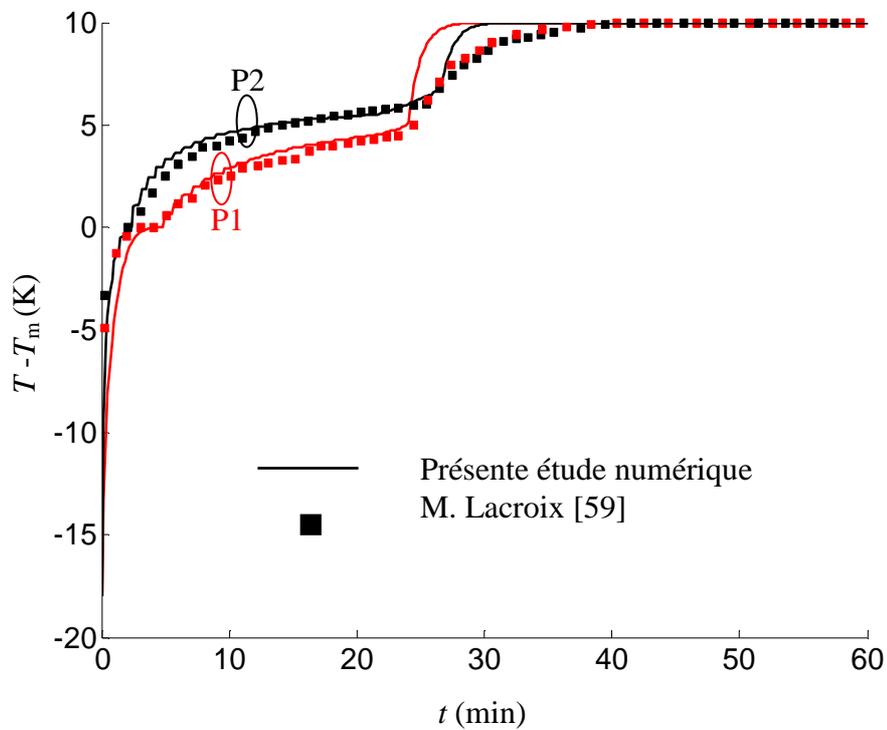


Fig. 5.2b: Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et ceux de la littérature ( $T_0 - T_m = 10$  K et  $\phi = 0$ ).

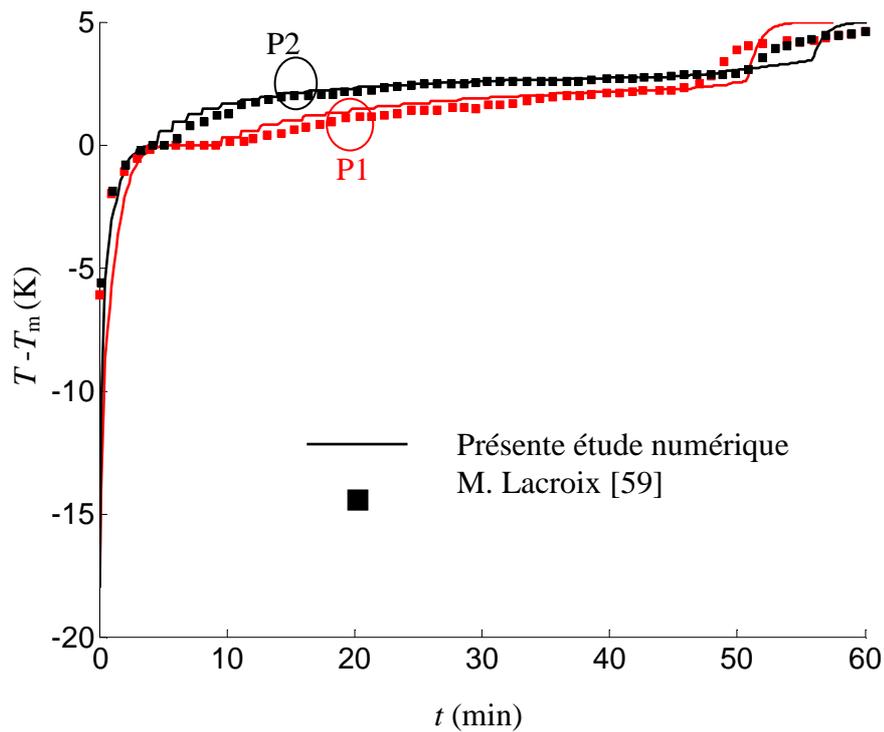


Fig. 5.2c: Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et ceux de la littérature ( $T_0 - T_m = 5$  K et  $\phi = 0$ ).

### 5.5 Résultats et commentaires

Dans cette simulation, les paramètres géométriques du module de stockage sont fixés, la longueur du tube, les rayons intérieur et extérieur sont respectivement 1m, 1cm et 2cm. La température initiale du PCM est 280 K, et la température du fluide à l'entrée du conduit est 320. Les propriétés du fluide de transfert, du PCM et des nanoparticules utilisées dans cette simulation sont mentionnées dans le tableau (5.1).

Table : 5.1 : Propriétés thermophysiques des différents matériaux

	Paraffine	Eau	Cu	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
température de fusion/solidification (K)	300	/	/	/	/
chaleur latente ( $kJ kg^{-1}$ )	206	/	/	/	/
conductivité thermique ( $W m^{-1} K^{-1}$ )	0.18	0.6	400	90.7	36
chaleur spécifique ( $kJ kg^{-1} K^{-1}$ )	1.8	4.182	0.383	0.444	0.765
masse volumique ( $kg^{-1} m^{-3}$ )	789	998.2	8954	8900	3970
viscosité ( $m^2 s^{-1}$ )	/	1.005E-6	/	/	/

Pour choisir les meilleures nanoparticules (fournissant le meilleur stockage thermique), nous avons testé trois matériaux différents utilisés comme nanoparticules dans les mêmes conditions, avec deux nombres de Reynolds  $Re = 10^3$  et  $Re = 10^5$ . La figure (5.3) présente l'efficacité de stockage, la fraction liquide et l'énergie stockée pour différent NEPCM (Cu,  $Al_2O_3$  et Ni), nous constatons que les trois matériaux donnent pratiquement les mêmes résultats, avec une différence qui ne dépasse pas les 5%. Donc, nous utiliserons dans ce qui suit le mélange Paraffine+Cuivre comme NEPCM.

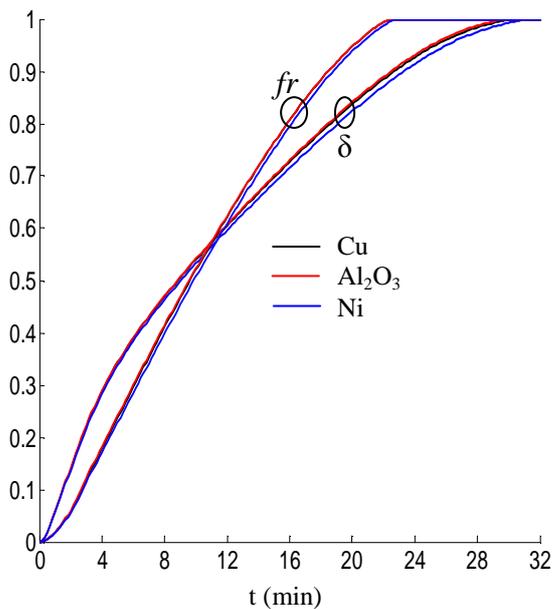


Fig. 5.3a : Comparaison de l'efficacité de stockage et de la fraction liquide pour différent NEPCM,  $\phi=30\%$ ,  $Re=10^3$ .

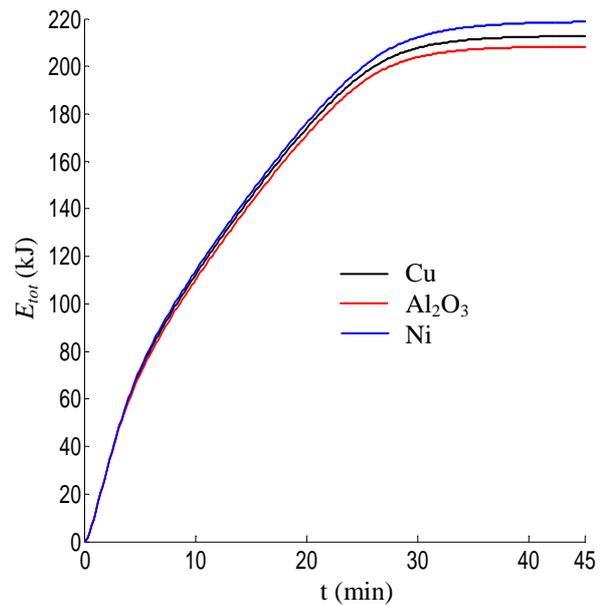


Fig. 5.3b : Comparaison de l'énergie totale stockée pour différent NEPCM,  $\phi=30\%$ ,  $Re=10^3$ .

La figure (5.4) présente l'effet de la fraction volumique sur l'énergie maximale que la paroi peut stocker, cette énergie est définie comme étant la somme de l'énergie stockée par chaleur sensible et par chaleur latente. Cette figure montre que l'énergie maximale stockée est inversement proportionnelle à la fraction volumique. L'augmentation de la fraction volumique diminue l'énergie totale stockée, ce qui est dû à la diminution de la chaleur latente du mélange du NEPCM. La diminution de l'énergie totale stockée, pour une variation de la fraction volumique entre 0 et 1, est égale à 37% pour une différence de température  $\Delta T=T_0-T_1=40K$ , et égale à 64% et 80% pour  $\Delta T=20K$  et  $\Delta T=10K$  respectivement. D'autre part, on voit bien que l'énergie stockée par chaleur sensible est proportionnelle à la fraction volumique, car la capacité thermique du NEPCM est plus élevée que celle du PCM pur. Donc, de façon générale, on peut dire que l'énergie stockée par chaleur sensible augmente avec  $\Delta T$  et la fraction volumique  $\phi$ . Par

contre, l'énergie stockée par chaleur latente diminue linéairement en fonction de la fraction volumique, ce qui conduit à une diminution de l'énergie totale stockée.

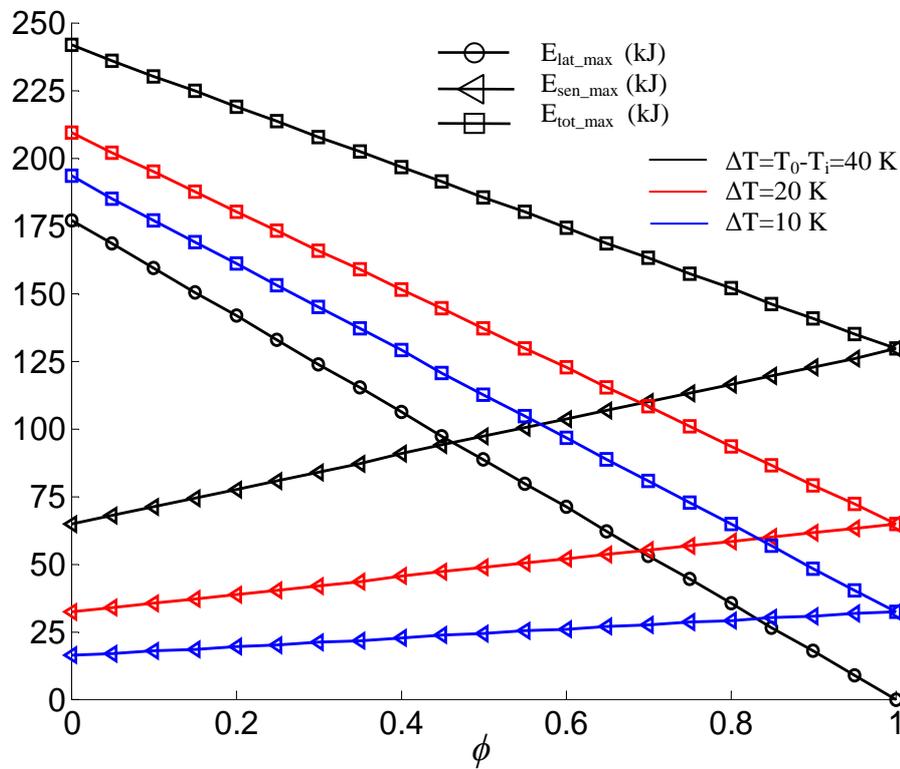


Fig. 5. 4 : Variation de l'énergie maximale stockée dans la paroi en fonction de la fraction

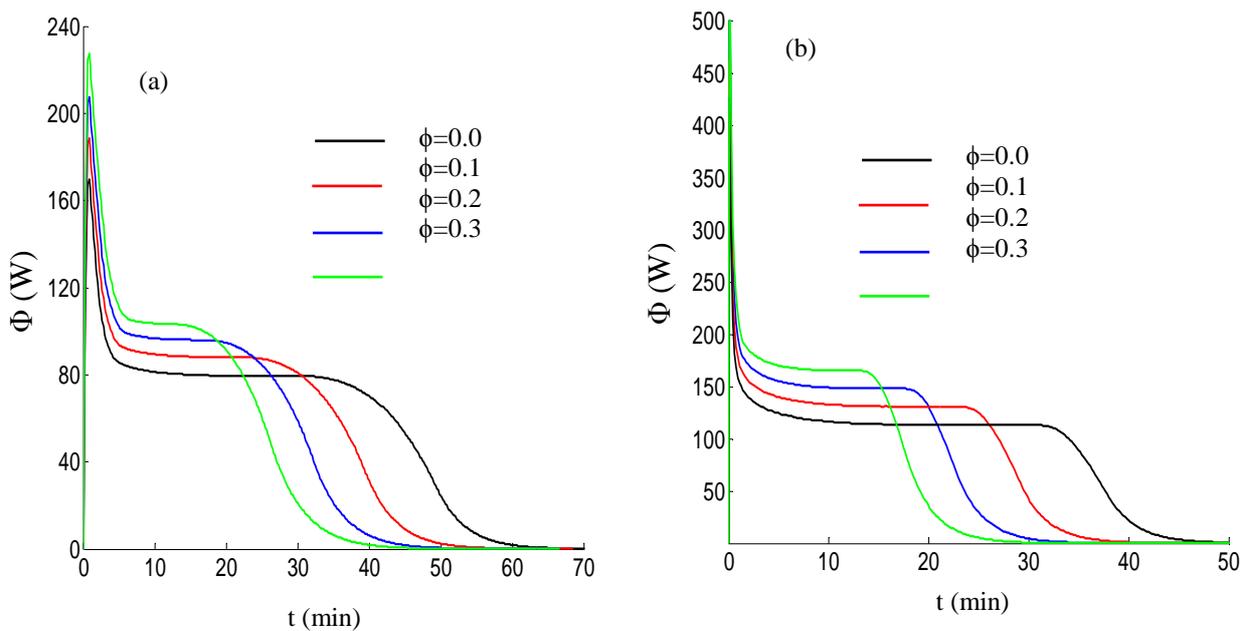


Fig. 5.5 : Variation transitoire du flux thermique transféré au niveau de l'interface HTF-NEPCM pour différentes concentration, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Sur la figure (5.5), est présentée l'influence de fraction volumique sur le flux thermique échangé à la paroi HTF-PCM pour  $Re=10^3$  et  $Re=10^5$ . Au début de l'écoulement, le flux thermique est plus important pour des fractions volumiques plus élevées, mais avec le temps ce flux devient moins important par rapport à celui de faible fraction volumique, puisque avec une haute fraction volumique le fluide cède plus vite l'énergie thermique au NEPCM, ce qui sature (stockage maximale) rapidement le PCM et le rend incapable de recevoir plus énergie.

La variation transitoire de l'efficacité de stockage pour différentes concentrations (fraction volumique) est représentée sur la figure (5.6). Cette figure montre que l'augmentation de la fraction volumique fait diminuer le temps nécessaire pour atteindre le stockage maximale. L'augmentation de concentration accélère la vitesse de stockage.

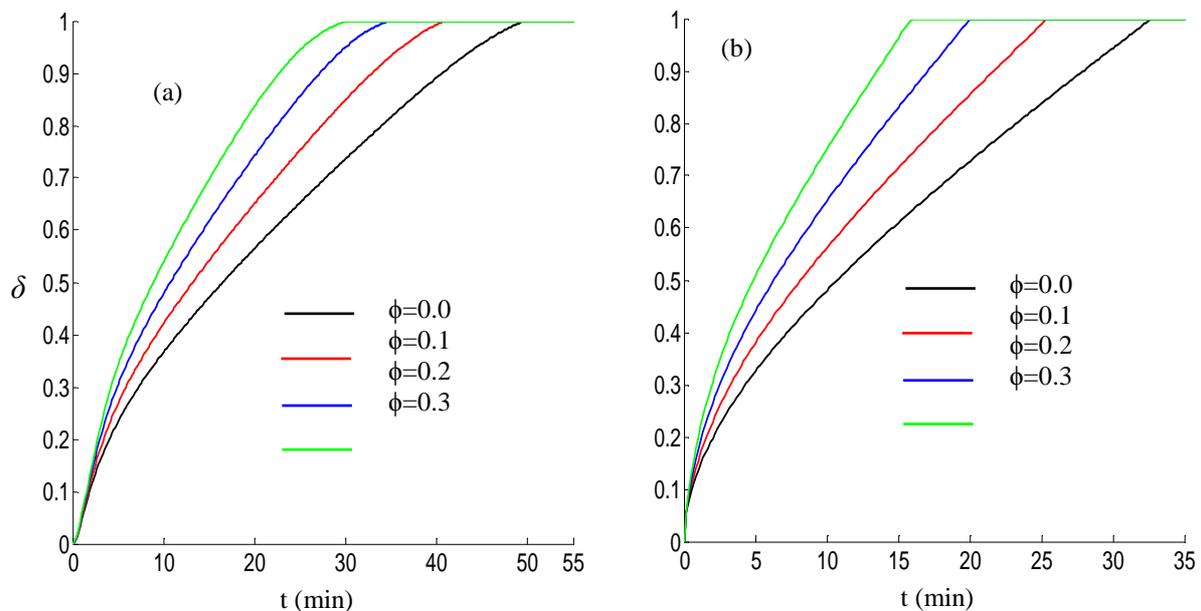


Fig. 5.6 : Variation transitoire de l'efficacité de stockage pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

Pour étudier les conséquences de l'injection des nanoparticules sur le phénomène de changement de phase, on présente sur la figure (5.7) l'effet de la fraction volumique sur la variation transitoire de la fraction liquide en régime laminaire et turbulent. Il est bien clair que le processus de changement de phase est accéléré par l'injection des nanoparticules dans le PCM.

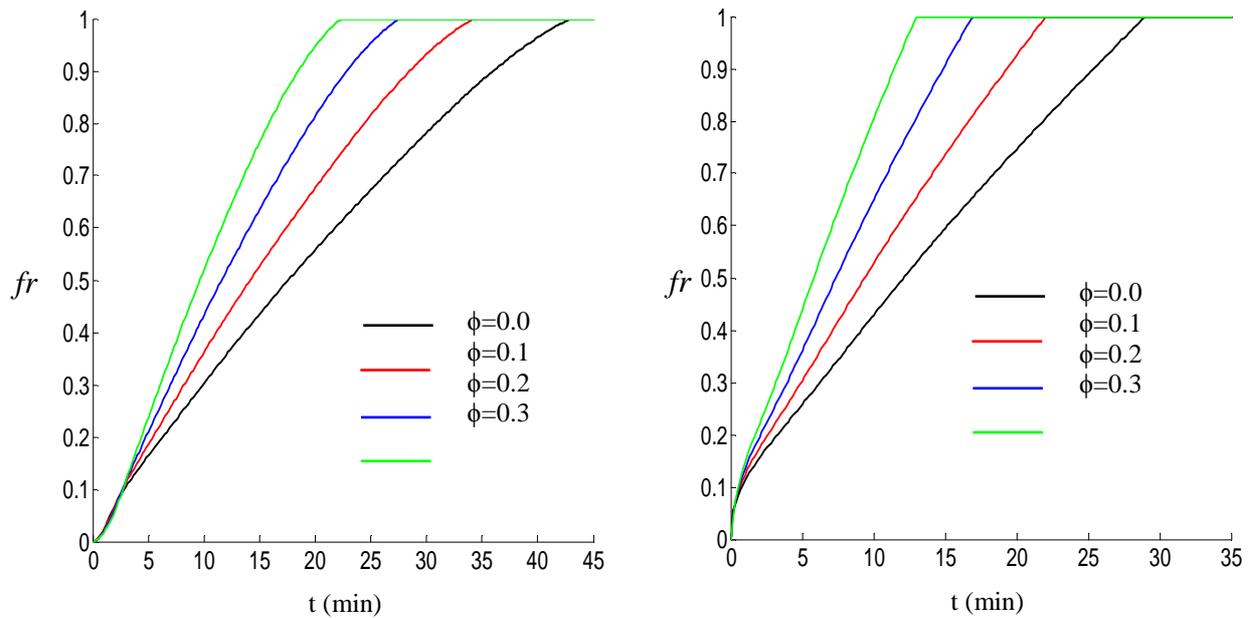


Fig. 5.7 : Variation de la fraction liquide en fonction de temps pour différentes concentration, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

L'évolution transitoire de l'énergie stockée par chaleur sensible, latente et l'énergie totale stockée sont représentées respectivement sur les figures (5.8), (5.9) et (5.10), pour différentes valeurs de la fraction volumique. La figure (5.8) montre que l'introduction des nanoparticules dans le PCM, engendre une augmentation dans l'énergie maximale que la paroi peut stocker par chaleur sensible, ce qui est l'inverse pour la chaleur stockée par chaleur latente (fig. 5.9). Par conséquent, l'énergie totale (sensible+latente) doit diminuer puisque la chaleur latente est plus importante par apport à la chaleur sensible (fig. 5.10).

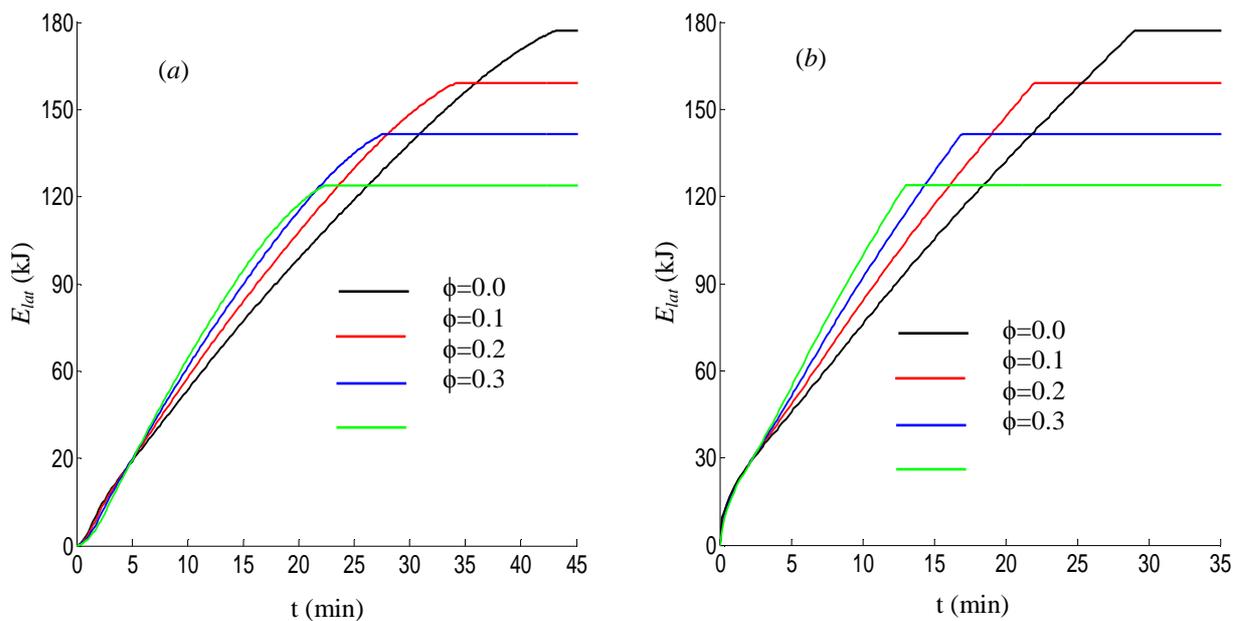


Fig. 5.8 : Variation de l'énergie stockée par chaleur latente pour différentes concentration, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

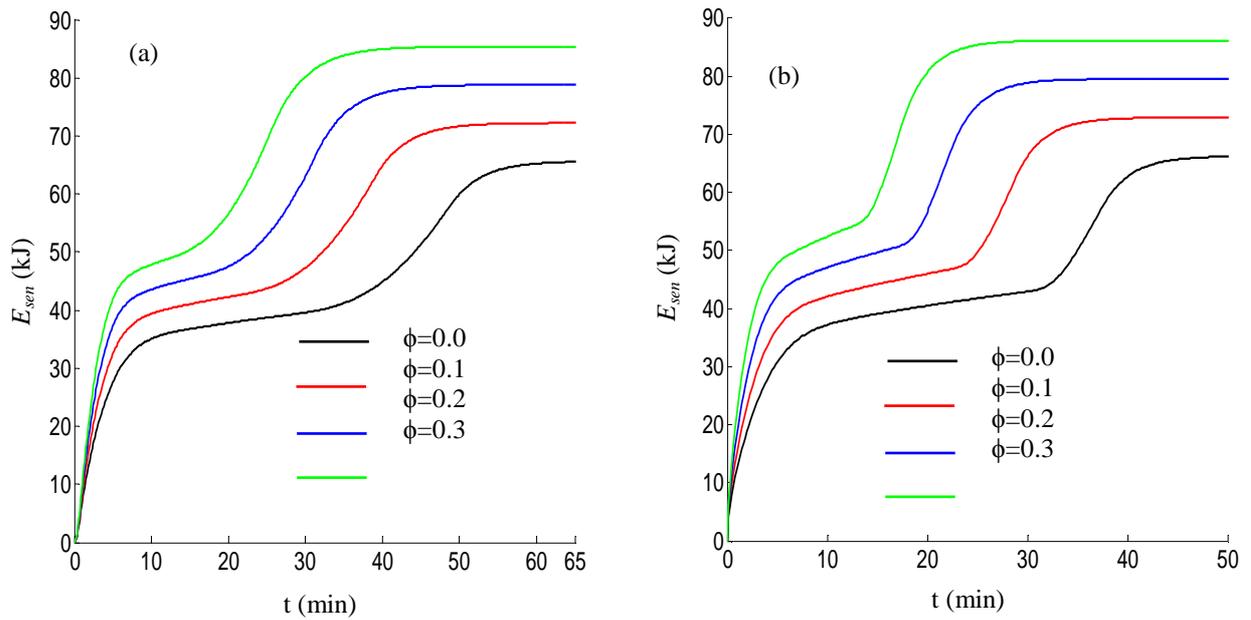


Fig. 5.9 : Evolution de l'énergie stockée par chaleur sensible pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

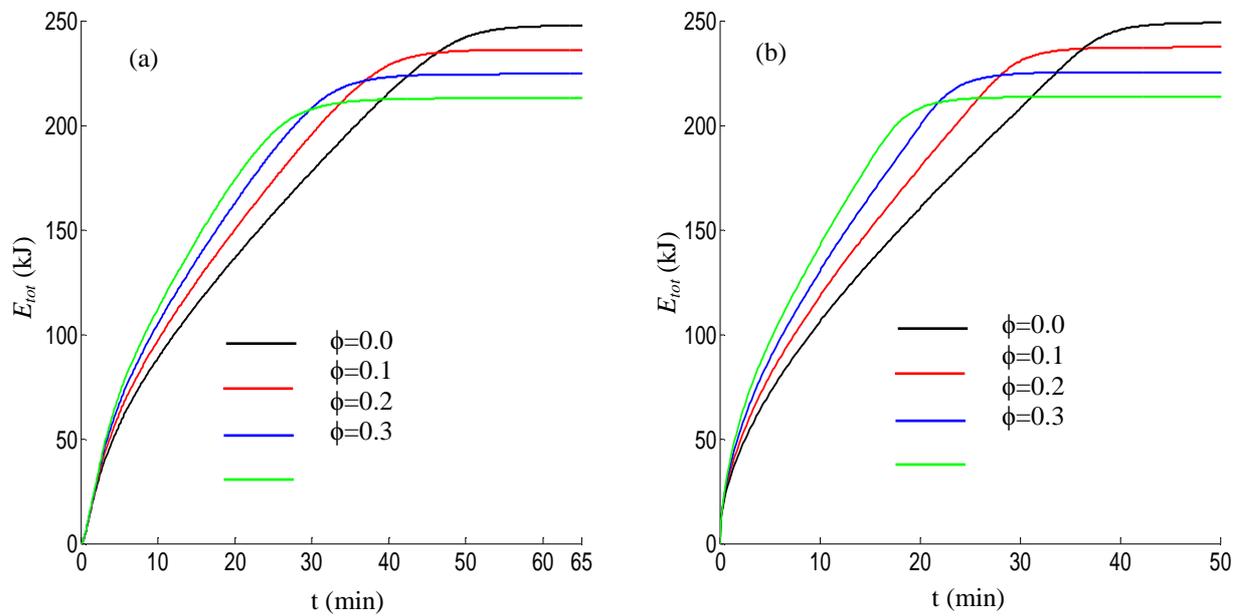


Fig. 5.10 : Variation transitoire de l'énergie totale stockée pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

La figure (5.11) montre l'évolution transitoire de l'interface solide-liquide, pour différentes concentrations à  $Re = 10^3$  et  $Re = 10^5$ . Nous constatons sur ces figures que l'interface solide-liquide se déplace plus vite dans le PCM vite avec l'accroissement de la concentration des nanoparticules. D'autre coté, quelque soit le temps l'interface solide-liquide est toujours avancée pour les hautes valeurs de  $\phi$ .

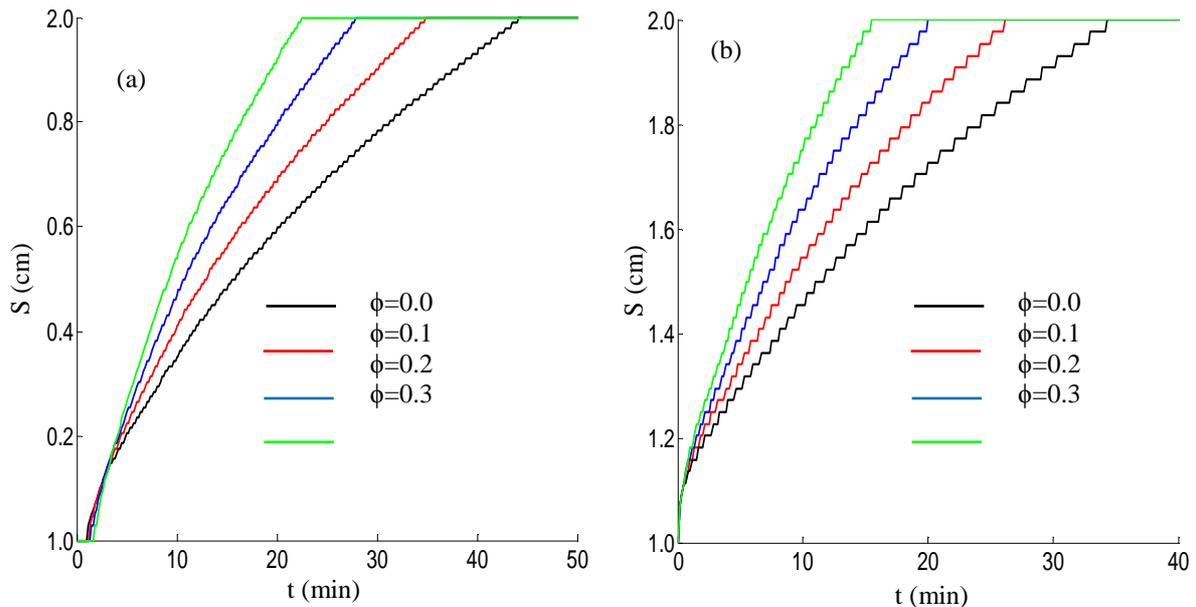


Fig. 5.11 : Evolution de l'interface solide-liquide pour différentes concentrations à  $x=0.6m$ , (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

D'après la figure (5.12) nous constatons que la concentration en nanoparticule influe sur la température du NEPCM ainsi que sur la température du fluide. Au début de l'écoulement ( $t = 3$  min), la température du fluide diminue avec l'augmentation de la concentration, tandis que la température du NEPCM augmente. Ce phénomène est dû à l'augmentation du flux thermique entre le fluide caloporteur et la NEPCM quand on augmente la concentration. Mais à la fin du stockage ( $t = 35$  min), les températures du fluide et du NEPCM sont élevées pour une valeur de  $\phi$  élevée. Ce résultat est approuvé sur la figure (5.13), qui présente l'évolution transitoire de la température moyenne du fluide à la sortie de la conduite, et aussi sur la figure (5.14) affichant la température du NEPCM pour différente concentration.

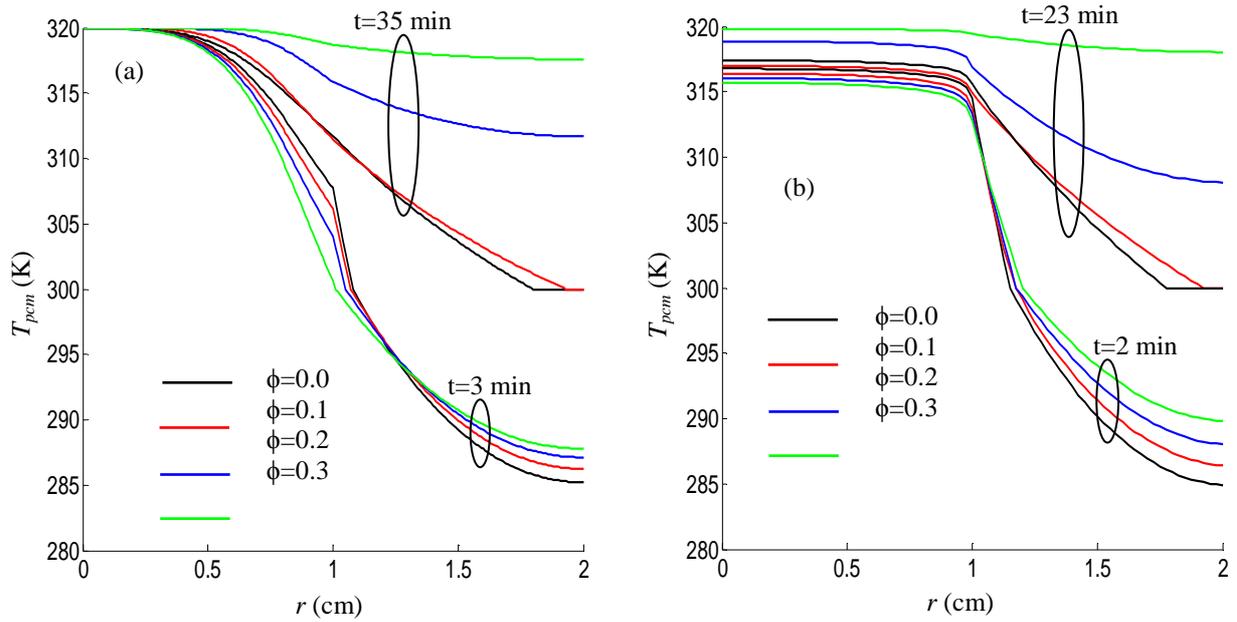


Fig. 5.12 : Distributions radiale de la température à  $x=1$  m, pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

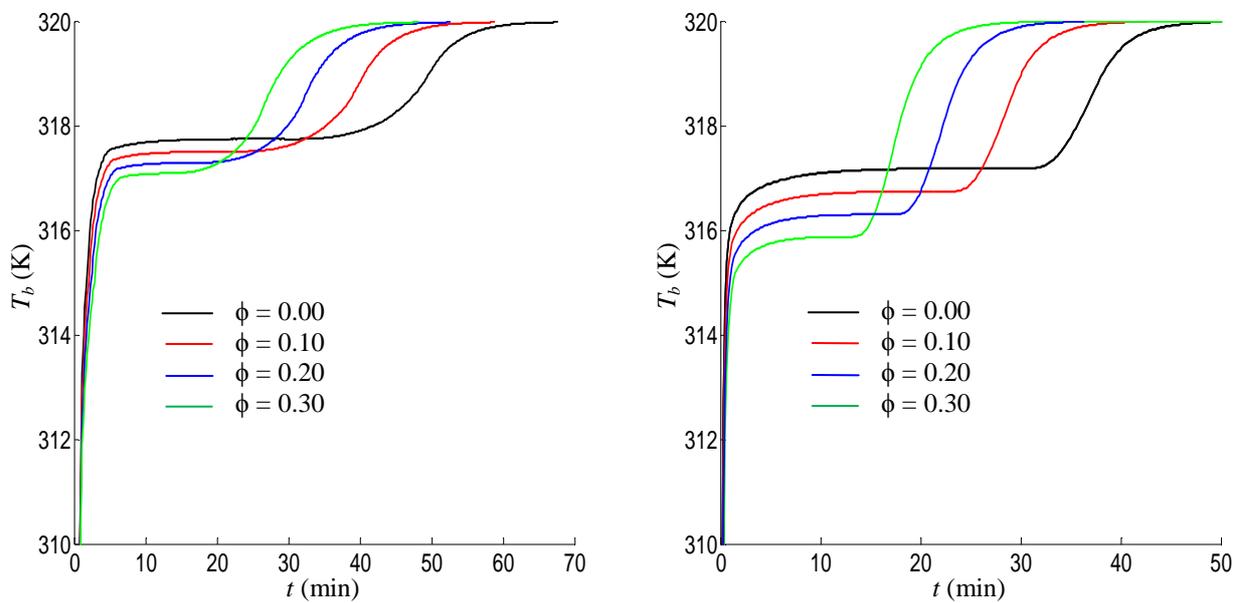


Fig. 5.13 : Evolution de la température moyenne du fluide à la sortie de la conduite pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

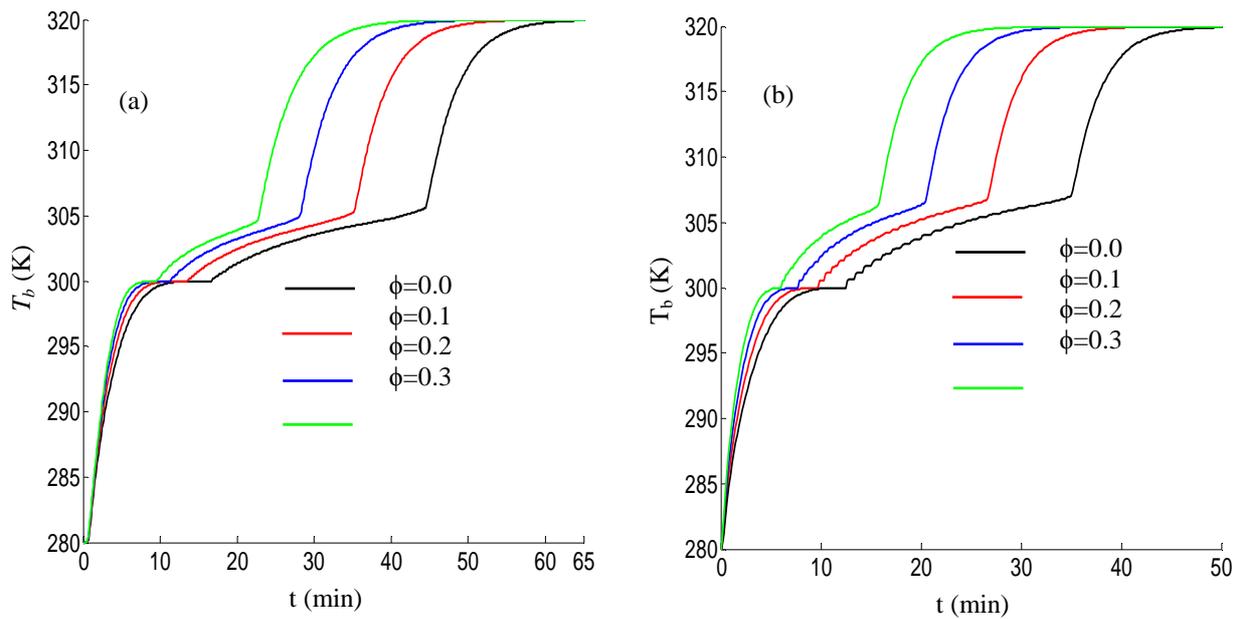


Fig. 5.14 : Evolution transitoire de la température du NEPCM pendant la fusion pour différentes concentration à  $x=0.6m$ ,  $r=1.5cm$ , (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

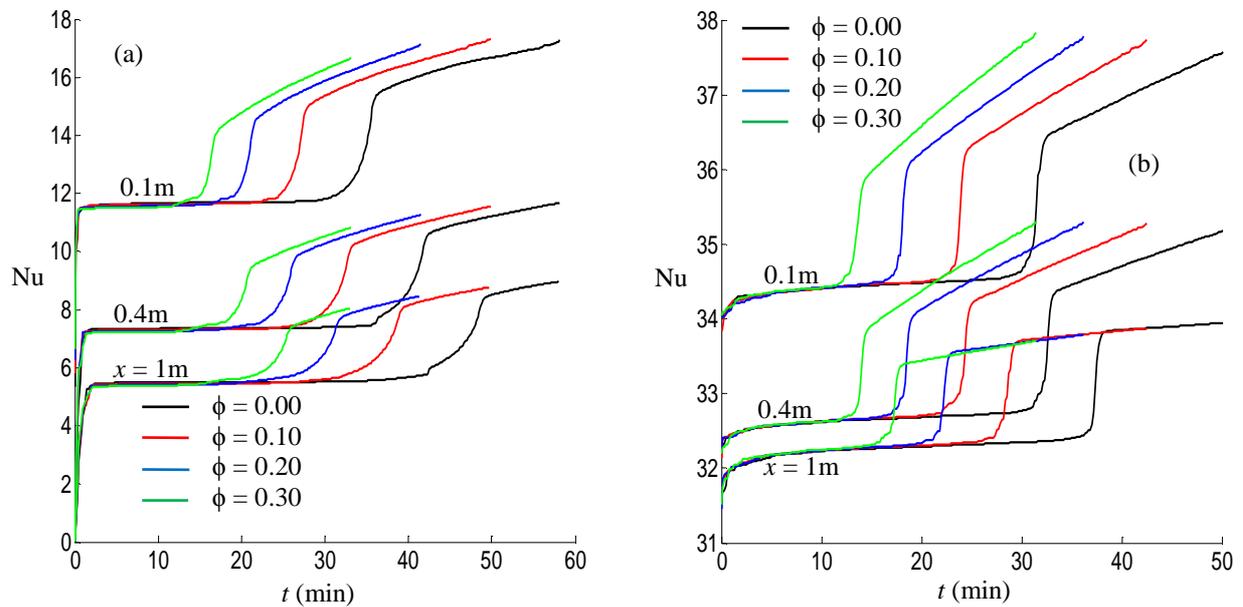


Fig. 5.15 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction du temps en plusieurs positions axiales et pour différentes concentrations, (a)  $Re=10^3$  et (b)  $Re=10^5$ .

La figure (5.15), montre l'effet de la fraction volumique sur la variation transitoire du nombre de Nusselt. Nous constatons que le nombre Nusselt garde la même allure quelque soit la valeur de  $\phi$ , avec un décalage dans le temps lié aux temps de fusion et de saturation du PCM puisque l'augmentation de  $\phi$  diminue le temps de fusion. Aussi, sur la figure (5.16) qui monte la

variation axiale de nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de  $\phi$ , nous pouvons conclure que le nombre de Nusselt moyen est indépendant de la concentration, et garde la même allure quelque soit la valeur de la fraction volumique.

Dans la figure (5.17), on veut comparer l'effet de Cuivre, d'Oxyde de l'Aluminium et du Nickel sur l'évolution de nombre de Nusselt et le nombre de Nusselt moyen. Il est bien clair que le matériau de la nanoparticule n'ait aucune influence sur le nombre Nusselt.

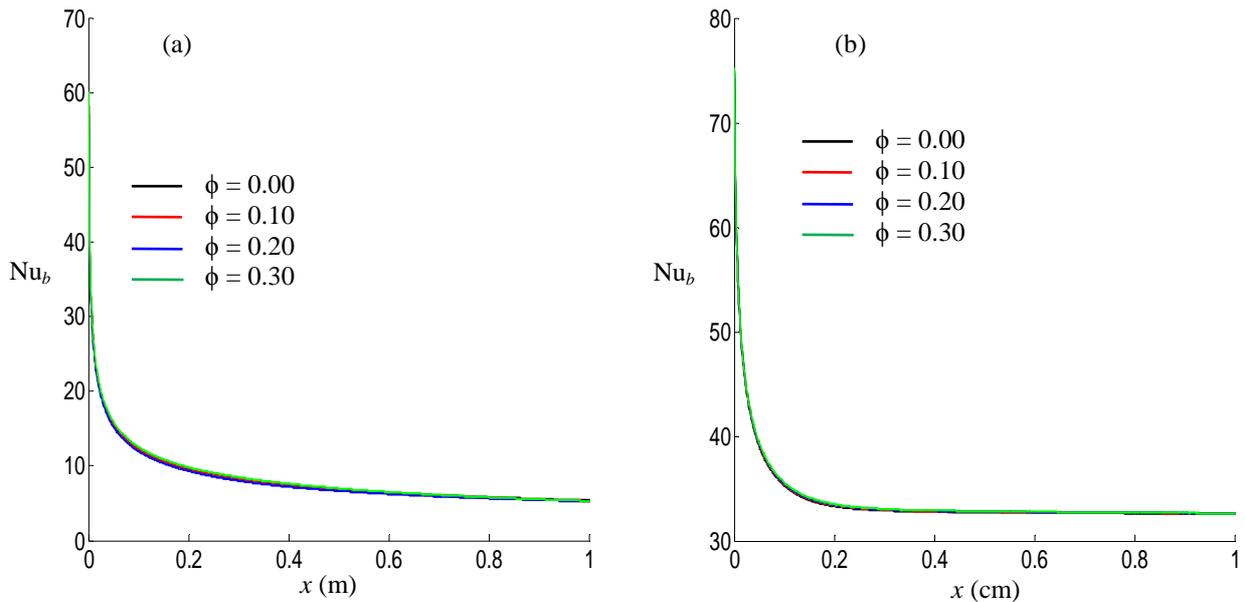


Fig. 5.16 : Distribution axiale de nombre de Nusselt pour différentes concentrations. , a)  $Re=10^3$  et b)  $Re=10^5$ .

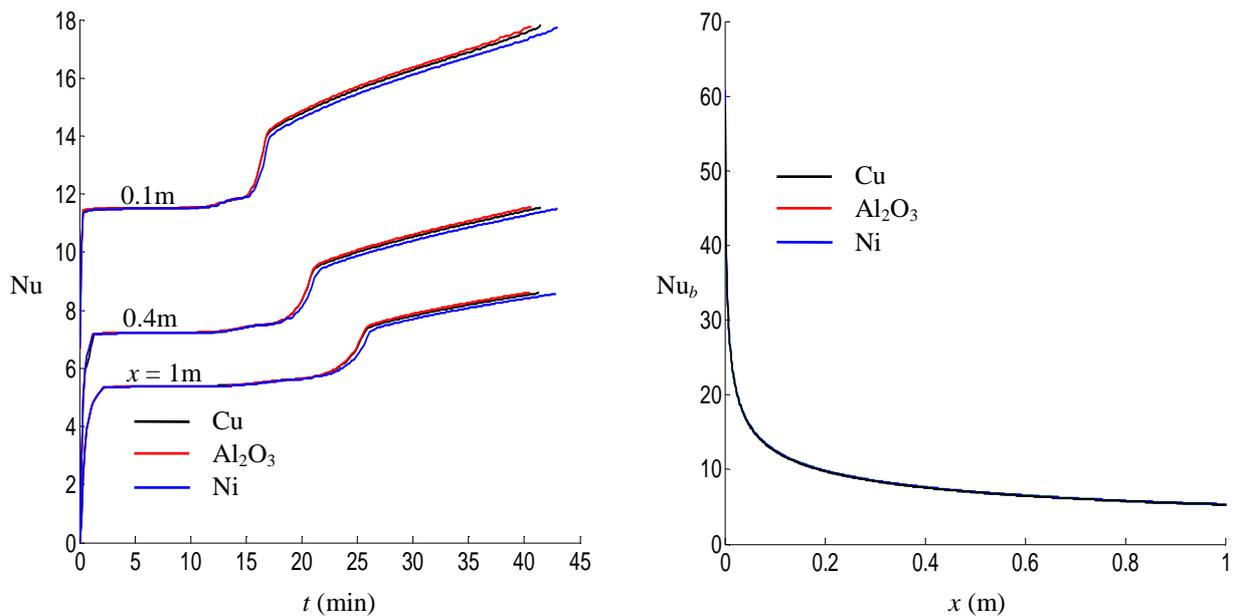


Fig. 5.17a : Evolution transitoire du nombre de Nusselt en plusieurs positions axiales et pour différents types de nanoparticules,  $Re=10^3$ .

Fig. 5.17b : Distribution axiale de nombre de Nusselt moyen pour différents types de nanoparticules,  $Re=10^3$ .

Le tableau (5.2) donne un résumé montrant l'influence de l'introduction des nanoparticules dans le PCM sur les performances de l'unité de stockage. Pour  $Re=10^3$  et une fraction volumique  $\phi=30\%$ , le temps de fusion et de stockage diminuent de 48.27% et 39.26% respectivement, avec une perte d'énergie stockée égale à 13.91%. Et pour  $Re=10^5$ , le temps de fusion et de stockage diminuent de 55.17% et 51.03% respectivement. Donc, il faut chercher un point optimal où l'énergie perdue sera moins importante par rapport au temps gagné. D'autre côté, on constate que le temps de fusion et de stockage gagnés pour  $Re=10^5$  sont plus importants par rapport à ceux gagnés pour  $Re=10^3$ , ce qui signifie que l'intensification de transfert de chaleur par l'ajout des nanoparticules devient plus efficace en régime turbulent.

Table 5.2 : Effets de la fraction volumique sur les performances de l'unité de stockage

$\phi$ (%)	Re	Temps de fusion		Temps de stockage		Energie totale stockée	
		valeur (min)	différence (%)	valeur (min)	Différence (%)	valeur (kJ)	Différence (%)
00.00	$10^3$	43.17	00.00	49.67	00.00	241.5	00.00
	$10^5$	29.00	00.00	32.67	00.00		
10.00	$10^3$	34.33	20.48	41.00	17.45	230.5	04.55
	$10^5$	22.17	23.55	25.50	21.95		
20.00	$10^3$	27.67	35.90	34.83	29.88	219.1	09.27
	$10^5$	17.00	41.38	20.17	38.26		
30.00	$10^3$	22.33	48.27	30.17	39.26	207.9	13.91
	$10^5$	13.00	55.17	16.00	51.03		

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié l'amélioration du transfert de chaleur par l'injection de nanoparticules dans le matériau de stockage. Les propriétés géométriques de l'unité de stockage et les propriétés thermophysiques du fluide caloporteur et du PCM sont gardées constantes, en variant seulement la concentration des nanoparticules dans le PCM. Les résultats obtenus dans ce chapitre peuvent être résumés comme ci-dessous :

- Les meilleures nanoparticules sont ceux qui ont des bonnes conductivités et capacités thermiques.
- L'unité de stockage devient plus performante (en termes d'efficacité de stockage et du temps de fusion) quand on disperse les nanoparticules dans le PCM,
- L'énergie totale stockée par le PCM pur est supérieure que celle stockée par NEPCM mais le temps de stockage est meilleur.
- Les NEPCM sont plus performants en régime turbulent qu'en régime laminaire.

## Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce travail une étude traitant le problème de stockage par chaleur latente et chaleur sensible dans les conduites cylindriques et planes. Le fluide caloporteur traverse la conduite en échangeant la chaleur avec les parois de stockage. Ce travail est composé de cinq chapitres, le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique des principaux travaux effectués sur le sujet. Nous avons montré au cours de cette recherche l'intérêt du sujet à travers les nombreuses applications liées au stockage de la chaleur.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté le problème de stockage par chaleur sensible dans un conduit à deux plaques parallèles ou un tube cylindrique, parcouru par un fluide incompressible en écoulement laminaire ou turbulent. La température du fluide à l'entrée du canal varie de façon sinusoïdale. Les équations régissant le problème sont résolues analytiquement, par la Technique de la Transformée Intégrale Généralisée.

Dans le chapitre trois, nous avons présenté une étude analytique sur le stockage thermique dans les conduites cylindriques et planes constituées d'un matériau à changement de phase (PCM) parcouru par un fluide caloporteur en régime laminaire. L'influence de la géométrie des conduits et les caractéristiques du fluide caloporteur sur l'efficacité du stockage est étudiée. Les résultats obtenus pour les deux configurations sont validés avec les résultats publiés dans la littérature [39], [55], [47-48], [58] et [79]. Le modèle quasi stationnaire supposant un régime permanent dans la veine fluide est appliqué. La convection naturelle est négligée pendant le processus de fusion du PCM.

Dans le chapitre quatre, le problème de stockage en régime transitoire a été résolu numériquement par la méthode des différences finies. Les techniques d'enthalpie et d'enthalpie-porosité ont été appliquées pour les PCM purs et impurs respectivement. L'effet de la convection naturelle a été pris en considération en utilisant des corrélations expérimentales utilisées autrefois dans la littérature.

L'amélioration du transfert de chaleur par l'injection des particules métalliques ayant la taille nanométrique, dans le matériau à changement de phase est présentée dans le chapitre cinq. Plusieurs types de nanoparticules ont été testés. L'injection des nanoparticules dans le PCM favorise le transfert de chaleur entre le fluide en écoulement et la paroi NEPCM, et par conséquent, le processus de stockage/déstockage sera accéléré.

Les conclusions tirées à partir des résultats présentés dans les chapitres précités peuvent être résumées par les points suivants :

- Le stockage par chaleur sensible dans les milieux solides est une option intéressante de point de vue coûts d'investissement et d'entretien. En effet, les parois de stockage en PCM se dégradent avec le temps et présentent un risque d'incendie. Les fluides avec une grande capacité thermique sont capables de transférer une grande quantité d'énergie stockée dans la paroi et par conséquent la température moyenne à la sortie est importante pendant le déstockage.
- Les températures les plus élevées sont localisées proche de la zone d'entrée du fluide, et plus de temps est donc nécessaire pour atteindre les températures de fusion du PCM dans les zone loins de l'entrée.
- Le nombre de Nusselt moyen est toujours égal au nombre de Nusselt pendant le changement de phase du PCM. Donc, le nombre de Nusselt moyen est fortement dépendant de la température de fusion. D'ailleurs, la température du fluide à l'entrée n'a pas une grande influence sur le nombre de Nusselt.
- la convection naturelle diminue le temps de fusion et le temps de solidification du PCM, mais son influence le plus important est remarquée pendant la solidification. Donc, la convection naturelle participe fortement aux échanges thermiques dans le PCM et qu'elle ne doit pas être négligée.
- Pour l'unité de stockage construite par les PCMs impures, à part l'évolution non-isotherme la température, le comportement thermique est similaire à celui de l'unité constituée par les PCMs purs. Aussi, les corrélations que nous avons développées pour les PCMs purs sont valables pour les PCMs impurs.
- Lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'énergie thermique emmagasinée par le fluide à l'entrée du canal augmente. Ainsi, la chaleur transmise à la paroi PCM devient importante; par conséquent, le processus de fusion demande moins de temps.
- L'unité de stockage devient plus performante (en termes d'efficacité de stockage et de temps de fusion) quand nous ajoutons les nanoparticules.
- L'intensification de transfert de chaleur par l'ajout des nanoparticules devient plus efficace en régime turbulent.

En fin, comme perspectives, nous proposons d'utiliser les modèles développés dans ce travail pour des études réelles dans le champ industriel.

**Références**

- [1] Paul Profos, Die behandlung von regelproblemen vermittels des frequenzganges des regelkreises und ihre anwendung auf die temperaturregelung durchströmter rohrrsysteme. Published in Zürich, (1943)
- [2] E. M. Sparrow et F. N. Farias, Unsteady heat transfer in ducts with time varying inlet temperature and participating walls. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 11, pp. 837- 853, (1968)
- [3] W. S. Kim et M. N. Özisik, Turbulent forced convection inside a parallel-plate channel with periodic variation of inlet temperature. Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol. 111, pp. 882-888, (1989)
- [4] S. Kakaç et W. Li, Unsteady turbulent forced convection in a parallel-plate channel with timewise variation of inlet temperature, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 37, pp. 447-456, (1994)
- [5] A. Hadiouche, et K. Mansouri, Application of integral transform technique to the transient laminar flow heat transfer in the ducts. Int. J. of Thermal Sciences, Vol. 49, pp. 10–22, (2010)
- [6] D. M. Brown, W. Li et S. Kakaç, Numerical and experimental analysis of unsteady heat transfer with periodic variation of inlet temperature in circular ducts. Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 20, pp. 883-899, (1993)
- [7] S. Kakaç et Y. Yener, Exact solution of transient forced convection energy equation for timewise variation of inlet temperature. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, pp. 2205-2214, (1973)
- [8] R. M. Cotta et M. N. Özisik, Laminar forced convection inside ducts with periodic variation of inlet temperature. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, N° 10, pp. 1495-1501, (1986)
- [9] R. M. Cotta, M. D. Mikhailov et M. N. Özisik, Transient conjugated forced convection in ducts with periodically varying inlet temperature. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, N° 10, pp. 2073-2082, (1987)
- [10] S. Kim et M. N. Özisik, Conjugated laminar forced convection in ducts with periodic variation of inlet temperature. Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 11, N° 4, pp. 311-320, (1990)
- [11] S. Kakaç, W. Li et R. M. Cotta, Unsteady laminar forced convection in a duct with periodic variation of inlet temperature. Int. J. Heat Transfer, Vol. 112, pp. 913-920, (1990)
- [12] R. O. C. Guèdes et R. M. Cotta, Periodic laminar forced convection within ducts including wall heat conduction effects. Int. J. Engng. Sci, Vol. 29, N° 5, pp. 535-547, (1991)
- [13] R. O. C. Guedes and M. N. Özisik, Hybrid approach for solving unsteady laminar forced convection inside ducts with periodically varying inlet temperature. Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 15, N° 2, 116-121, (1994)

- 
- [14] R. O. C. Guedes, M. N. Özisik et R. M. Cotta, Conjugated periodic turbulent forced convection in a parallel-plate channel.  
Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol. 116, pp. 40-46, (1994)
- [15] J. S. Travelho et W. F. N. Santos, Solution of transient conjugated forced convection in the thermal entrance region of a ducts with periodic varying inlet temperature.  
Trans. ASME, J. heat transfer, Vol. 113, pp. 558-562, (1991)
- [16] K. Mansouri et B. Fourcher, Réponse à un signal thermique sinusoïdal dans le cas d'un écoulement sur un plan directeur.  
Int. Comm. Heat and Mass Transfer, Vol. 22, N° 5, pp. 305-315, (1995)
- [17] K. Mansouri, Etude théorique et expérimentale du transfert de chaleur en régime périodique pour un écoulement forcé à plan directeur. Thèse de Doctorat. Science pour l'ingénieur université de Nantes, Nantes, France, (1995)
- [18] B. Fourcher et K. Mansouri, An approximate analytical solution to the Graetz problem with periodic inlet temperature.  
Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 18, pp. 229-235, (1997)
- [19] B. Fourcher et K. Mansouri, Theoretical study of periodic turbulent forced convection inside a parallel-plate channel.  
Int. J. Engng. Sci, Vol. 36, N° 4, pp. 411-420, (1998)
- [20] S. Cheroto, M. D. Mikhailov, S. Kakaç et R. M. Cotta, Periodic laminar forced convection: solution via symbolic computation and integral transforms.  
Int. J. Therm. Sci, Vol. 38, pp. 613-621, (1999)
- [21] A. Hadiouche et K. Mansouri, On the solution of periodic internal laminar flow.  
Int. Symposium on Advances in Computational Heat Transfer (ICHMT), pp. 248-260, Maroc (2008)
- [22] K. Mansouri, A. Hadiouche et M. Bechiri, Application of variational formulation to the periodic conjugated laminar forced convection within ducts.  
Journal of Enhanced Heat Transfer, Vol. 18 (2), pp. 91-106, (2011)
- [23] M. ArikL, C. A. Santos et S. Kakaç, Turbulent forced convection with sinusoidal variation of inlet temperature between two parallel-plates  
Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 23, N° 8, pp. 1121-1132, (1996)
- [24] G. E. Cossali, Analytical solution of Graetz problem in pipe flow with periodic inlet temperature variation.  
Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 3396-3401, (2009)
- [25] F. W. Schmidt et J. Szego, Transient response of a solid sensible heat thermal storage units single fluid, J. Heat Transfer, Vol. 98, pp. 471-477, (1976)
- [26] F. W. Schmidt, R. R. Somers, J. Szego et D. H. Laananen, Design Optimization of a Single Fluid, Solid Sensible Heat Storage Unit.  
J. Heat Transfer, Vol. 99 (2), pp. 174-179, (1977)

- [27] J. Szego et F. W. Schmidt, Transient Behavior of a Solid Sensible Heat Thermal Storage Exchanger.  
J. Heat Transfer, Vol. 100 (1), pp. 148-154 (1978)
- [28] J. P. Bardon, B. Fourcher et B. Cassagne, Stockage périodique par chaleur sensible-aspects fondamentaux liés à la cinétique des transferts.  
Int. J. Heat Mass, Transfer. Vol. 22, pp. 229-236, (1979)
- [29] B. Fourcher et C. Saint-Blanquet, Fonction de transfert d'un élément de stockage par chaleur sensible fonctionnant en régime périodique.  
Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 23, pp. 1251-1262, (1980)
- [30] M. T. Acker et B. Fourcher, Analyse en régime thermique périodique du couplage conduction-convection entre un fluide en écoulement laminaire et une paroi de stockage.  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, N° 1, pp. 1201-1210, (1981)
- [31] B. Bourouga et B. Fourcher, Comparaison des fonctions de transfert d'un stockage en régime périodique pour trois géométries fondamentales. Exemples d'optimisation.  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, No. 8, pp. 1425-1439, (1985)
- [32] D. Sragovich, Transient analysis for designing and predicting operational performance of a high temperature sensible thermal energy storage system.  
Solar Energy, Vol. 43, No. 1, pp. 7-16, (1989)
- [33] A. V. Kuznetsov, A perturbation solution for heating rectangular sensible heat storage packed bed with a constant temperature at the walls.  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, No. 5, pp. 1001-1006, (1997)
- [34] R. Tamme, D. Laing and W. Steinmann, Advanced Thermal Energy Storage Technology for Parabolic Trough.  
International Solar Energy Conference, pp. 563-571, (2003)
- [35] S. Vaivudh, W. Rakwichian et S. Chindaruksa, Heat transfer of high thermal energy storage with heat exchanger for solar trough power plant.  
Energy Conversion and Management, Vol. 49, pp. 3311-3317, (2008)
- [36] L. Prasad et P. Muthukumar, Design and optimization of lab-scale sensible heat storage prototype for solar thermal power plant application.  
Solar Energy, Vol. 97, pp. 217-229, (2013)
- [37] S. Kuravi, J. Trahan, Y. Goswami, C. Jotshi, E. Stefanakos et N. Goel, Investigation of a high-temperature packed-bed sensible heat thermal energy storage system with large-sized elements.  
J. Sol. Energy Eng, Vol. 135, N° 4, 041008 (9 pages), (2013)
- [38] H. Rieger, U. Projahn et H. Beer, Analysis of the heat transport mechanisms during melting around a horizontal circular cylinder.  
Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 25, N° 1, pp. 137-147, (1982)
- [39] M. Lacroix, numerical simulation of a shell-and-tube latent heat thermal energy storage unit.  
Solar Energy, Vol. 50, N° 4, pp. 357-367, (1993)
- [40] M. Lacroix, Study of the heat transfer behavior of a latent heat thermal energy storage unit with a finned tube.  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, N° 8, pp. 2083-2092, (1993)

- 
- [41] Y. Zhang et A. Faghri, Semi-analytical solution of thermal energy storage system with conjugate laminar forced convection.  
*Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, N° 4, pp. 717-724, (1996)
- [42] Y. Zhang et A. Faghri, Analysis of Thermal Energy Storage System with Conjugate Turbulent Forced Convection.  
*J. of Thermophysics and heat Transfer*, Vol. 9, N° 4, pp.722-726, (1995)
- [43] Y. Zhang et A. Faghri, Heat Transfer Enhancement in Latent Heat Thermal Energy Storage System by Using an External Radial Finned Tube.  
*J. of Enhanced Heat Transfer*, Vol. 3, N° 2, pp. 119-127, (1996)
- [44] Y. Zhang et A. Faghri, Heat transfer enhancement in latent heat thermal energy storage system by using the internally finned tube.  
*Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 39, N° 15, pp. 3165-3173, (1996)
- [45] K. A. R. Ismail, O.C. Quispe et J. R. Henrōquez, A numerical and experimental study on a parallel plate ice bank.  
*Applied Thermal Engineering*, Vol. 19, pp. 163-193, (1999)
- [46] K. A. R. Ismail et M. M. Abugderah, Performance of a thermal storage system of the vertical tube type.  
*Energy Conversion and Management*, Vol. 41, pp. 1165-1190, (2000)
- [47] B. ZIVKOVIC et I. FUJII, An analysis of isothermal phase change of phase change material within rectangular and cylindrical containers.  
*Solar Energy*, Vol. 70, N° 1, pp. 51–61, (2001)
- [48] H. El Qarnia, Theoretical study of transient response of a rectangular latent heat thermal energy storage system with conjugate forced convection.  
*Energy Conversion and Management*, Vol. 45, pp. 1537–1551, (2004)
- [49] A. Trp, An experimental and numerical investigation of heat transfer during technical grade paraffin melting and solidification in a shell-and-tube latent thermal energy storage unit.  
*Solar Energy*, Vol. 79, pp. 648–660, (2005)
- [50] G. Hed et R. Bellander, Mathematical modelling of PCM air heat exchanger.  
*Energy and Buildings*, Vol. 38, pp. 82–89, (2006)
- [51] M. Akgün, O. Aydın et K. Kaygusuz, Experimental study on melting/solidification characteristics of a paraffin as PCM.  
*Energy Conversion and Management*, Vol. 48, pp. 669–678, (2007)
- [52] A. Hadiouche, et K. Mansouri, Application of integral transform technique to the transient laminar flow heat transfer in the ducts.  
*Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 10–22, (2010)
- [53] G. E. Cossali, Analytical solution of Graetz problem in pipe flow with periodic inlet temperature variation.  
*Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 3396–3401, (2009)
- [54] H. El Qarnia, Numerical analysis of a coupled solar collector latent heat storage unit using various phase change materials for heating the water.

- Energy Conversion and Management Vol. 50, pp. 247–254 (2009)
- [55] H. Ait Adine et H. El Qarnia, Numerical analysis of the thermal behaviour of a shell-and-tube heat storage unit using phase change materials. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, pp. 2132–2144, (2009)
- [56] Y.B. Tao et Y.L. He, Numerical study on thermal energy storage performance of phase change material under non-steady-state inlet boundary. *Applied Energy*, Vol. 88, pp. 4172–4179, (2011)
- [57] Y.B. Tao, Y.L. He et Z. G. Qu, Numerical study on performance of molten salt phase change thermal energy storage system with enhanced tubes. *Solar Energy*, Vol. 86, pp. 1155–1163, (2012)
- [58] A. H. Mosaffa, C. A. Infante Ferreira, F. Talati et M. A. Rosen, Thermal performance of a multiple PCM thermal storage unit for free cooling. *Energy Conversion and Management*, Vol. 67, pp. 1–7, (2013)
- [59] J. P. Arzamendia Lopeza, F. Kuznika, D. Baillisc et J. Virgonea, Numerical modeling and experimental validation of a PCM to air heat exchanger. *Energy and Buildings*, Vol. 64, pp. 415–422, (2013)
- [60] A. A. Al-Abidi, Sohif Mat, K. Sopian, M. Y. Sulaiman et A. Th Mohammad, Numerical study of PCM solidification in a triplex tube heat exchanger with internal and external fins. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 61, pp. 684–695, (2013)
- [61] M. Medrano, M. O. Yilmaz, M. Nogués et I. Martorell, Joan Roca et Luisa F. Cabeza, Experimental evaluation of commercial heat exchangers for use as PCM thermal storage systems. *Applied Energy*, Vol. 86, pp. 2047–2055, (2009)
- [62] Sohif Mat, A. A. Al-Abidi, K. Sopian, M.Y. Sulaiman et A. Th Mohammad, Enhance heat transfer for PCM melting in triplex tube with internal–external fins. *Energy Conversion and Management*, Vol. 74, pp. 223–236, (2013)
- [63] Justin N.W. Chiu et Viktoria Martin, Submerged finned heat exchanger latent heat storage design and its experimental verification. *Applied Energy*, Vol. 93, pp. 507–516, (2012)
- [64] A. H. Mosaffaa, F. Talatia et H. Basirat Tabrizib, M. A. Rosen, Analytical modeling of PCM solidification in a shell and tube finned thermal storage for air conditioning system. *Energy and Buildings*, Vol. 49, pp. 356–361, (2012)
- [65] Vadim Dubovsky, Gennady Ziskind et Ruth Letan, Analytical model of a PCM-air heat exchanger. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31, pp. 3453–3462, (2011)
- [66] Wei-Wei Wang, Kun Zhang, Liang-Bi Wang et Ya-Ling He, Numerical study of the heat charging and discharging characteristics of a shell-and-tube phase change heat storage unit. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 58, pp. 542–553, (2013)
- [67] H. Shabgard, T.L. Bergman, N. Sharifi et A. Faghri, High temperature latent heat thermal energy storage using heat pipes. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 2979–2988, (2010)

- [68] N. H. S. Tay, M. Belusko et F. Bruno, Designing a PCM storage system using the effectiveness-number of transfer units method in low energy cooling of buildings. *Energy and Buildings*, Vol. 50, pp. 234–242, (2012)
- [69] M. Rostamizadeha, M. Khanlarkhani et S. M. Sadrameli, Simulation of energy storage system with phase change material (PCM). *Energy and Buildings*, Vol. 49, pp. 419–422. (2012)
- [70] Pablo Dolado, Ana Lazaro, Jose M. Marin et Belen Zalba, Characterization of melting and solidification in a real-scale PCM-air heat exchanger: Experimental results and empirical model. *Renewable Energy*, Vol. 36, pp. 2906-2917, (2011)
- [71] P. Doladoa, A. Lazaro, M. Delgado, C. Peñalosa, J. Mazo, J. M. Marin et B. Zalba, Thermal energy storage by PCM-air heat exchangers: temperature maintenance in a room. *Energy Procedia*, Vol. 30, pp. 225–234, (2012)
- [72] Mohamed Teggat et El Hacène Mezaache, Numerical Investigation of a PCM Heat Exchanger for Latent cool Storage. *Energy Procedia*, Vol. 36, pp. 1310–1319, (2013)
- [73] Pablo Dolado, Ana Lazaro, Jose M. Marin et Belen Zalba, Characterization of melting and solidification in a real scale PCM-air heat exchanger: Numerical model and experimental validation. *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, pp 1890–1907, (2011)
- [74] J. M. Khodadadi et S. F. Hosseinzadeh, Nanoparticle-enhanced phase change materials (NEPCM) with great potential for improved thermal energy storage. *Int. Com. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 534–543, (2007)
- [75] C. J. Ho et J. Y. Gao, Preparation and thermophysical properties of nanoparticle-in-paraffin emulsion as phase change material, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 467–470, (2009)
- [76] S. Jegadheeswaran et S. D. Pohekar, Exergy analysis of particle dispersed latent heat thermal storage system for solar water heaters, *J. of Renewable and Sustainable energy*, Vol. 2, pp. 023105, (2010)
- [77] S. Jegadheeswaran et S. D. Pohekar, Energy and exergy analysis of particle dispersed latent heat storage system. *Int. J. Energy and Environment*, Vol. 1, N° 3, pp. 445-458, (2010)
- [78] S. Jesumathy, M. Udayakumar et S. Suresh, Experimental study of enhanced heat transfer by addition of CuO nanoparticle. *Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 965–978, (2012)
- [79] S. Harikrishnan et S. Kalaiselvam, Preparation and thermal characteristics of CuO–oleic acid nanofluids as a phase change material. *Thermochimica Acta*, Vol. 533, pp. 46–55, (2012)
- [80] Qinbo He, Shuangfeng Wang, Mingwei Tong et Yudong Liu, Experimental study on thermophysical properties of nanofluids as phase-change material (PCM) in low temperature cool storage. *Energy Conversion and Management*, Vol. 64, pp. 199–205 (2012)

- [81] A. Valan Arasu et Arun S. Mujumdar, Numerical study on melting of paraffin wax with  $Al_2O_3$  in a square enclosure. *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 8–16 (2012)
- [82] Liwu Fan et J. M. Khodadadi, Experimental verification of expedited freezing of nanoparticle-enhanced phase change materials (NEPCM). *ASME Proceedings, AJTEC2011-44165*, pp. T10221-T10221-7, (2011)
- [83] Liwu Fan et J. M. Khodadadi, A theoretical and experimental investigation of unidirectional freezing of nanoparticle-enhanced phase change materials. *J. Heat Transfer*, Vol. 134, N° 9, 092301 (9 pages), (2012)
- [84] Liwu Fan et J. M. Khodadadi, An experimental investigation of enhanced thermal conductivity and expedited unidirectional freezing of cyclohexane-based nanoparticle suspensions utilized as nano-enhanced phase change materials (NePCM). *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 62, pp.120-126, (2012)
- [85] R. K. Chah, et A. L. London, *Laminar Forced Convection in Ducts*. Academic press, INC. New York, (1978)
- [86] M. N. Özisik, *Heat conduction*. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons; (1980).
- [87] J. L. Sciff, *The Laplace transform: theory and application*. New York: Springer-Verlag. Inc, (1999)
- [88] P. Lamberg, R. Lehtiniemi et A. M. Henell, Numerical and experimental investigation of melting and freezing processes in phase change material storage. *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 43, pp. 277–287, (2004)
- [89] M. J. Hosseini, A. A. Ranjba, K. Sedighi et M. Rahimi, A combined experimental and computational study on the melting behavior of a medium temperature phase change storage material inside shell and tube heat exchanger. *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 1416–1424, (2012)
- [90] V.R. Voller et C. Prakash, A Fixed-Grid Numerical Modeling Methodology for Convection-Diffusion Mushy Region Phase-Change Problems. *Int. J. Heat Mass and Transfer*, Vol. 30, pp. 1709-1720, (1987)
- [91] S. Kakaç et Y. Yener: *Convective Heat Transfer*. CRC. Press, Inc. (1993)
- [92] B. Weigand, *Analytical Methods for Heat Transfer and Fluid Flow Problems*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2004)
- [93] M. Jischa et H. B. Rieke, About the prediction of turbulent Prandtl and Schmidt numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1179 – 1189, (1979)
- [94] **M. Bechiri et K. Mansouri**, Analytical solution of heat transfer in shell-and-tube latent thermal storage system. *Renewable Energy*, Vol. 74, pp. 825–838, (2015)
- [95] **M. Bechiri et K. Mansouri**, Exact solution of thermal energy storage system using PCM flat slabs configuration. *Energy Conversion and Management*, Vol. 76, pp. 588–598, (2013)

## Annexe (1)

### 1.1. Profil de vitesse et viscosité turbulente

- **Profil de vitesse**

Nous pouvons exprimer le profil de vitesse établi en régime turbulent, par le modèle développé empirique de Reichardt [91] :

$$u^+ = 2.5 \ln(1 + 0.4y^+) + 7.8 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \left(\frac{y^+}{11}\right) \exp(-0.33y^+) \right]$$

$$\text{avec : } \begin{cases} u^+ = \frac{u(\eta)}{\sqrt{\tau_w / \rho}} \\ u(\eta) = \frac{u(y)}{u_m}, \text{ avec } \eta = \frac{y}{b} = \frac{y}{R_1} \\ y^+ = (1 - \eta)R^+ \\ R^+ = \frac{\text{Re}}{2^{2-m}} \sqrt{\frac{f_m}{8}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 0: \text{ Plaques parallèles} \\ m = 1: \text{ Conduit cylindrique} \end{cases}$$

$y^+$  : est la distance adimensionnelle mesurée à partir de la paroi vers le centre du conduit.

- **Viscosité turbulente**

Il est essentiel de connaître la viscosité turbulente  $\varepsilon_m$  et la diffusivité thermique turbulente  $\varepsilon_h$ , l'expression empirique de la viscosité turbulente d'après Reichardt [91], s'écrit :

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = -1 + \left( \frac{1}{1 + 0.4y^+} + 7.8 \left[ \left(\frac{1}{11}\right) \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \left(\frac{1}{11}\right) \exp(-0.33y^+) + 0.03y^+ \exp(-0.33y^+) \right] \right)^{-1}$$

Le nombre de Prandtl turbulent est défini comme étant le rapport entre la viscosité turbulente et la diffusivité thermique turbulente :

$$\text{Pr}_t = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_h}$$

Kays and Crawford [81], ont proposé un modèle pour le nombre de Prandtl, donné par :

$$\text{Pr}_t = \left( \frac{1}{2\text{Pr}_{t\infty}} + C \text{Pe}_t \sqrt{\frac{1}{\text{Pr}_{t\infty}}} - (C \text{Pe}_t)^2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{C \text{Pe}_t \sqrt{\text{Pr}_{t\infty}}}\right) \right] \right)^{-1}$$

où :  $\text{Pe}_t = \frac{\varepsilon_m}{\nu} \text{Pr}$ ,  $C = 0.3$  et  $\text{Pr}_{t\infty} = 0.85$  ;

Ce modèle peut être amélioré en utilisant la relation suivante pour  $\text{Pr}_{t\infty}$  [92, 93]:

$$\text{Pr}_{t\infty} = 0.9 + \frac{182.4}{\text{Pr} \text{Re}_D^{0.888}}.$$

## 1.2. Détermination du coefficient de frottement

Dans le cas des plaques parallèles, la relation entre le nombre de Reynolds ( $\text{Re} = u_m D_e / \nu$ ) et  $R^+$  est donnée d'après [3] par :

$$\frac{\text{Re}}{2^{2-m}} = \int_0^{R^+} u^+ dy^+ \quad (*)$$

ou bien :

$$\sqrt{\frac{f_m}{8}} \int_0^1 u(\eta) d\eta = 1 \quad (**)$$

Pour un nombre de Reynolds donnée, l'équation (\*\*) fournit une équation transcendante qui permet de déterminer le coefficient de frottement  $f_m$ .

Dans le cas du conduit cylindrique, le coefficient de frottement peut être évalué par une corrélation empirique fournie par [23] :

$$f_m = A_1 + \frac{A_2}{\text{Re}^{1/n}}, \quad 4 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 1 \times 10^7$$

$$\text{avec : } \begin{cases} A_1 = 1.28 \times 10^{-3} \\ A_2 = 0.1143 \\ n = 3.2154 \end{cases}$$

## Annexe (2)

### 2. Détermination du paramètre complexe $\tilde{H}$ :

La distribution de la température dans la paroi du conduit, respectivement pour les plaques parallèles et le conduit cylindrique prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_w(\xi, \eta) &= C_1 \cos(\tilde{\beta}_w \eta) + C_2 \sin(\tilde{\beta}_w \eta) \\ \tilde{\theta}_w(\xi, \eta) &= C_3 J_0(\tilde{\beta}_w \eta) + C_4 Y_0(\tilde{\beta}_w \eta).\end{aligned}$$

Pour les plaques parallèles le paramètre complexe  $\tilde{H}$  est donné par:

$$\tilde{H} = \gamma \frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1} \tan \left( \frac{\tilde{\beta}_w}{R^* - 1} (R_2^+ - 1) \right).$$

Pour le conduit cylindrique le coefficient  $\tilde{H}$  s'écrit :

$$\tilde{H} = \gamma \frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1} \frac{J_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1} \right) Y_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1} \right) - J_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1} \right) Y_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1} \right)}{J_0 \left( \frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1} \right) Y_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1} \right) - J_1 \left( \frac{\tilde{\beta}_w R_2^+}{R_2^+ - 1} \right) Y_0 \left( \frac{\tilde{\beta}_w}{R_2^+ - 1} \right)}.$$