الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur
Et de la recherche scientifique

Université M'Hamed BOUGARA de Boumerdès
Faculté Des Sciences Economiques , Commerciales
Etdes Sciences De Gestion

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعةأمحمد بوقرة بومرداس
كلية العلوم الاقتصادية التجارية
و علوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية تحت عنوان:

الإحصاء الوصفي
(دروس و تمارين)

موجهة لطلبة: السنة الأولى. **تخصص**: جذع مشترك

من إعداد الدكتورة: بن طالب سامية **قسم** :العلوم الاقتصادية

السنة الجامعية :2019/2018

الفهرس

قائمة الجداول

قائمة الأشكال

مقدمة

يعتبر الإحصاء علم كغيره من العلوم له نظرياته و قوانينه و أساليبه و له علاقة وطيدة مع العلوم الأخرى بل و يستند أغلبها على الطرق الإحصائية التي يوفرها علم الإحصاء و خاصة العلوم الاقتصادية، الاجتماعية(علم الاجتماع)، العلوم الطبية و غيرها...

لقد جاءت هذه المطبوعة لتدعم ما يقدمه أستاذ المحاضرة و الأعمال الموجهة لمقياس الإحصاء الوصفي لطلبة السنة الأولى جذع مشترك في التخصصات التالية: العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية و علوم التسيير و هذا وفق ما يمليه البرنامج الوزاري، مضافا إليه أمثلة و تمارين حتى يتسنى للطالب و الباحث الإلمام بالموضوع و الفهم الجيد له.

يمكن إدراج محاور أو فصول المطبوعة فيما يلي:

الفصل الأول: مدخل إلى الإحصاء : تم فيه أولا التعرف على فروع الإحصاء بصفة عامة لنتعرض فيما بعد إلى كل ما يتعلق بأحد هذه الفروع و هو الإحصاء الوصفي و هو ما يهمنا في هذه المطبوعة أين تم فيه عرض أهم المصطلحات و المفاهيم المتعلقة بالإحصاء الوصفي.

الفصل الثاني:العرض الجدولي و البياني: تم فيه شرح كيفية وضع البيانات في جداول إحصائية مناسبة من خلال تجميعها ، تصنيفها و ترتيبها في مرحلة أولى ثم كيفية عرضها بيانيا في مرحلة ثانية

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية : قدمنا فيه أهم مقاييس النزعة المركزية المعروفة(المتوسط الحسابي، الوسيط و المنوال) كمقاييس أساسية و التي تفيد الطالب و الباحث كثيرا في تفسير النتائج المتوصل إليها في دراساته الإحصائية و كذا مقاييس أخرى كالمتوسط الهندسي، التوافقي و التربيعي و أيضا ما يعرف بالمقاييس الشبيهة بمقاييس النزعة المركزية و التي اختصرناها في الربيعيات.

الفصل الرابع: مقاييس التشتت و فيه عرضنا أيضا أهم المقاييس التي يستخدمها الباحث الإحصائي في تحليل و استنتاج مختلف النتائج التي تخص دراساته مثل: التباين، الانحراف االمعياري كمقياسين أساسيين إضافة إلى مقاييس أخرى جاءت مفصلة في المطبوعة.

الفصل الخامس: مقاييس الشكل و فيه عرضنا أهم المقاييس التي تحدد لنا شكل التوزيع الإحصائي (التماثل، الالتواء و التفلطح)

الفصل الأول: أساسيات في الإحصاء الوصفي.

سنقدم في هذا الفصل أهم المصطلحات و المفاهيم المستخدمة في الإحصاء الوصفي

أولا – تعريف الإحصاء:

يعرف الإحصاء بأنه مجموعة من النظريات و الطرق العلمية التي تهدف إلى جمع البيانات التي يتم قياسها رقميا و عرضها و تحليلها لاستخلاص النتائج و من ثمة استعمال هذه النتائج في التنبؤ أو التحقق من بعض الظواهر و بالتالي قبول أو رفض فرضيات الأبحاث أو الإجابة عن أسئلتها الأساسية.[1]

كما يعرف كذلك بأنه." علم اتخاذ القرارات الموضوعية في ظل توافر المعلومات المحدودة بهدف التطبيق على كافة العلوم الأخرى و التوصل إلى قرارات حكيمة تزيد من درجة الاطمئنان لمثل هذه القرارات.[2]

فمن خلال التعريفين السابقين يتضح لنا أن علم الإحصاء هو علم يعتمد عليه في كافة العلوم الأخرى، له نظرياته و قوانينه و أساليبه و مصطلحاته.

ثانيا – فروع علم الإحصاء: و يمكن تقسيم علم الإحصاء إلى فرعين:

1- الإحصاء الوصفي:

هذا الفرع يختص بجمع البيانات الخاصة بظاهرة معينة و عرضها في شكل جداول إحصائية و رسومات بيانية من أجل وصف تلك البيانات عن طريق بعض المقاييس مثل مقاييس النزعة المركزية، مقاييس التشتت و غيرها.

2- الإحصاء الاستدلالي أو ألاستنتاجي:

هذا الفرع من الإحصاء يهتم بتحليل البيانات المتوفرة في عينة مأخوذة من المجتمع الكلي للدراسة و هذا من أجل التوصل إلى استنتاجات تسمح باتخاذ قرارات و تنبؤات يمكن تطبيقها أو الاستدلال بها على مجتمع الدراسة ككل.

[1] زياد رمضان، **مبادئ الإحصاء الوصفي و التطبيقي و الحيوي**، ط4، دار وائل للنشر و التوزيع، الأردن، 1997، ص 7.
[2] أيمن أحمد راشد، محمد أحمد أبو زيد، **مبادئ الإحصاء و تطبيقاته**، دار الفكر الجامعي، مصر، بدون سنة نشر، ص15.

ثالثا: أهم المصطلحات المستخدمة في الإحصاء الوصفي:

يوجد مجموعة من المصطلحات التي يتميز بها الإحصاء الوصفي و التي يمكن إعطاء أهمها فيما يلي:

1- **المجتمع الإحصائي :** يعرف المجتمع الإحصائي بأنه:"مجموعة من الوحدات أو المفردات الخاصة بالظاهرة المراد دراستها، يمكن أن يكون هذا المجتمع مجموعة من الناس، من الحيوانات، من النباتات أو من الأشياء(جماد)، ففي حالة استعانة الباحث بكل عناصر المجتمع لإجراء الدراسة يسمى هذا الأسلوب المسح الشامل، و لكن في غالب الأحيان قد يتعذر عليه الحصول على كل البيانات اللازمة للدراسة لذا يستعين بجزء من المجتمع الأصلي يسمى بالعينة أو أسلوب العينات أو المعاينة.

2- **العينة:** تمثل العينة جزء من مجتمع الدراسة، حيث أن المعلومات التي تتوفر في العينة هي نفسها التي يتميز بها المجتمع، و يتم اختيارها(حجمها) وفقا لحجم المجتمع و خصائصه حتى يمكننا القول بأنها تمثل المجتمع أحسن تمثيل، و بالتالي فالنتائج المتوصل إليها من تحليل معلوماتها تعكس بصورة صحيحة تلك النتائج التي يمكن الحصول عليها من تحليل معلومات المجتمع ككل.

1.2- أسباب استخدام العينة:

من أسباب لجوء الباحث إلى أسلوب العينة ما يلي:[3]

- ✓ التوفير في الوقت و الجهد و النفقات
- ✓ استحالة حصر المجتمع كأن يكون المجتمع غير محدود.
- ✓ في حالة الفحص الذي يؤدي إلى إتلاف المفردات المفحوصة.
- ✓ عند تطبيق نظام جيد و محكم للمعاينة قد تكون النتائج أدق أكثر من نتائج المسح الشامل و ذلك لتمكن الباحث من تقليل الأخطاء التي لا علاقة لها بالمعاينة.
- ✓ من الممكن تحديد الأخطاء الممكن ارتكابها بسبب إتباع أسلوب المعاينة بدلا من أسلوب المسح الشامل و ذلك لتمكن الباحث أن يتحكم في هذه الأخطاء لجعلها أقل ما يمكن.

2.2- أنواع العينات الإحصائية:

تختلف العينات نظرا لعدة أسباب مثل:[4] طبيعة المجتمع، التباين بين مفرداته، و الاستخدامات المتوقعة النتائج ، و عموما يمكن تصنيف العينات حسب التقسيمات التالية:

[3] زياد رمضان، مرجع سبق ذكره، ص30.
[4] نفس المرجع، ص30.

1.2.2- العينات العشوائية: هي العينات التي يتم اختيارها بحث تعطي جميع مفردات المجتمع المراد دراسته نفس الفرصة في الاختيار أي عدم الاهتمام ببعض المفردات أكثر من أخرى، و تستخدم العينات العشوائية عندما نريد تعميم نتائجها على المجتمع ككل و تنقسم إلى:

- ✓ **العينات العشوائية البسيطة:** و هي العينات التي يتم اختيارها بحيث تعطي جميع مفردات المجتمع المراد دراسته نفس الفرصة للظهور في العينة و يتم اختيارها عندما يكون المجتمع متجانس.
- ✓ **العينات العشوائية المنتظمة :** لاختيار هذه العينات يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعات و كل مجموعة تكون المفردات فيها متجانسة ثم يتم اختيار مفردة من كل مجموعة، تستخدم هذه العينات هندما يكون المجتمع غير متجانس.
- ✓ **العينات الطبقية:** تستخدم هذه العينات في حالة ما إذا كان المجتمع يتكون من طبقات أو فئات، حيث يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل فئة أو طبقة بحيث يكون حجم أو نسبة الطبقة في العينة هي نفسها نسبة الطبقة في المجتمع.[5]

2.2.2- العينات غير العشوائية : في هذه العينة يكون اختيار مفرداتها اختيارا متعمدا من أجل دراسة معينة، و من أنواعها:

- ✓ **العينة العرضية أو العينة بالصدفة:**

في هذه العينة لا يكون للباحث اي تدخل في تعيين مفردات العينة، فإذا ما أراد مثلا التعرف على الرأي العام تجاه قضية معينة فانه يسأل أي شخص سيصادفه و هكذا،...

- ✓ **العينة الحصصية:**

في هذه الحالة يقسم المجتمع إلى مجموعات و يختار من كل مجموعة مجموعة من ألأفراد بحيث يكون الاختيار حسب ما يراه مناسبا و ليس بشكل عشوائي

- ✓ **العينة العمدية:**

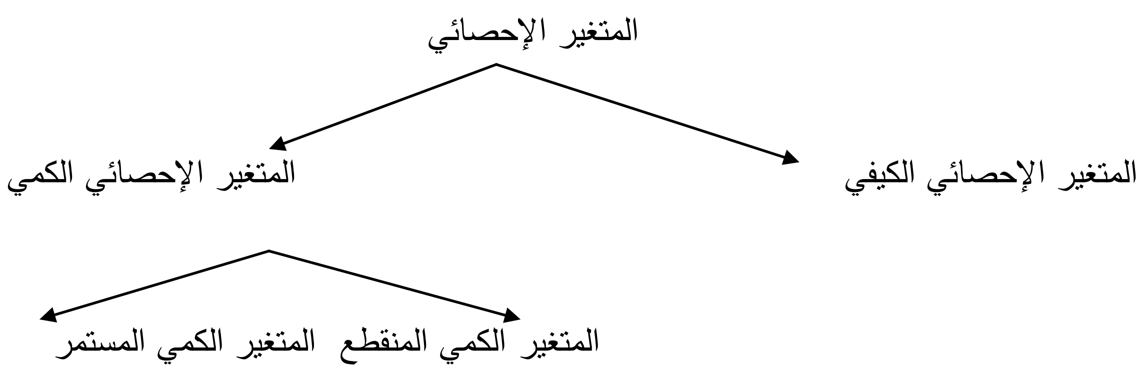
في هذه الحالة يقوم الباحث باختيار وحدات معينة من المجتمع الأصلي بناءا على معرفته الجيدة للمعالم الإحصائية للمجتمع الأصلي.

[5] أيمن أحمد راشد، محمد أحمد أبو زيد، مرجع سبق ذكره، ص24.

3 – الوحدة الإحصائية: تمثل الوحدة الإحصائية أصغر عنصر مكون للمجتمع أو العينة محل الدراسة و أساس تكوين المجتمع، فإذا كان لدينا مثلا: مجتمع من الطلبة، فان كل طالب هو وحدة إحصائية.

4 – المتغير الإحصائي :هو الظاهرة أو الخاصية أو الصفة المراد دراستها حيث ينبغي أن تكون هذه الصفة ميزة في كل مفردات المجتمع و إلا فسوف نحذف المفردات التي لا تتصف بهذه الصفة أو الخاصية و يمكننا أن نميز بين الأنواع التالية للمتغيرات الإحصائية:

شكل رقم(1): أنواع المتغيرات العشوائية:



المصدر : من إعداد الباحثة.

المتغير الإحصائي الكيفي: هو المتغير أو الصفة التي لا يمكن التعبير عنها بلغة الأرقام بل يعبر عنها بأسماء أو كلمات أو رموز للصفة المراد دراستها مثل:الجنسية، الزمرة الدموية، الحالة المدنية،...

- ✓ **المتغير الإحصائي الكمي:** هو المتغير أو الصفة التي يمكن التعبير عنها بلغة الأرقام و ينقسم هذا النوع إلى قسمين:
- ✓ **المتغير الكمي المنقطع :** هو ذلك المتغير أو الصفة التي يمكن التعبير عنها بأرقام طبيعية أو صحيحة فقط(لا يمكن التعبير عنها بأرقام بالفاصلة) مثل: عدد الطلبة المتخرجين من كلية ما، أو عدد الأولاد في الأسرة،..

- ✓ **المتغير الكمي المستمر :** هو ذلك المتغير الذي يمكن أن نعبر عنه بأرقام تتدرج ضمن مجال معين(أي يمكن أن تكون بالفاصلة)، و نظرا للعدد اللا متناهي للقيم الممكنة لهذا المتغير فإننا نقسم مجال دراستنا إلى مجموعات صغيرة(جزئية) تسمى الفئات.

5- القيمة الإحصائية : تمثل القيمة الإحصائية القيمة العددية المعطاة للمتغير الإحصائي و تختلف باختلاف المشاهدات التي يأخذها المتغير.

مثال: تمثل القيم التالية أطوال 5 طلبة: 1.50،1.70،1.60،1.55،1.52
إن كل قيمة من القيم السابقة تمثل قيمة إحصائية للمتغير ، مثلا 1.70هي القيمة الإحصائية للمتغير لما=2

رابعا: مصادر و طرق جمع البيانات :

1 - مصادر جمع البيانات:

إن المصادر التي يعتمد عليها الباحث لجمع المعلومات أو المعطيات الخاصة بتحليل الظاهرة المراد دراستها قد تختلف و تتنوع حسب الحاجة إلى المعلومة و حسب طبيعة الدراسة كذلك، إضافة إلى بعض الخصوصيات التي تميز الباحث و قدراته في جمع البيانات و المعلومات(مثل: مدة جمع البيانات، القدرات أو الإمكانيات المادية و المالية للباحث، صعوبة أو سهولة الظاهرة المدروسة،...)
و عموما يمكننا التمييز بين نوعين أساسيين من مصادر جمع البيانات و هي:

1.1 - **المصادر الأولية أو الأصلية** : و هي المصادر أو المراجع ذات العلاقة المباشرة مع موضوع الدراسة و إن صح التعبير المراجع الأم، حيث يلجأ إليها الباحث مباشرة ليحصل على البيانات اللازمة بموضوع الظاهرة المراد دراستها من خلال وحدات مجتمع الدراسة فمثلا إذا أراد الباحث دراسة مكانة التحفيز في المؤسسة فانه سيلجأ إلى تصميم استبيان مناسب لهذه الدراسة واضعا فيه الأسئلة أو العبارات اللازمة لاستقصاء العاملين في المؤسسة محل الدراسة و بالتالي فقد تحصل على المعلومات من المصدر الأم أو من الميدان الحقيقي و الواقعي المناسب للدراسة أو الظاهرة و هي مكانة التحفيز.

2.1 – المصادر الثانوية: و هي المصادر أو المراجع التي يلجأ إليها الباحث للحصول على البيانات و المعلومات الخاصة بالظاهرة المراد دراستها و لكن ليست المصدر الأولى بسبب عدم مقدرته الحصول على هذه الأخيرة ، قد تكون هذه المصادر عبارة عن مجلات أو صحف أو كتب ،الخ...فمثلا إذا أراد باحث اقتصادي إجراء دراسة حول مدى مساهمة التجارة الخارجية في إنعاش الاقتصاد الوطني و يتعذر عليه الحصول على مؤشرات التطور أو التذبذب لمؤشرات التجارة الخارجية من وزارة التجارة(التي تعتبر مصدر رئيسي أو أولي) يلجأ إلى بعض الصحف أو المجلات التي أدرجت هذا الموضوع ليأخذ من المعلومات ما يهمه في دراسته.

2 – طرق جمع البيانات الإحصائية:

هناك طريقتين أساسيتين لجمع البيانات الإحصائية تتمثل في:

الطريقة الأولى: الحصر الشامل: و نقصد بها جمع البيانات من كل أفراد مجتمع الدراسة ، تستخدم هذه الطريقة عندما يكون الوصول لكامل مفردات مجتمع الدراسة ممكنا مثل: دراسة طول طلبة فوج معين ، إحصاء عدد الأولاد لمجموعة من الأسر في أحد الأحياء السكنية، دراسة نوع الزمرة الدموية الأكثر انتشارا في مرضى مستشفى معين،...

الطريقة الثانية: طريقة العينة الإحصائية أو المعاينة : و هي الطريقة التي تمكن الباحث من جمع البيانات من جزء من المجتمع و هذا عندما يتعذر عليه الوصول إلى جميع مفردات المجتمع الإحصائي المناسب للظاهرة المراد دراستها، و يتم تحديد و اختيار العينة حسب ما سبق شرحه في هذا الفصل.

تمارين مقترحة حول مدخل إلى الإحصاء

التمرين الأول: أكمل ما يلي:

1 - الفرق بين المتغير الكمي المنقطع و الكمي المستمر هو:......................

2 – الفرق بين المتغير الكمي و المتغير الكيفي هو:.........................

3– إذا كان لدينا مثلا عينة من الأسواق المحلية، فان السوق المحلي الواحد يمثل في الإحصاء:

....

4– إذا كانت الظاهرة المراد دراستها هي وزن طلبة السنة الأولى لجامعة أمحمد بوقرة ببومرداس، فان الطالب يمثل...................، أما طلبة السنة الأولى يمثلون.........................

5– المتغير ....هو الظاهرة المراد دراستها، و هي قابلة للتغير من وحدة إحصائية إلى أخرى و تأخذ قيم عددية ضمن مجال أو فئة معينة.

6 – نستعمل العينة............إذا كان المجتمع متجانسا، أما إذا كان غير ذلك فإننا نلجأ إلى العينة..............

7 – المجتمع الإحصائي المتجانس هو:...............

8– العينة العشوائية البسيطة هي :...

التمرين الثاني: أجب على الأسئلة التالية:

1 - هل الإحصاء علم، و ما الفرق بين مصطلح الإحصاء و الإحصائيات ؟

2 – ماهي مصادر جمع البيانات الإحصائية ؟

3 – اشرح متى يلجأ الباحث لكل مصدر من المصادر السابقة ؟

4 – كيف نعبر على كل من : المتغير الكمي المنقطع و المتغير الكمي المستمر و كيف نفرق بينهما ؟

5 – ماذا نقصد بالمجتمع غير المتجانس ؟أعط مثال على ذلك؟

6 – أعط 5 أمثلة على كل من :المجتمع الإحصائي، العينة الإحصائية، الوحدة الإحصائية و المتغير الإحصائي (حدد هذه المصطلحات في كل مثال على حدى) ؟

التمرين الثالث:إليك العبارات التالية، حدد في كل منها كل من: المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه:

1 – حصر أوزان الأطفال الرضع في احد المستشفيات.

2– ترتيب مرضى احد المستشفيات حسب الزمرة الدموية.

3– تصنيف كتب المكتبة حسب التخصص.

4– توزيع عمال شركة ما حسب الدخل الشهري.

5– تصنيف ملفات المتخرجين من جامعة ما حسب معدل التخرج.

6– توزيع الإعانات المالية للعائلات المعوزة حسب المستوى المعيشي.

7– ترتيب الأسر حسب عدد الأولاد في كل أسرة.

8– تصنيف السيارات المستوردة حسب اللون.

9– ترتيب طلبة الكلية حسب الوزن.

10– تصنيف الطلبة المتخرجين من كلية ما حسب التخصص.

11– تصنيف الشاحنات المستخدمة في احدى الشركات حسب الطراز.

12– ترتيب أساتذة جامعات الوسط حسب الدرجة العلمية المتحصل عليها من طرف كل أستاذ.

13– تصنيف الأراضي المستغلة زراعيا في منطقة الهضاب العليا حسب المساحة.

التمرين الرابع: صنف المتغيرات الإحصائية التالية حسب نوعها:

الحالة المدنية، الأجر الشهري، عدد السندات في البورصة، الأرباح السنوية، الجنسية، الطول،المساحات المخصصة للزراعة، عدد الأجهزة الكهرومنزلية في مجموعة من الأسر، سعر السهم، نوعية السلع لمستوردة.

التمرين الخامس:

إذا كان لديك المعلومات التالية و المتعلقة بمجتمع إحصائي هو مجتمع من السياح و الذي حجمه 500 سائح فيه نسبة السياح الأجانب 40 ٪ و أن نسبة المسلمين فيه هو 65 ٪، أما نسبة الشباب فيه هي 85 ٪، أردنا سحب عينة حجمها 15 ٪ من حجم المجتمع و ذلك بهدف استطلاع للرأي حول جودة الخدمات الفندقية.

المطلوب:

1 – ما نوع العينة المستخدمة و لماذا؟

2 – ما هي تركيبة هذه العينة؟

ملاحظة: الأجانب(مسلمين و غير مسلمين) غير الأجانب(شباب، شيوخ)

الفصل الثاني: العرض البياني و الجدولي للبيانات الإحصائية.

بعد انتهاء الباحث من جمع البيانات التي يحتاجها لإجراء دراسته سواء بأسلوب المسح الشامل أو أسلوب المعاينة ينبغي عليه مراجعتها بدقة لترتيبها و تصحيحها و إلغاء البعض منها إذا لم تلبي الغرض في الدراسة، و من الطرق الشائعة في الإحصاء لترتيب و عرض البيانات ما يعرف بالجداول الإحصائية التكرارية و الرسومات البيانية.

أولا : العرض الجدولي:

1 – تعريف الجدول الاحصائي:

الجداول التكرارية هي عبارة عن جداول تتألف من أعمدة و أسطر، فالسطر الأول دائما يكون مخصصا لعناوين الأعمدة، أما السطر الأخير فيكون مخصصا للمجاميع.أما فيما يخص الأعمدة ، فالعمود الأول يكون دائما للمتغير الإحصائي، يليه العمود الثاني المخصص للتكرارات المطلقة،أما بقية الأعمدة فهي حسب حاجة الباحث إليها، و بالطبع يحتوي الجدول على عنوانا شاملا لما يحتويه.

2– أنواع الجداول التكرارية: عموما تنقسم الجداول التكرارية إلى أنواع عديدة أهمها:

1.2 – الجداول التكرارية البسيطة: هي تلك الجداول التي تتوزع فيها البيانات حسب صفة واحدة أو متغير واحد و يتألف الجدول الإحصائي البسيط عادة من عمودين فقط: الأول يمثل و الثاني يمثل عدد المفردات التابعة لكل مشاهدة X_i المتغير الإحصائي يرمز له عادة:

، يمكننا استخدام هذه n_iأو ما يسمى بالتكرارات المطلقة أو العادية و التي نرمز لها عادة بالرمز الجداول سواء أكان المتغير كيفي، كمي منقطع أو كمي مستمر و لا بد من مراعاة الترتيب التصاعدي أو التنازلي للقيم.

مثال:

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع عمال مؤسسة ما حسب الحالة المدنية:

جدول رقم1: مثال عن الجدول التكراري البسيط.

X_i	متزوج	مطلق	أعزب	أرمل	المجموع
n_i	6	5	10	4	25

يتم قراءة الجدول السابق كما يلي:

مثلا نقول هناك 6 عمال متزوجين، 5 مطلقين، 10 عزاب و 4 أرامل.، فالمتغير في هذه الحالة هو الحالة المدنية و نوعه كيفي.

مثال 2 : الجدول التالي يمثل عدد الأولاد لعمال مؤسسة ما:

جدول رقم2: مثال 2 عن الجدول التكراري البسيط.

X_i	1	2	3	المجموع
n_i	14	10	5	29

في هذه الحالة : المتغير هو عدد الأولاد لعمال المؤسسة، نوعه: كمي منقطع و يتم قراءة الجدول كما يلي: عدد العمال الذين يملكون ولد واحد هو 14، عدد العمال الذين يملكون ولدين هو 10، عدد العمال الذين يملكون 3 أولاد هو 5.

2.2- الجداول الإحصائية في حالة المتغير الكمي المستمر:

إذا كان عدد المفردات أو القيم الإحصائية التي يأخذها المتغير في حالة ما إذا كان كمي منقطع كبيرا أو في حالة ما إذا كان المتغير كمي مستمر نقوم بترتيب البيانات في مجموعات صغيرة تسمى الفئات.

فالفئة هي مجال يضم مجموع من البيانات أو القيم محصورة بين حدين، حد أدنى يمثل أصغر قيمة في البيانات المتوفرة و حد أعلى يمثل أكبر قيمة، و يسمى الفرق بين اصغر و اكبر قيمة طول الفئة، أما مجموع الحدين مقسوما على 2 فيمثل مركزها، و يتم عرض شكل الفئة كما يلي: $[a_i,b_i[$ ،فيكون المجال من جهة الحد الأدنى دائما مغلق و من جهة الحد الأعلى مفتوحا أي تلك

القيمة(الحد الأعلى) لا تنتمي إلى الفئة نفسها بل إلى الفئة التي تليها ، هناك حالة واحدة أين تغلق الجهتين عندما نعلم أن القيمتين تنتميان إلى الفئة مثلا: أوجد عدد الطلبة المحصورة أطوالهم بين 1.60 و 1.70؟ ففي هذه الحالة نكتب: $Xi\in[1.60,1.70]$ ، أو حالة أخرى عندما تكون آخر قيمة في السلسلة الإحصائية هي نفسها الحد الأعلى للفئة الأخيرة.

و من اجل إعداد جدولا تكراريا في حالة المتغير الكمي المستمر نتبع الخطوات التالية:

- تعيين حجم العينة و تحديد المدى العام و الذي نقصد به : الفرق بين أكبر و اصغر قيمة في السلسلة أو التوزيع الإحصائي.
- تحديد عدد الفئات.

– تحديد طول الفئة و عادة في ذلك نستخدم قاعدة ستورجس المعطاة بالعلاقة التالية:

$$K=\frac{E}{1+3.32\log N}$$

بحيث: K يمثل طول الفئة، E: يمثل المدى العام، N : يمثل حجم العينة.

ملاحظة: طول الفئة دائما يتلاءم مع القيم المعطاة، فإذا كانت القيم أعداد صحيحة مثلا ووجدنا طول الفئات بالفاصلة(عدد عشري) فينبغي علينا أن نقرب هذا الطول إلى العدد الصحيح الذي يتناسب مع قيمته، و إذا كانت القيم المعطاة أعداد عشرية برقم واحد بعد الفاصلة ينبغي تقديم طول الفئة بعدد عشري مع رقم واحد بعد الفاصلة و هكذا...

– بعد تحديد طول الفئة، نبدأ بتشكيل الفئات بدأ بالفئة الأولى حيث نأخذ أصغر قيمة لدينا في العينة هي التي تمثل الحد الأدنى ثم نضيف لها طول الفئة لنجد حدها الأعلى، ثم هذا الأخير سيمثل لنا الحد الأدنى للفئة الثانية ، نضيف له طول الفئة فنجد الحد الأعلى و هكذا إلى أن ننتهي من تشكيل كل الفئات.

– بعد الانتهاء من تشكيل الفئات نقوم بحساب عدد قيم المتغير الإحصائي في كل فئة أو بتعبير آخر التكرار المطلق لكل فئة.

– بعد تشكيل العمود الأول الخاص بفئات المتغير و العمود الثاني الخاص بالتكرارات المطلقة، فان كل الأعمدة المتبقية في الجدول(إن وجدت) تبقى حسب حاجة الباحث لها. و من أمثلتها:

1 – التوزيع التكراري النسبي: يمثل التكرار النسبي الأهمية النسبية لكل قيمة أو لكل فئة بالنسبة للتوزيع ككل، و يرمز له عادة: f_i و يحسب بالعلاقة التالية:

$$f_i = \frac{ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

ملاحظة: إذا أردنا أن نضيف التكرار النسبي المئوي ، فإننا نضرب كل قيمة من قيم التكرار النسبي f_i ٪ في 100٪.

2 – التكرار المتجمع الصاعد و التكرار المتجمع النازل:

1.2- التكرار المتجمع الصاعد:

يستخدم التكرار المتجمع الصاعد بهدف المعرفة السريعة لعدد أو نسبة التكرارات التي تقل عن حد معين من حدود الفئات، و في حساب بعض مقاييس النزعة المركزية [6] ، حيث يمثل التكرار المتجمع الصاعد لأي فئة من التوزيع: التكرار المطلق لهذه الفئة مضافا إليه مجموع التكرارات المطلقة السابقة للفئات السابقة أو التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة محل الدراسة.

ملاحظة: دائما التكرار المتجمع الأول يساوي إلى التكرار المطلق الأول و التكرار المتجمع الأخير يساوى إلى مجموع التكرارات أو حجم العينة.

2.2- التكرار المتجمع النازل: يستخدم التكرار المتجمع النازل بهدف المعرفة السريعة لعدد التكرارات التي تساوي أو تزيد عن حد معين من حدود الفئات، حيث يمثل التكرار المتجمع النازل لأي فئة مجموع التكرارات مطروحا منه تكرارات الفئات السابقة أو بطريقة أخرى هي: التكرار المتجمع النازل السابق للفئة محل الدراسة مطروحا منه التكرار المطلق للفئة التي تسبق الفئة محل الدراسة.

ملاحظة: التكرار المتجمع النازل الأول دائما يساوي إلى مجموع التكرارات أو حجم العينة، أما التكرار المتجمع النازل الأخير فدائما يساوي إلى التكرار المطلق الأخير.

3 – التكرار المتجمع الصاعد و النازل النسبي المئوي:

في حالة حساب التكرار المتجمع الصاعد و/أو النازل النسبي المئوي فإننا نحسب أولا التكرار المتجمع الصاعد و/أو النازل النسبي و ذلك بقسمة كل قيمة من قيم التكرار المتجمع الصاعد و/ أو النازل على مجموع التكرارات ثم نضرب القيمة المتحصل عليها في 100٪.

ملاحظة هامة:

في حالة تصميم جدولا توزيعيا تكراريا ذو متغير كمي مستمر أين تعطى لنا فئات غير متساوية في الطول ، نحتاجه لحساب بعض n_i^* فإننا نحتاج إلى عمود آخر خاص بالتكرار المعدل و الذي نرمز له عادة: مقاييس النزعة المركزية(المنوال) أو في رسم المدرج التكراري و يحسب كما يلي:

$n_i^* = \frac{ni}{ki}$ / ni : تمثل التكرار المطلق للفئة و ki : تمثل طول الفئة

[6] محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**،ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر2005، ص 45.

3.2- الجداول المفتوحة و الجداول المغلقة: (فيما يلي سنعرض الجداول بطريقة أفقية و ليس بطريقة عمودية كما شرحنا سابقا كيفية تصميم الجدول)

- يسمى الجدول الذي تكون فيه الفئة الأولى ليس لها حد ادني جدولا مفتوحا من الأسفل.

مثال:

جدول رقم3: مثال عن الجدول التكراري المفتوح من الأسفل:

X_i	أقل من 5	]5،10[	]15،10[	المجموع
n_i	10	40	70	120

- يسمى الجدول الذي تكون فيه الفئة الأخيرة ليس لها حد أعلى جدولا مفتوحا من الأعلى.

مثال:

جدول رقم4: مثال عن الجدول التكراري المفتوح من أعلى:

X_i	]10،5[	]15،10[	أكثر من 15	المجموع
n_i	3	14	27	44

- تسمى الجداول المفتوحة من الأعلى و من الأسفل جداول مفتوحة

مثال :

جدول رقم 5: مثال عن الجدول التكراري المفتوح من أعلى و أسفل.

X_i	أقل من 5	]10،5[	]15،10[	]20،15[	أكثر من 20	المجموع
n_i	10	40	70	3	2	125

- تسمى الجداول غير المفتوحة من الأعلى و من الأسفل جداول مغلقة.

مثال:

جدول رقم 6: مثال عن الجدول التكراري المغلق.

المجموع	]25،20]	]20،15]	]15،10]	]10،5]	X_i
123	3	70	40	10	n_i

4.2- الجداول المزدوجة:

الجدول المزدوج هو الجدول الذي يهتم بدراسة خاصيتين أو ظاهرتين أو متغيرين في نفس الوقت و يصمم بالشكل الموالي:

جدول رقم 7: مثال عن الجدول التكراري المزدوج.

X_I \ y_j	Y_1	Y_2	Y_3	$N_{i.}$
X_1	N_{11}	N_{12}	N_{13}	
X_2	N_{21}	N_{22}	N_{32}	
X_3	N_{31}	N_{32}	N_{33}	
.	.	.	.	.
$N_{.j}$				

ثانيا: طرق العرض البياني للبيانات الإحصائية:

في كثير من الأحيان قد يلجأ الباحث إلى عرض البيانات الإحصائية عن طريق رسومات بيانية بغية تبسيطها و تسهيل تحليلها، و يعد التمثيل البياني أفضل من التمثيل الجدولي بصورة عامة [7]، إذ يعتبر هذا الأخير مملا أو صعب الفهم في بعض الأحيان.

[7] محمد كلاس، **محاضرات في الإحصاء التطبيقي**، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر1993، ص 39.

و مهما اختلفت الرسوم البيانية فإنها تتصف بمجموعة من المواصفات يمكن إبرازها في الآتي [8]:

– لأن يكون الرسم جيدا من حيث التقديم و ملفتا للانتباه.

– أن يكون له عنوانا في غاية الوضوح و الاختصار، و محددا لكل ما يعبر عنه الرسم من معلومات بما فيها الزمان و المكان و وحدة القياس.

– أن تكون وحدات القياس محددة بدقة.

– أن يشار إلى الألوان و الرموز المستخدمة في توضيح محتويات الرسم.

– أن يذكر مصدر الرسم أو المعلومات التي يعبر عنها أسفله أو على هامشه

و عموما تختلف طرق العرض البياني للبيانات الإحصائية حسب نوع المتغير الإحصائي:

1 – طرق العرض البياني لمتغير كيفي:

في حالة ما إذا كان المتغير المدروس كيفي فانه يتم عرضه بيانيا بإحدى الطرق التالية:

✓ **طريقة الأعمدة الأنبوبية أو المخروطية أو المستطيلة**:فهي عبارة عن مستطيلات منفصلة عن بعضها البعض، متباعدة بمسافات متساوية أو ثابتة و لها قواعد متساوية أم أطوالها فتوافق التكرار المطلق لكل قطاع أو نوع من الخاصية المدروسة.

مثال:ليكن توزيع لاعبي فريق كرة القدم لبلد ما حسب الجنسية كما يلي:

جدول رقم 8: توزيع لاعبي فريق كرة القدم لبلد ما حسب الجنسية(مثال عن عرض البيانات الإحصائية الكيفية بيانيا)

الجنسية	التكرار المطلق	التكرار النسبي	التكرار النسبي المئوي	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
فرنسية	4	0.33	33	4	٪33.3
جزائرية	2	0.17	17	6	٪17
مغاربية	2	0.17	17	8	٪17
ألمانية	3	0.25	25	11	٪25
مالية	1	0.08	8	12	٪8
المجموع(∑)	12	1	٪100	/	/

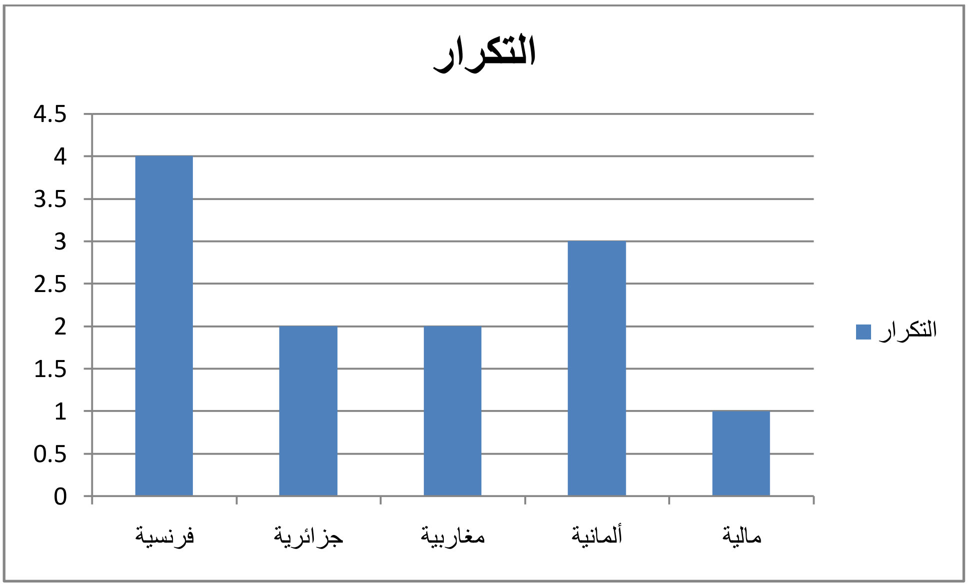
[8] محمد راتول، مرجع سبق ذكره، ص55

المطلوب:

مثل البيانات السابقة بالأعمدة الأنبوبية؟

الحل: لتمثيل البيانات السابقة نعتمد على العمودين الأول و الثاني.فالتمثيل يكون كما يلي:

شكل رقم 2: تمثيل جنسيات لاعبي فريق كرة القدم بالأعمدة الأنبوبية



العنوان: تمثيل جنسيات لاعبي فريق كرة القدم بالأعمدة الأنبوبية

- ✓ **طريقة الدائرة:** يعتمد هذا التمثيل البياني على تقسيم الدائرة إلى قطاعات أو زوايا حسب نسبة كل نوع و مجموع الزوايا يمثل المجموع الكلي لأنواع الصفة الكيفية المدروسة ، و حسب رأي بعض الباحثين تعتبر هذه الطريقة من أفضل الطرق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة لأننا نستطيع أن نقارن الأجزاء ببعضها البعض ثم الجزء بالكل.[9]

و يتم حساب زاوية كل قطاع بإحدى الطرق التالية:

[9] عزام صبري، **الإحصاء الوصفي و نظامSpss**، جدارا للكتاب العالمي، عالم الكتب الحديث، الأردن،2006،ص 55.

جدول رقم 9:طرق رسم الدائرة النسبية

الطريقة	**القانون**
باستخدام التكرار المطلق	$360^\circ \leftarrow \sum ni$ $X^\circ \leftarrow ni$
باستخدام التكرار النسبي	$1 \leftarrow 360^\circ$ $f_i \leftarrow X^\circ$
باستخدام التكرار النسبي المئوي	$100\% \leftarrow 360^\circ$ $f_i\% \leftarrow X^\circ$

و في كل الطرق السابقة فإننا نتبع الخطوات التالية:

1 – نستخرج الزاوية الخاصة بكل قطاع بإحدى الطرق السابقة.

2– نقوم برسم دائرة و نرسم عليها نصف قطر.

3– نقوم برسم الزوايا المحصل عليها و نشير لكل زاوية بلون مخالف أو إشارة معينة لفهم الرسم، و نمثل الألوان أو الإشارات في أسفل الجانب السفلي للتمثيل البياني و الذي يمثل مفتاح الرسم لفهمه.

مثال : لنأخذ نفس المثال السابق و المطلوب التمثيل بالدائرة النسبية؟

الحل:

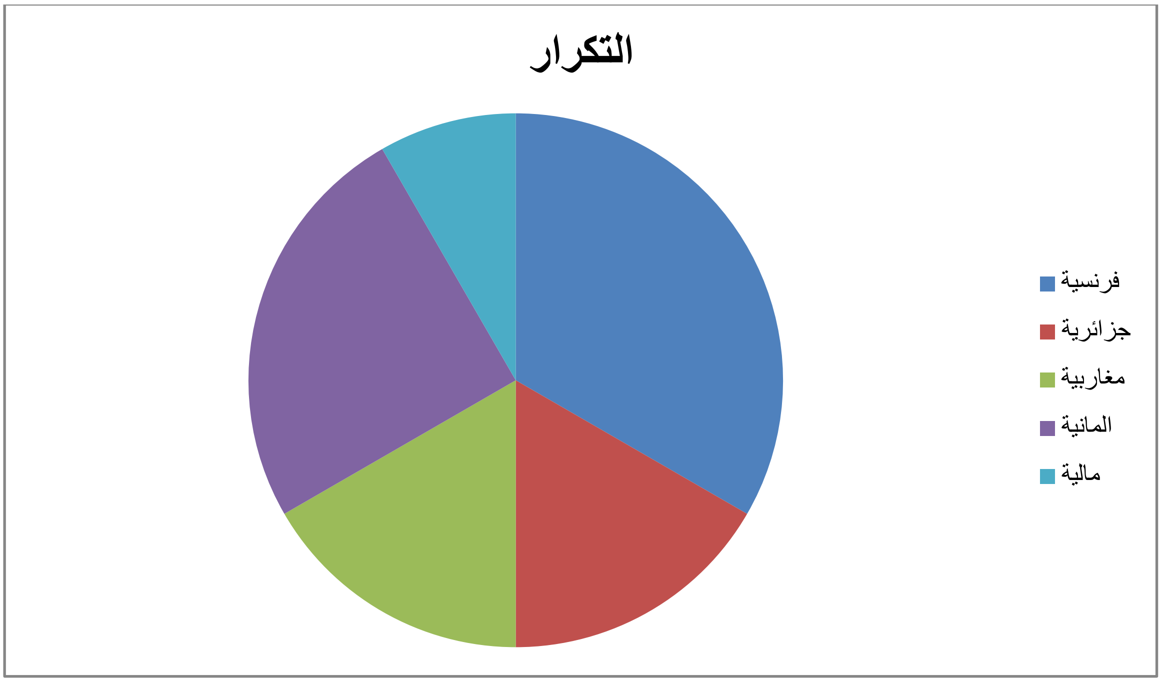
لنختار طريقة من الطرق الموضحة في الجدول السابق، مثلا نختار الطريقة الأولى:

لنحسب الزوايا الخاصة بكل جنسية:

فرنسية: $12 \leftarrow 360^\circ$	جزائرية: $12 \leftarrow 360^\circ$	مغاربية: $12 \leftarrow 360^\circ$	ألمانية: $12 \leftarrow 360^\circ$	مالية: $12 \leftarrow 360$
$4 \leftarrow X^\circ$	$2 \leftarrow X^\circ$	$2 \leftarrow X^\circ$	$3 \leftarrow X^\circ$	$1 \leftarrow X^\circ$
$X^\circ = 120$	$X^\circ = 60$	$X^\circ = 60$	$X^\circ = 90$	$X^\circ = 30$

التمثيل:

شكل رقم 3 :تمثيل جنسيات لاعبي فريق كرة القدم بالدائرة النسبية



العنوان: تمثيل جنسيات لاعبي فريق كرة القدم بالدائرة النسبية

طريقة العمود المجزأ: تعتبر طريقة العمود المجزأ طريقة أخرى لتمثيل البيانات ذات الصفة الكيفية ، حيث يتم رسمه بالطريقة أو الخطوات التالية :

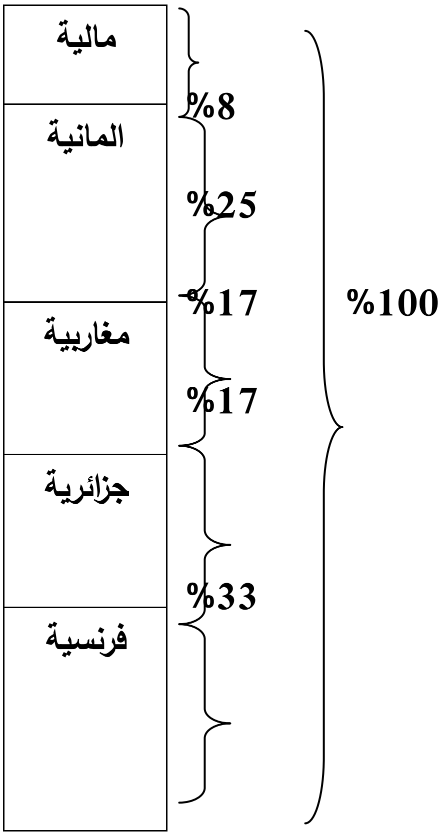
1 – يرسم عمود طوله ممثل ب 100٪.

2 – يتم حساب التكرارات النسبية المئوية لكل نوع من أنواع الصفة الكيفية.

3 – يتم تقسيم العمود الكلي إلى مستطيلات صغيرة عرض أو طول كل مستطيل يمثل التكرار النسبي المئوي لكل نوع، و في الحقيقة فإننا كلما أضفنا التكرار النسبي المئوي إلى سابقه نحصل على التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي.

مثال: نفس المثال السابق.

شكل رقم4: تمثيل جنسيات لاعبي فريق كرة القدم بالعمود المجزأ.



2- طرق العرض البياني لمتغير كمي منقطع:

في حالة متغير كمي منقطع، فان التمثيل البياني المناسب له هو **الأعمدة البيانية البسيطة** و الذي يعتمد علي رسمه على الخطوات التالية:

- نرسم معلم متعامد و متجانس بحيث نضع في المحور الأفقي قيم المتغير الإحصائي و في المحور العمودي التكرارات المطلقة الخاصة بكل قيمة من قيم المتغير.

- نرسم خطوطا مستقيمة عمودية و موازية للمحور العمودي تبدأ من النقطة ذات الإحداثيات $(x_i ;n_i)$ و ينتهي في المحور الأفقي في النقطة. X_i

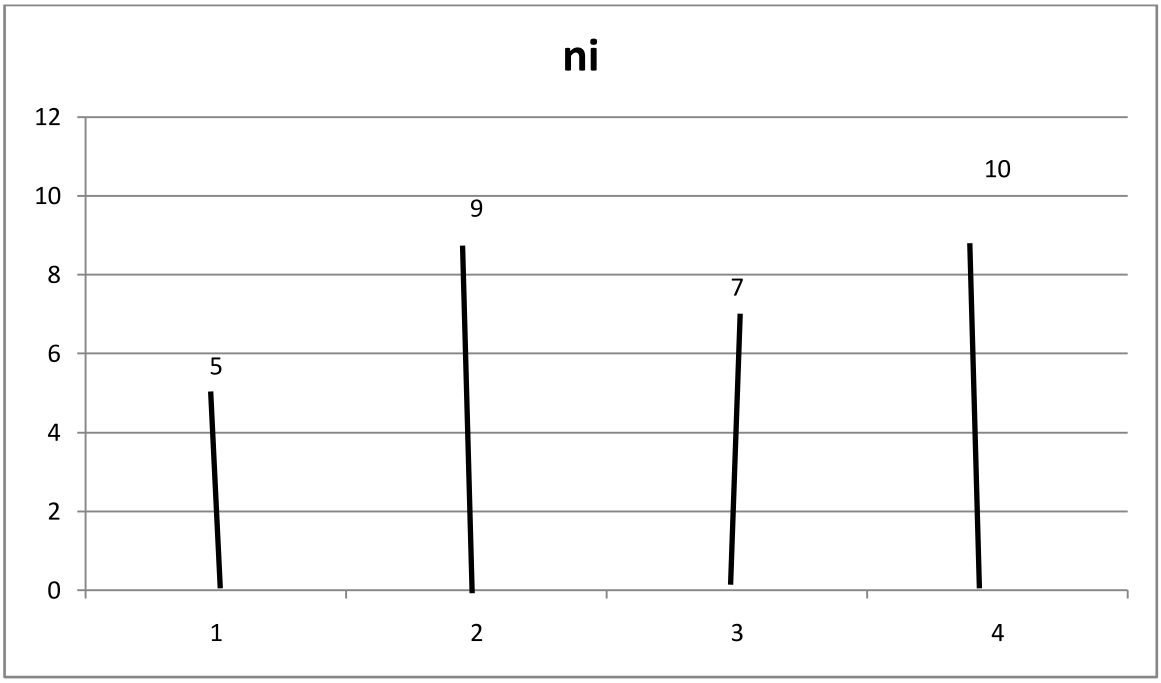
مثال: ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي و الذي يمثل عدد الأولاد في كل أسرة لأحد الأحياء السكنية:

جدول رقم 10: جدول توزيع إحصائي لعدد الأولاد في كل أسرة لأحد الأحياء السكنية(مثال للتمثيل البياني للمتغير الكمي المنقطع)

عدد الأولاد	عدد الآسر
1	5
2	9
3	7
4	10
المجموع	**31**

الحل: يمكن تمثيل البيانات السابقة كما يلي:

شكل رقم 5: أعمدة بيانية لعدد الأولاد في كل أسرة لأحد الأحياء السكنية



العنوان: أعمدة بيانية لعدد الأولاد في كل أسرة لأحد الأحياء السكنية

- ✓ **المنحنى التجميعي الصاعد و النازل:**[10]

يخص هذا النوع من الرسم قيم المتغير المنقطع و التكرارات المتجمعة النسبية سواء كانت صاعدة أو نازلة، حيث يتم رسمه بوضع قيم المتغير على المحور الأفقي و التكرارات المتجمعة الصاعدة أو النازلة على المحور العمودي و هو يأخذ شكل منحنى متدرج .

3- طرق العرض البياني لمتغير كمي مستمر: في حالة متغير كمي مستمر، فان الطرق المناسبة لتمثيله بيانيا هي:

- ✓ **المدرج التكراراي** : المدرج التكراري هو أكثر الطرق شيوعا لتمثيل المتغير الكمي المستمر بيانيا، حيث يعبر عن مجموعة من المستطيلات المتلاصقة مع بعضها البعض مقامة على معلم متعامد و متجانس محوره الأفقي يمثل القيم الخاصة بالمتغير (الفئات) حيث قاعدة أو عرض كل مستطيل تمثل طول الفئة و محوره العمودي ندون عليه التكرارات المطلقة لكل فئة، إذ يمثل هذا الأخير طول كل مستطيل، و لكن قبل رسم المدرج التكراري ينبغي الالتفاتة لشيء مهم هو طول الفئات:

- فإذا كانت الفئات متساوية في الطول فإننا نرسم المدرج التكراري مباشرة.

[10] عبد الرزاق عزوز، **الكامل في الإحصاء(دروس مفصلة، تمارين و مسائل مع الحلول)**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2010، ص 57.

- أما إذا كانت غير متساوية في الطول فإننا نلجأ أولا لحساب التكرار المعدل الذي سبق و شرحناه و القيم المحصل عليها نضعها في المحور العمودي بدلا من قيم التكرار المطلق.

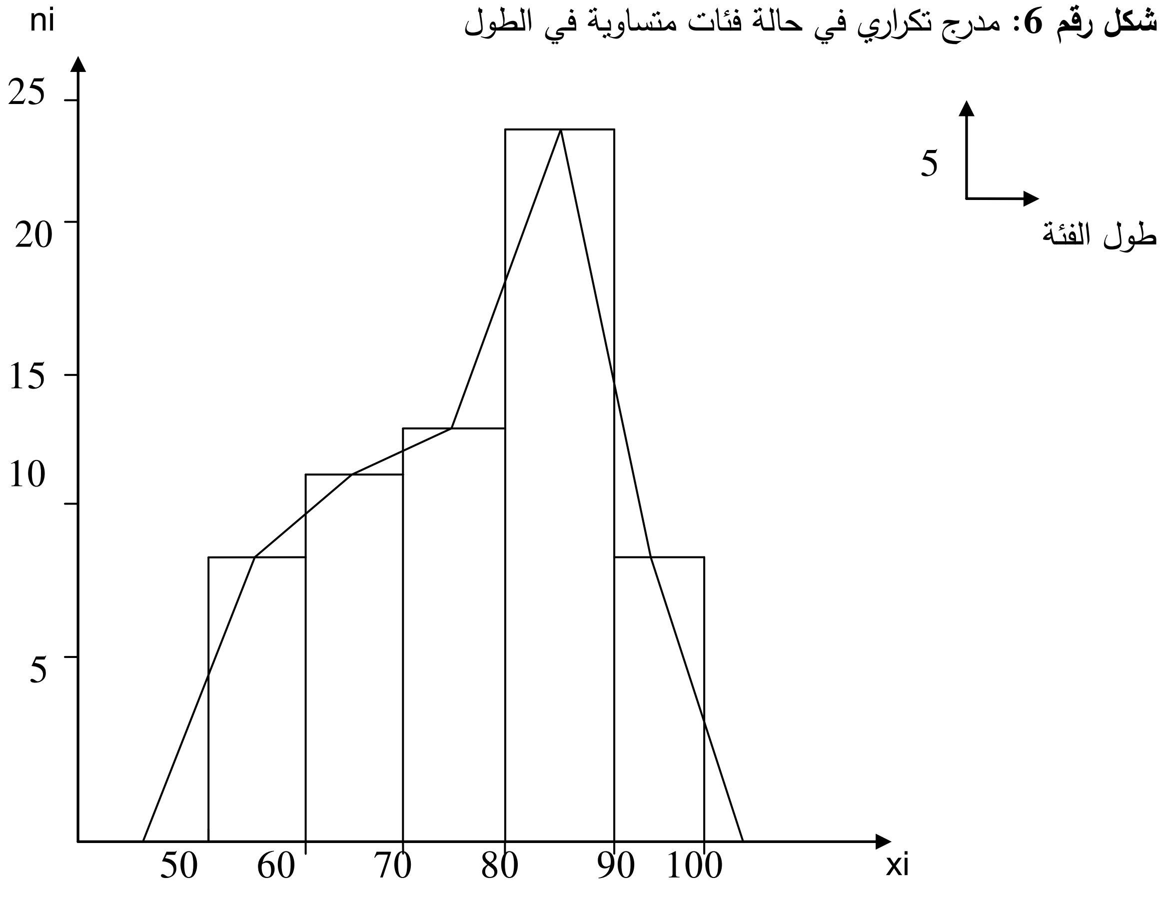
مثال:

- **في حالة فئات متساوية في الطول:** مثل البيانات التالية بتمثيل بياني مناسب:

جدول رقم 11: جدولا إحصائيا لمتغير كمي مستمر(تمثيل بياني في حالة فئات متساوية في الطول)

x_i	n_i
]60.50]	8
]70.60]	12
]80.70]	14
]90.80]	24
]100.90]	8
$\sum$	66

شكل رقم 6: مدرج تكراري في حالة فئات متساوية في الطول



العنوان: مدرج تكراري لبيانات كمية مستمرة في حالة فئات متساوية في الطول

- **في حالة فئات غير متساوية في الطول:**

جدول رقم 12: جدولا إحصائيا لمتغير كمي مستمر (تمثيل بياني في حالة فئات غير متساوية في الطول)

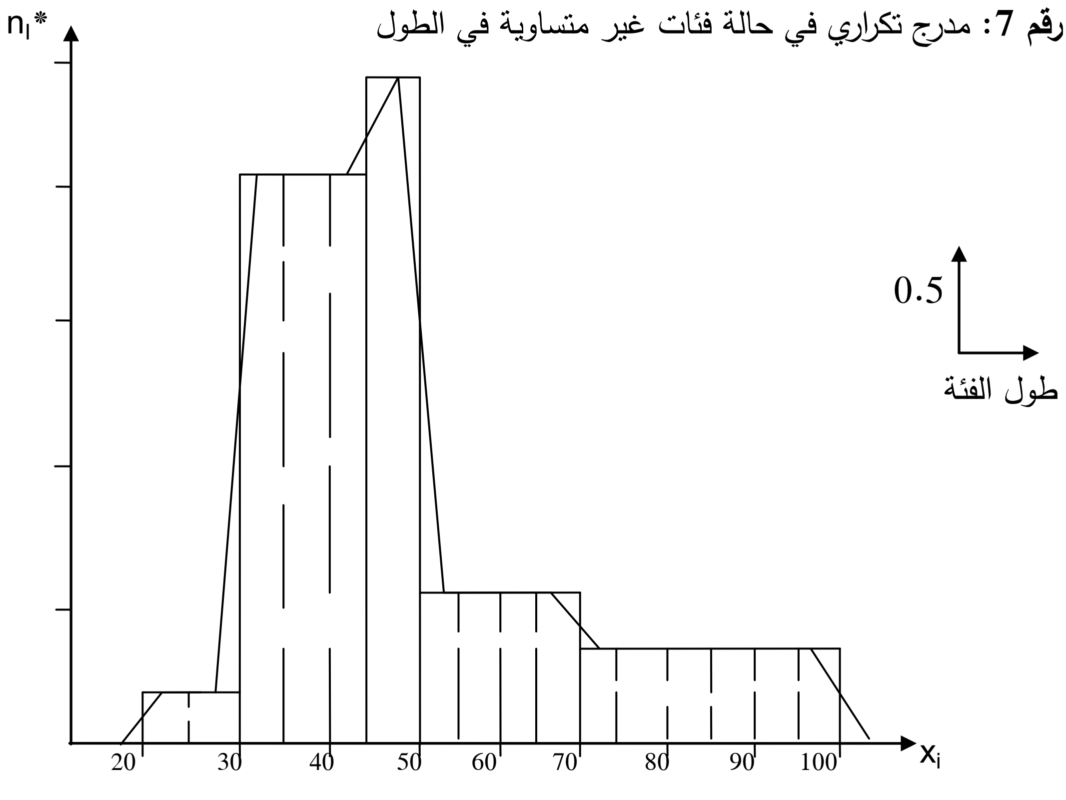
ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي:

x_i	n_i	K_I	n_I*
]30.20[	2	10	0.2
]45.30[	10	5	2
]50.45[	12	5	2.4
]70.50[	14	20	0.7
]100.70[	12	30	0.4
$\sum$	42	/	/

الحل:

لرسم المدرج التكراري في هذه الحالة ينبغي أولا حساب التكرار المعدل كما هو موضحا في الجدول أعلاه ثم اعتمادا عليه نقوم برسم المدرج التكراري

شكل رقم 7: مدرج تكراري في حالة فئات غير متساوية في الطول



العنوان: مدرج تكراري في حالة فئات غير متساوية في الطول

✓ **المضلع التكراري:** يمكن رسم المضلع التكراري بطريقتين:

1) – باستخدام المدرج التكراري.

2) – باستخدام مراكز الفئات.

1) – المضلع التكراري باستخدام المدرج التكراري:

هو خط منكسر يتم رسمه بإيصال مراكز الفئات أو منتصف القواعد العلوية للمستطيلات ببعضها البعض، و لكن لغلق هذا الخط المنكسر من كلا الطرفين لنحصل على مضلع يجب إضافة نقطتين على المحور الأفقي، الأولى تسبق النقطة الأولى و الثانية تلي النقطة الأخيرة، ففي هذه الحالة نفترض أنه توجد فئتان وهميتان واحدة تسبق الفئة الحقيقية الأولى و الثانية تلي الفئة الحقيقية الأخيرة، لهما نفس طول الفئات الحقيقية أما تكرارها فهو معدوم، نحسب مركزيهما و هذين الأخيرين هما النقطتان اللتان يبدأ و ينتهي عندهما المضلع التكراري.

مثال: بالعودة للمثال الخاص بالمتغير الكمي المستمر ذو فئات متساوية في الطول يكون التمثيل كما هو موضح في الشكل رقم 6

ملاحظة1:

في حالة فئات غير متساوية في الطول، فإننا و بعد رسم المدرج التكراري بالطريقة السابقة، فإننا سنعتمد على طول مرجعي هو أصغر طول في التوزيع الإحصائي و نقسم المستطيلات التي طولها يزيد عن الطول المرجعي إلى مستطيلات جزئية طول كل واحدة يساوي إلى الطول المرجعي، ثم نقوم بإيصال المنتصفات العلوية لهذه المستطيلات الجديدة إن صح التعبير(ذات الطول المرجعي) إضافة إلى النقطتين التي يبدأ و ينتهي منهما الخط المنكسر لنحصل في الأخير على المضلع التكراري.

مثال: عد إلى المثال السابق:(نفس المثال الخاص بالمتغير الكمي المستمر ذو فئات غير متساوية في الطول)

ملاحظة2:

إن المساحة التي يحصرها المضلع التكراري تساوي المساحة الكلية للمدرج التكراري.

2 – المضلع التكراري باستخدام مراكز الفئات:

في حالة رسم المضلع التكراري باستخدام مراكز الفئات فإننا نتبع نفس الخطوات كما في رسمه بالطريقة السابقة فقط بدلا من إدراج حدود الفئات في المحور الأفقي ندرج مراكز الفئات.

✓ **المنحنى التكراري:**

يستخدم المدرج و المضلع التكراريين لوصف البيانات التي غالبا ما تكون محدودة و لكن إذا تزايد هذه البيانات بشكل كبير جدا و تزايد عدد الفئات و قل طولها بشكل كبير جدا، فان المضلع و المدرج يؤولان إلى منحنى يسمى المنحنى التكراري و الذي يستخدم عادة لوصف المجتمعات الكبيرة. [11]

✓ **المنحنى التجميعي:**

- **المنحنى التجميعي الصاعد:** يتم رسمه بإتباع الخطوات التالية:
- نحسب التكرار المتجمع الصاعد.
- نرسم معلم متعامد و متجانس حيث يمثل محور السينات الحدود العليا للفئات و محور العينات التكرارات التجميعية الصاعدة لكل فئة.
- نصل بخط مستقيم بين النقاط ذات الإحداثيات التالية: $(Fi\uparrow، bi)$

ملاحظة: هناك من يسمي هذا التمثيل بمنحنى تجميعي صاعد إذا تم إيصال النقاط فيما بينها بخط منحني أما إذا تم الإيصال بخط منكسر فيسمى بالمضلع التجميعي الصاعد.

- **المنحنى التجميعي النازل:** لرسم المنحنى التجميعي النازل نتبع نفس الخطوات السابقة لكن عوض وضع الحدود العليا على المحور السيني نضع الحدود الدنيا، و نفس الملاحظة المقدمة سابقا تنطبق على المنحنى المتجمع النازل.

- **المنحنى التجميعي الصاعد و النازل في نفس المعلم:**

في حالة رسم المنحنى التجميعي الصاعد و النازل على نفس المعلم فإننا نضع في محور السينات الحدود العليا و الدنيا للفئات و في المحور العمودي قيم التكرار المتجمع الصاعد و ل النازل و نرسم بنفس الخطوات المذكورة سابقا و فاصلة نقطة تقاطع كلا المنحنيين تسمى **الوسيط** و الذي سنتعرض له بالتفصيل في الفصل الموالي أما ترتيبتها تمثل نصف مجموع التكرارات.

مثال: ليكن لدينا الجدول التالي الخاص ببعض البيانات الإحصائية:

---

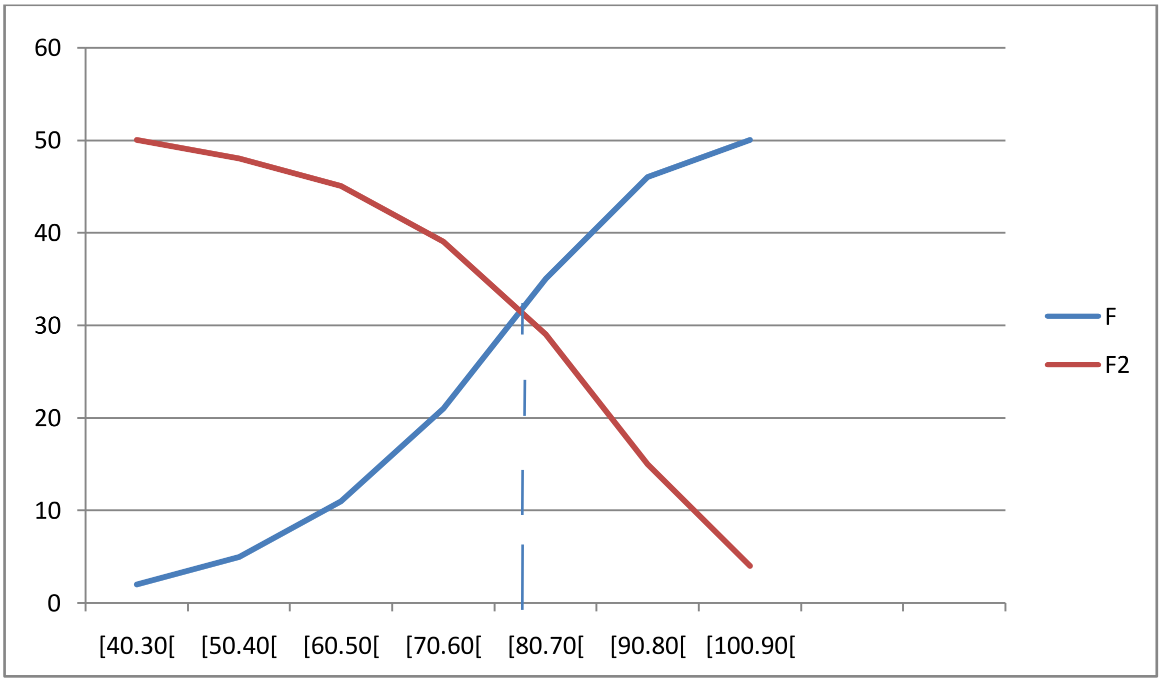
[11] أحمد السيد عامر، **الإحصاء الوصفي و التحليلي**، دار الفجر للنشر و التوزيع، مصر،2007، ص 23.

جدول رقم13:جدولا إحصائيا توضيحيا لكيفية تمثيل كل من منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل:

Xi	ni	F ↗	F ↘	Xi-
]40.30]	2	2	50	35
]50.40]	3	5	48	45
]60.50]	6	11	45	55
]70.60]	10	21	39	65
]80.70]	14	35	29	75
]90.80]	11	46	15	85
]100.90]	4	50	4	95
$\sum$	50	/	/	/

المطلوب: أرسم كل من منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل على نفس المعلم ؟

الحل: **شكل رقم 8 :** منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل على نفس المعلم



F يمثل التكرار المتجمع الصاعد و 2F يمثل التكرار المتجمع النازل

تمارين مقترحة حول العرض الجدولي و البياني

التمرين الأول: أكمل الفراغات:

1 – الأعمدة البيانية هو تمثيل بياني خاص بالمتغير..................................

2 – الهدف من استخدام قاعدة ستورجس هو .... و تعطى بالعلاقة الرياضية التالية: ....

3 – في حالة التوزيع غير المنتظم يتم حساب..................لرسم المدرج التكراري.

4 – التوزيع الإحصائي المنتظم هو التوزيع الذي تكون فئاته.............................

5 – العرض البياني المناسب للمتغير الكيفي هو:..................و.........................

.و...................، حيث يتم رسم إحدى هذه الطرق كما يلي:..............................

....

6– إن فاصلة نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد و النازل تمثل:...................

التمرين الثاني:

تشير المعلومات التالية إلى لون العيون لعدد من الأشخاص:

أسود ،أزرق ،بني ، أسود، بني، بني،أخضر ، أسود، بني، بني،أسود، بني،بني، أخضر،أسود، أزرق،أزرق،أسود، أسود، أسود.

المطلوب:

1 – ما هو المتغير الإحصائي المدروس و ما نوعه؟

2 – مثل المعلومات السابقة بتمثيل بياني مناسب؟

التمرين الثالث:

في مصنع للأجهزة الكهرومنزلية تم جمع عينة من الأسلاك النحاسية لمعرفة مدى صلاحيتها لصناعة أجهزة تلفزيونية فكانت أطوالها ب(سم) كالآتي:

10.8	8.9	11.7	13.2	7.9	15.2
6.6	7.9	6.0	9.8	5.7	4.9
4.2	3.2	4.2	12.0	2.3	8.0
16.0	10.4	6.9	4.0	10.1	11.8
11.3	8.9	10.0	12.0	5.58	4.8
5.8	12.7	6.5	7.8	18.5	7.0
11.1	13.7	6.1	5.6	6.7	8.6
8.7	9.5	5.8	9.4	6.8	11.5
9.6	3.5	4.5			

1 – رتب أطوال الأسلاك في شكل فئات طول كل واحدة هو 2.4سم.

2 – ما هو عدد الفئات عندئذ، تأكد من ذلك حسابيا؟

3 – أنجز جدولا إحصائيا موضحا فيه كل من التكرار المطلق، التكرار النسبي، التكرار النسبي المئوي، التكرار المتجمع الصاعد و النازل؟

4 – أنجز كل من المدرج التكراري، المضلع التكراري و المنحنى التكراري؟

5 – إذا تم استبعاد الأسلاك التي يقل طولها عن 7.1 سم و الأسلاك التي يزيد طولها عن 16.7سم، فما هي نسبة الأسلاك الصالحة للاستعمال(المتبقية)؟

التمرين الرابع:

تمثل البيانات التالية عدد الأولاد ل 30 أسرة في حي سكني:

1 – 1-1-3-5-5-4-2-1-0-3-5-2-1-2-1-2-0-3-4-3-1-2-3-5-3-0-3-1-3.

– لخص البيانات السابقة في جدولا إحصائيا مناسبا؟

– مثل هذه البيانات بتمثيل بياني مناسب؟

– ما هو عدد الأسر الذين يملكون 3الأولاد أو أكثر؟

– ما هو عدد الأسر الذين يملكون ولدين على الأقل و ما نسبتهم؟

التمرين الخامس:

ليكن لدينا البيانات التالية و التي تمثل منتصف 5 فئات متتالية: 7.5 – 12.5 – 17.5 – 22.5 – 27.5. و المرفقة بالتكرارات التالية: 2 – 5 – 8 – 4 – 6.

–كون جدولا إحصائيا به الفئات و التكرارات المرفقة؟

– أوجد كل من التكرار المتجمع الصاعد و النازل، و التكرار المتجمع الصاع و النازل النسبي المئوي.

التمرين السادس:

بهدف العمل في شركة متعددة الجنسيات اجتاز مجموعة من الشباب مقابلات مع مسؤول الشركة بخصوص التحكم في اللغة الأجنبية الأولى و الثانية، حيث أسفرت هذه المسابقة على النتائج المدونة في الجدول أدناه:

ل أ 1 / ل أ 2	]35.25]	]45.35]	]55.45]	]65.55]	]75.65]	$\sum$
]20.10]						
]30.20]						
]40.30]						
]50.40]						
]60.50]						
$\sum$						

علما أن $\sum_{i=1}^{5} ni1 = 14$ ،$\sum_{j=1}^{5} n1j = 14$ ، $\sum_{j=1}^{5} n5j = 8$ ،

$\sum_{j=1}^{5} n2j = 10$ ، $\sum_{i=1}^{5} ni2 = 09$.

المطلوب: علما أن شروط القبول في هذه الشركة هي كما يلي:

– أن يكون المترشح له علامة أكبر من أو تساوي 30 نقطة في ل أ 2.

– أن يكون المترشح له علامة أكبر من أو تساوي 55 نقطة في ل أ 1.

1 – ما هو عدد الشباب الذين يتوفر فيهم الشرط الخاص ب ل أ 2 ؟

2 – ما هو عدد الشباب الذين يتوفر فيهم الشرط الخاص ب ل أ 1 ؟

3 – ما هي نسبة الشباب المقبولين في المسابقة؟

4 – ما هي نسبة الشباب الذين لا يتوفر فيهم أي شرط من الشروط السابقة؟

5- إذا اعتبرنا أن المترشح الذي تحصل على العلامة 10 في ل أ 2 رتبته 1 فما هي رتبة المترشح الذي تحصل على العلامة 40 في ل أ 2

6 – إذا اعتبرنا أن المترشح الذي له أعلى علامة في ل أ 1 رتبته 1 ، فما هي رتبة المترشح الذي تحصل على 35 نقطة؟

7 – ما هي نسبة المترشحين الذين تحصلوا على علامات تتراوح بين 15 و 42 نقطة في ل أ 2.

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية.

في كثير من التوزيعات التكرارية، هناك عدد كبير من المفردات يميل إلى التجمع حول قيمة متوسطة محددة، و يقل عدد المفردات تدريجيا كلما ابتعدنا عن هذه القيمة المتوسطة التي تمثل مركز التوزيع و تسمى هذه الظاهرة النزعة المركزية أي نزعة المفردات المختلفة إلى التجمع حول مركز التوزيع.

و هناك عدة مقاييس لتحديد النزعة المركزية للقيم الموجودة في التوزيع الإحصائي من أهمها:

الوسط الحسابي، الوسط التربيعي، الوسط الهندسي، الوسط التوافقي، الوسيط والمنوال.

أولا – الوسط الحسابي:

1 – الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة(كمي منقطع بدون تكرارات):

الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة(كمي منقطع بدون تكرارات) هو حاصل القسمة لمجموع القيم التي يأخذها المتغير الإحصائي على عددها و يرمز له $\overline{X}$

فإذا كانت الظاهرة تمثل ب: X و عدد القيم يمثل ب:N و نستعمل الرمز $\sum$ للتعبير عن المجموع فإن:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{I=1}^{n} Xi}{N}$$

مثال: إذا كان لدينا السلسلة الإحصائية التالية، فاحسب متوسطها الحسابي: 5–20–17–2–6–12–10.

الحل:

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{I=1}^{n} \mathbf{Xi}}{\mathbf{N}} \rightarrow \overline{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{5+20+17+2+6+12+10}}{\mathbf{7}} = \mathbf{10.3}$$

2 – الوسط الحسابي المرجح: يمكن حساب الوسط الحسابي المرجح في حالة تبويب المعطيات أو البيانات(متغير كمي منقطع بتكرارات) ووضعها في جدول حيث يتبين فيه عدد مرات تكرار القيمة الإحصائية(التكرار المطلق) و يمكن حسابه كما يلي:

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$ **(الصيغة 2)**

مثال:

لنفرض أن نتائج امتحان السداسي الأول لمقياس منهجية البحث العلمي لطلبة الماجستير كانت كما يلي:

11 – 13 – 15.5 – 1405 – 11 – 12.25 – 11 – 11 – 11 – 12.25 .

إن متوسط النتائج المحصل عليها(النتيجة المتوسطة) يمكن حسابه كما يلي:

جدول رقم14 : جدول إحصائي لعلامات الطلبة(مثال لحساب المتوسط الحسابي المرجح)

النتيجة المحصل عليها: (X)	عدد الطلبة (ni)
11	5
12.25	2
13	1
14.5	1
15.5	1
المجموع	10

في هذه الحالة لا يمكننا تطبيق القانون الأول مباشرة بل نستعمل قانون آخر أو صيغة أخرى و هي الصيغة الثانية، و تطبيقها على مثالنا يكون كالآتي:

$$\overline{X} = \frac{(11*5)+(2*12.25)+(13*1)+(14.5*1)+(15.5*1)}{5+2+1+1+1} = 12.25$$

إن الصيغة الثانية تسمى **بصيغة الوسط الحسابي المرجح أو المثقل** ، بينما تسمى الصيغة الأولى بصيغة **المتوسط الحسابي البسيط.**

3 – الوسط الحسابي في حالة بيانات مبوبة على شكل فئات:

يحسب الوسط الحسابي لبيانات إحصائية مبوبة على شكل فئات (متغير كمي مستمر أو كمي منقطع) اعتمادا على الصيغة الثانية (المتوسط الحسابي المرجح) و ذلك بإجراء تغيير طفيف في الصيغة هو عوض وضع القيمة التي يأخذها المتغير نضع مركز الفئة التي ينتمي إليها المتغير و يكون المتوسط الحسابي في هذه الحالة معرف بالصيغة التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X\acute{i} * ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} \quad /$$

ni : تكرار الفئة ، X́i: مركز الفئة

ملاحظة:

– في حالة ما إذا أعطيت لنا قيم المتغير الإحصائي و كان هذا الأخير كمي مستمر أو كمي منقطع و لكن عدد القيم كبير فإننا نلجأ إلى تشكيل الفئات كما سبق شرحها في الفصل السابق.

– إذا كانت إحدى الفئات مفتوحة و باقي الفئات متساوية في الطول فان طول الفئة المفتوحة مساوي لطول الفئات الأخرى.

مثال:

ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي و المطلوب حساب المتوسط الحسابي له:

جدول رقم15 : جدول إحصائي لحساب المتوسط الحسابي في حالة متغير كمي مستمر

∑	]100.80]	]80.50]	]50.40]	]40.20]	]20.10]	iX
92	14	24	19	26	9	n_i
/	90	65	45	30	15	
4590	1260	1560	855	780	135	

الحل:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi * ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{4590}{92}$$

$$\overline{X} = 49.89$$

4– خصائص الوسط الحسابي:

1 – الوسط الحسابي لمجموعة من القيم الثابتة يساوي القيمة الثابتة نفسها، و لنفرض أن القيم التي تأخذها الظاهرة المدروسة ثابتة عندئذ تكون قيمة الوسط الحسابي $\overline{\ }$ كما يلي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Vni}{\sum_{i=1}^{n} ni} \rightarrow \bar{X} = V\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = V = \bar{X}$$

مثال: نفرض أن مجموعة من الطلبة و عددهم 10 تحصلوا كلهم على نفس العلامة و هي 13، إذن:

$$\bar{X} = 13\frac{10}{10} \rightarrow \quad \bar{X} = 13$$

2 – إذا ضربنا أو قسمنا جميع تكرارات قيم الظاهرة المدروسة في نفس العدد، فان قيمة الوسط الحسابي لا تتغير.

فإذا قسمنا جميع التكرارات ni على عدد واحد w في الصيغة 2 نجد:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi(ni/w)}{\sum_{i=1}^{n}(ni/w)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini\left(\frac{1}{w}\right)}{\sum_{i=1}^{n} ni\left(\frac{1}{w}\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni(\frac{1}{w})\left(\frac{w}{1}\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \bar{X}$$

3 – مجموع جداء انحرافات قيم الظاهرة المدروسة عن وسطها في تكراراتها معدوم، أي:

$$\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{Xi} - \bar{X})\ ni = 0$$

نعلم أن

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

إذن: $\bar{X}\sum_{i=1}^{n} ni = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{X}ini$

و منه:

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{X}ini - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} ni = 0 \ \rightarrow \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}}(\mathbf{Xi} - \bar{X})\ ni = 0$$

4 – إذا طرحنا أو أضفنا عددا ثابتا من كل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة، فان الوسط الحسابي لهذه القيم بعد تعديلها، سيكون أكبر أو أصغر من وسطها الحسابي قبل التعديل وبمقدار العدد الثابت.

فمثلا إذا طرحنا العدد الثابت V من كل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة(X_1، X_2،...،X_n)

عندئذ: نحصل على قيم جديدة للظاهرة قيمها من الشكل: $\grave{X}_i = X_i - V$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-V)ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \frac{\sum_{i=1}^{n} Vni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \bar{X} - V\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \bar{X} - V$$

5 – إذا قسمنا أو ضربنا جميع قيم الظاهرة المدروسة على عدد ثابت V فان قيمة الوسط الحسابي لهذه القيم الجديدة (بعد التعديل) ستقل أو تزيد عن وسطها الحسابي قبل التعديل بعدد من المرات يساوي العدد الثابت V أي:

لنفرض أننا قسمنا قيم الظاهرة على V و حصلنا على قيم جديدة معدلة من الشكل:

$$X_i = \grave{X}_i/V$$

فان: $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{Xi}{V} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{V} Xi\ ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{1}{V} \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{1}{V} \overline{X}$$

7 – يعتبر الوسط الحسابي أفضل مقاييس النزعة المركزية في حالة الجداول المغلقة.

5– الوسط الحسابي بطريقة الوسط الحسابي الفرضي أو المفترض:

إن الصيغة التي يحسب بها الوسط الحسابي بالطريقة الفرضية يمكن إعطاؤها على النحو التالي:

$$\boxed{\overline{X} = V + \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\acute{X}_1 - V}{w} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

سنشرح استخدام هذه العلاقة من خلال المثال التالي:

لنفرض أنه توفرت لدينا البيانات الإحصائية الموضحة في الجدول أدناه و التي تمثل توزيع 330 قطعة أرض لاستغلالها زراعيا حسب مساحتها(هآر):

جدول رقم16: جدول إحصائي لتوزيع 330 قطعة أرض لاستغلالها زراعيا(مثال لحساب الوسط الحسابي الفرضي):

$\acute{X}_1 in$	$\frac{X_1 - 4.5}{1} ni$	$\frac{X_1 - 4.5}{1}$	$X_1 - 4.5$	مركز الفئة	الاستغلال الزراعي(ni)	المساحة(Xi)
17.5	140−	4−	4−	0.5	35	]1 .0]
45	90−	3−	3−	1.5	30	]2.1]
62.5	50−	2−	2−	2.5	25	]3.2]
189	54−	1−	1−	3.5	54	]4.3]
450	0	0	0	4.5	100	]5.4]
440	80	1	1	5.5	80	]6.5]
39	12	2	2	6.5	6	]7.6]
1243	242−	/	/	/	330	$\sum$

الأعمدة 6،5،4،3 من الجدول السابق تبين الخطوات التفصيلية لحساب الوسط الحسابي وفق الصيغة السابقة لحساب الوسط الفرضي، فالخطوة الأولى تتمثل في تحديد مراكز الفئات، الخطوة الثانية: تحديد وسط حسابي مفترض(أي عدد ثابت V)، و يفضل أن يكون أحد مراكز الفئات و في العادة يكون مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار، الخطوة التالية هي حساب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي المفترض أي(مركز الفئة مطروح منه القيمة المفترضة)، بعدها نقوم بتقسيم كل قيمة سابقة(مركز الفئة مطروح منه القيمة المفترضة) على العدد الثابت w و يفضل أن يكون مساوي لطول الفئة و أخيرا ضرب قيمة ما سبق حسابه في الخطوة السابقة في التكرارات المقابلة لها.

فبالتعويض في الصيغة الفرضية نجد:

$$\bar{x} = 4.5 + \frac{-242}{330} 1 = 3.76 \text{ هآر}$$

ملاحظة:

إن الصيغة السابقة لحساب الوسط الفرضي لا تستخدم إلا إذا كانت الفئات متساوية في الطول أما إذا كانت غير ذلك فإننا نستخدم الصيغة التالية:

$$\bar{X} = V + \frac{\sum_{i=1}^{n}(\acute{X}_1 - V)ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

- في حالة متغير كمي منقطع بتكرارات يتم حساب الوسط الحسابي بالطريقة الفرضية كما يلي:

$$\bar{X} = V + \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{Xi} - V)ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

- في حالة متغير كمي منقطع بدون تكرارات يتم حساب الوسط الحسابي بالطريقة الفرضية كما يلي:

$$\bar{X} = V + \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{Xi} - V)}{N}$$

- الطريقة المباشرة و الطريقة الفرضية في كل حالة من الحالات السابقة تعطينا نفس قيمة الوسط الحسابي.

مثال:

بالرجوع للمثال السابق فان قيمة المتوسط الحسابي وفق الطريقة المباشرة هو:

$$\bar{\text{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X\acute{i} * ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{1243}{330} = 3.76 \text{ هآر}$$

ثانيا: الوسط الهندسي:

يمكن شرح الوسط الهندسي من خلال الحالات التي تعطى فيها البيانات:

1 – الوسط الهندسي للبيانات غير المبوبة:

الوسط الهندسي G لمجموعة من القيم الموجبة التي تأخذها الظاهرة المدروسة و التي عددها N

هو $\sqrt[N]{\quad {}_1X_2 \dots \dots X_n}$

فإذا أخذنا لوغاريتم الوسط الهندسي نجد:

$$G = \sqrt[N]{X_1X_2 \dots \dots X_n} \rightarrow \log G = \log \sqrt[N]{X_1X_2 \dots \dots X_n}$$

$$\log G = 1/N \log(\textstyle\sum_{i=1}^{n} X_i) \rightarrow \log G = 1/N \sum_{i=1}^{n} \log X_i$$

$$\log G = 1/N\ (\log X_1 + \log X_{2+\dots+} \log X_n).$$

$$= 10^{1/N\ (\log X_1 + \log X_{2+\dots+} \log X_n)} G$$

أي أن لوغاريتم الوسط الهندسي لمجموعة من القيم يساوي الوسط الحسابي للوغاريتمات هذه القيم.

مثال :

نفرض أنه خلال 5 سنوات الأخيرة كان عدد المترشحين من الطلبة لاجتياز مسابقة الدكتوراه لكلية العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير ببومرداس هو على النحو التالي : 294،116،300،120،270. و المطلوب هو إيجاد الوسط الهندسي لهذه القيم؟

الحل:

$$G = \sqrt[5]{300 * 116 * 294 * 270 * 120} = (300 * 116 * 294 * 270 * 120)^{1/5}$$

$$\log G = \frac{1}{5} \log(300 * 116 * 294 * 270 * 120)$$

$$\log G = 2.3038.$$

$$G = 10^{2.3038} \rightarrow G = 201.27$$

إذن متوسط عدد الطلبة هو **201 طالب.**

في هذا المثال نسمي هذا الوسط بالوسط الهندسي البسيط و الذي لم تتكرر فيه قيم الظاهرة أكثر من مرة.

2 – الوسط الهندسي لبيانات مبوبة(مكررة):

في حالة العكس يعني وجود التكرارات فإننا نستعمل الصيغة التالية لحساب الوسط الهندسي:

$$G = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} ni]{X1^{n1} * X2^{n2} * \dots Xn^{nk}}$$

$\log G = 1/\sum_{i=1}^{n} ni\ (\log(X1)^{n1} + \log(X2)^{n2} + \cdots + \log(Xn)^{nk})$.

$\log G = 1/\sum_{i=1}^{n} ni\ (n_1 \log X_1 + n_2 \log X_2 + \cdots n_k \log X_k)$

$\log G = 1/\sum_{i=1}^{n} ni\ (\sum_{i=1}^{n} n_i \log(\mathrm{X}i))$

$$G = 10^{\frac{(\sum_{i=1}^{n} [\![n_i \log(\mathrm{X}i)]\!])}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

مثال:

نأخذ نفس المثال فقط عوض 5 سنوات نأخذ 10 سنوات و التي كان فيها عدد المترشحين كما يلي:

جدول رقم 17: مثال عن كيفية حساب الوسط الهندسي لبيانات كمية منقطعة بتكرارات

$n_i \log(X_i)$	$\log(X_i)$	n_i	X_i
0	0	270	1
34.91	0.30	116	2
143.13	0.47	300	3
72.24	0.60	120	4
188.72	0.69	270	5
93.37	0.77	120	6
97.44	0.84	116	7
108	0.90	120	8
114.50	0.95	120	9
270	1	270	10
1123.09	/	**1822**	**Σ**

في هذه الحالة فان الوسط الهندسي هو:

$$G = 10^{\frac{(\sum_{i=1}^{n} [\![n_i \log(\mathrm{X}i)]\!])}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

$$\frac{(\sum_{i=1}^{n} [\![n_i \log(\mathrm{X}i)]\!])}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{1123.09}{1822} = 0.61$$

$$G = 10^{0.61} = \mathbf{4.07}$$

3 – الوسط الهندسي لبيانات مبوبة على شكل فئات:

في حالة تبويب البيانات على شكل فئات، فإننا نستعمل الصيغة المستعملة في حالة بيانات مبوبة فقط نعمل عليها تغيير هو أننا نأخذ مراكز الفئات بدلا من القيم نفسها.

مثال:

تمثل القائمة التالية نتائج 20 طالب في مقياس الانجليزية التجارية: 11.75–9.5،17–10 –12.25 –12–15–9.25–10.25–14–12.5–14–11.25–12–16.75–11.25–15–10–15–11.5–10.

أحسب المتوسط الهندسي لهذه العلامات؟

الحل:

- نكون الفئات بطريقة ستورجس كما سبق شرحها.
- تعيين مراكز الفئات.
- إيجاد قيم لوغاريتمات مراكز الفئات.
- ضرب لوغاريتمات مراكز الفئات في تكرارات الفئات.
- جمع حواصل الضرب و قسمتها على مجموع التكرارات لنجد لوغاريتم G

هذه الخطوات موضحة في الجدول الموالي:

جدول رقم 18: مثال عن كيفية حساب الوسط الهندسي لبيانات كمية مستمرة

X_i الفئات		$\acute{X}_i$ مراكز الفئات		
[9.25– 10.54[	9.89	6	0.995	5.97
[10.54–11.83 [	11.18	4	1.048	4.192
[11.83–13.12[	12.47	3	1.095	3.285
[13.12–14.41[	13.76	2	1.138	2.276
[14.41–15.70[	15.05	3	1.117	3.531
[15.70–17[	16.35	2	1.213	2.426
∑	/	20	/	21.680

$$G = \sqrt[20]{9.89^6 * 11.18^4 * \dots 16.35^2}$$

$$\log G = 1/20(6\log(9.89) + 4\log(11.18) + \cdots 2\log(16.35))$$

$$\log G = 1.084 \rightarrow G = 10^{1.084} = 12.13$$

إذن متوسط علامات الطلبة في مقياس الانجليزية التجارية هو **12.13**.

ملاحظة:

الوسط الهندسي قليل الاستخدام مقارنة بالوسط الحسابي فهو يستخدم عادة في حساب الأرقام القياسية و حساب المعدلات أو نسب الزيادة في الظواهر الاقتصادية(معدل التضخم، معدل سعر الفائدة،...)

مثال2:

ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي و المطلوب حساب المتوسط الهندسي له:

جدول رقم 19: مثال 2 عن كيفية حساب الوسط الهندسي لبيانات كمية مستمرة

$\sum$	]100.80]	]80.50]	]50.40]	]40.20]	]20.10]	X_i
92	14	24	19	26	9	n_i
/	90	65	45	30	15	$\dot{X}_i$
/	1.95	1.81	1.65	1.47	1.17	$\log \dot{X}_i$
150.84	27.3	43.44	31.35	38.22	10.53	$n_i \log \dot{X}_i$

$$G = 10^{\frac{(\sum_{i=1}^{n} [\![n_i \log(Xi)]\!])}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

$$\frac{(\sum_{i=1}^{n} [\![n_i \log(Xi)]\!])}{\sum_{i=1}^{n} ni} = 1.6392/150.84$$

$$G = 10^{1.63} = 42.65$$

ثالثا : الوسط التوافقي:

إلى جانب الوسط الحسابي، فالوسط التوافقي أيضا يمثل الرقم الوسطي الممثل لجميع وحدات المجتمع الإحصائي المدروس و يحسب بالاعتماد على قيم الظاهرة المدروسة و بالضبط بمقلوبها ، نرمز له H ، قد يكون بسيطا أو مرجحا مثل الوسط الحسابي.

1 – الوسط التوافقي للبيانات غير المبوبة:

يحسب الوسط التوافقي البسيط(في حالة كمي منقطع بدون تكرارات) بالصيغة التالية:

$$\mathbf{H} = \frac{\boldsymbol{N}}{\sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{Xi}}}$$

بحيث: $\frac{1}{Xi}$ يمثل مقلوب القيمة الإحصائية و N : يمثل عدد القيم أو مجموعها .

مثال:

ليكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية و المطلوب إيجاد الوسط التوافقي:

15 – 17 –20 –22 –10–13.

الحل: الوسط التوافقي يحسب كما يلي:

$$\mathrm{H} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Xi}} = \frac{6}{\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{20}+\frac{1}{22}+\frac{1}{10}+\frac{1}{13}} = \frac{6}{0.37} = 16.21$$

2 – الوسط التوافقي لبيانات مبوبة(كمي منقطع بتكرارات):

الوسط التوافقي المرجح(كمي منقطع بتكرارات) فهو يحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{H} = \frac{\sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{ni}}{\sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{ni}\ \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{Xi}}}$$

مثال:

نفرض أن الشركة XX للنقل تملك 3 شاحنات تحول السلع المنتجة بين الجزائر العاصمة ووهران، إحدى هذه الشاحنات و في نقلها للسلعة بين الجزائر العاصمة و رويبة في إحدى رحلات توزيع البضاعة ل 15 شاحنة سجلت هذه الأخيرة السرعات المتوسطة الممثلة في الجدول التالي (الوحدة كم/سا):

جدول رقم 20: جدولا إحصائيا توضيحيا لكيفية حساب الوسط التوافقي لمتغير كمي منقطع بتكرارات

السرعة المتوسطة	40	60	70
عدد الشاحنات	7	5	3

ما هي السرعة المتوسطة الإجمالية للشاحنات؟

الحل:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni\ \frac{1}{Xi}} = \frac{15}{\frac{7}{40}+\frac{5}{60}+\frac{3}{70}} = 49.80 \text{ km/h.}$$

إذن : السرعة المتوسطة لمجمل الشاحنات هي 49.8 كم/سا.

3 – الوسط التوافقي لبيانات مبوبة على شكل فئات:

في حالة المتغير الكمي المستمر نستعمل نفس صيغة الوسط التوافقي في حالة متغير كمي منقطع بتكرارات فقط نعوض مقلوب القيم بمقلوب مراكز الفئات.

مثال:لنأخذ نفس المثال المأخوذ في حساب الوسط الهندسي لمتغير كمي مستمر :

جدول رقم 21: مثال عن كيفية حساب الوسط التوافقي لبيانات كمية مستمرة

X_i	]20.10]	]40.20]	]50.40]	]80.50]	]100.80]	$\sum$
n_i	9	26	19	24	14	92
X_i	15	30	45	65	90	/
n_i/X_i	0.6	0.86	0.42	0.36	0.15	2.39

لحساب الوسط التوافقي نستعمل الصيغة التالية:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{\sum_{i=1}^{n} ni\ \frac{1}{Xi}}$$

$$H = \frac{92}{2.39} = 38.49$$

ملاحظة:

– إن استخدام صيغة الوسط الحسابي أو التوافقي يتوقف إلى حد كبير على طبيعة البيانات الإحصائية المتوفرة.

– يستخدم الوسط التوافقي في حساب متوسط معدل الزيادة في الربح أو متوسط السرعة في رحلة معينة [12] و كذا عندما تكون العلاقة بين متغيرين يعبر عنها بشكل عكسي(مثل الطلب على سلعة معينة و سعرها).

رابعا: الوسط التربيعي:

إن مدلول الوسط التربيعي و الذي يرمز له Q مفهوم من اسمه أنه يعتمد على مربع القيم و يمكن حسابه كما يلي:

1 – في حالة بيانات غير مبوبة:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N}}$$

مثال:

ليكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية و المطلوب إيجاد الوسط التربيعي:

15 – 17 –20 –22 –10–13.

الحل:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{15^2+17^2+20^2+22^2+10^2+13^2}{6}} = \sqrt{\frac{1667}{6}} = 16.66$$

2 – في حالة بيانات مبوبة (متغير كمي منقطع بتكرارات):

في حالة بيانات مبوبة (متغير كمي منقطع بتكرارات) فإن الوسط التربيعي يعطى بالعلاقة التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$$

مثال:

ليكن لدينا المثال التالي:نفس المثال المأخوذ في حالة حساب الوسط الحسابي لمتغير كمي منقطع بتكرارات.

---

[12] شفيق العتوم، **طرق الإحصاء، تطبيقات اقتصادية و إدارية باستخدام spss** ، دار المناهج للنشر و التوزيع، الأردن،2008، ص 127.

جدول رقم 22: مثال عن كيفية حساب الوسط التربيعي لبيانات كمية منقطعة بتكرارات

النتيجة المحصل عليها: X_i	عدد الطلبة (ni)		
11	5	121	605
12.25	2	150.06	300.12
13	1	169	169
14.5	1	210.25	210.25
15.5	1	240.25	240.25
المجموع	10		1524.62

لحساب الوسط التربيعي نعتمد على العلاقة الخاصة بذلك فنجد:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}} = \sqrt{\frac{1524.62}{10}} = 12.34$$

3- **في حالة بيانات مبوبة على شكل فئات:**

في هذه الحالة فان قيمة الوسط التربيعي تعطى بنفس العلاقة السابقة فقط نجرى على هذه الأخيرة تغيير طفيف هو عوض أن نضع مربع القيم نضع مربع مراكز الفئات أي:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \acute{X}_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$$

مثال: لنعد إلى المثال المعتمد عليه في حساب المتوسط الحسابي لمتغير كمي مستمر :

جدول رقم 23: مثال عن كيفية حساب الوسط التربيعي لبيانات كمية مستمرة

X_i	]20.10]	]40.20]	]50.40]	]80.50]	]100.80]	Σ
n_i	9	26	19	24	14	**92**
$\acute{X}_i$	15	30	45	65	90	/
$\acute{X}_i^2$	225	900	2025	4225	8100	/
$n_i \acute{X}_i^2$	2025	23400	38475	101400	113400	**278700**

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \acute{X}_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}} = \sqrt{\frac{278700}{92}} = 55.03$$

ملاحظة هامة: إن المتوسطات الأربعة التي تكلمنا عليها (الحسابي، الهندسي، التوافقي و التربيعي) تربطها علاقة يمكن التعبير عنها بمتراجحة دائما تكون من الشكل:

$$H \leq G \leq \bar{X} \leq Q$$

و فعلا إذا لاحظنا قيم هذه المتوسطات الأربعة المتحصل عليها من خلال اعتمادنا على نفس المثال في حالة متغير كمي مستمر نجدها مرتبة كما يلي:

$\bar{X} = 49.89$، $Q = 55.03$, $H = 38.49$, $G = 42.65$, 49.89

$$38.49 \leq 42.65 \leq 49.89 \leq 55.03$$

$$H \leq G \leq \bar{X} \leq Q$$

ملاحظة أخرى: هذه المتراجحة تنطبق في كل أنواع المتغير الإحصائي(متغير كمي منقطع بدون تكرارات، بتكرارات، متغير كمي مستمر)

خامسا: الوسيط:

ثاني أهم مقياس النزعة مركزية هو الوسيط.

1- تعريف الوسيط

الوسيط و الذي نرمز له ب Me هو القيمة التي تقسم مجموعة القيم الإحصائية التي تأخذها الظاهرة محل الدراسة إلى قسمين متساويين بحيث يكون عدد القيم الأكبر من قيمة الوسيط مساويا لعدد القيم الأصغر منها، و لإيجاد الوسيط يجب أولا ترتيب السلسلة أو القيم ترتيبا تصاعديا أو تنازليا.

و يعرف بتعريف آخر بأنه:" الوسيط لمجموعة من الأعداد المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا هو العدد الأوسط منها إذا كان عددها فردي و الوسط الحسابي للعددين الأوسطين في المجموعة إذا كان عددها زوجي."[13]

[13] محمد صبحي أبو صالح، **مبادىء الإحصاء**، دار اليازوري للنشر ، الأردن،2007، ص 89.

2- طرق حساب الوسيط:

1.2 – حالة بيانات غير مبوبة:

في حالة البيانات غير المبوبة نتبع الخطوات التالية لحساب الوسيط:

– ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا.

– البحث عن رتبة الوسيط و هذه الأخيرة تتعلق بطبيعة عدد المفردات، فإذا كان عدد المفردات و قيمة الوسيط تساوي القيمة ذات الرتبة السابقة $\frac{n+1}{2}$ n فردي فان رتبة الوسيط تساوي

، و قيمة الوسيط تمثل الرتبتين : $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$ أما اذا كان n زوجي فأن رتبة الوسيط تكون بين الوسط الحسابي للقيمتين ذات الرتبتين السابقتين.

سبعة طلبة تحصلوا على العلامات التالية في مقياس الرياضيات:

$16-14-9-12-11-10-13$.

لنرتب هذه القيم ترتيبا تصاعديا: $9-10-11-12-13-14-16$

لدينا عدد المفردات هو 7 (فردي) إذن رتبة الوسيط هي $\frac{n+1}{2}$ و تساوي 4

و بالتالي الوسيط هو القيمة التي تقابل الرتبة 4 أي **Me = 12.**

مثال 2:

عشر طلبة تحصلوا على العلامات التالية في مقياس الاقتصاد الجزئي:

$16-15-14-10-9.5-11-14.25-12-11.75-10.25$.

لنرتب هذه المفردات ترتيبا تنازليا: $16-15-14.25-14-12-11.75-11-10.5-10-9.5$

بمأن عدد المفردات زوجي، إذن رتبة الوسيط هي بين $\frac{n}{2}$ و (n/2)+1 أي 2/10 = 5 و 5+1=6

إذن الوسيط **Me =(12+11.75)/2= 11.87.**

2.2 – حالة البيانات المبوبة:

في حالة ما إذا كان لدينا متغير كمي منقطع بتكرارات، فان رتبة الوسيط دائما تساوي مجموع التكرارات مقسوما على2 ، أما قيمة الوسيط فتكون القيمة الإحصائية التي تقابل قيمة الرتبة أو قيمة تليها مباشرة في عمود التكرار المتجمع الصاعد للتوزيع الإحصائي.

مثال:

بينت دراسة إحصائية في إحدى المدن توزيع 500 عائلة حسب عدد الأطفال كما يلي:

جدول رقم 24: مثال عن كيفية حساب الوسيط في حالة متغير كمي منقطع بتكرارات

عدد الأطفال(Xi)	عدد العائلات(ni)	التكرار التجميعي الصاعد	التكرار التجميعي النازل
0	50	50	500
1	120	170	450
2	130	300	330
3	110	410	20
4	90	500	90
المجموع	500	/	/

في هذه الحالة رتبة الوسيط تساوي (2/500) = 250 هذه الأخيرة لا توجد في عمود التكرار المتجمع الصاعد إذن نأخذ القيمة الأكبر منها مباشرة أي القيمة 300 و بالتالي قيمة الوسيط هي القيمة التي تقابل القيمة300 أي eM = 2 أي عدد العائلات التي يقل عدد أطفالها 2 يساوي عدد العائلات التي يزيد عدد أطفالها عن 2.

أو بتفسير آخر 50% من العائلات يقل عدد أطفالها عن 2 و 50% من العائلات المتبقية يزيد عدد أطفالهم عن 2.

3.2 حالة البيانات المبوبة في شكل فئات:

في حالة تجميع البيانات في فئات، فان نقطة البدء لحساب الوسيط هو البحث عن الفئة الوسيطية و هي الفئة التي تحوي الوسيط و التي نجدها بناءا على رتبة الوسيط بحيث نقوم بإنشاء عمود التكرار المتجمع الصاعد أو النازل ثم نبحث عن رتبة الوسيط التي تكون مساوية دائما لمجموع التكرارات مقسوما على 2 فإذا كانت هذه القيمة (رتبة الوسيط) موجودة في عمود التكرار المتجمع فالفئة التي تضمها تسمى بالفئة الوسيطية أما إذا لم نجد رتبة الوسيط في العمود نأخذ القيمة الأكبر منها مباشرة و تقابلها الفئة الوسيطية، بعدها نحسب الوسيط بإحدى العلاقتين التاليتين:

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}}\mathrm{k} \quad \text{أو} \quad M_e = X_{max} - \frac{F_{M_e} - \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2}}{n_{M_e}}\mathrm{k}$$

حيث: $\sum_{i=1}^{n} ni$ يمثل مجموع التكرارات،

X_{min} و X_{max} يمثلان على الترتيب الحد الأدنى و الأعلى للفئة الوسيطية،

F_{M_e-1} يمثل التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية

k يمثل طول الفئة الوسيطية.

مثال: ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي و المطلوب حساب الوسيط:

جدول رقم 25: مثال عن كيفية حساب الوسيط في حالة متغير كمي مستمر

X_i	]20.10]	]40.20]	]50.40]	]80.50]	]100.80]	Σ
n_i	9	26	19	24	14	92
X_i	15	30	45	65	90	/
$F\nearrow$	9	35	54	78	92	/

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} = 92/2=46$$

رتبة الوسيط هي 46 إذن نبحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع الصاعد و إلا قيمة تليها(الأكبر منها مباشرة) نلاحظ في الجدول أن هذه القيمة لا توجد في عمود التكرار المتجمع الصاعد و بالتالي نأخذ القيمة 54 و بالتالي فالفئة]50.40] هي الفئة الوسيطية نطبق العلاقة الخاصة بالوسيط نجد:

$$M_e = X_{max} - \frac{F_{M_e-1} - \frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2}}{n_{M_e}} k = 50 - \frac{54-46}{19} 10 = 45.78$$

$$M_e = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{M_e-1}}{n_{M_e}} k = 40 + \frac{46-35}{19} 10 = 45.78$$

3- تعيين قيمة الوسيط بيانيا:

يمكن تحديد قيمة الوسيط بيانيا و ذلك بتمثيل البيانات الإحصائية على رسم بياني يتضمن إحداثيتين، أحداهما سينية(محور السينات و نمثل عليه الفئات) و الأخرى عينية(محور العينات و نمثل فيه التكرار المتجمع الصاعد أو/ و النازل) و بالتالي فلتعيين قيمة الوسيط بيانيا نقوم برسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد و/أو النازل أولا ،ففي حالة رسم إحدى المنحنيات نقوم بإسقاط النقطة ذات الترتيبة $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2}$ على محور الفواصل لنحصل على قيمة الوسيط، أما في حالة رسم المنحنيين معا على معلم واحد فقيمة الوسيط تمثل فاصلة نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

مثال: يمكن توضيح كيفية تعيين الوسيط بيانيا استنادا للمثال الموضح في الجدول 13 لكيفية رسم كلا من منحنى التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

4- خصائص الوسيط:

يتميز الوسيط بجملة من الخصائص نوردها فيما يلي:[14]

- يتغير الوسيط كلما غيرنا أطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري، إذن يتميز الوسيط بعدم الثبات.
- لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة بل يتأثر بترتيبها.
- يقسم المدرج التكراري إلى قسمين متساويين.
- يستعمل في عدة مجالات لا سيما في دراسة الأجور و الأسعار و الوفيات و كذا المدة المتوسطة للحياة،الخ...
- يستخدم في التوزيعات التكرارية المفتوحة و هو أفضل مقياس نزعة مركزية في هذه الحالة.

سادسا: المنوال:

يعتبر المنوال ثالث مقاييس النزعة المركزية و يتم تعريفه كما يلي:

1- تعريف المنوال في حالة بيانات غير مبوبة:

منوال مجموعة من القيم هو القيمة الإحصائية الأكثر تكرارا أو شيوعا أو انتشارا مقارنة مع بقية القيم.

مثال:

إذا كانت لدينا السلسلة الإحصائية التالية لعلامات الطلبة: 14،11،12،14،14،10. فان منوالها هو القيمة أو العلامة 14 لأنها تكررت أكثر من بقية العلامات(3مرات)

2- **الحالات الممكنة لقيم المنوال:**

1.2 – السلسلة وحيدة المنوال:

تكون السلسلة الإحصائية وحيدة المنوال إذا كانت فيها قيمة واحدة تتكرر أكثر من باقي القيم الممثلة للسلسلة مثل المثال السابق.

2.2 – السلسة ثنائية المنوال:

تكون السلسلة ثنائية المنوال إذا كانت فيها قيمتين تكررت أكثر من بقية القيم الممثلة للسلسلة.

---

[14]جيلالي جلاطو، **الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة**، ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر، 2002، ص 45.

مثال:

ليكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية: 7− 15− 12.25 −11.5− 15 −10 −11.5 −15 −10 −11.5 −15 −10 −
.11.5

نلاحظ أن القيمة15 و القيمة11.5 تكررتا 3 مرات أما باقي القيم تكررت بمقدار أقل(7 مرة واحدة، 12.25 مرة واحدة،10 مرتين)، إذن منوال السلسلة هو : Mo_1 =15 و Mo_2 = 11.5

3.2 – السلسلة متعددة المنوال:

تكون السلسلة الإحصائية متعددة المنوال إذا كانت كل القيم تتكرر بنفس المرات(أكثر من مرة)

مثال السلسلة: 5 – 5 – 5 –2 – 2 – 2 –1 – 1 – 1 .

4.2 – السلسلة عديمة المنوال:

نقول عن سلسلة إحصائية أنها عديمة المنوال إذا لم نجد و لا قيمة تكررت أكثر من أخرى.(كل القيم تكررت مرة واحدة)

مثال: السلسلة:7 – 10 – 12 – 14 –15 –19

3 – طرق حساب المنوال في حالة بيانات مبوبة على شكل فئات:

عندما تكون البيانات مبوبة في شكل فئات و تكرارات لهذه الفئات فلتعيين المنوال نقوم بحسابه بإحدى الطرق التالية:

1.3: طريقة الفروقات أو طريقة كارل بيرسون:

في هذه الطريقة نقوم أولا بتعيين موقع الفئة المنوالية أي الفئة ذات أكبر تكرار مقارنة مع بقية الفئات، بعدها نقوم بتعيين قيمة المنوال بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{M_o} = \boldsymbol{X_{min}} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)}\, \mathbf{K}\ /$$

$\boldsymbol{X_{min}}$: الحد الأدنى للفئة المنوالية،

Δ_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة السابقة لها.

Δ_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة اللاحقة بها.

K : طول الفئة المنوالية.

ملاحظة : في حالة فئات غير متساوية في الطول نقوم بتعديل التكرار المطلق قبل حساب المنوال(بنفس طريقة التعديل في حالة رسم المدرج التكراري لفئات غير متساوية في الطول) و يصبح لدينا: الفئة المنوالية هي الفئة ذات أكبر تكرار معدل،

Δ_1 : الفرق بين التكرار المعدل للفئة المنوالية والتكرار المعدل للفئة السابقة لها.

Δ_2: الفرق بين التكرار المعدل للفئة المنوالية و التكرار المعدل للفئة اللاحقة بها.

K: طول الفئة المنوالية بعد التعديل.

مثال:

لنأخذ مثال عن بيانات مبوبة(فئات متساوية في الطول)

السلسلة الإحصائية التالية تمثل أطوال 105 طالب(الوحدة بالسنتيمتر) و المطلوب هو إيجاد المنوال؟

جدول رقم 26: مثال عن كيفية حساب االمنوال في حالة متغير كمي مستمر(فئات متساوية في الطول)

الطول	[160.150[	[170.160[	[180.170[	[190.180[	**المجموع**
عدد الطلبة	10	30	60	5	**105**

الحل:

لإيجاد المنوال: نقوم أولا بتحديد الفئة المنوالية أي الفئة ذات أكبر تكرار و هي الفئة: [180.170[

إذن المنوال يقع في هذه الفئة و قيمته تتراوح في هذا المجال.

نحسب الآن قيمة المنوال بالعلاقة السابقة فنجده يساوي:

$$M_o = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)} \text{K}$$

$$M_o = 170+ \frac{60-30}{((60-30)+(60-5))} 10 \rightarrow$$

$$\boldsymbol{M_o = 173.5 \text{ cm}}$$

تفسير قيمته:

نقول أن أغلبية الطلبة طولهم173.5 cm أو الطول الأكثر انتشارا أو شيوعا بين الطلبة هو 173.5 cm

مثال 2:

نأخذ الآن مثال في حالة فئات غير متساوية في الطول: ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي و المطلوب هو إيجاد المنوال:

جدول رقم 27: مثال عن كيفية حساب المنوال في حالة متغير كمي مستمر(فئات غير متساوية في الطول).

الفئات	[1.0]	[2.1]	[3.2]	[5.3]	[10.5]	[20.10]	[22.20]	المجموع
التكرار	25	30	25	54	100	80	6	320
طول الفئة	1	1	1	2	5	10	2	/
التكرار المعدل	25	30	25	27	20	8	3	/

بماأن الفئات غير متساوية في الطول فإننا نعدل التكرار المطلق كما هو موضح في الجدول أعلاه.

بعدها نحدد الفئة المنوالية و هي الفئة ذات اكبر تكرار معدل و هي الفئة [2.1].

تعطى قيمة المنوال كما يلي:

$$M_o = X_{min} + \frac{\Delta_1}{(\Delta_1+\Delta_2)} \mathrm{K}$$

$$M_o = 1 + \frac{(30-25)}{(30-25)+(30-25)} 1 = 1.5$$

إذن منوال هذا التوزيع هو **1.5**.

2.3 – طريقة مركز الفئة:[15]

هي أبسط الطرق استخداما و تسمى طريقة مركز الفئة المنوالية' حيث في هذه الطريقة تكون قيمة المنوال مساوية لمركز الفئة المنوالية.

مثال: نفس المثال السابق في حالة فئات متساوية في الطول:

$$M_o = \frac{170+180}{2} = 175$$

[15] محمد راتول، مرجع سبق ذكره، ص119.

3.3 – طريقة الرافعة:[16]،

تتلخص هذه الطريقة في اعتبار الفئة المنوالية رافعة من النوع الأول، بحيث يكون المنوال ممثلا لنقطة ارتكازها، و تكرار الفئة قبل المنوالية ممثلا للقوة و تكرار الفئة بعد المنوالية ممثلا للمقاومة.

و يكون المنوال حسب قانون الرافعة كما يلي:

$ni_{Mo-1}(M_o - X_{min}) = ni_{Mo+1}(X_{max} - M_o)$ بحيث:

ni_{Mo-1} يمثل تكرار الفئة قبل المنوالية،

ni_{Mo+1} يمثل تكرار الفئة بعد المنوالية

X_{min} يمثل الحد الأدنى للفئة المنوالية.

X_{max} يمثل الحد الأعلى للفئة المنوالية

M_o يمثل المنوال

بالنشر نجد:

$$M_o ni_{Mo-1} - X_{min}\, ni_{Mo-1} = X_{max}\, ni_{Mo+1} - M_o ni_{Mo+1}$$

$M_o ni_{Mo-1} +$

$$M_o(ni_{Mo-1} + ni_{Mo+1}) = X_{min}\, ni_{Mo-1} + X_{max}\, ni_{Mo+1}$$

بتعويض X_{max} بالقيمة X_{min} + k نجد:

$$M_o(ni_{Mo-1} + ni_{Mo+1}) = X_{min}\, ni_{Mo-1} + ni_{Mo+1}(X_{min} + k)$$

بحيث k يمثل طول الفئة

$$= X_{min}\,(ni_{Mo-1} + ni_{Mo+1}) + k\; ni_{Mo+1}$$

بقسمة الطرفين على : $ni_{Mo-1} + ni_{Mo+1}$ نجد

مثال:

نستعمل نفس المثال المعتمد عليه في الطريقة الأولى(حالة فئات متساوية في الطول):

بتطبيق القانون السابق نجد:

[16] محمد كلاس، مرجع سبق ذكره، ص73.

$$M_o = 170 + \frac{5}{5+30} 10 = 171.42.$$

4 – **الطريقة البيانية لتعيين قيمة المنوال:**

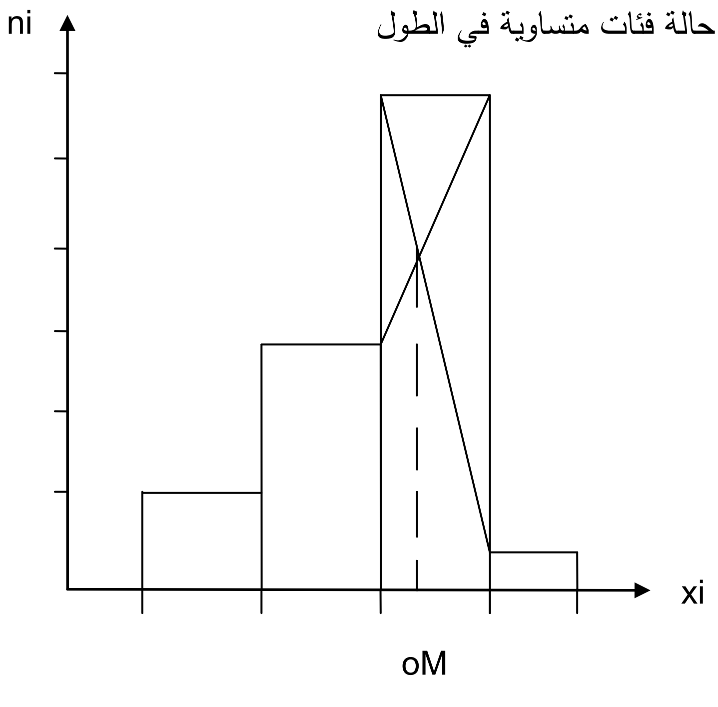
مثل الوسيط، يمكن تعيين قيمة المنوال بيانيا انطلاقا من المدرج التكراري، و ذلك بتمثيل البيانات على شكل مستطيلات متلاصقة(مدرج تكراري)، فالمستطيل الأطول هو الذي يمثل الفئة المنوالية

يتم توصيل الحد الأعلى للفئة المنوالية في المستطيل (الرأس الأيمن للقطعة المستقيمة العليا) مع الحد الأعلى للمستطيل السابق و الحد الأدنى للمستطيل الممثل للفئة المنوالية مع الحد الأدنى للفئة التالية و يتم إسقاط نقطة التقاطع على محور الفواصل فنحصل على قيمة المنوال .

مثال: بالعودة للمثال الخاص بحساب المنوال(حالة فئات متساوية في الطول)

يكون التمثيل كما يلي:

شكل رقم 9: المنوال بيانيا في حالة فئات متساوية في الطول



ملاحظة: بنفس الطريقة نعين قيمة المنوال في حالة فئات غير متساوي في الطول طبعا باستخدام التكرار المعدل لرسم المدرج التكراري.

5 – خصائص المنوال:

– يعتبر المنوال من ابسط مقاييس النزعة المركزية.

– لا يتأثر المنوال بالقيم المتطرفة لأنه لا يأخذ في الحسبان جميع القيم.

– يمكن استخدامه في جميع التوزيعات التوزيعات التكرارية سواء المفتوحة أو المغلقة.

– المنوال هو مقياس النزعة المركزية الوحيد الذي نستخدمه في الظواهر غير القابلة للقياس العددي أي الصفات أو المتغيرات الكيفية.

– يتميز المنوال عن غيره من مقاييس النزعة المركزية في كونه في بعض التوزيعات التكرارية يمكن أن يكون لدينا أكثر من منوال عكس المتوسط و الوسيط اللذان يكونان وحيدان في توزيع تكراري واحد.

6 – **العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة(الوسط الحسابي، الوسيط و المنوال):**

يمكن التعبير عن مقاييس النزعة المركزية الثلاثة في نفس الوقت بعلاقة رياضية تقريبية تعطى كما يلي:

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$$ [17]

أي بعد الوسط الحسابي عن المنوال هو ثلاث أمثال بعده عن الوسيط.

فهذه العلاقة يمكن الاسترشاد بها لحساب أحد هذه المقاييس بدلالة المقياسين الآخرين، أما إذا كان التوزيع التكراري متماثلا فإن $\bar{X} = M_o = M_e$

مثال:

إذا كان المتوسط الحسابي لتوزيع تكراري ما يساوي 80 و المنوال يساوي 50، فأوجد وسيط هذا التوزيع؟

الحل:

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e) \rightarrow (80\text{-}50) = 3(80 - M_e)$$

$$30 = 240 - 3M_e \rightarrow 3M_e = 210 \rightarrow M_e = \frac{210}{3} = 70.$$

[17] Hocine Hamdani**, <u>statistique descriptive</u>**, 5eme Édition, opu, Alger, 2006, p 85.

سابعا: المقاييس الشبيهة بمقاييس النزعة المركزية:

المقاييس الشبيهة بمقاييس النزعة المركزية تتمثل أساسا في : الربيعيات ، العشيريات و المئينات، سنتطرق بالتفصيل في هذه المطبوعة للربيعيات.

1 – تعريف الربيعيات :

الربيعيات: هي القيم الإحصائية التي تقسم البيانات الإحصائية المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إلى أربع أقسام متساوية و تسمى القيمة الفاصلة بين كل ربع و آخر بالربيعي أو القيمة الربيعية، أي أننا نحصل على ثلاث قيم ربيعية: القيمة الأولى و التي تسمى **الربيعي الأول أو الأدنى** هي القيمة التي تسبقها ربع البيانات و تليها ثلاثة أرباع البيانات نرمز لهل ب $\mathbf{Q_1}$ ، أما الثانية(**الربيعي الثاني**) تسبقها نصف البيانات و يليها النصف الثاني نرمز لها $\mathbf{Q_2}$ و في الحقيقة فهي تمثل **الوسيط،** أما القيمة الثالثة فتسبقها ثلاث أرباع البيانات و يليها ربع واحد و أخير من البيانات تسمى **بالربيعي الثالث** و نرمز لها ب $\mathbf{Q_3}$.

2– طرق حساب الربيعيات:

إن طريقة حساب الربيعيات سواء في حالة المتغير الكمي المنقطع بتكرارات أو بدون تكرارات و كذا في حالة المتغير الكمي المستمر تشبه كثيرا طريقة حساب الوسيط لهذا أسميناها المقاييس الشبيهة بمقاييس النزعة المركزية فالشيء الجوهري الذي تختلف فيه طريقة حساب الربيعيات عن الوسيط هي رتبتها.

1.2– حساب الربيعيات في حالة متغير كمي منقطع:

في حالة متغير كمي منقطع بدون تكرارات نتبع نفس الخطوات المتبعة في حالة حساب الوسيط.

الشيء الذي يتغير هو الرتبة و التي يمكن توضيحها في الجدول الموالي:

جدول رقم 28: كيفية تعيين رتب الربيعي الأول، الثاني و الثالث في حالة متغير كمي منقطع

الربيعي	الرتبة في حالة عدد المفردات فردي	الرتبة في حالة عدد المفردات زوجي
الأول	$\mathrm{t}Q_{1=\frac{N+1}{4}}$	$\mathrm{t}Q_{1=\frac{N}{4}}$ و $\mathrm{t}Q_{1=\frac{N}{4}}+1$
الثاني	$\mathrm{t}Q_{2=\frac{N+1}{2}}$	$\mathrm{t}Q_{2=\frac{N}{2}}$ و $\mathrm{t}Q_{1=\frac{N}{2}}+1$
الثالث	$\mathrm{t}Q_{3=3\,\frac{N+1}{4}}$	$\mathrm{t}Q_{3=3\,\frac{N}{4}}$ و $\mathrm{t}Q_{3=3\,\frac{N}{4}+1}$

ملاحظة: في حالة عدد المفردات زوجي، فان قيمة كل ربيعي تساوي القيمة المتوسطة للقيمتين ذات الرتبتين الموضحتين في الجدول أعلاه.

مثال: لتكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية و التي سبق تعيين الوسيط فيها(الربيعي الثاني) و المطلوب هو إيجاد الربيعي الأول و الثالث؟

السلسلة هي: 9−10−11−12−13−14−16

الحل:

بماأن عدد المفردات هو 7(فردي) إذن:

$$tQ_1 = \frac{N+1}{4} = \frac{7+1}{4} = 8/4 = 2$$

إذن قيمة الربيعي الأول هي **10**

$$tQ_3 = 3\ \frac{N+1}{4} = 3\ \frac{7+1}{4} = 6$$

إذن قيمة الربيعي الثالث هي **14**

مثال 2: نأخذ الحالة الثانية لما عدد المفردات زوجي.

8 طلبة تحصلوا على العلامات التالية في مقياس الاقتصاد الجزئي:

14−10−9.5−11−14.25−12−11.75−10.25

قبل حساب الربيعي نرتب السلسلة: 9.5−10−10.25−11−11.75−12 - 14−14.75 .

بماأن عدد المفردات زوجي:

$$tQ_{1=\frac{N}{4}} + 1 \quad \text{و} \quad tQ_{1=\frac{N}{4}} \quad \rightarrow tQ_1 = \frac{8}{4} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\mathbf{tQ_1 = \frac{8}{4} = 2}$$

إذن:

$$Q_1 = \frac{10+10.25}{2} = \mathbf{10.125}$$

أي قيمة الربيعي الأول هي 10.125

$$tQ_{3=3\frac{N}{4}+1} \quad \text{و} \quad tQ_{3=3\frac{N}{4}} \rightarrow tQ_3 = 7 \ ;\ tQ_3 = 6$$

$$Q_3 = \frac{12+14}{2} = \mathbf{13}$$

أي قيمة الربيعي الثالث هي 13

2.2- حساب الربيعيات في حالة متغير كمي منقطع بتكرارات:

يتم تحديد الربيعيات لمجموعة من القيم، بعد ترتيبها ترتيبا تصاعديا كما يلي:

- موقع أو رتبة الربيعي الأول هو: $tQ_{1}= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{ni} / \mathbf{4}$ (قيمة تسبقها 25% من البيانات و تليها 75% منها).

- موقع أو رتبة الربيعي الثاني و هو يمثل الوسيط هو $\frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{ni}}{2} = 2\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{ni} / \mathbf{4} = t\ Q_2$

(قيمة تسبقها 50% من البيانات و تليها 50% منها)

- موقع أو رتبة الربيعي الثالث هو: $tQ_3 = 3\ \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{ni}}{4}$

(قيمة تسبقها 75% من البيانات و تليها 25% منها)

مثال:

أحسب الربيعيات الثلاثة للبيانات التالية و التي تمثل توزيع مجموعة من العائلات حسب عدد الأطفال:

جدول رقم 29: مثال عن كيفية حساب الربيعيات في حالة متغير كمي منقطع بتكرارات:

عدد الأطفال	عدد العائلات	التكرار المتجمع الصاعد
0	50	50
1	120	170
2	130	300
3	110	410
4	90	500
∑	500	/

الحل:

- موقع Q_1 هو 4/500 و يساوي 125

فالمفردة125 موافقة للقيمة 1(واقعة بين قيمتي التكرار المتجمع الصاعد 50 و170)، إذن Q_1 = 1.

- موقع Q_2 هو 2/500 و يساوي 250

فالمفردة 250 موافقة للقيمة 2(واقعة بين قيمتي التكرار المتجمع الصاعد 170 و300)، إذن Q_2 = 2.

- موقع Q_3 هو4/500*3 و يساوي 375.

فالمفردة375 موافقة للقيمة 3(واقعة بين قيمتي التكرار المتجمع الصاعد 300 و410)، إذن Q_3 =3.

3.2− حساب الربيعيات في حالة متغير كمي مستمر:

في حالة تبويب البيانات في شكل فئات فان: حساب Q_1،Q_2 و Q_3 يكون على التوالي:

$$Q_1 = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} n\,i}{4} - F_{Q1-1}}{n_{Q1}} k$$

$$Q_2 = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{2} - F_{Q2-1}}{n_{Q2}} k$$

$$Q_3 = X_{min} + \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - FQ_{3-1}}{nQ_3} k$$

مثال:لنأخذ نفس مثال حساب الوسيط في حالة متغير كمي مستمر

ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي و المطلوب هو حساب Q_1 و Q_3

جدول رقم 30: مثال عن كيفية حساب الربيعيات في حالة متغير كمي مستمر:

X_i	]20.10]	]40.20]	]50.40]	]80.50]	]100.80]	$\sum$
n_i	9	26	19	24	14	**92**
X_i	15	30	45	65	90	/
$F\nearrow$	9	35	54	78	92	/

الحل:

$$Q1 = X_{min} + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} n\,i}{4} - F_{Q1-1}}{n_{Q1}} k$$

لدينا رتبة الربيعي الأول هي $\frac{\sum_{i=1}^{n} n\,i}{4}$ و تساوي 23.

إذن فئة الربيعي الأول هي: **]40.20]** و بالتالي نستطيع الآن حساب Q_1 انطلاقا من العلاقة أعلاه:

$$Q_1 = 20 + \frac{23-9}{26} 20$$

$$Q_1 = 30.76$$

و بالتالي فان قيمة الربيعي الأول هي 30.76 و نقول 25% من القيم أصغر من 30.76 و 75% من القيم المتبقية أكبر من 30.76.

أما قيمة Q_3 فهي:

$$Q_3 = \boldsymbol{X_{min}} + \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - FQ_{3-1}}{nQ_3}\,\mathbf{k}$$

رتبة Q_3 هي $\frac{\sum_{i=1}^{n} ni}{4}$ و تساوي 69

إذن فئة الربيعي الثالث هي: **]80.50]** و بالتالي و من العلاقة أعلاه لدينا:

$$Q_3 = \boldsymbol{X_{min}} + \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{n} ni}{4} - FQ_{3-1}}{nQ_3}\,\mathrm{k} = 50 + \frac{69-54}{24}30 = 68.75$$

و بالتالي فان قيمة الربيعي الثالث هي 68.75 و نقول 75% من القيم أصغر من 68.75 و 25% من القيم المتبقية أكبر من 68.75.

تمارين مقترحة حول مقاييس النزعة المركزية

التمرين الأول:

أجب عن الأسئلة التالية:

1 – ما هو مقياس النزعة المركزية المناسب في حالة الجدول المفتوح؟

2 – ما هو مقياس النزعة المركزية المناسب في حالة الجدول المغلق؟

3– ما هو مقياس النزعة المركزية الذي نحتاج فيه إلى تعديل التكرارات المطلقة و متى نقوم بذلك(التعديل) ؟

4 – عرف الربيعيات و لماذا سميت بالمقاييس الشبيهة بمقاييس النزعة المركزية؟

التمرين الثاني:

البيانات المدونة في الجدول أدناه تمثل توزيع الأرباح السنوية مقدرة بآلاف الدينارات على العاملين في إحدى المؤسسات الخاصة:

Xi	ni	F ↗	F ↘
[35،25[	.	3	.
[35،45[	10	.	117
[45،55[	.	40	.
[55،65[	35	.	.
[65،75[	.	.	.
[75،85[	10	.	.
[85،95[	.	.	.
$\sum$	120	/	/

1 – أكمل الجدول أعلاه ؟(مع توضيح كيفية الحساب)

2 – ما هو الربح الشائع ؟

3 – أوجد الربح المتوسط بطريقتين ؟

4 – أوجد الربح الوسيطي بيانيا و حسابيا و فسر النتيجة ؟

5 – ما هي نسبة المؤسسات التي أرباحها محصورة بين 73 و 92 * 10^3 دج ؟

التمرين الثالث:

تمثل البيانات التالية توزيع شركات التأمين في بعض ولايات الوطن: 12، 4، 7 ، 8، 10، 13، 3.

المطلوب: أوجد كل من الوسط الحسابي التوافقي، التربيعي و الهندسي ثم قارن بينهم ؟

التمرين الرابع:

ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي:

Xi	ni
أقل من 6	1
]8،6]	3
]9،8]	2
]11،9]	4
]14،11]	3
]16،14]	3
16 فأكثر	4
∑	

المطلوب:

1 – ما هو مقياس النزعة المركزية المناسب و لماذا ؟ أحسبه؟

2 – إذا اعتبرنا أن طول الفئة الأولى هو 2 و طول الفئة الأخيرة كذلك، فما هو في هذه الحالة مقياس النزعة المركزية المناسب و لماذا ؟ أحسبه؟

3 – مثل البيانات السابقة برسم بياني مناسب ؟

التمرين الخامس:

لدينا عينة من عمال أحد البنوك موزعين حسب مدة التغيب(بالأيام) في السنة:

Xi	ni
]5،10]	10
]10،15]	25
]15،20]	30
]20،25]	50
]25،30]	15
]30،35]	12
]50،35]	8
∑	

المطلوب:

- أحسب المتوسط الحسابي و فسر نتيجته ؟
- أحسب كل منQ_1 و Q_3 و فسر نتيجتهما ؟
- مثل البيانات السابقة بتمثيل بياني مناسب ؟

التمرين السادس:

إذا كان لدينا التوزيعات الإحصائية التالية:

ix	5	10	15	20	25	30	35
ni	5	6	10	20	10	6	5

ix	5	10	15	20	25	30	35
ni	5	6	1	15	6	2	2

ix	5	10	15	20	25	30	35
ni	1	5	9	15	14	12	8

المطلوب:

قارن بين التوزيعات الثلاثة من حيث:

1 – القيمة التي تقسم كل توزيع إحصائي إلى نصفين متساويين ؟

2 – القيمة الأكثر انتشارا في كل توزيع إحصائي ؟

3 – متوسط القيم في كل توزيع إحصائي ؟

الفصل الرابع: مقاييس التشتت

تلعب مقاييس التشتت دورا مكملا لمقاييس النزعة المركزية ففي كثير من الحالات لا يمكن الاعتماد على مقاييس النزعة المركزية وحدها في إعطاء وصف دقيق لخصائص مجموعتين أو أكثر من القيم الإحصائية خاصة أنها لا تعطي للباحث أي فكرة عن درجة تجانس توزيع الظاهرة، بمعنى آخر لا تعطي فكرة عن مدى تمركز أو انتشار القيم حول قيمة محددة، مما يدعو إلى الاستعانة بمقاييس أخرى تسمى مقاييس التشتت، فمثلا إذا كان الهدف من الدراسة الإحصائية هو مقارنة علامات مجموعتين من الطلاب في مقياس منهجية البحث العلمي التي كانت كما يلي:

المجموعة الأولى: 11 – 15.5 –12.25 – 13 –14.5–11–11–11–11–12.25.

المجموعة الثانية:15–14.5–9.75 –11.25–10–12–16–15–19 –10.

إن الوسط الحسابي لكلتا المجموعتين نفسه و يساوي 12.25 لكن تباعد القيم عن هذا الوسط في المجموعة الأولى يختلف عن المجموعة الثانية فهو صغير في الأولى و كبير في الثانية، لذلك لابد من إيجاد مقياس إحصائي يساعد في قياس مقدار تباعد قيم كل مجموعة عن وسطها الحسابي لإعطاء وصف أكثر دقة لعلامات الطلبة و هذا هو الغرض من مقاييس التشتت.

يعرف التشتت بأنه: مدى تباعد مجموعة القيم عن بعضها البعض أو عن القيمة التي تمثل مركز تلك المجموعة.[18]

و تنقسم مقاييس التشتت إلى قسمين رئيسيين:[19]

- ✓ **مقاييس التشتت المطلق:** حيث يتم الحصول على مقياس التشتت بنفس وحدة الظاهرة المدروسة و هو و إن كان يحدد لنا درجة تشتت الظاهرة إلا أنه لا يصلح مقياسا للمقارنة بين ظاهرتين أو أكثر إلا بتحقق شروط معينة منها: تساوي وحدة القياس لكلا الظاهرتين و من مقاييس التشتت المطلق:المدى، نصف المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، التباين، الانحراف المعياري
- ✓ **مقاييس التشتت النسبي** :حيث يتم الحصول عليها في شكل نسبي بحيث يتم الاستغناء على وحدات القياس أي الاعتماد على مقياس مجرد من خصائص الظاهرة و من أهمها: معامل الاختلاف.

[18] محمد راتول، مرجع سبق ذكره، ص138.
[19] ياسر أحمد السيد، **الإحصاء التطبيقي**، مكتب بستان المعرفة، مصر، 2009، ص 147.

و في ما يلي سنقوم بدراسة كل هذه المقاييس على حدى.

أولا: مقاييس التشتت المطلق:

1 – المدى أو مدى التغير

1.1 تعريفه:

- ✓ **حالة بيانات غير مبوبة:** يرمز له R و يمثل الفرق بين أكبر و أصغر قيمة في السلسلة الإحصائية، فإذا رمزنا لأكبر قيمة وأصغرها على الترتيب: X_{max} و X_{min} فإن:

$$R = X_{max} - X_{min}$$

مثال: بأخذنا للمثال السابق، فان:

في السلسلة الأولى: $R = 15.5-11 = 4.5$.

في السلسلة الثانية: $R = 16-9 = 7$.

ملاحظة:

كلما كان المدى صغير كلما أصبح التجانس بين مفردات(قيم) السلسلة الإحصائية أكثر.

- ✓ **حالة بيانات مبوبة:**

في هذه الحالة، فان المدى يمثل الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى.

مثال: بأخذنا للمثال الذي رأيناه في تحديد الوسط الهندسي لبيانات مبوبة فان:

$R = 17-9.25 = 7.75$ و هو يساوي كذلك مركز أكبر فئة – مركز أصغر فئة.[20]

ملاحظة:

إذا كانت الفئة الأولى و الأخيرة غير محدودتين فإننا نأخذ طول الفئة الأولى مساويا لطول الفئة التي تلحقها و طول الفئة الأخيرة مساويا لطول الفئة التي تسبقها [21]

مثال: لتوضيح ذلك نأخذ المثال التالي:

الجدول التالي يمثل توزيع العمال لشركة ما حسب دخلهم الشهري(الوحدة: مليون دج)

---

[20] أحمد السيد عامر، مرجع سبق ذكره، ص63.

[21] Malika Boukella-Bouzouane, Statistique descruptive, Casbah edition, Alger, p 70.

جدول رقم 31: مثال عن كيفية حساب المدى في حالة متغير كمي مستمر:

فئات الدخل الشهري	عدد العمال
أقل من 5	12
]6.5]	23
]7.6]	42
]9.7]	56
]11.9]	34
]15.11]	32
]23.15]	16
أكثر من 23	4

في هذه الحالة فان المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى.

بمأن الفئة الأخيرة غير محدودة فان طولها يساوي طول الفئة التي قبلها أي طولها يساوي 8 و بالتالي تصبح الفئة الأخيرة هي [31.23[، أما الفئة الأولى طولها يساوي طول الفئة اللاحقة بها أي 1 و بالتالي الفئة الأولى هي [5.4[و بالتالي فالمدى يساوي 31−4= 27.

2.1 خصائص المدى و عيوبه:

– يتأثر المدى بالقيم الشاذة أو المتطرفة فقط فهو لا يأخذ في الحسبان جميع القيم و بالتالي في بعض التوزيعات التكرارية لا يكون له أي معنى.

– لا يمكن استخدام المدى في التوزيعات التكرارية المفتوحة لأن حدها الأعلى و الأدنى غير معلومين.

– قد يؤدي حساب المدى إلى تفسيرات خاطئة خاصة إذا كانت هناك قيم متطرفة(صغيرة جدا أو كبيرة جدا).

مثال: ليكن لدينا السلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

إذا قمنا بحساب المدى لكلا السلسلتين فإننا نجده متساويا و مساويا ل 15، و بالتالي فنظرا لهذه النتائج يمكن القول أن السلسلتين متباينتين بنفس المقدار و لكن في الحقيقة و عند الرجوع لقيم
السلسلتين نرى أن السلسلة الأولى أكثر تشتتا مقارنة بالسلسلة الثانية و بالتالي فالمدى في هذه الحالة لا يعتبر مقياسا مناسبا للمقارنة بين تشتت السلسلتين.

و لهذا الغرض قد يلجأ الباحث إلى مقاييس أخرى أهمها:

2– المدى الربيعي I_Q: يمثل المدى الربيعي: الفرق بين الربيعي الثالث و الربيعي الأول و يعطى بالعلاقة التالية:

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

3 – الانحراف الربيعيQ: يسمى كذلك نصف المدى الربيعي و يحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{Q} = \frac{\mathbf{Q_3 - Q_1}}{\mathbf{2}}$$

4 – الانحراف المتوسط:

يعرف الانحراف المتوسط $e(x)$ بأنه الوسط الحسابي لمجموع الانحرافات المطلقة(مأخوذة بالقيمة المطلقة) للقيم عن أحد مقاييس النزعة المركزية و الذي عادة هو الوسط الحسابي.

بتعبير أبسط : الانحراف المتوسط هو مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مع إهمال الإشارة مقسوما على عددها، فهو المقياس الأكثر دقة و الأكثر استعمالا حيث يمكن حسابه بالنسبة ل: $\overline{X}$ أو M_e.[22] و يمكن حساب الانحراف المتوسط وفق العلاقة التالية:

1.4 – **الانحراف المتوسط باستعمال الوسط الحسابي:**

- ✓ **في حالة بيانات غير مبوبة:**

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - \overline{X}|}{N}$$

مثال:تمثل السلسلة الإحصائية التالية عدد الغيابات لطلبة أحد الأفواج من كلية العلوم في مقياس الإحصاء: 0،0،3،2،2،5،0،4،1،4. أحسب الانحراف المتوسط لهذه القيم؟

الحل:

نحسب أولا الوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{N} = \frac{4+1+4+0+5+2+2+3+0+0}{10}$$

$$\overline{\mathbf{X}} = \mathbf{2.1} = \mathbf{2}$$

[22] عبد الرزاق عزوز، مرجع سبق ذكره، ص220.

أو باستخدام العلاقة المرجحة:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xini}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

$$\bar{x} = \frac{(4*2) + 1 + (0*3) + 5 + (2*2) + 3}{10}$$

$$\bar{X} = 2.1 = 2.$$

$$E_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - \bar{X}|}{N} =$$

$$\frac{|(4-2)+(1-2)+(4-2)+(0-2)+(5-2)+(0-2)+(2-2)+(3-2)+(0-2)+(0-2)|}{10} = \frac{17}{10} = 1.7 \approx 2$$

إذن عدد الغيابات هو 2.

✓ **في حالة بيانات مبوبة:**

في حالة البيانات المبوبة فإن الصيغة السابقة تصبح بالشكل التالي:

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|X_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

مثال:

مثل المثال السابق: الجدول التالي يمثل توزيع الطلبة حسب عدد الغيابات:

جدول رقم 32: مثال عن كيفية حساب الانحراف المتوسط في حالة متغير كمي منقطع باستعمال الوسط الحسابي:

الغياب	التكرار	$\bar{X}$	$\lvert X_i - \bar{X} \rvert$	$ni\,\lvert X_i - \bar{X} \rvert$
0	4	2	2	8
1	1		0	0
2	1		1	1
3	1		2	2
4	2		2	4
5	1		4	4
المجموع	10		/	/

$$\bar{X} = \frac{19}{10} = 1.9 \approx 2$$

$$e_a(x) = \frac{8+0+1+2+4+4}{10} = 1.9 \approx 2$$

✓ **في حالة بيانات مبوبة على شكل فئات:**

في هذه الحالة فان الانحراف المتوسط يعطى بالعلاقة التالية:

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|\dot{X}_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

بحيث: $\dot{X}_i$مركز الفئة.

مثال: لنأخذ المثال السابق الخاص بتوزيع عمال شركة ما حسب دخلهم الشهري(مليون دج):

جدول رقم 30: مثال عن كيفية حساب الربيعيات في حالة متغير كمي مستمر:

$ni\,\lvert\dot{X}_i - \bar{X}\rvert$	$\lvert\dot{X}_i - \bar{X}\rvert$	مركز الفئة	التكرار	Xi
59.40	4.95	4.5	12	]5.4]
90.85	3.95	5.5	23	]6.5]
123.90	2.95	6.5	42	]7.6]
81.20	1.45	8	56	]9.7]
18.70	0.55	10	34	]11.9]
113.60	3.55	13	32	]15.11]
152.80	9.55	19	16	]23.15]
70.20	17.55	27	4	]31.23]
710.65	/	/	219	$\sum$

نحسب أولا الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi \cdot ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{2069.5}{219}$$

$$\bar{X} = 9.449$$

إذن متوسط الدخل هو 9.449 مليون دج

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|\dot{X}_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|\dot{X}_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{710.16}{219} = 3.24.$$

إذن الانحراف المتوسط هو 3.24 مليون دج.

2.4- الانحراف المتوسط باستعمال الوسيط:

في هذه الحالة نستبدل الوسط الحسابي بالوسيط في كل العلاقات السابقة الخاصة بالانحراف المتوسط.

فتصبح العلاقات السابقة كما يلي:

- ✓ **حالة بيانات غير مبوبة:**

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - M_e|}{N}$$

- ✓ **حالة بيانات مبوبة:**

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|X_i - M_e|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

- ✓ **حالة بيانات مبوبة على شكل فئات:**

$$e_a(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|\dot{X}_i - M_e|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

5 - الانحراف المعياري و التباين :

1.5- تعريفهما:

- ✓ **الانحراف المعياري:**

يعتبر الانحراف المعياري من أكثر مقاييس التشتت أهمية و استعمالا في الدراسات الإحصائية إذ يعرف بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و يعبر عنه رياضيا عندما يحسب لبيانات إحصائية غير مبوبة بالصيغة التالية:

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

أما عند حسابه لبيانات مبوبة، فيعبر عنه بالصيغة التالية:

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(\grave{X}_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$ / بحيث $\grave{X}_i$ مركز الفئة.

✓ **التباين:**

إن مربع الانحراف المعياري يعطينا ما يسمى **بالتباين Var(x) أو** ∂^2 و الذي يعتبر من أكثر المؤشرات الإحصائية أهمية، و الذي يعطى بالعلاقتين التاليتين:

1 في حالة متغير كمي منقطع بدون تكرارات:

$$\textbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{N}$$

2 في حالة متغير كمي منقطع بتكرارات:

$$\textbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

3 في حالة متغير كمي مستمر:

$$\textbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(\grave{X}_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

مثال:

لنأخذ السلسلة الإحصائية التي تمثل عدد غيابات الطلبة و التي كان متوسط حسابها 2. السلسلة هي:

4،1،4،0،5،2،2،3،0،0

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{35}{10}} = 1.87$$

أما التباين فهو مربع الانحراف المعياري و قيمته 3.4.

مثال 2: لنأخذ الآن مثال عن حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة على شكل فئات و ليكن المثال الخاص بتوزيع عمال شركة ما حسب دخلهم الشهري.

جدول رقم 31: مثال عن حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة على شكل فئات .

$ni(\acute{X}_i)^2$	$(\acute{X}_i)^2$	$ni(\acute{X}_i - \overline{X})^2$	$(\acute{X}_i - \overline{X})^2$	$(\acute{X}_i - \overline{X})$	مركز الفئة	التكرار	الفئات
243	20.25	294.03	24.50	-4.95	4.5	12	]5.4]
695.75	30.25	358.85	15.60	-3.95	5.5	23	]6.5]
1774.5	24.25	365.4	8.70	-2.95	6.5	42	]7.6]
3584	64	117.6	2.10	-1.45	8	56	]9.7]
3400	100	10.2	0.30	0.55	10	34	]11.9]
5408	169	403.2	12.60	3.55	13	32	]15.11]
5776	361	1459.24	91.20	9.55	19	16	]23.15]
2916	729	1232	308.00	17.55	27	4	]31.23]
23797.25	/	4240.52	/	/	/	219	المجموع

الحل: نحسب أولا الوسط الحسابي:

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X\acute{i} * ni}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{2069.5}{219} = 9.449$$

$$\overline{\mathbf{X}} \approx \mathbf{9.45}$$

نحسب الآن الانحراف المعياري بالعلاقة السابقة:

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,(\acute{X}_i - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni}}$$

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{4240.52}{219}}$$

$$\partial(x) = \sqrt{19.36}$$

$$\partial(x) = 4.4$$

ملاحظة:

يمكن كذلك حساب التباين بصيغة أخرى تسمى الطريقة الموسعة و هذه الصيغة أو الطريقة مشتقة من الطريقة الأولى فمن خلالها يتم حساب كل من التباين و الانحراف المعياري كما يلي:

$$\mathbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\mathbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (nixi)^2}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \bar{x}^2$$

$$\mathbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (nix\acute{i})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \bar{x}^2$$

أما فيما يخص الانحراف المعياري فهو الجذر التربيعي للصيغ السابقة حسب الحالة التي نكون فيها.

مثال: نفس المثالين السابقين:

1 حساب التباين و الانحراف المعياري للسلسلة الإحصائية السابقة:

$$\text{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{0^2+0^2+3^2+2^2+2^2+5^2+0^2+4^2+1^2+4^2}{10} - 2^2$$

$$\text{Var(x)} = (74/10) - 4 = 3.4$$

$$\boldsymbol{\partial(x) = 1.84}$$

2- **حساب التباين و الانحراف المعياري لمتغير كمي مستمر:(الحسابات موضحة في الجدول أعلاه)**

$$\mathbf{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (nix\acute{i})^2}{\sum_{i=1}^{n} ni} - \bar{x}^2 \rightarrow$$

$$\mathbf{Var(x)} = 23797.25/219 - (9.45)^2 = 19.36$$

$$\partial(\mathbf{x}) = \mathbf{4.4}$$

ملاحظة:

- إن حساب التباين بالطريقة الموسعة أسهل و أسرع في حسابه من الطريقة الأخرى.

- إن نتيجة التباين المتوصل إليها في كلتا الطريقتين متساوية، و لكن في بعض الأحيان نجد فرق طفيف في النتيجتين، هذا الفرق يمكن عدم أخذه في الحسبان

2.5- خصائص التباين و الانحراف المعياري:[23]

- إن قيمة التباين و الانحراف المعياري دائما موجبة.
- التباين و الانحراف المعياري لا يتأثران بإضافة أو طرح أي قيمة ثابتة و لكن يتأثران في حالة الضرب أو القسمة.
- يأخذان في الحسبان جميع القيم عند قياس التشتت.
- لا يمكن إيجادهما في الجداول المفتوحة.
- يتأثران بالقيم المتطرفة.

ثانيا: مقاييس التشتت النسبية:

تعبر معاملات التشتت النسبية عن نسبة مقياس تشتت مطلق على مقياس نزعة مركزية مناسب و يطلق عليها عادة معاملات و ليس مقاييس لأنها مستقلة عن وحدة قياس [24]

و من أهم معاملات التشتت النسبي:

1 – معامل الاختلاف أو التغير أو التباين:

يستعمل معامل الاختلاف للمقارنة بين سلسلتين إحصائيتين مختلفتين أو أكثر أين تكون فيها وحدات القياس مختلفة.[25]

كما يعرف كذلك بأنه معامل يمثل نسبة نسبة مئوية للمقارنة بين تشتت مجموعتين أو أكثر. [26]

[23] أحمد السيد عامر، مرجع سبق ذكره، ص ص71،72.
[24] شفيق العتوم، مرجع سبق ذكره، ص166.
[25] عبد الرزاق عزوز، مرجع سبق ذكره، ص221.
[26] أحمد السيد عامر، مرجع سبق ذكره، ص75.

و بذلك يكون معامل الاختلاف أو التباين مستقلا عن وحدات القياس المستخدمة و بالتالي يمكن استخدامه لمقارنة التوزيعات عند اختلاف وحدات القياس فيها.[27]

تعطى العلاقة الخاصة بمعامل الاختلاف كما يلي:

معامل الاختلاف بالنسبة للانحراف المتوسط:

$$\alpha = \frac{e_{\bar{X}}}{\bar{X}} 100\%$$

2- معامل الاختلاف بالنسبة للانحراف المعياري:

تم اقتراح هذا المعامل من طرف كارل بيرسون يستخدم لإزالة أثر وحدة القياس و للمقارنة بين متغيرين مقاسين بوحدتين مختلفتين، و مجموعة القيم التي يكون فيها معامل الاختلاف هو الأكبر تكون أكثر تشتتا أو أقل تجانسا[28] و يعطى بالعلاقة التالية:

$$CV = \frac{\partial(x)}{\bar{X}} 100\%$$

معامل الاختلاف في حالة الانحراف المتوسط بواسطة الوسيط:

$$\alpha = \frac{e_{Me}}{Me} 100\%$$

3- معامل الانحراف الربيعي:

$$CQR = Q_3 - Q_1 / Q_3 + Q_1$$

[27] كمال سلطان محمد سالم، **مبادىء علم الإحصاء**، الدار الجامعية، مصر، 2004، ص 162.
[28] شفيق العتوم، مرجع سبق ذكره، ص 167.

تمارين مقترحة حول مقاييس التشتت

التمرين الأول:

أكمل الفراغات أسفله بالكلمات التالية:

النسبية، مراكز الفئات، التباين، جميع القيم، معامل الاختلاف، المدى العام، المتوسط الحسابي، وحدات القياس،المدى الربيعي،ممكن، مختلفة،القيم المتطرفة، المفتوحة:

1 - ....هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة في السلسلة الإحصائية.

2 - ....هو أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المفتوحة و ....هو أفضل مقياس تشتت في حالة الجداول المغلقة.

3- لا يمكننا حساب التباين و الانحراف المعياري في الجداول المفتوحة لأنهما يعتمدان في طريقة الحساب على ....

4 – في حالة ما إذا أردنا المقارنة بين تشتت قيم سلسلتين إحصائيتين أين تكون فيها وحدات القياس............ فإننا نستخدم........................و هو من مقاييس أو معاملات ....

5 – لا يمكن اعتبار المدى العام مقياسا جيدا للمقارنة بين تشتت سلسلتين إحصائيتين لأنه لا يأخذ في الحسبان.................بل يعتمد فقط على ....

6- لا يمكننا حساب الانحراف المعياري في التوزيعات المفتوحة لأننا نعتمد على .... في إيجاد قيمته ، و هذا الأخير لا يمكن إيجاده في التوزيعات ....لأنه يعتمد أساسا على ....

7- من الخصائص المهمة لكل من التباين و الانحراف المعياري هو أن كلاهما يتأثران ب :........................ و هذا ما جعل حسابهما غير.............. في الجداول المفتوحة.

8- يكمن الفرق في استعمال مقاييس التشتت النسبية و المطلقة في :........................

التمرين الثاني:

عرف كل من المصطلحات التالية: التشتت، مقاييس التشتت المطلق، التباين، معامل الاختلاف

التمرين الثالث:

إذا كان لديك الجدول التالي و الذي يمثل الأجور المستلمة من 100 عامل في احدى الشركات كالآتي:

المتغير الإحصائي	]80.70]	]90.80]	]100.90]	]110.100]	$\sum$
التكرار المطلق	15	21	33	31	100

المطلوب:

- ما هو المتغير المدروس و ما نوعه؟
- أوجد التباين بطريقتين ثم استنتج قيمة الانحراف المعياري؟

التمرين الرابع:

إذا كان لديك الجدول الإحصائي التالي:

ix	500 -100	800 -500	900 -800	1000-900	1100 -1000	1500 -1100	$\sum$
in	2	4	6	18	15	5	

المطلوب:

- أحسب نصف المدى الربيعي؟
- أحسب الانحراف المتوسط؟

التمرين الخامس:

البيانات الموضحة في الجدول الموالي تمثل الإنتاج الشهري من منتوج معين مؤسستين اقتصاديتين:

الشهر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
إنتاج المؤسسة الأولى(10^3 طن)	250	360	380	400	450	300	150	140	300	350	400	450
إنتاج المؤسسة الأولى(10^3 طن)	40	30	35	40	50	55	20	15	30	40	45	50

المطلوب:

1- أحسب الانحراف المعياري لكل مؤسسة؟

2 – قارن تشتت السلسلتين الإحصائيتين؟

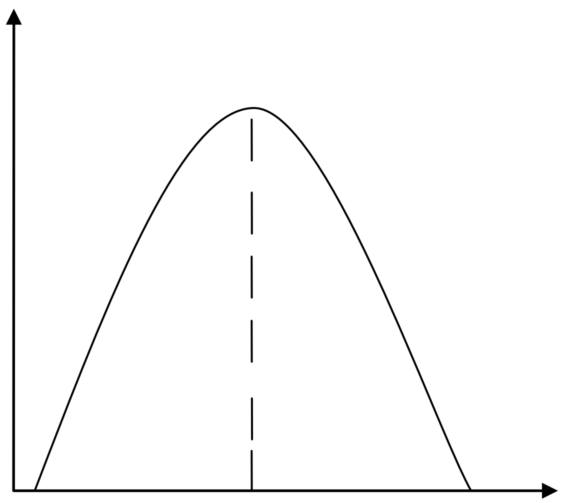
الفصل الخامس:مقاييس الشكل

إن مقاييس الشكل هي مقاييس مكملة لمقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت، و يمكن استنتاجها من طبيعة شكل توزيع البيانات الإحصائية لتوزيع تكراري معين(المنحنى التكراري للبيانات) حيث يحدد شكل التوزيع الإحصائي بالنسبة لقيمة مرجعية عادة تكون الوسط الحسابي أو الوسيط.

أولا: أشكال التوزيعات الإحصائية: يمكننا التمييز بين الأشكال التالية:

1 – **التوزيعات المتماثلة أو المتناظرة** : هي التوزيعات التكرارية التي يكون منحناها التكراري معطى بالشكل الموالي:

شكل رقم10: منحنى توزيع إحصائي متناظر



$\bar{X} = M_o = M_e$

في الشكل السابق نلاحظ أن الجهة اليسرى للخط الواصل بين قمة المنحنى و المحور الأفقي مساوية تماما للجهة اليمنى له، و أيضا نقطة تقاطع هذا الخط مع المحور الأفقي هي نقطة مركزية تسمى نقطة التماثل أو التناظر[29]، هذه النقطة تمثل قيمة الوسط الحسابي، الوسيط و المنوال أي :

$$\bar{X} = M_o = M_e$$

إضافة إلى العلاقة السابقة، فانه يمكننا استنتاج تماثل الشكل من خلال الشروط التالية:

---

[29] محمد راتول مرجع سبق ذكره، ص153.

1 – مجموع تكرارات الفئات السابقة لفئة الوسط الحسابي يكون مساوي لتكرارات الفئات اللاحقة بها اذا كان المتغير كمي مستمر، أما إذا كان كمي منقطع نقول مجموع تكرارات القيم السابقة لقيمة الوسط الحسابي يكون مساوي لتكرارات القيم اللاحقة به.

2– كل تكرار يسبق تكرار الوسط الحسابي له نظيره في التكرارات اللاحقة التي تلي قيمة الوسط الحسابي.

3 – الفرق بين كل فئة (أو قيمة) و فئة (أو قيمة) تسبقها أو تليها متساوي.

مثال: هل التوزيع التالي متماثل ؟

جدول رقم 35: مثال عن التوزيع المتماثل

ix	5	7	9	11	13
in	3	4	6	4	3

الحل: للإجابة على السؤال المطروح يجب التحقق من وجود الشروط السابقة أم لا.

الشرط الأول: $\bar{X} = M_o = M_e$

لدينا: $\bar{X} = 9$، $M_e = 9$ و $M_o = 9$ اذن الشرط الأول محقق.

الشرط الثاني **:**مجموع تكرارات القيم السابقة لقيمة الوسط الحسابي يكون مساوي لمجموع التكرارات القيم اللاحقة بها:

لدينا مجموع التكرارات السابقة لقيمة الوسط الحسابي تساوي 3 + 4 = 7 و نفس الشيء بالنسبة للتكرارات اللاحقة. إذن الشرط الثاني محقق.

الشرط الثالث : كل تكرار يسبق تكرار الوسط الحسابي له نظيره في التكرارات اللاحقة التي تلي قيمة الوسط الحسابي. محقق.

الشرط الرابع: الفرق بين كل فئة (أو قيمة) و فئة (أو قيمة) تسبقها أو تليها متساوي محقق (4−3=1).

بماأنه تحققت كل الشروط إذن نقول أن التوزيع الإحصائي متماثل أو متناظر.

2 – التوزيعات الملتوية:

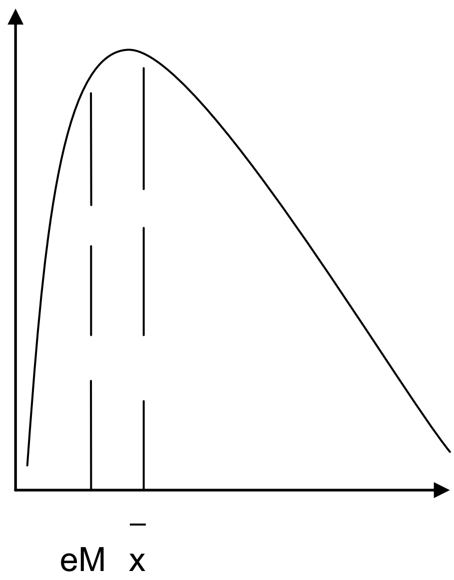
1.2 – تعريفها:

تندرج التوزيعات الملتوية ضمن التوزيعات غير المتناظرة و نقصد بالتوزيعات غير المتناظرة تلك التوزيعات التي لا تحقق الشروط السابقة

2.2– أنواع التوزيعات الملتوية: يمكننا التمييز بين نوعين هما:

- ✓ **توزيعات ملتوية نحو اليمين:** يمكننا توضيحها في الشكل الموالي:

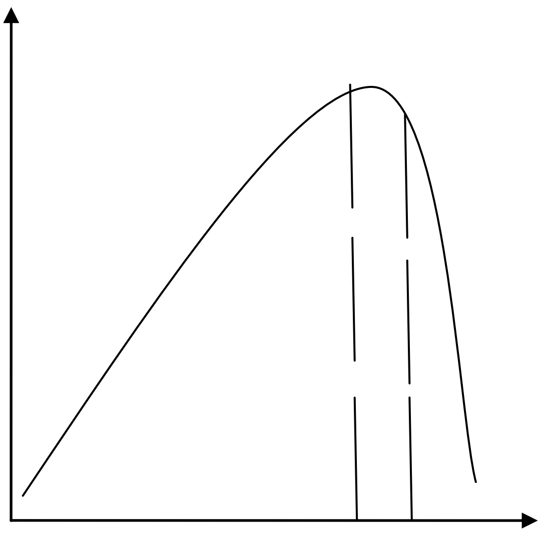
شكل ر قم11: شكل التوزيع الملتوي نحو اليمين



يكون التوزيع الإحصائي ملتويا نحو اليمين إذا كان المنحنى التكراري ممتدا أكثر نحو اليمين و يقال عنه أيضا توزيع موجب الالتواء،في هذه الحالة تكون قيمة الوسط الحسابي أكبر من الوسيط.

- ✓ **توزيعات ملتوية نحو اليسار:** يمكننا توضيحها في الشكل الموالي:

شكل رقم12 : شكل التوزيع الملتوي نحو اليسار

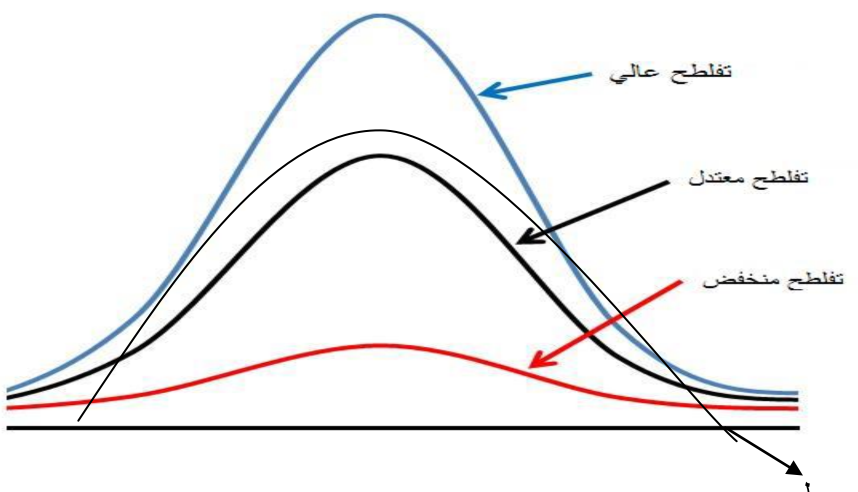


يكون التوزيع الإحصائي ملتويا نحو اليمين إذا كان المنحنى التكراري له ممتدا أكثر نحو اليسار و يقال عنه أيضا توزيع سالب الالتواء، في هذه الحالة تكون قيمة الوسط الحسابي أصغر من الوسيط.

3- التوزيعات المتفلطحة:

1.3 – تعريفها : التوزيعات المتفلطحة هي التوزيعات التي ترتفع أو تنخفض درجة علو قمتها على قمة التوزيع الطبيعي، و يمكننا توضيح ذلك في الشكل الموالي:

شكل رقم13: التوزيعات المتفلطحة



المصدر :غيث البحر و معن التنجي،التحليل الإحصائي للاستبيانات باستخدام spss،مركز سبر للدراسات الإحصائية و السياسات العامة،تركيا،2014،ص 31.

الشرح:

– إذا كانت قمة المنحنى أعلى من قمة منحنى التوزيع الطبيعي، نقول أن الشكل غير متفلطح أو مدبدب أو متطاول و يكون التوزيع ذو تشتت ضعيف.

– إذا كانت قمة المنحنى منخفضة جدا من قمة منحنى التوزيع الطبيعي، أي المنحنى منبسط القمة نقول أن الشكل مفرطح، أي أن قيم التوزيع متباعدة و غير متمركزة حول وسطها الحسابي و التشتت يكون قوي.

– إذا كانت قمة المنحنى مساوية لقمة منحنى التوزيع الطبيعي، يكون شكل التوزيع يشبه شكل الجرس.

– إذا كانت قمة المنحنى منخفضة قليلا عن قمة منحنى التوزيع الطبيعي، يكون شكل التوزيع متوسط التفلطح.

ثانيا: مقاييس الالتواء و التفلطح

1– مقاييس الالتواء:

من أهم المقاييس التي تستخدم لقياس درجة التواء شكل توزيع إحصائي ما يلي:

1.1 – **معامل بيرسون**: يعطى معامل بيرسون للالتواء بالعلاقة التالية:

$$AC = \frac{\bar{X} - M_o}{\partial\,(x)}$$

ملاحظة1: كنا قد تطرقنا في فصل مقاييس النزعة المركزية إلى العلاقة التالية :

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$$

من هذه العلاقة يمكن حساب معامل بيرسون كما يلي :

$$AC = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\partial(x)}$$

ملاحظة 2 :

– إن قيمة معامل بيرسون تكون دائما محصورة بين −1 و 1.

– استخدمنا الانحراف المعياري في علاقة حساب معامل بيرسون للالتواء للتخلص من وحدات القياس.

- نستعمل معامل الالتواء لمعرفة نوعية هذا الأخير، فإذا كان موجبا يعني أن $M_e < \bar{X}$ و ان التوزيع يمتد أكثر نحو اليمين،أما إذا كان سالبا يعني أن $M_e > \bar{X}$ و ان التوزيع يمتد أكثر نحو اليسار.

- نستعمل معامل الالتواء للمقارنة بين التواء توزيعين تكراريين مختلفين، فالتوزيع الذي يكون له مقياس التواء أكبر يكون ملتويا أكثر من لآخر و العكس صحيح.

2.1- معامل الالتواء الربيعي(معامل يول و كاندال):

يعتمد في حساب معامل الالتواء الربيعي على الربيعيات: الأول، الثاني و الثالث لسلسلة من البيانات الإحصائية و يمكن حسابه بالعلاقة التالية[30]:

$$QAC = \frac{(Q3-Q2)-(Q2-Q1)}{Q3-Q1}$$

2 - مقاييس التفلطح : من أهمها:

1.2 - معامل التفلطح المئيني: يعطى بالعلاقة التالية:

$$k1 = \frac{1}{2}\frac{Q3-Q1}{2\ P90-P10}$$

ملاحظة: P10 و P90 يمثلان على الترتيب المئين العاشر و التسعون ، في هذه المطبوعة لم نتطرق لكيفية حساب المئينات.

2.2 - **معامل فيشر:** يعطى بالعلاقة التالية:

$$k2 = \frac{m4}{\delta^4}$$

بحيث: m4 يسمى بالعزم الرابع أو العزم من الدرجة الرابعة ، بحيث يحسب العزم من الدرجة k (بصفة عامة) بالعلاقة التالية:

$$mk = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^k}{N}$$

إذا كان معامل فيشر قريب موجب نقول أن شكل التوزيع أقل تفلطحا من التوزيع الطبيعي أما إذا كان سالبا فنقول أن شكل التوزيع أكثر تفلطحا.

---

[30] محمد صبحي أبو صالح، عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء**، مركز الكتب الأردني، الأردن1993 ، ص 48.

تمارين مقترحة حول مقاييس الشكل.

التمرين الأول: أجب على الأسئلة التالية:

- ماذا نقصد ب: التماثل، التفلطح و التطاول.
- ماهي الشروط الواجب توفرها حتى يكون شكل التوزيع الإحصائي متماثلا؟
- اشرح إحدى مقاييس الالتواء ؟
- اشرح إحدى مقاييس التفلطح ؟

التمرين الثاني : إليك التوزيع الإحصائي التالي و المطلوب هو حساب مقياس من مقاييس الالتواء التي تعرفها و كذا مقياس من مقاييس التفلطح التي تعرفها و فسر نتيجتهما؟

ix	5	8	11	14	17	20
ni	5	6	6	4	3	2

التمرين الثالث: ليكن لدينا التوزيع الإحصائي التالي:

الفئات	[5،10[	[10،15[	[15،20[	[20،25[	[25،30[	[30،35[	[35،40[
التكرار	2	7	9	12	9	7	2

المطلوب:

1- مثل البيانات السابقة بتمثيل بياني مناسب ؟

2- هل التوزيع السابق متماثل، برر إجابتك ؟

3 – أوجد قيمة المتوسط الحسابي و استنتج كل من الوسيط و المنوال ؟

خاتمة

ختاما و كخلاصة لمجمل ما جاء في هذه المطبوعة يمكن القول أن دراسة أي ظاهرة كانت(اقتصادية، اجتماعية ، ثقافية،...) تعتمد على خطوات إحصائية متناسقة بداية من تحديد الظاهرة، تحديد المجتمع المتعلق بهذه الظاهرة، تحديد طريقة الدراسة ،هل ستكون بالحصر الشامل أي أخذ كل وحدات المجتمع المعني بالدراسة أو الاستعانة بعينة إحصائية و في هذه الحالة يتم اختيار العينة وفق للمعطيات المتوفرة و الطرق العلمية المعتمد عليها في اختيار العينة، ثم تأتي مرحلة تعيين المتغير أو الخاصية المراد دراستها و تحديد نوعها والذي انطلاقا منه(نوع المتغير) يقوم الباحث بجمع البيانات و المعلومات الخاصة به(المتغير) مستعينا بطرق علمية معينة مثل الاستبيان و في نهاية الأمر و بعد الحصول على البيانات اللازمة تأتي مرحلة الفرز و التبويب و التحليل مستعينا بكل الطرق و المقاييس التي سبق شرحها في هذه المطبوعة.(مقاييس النزعة المركزية، مقاييس التشتت و مقاييس الشكل.)

قائمة المراجع

1- أحمد السيد عامر، **الإحصاء الوصفي و التحليلي**، دار الفجر للنشر و التوزيع، مصر، 2007.

2- أيمن أحمد راشد، محمد أحمد أبو زيد، **مبادئ الإحصاء و تطبيقاته** ، دار الفكر الجامعي، مصر، بدون سنة نشر.

3- جيلالي جلاطو، الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة، ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر، 2002.

4- شفيق العتوم، طرق الإحصاء، **تطبيقات اقتصادية و إدارية باستخدام spss** ، دار المناهج للنشر و التوزيع، الأردن،2008.

5- عبد الرزاق عزوز، **الكامل في الإحصاء(دروس مفصلة، تمارين و مسائل مع الحلول)**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010.

6- عزام صبري، **الإحصاء الوصفي و نظامSpss**، جدارا للكتاب العالمي، عالم الكتب الحديث، الأردن 2006.

7- غيث البحر و معن التنجي،التحليل الإحصائي للاستبيانات باستخدام spss،مركز سبر للدراسات الإحصائية و السياسات العامة،تركيا،2014.

8- كمال سلطان محمد سالم، **مباديء علم الإحصاء**، الدار الجامعية، مصر، 2004.

9- محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

10- محمد كلاس، **محاضرات في الإحصاء التطبيقي** ، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر،1993.

11- محمد صبحي أبو صالح، **مباديء الإحصاء**، دار اليازوري للنشر ، الأردن، 2007.

12- محمد صبحي أبو صالح، عدنان محمد عوض ، **مقدمة في الإحصاء** ، مركز الكتب الأردني، الأردن،1993.

13- زياد رمضان، **مبادئ الإحصاء الوصفي و التطبيقي و الحيوي**، ط4، دار وائل للنشر و التوزيع، الأردن، 1997.

14- ياسر أحمد السيد، **الإحصاء التطبيقي**، مكتب بستان المعرفة، مصر، 2009.

15-Malika Boukella-Bouzouane, **Statistique descriptive**, Casbah edition, Alger.

16- Hocine Hamdani, **statistique descriptive**, 5eme Édition, opu, Alger, 2006.