

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté de Technologie

Département Génie Mécanique

**Mémoire de Master**

**Filière:** génie industriel

**Spécialité :** génie industriel

**THEME**

**Synthèse d'un régulateur PID pour la commande de la vitesse du  
moteur à courant continu**

**Présenté par :**

Abdelbasset DJABOREBBI

Amir KERRAR

**Promotrice :**

M<sup>me</sup> Tassadit CHEKARI

**Promotion 2020- 2021**

## Résumé

Ce projet porte sur la synthèse d'un régulateur PID pour la commande de la vitesse d'un moteur à courant continu à excitation séparée. La méthode de synthèse se base sur le schéma de commande par modèle interne connu pour simplicité et sa robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et la méthode de Ziegler Nichols qui est une méthode empirique. Les résultats de simulation effectués sur Matlab ont montré que les deux méthodes assurent le suivi de trajectoire, la robustesse vis-à-vis du bruit et des variations paramétriques.

**Mots-clés** : régulateur PID, moteur à courant continu, vitesse de rotation, modélisation, méthode de Ziegler-Nichols, commande IMC.

## Abstract

This project focuses on the synthesis of a PID regulator for controlling the speed of a separately excited DC motor. The synthesis method is based on the internal model control scheme known for its simplicity and robustness with respect to modeling errors, and the Ziegler Nichols method which is an empirical method. The simulation results performed on Matlab have shown that the two methods ensure trajectory tracking, robustness with respect to noise and parametric variations.

**Keywords** : PID controller, DC motor, rotation speed, modeling, Ziegler-Nichols method, IMC control.

## الملخص

يرتكز هذا المشروع على حساب منظم PID للتحكم في سرعة محرك DC مغذى بشكل منفصل. تعتمد طريقة الحساب على مخطط التحكم بالنموذج الداخلي المعروف بالبساطة والمتانة فيما يتعلق بأخطاء النمذجة وطريقة Ziegler Nichols وهي طريقة تجريبية. أظهرت نتائج المحاكاة التي تم إجراؤها على Matlab أن الطريقتين تضمنان تتبع المسار والمتانة فيما يتعلق بالضوضاء وتغيرات العوامل.

**الكلمات المفتاحية** : منظم PID ، محرك DC ، سرعة الدوران، النمذجة، طريقة - Ziegler

، مخطط التحكم IMC ، nichols

## **REMERCIEMENTS**

Ce travail a été réalisé à la Faculté de Technologie, Université de Mohamed Bougera Boumerdes, Département de Génie Mécanique.

Je remercie Dieu qui nous a donné la force, la volonté et la patience de faire cet humble travail.

J'exprime mes sincères remerciements à la promotrice Dr. Tassadit Chekari a prévalu sur tout, sa sympathie, sa disponibilité, ses conseils, ce qui nous a permis d'exprimer nos compétences lors de ce travail.

Tous les enseignants et directeurs du Département de génie mécanique

A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## Table des matières

Table des matières	i
Liste des Figures	iv
Liste des Tableaux	viii
Notations	xiv
Introduction générale	01

### Chapitre I : Généralités sur les systèmes asservis

I.1. Introduction.....	04
I.2. Notion de système asservi.....	04
I.2.1. Définition.....	04
I.2.2. Eléments de base d'un système asservi en boucle fermée.....	05
I.3. Système de commande en boucle ouverte et Système commande en boucle fermée.....	06
I.3.1. Système commande en boucle ouverte (BO).....	06
I.3.2. Système commandé en boucle fermée (BF) .....	07
I.4. Systèmes linéaires .....	07
I.4.1. Système dynamique.....	07
I.4.2. Système linéaire .....	08
I.4.3. Système causal.....	09
I.4.4. Système linéaire à Temps Invariant Système LTI .....	09
I.5. Représentation des systèmes .....	10
I.5.1. Représentation par les équations différentielles .....	10
I.5.2. Représentation par la fonction de transfert.....	10
I.5.2.1. Transformée de Laplace.....	10

I.5.2.2. Passage de l'équation différentielle à la fonction de transfert .....	11
I.6. Fonction de transfert en boucle fermée ou schéma d'asservissement.....	13
I.7. Analyse temporelle des systèmes linéaires .....	13
I.7.1. Entrée Échelon (Heaviside).....	14
I.7.2. Entrée rampe (Echelon de vitesse).....	14
I.7.3. Entrée impulsion.....	15
I.8. Performances d'un système asservi (généralités).....	16
I.8.1. Stabilité .....	16
I.8.2. Rapidité.....	17
I.8.3. Précision.....	18
I.9. Servomécanisme .....	19
I.10. Conclusion .....	20

## **Chapitre II : Régulateur PID**

II.1. Introduction.....	21
II.2. Régulateur PID .....	21
II.2.1. Définition.....	21
II.2.2. Différentes action du contrôleur PID .....	22
II 2.2.1. Contrôleur proportionnel « P » .....	22
II .2.2.2. Contrôleur proportionnel Intégral « PI » .....	23
II .2.2.3. Contrôleur Proportionnel Dérivé «PD » .....	23
II.3. Rôle du contrôleur PID .....	24
II.3.1. Rôle du contrôleur P .....	24

II.3.2. Rôle du contrôleur PI.....	24
II.3.3. Rôle du contrôleur PID .....	24
II.4. Différentes structures du contrôleur PID .....	25
II.4.1. Structure série .....	25
II.4.1.2. Structure parallèle.....	25
II.4.1.3. Forme mixte.....	26
II.5. Réglage du contrôleur PID en utilisant la méthode de Ziegler-Nicholas.....	27
II.5.1. Méthode de la réponse indicielle .....	27
II.5.2. Méthode de la réponse en boucle fermée.....	28
II.6. Exemples de simulation .....	30
II.7. Commande par modèle interne (IMC) .....	32
II.7.1. Principe de la méthode de commande à modèle interne .....	32
II.7.2. Méthode de synthèse du régulateur .....	33
II.8. Exemple de simulation .....	34
II.9. Conclusion.....	37

### **Chapitre III : Modélisation de la machine à courant continu**

III.1. Introduction .....	38
III.2. Définition .....	38
III.3. Principe et réversibilité.....	38
III.4. Constitution de la machine.....	39
III.4.1. L'induit.....	40
III.4.1.1. Collecteur.....	40
III.4.1.2. Balais.....	40

III.5. Modèle électrique équivalent de la MCC.....	40
III.5.1. Schéma électrique équivalent de l'induit.....	41
III.5.2. Schéma électrique équivalent de l'inducteur .....	41
III.6. Les différents modes d'excitation de la MCC .....	41
III.6.1. Machine à excitation séparée .....	42
III.6.1.1. Caractéristiques et domaine d'application .....	42
III.6.2. Machine à excitation shunt (Dérivée) .....	42
III.6.2.1. Caractéristiques et domaine d'application .....	43
III.6.3. Machine à excitation série .....	43
III.6.3.1. Caractéristiques et domaine d'application .....	44
III.6.4. Machine à excitation Composée .....	45
III. 6.4.1. Caractéristiques et domaine d'application .....	45
III.7. Modélisation mathématique d'un MCC .....	45
III.8. Bilan de puissance- calcul du rendement.....	47
III . 9. Modélisation et commande de la MCC.....	48
III.10. Conclusion.....	49

## **Chapitre IV : Application et Simulation**

IV.1. Introduction.....	50
IV.2. Equations de la machine à courant continu.....	50
IV.3. Résultats de simulation de la machine à courant continu en boucle ouverte.....	55
IV.4. Résultats de simulation de la machine à courant continu en boucle fermée.....	55
IV.4.1. Calcul du contrôleur PID en utilisant la méthode de Ziegler et Nicholas.....	55
IV.4.1.1. la méthode de la réponse indicielle.....	55

IV.4.2.Calcul du contrôleur PID en utilisant la méthode de commande par modèle interne (IMC) .....	56
IV. 4 . 3 . Résultats de simulation.....	56
IV.5. Test de Poursuite.....	60
IV.6. Test de robustesse.....	61
IV.6.1. Robustesse par rapport aux variations paramétriques.....	61
IV.6.2. Variation du couple résistant $C_r (N. m)$ .....	63
IV.6.3. Robustesse par rapport au bruit de mesure .....	66
IV.7. Conclusion.....	68
Conclusion générale	69
Référence Bibliographique	70

## Liste des Figures

Figure (I.1) : Schéma fonctionnel d'asservissement .....	05
Figure (I.2) : Schéma d'un système de commande en boucle ouverte.....	06
Figure (I.3) : Schéma d'un système de commande en boucle fermée.....	07
Figure (I.4) : Comportement d'un système LTI.....	10
Figure (I.5) : Schéma d'asservissement a retour unitaire .....	13
Figure (I.6) : Systèmes stables converge .....	17
Figure (I.7) : Systèmes instables .....	17
Figure (I.8) : Caractérisation de la rapidité d'un système par le temps de réponse à 5%.....	18
Figure (I.9) : Caractérisation de la précision d'un système .....	19
Figure (I.10): Structure générale d'un système Asservi.....	19
Figure (II.1) : Schéma synoptique d'un régulateur PID.....	21
Figure (II.2) : Structure du contrôle PID en série.....	25
Figure (II.3) : Structure du contrôle PID en parallèle.....	25
Figure (II.4) : structure mixte du contrôleur PID.....	26
Figure (II.5) : Réponse indicielle d'un processus.....	28
Figure (II.6) : Commande en boucle fermée.....	29
Figure (II.7) : Modèle de simulation .....	30
Figure (II.8) : Réponse indicielle du $G_1(p)$ en boucle fermée et boucle ouverte.....	31
Figure (II.9) : Réponse indicielle du $G_2(p)$ système en boucle fermée et boucle ouverte.....	32
Figure (II.10) : Structure de commode par modèle interne .....	32
Figure (II.11) : Modèle de simulation .....	35
Figure (II.12) : Réponse indicielle du $G_3(p)$ en boucle fermée et ouverte .....	36
Figure (II.13) : Réponse indicielle du $G_4(p)$ en boucle fermée et ouverte.....	37

Figure. (III.1) : Principaux éléments constituant la machine à courant continu.....	39
Figure (III.2) : Vue détaillée des éléments de la MCC.....	39
Figure (III.3): constitution de la machine à courant continu .....	40
Figure (III.4) : Modèle électrique équivalent de l'induit .....	41
Figure (III.5) : Modèle électrique équivalent du stator .....	41
Figure (III.6) : Modèle électrique de la MCC à excitation séparée.....	42
Figure (III.7) : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation shunt.....	43
Figure (III.8) : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation série.....	44
Figure (III.9) : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation composée.....	45
Figure (III.10) : Schéma électrique d'une machine à excitation séparée.....	46
Figure (IV.1) : Modèle de simulation de la MCC.....	51
Figure (IV.2) : Evolution de la vitesse de rotation en boucle ouverte .....	52
Figure (IV.3) : Evolution le courant d'induit en boucle ouverte.....	53
Figure (IV.4) : Evolution de la vitesse de rotation avec variations de tension d'induit en boucle ouverte .....	54
Figure (IV.5) : Evolution le courant de l'induit avec variations de tension d'induit en boucle ouverte .....	54
Figure (IV.6) : Schéma de commande en boucle fermée de la MCC.....	56
Figure (IV.7) : Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur Z-N et IMC .....	57
Figure (IV.8) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur Z-N et IMC .....	57
Figure (IV.9) : Tension d'induit en utilisant le contrôleur Z-N et IMC .....	58
Figure (IV.10) : Evolution de la vitesse en utilisant le contrôleur PI calculé par IMC pour différentes valeurs de $\tau_{bf}$ .....	59
Figure (IV.11) : Evolution de le courant en utilisant le contrôleur PI calculé par IMC pour différentes valeurs de $\tau_{bf}$ .....	59

Figure (IV.12) : Evolution de la vitesse (en utilisant le contrôleur Z-N et IMC ( $\tau_{bf}=0.2$ )).	60
Figure (IV.13) : Evolution de le courant en utilisant le contrôleur (Z-N et IMC ( $\tau_{bf}=0.2$ )).	61
Figure (IV.14) : Evolution de la vitesse utilisant le contrôleur Z-N.	62
Figure(IV.15) : Evolution de la vitesse en utilisant le contrôleur IMC.	62
Figure (IV.16) : Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur PI calculé par IMC.	63
Figure(IV.17) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur IMC.	63
Figure(IV.18) : Tension d'induit en utilisant le contrôleur IMC.	64
Figure(IV.19) : Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur PI calculé par ZN.	64
Figure(IV.20) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur Z-N en boucle fermée.	65
Figure (IV.21) :Tension d'induit en utilisant le contrôleur Z-N.	65
Figure (IV.22) : Bruit de mesure utilisé.	66
Figure (IV.23) : Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur (Z-N et IMC).	67
Figure (IV.24) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur (Z-N et IMC).	67

## **Liste des Tableaux**

Tableau (II.1) : Paramètres des régulateurs P, PI et PID obtenus à partir d'une réponse indicielle en boucle ouverte .....	28
Tableau (II.2) : Paramètres PID obtenus à partir du point critique en boucle fermée .....	29
Tableau (IV.1) : Valeurs des paramètres de la MCC.....	51

## Notations

$k_p$  : Gain Proportionnel

$k_i$  : Gain Intégral

$k_d$  : Gain Dérivé

**PI** : Contrôleur Proportionnel Intégral

**PD** : Proportionnel Dérivé

**PID** : Contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé

$k_{cr}$  : Gain critique

$T_{cr}$  : Temps critique

$k_0$  : Gain

$U(t)$  : Echelon

**A** : Tangente

**IMC** : acronyme anglaise qui signifie Commande par modèle interne

**Contrôleur ZN** : Contrôleur calculé par la méthode de Zigler et Nichols

$C_{IMC}$  : Contrôleur calculé par la méthode IMC

$\tau_{bf}$  : Constante de temps du modèle de référence

**MCC** : Machine à Courant Continu

$C_{em}$  : Couple électromagnétique

---

## Introduction générale

---

### Introduction générale

De nos jours, les machines à courant continu sont utilisées souvent en fonctionnement moteur dans les systèmes d'entraînement à vitesse variable vu la simplicité et la souplesse de leur commande. L'avantage principal des machines à courant continu réside dans leur adaptation simple aux moyens permettant de régler ou de faire varier leur vitesse, leur couple et leur sens de rotation [1]. Cependant, le principal inconvénient de ces machines réside dans la liaison entre les balais ou « charbons » et le collecteur rotatif de la manière que plus la vitesse de rotation est élevée, plus la pression des balais doit augmenter pour rester en contact avec le collecteur donc plus le frottement est important, par conséquent, aux vitesses élevées, les balais doivent donc être remplacés très régulièrement. De plus, les machines à courant continu présentent des limitations en puissance et son coût est très élevé [2]. Afin de pouvoir commander ou contrôler ces machines, la connaissance et l'étude de leurs modèles et caractéristiques deviennent une nécessité.

Trop exigeant sur les performances de la boucle fermée. Il est relativement robuste par rapport aux variations des paramètres du procédé [4]. Les actions proportionnelle Le contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) est utilisé dans la plupart des applications de contrôle de processus automatique dans l'industrie. Il peut réguler le débit, la température, la pression, le niveau et de nombreuses autres variables de processus industriels [3]. Le régulateur PID permet de régler à l'aide de ses trois actions proportionnelle, intégrale et dérivée les performances d'un processus modélisé par un deuxième ordre. Nombreux sont les systèmes physiques qui, même en étant complexes, ont un comportement voisin de celui d'un deuxième ordre. Par conséquent, le régulateur PID est bien adapté à la plupart des processus de type industriel quand on n'est pas, intégrale et dérivée remplissent chacune une fonction unique. Les actions proportionnelle et intégrale sont essentielles pour la plupart des boucles de commande, tandis que la dérivée n'est utile que dans certains cas [5].

L'objectif de la régulation d'un système est d'obtenir une réponse avec une dynamique désirée plus performante [6], les automaticiens offrent plusieurs méthodes pour la synthèse du régulateur PID parmi elles, on trouve les méthodes empiriques de Zighler Nichols et la méthode de commande par modèle interne (acronyme anglais IMC) [7].

## Introduction générale

---

La méthode de réglage du contrôleur PID par modèle interne (IMC) s'applique pour les processus stables et instables avec ou sans retard temporel, elle est connue pour sa robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et sa simplicité de structure et de calcul car elle présente un seul paramètre de réglage. Afin de mettre en œuvre la compensation pôle zéro et de garantir la stabilité du processus, un filtre imaginaire du premier ordre est considéré. La pondération du point de consigne est utilisée pour réduire le dépassement indésirable. Le paramètre de réglage (constante de temps du filtre) peut être calculé directement par la constante de temps et le retard du processus [8]. Une boucle de régulation optimisée par IMC absorbe mieux les perturbations et les transmet moins au reste du processus. Il s'agit d'une caractéristique très intéressante pour l'utilisation du réglage IMC dans des processus hautement interactifs [9]. L'utilisateur peut spécifier le temps de réponse souhaité de la boucle de régulation (la constante de temps en boucle fermée). Cela fournit un facteur de réglage unique qui peut être utilisé pour accélérer et ralentir la réponse de la boucle. Toutefois, la méthode de réglage IMC présente également un inconvénient, on définit le temps intégral du contrôleur égal à la constante de temps du processus et si un processus a une constante de temps très longue, le contrôleur aura par conséquent un temps intégral très long. De longs temps d'intégration rendent la récupération des perturbations de processus très lente.

En 1942, Ziegler et Nicholas ont proposé deux approches heuristiques basées sur leur expérience et quelques simulations pour ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. La première méthode nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte, alors que la deuxième consiste à amener le système bouclé à sa limite de stabilité [10].

Le travail effectué dans le cadre de notre projet de fin d'études consiste à déterminer le contrôleur PID en utilisant les deux méthodes ZN et IMC pour commander la vitesse de rotation de la machine à courant continu.

Différentes simulations ont été effectuées sur le logiciel Simulink/Matlab. Des tests de poursuite et de robustesse ont été aussi effectués pour comparer les deux méthodes et conclure sur les performances de la réponse de la vitesse obtenue dans les deux cas.

On a divisé notre mémoire en quatre chapitres :

## Introduction générale

---

- ❖ Le premier chapitre comprend des généralités sur les systèmes asservis.
- ❖ Le deuxième chapitre comprend d'abord un aperçu général sur le régulateur PID, ensuite, donne une description détaillée des deux méthodes de commande ZN et IMC avec des exemples d'illustration.
- ❖ Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la machine à courant continu à savoir le principe de fonctionnement, les différents types d'alimentation ainsi que sa modélisation.
- ❖ Le quatrième chapitre présente d'abord la modélisation de la machine à courant continu étudiée dans ce projet, ensuite des simulations ont été effectuées sur le logiciel Matlab/Simulink en boucle ouverte et en boucle fermée en utilisant le contrôleur PID calculé avec les deux méthodes ZN et IMC. Des tests de poursuite et de robustesse ont été effectués pour discussion, comparaison des résultats obtenus avec les deux correcteurs et conclusion.

# **Chapitre I : Généralités sur les systèmes asservis**

## **I . 1 Introduction**

Dans la plus part des installations industrielles, il est nécessaire de maintenir les grandeurs physiques à des valeurs bien déterminées, par exemple le niveau dans un réservoir, la température dans une étuve, la vitesse et la position des moteurs, étant par nature variables, doivent être donc réglés par des actions convenables.

Si les perturbations influant sur les grandeurs à contrôler sont lentes on négligees, un simple réglage dit en boucle ouverte permet de maintenir la variable contrôlée (par exemple action sur un robinet d'eau) à la valeur désirée. Cependant, si les perturbations sont plus importantes, le réglage en boucle fermée s'avère nécessaire pour éliminer leur effet et améliorer les performances du système.

## **I . 2 Notion de système asservi**

### **I . 2 . 1 Définition**

- Un système peut être défini comme un ensemble d'éléments exerçant collectivement une fonction déterminée. Il est caractérisé par ses grandeurs d'entrée et de sortie.
- Un système est dit **asservi** lorsque la grandeur de sortie suit la grandeur d'entrée (consigne) quelques soient les variations de cette consigne ou l'effet des perturbations.
- Lorsque la consigne d'un système asservi est indépendante du temps, on parle de la régulation dont le but est d'éliminer les effets des perturbations par exemple four de cuisson.
- Lorsque la consigne d'un système asservi dépend du temps, on parle d'asservissement (poursuite) où la sortie suivra fidèlement les variations de la consigne par exemple antenne radar.

Le schéma complet d'un système asservi est représenté par la Figure (I.1). On distingue le processus, l'actionneur qui est l'organe fournissant la puissance à partir du signal de commande élaboré par le correcteur, et un comparateur qui compare la valeur de la variable de sortie du processus mesurée par un capteur à la valeur de la consigne.

Cette structure fait intervenir une chaîne d'action et une chaîne de retour. Ce type de système est appelé aussi système bouclé ou système en Boucle Fermée (BF) [11].

Le schéma de commande en boucle fermée est capable de :

- Stabiliser un système instable en boucle ouverte.
- Compenser les perturbations externes.
- Compenser les incertitudes internes du processus lui-même.

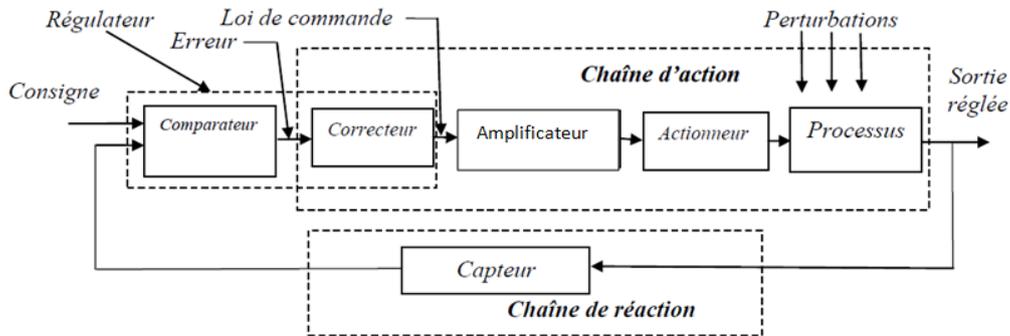


Figure (I.1): Schéma fonctionnel d'asservissement

### I . 2 . 2 Eléments de base d'un système asservi en boucle fermée

Dans un système en boucle fermée, on trouve les éléments suivants [11] :

#### 1. Régulateur

il comporte :

- **Comparateur (détecteur de l'écart)**

Système à deux entrées et une sortie qui compare la consigne (entrée) à l'image de la grandeur à asservir. À la sortie du comparateur, on trouve l'erreur ou écart entre ces deux informations.

- **Le correcteur**

Installé entre le détecteur d'écart (comparateur) et l'amplificateur, permet d'améliorer les performances d'un système asservi linéaire (précision, temps de réponse.....), cette correction peut-être un PD, PI, PID.....etc.

- **L'amplificateur**

Il délivre la puissance nécessaire d'entrée à l'actionneur exemple : amplificateur électronique, hydraulique

#### 2. Actionneur

C'est un élément qui commande le système asservi. Sa fonction fondamentale est de donner l'exécution du signal de commande comme le moteur.

### 3. Capteur

Il contrôle la grandeur asservie (valeur de la sortie) et rend compte au régulateur

### 4. Consigne

La consigne, est la grandeur réglant du système, c'est ce que l'on veut obtenir.

### 5. Perturbations

Variables aléatoires dont on ne connaît pas l'origine, elles s'en ajoutent aux grandeurs de procédé et ont un effet néfaste sur le system asservi.

### 6. Grandeurs de sorties

Elles sont générées par le système et elles dépendent de ce dernier, évoluant à partir de l'état initial sous l'action de la grandeur d'entrée, elles sont dites variables asservies ou contrôlées

## I . 3 Système de commande en boucle ouverte et Système commande en boucle fermée

Les systèmes de commande sont classés en deux classes : système de commande en boucle ouverte (**BO**) ou bien système commande en boucle fermée (**BF**)

### I . 3 . 1 Système de commande en boucle ouverte (BO)

C'est un schéma de commande ou le signal de commande (entrée) est indépendant du signal réglé (sortie).

Le schéma bloc de ce système de commande est donné par la Figure (I.2)

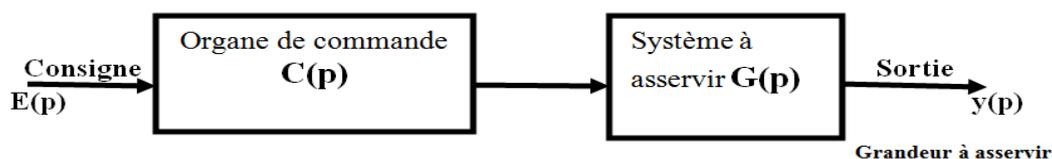


Figure (I.2) : Schéma d'un système de commande en boucle ouverte

Le comportement du système décrit par la relation suivante :

$$S(p) = G(p) C(p) E(p)$$

Les principales caractéristiques d'un système asservi en BO sont :

- Réalisation pratique généralement facile et moins coûteuse.

- Précision faible, risque d'instabilité (erreur entre l'entrée et la sortie) diverge.
- Moins rapide par rapport au système en boucle fermée.

### I . 3 . 2 Système de commande en boucle fermée (BF)

Pour pallier aux inconvénients du système de commande en boucle ouverte, on opte pour le système de commande en boucle fermée qui utilise le principe du retour de l'information sur l'évolution de la sortie du système.

Un système asservi fonctionne en boucle fermée si le signal de sortie est comparé à la consigne (entrée) et permet d'agir sur le système en conséquence.

Le schéma de commande le plus simple est donné par la Figure (I.3).

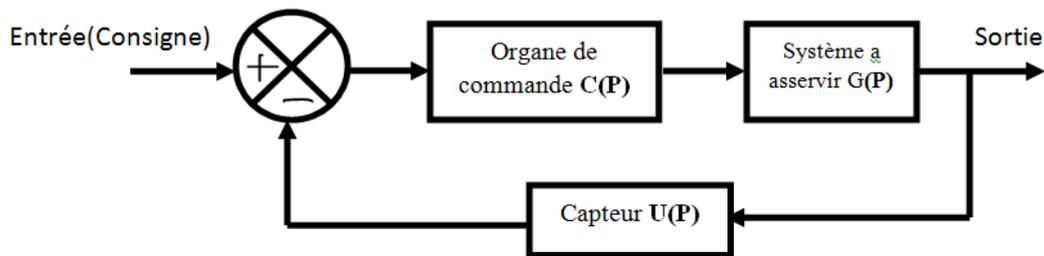


Figure (I.3) : Schéma d'un système de commande en boucle fermée

Dans ce cas, le comportement du système est décrit par la relation suivante :

$$H_{BF}(p) = \frac{G(p)C(p)}{1 + G(p)C(p)dt(p)} \quad (I.1)$$

Les principales caractéristiques d'un système asservi en BF sont :

- Réalisation pratique plus difficile (système plus complexe).
- Plus précis.
- Plus rapide mais risque d'oscillations.

## I . 4 Systèmes linéaires

Nous limiterons notre étude aux seuls systèmes linéaires continus et invariants.

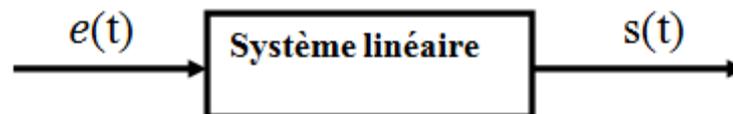
### I . 4 .1 Système dynamique

On appelle système dynamique un système dont l'étude ne peut être réalisée qu'en

prenant en compte les valeurs passées du phénomène. Les grandeurs de sortie dépendent des valeurs présentes et passées des grandeurs d'entrées. Les phénomènes d'inertie (inertie mécanique, inertie thermique...) influent sur le comportement du système.

#### I . 4 . 2 Système linéaire

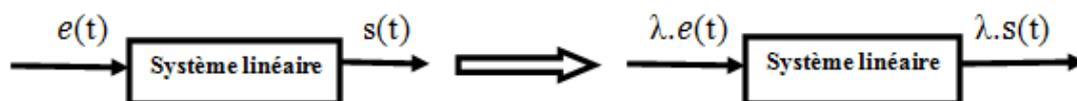
- Un système linéaire est un système pour lequel les relations entre les grandeurs d'entrée et de sortie peuvent se mettre sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles à coefficients constants.
- Les systèmes linéaires se caractérisent principalement par deux propriétés, la proportionnalité et la superposition.
- Un système est dit **linéaire** si la fonction qui le décrit est elle-même linéaire. Cette dernière vérifie alors le principe de proportionnalité et de superposition:



Un système est linéaire au sens mathématique si :

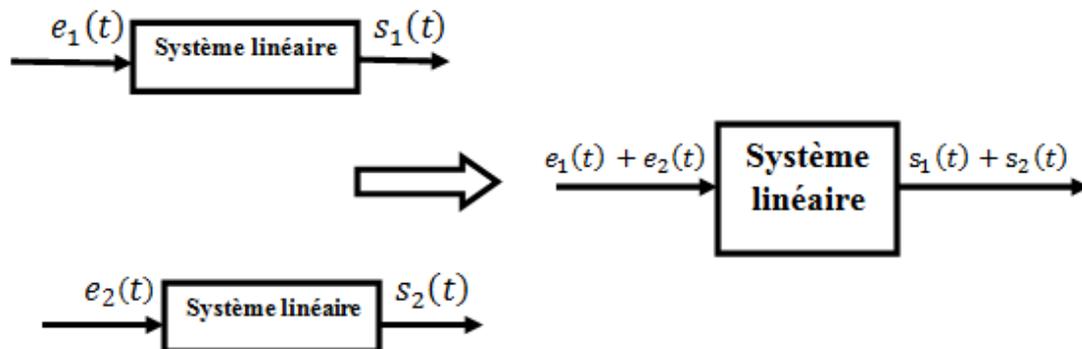
##### a) Proportionnalité

Si  $s(t)$  est la réponse à l'entrée  $e(t)$  alors  $\lambda.s(t)$  est la réponse à  $\lambda.e(t)$ [3].



### b) Superposition

Si  $s_1(t)$  est la réponse à l'entrée  $e_1(t)$  et  $s_2(t)$  est la réponse à l'entrée  $e_2(t)$  alors  $(s_1(t) + s_2(t))$  est la réponse à l'entrée  $(e_1(t) + e_2(t))$



Un système est linéaire au sens physique s'il est décrit par une équation différentielle à coefficients constants.

### I . 4 . 3 Système causal

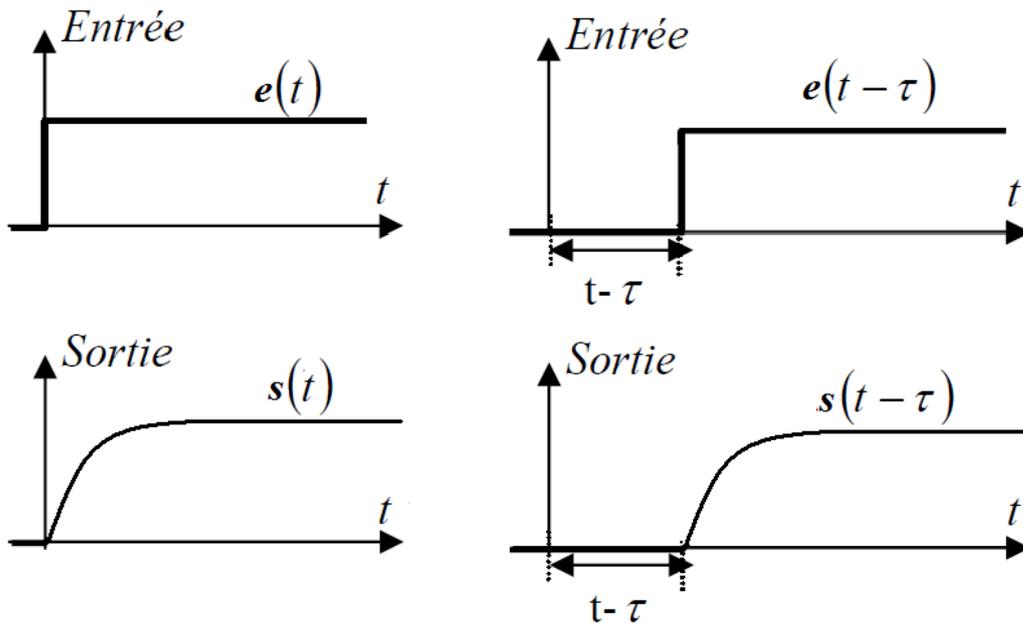
Un système est causal si à un instant, sa sortie  $s(t)$  ne dépend que des valeurs de son entrée  $e(t)$  pour. D'autre part, un système causal ne répond pas sans être excité.

### I . 4 . 4 Système linéaire à Temps Invariant Système (LTI)

Un système à temps invariant a un modèle identique à tout instant (un retard  $\tau$  ne change pas la loi du modèle).

$$e(t) \longrightarrow s(t)$$

$$e(t-\tau) \longrightarrow s(t-\tau)$$



Figure(I.4): Comportement d'un système LTI

## I . 5 Représentation des systèmes

Pour réaliser une commande automatique d'un système, il est nécessaire d'établir des schémas représentant ce système et les relations existant entre les entrées (variables de Commande) et les sorties (variables de sortie). L'ensemble de ces relations s'appelle "modèle mathématique" du système.

### I . 5 . 1 Représentation par les équations différentielles

Un système dynamique linéaire peut être représenté par une équation différentielle à coefficients constants liant les grandeurs d'entrée et de sortie.

### I . 5 . 2 Représentation par la fonction de transfert

La fonction de transfert est un modèle très simple pour représenter les systèmes dynamiques. Cependant, pour passer de l'équation différentielle d'un système à sa fonction de transfert, on utilise la transformée de Laplace

#### I . 5 . 2 . 1 Transformée de Laplace

L'étude des systèmes s'accompagne inévitablement de la manipulation d'équations différentielles. Or, les opérations liées à cette manipulation sont souvent délicates et la résolution des équations n'est pas toujours simple. Pour faciliter les calculs, on utilise un outil mathématique puissant : La Transformée de Laplace.

### I . 5 . 2 . 2 Passage de l'équation différentielle à la fonction de transfert

Si l'équation différentielle donnée par l'équation différentielle ( ) en appliquant la transformée de Laplace, on obtient :

$$b_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} y(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b_1 \frac{d y(t)}{dt} + b_0 y(t) = a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{d x(t)}{dt} + a_0 x(t) \quad (I.2)$$

Pour les systèmes physiques réels  $m \leq n$ .

$x(t)$  = entrée

$y(t)$  = sortie

$a_i$  et  $b_i$  : des coefficients constants réels

#### a) définition

Soit  $f(t)$  une fonction de la variable réelle  $t$  (temps) définie sur  $\mathbb{R}$  et supposée nulle pour  $t < 0$ , on appelle transformée de Laplace de  $f(t)$ , la fonction  $F(p)$  définie par :

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-p.t} dt \quad \text{Pour } t \geq 0$$

Avec  $p$  une variable complexe.

On note :  $F(p) = L[f(t)]$  et  $f(t) = L^{-1}[F(p)]$

On dit que  $F(p)$  est la transformée de Laplace de  $f(t)$  et que  $f(t)$  est la fonction originale de  $F(p)$

En pratique, on utilise la transformée de Laplace restreinte qui ne s'applique qu'aux fonctions causales (c'est à dire aux fonctions nulles lorsque  $t < 0$ ).

### c) Principales propriétés

Les principales propriétés de la transformée de Laplace sont [12] :

#### • Linéarité

Soient a et b deux constantes, la fonction  $f(t) = a f_1(t) + b f_2(t)$  a pour transformée de Laplace :

$$F(p) = a F_1(p) + b F_2(p) \quad (I.3)$$

$$f(t) = a f_1(t) + b f_2(t) \xrightarrow{L} F(p) = a F_1(p) + b F_2(p) \quad (I.4)$$

#### Remarque

La transformée de Laplace de  $f(t).g(t)$  n'est pas le produit  $F(p).G(p)$ .

#### • Translation complexe

La fonction  $f(t) = f(t). e^{-at}$  a pour transformée de Laplace  $(p) = (p + a)$ .

$$g(t) = f(t). e^{-at} \xrightarrow{L} G(p) = F(p + a) \quad (I.5)$$

#### • Translation temporelle

Soit  $F(t)$  une fonction dont la transformée de Laplace est

$$F(p) \quad ((t) \xrightarrow{L} F(p)) \text{ et soit } g(t) \quad (I.6)$$

La fonction présentant un retard  $\tau$  par rapport à  $F(t)$  telle que  $g(t) = f(t - \tau)$  alors on a :

$$g(t) = F(t - \tau) \xrightarrow{L} G(p) = F(p) e^{-\tau p} \quad (I.7)$$

#### • Dérivation

$$\begin{cases} \text{Ordre 1 : } f'(t) = \frac{df(t)}{dt} \xrightarrow{L} p(p) - f(0+) \\ \text{Ordre n : } (t) = \frac{dnf(t)}{dtn} \xrightarrow{L} (p) - pn - 1f(0+) - p^{n-2}f''(0+) - \dots - f^{(n-1)}(0+) \end{cases} \quad (I.8)$$

• **Intégration**

En considérant les conditions initiales nulles :

$$\int_0^t f(\tau) d\tau \xrightarrow{1} \frac{F(p)}{p} \tag{I.9}$$

• **Théorèmes des limites**

Théorème de la valeur initiale :

$$f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} (t) = \lim_{p \rightarrow \infty} (p) \tag{I.10}$$

Théorème de la valeur finale :

$$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} (t) = \lim_{p \rightarrow 0} (p) \tag{I.11}$$

**I. 6 Fonction de transfert en boucle fermée ou schéma d'asservissement**

Généralement, dans le schéma fonctionnel d'asservissement donné par la Figure (I.1), on suppose que la fonction transfert du capteur est égal a 1 ( $H(P)=1$ ).

Le schéma d'asservissement à retour unitaire est donné alors par la Figure (I.5)

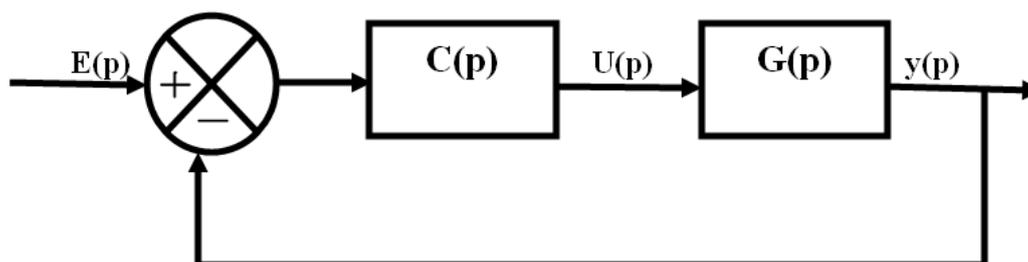


Figure (I.5) : Schéma d'asservissement a retour unitaire

**I. 7 Analyse temporelle des systèmes linéaires**

L'analyse des systèmes dynamiques linéaires, par l'étude des réponses temporelles à des excitations typiques sont très utilisées et permettent la détermination des principales performances.

### I . 7 . 1 Entrée Échelon (Heaviside)

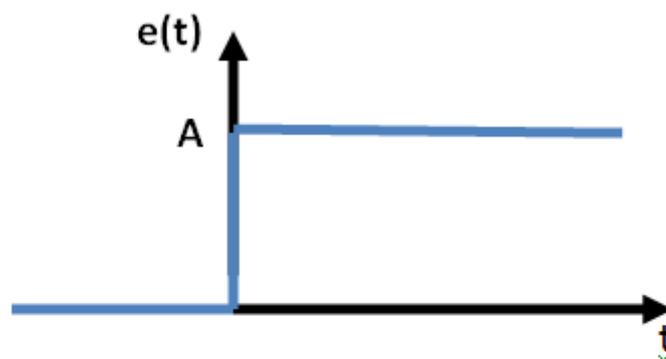
L'échelon est le signal de base d'étude des systèmes asservis. Il permet d'étudier le comportement du système lorsqu'on lui applique un échelon unité consigne constante.

Il est généralement noté  $u(t)$  [12].

L'échelon unitaire est appelé fonction de *Heaviside*

L'échelon est défini par :

$$e(t) = A u(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ A & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I.12})$$



Où  $u(t)$  : est un échelon unité,  $A$  : l'amplitude

Dans le cas particulier où  $A=1$ , où  $e(t) = u(t)$  est un échelon unitaire qui est défini par :

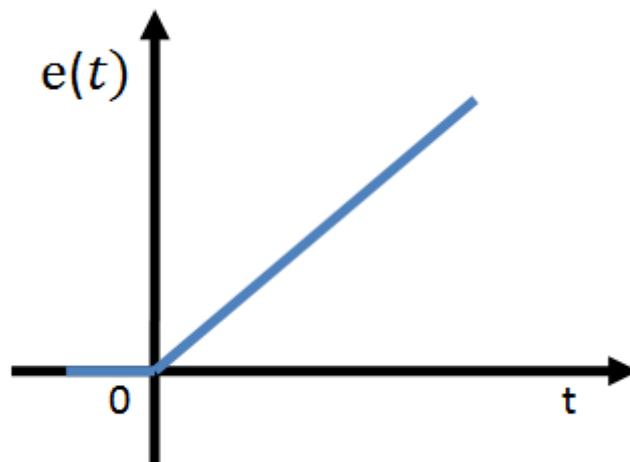
$$e(t) = u(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ 1 & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

La réponse du système à l'échelon unitaire est dite réponse indicielle

### I . 7 . 2 Entrée rampe (Echelon de vitesse)

L'entrée en rampe permet d'étudier le comportement dynamique d'un système et principalement sa capacité à suivre une consigne variable. La rampe est définie par [12] :

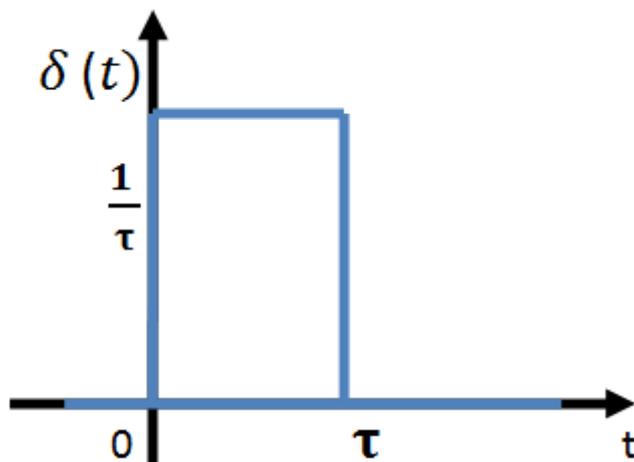
$$e(t) = \alpha . t . u (t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ \alpha . t & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I.11})$$



### I . 7 . 3 Entrée impulsion

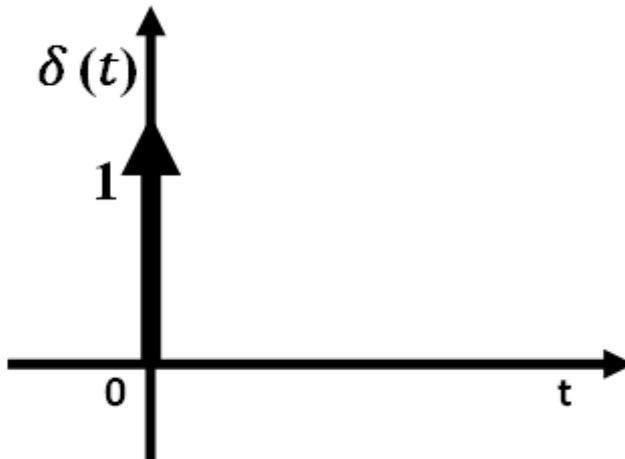
Une impulsion est une fonction du temps de durée très courte mais l'amplitude est suffisamment grande. L'impulsion est dite unitaire si la surface est égale à 1 [12].

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \text{ et } t \geq \tau \\ \lim_{\tau} \frac{1}{\tau} & \text{pour } 0 < t < \tau \end{cases} \quad (\text{I.12})$$



$\delta(t)$  est définie par :  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$  (ce qui est équivalent à la surface unitaire)

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \text{ et } t \geq \tau \\ 1 & \text{pour } 0 < t < \tau \end{cases} \quad (\text{I.13})$$



## I . 8 Performances d'un système asservi (généralités)

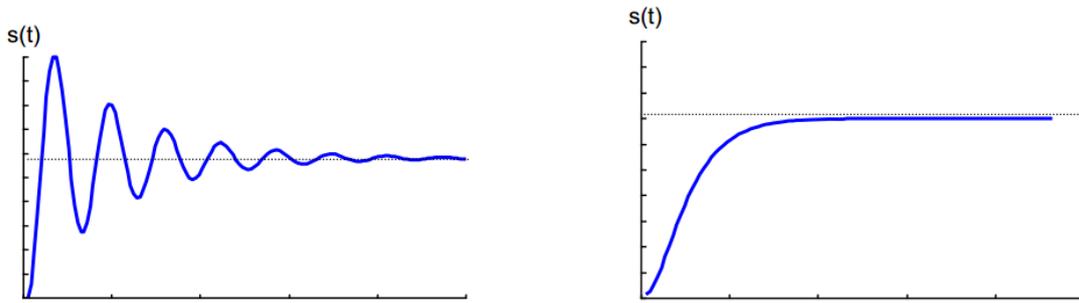
Le comportement d'un système asservi est évalué suivant différents critères de performances, entre autres nous citons la stabilité, la rapidité et la précision [12].

### I . 8 . 1 Stabilité

Un système est stable si en réponse à une entrée bornée, la sortie du système est bornée. On définira la stabilité par une des propositions suivantes, Un système linéaire est stable :

- lorsque sa réponse à un échelon prend une valeur finie en régime permanent.
- lorsque sa réponse à une impulsion tend vers zéro.

Quelques exemples de réponse de systèmes stables et instables sont donnés pour les Figues (I.6) et (I.7) respectivement [12]:



Figure(I.6) : Systèmes stables converge

On voit que le réponse d'un système stable vers une valeur bornée

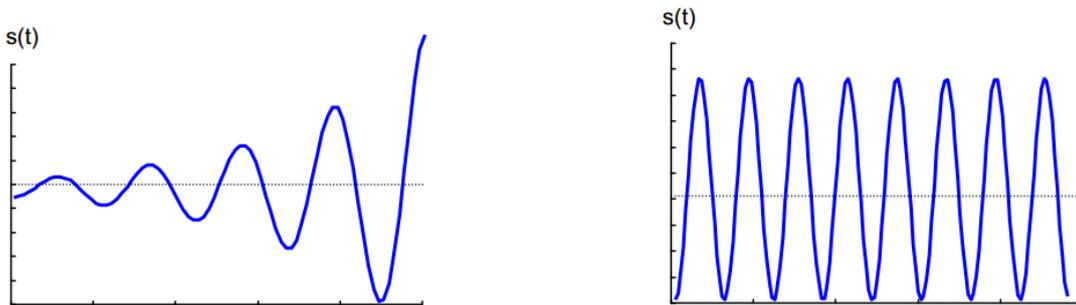


Figure:(I.7) : Systèmes instables

On voit que le réponse d'un système instable diverge ou oscille sans se stabiliser

### I . 8 . 2 Rapidité

Le critère standard de rapidité utilisé est le temps de montée et le temps de réponse à 5% de la sortie lorsque le système est soumis à une entrée en échelon.

La Figure (I.8) représenté la réponse indicielle du système, elle permet de déterminer les caractéristiques suivantes :

- Le dépassement ( $D\%$ ) : exprimé en pourcentage et défini par la valeur maximum du signal de sortie ramené sur sa valeur finale.
- Le temps de montée ( $t_m$ ) : défini lorsque le signal de sortie atteint pour la 1<sup>ere</sup> fois sa valeur finale.
- Le temps de pic ( $t_{pic}$ ): (aussi appelé temps du 1<sup>er</sup> dépassement) défini lorsque le signal de sortie atteint sa valeur maximum.
- Le temps de réponse à 5% : représente le temps au bout duquel le signal de sortie peut être contenu dans un intervalle de  $\pm 5\%$  autour de sa valeur finale.

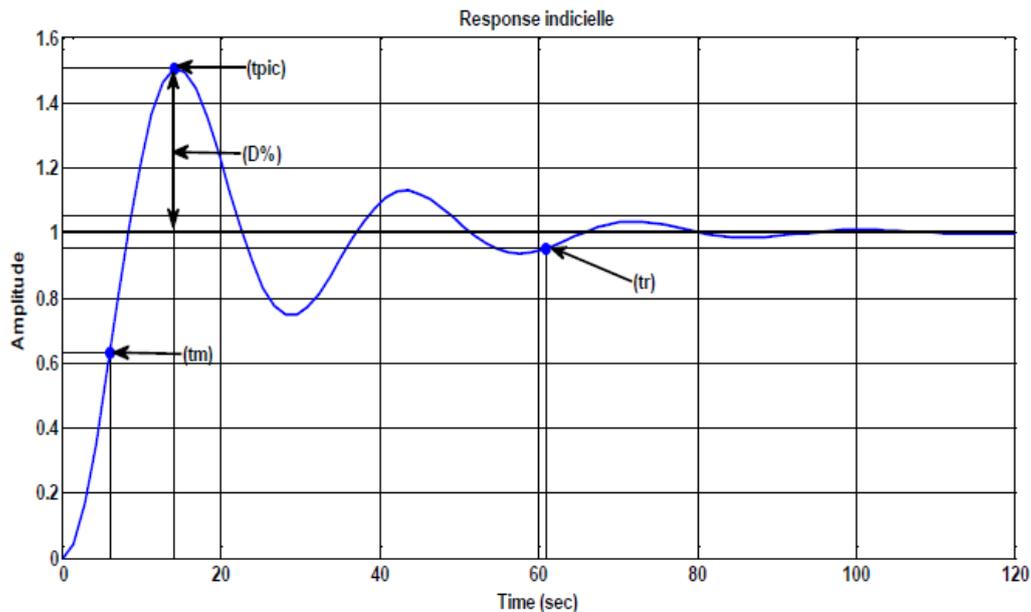


Figure (I.8): Caractérisation de la rapidité d'un système par le temps de réponse à 5%

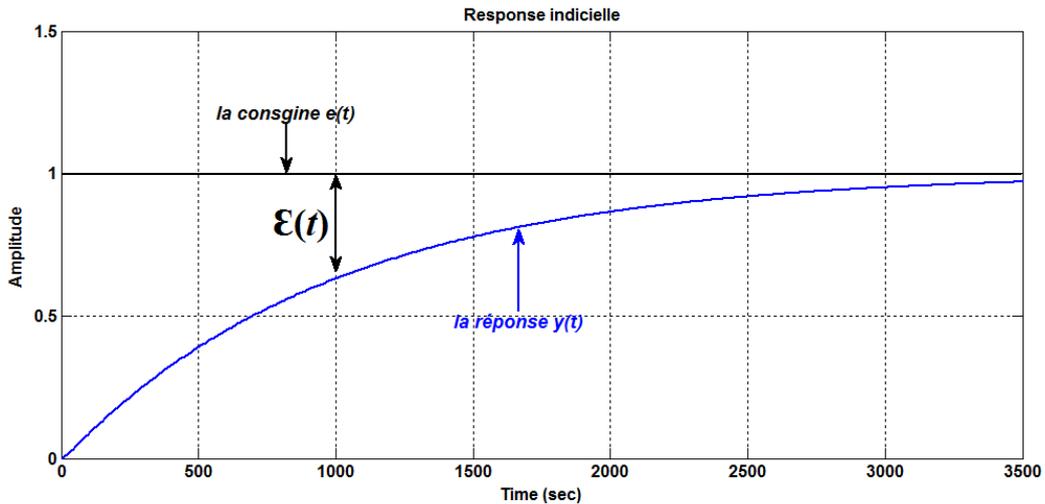
- $T_m$ , le temps nécessaire pour que la réponse d'un système permet de 10% à 90% de sa valeur finale

Plus le temps que met le système à réagir à une variation brusque de l'entrée est court, plus le système est rapide.

Pour un système bouclé c'est la fonction de transfert en boucle fermée qu'il faut considérer, l'entrée est la consigne  $e(t)$  et la sortie est la mesure  $y(t)$

### I . 8 . 3 La précision

La précision qualifie l'aptitude du système à atteindre la valeur de consigne à convergence. L'erreur  $\mathcal{E}(t)$  est la différence entre la consigne  $e(t)$  et la sortie  $s(t)$ . Elle n'est définie que si la consigne et la sortie sont de mêmes natures. La figure (I.9) représente la précision (ou l'erreur) dans le cas d'une entrée constante.



Figure(I.9): Caractérisation de la précision d'un système

Plus l'écart entre la consigne et la sortie est réduit, plus le système asservi est précis.

On distingue deux types d'écarts:

L'écart en position lorsque l'entrée est constante (entrée est un échelon)

L'écart en vitesse lorsque l'entrée varie linéairement (entrée est une rampe)

### I . 9 Servomécanisme

L'association des éléments cités précédemment forme la structure générale d'un système asservi et qui peut être représentée dans la Figure (I.10):

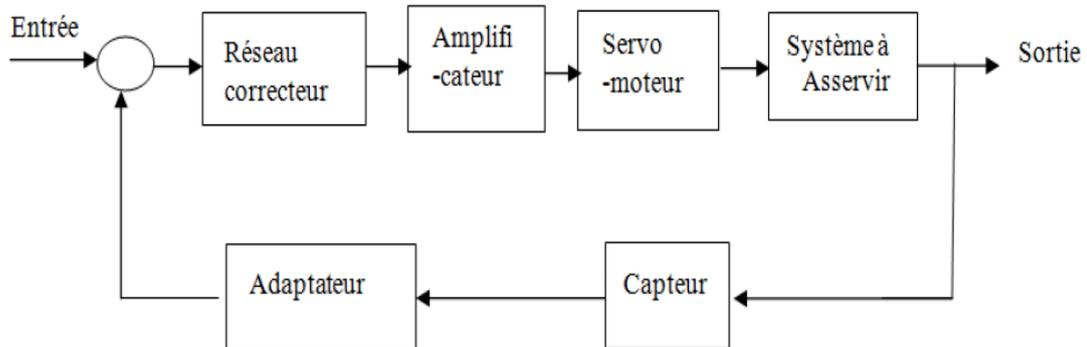


Figure (I.10): Structure générale d'un système Asservi

La caractéristique déterminante d'un servomécanisme est que la sortie contrôlée d'un mécanisme est automatiquement comparée à l'entrée de commande. La différence entre les réglages ou les positions de la sortie et de l'entrée est appelée le signal d'erreur, qui agit pour amener la sortie à la valeur souhaitée. Les servomécanismes peuvent être mécaniques, électriques, hydrauliques ou optiques. Le processus de

renvoi du signal d'erreur pour comparaison avec l'entrée est appelé retour, et l'ensemble du processus d'entrée, de sortie, de signal d'erreur et de retour s'appelle une boucle fermée [11].

Au sens strict, le terme servomécanisme est limité à une boucle de réaction dans laquelle la quantité ou sortie contrôlée est une position mécanique ou une de ses dérivées (vitesse et accélération).

## **I . 10 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons essayé de donner quelques généralités sur les systèmes asservis d'une façon très brève, nous avons passé en revue le concept général d'un asservissement, de ses constituants, son schéma fonctionnel en passant par sa structure générale. Les principales performances des systèmes asservis et des systèmes linéaires à temps invariants sont également présentés.

## **Chapitre II : Régulateur PID**

## II . 1 Introduction

Les contrôleurs Proportionnel Intégral Dérivé (PID) sont utilisés dans la plupart des applications de contrôle de processus automatique dans l'industrie. Ils peuvent réguler le débit, la température, la pression, le niveau et de nombreuses autres variables de processus industriels [7].

La méthode de réglage des paramètres du contrôleur proportionnel-intégral-dérivé (PID) basée sur le schéma de contrôle par modèle interne est l'une des méthodes de réglage les plus simples, elle offre d'excellentes performances pour divers processus avec un seul paramètre de conception qui détermine la vitesse de la réponse en boucle fermée.

La méthode de Ziegler Nicols est empirique et consiste en deux méthodes en boucle ouverte et en boucle fermée.

## II . 2 Régulateur PID

### II . 2 . 1 Définition

Le régulateur PID est un système de commande, il est constitué d'un comparateur pour observer l'écart entre la sortie mesurée et la consigne et d'un organe de commande dont l'algorithme permet d'obtenir une loi de commande pour l'évolution de la réponse du système soit conforme au cahier de charge exigé [10].



Figure (II.1): Schéma synoptique d'un régulateur PID

## II . 2 . 2 Différentes actions du contrôleur PID

Le contrôleur PID est une combinaison des trois actions :

Action proportionnelle, action intégrale et action dérivée

Chacune de ces trois actions réagit différemment à l'erreur. La quantité de réponse produite par chaque action de contrôle est réglable en modifiant le paramètre correspondant.

Un régulateur PID remplit essentiellement les trois fonctions suivantes :

1. fournit un signal de commande en tenant compte de l'évolution du signal de sortie par rapport à la consigne.
2. élimine l'erreur statique grâce au terme intégrateur.
3. anticipe les variations de la sortie grâce au terme dérivateur.

En pratique, à une catégorie donnée de systèmes à asservir, correspond un type de correcteur adapté. Pour effectuer un choix judicieux, il faut connaître les effets des différentes actions : proportionnelle, intégrale et dérivée.

### II . 2 . 2 . 1 Contrôleur proportionnel « P »

Dans le cas d'un contrôle proportionnel, l'erreur est amplifiée d'un certain gain constant qu'il conviendra de déterminer en fonction du système et du cahier de charge exigé.

La loi de commande est :

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) \quad (\text{II.1})$$

Ce qui donne dans le domaine de Laplace :

$$U(p) = K_p \varepsilon(p) \quad (\text{II.2})$$

La fonction de transfert du contrôleur est alors :

$$C(p) = K_p \quad (\text{II.3})$$

L'idée étant d'augmenter l'effet de l'erreur sur le système afin que celui-ci réagisse plus rapidement aux changements de consignes. Plus la valeur de  $K_p$  est grande, plus

la réponse l'est aussi. En revanche, la stabilité des systèmes est détériorée dans le cas d'un  $K_p$  très grand et le système peut même diverger.

**II . 2 . 2 . 2 Contrôleur proportionnel Intégral « PI »**

Au contrôle proportionnel, nous pouvons ajouter l'intégration de l'erreur. Dans ce cas nous obtenons un régulateur PI (proportionne et intégral).

Dans ce cas l'erreur entre la consigne et la mesure est intégrée par rapport au temps et multipliée par une constante qu'il faudra aussi déterminer en fonction du système.

$$u(t) = k_{pc}(t) + k_i \int_0^t \varepsilon(t) dt \tag{II.4}$$

Ce qui donne dans le domaine de Laplace :

$$U(p) = k_p \varepsilon(p) + k_i \frac{\varepsilon(p)}{p} \tag{II.5}$$

La fonction de transfert du contrôleur est alors :

$$C(p) = k_p + \frac{k_i}{p} \tag{II.6}$$

Lors d'un simple contrôle proportionnel, il subsiste une erreur statique, lorsque le système s'approche de sa consigne, le terme intégral permet ainsi de compenser cette erreur statique et fournit, par conséquent, un système plus précis.

**II . 2 . 2 . 3 Contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé « PID »**

Pour obtenir un contrôle en PID, il nous faut encore ajouter un terme. Celui-ci consiste à dériver l'erreur entre la consigne et la mesure par rapport au temps et à le multiplier lui aussi par une constante.

$$u(t) = e(t) + k_i \int_0^t \varepsilon(t) dt + k_d \frac{d}{dt} \varepsilon(t) \tag{II.7}$$

Ce qui donne dans le domaine de Laplace :

$$u(p) = k_p \varepsilon(p) + k_i \frac{\varepsilon(p)}{p} + k_d p \varepsilon(p) = \varepsilon(p) [ k_p + k_i \frac{1}{p} + k_d p ] \tag{II.8}$$

Le contrôle PI peut amener la sortie du système à un dépassement de la consigne, ce qui n'est pas toujours très souhaitable, le terme dérivé permet de limiter cela. Lorsque

le système s'approche de la consigne, ce terme freine le système en appliquant une action dans le sens opposé et permet ainsi une stabilisation plus rapide.

### **II . 3 Rôle du contrôleur PID**

Le contrôleur PID est une combinaison de trois actions, chacune a son effet sur la l'évolution de la sortie du système.

#### **II . 3 . 1 Rôle du contrôleur P**

Le rôle de l'action proportionnelle est de minimiser l'écart  $\varepsilon$  entre la consigne et la mesure de la sortie et de réduire le temps de montée et le temps de réponse.

Une augmentation du gain proportionnel  $K_p$  entraîne une diminution de l'erreur statique et permet d'accélérer le comportement global de la réponse en boucle fermée. Cependant, une valeur trop élevée du gain, donne lieu à des grandes oscillations et même engendrer l'instabilité du system en boucle fermée.

#### **II . 3 . 2 Rôle du contrôleur PI**

Pour un régulateur intégral pur, le régime dynamique est relativement long. D'un autre côté le régulateur proportionnel réagit immédiatement aux écarts de réglage mais il n'est pas en mesure de supprimer totalement l'erreur statique. La combinaison des actions proportionnelle et intégrale permet d'associer l'avantage du régulateur P, c'est-à-dire la réaction rapide à un écart de réglage à l'avantage du régulateur I qui est la compensation totale de l'écart entre la consigne et la mesure.

#### **II . 3 . 3 Rôle du contrôleur PID**

L'association des trois actions proportionnelle, intégrale et dérivée donne lieu au régulateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID), il permet de régler à l'aide de ses trois paramètres les performances (amortissement, précision, temps de réponse, ...) d'un processus modélisé par un modèle de deuxième ordre.

L'action conjuguée PID permet alors une régulation optimale en associant les avantages de chaque action : la composante P réagit à l'apparition d'un écart de réglage, la composante D s'oppose aux variations de la grandeur réglée et stabilise la boucle de régulation et la composante I élimine l'erreur statique [4].

**II . 4 Différentes structures du contrôleur PID**

Pour la mise en œuvre du contrôleur PID, il existé trois structures qui sont mathématique équivalentes [11]:

**II . 4 . 1 Structure série**

La fonction du contrôleur PID sous la forme série est donné par :

$$C(p) = k \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right) (1 + T_d p) \tag{II.9}$$

Qui correspond au schéma bloc suivant :

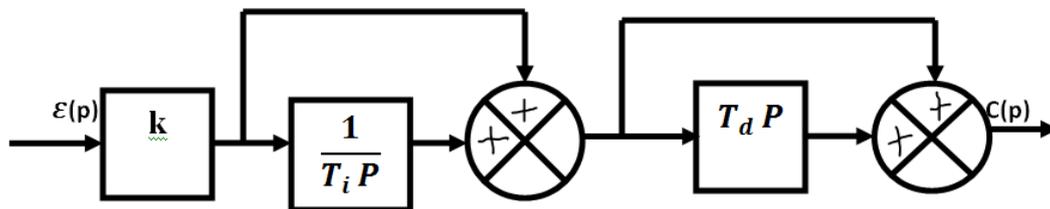


Figure (II.2): Structure du contrôleur PID en série

**II . 4 . 1 . 2 Structure parallèle**

La fonction du contrôleur PID sous la forme parallèle est donné par :

$$C(p) = k_p + \frac{K_i}{p} + k_d p \tag{II.10}$$

Qui correspond au schéma bloc suivant :

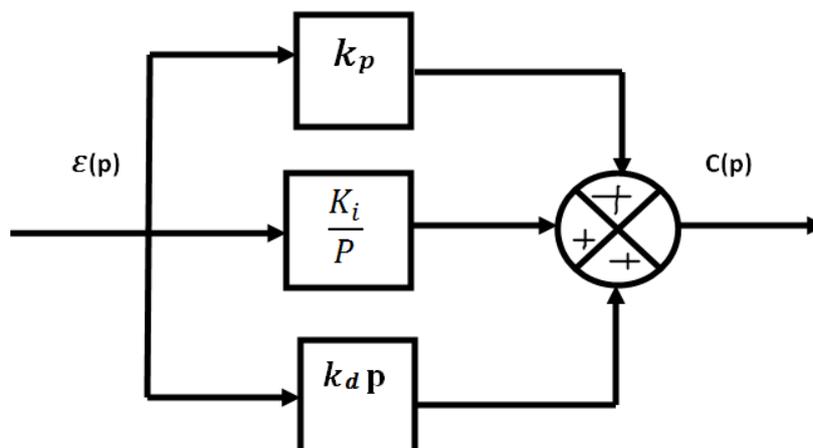


Figure (II.3): Structure du contrôleur PID en parallèle

On remarque que ces deux formes sont mathématiquement équivalentes. Ainsi un régulateur sous forme série pourra être mis sous forme parallèle à partir des équations de transformation suivante :

$$k_p = (1 + \frac{T_d}{T_i}) \tag{II.11}$$

$$k_i = \frac{k}{T} \tag{II.12}$$

$$k_d = kT \tag{II.13}$$

**II . 4 . 1 . 3 formes mixtes**

La troisième forme du PID est appelée "standard", "mixte" ou parfois "idéale". Elle est définie par l'équation ci-dessous :

$$C(P) = k_p(1 + \frac{1}{T_i P} + T_d P) \tag{II.14}$$

$K_p$  : Gain du contrôleur

$T_i$  : Constante de temps de l'action du contrôleur

$T_d$  : Constante de temps action dérivée du contrôleur

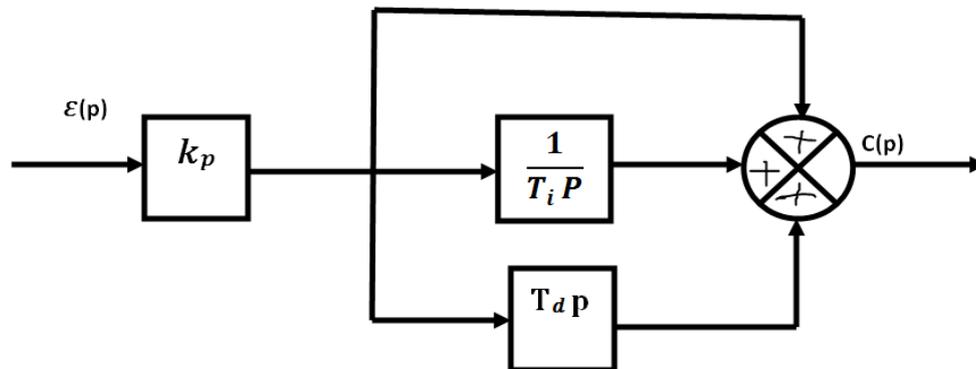


Figure (II.4) : structure mixte du contrôleur PID

Cette forme standard se rapproche beaucoup de la forme parallèle et les équations de transformation entre les deux sont évidentes.

La transformation de la forme série en forme standard s'obtient par les équations suivantes :

$$k_p = \left(1 + \frac{T_d}{T_i}\right) \quad (\text{II.15})$$

$$T_i = T_i + T \quad (\text{II.16})$$

$$T_d = \frac{T_d T_i}{T_d + T_i} \quad (\text{II.17})$$

Dans la plupart des cas à l'exception par exemple de ( $k_i=0$ ), il existe des formules pour transformer un régulateur d'une forme vers une autre forme.

## II . 5 Réglage du contrôleur PID en utilisant la méthode de Ziegler-Nicols

La méthode de Ziegler-Nicols est une technique de réglage heuristique du contrôleur PID, elle tente de produire de bonnes valeurs pour les trois paramètres du contrôleur PID. Que ce soit en boucle ouverte (réponse indicielle) ou en boucle fermée, le réglage est effectué expérimentalement sur place sur le procédé.

Ces réglages s'appliquent sur un correcteur PID mixte dont la fonction de transfert  $C(p)$  est définie par l'équation (II.14).

### II . 5 . 1 Méthode de la réponse indicielle

Pour obtenir les paramètres du régulateur PID, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle du processus seul (c'est-à-dire sans le régulateur), puis de tracer la tangente au point d'inflexion de la courbe. On mesure ensuite sa pente  $\alpha$ , le retard apparent  $L = t_1$  correspondant au point d'intersection de la tangente avec l'abscisse et le gain  $K_0 = \frac{y(\infty)}{E}$  et la constante de temps apparente  $T = t_2 - t_1$  et la pente de la tangente au point d'inflexion  $P = \frac{y(\infty) - \alpha}{t_3 - t_1} = \frac{\alpha}{L}$ . On peut alors calculer les coefficients du régulateur choisi à l'aide du tableau (1).

Généralement, les gains  $K_p$  proposés par ZIEGLER – NICHOLS sont trop élevés et conduisent à un dépassement supérieur à 20%. Il ne faut donc pas craindre de réduire  $K_p$  d'un facteur 2 pour obtenir une réponse satisfaisante.

Tableau (II.1) : Paramètres des régulateurs P, PI et PID obtenus à partir d'une réponse indicielle en boucle ouverte

Type	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
<b>P</b>	$\frac{1}{(\alpha p L K_0)} = \frac{1}{(\alpha \cdot K_0)}$		
<b>PI</b>	$\frac{0.9}{(\alpha p L K_0)} = \frac{0.9}{(\alpha \cdot K_0) 3L}$	3L	
<b>PID</b>	$\frac{1.2}{(\alpha p L K_0)} = \frac{1.2}{(\alpha \cdot K_0)}$	2L	0.5L

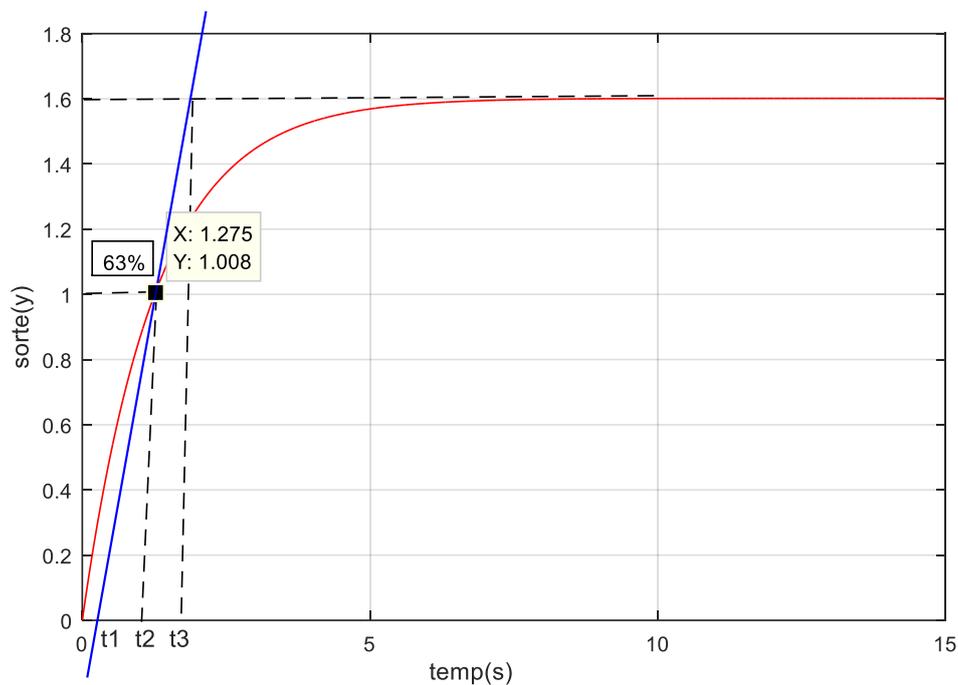


Figure (II.5) : Réponse indicielle d'un processus

### II . 5 . 2 Méthode de la réponse en boucle fermée

Cette méthode est basée sur la connaissance du point critique du processus (apparition des oscillations ou limite de pompage).

Expérimentalement, on boucle le processus sur un simple régulateur proportionnel dont on augmente le gain jusqu' à amener le système à osciller de manière permanente, on se trouve ainsi à la limite de stabilité. Après avoir relevé le gain critique  $K_{cr}$  du régulateur et la période d'oscillation  $T_{cr}$  de la réponse, on peut calculer les paramètres du régulateur choisi à l'aide du Tableau (2).

Elle est utilisée dans le cas où il est impossible d'ouvrir la boucle de régulation pour obtenir la réponse indicielle. Pour mettre en œuvre cette méthode, on réalise le schéma de commande ou le régulateur PID est configuré de sorte à ce que seul l'action proportionnelle fonctionne.

Ces valeurs ne sont pas toujours satisfaisantes, on peut être amené à corriger les coefficients proposés et en particulier à diminuer le gain  $T_i$ .

Tableau (II .2) : Paramètres PID obtenus à partir du point critique en boucle fermée

Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	$0.5 \times K_{cr}$		
<b>PI</b>	$0.4 \times K_{cr}$	$0.8 \times T_{cr}$	
<b>PID</b>	$0.6 \times K_{cr}$	$0.5 \times T_{cr}$	$0.125 \times T_{cr}$

**Remarque**

Nous définissons d'abord  $T_i = \infty$  et  $T_d = 0$ , on laisse uniquement l'action proportionnelle, augmentez  $K_p$  de 0 à une valeur critique  $K_{cr}$  à laquelle la sortie apparaît en oscillations.

Si la sortie ne présente pas d'oscillations soutenues pour n'importe quelle valeur  $K_p$ , alors cette méthode ne s'applique pas.

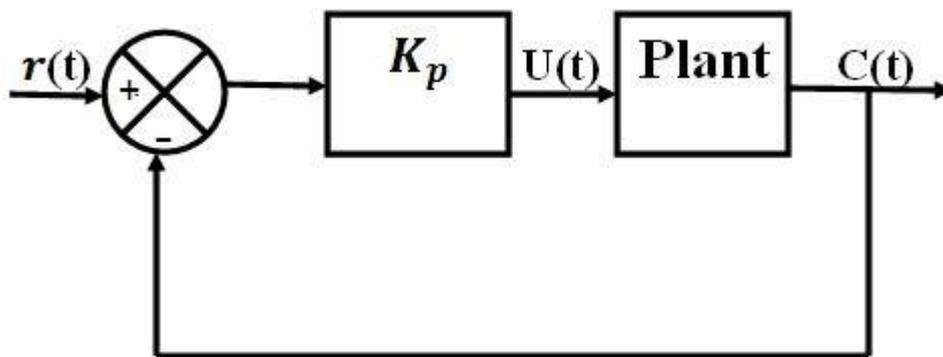


Figure (II .6): Commande en boucle fermée

**II . 6 Exemples de simulation**

Pour illustrer la méthode de calcul de contrôleur PID en utilisant le réglage de Ziegler-Nicholas, on considère deux exemples de simulation

**❖ Exemple 01**

Soit le système modélisé par la fonction de transfert :

$$G_1(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+3)} \tag{II.18}$$

En utilisant la méthode de ZN en boucle fermée, on trouve :

Le gain critique  $K_{cr}=42.2$ , la période des oscillations est  $T_{cr} =5.733-3.547= 2.1860$

En utilisant le Table de Z-N (II.2), les paramètres du contrôleur PID sont calculés ainsi :

$$K_p =0.6 \times 42.2=25.32$$

$$T_i=0.5 \times 2.1860 =1.0930$$

$$T_d=0.125 \times 2.1860=0.2732$$

Le modèle de simulation utilisé est donné par la figure (II.7) :

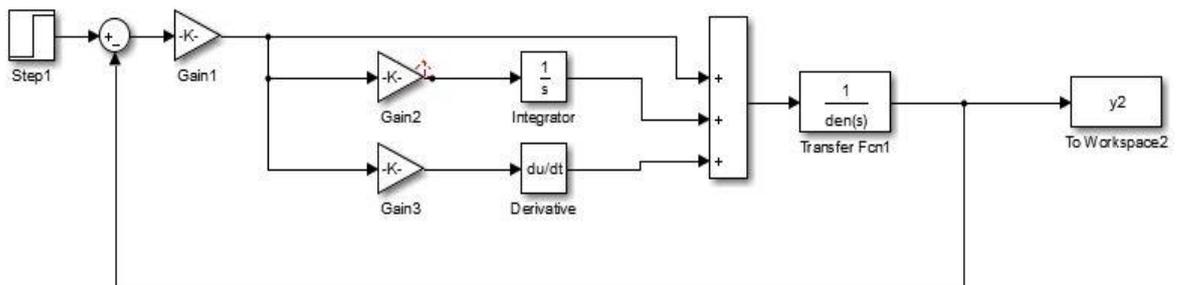


Figure (II.7) : Modèle de simulation

La réponse du système en boucle ouverte et fermée en utilisant le contrôleur obtenu en utilisant la méthode ZN en boucle fermée.

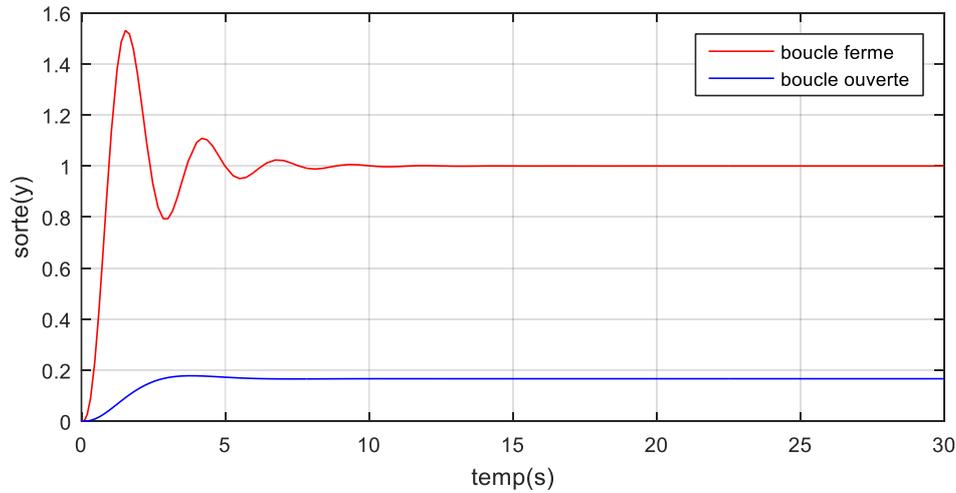


Figure (II.8) : Réponse indicielle du  $G_1(p)$  en boucle fermée et boucle ouverte

D’après les résultats de la Figure (II.8), on voit que la sortie suit exactement l’entrée en régime permanent. L’erreur statique est nulle. Par contre, en boucle ouverte, il y’a un grand écart entre l’entrée et la sortie.

❖ **Exemple 02**

Soit le système modélisé par la fonction de transfert :

$$G_2(p) = \frac{2}{(p+1)(5p+1)(10p+1)} \tag{II.19}$$

En utilisant la méthode ZN en boucle fermée, on trouve :

Le gain critique  $K_{cr}=10$  la période des oscillations  $T_{cr}=17.52-6.212= 11.3080$

En utilisant la table de Z-N, les paramètres du contrôleur PID sont calculés ainsi :

$$K_p=0.6 \times 10=6$$

$$T_i=0.5 \times 11.3080 =5.654$$

$$T_d=0.125 \times 11.3080=1.4135$$

La réponse du système en boucle ouverte et fermée est donnée par la Figure (II.9) :

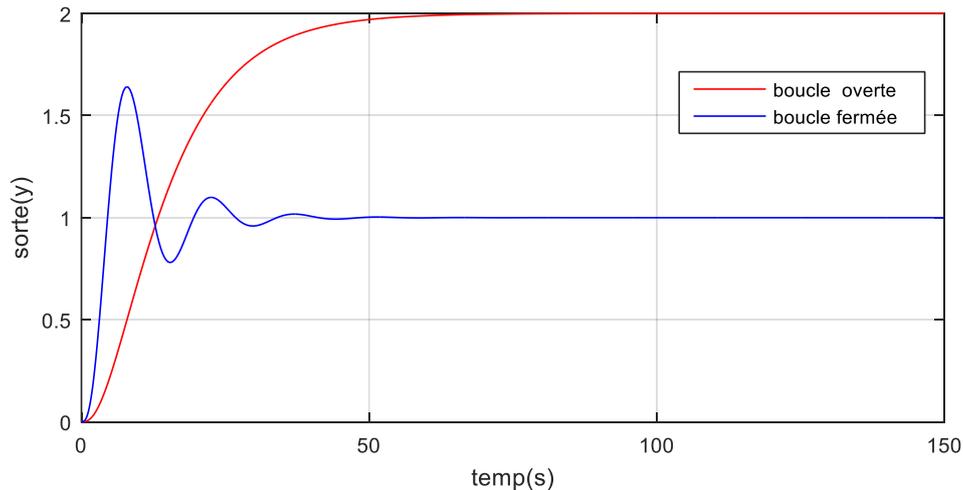


Figure (II.9) : Réponse indicielle du  $G_2(p)$  système en boucle fermée et boucle ouverte

A partir de la figure (II.9), on remarque que la réponse du système en boucle ouverte possède un régime transitoire au démarrage ensuite un régime permanent. De plus, on voit que la réponse en boucle fermée est plus rapide avec un important dépassement au démarrage.

### II .7 Commande par modèle interne (IMC)

Le correcteur par modèle interne ou (Interne Model Control, IMC) s'avère être une approche intéressante. En effet, le régulateur à modèle interne a pour objectif de déterminer des régulateurs en boucle ouverte qui sert à faciliter la synthèse du contrôleur de la boucle fermée [11]. On obtient alors un contrôleur PID à partir du schéma de commande par modèle interne avec un seul paramètre de réglage d'où la simplicité de la méthode.

#### II . 7 . 1 Principe de la méthode de commande à modèle interne

Le schéma de base de la commande de IMC est donné par la Figure (II.10):

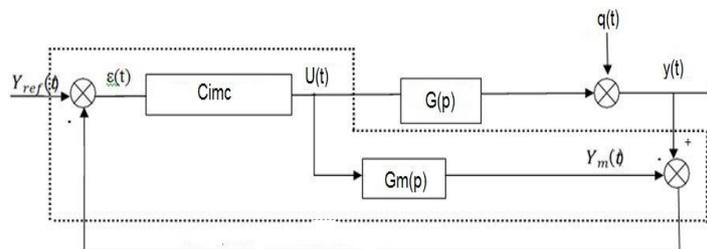


Figure (II.10) : Structure de commande par modèle interne

Dans la structure par modèle interne donné par la Figure (II.10) la sortie du modèle est soustraite de la sortie du procédé. Si l'on suppose que le modèle est parfait et que le système n'est soumis à aucune perturbation, alors le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle, est identiquement nul. Le système de commande peut dans ce cas être considéré comme fonctionnant en boucle ouverte, et par conséquent, on tire les remarques suivantes :

- Les problèmes de stabilité rencontrés dans les boucles classiques disparaissent. Le système bouclé est stable si et seulement si le procédé et le régulateur IMC sont stables
- Le rôle du régulateur est donc en quelque sorte « d'inverser le modèle ». Cependant, il n'a pas les inconvénients d'une boucle ouverte pure car le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle permet de modifier le point de consigne de façon adéquate.

En effet lorsqu'il n'y a pas de perturbation, nous n'avons pas besoin de la boucle de contre réaction. Par contre, lorsque  $y(s) \neq y_m(s)$  pour une raison ou pour une autre (en présence de perturbation en particulier), la contre réaction est activée et le contrôleur IMC réagi pour annuler cet écart, c'est la commande en boucle fermée [10].

## II . 7. 2 Méthode de synthèse du régulateur

On fait l'hypothèse que le modèle interne est parfait :

$$G(p) = G_m(p) \quad (\text{II.20})$$

La méthode de synthèse du contrôleur PID se décompose en trois étapes :

- **Etape 1 :**

On décompose le modèle  $G_m(p)$  du procédé sous la forme statique d'un produit de deux facteurs, le premier  $G_m^+(p)$  dont le gain doit être  $G^+(0) = 1$  contenant les retards purs et les zéros à partie réelle positive et le deuxième  $G_m^-(p)$  qui contient le reste de la fonction de transfert. (partie inversible de  $G_m(p)$ ).

$$G_m(p) = G_m^-(p) G_m^+(p) \quad (\text{II.21})$$

- **Etape2 :**

On retient seulement  $G_m^-(p)$  pour écarter les retards et les zéros à partie réelle positive et on filtre l'inverse de  $G_m^-(p)$  pour rendre le correcteur causal. La fonction de transfert du correcteur réel est alors :

$$C_{\text{imc}}(p) = \frac{1}{G_m^-(p)} f(p) \quad (\text{II.22})$$

Où  $f(s)$  est un filtre, il est introduit pour résoudre le problème de causalité, en général il prend la forme :

$$f(p) = \frac{1}{(1+\tau_{bf} p)^n} \quad (\text{II.23})$$

Où  $\tau_{bf}$  est la constante de temps que l'on souhaite imposer à la réponse du système en boucle fermée.

L'exposant  $n$  est choisi de telle sorte à avoir un correcteur  $C_{imc}(p)$  causal (le degré de dénominateur est supérieur ou égal au degré de numérateur).

- **Etape 3 :**

Si on souhaite utiliser le schéma de commande classique, le régulateur  $C(p)$  donnant les mêmes performances que le contrôleur IMC est calculé par l'expression :

$$C(p) = \frac{C_{imc}(p)}{1 - C_{imc}(p) G_m(p)} \quad (\text{II.24})$$

## II . 8 Exemples de simulation

Afin d'illustrer la méthode de synthèse du contrôleur PID en utilisant le schéma de commande IMC, on considère les exemples suivants :

- ❖ **Exemple 01**

Soit le système modélisé par la fonction de transfert :

$$G_3(p) = \frac{1}{1+3P} \quad (\text{II.25})$$

La synthèse du contrôleur  $C(p)$  se fait ainsi :

Selon l'étape (1),  $G_3(p)$  est factorisé comme suit :

$$G_3(p) = G^+_3(p) G^-_3(p)$$

$$G^+_3(p) = 1$$

$$G^-_3(p) = \frac{1}{1 + 3P}$$

On prend le modèle de référence est :

$$f(p) = \frac{1}{1+2P} \quad (\text{II.26})$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(p) = \frac{1}{G^{-3}(p)} f(p) = \frac{1+3P}{1+2P} \tag{II.27}$$

L'équivalence avec la structure classique donne :

$$C(p) = \frac{C_{imc}(p)}{1-C_{imc}(p) G(p)} \tag{II.28}$$

$$C(p) = \frac{1 + 3p}{2p}$$

$$C(p) = \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{3}{2p} \right) \tag{II.29}$$

$$k_p = \frac{3}{2}$$

$$T_i = 3$$

Le modèle de simulation utilisé pour tracer l'évolution de la sortie est donné par la figure suivante :

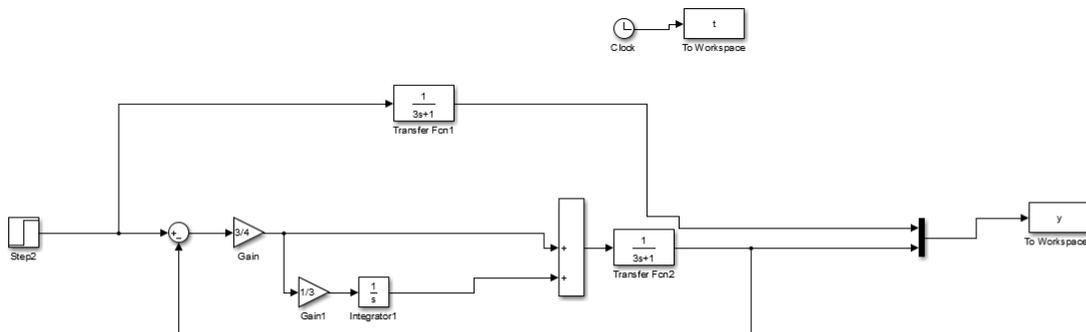


Figure (II.11) : Modèle de simulation

La réponse obtenue en boucle fermée et en boucle ouverte est donné par la figure suivante :

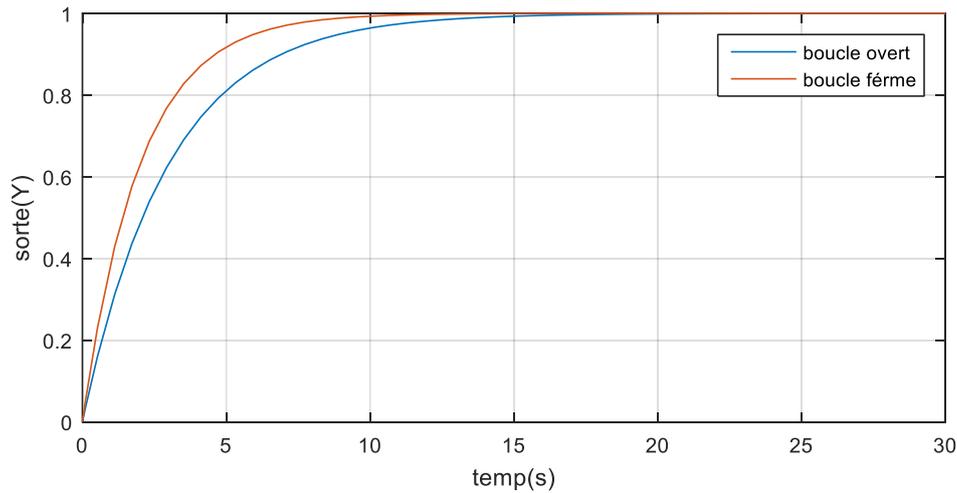


Figure (II.12) : Réponses indicielles du  $G_3(p)$  en boucle fermée et boucle ouverte

Nous remarquons sur la figure(II.12) que la réponse du système en boucle fermée est plus rapide que l'évolution de la réponse en boucle ouverte, et cela est dû à l'effet de la valeur de  $\tau_{bf}$  choisie plus petite par rapport à la constante de temps de système en boucle ouverte.

❖ **Exemple 02**

Soit le système modélisé par la fonction de transfert :

$$G_4(p) = \frac{2-p}{1+p} \tag{II.30}$$

Selon l'étape (1), on factorise  $G_4(p)$  en deux parties :

$$G_4(p) = G^+_4(p) G^-_4(p)$$

$$G^-_4(p) = \frac{1}{1+p} : \text{partie inversible du modèle}$$

$$G^+_4(p) = 2 - p : \text{partie non inversible du modèle}$$

Pour écrire :  $G^+_4(0) = 1$

Donc :  $G^+_4(p) = \frac{2-p}{2}$

On choisit le modèle de référence comme suit :

$$f(p) = \frac{1}{1+0.5p}$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc} = \frac{1}{G^-_4(p)} f(p)$$

$$C_{imc} = \frac{1+P}{2} \frac{1}{1+0.5P} = \frac{1+P}{2+P}$$

D'après l'équivalence entre la structure classique et IMC :

$$C(p) = \frac{C_{imc}(p)}{1-C_{imc}(p) G_4(p)} = \frac{(1+p)/(2+p)}{1-\frac{2-p}{1+p}}$$

$$C(p) = \frac{1+p}{2p} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{p}\right) \tag{II.31}$$

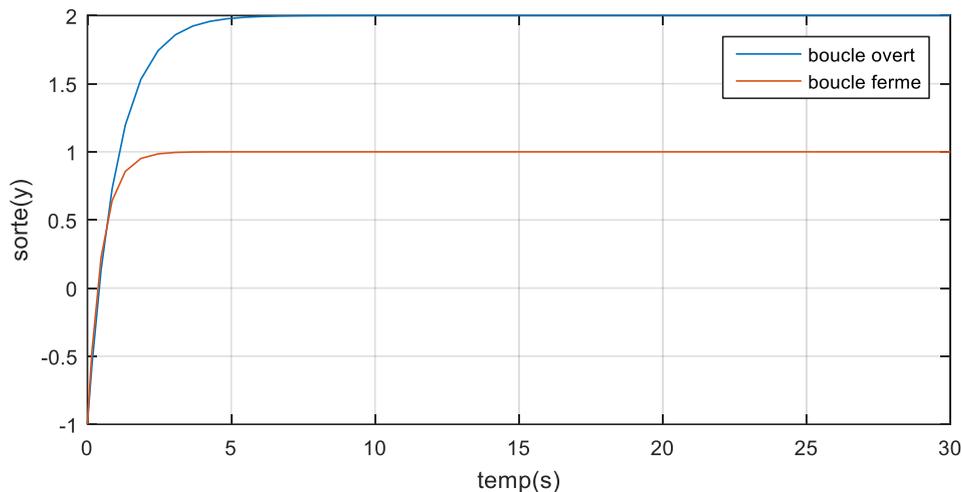


Figure (II.13) : Réponse indicielle du  $G_4(p)$  en boucle fermée et en boucle ouverte

La Figure (II.13) montre que le contrôleur PI calculé en utilisant la méthode IMC ramène la sortie du système à l'entrée désirée avec une dynamique plus rapide par rapport à la boucle ouverte.

## II . 9 Conclusion

La méthode de Ziegler-Nicols est une méthode facile à mettre en œuvre, qui couvre une large gamme de systèmes. Mais à cause de la présence du dépassement important, la méthode de Ziegler-Nicols reste une méthode qui nous permet d'obtenir une estimation initiale des paramètres du régulateur PID, qui doivent être ajustés afin de satisfaire le cahier de charge. Alors que de nombreuses règles de réglage du contrôleur PID visent une réponse rapide mais sacrifient la stabilité de la boucle pour obtenir cette réponse rapide, les règles de réglage IMC offrent une alternative viable lorsque la stabilité de la boucle de contrôle est importante.

## **Chapitre III : Modélisation de la machine à courant continu**

### III . 1 Introduction

L'objectif essentiel de ce chapitre est de présenter les différentes caractéristiques de la machine à courant continu en fonctionnement moteur, nous allons présenter le principe de fonctionnement et les généralités relatives à la machine à courant continu à savoir les éléments constitutants et les différentes types d'excitation de la machine à courant continu. Ensuite, nous présenterons la modélisation de la machine courant continu à excitation séparée qui est le sujet de notre étude.

### III . 2 Définition

Les machines à courant continu (MCC) sont des machines électriques tournantes qui transforment l'énergie mécanique en énergie électrique ou inversement, et dans lesquelles l'énergie électrique apparaît sous forme de tension et courant continu.

Comme toutes les machines électriques, les machines à courant continu sont réversibles, ce qui signifie que la même machine peut fonctionner indifféremment en moteur ou en générateur [1].

### III . 3 Principe et réversibilité

La machine à courant continu est une machine électrique. Il s'agit d'un convertisseur électromécanique permettant la conversion bidirectionnelle d'énergie à partir d'une installation électrique, parcourue par un courant continu, en énergie mécanique. La machine électrique à courant continu est constituée [2]:

- D'un stator (Appelé aussi inducteur) qui est à l'origine de la circulation d'un flux magnétique longitudinal fixe créé soit par des enroulements statoriques (bobinage) soit par des aimants permanents à l'arrière du stator, se trouve la partie porte balais et les balais assurant les contacts électriques avec le rotor.
- D'un rotor bobiné (Appelé communément induit) relié à un collecteur rotatif inversant la polarité dans chaque enroulement rétorque au moins une fois par tour de façon à faire circuler un flux magnétique transversal en quadrature avec le flux statoriques.

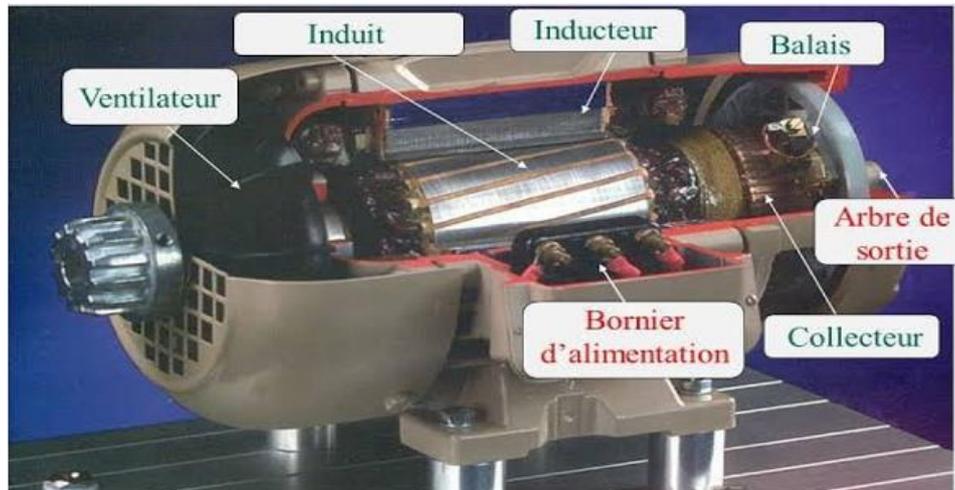


Figure (III.1) : Principaux éléments constituant la machine à courant continu

### III . 4 Constitution de la machine

La machine à courant continu comporte essentiellement deux parties, l'une fixe destinée à la création du flux magnétique appelé (inducteur) qui comporte des pôles principaux et parfois des pôles auxiliaires, et l'autre tournante appelé (induit) dans laquelle a lieu la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement. Dans ces deux parties, on peut distinguer les principaux éléments Figure (III.2) et Figure (III.3):

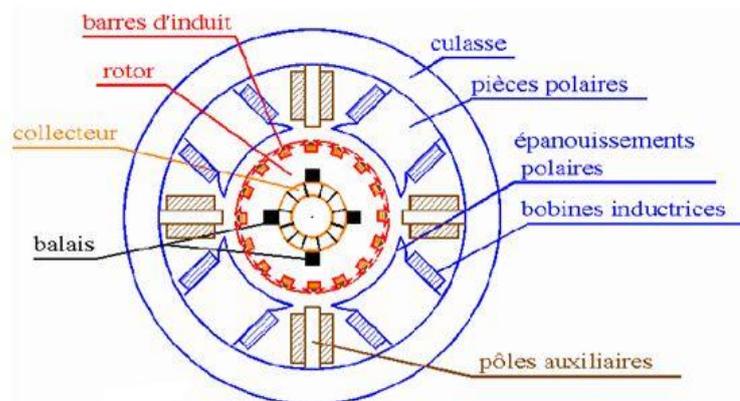


Figure (III.2) : Vue détaillée des éléments de la MCC

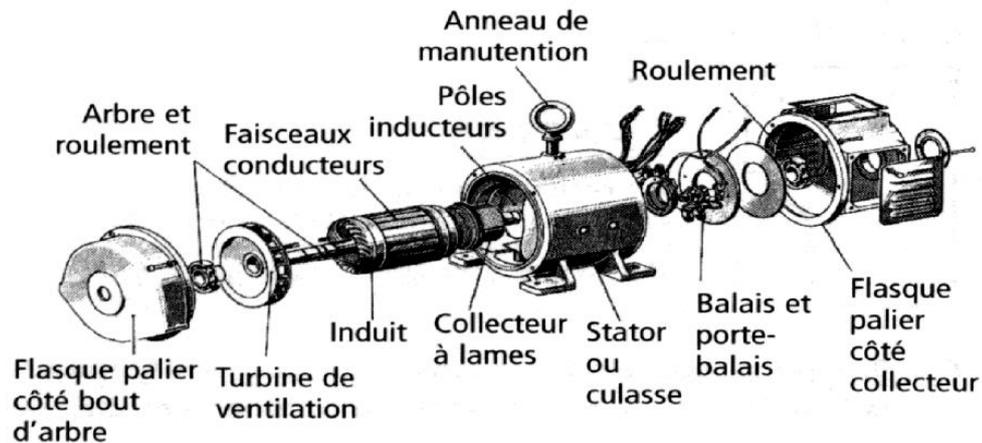


Figure (III.3): constitution de la machine à courant continu

### III . 4 . 1. L'induit

Les enroulements d'induit sont placés sur l'induit, et sont reliés au collecteur de façon à ce que tous les enroulements sous un même pôle soient parcourus par un courant de même sens. Le positionnement des balais sur le collecteur doit permettre une quadrature entre les forces magnétomotrices créées par l'induit et celles créées par l'inducteur sur la machine bipolaire équivalente [8].

#### III . 4 . 1 . 1 Collecteur

C'est un ensemble de lames de cuivre, isolées latéralement les unes des autres, et disposées suivant un cylindre, en bout d'induit. Ces lames sont réunies aux conducteurs de l'induit. Le collecteur a pour fonction d'assurer la commutation du courant d'alimentation dans les conducteurs de l'induit.

#### III . 4 . 1 . 2 Balais

Les balais, portés par l'inducteur, frottent sur les lames du collecteur. Ces contacts glissants entre lames et balais permettent d'établir une liaison électrique entre l'induit, qui tourne, et l'extérieur de la machine.

### III . 5 Modèle électrique équivalent de la MCC

Le schéma électrique équivalent d'un circuit permet de rendre compte du comportement électrique de ce circuit à l'aide de générateur et de composants électrique de ce circuit.

### III . 5 . 1 Schéma électrique équivalent de l'induit

Le modèle électrique équivalent de l'induit est donné par la figure (III.3), où  $E_a$  représente la force électromotrice ;  $L_a$  représente la self équivalente de l'enroulement d'induit ;  $R_a$  représente la résistance équivalente de l'induit (résistance des fils du bobinage et résistance de contact au niveau des balais) [1].

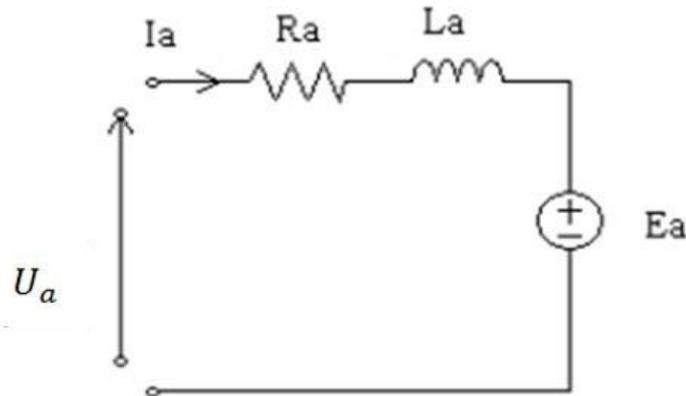


Figure (III.4) : Modèle électrique équivalent de l'induit.

### III . 5 . 2 Schéma électrique équivalent de l'inducteur

Le schéma électrique équivalent de l'inducteur est donné sur la Figure (III.4), où  $L_e$  représente la self équivalente de l'enroulement inducteur ;  $R_e$  représente la résistance équivalente de l'inducteur (résistance des fils du bobinage) [1].

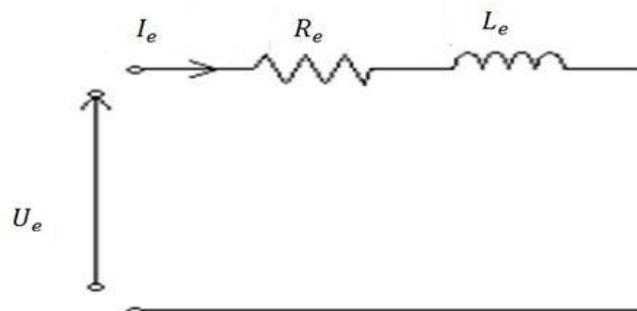


Figure (III.5) : Modèle électrique équivalent du stator.

## III . 6 Les différents modes d'excitation de la MCC

Les machines à courant continu se différencient par la manière dont on fournit le courant d'excitation. Les différents cas possibles sont [1]:

### III . 6 . 1 Machine à excitation séparée

Ce mode d'excitation nécessite deux sources d'alimentations distinctes.

L'alimentation de l'enroulement inducteur est prise sur une source indépendante de la source principale. On change le sens de rotation en permutant les bornes de l'induit ou de l'inducteur. Le circuit électrique est représenté par la Figure (III.5)

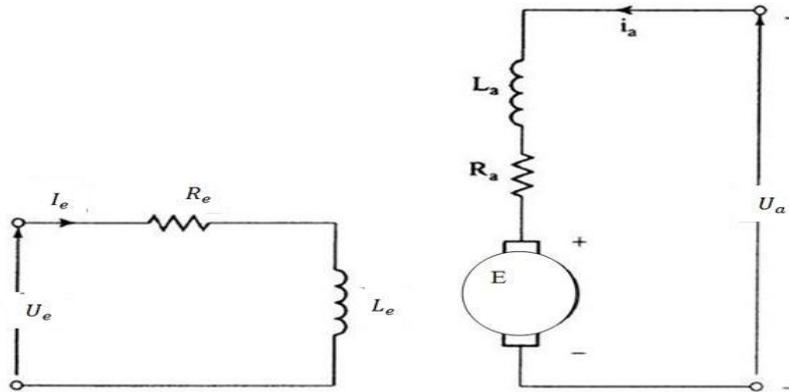


Figure (III.6) : Modèle électrique de la MCC à excitation séparée.

#### III . 6 . 1 . 1 Caractéristiques et domaine d'application

Les principales caractéristiques de la MCC à excitation séparée sont :

- ✓ L'inducteur est alimenté par une source indépendante.
- ✓ Grande souplesse de commande.
- ✓ Large gamme de la variation de la vitesse rotation.
- ✓ Fourni un couple important à faible vitesse.
- ✓ La vitesse est relativement constante quelques soit la charge.
- ✓ Courant d'induit est proportionnel au couple charge

Ce type de machine est utilisé en milieu industriel, associé avec un variateur électronique de vitesse et surtout sous la forme du moteur d'asservissement[1] .

#### III . 6 . 2 Machine à excitation shunt (Dérivée)

Le circuit d'excitation est connecté en parallèle sur l'alimentation du moteur, il possède les mêmes propriétés que le moteur à excitation séparée du fait que, dans les

deux cas, l'inducteur constitue un circuit extérieur à celui de l'induit. Le circuit électrique est représenté par la Figure (III.6)

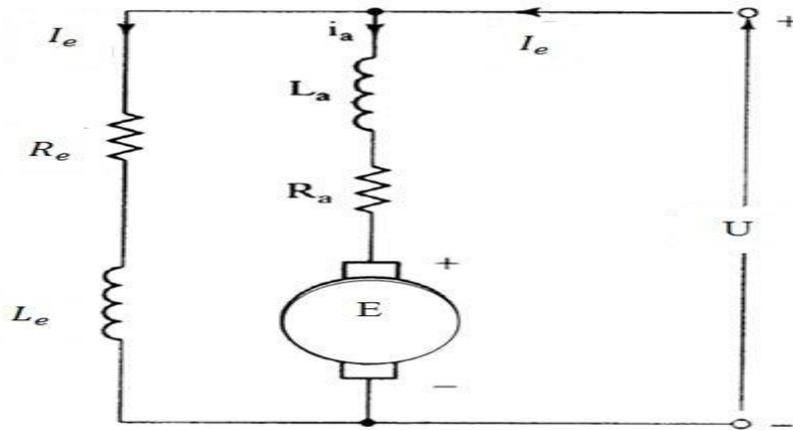


Figure (III.7) : Modèle électrique équivalent du MCC à excitation shunt

### III . 6 . 2 . 1 Caractéristiques et domaine d'application

- ✓ Courant d'induit est proportionnel au couple de charge
- ✓ Ne s'emballe pas
- ✓ Couple de démarrage meilleur qu'en excitation séparée

On trouve les MCC à excitation shunt dans les appareils de levage (ascenseur) et de manutention et les machines outils.

### III . 6 . 3 Machine à excitation série

Le circuit d'excitation est placé en série avec l'induit du moteur. Une seule source d'alimentation suffit. Sa particularité est d'avoir un inducteur qui est traversé par le même courant, l'inducteur possède donc une résistance plus faible que celle des autres types de machines [8] . On change le sens de rotation en permutant les connexions de l'induit et de l'inducteur. Le circuit électrique est représenté par la Figure (III.7) :

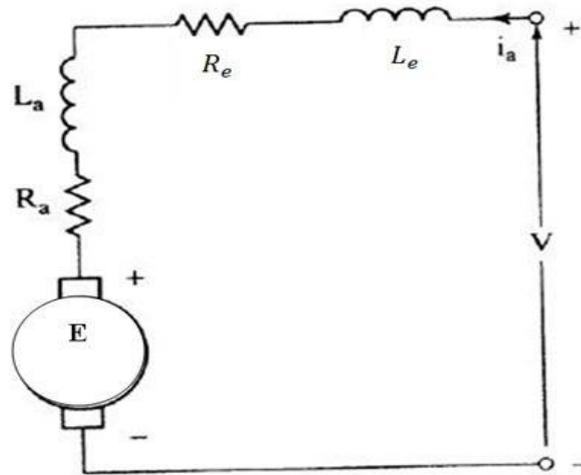


Figure (III.8): Modèle électrique équivalent du MCC à excitation série.

Le bobinage inducteur comporte dans ce cas peu de spires, mais il est réalisé avec du fil de gros diamètre. Cette conception lui procure une très bonne robustesse face aux vibrations et lui a valu un succès inégalé en traction ferroviaire [1].

### III . 6 . 3 . 1 Caractéristiques domaine d'application

- ✓ Démarrage fréquent avec couple élevé
- ✓ couple diminuant avec la vitesse.
- ✓ Ne jamais faire fonctionner le moteur série à vide car si «  $I = 0 \text{ A}$  », alors «  $w$  » tend vers l'infini.
- ✓ Moteur autorégulateur de puissance
- ✓ Risque l'emballement à vide
- ✓ La vitesse décroît quand la charge augmente
- ✓ Le moteur qui convie le mieux en traction électrique

On trouve les MCC à excitation série dans les engins de levage (grues, palans, ponts roulants), ventilateurs, pompes, centrifuges et traction [2] .

### III . 6 . 4 Machine à excitation Composée

C'est une combinaison des excitations Shunt et Série, on peut réaliser un Composée àge additif (Si les flux des deux enroulements s'additionnent) ou soustractif (dans le cas contraire).

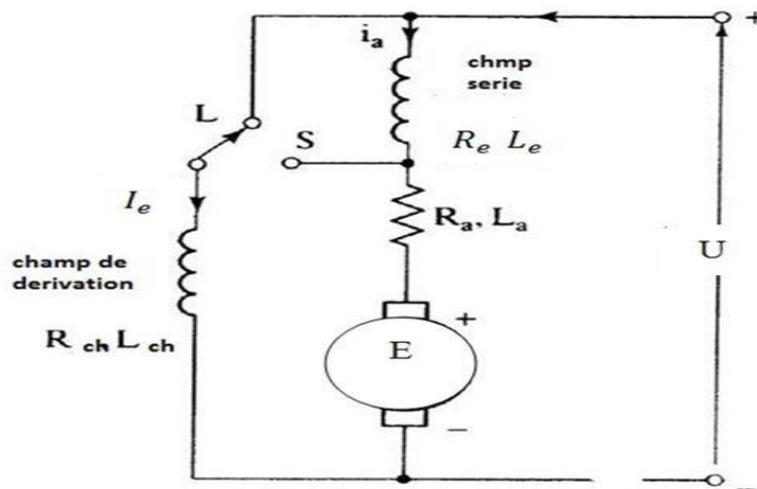


Figure (III.9): Modèle électrique équivalent du MCC à excitation composée.

L: Excitation composée long, S: excitation composée courte (short)

#### III . 6 . 4 . 1 Caractéristiques domaine d'application

- ✓ Le MCC à excitation composée réuni les avantages du série et du shunt tout en éliminant le phénomène d'emballement du série.
- ✓ Couple très variable avec la vitesse.

On trouve ce type de machine dans les entraînements de grande inertie[1].

Dans notre projet, nous intéressons (**Machine à excitation séparée**)

### III . 7. Modélisation mathématique d'un MCC

Selon le schéma de la figure (III.9), un moteur électrique à courant continu est régi par les équations physiques découlant de ses caractéristiques électriques, mécaniques et magnétiques [2].

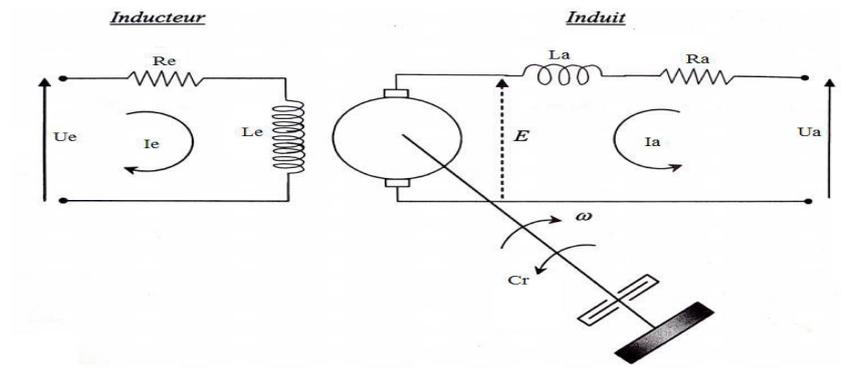


Figure (III.10): Schéma électrique d'une machine à excitation séparée

On peut donc distinguer trois parties fonctionnelles :

- La première partie est donnée par le circuit d'induit
- La deuxième partie est donnée par le circuit d'inducteur
- La troisième constitue la partie mécanique tournante.

Avec

$U_e$  : Tension d'inducteur [V]

$R_e$  : Résistance de l'inducteur [ $\Omega$ ]

$I_e$  : Courant d'inducteur [A]

$L_e$  : Inductance de l'inducteur [H]

$U_a$  : Tension d'induit [V]

$I_a$  : Courant d'induit [A]

$R_a$  : Résistance de l'induit [ $\Omega$ ]

$L_a$  : Inductance de l'induit [H]

$\omega$  : Vitesse de rotation (tr/min)

$C_r$  : Couple résistant (N. m)

### III . 8 Bilan de puissance et calcul du rendement

Comme toutes les machines tournantes, la MCC a des pertes Joule (dues aux résistances des bobinages), des pertes fer (dues aux variations du flux magnétiques a travers le rotor et/ou le stator) et des pertes mécaniques.

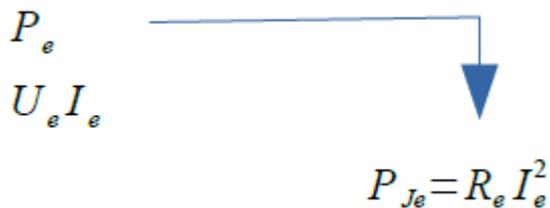
Les pertes fer et mécaniques sont regroupées sous le terme « pertes collectives »  $P_c$  auxquelles on associe un « couple de pertes »  $C_p$

puissance collectives :  $P_c = C_p \times \Omega$ .

#### Inducteur

L'inducteur ne sert qu'à créer le champ magnétique : la seule puissance qu'il consomme est due à la résistance  $R_e$  de ses bobinages (pertes Joule) :  $P_e = P_{Je}$

Il n'y a pas de pertes fer car le flux stator est constant : le stator est immobile et les champs magnétiques sont de direction fixe.



$P_{elec}$  = puissance électromécanique  $P_{elec} = U_e I_e$

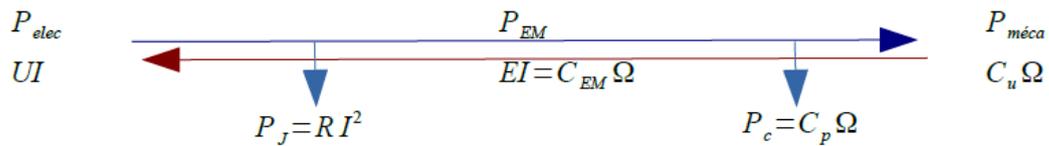
#### Induit

En fonctionnement moteur, l'induit transforme la puissance électrique en puissance mécanique :

$$P_{elec} = P_j + P_{EM} = P_j + P_c + P_{méca} \Leftrightarrow C_{em} = C_p + C_u$$

En fonctionnement générateur, l'induit transforme la puissance mécanique en puissance électrique :

$$P_{méca} = P_c + P_{EM} = P_c + P_j + P_{Elec} \Leftrightarrow C_u = C_p + C_{EM}$$



### Rendement

On distingue

➤ Le rendement de l'induit, qui ne tient compte que de la transformation de puissance

de l'induit :  $\eta_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{méca}}}{P_{\text{elec}}}$

➤ Le rendement de la MCC qui tient compte en plus de la puissance apportée à

l'inducteur :  $\eta_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{méca}}}{P_{\text{elec}} + P_e}$

### III . 9 Modélisation et commande de la MCC

Le fonctionnement du MCC est régi par les équations physique découlent de ses caractéristiques électriques, mécaniques et magnétiques.

- **Equation de l'inducteur (excitation)**

$$L_e \frac{di_e(t)}{dt} = - R_e i_e + U_e \quad (\text{III.9})$$

- **Equation de l'induit**

$$L_a \frac{di_a(t)}{dt} = - R_a i_a - E_a + V_a \quad (\text{III.10})$$

Où

$$E_a = K\phi\omega \quad (\text{III.11})$$

Avec  $\omega$  vitesse de rotation en (tr/min). Le flux est une fonction linéaire du courant d'excitation:

$$K\phi = M_{fd} I_e \quad (\text{III.12})$$

$M_{fd}$  = Inductance mutuelle entre l'induit et l'inducteur

- **Equation de couple**

On l'obtient à partir de la puissance électromagnétique :

$$P = C_e \cdot \omega = I_a E_a = I_a K \Phi \omega \quad (\text{III.13})$$

Ce qui donne

$$C_{em} = K I_a \Phi = M I_e I_a \quad (\text{III.14})$$

- **Equation mécanique**

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = -f \cdot \omega + C_{em} - C_r \quad (\text{III.15})$$

Où  $C_r$  est le couple résistant imposé par la charge,  $J$  le moment d'inertie total (machine plus charge entraînée) et  $f$  le coefficient de frottement proportionnel à la vitesse de rotation

On obtient alors le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} U_e = R_e \frac{dI_e}{dt} + R_e I_e(t) \end{cases} \quad (\text{III. 1})$$

$$\begin{cases} U_a = L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + R_a I_a(t) + M_{fd} I_a(t) I_e(t) \end{cases} \quad (\text{III. 2})$$

$$\begin{cases} J \frac{dI_a(t)}{dt} = M_{fd} I_a(t) I_e(t) - C_r - F \omega(t) \end{cases} \quad (\text{III. 3})$$

D'après les équations (III.2) et (III.4), on voit si le commande d'excitation  $C_e(t)$  et le courant d induit  $I_a(t)$  sont variables, le système d'Pour se placer dans le cas du fonctionnent linéaire, on a l'une des grandeurs  $I_a(t)$  et  $I_e(t)$  est considérée caste, ce ci impose une excitation séparée.

On obtient alors le mode de fonctionnement par induit c'est-à-dire pour contrôler la vitesse de rotation du MCC, On fait varier la tension d'alimentation de l'induit.

### III . 10 Conclusion

Un aperçu général sur la MCC a été donné à savoir définition, éléments constituants et les différents types d'excitation, la modélisation de la MCC a été aussi donnée dans ce chapitre et la commande par induit a été déduite. Dans notre étude, on s'intéresse à la MCC à excitation séparée commandée par induit.

## **Chapitre IV : Application et Simulation**

### IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, d'abord les équations de la machine à courant continu présentées dans le chapitre précédent (III) seront rééditées, ensuite, les deux méthodes décrites précédemment au chapitre (II) (ZN et IMC) sont appliquées à la machine à courant continu pour contrôle sautent de rotation. Nous montrerons les résultats de simulation de la vitesse, du courant et de l'effet du couple résistant sur la réponse de la vitesse de la machine étudiée.

### IV. 2 Equations de la machine à courant continu

D'après la loi de Newton ainsi que les lois du premier ordre de Kirchhoff détaillées au chapitre (III.8) et (III.9), nous pouvons écrire des équations différentielles pour une machine à courant continu. À excitation séparée et nous obtenons l'ensemble des équations suivantes :

$$\begin{cases} U_e(t) = L_e \frac{di_e(t)}{dt} + R_e i_e(t) \\ U_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + E_a(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = C_{em} - C_r - f \omega(t) \\ E_a(t) = M_{fd} I_e \omega(t) \\ C_{em} = M_{fd} I_e I_a \end{cases} \quad (IV.1)$$

En appliquant la transformée de Laplace (avec les conditions initiales nulles) expliquée dans le chapitre (I.5.2.1), on obtient :

$$\begin{cases} U_e(P) = L_e [P I_e(P)] + R_e I_e(P) \\ U_a(P) = L_a [P I_a(P)] + R_a I_a(P) + E_a(P) \\ J [P W(P)] = M_{fd} I_e(P) I_a(P) - C_r - F W(P) \\ E_a(P) = M_{fd} I_e W(p) \\ C_{em} = M_{fd} I_e I_a \end{cases} \quad (IV.2)$$

On extrait des équations précédentes (IV.2) l'équation du courant  $I_a(P)$  en fonction de la tension  $U_a(P)$ , et l'équation de la vitesse  $W(p)$  en fonction du courant  $I_a(P)$  on trouve les équations suivantes :

$$I_a(p) = \left( \frac{1}{L_a P + R_a} \right) (U_a(P) - M_{fd} I_e(P) W(p)) \quad (IV.3)$$

$$W(P) = \left( \frac{1}{J P + F} \right) (M_{fd} I_e(P) I_a(P) - C_r) \quad (IV.4)$$

On considère l'excitation séparée constante, ce qui donne le courant d'inducteur ( $I_e$ ) constant, on obtient alors:

$$M_{fd} I_e = K \quad (K \text{ Est dite coefficient du couple})$$

$$I_a(p) = \left( \frac{1}{L_a P + R_a} \right) (U_a(P) - K \omega(p)) \quad (IV.5)$$

$$W(P) = \left( \frac{1}{J.P + F} \right) (K I_a(P) - C_r) \tag{IV.6}$$

A partir des équations (IV.5) et (IV.6), on construit le modèle de simulation de la machine à courant continu donné par la Figure (IV.1) :

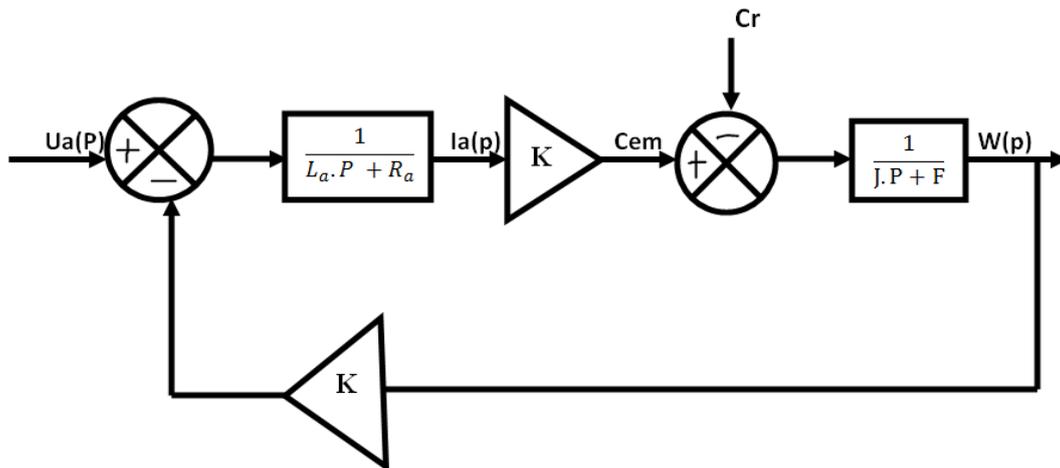


Figure (IV.1) : Modèle de simulation de la MCC

Les valeurs des paramètres de la machine, étudiée dans ce projet, sont listées dans le Tableau (IV.1):

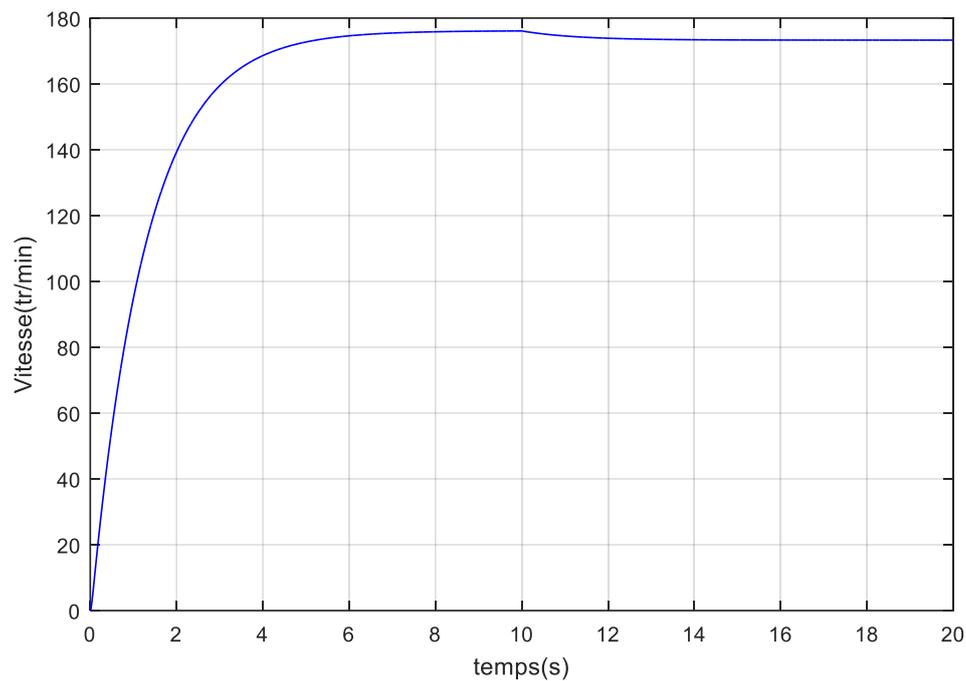
Valeurs des paramètres de la MCC.

Tension d'induit	$U_a = 110 \text{ V}$
Résistance d'induit	$R_a = 10.7 \ \Omega$
L'inductance d'induit	$L_a = 0.245 \text{ H}$
Tension d'inducteur	$U_e = 125 \text{ V}$
Résistance d'inducteur	$R_e = 125 \ \Omega$
L'inductance d'inducteur	$L_e = 250 \text{ H}$
Inertie des masses tournantes	$J = 0.045 \text{ kg.m}^2$
Couple résistant	$C_r = 0.1 \text{ N.m}$
inductance mutuelle entre l'induit et l'inducteur	$M_{fd} = 0.6 \text{ H}$
Coefficient du frottement	$F = 0.00137 \text{ N.m.s / rad}$

### IV . 3 Résultats de simulation de la machine à courant continu en boucle ouverte

On reprend le modèle de simulation de la Figure (IV.1) et en utilisant les valeurs des paramètres de la MCC données dans le Tableau (IV.1), on effectue les simulations suivantes en boucle ouverte :

- ❖ Pour la tension nominale de l'induit  $U_a = 110$  V, on applique un couple résistant de 0.1 N.m à l'instant  $t = 10$  s, on trouve les résultats de simulation des figures (IV.2) et (IV.3) :



Figure(IV.2) : Evolution de la vitesse de rotation en boucle ouverte

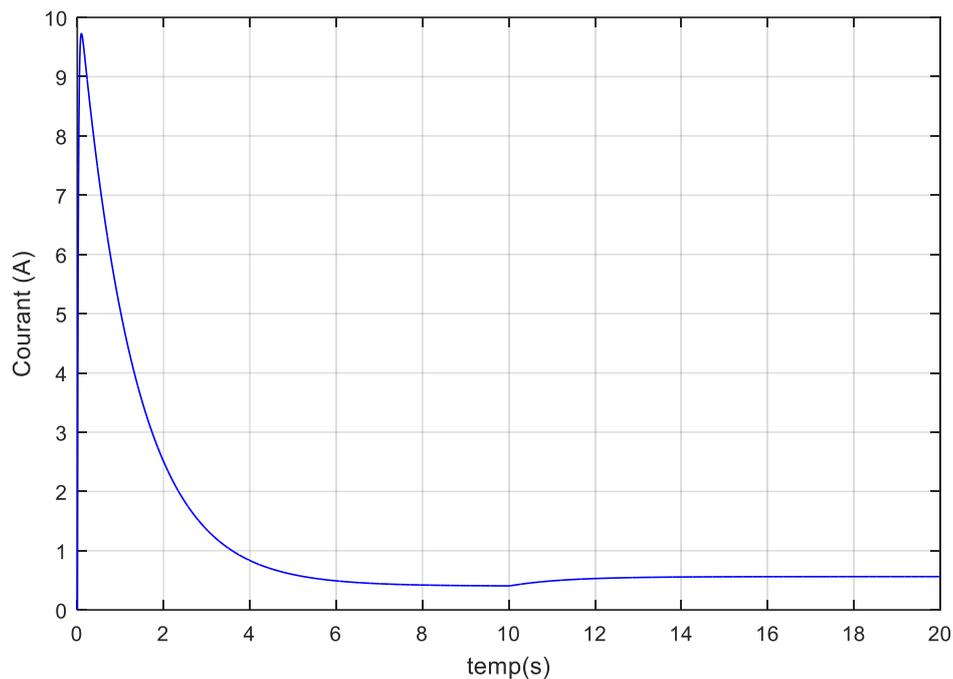
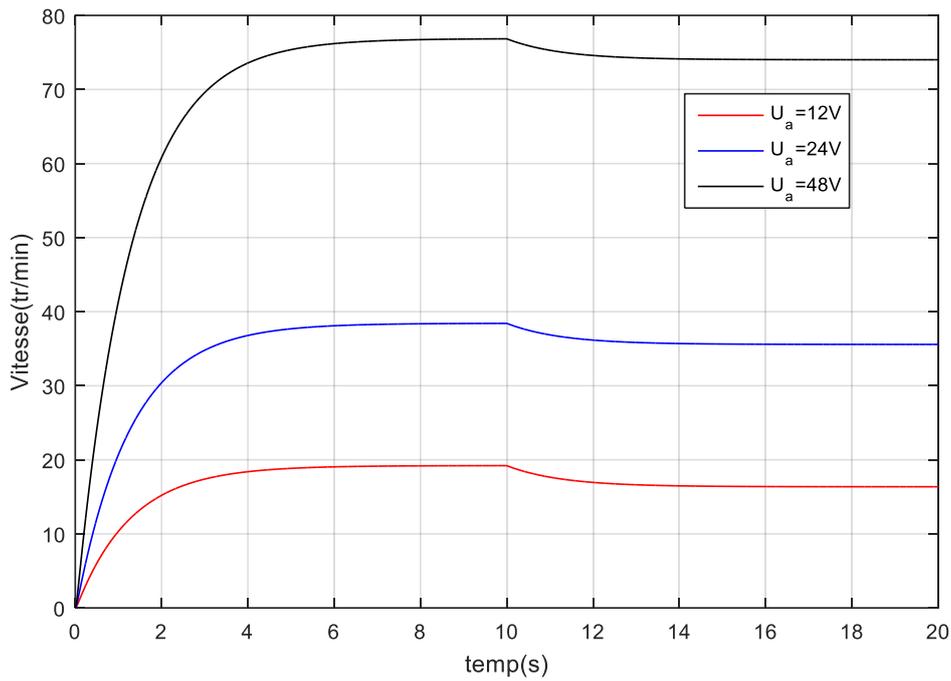


Figure (IV.3) : Evolution le courant d'induit en boucle ouverte

- On remarque que la usitée de rotation de le MCC augmente pour atteindre sa valeur nominale ( $w = t/\text{min}$ ) en régime permanent et lorsque nous appliquons un couple résistance  $C_r=10s$  la usitée diminue pour atteindre  $w=$  en régime permanent.
- Le courant d'induit présente un pic au démarrage en site se stabilise sa valeur nominale ( $I_a = /$  .lorsqu' on. Applique le couple résistance, le courant augmente pour compère l'effet du couple résistance

#### ❖ Effet de la variation de la tension d'induit $U_a(p)$

Pour la même valeur du couple résistant ( $C_r=0.1N.m$ ) appliqué à l'instant  $t = 10$  s et pour différentes valeurs de la tension d'induit  $U_a$  ( $U_a=12V$  ;  $24V$  et  $48V$ ), on obtient les résultats de simulation données par les figures (IV.4) et (IV.5).



Figure(IV.4) : Evolution de la vitesse de rotation avec variations de tension d'induit en boucle ouverte

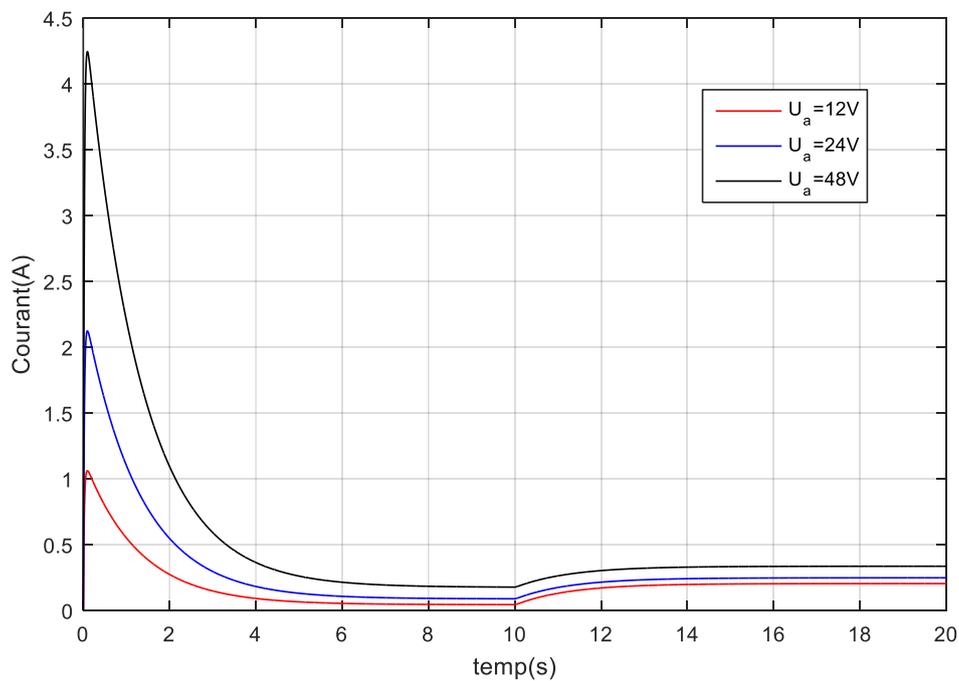


Figure (IV.5) : Evolution le courant de l'induit avec variations de tension d'induit en boucle ouverte

On note de la figure (IV.4) que plus la valeur de la tension d'induit est élevée, plus la valeur de la vitesse de rotation du moteur, on dit que la vitesse de rotation est proportionnelle à la tension d'induit élevée, On observe également que lorsqu'un

couple résistant est appliqué après serrage, la vitesse diminue pour se stabiliser à une valeur inférieure par rapport à la valeur du premier serrage.

- On note de la Figure (IV.5) que plus la tension d'induit est élevée, plus le courant est élevé, On constate également que lorsqu'un couple résistant est appliqué après mise en tension, le courant augmente pour s'établir à une valeur inférieure à la valeur de la première tension.

#### IV . 4 Résultats de simulation de la machine à courant continu en boucle fermée

En remplaçant l'équation (IV.5) dans (IV.6) et après quelques manipulations et simplifications, on obtient la fonction de transfert en boucle ouverte de la MCC :

$$\frac{W(p)}{U_a(p)} = \frac{M_{fd}}{L_a J P^2 + (R_a J + L_a F)P + F R_a + M_{fd}^2} \quad (IV.6)$$

Généralement, pour les MCC d'automatisme, l'inductance d'induit est très petite, on suppose alors :  $L_a=0$ , l'équation (IV.5) devient alors :

$$\frac{w(p)}{U_a(p)} = \frac{M_{fd}}{R_a J P + F R_a + M_{fd}^2} \quad (IV.7)$$

L'équation (IV.6) peut être mise sous forme d'un système du premier ordre :

$$G(p) = \frac{\frac{M_{fd}}{F R_a + M_{fd}^2}}{1 + \left(\frac{R_a J}{(F R_a + M_{fd}^2)}\right)p} \quad (IV.8)$$

Avec le gain statique  $k = \frac{M_{fd}}{F R_a + M_{fd}^2}$  et la constante de temps  $\tau = \frac{R_a J}{(F R_a + M_{fd}^2)}$

En utilisant les valeurs des paramètres de la MCC données dans le Tableau (IV.1), on obtient la fonction de transfert de la machine étudiée :

$$G(P) = \frac{1.601}{1.2852.P + 1} \quad (IV.9)$$

Ce modèle (équation (IV.8)) sera utilisé pour calculer le contrôleur PID en utilisant la méthode de ZN et IMC.

#### IV. 4 . 1 Calcul du contrôleur PID en utilisant la méthode de Ziegler et Nicholas (Z-N)

##### IV.4.1.1 La Méthode de la réponse indicielle

Nous appliquerons cette méthode qui a été expliquée précédemment au chapitre (II.5.1), on trace d'abord la réponse indicielle en boucle ouverte et on calcule les paramètres du régulateur à l'aide du tableau (II.1).

On obtient le contrôleur PI suivant :

$$C(p) = 3.30 \left( 1 + \frac{1}{0.5955p} \right) \quad (IV.10)$$

Ce contrôleur est implémenté avec le modèle de la MCC figure (IV.1) dans un schéma de commande en boucle fermée comme le montre la figure (IV.6) :

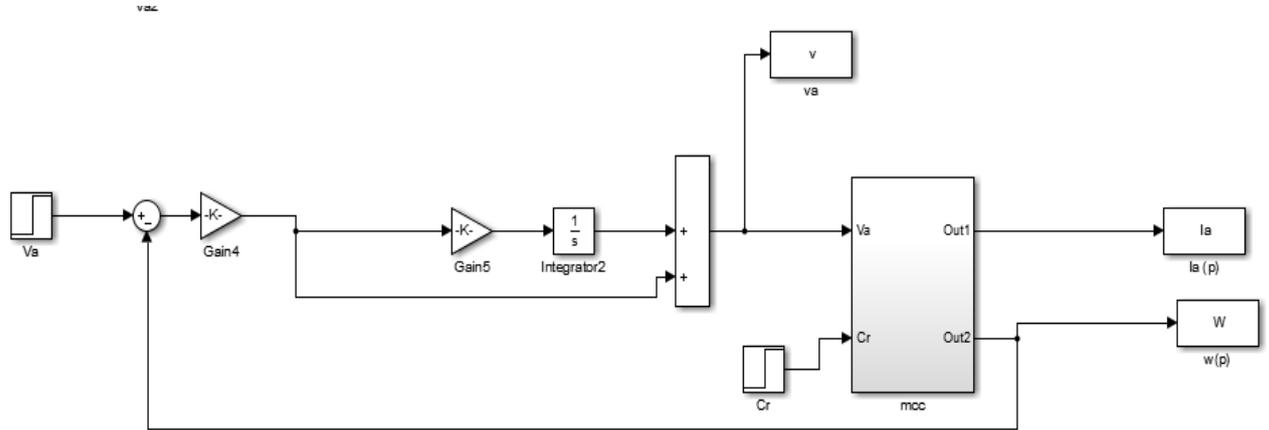


Figure (IV.6) : Schéma de commande en boucle fermée de la MCC.

Dans ce modèle de simulation, on considère que le convertisseur électronique (généralement un hacheur), entre le contrôleur PI et la tension d'alimentation de l'induit, est donnée par un gain unitaire.

#### IV. 4 . 2 Calcul du contrôleur PID en utilisant la méthode de commande par modèle interne (IMC)

En suivant les étapes détaillées dans le chapitre (II.7.2.2) sur la méthode IMC et en choisissant le modèle de référence comme donné par l'équation (IV.11)

$$f(P) = \frac{1}{1 + \tau_{bf}P} \quad \tau_{bf} = \frac{\tau}{2} \quad (IV.11)$$

On obtient le contrôleur PI suivant:

$$C(p) = 1.2489 \left( 1 + \frac{1}{1.2852p} \right) \quad (IV.12)$$

#### IV. 4 . 3 Résultats de simulation

La réponse de la vitesse et du courant d'induit obtenu en utilisant le contrôleur PI obtenu par la méthode Z-N équation (IV.9) et par la méthode IMC équation (IV.9) sont montrés sur les Figures (IV.7) et (IV.8) respectivement. avec le uitent in posée pour le machine est 500 tr/min et Cr =0.1 N.m applique a t = 10s

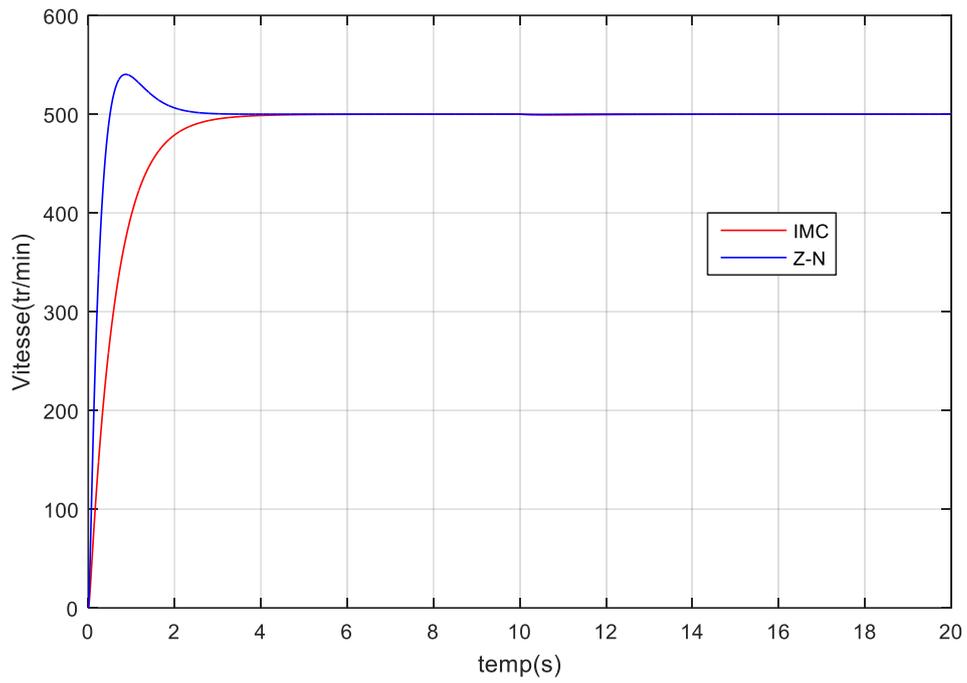


Figure (IV.7) : Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur Z-N et IMC

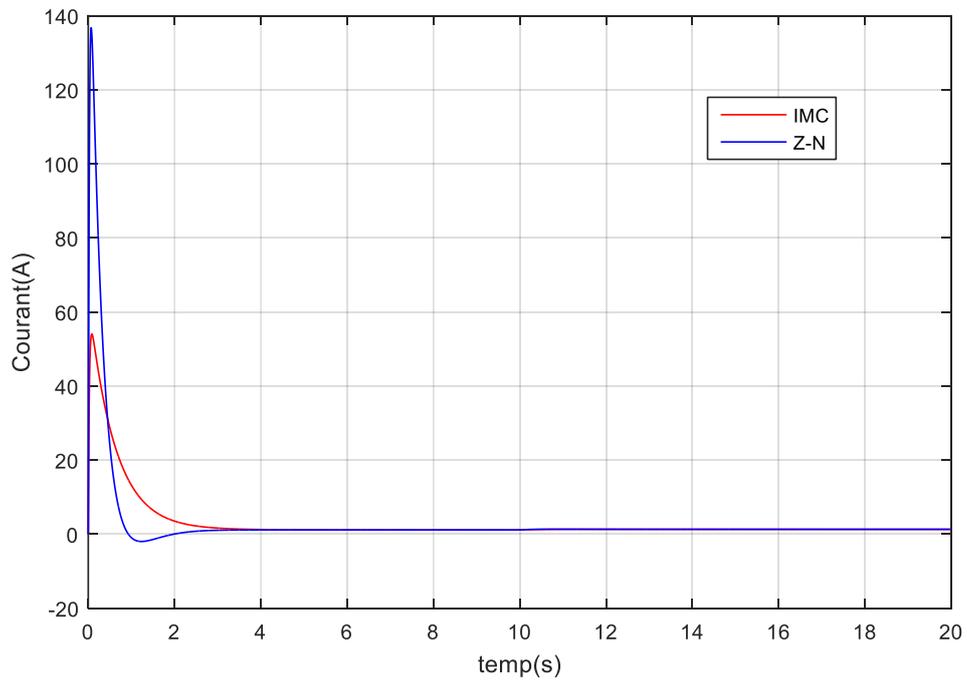


Figure (IV.8) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur Z-N et IMC

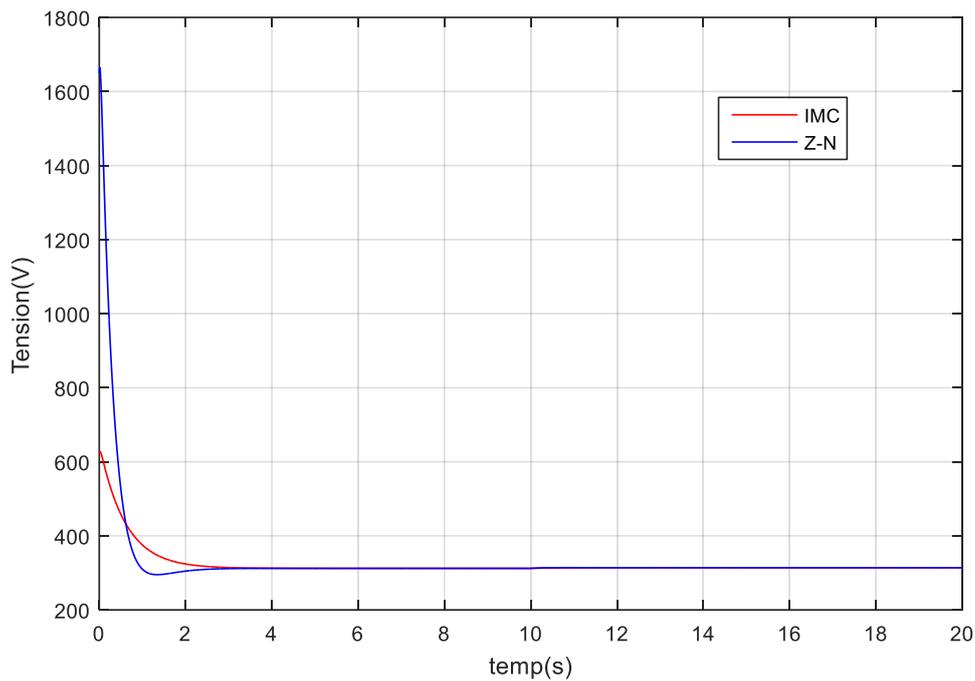


Figure (IV.9) : Tension d'induit en Z-N et IMC

- D'après les figures (IV.7),(IV.8) et (IV.9),l'évolution de la vitesse de rotation en utilisant le contrôleur Z-N est plus rapide ,que celle obtenue en utilisant le contrôleur IMC .Cependant, le courant de démarrage et le tension d'induit en utilisant le contrôleur Z-N sont beaucoup plus important que. Ceux obtenus en utilisant le contrôleur IMC, On remarque aussi que le couple résistant est complètement compensé par les deux contrôleurs.
- ❖ Pour voir l'effet de la variation de la constante de temps  $\tau_{bf}$  sur l'évolution la vitesse de la MCC, on trace la vitesse et le courant d'induit pour différentes valeurs de  $\tau_{bf}$  , on obtient les résultats de simulation suivants :

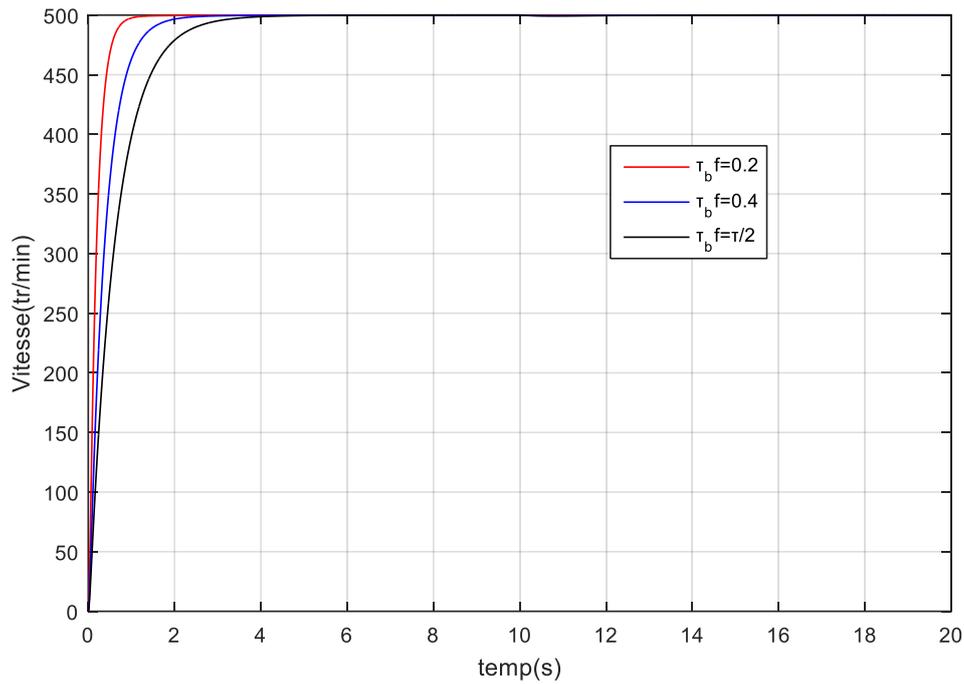


Figure (IV.10) : Evolution de la vitesse en utilisant le contrôleur PI calculé par IMC pour différentes valeurs de  $\tau_{bf}$

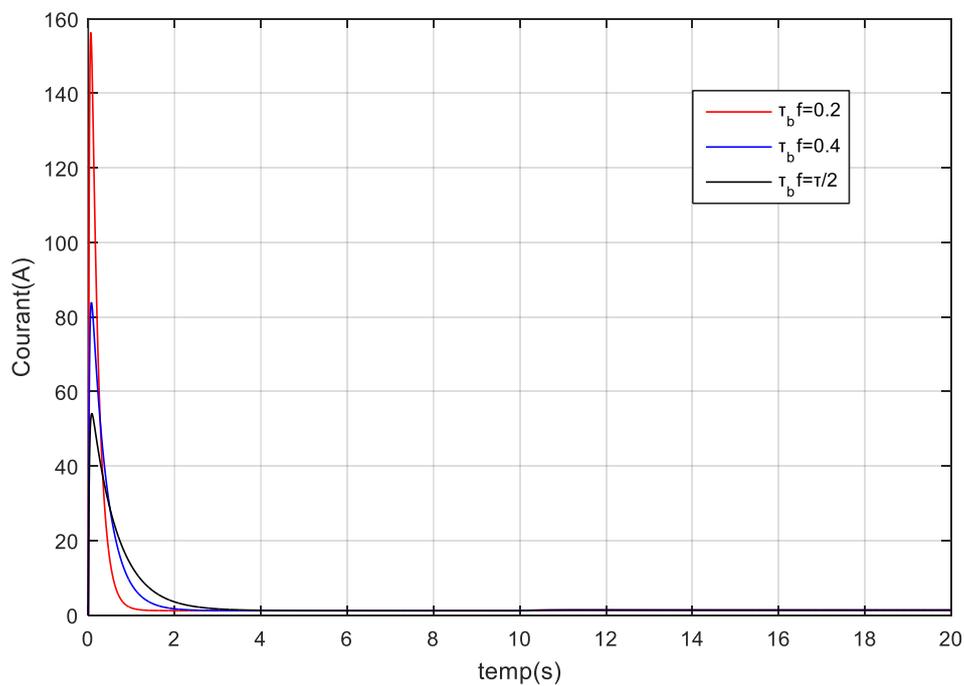


Figure (IV.11) : Evolution de le courant en utilisant le contrôleur PI calculé par IMC pour différentes valeurs de  $\tau_{bf}$

- D'après les figures (IV.10) et (IV.11), on voit que la valeur de la constante de temps  $\tau_{bf}$  est petite, l'évolution de la vitesse de induit plus rapide, cependant, le courant de démarrage de vitesse plus important.

### IV.5 Test de Poursuite

Pour évaluer les performances des deux contrôleurs par rapport au suivi de trajectoire (poursuite), on effectue les variations de référence suivantes:

A l'instant  $t = 0$  s, la vitesse de référence est 500 tr/min

A l'instant  $t = 10$  s, la vitesse de référence augmente pour atteindre 700 tr/min

A l'instant  $t = 20$  s, la vitesse de référence diminue pour atteindre 600 tr/min

Les résultats de simulation obtenus sont montrés sur les figures (IV.12) et (IV.13):

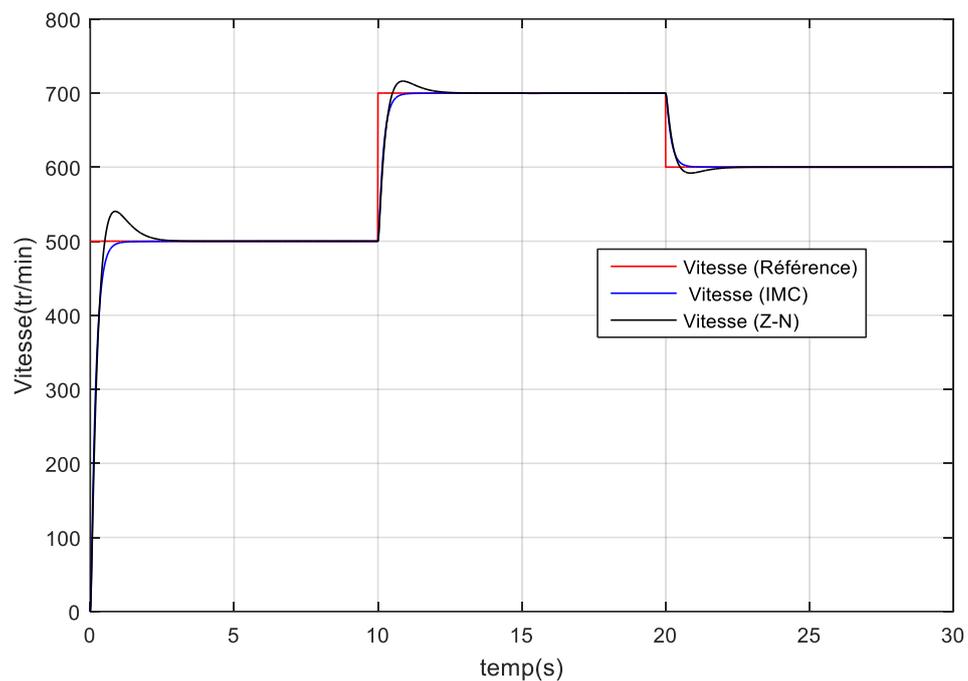


Figure (IV.12) : Evolution de la vitesse (en utilisant le contrôleur Z-N et IMC ( $\tau_{bf}=0.2$ ))

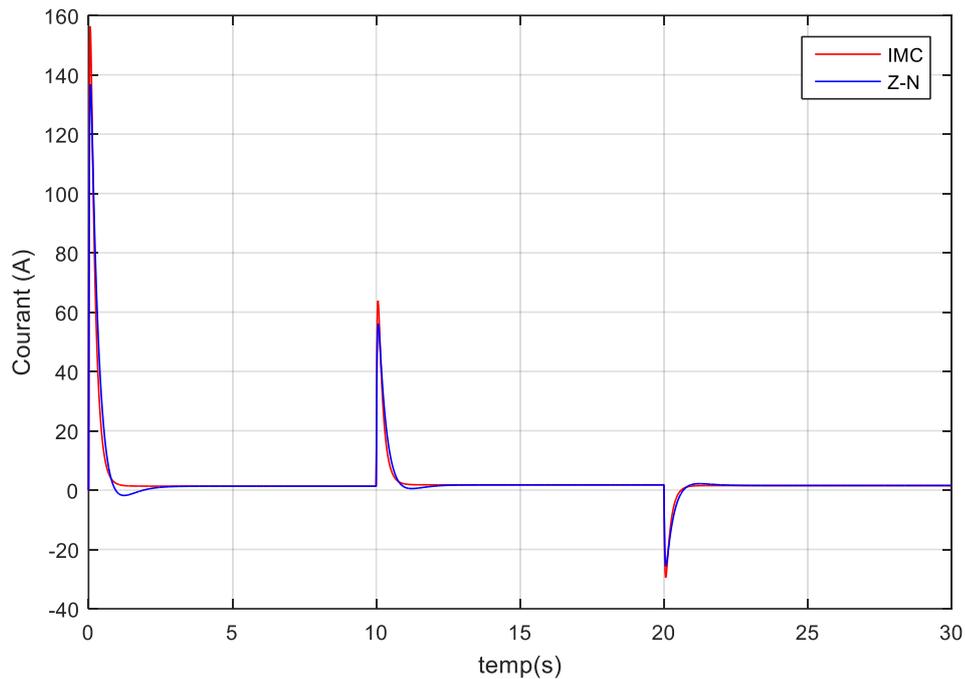


Figure (IV.13) : Evolution de le courant en utilisant le contrôleur (Z-N et IMC) ( $\tau_{bf}= 0.2$ )

D'après la figure (IV.12), On voit que les 02 controleurs treimnet le MCC à le uitent spécifié à chaque instant .De plus, on voit que pour  $\tau_{bf}= 0.2$  le contrôle IMC traîne le MCC à le usitée de si rée plus rapidement que le contrôle Z-N.

Avec un courant de démarrage plus grand à chaque variation de vitesse

## IV. 6 Test de robustesse

Afin d'évaluer les performances des contrôleurs par rapport aux différentes variations paramétriques et perturbations, les tests de robustesse suivants sont effectués :

### IV. 6. 1 Robustesse par rapport aux variations paramétriques

Du à l'échauffement de la MCC, la résistance de l'induit peut augmenter de 25% à 50%, on considère la MCC démarre chauffée avec une augmentation de 25% de la valeur nominale de  $R_a$  , ensuite une augmentation de 50% de sa valeur nominale, les résultats de simulation obtenus en utilisant les deux contrôleurs sont montrés sur les figures (IV.14) et (IV.15).

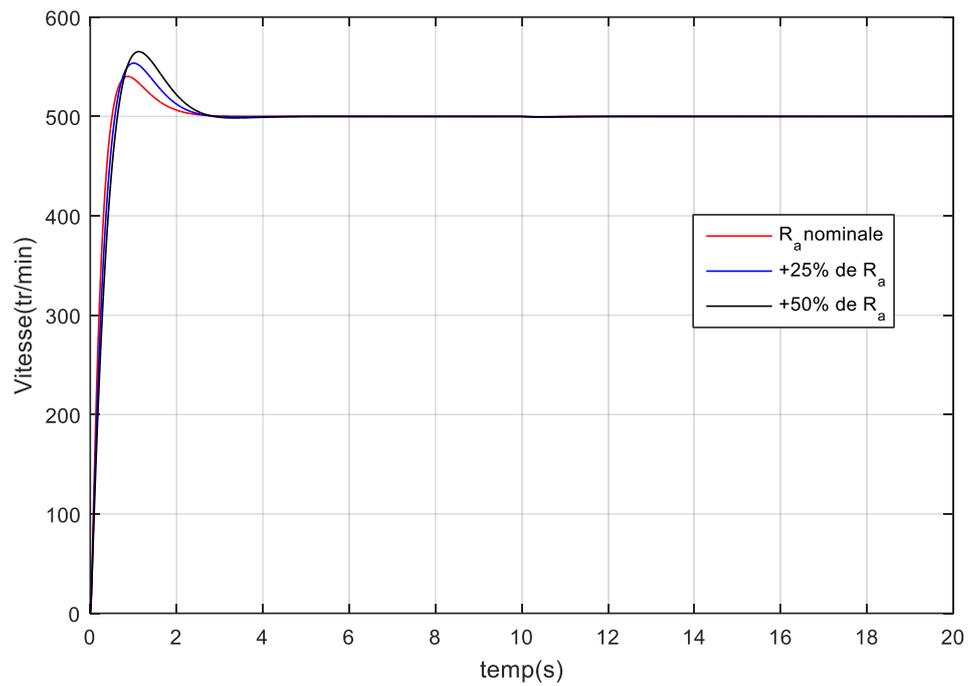


Figure (IV.14) : Evolution de la vitesse utilisant le contrôleur Z-N

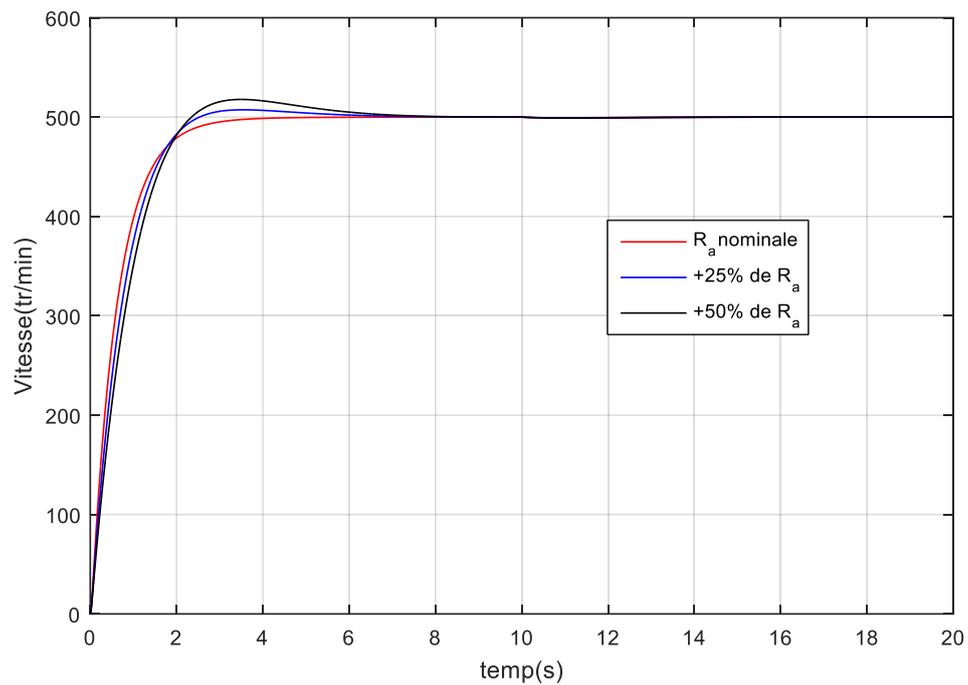


Figure (IV.15) : Evolution de la vitesse en utilisant le contrôleur IMC

D'après les figures (IV.14) et (IV.15), On constate que les 02 contrôleurs sont plus robustes par rapport aux variations de la résistance d'induit avec une légère supériorité du contrôleur IMC

➤ **IV. 6 . 2 Variation du couple résistant  $C_r$  (N. m)**

Les performances des deux contrôleurs sont évaluées pour différentes valeurs de couple résistant, les résultats de simulation obtenus sont montrés sur les figures suivantes :

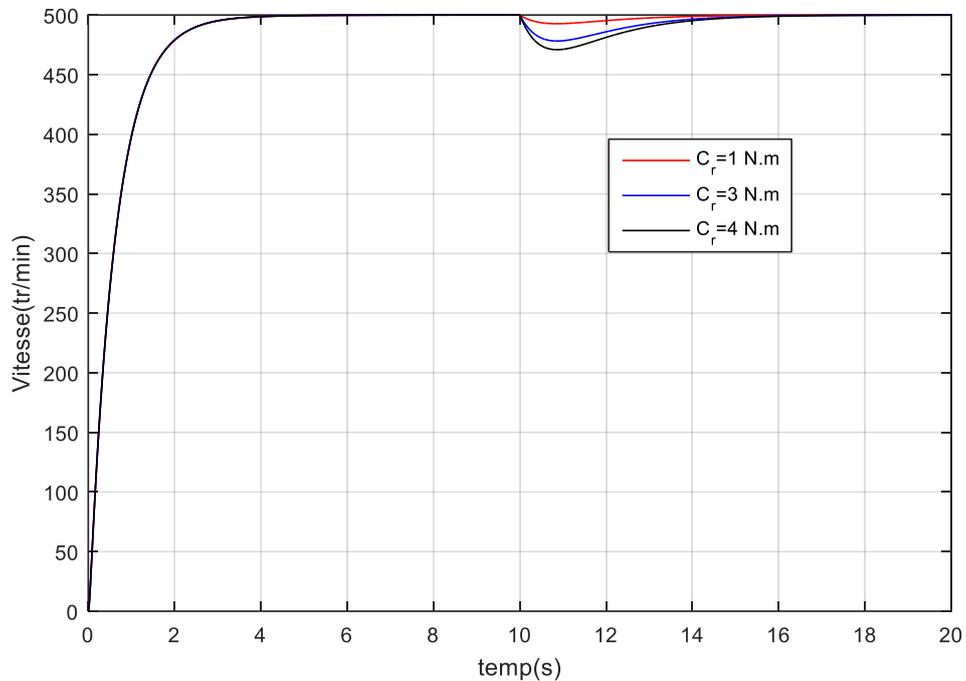


Figure (IV.16): Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur PI calculé par IMC

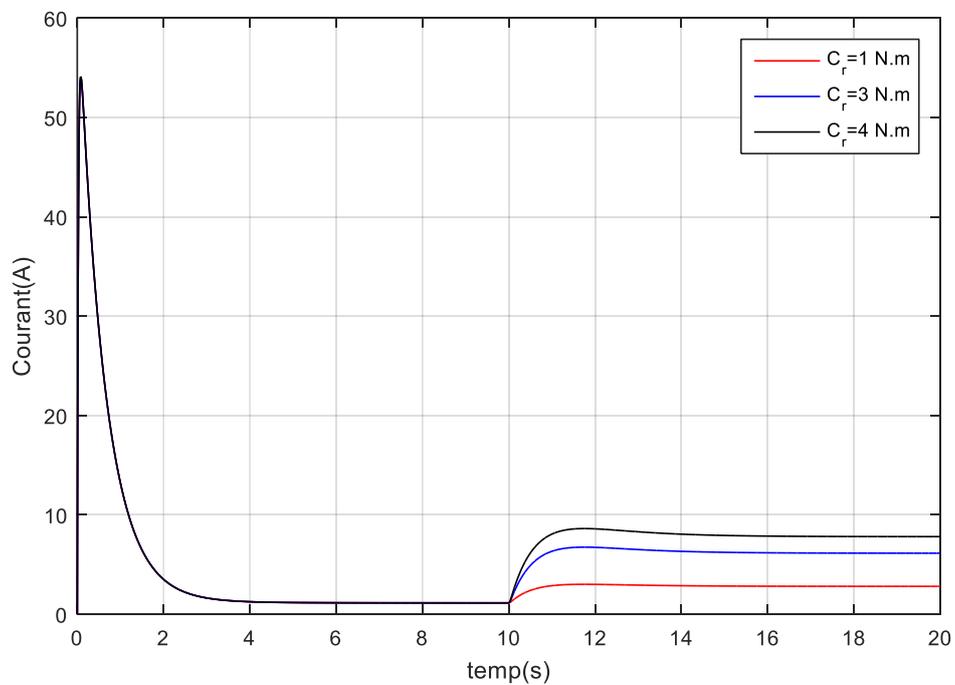


Figure (IV.17) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur IMC

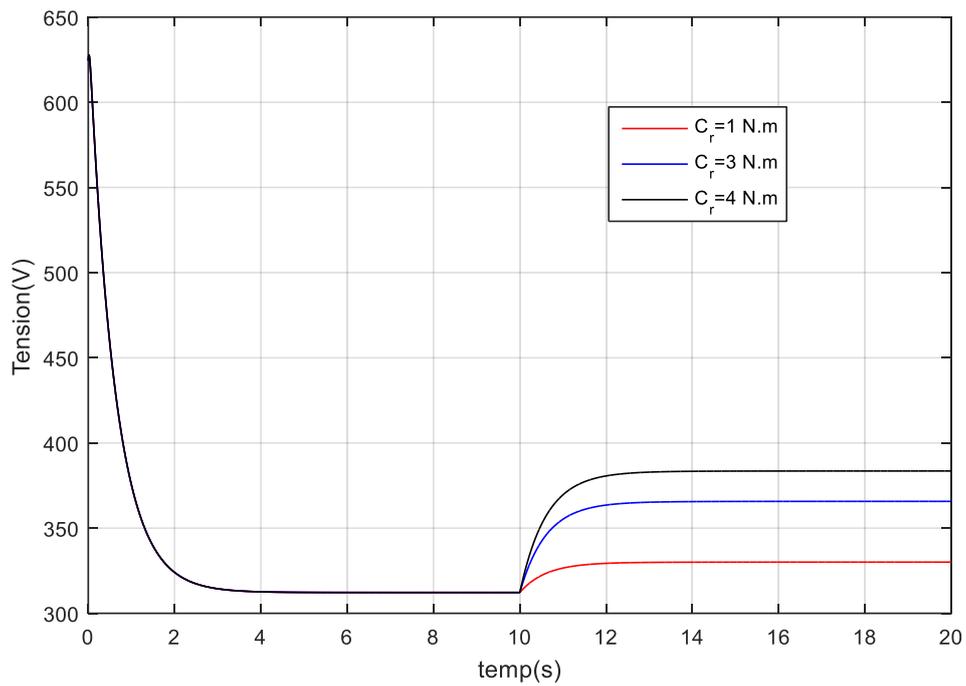


Figure (IV.18): Tension d'induit en utilisant le contrôleur IMC

- D'après la figure (IV.16), (IV.17) et(IV.18), on voit que le contrôleur IMC compense l'effet de différente valeur du couple résistance

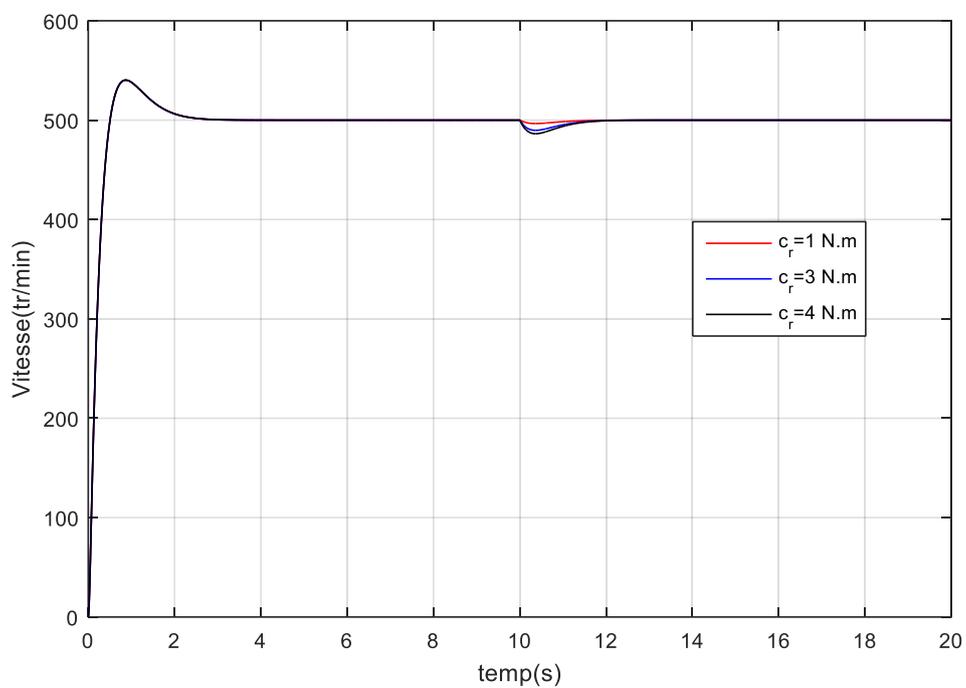


Figure (IV.19): Vitesse de rotation en utilisant le contrôleur PI calculé par ZN

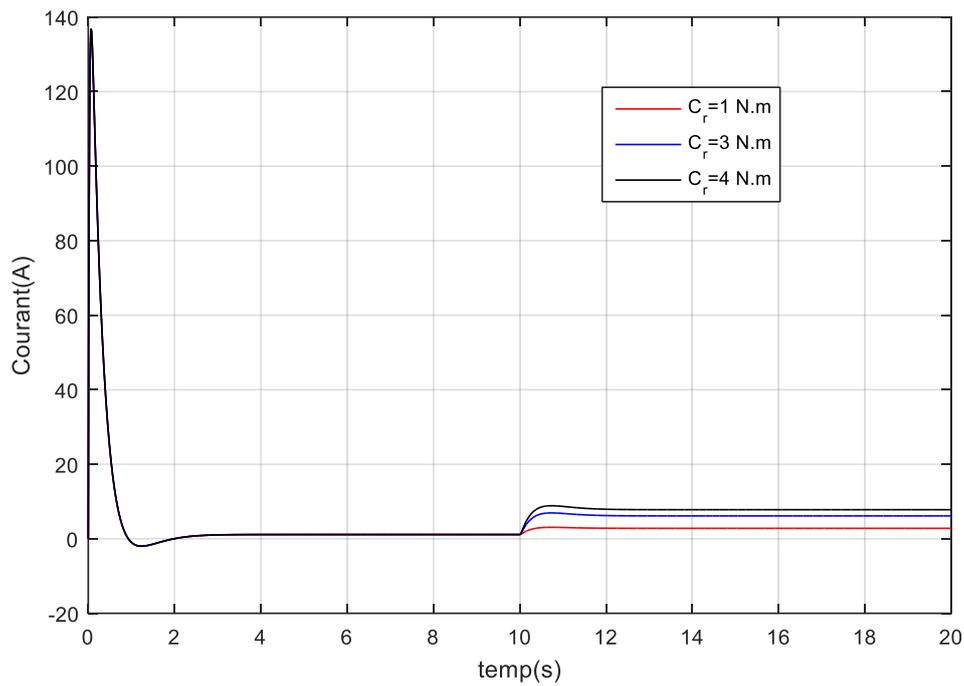


Figure (IV.20) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur Z-N en boucle fermée

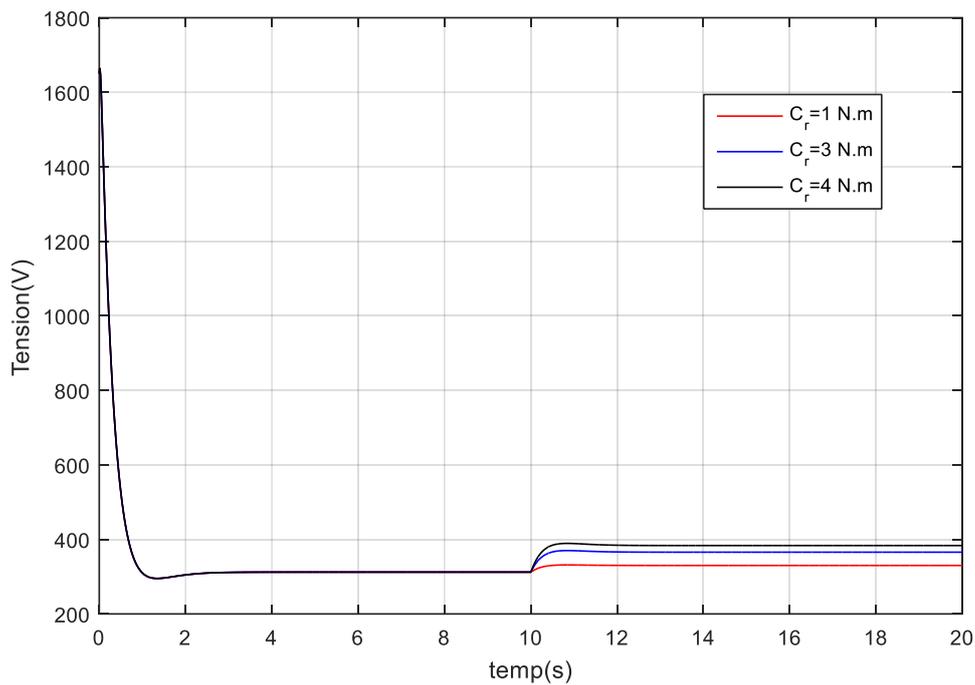


Figure (IV.21) : Tension d'induit en utilisant le contrôleur Z-N

- D'après la figure (IV.19), (IV.20) et (IV.21) le contrôleur Z-N compense la différente variation de  $C_r$ .

### IV. 6 . 3 Robustesse par rapport au bruit de mesure

Pour évaluer les performances des deux contrôleurs par rapport aux bruits de mesure, un bruit, dont les caractéristiques sont variance 1, valeur moyenne nulle, est ajoutée à la mesure de la vitesse et donné par la Figure (IV.21) .

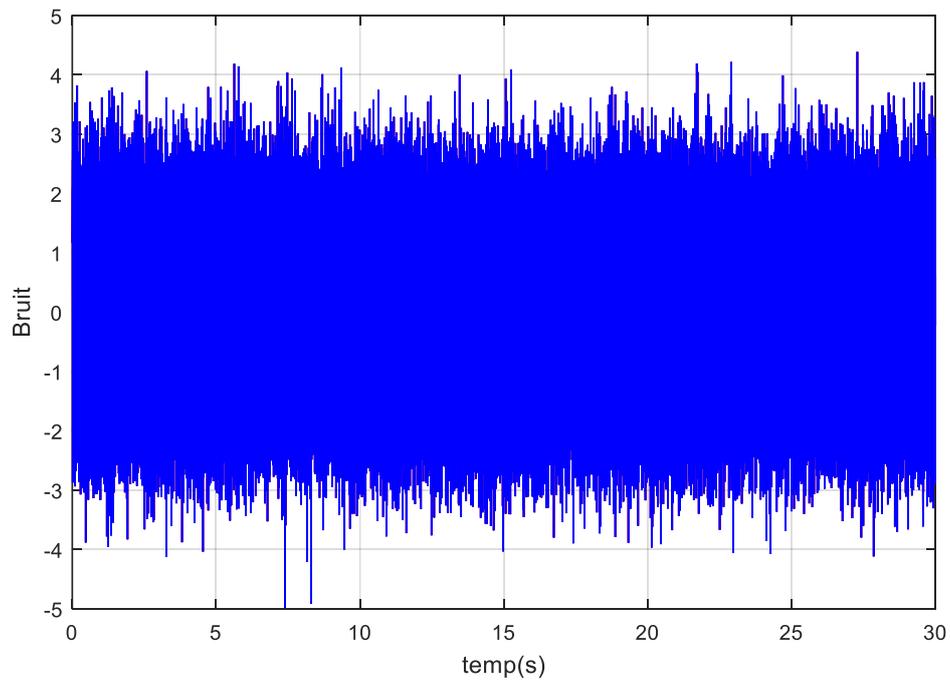


Figure (IV.22) : Bruit de mesure utilisé

Les résultats de simulation obtenus avec les deux contrôleurs pour la vitesse de rotation et pour le courant d'induit sont donnés par les Figures (IV.23) et (IV.24) .

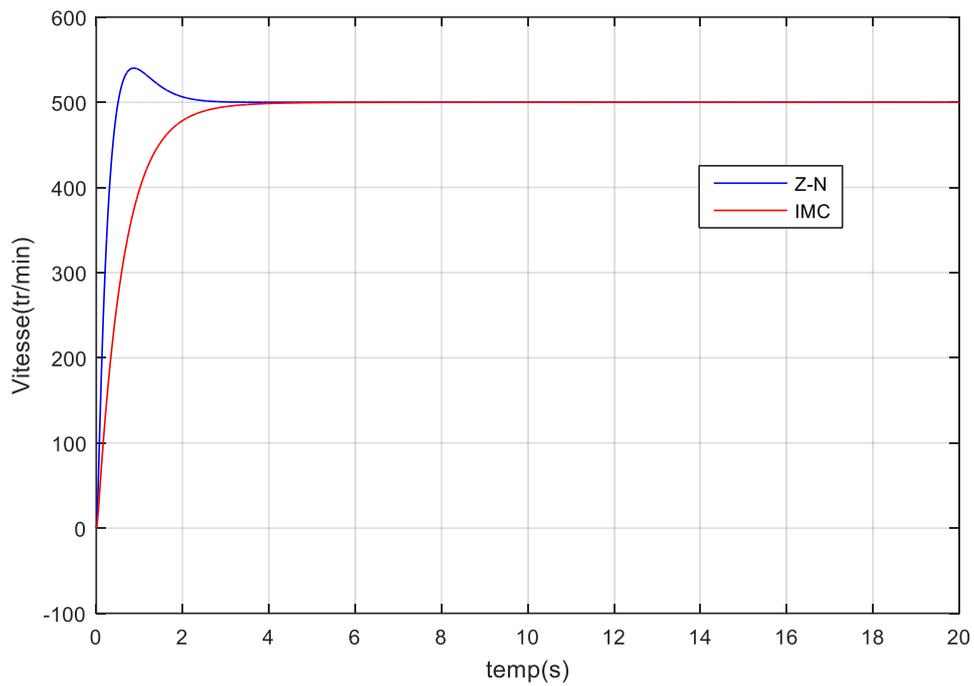


Figure (IV.23) Courant de l'induit en utilisant le contrôleur (Z-N et IMC)

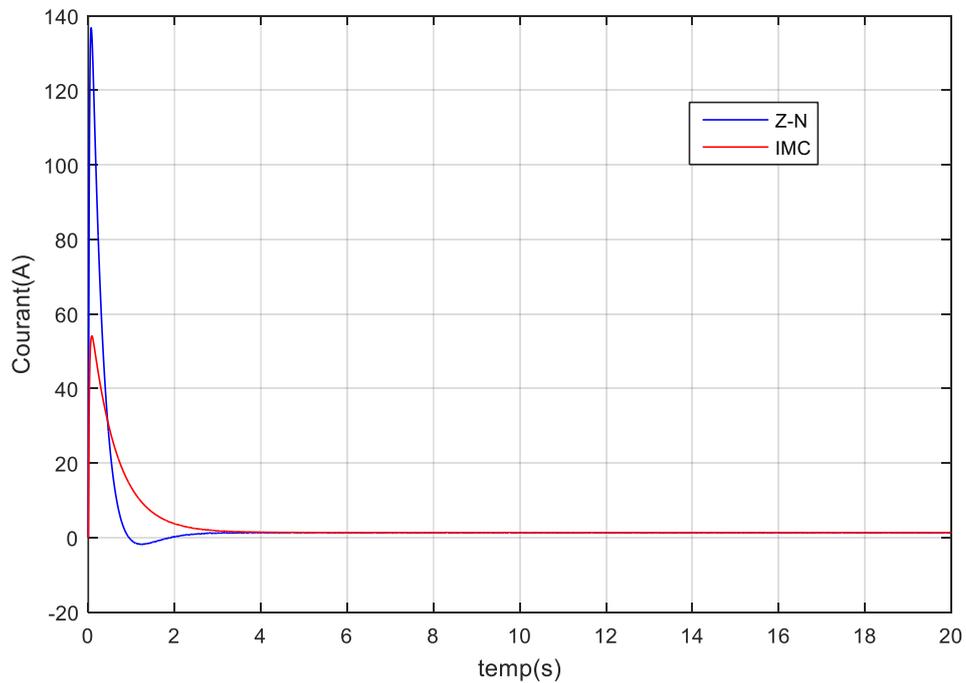


Figure (IV.24) : Courant de l'induit en utilisant le contrôleur (Z-N et IMC)

- Les résultats de simulation les Figures (IV.23) et (IV.24) montrent que les deux contrôleurs Z-N et IMC sont robustes par rapport au bruit de mesure

## **IV . 7 Conclusion**

Cette étude et les expérimentations appliquées à la machine à courant continu ont montré qu'elle présente de très bonnes caractéristiques en termes de stabilité et de vitesse, on remarque que pour atteindre les meilleurs qualités de stabilité, rapidité et précision il est nécessaire de faire un bon choix de régulateur et aussi un calcul précise de ses paramètres. De plus, avec une excitation séparée, le couple et le débit de la machine peuvent être contrôlés indépendamment. Cependant, pour les applications de conduite et de positionnement (robots, machines-outils, etc.), il est nécessaire d'ajouter une structure de contrôle pour assurer la précision de positionnement et de suivi requise.

---

## Conclusion générale

---

### Conclusion générale

Notre travail dans le présent mémoire a porté sur la commande de la réponse en vitesse d'une machine à courant continu réglée par un contrôleur PID.

Le but que nous avons fixé à travers notre modeste travail est de réaliser une étude détaillée avec simulation de la commande en vitesse d'une machine à courant continu.

La première partie de ce travail consiste alors à présenter les généralités relatives aux systèmes asservis, le contrôleur PID, les méthodes de commande par Ziegler-Nicholas et par modèle interne, puis, donner un aperçu général sur la machine à courant continu. Dans la deuxième partie, on a modélisé d'abord la machine à courant continu considérée dans ce travail, ensuite, on a déterminé le contrôleur PID pour la commande de la vitesse en utilisant la méthode ZN et la méthode IMC. Les résultats de simulation effectués ont montré que les deux schémas de commande ZN et IMC ramènent la vitesse de la machine à courant continu à la valeur désirée à chaque instant (poursuite), avec une dynamique plus rapide lorsque le contrôleur ZN est utilisé. Cependant, la dynamique de l'évolution de la vitesse peut accélérée en diminuant la constante de temps  $\tau_{bf}$  du filtre en boucle fermée et le courant de démarrage devient plus important. Les résultats de simulation effectués montrent également que les deux contrôles IMC et Z-N sont robustes vis à vis des variations paramétriques et du bruit de mesure.

Ce projet nous a permis d'approfondir nos connaissances dans les domaines de l'asservissement linéaire ainsi que sur les moteurs à courant continu. Nous prions Dieu que ce travail soit un chemin lumineux à tous ceux qui veulent étudier et chercher dans ce domaine.

## Références Bibliographiques

---

### Références Bibliographiques :

- [1] A., Bounab, "Conception d'une Architecture d'instrumentation en vue de la Modélisation et de la surveillance d'un moteur à courant continu", Thèse de Magister, Université FARHAT ABBAS, SETIF, 2008.
- [2] F., BERNOTN, "Machines à courant continu: Constitution et fonctionnement". D3555. Techniques de l'Ingénieur.
- [3] N., Akkari, "Systèmes Asservis Linéaires et Continus Automatique", Cours, 2019.
- [4] J. G., Ziegler et N. B., Nichols, "Optimum settings for automatic controllers", Transactions of the ASME, 64, pp. 759–768, 1942.
- [5] D. E., Rivera, M., Morari, et S., Skogestad, " Internal Model Control: PID Controller Design", Industrial Engineering and Chemical Process Design and Development, 25, p. 252, 1986.
- [6] MUDRY, "Ajustage des paramètres d'un régulateur PID", Note d'application, Ecole d'Ingénieur du Canton de Vaud, laboratoire d'Automatique, 2006.
- [7] M., Brahami, "Commande PID d'un Moteur à courant continu", Thèse de Master, Université Abderrahmane Mira, Bejaia, 2009.
- [8] G. J., Silva, A., Datta, et S. R., Bhattacharyya, " PID Controllers for Time-Delay Systems ", Birkhäuser Boston, 2005.
- [9] J. G., Ziegler et N. B. Nichols, "Optimum setting for Automatic Controllers". Transactions. ASME 64, p. 759-768, 1942.
- [10] M., ASSABAA, "Cours Asservissement et Régulation", 2019.
- [11] M.K., FELLAH, "Cours d'asservissements linéaires continus", 2007.
- [12] C., Le Lann, "Le PID utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques", cours, 2007.