

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA BOUMERDES



Faculté des Sciences de L'Ingénieur
Département Génie Mécanique

Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER** en :

Filière : Génie Mécanique
Option : Construction Mécanique

THEME

Analyse du comportement vibratoire des plaques en matériaux
viscoélastiques

Présenté par :

MERZOUGUI Adelen

BENALLIA Mohamed

Promoteur :

Mr. AGUIB Salah

Co-promoteur :

Mr. SETTET Ahmed

Tidjani

Promotion 2017- 2018



Dédicace

Je tiens à dédier ce modeste travail avant tout :

A mon très cher père,

A ma très chère mère, ma fierté et mon bonheur.

A mes très chers frères et mes sœurs.

A tout la famille.

A tous mes amis et mes collègues de promos

A mon binôme « Adelen ».

ET a tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à accomplir ce travail.



BENALLIA
Med



Dédicace

Je tiens à dédier ce modeste travail avant tout :

A mon très cher père,

A ma très chère mère, ma fierté et mon bonheur.

A mes très chers frères et mes sœurs.

A tout la famille.

A tous mes amis et mes collègues de promos

A mon binôme « Mohamed ».

ET a tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à accomplir ce travail.



MERZOUGUI
Adelen

Remerciements

En premier lieu nous tenons à remercier Dieu, pour nous avoir donné la force à accomplir ce travail.

Je souhaite également remercier très chaleureusement mon promoteur Dr. Aguib Salah pour leur implication et leur conseil dans mon travail.

Nous tenons à transmettre nos remerciements à nos parents pour leur contribution pour chaque travail que nous avons effectué et tous les enseignants du département de génie mécanique.

Nos remerciements également à tous les personnes qui contribué de près ou de loin pour leurs soutiens et les conseils dont nous avons bénéficié tout le long de ce travail

Liste des figures

Fig. N°	Titre	Page
1.1	Modèles rhéologiques de base	4
1.2	La molécule peut adopter différentes conformations	6
1.3	Les transitions vitreuses et caoutchoutiques	7
1.4	Evolution qualitative des modules avec la fréquence	12
1.5	Traction uniaxiale de l'élastomère RTV 1062 et les ajustements linéaire et non linéaires	13
1.6	Traction uniaxiale de l'élastomère RTV 141 et les ajustements linéaire et non linéaires	14
1.7	Constitutions d'un sandwich	17
2.1	Schéma cinématique zig-zag pour les déplacements	22
2.2	Calcul de l'amortissement par la méthode des bandes passantes	23
2.3	poutre de couche contraint	25
3.1	Quelques exemples d'éléments issus de la librairie d'Abaqus	25
3.2	Modèle géométrique de la plaque sandwich avec cœur viscoélastique	40
3.3	Définition de domaine étudié par Abaqus	41
3.4	Choix des Propriétés des matériaux	41
3.5	Création les pas et l'assemblage	42
3.6	Sélection des conditions aux limites avec Abaqus	42
3.7	Génération du maillage de la structure	43
3.8	création le travail	43
3.9	Résultat de 1 ^{er} mode par Abaqus	44
3.10	Résultat de 2 ^{eme} mode par Abaqus	44
3.11	Résultat de 3 ^{eme} mode par Abaqus	45
3.12	Résultat de 4 ^{eme} mode par Abaqus	45
3.13	Résultat de 5 ^{eme} mode par Abaqus	46
3.14	Résultat de 6 ^{eme} mode par Abaqus	46
3.15	Etude des fréquences de résonance par Solidworks	47
3.16	Condition de déplacement	48
3.17	Choix de maillage	48
3.18	Résultat de 1 ^{er} mode par Solidworks	49

3.19	Résultat de 2 ^{ème} mode par Solidworks	49
3.20	Résultat de 3 ^{ème} mode par Solidworks	50
3.21	Résultat de 4 ^{ème} mode par Solidworks	50
3.22	Résultat de 5 ^{ème} mode par Solidworks	51
3.23	Résultat de 6 ^{ème} mode par Solidworks	51
3.24	Valeurs des déplacements des nœuds choisissant de 1 ^{er} mode	52
3.25	Valeurs des déplacements des nœuds choisissant de 2 ^{ème} mode	52

Liste des tableaux

Tab. N°	Titre	Page
1.1	Modules opérationnels en domaine fréquentiel	4
3.1	Caractéristiques mécaniques et géométriques de la poutre sandwich	40
3.2	Comparaison des six premières fréquences propres de la plaque sandwich à 3 couches entre simulation par Abaqus et Solidworks	53

Quelques notations utilisées

Symbole	Signification
MEF	: Méthode des éléments finis.
exp	: Exponentielle
Eq	: Equation
x,y,z	:Coordonnées cartésiennes.
u,v,w	:Déplacements suivant les directions x,y,et z respectivement
σ	: Contrainte
E	: Module d'Young
E₀	: Le module de Young de l'état statique
E'	: Module de conservation
E''	: Module de perte
ε	: Déformation
η	: Paramètre de viscosité
ω	: Fréquence
μ	: Module de cisaillement
λ	: Coefficient de Lamé
ν	: Coefficient de Poisson
δ	: Déphasage entre contrainte et déformation
K	: Changement de volume d'un matériau
G	: Module de cisaillement
G*	: Module de cisaillement complexe
[]	: Matrice carrée écrite sous la forme du tableau classique

{ }	: Matrice carrée écrite sous forme de vecteur
ρ	: Densité
V	: Energie potentielle
T	: Energie cinétique
q	: Coordonné généralisé
N	: Fonction de forme
L	: Longueur de la poutre
I	: Moment quadratique
A	: Section
H	: Hauteur de la peau
h	: Hauteur de la cœur
m	: Masse
E^R	: Module de stockage
J	: Rapport du volume élastique déformé sur le volume initial
λ_i	: Déformations principales dans la direction i
Mc	: Poids moléculaire moyen du réseau d'enchevêtrements

Table des matières

1. Introduction générale.....	1
-------------------------------	---

Chapitre I : Généralité sur les matériaux viscoélastique

1. Introduction	3
2. Généralités sur les matériaux amortissant	3
2.1. Matériaux viscoélastiques.....	3
2.2. Modèles rhéologiques classiques.....	3
2.3. Remarques	4
2.3. Modèles rhéologiques complexes.....	5
2.4. Amortissement viscoélastique	5
3. Les élastomères	5
3.1. Caractérisation de l'élastomère en régime quasi-statique	7
3.2. Remarques	8
3.3. Caractérisation de l'élastomère en régime dynamique.....	10
3.4. Viscoélasticité non linéaire.....	12
3.5. Caractérisation - Module élastique	12
4. Energie de déchirement des élastomères.....	14
5. Les composites caoutchoutiques à particules	15
6. Structures sandwiches	16
6.1. Sandwiches de type-1	16
6.2. Sandwiches de type-2	16
6.2. Différences constituant d'une poutre sandwich.....	17
6.3. Rôle des constituants des structures sandwiches	17
6.4. Domaines d'applications des matériaux sandwiches	18
6.4.1. Construction aérospatiale.....	18
6.4.2 .Construction automobile et ferroviaire	18
7. Conclusion.....	19

Chapitre II : Modélisation analytique et numérique

1. Introduction	21
2. Modélisation des vibrations de structures sandwiches.....	21

3. Amortissement passif des vibrations	21
4. Méthodes de résolution du problème aux valeurs propres	23
4.1. L'analyse de la réponse fréquentielle	23
4.2. Analyse modale	24
5. Eléments finis de la poutre sandwich	24
5.1. Degrés des libertés et fonctions de forme.....	26
5.2. Matrice de rigidité de la couche	27
5.3. La matrice de rigidité de la couche centrale	28
5.4 Matrice de raideur élémentaire de la poutre	28
5.5 Matrice de masse de la poutre	29
6. Fonctions de module de matériau et module complexe	29
7. Conclusion.....	30

Chapitre III : Simulation numérique

1. Introduction	33
2. Présentation du logiciel Abaqus	33
2.1.Étape 1	33
2.2.Étape 2	33
2.2.1. Domaines physiques	33
2.2.2. Problèmes étudiés	33
2.3. Étape 3	33
2.4. Étape 4	33
2.5. Étape 5	33
3. Types et choix des éléments.....	34
4. Présentation rapide du module ABAQUS/CAE.....	34
4.1. Avant-propos	34
4.2. Réalisation de la mise en données d'un problème.....	34
5. Remarque	35
6. Réalisation de la mise en données d'un problème	35
6.1. Module Part	35
6.2. Module Property	36
6.3. Module Assembly.....	37
6.4. Module Step.....	37

6.5. Module Interaction	37
6.6. Module Load.....	38
6.7. Module Mesh.....	39
6.8. Module Job	39
7. Modélisation dynamique d'une poutre composite sandwiches.....	39
7.1. Modélisation numérique des Vibrations d'une poutre sandwiches.....	39
7.1.1. Présentation.....	39
7.1.1.1. Définition de domaine étudié : (with standard / Explicit Model)	40
7.1.1.2. Propriétés des matériaux:	41
7.1.1.3. création les pas et l'assemblage :	41
7.1.1.4. Conditions aux limites	42
7.1.1.5. Génération du maillage : (chargement, nœuds, éléments).	42
7.1.1.6. Etape de calcul : (calcul et affichage des résultats)	43
8. Simulation par Abaqus	43
9. Simulation par Solidworks	46
9.1. Modélisation avec logiciel Solidworks.....	46
9.1.1. Etude de structure par Solidworks	46
9.1.2. Résultats fréquentiels de simulation par Solidworks	49
9.1.2.1. Emplacement des différents nœuds.....	52
10. Discussion	53
11. Conclusion.....	53
Conclusion générale	54

Références

Résumés

INTRODUCTION

GÉNÉRALE

Introduction générale

Les matériaux composites évoluent jour après jour. En effet, le développement et les changements rapides des produits, des pratiques technologiques et industrielles sont accompagnés par des nouvelles générations de matériaux. Parmi ces nouveaux composites, les matériaux appelés « sandwichs »,

Les matériaux sandwichs connaissent un essor important, tant dans les applications les utilisant, que dans les technologies les mettant en œuvre. Ils présentent un intérêt pour les applications qui requièrent à la fois rigidité et légèreté, notamment les transports, la marine, l'aéronautique, l'aérospatial, les sports et loisirs, l'industrie lourde, le génie civil et l'armée. Les matériaux sandwichs sont constitués d'une âme, souvent épaisse et de faible masse volumique, enserrée entre deux peaux à la fois rigides et minces. Du fait que l'on peut modifier la nature des matériaux constitutifs d'âme et de la peau (densité, propriétés mécaniques, physiques et chimiques), il est possible de concevoir des structures adaptées aux applications bien définies. Ils possèdent une bonne résistance aux différents types de sollicitations mécaniques.

Pour réduire les effets indésirables de ces mouvements, on a choisi les structures viscoélastiques .pour modéliser le comportement dynamique de les dernières nous avons choisi la méthode des éléments finis.

Ce présent travail a pour objectif d'analyser le comportement vibratoire d'une plaque sandwich viscoélastique encastrée à quatre bords.

Ce mémoire se compose de trois chapitres.

-le premier chapitre présente une recherche bibliographique sur les matériaux et les structures sandwichs viscoélastiques.

-le deuxième chapitre est consacré à la modélisation analytique et numérique du comportement vibratoire des plaques.

-au troisième chapitre, nous présentons les résultats de simulation du comportement vibratoire de la plaque par les deux codes du calcul Abacus et Solidworks.

Nous terminons la présentation de ce travail par une conclusion générale, dans laquelle nous rappelons le cadre de l'étude, les principaux résultats obtenus sur le comportement vibratoire des structures sandwichs viscoélastiques.

CHAPITRE I

GÉNÉRALITÉ SUR LES MATÉRIAUX VISCOÉLASTIQUES

1. Introduction

Les problèmes de vibrations sont rencontrés dans de nombreux domaines d'ingénierie, qui vont de l'électroménager à l'aérospatiale en passant par les secteurs de la mécanique et du génie civil. Dans de nombreux cas, ces vibrations sont nuisibles car elles produisent des effets indésirables qui se présentent sous forme d'inconfort des usagers, de bruit, etc. Les vibrations peuvent également entraîner un dysfonctionnement d'ouvrages et même aboutir à leur ruine. Pour éviter ces effets néfastes, une solution passive, bien établie depuis plus de 50 ans, consiste en l'utilisation de structures incorporant des matériaux viscoélastiques dont les propriétés dissipatives ne sont plus à démontrer. Ces matériaux viscoélastiques sont introduits sous diverses formes dans le but d'augmenter leurs effets amortissants. On y rencontre ainsi des structures sandwichs ou hétérogènes dans lesquelles le matériau viscoélastique est introduit, respectivement, sous forme de couche complète entre deux ou plusieurs couches élastiques ou d'inclusions noyées dans une matrice élastique.

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'état de l'art des modèles rhéologiques qui décrivent le comportement des matériaux viscoélastiques.

2. Généralités sur les matériaux amortissant

Les matériaux amortissant sont les matériaux viscoélastiques et les matériaux piézoélectriques.

2.1. Matériaux viscoélastiques

La viscoélasticité est définie comme un comportement intermédiaire entre un solide idéal dit « hookéen » et un fluide parfait dit « newtonien ». Ce comportement peut être défini par des modèles allant des plus simples aux plus complexes.

2.2. Modèles rhéologiques classiques

Comme traditionnellement définie, la viscoélasticité peut être représentée par une combinaison discrète de ressorts et d'amortisseurs. Le ressort constitue la partie élastique dont la contrainte est proportionnelle à la déformation et définie par la loi de Hooke : $\sigma(t) = E\varepsilon(t)$, où E désigne le module d'Young. L'amortisseur représenté la partie visqueuse est décrit par une contrainte proportionnelle à la vitesse de déformation : $\sigma(t) = \eta\dot{\varepsilon}(t)$ (loi de Newton), où η

représente le paramètre de viscosité. Deux grandes familles de modèles rhéologiques sont généralement définies : les modèles standards linéaires et les modèles fractionnaires. Nous nous intéresserons dans cette partie à la première famille. Quelques-uns de ces modèles sont schématisés sur la (figure.1.1) et les modules complexes équivalents sont reportés dans le tableau (1.1).

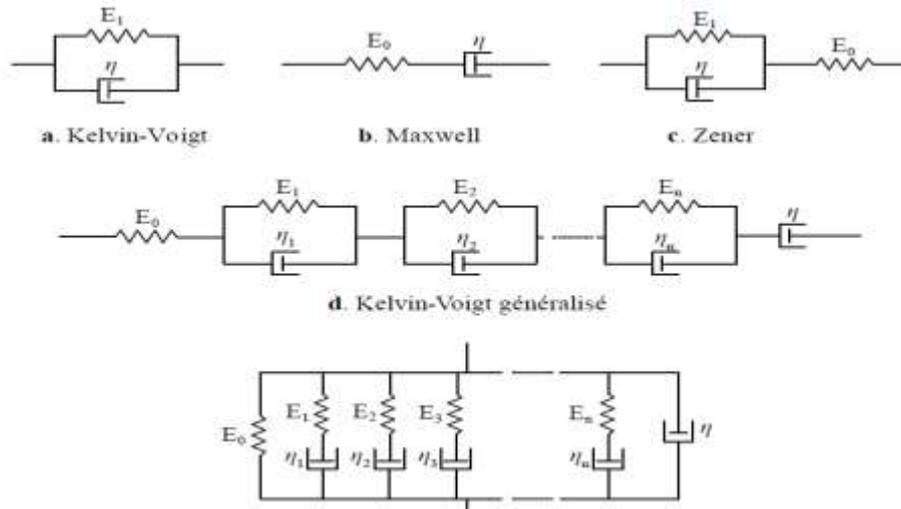


Fig.1.1. Modèles rhéologiques de base

Tableau 1.1 : Modules opérationnels en domaine fréquentiel

Modèles rhéologiques	Module complexe
Kelvin–Voigt	$E + i\omega\eta$
Maxwell	$\frac{E_0 i\omega \eta}{E_0 + i\omega \eta}$
Zener	$\frac{E_1 + i\omega\eta}{E_0 + E_1 + i\omega\eta}$
Kelvin–Voigt généralisé	$\left[\frac{E_0 + i\omega \eta}{E_0 i\omega \eta} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{E_j + i\omega \eta_j} \right]^{-1}$
Maxwell généralisé	$E_0 + \sum_{j=1}^n \frac{i\omega \eta_j E_j}{E_j + i\omega \eta_j}$

2.3. Remarques

Rappelons également que le coefficient de Poisson est en réalité aussi fonction de la fréquence, mais il est supposé généralement constant [1] du fait que sa mesure pose des difficultés expérimentales.

Aussi, les modèles présentés précédent sont assez sommaires et ne permettent pas de

caractériser la viscoélasticité d'un matériau. Des modèles complexes donc ont été développés en ce sens.

2.3. Modèles rhéologiques complexes

Ces modèles décrivent de façon plus réaliste le comportement mécanique des matériaux viscoélastiques. En effet, plusieurs paramètres sont généralement nécessaires pour représenter au mieux ces matériaux. Parmi ces modèles, on distingue :

- le modèle ADF (Anelastic Displacement Field) qui est une extension en 3D du modèle ATF (Augmented Thermodynamic Field) basé sur les principes de la thermodynamique

$$E(\omega) = E_0 \left(1 + \sum_{j=1}^N \Delta_j \frac{\omega^2 + i\omega\Omega_j}{\omega^2 + \Omega_j^2} \right) \quad (1.1)$$

Le modèle GHM, du nom de ses auteurs Golla, Hughes et McTavish, qui propose de modéliser le matériau viscoélastique sous forme de mini-oscillateurs :

$$E(\omega) = E_0 \left(1 + \sum_{j=1}^N \alpha_j \frac{\omega^2 + 2\beta_j \gamma_j \omega}{\omega^2 + 2\beta_j \gamma_j \omega + \gamma_j^2} \right) \quad (1.2)$$

Dans l'un ou l'autre modèle, E_0 désigne le module de Young de l'état statique ou retardé et ω la fréquence. Tous les autres paramètres sont afférents au modèle utilisé. Ces deux modèles sont parmi les plus utilisés en modélisation viscoélastique.

2.4. Amortissement viscoélastique

L'amortissement obtenu par les matériaux viscoélastiques provient du cisaillement induit dans la couche qui en contient. En effet, une partie de l'énergie produite lors de la déformation est stockée et l'autre dissipée. Ainsi, en décomposant le module complexe sous la forme :

$$E(\omega) = E^R(\omega) + iE^I(\omega) \quad (1.3)$$

Où $E^R(\omega)$ et $iE^I(\omega)$ représentent, respectivement, la partie réelle (module de stockage) et imaginaire (module de dissipation), on peut définir le facteur de perte par :

$$\eta(\omega) = \frac{E^I(\omega)}{E^R} \quad (1.4)$$

Rappelons également que le comportement d'un matériau viscoélastique dépend aussi de la température.

3. Les élastomères

Les élastomères font partie de la famille des polymères. Ils possèdent des propriétés spécifiques, comme une certaine souplesse (i.e. un module d'Young d'au plus quelques MPa), une capacité à supporter les fortes déformations, et une élasticité. Du point de vue moléculaire, les élastomères sont à la base constitués de longues chaînes macromoléculaires, qui sont au repos repliées selon la bien connue « pelote statistique ». Les différentes chaînes constituant un élastomère interagissent peu entre elles, octroyant de très nombreuses conformations aux macromolécules (c'est-à-dire que les chaînes adoptent différentes géométries par rotation au niveau de certains de leurs groupements, cf. (Figure 1.2) Deux phénomènes peuvent changer la conformation moyenne des chaînes : l'énergie que l'on introduit au sein du même matériau (agitation thermique) et les sollicitations extérieures.

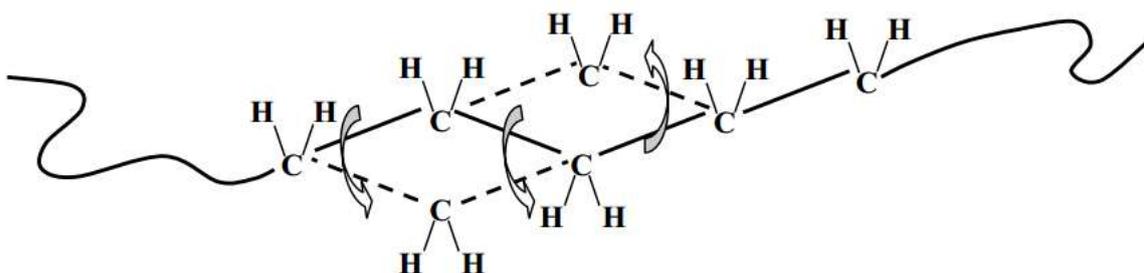


Fig.1.2. La molécule peut adopter différentes conformations

Maintenant, sous l'effet de sollicitations extérieures, les chaînes vont s'enchevêtrer avec leurs voisines, et résister élastiquement aux contraintes imposées. Cette élasticité est purement entropique : les chaînes, initialement pelotonnées, sont étirées ; on passe donc à un état plus ordonné de la matière, l'entropie diminue. Les chaînes cherchent alors à maximiser leur entropie et opposent alors une résistance aux sollicitations extérieures. Néanmoins, au-delà d'un certain seuil, les chaînes vont glisser les unes par rapport aux autres. Le matériau « brut » n'est donc pas stable ; c'est pourquoi une étape supplémentaire a été introduite pour créer un réseau tridimensionnel stable : la réticulation. Il va s'agir de former des liaisons chimiques fortes (covalentes), en pontant les sites réactifs des longues chaînes par d'autres molécules, ou sous l'effet d'un catalyseur. Notons que si l'on ajoute du soufre (le procédé le plus ancien mais aussi le plus répandu), on parle de vulcanisation [2]. Même ainsi, les propriétés mécaniques de la plupart des élastomères bruts ne sont pas suffisantes. Un certain nombre

d'additifs doivent être ajoutés pour atteindre les propriétés visées : c'est la formulation.

Une formulation typique contient un ou des élastomères, des charges (silices, noir de carbone, craies et kaolins), des plastifiants (pour diminuer la T_v et donc améliorer la tenue à basse température), des agents de protection (empêchent les chaînes de l'élastomère d'être dégradées), un système de vulcanisation (sans lequel la formation d'un réseau stable est impossible)...

La distinction entre plastiques et élastomères peut se définir par l'intermédiaire d'une température, la température de transition vitreuse T_v (dont la valeur dépend de nombreux facteurs). Les élastomères ont une T_v bien inférieure à la température ambiante, alors que les plastiques en sont bien au-dessus (Figure.1.3).

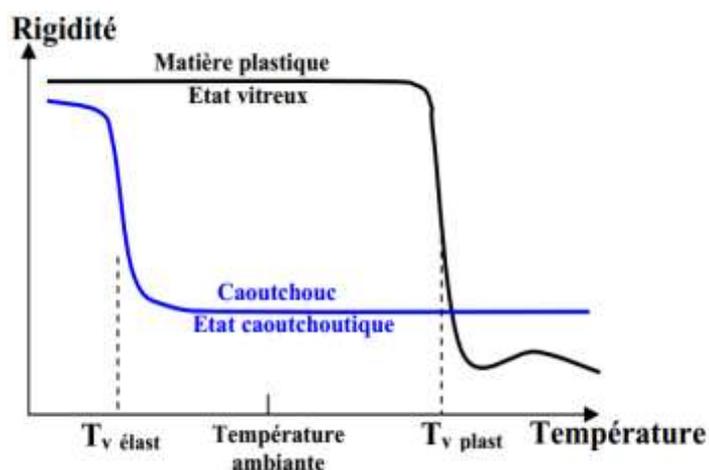


Fig.1.3. Les transitions vitreuses et caoutchoutiques

3.1. Caractérisation de l'élastomère en régime quasi-statique

La loi du comportement la plus simple pour un solide élastique est naturellement celle de l'élasticité linéaire isotrope. La théorie de l'élasticité linéaire se situe dans le cadre de la description des solides déformés lentement, en imposant que la loi de comportement élastique reliant le tenseur des contraintes à celui des déformations est linéaire. Lorsque de surcroît le solide élastique a un comportement isotrope (c'est-à-dire qu'il ne privilégie aucune direction de l'espace), on obtient la loi de comportement de Hooke:

$$\sigma_{ij} = \lambda \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{kk}(u) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}(u) \quad (1.5)$$

Où λ et μ sont les coefficients de Lamé. Le système linéaire que constitue l'équation (1.5)

s'inverse facilement:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sum_{k=1}^3 \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (1.6)$$

Où l'on a posé

$$E = \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu} \quad \text{Qui est le module d'Young}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)} \quad \text{Qui est le coefficient de Poisson}$$

3.2. Remarques

Dans la pratique, ce sont le module d'Young et coefficient de Poisson qui sont connus expérimentalement pour un matériau homogène donné et on en déduit les coefficients de Lamé :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (1.7)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.8)$$

Il est aisé de calculer les relations liant le module d'Young E , le module de cisaillement G , le coefficient de Poisson ν et le module de compressibilité (bulkmodulus)

$$KG = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.9)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (1.10)$$

$$E = \frac{E}{3K+G} \quad (1.11)$$

E et G traduisent la rigidité du matériau, tandis que K donne le changement de volume d'un matériau quand la pression appliquée sur ce dernier est changée. De façon générale K , est donné par :

$$K = -V \frac{dP}{dV} \quad (1.12)$$

Si la loi de Hook $\sigma = E\varepsilon$ peut paraître satisfaisante aux faibles déformations, aux plus fortes le comportement non linéaire, hyper élastique du matériau domine. Dans la littérature traitant de l'élasticité des caoutchoucs, de nombreux modèles théoriques peuvent être trouvés ; la plupart des approches sont basées sur une fonction de la densité d'énergie de déformation, ou potentiel élastique W , correspondant à un changement dans l'énergie libre d'Helmoltz du

matériau qui se déforme. La loi non linéaire la plus simple est certainement la loi néo-hookéenne :

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) + \frac{K}{2}(J - 1)^2 \quad (1.13)$$

Où

μ est le module de cisaillement

I_1 le 1^{er} invariant du tenseur de Cauchy-Green

K est le « bulkmodulus »

J est le rapport du volume élastique déformé sur le volume initial

Toutefois, nous verrons que cette équation n'ajuste bien le comportement de notre matériau de travail (RTV1062) que jusqu'à 120% de déformation, alors qu'elle convient parfaitement à l'élastomère RTV141.

Une loi d'hyperélasticité plus performante doit être trouvée. Celle que nous avons alors choisie est la loi de Mooney-Rivlin [3,4]. Plusieurs expressions de cette loi existent, selon la complexité du matériau. L'expression à 5 paramètres a été ici retenue :

$$W_{MR-5p} = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_2(I_2 - 3)^2 + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (1.14)$$

Les constantes c_{ij} sont choisies de façon à ajuster un essai de traction uniaxiale d'un cylindre d'élastomère, tout en conservant une signification physique pour assurer la convergence du code éléments finis.

I_1 , I_2 et I_3 sont les invariants du tenseur de Cauchy-Green :

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (1.15)$$

Ces λ_i sont les déformations principales dans la direction i , et sont définies comme le rapport de la longueur finale sur la longueur initiale. Les quantités (I_1-3) , (I_2-3) et (I_3-3) imposent, par convention, que W soit nul dans l'état non déformé. Le troisième invariant représente physiquement le carré du rapport entre le volume d'un élément du matériau déformé et non déformé. Comme les élastomères sont quasiment incompressibles, $I_3=1$.

$d = 2/K$, où K est le "bulkmodulus" de l'élastomère

Enfin, J est le ratio du volume déformé sur le non déformé.

La géométrie de tous les échantillons a été choisie de sorte que les déformations dans la direction transverse soient les mêmes. D'où,

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$I_2 = I_3$$

Au final, la relation contrainte-déformation est :

$$\sigma = 2 \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \left[c_{10} + \frac{c_{01}}{\lambda} + 2c_{20} \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right) + 2 \frac{c_{02}}{\lambda} \left(2\lambda + \frac{1}{\lambda^2} - 3 \right) + 3c_{11} \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda} + \lambda - 1 \right) \right] \quad (1.16)$$

3.3. Caractérisation de l'élastomère en régime dynamique

Lorsqu'un élastomère est soumis à des sollicitations dynamiques, il exhibe un comportement viscoélastique, c'est-à-dire qu'il présente à la fois les propriétés d'un solide élastique, mais aussi celles d'un fluide visqueux. Le comportement de l'élastomère pur est dit viscoélastique linéaire, dans la mesure où la déformation de l'échantillon peut être décrite comme la somme de composantes indépendantes élastiques et visqueuses.

Une déformation dynamique est appliquée à un élastomère. Généralement, cette déformation est imposée et est sinusoïdale. La réponse à la sollicitation sera elle aussi sinusoïdale, mais légèrement déphasée.

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma_0 e^{i\omega t} \\ \varepsilon(t) &= \varepsilon_0 e^{i\omega t - \delta} \end{aligned} \quad (1.17)$$

L'existence d'un tel déphasage peut se formuler par une relation liant contrainte et déformation, avec la définition d'un module complexe, noté E^* pour des sollicitations en traction-compression

$$\begin{aligned} \sigma &= E^* \varepsilon \\ E^* &= E' + iE'' \end{aligned} \quad (1.18)$$

La partie réelle de E^* est notée E' ; c'est le module de conservation. La partie imaginaire, E'' , est appelée module de perte.

- Le module de conservation est proportionnel à l'énergie élastique emmagasinée durant un cycle de charge et représente la rigidité du matériau viscoélastique
- Le module de perte est proportionnel à l'énergie dissipée durant un cycle
- Le déphasage entre contrainte et déformation, δ , est tel que:

$$\tan(\delta) = \frac{E''}{E'} \quad (1.19)$$

$\tan(\delta)$ est le facteur de perte. Plus précisément, c'est une mesure de l'amortissement

d'un système viscoélastique puisque son sens physique est la fraction d'énergie dissipée durant la déformation dynamique.

Divers modèles, linéaires et non linéaires, ont été évoqués pour décrire le comportement quasi statique des élastomères. La littérature indique que ce matériau exhibe un comportement

viscoélastique, c'est-à-dire une réponse dépendant du temps à une sollicitation mécanique, en contrainte ou en déformation. La forte influence de la température et de la fréquence sur ce type de matériau est aussi connue. De nombreux modèles décrivant le comportement dynamique des élastomères ont donc été mis au point ; une grande partie repose sur l'hypothèse de la viscoélasticité linéaire.

On parle de viscoélasticité linéaire lorsque la déformation totale du matériau peut être décomposée comme la somme de termes élastiques et visqueux indépendants [3]. Le principe de superposition de Boltzmann indique que chaque élément du système contribue indépendamment à la déformation totale, qui se réduit alors par la somme des déformations de ces éléments placés en série. Expérimentalement, le système présente une réponse viscoélastique linéaire si contrainte et déformation ont un comportement sinusoïdal avec le temps. Si ces hypothèses sont vérifiées, la variation des modules en fonction de la fréquence a l'allure donnée sur la Figure 1.4

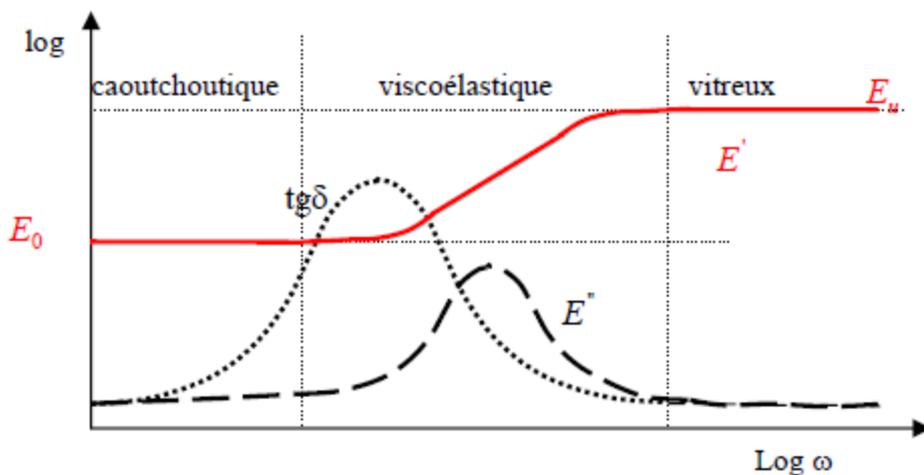


Fig.1.4. Evolution qualitative des modules avec la fréquence

Aux basses fréquences, le module de conservation tend vers E_0 au niveau d'un plateau caoutchoutique ; aux hautes fréquences, il atteint le plateau vitreux de module E_u . Entre ces

deux extrêmes, le comportement est viscoélastique et indique une croissance de E' . Le module E'' et le facteur de perte présentent tous deux un pic dans le domaine viscoélastique, tandis que leur variation est quasiment nulle aux hautes et basses fréquences. Ces simples constatations démontrent la forte dépendance du comportement rhéologique du matériau avec son temps de relaxation τ et la fréquence de l'essai.

Le temps de relaxation, noté τ , est relié au mouvement des chaînes de polymère au sein du matériau, qui se réarrangent au cours de la déformation. En fait, l'état du système (vitreux ou caoutchoutique) est indiqué par $\omega\tau$: si, pour une température et une fréquence données, ce produit est inférieur à 1, le comportement du système est caoutchoutique. A l'inverse, s'il est très supérieur à 1 on aura affaire à un comportement vitreux.

3.4. Viscoélasticité non linéaire

En viscoélasticité non linéaire, le principe de superposition de Boltzmann n'est plus satisfait. Ce domaine est celui des élastomères fortement déformés et des polymères chargés (même aux faibles déformations). Pour ces derniers, le module tend à diminuer avec la déformation, l'hypothèse associée à cet effet réversible est le détachement du polymère des inclusions et la cassure du réseau de charges.

3.5. Caractérisation - Module élastique

Pour l'élastomère RTV1062, la loi de Hook $\sigma=E\varepsilon$ est valide jusqu'à 40% de déformation mais approxime de façon satisfaisante la courbe expérimentale jusqu'à 300%. Aux plus fortes déformations, le comportement non linéaire, hyper élastique du matériau domine. La loi non linéaire néo-hookéenne convient à l'élastomère RTV141, mais n'ajuste correctement le comportement du RTV1062 que jusqu'à 120% de déformation. La loi hyper élastique retenue est celle de Mooney-Rivlin à 5 paramètres. Considérons tout d'abord l'élastomère RTV1062 (Figure 1.5):

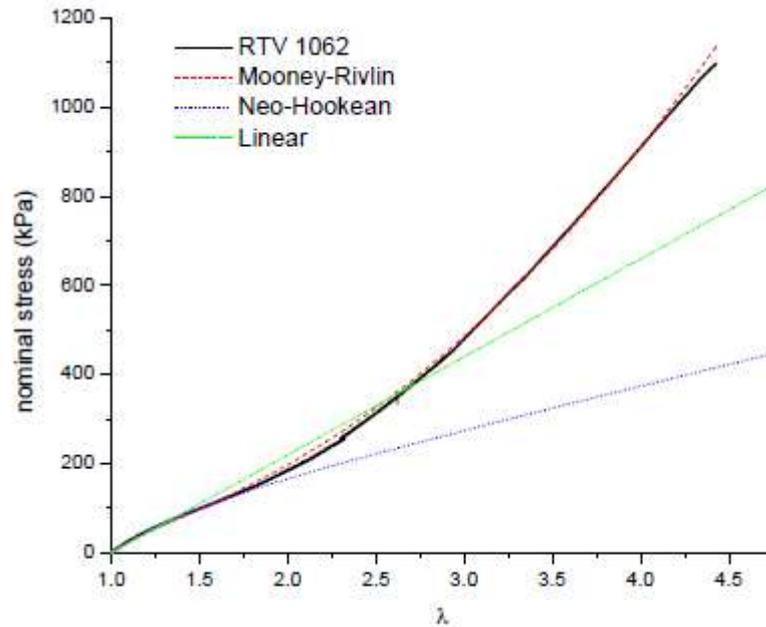


Fig.1.5. Traction uniaxiale de l'élastomère RTV 1062 et les ajustements linéaire et non linéaires (néo-Hookean et Mooney-Rivlin)

L'ajustement de la courbe expérimentale de traction 1D d'un cylindre d'élastomère pur aboutit aux modules suivants :

- Pour le modèle Hookéen, $E=220\text{kPa}$
- Le module de cisaillement μ , paramètre du modèle néo-hookéen, vaut 95kPa .
- Les paramètres de Mooney-Rivlin sont :

$$C_{10}=13680 \text{ Pa}$$

$$C_{01}=39000 \text{ Pa}$$

$$C_{20}=C_{02}=0 \text{ Pa}$$

$$C_{11}=9720 \text{ Pa}$$

Les valeurs $C_1=55\text{kPa}$, $C_2=10\text{kPa}$ conduisent d'où une densité de nœuds de

$$v_{\text{phys}}=2,2 \cdot 10^{-3}.$$

Pour le polymère RTV141 Figure 1.6, l'ajustement de la courbe expérimentale de traction conduit aux modules suivants :

- Pour le modèle Hookéen, $E=700\text{kPa}$

- Le module de cisaillement μ , paramètre du modèle néo-hookéen, vaut 230kPa.
- Les paramètres de Mooney-Rivlin sont :

$$C_{10}=34475 \text{ Pa}$$

$$C_{01}=95662 \text{ Pa}$$

$$C_{20}=C_{02}=0 \text{ Pa}$$

$$C_{11}=21704 \text{ Pa}$$

$$\text{soit un } \nu_{\text{phys}}=5,6 \cdot 10^{-4}$$

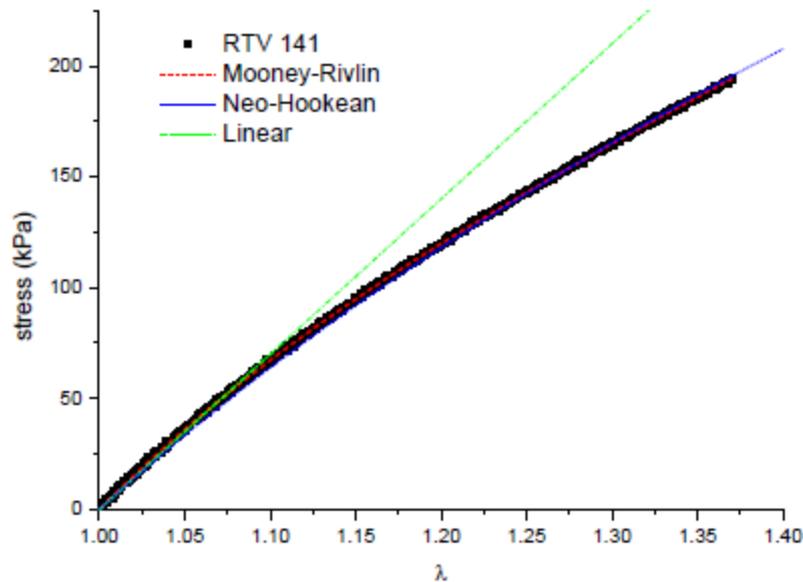


Fig.1.6. Traction uniaxiale de l'élastomère RTV 141 et les ajustements linéaire et non linéaires (néo-Hookeen et Mooney-Rivlin)

4. Energie de déchirement des élastomères

L'énergie de déchirement des élastomères a été étudiée dans les années 60 par Lake et Thomas, puis par Gent et Tobias début 80. Les premiers ont établi une expression théorique de l'énergie de déchirement par unité d'aire T_0 [4]:

$$T_0 = K\sqrt{M_c} \quad (1.20)$$

où M_c est le poids moléculaire moyen du réseau d'enchevêtrements et K une fonction de la masse effective, de la longueur, de la densité, de la flexibilité des chaînes de polymère, et de l'énergie de dissociation de la plus faible liaison. Pour les liaisons C-C, K vaut $0,5 \text{ J/m}^2/(\text{unité})$

de masse moléculaire)^{1/2}.

Pour les élastomères hydrocarbonés, T_0 peut être approximé par :

$$\log_{10}T_0 = 5 - 0,5 \log_{10}E \quad (1.21)$$

La théorie statistique de l'élasticité caoutchoutique permet de relier la valeur de M_c au module d'élasticité :

$$M_c = \frac{3\rho RT}{E} \quad (1.22)$$

où ρ est la densité de l'élastomère.

Selon les élastomères employés, T_0 varie considérablement ; pour le PDMS, l'énergie de déchirement oscille entre 20 et 100 J/m².

5. Composites caoutchoutiques à particules

L'usage certainement le plus connu des matériaux composites à particules est le renforcement des pneumatiques à l'aide de noir de carbone. Pour de tels composites isotropes, les paramètres essentiels sont la fraction volumique en charges, la nature chimique des charges, leur surface spécifique, leur agrégation. Ainsi, les noirs de carbone, de par leurs nombreux sites actifs à la surface, se lient aisément à l'élastomère et améliorent les propriétés mécaniques. Il faut toutefois bien se garder de conclure que le simple ajout de charges suffit à renforcer les propriétés d'un élastomère : l'ajout de noir de carbone peut tout aussi bien diminuer la résistance à la rupture de certains polymères que l'augmenter pour d'autres.

Lors de l'ajout de charges dans un élastomère, les longues chaînes de polymère vont, si la nature chimique des charges le permet, se lier avec les particules. De ce fait, le matériau se trouve renforcé par l'ajout de particules : d'un point de vue moléculaire, ce renforcement peut être vu comme une diminution d'entropie conséquence des contraintes additionnelles venant des liaisons polymère-charges. Deux réseaux vont alors entrer en jeu : d'une part les chaînes de polymère réticulées, d'autre part les particules liées à l'élastomère, qui jouent le rôle de nœuds de réticulation. Reichert [5] suppose ces réseaux gaussiens et indépendants ; la contrainte macroscopique totale est alors la somme des contraintes agissant sur le réseau de polymère et sur celui engendré par les charges (de fraction volumique φ_c).

$$\sigma_{tot} = (1 - \varphi_c)\sigma_{poly} + \varphi_c\sigma_c$$

$$\text{Où} \quad \sigma_i = G_i \frac{\lambda_i - \lambda_i^{-2}}{1 - \Psi(\lambda_i)} \quad (1.15)$$

En notant $\Psi(\lambda)$ la proportion de chaînes totalement étirées au taux d'élongation λ .

Si la structure primaire est une répartition isotrope de particules, la microstructure affecte aussi le comportement du matériau. Cette dernière est constituée des défauts au niveau des particules : agrégats de particules (fusionnées lors de leur élaboration), agglomérats issus de l'attraction entre particules. Une des conséquences est que l'élastomère emprisonné par un ensemble de particules agglomérées ne joue plus de rôle « élastique », et est appelé volume mort. C'est ce qu'indique Medalia dans le cas du noir de carbone [6]. Ces agglomérats sont détruits par action mécanique (malaxage), mais peuvent se reformer. La cassure de cette structure secondaire est à l'origine de l'effet Mullins.

6. Structures sandwiches

Les structures sandwiches se présentent généralement sous la forme d'une couche relativement légère et rigide, constituant d'un cœur, intercalée entre deux couches ou plusieurs parements rigides appelés peaux ou faces. Les faces sont souvent des tôles métalliques ou des composites stratifiés. Le matériau cœur peut être polymère, nids d'abeilles, bois ou mousse, etc. suivant leur utilisation.

6.1. Sandwiches de type-1

Conçus principalement pour supporter des charges transversales. Dans cette configuration, le cœur est souvent épais pour permettre d'obtenir de fortes rigidités en flexion avec de faibles augmentations de masse. Ce type de sandwiches est très utilisé dans le domaine aérospatial.

6.2. Sandwiches de type-2

Utilisés principalement dans les applications nécessitant la suppression ou l'atténuation des vibrations. Dans cette configuration, une fine couche viscoélastique est intercalée entre deux faces élastiques. La présence du matériau viscoélastique permet d'introduire un fort pouvoir amortissant du principalement à l'écart entre les déplacements longitudinaux des couches élastiques et la faible rigidité de la couche centrale. Du point de vue de l'ingénieur, les propriétés amortissantes de ces tôles sont caractérisées par deux quantités modales, à savoir le facteur de perte et la fréquence amortie.

On peut dire aussi que la structure sandwich obtenue à partir de deux peaux ou semelles, réalisées dans un matériau ayant de très bonnes caractéristiques mécaniques, collées sur une âme réalisée avec un matériau très léger et ayant de faibles caractéristiques mécaniques. Une telle structure présente en flexion des rapports résistance/ masse et rigidité/masse très importants ces drivés structures font l'objet principal de notre travail .

6.2. Différences constituent d'une plaque sandwich

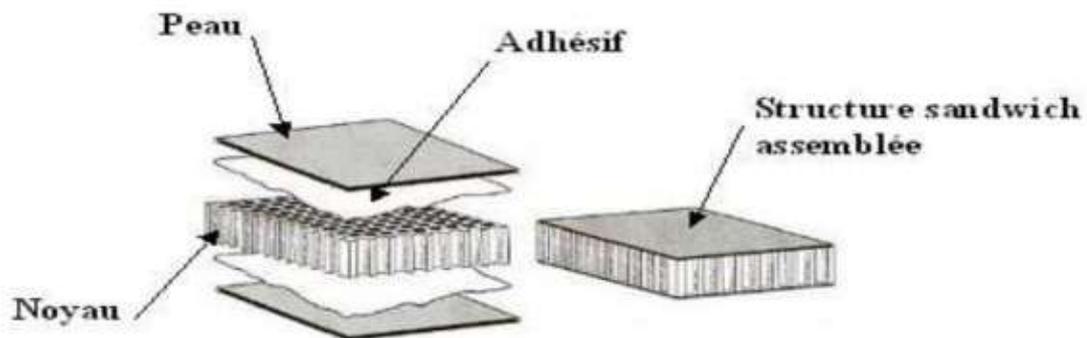


Fig.1.7. Constitutions d'un sandwich [6]

Le principe du technique sandwich consiste à appliquer sur une âme (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression). Deux "couches", appelées peaux, possédant de bonnes caractéristiques en traction. L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté rigidité.

Généralement, le choix des matériaux est fait par objectif initial d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques, corrosion, prix, etc.).

6.3. Rôle des constituants des structures sandwiches

Ces structures ont une grande rigidité en flexion et torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan [7].

6.4. Domaines d'applications des matériaux sandwichs

Les panneaux sandwichs sont de plus en plus utilisés dans la conception des structures minces. Ils trouvent leurs applications dans l'aéronautique, l'automobile, la construction navale et ferroviaire [7].

6.4.1. Construction aérospatiale

Les portes trappes de train d'atterrissages, carénages divers (entre aile de fuselage, mâts de réacteurs, glissières de volets) sont des pièces secondaires réalisés en panneaux sandwichs et par cuisson de stratifiés composites (carbone/ époxyde, kevlar/époxyde) sur nida nomex ou aluminium collés avec des adhésifs époxydes en films.

Les capots des moteurs sont les plus souvent réalisés avec des sandwichs constitués de peaux en carbone / époxyde collés sur des âmes en nida aluminium. Afin d'obtenir la résistance à la chaleur nécessaire, on utilise des adhésifs époxydes phénoliques ou polyamides. Les panneaux acoustiques sont des structures sandwichs dont la peau intérieure, coté moteur est constituée d'une peau perforée sur laquelle est collé un tissu microporeux. Des nombreuses pièces d'hélicoptères sont constituées de pièces monolithiques ou de sandwichs avec peaux en composites collées sur nida .Dans les domaines astronautique et d'armement, on à besoin de tenue à la chaleur et aux variations thermiques encore plus élevées. Les réflecteurs solaires sont en peaux de carbone / époxyde et l'âme en nida nome.

6.4.2 .Construction automobile et ferroviaire

Les matériaux sandwichs sont également utilisés et assemblés par collage dans la construction de camions, d'autobus, dans ce domaine on peut utiliser des peaux en stratifié verre/polyester et d'âme en mousse polystyrène expansé. Le métro et tramways, demandant des démarrages fréquents, constituent un bon marché pour les matériaux sandwichs. Les portes d'accès sont en panneaux sandwichs avec des peaux en composites verre/ polyester ou en aluminium collées par des adhésifs intérieurs sont aussi en panneaux sandwichs avec l'âme en nid d'Aluminium.

7. Conclusion

La conception de système d'amortissement efficace est un défi que les ingénieurs s'attèlent à relever avec l'exigence de structures de plus en plus sollicitées et allégées. Pour ce faire, le moyen le plus connu et surtout le plus utilisé est l'utilisation de matériaux viscoélastiques sous diverses formes. Ainsi, ceux-ci peuvent se présenter sous forme de couches uniformes insérées entre deux couches élastiques (sandwiches à cœur viscoélastique)

Les matériaux viscoélastiques sont introduits sous diverses formes dans le but d'augmenter leur effet d'amortissement.

En règle générale, l'amortissement des structures sandwiches saines (sans fissure) est faible, ce qui peut réduire les vibrations de structure avec des amplitudes élevées.

CHAPITRE II

MODÉLISATION ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE

1. Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons présenté l'état de l'art des modèles rhéologiques qui décrivent le comportement des matériaux viscoélastiques. Dans ce chapitre, nous étudions le comportement dynamique de structures viscoélastiques. Les matériaux viscoélastiques sont très largement utilisés pour leurs propriétés amortissantes, pour contrôler les vibrations et réduire le bruit. La modélisation et l'optimisation des performances d'un matériau amortissant nécessitent un outil de calcul par éléments finis puissant, afin d'obtenir des résultats proches ceux des conditions réelles.

2. Modélisation des vibrations de structures sandwiches

Deux types d'amortissement sont utilisés.

- l'amortissement passif, par combinaison de couches élastiques et viscoélastiques, qui sont d'origine visqueuse.
- l'amortissement actif, par combinaison de couches élastiques et piézoélectriques par l'application d'une loi de contrôle électrique.

3. Amortissement passif des vibrations

L'amortissement passif des vibrations provient des propriétés dissipatives des matériaux viscoélastiques. Ces propriétés dépendent généralement de la fréquence, de l'amplitude, du type d'excitation et également de la température. Il s'avère donc nécessaire de maîtriser tous ces paramètres pour mieux modéliser le comportement des structures comportant des couches viscoélastiques. Ce besoin a motivé plusieurs auteurs dans leurs recherches à proposer des approches pouvant décrire plus ou moins correctement la réalité physique.

La première étude sur les propriétés vibratoires des poutres sandwichs à cœur viscoélastique a été présentée vers les années 50 par Kerwin [8]. Il a considéré des poutres sandwichs simplement appuyées dont les peaux élastiques étaient plus rigides que le cœur. DiTaranto [9], en étendant les travaux de Kerwin, s'est intéressé à la description du mouvement des poutres sandwichs en vibration libre soumises à des conditions aux limites arbitraires. En se basant sur les travaux ci-haut, Mead et Markus [10] ont proposé un modèle pour étudier les vibrations forcées avec plusieurs conditions aux limites. Récemment, Hu et

al. [11], ainsi que d'autres auteurs [12], ont effectué une revue bibliographique des outils existants dans la littérature pour la modélisation des structures multicouches. Il en ressort que la difficulté principale dans ce type de modélisation porte sur la description adéquate de la cinématique. En effet, les contributions récentes sont basées sur les théories classiques des stratifiés développés par Kirchhoff–Love. Avec cette approche, la déformation due au cisaillement est négligée par rapport aux autres contributions. Quelques années plus tard, la prise en compte des effets de cisaillement transversal (Reissner [13] ; Mindlin [14] et autres.) a permis d'établir une théorie dite de premier ordre. Ces théories ont vite montré leurs limites, puisque la déformation due au cisaillement doit varier au moins de façon quadratique de manière à satisfaire une contrainte nulle aux surfaces externes des peaux. C'est ce qui a amené Gay [15] à introduire la notion de coefficient de correction, qui se révèle difficile à estimer pour les stratifiés. C'est pour éviter cette difficulté que les théories dites d'ordres élevés ont été introduites par plusieurs auteurs, dont Reddy [16] et Touratier [17, 18], qui représentent des contributions majeures. Reddy [16] a proposé un modèle basé sur une description cubique du champ de déplacement dans l'épaisseur, tandis que Touratier [17] a proposé, quant à lui, une description sinusoïdale de ce même champ. Ceux-ci ont l'avantage de permettre une description parabolique de la contrainte de cisaillement, tout en remplissant la condition de contrainte nulle sur les surfaces externes du sandwich. Les modèles d'ordres élevés ont suscité un grand intérêt et sont largement utilisés dans la modélisation des structures multicouches. En effet, ils permettent dans moult situations des estimations assez satisfaisantes de grandeurs telles que la flèche, les fréquences propres, etc. Notons que pour les modèles ci-hauts, la structure est traitée comme une seule couche permettant une simplification majeure de l'analyse. En revanche, cette approche conduit dans certaines configurations géométriques et matérielles à des résultats plus ou moins erronés. Cela a conduit à l'adoption de modèles de type zig-zag, qui consistent à décrire couche par couche les champs de déplacement (voir figure 2.1).

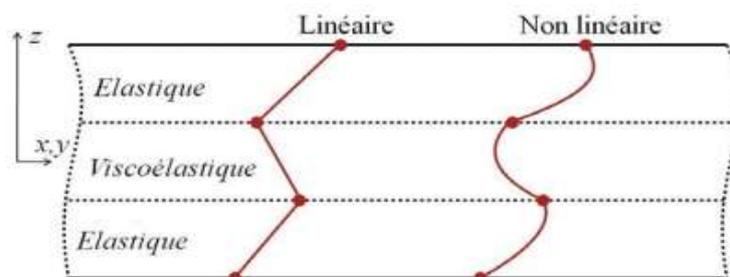


Fig.2.1. Schéma cinématique zig-zag pour les déplacements

4. Méthodes de résolution du problème aux valeurs propres

Le comportement vibratoire des structures viscoélastique est généralement non linéaire à cause de sa dépendance en fréquence introduite par la couche viscoélastique. Selon la littérature, on distingue trois modes d'analyse :

4.1. L'analyse de la réponse fréquentielle

Cette méthode consiste à appliquer une excitation harmonique F à la structure ramenant ainsi l'équation (1) sous la forme :

$$[K(\omega) - \omega^2[M]]\{U\} = \{F\} \quad (1)$$

Il existe deux propositions de résolution pour ce cas dans la littérature. La première consiste à chercher les courbes de réponses en déplacement $\{U(\omega)\}$ en inversant la matrice dynamique $[K(\omega) - \omega^2M]$ pour diverses valeurs de ω . Ensuite la fréquence amortie Ω est déterminée au pic de la résonance et le facteur de perte $\eta = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Omega}$ par la méthode de la bande passante à -3db [18]. Pour cette méthode, plus l'incrément utilisé pour les valeurs de ω est petit plus le résultat est plus précis ; mais cela revient à inverser une multitude de matrices dynamiques $[K(\omega) - \omega^2M]$ ce qui engendre donc un temps de calcul assez considérable. De plus, l'évaluation du facteur de perte n'est valide que pour un amortissement petit et pour des fréquences propres suffisamment séparées. Précisons toutefois que cette méthode est beaucoup plus utilisée au cours des essais expérimentaux où les déplacements sont déterminés expérimentalement pour différentes valeurs de ω

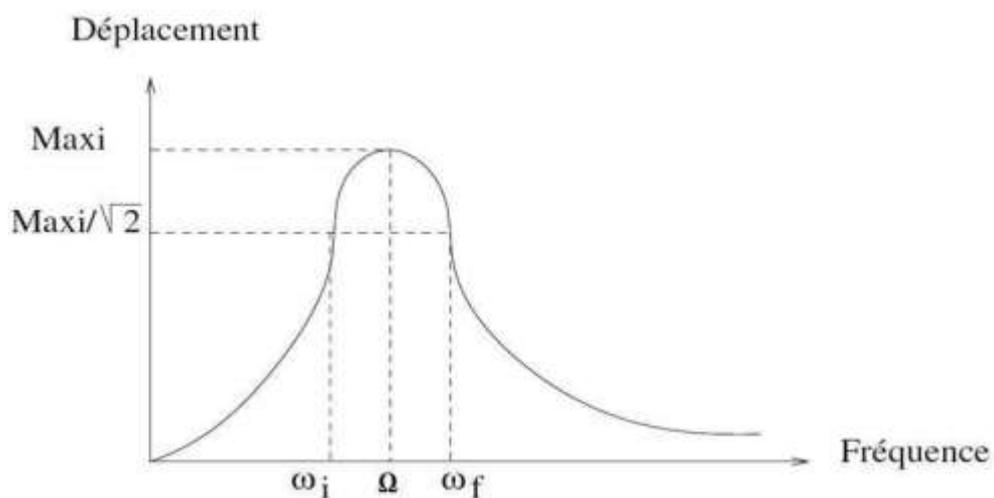


Fig.2.2. Calcul de l'amortissement par la méthode des bandes passantes

La deuxième méthode est proposée par Abdoun et al. [19] et est basée sur la méthode asymptotique numérique. Ils ont réécrit l'équation de vibration forcée (2) sous la forme :

$$([K(0)] + E(\omega)[K_v] - \omega^2[M])\{U\} = \{F\} \quad (2)$$

À partir d'une décomposition du module de Young complexe et dépendant de la fréquence du cœur viscoélastique comme suit :

$$E^*(\omega) = E^*(0) + E(\omega) \quad (3)$$

La matrice $[K_v]$ est purement réelle et relative au cœur viscoélastique et $[K(0)]$ est la matrice d'élasticité retardée de la structure. Pour résoudre l'équation (2), les inconnues (ω, U) sont développées en séries de Taylor ; une suite récurrente de problèmes linéaires est alors obtenue et sa résolution permet d'obtenir directement la courbe de réponse. Cette technique procure un gain de temps considérable par rapport à la première méthode et est applicable à n'importe quel genre de structure et n'importe quelle loi de dépendance en fréquence du cœur viscoélastique.

4.2. Analyse modale

L'analyse modale consiste à estimer directement à partir de l'équation de vibration libre (formule 4) les propriétés modales de la structure. Deux cas sont présentés : le cas de module complexe constant du cœur viscoélastique et le cas de la dépendance en fréquence. Dans le cas du module de Young complexe constant du cœur viscoélastique, le problème de vibration libre (4) s'écrit simplement [20, 21]

$$(K - \omega^2 M)\{U\} = \{0\} \quad (4)$$

5. Éléments finis de la poutre sandwich

La poutre sandwich donnée par la figure (2.3) est modélisée par la méthode des éléments finis. Les matrices de rigidité et de masse sont obtenues en utilisant une formule énergétique (énergie cinétique et potentiel) ces énergies sont données par les équations (5) et (6).

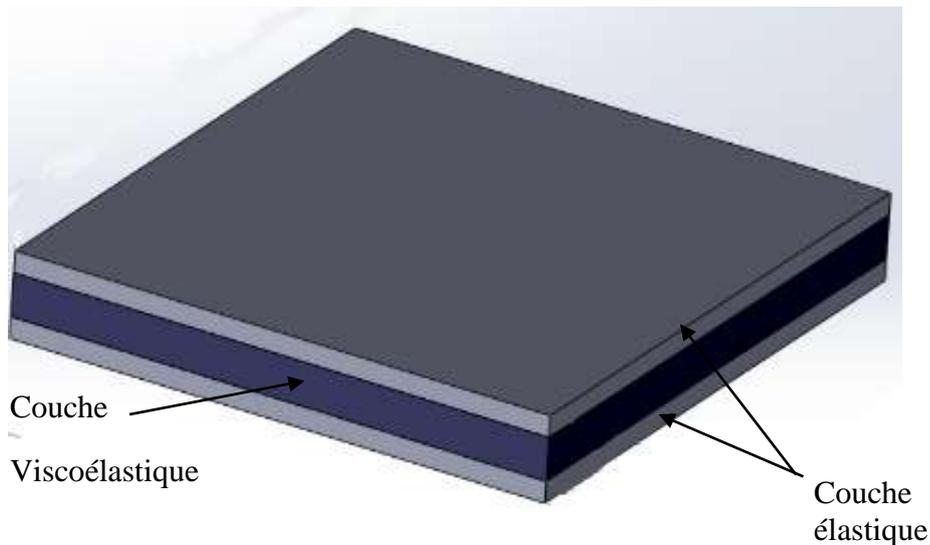


Fig.2.3. Plaque viscoélastique

$$V = \frac{1}{2} U^T K U \tag{5}$$

Où V est l'énergie potentielle de l'élément, U^T est la transposition du déplacement vecteur et K est la matrice de rigidité (Kelly 1996).

L'énergie cinétique pour un élément est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} \dot{U}^T M \dot{U} \tag{6}$$

Où T est l'énergie cinétique de l'élément, \dot{U}^T est la transposition du vecteur de vitesse, et M est la matrice de masse.

La Figure (2.4) définit les degrés de liberté d'élément de poutre à deux nœuds contraints. Cet élément de poutre est constitué de trois couches. Désignées couches sont référées comme couche 1, couche 2 et couche 3 où les couches 1 et 3 sont les couches élastiques et la couche 2 est le noyau viscoélastique. La pente et la déflexion de la poutre sont définies par rapport à l'axe de la poutre sandwich. De plus, extensionnels sont assignés à quatre degrés de liberté sont utilisés à chaque nœud.

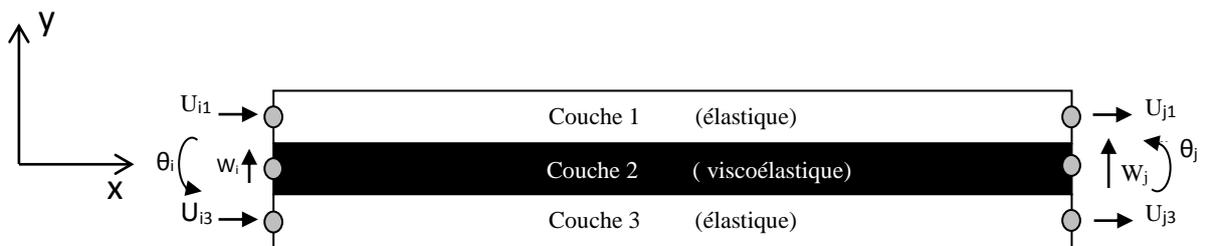


Fig.2.4. Degrés de liberté pour l'élément poutre

Le module d'élasticité, les sections transversales, l'hauteurs des couches et des masses par unité des longueurs sont indiqués par E_n, I_n, A_n, h et m_n , respectivement. L'indice n désigne les couches de poutre: ($n=1, 3$).

5.1. Degrés de libertés et fonctions de forme

Quatre degrés de liberté par nœud sont représentés à la figure (2.4). Le déplacement transversal est donné par w_i le degré de rotation donne par θ_i , et les déplacements axiaux de chaque couche sont donne par u_{i1} et u_{i3} , respectivement. Cet élément fini a les hypothèses suivantes :

1. Le déplacement transversal est constant à travers la section transversale de la poutre,
2. Les couches d'Aluminium sont considérées comme des plaques minces.
3. La déformation en rotation est la même pour les deux couches à une section transversale donnée. Les déplacements nodaux pour l'élément poutre est donne comme suit :

$$\{q\} = \begin{bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ u_{i1} \\ u_{i3} \\ w_j \\ \theta_j \\ u_{j1} \\ u_{j3} \end{bmatrix} \quad (7)$$

La relation entre le champ de déplacement et les déplacements nodaux sont donnés

$$\{d\} = [N]\{q\} \quad (8)$$

Où $\{d\}$ est le vecteur de déplacement et $[N]$ est la matrice de forme donne par :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_f \\ N'_f \\ N_1 \\ N_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Les fonctions de forme est donnée comme suite :

$$\beta = \frac{x}{L} ; \quad L = \text{longueur poutre.}$$

$$[N_f] = \{1 - 3\beta^2 + 2\beta^3 \quad (\beta - 2\beta^2 + \beta^3)L \quad 0 \quad 0 \quad 3\beta^2 - 2\beta^3 \quad (-\beta^2 + \beta^3)L \quad 0 \quad 0\} ;$$

$$[N'_f] = \left\{ \frac{\partial N_f}{\partial x} \right\} = \left\{ \frac{1}{L} \frac{\partial N_f}{\partial \beta} \right\} ;$$

$$[N_1] = \{0 \ 0 \ 1 - \beta \ 0 \ 0 \ 0 \ \beta \ 0\} ; \text{ Et}$$

$$[N_3] = \{0 \ 0 \ 0 \ 1 - \beta \ 0 \ 0 \ 0 \ \beta \} .$$

5.2. Matrice de rigidité de la couche

La couche de la poutre est présentée par un élément barre et sa formule d'énergie potentielle est donnée par :

$$V_{\text{face bar}} = \frac{1}{2} \int_0^L E_n A_n \left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (10)$$

Couche soumise à la flexion (élément poutre) donnée comme suit :

$$V_{\text{face bar}} = \frac{1}{2} \int_0^L E_n I_n \left(\frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (11)$$

L'équation (11) prend en compte l'énergie de déformation de flexion de la feuille de face. L'énergie potentielle totale dans un élément est la somme de l'énergie potentielle de la poutre et de la barre pour les deux faces. L'énergie potentielle, alors, est

$$V_{\text{face}} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[E_1 I_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + E_1 A_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + E_3 I_3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + E_3 A_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (12)$$

En remplaçant le déplacement nodal de l'équation (7) et la fonction de forme de l'équation (9) dans l'équation (12) et réarranger dans le partir de l'équation (5) rendements

$$V_{\text{face}} = \frac{1}{2} \{q\}^T K_{\text{face}} \{q\} \quad (13)$$

$$K_{\text{face}} = \begin{bmatrix} \frac{12 EI}{L^3} & \frac{6 EI}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12 EI}{L^3} & \frac{6 EI}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{6 EI}{L^2} & \frac{4 EI}{L} & 0 & 0 & -\frac{6 EI}{L^2} & \frac{4 EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_1 A_1}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_1 A_1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E_3 A_3}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_3 A_3}{L} \\ -\frac{12 EI}{L^3} & -\frac{6 EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12 EI}{L^3} & -\frac{6 EI}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{6 EI}{L^2} & \frac{4 EI}{L} & 0 & 0 & -\frac{6 EI}{L^2} & \frac{4 EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{E_1 A_1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{E_1 A_1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{E_3 A_3}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{E_3 A_3}{L} \end{bmatrix}$$

et $EI=E_1I_1+E_3I_3$. La K terme dans la sixième rangée de la première colonne est $\frac{6EI}{L^2}$. Ceci est différent de Sainsbury est un terme qui a été signalé comme $\frac{6EI}{L^3}$. Cette erreur peut être vérifiée en examinant les unités d'énergie potentielles

5.3. Matrice de rigidité de la couche centrale

L'expression de la contrainte de cisaillement dans le noyau présenté par MEAD est donne comme suite :

$$\gamma = \left[\frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_1 - u_3}{h_2} \right] \quad (14)$$

Où

$$d = h_2 + \frac{1}{2}(h_1 + h_3) \quad (15)$$

L'énergie potentielle dans le noyau qui est stockée comme contrainte de cisaillement dans le matériau viscoélastique du noyau est donnée par :

$$V_{core} = \frac{1}{2} \int G_2 \gamma^2 dV \quad (16)$$

La matrice de rigidité est donnée comme suit :

$$K_{core} = \begin{bmatrix} \frac{6d^2}{5L^2} & \frac{d^2}{10L} & -\frac{d}{2L} & \frac{d}{2L} & -\frac{6d^2}{5L^2} & \frac{d^2}{10L} & -\frac{d}{2L} & \frac{d}{2L} \\ \frac{d^2}{2d^2} & \frac{d^2}{2d^2} & \frac{d}{d} & \frac{d}{d} & -\frac{d^2}{d^2} & \frac{d^2}{d^2} & \frac{d}{d} & \frac{d}{d} \\ \frac{10L}{d} & \frac{15}{d} & \frac{12}{1} & \frac{12}{1} & \frac{10L}{d} & \frac{30}{d} & \frac{12}{1} & \frac{12}{1} \\ -\frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{3}{1} & \frac{3}{1} & \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{6}{1} & \frac{6}{1} \\ \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{3}{1} & \frac{3}{1} & \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{6}{1} & \frac{6}{1} \\ \frac{6d^2}{5L^2} & \frac{d^2}{10L} & \frac{d}{2L} & \frac{d}{2L} & -\frac{6d^2}{5L^2} & \frac{d^2}{10L} & \frac{d}{2L} & \frac{d}{2L} \\ -\frac{5L^2}{d^2} & \frac{10L}{d^2} & \frac{2L}{d} & \frac{2L}{d} & \frac{5L^2}{d^2} & \frac{10L}{d^2} & \frac{2L}{d} & \frac{2L}{d} \\ \frac{10L}{d} & \frac{30}{d} & \frac{12}{1} & \frac{12}{1} & \frac{10L}{d} & \frac{15}{d} & \frac{12}{1} & \frac{12}{1} \\ -\frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{6}{1} & \frac{6}{1} & \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{3}{1} & \frac{3}{1} \\ \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{6}{1} & \frac{6}{1} & \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{3}{1} & \frac{3}{1} \\ \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{6}{1} & \frac{6}{1} & \frac{2L}{d} & \frac{12}{d} & \frac{3}{1} & \frac{3}{1} \end{bmatrix}$$

5.4. Matrice de raideur élémentaire de la poutre

La matrice de rigidité élémentaire de poutre est donnée par :

$$K_{elem} = K_{face} + K_{core} \quad (17)$$

Cette matrice de rigidité élémentaire sera utilisée dans la formulation MGHM pour les poutres sandwiches.

5.5 Matrice de masse de la poutre

La matrice de masse élémentaire de poutre est donnée par :

$$M_{elem} = L \int_0^L (m_0 [N_f]^T [N_f] + m_1 [N_1]^T [N_1] + m_3 [N_3]^T [N_3]) d\beta \quad (18)$$

L'intégrale dans l'équation (5) est évaluée et la matrice de matrice de masse élémentaire à la forme :

$$M_{elem} = \begin{bmatrix} \frac{13 m_0 L}{35} & \frac{11 m_0 L^2}{210} & 0 & 0 & -\frac{9 m_0 L}{70} & -\frac{13 m_0 L^2}{420} & 0 & 0 \\ \frac{11 m_0 L^2}{210} & \frac{m_0 L^3}{105} & 0 & 0 & \frac{13 m_0 L^2}{420} & -\frac{m_0 L^3}{140} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_1 L}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{m_1 L}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{m_3 L}{3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{m_3 L}{6} \\ \frac{9 m_0 L}{70} & \frac{13 m_0 L^2}{420} & 0 & 0 & \frac{13 m_0 L}{35} & -\frac{11 m_0 L^2}{210} & 0 & 0 \\ \frac{13 m_0 L^2}{420} & -\frac{m_0 L^3}{140} & 0 & 0 & -\frac{11 m_0 L^2}{210} & \frac{m_0 L^3}{105} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_1 L}{6} & 0 & 0 & 0 & \frac{m_1 L}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{m_3 L}{6} & 0 & 0 & 0 & \frac{m_3 L}{3} \end{bmatrix}$$

6. Fonctions de module de matériau et module complexe

Le module de stockage de cisaillement G' et le module de perte G'' sont liés au module complexe G^* par (Christensen 1982)

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + jG''(\omega) \quad (19)$$

L'équation (19) est utilisée pour relier la contrainte et la déformation dans un matériau viscoélastique par une fonction de module de matériau, $SG(s)$. McTavish et Hughes (1993) ont évalué cette fonction du module du matériau le long du plan s et ont assimilé cette fonction au module complexe, définissant ainsi une relation entre la fonction du module matériel dérivée dans Christensen (1982) et le module complexe. Définition de McTavish est :

$$G^*(\omega) \equiv j\omega G(j\omega) \quad (20)$$

Ainsi, la fonction de module de matériau qui est représentée dans les méthodes GHM et MGHM sous la forme de séries de termes de mini-oscillateur peut être réglée égale au module complexe ou au module de cisaillement complexe pour un matériau viscoélastique. Le facteur de perte, η , peut aussi être exprimé comme le rapport du module de perte de cisaillement (Christensen 1982). Cette relation est

$$\eta = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} \quad (21)$$

La relation entre le module de cisaillement complexe, le module de stockage en cisaillement et le facteur de perte est donc

$$G^*(\omega) = G'(\omega)[1 + j\eta(\omega)] \quad (22)$$

7. Conclusion

Dans ce chapitre, la théorie de type zig-zag avec continuité des déplacements aux interfaces des couches est utilisée. L'intérêt de cette théorie réside dans la généralisation d'application qu'elle peut traiter le comportement des matériaux élastiques, viscoélastiques ou les deux simultanément.

Toutefois, une simulation numérique a été faite pour traiter le comportement des sandwichs viscoélastiques à haut pouvoir amortissant (comportement non-linéaire).

CHAPITRE III

SIMULATION NUMÉRIQUE

1. Introduction

Dans ce chapitre on a exploité deux codes du calcul (Abaqus et Solidworks) pour modéliser le comportement vibratoire des plaques sandwiches viscoélastiques (Fréquence naturelles et modes propres).

2. Présentation du logiciel Abaqus

Afin décrire résultat finale on a suivi les étapes suivantes :

2.1.Étape 1 :

Définition de domaine étudié.

2.2.Étape 2 :

Propriétés des matériaux (mécanique, physique, thermique) [21].

2.2.1. Domaines physiques

- Mécanique
- Thermique
- électriques (pièzo et thermique)
- Problèmes couplés

2.2.2. Problèmes étudiés Abaqus

- Statique et dynamique
- Linéaires et non linéaires

2.3. Étape 3:

Conditions aux limites.

2.4. Étape 4:

Génération du maillage (chargement, noeuds, éléments).

2.5. Étape 5 :

Etape de calcul (calcul et affichage des résultats)

3. Types et choix des éléments

Abaqus est un Logiciel qui contient plusieurs types d'éléments de maillage qui sont classifiés dans des différentes familles d'éléments de maillage comme présentées sur la figure suivante :

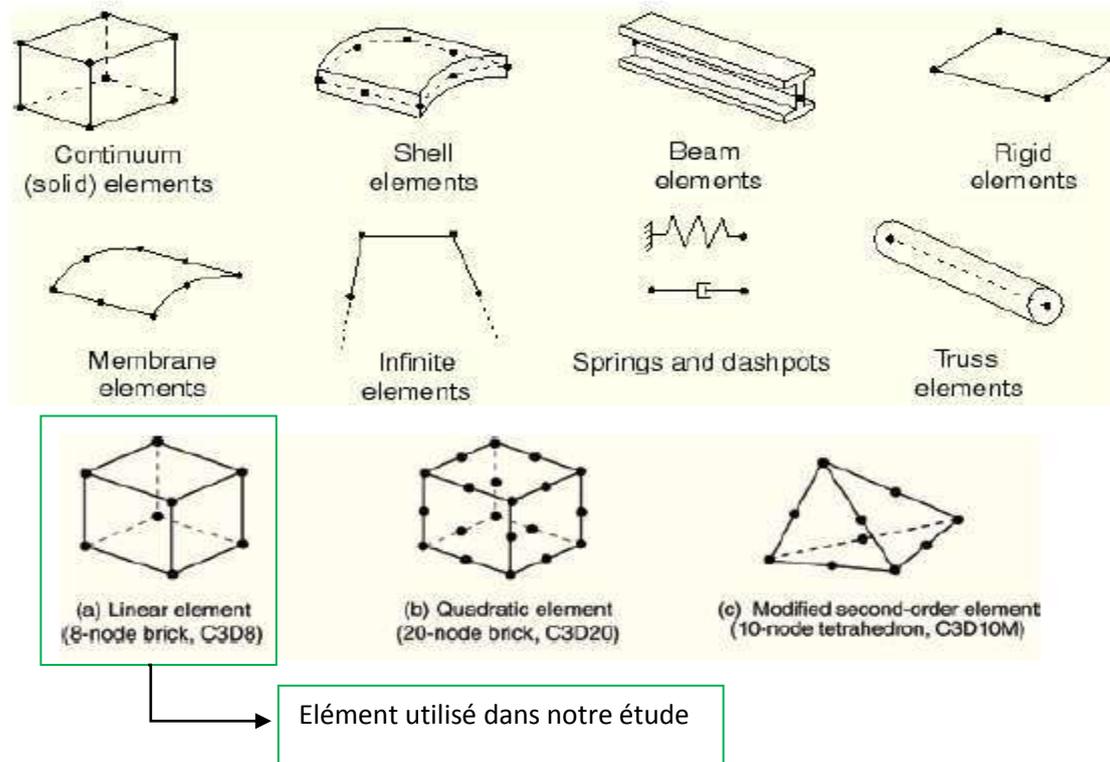


Fig.3.1. Quelques exemples d'éléments issus de la librairie d'Abaqus [21].

4. Présentation du module ABAQUS/CAE

4.1. Avant-propos

Il est important de savoir que le module CAE – que vous allez utiliser pour créer votre jeu de données – est relativement récent (quelques années) et qu'il est plutôt destiné à la mise en données de problèmes relativement classiques. Ce module n'intègre donc pas toutes les commandes utilisables dans Abaqus et fait souvent le choix de paramètres par défaut !!!

4.2. Réalisation de la mise en données d'un problème

La réalisation complète d'un jeu de données s'effectue après un passage successif dans les modules :

- Part,(pièce)

- Property,(Propriété)
- Assembly,(Assemblage)
- Step,(Etape)
- Interaction,(Interaction)
- Load,(Charge)
- Mesh,(Maillage)
- Job (pour lancer le calcul).

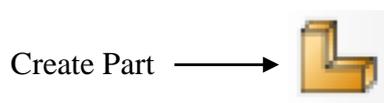
5. Remarque :

Vous trouver dans l'aide en ligne du logiciel, une description plus complète de la mise en données (manuel Getting Started with ABAQUS/Explicit: Interactive Version). Pour activer l'aide, aller dans le menu Help situé dans le coin supérieur droit, puis Search and Browse Manuals.

6. Réalisation de la mise en données d'un problème

6.1. Module Part

C'est dans ce module qu'est définie la géométrie des entités du modèle. Elles comprennent à la fois les parties déformables et les parties rigides. Pour créer les créer, il faut utiliser l'icône de création en haut à gauche.



Il ne vous reste plus qu'à sélectionner convenablement :

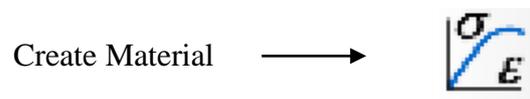
- L'espace de modélisation : 3D par exemple,
- Le type d'entité à générer : deformable ou analytical rigid dans votre cas,
- La forme de l'entité.

Dans tous les cas vous passez dans un autre environnement de type CAO où vous dessinez vos pièces.

Dans le cas d'un solide rigide, il est nécessaire de définir un point de référence. C'est en fait en ce point que sont définis les degrés de liberté du solide sur lesquels vous imposerez des conditions aux limites par la suite. Ceci se fait dans le menu Tools, grâce à la commande Référence point.

6.2. Module Property

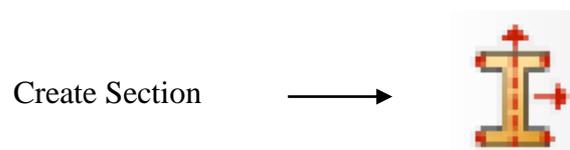
On y définit les propriétés du ou des matériaux (des parties déformables du modèle) et la masse des corps rigides si nécessaire. Dans le cas présent, vous avez à définir des propriétés élastiques et/ou plastiques. Pour créer un matériau, il suffit de cliquer sur l'icône en haut à gauche.



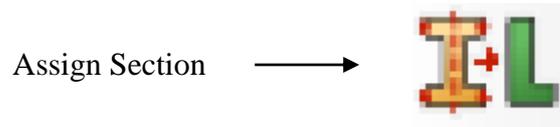
Il vaut mieux ensuite donner un nom spécifique de chaque matériaux qui permet éventuellement la création d'une base de données. Ensuite, il vous reste à définir :

- Les propriétés élastiques via Mechanical, Elasticity, Elastic (module d'Young et le coefficient de Poisson pour un matériau isotrope).
- Les propriétés plastiques via Mechanical, Plasticity, Plastic. (sous l'hypothèse d'un écrouissage isotrope, la courbe d'écrouissage est entrée sous la forme : limite d'élasticité/déformation plastique. Dans cette courbe, la contrainte est de type Cauchy (F divisée par la surface actuelle) et la déformation est logarithmique ($\ln(L/L_0)$).

Il faut ensuite affecter les propriétés matériau à une entité du maillage : pour cela il est nécessaire de créer tout d'abord une section avec l'icône en forme de poutre en I. Vous aurez à faire référence à un matériau et il ne vous restera plus qu'à donner une valeur à l'épaisseur.

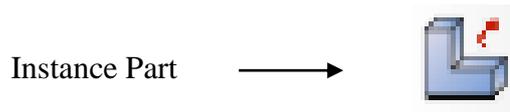


Ensuite, on associe la section précédemment définie à une entité créée dans le module Part, en activant l'icône située en dessous de la précédente, où sont représentés un I et un L.



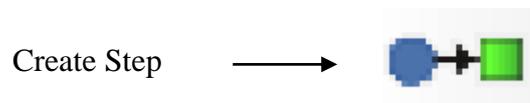
6.3. Module Assembly

Dans ce module, il s'agit de créer une (voire plusieurs) instance(s) à partir des entités que vous avez définies dans le module Part. Ces instances seront celles que vous manipulerez par la suite dans le modèle. Dans le cas général, à partir de l'icône en haut à gauche, pour créer une instance vous sélectionnez tous les éléments créés dans Part. Vous pouvez le cas échéant faire subir des mouvements d'ensemble à ces instances pour les repositionner dans l'espace.



6.4. Module Step

C'est ici que vous choisirez, dans le cas d'études de crash ou d'impact, le module « Dynamic explicit ». Vous remarquerez au passage les nombreuses autres possibilités qui sont offertes par ce code de calcul.

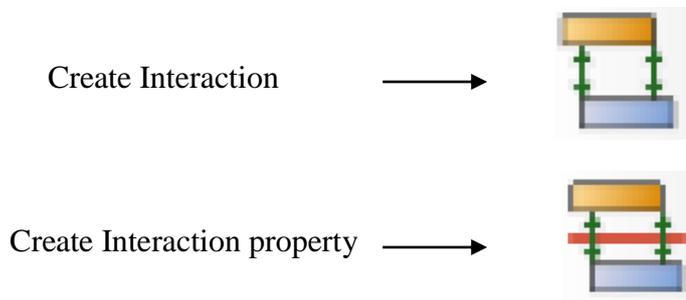


6.5. Module Interaction

C'est dans ce module qu'on définit les interactions entre différentes entités du modèle, ce qui peut prendre la forme d'un contact ou d'équations de liaison entre degrés de liberté.

Dans le cas d'impact, vous allez définir des contacts généralement entre un corps rigide et la pièce déformable. Le contact s'effectue entre deux surfaces qui appartiennent en général à 2 corps différents ; dans le cas contraire, on parle d'auto-contact (self contact).

La première opération consiste donc à définir les surfaces concernées, ceci au moyen de l'icône Create Interaction en précisant à partir de quel pas la prise en compte du contact est active. Il faut alors définir des surfaces maître et esclave. En pratique, la surface esclave est celle qui appartient au corps le plus souple des deux corps en contact. Une fois les surfaces définies, une nouvelle fenêtre s'ouvre, dans laquelle certains choix par défaut sont proposés et où vous avez à définir les propriétés mécaniques du contact, dans la rubrique Interaction property ce qui s'effectue en cliquant sur Create (à moins que vous fassiez référence à des propriétés créées auparavant). Vous donnez alors un nom aux propriétés de contact, puis vous allez dans Mechanical et dans TangentialBehavior où vous allez préciser le type de contact : sans frottement ou avec frottement auquel cas il est recommandé d'utiliser une méthode de pénalité (moins rigoureuse que la méthode de Lagrange, mais cette dernière est plus difficile à faire converger). Dans la direction normale à la surface de contact, par défaut, le contact est traité sans autoriser de pénétration (Hard Contact). En fait, vous pouvez aussi créer les propriétés de contact grâce à l'icône Create Interaction Property.



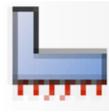
Vous trouverez des informations complémentaires sur le traitement du contact dans Abaqus dans l'aide en ligne.

6.6. Module Load

Vous définirez ici le chargement, les conditions limites...



Create Boundary Condition



6.7. Module Mesh

L'utilisation de ce module est classique.

6.8. Module Job

Le « lancement » du calcul est classique. Après avoir lancé le calcul, vous pouvez suivre l'évolution du process en cliquant sur Monitor : vous pouvez ainsi avoir en temps réel l'évolution des incréments de chargement et apprécier la convergence des calculs.

7. Modélisation dynamique d'une plaque composite sandwich

7.1. Modélisation numérique des vibrations d'une plaque sandwich

7.1.1. Présentation

Nous représentons dans cette partie une modélisation dynamique modale d'une plaque sandwich encastree sur les quatre bords. Les figures (3. 19- 25) montrent les 6 premières modes propres et fréquence propres.

On considère une plaque sandwich encastree, de longueur L , de largeur d , l'épaisseur d'aluminium de la peau H et l'épaisseur du noyau h (Figure 3. 2).

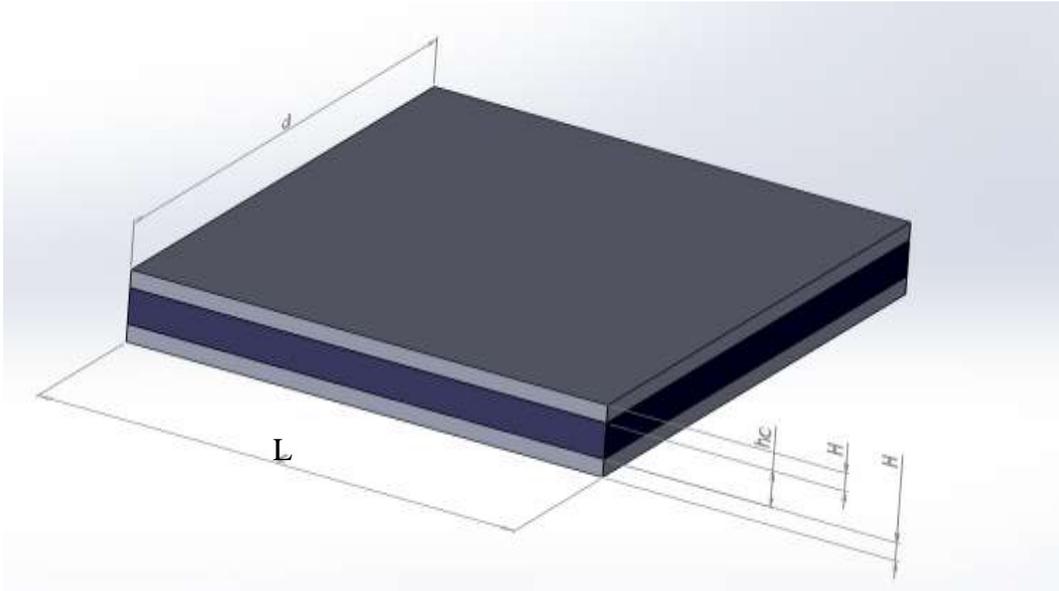


Fig. 3.2. Modèle géométrique de la plaque sandwich avec cœur viscoélastique

Tableau 3.1: Caractéristiques mécaniques et géométriques de la poutre sandwich

	Longueur [mm]	Hauteur [mm]	Largeur [mm]	d [mm]	Module de Young [Pa]	Densité [Kg.m ⁻³]	Coefficient de Poisson
Cœur viscoélastique	348	0,762	304,8	1,016	20.10 ⁶	1100	0,45
Peaux(1,2)	348	0,254	304,8		6,89.10 ¹⁰	2740	0,3

Les caractéristiques mécaniques et géométriques de la plaque sont données par le tableau (3.1).

La création du modèle géométrique et physique sont données par les étapes suivantes :

7.1.1.1. Définition de domaine étudié : (with standard / Explicit Model)

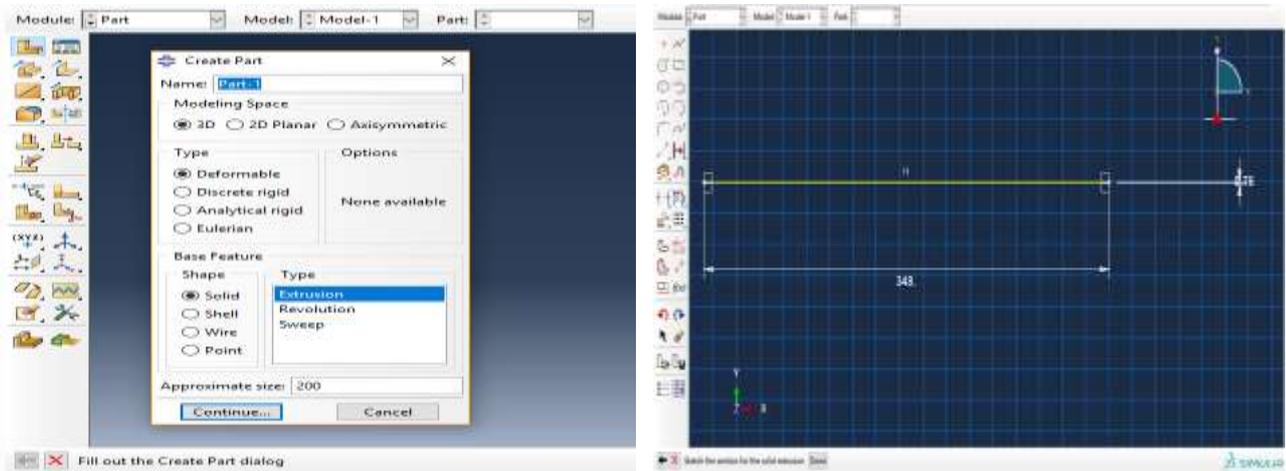


Fig. 3.3. Définition de domaine étudié par Abaqus

7.1.1.2. Propriétés des matériaux:

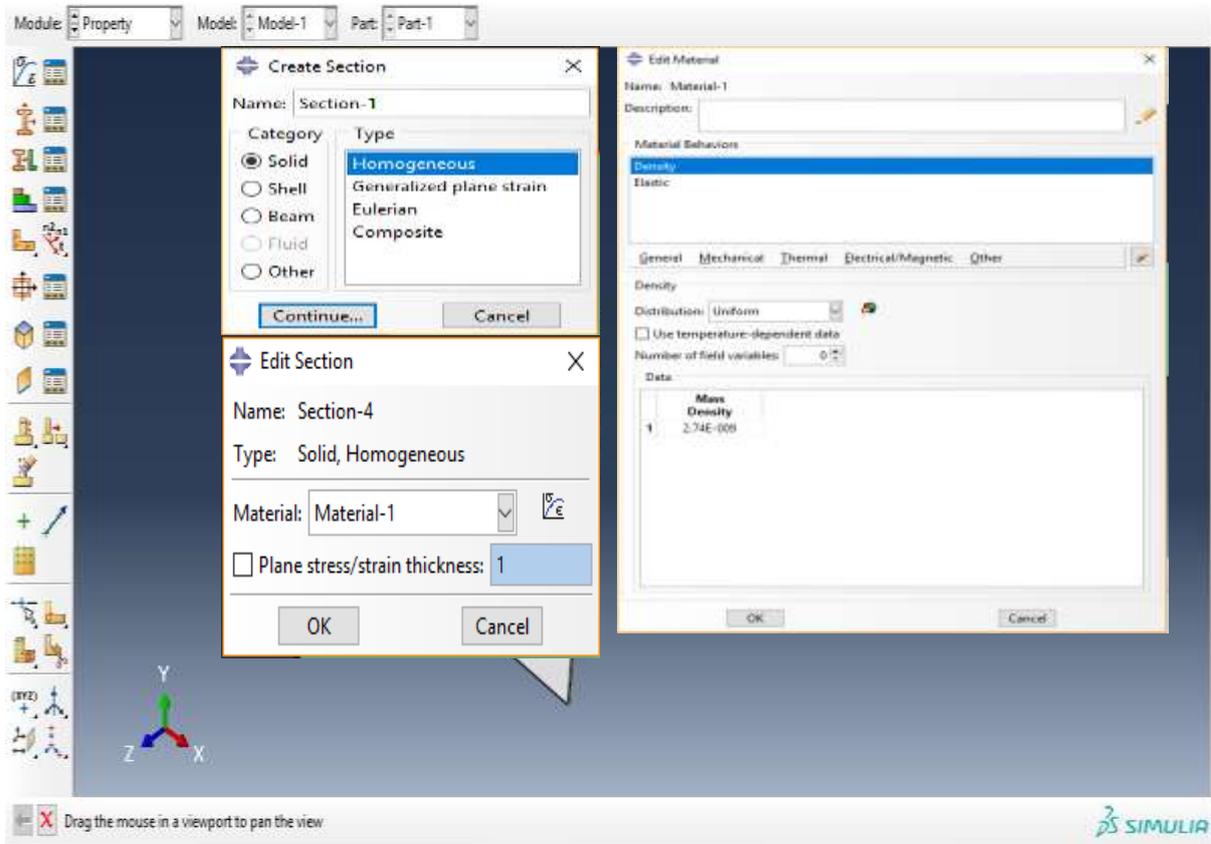


Fig.3.4. choix des Propriétés des matériaux

7.1.1.3. Création des pas et l'assemblage :

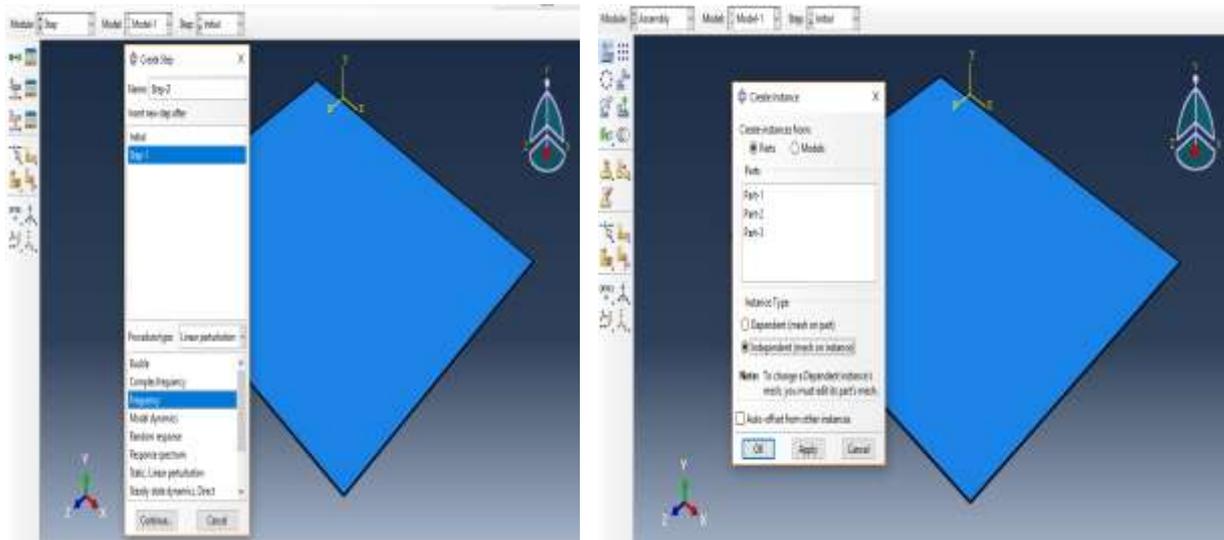


Fig.3.5. Création des pas et l'assemblage

7.1.1.4. Conditions aux limites

La poutre est simplement encastre sur les quatre côtés.

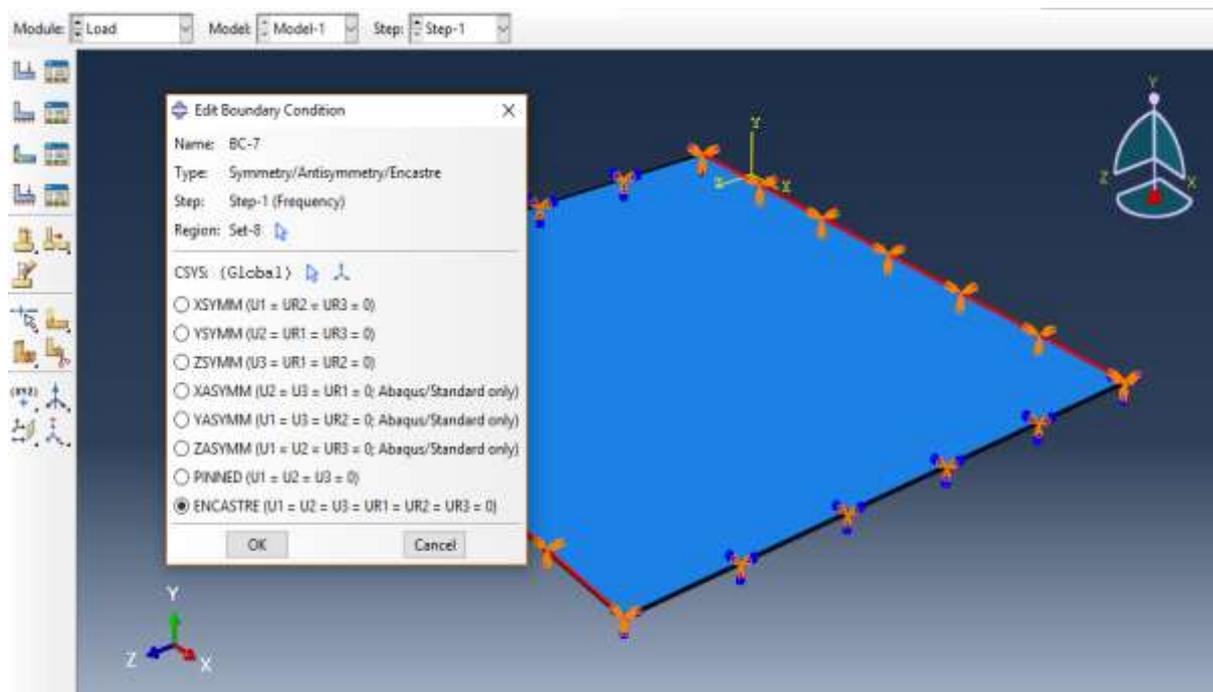


Fig.3.6. sélection des conditions aux limites avec Abaqus

7.1.1.5. Génération du maillage : (chargement, nœuds, éléments).

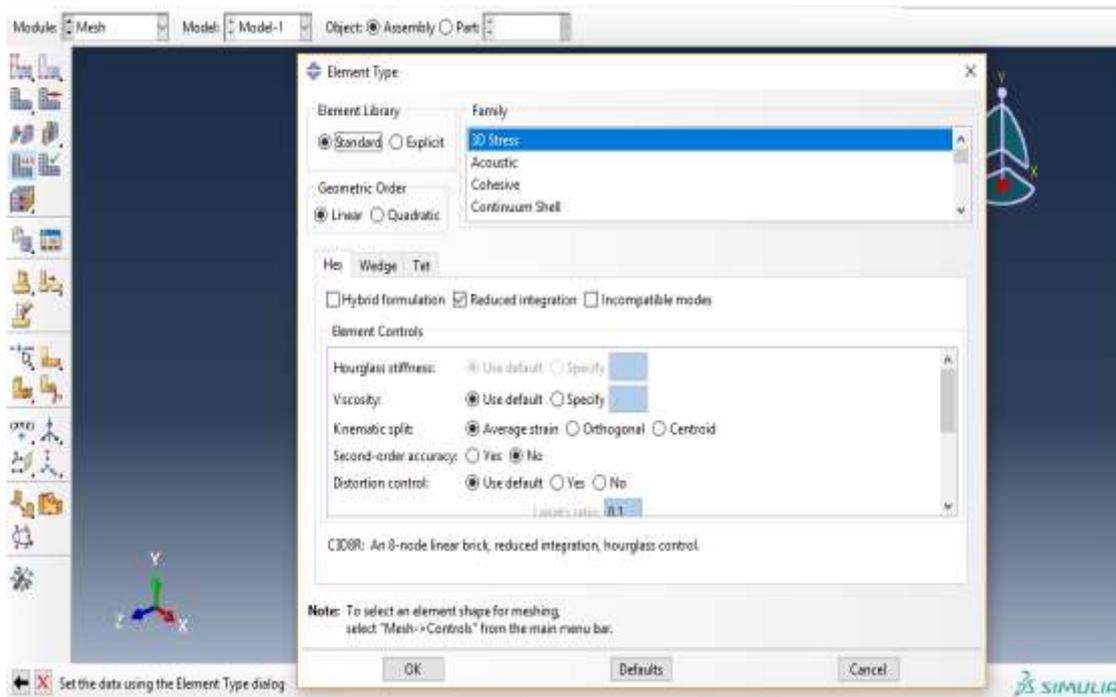


Fig. 3.7. Génération du maillage de la structure

7.1.1.6. Etape de calcul : (calcul et affichage des résultats)

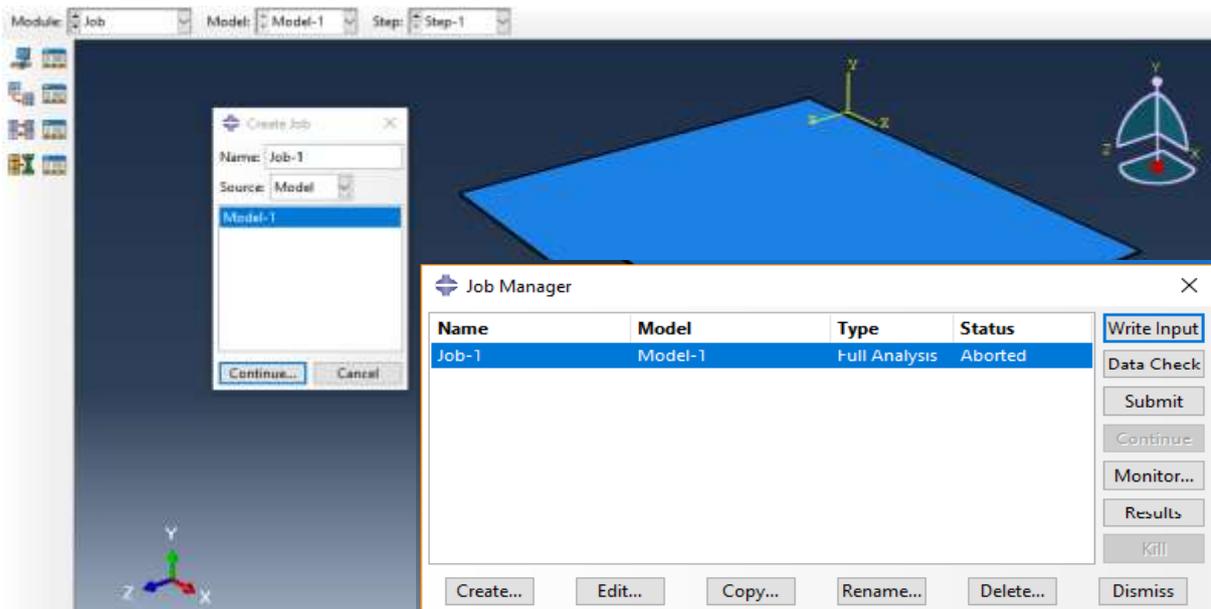
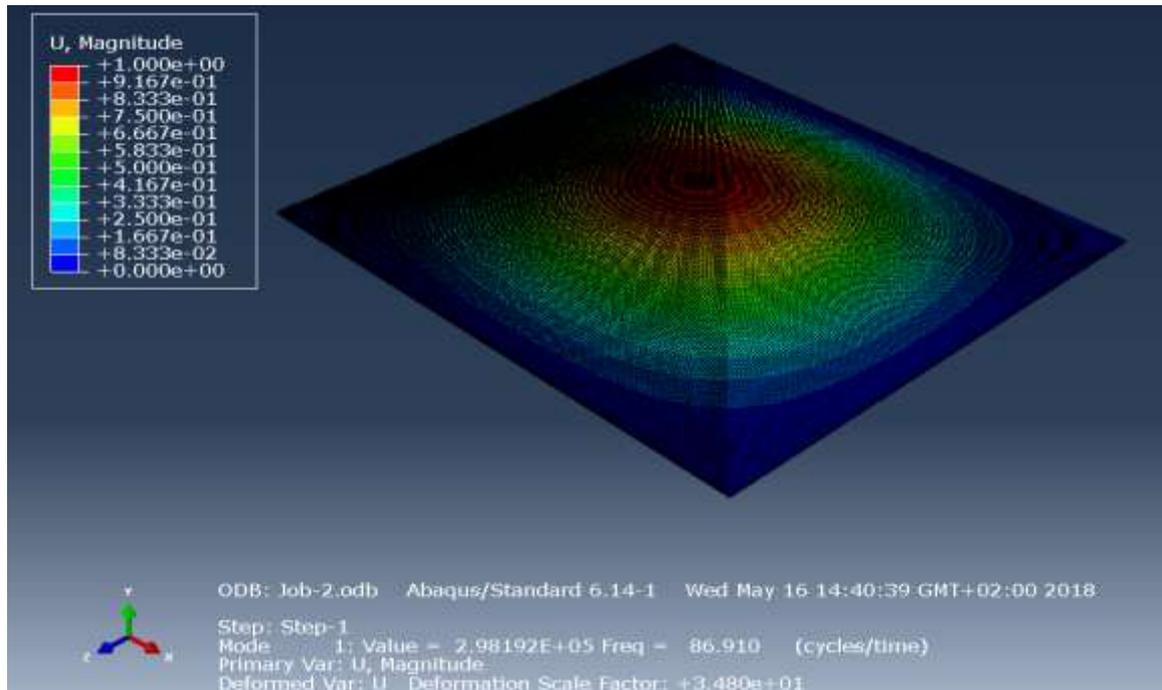
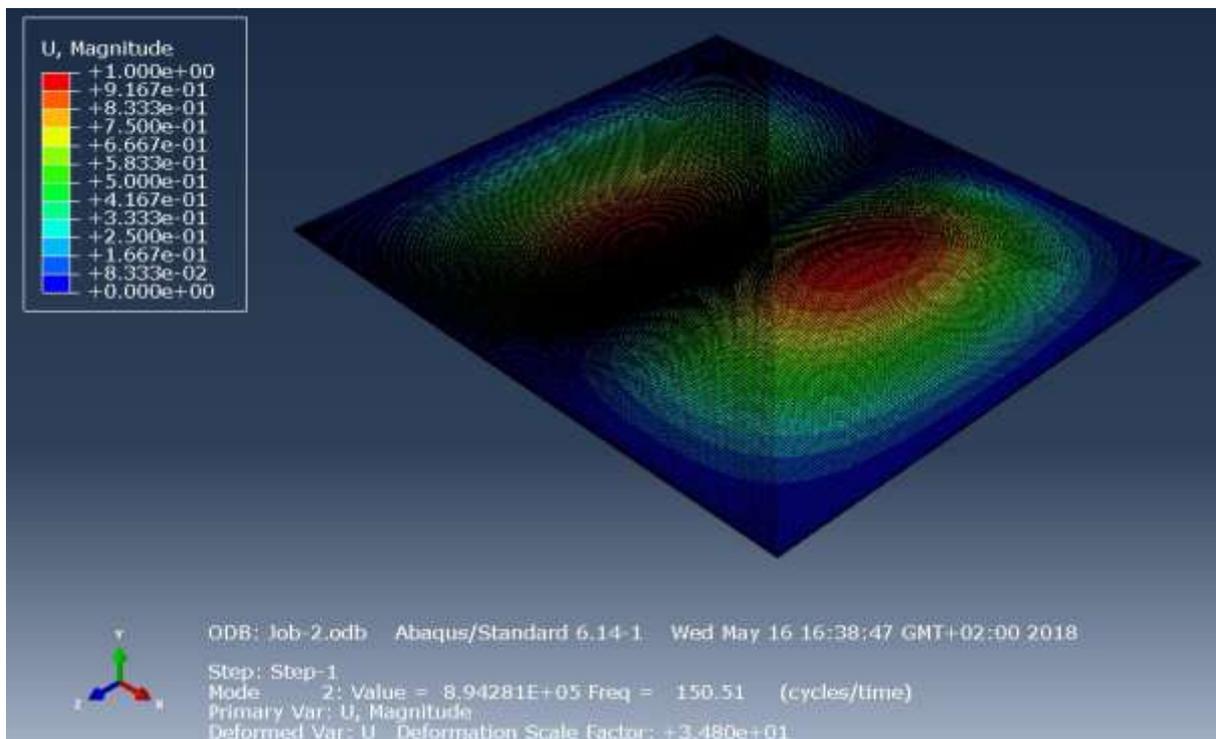


Fig.3.8. création le travail

8. Simulation par Abaqus

Fig.3.9. 1^{er} mode de déformation par AbaqusFig.3.10. 2^{eme} mode de déformation par Abaqus

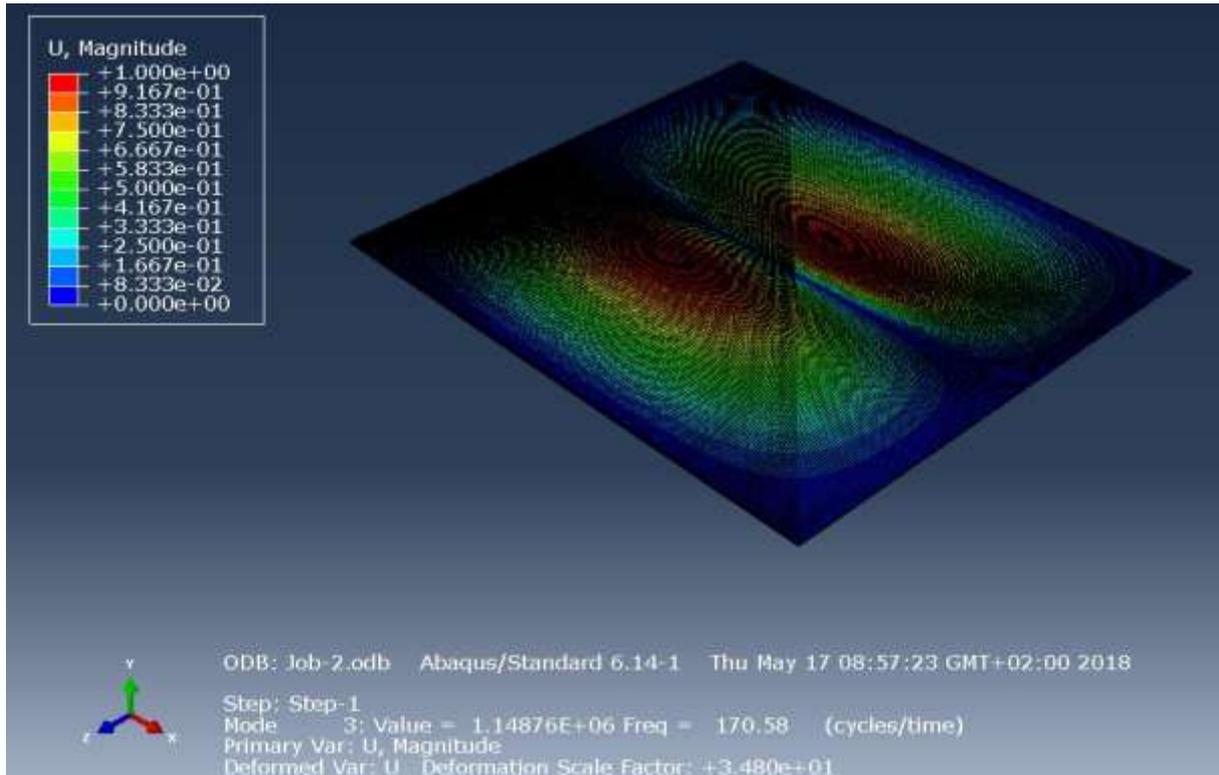


Fig. 3.11. 3^{ème} mode de déformation par Abaqus

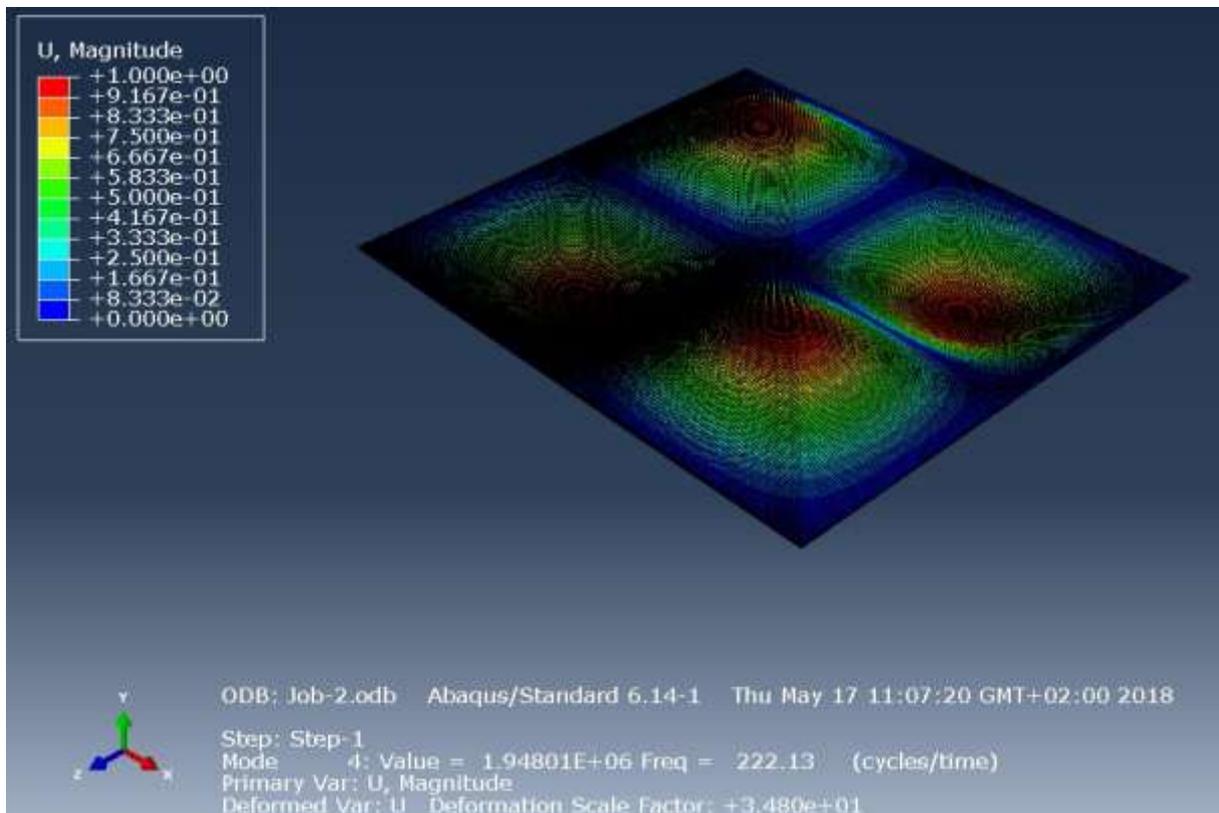


Fig.3.12. 4^{ème} mode de déformation par Abaqus

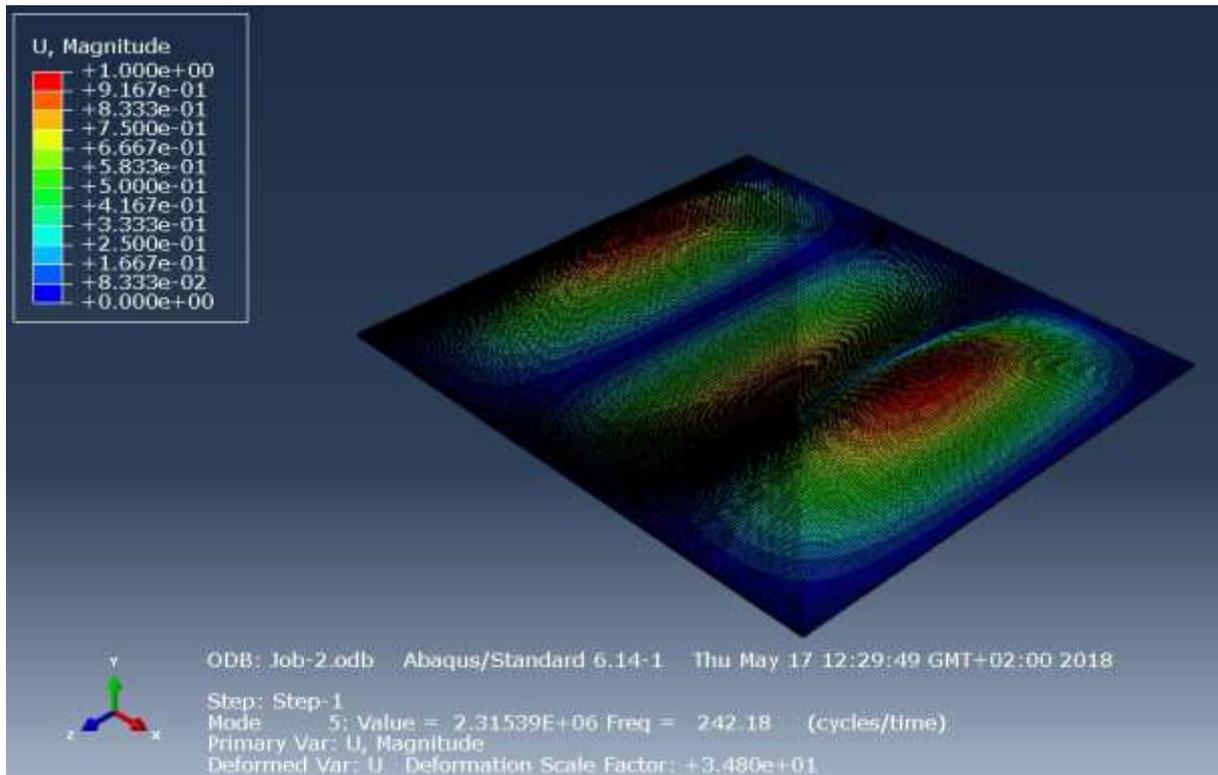


Fig.3.13. 5^{ème} mode de déformation par Abaqus

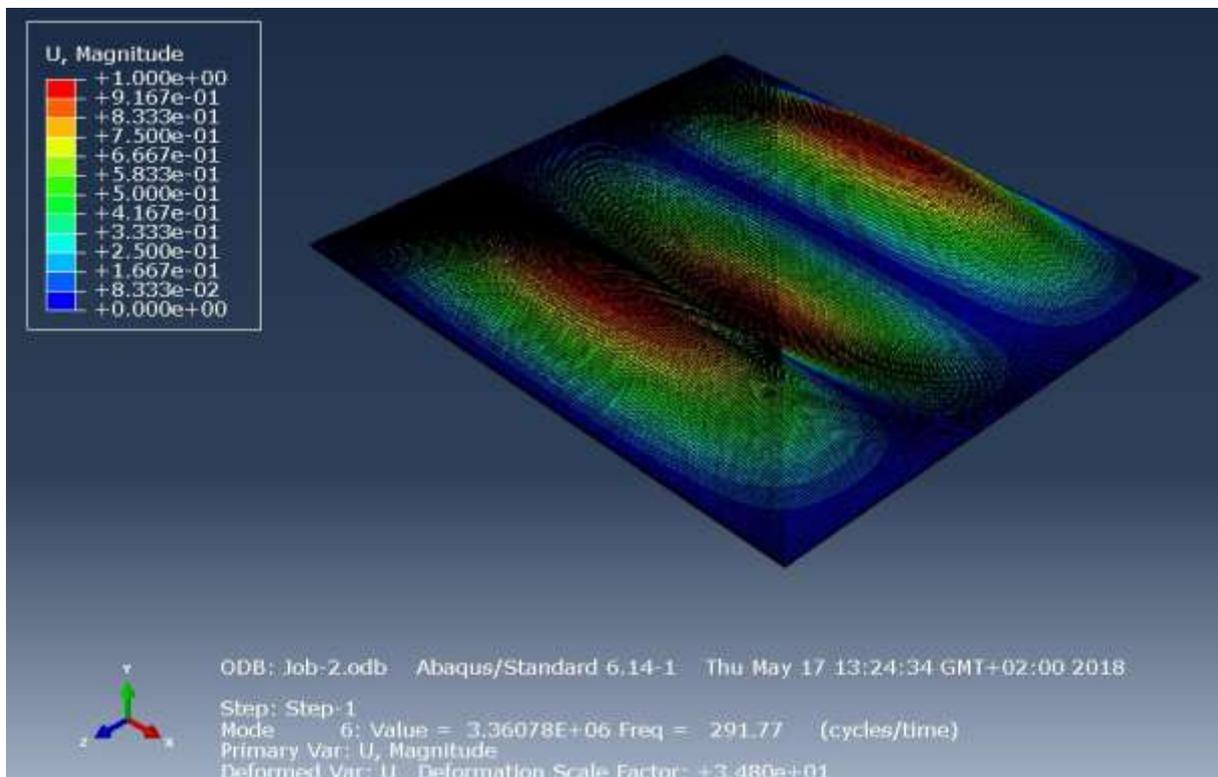


Fig.3.14. 6^{ème} mode de déformation par Abaqus

9. Simulation par Solidworks

9.1. Modélisation avec logiciel Solidworks

Après le choix des matériaux et l'assemblage de la structure sandwichs présenté précédemment. Les caractéristiques mécaniques et géométriques sont présentées dans le Tableau 3.2 précédant en peut faire une comparaison des résultats modales avec Abaqus.

9.1.1. Etude de structure par Solidworks

Dans l'arbre d'étude simulation Solidworks on fait une nouvelle étude étape par étape comme suite :

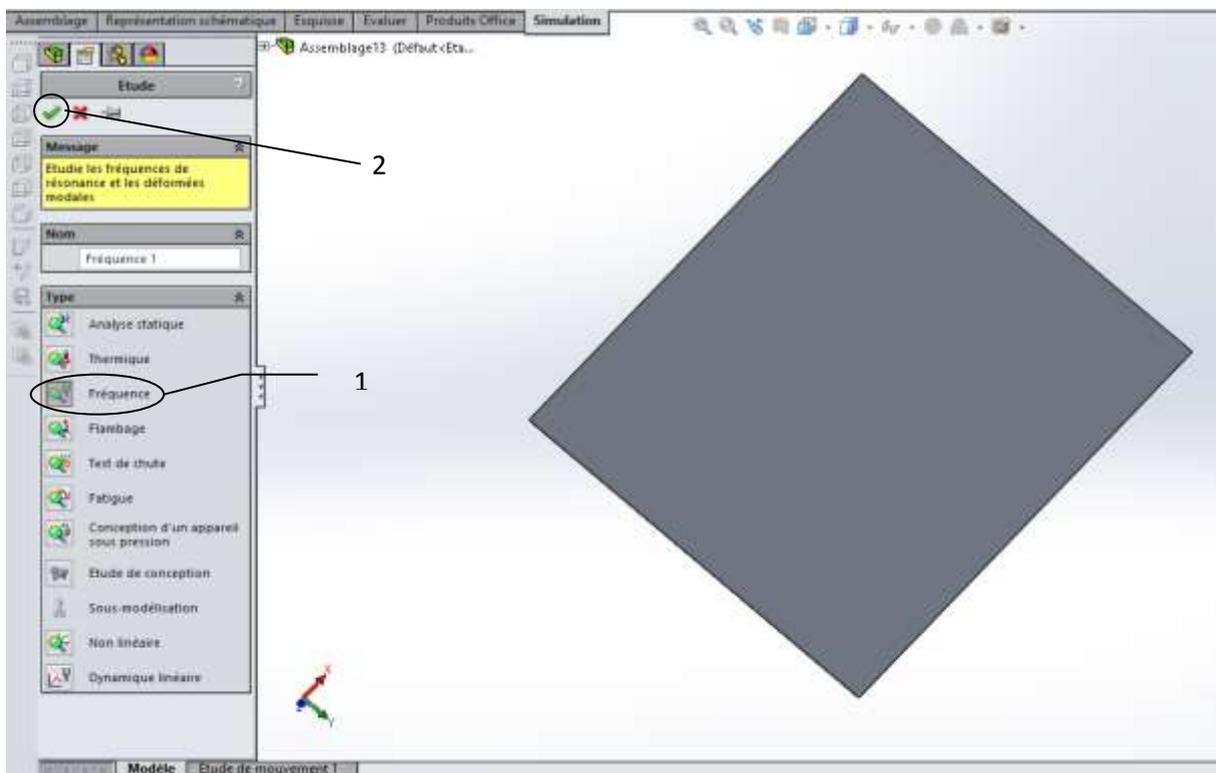


Fig.3.15. Etude des fréquences de résonance par Solidworks

1 : Le choix d'étude

2 : Validation d'étape

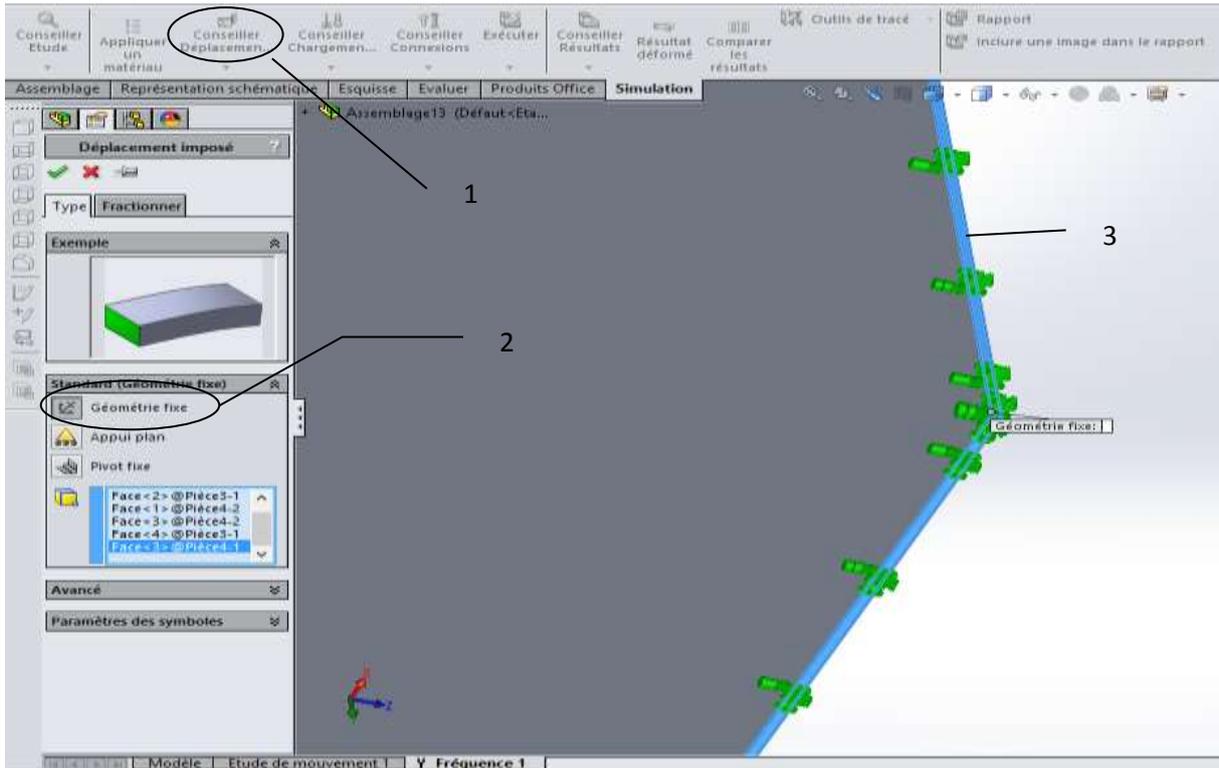


Fig.3.16. Condition de déplacement

- 1 : Le choix de déplacement
- 2 : La sélection de la géométrie (géométrie fixe)
- 3 : La sélection de faces encastrées

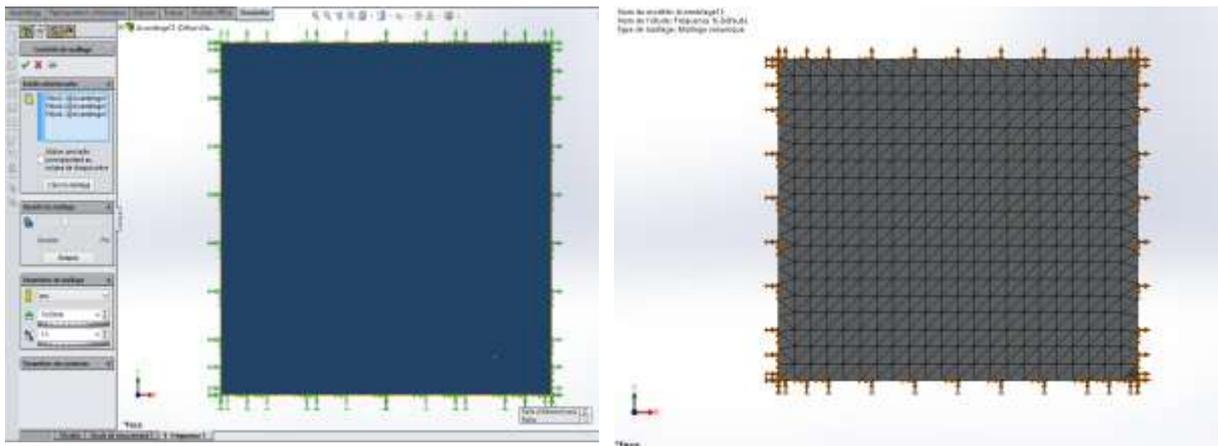


Fig.3.17. Choix de maillage

9.1.2. Simulation par Solidworks

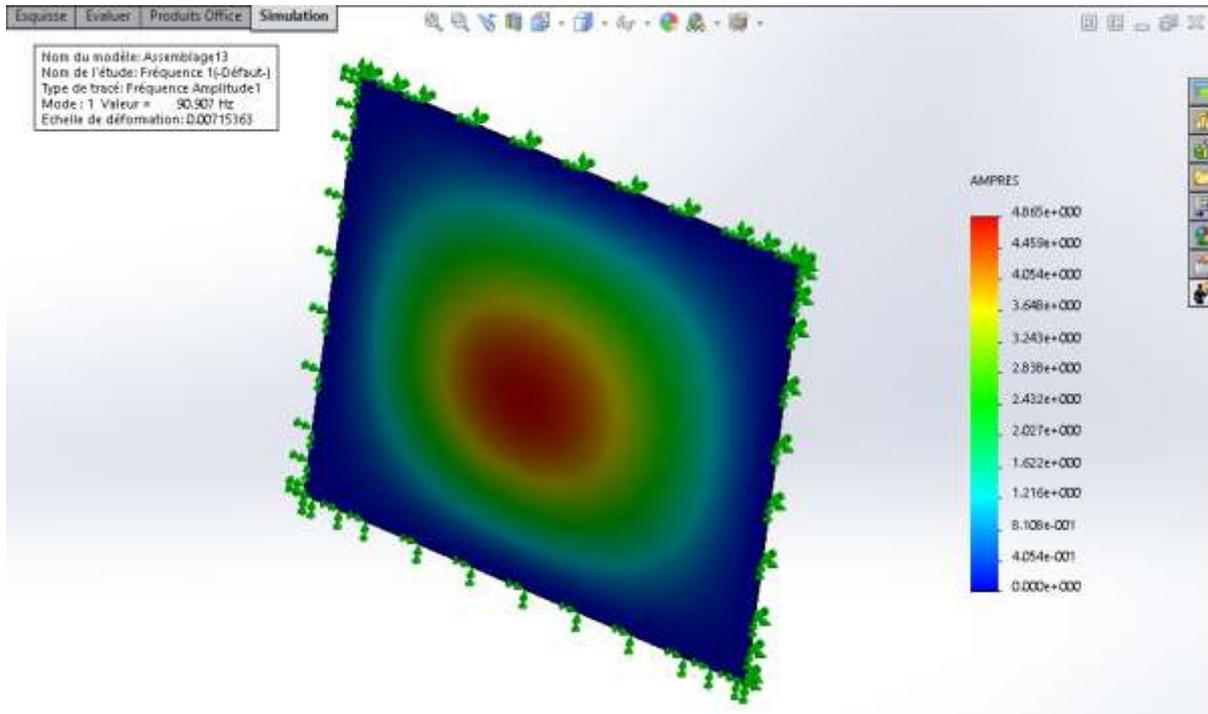


Fig.3.18. 1^{er} mode de déformation par Solidworks

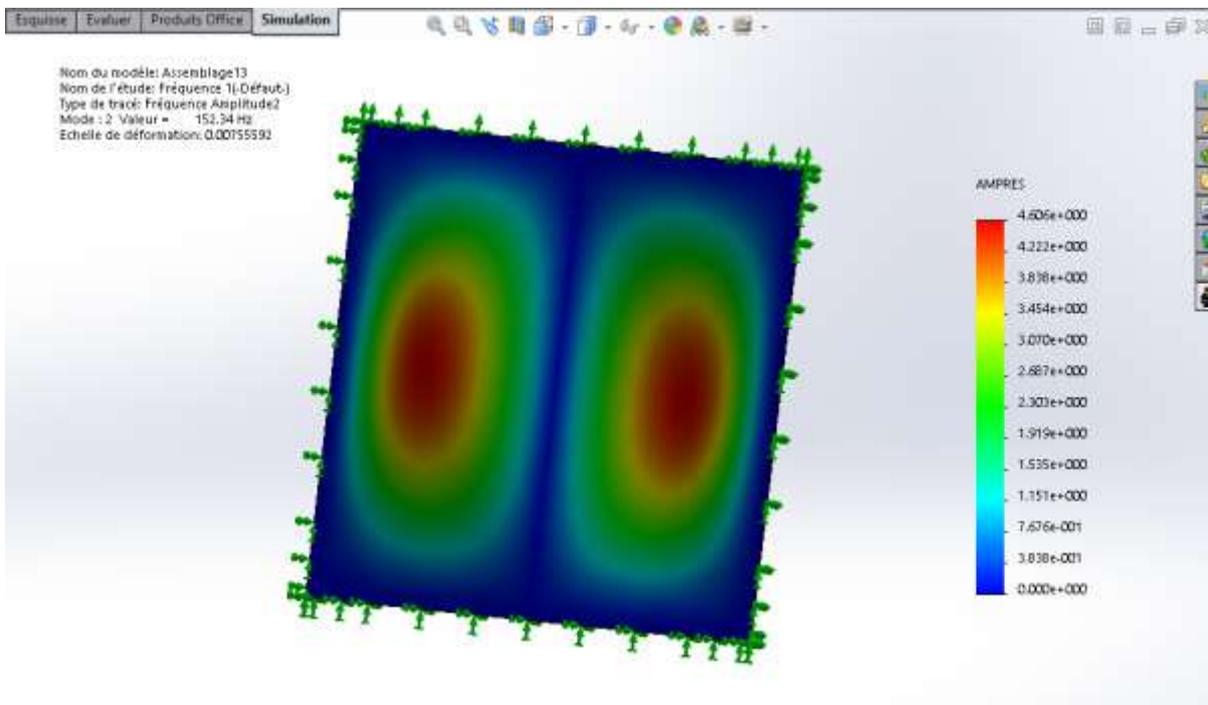


Fig.3.19. 2^{ème} mode de déformation par Solidworks

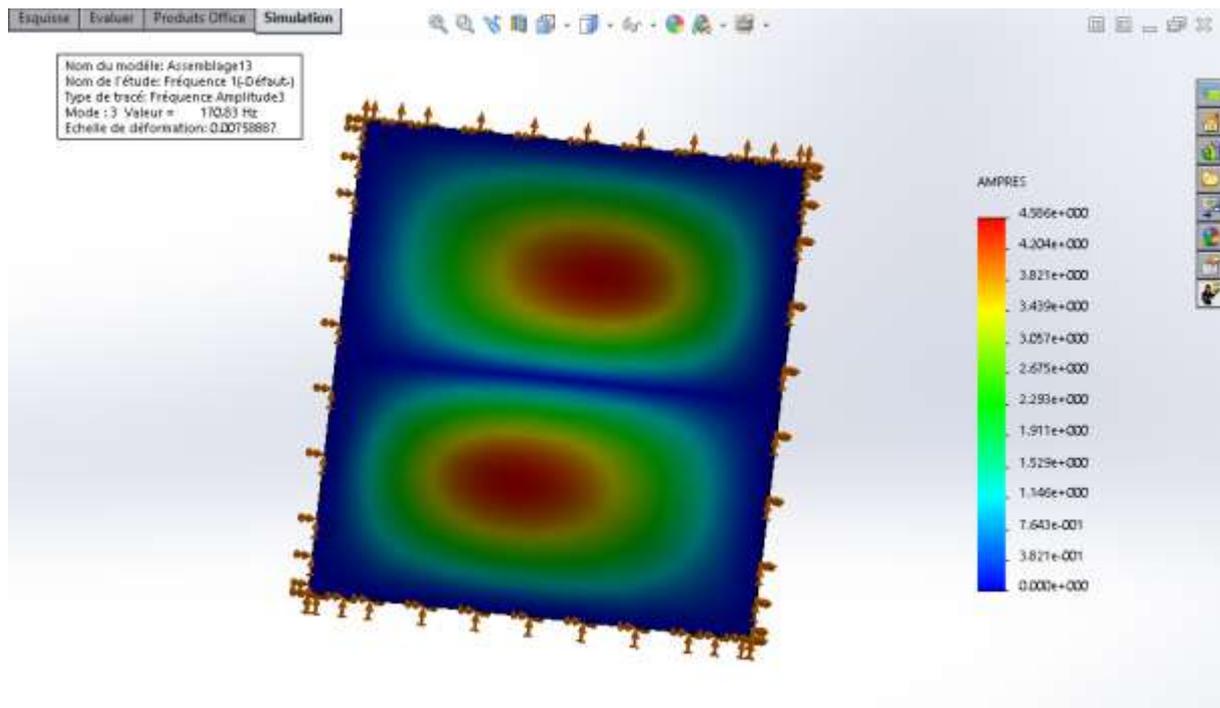


Fig.3.20. 3^{ème} mode de déformation par Solidworks

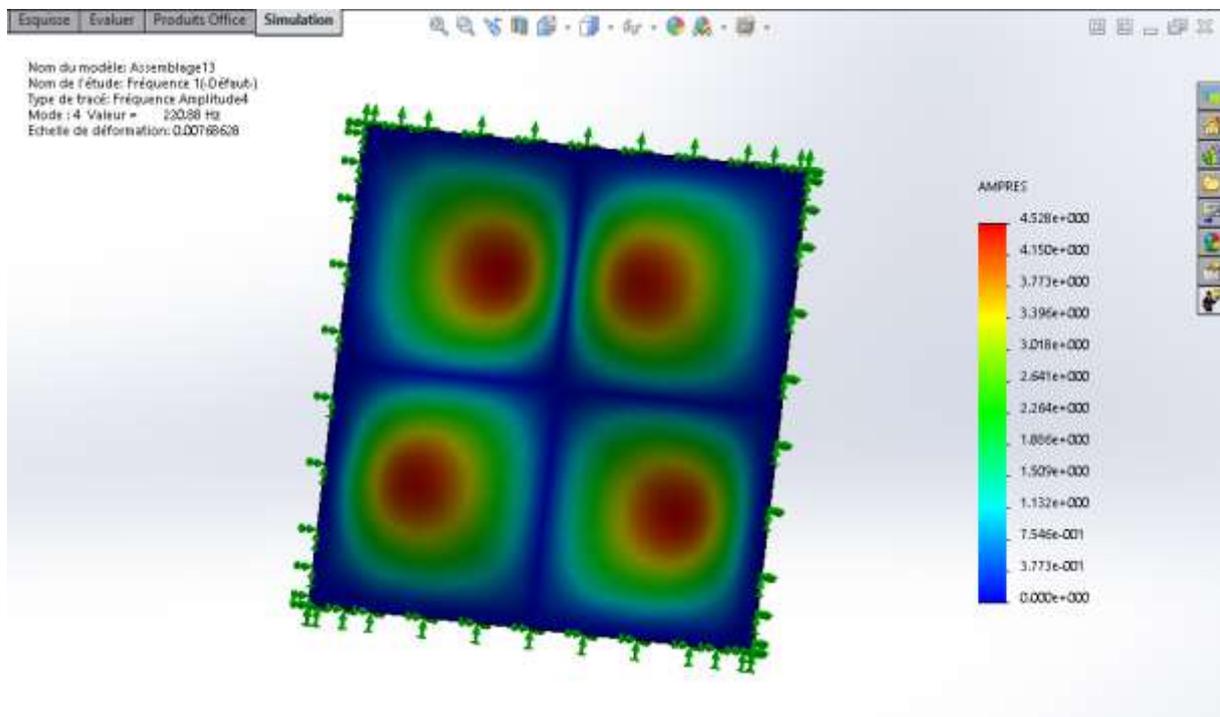


Fig.3.21. 4^{ème} mode de déformation par Solidworks

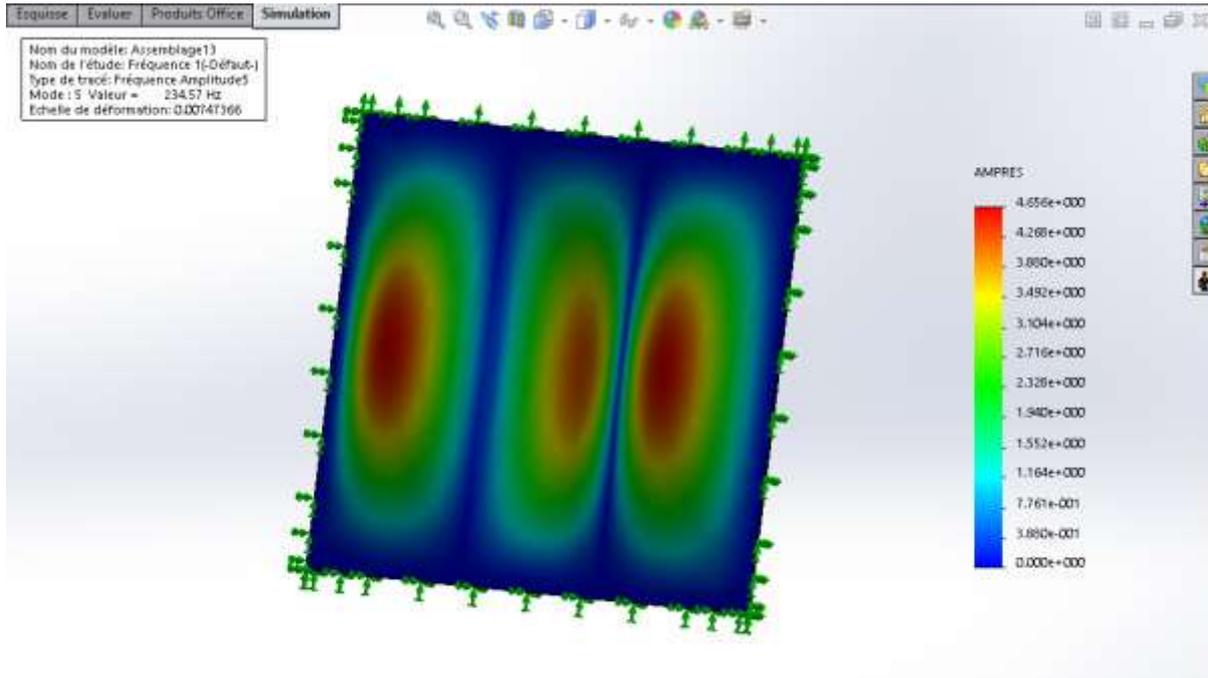


Fig.3.22. 5^{eme} mode de déformation par Solidworks

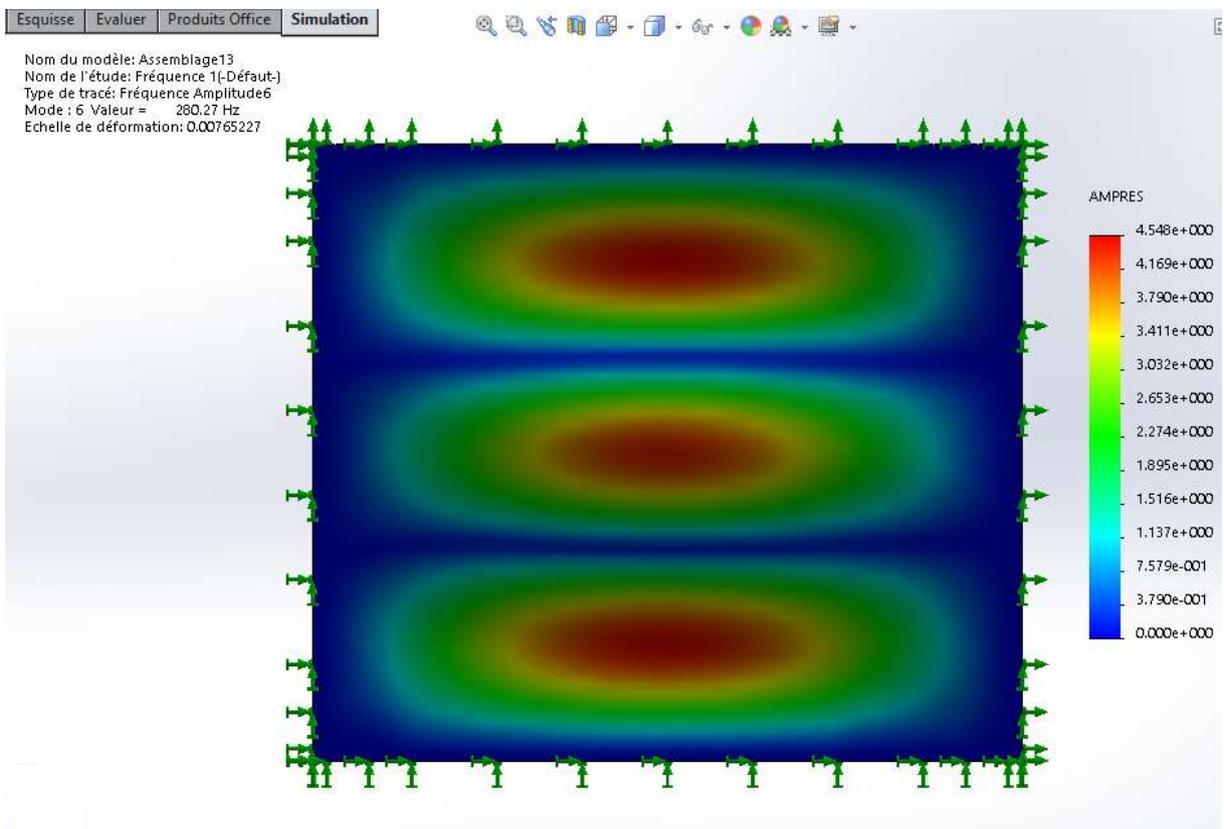


Fig.3.23. 6^{eme} mode de déformation par Solidworks

9.1.2.1. Emplacement des différents nœuds

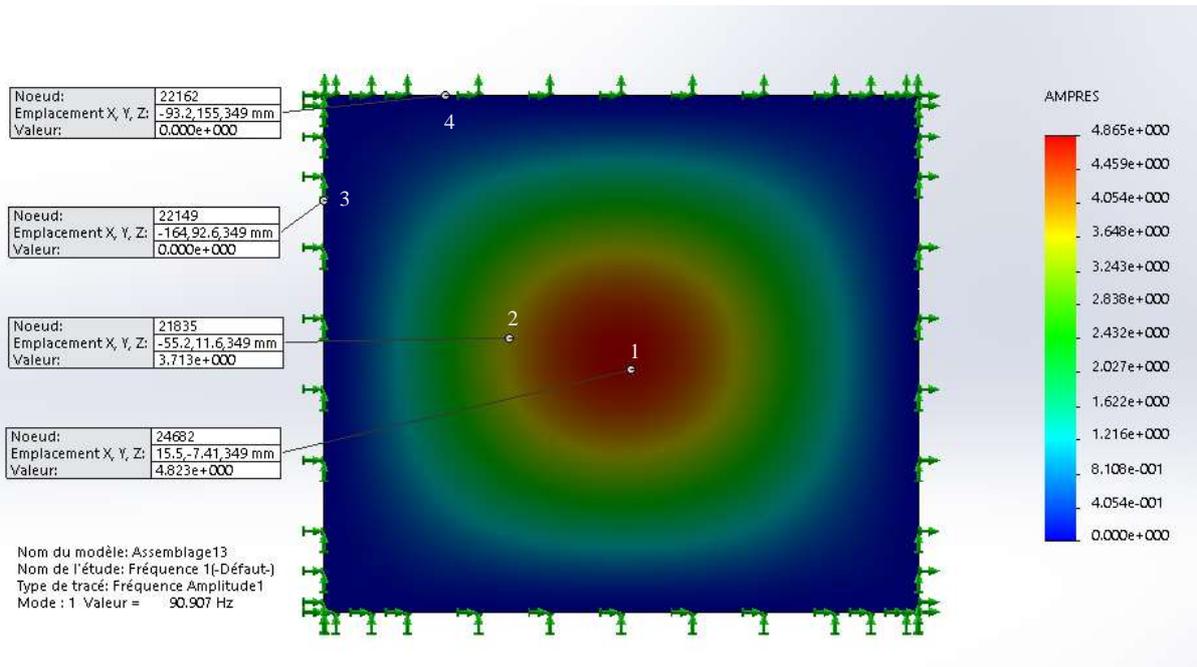


Fig.3.24. Valeurs des déplacements des nœuds choisissant le 1^{er} mode

Les points 1, 2,3 et 4 sont des nœuds de différentes valeurs de déplacement, le premier point qui est présenté en premier mode c'est la valeur maximale de déplacement qui égale a 4,86mm, tandis que le deuxième point est inférieur par rapport au premier point par contre les points 3 et 4 il n'ya aucun déformation (sont des points encastrée)

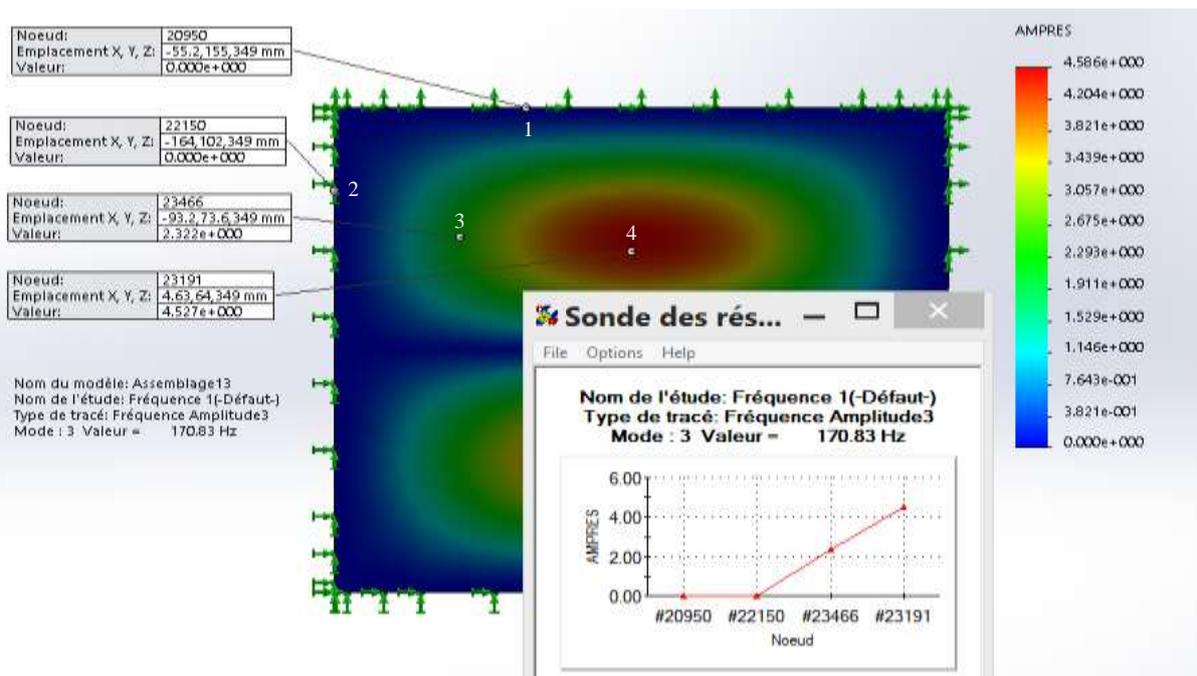


Fig.3.25. Valeurs des déplacements des nœuds choisissant de 2^{eme} mode

10. Discussion

Tableau 3.3 : Comparaison des six premières fréquences propres de la plaque sandwich à 3 couches entre simulation par Abaqus et Solidworks.

Fréquences naturelles (Hz)				
Modes	R.Abaqus	R.SolidWorks	R.de Réf [23]	Elément fini
1	86.910	90.907	87.4	87.4
2	150.51	152.34	149.1	148.9
3	170.58	170.83	170.2	169.9
4	222.13	220.88	223.8	223.9
5	242.18	234.57	241.6	241.0
6	291.77	280.27	290.8	289.8

Le déplacement est nul (pas de déformation) dans le premier point et le deuxième point de la figure 3.24. Le déplacement dans le troisième point est égale 2,32 mm et la valeur maximale de 4,58 mm en se trouve dans le quatrième point dans la zone rouge qui présente la déformation la plus grande dans la structure étudiée.

Le mode de vibration de la plaque sandwich étudiée est varié en fonction de la fréquence de vibration : plus l'intensité est grande, plus la déformation est importante.

Les résultats obtenus montrent bien la très bonne corrélation entre la variation de la déformation de la plaque et fréquence associée.

11. Conclusion

Le travail de ce chapitre s'intéresse à l'étude des fréquences propres d'une plaque sandwich encadrée sur tous ses bords. La plaque utilisée dans ce travail est constituée de peaux d'aluminium et d'une âme viscoélastique, l'analyse des résultats montre bien la très bonne corrélation entre la variation du mode et la fréquence propre et associée.

Les résultats présentés ci-haut montrent clairement la convergence de l'approche proposée, on a arrivé à des résultats proches de ceux donnés par la littérature.

CONCLUSION

GÉNÉRALE

Conclusion Générale

Dans ce travail du mémoire, nous avons modélisé le comportement vibratoire d'une plaque ayant un cœur viscoélastique inséré entre deux peaux en aluminium.

Dans la première partie de ce travail, nous avons présenté l'état de l'art des modèles rhéologiques qui décrivent le comportement mécanique des matériaux viscoélastiques, ils sont définis par un comportement intermédiaire entre un solide idéal dit « hookéen » et un fluide parfait dit « newtonien », ils résistent principalement aux contraintes de cisaillement et de compression hors plan, la peau inférieure et supérieure supportent quant à elles les efforts dans leur plan. Ce comportement peut être défini par des modèles allant des plus simples aux plus complexes, ils introduisent sous diverses formes dans le but d'augmenter leurs effets amortissants. Les panneaux sandwichs à cœur viscoélastique sont de plus en plus utilisés dans la conception des structures minces.

Dans la deuxième partie de ce travail, on a étudié le comportement dynamique de structures munies de matériaux viscoélastiques, elles sont très largement utilisées pour leurs propriétés amortissantes, soit pour isoler une structure vibrante, soit pour contrôler les vibrations et le bruit généré.

La troisième partie de ce travail, s'intéresse à l'étude des fréquences propres d'une plaque sandwich encadrée définie par des caractéristiques mécaniques et géométriques. L'analyse de cette étude a permis d'obtenir les valeurs des fréquences pour chaque mode de vibration par les deux codes de calcul Abaqus et SolidWorks. On a constaté une légère différence de 4% entre les fréquences obtenues par les deux codes pour les modes 5 et 6. La totalité des résultats sont confrontés à ceux trouvés dans la littérature.

Références

- [1] **G. Kergourlay**, "Mesure et prédiction vibroacoustique de structures viscoélastiques," Thèse de doctorat, École Centrale de Paris, 2004.
- [2] **LEBLANC J.**, "Rubber-filler interactions and rheological properties in filled compounds", *Progress in Polymer Science*, 27 (2002) 627-687
- [3] **FERRY J.**, "Viscoelastic properties of polymers", éd. Wiley (1970)
- [4] **GENT A., TOBIAS R.**, "Threshold tear strength of elastomers", *Journal of Polymer Science: Polymer Physics*, 20 (1982) 2051-2058
- [5] **QUINTON J. S., DASTOOR P. C.**, "Influence of surface electrokinetics on organosilane adsorption", *Surface and Interface Analysis*, 28 (1999) 12-15
- [6] **Kaskas Saliha** : Etude de l'effet du cisaillement transverse sur les comportements mécaniques de poutre composites, mémoire de magister, université Constantine, soutenue le : 29 / 04 / 2010.
- [7] **Bourouis Fairouz** : Etude du comportement mécanique de structures sandwiches a différents matériaux de revêtements, mémoire de magister, université Constantine, 2005.
- [8] **E. M. Kerwin**, "Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer," *Journal of the Acoustic Society of America*, vol. 31, pp. 952-962, 1959.
- [9] **R. A. DiTaranto**, "Theory of vibratory bending for elastic and viscoelastic layered finitelength beams," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 32, pp. 881-886, 1965.
- [10] **D. J. Mead and S. Markus**, "The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 10, pp. 163-175, 1969.
- [11]] **H. Hu, S. Belouettar**, M. Potier-Ferry, and E. M. Daya, "Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites," *Composite Structures*, vol. 84, pp. 282-292, 2008.
- [12] **E. Carrera**, "Historical review of Zig-Zag theories for multilayered plates and shells," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 56, pp. 287-308, 2003.
- [13] **E. Reissner**, "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic lates," *Journal of Applied Mechanics*, vol.12, pp.69-75, 1945.159 Références bibliographiques
- [14] **R. D. Mindlin**, "Influence of rotatory inertia and shear in flexural motions of isotropic

- elastic plates," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, pp. 1031-1036, 1951.
- [15] **D. Gay**, *Matériaux composites*, 2ème ed. Paris, 1989.
- [16] **J. N. Reddy**, "A simple higher-order theory for laminated composite plates," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 51, pp. 745-752, 1984.
- [17] **M. Touratier**, "An efficient standard plate theory," *International Journal of Engineering Science*, vol. 29, pp. 901-916, 1991.
- [18] **O. Polit and M. Touratier**, "High-order triangular sandwich plate finite element for linear and non-linear analyses," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 185, pp. 305-324, 2000.
- [19] **M.L. Soni** : Finite element analysis of viscoelastically damped sandwich structures. *Shock Vibr Bull*, 55(1):97–109, 1981.
- [20] **F. Abdoun**, L. Azrar, E.M. Daya et M. Potier-Ferry : Forced harmonic response of viscoelastic structures by an asymptotic numerical method. *Computers & Structures*, 87(1-2):91–100, janvier 2009.
- [21] **P. Cupial et J. Niziol** : Vibration and damping analysis of a three-layered composite plate with a viscoelastic mid-layer. *Journal of Sound and Vibration*, 183(1):99– 114, mai 1995.
- [22] **M.G. Sainsbury et Q.J. Zhang** : The Galerkin element method applied to the vibration of damped sandwich beams. *Computers and Structures*, 71(3):239–256 mai 1999.
- [23] **M. Bilasse**, D.C.D. Oguamanam / *Composite Structures* 105 (2013) 311–318

Résumé

Les structures composites, telles que les ailes d'avions, la construction navale, la construction bâtiment, faites de panneaux composites sandwichs sont susceptibles à des vibrations nocives sources de bruit et de défaillances mécaniques. Ce travail traite une analyse des vibrations non-linéaire libres des structures sandwichs viscoélastiques par une simulation numérique sous code du calcul Abaqus. La formulation présentée tient compte et plus précisément les modules viscoélastiques. La méthode des éléments finis a été utilisée pour déterminer les modes de déformation et les fréquences associées d'une plaque encastrée sur les quatre bords ayant un cœur viscoélastique inséré entre deux peaux en aluminium. Les résultats obtenus ont été comparés à des résultats de la littérature

Mots clefs : sandwiche, viscoélastique, mode propre, fréquence, élément, nœud.

ملخص

إن الهياكل المركبة مثل أجنحة الطائرات وبناء السفن والمباني المصنوعة من ألواح الساندويتش المركبة تكون عرضة لمصادر الاهتزازات الضارة وال فشل الميكانيكي. يتناول هذا العمل تحليلاً للاهتزاز الحر غير الخطي لهياكل الساندويتش اللزجة بواسطة برنامج محاكاة أباكوس. ولقد تم استخدام طريقة العناصر المحدودة لتحديد أوضاع التشوه والترددات المرتبطة بها للوحة المثبتة من جميع الحواف الأربعة والتي تتكون من نواة لزجة يتم إدخالها بين طبقتين من الألمنيوم. وتمت مقارنة النتائج المحصل عليها مع النتائج الموجودة في المقال.

Abstract

Composite structures, such as aircraft wings, shipbuilding, building construction, made of composite sandwich panels are susceptible to harmful vibration sources of noise and mechanical failures. This work deals with an analysis of the free non-linear vibration of viscoelastic sandwich structures by a numerical simulation under Abaqus computation code. The presented formulation takes into account and more precisely the viscoelastic modules. The finite element method was used to determine the deformation modes and associated frequencies of an embedded plate on all four edges having a viscoelastic core inserted between two aluminum skins. The results obtained were compared with results from the literature.