

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES



Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie

Thèse de Doctorat

Présentée par

BOUANANI Mohammed

Filière : Hydrocarbures

Option : Génie Mécanique

ETUDE NUMERIQUE DU COUPLAGE CONVECTION- RAYONNEMENT DANS DES GEOMETRIES COMPLEXES PAR LA METHODE DES FRONTIERES IMMERGEES

Devant le jury :

GACEB	Mohamed	Prof	UMBB (Boumerdès)	Président
NEBBALI	Rachid	Prof	USTHB (Bab-Ezzouar)	Examineur
REZOUG	Tahar	Prof	USDB (Blida)	Examineur
BENBRIK	Abderrahmane	Prof	UMBB (Boumerdès)	Directeur de Thèse
LEMONNIER	Denis	Prof	ENSMA (France)	Co-Dir. de Thèse

Année Universitaire : 2020/2021

Dédicace

À ma mere

*À la mémoire de mon père, que dieu ait
son âme dans sa sainte miséricorde et lui
fasse entrer au paradis.*

À mes chers et adorables frères

*À mes amis et tous ceux qui m'ont
encouragé*

REMERCIEMENT

Tout d'abord, je remercie « ALLAH » de m'avoir donné la patience et la volonté pour réaliser ce modeste travail. A l'heure où cette thèse se termine, j'ai le grand plaisir de remercier les personnes suivantes :

La première personne que je souhaite remercier est mon directeur de thèse, le professeur BENBRIK Abderrahmane. Je le remercie très vivement pour m'avoir fait confiance pendant ces années de thèse lorsque moi-même je ne me faisais plus confiance, pour m'avoir laissé m'entêter sur des problèmes qui n'auraient pas mérités autant de temps et surtout pour avoir toujours répondu présent malgré ses occupations. Je souhaite lui adresser tous mes remerciements comme il a toujours fait preuve d'une patience et d'une écoute extraordinaire, il a toujours répondu à toutes mes questions, même les plus ridicules et n'a jamais pester face à toutes mes erreurs d'étourderie. Je souhaite à tout doctorant d'avoir des directeurs aussi compréhensifs, patients, disponibles et à l'écoute. J'estime avoir eu énormément de chance lors de cette thèse.

Je tiens à adresser ma plus profonde reconnaissance à mon co-directeur de thèse Monsieur LEMONNIER Denis, Directeur de recherche au CNRS pour m'avoir donné ses précieux avis scientifiques. Je le remercie pour sa disponibilité, ses conseils dans les moments difficiles et la connaissance qu'il m'a appris tout au long de ce travail.

Je remercie le Professeur GACEB Mohamed de me faire l'honneur d'être président du jury. Je suis également très reconnaissant et flatté que les Professeurs NEBBALI Rachid et REZOUG Tahar aient accepté de faire partie de ce jury pour juger mon travail. Ainsi que je tiens à remercier généralement l'ensemble du personnel du laboratoire LFEPM. En particulier, SOUALMI Rabiaa pour son soutien de côté administratif et ses encouragements durant ma formation.

Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont accompagné et qui m'ont fait partager des moments agréables durant les périodes difficiles surtout ma chère mère et chers frères.

Un grand merci à tous

Titre : Étude Numérique du Couplage Convection-Rayonnement dans des Géométries Complexes par la Méthode des Frontières Immergées.

Résumé: Ce travail se concentre sur une étude numérique de la convection naturelle bidimensionnelle stationnaire et des interactions de rayonnement volumétrique dans un anneau concentrique de différentes formes. L'espace annulaire est rempli d'un milieu gris absorbant-émettant et non diffusant. Toutes les parois sont supposées être grises, diffuses et opaques. Les interactions dynamiques et thermiques sont étudiées à l'aide d'une méthode de volumes finis combinée à une technique de frontières immergées pour traiter le corps interne de différentes formes (carrée, carrée inclinée à 45° et circulaire), tandis que la méthode des ordonnées discrètes est utilisée pour résoudre l'équation de transfert radiatif. La présente étude est réalisée pour différentes géométries afin d'examiner l'effet du rayonnement volumétrique sur l'écoulement pour une variété de nombres de Rayleigh, épaisseurs optiques, et différents rapport de forme et une variété de nombres de Planck. L'analyse est basée sur les champs dynamiques et thermiques en plus du taux de transfert de chaleur. Les résultats montrent que le rayonnement affecte significativement l'écoulement et la distribution de température pour un nombre de Rayleigh élevé $Ra > 10^4$ en fonction du nombre de Planck et pour les trois géométries. L'épaisseur optique et le rapport de forme ont un impact important sur le nombre de Nusselt et le pourcentage de rayonnement dans le transfert de chaleur. Par conséquent l'effet de rayonnement volumique ne peut pas être négligé comme le font la plupart des études récentes.

Mots clés : convection naturelle, milieu participant, rayonnement volumétrique, frontière immergée, méthode des ordonnées discrètes.

Title : Numerical Study of Convection-Radiation Coupling in Complex Geometries by the Immersed Boundary Method.

Abstract: This work focuses on a numerical investigation of steady two-dimensional natural convection and volumetric radiation interactions in a concentric annulus of different shapes. The annulus is filled with a gray absorbing-emitting and non-scattering medium. All the walls are assumed to be gray, diffuse and opaque. The dynamic and thermal interactions are studied through a finite volume method combined with an immersed boundary technique to handle the different shapes of inner body (square, tilted square with 45° and circular) while the discrete ordinates method is used to solve the radiative transfer equation. The present study is performed for different geometries to investigate the effect of volumetric radiation on the flow for a variety of Rayleigh numbers, different optical thicknesses, different aspect ratios and variety of Planck numbers. The analysis are based on the dynamic and thermal fields in addition to the heat transfer

rate. Results show that radiation affects significantly the flow and temperature distributions for higher Rayleigh number $Ra > 10^4$ depending on the Planck number for the three geometries. The optical thickness and the aspect ratio have an important impact on the Nusselt number and percentage of radiation in heat transfer. Therefore the volume radiation effect cannot be neglected as most recent studies do.

Keywords : natural convection, participating medium, volumetric radiation, immersed boundary, discrete ordinates method.

العنوان: دراسة عددية لاقتران الحمل الحراري و الإشعاع الحجمي في أشكال هندسية معقدة باستخدام طريقة الحدود المغمورة

الملخص: يركز هذا العمل على التحقيق العددي للحمل الحراري الطبيعي ثنائي الأبعاد في نظام دائم و تفاعلات الإشعاع الحجمي في حلقة ثابتة المركز بأشكال مختلفة. الحلقة مملوءة بوسط رمادي ماص، يبعث وغير مبعثر. تُعتبر في هذه الدراسة جميع الجدران رمادية وناشرة و سوداء. تمت دراسة التفاعلات الديناميكية والحرارية من خلال طريقة الحجوم المنتهية جنبًا إلى جنب مع تقنية الحدود المغمورة للتعامل مع الجسم الداخلي ذي الأشكال المختلفة (مربع، مربع مائل بـ 45° و دائري) بينما يتم استخدام طريقة الإحداثيات المنفصلة لحل معادلة النقل الإشعاعي. أجريت هذه الدراسة بالنسبة لأشكال هندسية مختلفة من أجل استقصاء تأثير الإشعاع الحجمي على التدفق لمجموعة متنوعة من أرقام رايلي، وسمك بصري مختلف، ونسب أبعاد مختلفة، وأرقام بلانك متنوعة. يعتمد التحليل على البنية الديناميكية والحرارية بالإضافة إلى معدل نقل الحرارة. تظهر النتائج أن الإشعاع يؤثر بشكل كبير على توزيعات التدفق ودرجة الحرارة إذا كان رقم رايلي مرتفعًا أكبر من 10^4 اعتمادًا على رقم بلانك بالنسبة للأشكال الهندسية الثلاثة. السماكة الضوئية و أبعاد الأسطوانة لهما بالغ التأثير على عدد نوسلت ونسبة الإشعاع في انتقال الحرارة. لذلك لا يمكن إهمال تأثير الإشعاع الحجمي كما تفعل معظم الدراسات الحديثة.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي، الوسط المشارك، الإشعاع الحجمي، الحدود المغمورة، طريقة الاحداثيات المنفصلة.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE	2
I.1. Introduction	3
I.2. Objectifs de la thèse	4
I.3. Plan de la thèse	4
CHAPITRE II : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	7
II.1. Introduction	8
II.2. Convection naturelle en présence d'un obstacle.....	8
II.3. Convection naturelle en présence d'un obstacle carré.....	9
II.4. Couplage convection-rayonnement en présence d'un obstacle.....	10
Références	14
CHAPITRE III : MODELISATION	21
III.1 Introduction	22
III.2 Modèle physique.....	22
III.3 Modèle mathématique	22
III.3.1 Equations gouvernantes.....	22
III.3.2 Conditions aux limites.....	23
III.4 Transfert radiatif.....	24
III.4.1 Modélisation du transfert radiatif.....	25
III.4.2 Généralités et définitions.....	25
III.4.3 Processus élémentaires du milieu semi-transparent.....	27
III.4.4 Équation de transfert radiatif ETR	29
III.4.5 Équation de la divergence du flux	30
III.5 Transfert de chaleur	31
III.6 Couplage convection-rayonnement	32
Références	33
CHAPITRE IV : METHODES NUMERIQUES DE RESOLUTION	35
IV.1. Introduction	36
IV.2. Volumes finis.....	36
IV.2.1. Discrétisation du domaine de calcul.....	36
IV.2.2. Discrétisation des équations	37
IV.3. Méthode des frontières immergées.....	39
IV.3.1. Principe général.....	39

IV.3.2.	L'utilisation de la méthode des frontières immergées.....	41
IV.3.3.	La méthode d'interpolation et reconstruction	42
IV.3.4.	Marquage des variables de l'interface.....	45
IV.3.5.	Reconstruction et interpolation des variables d'interface	45
IV.3.6.	Terme source de masse "q" et équation de continuité.....	47
IV.4.	Méthode des ordonnées discrètes	48
IV.4.1.	Principe de la méthode	49
IV.4.2.	Discrétisation angulaire et choix de quadrature	50
IV.4.3.	Calcul des grandeurs radiatives intégrales	51
IV.5.	Mise en œuvre en coordonnées cartésiennes.....	51
IV.5.1.	Traitement de l'interface solide.....	53
IV.6.	Résolution des équations discrétisées.....	53
IV.7.	Sensibilité de la solution au maillage	54
IV.8.	Validation du code.....	55
IV.8.1.	Convection naturelle en présence d'obstacle	55
IV.8.2.	Rayonnement pur en présence d'obstacle	56
IV.8.3.	Couplage convection-rayonnement.....	57
	Références	58
	CHAPITRE V : RESULTATS ET DISCUSSIONS	64
V.1	Introduction	65
V.2	Structure d'écoulement et distribution de la température.....	65
V.2.1	Effet de l'épaisseur optique et le nombre de Rayleigh	65
V.2.2	Effet du nombre de Planck.....	74
V.2.3	Effet de la taille du corps	75
V.3	Vitesse et température	78
V.4	Transfert de chaleur	87
V.5	Conclusion.....	101
	Références	102
	CONCLUSION GENERALE	104

LISTES DES FIGURES

Figure III. 1 Modèle physique des trois géométries.	22
Figure III. 2 Spectre électromagnétique	25
Figure III. 3 L'angle solide en coordonnées polaires	26
Figure III. 4 Représentation schématique de la luminance monochromatique.....	26
Figure III. 5 Interactions du rayonnement avec un milieu semi-transparent MST.....	27
Figure IV. 1 Stockage des variables pour un maillage de type décalé.....	37
Figure IV. 2 Flux convectifs d'un volume de contrôle de l'équation de continuité.....	38
Figure IV. 3 Volume de contrôle pour l'équation de quantité de mouvement (III.2).....	38
Figure IV. 4 Maillage d'un domaine solide-fluide.	39
Figure IV. 5 Représentation schématique de la diffusion du terme source sur des cellules voisines de la (issu de Mittal et Iaccarino [9])	41
Figure IV. 6 Maillage au niveau de la paroi inférieur du corps (géométrie 1).....	42
Figure IV. 7 Schémas d'interpolation de Fadlun et al. [10].	43
Figure IV. 8 Traitement de la cellule d'interface (a) Fadlun et al. [10] (b) Balaras [12] (issue de Balaras [12]).....	44
Figure IV. 9 Présentation des schémas d'interpolation de Balaras [12].....	46
Figure IV. 10 Conservation de masse dans (a) un volume de contrôle (b) volume de contrôle reconstruit.....	47
Figure IV. 11 Le nombre de Nusselt moyen de la paroi froide en comparaison avec les résultats d'Arnab et al. [45].	56
Figure IV. 12 La géométrie complexe de validation issue de Byun et al. [41].....	56
Figure IV. 13 Le flux radiatif en comparaison avec la solution exacte issue de [41].	57
Figure V. 1 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^3$	66
Figure V. 2 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^4$	67
Figure V. 3 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^5$	68
Figure V. 4 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$	69
Figure V. 5 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^3$	70
Figure V. 6 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^4$	71
Figure V. 7 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^5$	72
Figure V. 8 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$	73
Figure V. 9 Lignes de courant et isothermes à différent nombre de Planck pour $A = 0.2$, $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$	74

Figure V. 10 Lignes de courant pour deux rapports de forme $A = 0.4$ et $A = 0.6$ à différents nombres de Rayleigh lorsque $\tau = 1$ (a) sans rayonnement (b) en présence de rayonnement .	76
Figure V. 11 Isothermes pour deux rapports de formes $A = 0.4$ et $A = 0.6$ à différents nombres de Rayleigh lorsque $\tau = 1$ (a) sans rayonnement (b) en présence de rayonnement	77
Figure V. 12 Distribution de la vitesse verticale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.2$.	79
Figure V. 13 Distribution de la vitesse verticale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.5$.	80
Figure V. 14 Distribution de la vitesse verticale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.8$.	81
Figure V. 15 Distribution de la vitesse horizontale pour différentes épaisseurs optiques pour $Ra = 10^6$ et $x = 0.2$.	82
Figure V. 16 Distribution de la température pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.2$.	83
Figure V. 17 Distribution de la température pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.5$.	84
Figure V. 18 Distribution de la température pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.8$.	85
Figure V. 19 Distribution de la vitesse verticale (à gauche) et de la température (à droite) à différents nombres de Planck pour $A = 0.2$, $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$.	86
Figure V. 20 Nombre de Nusselt local convectif sur la paroi inférieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	88
Figure V. 21 Nombre de Nusselt local convectif sur la paroi latérale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	89
Figure V. 22 Nombre de Nusselt local convectif sur la paroi supérieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	90
Figure V. 23 Nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi inférieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	91
Figure V. 24 Nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi latérale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	92
Figure V. 25 Nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi supérieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	93
Figure V. 26 Nombre de Nusselt local total sur la paroi inférieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	94
Figure V. 27 Nombre de Nusselt local total sur la paroi latérale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	95
Figure V. 28 Nombre de Nusselt local total sur la paroi supérieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.	96

Figure V. 29 Nombre de Nusselt convectif moyen de la cavité pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$	97
Figure V. 30 Nombre de Nusselt radiatif moyen de la cavité pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$	98
Figure V. 31 Nombre de Nusselt moyen de la cavité pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$	99
Figure V. 32 Pourcentage de rayonnement pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$	100
Figure V. 33 Nombre de Nusselt moyen à différent nombre de Planck pour $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$	101

LISTE DES TABLEAUX

Table IV. 1 Type d'imposition des conditions aux limites pour la géométrie 1.	42
Table IV. 2 L'effet de maillage sur le nombre de Nusselt total pour différentes épaisseurs optiques : $Ra = 10^6$	54
Table IV. 3 L'effet de maillage sur le nombre de Nusselt total pour les géométries 2 et 3 : $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$	54
Table IV. 4 Comparaison du nombre de Nusselt moyen à ceux des travaux antérieurs : $Ra = 10^5$ et $A = 0.2$	55
Table IV. 5 Nombre de Nusselt moyen du corps chaud en comparaison avec le travail de Moukalled et al. [46].	56
Table IV. 6 Nombre de Nusselt radiatif et le nombre de Nusselt total en comparaison avec le travail de Yücel et al. [25].....	57

NOMENCLATURE

Symboles

<i>A</i>	rapport de forme
<i>D</i>	diamètre
<i>f</i>	terme de forçage
<i>g</i>	accélération de la pesanteur [$m \cdot s^{-2}$]
<i>G</i>	rayonnement incident [$W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$]
<i>I</i>	intensité du rayonnement $\frac{i}{4\sigma T_0^4}$
<i>k</i>	conductivité thermique [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
<i>L</i>	longueur de la cavité [m]
<i>M</i>	nombre de directions discrètes
<i>n</i>	direction normale à la paroi
<i>Nu</i>	nombre de Nusselt
<i>P</i>	pression adimensionnelle
<i>Pl</i>	nombre de Planck $\frac{(k/L)}{4\sigma T_0^3}$
<i>Pr</i>	nombre de Prandtl
<i>q</i>	terme source de l'équation de continuité
<i>q_R</i>	vecteur densité de flux radiative [$W \cdot m^{-2}$]
<i>Q_R</i>	densité de flux radiative $\frac{q_R}{4\sigma T_0^4}$
<i>Ra</i>	nombre de Rayleigh
<i>S_R</i>	terme source radiative
<i>T</i>	température adimensionnelle
<i>T₀</i>	température moyenne
<i>u, v</i>	vitesses adimensionnelles
<i>W</i>	longueur du corps carré [m]
<i>x, y</i>	coordonnées adimensionnelles

Symboles grecques

α	diffusivité thermique [$m^2 \cdot s^{-1}$]
β	coefficient d'expansion [K^{-1}]
ε	émissivité de la paroi

Θ_0	rapport de température de référence $\frac{T_0}{(T_h - T_c)}$
κ	coefficient d'absorption [m^{-1}]
μ, ξ	cosinus directeurs de la direction
ν	viscosité cinématique [$m^2 \cdot s^{-1}$]
ρ	masse volumique [$kg \cdot m^{-3}$]
σ	constante de Stefan-Boltzman
τ	épaisseur optique
w	poids de la quadrature
Ω	vecteur de direction
Ω'	vecteur incident de direction

Indice

b	repère le corps noir
f, c	repère la température de la paroi froide et chaude, respectivement
con	repère la quantité convective
m	repère le numéro de la direction
rad	repère la quantité radiative
t	repère la quantité totale
w	repère la quantité liée à la paroi
x, y	repère la direction horizontale et verticale, respectivement

Exposant

*	repère une variable dimensionnelle
—	repère une quantité moyenne

CHAPITRE I
INTRODUCTION GENERALE

I.1. Introduction

La convection naturelle dans des espaces confinés continue à être l'un des sujets de recherche de la mécanique des fluides numérique les plus répandus dans le monde vu ses applications industrielles modernes comme : les échangeurs de chaleurs, les fours, les systèmes de stockage de l'énergie solaire, le refroidissement des circuits électroniques, les réacteurs chimiques et nucléaires... En effet, la prédiction de ce phénomène devient très demandée, et comme les problèmes liés à ces applications se produisent généralement dans des espaces confinés, « *la convection naturelle dans des cavités* » est l'un des modèles les plus populaires à étudier numériquement. Au début, il était fréquent de négliger le transfert de chaleur radiatif, mais comme l'effet de ce mode de transfert de chaleur sur les écoulements de la convection naturelle est très significatif même à des températures ambiantes, le couplage convection naturelle-rayonnement devenait un sujet plus attractif. Cependant, ce couplage reste moins représentatif si le milieu est considéré transparent par rapport au rayonnement (surfactive) où le fluide peut participer et affecter les interactions radiatives entre les surfaces différenciellement chauffées par émission, absorption ou diffusion. Il est vrai que la complexité du problème augmente, mais l'étude numérique devient plus proche de la réalité. Dans ce cas, le rayonnement peut fournir une source de chaleur locale qui change le profil de température d'une façon très importante. La complexité de ce phénomène volumique apparaît clairement dans l'équation de transfert radiatif où le rayonnement par exemple en 2D peut être défini en fonction de plusieurs paramètres comme les deux coordonnées spatiales, deux coordonnées angulaires de la direction, la longueur d'onde, l'opacité du milieu. Par conséquent, il était indispensable de développer des méthodes sophistiquées pour la résolution de l'équation de transfert radiatif comme la méthode des ordonnées discrètes.

D'autre part, la participation du milieu au transfert radiatif ne présente pas le seul souci à prendre en considération pour que l'étude numérique réussisse à s'approcher des applications industrielles puisque les géométries à l'industrie où se passe le couplage convection-rayonnement sont toutefois plus complexes qu'une simple cavité à savoir sa forme ou ce qu'elle contient comme obstacle ou corps immergés. La présence d'un obstacle à l'intérieur de la cavité donne naissance à un problème plus complexe qui nécessite la mise en œuvre d'une approche supplémentaire pour réussir la modélisation d'interactions fluide-structure. Pour cela, deux techniques robustes sont disponibles dans la littérature selon le maillage utilisé : la méthode de maillage conforme « *body fitted grid* » et la méthode des frontières immergées « *immersed boundary method* ». La méthode « *body fitted grid* » utilise un maillage adaptatif afin d'implémenter les conditions aux limites directement. À l'opposé, la méthode des frontières immergées utilise un maillage cartésien où le plus souvent,

l'interface solide ne coïncide pas avec les nœuds même pour des obstacles de type rectangulaire dans le cas d'utilisation d'un maillage décalé où la variable scalaire et la variable vectorielle ne sont pas définies sur la même position. Ainsi, l'implémentation des conditions aux limites à l'interface se fait implicitement par un terme source de forçage à inclure dans les équations gouvernantes. Cette technique n'a pas besoin d'utiliser un maillage curviligne pour imposer des conditions aux limites sur l'interface fluide-structure, ce qui la rend moins encombrante et plus facile à implémenter.

I.2. Objectifs de la thèse

D'après ce qui a été présenté ci-dessus, le présent travail porte sur une étude numérique du couplage convection-rayonnement dans une cavité carrée froide rempli d'un fluide semi-transparent gris, absorbant-émettant et non-diffusant et en présence d'un corps chaud de trois différentes formes (carrée, carrée inclinée à 45° et circulaire). En outre, l'objectif est l'utilisation d'une combinaison des méthodes volumes finis-frontières immergées sur un maillage décalé pour déterminer les champs dynamique et thermique et le taux de transfert de chaleur pour les trois configurations avec un traitement précis de l'interface fluide-structure. Ainsi, la méthode des ordonnées discrètes est utilisée pour la résolution de l'équation de transfert radiatif.

I.3. Plan de la thèse

Cette thèse dont le plan est présenté à la suite, est structurée autour de cinq chapitres dont le premier constitue la présente introduction.

Dans le deuxième chapitre, une revue bibliographique présentant les travaux antérieurs sur la simulation des écoulements dans une cavité sans/en présence d'obstacle dans le cas de convection naturelle pure et le cas de couplage convection-rayonnement.

Dans le troisième chapitre, les trois configurations étudiées dans le cadre de cette thèse seront présentées ainsi que la modélisation et la mise en équation du transfert couplé. Le chapitre se terminera par une brève présentation de la méthodologie du couplage convection-rayonnement.

Dans le quatrième chapitre, les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations gouvernantes seront présentées et comme la méthode des volumes finis est très populaire, on va concentrer sur la méthode des frontières immergées et la méthode des ordonnées discrètes. Le chapitre se termine par l'étude de la sensibilité de maillage et la validation du code de calcul.

Dans le cinquième chapitre, les résultats d'une étude paramétrique seront rapportés et analysés pour les trois configurations dans différentes conditions (nombre de Rayleigh, épaisseurs optique, rapport de forme et le nombre de Planck pour le corps carré).

Enfin, cette thèse s'achève par une conclusion générale récapitulant les principaux résultats obtenus et dégageant des perspectives importantes qui peuvent constituer une suite à ce travail.

CHAPITRE II
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

II.1. Introduction

La convection naturelle est l'une des thématiques les plus étudiées par les chercheurs, au cours des dernières décennies. En premier, la littérature a montré deux principaux cas étudiés : les cavités chauffées par le bas type Rayleigh-Bénard et les cavités chauffées par le côté [1–6]. La différence significative du champ thermique et dynamique de fluide entre ces deux configurations classiques a conduit de nombreux chercheurs à étudier les cas intermédiaires en adoptant l'inclinaison de la cavité [7–9]. Outre les cavités inclinées, l'un des thèmes les plus récents qui s'approchent plus de la réalité est la convection naturelle dans des cavités comportant divers obstacles tels que des chicanes partielles et tout corps immergé avec différentes conditions thermiques.

II.2. Convection naturelle en présence d'un obstacle

Au cours des dernières années, la convection naturelle dans des géométries complexes a été un problème fondamental dans le transfert de chaleur en raison de ses nombreuses applications. Parmi les géométries complexes les plus populaires, il existe les cavités en présence d'un obstacle [10]. Ce type de problème implique un traitement spécial de l'interface fluide-solide afin de représenter le corps dans la cavité et ses interactions. Il est bon de noter que même si l'étude est faite en 2D, dans la littérature, on utilise le terme « cylindre » pour définir le corps à l'intérieur de la cavité quel que soit sa forme : carré, triangulaire ou circulaire... Les techniques les plus utilisées afin de modéliser et traiter l'existence et l'effet du corps sur l'écoulement sont la méthode des frontières immergées et la méthode de maillage conforme. Contrairement à la méthode de maillage conforme, la méthode des frontières immergées introduite pour la première fois par Peskin [11] utilise un simple domaine cartésien et n'a pas besoin d'utiliser un maillage curviligne pour imposer des conditions aux limites à l'interface fluide-solide qui la rendent moins encombrante, comme l'expliquent Mittal et Iaccarino [10] dans une revue intéressante.

Les cavités chauffées par un corps circulaire interne étaient l'une des configurations couramment traitées et faisaient l'objet de nombreuses études visant à examiner l'effet de nombreux paramètres comme la position du cylindre [12–14]. Ils ont prouvé que la position du cylindre a un effet significatif sur le champ dynamique et thermique et sur le transfert de chaleur tel que le transfert de chaleur augmente pour différentes positions du cylindre soit en haut soit en bas. Pour des valeurs faibles de nombre de Rayleigh $10^3 - 10^4$, l'écoulement est presque symétrique par rapport à la ligne centrale horizontale en raison de la dominance de la conduction. Yoon *et al.* [15] ont étudié la même configuration avec deux cylindres horizontaux pour vérifier l'effet du rayon des cylindres pour plusieurs valeurs de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^5$. Park *et al.* [16] ont étudié la convection naturelle dans une cavité inclinée froide contenant un cylindre circulaire centré chaud. Ils ont varié

essentiellement l'angle d'inclinaison et le rapport de forme (taille de cylindre) et ont montré leurs effets sur le comportement dynamique et thermique du fluide et sur la distribution du nombre de Nusselt local. Tandis que Yoon *et al.* [17] ont travaillé sur une configuration tridimensionnelle en étudiant la convection naturelle dans une cavité cubique chauffée par une sphère à différentes positions verticales. Pour les travaux [15–17], les auteurs ont utilisé la méthode des frontières immergées basée sur un schéma d'interpolation proposé par Kim *et al.* [18]. Récemment, Rath *et al.* [19] ont traité le cas d'un obstacle triangulaire où ils ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire à l'intérieur d'un cylindre horizontal isotherme de différentes formes : circulaire, carrée et triangulaire en gardant la même surface d'échange. Ils ont proposé des corrélations pour l'estimation du nombre de Nusselt et ont remarqué que le transfert de chaleur est plus important pour le cas circulaire puis triangulaire par rapport au cas carré indépendamment de nombre de Rayleigh.

II.3. Convection naturelle en présence d'un obstacle carré

D'autre part, pour de nombreux chercheurs, les cavités avec un corps carré interne représentaient un défi dans l'étude de la convection naturelle dans des géométries complexes. House *et al.* [20] ont été les premiers à étudier la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée contenant un corps carré interne conducteur de la chaleur pour examiner l'effet de plusieurs paramètres comme la taille du corps et le rapport de la conductivité thermique du solide à celle du fluide. Ils ont mis en évidence que le corps et le rapport de conductivité thermique peuvent améliorer ou réduire le taux de transfert de chaleur et qu'une taille du corps plus importante peut réduire le transfert de chaleur, car la convection naturelle est réduite. Plusieurs études ont été faites sur la même configuration avec des conditions aux limites thermiques différentes ou en adoptant un angle d'inclinaison pour la cavité [21–25], mais en termes de traitement de l'interface rien n'est constaté comme technique spéciale pour l'imposition des conditions aux limites.

En outre, la convection naturelle dans des cavités froides chauffées par cylindre carré présente une configuration très attractive, car comme décrit par Lu *et al.* [26], elle combine entre les deux classes de convection naturelle : cavité chauffée par le côté et cavité chauffée par le bas en même temps. Asan [27] a étudié la convection naturelle dans l'espace annulaire entre deux cylindres carrés concentriques isothermes pour analyser l'effet du nombre de Rayleigh et du rapport de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Il a trouvé que le rapport de forme a un effet significatif sur l'écoulement, la température et le nombre de Nusselt moyen sur les parois intérieures et extérieures. Cependant, à un faible nombre de Rayleigh, il n'y a pas d'impact significatif sur le nombre de Nusselt moyen vu que la conduction domine. Kumar et Dalal [28] ont étudié la convection naturelle dans

une cavité aux parois horizontales adiabatiques et parois latérales froides. Cette cavité est chauffée par un cylindre carré incliné à 45° qui était modélisé à l'aide d'un maillage conforme. Ils ont appliqué deux modes de chauffage : corps isotherme et corps avec une génération de chaleur uniforme. Ils ont aussi étudié l'effet de l'emplacement vertical du cylindre et le rapport de forme pour une variété de nombres de Rayleigh. Ils ont remarqué que dans le cas de cylindre isotherme, le chauffage de la cavité est plus important et ne dépend presque pas la position du cylindre, mais ça change en augmentant la taille du cylindre. Lu *et al.* [26] se sont concentrés sur la convection naturelle dans une cavité froide chauffée par un cylindre rectangulaire pour analyser l'effet de deux paramètres principaux : la largeur du cylindre et le nombre de Rayleigh. Ils ont trouvé huit régimes différents d'écoulement en fonction de ces deux paramètres. Il est bon de noter que la technique la plus répandue dans ces travaux sur les cylindres carrés cités auparavant c'était de donner une très grande valeur à la viscosité au voisinage de l'interface ou le nombre de Prandtl pour imposer la condition de non-glissement « *no-slip condition* ». Dash *et al.* [29] ont étudié l'effet du déplacement vertical d'un cylindre carré chaud à l'intérieur d'une cavité carrée froide sur la convection naturelle. Ils ont utilisé une méthode des frontières immergée pour traiter avec précision les interactions fluide-solide. Dash et Lee [30] ont étudié la même configuration, mais cette fois pour un déplacement horizontal et diagonal. Ils ont trouvé qu'à faible nombre de Rayleigh $10^3 - 10^4$, le transfert de chaleur est principalement régi par le mode de conduction thermique. Lorsque le cylindre se déplace dans les directions horizontale et diagonale, les isothermes deviennent plus denses au niveau de la région étroite, dans la direction du mouvement du cylindre contrairement à l'autre côté. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente à $10^5 - 10^6$, la convection naturelle domine et, par conséquent, on observe des panaches et des tourbillons dans le champ d'écoulement. Récemment, Alshomrani *et al.* [31] ont étudié la convection naturelle dans une cavité tridimensionnelle avec un corps chaud et des combinaisons discrètes de refroidissement sur les parois latérales pour analyser l'effet de divers paramètres comme l'emplacement du refroidisseur, le rapport de forme et la position du corps chaud. Ils ont découvert que la position du corps chaud et le rapport de forme affectent sensiblement le transfert de chaleur dans la cavité. On peut clairement constater que toutes les études ci-dessus ont négligé le transfert radiatif.

II.4. Couplage convection-rayonnement en présence d'un obstacle

Ces deux dernières décennies, les chercheurs ont commencé à s'intéresser à l'effet du rayonnement surfacique sur la convection naturelle pour des cavités contenant un corps interne. Liu et Phan [32] ont étudié le transfert couplé convection-rayonnement de surface dans une cavité carrée

différentiellement chauffée en présence d'un corps carré chauffé et conducteur de la chaleur pour étudier l'effet du transfert radiatif, de la chaleur générée et de l'émissivité des parois. Ils ont découvert que le rayonnement a un effet important sur la distribution de la température et de la vitesse et que la chaleur générée dans le bloc et l'émissivité ont une influence significative sur le l'écoulement où l'augmentation de l'émissivité et par conséquent du rayonnement affaiblit le transfert de chaleur par convection. Mezrhab *et al.* [33] ont étudié le même problème précédent, mais cette fois-ci pour analyser l'effet du nombre de Rayleigh et l'écart de température maximal ΔT . Les résultats ont montré que l'augmentation de ΔT pour un nombre de Rayleigh constant, renforce linéairement le nombre de Nusselt moyen sur les parois froides alors qu'elle diminue linéairement sur les parois chaudes et que l'augmentation du transfert de chaleur radiatif augmente le nombre de Nusselt moyen à la fois pour les parois chaudes et froides et surtout pour $Ra \geq 10^5$. Saravanan et Sivaraj [34] ont étudié le transfert combiné de la convection naturelle-rayonnement surfacique dans une cavité avec deux parois latérales refroidies et deux parois horizontales adiabatiques en présence d'un cylindre carré chaud soit isotherme soit générant de la chaleur pour faire une étude comparative entre les deux cas et pour étudier l'effet de plusieurs paramètres comme le nombre de Rayleigh, le rapport de forme du réchauffeur discret et l'émissivité de surface sur le champ dynamique et thermique. Ils ont constaté en général que dans les deux cas, l'émissivité de surface et le nombre de Rayleigh augmentent le transfert de chaleur et qu'en présence de rayonnement, l'écoulement convectif est plus amélioré dans le cas de cylindre isotherme que dans le cas du cylindre générant de la chaleur.

On peut voir clairement que presque toutes ces études dans cette géométrie se sont concentrées sur le rayonnement de surface en considérant que le fluide comme étant transparent. Cependant, de nombreux chercheurs [35–38] ont travaillé sur le transfert couplé convection-rayonnement dans des cavités sans obstacle et ont montré l'effet du milieu semi-transparent qui avait été négligé ci-dessus. Yücel *et al.* [39] ont été les premiers à utiliser la méthode des ordonnées discrètes DOM pour évaluer la source radiative pour le transfert couplé convection-rayonnement dans une cavité différentiellement chauffée. Ils ont montré l'effet significatif de la présence d'un milieu semi-transparent où le champ de vitesse s'était intensifié et le comportement de l'écoulement a changé sensiblement. Ils ont constaté aussi que la méthode des ordonnées discrètes était précise et économique en termes de calcul. Colomer *et al.* [40] ont étudié numériquement la convection et le rayonnement dans une cavité cubique différentiellement chauffée dans des milieux transparents et participants en utilisant la méthode d'ordonnées discrètes pour résoudre l'équation de l'énergie radiative. Mondal *et al.* [41] ont étudié la convection naturelle en présence d'un rayonnement volumique en utilisant la méthode de lattice Boltzman combinée avec la méthode des volumes finis

utilisée pour l'équation radiative, tandis que Moufekkik *et al.*[42] ont étudié le même problème en utilisant la méthode de lattice Boltzman combinée avec la méthode des ordonnées discrètes. Lari *et al.* [43] ont étudié l'effet du transfert de chaleur radiatif dans une cavité carrée sous des conditions ambiantes normales et ont constaté que le rayonnement a un impact significatif sur les champs thermiques et dynamiques et ont montré qu'il ne peut pas être négligé pour de faibles différences de température. Comme ces travaux ont bien montré l'impact d'interaction du rayonnement avec le milieu, ils ont aussi prouvé que l'utilisation de la méthode des ordonnées discrètes est un très bon choix pour la résolution de l'équation de transfert radiatif.

Malgré que ces travaux sur le rayonnement volumique confirment son impact, mais peu chercheurs [44–46] ont étudié l'effet du transfert couplé de convection-rayonnement volumique dans différentes géométries complexes plus précisément les cavités en présence d'obstacle de forme quelconque. Chang *et al.* [44] ont mené une de ces premières études où ils se sont concentrés sur le transfert combiné convection-rayonnement dans une cavité carrée chauffée de manière différentielle et remplie de deux types de fluides : participant (CO_2 et NH_3) et non-participant (air) en présence de deux chicane partielles. Ils ont constaté que le transfert de chaleur a été affecté par la présence des chicanes qui bloque le rayonnement et qui augmente la résistance de la géométrie à la convection ce qui maintient la température élevée dans le côté de la paroi chaude contrairement à l'autre côté. En outre, le rayonnement volumique a contribué à l'augmentation de la température du fluide ce qui a créé un champ thermique plus homogène. Han *et al.* [45] ont étudié les interactions entre la convection naturelle et le rayonnement dans un espace annulaire cylindrique rempli d'un milieu absorbant-émettant. Ils ont utilisé la méthode des volumes finis sur un maillage conforme. Les résultats ont montré que le rayonnement, le paramètre de conduction-rayonnement N qui présente l'équivalent de nombre de Planck pour d'autres études dans la littérature et l'excentricité ont un impact important sur le taux de transfert de chaleur. Ils ont remarqué que lorsque N diminue, la température du milieu augmente globalement et devient plus uniforme en raison de l'effet considérable du rayonnement ce qui confirme le constat de travail précédent [44] sur l'impact de rayonnement volumique sur la distribution de la température. Jarray et Mazgar [47] ont étudié la même configuration que Han *et al.* [45] en présence d'un gaz non-gris. En matière de technique utilisée pour le traitement des conditions aux limites, le maillage de type conforme est utilisé. Mehdi Keshtkar *et al.* [48] ont étudié le transfert de chaleur couplé conduction-rayonnement dans une cavité contenant un obstacle rectangulaire isotherme afin d'étudier l'effet de plusieurs paramètres comme l'épaisseur optique, l'albédo de diffusion et le paramètre conduction-rayonnement. D'autre part, Zhang *et al.*[46] ont étudié le transfert de chaleur combiné convection- rayonnement dans une cavité

carrée chauffée par un cylindre circulaire pour étudier l'effet du milieu participant et de plusieurs paramètres comme le nombre de Rayleigh, l'épaisseur optique et la différence de température en utilisant la méthode des ordonnées discrètes pour la résolution de l'équation de transfert radiatif. Une étude comparative avec le cas en présence de rayonnement volumique avec un cas de convection naturelle pure a permis aux auteurs de découvrir que le rayonnement volumique ne peut pas être négligé puisqu'il affecte de manière significative les champs thermique et dynamique. De plus, ils ont découvert que le transfert de chaleur est fortement influencé par l'épaisseur optique et la différence de température. L'augmentation de l'épaisseur optique a favorisé l'atténuation de transfert radiatif et par conséquent les interactions entre les surfaces différentiellement chauffées ce qui réduit le nombre de Nusselt moyen. De plus, ils ont remarqué que l'impact de l'opacité de milieu et la différence de température est très important sur le rayonnement, contrairement à la convection qui dépend essentiellement de nombre de Rayleigh. Cependant, il est très important de mentionner que les auteurs n'ont pas donné de détails sur le modèle adopté pour imposer les conditions aux limites : dynamique (no-slip condition), thermique (température constante), ou flux radiatif au niveau de la paroi circulaire (curviligne) qui ne coïncide plus avec les nœuds de maillage.

Dans la plupart des études précédentes sur les interactions combinées de la convection naturelle et de rayonnement dans des cavités carrées en présence d'un corps, on peut remarquer clairement que tous les travaux ont donné moins d'importance soit à l'effet radiatif du milieu en le considérant transparent soit au traitement de l'interface fluide-structure ce qui reflète les difficultés que présentent cette combinaison. À notre connaissance, aucune étude n'a été trouvée qui analyse l'effet d'un milieu absorbant-émettant pour ce type de configuration avec un traitement sophistiqué de l'interface pour cette géométrie complexe. Par conséquent, un code de calcul a été développé pour effectuer une étude numérique du rayonnement volumique combiné avec la convection naturelle dans une cavité carrée froide, remplie d'un milieu participant et chauffée par un corps de trois formes différentes : carrée, carrée inclinée à 45° et circulaire. Une méthode combinée de volume fini et frontières immergées est utilisée sur un maillage décalé pour un traitement meilleur et précis de l'interface fluide-solide, tandis que la méthode des ordonnées discrètes a été utilisée pour résoudre l'équation de transfert radiatif. L'effet du rayonnement, du nombre de Rayleigh, de l'épaisseur optique et du rapport de forme et d'autres paramètres sur l'écoulement et le transfert de chaleur seront étudiés.

Références

- [1] De Vahl Davis, G., “Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, No. 3, 1983, pp. 249–264 doi: 10.1002/flid.1650030305.
- [2] Markatos, N. C., and Pericleous, K. A., “Laminar and Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, No. 5, 1984, pp. 755–772 doi: 10.1016/0017-9310(84)90145-5.
- [3] Kim, D. M., and Viskanta, R., “Study of the Effects of Wall Conductance on Natural Convection in Differently Oriented Square Cavities,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 144, 1984, pp. 153–176 doi: 10.1017/S0022112084001555.
- [4] Fusegi, T., Hyun, J. M., and Kuwahara, K., “A Numerical Study of 3D Natural Convection in a Cube: Effects of the Horizontal Thermal Boundary Conditions,” *Fluid Dynamics Research*, Vol. 8, Nos. 5–6, 1991, pp. 221–230 doi: 10.1016/0169-5983(91)90044-J.
- [5] Corcione, M., “Effects of the Thermal Boundary Conditions at the Sidewalls upon Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated from below and Cooled from Above,” *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 42, No. 2, 2003, pp. 199–208 doi: 10.1016/S1290-0729(02)00019-4.
- [6] Cheikh, N. Ben, Beya, B. Ben, and Lili, T., “Influence of Thermal Boundary Conditions on Natural Convection in a Square Enclosure Partially Heated from Below,” *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 3, 2007, pp. 369–379 doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2006.11.001.
- [7] Hiroyuki, O., Hayatoshi, S., and Churchill, S. W., “Natural Convection in an Inclined Square Channel,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 17, No. 3, 1974, pp. 401–406 doi: 10.1016/0017-9310(74)90011-8.
- [8] Hart, J. E., “Stability of the Flow in a Differentially Heated Inclined Box,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 47, No. 3, 1971, pp. 547–576 doi: 10.1017/S002211207100123X.
- [9] Islam, M. T., Saha, S., Mamun, M. A. H., and Saha, G., “Natural Convection in an Inclined Square Enclosure Containing Internal Energy Sources,” *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 37, No. June, 1970, pp. 24–32 doi: 10.3329/jme.v37i0.816.
- [10] Mittal, R., and Iaccarino, G., “Immersed Boundary Methods,” *Annual Review of*

- Fluid Mechanics, Vol. 37, 2005, pp. 239–261 doi: 10.1146/annurev.fluid.37.061903.175743.
- [11] Peskin, C. S., “Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 10, No. 2, 1972, pp. 252–271 doi: 10.1016/0021-9991(72)90065-4.
- [12] Shu, C., Xue, H., and Zhu, Y. D., “Numerical Study of Natural Convection in an Eccentric Annulus between a Square Outer Cylinder and a Circular Inner Cylinder Using DQ Method,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, No. 17, 2001, pp. 3321–3333 doi: 10.1016/S0017-9310(00)00357-4.
- [13] Hussain, S. H., and Hussein, A. K., “Numerical Investigation of Natural Convection Phenomena in a Uniformly Heated Circular Cylinder Immersed in Square Enclosure Filled with Air at Different Vertical Locations,” *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 8, 2010, pp. 1115–1126 doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.05.016.
- [14] Lee, J. M., Ha, M. Y., and Yoon, H. S., “Natural Convection in a Square Enclosure with a Circular Cylinder at Different Horizontal and Diagonal Locations,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, Nos. 25–26, 2010, pp. 5905–5919 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.07.043.
- [15] Yoon, H. S., Park, Y. G., and Jung, J. H., “Natural Convection in a Square Enclosure with Differentially Heated Two Horizontal Cylinders,” *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 65, No. 4, 2014, pp. 302–326 doi: 10.1080/10407782.2013.831679.
- [16] Park, H. K., Ha, M. Y., Yoon, H. S., Park, Y. G., and Son, C., “A Numerical Study on Natural Convection in an Inclined Square Enclosure with a Circular Cylinder,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 66, 2013, pp. 295–314 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.07.029.
- [17] Yoon, H. S., Yu, D. H., Ha, M. Y., and Park, Y. G., “Three-Dimensional Natural Convection in an Enclosure with a Sphere at Different Vertical Locations,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, Nos. 15–16, 2010, pp. 3143–3155 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.03.013.
- [18] Kim, J., Kim, D., and Choi, H., “An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 1, 2001, pp. 132–150 doi: 10.1006/jcph.2001.6778.

- [19] Rath, S., Dash, M. K., and Dash, S. K., Natural Convection From Horizontal Cylinders of Different Shapes in a Rectangular Enclosure,. 2019.
- [20] House, J. M., Beckermann, C., and Smith, T. E., “Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure,” *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 18, No. 2, 1990, pp. 213–225 doi: 10.1080/10407789008944791.
- [21] Ha, M. Y., Kim, I. K., Yoon, H. S., Yoon, K. S., Lee, J. R., Balachandar, S., and Chun, H. H., “Two-Dimensional and Unsteady Natural Convection in a Horizontal Enclosure with a Square Body,” *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 41, No. 2, 2002, pp. 183–210 doi: 10.1080/104077802317221393.
- [22] Lee, J. R., and Ha, M. Y., “Numerical Simulation of Natural Convection in a Horizontal Enclosure with a Heat-Generating Conducting Body,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, Nos. 15–16, 2006, pp. 2684–2702 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.01.010.
- [23] Bhave, P., Narasimhan, A., and Rees, D. A. S., “Natural Convection Heat Transfer Enhancement Using Adiabatic Block: Optimal Block Size and Prandtl Number Effect,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, Nos. 21–22, 2006, pp. 3807–3818 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.04.017.
- [24] Manab Kumar Das, and Reddy, K. S. K., “Conjugate Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Cavity Containing a Conducting Block,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, Nos. 25–26, 2006, pp. 4987–5000 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.05.041.
- [25] Nagarajan, N., and Periyasamy, U., “Natural Convection in a Tilted Square Enclosure Having Heat Generating Solid Body and with Various Thermal Boundaries,” *Procedia Engineering*, Vol. 127, 2015, pp. 1235–1242 doi: 10.1016/j.proeng.2015.11.474.
- [26] Lu, J., Shi, B., Guo, Z., and Chai, Z., “Numerical Study on Natural Convection in a Square Enclosure Containing a Rectangular Heated Cylinder,” *Frontiers of Energy and Power Engineering in China*, Vol. 3, No. 4, 2009, pp. 373–380 doi: 10.1007/s11708-009-0078-x.
- [27] Asan, H., “Natural Convection in an Annulus between Two Isothermal Concentric Square Ducts,” *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, No. 3, 2000, pp. 367–376 doi: 10.1016/S0735-1933(00)00117-2.

- [28] Kumar De, A., and Dalal, A., "A Numerical Study of Natural Convection around a Square, Horizontal, Heated Cylinder Placed in an Enclosure," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, Nos. 23–24, 2006, pp. 4608–4623 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.04.020.
- [29] Dash, S. M., Lee, T. S., and Huang, H., "Natural Convection from an Eccentric Square Cylinder Using a Novel Flexible Forcing IB-LBM Method," *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 65, No. 6, 2014, pp. 531–555 doi: 10.1080/10407782.2013.836019.
- [30] Dash, S. M., and Lee, T. S., "Natural Convection in a Square Enclosure with a Square Heat Source at Different Horizontal and Diagonal Eccentricities," *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 68, No. 6, 2015, pp. 686–710 doi: 10.1080/10407782.2014.994414.
- [31] Alshomrani, A. S., Sivasankaran, S., Amer, A. A., and Biswas, A., "Numerical Study on Convective Flow in a Three-Dimensional Enclosure with Hot Solid Body and Discrete Cooling," *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 76, No. 2, 2019, pp. 87–99 doi: 10.1080/10407782.2019.1618626.
- [32] Liu, Y., and Phan-Thien, N., "Complete Conjugate Conduction Convection and Radiation Problem for a Heated Block in a Vertical Differentially Heated Square Enclosure," *Computational Mechanics*, Vol. 24, No. 3, 1999, pp. 175–186 doi: 10.1007/s004660050450.
- [33] Mezrhab, A., Bouali, H., and Abid, C., "Heat Generating Conducting Body," Vol. 2, No. 3, 2005, pp. 431–450.
- [34] Saravanan, S., and Sivaraj, C., "Combined Thermal Radiation and Natural Convection in a Cavity Containing a Discrete Heater: Effects of Nature of Heating and Heater Aspect Ratio," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 66, 2017, pp. 1339–1351 doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.05.004.
- [35] Lauriat, G., "Combined Radiation-Convection in Gray Fluids Enclosed in Vertical Cavities," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, No. 4, 1982, pp. 609–615 doi: 10.1115/1.3245175.
- [36] Desrayaud, G., and Lauriat, G., "On the Stability of Natural Convection of a Radiating Fluid in a Vertical Slot," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 11, No. 5, 1984, pp. 439–450 doi: 10.1016/0735-1933(84)90050-2.
- [37] Tan, Z., and Howell, J. R., "Combined Radiation and Natural Convection in a Two-

- Dimensional Participating Square Medium,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 3, 1991, pp. 785–793 doi: 10.1016/0017-9310(91)90125-X.
- [38] Cholate, S., Venkateshan, S. P., and Sundararajan, T., “Combined Convection and Radiation Heat Transfer in Non-Gray Participating Media in a Differentially Heated Square Cavity,” *Computational Thermal Sciences*, Vol. 11, No. 6, 2019, pp. 489–507 doi: 10.1615/ComputThermalScien.2019026257.
- [39] Yücel, A., Acharya, S., and Williams, M. L., “Natural Convection and Radiation in a Square Enclosure,” *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 15, No. 2, 1989, pp. 261–278 doi: 10.1080/10407788908944688.
- [40] Colomer, G., Costa, M., Cònsul, R., and Oliva, A., “Three-Dimensional Numerical Simulation of Convection and Radiation in a Differentially Heated Cavity Using the Discrete Ordinates Method,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 2, 2004, pp. 257–269 doi: 10.1016/S0017-9310(03)00387-9.
- [41] Mondal, B., and Mishra, S. C., “Simulation of Natural Convection in the Presence of Volumetric Radiation Using the Lattice Boltzmann Method,” *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 55, No. 1, 2009, pp. 18–41 doi: 10.1080/10407780802603121.
- [42] Moufekkik, F., Moussaoui, M. A., Mezrhab, A., Lemonnier, D., and Naji, H., “MRT-Lattice Boltzmann Computations of Natural Convection and Volumetric Radiation in a Tilted Square Enclosure,” *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 54, 2012, pp. 125–141 doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2011.11.022.
- [43] Lari, K., Baneshi, M., Gandjalikhan Nassab, S. A., Komiya, A., and Maruyama, S., “Combined Heat Transfer of Radiation and Natural Convection in a Square Cavity Containing Participating Gases,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, Nos. 23–24, 2011, pp. 5087–5099 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.07.026.
- [44] Chang, L. C., Yang, K. T., and Lloyd, J. R., “Radiation-Natural Convection Interactions in Two-Dimensional Complex Enclosures,” *Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, No. 1, 1983, pp. 89–95 doi: 10.1115/1.3245564.
- [45] Han, C. Y., and Baek, S. W., “Natural Convection Phenomena Affected by Radiation in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli,” *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 36, No. 5, 1999, pp. 473–488 doi: 10.1080/104077899274633.

-
- [46] Zhang, W., Chen, J., and Lan, F., “A Numerical Simulation of Combined Radiation and Natural Convection Heat Transfer in a Square Enclosure Heated by a Centric Circular Cylinder,” *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, Vol. 49, No. 2, 2013, pp. 233–246 doi: 10.1007/s00231-012-1083-x.
- [47] Mazgar, K. J. A., and Nejma, F. Ben, “Effect of Combined Natural Convection and Non - Gray Gas Radiation on Entropy Generation through a Cylindrical Annulus,” *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2021 doi: 10.1007/s10973-021-10669-7.
- [48] Mehdi Keshtkar, M., and Amiri, B., “Numerical Simulation of Radiative-Conductive Heat Transfer in an Enclosure with an Isotherm Obstacle,” *Heat Transfer Engineering*, Vol. 39, No. 1, 2018, pp. 72–83 doi: 10.1080/01457632.2017.1280293.

CHAPITRE III
MODELISATION

III.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les configurations étudiées et les équations gouvernantes y compris les conditions aux limites : dynamique, thermique et radiatif. Le chapitre se termine par l'évaluation du taux de transfert de chaleur dans la cavité et une description globale du code de calcul afin d'expliquer la procédure du couplage convection-rayonnement.

III.2 Modèle physique

Les configurations étudiées sont présentées sur la figure III.1. Le modèle physique proposé s'agit d'une cavité carrée de côté L qui contient un corps de trois formes différentes : carrée (géométrie 1), carrée incliné à 45° (géométrie 2) et circulaire (géométrie 3). La cavité et le corps sont maintenus à deux températures différentes T_f et T_c respectivement avec $T_f < T_c$. Pour les corps carrés dans les deux géométries 1 et 2, le côté est $W = 0.2$. En ce qui concerne la géométrie 3, $D = 0.25$ est le diamètre du corps. Toutes les parois sont grises, diffuses et opaques. Le fluide dans l'espace annulaire est supposé gris, absorbant-émettant et non-diffusant.

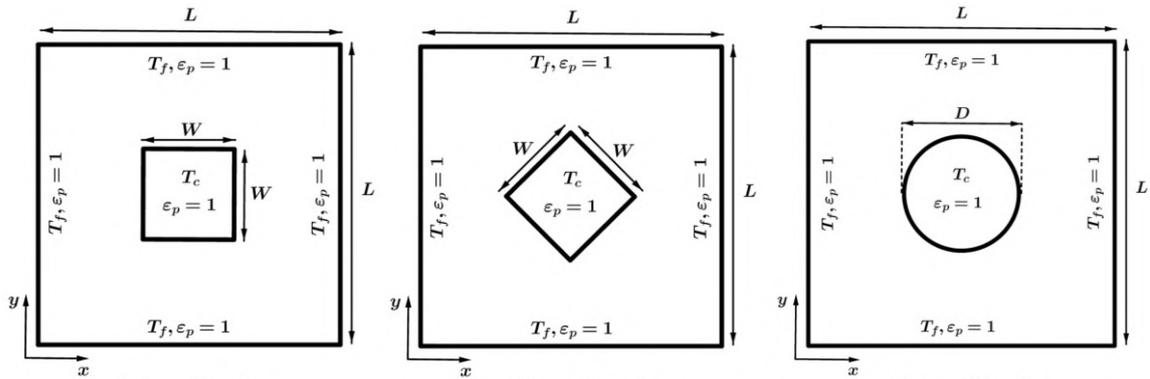


Figure III. 1 Modèle physique des trois géométries.

III.3 Modèle mathématique

Dans cette étude, l'écoulement est supposé laminaire et bidimensionnel en régime stationnaire. Le fluide est considéré comme newtonien, incompressible avec des propriétés thermophysiques considérées constantes et évaluées à la température de référence T_0 , sauf en ce qui concerne la masse volumique dans le terme de poussée d'Archimède dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement où l'approximation de Boussinesq est appliquée [1]. Le travail des forces de pression et la dissipation visqueuse est négligé.

III.3.1 Equations gouvernantes

Les problèmes d'écoulement de fluide et de transfert de chaleur combinés convection naturelle-rayonnement sont décrits par les équations aux dérivées partielles exprimant la conservation de

masse, de quantité de mouvement et de l'énergie complétés par l'équation de transfert radiatif. Ces équations s'écrivent sous leur forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - q = 0 \quad (\text{III. 1})$$

où Kim *et al.* [2] ont proposé q comme terme source « *mass source/sink* » pour la cellule où passe l'interface fluide-solide afin de satisfaire la conservation de la masse. Afin de satisfaire la condition de non-glissement sur l'interface fluide-solide pour les vitesses u et v , deux termes f_x et f_y sont utilisés respectivement. D'autre part le rôle du terme de forçage f_T est d'imposer la température T_c à la surface du corps.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_x \quad (\text{III. 2})$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + RaPrT + f_y \quad (\text{III. 3})$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + S_R + f_T \quad (\text{III. 4})$$

Les variables adimensionnelles dans les équations ci-dessus sont définies comme suit :

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad u = \frac{u^*}{\alpha L},$$

$$v = \frac{v^*}{\alpha L}, \quad P = \frac{P^* L^2}{\rho \alpha^2} \quad \text{et} \quad T = \frac{T^* - T_0^*}{T_c^* - T_f^*}$$

L'exposant * indique les variables dimensionnelles. Les paramètres sans dimension sont définis comme suit :

$$Ra = \frac{g\beta L^3 (T_c^* - T_f^*)}{\nu \alpha}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{et} \quad A = \frac{W}{L}$$

avec g, β, ν et α sont respectivement l'accélération gravitationnelle, le coefficient de dilatation thermique, la viscosité cinématique et la diffusivité thermique. Dans les équations ci-dessus, x et y représentent les coordonnées qui varient respectivement dans les directions horizontale et verticale. Les variables adimensionnelles u, v, P et T sont la vitesse dans la direction x , la vitesse dans la direction y , la pression et la température, respectivement. Le terme S_R présente la source radiative calculée en résolvant l'équation de transfert radiatif comme sera présenté dans la modélisation du transfert radiatif.

III.3.2 Conditions aux limites

La résolution du système d'équations présenté ci-dessus implique l'incorporation des conditions aux limites pour chaque variable dépendante. On se limite aux conditions dynamique et thermique.

Les conditions aux limites radiatives seront présentées dans la modélisation du transfert radiatif. Les conditions aux limites sont données comme suit :

Sur toutes les parois : $u = v = 0$

Sur les parois de la cavité: $T = T_f = -0.5$

Sur l'interface fluide-solide: $T = T_c = 0.5$

III.4 Transfert radiatif

Le rayonnement thermique présente le mode de transfert de chaleur provoqué par des ondes électromagnétiques ou l'échange de photons. Il existe alors une dualité onde-particule pour décrire le rayonnement, on considère ici uniquement l'aspect ondulatoire. Dans le spectre électromagnétique, le rayonnement thermique couvre une partie de l'ultraviolet, le visible et une partie de l'infrarouge. Il est reconnu de se trouver à des longueurs d'onde comprises entre 0,1 et 100 μm comme présenté sur la figure III.2. Comme le rayonnement électromagnétique se propage également dans le vide, le transfert de chaleur radiatif ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel, contrairement au transfert de chaleur par conduction ou convection. De plus, et contrairement aux deux autres modes de transfert de chaleur qui dépendent de la première puissance de la température, le transfert radiatif est quantifié par la quatrième puissance de la température. Ceci implique que plus que la température augmente plus que le rayonnement domine par rapport aux autres modes (conduction et convection) comme dans les chaudières, les fours, les réacteurs, moteurs et turbines à gaz. Grâce à sa vitesse de propagation très élevée, le rayonnement peut dominer comme mode de transfert même à des températures basses et surtout dans les structures à grande échelle.

En termes de modélisation et résolution, le rayonnement thermique est un phénomène très complexe et bien que les équations soient connues, elles sont difficiles à résoudre dès que l'intensité de rayonnement dépend de la position, la direction, la longueur d'onde et de la température locale. De plus, l'intensité dans toutes les directions peut être affectée en traversant un milieu participant ou dit « *semi-transparent* » ce qui rend la modélisation du rayonnement plus complexe.

Avant de présenter la modélisation du transfert radiatif et les méthodes de résolution, quelques définitions des grandeurs fondamentales du rayonnement sont nécessaires. Commençons tout d'abord par la définition du milieu transparent et du milieu semi-transparent pour faire la différence entre les deux. Lors du transfert radiatif entre deux surfaces à travers un milieu quelconque, l'intervention de ce dernier dépend de sa nature. Par conséquent, le rayonnement peut être classé en deux catégories selon la nature de milieu. Quand le milieu ne participe pas au transfert radiatif, le rayonnement est dit « *surfactive* » et le milieu est dit « *transparent* ». À l'opposé, le transfert radiatif

dit « *volumique* » qui implique la présence d'un milieu semi-transparent est plus complexe comme ce dernier participe à l'échange radiatif par absorption, émission ou diffusion. Par conséquent, le

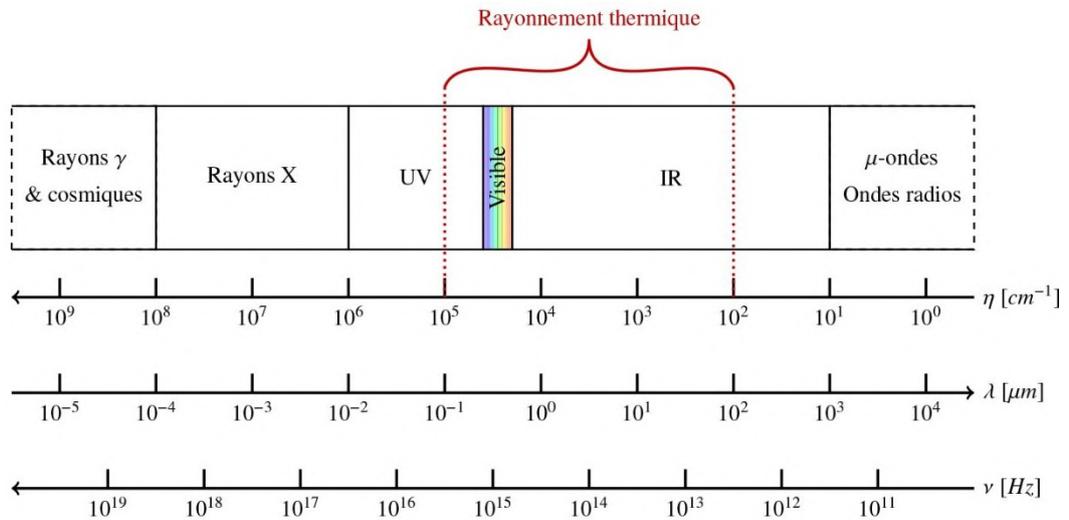


Figure III.2 Spectre électromagnétique

rayonnement dans un milieu semi-transparent peut subir une atténuation (absorption et/ou diffusion) ou un renforcement (émission et/ou diffusion). Dans ce travail, on aborde uniquement le transfert radiatif dans les milieux semi-transparentes (connu par le rayonnement de gaz), où la propagation d'une onde électromagnétique se fait en présence d'un milieu émettant, absorbant et non-diffusant.

III.4.1 Modélisation du transfert radiatif

L'étude d'un transfert couplé exige la résolution de l'équation de transfert radiatif pour déterminer la divergence de flux radiatif $\nabla \cdot \mathbf{q}_R$ et par conséquent la source radiative S_R . La détermination de la divergence de flux radiatif dans chaque point de la cavité passe par la détermination du rayonnement incident G comme le montre l'équation (III. 5). De ce fait, il est essentiel de déterminer la luminance L en chaque point du domaine. Cette luminance qui présente la variable en question pour l'équation de transfert radiatif.

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \kappa(4\sigma T^4 - G) \tag{III. 5}$$

III.4.2 Généralités et définitions

III.4.2.1 Milieu gris

Un milieu est dit « *gris* » lorsque ses propriétés radiatives sont indépendantes de la longueur d'onde. Dans le cas contraire, le milieu est dit « *non-gris* », les propriétés sont dites « *monochromatiques* » et indexées de l'indice λ .

III.4.2.2 Angle solide

Le rayonnement émis d'un point de la surface dS qui passe, à travers la surface circulaire dS_n dans l'espace, est défini par l'angle solide (angle formé par un cône). Comme présenté sur la figure III.3, un angle solide est défini par la relation suivante :

$$d\Omega = \frac{dS_n}{r^2} = \sin \theta \, d\theta \, d\phi \tag{III. 6}$$

L'unité de l'angle solide est le stéradian (sr).

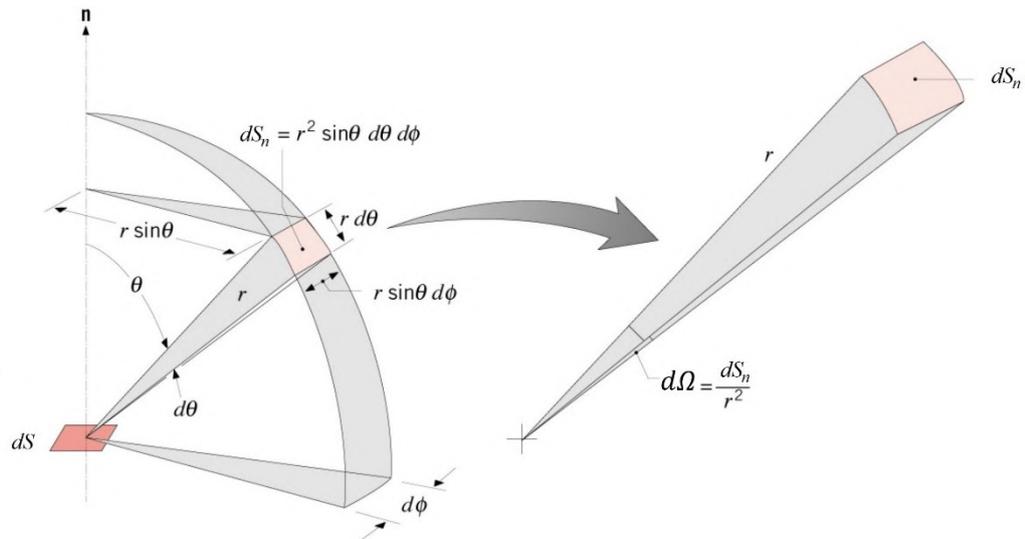


Figure III.3 L'angle solide en coordonnées polaires

III.4.2.3 Luminance monochromatique et le flux radiatif

La luminance chromatique présente une grandeur de base pour le transfert radiatif qui est calculée dans le but d'intégrer l'énergie liée au rayonnement dans un bilan thermique. Elle est définie comme

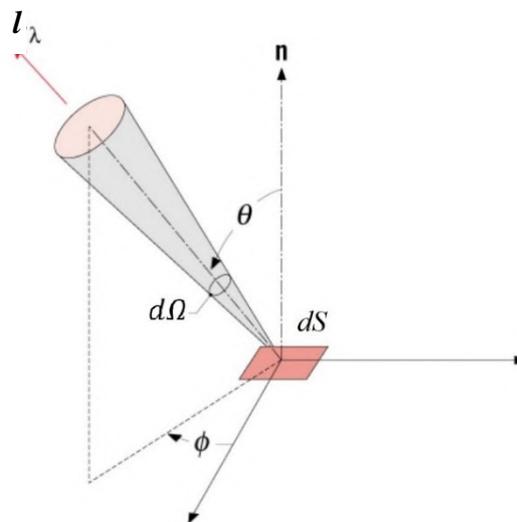


Figure III.4 Représentation schématique de la luminance monochromatique

le flux d'énergie radiative, par unité de surface, par unité d'angle solide, et par unité d'intervalle d'onde.

$$l_\lambda(\lambda, \phi, \theta) = \frac{dq_R}{dS \cdot \cos \theta \cdot d\Omega \cdot d\lambda} \quad (\text{III. 7})$$

Exprimé en fonction de la luminance et l'équation (III. 7) et l'équation (III. 6), la densité de flux radiatif q_R est calculée sur l'hémisphère comme suit :

$$q_R = \int_0^\infty \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} l_\lambda(\lambda, \phi, \theta) \cos \theta \sin \theta \, d\theta d\phi d\lambda \quad (\text{III. 8})$$

III.4.2.4 Luminance du corps noir

Par sa définition, un corps noir absorbe la totalité de rayonnement qui le reçoit de toutes les directions de l'espace et à toutes les fréquences (il ne réfléchit pas, ne transmet rien), et il émet un rayonnement de luminance monochromatique donné par la loi de Planck :

$$l_\lambda^0(T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]} \quad (\text{III. 9})$$

avec $C_1 = 3.74 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^2$ et $C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$

L'intégration de l'équation (III. 9) sur tout le spectre de rayonnement fournit la luminance totale du corps noir. On obtient alors la loi de Stefan-Boltzman :

$$l^0(T) = \int_0^\infty l_\lambda^0(T) d\lambda = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (\text{III. 10})$$

où $\sigma = 5,6698 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzman.

III.4.3 Processus élémentaires du milieu semi-transparent

Comme dans ce travail le milieu considéré est semi-transparent, présentons les interactions et processus élémentaires qui caractérisent ce type de milieu. En principe trois interactions rentrent en jeu où le milieu participant peut absorber, émettre ou diffuser du rayonnement comme le montre la figure III.5.

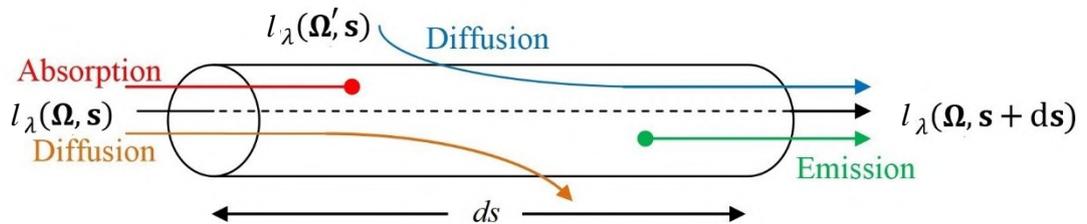


Figure III.5 Interactions du rayonnement avec un milieu semi-transparent MST

III.4.3.1 Absorption

En rayonnement, un milieu semi-transparent est connu par sa capacité d'absorber une certaine quantité d'énergie qu'il reçoit. Il est observé que cette énergie absorbée $dl_{\lambda,a}(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})$ est directement proportionnelle à la luminance incidente et la longueur élémentaire du cylindre ds . L'atténuation par absorption le long de la longueur élémentaire ds est donnée par la relation suivante :

$$dl_{\lambda,a}(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) = -\kappa_{\lambda,a}l_{\lambda}(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})ds \quad (\text{III. 11})$$

avec $\kappa_{\lambda,a}$ le coefficient d'absorption du milieu à la longueur d'onde λ , $\mathbf{\Omega}$ présente l'angle solide (direction de rayonnement) et \mathbf{s} présente le vecteur position.

III.4.3.2 Diffusion (Scattering)

On parle de diffusion, si une partie de rayonnement incident dans la direction $\mathbf{\Omega}$ est déviée de sa trajectoire suite à une interaction avec le milieu traversé. Cette quantité d'énergie perdue (out-scattering) pour une direction donnée est considérée comme un gain (in-scattering) pour d'autres directions comme présenté sur la figure III.5. De même que l'absorption, l'atténuation par diffusion est proportionnelle à la luminance incidente et la longueur élémentaire ds et peut être exprimée comme suit :

$$dl_{\lambda,d}(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) = -\kappa_{\lambda,d}l_{\lambda}(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})ds \quad (\text{III. 12})$$

avec $\kappa_{\lambda,d}$ le coefficient de diffusion du milieu à la longueur d'onde λ .

III.4.3.3 Emission

Tout corps dont la température est supérieure au zéro absolu émet un rayonnement électromagnétique. Pour un corps noir, le rayonnement émis est donné par la loi de Planck (III. 9) mais pour les matériaux réels, l'émission présente une fraction de l'émission du corps noir $l_{\lambda}^0(T)$. Cette fraction $\kappa_{\lambda,e}$ appelée coefficient d'émission du milieu à la longueur d'onde λ . Considérons l'équilibre thermodynamique local, en utilisant la loi de Kirchhoff où tout le milieu est susceptible d'absorber et d'émettre dans les mêmes proportions $\kappa_{\lambda,a} = \kappa_{\lambda,e}$. Le rayonnement émis par un élément ds est calculé comme suit :

$$dl_{\lambda,e}(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) = \kappa_{\lambda,a}l_{\lambda}^0(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})ds \quad (\text{III. 13})$$

III.4.3.4 Extinction et épaisseur optique

Comme l'absorption et la diffusion sont décrites du même formalisme, et présentent un effet combiné d'atténuation du rayonnement le long d'une longueur élémentaire ds , il est recommandé de les regrouper sous une appellation commune dite « *extinction* ». Le coefficient d'extinction est alors décrit comme suit :

$$\kappa_{\lambda} = \kappa_{\lambda,a} + \kappa_{\lambda,d} \quad (\text{III. 14})$$

L'intégration de ce coefficient le long de la tranche traversée par le rayonnement donne naissance à un paramètre très important τ_λ dit « épaisseur optique » :

$$\tau_\lambda(\mathbf{s}) = \int_0^s \kappa_\lambda(\mathbf{s}') ds' \quad (\text{III. 15})$$

III.4.4 Équation de transfert radiatif ETR

III.4.4.1 Bilan énergétique

Considérons un volume élémentaire de longueur ds et une direction $\mathbf{\Omega}$ comme présenté sur Figure III.5. Un bilan énergétique doit être utilisé afin d'obtenir l'équation de transfert radiatif qui présente une équation intégro-différentielle dont la variable est la luminance.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Variation de} \\ \text{la luminance} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Atténuation par} \\ \text{diffusion + Absorption} \end{array} \right\} = \{ \text{Emission} \} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Renforcement} \\ \text{par diffusion} \end{array} \right\}$$

Comme déjà décrit, les deux pertes par absorption et diffusion sont regroupées sous l'appellation extinction donc le bilan énergétique devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Variation de} \\ \text{la luminance} \end{array} \right\} + \{ \text{Extinction} \} = \{ \text{Emission} \} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Renforcement} \\ \text{par diffusion} \end{array} \right\}$$

À partir de ce bilan de luminance et pour une longueur d'onde λ , l'ETR s'écrit comme suit :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial l_\lambda(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})}{\partial t} + \frac{\partial l_\lambda(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})}{\partial s} + (\kappa_{\lambda,a} + \kappa_{\lambda,d}) l_\lambda(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) = \kappa_{\lambda,e} l_\lambda^0(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) + \kappa_{\lambda,d} D_\lambda(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) \quad (\text{III. 16})$$

Le terme temporel $\frac{1}{c} \frac{\partial l_\lambda(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})}{\partial t}$ est négligé, comme c présente la célérité. Les termes de diffusion seront négligés comme le milieu semi-transparent dans ce travail de thèse est considéré gris (donc l'indice λ est à omettre), absorbant-émettant et non-diffusant et à l'équilibre thermodynamique donc l'équation du transfert radiatif prend la forme suivante :

$$\frac{\partial l(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s})}{\partial s} + \kappa l(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) = \kappa l^0(\mathbf{\Omega}, \mathbf{s}) \quad (\text{III. 17})$$

Le terme de transport ou variation de luminance peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial l}{\partial s} = \mathbf{\Omega} \cdot \nabla l = \nabla \cdot (\mathbf{\Omega} l) \quad (\text{III. 18})$$

Puisque la direction $\mathbf{\Omega}$ est indépendante de la divergence de flux de $\mathbf{\Omega} l$ car les chemins optiques sont rectilignes. L'équation (III. 17) prend la forme suivante :

$$\nabla \cdot \mathbf{\Omega} l + \kappa l = \kappa l^0(T) \quad (\text{III. 19})$$

L'équation de transfert radiatif pour un milieu semi-transparent gris, absorbant-émettant et non-diffusant est alors définie sous la forme cartésienne comme suit :

$$\mu \frac{\partial l}{\partial x} + \eta \frac{\partial l}{\partial y} + \xi \frac{\partial l}{\partial z} + \kappa l = \kappa l^0(T) \quad (\text{III. 20})$$

$$\text{avec} \quad \boldsymbol{\Omega} = \mu \mathbf{i} + \eta \mathbf{j} + \xi \mathbf{k}$$

III.4.4.2 Conditions aux limites

Pour intégrer l'équation de transfert radiatif et par la suite la résoudre, la valeur de la luminance sortant de la paroi doit être identifiée. Pour des parois opaques et diffuses, l'intensité quittant une paroi dans une certaine direction peut être exprimée comme suit :

$$l(\boldsymbol{\Omega}_{(\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n} > 0)}, \mathbf{s}_p) = \varepsilon_p l^0(T_p) + \frac{1 - \varepsilon_p}{\pi} \int_{(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \mathbf{n} < 0)} l(\boldsymbol{\Omega}', \mathbf{s}_p) |\boldsymbol{\Omega}' \cdot \mathbf{n}| d\Omega' \quad (\text{III. 21})$$

où \mathbf{s}_p est un point de la paroi, \mathbf{n} est la normale en point \mathbf{s}_p quittant la paroi, T_p et ε_p sont la température et l'émissivité de la paroi respectivement. $\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n} > 0$ caractérise une direction du rayonnement partant de la paroi. À l'opposé $\boldsymbol{\Omega}' \cdot \mathbf{n} < 0$ repère un rayonnement incident.

III.4.5 Équation de la divergence du flux

L'identification de la divergence du flux de chaleur radiative permet également d'identifier la source radiative S_R qui présente un paramètre très intéressant, car il met en relation le transfert par rayonnement avec la conservation globale de l'énergie c'est-à-dire c'est le terme qui permet de connecter le transfert de chaleur radiatif avec les autres modes de transfert (conduction et/ou convection). Intégrons l'équation du transfert radiatif (III. 19) sur tout l'espace 4π sr :

$$\nabla \cdot \int_{4\pi} \boldsymbol{\Omega} l d\Omega + \kappa \int_{4\pi} l d\Omega = \kappa \int_{4\pi} l^0(T) d\Omega \quad (\text{III. 22})$$

Comme l'émission $l^0(T)$ est indépendante de la direction $\boldsymbol{\Omega}$:

$$\kappa \int_{4\pi} l^0(T) d\Omega = 4\pi\kappa l^0(T) \quad (\text{III. 23})$$

Sachant que les expressions de la densité de flux radiatif \mathbf{q}_R et du rayonnement incident G sont respectivement :

$$\mathbf{q}_R(\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{s}) = \int_{4\pi} \boldsymbol{\Omega} l d\Omega \quad (\text{III. 24})$$

$$G(\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{s}) = \int_{4\pi} l d\Omega \quad (\text{III. 25})$$

Une simple identification entre les équations (III. 22) – (III. 25) permet d'écrire l'expression de la divergence du flux radiatif comme suit :

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \kappa(4\pi l^0(T) - G) \quad (\text{III. 26})$$

Introduisons la loi de Stefan-Boltzman (III. 10), l'équation de la divergence du flux radiatif s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \kappa(4\sigma T^4 - G) \quad (\text{III. 27})$$

Le premier terme représente l'énergie émise et le second terme l'énergie absorbée. On remarque que la diffusion n'intervient plus ici.

Lorsque les trois modes de transfert de chaleur (conduction, convection et rayonnement) sont présents, l'équation de conservation d'énergie s'écrit sous sa forme générale :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \mathbf{q}_R + S \quad (\text{III. 28})$$

avec ρ , c_p et k présentent respectivement la masse volumique, la chaleur spécifique et la conductivité thermique du milieu. T présente la température et \mathbf{u} le vecteur de la vitesse d'écoulement et S l'ensemble des termes sources, autres que ceux d'origine radiative ($-\nabla \cdot \mathbf{q}_R$). Plus de détails sur le développement de l'équation de transfert radiatif sont disponibles dans l'ouvrage de Modest [44].

III.5 Transfert de chaleur

Dans ce travail, pour quantifier le comportement thermique de la cavité, les nombres de Nusselt local et moyen (convectif, radiatif et total) sont utilisés. Étant donné qu'en régime stationnaire, les nombres de Nusselt moyens le long des parois chaudes et froides sont les mêmes, il n'est pas nécessaire de donner une attention particulière aux nombres de Nusselt de la cavité et à celui du corps interne [4]. Par conséquent, dans ce travail, l'attention se concentrera par la suite sur le nombre de Nusselt de la cavité. Cette grandeur caractéristique est adimensionnée par un flux de conduction de référence.

Le nombre de Nusselt local convectif sur les parois verticales et horizontales est défini respectivement comme suit :

$$Nu_{con} = \frac{L}{(T_c - T_f)} \left| \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0,L} \quad (\text{III. 29})$$

$$Nu_{con} = \frac{L}{(T_c - T_f)} \left| \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0,L} \quad (\text{III. 30})$$

Pour le nombre de Nusselt local radiatif sur les parois verticales et horizontales, c'est défini respectivement comme suit :

$$Nu_{rad} = \frac{L}{k(T_c - T_f)} |q_R^{net}|_{x=0,L} \quad (\text{III. 31})$$

$$Nu_{rad} = \frac{L}{k(T_c - T_f)} |q_R^{net}|_{y=0,L} \quad (\text{III. 32})$$

où q_R^{net} représente la densité de flux radiatif net sur les parois de la cavité.

Pour calculer le nombre de Nusselt convectif et radiatif moyen de la cavité, une somme pondérée des nombres de Nusselt locaux sur les 4 parois est définie comme suit :

$$\overline{Nu}_{con} = \frac{1}{4} \left[\int_0^L (Nu_{con}|_{x=0,L}) dy + \int_0^L (Nu_{con}|_{y=0,L}) dx \right] \quad (\text{III. 33})$$

$$\overline{Nu}_{rad} = \frac{1}{4} \left[\int_0^L (Nu_{rad}|_{x=0,L}) dy + \int_0^L (Nu_{rad}|_{y=0,L}) dx \right] \quad (\text{III. 34})$$

Le nombre de Nusselt local total et moyen total sont définis respectivement comme suit :

$$Nu = Nu_{con} + Nu_{rad} \quad (\text{III. 35})$$

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_{con} + \overline{Nu}_{rad} \quad (\text{III. 36})$$

III.6 Couplage convection-rayonnement

Dans cette section, nous allons présenter le couplage convection-rayonnement. Comme le montre l'équation de conservation d'énergie (III.4), le terme source radiatif présente l'élément clé de coordination entre le rayonnement et la convection. Cette coordination à une itération donné « n » se fait par un échange de donnée entre le code radiatif et le code convectif comme suit :

- Le champs thermique de l'itération précédente « n - 1 » est utilisé par le code radiatif pour déterminer les luminances et par la suite le terme sources radiatif de la $n^{\text{ème}}$ itération pour chaque maille.
- Le code convectif passe à l'identification du champs dynamique.
- Ensuite, le code convectif procède à la résolution de l'équation d'énergie pour déterminer le champs thermique de la $n^{\text{ème}}$ itération en utilisant le terme source radiatif déjà évalué et le nouveau champs dynamique.
- Ce champs thermique est utilisé pour le calcul radiatif et l'identification du champs dynamique de la prochaine itération et ainsi de suite.

Références

- [1] Boussinesq, J., “Théorie Analytique de La Chaleur,” 1903.
- [2] Kim, J., Kim, D., and Choi, H., “An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 1, 2001, pp. 132–150 doi: 10.1006/jcph.2001.6778.
- [3] Modest, M. F., *Radiative Heat Transfer*. 2013.
- [4] Moukalled, F., and Acharya, S., “Natural Convection in the Annulus between Concentric Horizontal Circular and Square Cylinders,” *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 3, 1996, pp. 524–531 doi: 10.2514/3.820.

CHAPITRE IV
METHODES NUMERIQUES DE
RESOLUTION

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les méthodes utilisées pour la résolution de système d'équation présenté auparavant. Trois méthodes fondamentales sont utilisées pour la résolution des différents problèmes (écoulement, interaction fluide-structure et transfert radiatif) : la méthode des volumes finis, la méthode des frontières immergées et la méthode des ordonnées discrètes. Le chapitre se termine par une étude de sensibilité de maillage et la validation du code de calcul.

IV.2 Volumes finis

La méthode des volumes finis est considérée comme la méthode la plus populaire dans la littérature pour la résolution des problèmes d'écoulement. Elle permet de remplacer des problèmes continus par un problème discret tout en assurant une excellente qualité de conservation. Ce procédé est appelé « *discrétisation* » et se déroule en deux étapes principales :

- La discrétisation du domaine de calcul (maillage).
- La discrétisation des équations de base.

IV.2.1 Discrétisation du domaine de calcul

Cette procédure dite « *maillage* » consiste à diviser le domaine d'étude en un ensemble de cellules pour avoir un ensemble de volumes de contrôle du domaine sur lequel on va appliquer une méthode numérique. Une fois, discrétiser le domaine, la première question consiste à identifier les points du domaine où les valeurs des variables dépendantes inconnues doivent être calculées. Pour répondre à cette question, deux approches sont couramment utilisées :

- Maillage colocalisées « *non-staggered grid* » où le stockage de toutes les variables se fait aux centres des volumes de contrôle.
- Maillage décalé « *staggered grid* » introduit par Harlow et Welsh [1] où la variable scalaire est stockée dans le centre du volume de contrôle comme la pression et la température, tandis que les vitesses sont placés sur les faces de la cellule comme présenté sur la figure IV.1.

Il est bon de noter que si les vitesses et les pressions sont les deux définies aux centres des volumes de contrôle, un champ de pression non-uniforme peut agir comme un champ uniforme dans les équations discrétisées de la quantité de mouvement [2] donc le plus grand avantage la disposition décalé est l'excellent couplage entre les vitesses et la pression, ce qui permet d'éviter certains problèmes de convergence et de découplage pression-vitesse. Dans le présent travail de cette thèse, un maillage Cartésien uniforme décalé a été choisi.

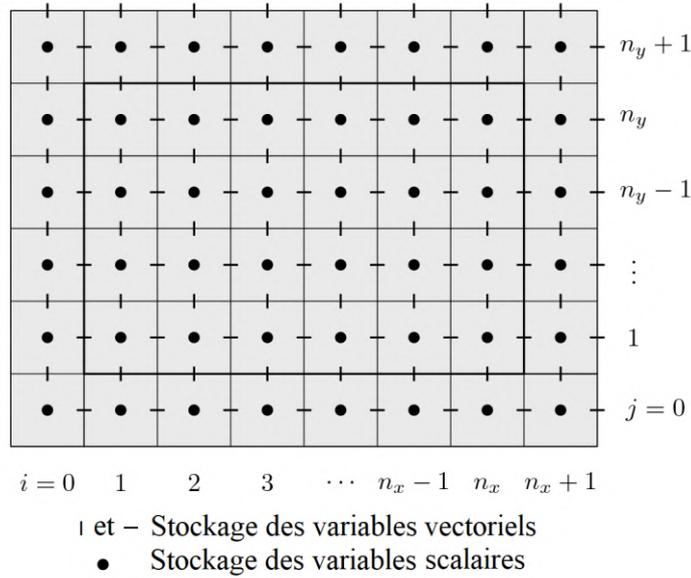


Figure IV. 1 Stockage des variables pour un maillage de type décalé.

IV.2.2 Discrétisation des équations

Comme déjà décrit, le but de la discrétisation des équations est d'obtenir un système linéaire d'un nombre fini d'équations discrètes. L'intégration de l'équation de continuité pour un seul volume de contrôle fluide a la forme suivante :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \tag{IV. 1}$$

Avec : F_e, F_w, F_n et F_s sont les flux convectif sur les faces du volume de contrôle comme présenté sur la figure IV.2 tels que :

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y, F_w = (\rho u)_w \Delta y \tag{IV. 2}$$

$$F_n = (\rho v)_n \Delta x, F_s = (\rho v)_s \Delta x \tag{IV. 3}$$

Une fois intégrer l'équation de quantité de mouvement (III. 2) pour chaque volume de contrôle, une forme générale de ce type est obtenue :

$$a_p u_p = a_w u_w + a_s u_s + a_e u_e + a_n u_n + b \tag{IV. 4}$$

Le terme b représente les termes sources et les coefficients a_e, a_w, a_n et a_s présentent les coefficients liées au nœud E, W, N et S respectivement. a_p représente le coefficient associé au nœud P comme indiqué sur la figure IV .2. Ces coefficients dépendent de schéma de discrétisation utilisé pour le terme de diffusion et celui de convection.

Pour le terme de diffusion on a choisi le schéma de différence centrale vu sa seconde ordre de précision et un schéma « *Power law* » de Patankar [3]. Ce schéma dépend essentiellement du nombre de Peclet où le terme de diffusion est annulé si le nombre de Peclet dépasse 10 sinon le flux est interpolé par une expression polynomiale. C'est un schéma très utile dans les calculs pratiques des

écoulements ce qui a favorisé son utilisation dans des logiciels commerciaux par exemple la version 6.2 de FLUENT, ce schéma est disponible sous forme d'option de discrétisation que l'utilisateur peut choisir [2].

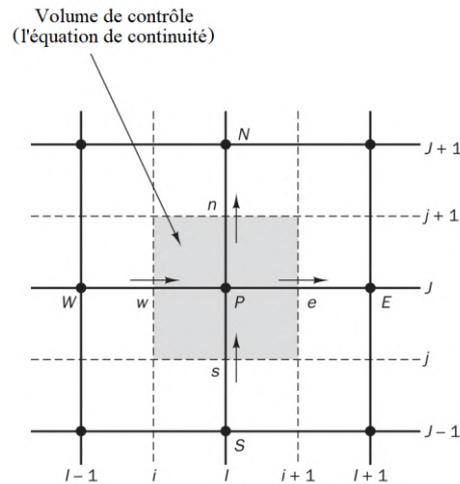


Figure IV. 2 Flux convectifs d'un volume de contrôle de l'équation de continuité.

Le domaine de calcul est décomposé en trois régions:

- Domaine fluide discrétisé comme déjà décrit.
- Domaine solide où les termes sources sont modifiés et les coefficients des nœuds voisins sont désactivés pour avoir des vitesses nulles ou une température constante $T = T_c$ à l'intérieur du corps.
- L'interface fluide-solide où les équations discrétisées sont reconstruites ou remplacées par des formules d'interpolation en se basant sur une méthode des frontières immergées comme sera expliqué dans la section suivante et de même pour les autres équations discrétisées (III.3 et III.4).

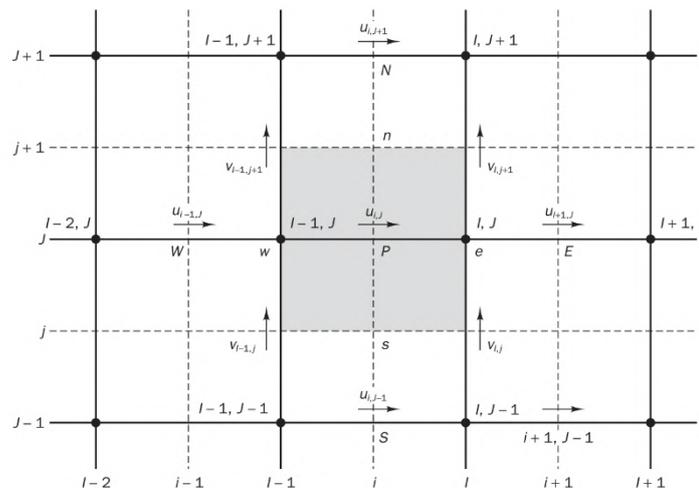


Figure IV. 3 Volume de contrôle pour l'équation de quantité de mouvement (III.2).

IV.3 Méthode des frontières immergées

Les interactions fluide-structure impliquent deux milieux distincts qui ne respectent pas les mêmes lois fondamentales et algorithmes, ce qui présente l'une des difficultés majeure même si les deux appartiennent au même domaine qui est la mécanique des milieux continus. Le terme « *frontières immergées* » (immersed boundary) a été introduit en 1972 par Peskin [4,5]. L'idée principale de cette méthode est de décrire les interactions fluide-structure dans un domaine physique le plus souvent cartésien sans avoir besoin d'une adaptation de l'interface fluide-structure avec le maillage (voir la figure IV.4). Par conséquent et contrairement aux méthodes de maillage conforme « *Body fitted grid* », l'implémentation des conditions aux limites au niveau de l'interface fluide-structure ne sera pas facile. Pour résoudre ce problème, un ou plusieurs termes de forçage sont adoptés au niveau des équations gouvernantes selon la version de la méthode des frontières immergées utilisée ce qui présente l'élément clé d'imposition des conditions aux limites à l'interface fluide-structure. La différence entre les approches de la méthode des frontières immergées (continue et discrète) réside au niveau du traitement des conditions aux limites à l'interface fluide-structure plus précisément à la façon d'implémentation et la nature du terme de forçage.

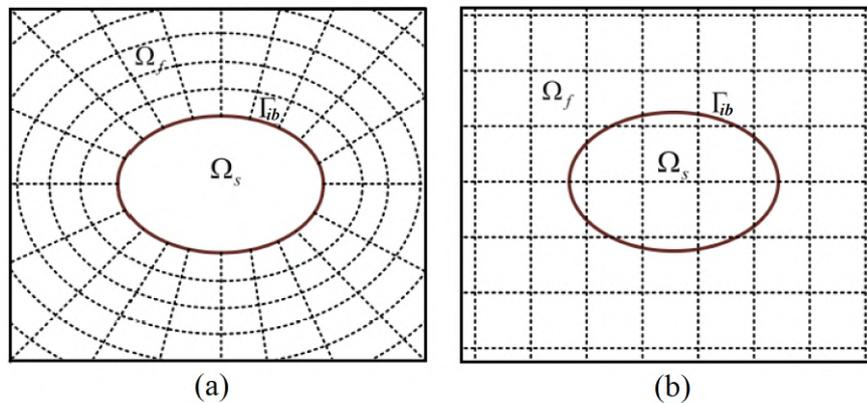


Figure IV. 4 Maillage d'un domaine solide-fluide.
(a) maillage conforme (b) maillage non-conforme au corps.

IV.3.1 Principe général

Considérons un écoulement incompressible qui passe autour d'un corps solide décrit par les équations gouvernantes suivantes :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{u} = 0 \quad \text{et}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega_f \quad (\text{IV. 5})$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_\Gamma \quad \text{à l'interface } \Gamma_{ib} \quad (\text{IV. 6})$$

où $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ présente la vitesse du fluide et $p(\mathbf{x}, t)$ la pression. Les paramètres ρ et μ sont la masse volumique et la viscosité respectivement. Le solide occupe le domaine Ω_s , le fluide occupe le domaine Ω_f et l'interface fluide-solide est notée par Γ_{ib} . Le système d'équations ci-dessus peut être allégé par la formulation suivante :

$$\mathcal{L}(\underline{U}) = 0 \quad \text{dans } \Omega_f \quad (\text{IV. 7})$$

$$\underline{U} = \underline{U}_\Gamma \quad \text{à l'interface } \Gamma_{ib} \quad (\text{IV. 8})$$

\mathcal{L} est un opérateur qui représente le système d'équations de Navier-Stokes.

L'équation (IV. 7) est discrétisée sur un maillage cartésien non adapté à l'interface fluide-solide. L'approche continue de la méthode des frontières immergées procède par une représentation de cette interface à une modification de l'équation (IV. 7) en rajoutant un terme source dit « *fonction de forçage* » (forcing function) et l'équation (IV. 7) devient :

$$\mathcal{L}(\underline{U}) = \underline{f}_b \quad (\text{IV. 9})$$

L'équation (IV. 9) s'applique à tout le domaine Ω ($\Omega = \Omega_f + \Omega_s$) avec $\underline{f}_b = (f_m, f_p)$ où f_m et f_p présentent les fonctions de forçage appliquées aux moments et à la pression respectivement. Après la discrétisation de l'équation (IV. 9) on obtient le système linéaire suivant qui sera résolu sur tout le domaine Ω :

$$[\mathcal{L}]\{\underline{U}\} = \{\underline{f}_b\} \quad (\text{IV. 10})$$

Cette approche est appelée « *continue* » puisque la fonction de forçage est implémentée au système dans sa forme continue contrairement à l'approche « *discrète* » où l'implémentation se passe après la discrétisation.

Pour l'approche discrète, l'équation (IV. 7) est discrétisée sur un maillage cartésien non-adapté en ignorant l'existence du corps solide ce qui donne le système suivant :

$$[\mathcal{L}]\{\underline{U}\} = 0 \quad (\text{IV. 11})$$

La prochaine étape est de faire un ajustement de ce système linéaire pour les cellules au voisinage de l'interface fluide-solide afin de prendre en charge l'existence d'un corps solide immergée ce qui change le système linéaire au système suivant :

$$[\mathcal{L}']\{\underline{U}\} = \{r\} \quad (\text{IV. 12})$$

où \mathcal{L}' représente le système linéaire modifié et r le terme connu d'après les conditions aux limites à l'interface fluide-solide et le système ci-dessus peut être écrit sous la forme suivante :

$$[\mathcal{L}]\{\underline{U}\} = \{f'_b\} \quad (\text{IV. 13})$$

avec
$$\{f'_b\} = \{r\} + [\mathcal{L}]\{\underline{U}\} - [\mathcal{L}']\{\underline{U}\} \quad (\text{IV. 14})$$

L'approche continue présente quelques avantages comme la facilité d'implémentation de la fonction de forçage et une bonne adaptation avec les corps élastiques ce qui a favorisé son utilisation dans le domaine biologique [5–8]. À l'opposé, elle présente des problèmes de stabilité et de précision pour les parois rigides à des nombres de Reynolds élevés à cause de la distribution de la force dans la cellule immergée et celles qui l'entourent [9] (voir la figure IV.5). Par conséquent, l'approche discrète a été proposée, comme le forçage est implémenté après la discrétisation dans le but d'augmenter la précision au voisinage de l'interface. Pour cette approche, il est recommandé de faire un forçage au niveau de l'interface afin de respecter la condition aux limites par exemple: le non-glissement (no-slip condition). L'avantage le plus important de ce groupe de méthodes de forçage discret direct est qu'elles permettent potentiellement un contrôle direct de la précision et de la stabilité numérique globale et locale (cellules d'interface), même si elles dépendent fortement du schéma de discrétisation.

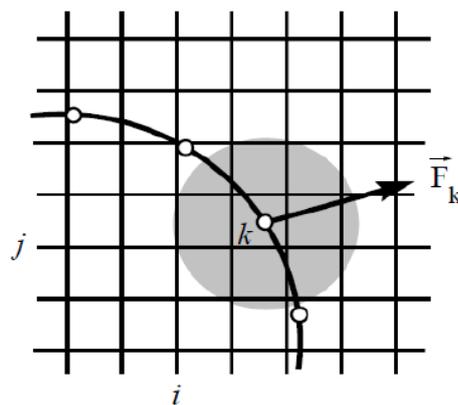


Figure IV. 5 Représentation schématique de la diffusion du terme source sur des cellules voisines de la (issu de Mittal et Iaccarino [9])

IV.3.2 L'utilisation de la méthode des frontières immergées

Cette méthode (approche discrète) qui a comme but, le traitement avec une grande précision de l'interface fluide-structure dépend essentiellement de la discrétisation du domaine. Pour les géométries 2 et 3, la nécessité d'utiliser la méthode des frontières immergées est clair mais pour un corps carré (géométrie 1), l'alignement des parois avec les nœuds de maillage Cartésien ne présente pas une nécessité d'une imposition implicite des conditions aux limites. Cependant, l'utilisation d'un maillage décalé nous oblige d'avoir l'une des variables non-coïncidant avec le maillage comme présenté sur la figure IV. 6 qui présente un échantillon du maillage au voisinage de la paroi inférieure du corps chaud pour la géométrie 1 où la frontière est indiquée par une ligne rouge et la région solide

en gris. Cette figure montre que dans ce travail, le choix était d'aligner les nœuds des scalaires avec les parois.

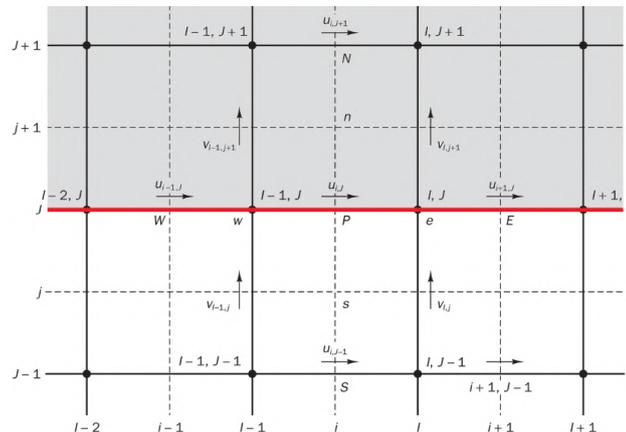


Figure IV. 6 Maillage au niveau de la paroi inférieure du corps (géométrie 1).

Par conséquent, l'imposition des conditions aux limites pour la température et la pression et l'une des composantes de la vitesse se fait d'une façon directe. Il est remarquable que les nœuds scalaires sont alignés avec la frontière ainsi que les nœuds de la composante horizontale de la vitesse $u_{i,j}$. En ce qui concerne la composante verticale $v_{i,j}$, l'une des techniques les plus utilisées est l'implémentation d'une viscosité infinie ou un coefficient a_p assez grand à l'équation (IV. 4) pour assurer une vitesse proche de zéro mais dans ce travail, elle sera imposée implicitement par la méthode des frontières immergées IB (Immersed Boundary). Le tableau IV.1 présente le type d'imposition des conditions aux limites pour chaque variable sur les autres parois.

Tableau IV.1 Type d'imposition des conditions aux limites pour la géométrie 1.

Imposition des conditions aux limites	Directe	Implicite (IB)
Paroi gauche ou droite	P, T et v	u
Paroi supérieure ou inférieurs	P, T et u	v

D'après le tableau IV. 1, nous constatons que seulement les vitesses sont considérées par l'imposition des conditions aux limites par la méthode des frontières immergées. Pour cela, il est primordial de marquer toutes les vitesses de l'interface considérées. D'autre part, pour les géométries 2 et 3, les conditions aux limites pour toutes les variables sont imposées implicitement par la méthode des frontières immergées.

IV.3.3 La méthode d'interpolation et reconstruction

Pour cette méthodologie, le forçage est appliqué directement à la cellule fluide au voisinage de l'interface fluide-solide. Par conséquent, une classification des cellules en trois catégories est exigée: les cellules solides, les cellules fluides et les cellules d'interface fluide-solide qui sont définies comme

cellules fluides ayant en moins une cellule adjacente dans le domaine solide. Les équations gouvernantes sont utilisées dans cette approche pour calculer les grandeurs physiques seulement pour les cellules fluides. Pour les cellules de l'interface, ces équations subissent une reconstruction afin de traiter les conditions aux limites sur l'interface fluide-solide par un schéma d'interpolation donné [10–14]. Cette approche a été initialement introduite par Mohd-Yusof [15] ensuite Fadlun *et al.* [10] ont utilisé le même principe en proposant trois formulations.

IV.3.3.1 Sans interpolations (Stepwise geometry)

C'est la formulation la plus simple avec une précision de l'ordre zéro qui consiste à reconstruire l'interface fluide-structure en l'adaptant avec les faces des cellules d'interface comme le montre la figure IV.7-a. La deuxième étape est d'appliquer le forçage à la cellule d'interface. Par conséquent, cette approche considère que les nœuds coïncident tout le temps avec la paroi solide ce qui donne un profil du solide "en escaliers". Cela présente l'un des inconvénients de cette approche puisque la géométrie en réalité est plus complexe. D'autre part, cette méthode donne encore des résultats acceptables si le maillage est très fin. Cette technique est utilisée pour implémenter les conditions aux limites radiatives comme sera expliquée par la suite.

IV.3.3.2 La méthode de pondération (Weighted method)

Cette approche est presque similaire à la précédente sauf que le forçage cette fois est corrigé suivant le taux de solide dans la cellule d'interface figure IV.7-b. Pour chaque cellule traversée par l'interface, on calcule un coefficient χ avec $\chi = \frac{V_s}{V_c}$ où V_s et V_c sont le volume de la partie solide de la cellule et le volume total de la cellule respectivement.

IV.3.3.3 La méthode d'interpolation linéaire

Au lieu de faire une pondération, une interpolation linéaire est utilisée pour calculer la grandeur physique au voisinage de la frontière solide en utilisant trois points (voir la figure IV.7-c).

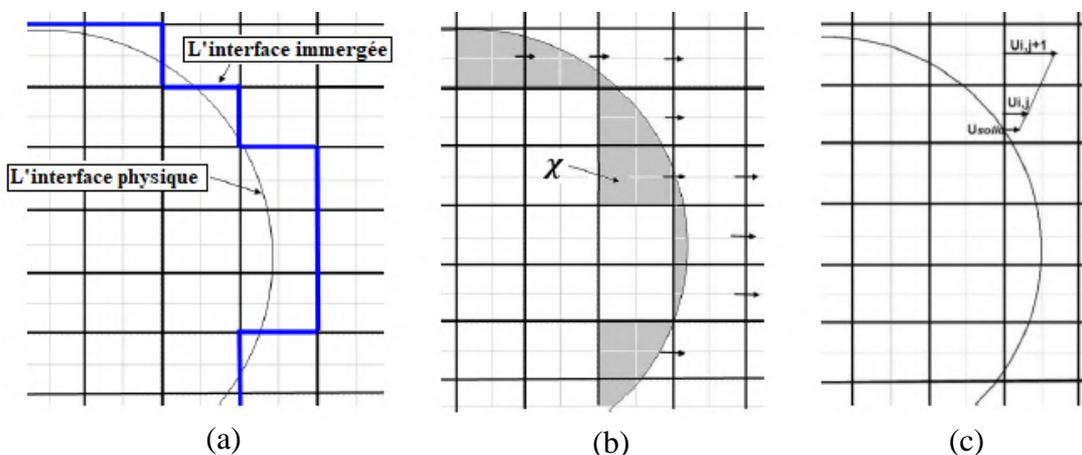


Figure IV. 7 Schémas d'interpolation de Fadlun *et al.* [10].

Par exemple la vitesse au voisinage de la frontière est reconstruite en se basant sur la vitesse sur le nœud adjacent fluide (calculée directement par la résolution des équations de Navier-Stokes) et la vitesse sur l'interface fluide-solide qui présente la condition aux limites sur l'interface fluide-solide (vitesse nulle pour une condition de non-glissement).

Cette technique a permis de conférer une très bonne précision. Par conséquent, nous l'avons choisie pour l'implémentation des conditions aux limites (no-slip condition) pour la géométrie 1. Cependant, comme la direction d'interpolation (la direction vers le deuxième nœud de fluide) prise par Fadlun *et al.* [10] est soit dans la direction du courant x soit dans la direction transversale y , le choix de la direction d'interpolation est alors arbitraire comme le montre la figure IV.8-a, ce qui peut générer des problèmes dans des configurations complexes [12] (les géométrie 2 et 3).

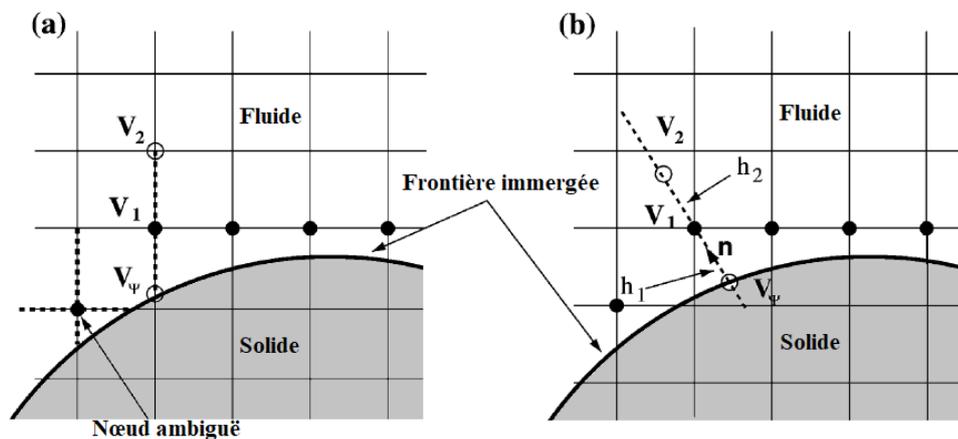


Figure IV. 8 Traitement de la cellule d'interface (a) Fadlun *et al.* [10] (b) Balaras [12] (issue de Balaras [12])

Kim *et al.* [11] et Balaras [12] ont choisi un schéma d'interpolation suivant la normale à la frontière immergée. L'algorithme de Balaras [12] sera expliqué en détail par la suite comme cette procédure d'interpolation est choisie pour l'imposition des conditions aux limite thermique et dynamique pour les géométries 2 et 3. Cet algorithme élimine les ambiguïtés associées à l'interpolation linéaire proposée par Fadlun *et al.* [10]. Deng *et al.* [16] confirment que pour les corps alignés avec les lignes de maillage, l'approche de Fadlun *et al.* [10] fonctionne très bien. Gilmanov *et al.* [17] ont utilisé l'idée de Balaras [12] pour la simulation des écoulements dans des géométries complexes en 3D.

IV.3.4 Marquage des variables de l'interface

Comme déjà décrit, après la discrétisation des équations gouvernantes, on obtient un système d'équation linéaire qui traduit l'influence des nœuds alentours sur le nœud central considéré. Si l'un de ces nœuds adjacents n'appartient pas au domaine fluide, ce n'est pas logique d'utiliser l'équation de quantité de mouvement ou de l'énergie pour calculer l'une des variables comme ces équations ne décrivent que la partie fluide. Par conséquent, les variables qui correspondent à ce nœud d'interface (seulement les deux composantes de vitesse pour la géométrie 1) ne peuvent pas être évaluées par l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie. Donc une technique de la méthode frontière immergée basée sur la reconstruction et l'interpolation de la variable concernée est utilisée pour l'évaluation des variables dans la maille concernée. Pour marquer les nœuds d'interface, il est nécessaire de balayer le domaine et vérifier si le nœud possède en moins un nœud adjacent qui appartient au domaine solide. Par exemple, sur la figure IV.6, il est clair que les vitesses $v_{I-1,j}$ et $v_{I,j}$ sont définies sur des nœuds d'interface.

IV.3.5 Reconstruction et interpolation des variables d'interface

Comme présenté sur la figure IV.6, pour calculer les vitesses $v_{I-1,j}$ et $v_{I,j}$ pour la géométrie 1, il est nécessaire de reconstruire l'équation discrétisée de quantité de mouvement en utilisant un schéma d'interpolation. Dans ce cas, on a utilisé un schéma d'interpolation linéaire proposé par Fadlun *et al.* [10], comme il n'existe aucune ambiguïté de choix de direction d'interpolation. Pour les géométries 2 et 3, l'approche proposée par Balaras [12] est utilisée pour la détermination des variables d'interface (température, vitesse et pression). Prenons l'exemple de la composante horizontale de la vitesse u , il a utilisé une interpolation linéaire en se basant sur une vitesse virtuelle $U_{virtuelle}$ dans le fluide. Balaras [12] propose trois possibilités pour le calcul de $U_{virtuelle}$ en utilisant quatre vitesses U_1, U_2, U_3 et U_4 comme le montre la figure IV.9 en utilisant l'expression suivante :

$$U_{virtuelle} = \sum_{k=1}^4 \alpha_k U_k \quad (IV. 15)$$

où α_k présente le coefficient de pondération pour chaque vitesse U_k utilisée. Balaras propose l'algorithme suivant :

- Localiser et définir les coordonnées $U_{virtuelle}$ comme présenté dans la figure IV.9 tel que $h_1 = h_2$.
- Identifier les quatre vitesses autour de la vitesse virtuelle. Il y aura par la suite trois possibilités :

1. Si toutes les vitesses $U_1 - U_4$ correspondent à des nœuds fluides figure IV.9-a, l'expression (IV. 16) est utilisée :

$$U_{i,j} = \frac{h_2}{h} U_{solide} + \frac{h_1}{h} U_{virtuelle} \quad \text{avec } h = h_1 + h_2 \quad (IV. 16)$$

2. Si l'une des vitesses $U_1 - U_4$ présente le nœud d'interface considéré pour le calcul de la vitesse comme le montre la figure IV.9-b, l'expression (IV. 16) est utilisée tout en exploitant le fait que $U_{i,j} = U_4$.
3. Si maintenant une des vitesses $U_1 - U_4$ présente un nœud d'interface (à part le nœud d'interface considéré pour le calcul de la vitesse) comme le montre la figure IV.9-c, la position de la vitesse virtuelle $U_{virtuelle}$ est à changer en augmentant la valeur de h_2 avec une distance initiale de $\frac{h_1}{4}$ d'une façon itérative jusqu'à avoir l'une des deux possibilités ci-dessus ensuite les équations (IV. 15) et (IV. 16) sont par la suite utilisées.

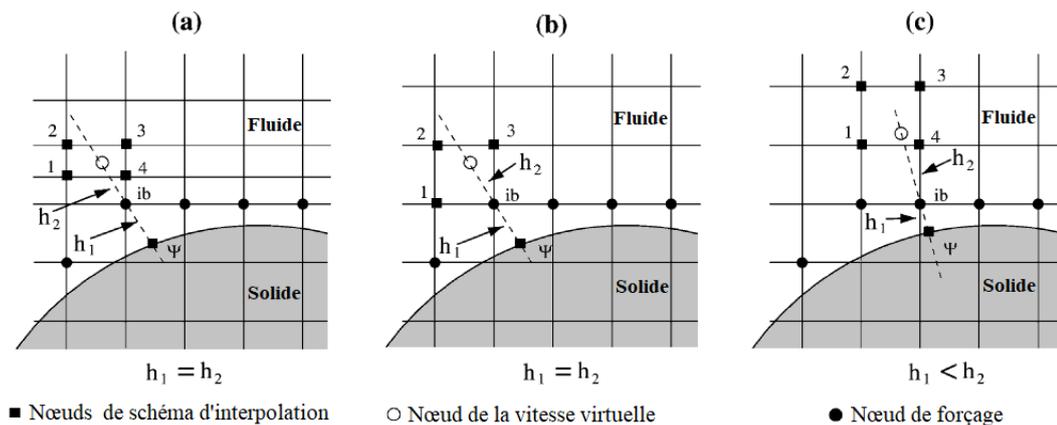


Figure IV. 9 Présentation des schémas d'interpolation de Balaras [12].

Pour la pression, l'approche proposée par Li *et al.* [18] est utilisé en imposant un gradient de pression normal nulle à l'interface :

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{IB} = 0 \quad (IV. 17)$$

IV.3.6 Terme source de masse "q" et équation de continuité

La procédure d'obtention du terme source q dans l'équation (III.1) sera expliquée dans cette section. Considérons le volume de contrôle de la géométrie 1 illustré en jaune à la figure IV.10-a, l'équation de continuité peut s'écrire comme suit :

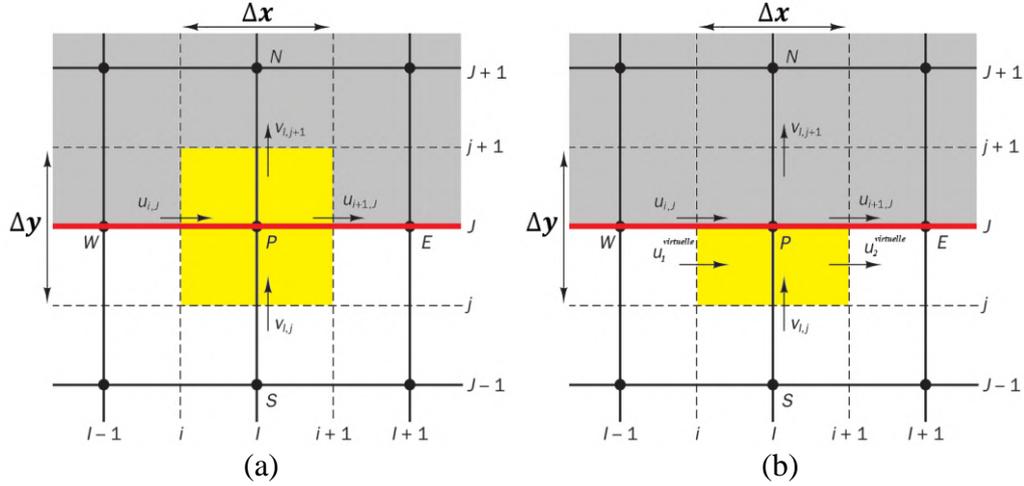


Figure IV. 10 Conservation de masse dans (a) un volume de contrôle (b) volume de contrôle reconstruit.

$$u_{i,j}\Delta y + v_{i,j}\Delta x = u_{i+1,j}\Delta y + v_{i+1,j}\Delta x \quad (\text{IV. 18})$$

Comme la condition de non-glissement est imposée, on obtient $u_{i,j} = u_{i+1,j} = 0$. En outre, la vitesse dans la partie solide est nulle donc $v_{i+1,j} = 0$. L'équation (IV. 18) devient :

$$v_{i,j}\Delta x = 0 \quad (\text{IV. 19})$$

Physiquement, et d'après la modélisation proposée c'est contradictoire, comme la vitesse au voisinage de la paroi n'est pas nulle. Par conséquent, il est nécessaire de corriger cette équation en rajoutant un terme source q et donc l'équation (IV. 19) s'adapte avec l'équation de continuité (III. 1) et s'écrit comme suit :

$$v_{i,j}\Delta x - q = 0 \quad (\text{IV. 20})$$

Pour identifier le terme source q , on coupe le volume de contrôle et on garde seulement la partie fluide, comme la partie solide ne rentre pas en jeu dans l'équation de continuité. Cette technique se base sur la méthode des cellules coupées et le nouveau volume de contrôle obtenu est présenté sur la figure IV.10-b. L'équation de continuité pour ce nouveau volume de contrôle s'écrit comme suit :

$$u_1^{virtuelle} \frac{\Delta y}{2} + v_{i,j}\Delta x = u_2^{virtuelle} \frac{\Delta y}{2} \quad (\text{IV. 21})$$

Les vitesses $u_1^{virtuelle}$ et $u_2^{virtuelle}$ présentent deux vitesses virtuelles calculées par une interpolation linéaire en utilisant la condition de non-glissement (no-slip condition) et les vitesses $u_{i,j-1}$ et $u_{i+1,j-1}$ respectivement.

Par identification l'expression du terme source q est :

$$q = \frac{\Delta y}{2} (u_2^{virtuelle} - u_1^{virtuelle}) \quad (\text{IV. 22})$$

avec:

$$\begin{cases} u_1^{virtuelle} = \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{\Delta y}{4} u_{i,j-1} + \frac{3\Delta y}{4} u_{i,j} \right) \\ u_2^{virtuelle} = \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{\Delta y}{4} u_{i+1,j-1} + \frac{3\Delta y}{4} u_{i+1,j} \right) \end{cases} \quad (\text{IV. 23})$$

En utilisant la condition de non-glissement, l'équation (IV. 23) s'écrit :

$$\begin{cases} u_1^{virtuelle} = \frac{1}{4} u_{i,j-1} \\ u_2^{virtuelle} = \frac{1}{4} u_{i+1,j-1} \end{cases} \quad (\text{IV. 24})$$

Concernant les géométries 2 et 3, le principe de la technique proposée par Kim *et al.* [11] est utilisé afin de corriger la conservation de masse dans la maille d'interface en rajoutant le terme source pour satisfaire l'équation de continuité sans avoir besoin de corriger les vitesses comme dans cette maille, il y a une approche d'interpolation qui remplace le système d'équations et par conséquent l'équation de continuité doit être désactivée sur cette maille d'interface.

IV.4 Méthode des ordonnées discrètes

L'équation de transfert radiatif est une équation intégral-différentielle dont la variable en question qui est la luminance dépend en général de trois coordonnées d'espace et de deux coordonnées angulaires sans parler d'autres variables qui peut rentrer en jeu comme la longueur d'onde pour des milieux non-gris. Malgré la complexité du transfert radiatif et les difficultés de modélisation de ses phénomènes, plusieurs méthodes de calcul ont été développées. Vu la complexité du modèle radiatif, les solutions analytiques ou exactes se limitent à certains cas particuliers et extrêmement simples [19–21]. Cela a conduit à l'élaboration de nombreuses approximations différentes pour la résolution numérique de l'équation du transfert radiatif. Comme les problèmes réels sont presque toujours de nature conjuguée, selon Howell [22], toute méthode numérique pratique devrait présenter les caractéristiques suivantes :

- Capacité de s'adapter à des géométries multidimensionnelles et complexes.
- Bonne précision dans toutes les conditions (différents degrés de diffusion des milieux, gris et non gris...).
- Facilité d'application.
- Compatibilité avec les codes de calcul de la mécanique des fluides numérique.

Temps de calcul modéré.

La méthode des ordonnées discrètes a une très bonne réputation dans la littérature et est couramment utilisée vu sa précision pour un faible temps de calcul et pour une large gamme d'épaisseur optique. Elle s'adapte immédiatement avec les solveurs de la mécanique des fluides numérique (cas de transfert couplé) en termes de maillage. Cette méthode souffre comme la méthode des volumes finis des erreurs de diffusion numérique (causée par la discrétisation spatiale) et de l'effet rayon (causé par la discrétisation angulaire). Ces problèmes peuvent être surmontés par le raffinement de maillage et par un ordre de quadrature plus élevé [23]. Cependant, ces erreurs n'affectent pas les résultats dans le cas d'un transfert de chaleur couplé [24]. Vu les avantages de cette méthode et la facilité de surmonter ses inconvénients grâce à sa rapidité (dans le cas de raffinement de maillage et le choix d'un ordre de quadrature plus élevé), la méthode des ordonnées discrètes est choisie pour le travail présenté dans cette thèse. D'autre part, cette méthode est très populaire pour la simulation des transferts couplés dans des cavités sans obstacle [25–29] ou en présence d'obstacle [30,31]. Plus de détails seront rapportés sur la mise en œuvre de la méthode dans ce qui suit.

IV.4.1 Principe de la méthode

La méthode des ordonnées discrètes a été proposée pour la première fois par Chandrasekhar [32] dans ses travaux sur les rayonnements atmosphériques et les astres. Elle a été adaptée à l'analyse du transfert de chaleur radiatif par Fiveland [33–35] et Truelove [36,37]. Cette méthode s'appuie sur une quadrature angulaire où la distribution angulaire de la luminance est remplacée par un nombre fini de M directions discrètes qui couvrent la totalité du domaine d'angles solides de 4π sr. L'espace est donc discrétisé en M directions ce qui transforme l'équation de transfert radiatif à un système de M équations aux dérivées partielles qui séparent la variation directionnelle de la variation spatiale. Le calcul de la luminance dans chaque direction discrète est effectué par chacune de ces équations. Il reste maintenant l'intégration sur l'ensemble des angles solides du domaine en utilisant l'approximation par quadrature numérique comme le montre la formule suivante :

$$\int_{4\pi} l(\Omega, s) d\Omega = \sum_{m=1}^M \omega_m l_m(s) \quad (\text{IV. 25})$$

où l'indice m présente la direction et ω_m son poids de la quadrature.

Une fois la résolution est faite, chaque point du domaine possède plusieurs valeurs de luminance. Une somme pondérée de ces valeurs permet d'obtenir la luminance locale et par la suite la divergence du flux radiatif $\nabla \cdot \mathbf{q}_R$. La quadrature S_N est la plus utilisée dans la littérature. D'autre part Thurgood et Polard [38] et Li et al. [18] ont utilisé différentes quadratures comme T_N , DCT et $SRAP_N$. Comme déjà décrit dans le chapitre précédent, il est essentiel de déterminer la luminance l dans chaque maille.

Cette luminance présente la variable en question pour l'équation de transfert radiatif afin de déterminer la divergence du flux radiatif et par la suite le terme source radiatif.

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \kappa(4\sigma T^4 - G) \quad (\text{IV. 26})$$

IV.4.2 Discrétisation angulaire et choix de quadrature

Comme l'équation de transfert radiatif doit être résolue sur chaque point de l'espace et chaque direction, une discrétisation angulaire est primordiale. Pour une quadrature S_N , le choix de son ordre N permet d'identifier le nombre total des directions qui couvrent le domaine $4\pi \text{ sr}$ comme suit $M = N(N + 2)$ directions. Par exemple S_2 a 8 directions, S_4 en a 24 et S_6 a 48. Chaque direction m est associée d'un coefficient de pondération ω_m appelé « poids de quadrature » et caractérisée par ses cosinus directeurs μ_m, η_m et ξ_m pour le cas $3D$ tels que :

$$\mu_m^2 + \eta_m^2 + \xi_m^2 = 1 \quad (\text{IV. 27})$$

De plus l'équation (IV. 28) est à satisfaire pour que l'ensemble des directions couvrent la totalité du domaine $4\pi \text{ sr}$:

$$\sum_{m=1}^M \omega_m = 4\pi \quad (\text{IV. 28})$$

La sélection des directions discrètes n'est pas arbitraire, elle doit respecter certaines hypothèses de symétrie contrairement à la méthode des volumes finis comme déjà décrit dans la section précédente ce qui présente l'un des avantages de la méthode. L'équation (IV. 29) permet de vérifier la condition souhaitable de symétrie :

$$\sum_{m=1}^M \mu_m \omega_m = 0 \quad (\text{IV. 29})$$

Les cosinus directeurs pour chaque ordre de quadrature avec leurs poids de quadrature se trouvent dans la littérature [34,37,39]. Dans la littérature la quadrature S_4 est la plus utilisée, comme elle représente un excellent compromis entre rapidité et précision. Cependant, un ordre de quadrature S_8 est utilisé afin d'éviter les erreurs liées à l'effet rayon vue la rapidité de la méthode.

IV.4.3 Calcul des grandeurs radiatives intégrales

Le calcul des intégrales (III. 24) et (III. 25) doivent se faire sous la forme discrète en utilisant les formules de quadrature qui suit :

$$\mathbf{q}_R = \int_{4\pi} \Omega l d\Omega \simeq \sum_{m=1}^M \omega_m l_m \Omega_m \quad (IV. 30)$$

$$G = \int_{4\pi} l d\Omega \simeq \sum_{m=1}^M \omega_m l_m \quad (IV. 31)$$

avec Ω_m qui présente le cosinus directeur (μ_m ou η_m) suivant l'axe considéré. Pour le calcul des flux pariétaux dans le cas des parois grises diffuses, à émission et réflexion isotropes l'équation (III. 21) est remplacée par les équations discrètes suivantes :

$$\left. \begin{aligned} l(0, y) &= \varepsilon_p L^0(T_p) + \frac{1 - \varepsilon_p}{\pi} \sum_{\mu_m < 0} \omega_m |\mu_m| l_m(0, y) \\ l(L, y) &= \varepsilon_p L^0(T_p) + \frac{1 - \varepsilon_p}{\pi} \sum_{\mu_m > 0} \omega_m \mu_m l_m(L, y) \\ l(x, 0) &= \varepsilon_p L^0(T_p) + \frac{1 - \varepsilon_p}{\pi} \sum_{\eta_m < 0} \omega_m |\eta_m| l_m(x, 0) \\ l(x, L) &= \varepsilon_p L^0(T_p) + \frac{1 - \varepsilon_p}{\pi} \sum_{\eta_m > 0} \omega_m \eta_m l_m(x, L) \end{aligned} \right\} \quad (IV. 32)$$

IV.5 Mise en œuvre en coordonnées cartésiennes

On va procéder à une présentation de son implémentation pour le modèle physique déjà décrit de dimension $L \times L$ avec un maillage cartésien de $N \times N$ mailles de taille $\Delta x \Delta y$. La cavité est remplie d'un fluide absorbant-émettant et non-diffusant et contenant un corps de forme carrée et de taille $W \times W$ pour les géométrie 1 et 2 et circulaire pour la géométrie 3. En appliquant l'équation de transfert radiatif (III. 10) en 2D à l'une des directions de la quadrature on obtient :

$$\mu_m \frac{dl_m}{dx} + \eta_m \frac{dl_m}{dy} + \kappa l_m = \kappa l^0 \quad (IV. 33)$$

L'intégration de l'équation (IV. 33) sur un volume de contrôle $\Delta V = \Delta x \Delta y$ donne :

$$\mu_m \Delta y (l_{m,E} - l_{m,W}) + \eta_m \Delta x (l_{m,N} - l_{m,S}) + \kappa \Delta V l_{m,P} = \kappa \Delta V l^0 \quad (IV. 34)$$

où E, W, N, S désigne les indices des mailles est, ouest, nord et sud respectivement par rapport à la maille P . Dans ce cas les cosinus directeurs sont positifs $\mu_m > 0$ et $\eta_m > 0$. Les luminances de départ $l_{m,W}$ et $l_{m,S}$ sont connues. Il est alors impossible de déterminer la luminance $l_{m,P}$ car

le nombre des inconnus ($l_{m,P}$, $l_{m,E}$ et $l_{m,N}$) est supérieur au nombre d'équation (une seule équation). Donc pour surmonter cet obstacle, une procédure d'interpolation est utilisée afin d'éliminer les luminances $l_{m,E}$ et $l_{m,N}$ tel que :

$$l_{m,E} = l_{m,P} + \frac{l_{m,P} - l_{m,W}}{a}, l_{m,N} = l_{m,P} + \frac{l_{m,P} - l_{m,S}}{b} \quad (\text{IV. 35})$$

Les coefficients a et b varient entre $\frac{1}{2}$ et 1. Si on considère que $a = b = \frac{1}{2}$, on parle donc d'un schéma « *diamant* » de second ordre en termes de précision. Il y a aussi le schéma « *step* » quand $a = b = 1$ ce qui donne $l_{m,E} = l_{m,W} = l_{m,P}$ avec un ordre de précision du premier ordre mais avec une stabilité meilleure. Le premier schéma peut engendrer des problèmes de stabilité et le deuxième schéma manque de précision, pour cela le schéma utilisé est celui proposé par Lathrop [39] qui peut résoudre ces problèmes tels que :

$$a = \max\left(\frac{1}{2}, 1 - \frac{|\mu_m|\Delta y}{\kappa\Delta V + 2|\eta_m|\Delta x}\right) \quad (\text{IV. 36})$$

$$b = \max\left(\frac{1}{2}, 1 - \frac{|\eta_m|\Delta x}{\kappa\Delta V + 2|\mu_m|\Delta y}\right) \quad (\text{IV. 37})$$

En remplaçant les luminances $l_{m,E}$ et $l_{m,N}$ par leur expressions (IV. 35) dans l'équation (IV. 34), on obtient l'équation suivante :

$$l_{m,P} = \frac{\frac{\mu_m\Delta y}{a} l_{m,W} + \frac{\eta_m\Delta x}{b} l_{m,S} + \kappa\Delta V l^0}{\frac{\mu_m\Delta y}{a} + \frac{\eta_m\Delta x}{b} + \kappa\Delta V} \quad (\text{IV. 38})$$

Le calcul de la luminance $l_{m,P}$ permet de déterminer les deux luminances $l_{m,E}$ et $l_{m,N}$ par les formules d'interpolation (IV. 35) puis on passe directement à la maille adjacente et comme les cosinus directeurs sont positifs la maille adjacente est la maille à l'est ($i + 1, j$) donc la nouvelle luminance sur la face ouest est la luminance de la face est pour la maille dont la luminance a été déjà calculée :

$$l_{m,W}(i + 1, j) = l_{m,E}(i, j) \quad (\text{IV. 39})$$

Le changement des signes des cosinus directeurs ne changera plus le principe mais seulement la direction du balayage du domaine et les luminances à interpoler. Par exemple pour des cosinus directeurs de signes différents tels que $\mu_m < 0$ et $\eta_m > 0$, les luminances à interpoler sont $l_{m,W}$ et $l_{m,N}$ et la direction du balayage du domaine change de l'ouest vers l'est. Pour la partie solide, toutes les luminances sont désactivées. Une fois que toutes les luminances sont déterminées dans toutes les directions, les quantités souhaitées, intégrées de manière directionnelle G et $\nabla \cdot \mathbf{q}_R$,

sont facilement déterminées par les équations (IV. 40) et (IV. 41) respectivement. La divergence de flux radiatif est par la suite incluse dans l'équation de la conservation de l'énergie (III. 4) tels que :

$$G = \sum_{m=1}^M \omega_m l_m \quad (\text{IV. 40})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \kappa(4\pi l^0(T) - G) \quad (\text{IV. 41})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{Q}_R = \frac{\nabla \cdot \mathbf{q}_R \cdot L}{4\sigma T_0^4} \quad (\text{IV. 42})$$

$$S_R = -\frac{\Theta_0}{Pl} \nabla \cdot \mathbf{Q}_R \quad (\text{IV. 43})$$

IV.5.1 Traitement de l'interface solide

Il est bon de noter que l'interface fluide-solide présente un problème pour l'imposition des conditions aux limites et évaluer le flux radiatif pariétal. Afin de surmonter ce problème, la méthode des frontières immergées est utilisée sans interpolation (step geometry). Amiri *et al.* [40] ont utilisé cette technique avec la méthode des ordonnées discrètes pour résoudre le problème de couplage conduction-rayonnement et c'est le même algorithme que nous avons utilisé dans ce travail. Cette technique est appelée aussi « Blocked-off », elle était utilisée par Byun *et al.* [41] où il l'a adoptée pour la méthode des volumes finis afin de résoudre le problème de rayonnement dans des géométries complexes.

IV.6 Résolution des équations discrétisées

La discrétisation des équations de Navier-Stokes implique la nécessité d'adopter une stratégie de résolution pour évaluer le champ des vitesses. Par conséquent, la nécessité de développer des stratégies pour résoudre le couplage vitesse-pression a poussé Patankar et Spalding [42] à proposer l'algorithme SIMPLE « *Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations* ». Cet algorithme est utilisé pour traiter le couplage pression-vitesse.

Les systèmes linéaires des équations discrétisées sont résolus de manière itérative en utilisant la méthode ADI « *Alternating Direction Implicit* » jusqu'à ce qu'elles satisfassent le critère de convergence suivant :

$$\left| \frac{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^n - \phi_{i,j}^{n-1}|}{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^n|} \right| < 10^{-6} \quad (\text{IV. 44})$$

Pour remédier des problèmes de convergence possibles surtout pour des écoulements très convectifs à des nombres de Rayleigh élevés $Ra \geq 10^5$ ou une opacité du milieu importante, nous avons utilisé des facteurs de relaxation pour l'actualisation des paramètres u , v , p ou T . Prenons l'exemple

de la vitesse u , au lieu de faire l'affectation $u_n = u_{n-1}$ pour passer à la prochaine itération, on procède à l'actualisation de la forme suivante :

$$u_n = \alpha_u u_{n-1} + (1 - \alpha_u) u_{n-1}^* \quad (\text{IV. 44})$$

els que α_u représente le facteur de relaxation de la vitesse u , l'indice n et $n - 1$ représentent l'itération, u_{n-1} et u_{n-1}^* sont respectivement la vitesse avant et après la correction. Le choix des coefficients est arbitraire, car ils ne dépendent pas du problème sauf que $0 < \alpha \leq 1$. L'optimisation de la vitesse de la de solution nécessite une expérience considérable du code lui-même, qui ne peut être acquise que par une utilisation extensive.

IV.7 Sensibilité de la solution au maillage

Avant de passer à la validation du code, il est primordial de vérifier l'influence de maillage sur la solution. Pour ce test, les résultats dans le tableau IV.2 et IV.3 sont utilisés. Le tableau IV.2 montre le nombre de Nusselt total de la géométrie 1 pour différentes tailles de maillage et trois épaisseurs optiques 0.2, 1 et 5 quand $Ra = 10^6$. Pour le tableau IV.3, un test de maillage est réalisé pour les géométries 2 et 3 pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^6$ et une épaisseur optique $\tau = 1$.

Tableau IV. 2 L'effet de maillage sur le nombre de Nusselt total pour différentes épaisseurs optiques : $Ra = 10^6$.

Nombre de mailles	40 × 40	60 × 60	80 × 80	100 × 100	120 × 120
$\tau = 0.2$	15.31	14.85 (3%)	14.59 (1.75%)	14.43 (1.1%)	14.32 (0.76%)
$\tau = 1$	13.95	13.54 (2.94%)	13.31 (1.7%)	13.17 (1.05%)	13.11 (0.46%)
$\tau = 5$	10.43	10.13 (2.88%)	9.99 (1.38%)	9.91 (0.8%)	9.87 (0.4%)

Il est remarquable qu'au-delà d'un maillage de taille 100 × 100, l'indépendance de la solution du maillage est assurée tels que le changement du nombre de Nusselt ne dépasse pas 0.8%, en passant d'un maillage de taille 100 × 100 à celui de 120 × 120. Par conséquent dans la suite de ce travail, un maillage uniforme de taille 100 × 100 est utilisé pour la géométrie 1.

Tableau IV. 3 L'effet de maillage sur le nombre de Nusselt total pour les géométries 2 et 3 : $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$.

Nombre de mailles	90 × 90	120 × 120	150 × 150	200 × 200	250 × 250
Géométrie 2	12.595	12.471 (0.98%)	12.995 (4.20%)	12.890 (0.81%)	12.830 (0.47%)
Géométrie 3	13.550	13.461 (0.66%)	13.252 (1.55%)	13.176 (0.57%)	13.158 (0.14%)

D'autre part, un maillage de taille 150 × 150 est utilisé dans ce travail comme la variation maximale du nombre de Nusselt en fonction de la taille de maillage ne dépasse pas 0.81% pour les

géométries 2 et 3 en passant d'un maillage de taille 150×150 à celui de 200×200 . Il est bien de noter que pour vaincre des problèmes de convergence, un maillage plus serré de taille 300×300 est utilisé pour les géométries 2 et 3 lorsque $Ra = 10^6$ et $\tau = 5$.

IV.8 Validation du code

Dans cette section, on va procéder à la validation du code. Cette validation se déroule essentiellement en trois parties :

- Validation du code pour le cas de la convection naturelle pure en présence de différentes formes du corps (carré, carré incliné à 45° et circulaire).
- Validation du code pour le cas de rayonnement pur dans une géométrie complexe en présence d'un milieu semi-transparent en se référant au travail de Byun et al.[41].
- Validation du code pour le couplage convection-rayonnement dans une cavité différentiellement chauffée en présence d'un milieu absorbant-émettant et non-diffusant en se référant au travail de Yücel et al. [25].

IV.8.1 Convection naturelle en présence d'obstacle

Afin de valider le code pour le cas de la convection naturelle en présence d'un obstacle carré, une simulation de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée en présence d'un obstacle carré conducteur de la chaleur est réalisée. Le Nombre de Nusselt est vérifié en comparaison avec les travaux de House et al. [43] et Saravanan et Sivaraj [44] dans le tableau IV.4.

Tableau IV. 4 Comparaison du nombre de Nusselt moyen à ceux des travaux antérieurs :

$$Ra = 10^5 \text{ et } A = 0.2.$$

Rapport de la conductivité thermique $k = k_s/k_f$	Présent travail	House et al. [43]	Saravanan et Sivaraj [44]
$k = 0.2$	4.625	4.624 (0.02%)	4.624 (0.02%)
$k = 5$	4.327	4.327 (0%)	4.324 (0.07%)

D'autre part, une deuxième validation est réalisée pour la géométrie 2 (corps carré incliné à 45°). Une comparaison avec les résultats d'Arbab *et al.* [45] est présentée dans la figure IV.11. Les résultats présentent le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour une cavité froide avec les parois horizontales adiabatiques et chauffée par un corps carré chaud incliné à 45° . Finalement, une validation du code pour le cas de la géométrie 3 (corps circulaire) est réalisée. Les résultats sont vérifiés par rapport au travail de Moukalled *et al.* [46]. Les résultats dans le tableau IV.5 présente le nombre de Nusselt pour la convection naturelle dans une cavité carrée froide chauffée par un corps circulaire de rayon $R = 0.2$.

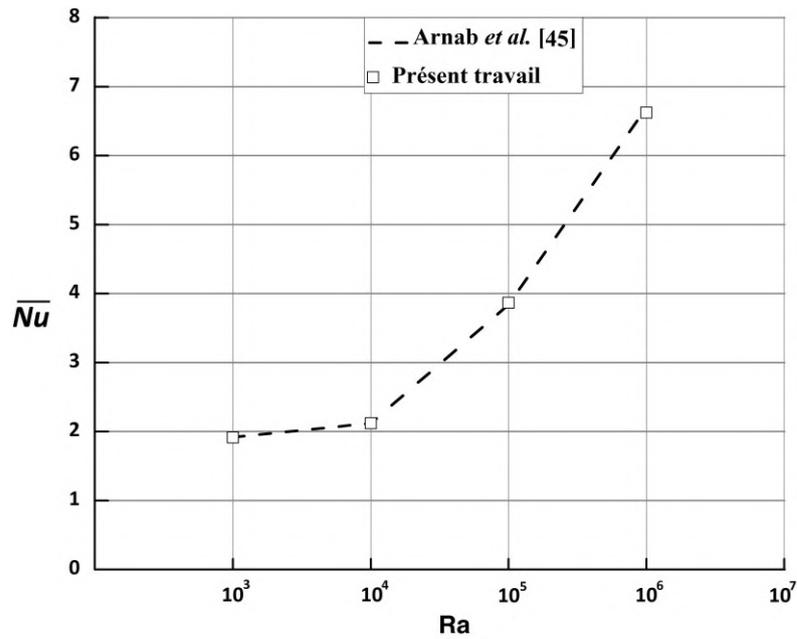


Figure IV. 11 Le nombre de Nusselt moyen de la paroi froide en comparaison avec les résultats d'Arnab *et al.* [45].

Tableau IV. 5 Nombre de Nusselt moyen du corps chaud en comparaison avec le travail de Moukalled *et al.* [46].

Nombre de Rayleigh	Présent travail	Moukalled <i>et al.</i> [46]	Ecart (%)
$Ra = 10^4$	3.243	3.331	2.63
$Ra = 10^5$	5.094	5.08	0.28
$Ra = 10^6$	9.294	9.374	0.85

IV.8.2 Rayonnement pur en présence d'obstacle

Pour vérifier la performance et la crédibilité du code pour la simulation de rayonnement pur dans des géométries complexes, le code de calcul est validé en se référant à la solution exacte du problème présenté dans la figure IV.12.

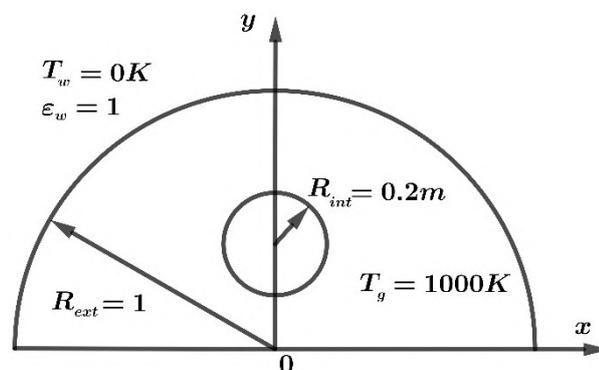


Figure IV. 12 La géométrie complexe de validation issue de Byun *et al.* [41].

La configuration dans la figure IV.12 présente une cavité semi-circulaire froide contenant un corps circulaire et un gaz chaud à la température T_g considéré comme un milieu absorbant, émettant et non-diffusant. La distribution du flux radiatif sur la paroi horizontale inférieure pour trois valeurs d'épaisseur optique 0.1, 1 et 10 est présentée sur la figure IV.13 en comparaison avec la solution exacte issue de [41].

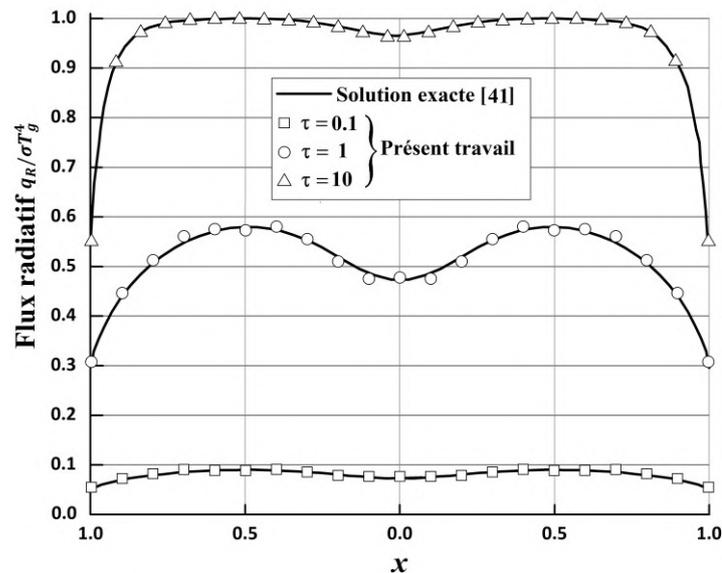


Figure IV. 13 Le flux radiatif en comparaison avec la solution exacte issue de [41].

IV.8.3 Couplage convection-rayonnement

Le tableau IV.6 présente une comparaison du nombre de Nusselt radiatif et total avec les résultats de Yücel *et al.* [25] pour une cavité différentiellement chauffée avec deux parois horizontales adiabatiques et contenant un fluide absorbant, émettant et non diffusant. Les résultats dans le tableau 4.6 présentent le nombre de Nusselt radiatif et total, respectivement pour trois épaisseurs optiques 0.2, 1 et 5 lorsque $Ra = 5 \cdot 10^6$.

Tableau IV. 6 Nombre de Nusselt radiatif et le nombre de Nusselt total en comparaison avec le travail de Yücel *et al.* [25].

Epaisseur optique	Présent travail	Yücel <i>et al.</i> [25]	Ecart (%)
$\tau = 0.2$	37.58	37.4	0.48
	46.22	46.11	0.24
$\tau = 1$	31.28	31.28	0
	38.98	38.93	0.13
$\tau = 5$	23.77	23.64	0.55
	31.83	31.76	0.22

Pour, les trois parties de validation, nous constatons que les résultats du code de calcul présentent un excellent accord avec les résultats des travaux antérieurs.

Références

- [1] Harlow, F. H., and Welch, J. E., “Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface,” *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 12, 1965, pp. 2182–2189 doi: 10.1063/1.1761178.
- [2] Versteeg, H. K., and Malalasekera, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics Second Edition*. In *Fluid Mechanics*, 2007, pp. 421–472.
- [3] Patankar, S. V., “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,,” 1980.
- [4] Peskin, C. S., “Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 10, No. 2, 1972, pp. 252–271 doi: 10.1016/0021-9991(72)90065-4.
- [5] Peskin, C. S., and McQueen, D. M., “A Three-Dimensional Computational Method for Blood Flow in the Heart I. Immersed Elastic Fibers in a Viscous Incompressible Fluid,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 81, No. 2, 1989, pp. 372–405 doi: 10.1016/0021-9991(89)90213-1.
- [6] Beyer, R. P., and Leveque, R. J., “Analysis of a One-Dimensional Model for the Immersed Boundary Method,” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 29, No. 2, 1992, pp. 332–364 doi: 10.1137/0729022.
- [7] Fauci, L. J., “Sperm Motility in the Presence Of,” Vol. 8240, No. 95, 1984.
- [8] Unverdi, S. O., and Tryggvason, G., “A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No. 1, 1992, pp. 25–37 doi: 10.1016/0021-9991(92)90307-K.
- [9] Mittal, R., and Iaccarino, G., “Immersed Boundary Methods,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 37, 2005, pp. 239–261 doi: 10.1146/annurev.fluid.37.061903.175743.
- [10] Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P., and Mohd-Yusof, J., “Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 161, No. 1, 2000, pp. 35–60 doi: 10.1006/jcph.2000.6484.
- [11] Kim, J., Kim, D., and Choi, H., “An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 1, 2001, pp. 132–150 doi: 10.1006/jcph.2001.6778.
- [12] Balaras, E., “Modeling Complex Boundaries Using an External Force Field on Fixed Cartesian Grids in Large-Eddy Simulations,” *Computers and Fluids*, Vol. 33,

- No. 3, 2004, pp. 375–404 doi: 10.1016/S0045-7930(03)00058-6.
- [13] Yang, J., and Balaras, E., “An Embedded-Boundary Formulation for Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows Interacting with Moving Boundaries,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 215, No. 1, 2006, pp. 12–40 doi: 10.1016/j.jcp.2005.10.035.
- [14] Choi, J. Il, Oberoi, R. C., Edwards, J. R., and Rosati, J. A., “An Immersed Boundary Method for Complex Incompressible Flows,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 224, No. 2, 2007, pp. 757–784 doi: 10.1016/j.jcp.2006.10.032.
- [15] Mohd-Yusof, J., “Combined Immersed Boundary/B-Spline Methods for Simulation of Flow in Complex Geometries,” *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*1, 1997, pp. 317–328 doi: 10.1016/0021-9991(72)90065-4.
- [16] Deng, J., Shao, X. M., and Ren, A. L., “A New Modification of the Immersed-Boundary Method for Simulating Flows with Complex Moving Boundaries,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 52, No. 11, 2006, pp. 1195–1213 doi: 10.1002/flid.1237.
- [17] Gilmanov, A., Sotiropoulos, F., and Balaras, E., “A General Reconstruction Algorithm for Simulating Flows with Complex 3D Immersed Boundaries on Cartesian Grids,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 191, No. 2, 2003, pp. 660–669 doi: 10.1016/S0021-9991(03)00321-8.
- [18] Li, B., Yao, Q., Cao, X., and Cen, K., “A New Discrete Ordinates Quadrature Scheme for Three-Dimensional Radiative Heat Transfer,” 1998.
- [19] Cheng, P., and Dua, S. S., “Exact Solutions for Multi-Dimensional Radiative Transfer in Non-Isothermal Spherical Media,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, No. 1, 1975, pp. 170–174 doi: 10.1016/0017-9310(75)90021-6.
- [20] Crosbie, A. L., and Schrenker, R. G., “Exact Expressions for Radiative Transfer in a Three-Dimensional Rectangular Geometry,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 28, No. 6, 1982, pp. 507–526 doi: 10.1016/0022-4073(82)90017-6.
- [21] Selçuk, N., “Exact Solutions for Radiative Heat Transfer in Box-Shaped Furnaces,” *Journal of Heat Transfer*, Vol. 107, No. 3, 1985, pp. 648–655 doi: 10.1115/1.3247473.
- [22] Howell, J. R., *RADIATIVE TRANSFER IN MULTIDIMENSIONAL ENCLOSURES WITH PARTICIPATING MEDIA.*, 1983.

- [23] Modest, M. F., *Radiative Heat Transfer*. 2013.
- [24] Lemonnier, D., Cours de l'Ecole de Printemps de Rayonnement Thermique,.
- [25] Yücel, A., Acharya, S., and Williams, M. L., "Natural Convection and Radiation in a Square Enclosure," *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 15, No. 2, 1989, pp. 261–278 doi: 10.1080/10407788908944688.
- [26] Colomer, G., Costa, M., Cònsul, R., and Oliva, A., "Three-Dimensional Numerical Simulation of Convection and Radiation in a Differentially Heated Cavity Using the Discrete Ordinates Method," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 2, 2004, pp. 257–269 doi: 10.1016/S0017-9310(03)00387-9.
- [27] Moufekkik, F., Moussaoui, M. A., Mezrhab, A., Lemonnier, D., and Naji, H., "MRT-Lattice Boltzmann Computations of Natural Convection and Volumetric Radiation in a Tilted Square Enclosure," *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 54, 2012, pp. 125–141 doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2011.11.022.
- [28] Laouar-Meftah, S., Lemonnier, D., Saury, D., Benbrik, A., and Cherifi, M., "Comparative Study of Radiative Effects on Double Diffusive Convection in Nongray Air-CO₂ Mixtures in Cooperating and Opposing Flow," *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015, 2015 doi: 10.1155/2015/586913.
- [29] Soualmi, R., Benbrik, A., ... D. L.-J. of, and 2020, U., "A Hybrid Scheme of Single Relaxation Time Lattice Boltzmann and Finite Volume Methods Coupled with Discrete Ordinates Method for Combined Natural Convection And," jcamech.ut.ac.ir.
- [30] Zhang, W., Chen, J., and Lan, F., "A Numerical Simulation of Combined Radiation and Natural Convection Heat Transfer in a Square Enclosure Heated by a Centric Circular Cylinder," *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, Vol. 49, No. 2, 2013, pp. 233–246 doi: 10.1007/s00231-012-1083-x.
- [31] Mehdi Keshtkar, M., and Amiri, B., "Numerical Simulation of Radiative-Conductive Heat Transfer in an Enclosure with an Isotherm Obstacle," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 39, No. 1, 2018, pp. 72–83 doi: 10.1080/01457632.2017.1280293.
- [32] York, S. C.-N., and 1960, undefined, "Radiative Transfer Dover Publications Inc.,"
- [33] Fiveland, W. A., "Discrete Ordinates Method for Predicting Radiative Heat Transfer in Axisymmetric Enclosures.," *American Society of Mechanical Engineers (Paper)*, 1982.

- [34] Fiveland, W. A., “Discrete-Ordinates Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures,” *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, No. 4, 1984, pp. 699–706 doi: 10.1115/1.3246741.
- [35] Fiveland, W. A., “Discrete Ordinate Methods for Radiative Heat Transfer in Isotropically and Anisotropically Scattering Media,” *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, No. 3, 1987, pp. 809–812 doi: 10.1115/1.3248167.
- [36] Truelove, J. S., “Discrete-Ordinate Solutions of the Radiation Transport Equation,” *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, No. 4, 1987, pp. 1048–1051 doi: 10.1115/1.3248182.
- [37] Truelove, J. S., “Three-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the Discrete-Ordinates Approximation,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 39, No. 1, 1988, pp. 27–31 doi: 10.1016/0022-4073(88)90016-7.
- [38] Thurgood, C. P., Pollard, A., and Becker, H. A., “The TN Quadrature Set for the Discrete Ordinates Method,” *Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, No. 4, 1995, pp. 1068–1070 doi: 10.1115/1.2836285.
- [39] Lathrop, K. D., “Spatial Differencing of the Transport Equation: Positivity vs. Accuracy,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 4, No. 4, 1969, pp. 475–498 doi: 10.1016/0021-9991(69)90015-1.
- [40] Amiri, H., Mansouri, S. H., and Safavinejad, A., “Combined Conductive and Radiative Heat Transfer in an Anisotropic Scattering Participating Medium with Irregular Geometries,” *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 3, 2010, pp. 492–503 doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2009.10.005.
- [41] Byun, D. Y., Baek, S. W., and Kim, M. Y., “Numerical Heat Transfer , Part A : Applications : An International Journal of Computation and Methodology INVESTIGATION OF RADIATIVE HEAT TRANSFER IN COMPLEX GEOMETRIES USING BLOCKED-OFF , MULTIBLOCK , AND,” No. October 2014, pp. 37–41 doi: 10.1080/713838148.
- [42] Patankar, S. V, and Spalding, D. B., “A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, 1972, pp. 1787–1806 doi: 10.1016/0017-9310(72)90054-3.
- [43] House, J. M., Beckermann, C., and Smith, T. E., “Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure,” *Numerical Heat*

Transfer; Part A: Applications, Vol. 18, No. 2, 1990, pp. 213–225 doi: 10.1080/10407789008944791.

- [44] Saravanan, S., and Sivaraj, C., “Combined Thermal Radiation and Natural Convection in a Cavity Containing a Discrete Heater: Effects of Nature of Heating and Heater Aspect Ratio,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 66, 2017, pp. 1339–1351 doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.05.004.
- [45] Kumar De, A., and Dalal, A., “A Numerical Study of Natural Convection around a Square, Horizontal, Heated Cylinder Placed in an Enclosure,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, Nos. 23–24, 2006, pp. 4608–4623 doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.04.020.
- [46] Moukalled, F., and Acharya, S., “Natural Convection in the Annulus between Concentric Horizontal Circular and Square Cylinders,” *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 3, 1996, pp. 524–531 doi: 10.2514/3.820.

CHAPITRE V
RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1 Introduction

Dans la section suivante, les résultats d'une étude numérique ont été présentés pour différents nombres de Rayleigh $10^3 - 10^6$ et trois épaisseurs optiques 0.2, 1, et 5 afin d'étudier leur effet sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur conjugué pour les trois géométries (cavité contenant: un corps carré, corps carré incliné à 45° ou corps circulaire). Le cas sans rayonnement est présenté pour visualiser clairement l'effet de sa présence. Ce chapitre commence par une étude de l'effet du nombre de Rayleigh et de l'épaisseur optique, l'influence du nombre de Planck et l'effet de la taille du corps (pour la géométrie 1) en matière des contours des lignes de courant et isothermes, ensuite l'analyse des profils de vitesse et de température est rapportée et finalement, le chapitre se termine par une présentation de l'effet des paramètres cités ci-dessus sur le taux de transfert de chaleur en termes de Nusselt local et Nusselt moyen. Toute l'étude est faite pour les trois géométries pour visualiser l'effet de la forme du corps intérieur sur l'écoulement et montrer l'influence de rayonnement sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans chaque géométrie. Le nombre de Prandtl $Pr = 0.71$ a été considéré comme constant pour l'ensemble de la simulation.

V.2 Structure d'écoulement et distribution de la température

V.2.1 Effet de l'épaisseur optique et le nombre de Rayleigh

Les figures V. 1 – V. 4 présentent les contours des lignes de courant pour différents nombres de Rayleigh $10^3 - 10^6$ et différentes épaisseurs optiques $\tau = 0.2, \tau = 1, \text{ et } \tau = 5$, en plus du cas de convection naturelle pure pour montrer l'impact du rayonnement volumique sur l'écoulement et les champs thermiques dans trois géométries différentes. On peut remarquer que les structures dynamiques et thermiques sont symétriques par rapport à la ligne centrale verticale en raison de la symétrie de la configuration. Le fluide chaud se déplace vers la paroi froide supérieure de la cavité depuis le haut du corps chaud intérieur, puis se déplace vers les parois latérales verticales après avoir heurté la paroi supérieure de la cavité et continue sa circulation vers le passage inférieur au-dessous du corps chaud pour les trois géométries. Ceci explique l'existence de deux cellules principales de recirculation contre-rotatives pour tous les cas sauf lorsque $Ra = 10^6$ et $\tau = 5$ où deux cellules secondaires apparaissent.

La figure V.1 montre que pour un faible nombre de Rayleigh $Ra = 10^3$, le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction ce qui provoque un écoulement très lent qui affaiblit l'échange radiatif entre les différentes parties du fluide puisque les forces de flottabilité jouent un rôle très important au transport de la quantité de chaleur absorbé vers d'autres parties du fluide. En conséquence, l'effet de l'épaisseur optique n'est pas important pour ce faible nombre de Rayleigh $Ra = 10^3$ à l'exception d'une réduction très légère de la circulation.

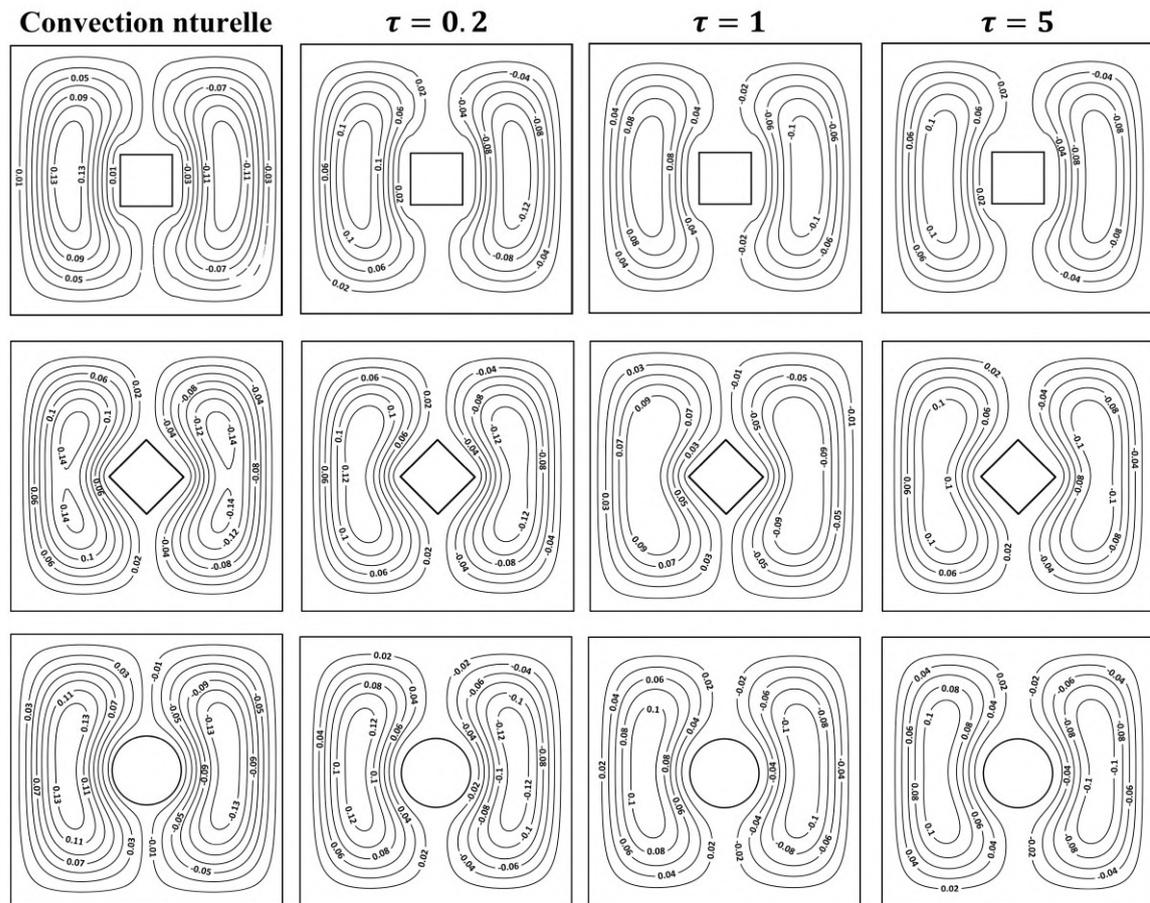


Figure V. 1 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^3$.

Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$, il est clair que les noyaux des tourbillons se localisent plus haut grâce aux forces de flottabilité, dans le cas de la convection naturelle pure ou dans le cas d'une épaisseur optique $\tau < 1$ comme présenté dans la figure V.2. Quand le rayonnement se produit, le mouvement est décéléré et les centres des tourbillons subissent un déplacement vers le centre de la cavité en fonction de l'opacité du milieu ou le fluide se chauffe rapidement au voisinage du corps chaud et devient plus stable thermiquement ce qui engendre un écoulement presque centrosymétrique pour $\tau \geq 1$ et par conséquent, la conduction s'impose encore une fois. Il est bon de noter que les géométries 2 et 3 présentent moins de résistance à l'écoulement, ce qui justifie la localisation plus haute des noyaux des tourbillons pour ces deux géométries par rapport à la géométrie 1. Cependant, nous constatons que la géométrie n'affecte pas sensiblement l'écoulement pour $Ra \leq 10^4$ puisque les corps possèdent presque la même surface chaude et occupent presque le même espace dans la cavité et comme la conduction est le mode de transfert qui domine.

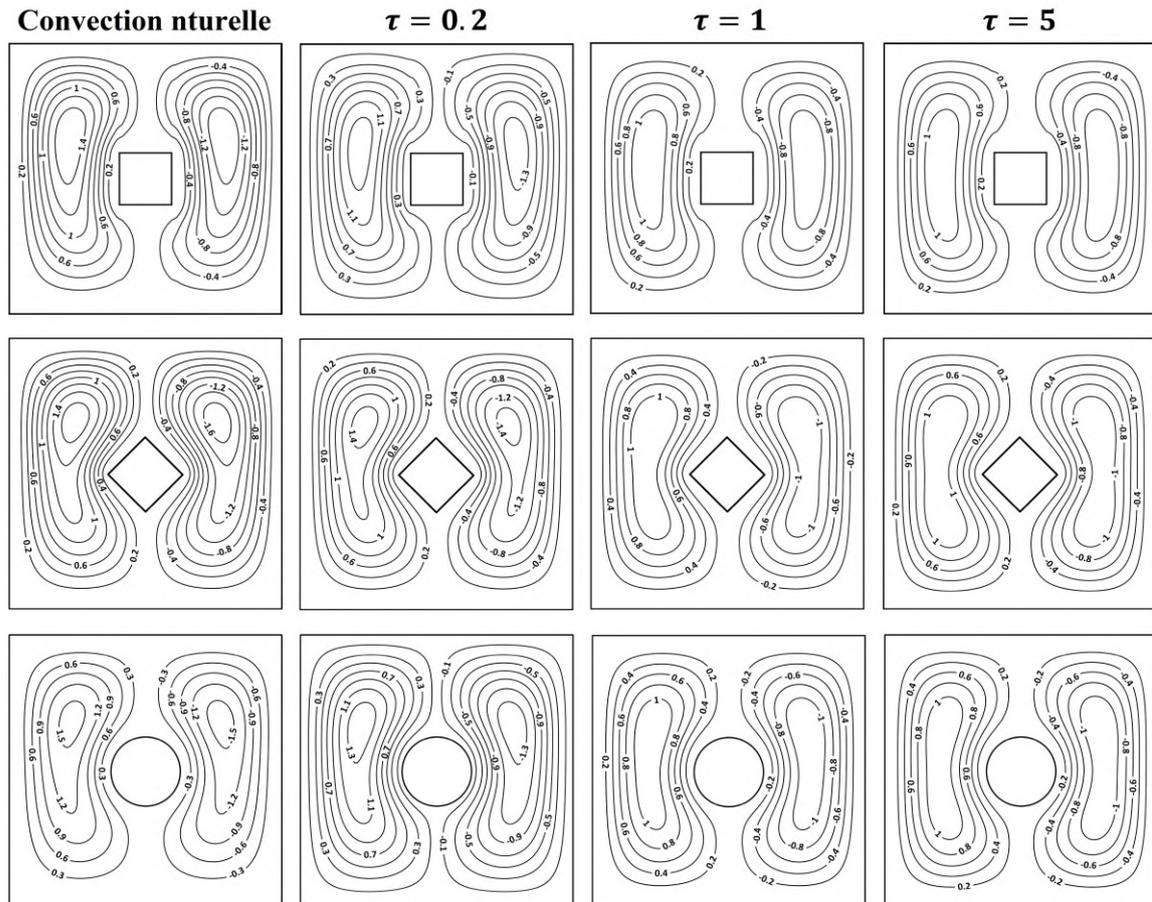


Figure V. 2 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^4$.

La figure V.3 montre la structure d'écoulement pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$. Dans ce cas, l'écoulement devient plus convectif où les noyaux des tourbillons sont poussés vers le haut grâce aux forces de flottabilité ce qui augmente la circulation de manière significative au passage supérieur et par conséquent le passage inférieur devient plus froid et stagnant. L'effet du rayonnement devient remarquable pour ce nombre de Rayleigh où les centres des tourbillons se déplacent clairement au-dessous en fonction de l'épaisseur optique ce qui affaiblit la circulation au passage supérieur et l'intensifie au passage inférieur. Nous remarquons que la circulation au passage supérieur perd beaucoup de son intensité pour la géométrie 1, quand $\tau = 1$ comme l'absorption du rayonnement par le fluide réduit le comportement convectif du fluide pour cette géométrie. Contrairement à la géométrie 1, les deux autres géométries résistent à la suppression du phénomène convectif par l'opacité du milieu grâce à leur forme qui facilite l'écoulement de la partie inférieure du corps envers le passage supérieur et c'est pourquoi le passage supérieur est encore actif pour une épaisseur optique $\tau = 1$. Quand, l'épaisseur optique passe de $\tau = 1$ à $\tau = 5$, nous remarquons que pour les géométries 2 et 3, les centres des tourbillons se localisent plus bas que la géométrie 1 comme les deux corps chauds des géométries 2 et 3 favorisent plus d'absorption de rayonnement dans la

direction diagonale depuis leurs parties inférieures ce qui tire à grande échelle les noyaux des tourbillons vers le bas, contrairement à la géométrie 1.

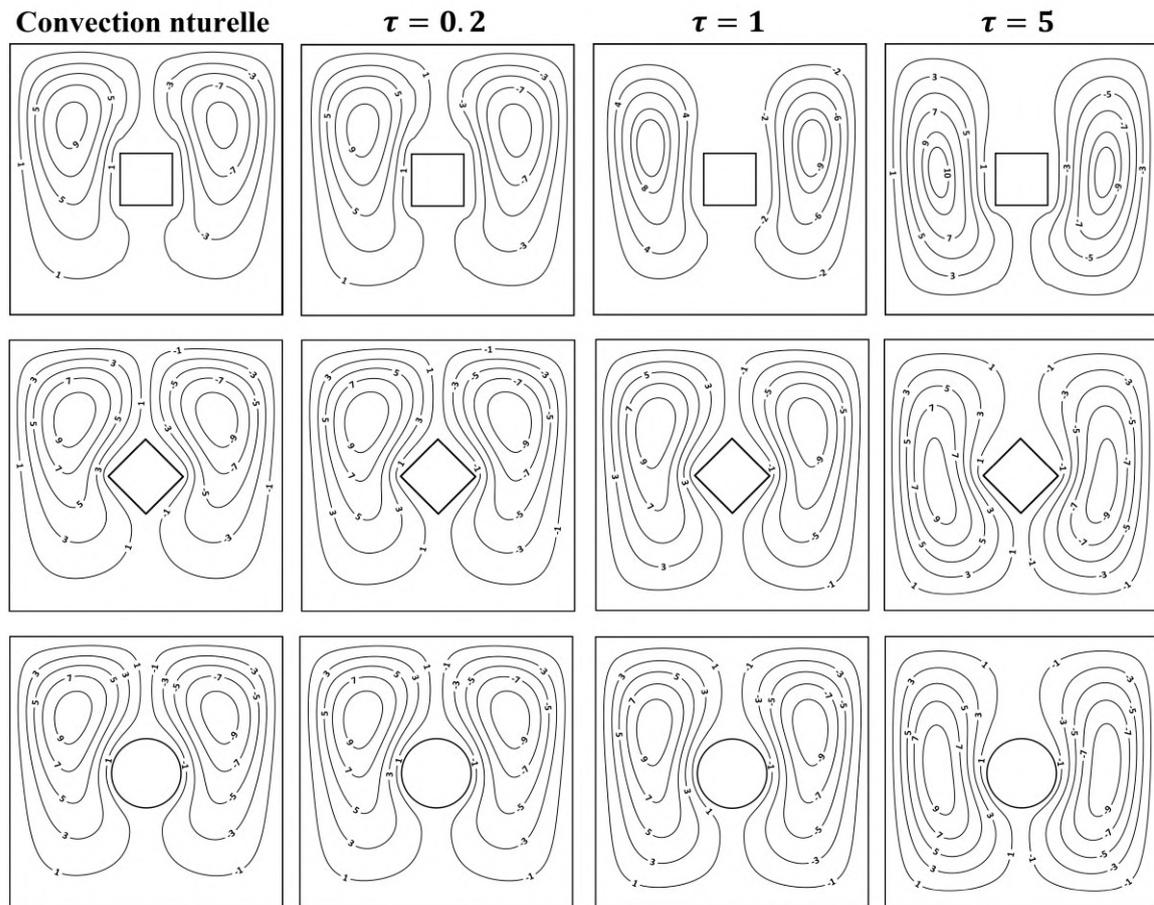


Figure V. 3 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^5$.

La figure V.4 montre les lignes de courant pour un nombre de Rayleigh plus élevé $Ra = 10^6$. La force de flottabilité intensifie significativement l'écoulement au passage supérieur où les centres des tourbillons subissent un déplacement vers le haut. Quand le rayonnement se produit, le fluide au voisinage du corps chaud absorbe rapidement de la chaleur pour faire l'échange avec les parties plus froides grâce aux forces de poussée thermique. Ce dernier phénomène justifie pourquoi un milieu plus opaque renforce la circulation dans la cavité et surtout au niveau du quart supérieur droit (ou gauche) de la cavité jusqu'à l'apparition des tourbillons secondaires pour une épaisseur optique plus élevée $\tau = 5$. De même, la circulation au passage inférieur augmente en fonction de l'épaisseur optique grâce au déplacement du noyau de tourbillon pour $\tau < 5$ et grâce à la séparation d'écoulement pour un milieu optiquement plus épais $\tau = 5$. Cette séparation d'écoulement se fait suivant des pentes et à des positions (hauteurs) différentes selon le type de géométrie, c'est pourquoi nous remarquons que la circulation dans le passage supérieur est plus intense dans la géométrie 2 où

la séparation s'est fait suivant une pente plus élevée. Par contre, la circulation dans la partie inférieure de la cavité possède un comportement inverse à celui décrit précédemment.

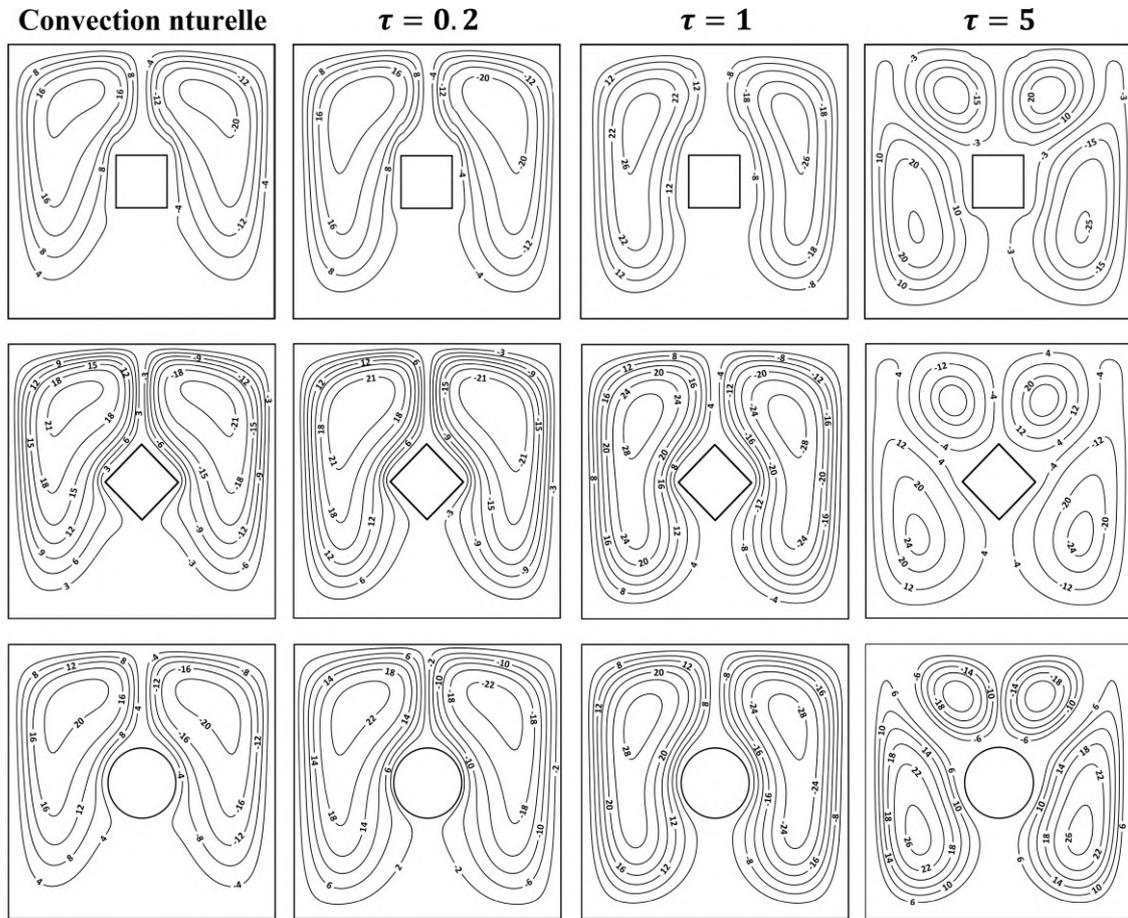


Figure V. 4 Lignes de courant pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

Les isothermes sont montrées dans les figures V.5 – V.8 pour différents nombres de Rayleigh de $10^3 - 10^6$ sans et en présence de rayonnement pour une variété d'épaisseurs optiques. Lorsque $Ra = 10^3$, les isothermes sont parallèles aux parois de la cavité comme le montre la figure V.5, ce qui indique que la conduction est le mode de transfert de chaleur qui domine indépendamment de l'opacité du milieu. Cependant, en présence de rayonnement et en augmentant l'opacité du milieu, la distribution de la température est plus homogène et l'espace entre les isothermes est plus uniforme pour les trois géométries.

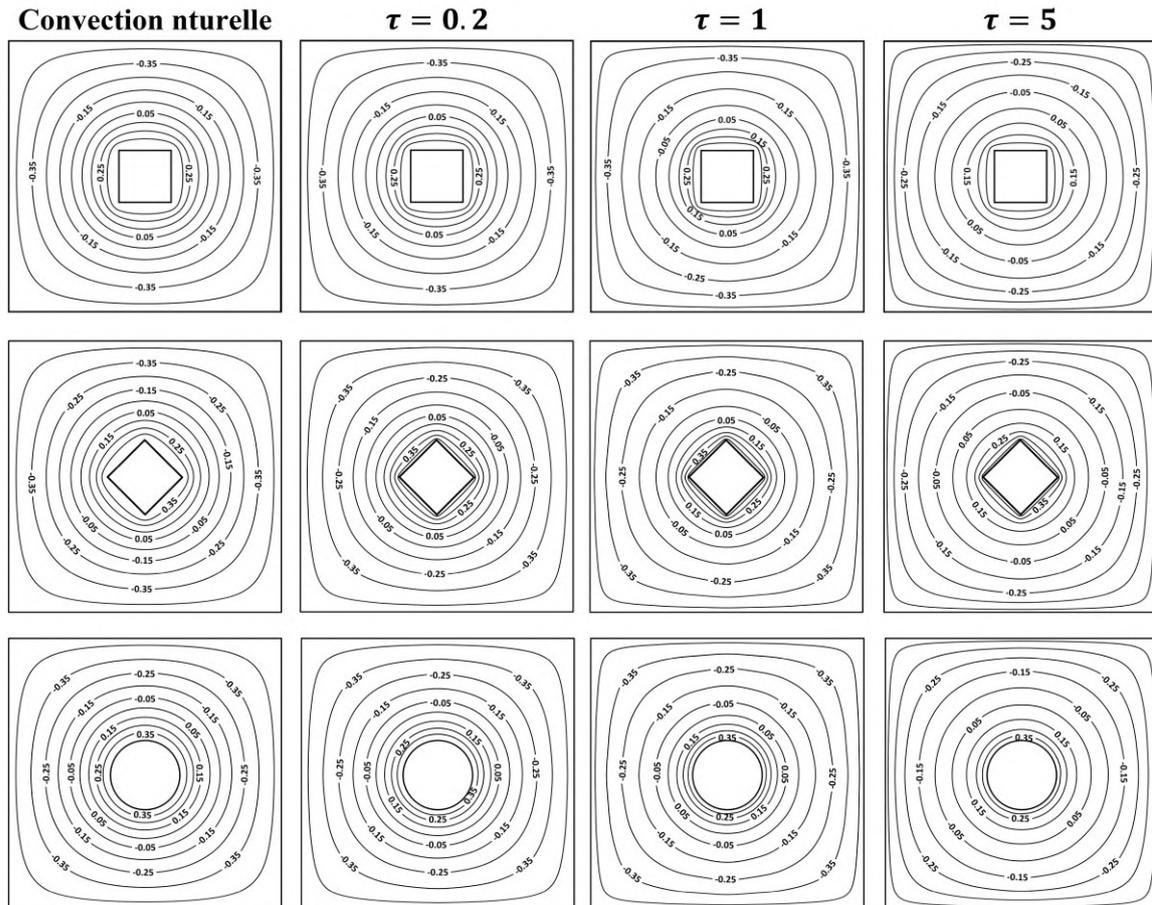


Figure V. 5 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^3$.

Contrairement à la forme concentrique des isothermes pour $Ra = 10^3$, les isothermes sont plus denses au voisinage de la paroi supérieure de la cavité et au niveau de la partie inférieure du corps chaud pour les trois géométries, lorsque $Ra = 10^4$ en raison des légères forces de poussée thermique comme le montre la figure V.6. Ce comportement est plus clair dans le cas d'absence de rayonnement ou pour une faible épaisseur optique $\tau = 0.2$. L'atténuation de rayonnement par le fluide devient plus forte en fonction de l'épaisseur optique, en conséquence la convection devient plus faible et la conduction domine à nouveau. La température devient plus homogène dans la cavité et la distribution des isothermes pour une épaisseur optique $\tau > 1$ prend une forme identique à celle

de cas du Rayleigh $Ra = 10^3$. Les isothermes des trois géométries montrent la tendance convective des deux géométries 2 et 3 qui se caractérisent par une distribution des isothermes plus serrée près de la paroi supérieure de la cavité.

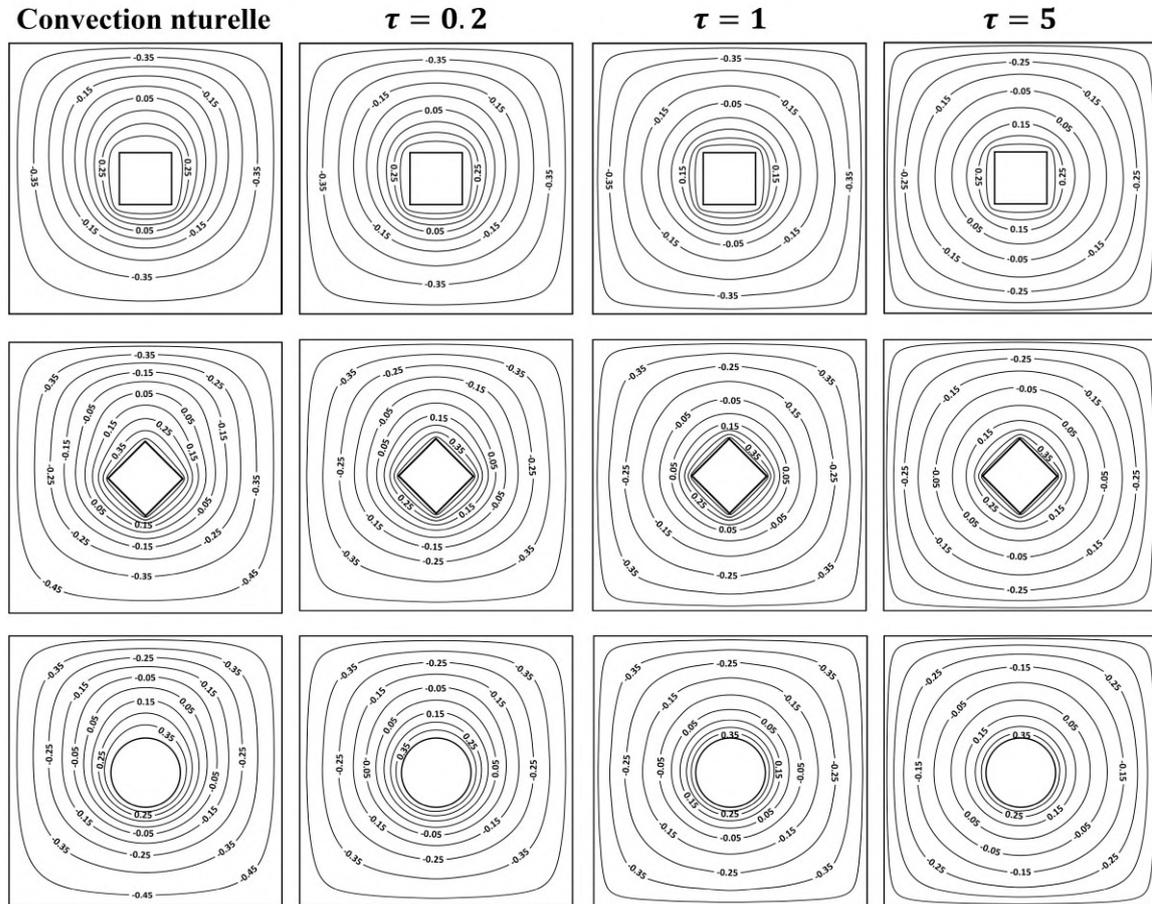


Figure V. 6 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^4$.

Lorsque $Ra = 10^5$, l'effet des forces de flottabilité est clair où une distorsion des isothermes apparaît au passage supérieur créant une large forme de panache et une couche limite mince au niveau de la paroi froide supérieure comme le montre la figure V.7. D'autre part, le fluide au niveau du passage inférieur devient stagnant et froid. Lorsque $\tau = 0.2$, le panache devient plus large en raison de l'absorption du rayonnement par le fluide. Pour une épaisseur optique plus élevée $\tau > 0.2$, le gradient de la température augmente au niveau de la paroi inférieure tandis que le panache disparaît progressivement du passage supérieur. À partir de ce nombre de Rayleigh, les écoulements dans chaque géométrie commencent à prendre des structures moins semblables. Nous constatons que pour la géométrie 1, l'effet de rayonnement est plus fort où le panache perd sa forme pour une épaisseur optique plus faible que les autres géométries $\tau > 0.2$. Quand $\tau \geq 1$, nous constatons une

tendance de séparation d'écoulement par une formation des faibles panaches diagonaux envers les coins supérieurs de la cavité comme nous allons voir pour un nombre de Rayleigh plus élevé.

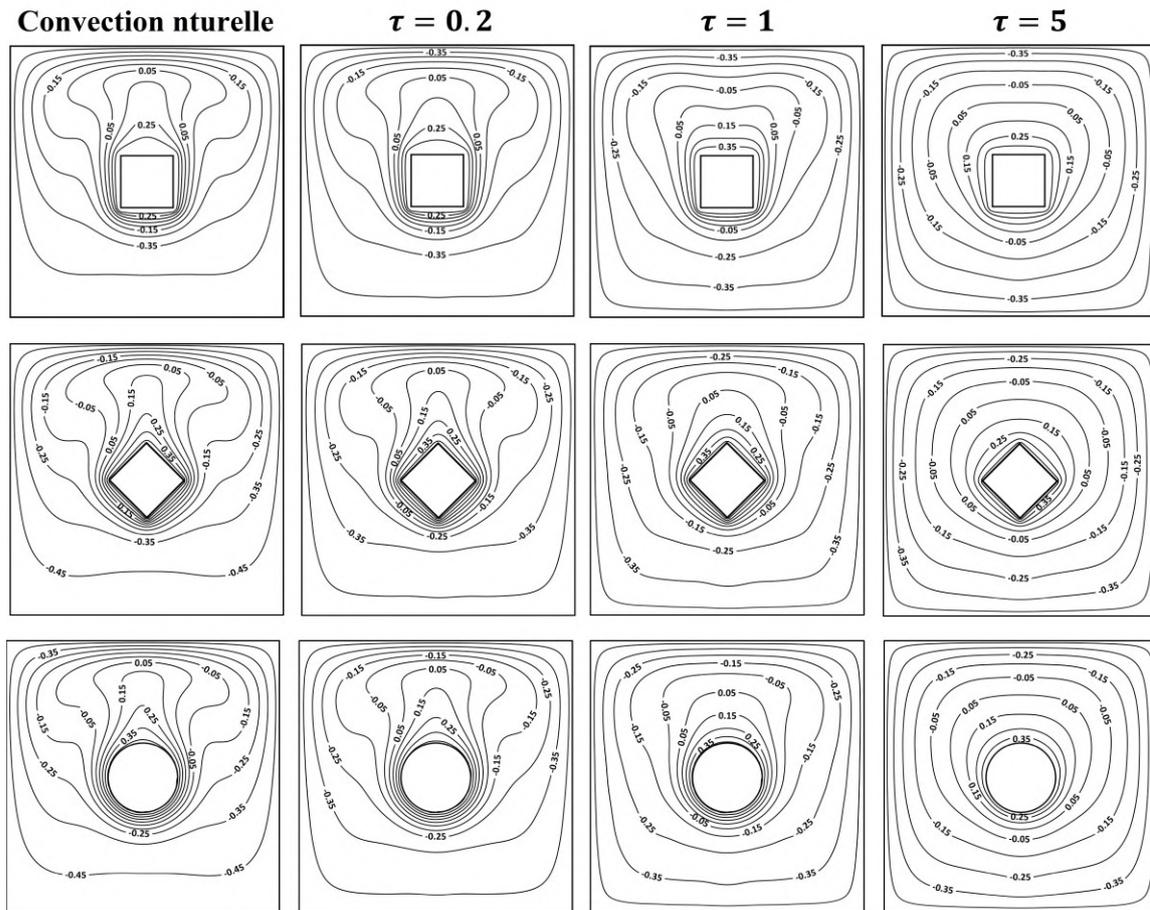


Figure V. 7 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^5$.

Pour $Ra = 10^6$, les forces de flottabilité sont plus intenses et les panaches deviennent plus minces et plus fortes ce qui produit une couche limite plus mince qui peut être remarquée clairement autour du corps interne et au niveau de la paroi froide supérieure. D'autre part, cette forte circulation et le grand transfert de chaleur au passage supérieur provoquent un fluide plus froid et stagnant au passage inférieur. Pour les différentes géométries, lorsque le rayonnement se produit et $\tau = 0.2$, les isothermes sont presque semblables à ceux du cas sans rayonnement comme la convection est très forte sauf que les passages inférieurs et latéraux deviennent plus chauds grâce à l'absorption de rayonnement par le fluide. Cependant, quand $\tau = 1$, l'absorption du rayonnement devient plus rapide et le gradient de température près des parois du corps chaud diminue ce qui donne une forme plus large de panache pour les trois géométries. Pour comprendre le phénomène d'inversion du panache, il est nécessaire de savoir que pour les trois géométries, il existe principalement deux types de convection en concurrence : convection Bénard et convection classique [1]. La convection de type Bénard joue le rôle le plus important, mais une fois le fluide devient optiquement épais par

exemple $\tau \geq 5$ la convection Bénard et classique deviennent plus compétitives. Le fluide commence à absorber plus de chaleur et augmente sa température où les passages latéraux de la cavité deviennent plus chauds ce qui pousse le fluide à s'approcher de la paroi froide (convection classique), mais comme les forces de flottabilité sont très intenses, ce fluide est poussé vers le haut. On peut dire que le fluide se déplace grâce à une convection de deux composantes : une composante verticale (convection Bénard) et une composante horizontale (convection classique) donc ces deux composantes donnent naissance à un panache diagonal et par conséquent une séparation d'écoulement au niveau des coins supérieurs. Il est bon de noter que les structures thermique et dynamique présentent un bon accord avec les contours de Zhang et al. [2] qui ont étudié une configuration similaire à la géométrie 3 pour des gradients de température plus élevés.

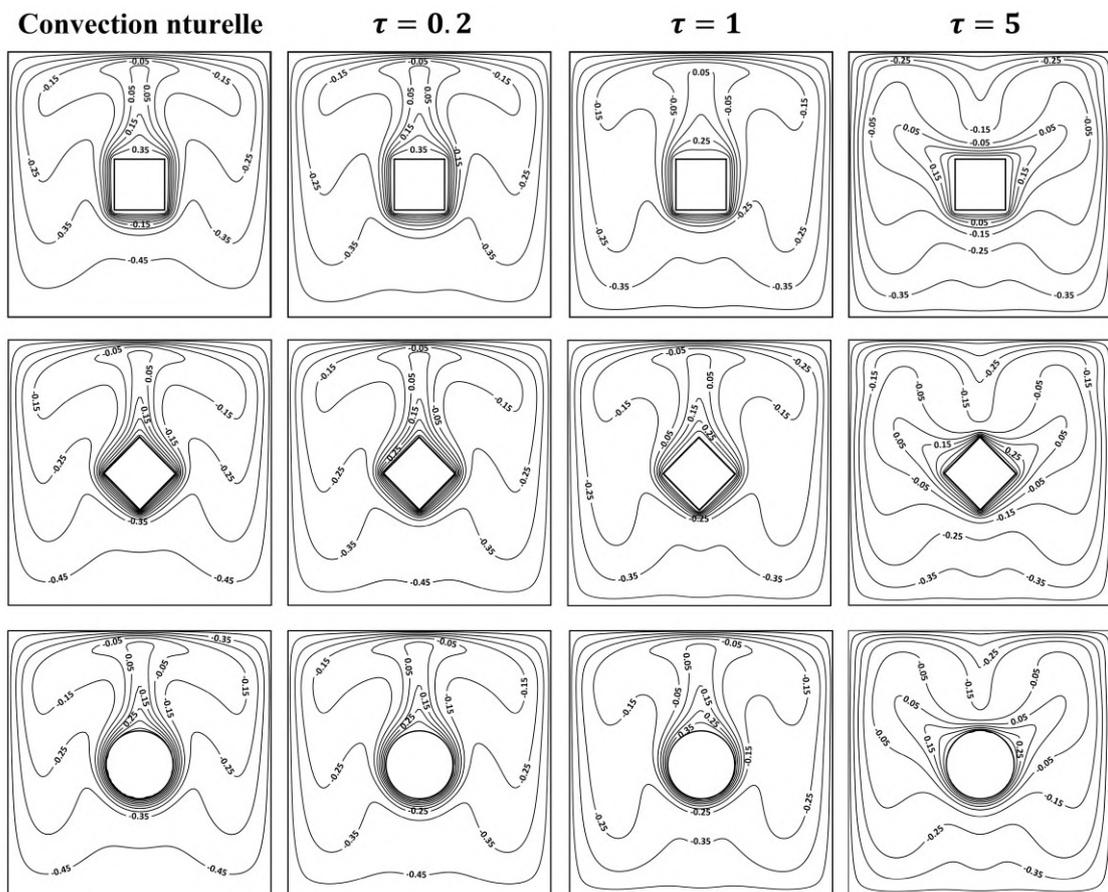


Figure V. 8 Isothermes pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

V.2.2 Effet du nombre de Planck

Dans cette partie, l'objectif est d'étudier l'effet du nombre de Planck sur la structure d'écoulement pour la géométrie 1 en termes des lignes de courant et isothermes pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^6$, une épaisseur optique $\tau = 1$ et un rapport de forme $A = 0.2$. Le nombre de Planck pour cette étude varie entre 0.01 et 1.

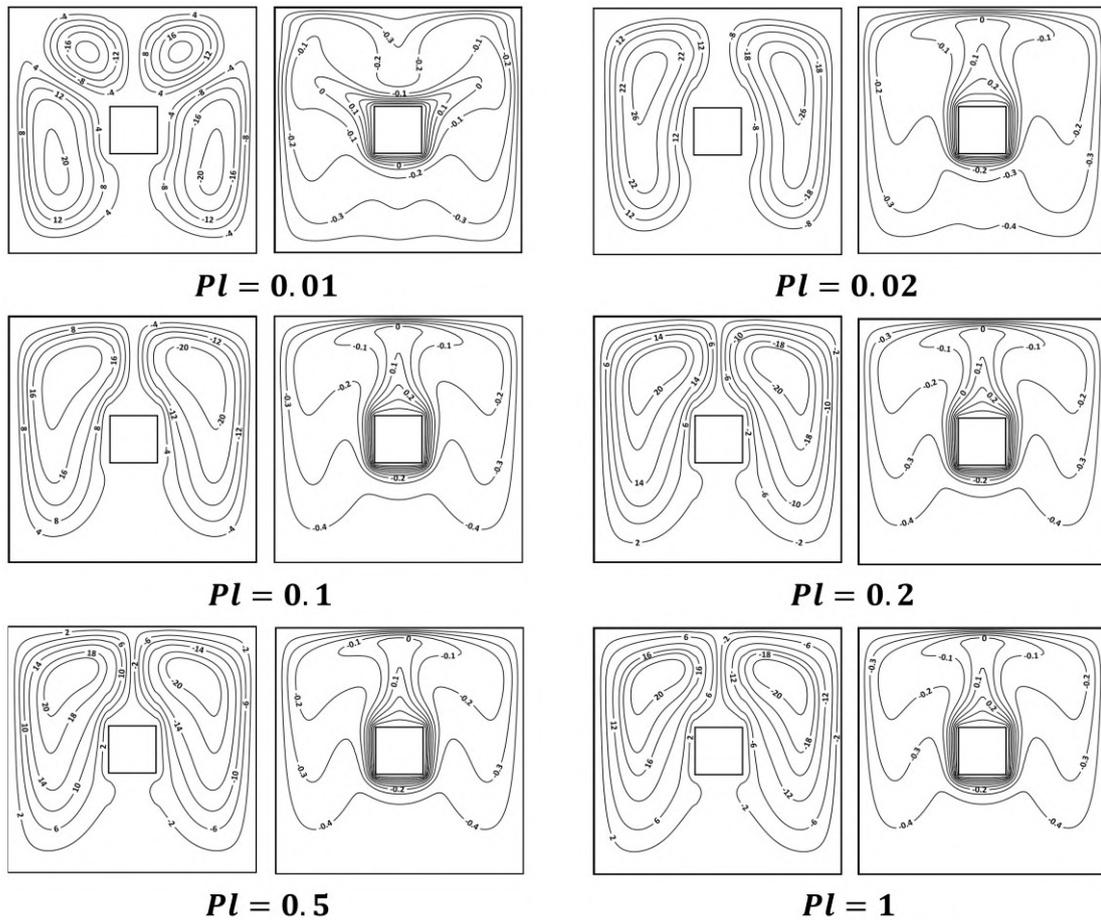


Figure V. 9 Lignes de courant et isothermes à différent nombre de Planck pour $A = 0.2$, $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$.

La figure V.9 présente le champ dynamique et le champ thermique en fonction du nombre de Planck pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^6$ et une épaisseur optique $\tau = 1$. D'après les équations (III.4) et (IV.42), le nombre de Planck présente un paramètre de contrôle de l'influence du terme source radiatif sur la solution de cette équation où le nombre de Planck est inversement proportionnel au transfert de chaleur radiatif et vice versa. Lorsque $Pl = 0,01$, l'effet du milieu participant est important où le fluide atténue une grande partie du rayonnement, ce qui augmente la température aux passages latéraux et entraîne un panache inversé avec une séparation d'écoulement, ce qui présente un comportement similaire à celui décrit auparavant, dans le cas d'un milieu optiquement plus épais $\tau = 5$. Lorsque le nombre de Planck augmente à $Pl = 0,02$, la température

au passage latéral et inférieur diminue en raison de la diminution de l'absorption de chaleur par le fluide. En outre, une couche limite plus mince est remarquée sur les parois chaudes latérales qui conduisent à un panache ascendant au passage supérieur et par conséquent, la séparation d'écoulement disparaît. Lorsque $Pl \geq 0.5$, l'effet du nombre de Planck devient négligeable ce qui donne un écoulement similaire au cas de la convection naturelle pure (voir les figures V.4 et V.8). Il est possible de remarquer sur la figure 5.9 que la circulation au passage inférieur devient plus faible lorsque le nombre de Planck augmente où le fluide est plus stagnant. A des nombres de Planck plus élevés $Pl \geq 0.1$, les noyaux des cellules de recirculation se déplacent vers le haut ce qui provoque une forme de panache plus mince en raison de la diminution de l'atténuation du rayonnement, ce qui signifie un comportement plus convectif et cela conduit à des passages latéraux et inférieurs plus froids.

V.2.3 Effet de la taille du corps

La figure V.10 et la figure V.11 résument l'effet du transfert thermique radiatif sur le champ dynamique et le champ thermique respectivement pour différents nombres de Rayleigh $10^4, 10^5$ et 10^6 , et deux rapports de forme $A = 0.4$ et $A = 0.6$ pour une épaisseur optique $\tau = 1$ et un nombre de Planck $Pl = 0.02$. Pour montrer clairement l'effet du rayonnement volumétrique sur l'écoulement, les contours de la convection naturelle sans transfert radiatif sont présentés.

La figure V.10 présente les contours des lignes de courant qui montrent clairement que la circulation augmente en fonction du nombre de Rayleigh grâce aux forces de poussée thermique, comme déjà constaté auparavant. Cependant, la circulation diminue en fonction du rapport de forme en raison des petits passages qui présentent plus de résistance au comportement convectif du fluide ce qui réduit la circulation pour des rapports de forme plus grands. En ce qui concerne le rayonnement, nous constatons que la circulation n'est pas affectée d'une façon importante surtout pour un rapport de forme $A = 0.6$. Il est bon de noter aussi que la séparation d'écoulement, s'est fait pour une épaisseur optique plus faible par rapport à un rapport de forme de $A = 0.2$ qui connaît la séparation à partir d'une épaisseur optique $\tau \geq 1.5$ ce qui sera expliqué ultérieurement en parlant du champ thermique. Pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$, la circulation est plus faible pour les deux configurations ce qui favorise la conduction comme mode de transfert de chaleur principal. Par conséquent, l'effet d'un milieu semi-transparent n'est pas important à l'exception d'une faible migration des centres des tourbillons pour une cavité de rapport de forme $A = 0.4$. Lorsque le nombre de Rayleigh passe à $Ra = 10^5$, les forces de flottabilité augmentent ce qui permet au rayonnement de jouer un rôle plus important. Pour un rapport de forme $A = 0.6$, et comme les passages sont plus serrés, l'écoulement est encore faible ce qui réduit l'effet radiatif du milieu. Quand

pour un rapport de forme $A = 0.6$. Pour ce rapport de forme et en absence de la participation radiatif du milieu, le fluide s'oriente vers le passage inférieur principalement à partir du coin supérieur (séparation d'écoulement) mais en présence d'un milieu opaque le fluide absorbe de rayonnement au passage latéral ce qui lui donne plus de tendance envers la paroi latérale froide et une fois y arriver, le fluide se refroidit et descend. Cette descente est due à deux sources d'énergie : la séparation d'écoulement et les interactions aux passages latéraux ce qui justifie l'augmentation de la circulation et le déplacement du centre de cellule principale vers des régions plus basses.

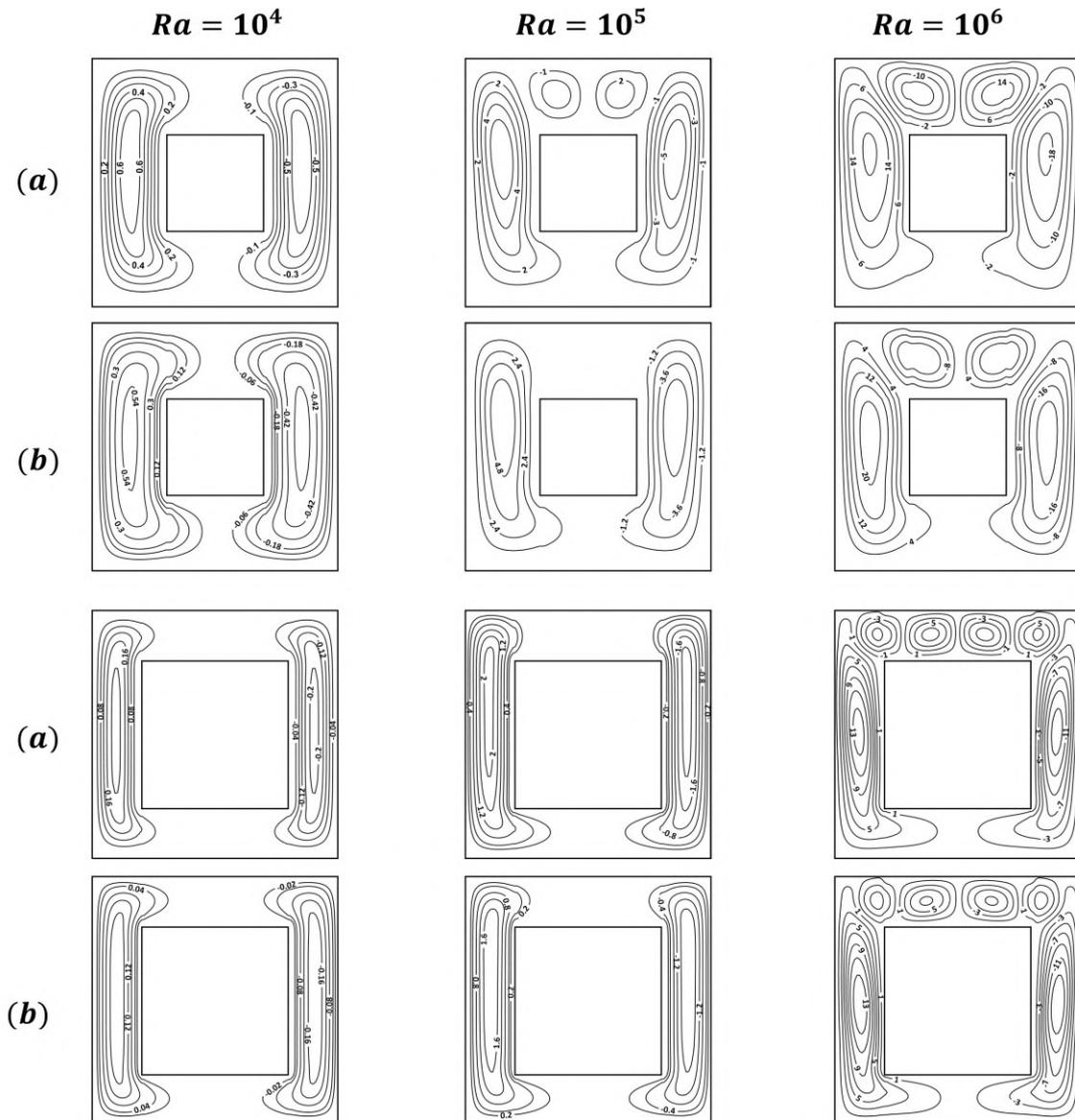


Figure V. 10 Lignes de courant pour deux rapports de forme $A = 0.4$ et $A = 0.6$ à différents nombres de Rayleigh lorsque $\tau = 1$ (a) sans rayonnement (b) en présence de rayonnement.

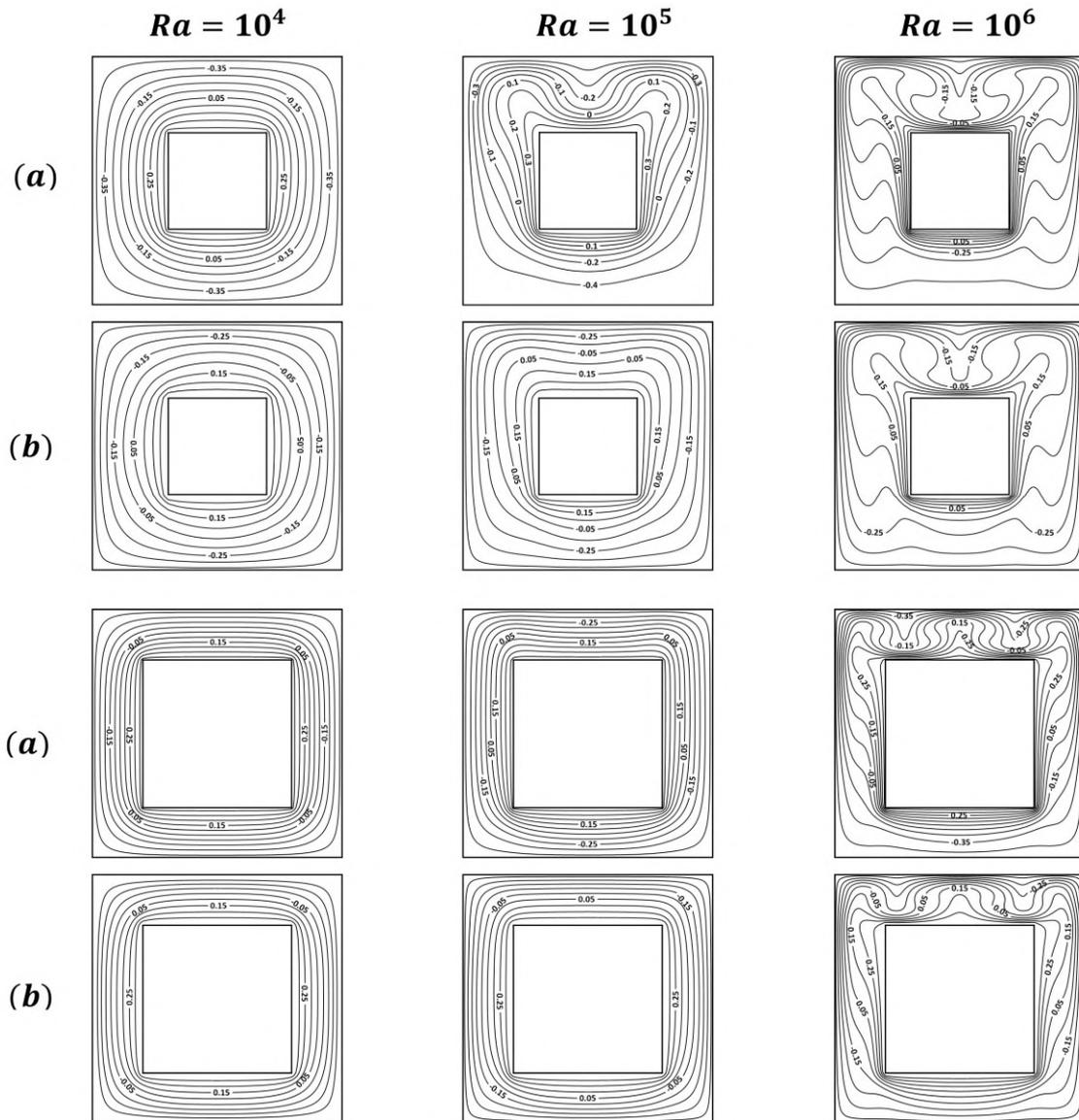


Figure V. 11 Isothermes pour deux rapports de formes $A = 0.4$ et $A = 0.6$ à différents nombres de Rayleigh lorsque $\tau = 1$ (a) sans rayonnement (b) en présence de rayonnement

Les isothermes dans la figure V.11 montrent que le rayonnement homogénéise la température dans la cavité et l'augmente dans le passage inférieur et latéral indépendamment du nombre de Rayleigh ou de rapport de forme. Nous constatons que la conduction est le mode de transfert de chaleur qui domine, pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$ et un rapport de forme $A > 0.2$. D'autre part, quand le nombre de Rayleigh augmente $Ra = 10^5$, les forces de flottabilité s'intensifient et le comportement convectif du fluide apparaît pour un rapport de forme de $A = 0.4$. Ce comportement convectif donne naissance à deux panaches diagonaux puisque la surface latérale chaude devient plus grande (par rapport au cas précédent $A = 0.2$) ce qui augmente les interactions convectives entre les parois verticales différenciellement chauffées. Cette migration horizontale du

fluide envers les parois verticales froides rencontre des forces de flottabilité qui l'obligent à se déplacer verticalement ce qui donne comme résultat : un panache diagonal et une inversion du panache au passage supérieur. Quand le rayonnement se produit, le fluide absorbe plus d'énergie ce qui réduit son gradient de température et affaiblit l'orientation du fluide envers les parois verticales froide, par conséquent, les panaches commencent à disparaître dans la cavité et la conduction s'impose relativement. Quant à $A = 0.6$, la distribution des isothermes indique que la conduction est encore le mode de transfert qui domine comme les petits passages présentent une résistance à la circulation du fluide. Pour un nombre de Rayleigh plus élevé $Ra = 10^6$, la forme de panache devient plus mince grâce aux forces de flottabilité importantes. D'autre part, le passage inférieur devient plus froid comme la circulation se manifeste essentiellement aux autres passages. En présence de rayonnement, le fluide absorbe plus d'énergie et avec le décalage des isothermes vers le bas, la température du passage inférieur augmente. Pour $A = 0.6$, le fluide réussit à vaincre la résistance des passages rétrécis et son comportement devient plus convectif grâce aux forces de flottabilité très intenses. Par conséquent, trois panaches au passage supérieur apparaissent où le fluide chaud au coin supérieur en circulant vers la région centrale se refroidit en raison de la paroi supérieure et descend envers le corps chaud ensuite il gagne de l'énergie et se déplace vers la paroi froide. Quand le rayonnement entre en jeu, le fluide augmente sa température et les panaches deviennent plus larges. D'autre part, les isothermes dans le passage inférieur sont moins concentrées au-dessous du corps chaud et décalées vers le bas.

V.3 Vitesse et température

Figure V.12 montre la distribution de la vitesse verticale suivant x à $y = 0.2$ et une variété d'épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ pour les trois géométries. Nous constatons que la vitesse augmente en fonction de l'opacité du milieu pour les trois géométries en raison de la migration des cellules de circulation pour $\tau < 5$ et la séparation d'écoulement lorsque $\tau = 5$. L'aspect convectif des géométries 2 et 3 est encore confirmé par le fait que la vitesse est généralement supérieure à celle de la géométrie 1. Aux coins inférieurs de la cavité, nous constatons que l'écart entre les vitesses dans les géométries 2 et 3 et la géométrie 1 augmente en fonction de l'épaisseur optique comme l'écoulement dans la géométrie 1 perd plus de vitesse en raison de l'atténuation importante du rayonnement par le fluide ce qui réduit son comportement convectif plus rapidement et par conséquent la circulation au passage inférieur.

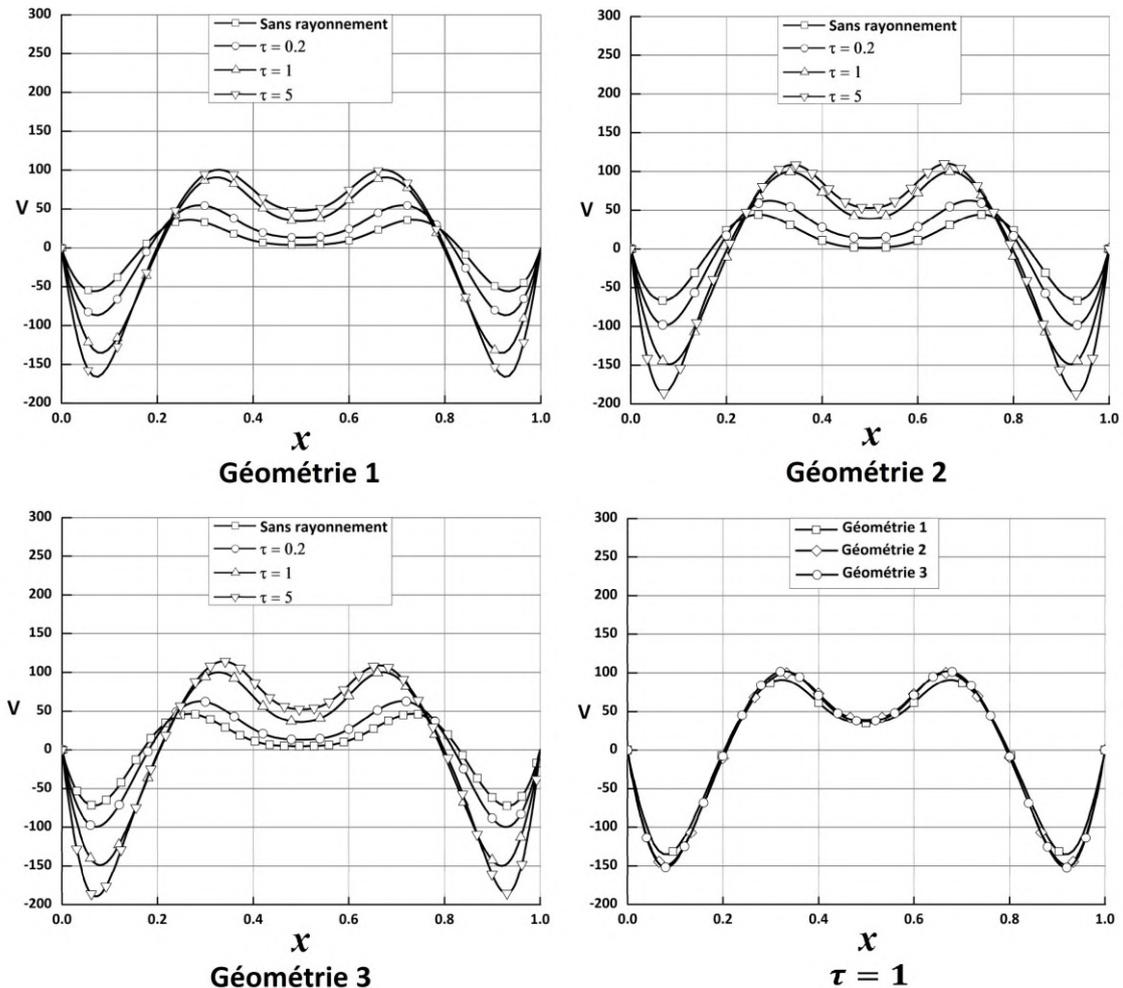


Figure V. 12 Distribution de la vitesse verticale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.2$.

Le profil de la vitesse verticale suivant x au milieu de la cavité est présenté dans la figure V.13 pour une variété d'épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$. Nous constatons que la vitesse est la même au voisinage du corps chaud pour les trois géométries lorsque $\tau \leq 1$ mais un peu loin du corps chaud l'écart entre les vitesses en fonction de l'opacité du milieu devient remarquable pour les trois géométries. Ceci est expliqué par le fait qu'un milieu opaque absorbe plus d'énergie et augmente la température d'une couche plus épaisse du fluide. Par conséquent, le fluide devient plus chaud même à une distance considérable du corps, et en présence des forces de flottabilité ce fluide chaud est poussé vers le passage supérieur plus fortement qu'un fluide moins chaud (une épaisseur optique plus faible). Au voisinage de la paroi latérale froide, la vitesse augmente en fonction de l'épaisseur optique comme la forte circulation manifeste au milieu des passages latéraux, lorsque $\tau \leq 1$ et en raison de la séparation d'écoulement pour $\tau = 5$. Il est bon de noter que l'écart entre la vitesse dans la géométrie 1 et les vitesses dans les autres géométries augmente en fonction de l'opacité du milieu ce qui confirme l'aspect convectif des géométries 2 et 3 où la circulation résiste à l'atténuation du

rayonnement par le fluide et perd moins d'intensité en fonction de l'épaisseur optique contrairement à la géométrie 1.

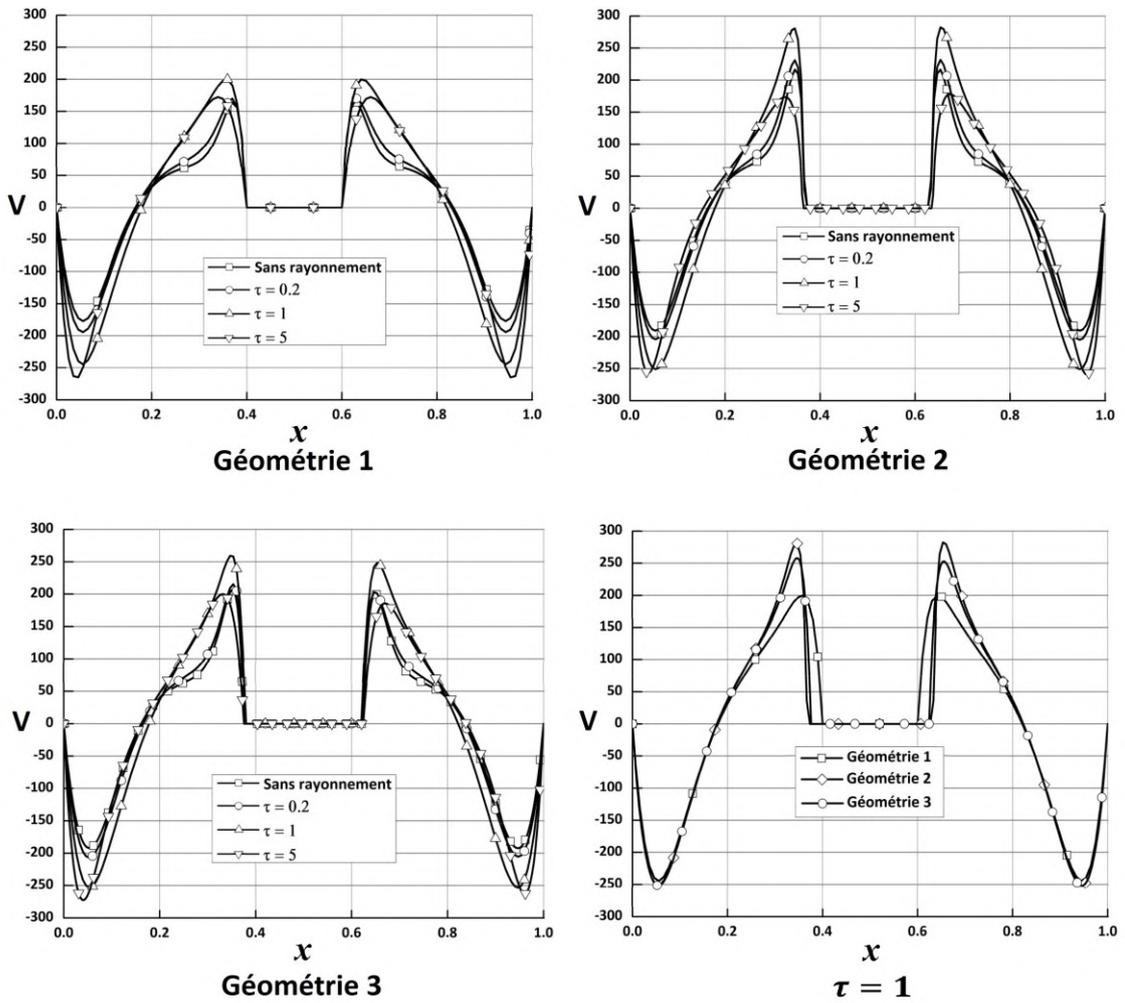


Figure V. 13 Distribution de la vitesse verticale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.5$.

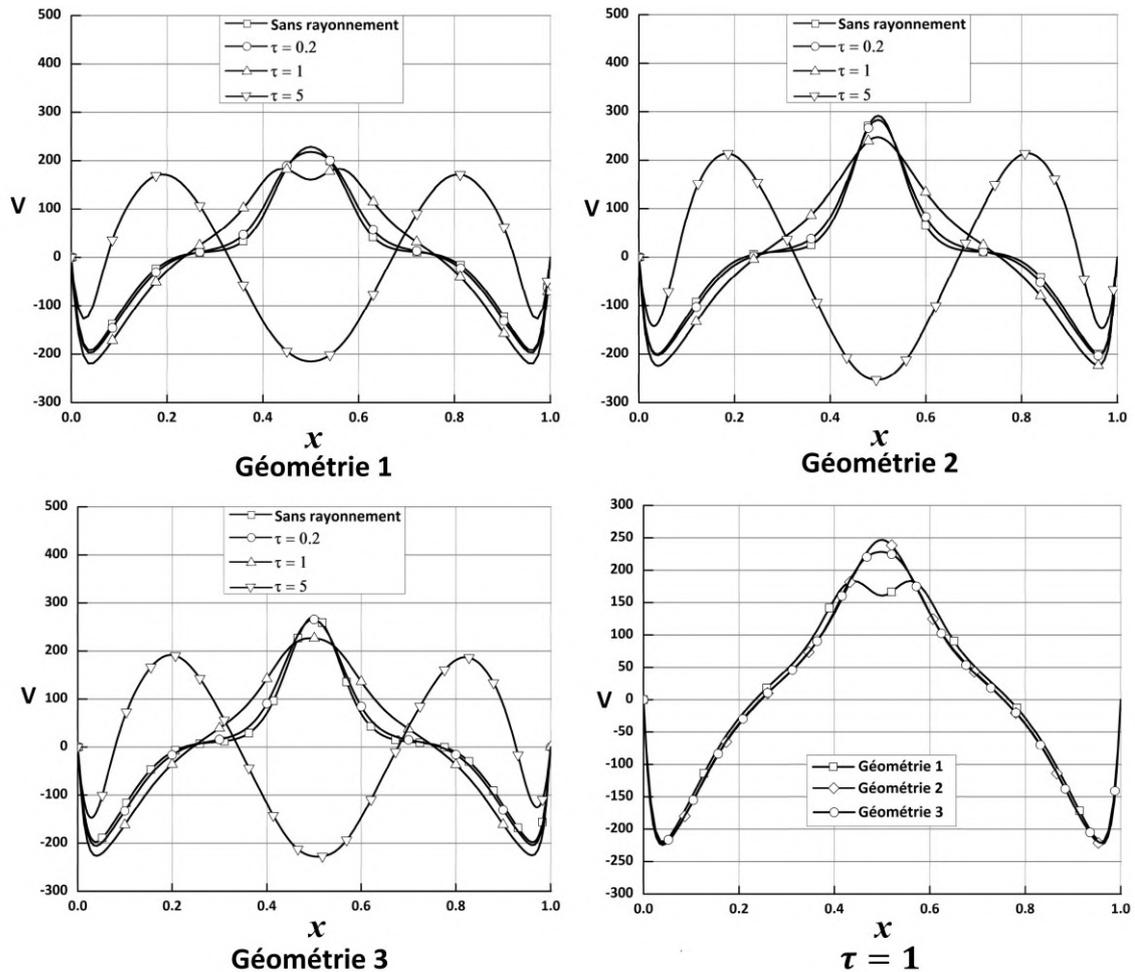


Figure V. 14 Distribution de la vitesse verticale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.8$.

La figure V.14 montre la distribution de la vitesse verticale en fonction de x à $y = 0.8$ pour une variété d'épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$. Pour un fluide d'épaisseur optique $\tau \leq 1$, la vitesse diminue en fonction de l'opacité du milieu en raison de l'absorption de rayonnement qui réduit le gradient de température et par conséquent les poussées thermiques pour les trois géométries, dans la région centrale du passage supérieur ($0.45 < x < 0.55$). Cependant, pour la géométrie 1, le comportement de la vitesse dans cette région pour $\tau = 1$, nous donne des indices sur une future inversion du panache (ou séparation d'écoulement) pour des épaisseurs optiques plus grandes $\tau \geq 1.5$. En s'éloignant de cette région, la vitesse se comporte inversement pour les trois géométries, où la largeur du panache permet d'avoir un comportement plus convectif dans des régions loin de la région centrale qui est très active pour les milieux de faible épaisseur optique. Ensuite, le fluide continue sa circulation en bas en gardant le même comportement. Lorsque $\tau = 5$, le profil de vitesse montre clairement le phénomène d'inversion du panache au passage supérieur. Comme la séparation

s'est faite à une pente plus importante dans la géométrie 2, nous constatons que la vitesse est plus importante par rapport aux autres géométries.

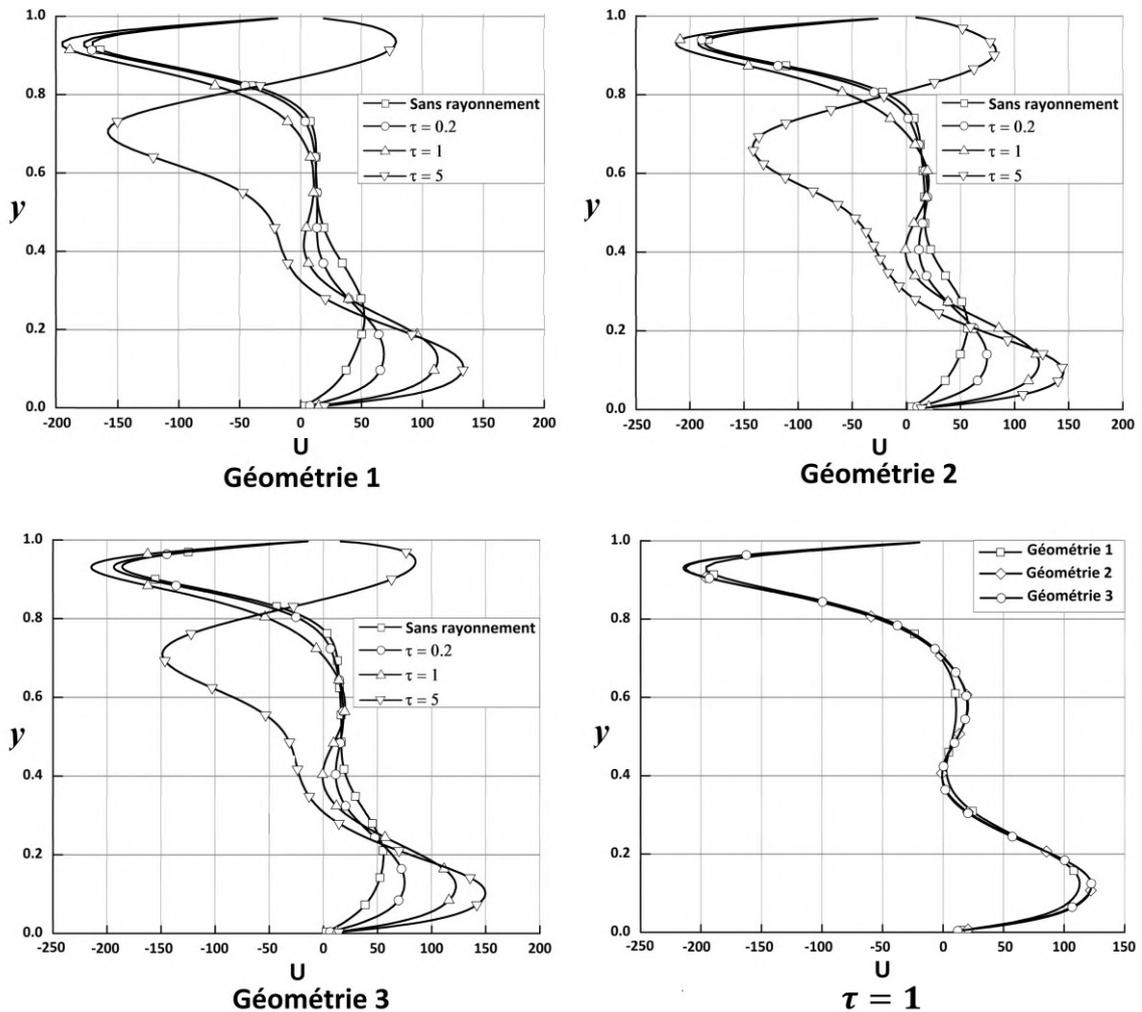


Figure V. 15 Distribution de la vitesse horizontale pour différentes épaisseurs optiques pour $Ra = 10^6$ et $x = 0.2$.

La distribution de la vitesse horizontale en fonction de y lorsque $x = 0,2$ est présentée à la figure V.15. Lorsque l'épaisseur optique $\tau \leq 1$, nous remarquons que le fluide est plus stagnant horizontalement au passage latérale ce qui signifie que le mouvement est presque unidirectionnel vers le haut en raison des forces de flottabilité pour les trois géométries. Cependant, lorsque le fluide atteint le passage supérieur, la vitesse horizontale augmente considérablement en raison du panache qui pousse le fluide vers les parois latérales froides. En absorbant plus d'énergie, le panache devient plus large et par conséquent, la vitesse augmente en fonction de l'épaisseur optique. Quant à la vitesse au niveau du passage inférieur, elle s'accroît en fonction de l'opacité du milieu grâce au déplacement des noyaux des tourbillons vers le bas. Lorsque le fluide devient optiquement plus épais $\tau = 5$, le comportement de la vitesse horizontale change en raison de l'apparition de deux tourbillons

secondaires dans la cavité (séparation d'écoulement) où le fluide dans le passage latéral devient plus actif horizontalement et atteint sa vitesse maximale dans une position plus basse par rapport à des milieux moins opaques en raison de la formation d'un panache diagonal. Comme discuté auparavant, la séparation d'écoulement dans la géométrie 2 résulte relativement plus de la circulation au-dessus du corps chaud, ceci est confirmé par la vitesse maximale enregistrée au passage supérieur pour les trois géométries.

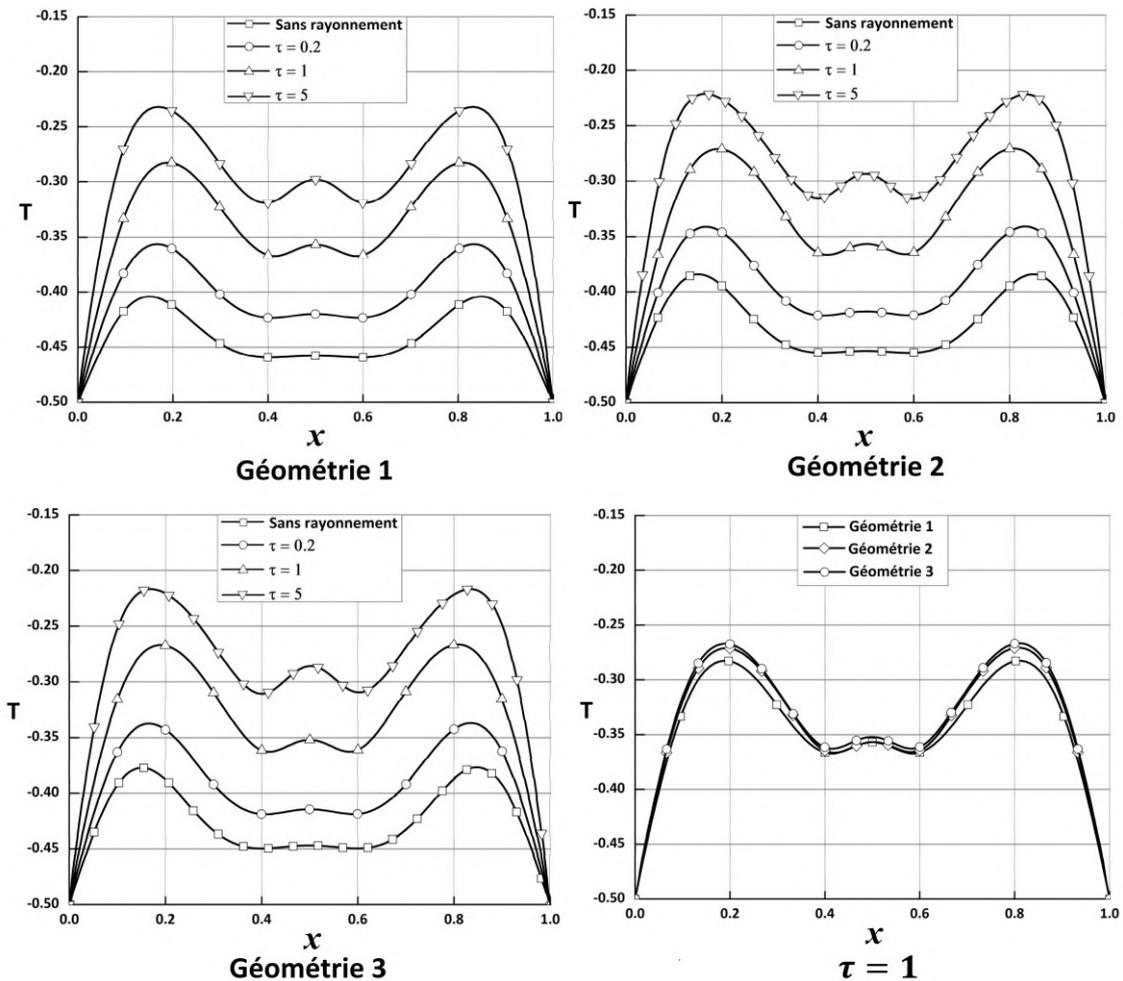


Figure V. 16 Distribution de la température pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.2$.

La figure V.16 montre la distribution de la température suivant x à $y = 0.2$ pour une variété d'épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$. Pour les trois géométries, nous constatons que la température augmente en fonction de l'épaisseur optique grâce à l'absorption du rayonnement et la circulation du fluide chaud qui descend vers les coins de la cavité. Quant à la région centrale, la circulation est faible et le fluide arrive avec moins de chaleur, alors c'est l'atténuation du rayonnement qui permet principalement au fluide d'augmenter sa température par le phénomène dit « far reaching effect » [3] et pour cette raison la température dans la région centrale est inférieure à

celle de la région latérale. Si nous comparons entre les trois géométries, nous remarquons que la circulation est relativement plus intense au passage inférieur dans la géométrie 2 et 3 ce qui permet de transporter plus de fluide chaud à ce passage et par conséquent, avoir une température plus élevée par rapport à la géométrie 1. Le faible écart entre les températures aux géométries 2 et 3 peut être justifié par le fait que le corps circulaire présente une surface inférieure plus grande et plus proche à la paroi de la cavité ce qui permet au fluide d'absorber plus de rayonnement que la géométrie 2.

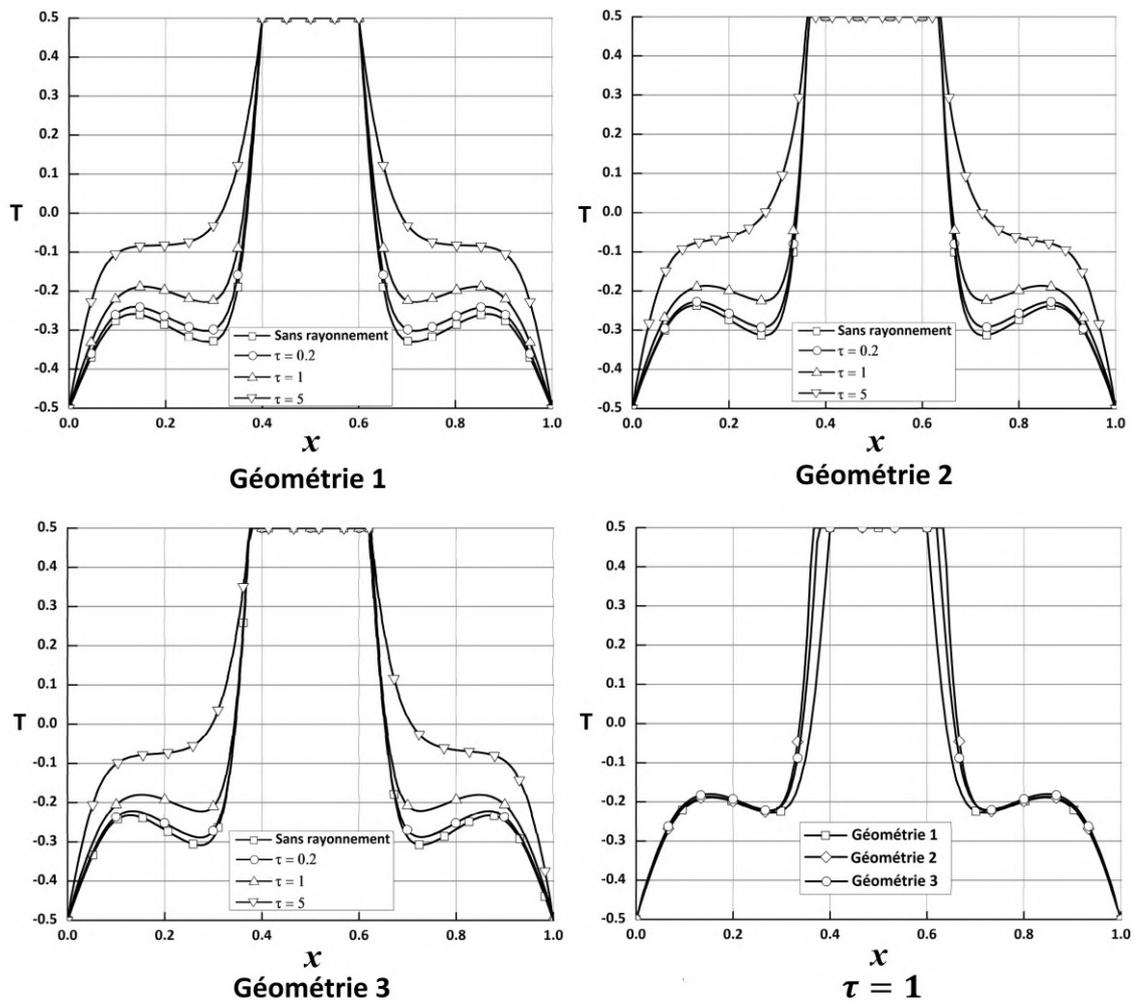


Figure V. 17 Distribution de la température pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.5$.

Le profil de la température suivant x au milieu de la cavité est présenté dans la figure V.17 pour une variété d'épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$. La température augmente en fonction de l'épaisseur optique pour les trois géométries comme les isothermes sont décalées à des positions plus basses. Quand $\tau = 5$, la température est plus élevée en raison du panache diagonal qui intensifie la température au passage latéral pour les trois géométries. Comme déjà mentionné, les structures dynamique et thermique dans la géométrie 1 sont relativement plus sensibles à la variation de

l'opacité du milieu ce qui apparait dans l'écart entre les profils de température qui est plus important par rapport aux autres géométries, pour des épaisseurs optiques $\tau \leq 1$.

Figure V.18 montre la distribution de la température suivant x à $y = 0.8$ pour une variété d'épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$. La distribution de température est presque similaire à la distribution de la vitesse verticale comme la convection joue un rôle très important au transfert thermique dans le passage supérieur. Les forces de flottabilité sont tellement intenses que la présence de rayonnement pour un fluide d'épaisseur optique $\tau = 0.2$ n'affecte pas sa distribution de température. Lorsque $\tau = 1$, l'atténuation du rayonnement devient plus forte et le panache prend une forme plus large ce qui apparait clairement au profil de température. Quand la séparation d'écoulement se produit pour $\tau = 5$, la température au niveau des coins de la cavité s'intensifie et dépasse celle de la région centrale en raison du panache diagonal qui transfère plus d'énergie à cette région. D'autre, part lors de la circulation vers la région centrale, le fluide se refroidit par la paroi supérieure ce qui réduit sa température au centre de passage supérieur.

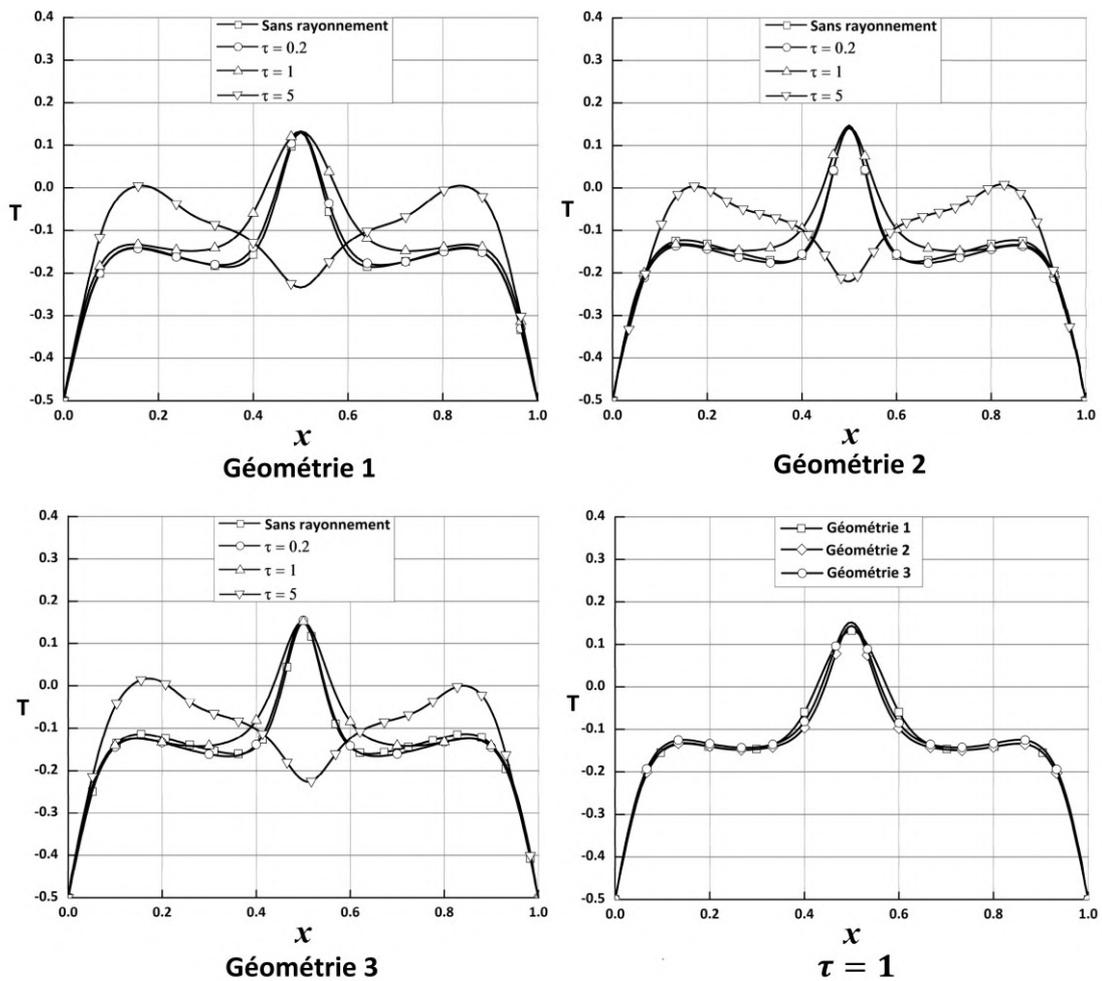


Figure 5.18 Distribution de la température pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$ et $y = 0.8$.

Pour les trois géométries, nous constatons que la distribution de température est la même à l'exception de quelques faibles écarts au niveau de la région centrale en raison de la tendance convective de fluide à la géométrie 2 et 3. Cependant, en quittant cette région le fluide dans la géométrie 1 devient plus chaud grâce à sa large forme de panache suite à l'absorption de plus de rayonnement.

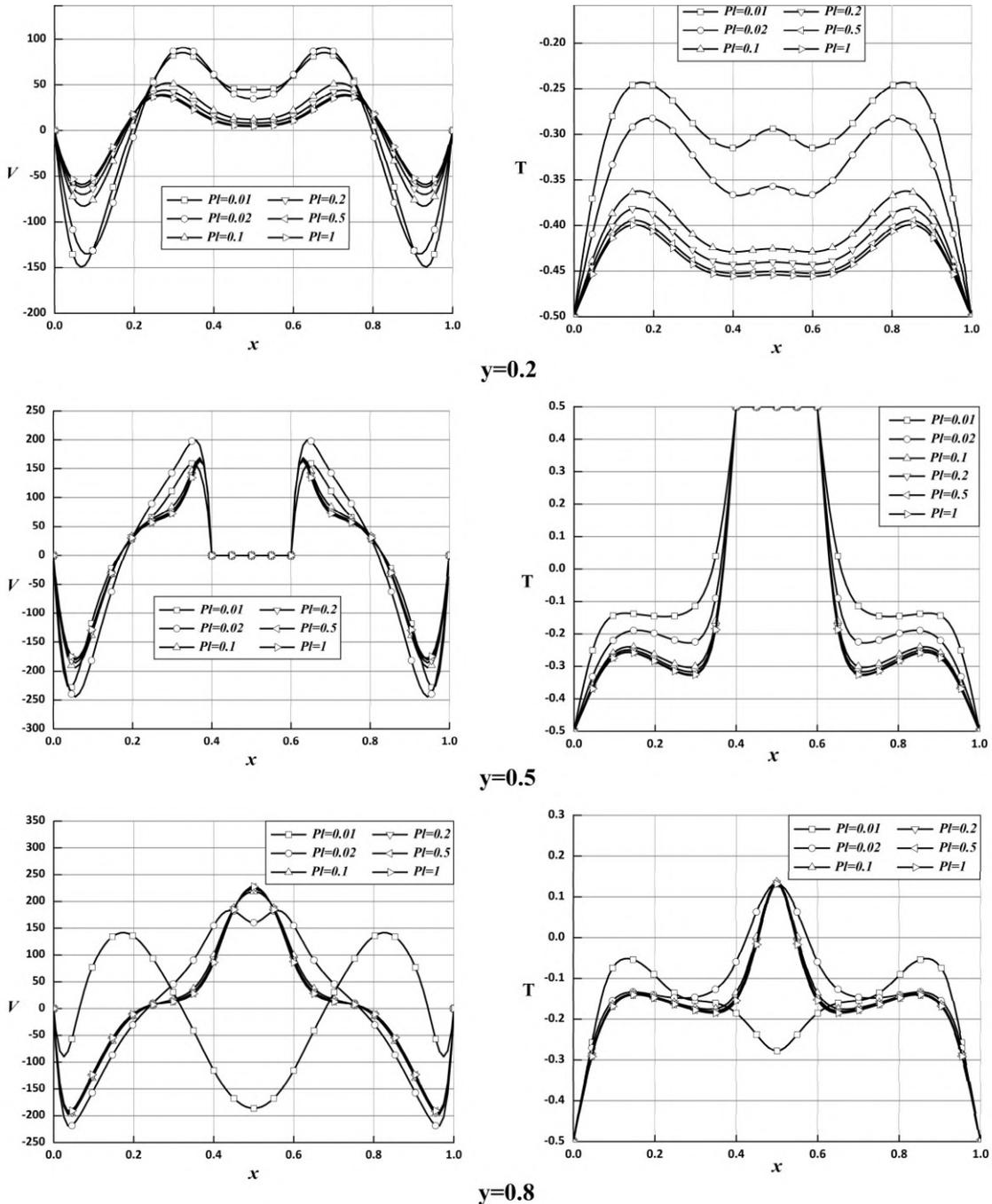


Figure V. 19 Distribution de la vitesse verticale (à gauche) et de la température (à droite) à différents nombres de Planck pour $A = 0.2, Ra = 10^6$ et $\tau = 1$.

La figure V.19 présente les profils de vitesse verticale et de température à trois positions verticales pour plusieurs nombres de Planck pour la géométrie 1. Pour une position inférieure $y = 0,2$, on peut remarquer que la vitesse est plus élevée lorsque $Pl \leq 0,02$ en raison de l'emplacement inférieur des centres des cellules de circulation et du fait que le fluide au passage inférieur absorbe plus de chaleur, ce qui augmente la circulation et la température à ce passage. À $y = 0,5$, la vitesse est plus faible près de la paroi latérale chaude en raison de la séparation d'écoulement, lorsque $Pl = 0,01$. D'autre part, quand $Pl \geq 0,02$, la vitesse diminue en fonction du nombre de Planck comme la forte circulation manifeste à des régions plus basses (par rapport à la convection naturelle où la circulation se localise au niveau de passage supérieur). D'autre part la distribution de la température à $y = 0,5$ est moins compliquée. La température diminue avec le nombre de Planck, car le fluide absorbe plus de chaleur à des nombres de Planck plus faible. À $y = 0,8$, le phénomène d'inversion du panache est très clair. En outre, on peut remarquer que le panache s'amincit lorsque le nombre de Planck augmente, car le l'écoulement devient plus convectif. D'après les contours et la distribution de la vitesse et de la température, nous constatons que l'effet du milieu semi-transparent est à négliger et l'écoulement peut être considéré comme un écoulement de la convection naturelle pure lorsque $Pl \geq 0,5$. Ce comportement est confirmé aussi par la figure 5.33 ce qui présente un bon accord avec Colomer et al. [4].

V.4 Transfert de chaleur

Dans cette section, nous nous intéressons à l'analyse du transfert de chaleur en matière de nombre de Nusselt local (convectif, radiatif et total) et de même pour le nombre de Nusselt moyen en fonction de plusieurs paramètres pour les trois géométries.

La figure V.20 et la figure V.21 montrent la distribution du nombre de Nusselt local convectif sur la paroi inférieure et la paroi latérale, respectivement pour les trois géométries. Nous constatons que le nombre de Nusselt local convectif augmente en fonction de l'opacité du milieu. L'absorption du rayonnement par le milieu augmente la température aux passages inférieur et latéral ce qui intensifie le gradient de température et améliore le transfert convectif de la chaleur. Ainsi, le décalage des tourbillons vers le bas participent à l'amélioration du transfert convectif au passage inférieur et latéral. En comparant, le transfert de chaleur convectif pour les trois géométries, nous constatons que les distributions sont presque identiques. Il est bien de noter que le nombre de Nusselt local convectif à la paroi latérale atteint sa valeur maximale à une position plus haute pour $\tau \leq 1$ grâce au fluide chaud parvenant de panache au passage supérieur. D'autre part la valeur maximale de Nusselt local convectif pour un milieu optiquement plus épais $\tau = 5$ correspond à une position plus basse en raison de l'existence du panache diagonal au passage latéral. Ainsi, nous constatons que pour ce

comme l'espace entre les surfaces différentiellement chauffées est plus faible ce qui améliore la tendance convective du fluide envers les parois latérales.

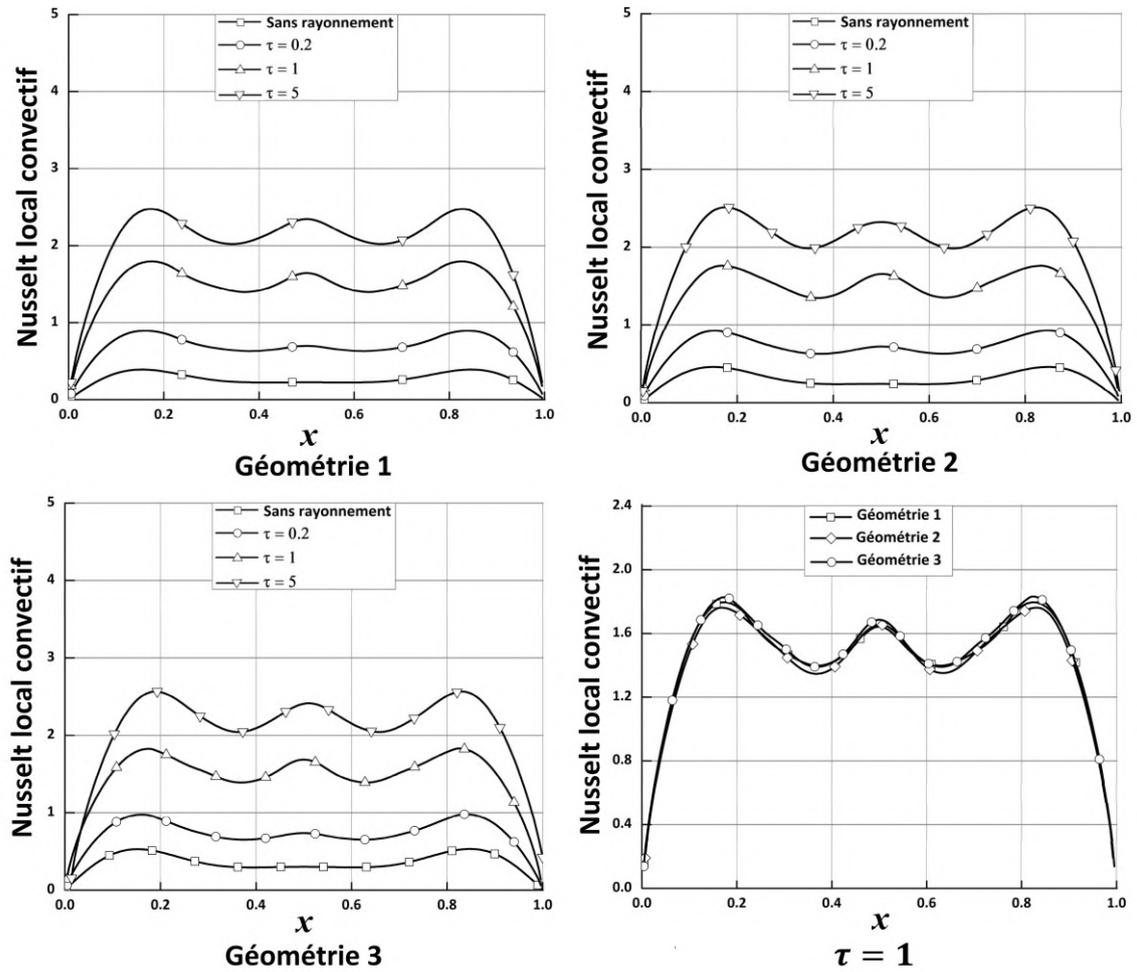


Figure V. 20 Nombre de Nusselt local convectif sur la paroi inférieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

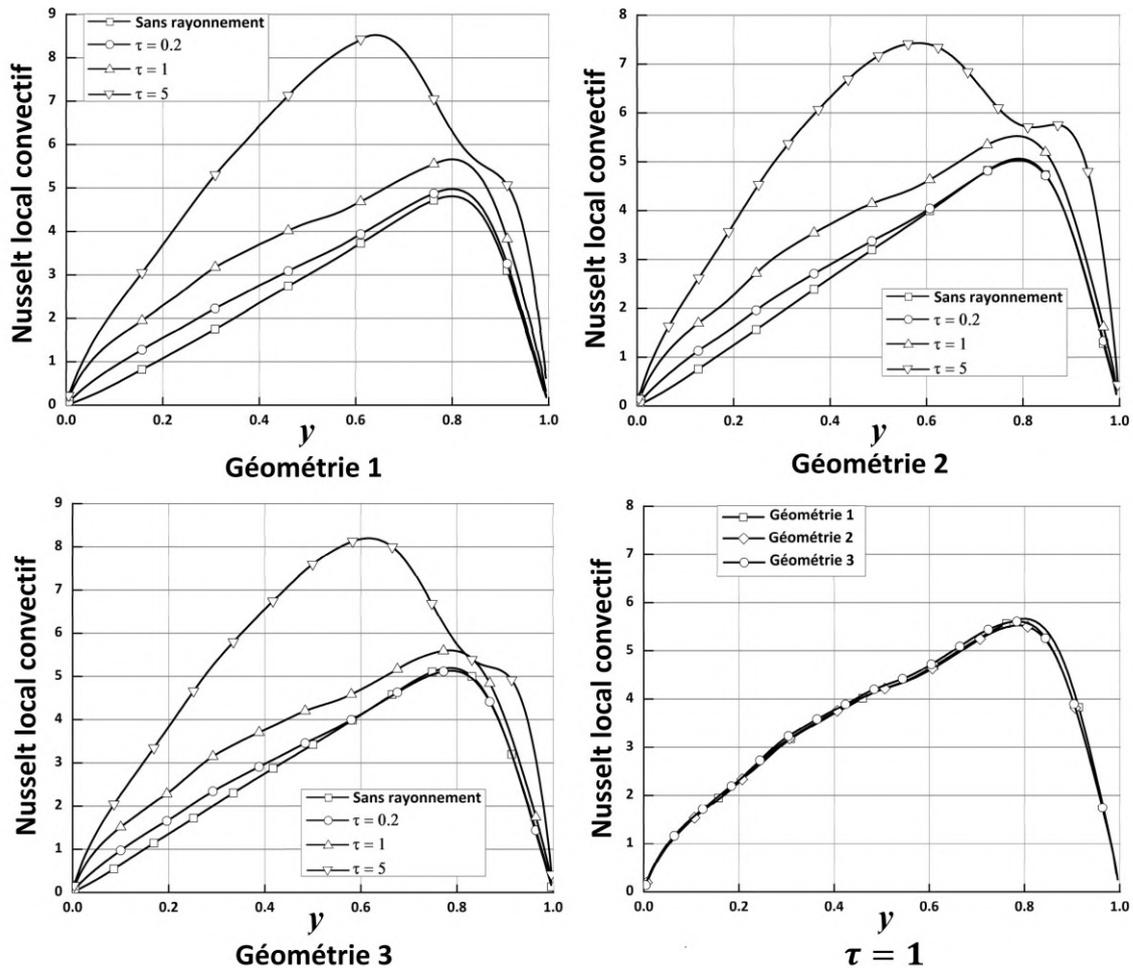


Figure V. 21 Nombre de Nusselt local convectif sur la paroi latérale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

Quant à la distribution du nombre de Nusselt convectif local sur la paroi supérieure présentée dans la figure V.22, nous remarquons que la forme du panache et sa largeur affectent sensiblement le transfert de chaleur convectif. Pour $\tau \leq 1$, en s’orientant vers les passages latéraux, le nombre de Nusselt local convectif augmente en fonction de l’épaisseur optique en raison de la largeur du panache. Cependant, à la région centrale, le comportement est inversé comme l’absorption de rayonnement est réduite par le comportement très convectif. Pour $\tau = 5$, le nombre de Nusselt convectif local diminue sensiblement puisque la majorité de chaleurs est transmise aux passages latéraux comme discuté auparavant. En comparant les trois géométries, le nombre de Nusselt convectif local est relativement plus important au centre pour les deux géométries 2 et 3 qui sont caractérisées par une faible résistance à l’écoulement.

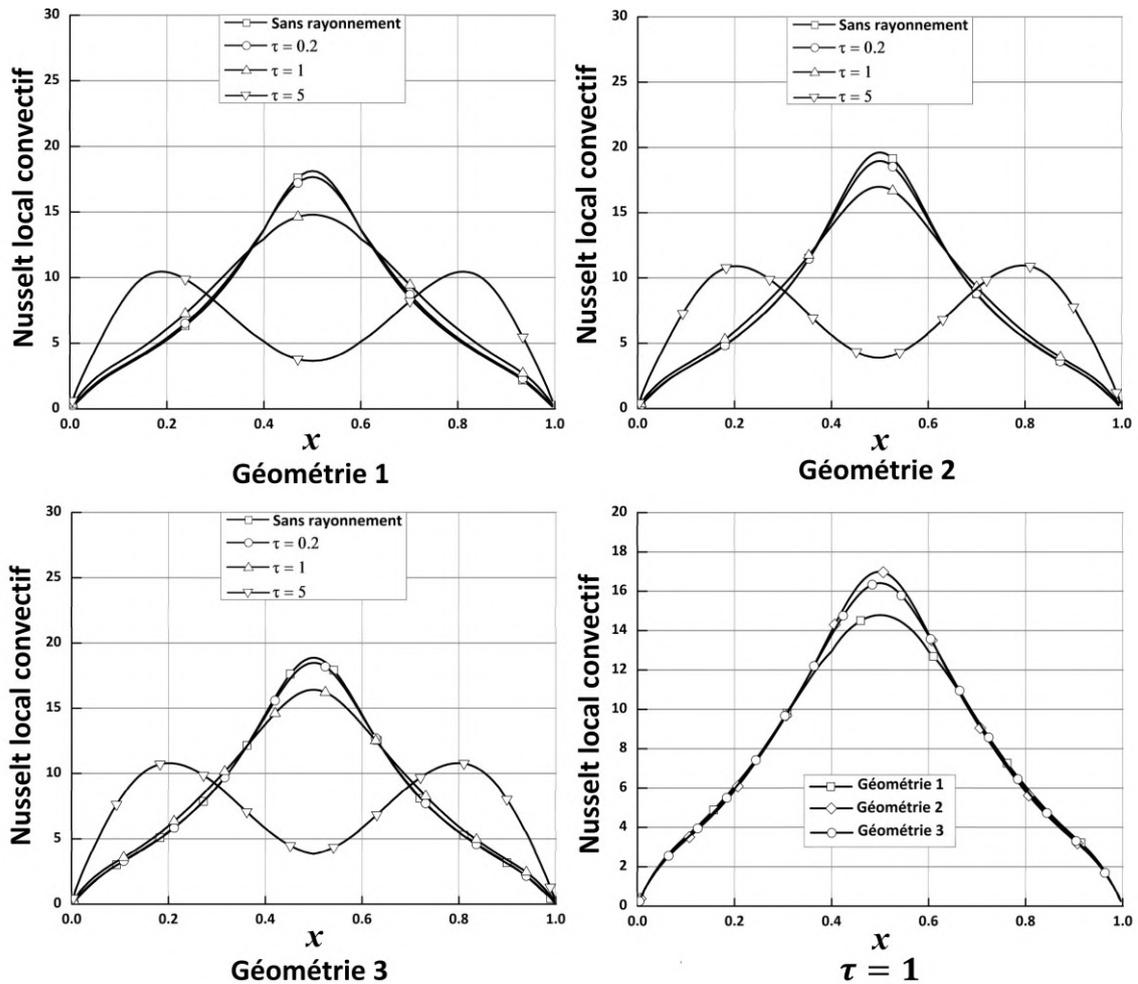


Figure V. 22 Nombre de Nusselt local convectif sur la paroi supérieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

Les figures V.23, V.24 et V.25 montrent la distribution du nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi inférieure, latérale et supérieure, respectivement pour les trois géométries. Nous constatons que généralement, le nombre de Nusselt local radiatif diminue en fonction de l'épaisseur optique sur toutes les parois où l'absorption du rayonnement par le fluide présente une résistance aux interactions radiatives entre les surfaces différentiellement chauffées. La même distribution du nombre de Nusselt local convectif se répète sur toutes les parois à l'exception de quelques différences en termes d'amplitude et de symétrie. Les pics constatés dans les distributions se sont produits comme chaque région de la paroi est exposée à sa propre surface du corps d'où vient le rayonnement incident. À titre d'exemple, pour la géométrie 2, la région centrale de la paroi inférieure reçoit le rayonnement de toute la surface inférieure du corps $S = 2A$, $A < S < 2A$ pour la géométrie 3 et $S = A$ pour la géométrie 1. Par conséquent, nous constatons que le nombre de Nusselt local radiatif à la région centrale est plus important dans la géométrie 2 ensuite 3 puis la géométrie 1 pour des milieux avec une épaisseur optique $\tau \leq 1$. Quand $\tau = 5$, le fluide présente une grande résistance aux interactions

radiatives ce qui fait disparaître les pics constatés pour des milieux moins opaques. La distribution au niveau de la paroi supérieure est moins affectée par l'opacité du milieu que les autres parois comme la convection est très intense au passage supérieure.

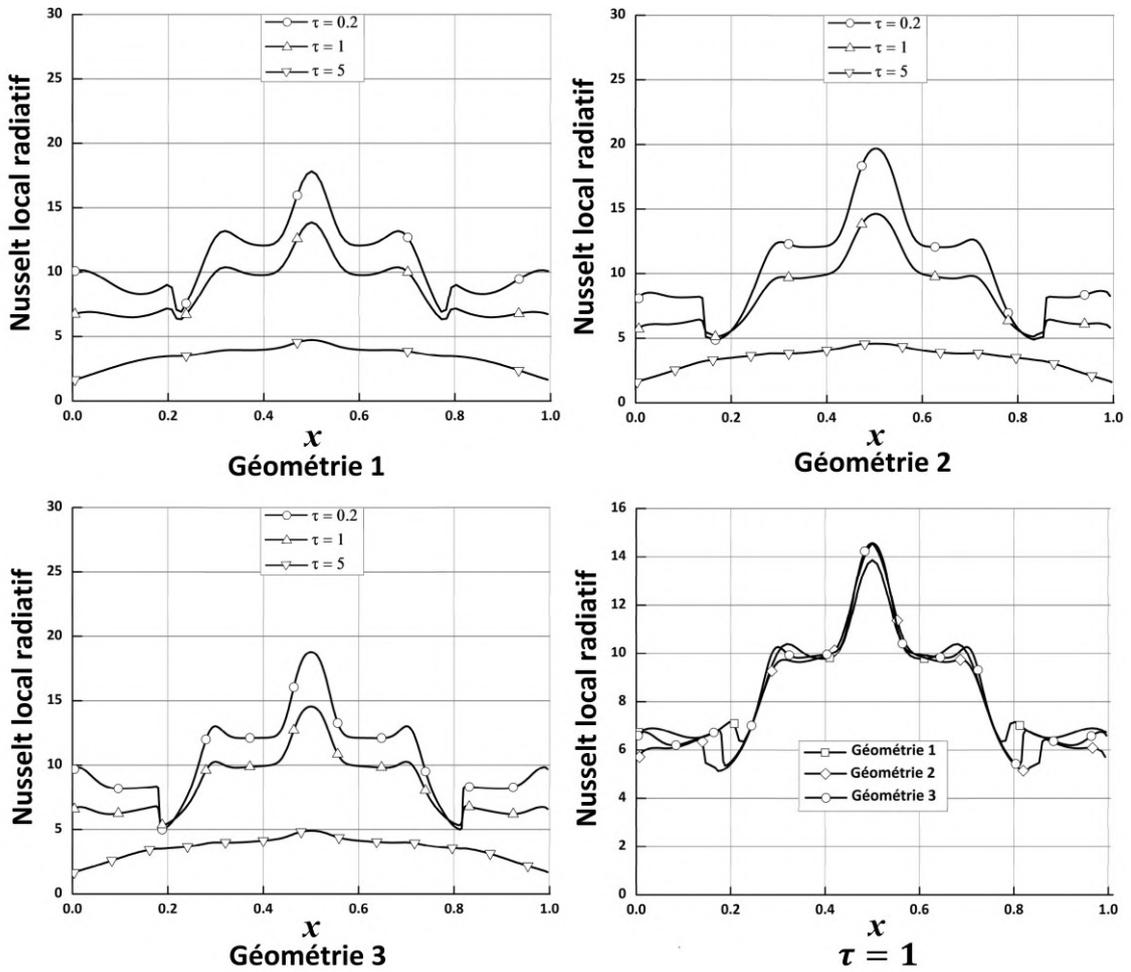


Figure V. 23 Nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi inférieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

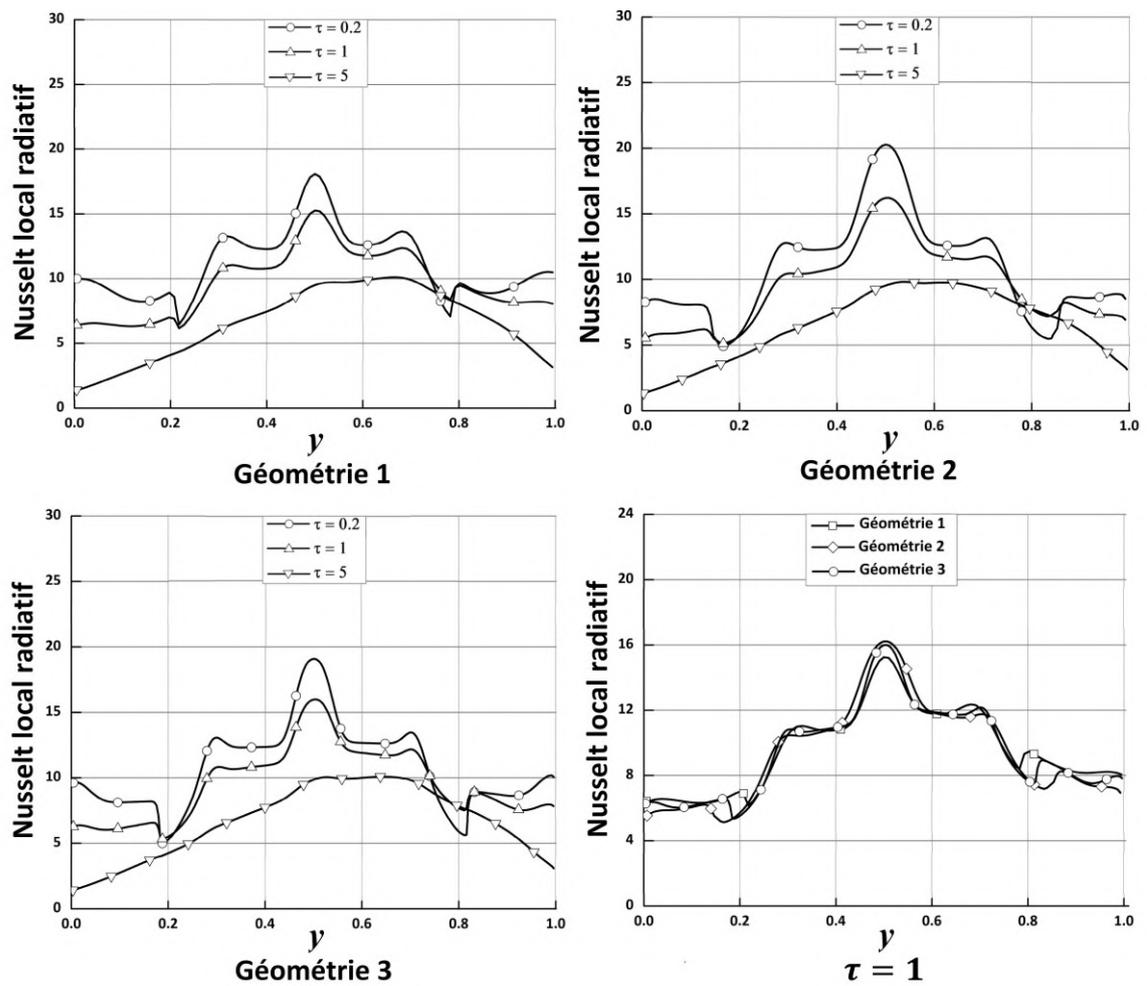


Figure V. 24 Nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi latérale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

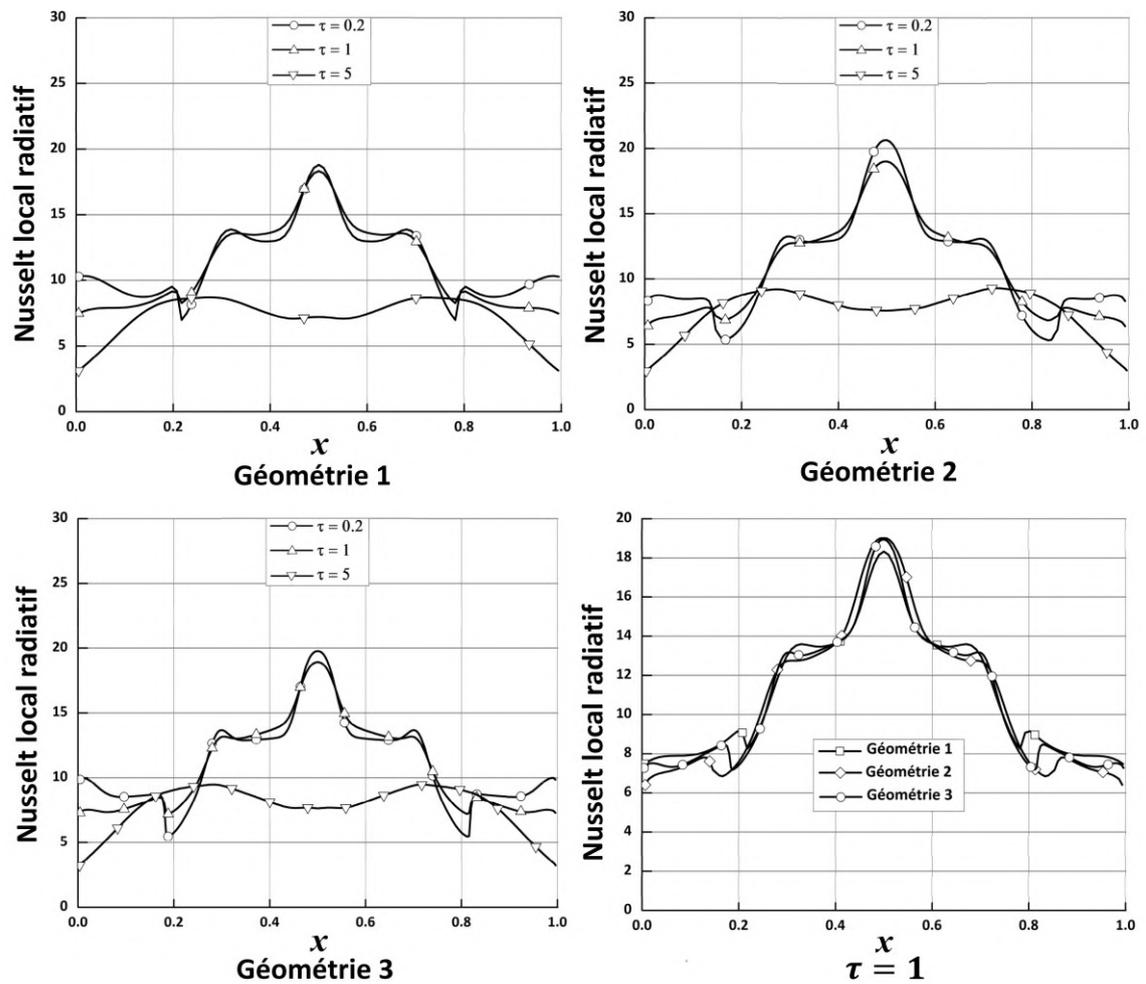


Figure V. 25 Nombre de Nusselt local radiatif sur la paroi supérieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

La distribution du nombre de Nusselt local total est présentée dans les figures V.26-V.28. Comme le nombre de Nusselt local convectif augmente presque sur toutes les parois en fonction de l'opacité du milieu et le contraire pour le nombre de Nusselt local radiatif, l'écart entre les distributions est moins important pour le Nusselt local total à des épaisseurs optiques différentes. Nous constatons que l'aspect radiatif est très remarquable dans la distribution du nombre de Nusselt local total.

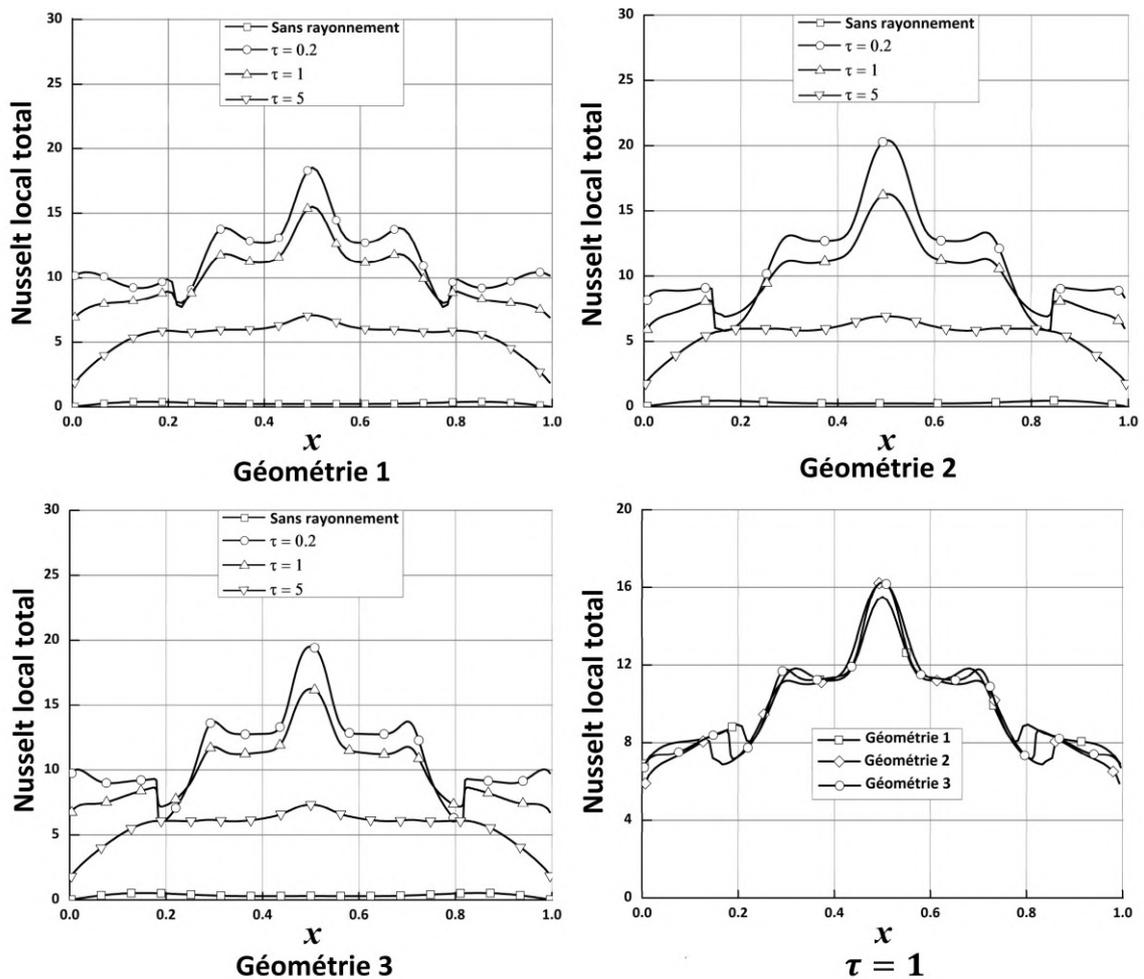


Figure V. 26 Nombre de Nusselt local total sur la paroi inférieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

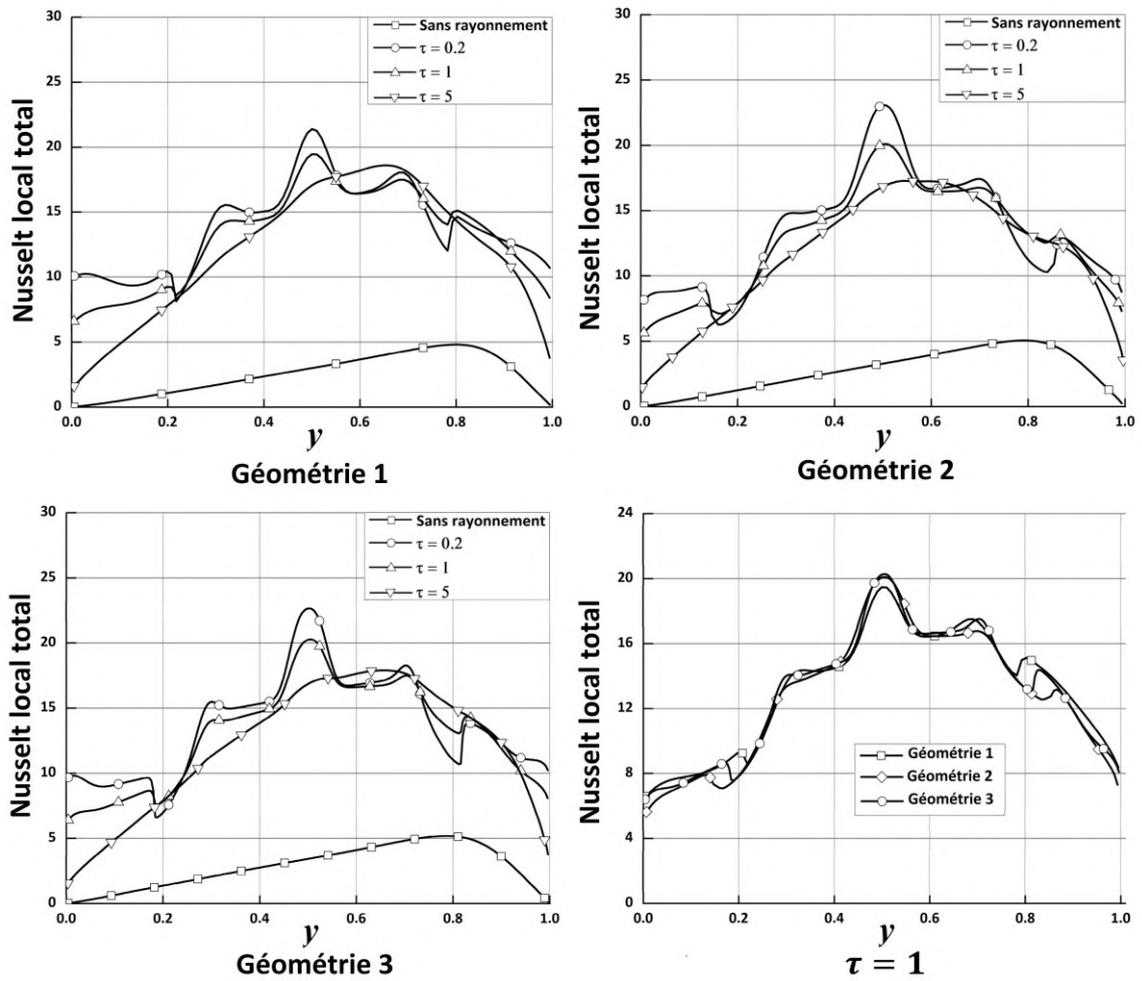


Figure V. 27 Nombre de Nusselt local total sur la paroi latérale pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

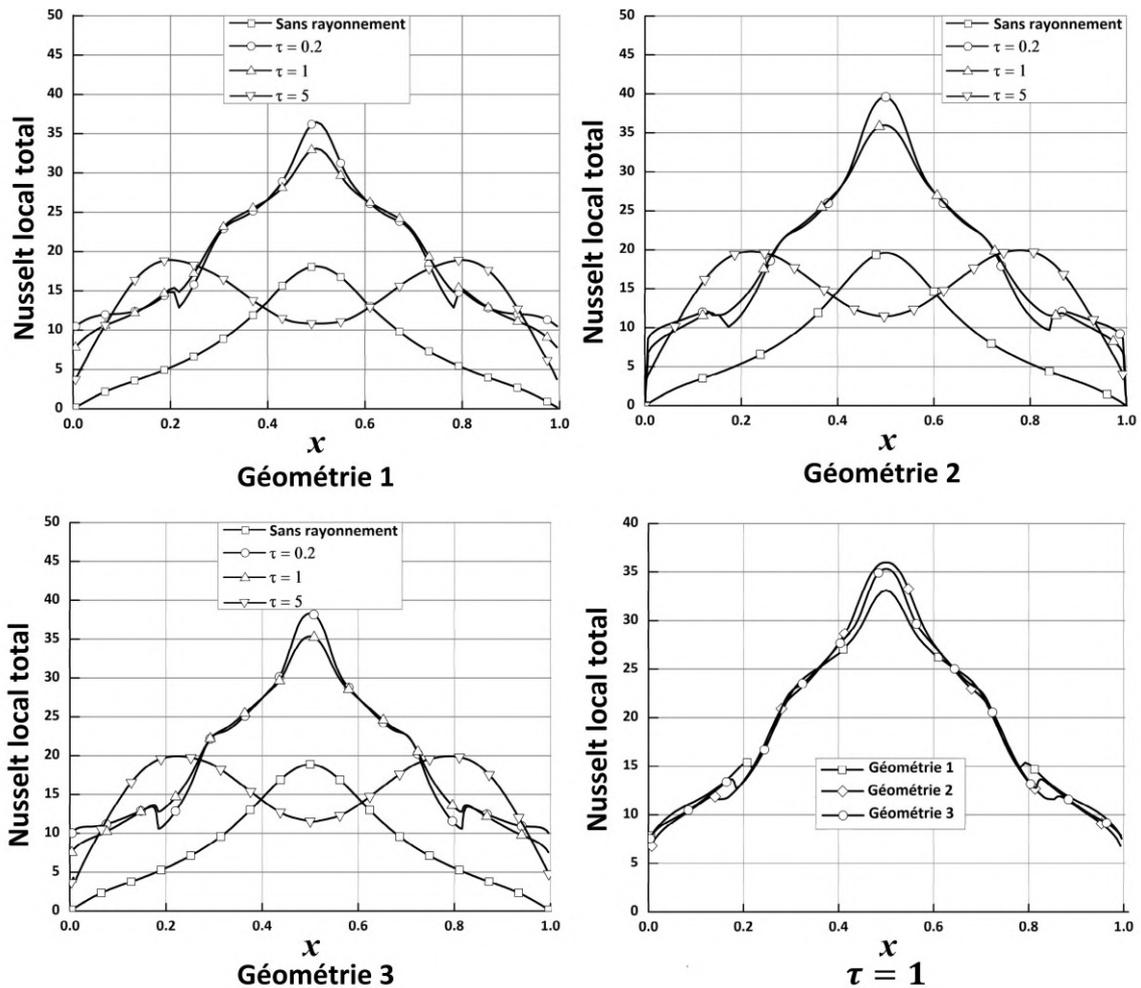


Figure V. 28 Nombre de Nusselt local total sur la paroi supérieure pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

Les figures V.29, V.30 et V.31 présentent respectivement la variation du nombre de Nusselt moyen convectif, radiatif et total en fonction du nombre de Rayleigh et une variété d'épaisseurs optiques pour les trois géométries. Nous constatons que le nombre de Nusselt moyen convectif est proportionnel au nombre de Rayleigh en raison des forces de flottabilité qui augmentent en fonction du Rayleigh indépendamment de la géométrie. En général, le nombre de Nusselt moyen convectif augmente en fonction de l'épaisseur optique comme déjà expliqué en parlant du nombre de Nusselt local convectif. Cependant, quand $Ra = 10^5$ et $\tau = 1$, le panache commence à disparaître pour la géométrie 1 et devient plus large et plus faible pour les autres géométries comme le fluide absorbe une bonne quantité de rayonnement ce qui affaiblit le transfert de chaleur convectif. En comparant le nombre de Nusselt moyen pour les trois géométries à une épaisseur optique $\tau = 1$, nous remarquons que le transfert de chaleur est plus important dans la géométrie 1 quand la conduction domine, comme cette géométrie présente une configuration formidable à la conduction et au rayonnement vu le parallélisme et la faible distance entre les surfaces différentiellement chauffées.

Quand $Ra \geq 10^5$, le transfert de chaleur dans la géométrie 3 est relativement plus fort comme cette configuration possède les deux avantages des autres géométries : faible résistance à l'écoulement (géométrie 2) et bonne configuration pour le transfert radiatif et par conduction (géométrie 1).

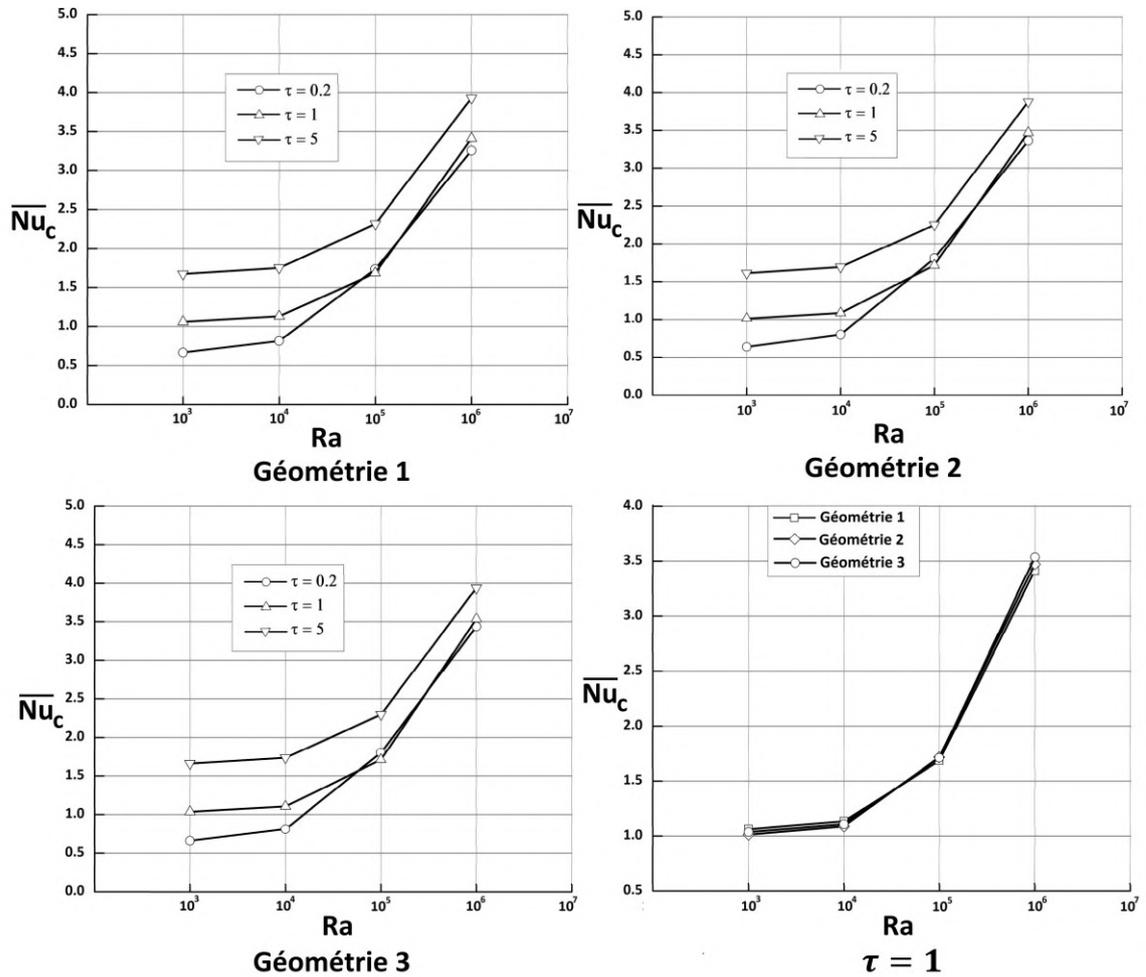


Figure V. 29 Nombre de Nusselt convectif moyen de la cavité pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

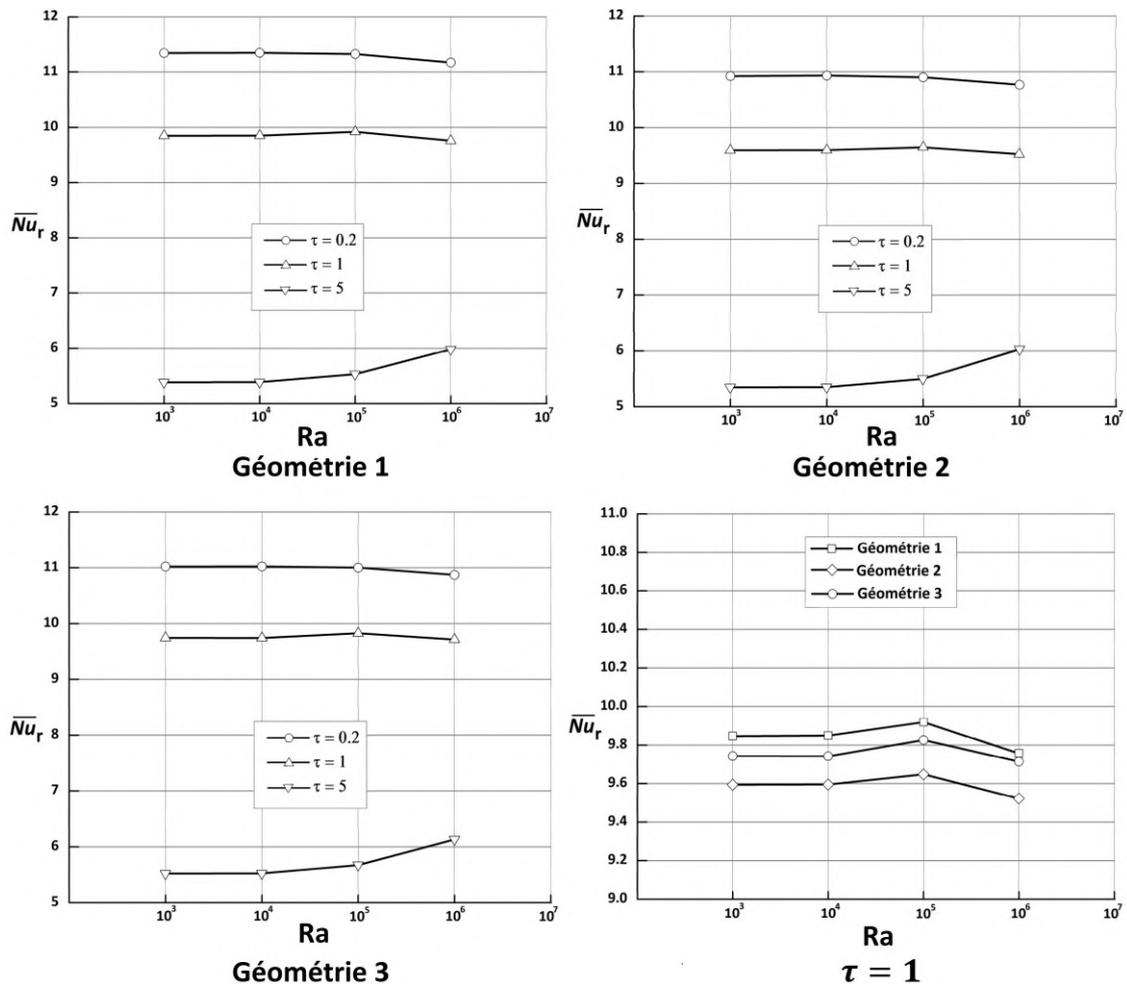


Figure V. 30 Nombre de Nusselt radiatif moyen de la cavité pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

La figure V.30 présente la distribution de Nusselt moyen radiatif en fonction de l'opacité de milieu. Nous constatons que le transfert de chaleur radiatif diminue en fonction de l'opacité de milieu en raison de l'atténuation de rayonnement par le fluide qui réduit les interactions radiatives entre les surfaces différenciellement chauffées. Le transfert de chaleur radiatif est presque constant en fonction du nombre de Rayleigh. Cependant, quand la séparation d'écoulement se produit, le transfert radiatif augmente relativement. Quand $\tau = 1$, on remarque que le transfert radiatif est plus important à la géométrie 1 ensuite 2 puis la géométrie 3 et c'est expliqué par le fait que les surfaces du corps de la géométrie 1 sont bien exposées aux parois de la cavité et plus proche ce qui favorise les interactions radiatives entre les parois différenciellement chauffées. Quant à la géométrie 2, la distance entre les surfaces actives est plus grande ce qui justifie le faible taux de transfert radiatif par rapport aux autres géométries. Il est possible de dire que la géométrie 3 présente une configuration intermédiaire.

La figure V.31 montre que le nombre de Nusselt moyen diminue en fonction de l'opacité de milieu comme le fluide atténue plus de rayonnement ce qui présente une résistance aux interactions radiatives entre les surfaces différenciellement chauffées. Il est bien de noter que le transfert radiatif

pour les trois géométries est presque constant sauf dans le cas d'une épaisseur optique $\tau = 5$ et un nombre de Rayleigh $Ra = 10^6$ où la séparation d'écoulement affecte relativement le transfert de chaleur radiatif. On remarque que presque la géométrie 1 est la meilleure configuration pour le transfert radiatif vu ses surfaces différentiellement chauffées bien opposées. D'autre part, les surfaces du corps dans la géométrie 2 sont situées à une distance plus grande des parois de la cavité ce qui affaiblit relativement le transfert radiatif par rapport aux autres géométries. Cependant, quand la séparation d'écoulement se produit le comportement du transfert radiatif change un peu.

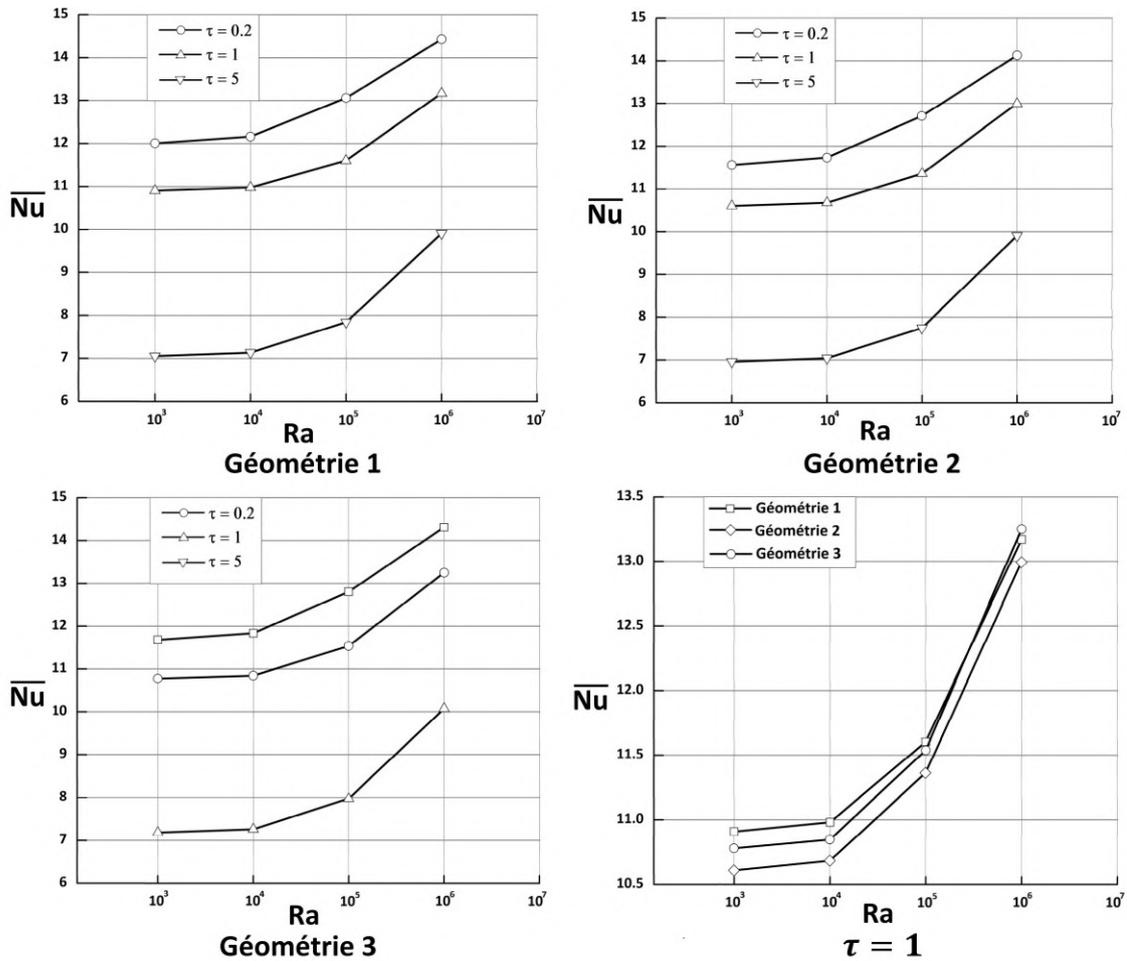


Figure V. 31 Nombre de Nusselt moyen de la cavité pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

La figure V.32 présente le pourcentage de transfert radiatif par rapport au transfert de chaleur total. Nous observons que le pourcentage de rayonnement diminue en fonction de l'épaisseur optique comme l'opacité du milieu réduit le transfert radiatif et augmente le transfert convectif pour les trois géométries. Il est bon de noter aussi que le pourcentage du transfert radiatif est relativement plus grand dans la géométrie 1 qui présente plus de résistance au transfert convectif et le contraire pour le transfert radiatif.

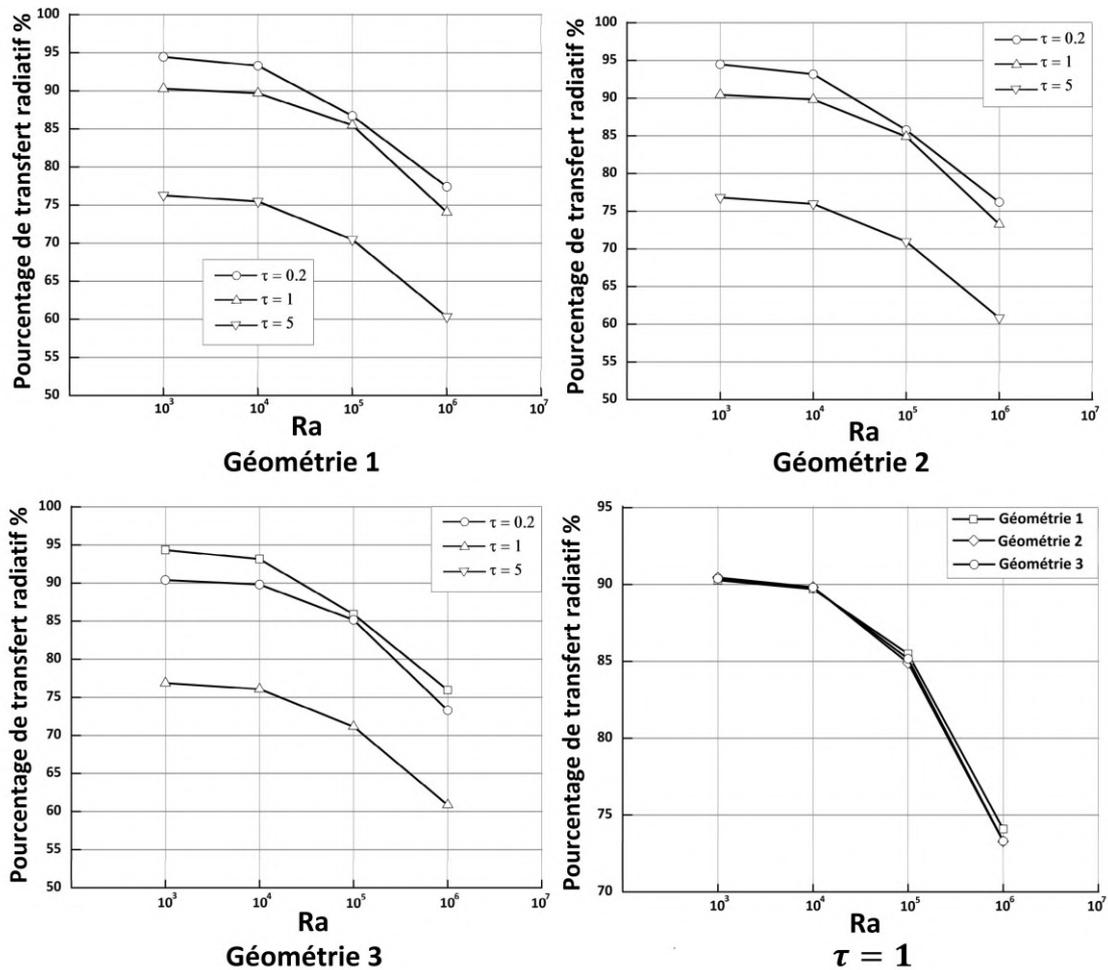


Figure V. 32 Pourcentage de rayonnement pour différentes épaisseurs optiques lorsque $Ra = 10^6$.

Figure V.33 présente l'effet du nombre de Planck sur le nombre de Nusselt moyen pour une variété de rapports de forme lorsque $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$. On peut remarquer que le taux de transfert de chaleur diminue en fonction du nombre de Planck en raison de la chute du transfert de chaleur radiatif. Nous avons expliqué aux sections précédentes qu'un grand nombre de Planck résulte une réduction de la participation du milieu et qu'un rapport de forme plus grand produit un transfert radiatif plus intense comme les surfaces d'échange radiatif deviennent plus importantes (plus d'échange radiatif) et les espaces entre ces surfaces devient plus faible (moins d'atténuation de rayonnement). Par conséquent, le nombre de Planck affecte le transfert radiatif plus fortement pour des rapports de forme plus grands ce qui apparaît aux écarts entre les nombres du Nusselt moyen pour un rapport de forme donné. Le comportement du nombre de Nusselt confirme également ce qui a été discuté précédemment, à savoir que la variation du transfert de chaleur avec le nombre de Planck devient négligeable lorsque $Pl > 0.5$, mais cette fois-ci, nous pouvons dire « indépendamment du rapport de forme ».

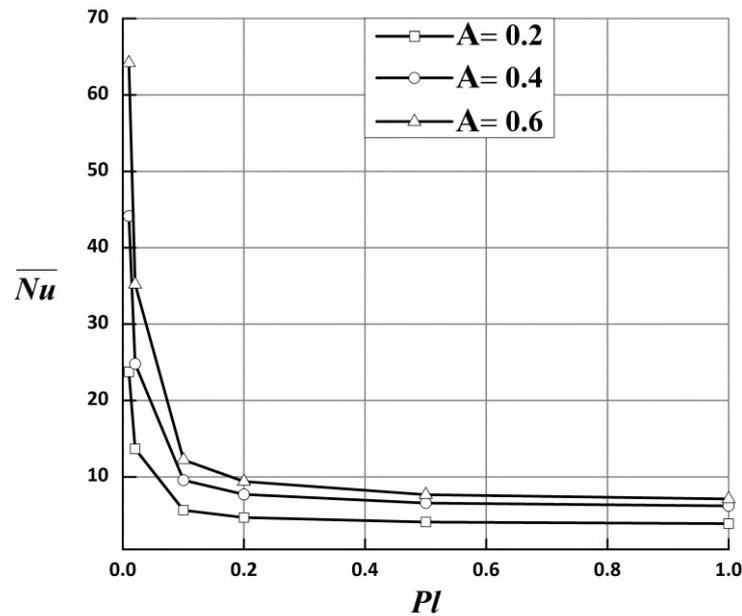


Figure V. 33 Nombre de Nusselt moyen à différent nombre de Planck pour $Ra = 10^6$ et $\tau = 1$.

V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le couplage convection-rayonnement dans 3 géométries complexes en présence d'un milieu semi-transparent. L'effet de plusieurs paramètres a été analysé en détail. Pour les trois géométries, nous avons analysé le champ dynamique et thermique en termes des lignes de courant et des isothermes, les profils de température et des vitesses ainsi que le taux de transfert de chaleur en termes de nombre de Nusselt local et total afin de visualiser l'effet de rayonnement et le comportement de fluide dans chaque géométrie. Pour la géométrie 1 (corps carré), deux études supplémentaires ont été abordées : l'effet de nombre de Planck et du rapport de forme. En général, nous avons remarqué que le rayonnement volumique affecte sensiblement la structure d'écoulement, la distribution de température et par conséquent le taux de transfert de chaleur. Dans la section suivante, nous allons résumer les résultats avec plus de détails.

Références

- [1] Lu J, Shi B, Guo Z, Chai Z. Numerical study on natural convection in a square enclosure containing a rectangular heated cylinder. *Front Energy Power Eng China* 2009;3:373–80. <https://doi.org/10.1007/s11708-009-0078-x>.
- [2] Zhang W, Chen J, Lan F. A numerical simulation of combined radiation and natural convection heat transfer in a square enclosure heated by a centric circular cylinder. *Heat Mass Transf Und Stoffuebertragung* 2013;49:233–46. <https://doi.org/10.1007/s00231-012-1083-x>.
- [3] Baek SW, Kim MY, Kim JS. Nonorthogonal finite-volume solutions of radiative heat transfer in a three-dimensional enclosure. *Numer Heat Transf Part B Fundam* 1998;34:419–37. <https://doi.org/10.1080/10407799808915066>.
- [4] Colomer G, Costa M, Cònsul R, Oliva A. Three-dimensional numerical simulation of convection and radiation in a differentially heated cavity using the discrete ordinates method. *Int J Heat Mass Transf* 2004;47:257–69. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(03\)00387-9](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(03)00387-9).

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Cette thèse a porté sur la simulation du couplage de la convection naturelle et du rayonnement dans une cavité carrée bidimensionnelle en présence d'un corps à l'intérieur. L'objectif du travail est d'étudier numériquement l'effet du rayonnement volumique de gaz gris sur la convection naturelle. La géométrie étudiée présente une cavité carrée froide contenant un corps chaud de trois formes différentes : corps carré, corps carré incliné à 45° et corps de forme circulaire. L'espace annulaire est rempli d'un milieu semi-transparent absorbant, émettant et non diffusant. Les conditions aux limites thermiques sont de type Dirichlet (température constante) pour toutes les parois considérées noires ($\varepsilon_p=1$) pour l'ensemble de cette étude.

Nous avons travaillé sur un code de calcul qui permet de simuler les interactions de la convection naturelle et de rayonnement volumique dans un espace annulaire de différentes formes. Le code est basé sur un modèle numérique hybride qui utilise la méthode des volumes finis pour le calcul du champ dynamique et thermique et une méthode des frontières immergées dite « interpolation et reconstruction » pour un traitement d'une excellente précision en ce qui concerne l'imposition des conditions aux limites au niveau de l'interface fluide-structure. Pour le transfert radiatif, la méthode des ordonnées discrètes a été utilisée pour la résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR) et par la suite le calcul de terme source radiative de l'équation d'énergie.

Les résultats de l'étude sont présentés en matière de structures d'écoulements, champs de température, les profils de vitesse et de température ainsi que les nombres de Nusselt local et moyen. Les résultats d'une étude de l'effet de plusieurs paramètres (nombre de Planck Pl , nombre de Rayleigh Ra , épaisseur optique τ ...) sur les l'écoulement et le transfert de chaleur dans les trois différentes configurations ont permis de sortir les conclusions suivantes :

- L'effet du Rayonnement volumique sur le champ dynamique et thermique dépend sensiblement du nombre de Planck. Plus le nombre de Planck est grand, plus l'effet d'atténuation du rayonnement diminue. L'influence de rayonnement sur l'écoulement est très remarquable pour des valeurs de nombre de Planck $Pl \leq 0.2$. D'autre part, l'effet de rayonnement devient négligeable pour un nombre de Planck $Pl \geq 0.5$ où l'écoulement peut être considéré comme un écoulement de convection naturelle sans présence de rayonnement.
- Nous avons constaté que la présence de rayonnement provoque une distribution plus homogène de la température par contre un nombre de Planck plus élevé renforce la flottabilité de fluide ce qui résultent un passage inférieur très froid.

- En fixant une valeur moyenne du nombre de Planck $Pl = 0.02$, nous avons observé que l'opacité du milieu affecte sensiblement la structure de l'écoulement, la distribution de la température et le transfert de chaleur. Pour un nombre de Rayleigh un peu faible $Ra \leq 10^4$, et vu que la conduction est le mode de transfert de chaleur qui domine, l'effet de l'épaisseur optique reste très limité où les isothermes pour un milieu optiquement épais ne subit presque aucun changement par rapport au milieu transparent sauf que la température devient plus homogène avec un espace uniforme entre les isothermes, pour des épaisseurs optiques élevées $\tau \geq 1$.
- Pour un nombre de Rayleigh plus élevé $Ra \geq 10^5$, l'effet de l'épaisseur optique est plus remarquable. L'effet de flottabilité aussi devient clair, en conséquence une distorsion des isothermes apparaît au passage supérieur créant une grande forme de panache et une fine couche limite à la paroi froide supérieure. La largeur du panache dépend essentiellement de l'épaisseur optique, plus que l'opacité de milieu augmente, plus que le panache s'élargit et la température devient plus homogène. Pour un milieu optiquement épais $\tau = 5$, la circulation aux passages verticaux s'intensifie et par conséquent le panache est inversé. Nous avons remarqué clairement que l'effet de l'épaisseur optique et le rayonnement en général est plus important pour des nombres de Rayleigh plus élevé $Ra \geq 10^5$.
- L'effet du nombre de Rayleigh et de l'épaisseur optique est presque le même pour les trois géométries. Cependant, l'impact de l'opacité du milieu était plus important dans la géométrie 1 en raison de sa configuration qui favorise les interactions radiatives entre les surfaces différenciellement chauffées. Par contre, les géométries 2 et 3 sont affectées, mais d'une façon relativement plus faible que la géométrie 1 comme leurs configurations présentent moins de résistance au comportement convectif du fluide et plus de résistance au transfert radiatif (distance plus grande entre les surfaces différenciellement chauffées ce qui favorise plus d'atténuation de rayonnement).
- L'augmentation de la taille du corps carré pour la géométrie 1 et par conséquent la valeur de A de 0.2 à 0.4 et 0.6 donne des surfaces chaudes plus larges et un espace annulaire plus faible ce qui renforce le transfert de chaleur par rayonnement et affaiblit le transfert de chaleur par convection à cause de la résistance à l'écoulement, mais en global le nombre de Nusselt moyen augmente.
- Les résultats montrent que le nombre de Nusselt total moyen diminue en fonction de l'épaisseur optique indépendamment du nombre de Rayleigh pour les trois géométries, car l'interaction entre les parois chauffées de manière différentielle diminue pour un milieu optiquement plus

épais. De plus le nombre de Nusselt augmente en fonction du nombre de Rayleigh grâce aux forces de flottabilité importante pour $Ra \geq 10^5$. Pour les trois géométries, en présence d'un milieu optiquement épais $\tau = 5$, le transfert de chaleur est élevé à environ 25%, en passant d'un nombre de Rayleigh 10^5 à 10^6 par contre le taux de transfert est élevé de 10%, pour un milieu d'une opacité plus faible $\tau = 0.2$. Le comportement du nombre de Nusselt moyen pour différentes rapports de formes confirme également ce qui a été discuté précédemment, à savoir que la variation du transfert de chaleur devient négligeable pour un nombre de Planck $Pl \geq 0.5$, mais cette fois-ci, nous pouvons dire: indépendamment du rapport de forme.

- Enfin, il est bon de noter que la participation du milieu au rayonnement ne peut pas être négligée comme le font la plupart des travaux récents en supposant les milieux comme transparents.

Par ailleurs, le travail présenté dans ce mémoire pourrait aussi être poursuivi dans les directions suivantes:

- Le développement du code pour prendre en charge le cas turbulent et le cas instationnaire.
- Traiter des géométries en 3D ou des enceintes de forme plus complexe.
- L'utilisation d'une approche non-Boussinesq et l'étude d'un gaz non-gris.
- Développer une méthode hybride sophistiquée : ordonnées discrètes-frontières immergées pour prendre en charge le rayonnement des surfaces curvilignes.